

Trabajo Fin de Grado

Análisis del comportamiento de lentes oftálmicas de geometría esférica en gafa curvada.

Autor

Diego Calzada Saiz

Directoras

Victoria Collados Collados

Sofía Otin Mallada

Grado en Óptica y Optometría

2023

Índice

1. Introducción.....	1
1.1. Qué es una lente oftálmica.....	1
1.2. Tipos de lentes oftálmicas monofocales.....	1
1.3. Calidad óptica de las lentes oftálmicas esféricas.....	3
1.3.1. Aberraciones geométricas de Seidel.....	4
1.3.2. Aberraciones geométricas de Zernike.....	6
1.3.3. Lente oftálmica en posición oblicua de mirada.....	7
1.3.4. Comportamiento de lente oftálmica inclinada.....	8
1.4. Lentes oftálmicas monofocales de mercado.....	9
2. Justificación del tema.....	10
3. Objetivos.....	10
4. Metodología.....	11
4.1. Análisis teórico de lentes esféricas inclinadas con ángulo facial.....	11
4.2. Análisis con Oslo® de lentes esféricas convencionales de mercado inclinadas con ángulo facial.....	11
4.3. Estudio de compensación del error de cilindro.....	13
4.3.1. Solución 1: Diseño de lente astigmática.....	13
4.3.2. Solución 2: Descentramiento.....	14
5. Resultados.....	15
5.1. Análisis teórico de lentes esféricas inclinadas con ángulo facial.....	15
5.2. Análisis con Oslo® de lentes esféricas convencionales de mercado inclinadas con ángulo facial.....	16
5.3. Estudio de la compensación del error de cilindro.....	18
5.3.1. Solución 1: Diseño de lente astigmática.....	18
5.3.2. Solución 2: Descentramiento.....	20
6. Discusión.....	21
7. Conclusiones.....	24
8. Bibliografía.....	25
9. Anexo.....	26

1. Introducción.

1.1. Qué es una lente oftálmica.

Una lente oftálmica está formada por dos superficies refractoras, una convexa anterior y una cóncava posterior colocada más cerca del ojo. Se caracterizan por su poder de divergencia (lente negativa) o convergencia (lente positiva), que se denomina potencia de vértice (P'_{vp}), se mide en dioptrías y depende del índice de refracción de la lente (n), el espesor central (e) y los radios de curvatura de ambos dioptrios (r_1 y r_2).¹ En la *ecuación 1* se muestra la fórmula para calcular la P'_{vp} .²

$$P'_{VP} = \frac{\frac{n-1}{r_1}}{1 - \frac{e}{n} \cdot \left(\frac{n-1}{r_1}\right)} + \left(\frac{1-n}{r_2}\right) \quad (1)$$

El objetivo de una lente oftálmica es corregir la ametropía de un ojo, es decir, formar imagen de los objetos lejanos en su punto remoto, de forma que el ojo pueda verlos con nitidez. En la *figura 1* se muestra un esquema de una lente oftálmica positiva corrigiendo un ojo hipermetrope.

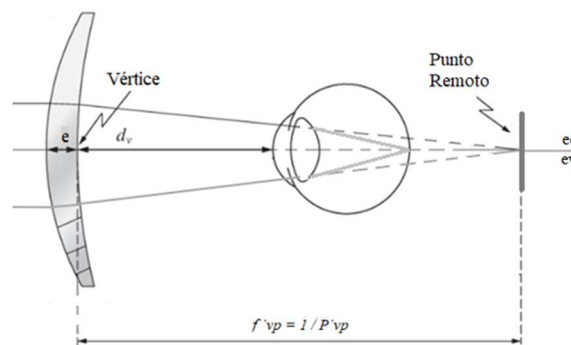


Figura 1 Esquema de corrección de un ojo hipermetrope con una lente oftálmica en posición primaria de mirada.¹

1.2. Tipos de lentes oftálmicas monofocales.

Hay varios tipos de clasificaciones de las lentes oftálmicas, la que más nos interesa en este trabajo es la clasificación según la potencia de la lente:

- Lentes con potencia esféricas: Son lentes cuya P'_{vp} es la misma en todos los meridianos de la lente.

Estas lentes se dividen según la geometría de sus superficies, en lentes de geometría esférica (ambas esféricas) y lentes de geometría esférica (al menos una de las superficies es esférica).

Las superficies esféricas, se caracterizan únicamente por su radio de curvatura, el cual es igual en todos los puntos de su superficie. Las superficies esféricas se forman mediante la rotación de un arco de circunferencia alrededor de un eje de revolución que pasa por el centro de curvatura como se observa en la *figura 2*. Existe un caso particular en el cual el centro de curvatura se sitúa en el infinito, haciendo que la curvatura de la superficie sea cero convirtiéndola en una superficie plana.²

Las superficies esféricas, las más comunes son las superficies conicoides y las de tipo polinómico. Las lentes con superficie conicoide son creadas a partir de la revolución de curvas elípticas, parabólicas o hiperbólicas en torno a su eje. En este caso, aunque la potencia en el vértice esté caracterizada por el radio de curvatura en ese punto, la superficie se va aplanando o curvando hacia la periferia cambiando su radio de curvatura. Estas superficies se caracterizan, además de por el radio de curvatura en el centro, por el parámetro de asfericidad (p valor), que indica cuánto y cómo se deforma la superficie respecto a la forma esférica. Las lentes con superficie de tipo polinómico son generadas por revolución de una curva que puede describirse matemáticamente de forma polinómica.² En este trabajo las lentes estudiadas son de geometría esférica.

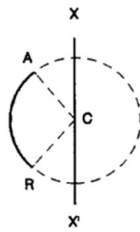
Las lentes de potencia esférica se utilizan para corregir ametropías esféricas, es decir miopía (lentes con P'_{vp} negativa o divergente) e hipermetropías (lentes con P'_{vp} positiva o convergentes).

En este trabajo las lentes de potencia esférica estudiadas son de geometría esférica

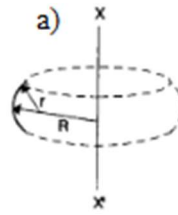
- Lentes con potencia astigmática: Son lentes cuya P'_{vp} es distinta en cada meridiano de la lente, de forma que se caracterizan por la potencia de sus llamados meridianos principales, que son los meridianos de potencia máxima y mínima de la lente, que son perpendiculares entre sí.

Las lentes oftálmicas de potencia astigmática están formadas comúnmente por una superficie esférica y una tórica. En las lentes astigmáticas que se comercializan, normalmente la primera cara suele ser esférica y la segunda tórica

Las superficies tóricas se crean a partir de la rotación de un arco de circunferencia alrededor de un eje de rotación que sin pasar por el centro de curvatura del arco, esté contenido en su mismo plano como se observa en la *figura 3*.²



*Figura 2 Formación de una superficie esférica.*²



*Figura 3 Generación de una superficie tórica en anillo a) y en corse b).*²

Las lentes astigmáticas proporcionan una imagen de un objeto puntual que no es un punto, sino que a la salida de la lente tendremos un haz astigmático caracterizado por las focales de Sturm, producidas por las potencias de los meridianos principales como se observa en la *figura 6*. Entre las dos focales de Sturm hay una zona del haz con geometría circular denominada círculo de mínima confusión.

Estas lentes astigmáticas se utilizan típicamente para corregir ametropías astigmáticas, aunque en este estudio se utilizarán para compensar aberraciones y corregir ojos miopes e hipermétropes sin astigmatismo.

1.3. Calidad óptica de las lentes oftálmicas esféricas.

Las lentes oftálmicas esféricas al trabajar como en la *figura 1*, es decir, con objetos cerca del eje óptico (eo), y teniendo en cuenta que la pupila de entrada del ojo va a limitar la zona de la lente que se utiliza para formar la imagen, se comportan proporcionando una imagen puntual de un objeto puntual. Además, la imagen de los objetos situados en un mismo plano se formará en otro plano en el espacio imagen y se conservará la semejanza entre objeto e imagen. Cuando la lente trabaja en estas condiciones, se dice que trabaja en aproximación paraxial. Pero las lentes, en general, no siempre trabajan en aproximación paraxial, ya que tienen que proporcionar imágenes de objetos extensos (objetos fuera de eje) y, además, el ojo se mueve en torno a su centro de rotación utilizando diferentes zonas de la lente. Esto hace que las imágenes de los diferentes puntos del campo objeto, vistos de forma estática (ojo en posición primaria de mirada) o dinámica (ojo en posición oblicua de mirada), no sean puntuales, apareciendo deformaciones denominadas aberraciones geométricas. También aparecen las aberraciones cromáticas debido a que el índice de refracción depende de la longitud de onda. En este trabajo nos vamos a centrar en el estudio del comportamiento de las lentes en cuanto a las aberraciones geométricas.

Existen diferentes tratamientos matemáticos para clasificar y cuantificar las aberraciones. El más común en el campo de diseño de instrumentos ópticos es el de Seidel, aunque en óptica oftálmica es más común utilizar el desarrollo en polinomios de Zernike. En este apartado explicaremos las características de ambos tratamientos.

1.3.1. Aberraciones geométricas de Seidel.

El tratamiento de Seidel también denominado tratamiento o aproximación de tercer orden, clasifica las aberraciones geométricas en aberraciones de punto, responsables de que la imagen de un punto no sea un punto y las aberraciones de campo las cuales afectan al aspecto de objetos extensos.

Las aberraciones de punto son: esférica, coma y astigmatismo; y las de campo son: distorsión y curvatura de campo.¹ A continuación se van a describir tanto las aberraciones de punto como las de campo determinando cuáles son importantes en el caso de diseño de lente oftálmica.

- Aberración esférica

Es la única aberración que aparece para un punto objeto sobre el eo y es la que más depende del tamaño de la apertura.² Los rayos provenientes de un punto objeto no consiguen reunirse todos en el mismo punto del plano imagen, dando como imagen de un punto una mancha circular, tal y como muestra la *figura 4*.

Esta aberración es despreciable para el caso de lentes oftálmicas, ya que, las aperturas con las que trabajan (pupila de entrada del ojo) son pequeñas en comparación a los radios de curvatura.

