



**Facultad de
Ciencias Sociales
y Humanas - Teruel**
Universidad Zaragoza

**TRABAJO DE FIN DE GRADO
EN MAGISTERIO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

Título: “Resolución de problemas matemáticos”

Alumno/a: Jorge Férriz Marín

NIA: 780619

Director/a: Carmen Soguero Pamplona

Tomás Solana Bergua

AÑO ACADÉMICO 2021-2022

ÍNDICE

Contenido

RESUMEN	3
0. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN	3
1. MARCO TEÓRICO	5
1.1 Evolución de las matemáticas	5
1.2. Las matemáticas en nuestra sociedad	7
1.3 Diferencias entre problemas y ejercicios	10
1.4 Modelos.....	13
1.4.1 Modelo de George Pólya.....	13
1.4.2 Modelo de Kilpatrick	16
1.4.3 Modelo de Schoenfeld	17
1.5 Papel del profesor	19
1.6 Etapas en la resolución de problemas	21
1.7 Estrategias en la resolución de problemas.....	22
1.8 Esquema para el alumno.....	25
2. Unidad didáctica en resolución de problemas	26
2.1 Introducción	26
2.2 Justificación (Evaluación inicial) Marco legal/ Marco teórico	26
2.3 Objetivos	27
2.4. Contenidos, competencias clave, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje .	28
2.5. Temporalización	30
2.6. Metodología	39
2.7. Elementos transversales	40
2.8 Evaluación	41
3. Conclusiones y valoración personal	42
4. Bibliografía	44
ANEXOS	46
ANEXO 1. Criterios de Evaluación	47
ANEXO 2. Problemas	50
ANEXO 3. Rúbrica de evaluación	55

RESUMEN

Tras una revisión de la relación entre la evolución de las Matemáticas y su relación con la evolución el aprendizaje de las mismas, todo ello desde el punto de vista de la Resolución de Problemas, este trabajo plantea una propuesta de intervención educativa para trabajar dicho tema con el objetivo de que los alumnos mejoren y desarrollen sus capacidades para la resolución de problemas.

Dicha propuesta se basa en el planteamiento de una serie de sesiones con materiales de tallados para cuya aplicación se propone una temporalización específica en la que observa el desarrollo de la sesión en concreto junto con la metodología empleada.

Finalmente, se hace una propuesta de evaluación que permitirá medir el grado de cumplimiento de los objetivos establecidos al principio de la unidad a través de una rúbrica.

0. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

El área de Matemáticas supone un pilar básico de la enseñanza en todos los niveles educativos.

Destacar la importancia de la Resolución de Problemas como elemento fundamental en la enseñanza de las Matemáticas: las propuestas que implican un reto en el que el alumnado se implica (motivación); la oportunidad de vincular las Matemáticas con el entorno más cercano, dando así sentido a su aprendizaje; la intervención conjunta de diversas competencias (lectura, conocimiento del entorno...); su idoneidad para proponer trabajo en equipo (socialización, aprendizaje entre iguales, desarrollo cognitivo ligado a la verbalización de los problemas...)

En nuestra sociedad, las matemáticas son una parte esencial en la vida cotidiana de las personas ya que para desenvolverse en ella deberán de tener y desarrollar unas competencias básicas que les permitan desenvolverse con fluidez antes las tareas diarias a las que se afronten.

Todo lo anterior nos lleva a la idoneidad de abordar la intervención de aula centrada en la Resolución de Problemas que se desarrolla en este trabajo.

1. MARCO TEÓRICO

1.1 Evolución de las matemáticas

La Historia de las Matemáticas se vincula a la resolución de una serie de problemas. Esta afirmación puede hacerse a partir de 4 puntos de vista los cuales son los siguientes:

- Varios de los problemas los encontramos en el desarrollo de las Matemáticas.
- La resolución de algunos problemas ha provocado la aparición de nuevas ramas en el área de Matemáticas.
- Otros problemas han provocado rupturas epistemológicas.
- Hay una serie de problemas que han provocado crisis en los fundamentos de las Matemáticas.

-Primera perspectiva: problemas en el origen del desarrollo de las matemáticas.

Son lugares comunes citar diversos problemas como motivadores del desarrollo matemático en varias épocas de la antigüedad. Así, por ejemplo:

- La medida de terrenos por los agrimensores tras las crecidas del Nilo en el Antiguo Egipto, para el manejo práctico de propiedades de los triángulos.

-Segunda perspectiva: problemas motivadores de la aparición de nuevas ramas de las matemáticas.

Más recientemente, conocemos, de forma documentada, cómo a partir del estudio de problemas concretos ciertos matemáticos famosos llegaron a desarrollar nuevas ramas de las Matemáticas.

- * El conocido problema del recorrido por los Puentes de Königsberg fue resuelto por Euler en 1735.

Para José María Sorando (2017):

Su método consistía en reemplazar las áreas de tierra por puntos y los puentes por líneas que los conectaran. Los puntos se llaman vértices; un vértice se llama impar o par según lo sea el número de líneas que conducen a él. Toda la configuración es un

grafo. Euler descubrió que puede recorrerse el grafo con un trazo continuo si contiene solamente vértices pares y un número par de vértices impares. Había descubierto de paso un importante principio científico escondido en lo que sólo parecía un acertijo: *"Hay propiedades geométricas que son invariantes bajo transformaciones de distorsión"*. Esto abrió la puerta a una nueva geometría no métrica que estudia propiedades que quedan inalteradas cuando estiramos, retorremos o cambiamos de cualquier otra manera el tamaño y forma de un objeto, la Topología (p. 12).

Tercera perspectiva: problemas que han supuesto rupturas epistemológicas.

Sorando (2017) considera que si partimos de la historia de las Matemáticas, hay que tener en cuenta que el desarrollo de éstas no se produce por mera acumulación de resultados, sino que se deben considerar también las rupturas en el modo de concebir y abordar los problemas, rupturas epistemológicas (p. 13). La dificultad para resolver varios problemas en el anterior marco de conocimiento causa la aparición de nuevas teorías. De esta forma varios matemáticos, sin que exista una conexión entre ellos, han llegado en un mismo tiempo a similares formulaciones.

Según señala Javier De Lorenzo, en los últimos siglos han sido tres las rupturas epistemológicas esenciales: La inversión (1827), la abstracción (1875) y el paso a las estructuras (1930).

Cuarta perspectiva: problemas que han provocado crisis en los fundamentos matemáticos.

Ya se ha comentado la crisis acerca de las relaciones entre Matemáticas y realidad que provocaron las Geometrías No Euclídeas. En el siglo XX se ha producido la crisis en los fundamentos, a partir de la resolución de ciertos problemas y que han afectado a cuestiones tan esenciales como el concepto de verdad en Matemáticas (a propósito del Axioma de Elección, la Hipótesis del Continuo y el Teorema de Gödel) o el concepto de demostración (a propósito del Problema de los Colores y su demostración por ordenador).

Desde todos estos puntos de vista, la resolución de problemas ha sido el motor de la creación matemática.

1.2. Las matemáticas en nuestra sociedad

En nuestra sociedad, las matemáticas son totalmente necesarias en la vida cotidiana de las personas ya que para desenvolverse en ella deberán de tener unas competencias básicas que les permitan desenvolverse con fluidez antes las tareas diarias a las que se afronten. Una parte importante de los saberes y destrezas que se utilizan a diario provienen del estudio de las Matemáticas y la Lengua. Esta última es imprescindible para que podamos comprender las informaciones que nos llegan a través de forma escrita o de forma oral y además, para expresar nuestros propios sentimientos o ideas en distintos contextos de la vida cotidiana. Por otro lado, en cuanto al dominio de las matemáticas también nos es muy determinante a la hora de enfrentarnos a situaciones de nuestra vida cotidiana como he comentado anteriormente. Los conocimientos que las personas adultas utilizan con mucha frecuencia en el desarrollo de su vida personal se basan en su gran mayoría en una serie de aprendizajes los cuales se han adquirido en la etapa escolar obligatoria. Por lo tanto, debemos esforzarnos para que durante esta etapa educativa logremos que nuestros alumnos consigan ser competentes en estos dos ámbitos educativos.

Podemos decir acerca de las Matemáticas que es una materia que por lo general despierta sentimientos encontrados. Aquí, podemos hablar de diferentes tipos de personas, personas que, debido a las pasadas vivencias negativas que han tenido, manifiestan una actitud de rechazo. Esto provoca en ellas una baja autoestima para que logren resolver con éxito las situaciones a las que se enfrenten por lo que delegan estas situaciones a terceras personas. Otras personas sin embargo han tenido vivencias positivas lo que ha provocado un atractivo hacia las matemáticas ya que les ha resultado motivante y gratificante y por ello mismo muestran actitudes totalmente contrarias a las anteriores e intentan afrontar las situaciones matemáticas que les surgen en su camino. Como futuros docentes, tenemos que implicarnos y trabajar con nuestros alumnos para que desarrollen las capacidades al máximo, cada alumno a su nivel ya que no todos son iguales pero intentar lograr que cada uno de ellos dé el máximo de sí. De esta manera, conseguiremos que nuestros alumnos el día de mañana puedan desenvolverse en la sociedad que les toque vivir sin ningún tipo de apoyo externo lo que nos proporcionará

una gran satisfacción personal. Uno de los objetivos principales es que ellos mismos sean capaces de enfrentarse sin ningún tipo de miedo o fracaso a las situaciones cotidianas para las cuales necesitarán de las competencias básicas. Dicho esto, destacar que a pesar del esfuerzo que realice el profesorado será clave el desempeño y el interés que ponga el alumnado para formarse en las áreas. Una persona matemáticamente competente podríamos decir que es aquella que comprende los contenidos y procesos matemáticos básicos, los relaciona entre sí, los asocia adecuadamente a la resolución de diversas situaciones y además tiene la capacidad de argumentar sus decisiones. Conseguir esta madurez matemática es un proceso costoso y duradero que no se logra de un día para otro, es un proceso que se deberá de ir trabajando a lo largo de la etapa escolar obligatoria día tras día, a través de las experiencias que vivencien los alumnos, las capacidades que desarrollen y su posterior aplicación fuera del entorno escolar. Esto no se logra mediante la repetición de ejercicios de aplicación o de algoritmos de cálculo, en los cuales, en ningún momento el alumno tiene que justificar la utilización de los contenidos que utiliza durante el proceso. Una posibilidad para que los alumnos aprendan a desenvolverse en su vida cotidiana en cuanto a situaciones matemáticas, desde la Educación Primaria, sería la de proponer a los alumnos que cuando lleven a cabo la resolución de las actividades deban de reflexionar sobre los conocimientos matemáticos que deben emplear en ella. Para ello, es clave seleccionar una serie de capacidades generales, como por ejemplo las que se recogen a continuación, las cuales, nos permiten organizar los diferentes aprendizajes del área de Matemáticas a lo largo de las unidades didácticas. Dichas capacidades pueden ser:

