



**Facultad de
Ciencias Sociales
y Humanas - Teruel**
Universidad Zaragoza

**TRABAJO DE FIN DE GRADO
EN MAGISTERIO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

**Título: ANÁLISIS DE LAS ESTRATEGIAS DE LOS
ALUMNOS ANTE SITUACIONES ADITIVAS O
MULTIPLICATIVAS**

Alumno/a: **Marcos Lorente Abril**

NIA: 647748

Director/a: Nuria Begué Pedrosa

RESUMEN

El presente trabajo pretende ser un cuestionario constituido por una serie de situaciones aditivo-concretas y situaciones multiplicativo-concretas a alumnos de tercero de primaria. Desde la resolución de problemas, el objetivo es analizar las estrategias que el alumno pone en juego al resolver las tareas. Se ha considerado aquellas estructuras semánticas que pueden poner en relieve la presencia de diferentes métodos de resolución. Tras la aplicación del cuestionario se realiza un análisis de las respuestas de los alumnos y se describen de manera más detallada aquellos enunciados en los que identifican diferentes categorías para su resolución.

Por otro lado, pretendemos motivar a los alumnos y hacerles ver que a través de los problemas podemos mejorar aspectos no solo relacionados con las matemáticas sino el entorno diario.

Como propuesta partimos de dos premisas básicas: la primera será la encargada de contextualizar el trabajo a través de aspectos teóricos y mecanismos para la resolución de problemas y por la segunda, realizar la propuesta dentro del aula y analizar los resultados.

PALABRAS CLAVE:

Cuestionario, resolución de problemas, estructuras semánticas, mecanismos de resolución.

SUMMARY

The present work is a questionnaire consisting of a series of additive-concrete situations and multiplicative-concrete situations for third year primary school pupils. From the perspective of problem solving, the aim is to analyse the strategies that the pupil puts into play when solving the tasks. We have considered those semantic structures that can highlight the presence of different resolution methods. After the application of the questionnaire, an analysis of the students' answers is carried out and a more detailed description is given of those statements in which they identify different categories for their resolution.

On the other hand, we aim to motivate students and make them see that through problems we can improve aspects not only related to mathematics but also to our daily environment.

As a proposal, we start from two basic premises: the first one will be in charge of contextualizing the work through theoretical aspects and mechanisms for problem solving, and the second one will be in charge of carrying out the proposal in the classroom and analyzing the results.

KEYWORDS:

Quiz, problem solving, semantic structures, solving mechanisms.

INDICE

1. INTRODUCCIÓN	5
2. JUSTIFICACIÓN	5
2.1 NCTM: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y NECESIDADES	9
3. OBJETIVOS PROPUESTOS DEL TRABAJO	10
3.1 OBJETIVOS PRINCIPALES	10
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	10
4. MARCO TEÓRICO	10
4.1 ETIMOLOGÍA DE LA PALABRA PROBLEMA	10
4.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	11
5. MARCO CURRICULAR	15
6. METODOLOGÍA	18
7. PRESENTACIÓN DEL ANÁLISIS	19
8. CONCLUSIONES	44
8.1 LIMITACIONES DEL TRABAJO	45
9. BIBLIOGRAFÍA	46

1. INTRODUCCIÓN

La idea de este trabajo surge a través de mi interés por las matemáticas como asignatura que me marcó durante mi etapa escolar.

Las matemáticas tienen una gran relevancia en el currículo como veremos más adelante, así como en nuestra vida diaria, es por eso que le tenemos que dar y poner en valor práctico su importancia.

Dentro de todos los aspectos del área curricular de las matemáticas, hemos puesto el foco en la resolución de problemas (RP). Cabe destacar que las matemáticas siempre ha desempeñado dificultad entre el alumnado, si lo comparamos en otras materias ya que requiere un mayor nivel de conceptualización. Una de las dificultades que encontramos entre los alumnos son los problemas o como resolver un problema. Como veremos en el trabajo existen diferentes procedimientos de abordar la resolución de problemas, en nuestro caso nos centraremos y analizaremos el método Polya así como en la organización NCTM (National Council Of Teachers of Mathematics).