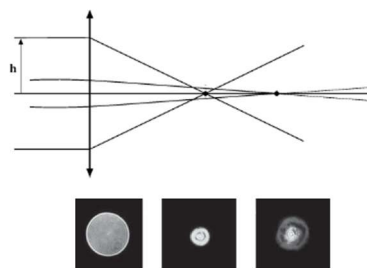


Figura 4 Trazado de rayos para un sistema que presenta aberración esférica, junto con la imagen que proporcionaría ese sistema de un objeto puntual.²

- Coma

Cuando esta aberración está presente, la imagen de un punto fuera de eje no es un punto sino que es una mancha en forma de coma (*figura 5*). Aparece únicamente para objetos fuera de eje y es muy dependiente del tamaño de apertura, por lo que en el caso de la lente oftálmica es despreciable, al igual que la aberración esférica.



Figura 5 Imagen que proporciona un sistema con aberración de coma para un objeto puntual. ¹

- Astigmatismo oblicuo

Esta aberración aparece para puntos objeto fuera de eje y no depende de la apertura. Cuando está presente, la imagen de un punto no es un punto, sino que a la salida de la lente el haz tiene una estructura astigmática con dos focales de Sturm y, en medio, el círculo de mínima confusión. Esta estructura es similar a la que se obtiene en la imagen de un objeto en eje a través de lente astigmática, pero en este caso el origen de la aberración es la oblicuidad de los rayos a la entrada de la lente y no su geometría, es decir, no es un astigmatismo superficial. Estas dos focales de Sturm representadas en la *figura 6* para un punto objeto fuera de eje en vertical, se denominan sagital y tangencial, su orientación depende de en qué dirección salga fuera de eje el objeto cuya imagen queremos observar. En la *figura 6*, la focal horizontal es la tangencial, ya que el meridiano tangencial de la lente es el correspondiente a la dirección en la que el punto ha salido fuera de eje (dirección vertical).

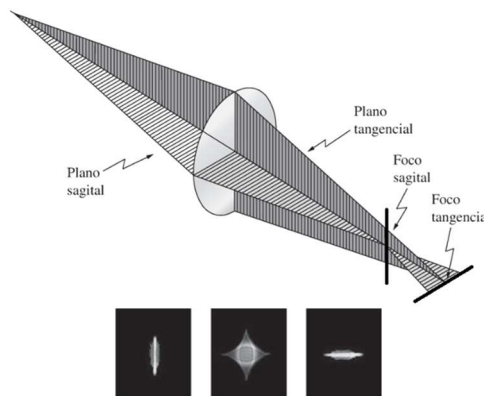


Figura 6 Haz astigmático a la salida de una lente esférica para un punto objeto fuera de eje en dirección vertical, junto con las imágenes que proporcionaría esa lente. ¹

- Distorsión

Esta aberración es debido a que el aumento angular no se mantiene constante para los distintos puntos del campo objeto. Se manifiesta cuando la lente forma imagen de objetos extensos. Las imágenes de los puntos del objeto se sitúan en el plano imagen paraxial, pero no a la distancia del eje que deberían, produciendo que la imagen, aunque se vea desenfocada, aparezca deformada respecto al objeto. ¹ La

figura 7 muestra la imagen de un cuadrado a través de una lente que presenta sólo aberración de distorsión.

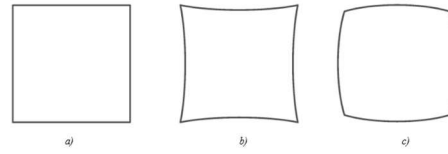


Figura 7 a) Imagen de un cuadrado a través de una lente sin ninguna aberración; b) Imagen de un cuadrado a través de una lente solo con aberración de distorsión de corsé; c) Imagen de un cuadrado a través de una lente solo con aberración de distorsión de barril.¹

- **Curvatura de campo**

Es una aberración de campo, en la que la imagen de los puntos que se encuentran sobre un plano no se forma en un plano si no sobre una superficie curvada, denominada, superficie de Petzval como se puede observar en la figura 8. Aunque esta aberración se define para objeto extenso, se puede manifestar también para objetos puntuales fuere de eje como un desenfoque.

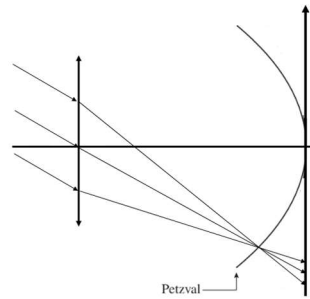


Figura 8 Comparación de las superficies sagital y tangencial del astigmatismo oblicuo con la superficie de Petzval.¹

1.3.2. Aberraciones geométricas de Zernike.

El tratamiento matemático de Zernike se suele utilizar para describir las aberraciones oculares desde el plano de pupila de salida del sistema.³ En este tratamiento el frente de onda a la salida del sistema proviene de un punto objeto que se desarrolla en serie en una base de funciones denominados polinomios de Zernike. Estos polinomios están definidos en coordenadas polares (ρ , θ), siendo la coordenada radial normalizada ρ y el ángulo que varía entre 0° y 360° θ , cada uno de los polinomios consiste en un factor de normalización, un término angular un polinomio radial. La ecuación 2 es la fórmula del desarrollo de W y la ecuación 3 es la fórmula general del polinomio de Zernike.³

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=-n}^n c_n^m Z_n^m(r, \theta) \quad (2)$$

$$Z_n^m(r, \theta) = \begin{cases} N_n^m R_n^{|m|}(r) \cos(m\theta); & m \geq 0 \\ N_n^m R_n^{|m|}(r) \sin(m\theta); & m < 0 \end{cases} \quad (3)$$

El índice n es la potencia máxima a la que está elevada la coordenada radial y m es el múltiplo que acompaña a la coordenada angular. Cada polinomio corresponde a una aberración y el coeficiente que le acompaña da cuenta de la cantidad de esa aberración presente en la imagen.

En la *figura 9* se pueden observar algunos de los polinomios de Zernike, los órdenes $n=0$ y $n=1$ no implican una deformación de la imagen de un punto, por lo que no se suelen considerar en lente oftálmica. Las de orden superior a $n=2$, que suelen denominarse aberraciones de alto orden, tampoco son significativas en lente oftálmica.

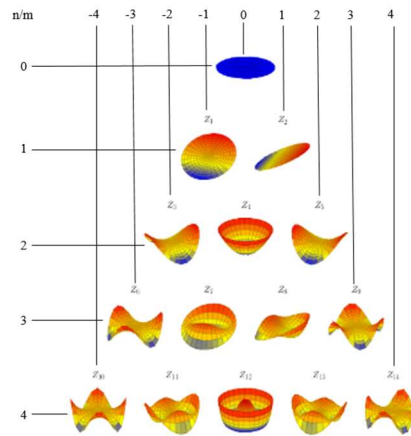


Figura 9 Polinomios de Zernike. ⁴

Hay aberraciones de Zernike que tienen el mismo nombre que las de Seidel, en estos casos, y, aunque el coeficiente o la cantidad de aberración es diferente debido a que los desarrollos matemáticos son distintos, el aspecto de la imagen con la aberración es igual para ambos desarrollos.

En lente oftálmica, las únicas aberraciones de Zernike que pueden adquirir valores significativos son las de orden $n=2$, siendo el coeficiente $(2,0)$ el equivalente a un desenfoque y los coeficientes $(2,1)$ y $(2,2)$ a astigmatismo a 0° y 90° y al astigmatismo oblicuo respectivamente

1.3.3. Lente oftálmica en posición oblicua de mirada.

En la *figura 1*, se representaba la situación de visión en posición primaria de mirada. Pero habitualmente el ojo rota, utilizando una visión dinámica para observar en visión central un objeto que previamente se ha detectado en visión periférica cuando el ojo

estaba en posición primaria de mirada. Esta situación se denomina posición oblicua de mirada y se representa en la *figura 10*. En posición oblicua de mirada observamos un objeto fuera de eje y la pupila está descentrada con respecto al eo de la lente, por lo que pueden aparecer aberraciones. Las aberraciones más relevantes en esta situación son el astigmatismo oblicuo (la imagen del objeto ya no será puntual) y la curvatura de campo (la imagen del objeto ya no se formará sobre el puto remoto sino más hacia delante o hacia atrás).

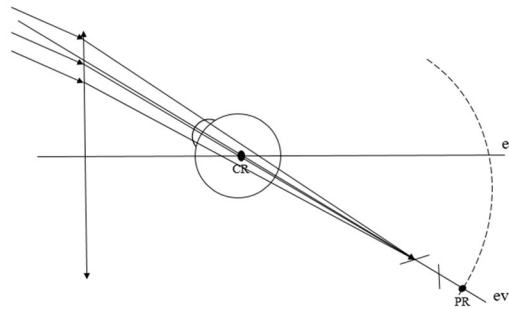


Figura 10 Ojo rotado para observar en visión central un objeto que previamente se ha detectado en visión periférica cuando el ojo estaba en posición primaria de mirada.

El diseño de lentes oftálmicas se basa en lograr que la P'_{vp} de la lente sea la necesaria para compensar la ametropía en posición primaria de mirada mientras que en posición oblicua de mirada se generen la menor cantidad de aberraciones posibles.² Para optimizar las aberraciones se pueden modificar los radios de curvatura de ambas superficies. Una misma P'_{vp} se puede conseguir con diferentes combinaciones de radios de curvatura r_1 y r_2 , pero no todas las combinaciones dan un buen comportamiento frente a aberraciones en dirección oblicua de mirada. En lentes de potencia esférica con geometría esférica, se pueden encontrar combinaciones de radio de curvatura que hagan cero una de las dos aberraciones más relevantes (astigmatismo oblicuo o curvatura) o combinaciones que lleguen a una solución intermedia, reduciendo ambas aberraciones, pero sin llegar al valor cero en ninguna.