-Comprensión y comunicación. Hace referencia a aquellas capacidades relacionadas con la adquisición y expresión de conceptos. Se puede hablar por tanto de acciones como relacionar, identificar, aplicar; así como de describir, explicar, expresar, representar, etc. La comprensión conceptual la asociamos con la representación mental y a la relación que se establece entre diferentes conceptos. Esta se pone de manifiesto al resolver determinadas situaciones matemáticas.

Para el desarrollo de la comunicación se irá logrando en la medida en que se den oportunidades para expresar los diferentes lenguajes y recursos propios de las matemáticas. Sin ninguna duda, fomentar la expresión oral hará más sencilla la

consolidación de los aprendizajes adquiridos. Implica por lo tanto que las personas, en nuestro caso los alumnos, consigan explicar y justificar todo el proceso que han seguido en la ejecución de tareas propuestas, para que los demás puedan comprender en que se ha basado para resolverlo de una determinada manera.

-Cálculo procedimental. Hace referencia no solo a conocer los procedimientos matemáticos, sino también a cómo y cuándo usarlos de un modo correcto, apropiado y eficaz. El desarrollo de las destrezas procedimentales lo debemos relacionar siempre con la comprensión conceptual, lo cual, conlleva su uso como un instrumento de resolución. Si el alumno no está familiarizado o no domina los conceptos, aprenderá los procedimientos de manera memorística, poco a poco, y provocará que su aplicación sea más complicada y no conseguirá el verdadero aprendizaje. Que estos procedimientos aparezcan de manera aislada o sin ninguna justificación, fomenta su posterior olvido y además propicia que las Matemáticas se conciben como un conjunto de recetas y métodos inconexos. A lo largo del tiempo, las destrezas en aspectos procedimentales se han asociado solo al cálculo aritmético y algorítmico. Sin embargo, es preciso considerarlas también en estimación de magnitudes, dibujos gráficos, tablas, redondeo, etc.

-Resolución de problemas. Es una competencia en la que se destaca la habilidad que tienen las personas y el grado de desarrollo de las destrezas que se han expuesto anteriormente. Es la principal función del área, entendida no tan solo como la resolución de situaciones problemáticas propias que se dan en la vida diaria, sino también de aquellas las cuales, no resulten tan familiares. Para la resolución de problemas se precisa de una previa planificación de las acciones que vamos a realizar, para que así nos ayude a situar y por lo tanto utilizar de manera adecuada los conocimientos adquiridos.

-La actitud. Es una pieza clave en las matemáticas, una actitud positiva enfocada hacia las matemáticas se determina por varios factores: el enfoque que tomen en referencia al área en la etapa de escolaridad, las oportunidades de que colaboren los propios niños de forma activa, el tipo de tareas matemáticas que se les demande, el ambiente del aula, etc. Pero en cualquier caso la precisión, el rigor, la exactitud... son valores que determinan el pensamiento matemático. El conjunto de todo esto influirá de

manera notable para lograr el éxito educativo, conseguido al finalizar el periodo de la enseñanza obligatoria. Todas las capacidades nombradas anteriormente es importante trabajarlas de manera conjunta, relacionándolas entre ellas y aprovechando el hecho de que en muchas situaciones confluyen. Además, resumen lo que el currículum presenta como objetivos generales para el área de las Matemáticas.

1.3 Diferencias entre problemas y ejercicios

“La resolución de problemas es la actividad más complicada e importante que se plantea en Matemáticas” (Echenique, 2006, p. 19). En los problemas, los contenidos que se trabajan en el aula cogen importancia desde el primer momento en el que se aplican para la resolución del problema. Cuando se trabaja en el área de manera sistemática, dándole al alumno plena libertad para que él mismo razone y explique el proceso que va siguiendo para el desarrollo del problema, es cuando surgen las dificultades que el propio proceso de resolución de problemas conlleva. Estas dificultades, en ocasiones se relacionan con la escasa asimilación de los contenidos de la materia, otras veces, estas las encontramos asociadas a la escasa comprensión lectora, el uso del lenguaje o incluso en el desconocimiento de ciertos conceptos. A pesar de ello, proporciona una gran fuente de información para así conocer los aspectos que se deben retomar e incluirlos del nuevo al proceso de enseñanza aprendizaje.

Un problema es una situación a la cual se enfrenta uno o varios individuos con la intención de lograr resolver. Esto sin embargo conlleva un camino complejo ya que no es un proceso directo sino que se deben emplear muchas capacidades adquiridas a lo largo de la etapa escolar para poder superarlo. El nivel de dificultad del problema debe de ir enfocado en todo momento a la formación que tengan adquirida los alumnos que se enfrentan a él. Esto es clave ya que si el problema es demasiado complejo para ellos, es decir, si es un nivel muy elevado para ellos, desistirán al momento sin apenas intentarlo mientras que si el nivel es demasiado fácil ocurrirá parecido pero en caso inverso, no deberán de pensar apenas porque ellos sabrán en todo momento el camino que deben seguir y por lo tanto esto dejaría de ser un problema, sería un ejercicio. A partir de esto, podemos deducir que según los conocimientos adquiridos de cada

alumno, para algunos un problema puede ser un simple ejercicio mientras que para otros sí que sea un verdadero problema.

Para la realización de ejercicios, no es necesaria una intensa actividad de pensamiento para resolverlos. A la hora de resolverlo, el mismo alumno se da cuenta que no es necesario un esfuerzo máximo como podría implicar un problema. Por lo general, los ejercicios suelen tener una única solución, se podrían considerar como unas actividades para entrenar en las que tan solo deben de aplicar los contenidos aprendidos o memorizados. Esto sirve para que el profesorado pueda comprobar que el alumno ha automatizado los conocimientos que el mismo les ha enseñado.

Entrar en un bucle de realizar ejercicios puede agotar y aburrir al alumno por lo que debemos evitar esto, sin embargo, sin exceso pueden ser beneficiosos ya que el propio alumno puede darse cuenta de los conocimientos que ha adquirido y provocarle una satisfacción. Los ejercicios los encontramos en gran cantidad en los libros de texto. Como he nombrado anteriormente, no debemos excedernos sino que debemos de seleccionar aquellos que consideremos que sean más atractivos y útiles para seguir progresando en la formación del alumno.

Por otro lado, la resolución del problema no consiste en aplicar una fórmula y ya está, es un proceso mucho más costoso que implica que la persona que se encuentra resolviendo el problema tenga que navegar a través de los conocimientos que ya posee y a partir de ahí, elegir que método es más óptimo o más beneficioso para resolver esa situación. También, puede aprovechar experiencias pasadas que hagan referencia a situaciones similares a la que se esté enfrentando y aprovechar el camino utilizado anteriormente si fue exitoso para aplicarlo de nuevo.

Los problemas a diferencia de los ejercicios tienen diversas soluciones, lo que conlleva también diversas formas de resolver el problema. Cuando un grupo de alumnos o incluso un propio alumno se implican en la actividad, muestra entusiasmo y desarrolla su creatividad personal. Una vez logrado el camino para llevar a cabo la resolución del problema es bastante frecuente que el alumno muestre satisfacción. El tiempo que se emplea para resolver un problema es bastante mayor al tiempo que se dedica para resolver un ejercicio.

A continuación, muestro una tabla la cual recoge de manera más visual y sencilla las principales diferencias entre un problema y un ejercicio:

Características de los ejercicios	Características de los problemas
Esta claro lo que hay que realizar	Es todo un reto
Su finalidad principal es aplicar lo aprendido de manera mecánica	La finalidad es navegar en todos los conocimientos y experiencias poseídas para posteriormente utilizar aquellos los cuales sean necesarios para resolver el problema
Se resuelven en un periodo de tiempo corto	Se precisa de más tiempo para resolverlo
No se establece una relación entre el ejercicio y la persona que lo resuelve	Se crea un vínculo entre el problema y la persona.
Por lo general solo tienen una solución.	Tienen una o más soluciones y los caminos para llegar pueden ser muy variados.
Son muy numerosos en los libros de texto	Son escasos en los libros de texto

Por último es muy importante que, cuando vayamos a trabajar problemas con los alumnos, les propongamos unas actividades con las que puedan sentirse retados según sus capacidades matemáticas. De este modo podrán experimentar el gusto por la investigación y el descubrimiento de la solución a la situación planteada.

1.4 Modelos

1.4.1 Modelo de George Pólya

George Pólya fue un gran matemático que nació en Budapest en el año 1887 y murió en 1985. Este matemático destacó en muchos de los aspectos de las matemáticas pero uno de las que cabe destacar y la que estoy trabajando en este trabajo es el área de la Resolución de Problemas.

Estos trabajos los llevó a cabo a lo largo del siglo XX pero hasta finales de este mismo siglo en torno a los años 70 no fueron traducidos.