2. JUSTIFICACIÓN

Desde el interés por justificar el tema escogido, hacemos referencia al informe PISA, el cual es un órdago internacional en el que se basa la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) entre los que se encuentra el objetivo de evaluar la formación de los alumnos cuando llegan al final de esta etapa de enseñanza obligatoria. (OCDE, 2006)

En estos informes se analizan y evalúan las habilidades, la pericia y las aptitudes de los estudiantes para analizar y resolver problemas, para manejar información y para enfrentar situaciones que se les presentaran en la vida adulta y que requerirán de tales habilidades (OCDE, 2006). El informe PISA, se centra en las áreas de lectura, matemáticas y competencia científica, poniendo énfasis en los dominios de los procesos, el entendimiento de los conceptos y la habilidad de actuar o funcionar en situaciones dentro de cada dominio. Cabe destacar que el informe PISA está organizado y dirigido por los países miembros de la OCDE en el que se encuentra España, entre otros.

Este es un estudio trienal que se realiza entre alumnos de 15 y 16 años en todo el país y que involucra a más de 1000 centros educativos y 35.000 estudiantes entre todas las comunidades autónomas así como las dos ciudades autónomas.

Como he mencionado anteriormente, el informe se realiza en ciclos de tres años y en cada ciclo se valora una competencia con más profundidad, por lo que el último informe que se realizó de competencia matemática se realizó en el año 2012. A continuación mostramos en un gráfico la evolución de la puntuación media en matemáticas en España en los últimos años.

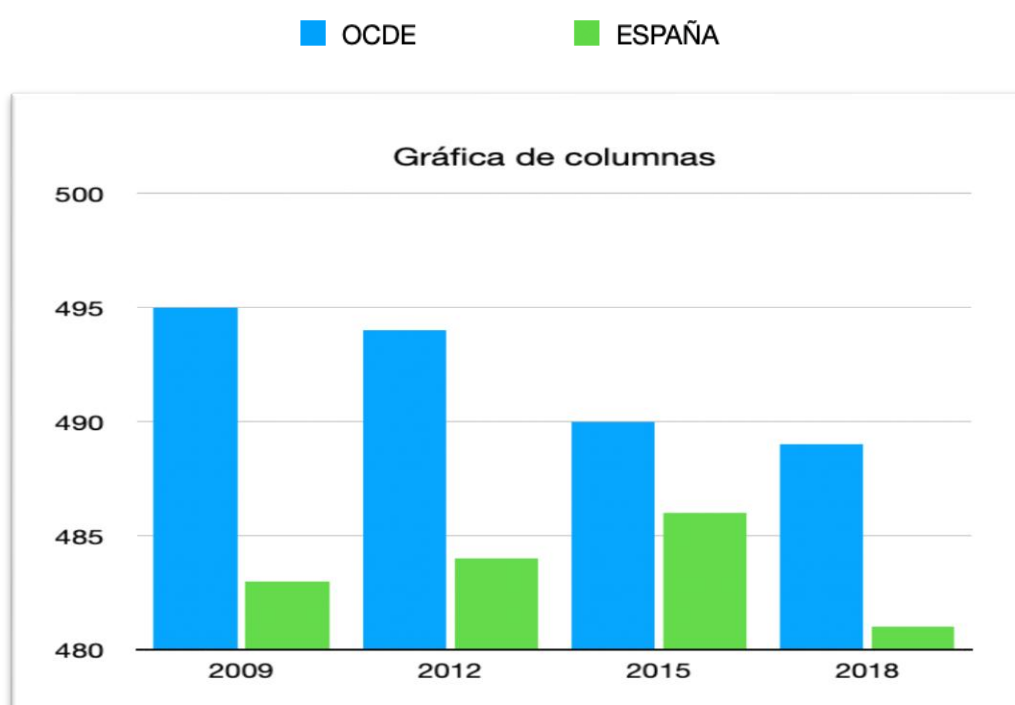


Figura 1. Informe PISA (MEC, 2018)

En la figura que mostramos podemos ver un pequeño acercamiento en cuanto a la puntuación media de la OCDE desde los años 2009 hasta el 2015, aunque también se puede observar un pequeño descenso en el año 2018. Igualmente podemos ver la decadencia en competencia matemática de la OCDE con respecto a los años anteriores.

Viendo estas estadísticas podemos sacar algunas conclusiones a los descensos en la puntuación. Entre los años 2009-2015 la crisis económica mundial, pudo ser un factor clave en cuanto al descenso de la puntuación. Muchas familias vieron recortado sus ingresos, la poca inversión realizada por parte de los gobiernos en educación o los contextos sociales que envuelven a muchas familias pudieron ser un detonante para ver la decadencia en la educación y por lo tanto en la puntuación de los informes.