Las lentes diseñadas con alguna de estas combinaciones se denominan lentes best-form. Estas lentes son de tres tipos de diseños dependiendo de qué aberración se minimiza: Punto focal: el astigmatismo oblicuo es cero, aunque habrá desenfoque en posición oblicua de mirada debido a la curvatura de campo; Percival: la curvatura de campo es cero, aunque quedará astigmatismo en posición oblicua de mirada; y error tangencial nulo: reduce las dos aberraciones, pero sin llegar al valor nulo, situando la focal tangencial en el puto remoto.⁵

1.3.4. Comportamiento de lente oftálmica inclinada.

Aunque la lente trabaje en posición primaria de mirada, la situación puede no ser la de la *figura 1*, donde el objeto está alineado con el ev. Es habitual en una lente oftálmica que quede inclinada delante del ojo debido a la forma de la propia montura donde se coloca la lente. La inclinación de la lente respecto a la dirección vertical se denomina ángulo pantoscópico y la inclinación respecto a la horizontal ángulo facial. En este trabajo se estudiará la situación de ángulo facial, que puede alcanzar valores de hasta 25° si la montura es muy curvada como es el caso de una gafa de sol. En la *figura 11* se muestra un esquema de la situación de inclinación de la lente con un ángulo facial y posición primaria de mirada. El objeto alineado con el eje visual (ev) es ahora un objeto fuera de eje para la lente. La apertura es pequeña debido a la pupila y como se ha comentado en el apartado 1.3.1 las aberraciones de esfera y de coma no tienen importancia, pero el astigmatismo oblicuo puede aparecer empeorando la imagen de punto, al igual que la aberración de curvatura de campo haciendo que la imagen no se forme sobre el punto remoto.

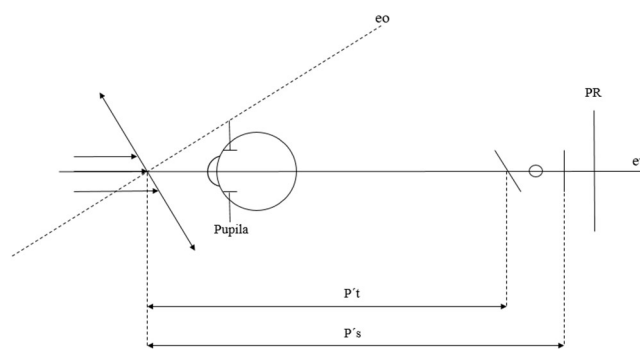


Figura 11 Lente oftálmica inclinada un ángulo facial.

Keating calculó analíticamente las expresiones para la potencia sagital (P'_s) y tangencial (P'_t) de una lente oftálmica inclinada, teniendo en cuenta aberración de tercer orden y despreciando el espesor de la lente, en función del ángulo de inclinación (ángulo facial α), de la potencia de vértice posterior (P'_{vp}) y del índice de refracción de la lente (n), como se observa en las *ecuaciones 4 y 5*.⁶

$$P'_s = P'_{vp} \cdot \left(1 + \frac{(\sin \alpha)^2}{2 \cdot n} \right) \quad (4), \quad P'_t = P'_{vp} \cdot \left(\frac{2 \cdot n + (\sin \alpha)^2}{2 \cdot n \cdot (\cos \alpha)^2} \right) \quad (5)$$

Por lo tanto, las aberraciones inducidas por la inclinación de la lente pueden ser significativas y afectar a la calidad visual en posición primaria de mirada.

1.4. Lentes oftálmicas monofocales de mercado.

Los fabricantes de lentes oftálmicas en sus catálogos (denominados tarifas) nos ofrecen varios tipos de lentes oftálmicas:

- Las lentes convencionales, son lentes con superficies como las descritas previamente (esférica, cónica, etc.). Normalmente, los fabricantes de lentes, no especifican si estas superficies se corresponden con algunos de los diseños best-form explicados en el apartado 1.3.3. Dependiendo del material y de la potencia se ofrecen “de stock”, es decir, son lentes que la casa comercial las adquiere ya fabricadas y tiene almacenadas para un servicio inmediato, no hay posibilidad de añadir suplementos ni cambios. También existen lentes convencionales denominadas “de fabricación”, las cuales son lentes que la casa comercial tiene que fabricar específicamente, debido a potencias o astigmatismos altos, suplementos especiales, diámetros grandes o prismas, etc.
- Las lentes avanzadas presentan una geometría de superficies no convencional (polinomiales u otro tipo de superficie esférica). Estas lentes tienen varias finalidades, pero una de ellas está muy relacionada con este trabajo, que es la de ofrecer una lente que inclinada se comporte sin aberraciones. Para este tipo de lentes las casas comerciales piden al optometrista datos del tándem paciente-gafa como: el ángulo facial o pantoscópico, la distancia interpupilar del cliente, etc. para hacer un diseño personalizado y posterior fabricación de las lentes. Por ejemplo, el fabricante Essilor, distribuye la lente F360, el fabricante Prats distribuye la lente Vision Adapt Girox, etc. Todas ellas optimizadas para posiciones de mirada extremas y ángulos faciales elevados. Estas lentes presentan un coste mayor que las lentes convencionales debido a la personalización de su diseño.

2. Justificación del tema.

Habitualmente, los comercios de óptica ofrecen promociones de gafa completa a un precio bajo. En ocasiones, monturas con curvas altas o de diámetro de lentes muy grande se incluyen en estas ofertas en las que se colocan lentes convencionales de stock, mostrando al cliente una oferta tentadora. Esto puede presentar un problema ya que, según la potencia de las lentes y la relación entre los rasgos del usuario y la montura, pueden aparecer aberraciones (ver apartado 1.3.3) que afecten a la calidad óptica y por tanto la calidad visual del usuario.

Actuaciones sencillas que podría evaluar el óptico, como modificar la P'vp añadiendo una refracción cilíndrica sobre refracciones esféricas, o inducir descentramientos en el montaje de la lente, podrían ayudar a minimizar el astigmatismo oblicuo o la curvatura de campo, generados de la combinación de gafa curvada y evitar la pérdida de calidad óptica.

3. Objetivos.

1. Conocer el comportamiento de lentes convencionales, de diferentes índices de refracción, para diferentes ángulos faciales, teóricamente (formulación de Keating) como con simulación de trazado de rayos (OSLO®).
2. Conocer la calidad de imagen proporcionada por las lentes convencionales inclinadas con diferentes ángulos faciales.
3. Evaluar el método de compensación del astigmatismo oblicuo inducido por un ángulo facial elevado en lentes convencionales mediante:
 - 3.1-Modificando la P'_{vp} de la lente oftálmica convencional.
 - 3.2-Descentrando en el eje horizontal la lente en el montaje.

4. Metodología.

4.1. Análisis teórico de lentes esféricas inclinadas con un ángulo facial.

Como hemos visto en el apartado 1.3.4 las ecuaciones de Keating (*ecuaciones 4 y 5*) permiten calcular la potencia astigmática con la que se comporta una lente de potencia esférica convencional cuando está inclinada. Las aberraciones astigmatismo oblicuo y descentramiento se pueden cuantificar mediante dos parámetros: el error de esfera, el cual se describe como la diferencia entre la P'_{vp} de la lente menos la potencia de la focal sagital de Sturm y el error de cilindro, el cual se define como la diferencia entre las potencias correspondientes a ambas focales de Sturm (*ecuaciones 6 y 7*).

$$\text{Error de esfera} = P'_{vp} - P'_s \quad (6), \quad \text{Error de cilindro} = P'_t - P'_s \quad (7)$$

Donde (P'_{vp}) es la potencia de vértice posterior, (P'_s) es la potencia sagital y (P'_t) es potencia tangencial.

Para el desarrollo de este trabajo se calculó el error de esfera y de cilindro para un rango de lentes de distinta P'_{vp} inclinadas con diferentes ángulos faciales. Se estableció el rango de P'_{vp} de +10,00D hasta -10,00D en pasos de 0,50D y para los ángulos faciales desde 1° hasta 30° en pasos de 1°; Además, el análisis se realizó para tres índices de refracción diferentes: 1,49, 1,6 y 1,67.

Este análisis permitirá escoger el rango de lentes a diseñar en programa de trazado real de rayos OSLO® (LAMBDA Research Corporation. Westford) en el apartado 4.2.

4.2. Análisis con Oslo® de lentes esféricas convencionales de mercado inclinadas con ángulo facial.

El análisis se llevó a cabo con el programa de trazado real de rayos Oslo® de Lambda Research Corporation. Para realizar las simulaciones era necesario conocer parámetros de

cada lente, como la base o espesor, que fueron extraídos de el programa de pedido de Prats online (Barcelona, España).

Se midieron en una óptica los ángulos faciales típicos de monturas actuales y se observó que los ángulos variaban entre 5° y 12° para monturas normales y entre 20° y 25° para monturas específicas para deporte o de sol. Mediante la aplicación online del fabricante Prats se obtuvieron los valores de: base (poder refractor de la cara anterior), el espesor de centro y el diámetro total de las lentes oftálmicas para cada índice de refracción.

En este análisis se realizó un nuevo rango de P'vp y de ángulos faciales en base al cálculo realizado en el apartado 4.1 con las *ecuaciones 6 y 7*, quedando en ángulos desde 5° hasta 25° en pasos de 5° para todas las lentes y las potencias de vértice posterior para el índice 1,49 desde +5,00D hasta -5,00D y para los índices 1,6 y 1,67 desde +8,00D hasta +6,00D y desde -6,00D hasta -10,00D.

Para poder diseñar las lentes en Oslo® se necesita conocer el radio de la cara anterior (r_1) que se calculó con la base obtenida en la aplicación de pedido online del fabricante Prats. Suponiendo que se trata de base esferométrica, se puede calcular r_1 suponiendo un índice ficticio de 1,53 (*ecuación 8*).

$$r_1 = \frac{n_{\text{esferómetro}} - 1}{\text{Base}} \quad (8)$$

Donde (r_1) es el radio de la cara anterior, ($n_{\text{esferómetro}}$) es el índice de refracción del esferómetro y la (Base) es la base esferométrica de la lente. El radio de la cara posterior (r_2) se obtiene a partir de la *ecuación 1*.

Una vez conocidos todos los parámetros r_1 , r_2 y el diámetro total de las lentes que queríamos diseñar, se introdujeron en el programa de trazado real de rayos Oslo® añadiendo un diafragma de 2 mm de radio a 15mm del vértice posterior para simular la pupila de entrada del ojo. Partiendo de la situación de posición primaria de mirada con la lente recta y centrada frente al diafragma, se introdujeron las inclinaciones de la lente respecto al ev para simular el ángulo facial de forma que la lente queda centrada siempre frente al diafragma.