Pólya, es un personaje clave en la Resolución de Problemas y principalmente quería hablar de él en primer lugar ya que se le considera el gran pionero de las primeras etapas de esta temática.

El punto de vista de Pólya en cuanto a esta área se basaba en una perspectiva global y en la cual no tenía en cuenta tan solo un punto de vista matemático, sino varios. Para este matemático la Resolución de Problemas era planteada como una serie de procedimientos que podemos aplicar en nuestro día a día cualquiera de nosotros.

Pólya (1945), citado por Cristian (2006, p. 1)

La parte más importante de la forma de pensar que se desarrolla en matemática es la correcta actitud de la manera de acometer y tratar los problemas, tenemos problemas en la vida diaria, en las ciencias, en la política, tenemos problemas por doquier. La actitud correcta en la forma de pensar puede ser ligeramente diferente de un dominio a otro pero solo tenemos una cabeza y por lo tanto es natural que en definitiva haya sólo un método de acometer toda clase de problemas. Mi opinión personal es que lo central en la enseñanza de la matemática es desarrollar tácticas en la Resolución de Problemas”.

Cabe destacar también que esto no fue una idea que se llevó a cabo de la noche a la mañana sino que fue un largo proceso que el mismo comenzó a elaborar desde sus inicios, cuando todavía era joven, a este, le gustaba asistir a diversas conferencias y clases que se desarrollaban para así poder observar y analizar la demostración de teoremas. Él, en este tipo de charlas tenía bastante claros los conceptos pero lo que le

preocupaba era el siguiente aspecto: “sí, yo tengo claro el razonamiento, pero no tengo claro cómo se origina, cómo organizar las ideas, por qué se debe hacer así, por qué se pone de tal orden y no de otro”. Estas mismas ideas que iba originando desde joven fue por lo que empezó a cuestionar las estrategias que había vigentes en ese momento para resolver los problemas.

Tras estas cuestiones que él mismo se planteaba y a través de un largo proceso, Pólya elaboró el modelo de los cuatro pasos.

El siguiente modelo buscaba la resolución de problemas mediante cuatro aspectos:

1. Comprender el problema
2. Concebir un plan
3. Ejecutar el plan
4. Revisar la solución

Para cada etapa que él elaboró se planteaba una serie de preguntas las cuales son las siguientes.

En la primera etapa, Comprender el Problema:

¿Cuál es la incógnita?

¿Cuáles son los datos?

¿Cuál es la condición?

¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?

¿Es insuficiente?

¿Es redundante?

¿Es contradictoria?

Esta etapa se basaba principalmente en sacar los datos del problema, las condiciones, y, a partir de aquí, considerar si las condiciones dadas son suficientes o no. Una vez hecho este proceso daríamos paso a la siguiente etapa: Concebir un Plan.

En la segunda etapa, Concebir un Plan, Pólya intentaba relacionar el problema al que nos estábamos enfrentando con uno similar, de parecidas características. Para esta etapa se realizaba las siguientes preguntas:

¿Se ha encontrado con un problema semejante?

¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?

¿Conoce un problema relacionado?

¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?

¿Podría enunciar el problema en otra forma?

¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones.

En esta etapa, Pólya intenta sacar relación al problema que se le plantea con situaciones conocidas o similares a las que él ya se ha enfrentado.

En tercer lugar llegaríamos a la etapa de la Ejecución de un Plan.

Lo que se busca en esta etapa es examinar detenidamente los detalles y pasar del proceso de percibir a demostrar, el hecho de percibir que un paso es correcto no nos garantiza que lo sea pero sin embargo si demostramos que ese paso es correcto iremos en buen camino. Por esto, se plantea lo siguiente:

¿Puede ver claramente que el paso es correcto?

¿Puede demostrarlo?

Pólya defendía que se debía de realizar un uso frecuente de estas preguntas en cada momento, él las enfocaba a lo que llamaba por el nombre de problema por resolver y no por problema por demostrar.

Por último, en la cuarta etapa encontramos la fase de Examinar la Solución.

Durante esta etapa se debe de analizar con gran detalle todo el trabajo realizado hasta el momento y verificar así el resultado a través de las siguientes preguntas:

¿Puede verificar el resultado?

¿Puede verificar el razonamiento?

¿Puede obtener el resultado en forma diferente?

¿Puede verlo de golpe?

¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Estas preguntas dan una retroalimentación interesante para que en un futuro podamos resolver problemas de este estilo. Pólya defiende que mediante la realización de un problema a la vez estamos creando una serie de habilidades que posteriormente podremos utilizar para enfrentarnos a cualquier tipo de problema.

1.4.2 Modelo de Kilpatrick

William Heard Kilpatrick nació el 20 de noviembre de 1871. Este matemático se graduó como maestro en la Universidad de Mercery además también llevo a cabo estudios de post grado en la Universidad Johns Hopkins. Durante sus primeras etapas como maestro llamaron su atención las teorías de algunos pedagogos de la educación activa como pueden ser Johann Heinrich Pestalozzi y Parker, en estas personas fue en las que se inspiró para plantear así posteriormente su teoría de que " El aprendizaje se produce de mejor manera cuando es consecuencia de experiencias significativas, ya que esto le permite al estudiante ser copartícipe en la planificación, producción y comprensión de una experiencia".

En cuanto a la resolución de problemas y los métodos de enseñanza, Kilpatrick elaboró cinco grupos para así agrupar los enfoques que se habían dado durante los últimos tiempos, estos eran los siguientes: ósmosis, memorización, imitación, cooperación y reflexión.

A través de la ósmosis lo que se buscaba era la realización de muchos problemas y que durante la resolución de este nos quedemos con las herramientas, métodos y técnicas de las cuales requiere el problema. Esto lo podríamos resumir en que la ósmosis se basa en la elaboración de una colección de problemas y que en estos problemas podamos encontrar lo que queremos transmitir, enseñar. Lester (1985) señaló que uno de los pocos resultados que están claros de la investigación sobre instrucción en

resolución de problemas es que hacer muchos problemas a lo largo de mucho tiempo es esencial.

En la categoría de la memorización, este se basa en los precedentes de los enfoques de enseñanza los cuales han sido influidos por análisis jerárquicos de las tareas de aprendizaje, en estos, la solución del problema se divide en procedimientos atómicos y estos se enseñan de uno en uno.

El centro de un curso es la imitación cuando se sitúa a los alumnos mediante un modelo de resolutor competente y también se enseña de varias maneras a analizar la conducta competente y así mismo compararla con otras conductas propias o ajenas. Para llevar a cabo este proceso, es clave que a los alumnos no se les muestre la solución realizada por el resolutor competente, sino que se enseñe el conjunto del proceso de resolución.

Durante la categoría de la cooperación se desempeña un papel muy importante, los alumnos no solo deben de ser capaces de analizar y observar las conductas para así ellos tratar de imitarlas sino que ellos mismos deben de tener la capacidad de observar y analizar también las conductas de sus pares, para que cooperen entre ellos.

Por último, en la reflexión se considera que esta ha de jugar un papel clave durante un curso de resolución de problemas a partir del momento en el que las investigaciones que se llevan a cabo acerca de la actuación de los resolutores se incorpora como un elemento explicativo del fracaso la mala gestión o la carencia de control del proceso y otros factores de tipo metacognitivo.

1.4.3 Modelo de Schoenfeld

Allan Schoenfeld nació el 9 de julio de 1946, es un investigador y diseñador de educación matemática estadounidense. Es profesor de educación de Elizabeth y Edward Conner y profesor asociado de matemáticas en la Universidad de California, Berkeley. Schoenfeld, cuando se encontraba finalizando sus estudios de matemática pura, se topó con el primer libro de Pólya. En ese momento, Schoenfeld se preguntó por qué era la primera vez que veía ese libro, porque nunca nadie se lo había mostrado ya que desde su

punto de vista, es un libro el cual le habría sido de gran ayuda y por ello llevó a cabo una serie de preguntas a los componentes de la Facultad de Matemáticas como por ejemplo el por qué de su ausencia.

Tras esta pequeña investigación, varios de los miembros de la Facultad reconocieron que no lo conocían y otros alegaron que todo eso no funcionaba.

Schoenfeld también quiso indagar acerca de aquellos profesores que se encargaban de entrenar alumnos para las olimpiadas matemáticas, pero la respuesta que le dieron estos fue bastante parecida. En base a esto, fue cuando nació el interés de Schoenfeld para averiguar por qué la gente que se dedicaba al trabajo con personas que iban a ir a resolver problemas no utilizaban las ideas de Pólya, es más, las tomaban como no funcionales.

Después de esto, Schoenfeld publicó su libro *Mathematical Problem Solving* en 1985, basado en trabajos realizados en los años 80 del siglo XX.

Aquí llevaba a cabo experiencias tanto con alumnos como con profesores ya que Pólya no llegó a realizar una investigación de campo con alumnos y en estas les proponía una serie de problemas para que los resolvieran. Por parte de los estudiantes, estos tenían unos conocimientos previos para poder enfrentarse al problema y en cuanto a los profesores partían con una serie de conocimientos previos y estos se adaptaban a su nivel siguiendo así las ideas de Pólya.

Una vez hecho esto, Schoenfeld veía como trabajaba cada grupo; por ejemplo, con los estudiantes los ponía a trabajar por parejas y mientras él los grababa y les pedía los apuntes además que el mientras iban realizando la resolución del problema, iba tomando nota de todo el proceso que seguían.

Una vez terminó todos los experimentos, este llegó a la conclusión de que cuando se va a trabajar con la resolución de problemas como una estrategia didáctica se deben de tener en cuenta situaciones las cuales van más allá de las puras heurísticas; si no, esto no funcionará no porque esto no sirva sino porque también debemos de tener en cuenta otros factores a lo largo de este proceso.

En cuanto a las heurísticas encontramos un desacuerdo entre Pólya y Schoenfeld.