Después de ver y analizar la situación de la competencia matemática en nuestro país con respecto a la media de la OCDE, analizaremos y profundizaremos un poco más entre las comunidades autónomas.

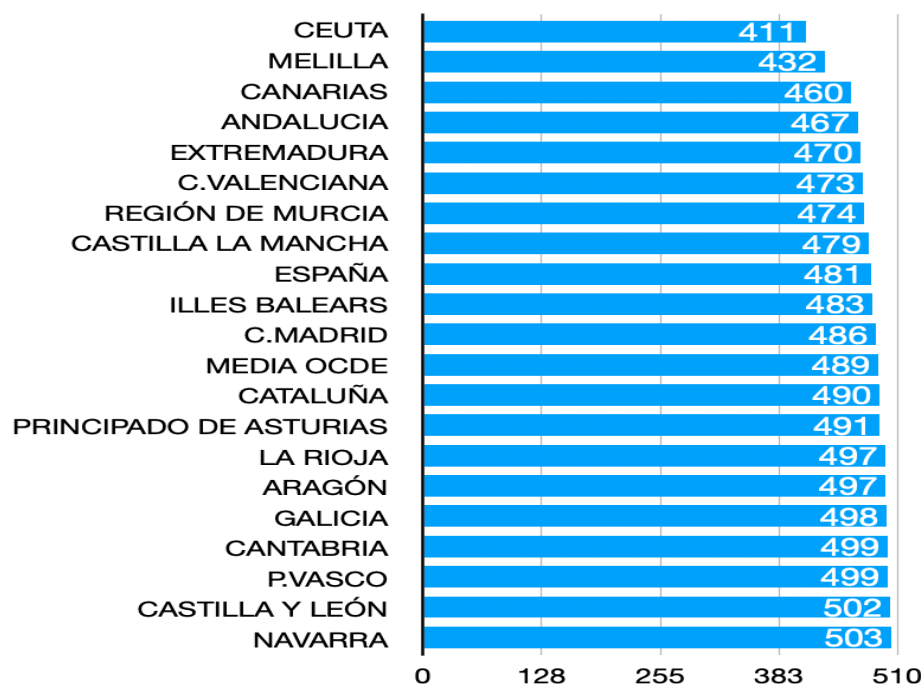


Figura 2. Informe PISA (MEC, 2018)

En esta imagen vemos la media de puntuación que tienen las comunidades autónomas con respecto a la media española y a la OCDE. Vemos que tenemos bastantes comunidades que están por encima de la media de la OCDE situada en 489 puntos, pero a la vez, encontramos algunas por debajo. Ponemos en contexto que la mayor puntuación se la llevan países asiáticos como Japón, China o Corea en 591 puntos dentro de una media de puntuación de 600 puntos. Podemos destacar por la parte alta, a comunidades como Navarra (503) o Castilla y León (502) que están en más de 500 puntos por lo que las equiparan en países como Francia, Canadá o Dinamarca entre otros. Por lo otra cara, vemos que ciudades autónomas como Melilla tienen una puntuación muy por debajo de la media con 432 puntos y que se equipara en países como Grecia, Montenegro o Rumanía.

Uno de los factores que pueden influir en estas puntuaciones es el contexto socioeconómico y a la vez social de estas comunidades así como la inversión que realiza cada comunidad autónoma en educación.

Después de ponernos un poco en contexto nos centraremos en lo que nos incumbe en nuestro trabajo, la resolución de problemas.

A continuación en la siguiente imagen veremos dos problemas realizados en el año 2012 en el cual distinguimos dos situaciones que podrían ocurrir en nuestro día a día. En el primero podemos observar un problema sobre edades entre personas que podríamos extrapolar a nuestra vida real. En el segundo vemos que se intenta evaluar los conocimientos sobre el porcentaje así como el sistema monetario en un contexto que nos podemos encontrar en alguna situación de nuestras vidas.

- 1) Ana es dos años mayor que Isabel, e Isabel tiene cuatro veces la edad de Dani. Cuando Isabel tiene 30, ¿cuántos años tiene Dani?
- 2) El señor Herrero ha comprado una televisión y una cama. La televisión costaba 625 €, pero ha conseguido un descuento del 10%. La cama costaba 200 €. Por el transporte a casa ha pagado 20 €. ¿Cuánto dinero se gastado el señor Herrero?