Con el programa de trazado real de rayos Oslo® se cuantificó el error de esfera y el error de cilindro definidos en el apartado 1.3.4. Para ello se parte de los coeficientes de Zernike de segundo orden (correspondientes a los polinomios Z_2^0 , Z_2^2 , Z_2^{-2}) proporcionados por el programa de trazado real de rayos Oslo® para cada lente y cada ángulo facial, con los que se puede calcular la refracción del sistema en M, J_0 y J_{45} a partir de las *ecuaciones 9, 10 y 11* donde (r_{pupila}) es el radio de la pupila de entrada del ojo (2mm).⁷

$$M = \frac{-4 \cdot [3]}{r_{pupila}} \quad (9), \quad J_0 = \frac{-2 \cdot [4]}{r_{pupila}} \quad (10), \quad J_{45} = \frac{-2 \cdot [5]}{r_{pupila}} \quad (11)$$

A partir de M , J_0 y J_{45} se puede calcular la refracción del sistema en S , C y Alpha (α) con las ecuaciones 12, 13 y 14.⁸

$$C = \sqrt{J_0^2 + J_{45}^2} \quad (12), \quad S = M - \frac{C}{2} \quad (13), \quad \alpha = \frac{\tan^{-1}\left(\frac{J_{45}}{J_0}\right)}{2} \quad (14)$$

Con el siguiente convenio para el valor definitivo de α :

- Si $J_0 < 0$, entonces $\alpha = \alpha + 90$
- Si $J_0 = 0$, entonces $\alpha = 135$ si $J_{45} < 0$ o $\alpha = 45$ si $J_{45} \geq 0$
- Si $J_0 > 0$ y $J_{45} \leq 0$ entonces $\alpha = \alpha + 180$

La refracción calculada a partir de los coeficientes de Zernike está calculada en el plano del diafragma, pero para interpretarla y utilizarla en este trabajo es necesario calcularla en el plano del vértice posterior de la lente (*figura 11*). Esto se realizó calculando la potencia a partir de la refracción en formulación bicilíndrica, ajustando a la distometría (sumando los 15 mm correspondientes a la distancia entre el vértice posterior de la lente y el diafragma). El resultado es la potencia astigmática con la que se comporta la lente esférica inclinada en formulación bicilíndrica: P'_T cil 90° P'_S cil 180° .

Teniendo en cuenta que la inclinación en todas las lentes y para todos los ángulos faciales es siempre en la misma dirección, y que la inclinación corresponde a un ángulo facial, la focal de Sturm tangencial es siempre la vertical, es decir la potencia tangencial es la correspondiente a cil 90° . De esta manera, se pueden calcular los errores de esfera y cilindro definidos en el apartado 1.3.4 para cada lente y cada inclinación.

4.3. Estudio de la compensación del error de cilindro.

Una vez se conocieron los resultados obtenidos con trazado real de rayos, se identificaron las lentes y las inclinaciones que presentan un error de esfera o cilindro mayor a 0,25D. Para realizar en estas lentes el estudio de la compensación del error de cilindro generado se propusieron dos soluciones, las cuales se comprobaron realizando un trazado real de rayos con el programa OSLO®.

4.3.1. Solución 1: Diseño de lente astigmática.

La primera solución que se probó fue modificar la potencia de las lentes esféricas a potencia astigmática. De esta forma, la lente presentará un astigmatismo superficial que contrarrestará el astigmatismo oblicuo inducido con la inclinación.

Para empezar se calculó la P'_{vp} de la lente astigmática, tangencial (P'_{TS1}) y sagital (P'_{SS1}) con las *ecuaciones 15 y 16*, que se deducen directamente de las ecuaciones de Keating para cada P'_{vp} y cada ángulo facial.

$$P'_{SS1} = \frac{P'_{VP}}{\left(1 + \frac{(\sin \alpha)^2}{2 \cdot n}\right)} \quad (15), \quad P'_{TS1} = \frac{P'_{VP}}{\left(\frac{2 \cdot n + (\sin \alpha)^2}{2 \cdot n \cdot (\cos \alpha)^2}\right)} \quad (16)$$

Donde (P'_{vp}) es la potencia de vértice posterior, (α) es el ángulo facial y (n) es el índice de refracción de la lente.

Una vez calculadas la potencia sagital y la potencia tangencial de las nuevas lentes, para comprobar que, efectivamente, estas nuevas lentes inclinadas no presentaban astigmatismo, se diseñaron y se analizaron con el programa de trazado real de rayos Oslo®. A partir de P'_{TS1} y P'_{SS1} , con las mismas bases, índices y espesores de centro calculados en el apartado 4.2, y suponiendo que el astigmatismo superficial se introduce diseñando una superficie tórica que sustituya a la superficie esférica posterior de la lente, se calculan los radios r_{2T} y r_{2S} de la segunda superficie despejándolos de la *ecuación 1*.

Por último, al tener los radios calculados se diseñaron las lentes en el programa de trazado real de rayos Oslo®, modificando la segunda superficie de forma que sea tórica de radios r_{2T} y r_{2S} . Una vez diseñadas todas las lentes con la segunda superficie tórica, se inclinaron y se calcularon el error de esfera y el error de cilindro de la misma manera que en el apartado 4.2, a partir de los coeficientes de Zernike de segundo orden utilizando las *ecuaciones 9, 10, 11, 12, 13 y 14*.

De esta manera se comprobará en qué lentes se consigue corregir el error de cilindro con esta solución.

4.3.2. Solución 2: Descentramiento.

La segunda solución que se dio al problema del error de cilindro generado al introducir los ángulos faciales fue la de descentrar la lente con respecto al ojo para así hacer que el ev y el eo se corten en un punto (*figura 12*) y que este punto coincida con el centro de rotación del ojo. Como se ve en la *figura 12* la situación creada con el descentramiento es similar a la *figura 10*, es decir similar a una posición oblicua de mirada. En caso de que la lente convencional estuviese diseñada con alguno de los diseños best-form explicados en el apartado 1.3.3, añadiendo este descentramiento podremos mejorar el comportamiento de la lente. En concreto, si la lente se corresponde con un diseño focal, el error de cilindro será cero

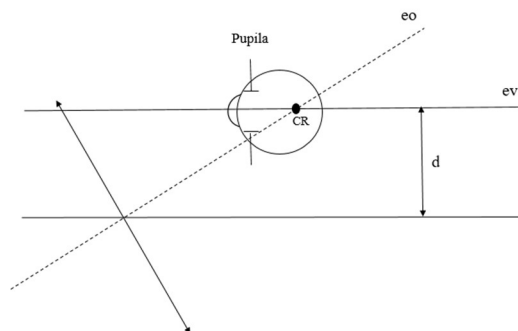


Figura 12 Lente descentrada haciendo coincidir el eo con el ev en el centro de rotación del ojo.

El descentramiento (d) necesario para inclinación se puede calcular con la *ecuación 17*, que puede deducirse directamente de la *figura 12* suponiendo que el centro de rotación del ojo se sitúa a una distancia estándar de 27 mm respecto al vértice posterior de la lente.

$$d = 27 \cdot \sin \alpha \quad (17)$$

Donde (d) es el descentramiento realizado, (27) es el lugar donde se sitúa centro de rotación en milímetros y (α) es el ángulo facial con el que la lente está inclinada.

Una vez calculados los descentramientos para cada ángulo facial, se descentraron las lentes diseñadas e inclinadas en el apartado 4.2 y se calculó el error de esfera y el error de cilindro de la misma manera que en el apartado 4.2, a partir de los coeficientes de Zernike de segundo orden utilizando las *ecuaciones 9, 10, 11, 12, 13 y 14*. Si el error de cilindro con descentramiento e inclinación es menor de 0,25D, significará que la lente está en principio diseñada como punto focal, explicado en el apartado 1.3.3.

Al calcular los nuevos errores se compararon con los primeros calculados con las lentes esféricas inclinadas sin descentrar, para comprobar en qué casos el descentramiento corrige el error de cilindro inducido por la inclinación.

5. Resultados.

A continuación se van a presentar los resultados correspondientes al análisis teórico, al análisis con Oslo® de lentes inclinadas con un cierto ángulo facial y los resultados correspondientes a las soluciones propuestas en el apartado 4.3.

5.1. Análisis teórico de lentes esféricas inclinadas con un ángulo facial.

Se muestra en la *figura 13* la representación gráfica de los errores de esfera y de cilindro para todas las lentes estudiadas inclinadas con varios ángulos faciales. Se observa que para todos los índices de refracción, los mayores errores tanto de esfera como de cilindro corresponden a

las potencias más altas (en módulo) y a los ángulos faciales mayores, observándose también que los errores de cilindro son, en módulo mayores que los de esfera, tanto para lentes positivas como negativas. Como se puede observar, los tonos amarillos y azules más intensos corresponden a errores de 3,00D en módulo, los cuales sólo aparecen para los errores de cilindro en las lentes con P'vp más elevadas e inclinadas ángulos altos, color azul claro corresponde a errores de entre 1,00D y 0,00D en módulo.

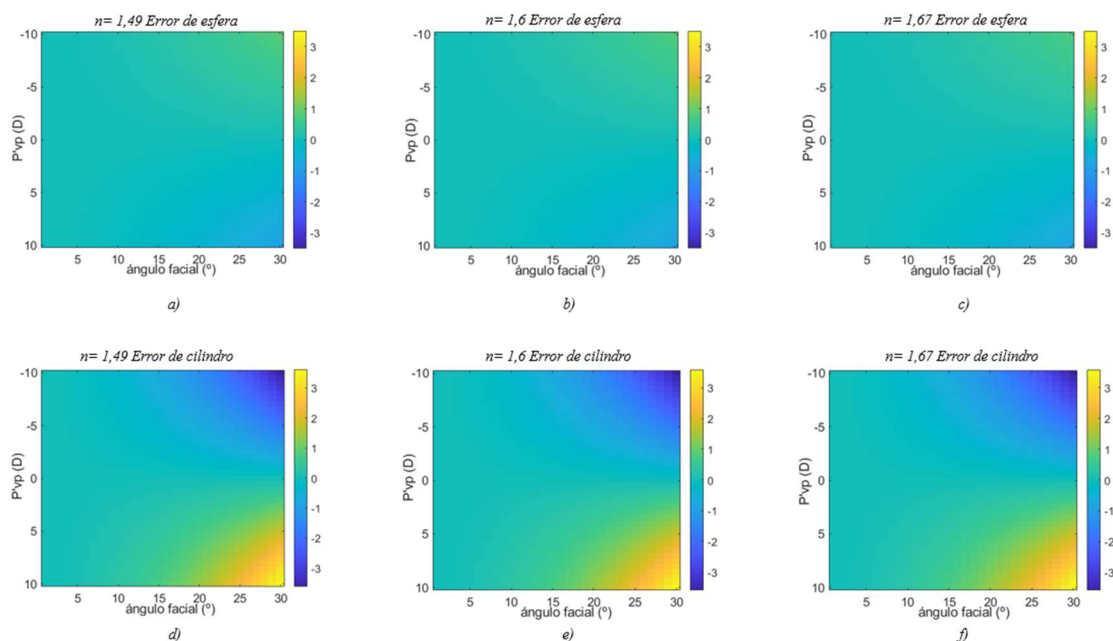


Figura 13 Representación gráfica del comportamiento de las lentes con Keating; a) Error de esfera para índice =1,49; b) Error de esfera para índice =1,6; c) Error de esfera para índice =1,67; d) Error de cilindro para índice =1,49; e) Error de cilindro para índice =1,6; f) Error de cilindro para índice =1,67.