Para Hugo Barrantes (2006):

Schoenfeld dice que hay una problemática con las heurísticas en el trabajo de Pólya, y es que prácticamente cada tipo de problema necesita de ciertas heurísticas particulares; por ejemplo, Pólya propone como heurísticas hacer dibujos, pero Schoenfeld dice que no en todo problema se puede dar este tipo de heurística específica. En general, el problema con las heurísticas tal como lo propone Pólya, según Schoenfeld, es que son muy generales, por eso no pueden ser implementadas. Dice que habría que conocerlas, saber cómo usarlas, y tener la habilidad para hacerlo. Esto es así porque, posiblemente, mientras el estudiante aprende un cúmulo de heurísticas particulares, ya podría haber aprendido mucho sobre otros conceptos (p. 3).

1.5 Papel del profesor

Cabe destacar la importancia que tiene la función del docente en este proceso. Para Pólya, el papel que tiene el maestro es “ayudar al alumnado” pero hay que tener en cuenta varios aspectos ya que es complejo. La ayuda que suministremos al alumnado debe ser la justa, es decir, ni más ni menos de la que necesite el alumno por lo que en ocasiones surgen dudas ya que es un poco subjetivo. Por ejemplo, el docente no puede plantear un problema al alumno y dejarlo a su suerte para que intente resolver el problema solo pero tampoco puede plantear un problema y resolverlo él mismo ya que durante este proceso el estudiante no asume una parte del trabajo lo que provoca que no se le enseñe nada significativo.

Pólya busca que el docente se ponga en el papel del alumnado, intenta que el docente realice preguntas que se le pudieran haber ocurrido a cualquiera de sus alumnos. Es obvio que cuando el docente plantea el problema él ya sabe el proceso de resolución por lo que la solución se presenta de una manera que parece muy natural. A pesar de esto, el alumno cuestiona si él mismo es capaz de lograr llegar a esa solución. En este punto se dan una serie de circunstancias que apuntan al docente como el único individuo capaz de encontrar el mecanismo para resolver el problema:

- Señalar y preguntar el camino de varias formas.

- Utilizar las preguntas para proporcionar ayuda al estudiante para que resuelva el problema y adquiera la habilidad para la resolución de problemas.

Uno de los aspectos clave que debe procurar fomentar el maestro es fomentar el interés por la resolución de problemas, para resolver un problema hay que tener cierto interés y actitud. Una mala actitud puede provocar el efecto contrario, el desinterés; por esto mismo se debe de buscar la forma en la que consigamos “enganchar” al alumno con el problema. Por ello, es primordial el tiempo que destinamos a explicar el problema, el docente debe motivar la curiosidad del alumnado.

Habrán ocasiones en las que el maestro no vea progreso en el proceso de resolución de problemas de algunos alumnos y esto será consecuencia de la falta de ganas de resolverlos.

Un método bastante útil es el de la imitación: el propio maestro ha de ser un modelo para resolver problemas. Entonces, el maestro debe de realizar preguntas al mismo tiempo que va resolviendo el problema en el aula. Sin embargo, hay que tener cuidado con que los problemas planteados sean adecuados y no parezcan imposibles para el alumno.

Podemos decir con seguridad pues que la presentación del problema tiene un papel fundamental en el posterior proceso de resolución, busca fomentar el interés por el problema y sembrar curiosidad en el alumno.

El método de interrogar del profesor.

El maestro debe comenzar con una pregunta o sugerencia general y proceder lentamente desde preguntas pequeñas a más específicas hasta obtener respuestas de los estudiantes; entonces deberá hacer preguntas y sugerencias simples y naturales. En este libro de Pólya, hay diálogos constantes entre el maestro y el estudiante, así como problemas de muestra. Uno que cabe destacar trata sobre el cálculo de la diagonal del paralelepípedo. Ante este problema, Pólya explica que se debe buscar que el estudiante llegue al razonamiento y vea problemas análogos (cómo calcular la diagonal de un rectángulo), pero concretó lo siguiente: estaría mal que los profesores quisieran ofrecer

sugerencias como método de ayuda a los estudiantes, preguntar si es posible llevar a cabo el teorema de Pitágoras. Pólya expresa que una pregunta de este tipo sería inadecuada. Un alumno que ya tiene las ideas claras de dónde ver la solución es muy natural que use el teorema de Pitágoras; pero aquel que no lo comprende claramente el problema, dirá: "Sé cuál es". Pero, ¿cómo se aplica el teorema de Pitágoras a este problema?

En un primer momento, estas preguntas parece que tienen un carácter simple pero no lo son, se tienen que llevar a cabo con gran cuidado. Pólya hace mucho hincapié en que las preguntas sean totalmente naturales y simples que cualquiera de sus alumnos podría realizar y que se puedan aplicar en cualquier tipo de problemas.

1.6 Etapas en la resolución de problemas

Gran cantidad de investigadores confirman que la resolución de problemas, hace referencia a un proceso que se lleva a cabo en una serie de etapas, siguiendo un orden, este sería el siguiente:

Wallas (citado por Poggioli, 1999) mantiene que para la resolución de un problema hay que seguir los siguientes pasos:

- Una preparación, que permitirá analizar el problema y además informarse al respecto para tratar de definirlo.

- Una incubación, donde la persona que vaya a resolver el problema lo analiza de una manera inconsciente.

- Una inspiración, lo que permitirá vislumbrar la solución de una manera poco esperada.

- Una verificación, una vez finalizado el problema, el solucionador tendrá que revisar la solución obtenida.

Siguiendo el mismo orden conforme se refiere a las ideas, los trabajos llevados a cabo por Andre y Hayes (citado por Poggioli, 1999), permiten plantearse las siguientes fases a la hora de resolver un problema y que además facilitarán el trabajo de la persona que se vaya a enfrentar al problema.

- Identificar los datos y el objetivo final del problema.
- Especificación del problema donde se detalla de manera más concreta el problema.
- Analizar el problema para poder destacar la información más importante.
- Generar una posible solución, teniendo en cuenta otras posibles alternativas.
- Revisar el resultado obtenido, para poder evaluar si es factible.
- Finalmente seleccionar la solución más factible.
- Ejecutar la solución obtenida.
- Por último, volver a revisar la solución final en caso de que hay alguna pequeña duda.

Pérez y Ramírez (2011) señalan que los pasos antes seguidos para la resolución de un problema han sido estudiados por diversos autores, ya forman parte del proceso que se requiere llevar a cabo en esta área. Cuando se resuelve un problema es necesario concebir un plan a seguir, ya que constituye un camino para llegar a la solución del mismo.

1.7 Estrategias en la resolución de problemas

Para Pólya (1984):

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un gran descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo (p. 7).

Partiendo de este punto, podríamos decir que el maestro tiene la tarea de despertar en sus alumnos aquella curiosidad mediante el planteamiento de problemas. Para lograrlo, el docente debe presentar a los alumnos situaciones diversas y que

además estas estimulen la reflexión, pero también es necesario que el mismo proporcione aquellos recursos y herramientas para que los alumnos consigan por ellos mismos el descubrimiento de las soluciones de aquellos problemas que se han planteado. Para esto, el maestro debe de conocer las distintas estrategias que han propuesto los investigadores y expertos en esta área para la resolución de problemas matemáticos.

Según Poggioli (1999), las estrategias para resolver problemas se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos y obtener una solución (p. 26). En este sentido, señala que estas estrategias comprenden los métodos heurísticos, los algoritmos y los procesos de pensamiento divergente. Los métodos heurísticos son “estrategias generales de resolución y reglas de decisión utilizados por los solucionadores de problemas, basadas en la experiencia previa con problemas similares. Estas estrategias indican vías o posibles enfoques a seguir para alcanzar una solución” (ob. cit., p. 27).

Los métodos heurísticos específicos defienden que la eficacia con la que un individuo se enfrenta al problema depende del conocimiento que este posee sobre el área en cuestión. De este modo, autores como Mayer y Stenberg (citados por Poggioli, 1999) señalan que los distintos tipos de conocimientos necesarios para llevar a cabo la resolución de un problema son los siguientes: el conocimiento declarativo, el conocimiento lingüístico, el cual hace referencia al lenguaje como palabras, frases, oraciones, entre otros; el conocimiento semántico, el cual englobaría el significado de términos o palabras; el conocimiento esquemático, hace referencia a los distintos problemas; el conocimiento procedimental, tanto operaciones como algoritmos necesarios para la resolución del problema; el conocimiento estratégico que hace referencia a los tipos de conocimientos y de métodos heurísticos.

Los métodos heurísticos generales. Encontramos distintos procedimientos, en este sentido Poggioli (1999), destaca los siguientes:

-Trabajar en sentido inverso. Este es un método el cual consiste en ir desde el final hasta el principio, es decir, partiremos de las metas para así estas convertirlas en datos y a continuación resolver el problema. Este proceso es usado en geometría.

-Subir la cuesta. Según Poggioli (1999) supondría avanzar desde la situación actual a otra situación que se encuentre más próxima de la meta que queremos lograr, de esta manera, el individuo que va a resolver el problema siempre podrá evaluar cada movimiento que lleve a cabo y posteriormente seleccionar el que se encuentre más cercano al objetivo final.

-Análisis medios-fin. Consiste en llevar a cabo una descomposición de la meta dividiéndola así en sub-metas para luego ir realizando de manera individual cada una de estas hasta llegar a la solución final.

Otras de las estrategias heurísticas que según Salazar (2000), dan posibilidad a la resolución de problemas harían referencia a lo siguiente:

- Ensayo y error: esta sería una estrategia de gran utilidad para aquellos problemas como pueden ser los de selección, en donde se plantean distintas alternativas a posibles soluciones y el alumno deberá de ir comprobando de una a una hasta que dé con la correcta.
- Realizar un dibujo: da la posibilidad de representar información o datos que nos proporciona el problema, esta es una gran estrategia ya que permite ver desde otro punto de vista la situación planteada y de este modo ayuda a que el alumno lo entienda mejor y además genere unas nuevas posibilidades de resolución.