Figura 3. Informe PISA (MEC, 2018)

Como hemos podido observar en el ejemplo anterior, el informe PISA, le da importancia a la resolución de problemas así como a la resolución colaborativa de problemas en contextos sociales y comunes.

Después de profundizar en el informe PISA y ver sus directrices, analizaremos la importancia y presencia que tiene la resolución de problemas dentro del currículo de Educación Primaria. En este caso nos vamos a centrar en el currículo de Educación Primaria de la Comunitat Valenciana.

Según la Consejería de Educación, Cultura y Deporte en el Decreto 108/2014, de 4 de julio, del Consell, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la educación primaria en la Comunitat Valenciana nos indica que “las matemáticas constituyen un conjunto de conocimientos que permiten entender y estructurar la realidad, analizarla y obtener información para valorarla y tomar decisiones; son necesarias en la vida cotidiana para aprender a aprender y, también, por lo que su aprendizaje aporta a la formación intelectual general y al desarrollo cognitivo” (pág. 236)

Como dice el currículo, el área de Educación Primaria es experiencial, por lo que muchas veces el aprendizaje que obtenemos de las matemáticas nos enriquece nuestras posibilidades de desarrollarlas en diferentes ámbitos de la vida a través de las situaciones experienciales que tenemos en el día a día.

2.1 NCTM: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y NECESIDADES.

Como hemos observado la resolución de problemas tiene una gran importancia en nuestro currículo, pero también son cada vez más los países que apuestan por darle la importancia que tiene la resolución de problemas en la competencia matemática. Como mencionamos en apartados anteriores, el informe PISA cada vez más, realiza unidades matemáticas refiriéndose a contextos de la vida real en la que las habilidades matemáticas son necesarias para resolver problemas, al igual que se realizarían en la vida real. .

Una de las organizaciones en las que se apoya el currículum español y que es referencia mundialmente es la organización NCTM (National Council Of Teachers of Mathematics), traducida al español como el Consejo Nacional de Maestros Matemáticos.

Esta es una asociación americana, creada en los años 20 del siglo pasado, con el objetivo de dar una respuesta e iniciar un cambio en la formación matemática escolar.

Esta organización pone como eje vertebrador del quehacer matemático la modelización, que recientemente ha tomado importancia en los currículos de diferentes países, incluido el nuestro. Como concepto de modelización, tomaremos a (Alsina, García, Gómez y Romero, 2007) que nos lo muestran como un proceso de construcción de un modelo que sirve para explicar o estudiar un fenómeno real o matemático, lo que requiere traducciones constantes entre la realidad y las matemáticas.

Por otra parte, Blum y Borromeo (2009) manifiestan que a través de la modelización, los estudiantes pueden comprender mejor los contextos en los cuales se desenvuelven; se apoya el aprendizaje de las matemáticas y se promueve el desarrollo de algunas competencias, actitudes y visiones adecuadas hacia la disciplina.

Según Castro y Castro (1997) y Ortiz (2000), la modelización también contribuye a que los alumnos perciban las matemáticas como una disciplina que puede utilizarse para comprender y modificar la realidad, mediante el planteamiento de situaciones problema del mundo real, lo más cercana posibles a la sensibilidad del estudiante.

Con estas afirmaciones podemos decir que la modelización que entiende la NCTM es la de un modelo basado en las experiencias diarias que tienen los alumnos. Con este modelo y más concretamente con la modelización, debemos como docentes considerar nuestro entorno físico y social como un recurso en el que apoyarnos para hacerles ver a los alumnos situaciones o problemas que existen a su alrededor y adaptarlos a las nociones matemáticas que tenemos en nuestra vida diaria para poder solucionarlos.

3. OBJETIVOS PROPUESTOS DEL TRABAJO

Este trabajo tiene como objetivo presentar un cuestionario enfocado en la resolución de problemas. Por tanto, consideramos relevante realizar una revisión etimológica sobre el concepto de problema en la que se considere la revisión del concepto también desde el área de conocimiento de la Didáctica de la Matemática. Esta revisión nos va a permitir caracterizar el concepto y establecer una definición que guíe el concepto de problema en la secuencia didáctica que desarrollamos.