Para el índice de refracción $n=1,49$ las lentes con P'vp de +5,00D y -5,00D e inclinadas un ángulo facial de 25° se obtiene el valor más alto de error de cilindro, siendo para ambas de 1,152D en módulo, y el valor más alto de error de esfera siendo 0,299D en módulo. Para el índice $n=1,6$ la lente con P'vp de -10,00D inclinada un ángulo facial de 25° se obtiene el valor más alto de error de cilindro, siendo 2,295D en módulo, y el valor más alto de error de esfera, siendo de 0,558D en módulo. Por último, para el índice $n=1,67$ la lente con P'vp de -10,00D inclinada un ángulo facial de 25° se obtiene el valor más alto de error de cilindro, siendo de 2,290D en módulo, y el valor más alto de error de esfera, siendo 0,534D en módulo.

5.2. Análisis experimental con Oslo® de lentes esféricas convencionales de mercado inclinadas con ángulo facial.

A continuación en las figuras 14 y 15 se muestran los resultados de los apartados 4.1 y 4.2 comparando el error de esfera y error de cilindro calculados de forma teórica con las fórmulas de Keating y con el programa de trazado real de rayos Oslo®.

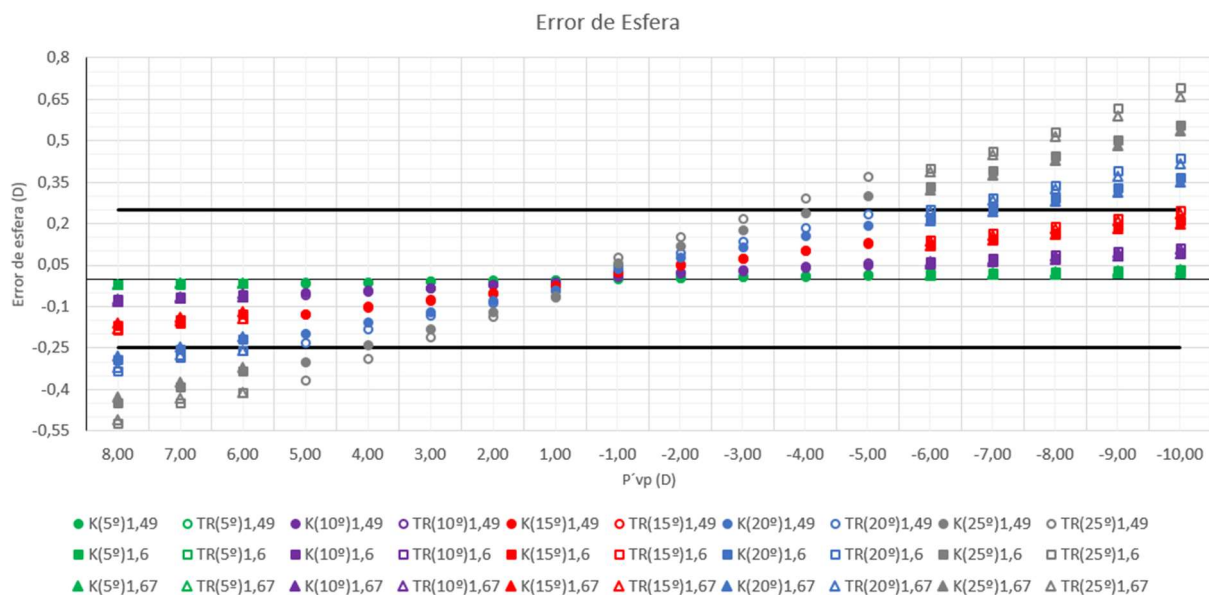


Figura 14 Errores de esfera en función de la P'_{vp} para todas las lentes diseñadas con $n=1,49$ (círculos con relleno para cálculo teórico con Keating y círculos vacíos para Oslo), $n=1,6$ (cuadrados rellenos para cálculo teórico con Keating y cuadrados vacíos para Oslo) y $n=1,67$ (triángulos rellenos para cálculo teórico con Keating y triángulos vacíos para Oslo). Los diferentes colores corresponden a diferentes ángulos faciales, desde 5° hasta 25° .

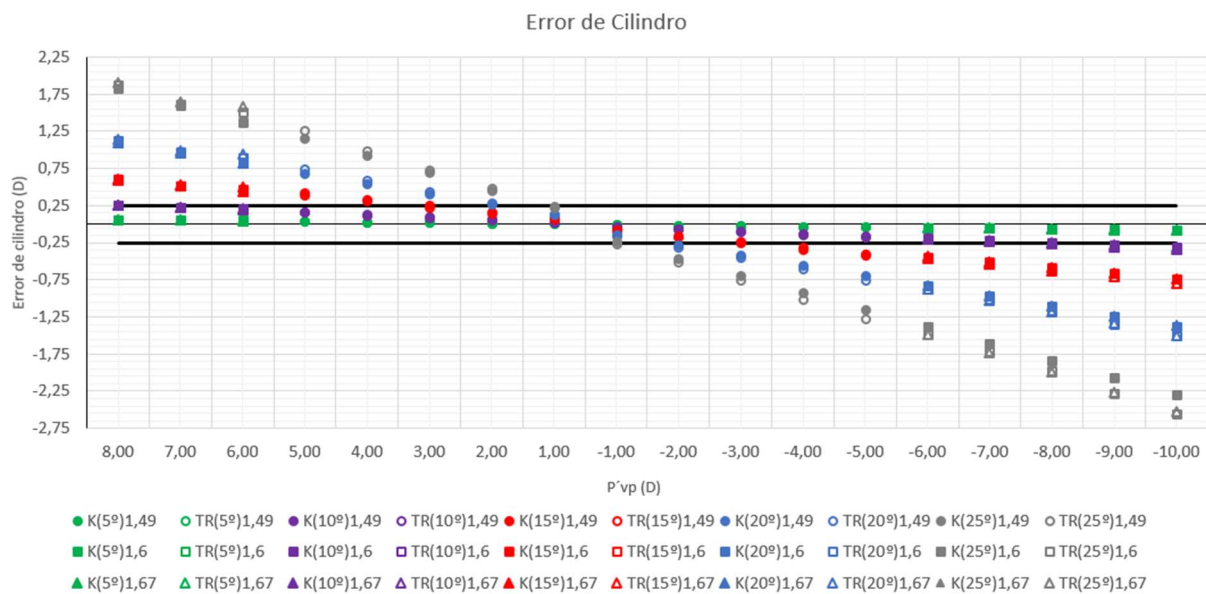


Figura 15 Errores de cilindro en función de la P'_{vp} para todas las lentes diseñadas con $n=1,49$ (círculos con relleno para cálculo teórico con Keating y círculos vacíos para Oslo), $n=1,6$ (cuadrados rellenos para cálculo teórico con Keating y cuadrados vacíos para Oslo) y $n=1,67$ (triángulos rellenos para cálculo teórico con Keating y triángulos vacíos para Oslo). Los diferentes colores corresponden a diferentes ángulos faciales, desde 5° hasta 25° .

En ambas figuras podemos observar dos líneas negras horizontales que equivalen a los errores de esfera y cilindro de 0,25D y -0,25D, por lo tanto todos los puntos que sobrepasen esas líneas corresponden a las potencias inclinadas con un determinado ángulo facial en las que los errores de esfera y cilindro son clínicamente significativos.⁹

Para el índice de refracción $n=1,49$ la lente con P'_{vp} de $-5,00D$ inclinada un ángulo facial de 25° se obtiene el valor más alto de error de cilindro siendo de $1,276D$ en módulo y el valor más alto de error de esfera de $0,37D$ en módulo. Para el índice $n=1,6$, la lente con P'_{vp} de $-10,00D$ inclinada un ángulo facial de 25° muestra el valor más alto de error de cilindro siendo $2,548D$ en módulo y el valor más alto de error de esfera siendo $0,69D$ en módulo. Por último, para el índice $n=1,67$, la lente con P'_{vp} de $-10,00D$ inclinada un ángulo facial de 25° representa el valor más alto de error de cilindro siendo de $2,528D$ en módulo y el valor más alto de error de esfera siendo $0,66D$ en módulo.

Se puede observar que los valores máximos de error de cilindro y esfera calculados con el programa de trazado real de rayos Oslo[®] son mayores a los calculados con las ecuaciones de Keating.

5.3. Estudio de la compensación del error de cilindro.

En la *tabla 1* se muestran las lentes e inclinaciones para las que el error de cilindro calculado con Oslo[®] supera el valor de $0,25D$ y se considera clínicamente significativo.⁹ Estos valores se obtienen a partir de la *figura 15*. Se ha comprobado con Oslo[®] si para estas lentes las soluciones propuestas en el apartado 4.3 para corregir el error de cilindro.

Tabla 1: Lentes oftálmicas con su P'_{vp} , ángulo facial de inclinación e índice de refracción, las cuales presentan unos errores de esfera o cilindro mayores a $0,25D$.

	P'_{vp} (D)	α (°)		P'_{vp} (D)	α (°)
$n=1,49$	5, 4, 3, -3, -4 y -5	15, 20 y 25	$n=1,6$ y $1,67$	8, -8, -9 y -10	10, 15, 20 y 25
	2 y -2	20 y 25		7, 6, -6 y -7	15, 20 y 25

5.3.1. Solución 1: Diseño de lente astigmática.

A continuación en las *figuras 16 y 17* se muestran los resultados de los errores esfera y cilindro obtenidos con la solución 1, es decir, con las lentes astigmáticas diseñadas para, en teoría, compensar el astigmatismo por incidencia oblicua en la inclinación.