De acuerdo con Salazar (2000) las representaciones visuales de los problemas hacen que resulte más sencillo para el alumnado que frases verbales, esta estrategia se fundamentaría con el siguiente dicho: una imagen vale más que mil palabras.

- Llevar a cabo la resolución de un problema más simple: consiste en reducir el problema, realizar la resolución de este con cantidades pequeñas o bien resolver un problema más sencillo pero que tenga gran

relación con este. Esto puede ayudar al alumno a entender el problema planteado por lo que esta estrategia se les puede enseñar para que la utilicen cuando se encuentren ante un problema que les cueste comprender.

-Utilización de algoritmos. Hace referencia a una serie de procedimientos más específicos que proporcionan paso a paso la solución del problema. Los algoritmos, al contrario de los métodos heurísticos, contienen estrategias específicas las cuales nos garantizan alcanzar aquella serie de objetivos que se plantean. Sin embargo, hay que destacar que los procedimientos heurísticos son de mayor utilidad cuando partimos de una situación en la que no conocemos la solución del problema.

-Procesos de pensamiento divergente. Como bien dice el nombre, hace referencia a distintas estrategias relacionadas con la creatividad, inspiración y originalidad.

Por último, cabe destacar que también existen otras técnicas o estrategias para llevar a cabo la resolución de problemas que se han desarrollado por distintos autores, pero desde mi punto de vista, considero que las mencionadas son de una gran utilidad para que sean aplicadas y comprendidas por los maestros ya sea tanto en el ámbito pedagógico como en el personal.

De aquí la importancia que recae sobre el maestro, de saber manejar y conocer distintas estrategias con el fin último de poder ofrecer a sus alumnos una serie de elementos que les permitan adquirir esta destreza.

1.8 Esquema para el alumno

¿CÓMO RESOLVER UN PROBLEMA?

Para comenzar, hay que fijarse en el enunciado, debemos de familiarizarnos con el enunciado lo que provocará una estimulación en la memoria. Una vez hecho esto y teniendo claro que debemos resolver el problema, comenzamos a aislar el problema por partes y a resolver así mismo cada una de esas partes.

-Idea para el problema: empezar siempre por lo principal, no tan solo tomar una perspectiva sino varias perspectivas, buscar relación con conocimientos/problemas anteriores, similitudes, datos o cosas que resulten familiares con lo que se ha hecho anteriormente. Si el alumno tiene una idea que no está del todo completa se debe considerar a fondo. Tratar de ver en qué puede ser útil la idea y en qué no.

-Ejecutar el plan: comenzar con aquella idea que le consiga llevar a la solución una vez tenga claro el poder suplir los detalles en su plenitud. Asegurarnos de que los pasos que se han seguido son correctos. En aquellos problemas que se pueda, dividirlo en pequeñas y grandes partes.

-Visión retrospectiva: una vez se haya resuelto el problema el proceso de aprendizaje todavía no ha terminado, siempre se puede aprender de lo que se ha hecho por eso es importante que cuando se finalice el problema, se analice para ver cómo lo hemos hecho. El problema resuelto podría ser de utilidad en cualquier otro problema que se vaya a resolver posteriormente ya no solo por la similitud que puedan tener ambos, sino también por el método de resolución aplicado.

2. Unidad didáctica en resolución de problemas

2.1 Introducción

Esta unidad didáctica va a ir dirigida para el curso de 5º de Educación Primaria. La unidad se centrará especialmente en la resolución de problemas en el área de matemáticas utilizando diferentes perspectivas y métodos para la resolución de estos.

2.2 Justificación (Evaluación inicial) Marco legal/ Marco teórico

Una de las destrezas más complejas de adquirir para los alumnos ya sea en Primaria o Secundaria es la resolución de problemas en el área de matemáticas.

El llegar a esta situación en esta serie de casos se debe a diversos motivos. Para comenzar, para llevar a cabo la resolución de un problema se debe de contar con una correcta comprensión lectora, lo que facilitará mucho el posterior proceso. Además, será

necesario un plan de acción para resolverlo. También se utilizan funciones cognitivas en función de la complejidad.

Lo nombrado anteriormente, hace referencia al desempeño que ponga el alumno, pero no tan solo influye esto, también hay que tener en cuenta la manera de enseñar y la necesidad de establecer una serie de tratos/acuerdos para trabajar a lo largo de todos los cursos de la misma manera en cuanto se refiere a la resolución de problemas.

Por estos motivos, considero oportuno realizar una unidad didáctica para tratar este tema y ver poder tratarlo dentro del aula en el futuro e intentar beneficiar a los alumnos para que el proceso no sea tan complejo.

2.3 Objetivos

Por una parte, los objetivos a perseguir por parte del maestro serían los siguientes:

- Dotar al profesorado de una herramienta para mejorar el tratamiento de la resolución de problemas en el aula.
- Fomentar la reflexión sobre la propia práctica en el aula en torno a la cuestión de la resolución de problemas.

Por otra parte, los objetivos a conseguir mediante la unidad didáctica si se llevara a cabo en el aula por parte del alumnado serían los siguientes:

- Comprender el valor del error como un proceso del aprendizaje y no como un fracaso.
- Potenciar el desarrollo de capacidades que favorecen la comprensión lectora ya sea del enunciado del propio problema como de la situación que el alumno se plantee.
- Aplicar un plan general de resolución en los problemas aritméticos de un solo paso.
- Llevar a cabo la resolución de problemas en los cuales se impliquen más de una operación, en los que deberán de tener muy en cuenta una buena planificación para poder resolverlo.

-Utilizar técnicas cognitivas para favorecer el proceso: elaboración de esquemas/dibujos, organizar la información, reformularse el problema...

-Desarrollar el razonamiento lógico aplicándolo al campo de la resolución de problemas.

-Aprender a trabajar tanto en parejas como en pequeños grupos para así favorecer el aprendizaje entre iguales.

2.4. Contenidos, competencias clave, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje

Las competencias clave que voy a trabajar a lo largo de esta unidad didáctica vienen determinadas por el currículo de Aragón de Matemáticas en educación primaria, en concreto en la Orden ECD/850/2016, de 29 de julio, por la que se modifica la Orden de 16 de junio de 2014, de la Consejera de Educación, Universidad, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón. Publicada en el Boletín Oficial de Aragón núm. 156, de 12 de agosto de 2016. España. Las competencias son las siguientes:

-Competencia en comunicación lingüística: se trabajará mediante la comprensión lectora de los problemas, clave para poder resolver el problema posteriormente.

-Competencia matemática: será la competencia que más se trabaje durante la unidad, a través de la resolución de problemas y de cálculos matemáticos.

-Competencia social y ciudadana: la trabajaremos mediante la interacción social entre los alumnos a través del trabajo en equipo.

-Competencia para aprender a aprender: se trabajará la metacognición del alumno, es decir, lo que el alumno sabe y lo que no y, por consecuencia, lo que este desea aprender.

Los contenidos específicos a trabajar serán los siguientes:

Contenidos conceptuales:

- Resolución de problemas aritméticos de primer nivel.
- Resolución de problemas aritméticos de segundo nivel.
- Comprensión lectora de enunciados matemáticos.
- Suma, resta, multiplicación y división.
- Interpretación de gráficos simples.

Contenidos procedimentales:

- Representar los problemas matemáticos.
- Diferenciar los distintos tipos de problemas y tener la capacidad de aplicar la operación necesaria en el momento adecuado.
- Cumplimentar los pasos necesarios para la correcta resolución de los problemas.

Contenidos actitudinales:

- Comprender el valor del error como un proceso del aprendizaje y no como un fracaso.
- Valorar de manera positiva los problemas matemáticos tomándolos como una oportunidad para resolver un misterio/acertijo.
- Valorar positivamente el trabajo en equipo a través de la apreciación de todas las aportaciones que haga cada uno de los compañeros
- Valorar las matemáticas como una parte de la vida y darle el valor que merece a la función que desarrolla en el entorno.
- Reconocer el placer y la satisfacción personal que produce la correcta resolución de un problema planteado.

Basándome en el currículo de Aragón reflejado en la Orden ECD/850/2016, de 29 de julio, por la que se modifica la Orden de 16 de junio de 2014, de la Consejera de Educación, Universidad, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón. Publicada en el Boletín Oficial de Aragón núm. 156, de 12 de agosto de 2016. España. He valorado los criterios de evaluación así como las competencias clave y los estándares de aprendizaje relacionados con ellos que se van a tener en cuenta en el desarrollo de la Unidad Didáctica que se desarrollará a continuación. Se trata de los criterios relativos al Bloque 1: Resolución de problemas. Ver ANEXO 1.