3.1 OBJETIVO PRINCIPAL:

- Realizar un cuestionario para alumnos de tercero de primaria
- Analizar y sacar conclusiones de los resultados

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Conocer y analizar diferentes métodos de resolver problemas
- Ver y observar cómo se desenvuelven en la resolución de problemas individualmente como colectivamente.
- Justificar y analizar sus conocimientos así como sus métodos en cuanto a la resolución de problemas

4 .MARCO TEÓRICO

A continuación expondremos la información que nos puede ayudar a entender el concepto de problema y su propio significado así como algunas estrategias que conoceremos y que nos ayudaran para aplicarlas en la encuesta que realizaremos a los alumnos.

4.1 ETIMOLOGÍA DE LA PALABRA PROBLEMA

Hay muchas definiciones de *problema* de la que podemos sacar varias conclusiones Antes de empezar expondremos de donde procede la palabra *problema*.

La palabra *problema* deriva del griego y está compuesta por:

- El prefijo (pro- = delante)
- El verbo (ballein = arrojar con fuerza)
- El sufijo (-ma resultado de la acción)

Existen varias definiciones de la palabra *problema* pero en este caso nos centraremos en las definiciones orientadas a las matemáticas. En este caso tenemos algunas de las que nos pueden ayudar a comprender mejor su significado matemático.

Según la RAE (2020) define problema como “planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos”. También nos diferencia entre dos tipos de problemas, los problemas determinados “que no puede tener sino una solución, o más de una en número limitado” y los problemas indeterminados “que tiene un número limitado de soluciones.

Hay otros autores como (Azcue, Diez y Lucanera, 2006.) que lo describen como “un problema es una situación que ubica a quien lo resuelve ante la necesidad de desplegar su actividad cognitiva en un intento de búsqueda de estrategias, de elaboración de conjeturas y toma de decisiones”.

En el ámbito de la didáctica, Beyer (2000) señala varias definiciones del término “problema”, presentando a varios autores, entre los que se encuentran:

Nieto (citado por Beyer, 2000) define problema como “una dificultad que exige ser resuelta, una cuestión que requiere ser aclarada.”

Otro autor, en este caso autora, dice que un problema es “una situación que un individuo o grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone, de un camino rápido y directo que le lleve a la solución (Echenique, 2006).

Estos son algunas de las definiciones que entienden los autores como “problema”. Por tanto, vamos a considerar en nuestro trabajo que un problema es una situación que se le presenta al alumno que exige de la elaboración de un proceso o estrategia que el alumno tiene que crear.

4.2.RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas ha sido siempre un punto fuerte en la didáctica de las matemáticas. Desde la Antigüedad se han ido transmitiendo conceptos matemáticos

pasando por Sócrates (470-399 a.n.e), que según Schoenfeld (1987) fue capaz de aislar la noción de resolver problemas para someterlos a estudios, hasta llegar a la época Contemporánea, en la que autores como Hadamard (1947) propone un esquema para explicar el proceso de creación matemática y en la que define su esquema en las siguientes fases:

- Documentación: informarse, leer previamente, escuchar, discutir.
- Preparación: realizar un proceso de ensayo-error sobre diferentes vías e hipótesis, considerando un cambio eventual de actividad en caso de no obtener ningún progreso
- Incubación: al cambiar de actividad
- Iluminación: ocurre la idea repentina
- Verificación: la idea debe someterse al análisis y comprobación, al juicio crítico
- Conclusión: ordenación y formulación de los resultados)

Pero si hablamos de la resolución de problemas debemos de pararnos y hablar de G.Polya (1887-1985). Fue un matemático austro húngaro que centró gran parte de su vida en el estudio de la resolución de problemas.

Entre ello, escribió varios libros, pero el más importante en su carrera es “como solucionar problemas G.Polya, (1965) [título original: How to solve it].

En nuestro trabajo nos vamos a centrar en sus teorías en cuanto a la resolución de problemas ya que como veremos más adelante en las directrices curriculares, vemos que hay aspectos comunes que nos podrán ayudar a desarrollar parte de nuestro trabajo.

Polya (1965), a través de su libro “como solucionar problemas” nos introduce el término “heurística”.

Vamos hacer un alto en el camino y desglosar el concepto de “heurística” para poder comprender mejor la teoría de Polya.