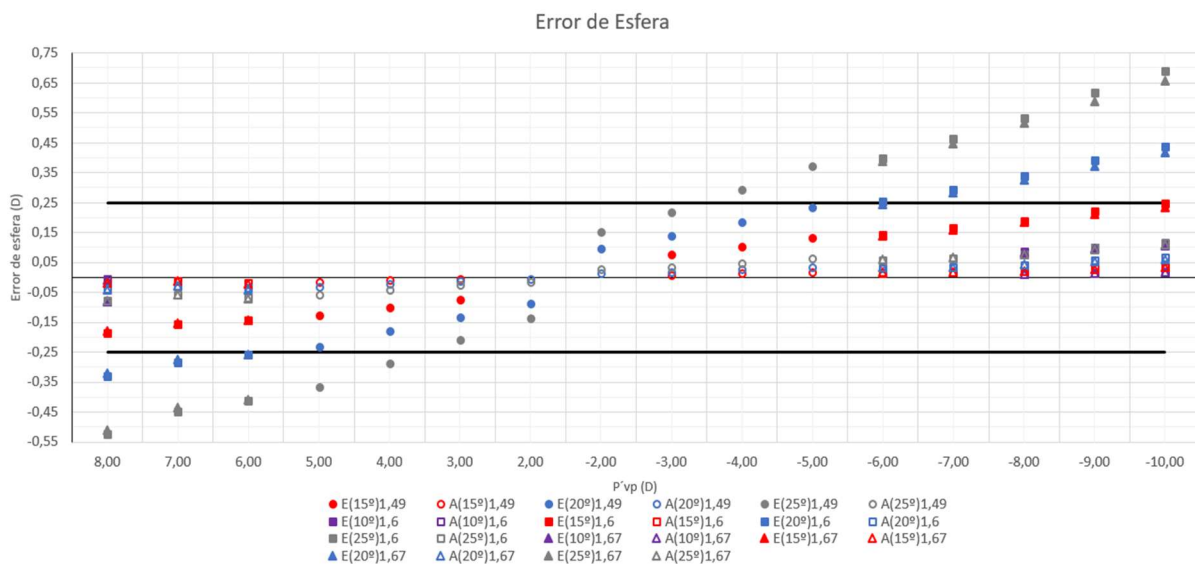


Figura 16 Errores de esfera en función de la $P'vp$ para todas las lentes diseñadas con $n=1,49$ (círculos con relleno para lentes esféricas con Oslo y círculos vacíos para lentes astigmáticas con Oslo), $n=1,6$ (cuadrados rellenos lentes esféricas con Oslo y cuadrados vacíos para lentes astigmáticas con Oslo) y $n=1,67$ (triángulos rellenos para lentes esféricas con Oslo y triángulos vacíos para lentes astigmáticas con Oslo). Los diferentes colores corresponden a diferentes ángulos faciales, desde 5° hasta 25° .

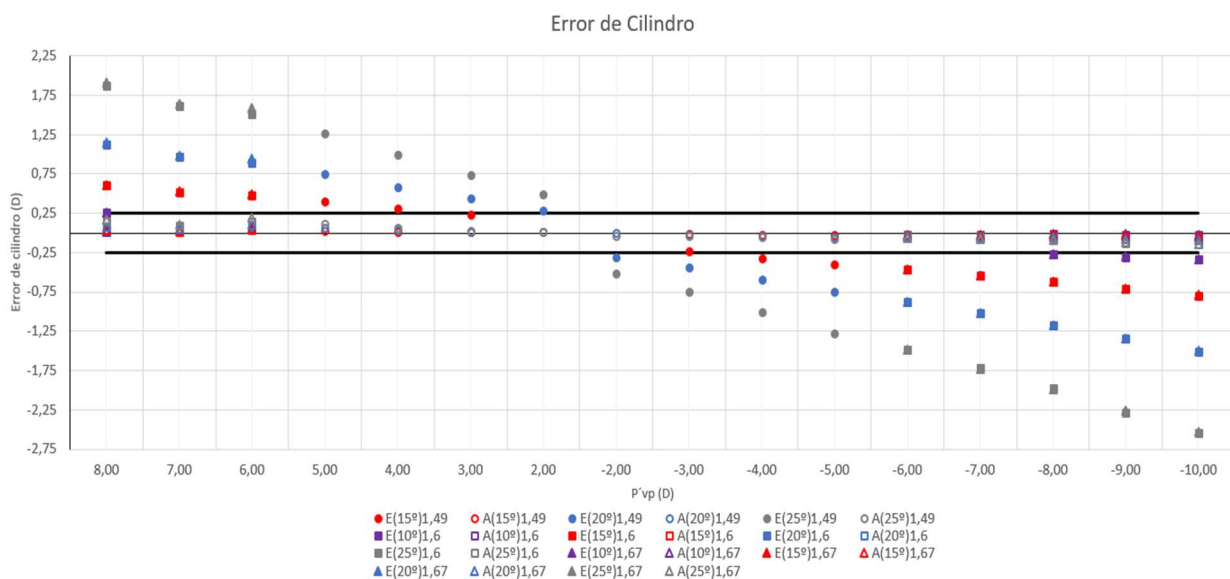


Figura 17 Errores de cilindro en función de la $P'vp$ para todas las lentes diseñadas con $n=1,49$ (círculos con relleno para lentes esféricas con Oslo y círculos vacíos para lentes astigmáticas con Oslo), $n=1,6$ (cuadrados rellenos lentes esféricas con Oslo y cuadrados vacíos para lentes astigmáticas con Oslo) y $n=1,67$ (triángulos rellenos para lentes esféricas con Oslo y triángulos vacíos para lentes astigmáticas con Oslo). Los diferentes colores corresponden a diferentes ángulos faciales, desde 5° hasta 25° .

Como se puede observar en los puntos con relleno representan los valores de los errores calculados en el apartado 4.2 (lentes esféricas inclinadas) y los puntos huecos representan los valores de los errores calculados con la solución 1 (lentes astigmáticas inclinadas) en el apartado 4.3.1. Los valores de error de esfera y error de cilindro

obtenidos en las lentes astigmáticas inclinadas no superan en ningún caso el valor de 0,25D en módulo.

5.3.2. Solución 2: Descentramiento.

A continuación en las *figuras 18 y 19* se muestran los resultados de los errores esfera y cilindro obtenidos en la solución 2, es decir, aplicando un descentramiento a la lente inclinada.

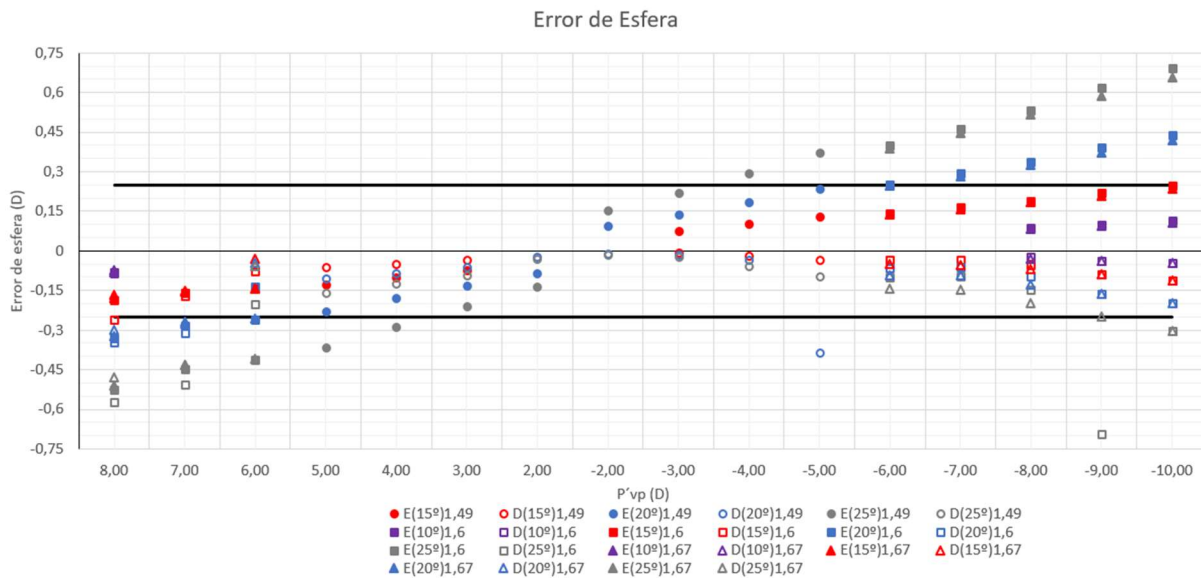


Figura 18 Errores de esfera en función de la $P'vp$ para todas las lentes diseñadas con $n=1,49$ (círculos con relleno para lentes esféricas con Oslo y círculos vacíos para lentes descentradas con Oslo), $n=1,6$ (cuadrados rellenos lentes esféricas con Oslo y cuadrados vacíos para lentes descentradas con Oslo) y $n=1,67$ (triángulos rellenos para lentes esféricas con Oslo y triángulos vacíos para lentes descentradas con Oslo). Los diferentes colores corresponden a diferentes ángulos faciales, desde 5° hasta 25° .