2.5. Temporalización

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	
NÚMERO SESIÓN: 1	CURSO: 5º
DURACIÓN: 1h	ESPACIO: Aula
RECURSOS: pizarra, pizarra digital, cuaderno y libro.	
OBJETIVOS DE LA SESIÓN: Durante las sesiones 1 y 2 se buscará que los alumnos comprendan los pasos a seguir para poder resolver cualquier tipo de problema.	
METODOLOGÍA: El método que emplearemos será el método de Polya que aplicaremos a una serie de	

problemas que añadiré debajo de esta ficha de sesión. Los pasos a seguir serán los siguientes: 1. Comprender el problema 2. Concebir un plan 3. Ejecutar el plan 4. Revisar la solución Además de tener en cuenta estos 4 pasos que los seguiremos de principio a fin en todos los problemas, también se tendrá en cuenta una serie de estrategias plasmadas anteriormente que servirán al alumno para apoyarse en ellas y poder resolver el problema con mayor facilidad.	
DESARROLLO DE LA SESIÓN:	TEMPORALIZACIÓN:
Comenzaremos con el desarrollo del primer problema. Lo realizaremos mediante los 4 pasos de Polya y este lo haremos en la pizarra normal. El problema lo resolverá el maestro a partir de las aportaciones y preguntas que este les realice a los alumnos, de este forma los alumnos verán el proceso y los pasos a seguir los cuales emplearemos en todos los problemas además de posibles estrategias que se irán enseñando conforme vaya avanzando la unidad y sea preciso ayudarnos de estas.	30'
Una vez finalizado el anterior problema, daremos paso al segundo problema en el cual dejaremos a los propios alumnos que lo intenten por sí solos para ver con qué se han quedado, cuáles han resultado más difíciles, etc. Antes de esto, se comentará de manera general entre todos los alumnos los datos que crean que son relevantes y cuales sobran si es que hay alguno, a partir de aquí, podrán comenzar con el problema.	30'

Tras llevar a cabo la resolución del problema de forma individual se compartirán los resultados/proceso seguido tanto con sus compañeros como con el profesor y finalmente se resolverá el problema en la pizarra por el maestro. Por último, resolveremos el problema en la pizarra y resolveremos todas las dudas que hayan surgido en el primer día.	
---	--

*Los problemas los encontramos en el ANEXO 2.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	
NÚMERO SESIÓN: 2	CURSO: 5º
DURACIÓN: 1h	ESPACIO: Aula
RECURSOS: pizarra, pizarra digital, cuaderno y libro.	
OBJETIVOS DE LA SESIÓN: Durante la segunda sesión seguiremos tratando el modelo de imitación y el docente llevará a cabo al inicio de la sesión un problema el cual muestro en el ANEXO 2 y posteriormente los alumnos realizarán otro por su cuenta. Se buscará que el alumnado afiance estos conocimientos y con la repetición se acostumbre a aplicarlos para cualquier tipo de problema al que se enfrente.	
METODOLOGÍA: En esta ocasión seguiremos la misma metodología que en la sesión 1.	
DESARROLLO DE LA SESIÓN:	TEMPORALIZACIÓN:

Comenzaremos resolviendo el problema número 3. Como la sesión anterior ya se realizó una primera toma de contacto con el modelo de Polya esta vez el maestro llevará a cabo el problema con la colaboración de los alumnos.	20'
Por último, como introducción a la unidad comentarán el cuarto problema en pequeños grupos y posteriormente los realizarán de manera individual, primero lo comentarán entre los 4 miembros que conforman el grupo sin poder comenzar a resolverlo, exponiendo ideas, datos relevantes, pasos a seguir, operaciones que hay que realizar... tras esto cada uno podrá tomar un lápiz y resolverlo de manera individual. De esta forma, nos aseguramos de que todos los alumnos tengan alguna idea de lo que hay que hacer y por los menos lo intenten resolver, es importante que primero se realice de manera grupal ya que para aquellos alumnos menos habilidosos les resultará de ayuda las posibles aportaciones que puedan hacer sus compañeros. Tras este proceso se llevará a cabo una conclusión en cada grupo del resultado final ya que podrían darse varias soluciones y se corregirá en la pizarra.	40'

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	
NÚMERO SESIÓN: 3	CURSO: 5º
DURACIÓN: 1h	ESPACIO: Aula
RECURSOS: pizarra, pizarra digital, cuaderno, libro, ficha y cerillas.	
OBJETIVOS DE LA SESIÓN: para la tercera sesión trabajaremos la estrategia de	

ensayo y error para la resolución de problemas. Durante esta sesión el principal objetivo que busco es que los alumnos no abandonen, que aunque lo intenten y fallen no decaigan y lo sigan intentando hasta dar con la solución. Tras muchos fallos finalmente llegará el acierto así que la clave está en intentarlo e ir probando combinaciones.	
METODOLOGÍA: Para esta sesión y como se repite en muchas de ellas seguiremos el método de trabajo individual y posteriormente en grupos o bien a la inversa, las sesiones se dividen en dos partes, en esta ocasión, la primera será de manera individual e irán incrementando formando finalmente pequeños grupos.	
DESARROLLO DE LA SESIÓN:	TEMPORALIZACIÓN:
Comenzaremos con el problema número 5, un sudoku sencillo el cual se les facilitará a los alumnos y lo realizarán de manera individual. La clave será que aunque fallen no se rindan, en casa de equivocarse podrán borrar con la goma y seguir intentando resolverlo. Es importante insistir y recalcar esto ya que si no cabe la posibilidad de que varios de ellos tras intentarlo 1 o 2 veces desistan del problema y no lo intenten más mientras que lo que buscamos es el efecto contrario.	25'
Tras finalizar el sudoku, daremos paso al sexto problema el cual como el anterior problema trataremos el ensayo y error pero en esta ocasión dejaremos a los alumnos que trabajen en parejas para que se ayuden entre ambos y aprendan a cooperar y tomar estrategias dependiendo ya de cada pareja. (Probar los dos juntos en el mismo problema, cada uno hacer el suyo pero uno poniendo “x” números arriba mientras que el compañero prueba los otros, etc.)	25'

Por último tras el trato con este tipo de problemas se pondrán en grupos de 4 para tratar de solucionar el problema/enigma de las cerillas (problema 7).	10'
--	-----

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	
NÚMERO SESIÓN: 4	CURSO: 5º
DURACIÓN: 1h	ESPACIO: Aula
RECURSOS: pizarra, pizarra digital, cuaderno, libro y ficha.	
OBJETIVOS DE LA SESIÓN: para esta sesión el alumno aprenderá de la importancia de los dibujos en los problemas y la gran ayuda que supondrá el apoyarnos en ellos para resolverlos. Permite plasmar una serie de datos de una manera mucho más visual que nos permitirá observarlo desde una perspectiva distinta.	
METODOLOGÍA: En esta ocasión seguiremos el mismo patrón que en la anterior sesión pero a la inversa, comenzarán formando grandes grupos y finalizarán de manera individual.	
DESARROLLO DE LA SESIÓN:	TEMPORALIZACIÓN:
El problema número 8 lo trabajaremos de manera conjunta entre los alumnos y el maestro ya que en esta ocasión, al alumno se le facilitará el dibujo para que se den cuenta ellos mismos de la importancia que tiene un simple dibujo en los problemas.	20'

El noveno problema lo realizarán de manera individual y para ello deberán de usar de manera obligatoria un dibujo para apoyarse en él y resolverlo. Para llevar a cabo el dibujo es importante que tengan claros los datos del problema y que los sepan representar de manera adecuada.	20'
Para el décimo problema de la sesión seguiremos el mismo patrón, de manera individual, cada alumno tendrá que ingeniárselas para representar los dos periódicos y dar con la solución.	20'

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	
NÚMERO SESIÓN: 5	CURSO: 5º
DURACIÓN: 2h	ESPACIO: pistas de atletismo
RECURSOS: cuaderno y estuche.	
OBJETIVOS DE LA SESIÓN: para esta sesión trabajaremos conjuntamente las matemáticas con la educación física y saldremos a las pistas de atletismo para realizarla. El objetivo principal será que realicen actividad física al mismo tiempo que afianzan los conocimientos previos como el dibujo visto en la anterior sesión pero en esta ocasión será el dibujo de un espacio real y no ficticio.	
METODOLOGÍA: Durante todas las sesiones trabajaremos sobre papel a excepción de esta, en la que los alumnos deberán de tomar medidas sobre el terreno.	
DESARROLLO DE LA SESIÓN:	TEMPORALIZACIÓN:

Para el desarrollo de la sesión nos desplazaremos a las pistas de atletismo. Una vez aquí, alternaremos entre la educación física y las matemáticas. Comenzaremos calentando y dando unas vueltas a la pista para observarla y para que vean desde otra perspectiva cómo es, posteriormente, llevarán a cabo la primera parte del problema número 11 en la cual tendrán que emplear un dibujo de la pista y en base a esto deberán de dar con la solución tan solo apoyándose en el dibujo y sin realizar operaciones en el papel, sin embargo, sí pueden hacerlas de manera mental. Una vez hecha esta parte del problema realizarán los juegos que crea convenientes el maestro de Educación Física y para finalizar la sesión retomaremos la parte final del problema en la que los niños sin que se les facilite ningún instrumento métrico deberán de buscar un método para conseguir medir la pista y contestar al problema. (Pasos, zancadas, palmos...)	2h
--	----

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	
NÚMERO SESIÓN: 6	CURSO: 5º
DURACIÓN: 1h	ESPACIO: Aula
RECURSOS: pizarra, cuaderno y ficha.	
OBJETIVOS DE LA SESIÓN: para la sexta sesión el objetivo a conseguir por los alumnos es que logren emplear el uso de tablas para facilitar el trabajo posterior y además tener una visión más clara del problema y una mejor organización de los datos. También buscaré que los alumnos sean conscientes de la importancia que tiene la revisión de un problema.	