Según la RAE (2021) el término heurística es “la técnica de la indagación y del descubrimiento”. Con esta definición podemos entender un poco más el término pero nos centraremos en otra definición que puede asemejarse más a lo que buscamos y dice así “en algunas ciencias, manera de buscar la solución de un problema mediante métodos no rigurosos, como tanteo, reglas empíricas...”

Como hemos dicho anteriormente nos centraremos en la última definición y utilizaremos la heurística como la disciplina que propone diferentes estrategias que nos guiarán en el descubrimiento de las soluciones a los problemas matemáticos.

Por otra parte, tenemos la definición de heurística de Polya (1965), que la define como, la heurística trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso (Polya, 1965, p. 102).

Una vez visto y comprendido el concepto heurístico, podemos indagar en las estrategias de Polya en cuanto a la resolución de problemas.

Para Polya (1965) para resolver un problema se necesitan cuatro etapas que después sirvieron de referencia para muchos planteamientos posteriores, pero el esquema en el que muchos autores se basaron fue el siguiente:

A continuación se describen cada una de las fases:

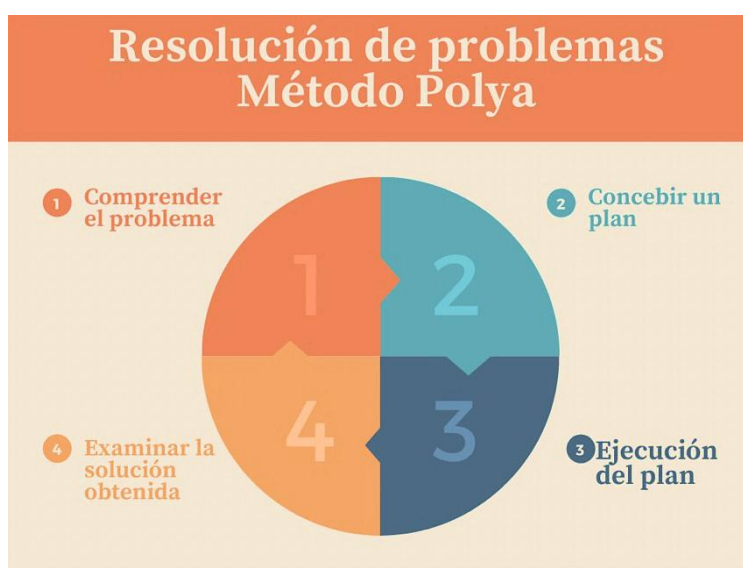


Figura 4. Fuente: “Cómo solucionar problemas” G.Polya, (1965)

- I. **Comprender el problema.** Mediante preguntas como: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál y cómo es la condición? (Polya, p.19) el estudiante debe contextualizar el problema. En esta fase lo que se intenta es que el alumno a través de sus conocimientos previos y con el texto que nos plantea el problema,

intente buscar la solución más acorde a sus capacidades y de esta manera poder resolver el problema.

- II. **Concebir un plan.** Esta es la parte fundamental para la resolución del problema. Una vez hayamos comprendido la situación planteada debemos de elaborar un plan para abordar la solución. Para ello nos podemos apoyar con problemas similares que hayamos hecho anteriormente para poder simplificar su complejidad y así poder resolverlo. También podemos utilizar estrategias previas que conozcamos que nos ayuden en el proceso de la resolución de problemas.
- III. **Ejecución del plan.** En esta parte, consiste en poner en práctica todo lo diseñado anteriormente. Puede ser que no haya una única manera de solucionar el problema o incluso que tardemos mucho en resolverlo, pero lo que tenemos que dejar claro es que en esta fase se concluye con una respuesta clara y contextualizada de la respuesta obtenida.
- IV. **Examinar la solución obtenida.** El autor en esta fase señala que en esta fase se procura extender la solución de un problema a tal vez algo más trascendente: “¿Puede emplear este resultado o el método en otro problema?” (Polya, 1965, p.19).

La finalidad de la resolución de problemas es aprender durante el desarrollo del problema, poder contrastar el resultado y reflexionar sobre si se podía haber llegado por otras vías o si por el camino hemos tenido bloqueos que hemos podido superar.