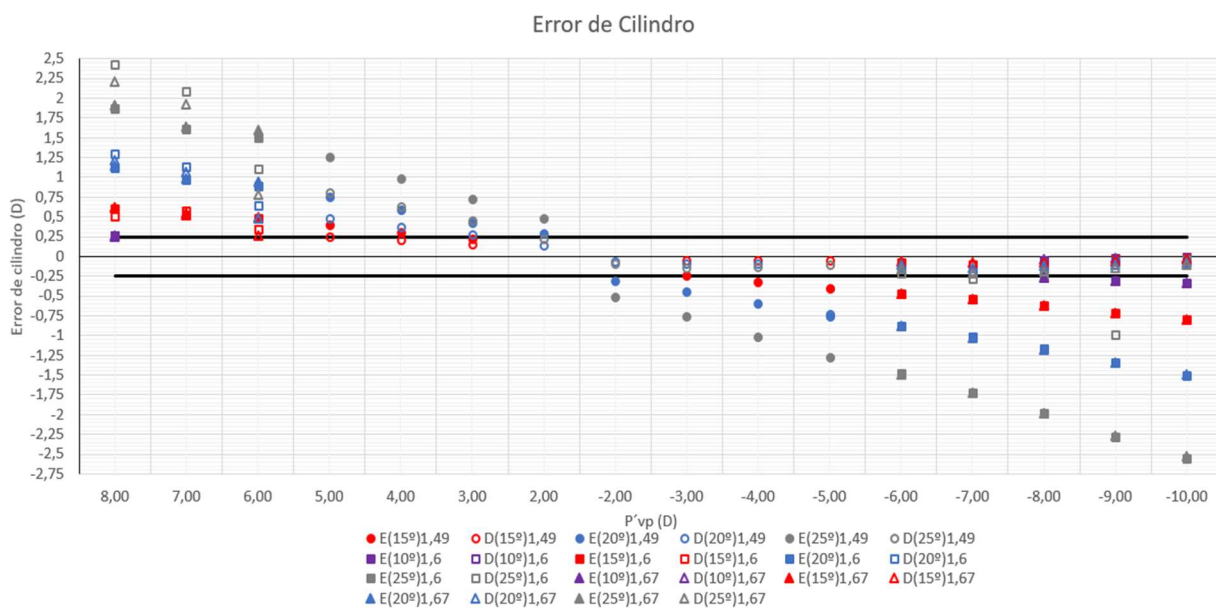


Figura 19 Errores de cilindro en función de la P'_{vp} para todas las lentes diseñadas con $n=1,49$ (círculos con relleno para lentes esféricas con Oslo y círculos vacíos para lentes descentradas con Oslo), $n=1,6$ (cuadrados rellenos lentes esféricas con Oslo y cuadrados vacíos para lentes descentradas con Oslo) y $n=1,67$ (triángulos rellenos para lentes esféricas con Oslo y triángulos vacíos para lentes descentradas con Oslo). Los diferentes colores corresponden a diferentes ángulos faciales, desde 5° hasta 25° .

Como se puede observar en los puntos con relleno representan los valores de los errores calculados en el apartado 4.2 (lentes esféricas inclinadas) y los puntos huecos representan los valores de los errores calculados con la solución 2 en el apartado 4.3.2 (lentes esféricas descentradas e inclinadas). En la *tabla 2* se muestran las lentes descentradas cuyo error de cilindro supera 0,25D en módulo.

Tabla 2: Lentes oftálmicas descentradas con su P'_{vp} , ángulo facial de inclinación e índice de refracción, las cuales presentan unos errores de esfera o cilindro mayores a 0,25D.

	P'_{vp} (D)	α ($^\circ$)		P'_{vp} (D)	α ($^\circ$)
n=1,49	5	15, 20 y 25	n=1,6	8	10, 15, 20 y 25
	4 y 3	20 y 25		7 y 6	15, 20 y 25
	-5	20		-7 y -9	25
			n=1,67	8	10, 15, 20 y 25
				7 y 6	15, 20 y 25
				-9 y -10	25

6. Discusión.

Este trabajo muestra que el análisis teórico, utilizando la formulación de Keating, y el análisis experimental, con el programa de trazado real de rayos Oslo[®], proporcionan resultados muy similares en el estudio del comportamiento de lentes, pero no exactamente iguales. Esto es debido a que con Keating el cálculo del astigmatismo se realiza con aproximación de tercer orden y lente delgada, resultando en valores distintos a los conseguidos con el programa de trazado real de rayos Oslo[®] el cual, tiene en cuenta el espesor y la forma de la lente. Para los valores más extremos (con un ángulo facial de 25° , para $n = 1,49$, $P'_{vp} = -5,00D$ y $n = 1,6$ y $1,67$, $P'_{vp} = -10,00D$) la diferencia entre ambos métodos está entre el 10,5% y el 11%.

En lentes con P'_{vp} superior a 9,00D, inclinadas un ángulo facial mayor o igual a 25° los valores del error de cilindro difieren entre los dos análisis en torno a 0,25D. Para el resto de P'_{vp} e inclinaciones se pueden utilizar las ecuaciones de Keating para el cálculo del error de cilindro y conocer si esa lente inclinada en posición primaria de mirada va a proporcionar una buena imagen.

A continuación, en la *tabla 3*, se resume hasta qué valor de ángulo podemos inclinar una lente convencional de stock, para cada P'vp, sin que esta inclinación tenga un efecto perjudicial en la visión del usuario en posición primaria de mirada.

En resumen, para potencias de hasta 2,00D en módulo se podría montar una lente convencional en una montura de hasta 15° de ángulo facial sin generar síntomas, mientras que, para potencias de hasta 7,00D en módulo se puede inclinar hasta 10°. En lentes con potencia mayor a 7,00D en módulo, no se pueden montar con ángulos faciales mayores de 5°, es decir, las monturas deberían ser prácticamente planas si se desea usar lentes convencionales de stock y no generar problemas visuales. Mediante este trabajo deducimos que al ofrecer lentes convencionales esféricas, la calidad visual será satisfactoria, siempre y cuando los parámetros de las lentes estén dentro de estos rangos de índice de refracción, P'vp y ángulos faciales expuestos en la *tabla 3*.

Tabla 3: Lentes oftálmicas con su P'vp, ángulo facial de inclinación e índice de refracción que presentan errores de esfera o cilindro menores a 0,25D.

	P'vp (D)	α (°)		P'vp (D)	α (°)
n=1,49	5, 4, 3, -3, -4 y -5	5 y 10	n=1,6 y 1,67	8, -8, -9 y -10	5
	2 y -2	5, 10 y 15		7, 6, -6 y -7	5 y 10
	1 y -1	5, 10, 15, 20 y 25			

En las situaciones en las que el error de cilindro inducido por la inclinación de la lente convencional es mayor a 0,25 se han estudiado dos posibles soluciones: pedir una lente astigmática (solución 1) o descentrar la lente esférica (solución 2).

De las simulaciones aplicando la solución 1, podemos interpretar que diseñar la lente con astigmatismo elimina el error de esfera y de cilindro inducido en todas las potencias e inclinaciones estudiadas, consiguiendo que la lente no presente un error clínicamente significativo en posición primaria de mirada. En caso de valorar aplicarla en la práctica clínica, es una solución que se debería tomar antes de realizar el pedido de la lente ya que se tendría que calcular el astigmatismo necesario que debemos pedir para compensar el inducido. Además sería muy interesante comprobar una vez identificada la refracción final de la lente astigmática, como se comportaría ésta para posición oblicua de mirada, ya que como se ha comentado anteriormente esta solución se ha calculado para que la lente se comporte adecuadamente en posición primaria de mirada. Cuando el ojo rote sobre sí mismo e intente observar un objeto por una zona de la lente que no sea su centro, está puede presentar aberraciones que no han sido teniendo en cuenta en este trabajo.

De las simulaciones aplicando la solución 2, podemos interpretar que no todas las lentes estudiadas se ajustan a un diseño best-form, ya que, al descentrarlas, los errores que aparecen al inclinarlas no disminuyen. Esto es debido a que las lentes que nos ofrece el fabricante no tienen

la combinación exacta de los radios de curvatura que consiguen minimizar el error de esfera o de cilindro, teniendo un diseño distinto a best-form. Las lentes que al descentrarse su error de cilindro sigue siendo mayor a 0,25D son las representadas en la *tabla 2*. En el resto de potencias e inclinaciones se podría decir que el diseño de las lentes es del tipo punto focal. En los casos en los que la lente elimina el error de cilindro al descentrarse, hay que tener en cuenta que la calidad visual puede verse afectada, no por el astigmatismo, que ya estaría corregido sino por la aberración cromática transversal debida al descentramiento. Además, al estar trabajando con una lente descentrada, se induciría un efecto prismático sobre la visión binocular del usuario. Por ejemplo para una lente de $n = 1,6$, $P'_{vp} +7,00D$ con un ángulo facial de 25° el efecto prismático sería de $7,987\Delta$. Este efecto prismático sería de base nasal para lentes negativas y de base temporal en lentes positivas. Si en ambos ojos el efecto prismático es del mismo signo se sumaría, pudiendo dar lugar a una demanda de vergencias que, dependiendo de la foria y las reservas fusionales del sujeto, podría acarrear síntomas de astenopia visual o incluso borrosidad o diplopía.

Una de las limitaciones de nuestro estudio es que sólo se han empleado datos de un fabricante de lentes oftálmicas para las simulaciones, en este caso, Prats. No podemos extrapolar nuestros resultados a todos los escenarios de venta de gafa curvada con lente convencional porque no se conocen las geometrías que otros fabricantes pueden ofrecer, ya que no tienen por qué emplear las mismas bases esferométricas, combinaciones de radios de curvatura o espesores de centro para el diseño de las lentes. Por ejemplo con el fabricante Prats para una lente con $n = 1,6$, P'_{vp} de $-0,50D$ la base esferométrica es de 4 y para una lente similar del fabricante Essilor la base esferométrica es de 3. En lentes positivas también hay diferencias por ejemplo con el fabricante Prats, para una lente con $n = 1,6$ y P'_{vp} de $+2,50D$, la base esferométrica es de 6 y para una lente similar del fabricante Essilor la base esferométrica es de 8.

Consideramos necesario completar el estudio, antes de su aplicación, evaluando clínicamente los resultados. Sería ideal poder pedir lentes con las soluciones propuestas y comprobar la calidad visual que proporcionan y si la percepción del usuario es mejor o peor que con las lentes convencionales. Hemos comentado anteriormente que las lentes con diseño avanzado, gracias a su geometría, pueden eliminar ciertas aberraciones, pero, como hemos mostrado en este trabajo, pidiendo una lente astigmática, en posición primaria de mirada, se pueden eliminar estas aberraciones con un coste menor. Sería interesante realizar una comparación de resultados visuales que compare estos diseños sin embargo, dado que las lentes con diseños avanzados están optimizadas para otras posiciones de mirada, las cuales no se han estudiado ni tratado en este trabajo, es de esperar que la calidad visual será mejor con diseños optimizados que con nuestra propuesta.

7. Conclusiones.

Primera:

La predicción teórica con las fórmulas de Keating y el trazado real de rayos nos proporcionan información del error de cilindro y esfera generados por lentes convencionales en posición inclinada. Para potencias elevadas a partir de 9,00D, inclinadas un ángulo facial mayor o igual a 25° los valores del error de cilindro calculados con la predicción teórica difieren en torno a 0,25D del error calculado con el trazado real de rayos.