METODOLOGÍA: Seguiremos con los métodos empleados hasta el momento con la excepción de que en esta ocasión la sesión no tendrá dos fases si no que solo tendrá una en la que se trabajará en pequeños grupos.	
DESARROLLO DE LA SESIÓN:	TEMPORALIZACIÓN:
Comenzaremos la sesión con el problema 12 en el que es totalmente necesario el uso de una tabla. La primera parte del problema la haremos de manera grupal. Consistirá en elaborar la tabla con los datos y a partir de aquí cada alumno de manera individual deberá de interpretarla y resolver el problema. Recalcar que es fundamental realizar correctamente el proceso de pasar los datos a la tabla ya que sin esto será imposible resolver el problema.	30'
Una vez realizado el problema anterior, en esta ocasión se les dará a los alumnos dos problemas los cuales estarán resueltos y ellos deberán de buscar los fallos si es que los tienen. Esta tarea la llevarán a cabo en pequeños grupos de 3-4 alumnos.	20'
Una vez hecho esto, en los pequeños grupos que han formado deberán de elaborar un enunciado de un problema que resolverán en la última sesión y pueden apoyarse en todos los problemas realizados con anterioridad y tomarlos como ejemplos.	10'

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	
NÚMERO SESIÓN: 7	CURSO: 5º
DURACIÓN: 1h	ESPACIO: Aula
RECURSOS: pizarra, pizarra digital, cuaderno, libro, ficha.	
OBJETIVOS DE LA SESIÓN: La realización de una serie de problemas para afianzar los conocimientos adquiridos hasta el momento.	
METODOLOGÍA: Continuaremos en la misma línea que la sesión anterior ya que el final de la una enlaza con el principio de la otra.	
DESARROLLO DE LA SESIÓN:	TEMPORALIZACIÓN:
Para finalizar la unidad didáctica de problemas se les dará a los alumnos una ficha con una serie de problemas dependiendo del grupo al que pertenezcan. Cada grupo tendrá su problema preparado y tendrá que realizar el problema que hayan preparado los otros grupos, además, tendrán que realizar los problemas que plantee el maestro según vea conveniente a modo repaso de la unidad. De esta manera, los alumnos también podrán conocer por un tiempo la perspectiva del profesor.	1h

2.6. Metodología

En cuanto a los modelos utilizados, utilizaré varios, destacar el modelo discursivo/expositivo, el lenguaje oral en el aula es clave, la interacción docente-alumno

es primordial a la hora de llevar a cabo una sesión. Durante la aplicación de este modelo, nos guiamos en consecuencia de los alumnos, dependiendo de sus respuestas adoptaremos una situación u otra. En conclusión, lo que hace el alumno explica la siguiente acción del profesor en un proceso conjunto de construcción del conocimiento.

Todas las sesiones de la unidad siguen una metodología que se fundamenta en el desarrollo de dos fases: individual y en grupo.

También, en todas las sesiones se trabajará sobre papel, salvo en una sesión en la que toman medidas sobre el terreno, haciendo hincapié en la importancia de la simbolización en la resolución de problemas, dado que en la mayor parte de los casos estos se plantean a partir de un enunciado.

Aparte de esto, en la metodología propuesta encontramos las siguientes características:

- Activa, ya que los alumnos no van a ser meros espectadores van a ser partícipes de esta.
- Adaptada tanto a los conocimientos previos que tenga el grupo como a sus necesidades.
- Manera cooperativa.
- Motivacional e integradora de experiencias del entorno próximo al estudiante.

2.7. Elementos transversales

Como ya hemos visto al trabajar las competencias que se trabajan con esta unidad didáctica aparecen diversos elementos transversales cuya importancia cabe destacar, en especial mencionaremos los siguientes:

- La comprensión lectora, a través de la lectura de enunciados tanto de ejercicios como de problemas.
- La expresión oral y escrita, mediante el debate entre ellos mismos, dándoles la oportunidad de exponer sus ideas y el por qué creen que se realiza de una manera u otra y posteriormente plasmarlo en su cuaderno.

- El emprendimiento, lo trabajaremos a través de problemas realistas como el problema número 12 el cual podrán tomar de ejemplo cuando quieran realizar un viaje y tengan que comparar los mejores precios/opciones.

2.8 Evaluación

En este apartado pretendo evaluar si los alumnos saben seguir el patrón planteado al principio de la unidad, quiero que tomen ese patrón como referencia y vayan desarrollando el problema. El resultado es importante pero tendré más en cuenta el proceso seguido hasta llegar ahí que el resultado en sí.

Esta la evaluaré mediante una rúbrica de evaluación en la que dependiendo de los aspectos que hayan conseguido los alumnos así como también el empeño que le hayan puesto obtendrán una nota u otra.

La evaluación la llevaré a cabo al finalizar la unidad y para ello utilizaré en primer lugar la observación directa y en segundo lugar el cuaderno del alumnado ya que así podré ver de forma más detallada la evolución del alumno en la resolución de los problemas.

Por último, la evaluación será sumativa, es decir, contará la unidad para la nota final ya que considero que la resolución de problemas es uno de los aspectos más importantes a conseguir en la primaria ya que les servirá de utilidad tanto dentro como fuera del aula.

3. Conclusiones y valoración personal

Tras la realización de este trabajo me lleva a las siguientes conclusiones:

- La resolución de problemas aporta una herramienta muy versátil para el aprendizaje de los distintos aspectos de la Matemáticas ya que a través de un problema se pueden llegar a trabajar todos los aspectos fundamentales del área de las matemáticas cosa que con un ejercicio sería imposible.
- La integración de los distintos modelos planteados para el tema por los expertos nos permite diseñar un desarrollo propio para su introducción en el aula, adaptado a las características propias de cada caso.
- A la hora de enfrentarse a un problema hay que tener en cuenta gran diversidad de aspectos, la primera y más importante a quien va dirigido ese problema si son alumnos con escasos conocimientos en la resolución de problemas o por el contrario tienen bastante experiencia en ello, la complejidad del enunciado, los diferentes niveles de madurez que encontramos en el aula... Y en base a estos aspectos diseñar aquel que consideremos más idóneo para la ocasión intentando sacar el máximo potencial de nuestro alumnado aunque desde un punto de vista realista.
- La duración de las sesiones no debe excederse en el tiempo ya que para los alumnos puede ser pesado y esto provocará que decaiga su rendimiento así también la de sus compañeros ya que llegará un punto en el que el comportamiento de estos repercutirá negativamente en el de sus iguales. Además, la sesión debe ser variada y debemos buscar la participación del alumnado para que la clase sea más amena y se fomente un clima favorable para la práctica de esta.
- La imposibilidad de llevar a cabo la propuesta en un aula real ha impedido que se pueda realizar una evaluación de su aplicación, que hubiera sido muy provechosa para advertir puntos fuertes y débiles, y abordar su mejora.
- Esta unidad también se podría subdividir e ir trabajándola en cada tema basándonos en los contenidos que se trabajaban en cada uno y enlazándolos sacando así el máximo provecho y adaptando los problemas a los temas que

corresponden, es decir, dependiendo del tema podríamos trabajar unos tipos de estrategias u otras para resolverlos.

En el tema de las fracciones podríamos trabajar problemas con dibujos mientras que en temas de estadística podríamos trabajar las tablas y así con los demás.

Esto, desde mi punto de vista, permitiría explotar más la unidad didáctica.

- Una de las principales dificultades que he tenido es a la hora del desarrollo de las sesiones, el hecho de tener que desarrollar una sesión partiendo desde cero es un proceso que cuesta más de lo que uno cree y hasta que das con la tecla lleva un tiempo.

Otro tema que me ha costado bastante ha sido la metodología ya que es un tema que tengo poco tratado y es clave a la hora de poner en marcha en cualquier unidad didáctica.

Para finalizar, quería destacar que la resolución de problemas es un aspecto fundamental en la vida cotidiana y por lo tanto es clave que los alumnos empiecen a tratar con esto desde la escuela.

4. Bibliografía

Alfaro, C. (2006). *LAS IDEAS DE PÓLYA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS*.

Recuperado 15 de septiembre de 2022, de

<file:///C:/Users/Usuario/Downloads/6967-Texto%20del%20art%C3%ADculo-9551-1-10-20130124.pdf>

Barrantes, H. (2006). *RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS El Trabajo de Allan Schoenfeld*. Recuperado 15 de septiembre de 2022, de <file:///C:/Users/Usuario/Downloads/6971-Texto%20del%20art%C3%ADculo-9555-1-10-20130124.pdf>

De Lorenzo, J. (1977). *La Matemática y el problema de su historia*. Tecnos. <https://javierdelorenzo.files.wordpress.com/2015/03/la-matemc3a1tica-y-el-problema-de-su-historia.pdf>

Echenique, I. (2006). *MATEMÁTICAS RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS*. Recuperado 15 de septiembre de 2022, de <https://www.orientacionandujar.es/wp-content/uploads/2014/12/RESOLUCI%C3%93N-DE-PROBLEMAS-PRIMARIA-ISABEL-ECHENIQUE.pdf>

Lester, K.L (1985). *El modelo de enseñanza*. Recuperado 15 de septiembre de 2022, de <https://www.uv.es/puigl/lerp4.pdf>

Pérez, Y. & Ramirez, R. (2011). *Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos*.

Recuperado 15 de septiembre de 2022, de <file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Dialnet-EstrategiasDeEnsenanzaDeLaResolucionDeProblemasMat-3897810.pdf>

Poggioli, L. (1999). *Estrategias de resolución de problemas. Serie enseñando a aprender*. Caracas: Fundación Polar

Puig, L. (2008). *EL MODELO DE ENSEÑANZA*. Recuperado 15 de septiembre de 2022, de <https://www.uv.es/puigl/lerp4.pdf>

Olimpiada Matemática Alevín – Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas (S.M.P.M.) «Emma Castelnuovo». (2022, 13 febrero). Recuperado 23 de septiembre de 2022, de <https://www.smpm.es/2022/02/13/olimpiada-matematica-alevin/>

ORDEN ECD/850/2016, de 29 de julio, por la que se modifica la Orden de 16 de junio de 2014, de la Consejera de Educación, Universidad, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón (BOA de 12 de agosto).

Salazar, J. (2000). Material Educativo para Docentes. Resolución de Problemas de Matemática y Prácticas de Laboratorio. Caracas: Litobrit

Sorando, J. M. (s. f.). *Resolución de problemas*. Matemáticas en tu mundo. Recuperado 15 de septiembre de 2022, de https://matematicasentumundo.es/PROBLEMAS/problemas_importancia_historica.htm

ANEXOS

ANEXO 1. Criterios de Evaluación

Bloque 1.

Criterios de evaluación	Competencias clave	Estándares de aprendizaje
Crit.MAT.1.1. Expresar verbalmente de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema	CCL CMCT	Est.MAT.1.1.1. Comunica verbalmente de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema de matemáticas en contextos del entorno inmediato
Crit.MAT.1.2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas del entorno inmediato, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones	CCL CMCT CAA	Est.MAT.1.2.1. Analiza y comprende, con ayuda de algunas pautas, el enunciado de problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema) del entorno inmediato.
		Est.MAT.1.2.2. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas del entorno inmediato, planificando su acción, organizando el trabajo y revisando su correcta ejecución
		Est.MAT.1.2.3. Reflexiona sobre el proceso llevado en la resolución de problemas relacionados con situaciones del entorno inmediato, revisa las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados,

		comprueba e interpreta la coherencia de las soluciones en el contexto de la situación, busca otras formas de resolución.
		Est.MAT.1.2.4. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de problemas a resolver del entorno inmediato, contrastando su validez y coherencia y valorando su utilidad y eficacia.
Crit.MAT.1.4. Profundizar en problemas resueltos, planteados desde CMCT situaciones del entorno inmediato, analizando la coherencia de la solución, buscando otras formas de resolverlos o planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, etc.	CMCT CAA CIEE	Est.MAT.1.4.1. Profundiza en problemas una vez resueltos, planteados desde situaciones del entorno inmediato, analizando la coherencia de la solución y buscando otras formas de resolverlos
		Est.MAT.1.4.2. Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, conectándolo con la realidad, buscando otros contextos, etc.
Crit.MAT.1.10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo para situaciones similares futuras, transfiriendo el saber hacer en un contexto a otros, con las peculiaridades de	CMCT CAA SIEE	Est.MAT.1.10.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas del entorno inmediato valorando su conveniencia por su sencillez y utilidad en función de referencias en situaciones y

cada uno.		conocimientos previos.
		Est.MAT.1.10.2. Reflexiona sobre los problemas resueltos del entorno inmediato y los procesos desarrollados, valorando las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares, etc.

CCL: Competencia en comunicación lingüística.

CMCT: Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.

CAA: Competencia de aprender a aprender.

CIEE: Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor.

ANEXO 2. Problemas

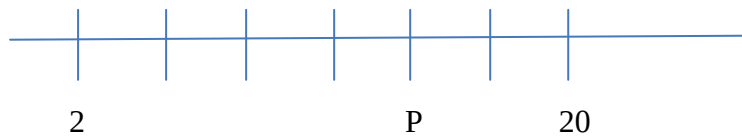
Problema 1.

A las 12:00h del mediodía se ponen en marcha dos relojes de arena, uno tiene una duración de 6 minutos, y el otro de 240 segundos. ¿Cuántas veces se tendrá que dar la vuelta a la vez a los dos relojes hasta las 13:00h?

Problema 2.

En la recta que ves están marcados los números 2 y 20.

Colocamos entre ellos cinco puntos más de modo que los 7 puntos resultantes están a la misma distancia unos de otros. ¿Qué número corresponde al punto que hemos llamado P?



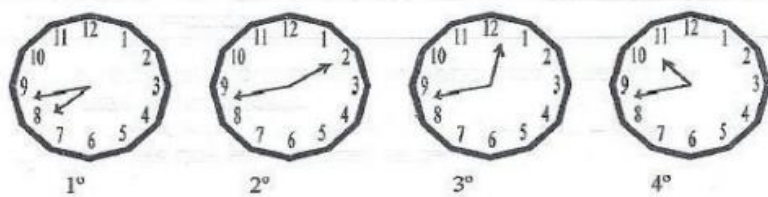
- A) 14 B) 17 C) 11 D) 16 E) 15

Problema 3.

Nos encontramos en la segunda planta de un edificio el cual tiene quince plantas, diez sobre la tierra y cinco subterráneas. Bajamos dos plantas, después subimos siete plantas, después bajamos cuatro plantas, a continuación, volvemos a bajar siete plantas y por último subimos dos plantas. ¿En qué planta nos encontramos?

Problema 4.

En Melbourne (Australia) son dos horas menos que en Madrid , en Hong Kong (China) son cinco horas menos que en Madrid y en Pretoria (Sudáfrica) son seis horas menos que en Hong Kong, indica a qué ciudad corresponde la hora marcada en cada reloj.

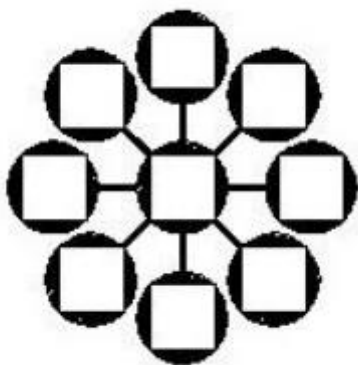


Problema 5. Realiza el siguiente SUDOKU.

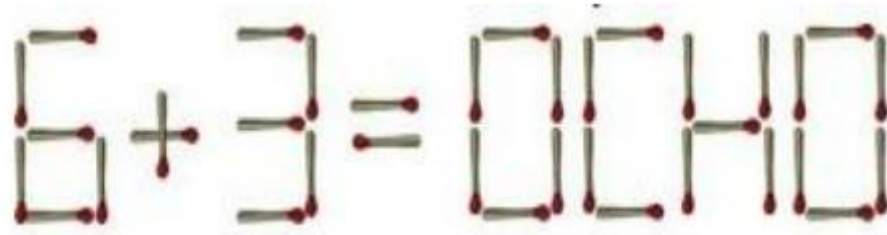
Coloca del 1 al 6 en las casillas libres. No se puede repetir ningún número en una misma fila, columna o región.

5				4	
		3	5		
		4			5
6			4		
		5	3		
	1				

Problema 6. Sitúa los números del 1 al 9 en los cuadrados, de forma que todas las líneas de tres números sumen 15.

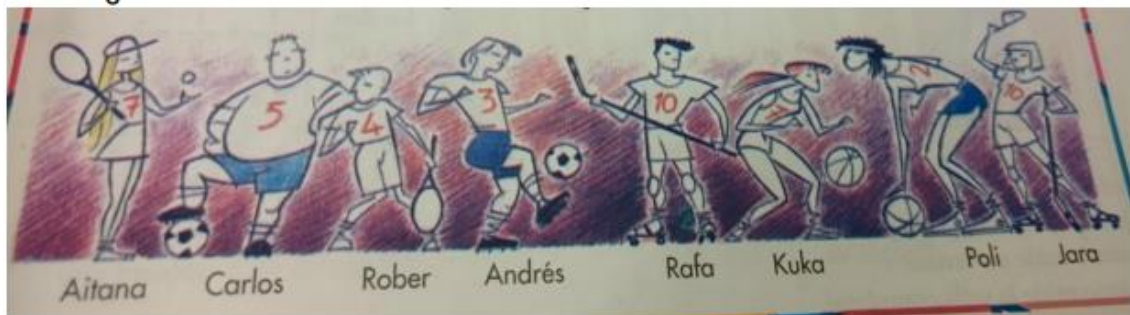


Problema 7. Convierte la siguiente igualdad en verdadera con un número ilimitado de movimientos pero usando todas las cerillas.



Problema 8.

Aquí hay cuatro parejas de hermanos. Has de saber que los Fernández practican el mismo deporte, los González llevan el mismo número en la camiseta, en la familia Bermúdez no hay hijos varones y a los García les gusta el cine. ¿Puedes diferenciarlos?



Problema 9. La carga máxima que puede soportar un ascensor es de 450 kilos. Eduardo quiere subir a su casa 8 cajas de 50 kilos cada una. Si Eduardo pesa 74 kilos ¿podrá subir todas las cajas a la vez?

Problema 10. Antonio vendió en un día las $\frac{5}{7}$ partes de los periódicos de su quiosco. Al día siguiente vendió $\frac{5}{6}$. ¿Qué día vendió más periódicos?

Problema 11. En una pista de atletismo de 400 metros, ¿cuántas vueltas dará un atleta en una carrera de 10000 metros? ¿Y en una carrera de 4000 metros? ¿Cuál es la calle por la que más metros se hacen? ¿Y la que menos?

Problema 12. A Julia, Ana, Pedro y Jorge les encanta visitar lugares emblemáticos de todo el mundo. En uno de sus encuentros hablaron de los edificios que más les había gustado a cada uno de entre todos los que habían visitado hasta ese momento. Te retamos a que descubras cuál es el edificio preferido de cada uno/a de ellos, en qué ciudad se encuentra y cuál fue el precio que pagaron por la entrada para su visita. Para ello te damos las siguientes pistas:

- La entrada para visitar el edificio que está en Barcelona costó 20€
- El edificio de la Ópera está en Sidney
- El edificio preferido de Julia es la Casa Batlló
- La entrada para visitar el Centro Pompidou y la catedral de San Basilio cuestan lo mismo.
- Julia Pagó 20€ por visitar su edificio preferido
- La entrada para visitar la Catedral de San Basilio cuesta 15€
- El Centro Pompidou está en París
- El edificio preferido de Pedro está en Moscú
- Jorge Pagó 12€ por visitar su edificio preferido
- Quien visitó el centro Pompidou pagó lo mismo por la visita que Pedro.
- El edificio preferido de Jorge está en Sidney.

NOMBRE	EDIFICIO	CIUDAD	PRECIO/ENTRADA
JULIA			
JORGE			
ANA			
PEDRO			

ANEXO 3. Rúbrica de evaluación

	Puntuación	1 	2 	3 	4 	5 
Alex						
María						
Pablo						
...						

(1) Si no lo entiende de primeras no lo intenta y lo deja en blanco.

(2) Lo intenta sin poner esfuerzo y a la mínima lo abandona.

(3) Es capaz de seguir todos los pasos de manera ordenada y coherente pero no logra dar con la solución correcta.

(4) Sabe llegar a la solución del problema pero no es capaz de seguir y explicar los pasos que ha seguido para llegar a la solución.

(5) Es capaz de llegar a la solución del problema de manera exitosa siguiendo todos los pasos y además sabe explicar el proceso que ha seguido en todo momento.