Segunda:

Las lentes que presentan errores de cilindro mayores a 0,25D y por lo tanto la calidad visual se vería disminuida son: (1) $n = 1,49$, P'vp de +3,00D a +5,00D y de -3,00D a -5,00D con ángulos faciales desde 15° hasta 25°; (2) $n = 1,49$, P'vp de +2,00D y -2,00D con ángulos faciales desde 20° hasta 25°; (3) $n = 1,6$ y 1,67, P'vp de +8,00D y de -8,00D a -10,00D con ángulos faciales desde 10° hasta 25°; (4) $n = 1,6$ y 1,67, P'vp de +7,00D a +6,00D y de -6,00D a -7,00D con ángulos faciales desde 15° hasta 25°.

Tercera:

La solución 1 permite compensar los errores de cilindro generados en lentes con inclinaciones de 5° a 25° con índices de refracción de 1,49, 1,6 y 1,67 y con P'vp de +8,00D a -10,00D, para posición primaria de mirada.

Cuarta:

La solución 2 permite proporcionar un error de cilindro menor a 0,25 para: (1) $n = 1,49$, P'vp de +2,00D y de -2,00D a -4,00D con ángulos faciales desde 15° hasta 25°; (2) $n = 1,49$, P'vp de +3,00D y +4,00D con ángulos facial de 15°; (3) $n = 1,49$, P'vp de -5,00D con ángulos faciales de 15° y 25°. Para los índices 1,6 y 1,67, el rango de inclinaciones en las que se puede compensar el astigmatismo oblicuo disminuye notablemente. Sin embargo, se desconoce si la aberración cromática o el efecto prismático al aplicar esta solución podrían empeorar el resultado deseado.

8. Bibliografía.

1. Malacara D. Óptica básica (3a. ed.) [En Línea]. México D.F: FCE - Fondo de Cultura Económica, 2015 [consultado 18 Mar 2023]. Disponible en: <https://elibro-net.cuarzo.unizar.es:9443/es/ereader/unizar/37747?page=1>
2. Caum Aregay J. Doménech Amigot B. y Flores Seijas J.R. Tecnología óptica: lentes oftálmicas, diseño y adaptación. Politecnos, 7. [En Línea]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2016 [consultado 04 May 2023]. Disponible en: <https://elibro.net/es/lc/unizar/titulos/61431>
3. Mejía Barbosa Y. El frente de onda y su representación con polinomios de Zernike. Cienc Tecnol Salud Vis Ocul. 2011;(2): 145-166.
4. Recarte M. Polinomios de Zernike y su aplicación en Oftalmología. Rev. Escuela Física [Internet]. 30 de junio de 2017 [citado 5 de junio de 2023];5(1):21-5. Disponible en: <https://www.lamjol.info/index.php/fisica/article/view/8320>
5. Jalie M. Ophthalmic Lenses & Dispensing (2ª. ed.). Coleraine, Northern Ireland, 2003.
6. Keating MP. Oblique central refraction in spherocylindrical lenses tilted around an off-axis meridian. Optom Vis Sci. 1993 Oct;70(10):785-91. doi: 10.1097/00006324-199310000-00002. PMID: 8247479.
7. L. N. Thibos, X. Hong, A. Bradley, R. A. Applegate; Accuracy and precision of objective refraction from wavefront aberrations. *Journal of Vision* 2004;4(4):9. doi: <https://doi.org/10.1167/4.4.9>.
8. W. Furlan, J. García Monreal, L. Muñoz Escrivá, “Fundamentos de Optometría: Refracción ocular”, Publicaciones Universidad de Valencia, p.80 (2009).
9. Sha J, Fedtke C, Tilia D, Yeotikar N, Jong M, Diec J, Thomas V, Bakaraju RC. Effect of cylinder power and axis changes on vision in astigmatic participants. Clin Optom (Auckl). 2019 Mar 19;11:27-38. doi: 10.2147/OPTO.S190120. PMID: 30936760; PMCID: PMC6431005.

9. Anexo

Tabla 4 Nombre, bases esferométricas, espesores centrales y diámetro total de lentes oftálmicas para índice 1,49 extraídos del programa de pedidos de Prats online.

n	P'vp	Nombre lente	Base	Espesor central (mm)	Diámetro total (mm)
1,49	10,00	-	-	-	-
	9,50	-	-	-	-
	9,00	-	-	-	-
	8,50	-	-	-	-
	8,00	EXTRAFIN 65 LAB	8	9,2	65
	7,50	EXTRAFIN 65 LAB	9	9,2	65
	7,00	EXTRAFIN 65 LAB	7	8,1	65
	6,50	EXTRAFIN 65 LAB	9	8	65
	6,00	EXTRAFIN 65 LAB	6	7	65
	5,50	EASY ORG 1.5	7	7,2	65
	5,00	EASY ORG 1.5	7	6,6	65
	4,50	EASY ORG 1.5	6	6,1	65
	4,00	EASY ORG 1.5	6	5,5	65
	3,50	EASY ORG 1.5	5	5	65
	3,00	EASY ORG 1.5	5	4,4	65
	2,50	EASY ORG 1.5	5	3,9	65
	2,00	EASY ORG 1.5	5	3,5	65
	1,50	EASY ORG 1.5	5	3	65
	1,00	EASY ORG 1.5	4	2,5	65
	0,50	EASY ORG 1.5	4	2,3	65
	0,00	EASY ORG 1.5	4	2	70
	-0,50	EASY ORG 1.5	4	1,8	70
	-1,00	EASY ORG 1.5	4	1,8	70
	-1,50	EASY ORG 1.5	4	1,6	70
	-2,00	EASY ORG 1.5	4	1,6	70
	-2,50	EASY ORG 1.5	3	1,4	70
	-3,00	EASY ORG 1.5	3	1,4	70
	-3,50	EASY ORG 1.5	3	1,4	70
	-4,00	EASY ORG 1.5	3	1,4	70
	-4,50	EASY ORG 1.5	3	1,4	70
	-5,00	EASY ORG 1.5	3	1,4	70
	-5,50	EASY ORG 1.5	2	1,4	70
	-6,00	EASY ORG 1.5	2	1,4	70
	-6,50	EXTRAFIN 65 LAB	1	1,8	65
	-7,00	EXTRAFIN 65	3	1,8	65

	LAB			
-7,50	EXTRAFIN 65 LAB	1	1,8	65
-8,00	EXTRAFIN 65 LAB	3	1,8	65
-8,50	EXTRAFIN 65 LAB	0	1,8	65
-9,00	EXTRAFIN 65 LAB	0	1,8	65
-9,50	EXTRAFIN 65 LAB	0	1,8	65
-10,00	EXTRAFIN 65 LAB	0	1,8	65

Tabla 5 Nombre, bases esferométricas, espesores centrales y diámetro total de lentes oftálmicas para índice 1,6 extraídos del programa de pedidos Prats online.

n	P'vp	Nombre lente	Base	Espesor central (mm)	Diámetro total (mm)
1,6	10,00	-	-	-	-
	9,50	-	-	-	-
	9,00	-	-	-	-
	8,50	-	-	-	-
	8,00	LIGHT 1.6 LAB	7	7,7	65
	7,50	LIGHT 1.6 LAB	8	7,3	65
	7,00	LIGHT 1.6 LAB	6	6,8	65
	6,50	LIGHT 1.6 LAB	8	6,5	65
	6,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	7	6,6	65
	5,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	7	6,1	65
	5,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	7	5,6	65
	4,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	7	5,1	65
	4,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	6	4,7	65
	3,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	6	4,2	65
	3,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	6	3,8	65
	2,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	6	3,3	65
	2,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	5	2,9	65
	1,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	5	2,4	65
	1,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	5	2,4	65

0,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	5	1,9	65
0,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	4	2	75
-0,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	4	1,5	75
-1,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	4	1,5	75
-1,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	4	1,1	75
-2,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	4	1,1	75
-2,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	3	1,1	75
-3,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	3	1,1	75
-3,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	3	1,1	75
-4,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	3	1,1	75
-4,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	2	1,1	75
-5,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	2	1,1	75
-5,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	2	1,1	75
-6,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	2	1,1	75
-6,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	1	1,1	70
-7,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	1	1,1	70
-7,50	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	1	1,2	70
-8,00	LIGHT 1.6 QUARZ EXP	1	1,1	70
-8,50	LIGHT 1.6 LAB	1	1,2	65
-9,00	LIGHT 1.6 LAB	2	1,2	65
-9,50	LIGHT 1.6 LAB	1	1,2	65
-10,00	LIGHT 1.6 LAB	2	1,2	65

Tabla 6 Nombre, bases esferométricas, espesores centrales y diámetro total de lentes oftálmicas para índice 1,67 extraídos del programa de pedidos Prats online.

n	P'vp	Nombre lente	Base	Espesor central (mm)	Diámetro total (mm)
1,67	10,00	-	-	-	-
	9,50	-	-	-	-
	9,00	-	-	-	-
	8,50	-	-	-	-
	8,00	EYLHIS 1.67 LAB	7	6,9	65

7,50	EYLHIS 1.67 LAB	9	6,7	65
7,00	EYLHIS 1.67 LAB	6	6,1	65
6,50	EYLHIS 1.67 LAB	9	6	65
6,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	8	6,6	65
5,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	8	6,1	65
5,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	8	5,6	65
4,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	8	5,1	65
4,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	7	4,7	65
3,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	7	4,2	65
3,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	6	3,8	65
2,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	6	3,3	65
2,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	6	2,9	65
1,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	6	2,4	65
1,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	5	2,4	65
0,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	5	1,9	65
0,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	5	1,8	75
-0,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	5	1,5	75
-1,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	5	1,2	75
-1,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	4	1,1	75
-2,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	4	1,1	75
-2,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	4	1,1	75
-3,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	4	1,1	75
-3,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	4	1,1	75
-4,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	4	1,1	75
-4,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	3	1,1	75
-5,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	3	1,1	75
-5,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	3	1,1	75

-6,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	3	1,1	75
-6,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	2	1,1	70
-7,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	2	1,1	70
-7,50	QUARZ XTREM 1.67 EXP	2	1,1	70
-8,00	QUARZ XTREM 1.67 EXP	2	1,1	70
-8,50	EYLHIS 1.67 LAB	1	1,2	70
-9,00	EYLHIS 1.67 LAB	2	1,2	70
-9,50	EYLHIS 1.67 LAB	1	1,2	70
-10,00	EYLHIS 1.67 LAB	2	1,2	70