Como hemos mencionado anteriormente, estas fases tienen muchas semejanzas en cuanto a la resolución de problemas que nos indican en el currículo. Por otra parte, respecto a la resolución de problemas, vemos que tenemos que afianzar en los alumnos un método de trabajo y si es en etapas más tempranas mejor, ya que de esta manera y a través de sus experiencias pueden ir absorbiendo más conceptos que les ayuden a resolver problemas. Todo esto les puede ayudar en el futuro y así poder enfrentarse a problemas matemáticos que les puedan ir surgiendo fuera del colegio. Si conseguimos que los alumnos adopten un método estructurado de resolver problemas, estaremos evitando un bloqueo o frustración que, podrían producirse si no tienen ningún método sobre el cual apoyarse. Nuestra labor como docentes es dotarles de las herramientas que les puedan ayudar a conseguir a resolver un problema matemático. Si conseguimos que afiancen dichos conceptos estaremos orientando, a los alumnos a pensar por ellos mismos a cómo resolver un problema con sus propias herramientas y sus propios procesos de aprendizajes.

5- MARCO CURRICULAR

Después de ver las definiciones de algunos autores sobre el término “problema” nos vamos a centrar en la resolución de problemas en el área de las matemáticas.

En el Decreto 108/2014, de 4 de julio, del Consell, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la Educación Primaria en la Comunitat Valenciana, otorga una gran importancia a la resolución de problemas, es por ello que está en numerosos aspectos presentes en el currículo.

Como veremos a continuación, el área de matemáticas está dividida en cinco bloques.

Bloque 1: “Procesos, métodos, y actitudes en Matemáticas”

Bloque 2: “Números”

Bloque 3: “Medida”

Bloque 4: “Geometría”

Bloque 5: “Estadística y probabilidad”

Centrándonos en el bloque 1, y según el Decreto 108/2014, de 4 de julio del Consell, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de la Educación Primaria en la Comunitat Valenciana, podemos decir que es el eje del resto de bloques. A través de este bloque podemos desarrollar muchos de los contenidos de la resta de bloques de ahí la importancia que le damos. Como el currículo dice, y bastante de acuerdo con ello, el aprendizaje de cómo podemos solucionar problemas o utilizar diferentes estrategias para poder solucionarlos, nos puede y a la vez nos debe ayudar a enriquecernos en nuestros diferentes ámbitos de la vida diaria. Para ello es importante que no solo podamos trabajarlos en la escuela, sino también darles una importancia fuera de ella para que aprendan y se adapten a situaciones más complejas que les puede ir surgiendo en el día a día.

Siguiendo en el currículo, nos viene a decir que no solo en las matemáticas tenemos que saber o como debemos de hacer un ejercicio o resolver un problema, también hay que tener una buena actitud hacia las matemáticas, planificar y gestionar proyectos o la utilización de los medios y recursos tecnológicos.

Según Polya (1965) (citado en Echenique, 2006) consideraba que el profesor tiene en sus manos la llave del éxito, ya que si es capaz de estimular en los alumnos la curiosidad, podrá despertar en ellos el gusto por el pensamiento independiente, pero, si por lo contrario, dedica tiempo a ejercitarles en operaciones de tipo rutinario, matará en ellos el interés.

Después de esta cita, junto lo citado anteriormente del currículo, podemos decir que no solo los alumnos deben de tener una buenas actitud hacia las matemáticas, sino que debe de empezar desde el maestro, que debe canalizar esas sensaciones y quehaceres hacia los alumnos, motivarles con recursos manipulables o con los avances tecnológicos que existen hoy en día, darles algunas claves para que ellos puedan abrirse camino en la planificación de sus propios proyectos.

Continuando con el currículo y su investigación nos paramos en este contenido que nos menciona el bloque 1 en su introducción *“las estrategias de resolución de problemas constituyen una de las líneas principales de la actividad matemática y han de ser fuente y soporte principal del aprendizaje”*. Muy de acuerdo con estas palabras, y como he mencionado anteriormente, la resolución de problemas debe ser un eje en el que apoyarnos y afirmar no solo en la escuela, sino también en nuestros contextos y situaciones que nos rodean en nuestro día a día.

Otro aspecto que destacamos en el bloque 1, es *“la resolución de problemas se ponen en marcha habilidades como leer atentamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo que se revisa mientras dura la resolución, modificar el plan si no da resultado, comprobar la resolución si se ha encontrado, comunicar los resultados o plantear nuevos problemas”*. Con estas palabras vemos y nos ratificamos de la importancia que tiene la resolución de problemas dentro del área de matemáticas. En ellos no solo estamos resolviendo un problema, sino que como bien se menciona en el currículo, estamos adquiriendo diferentes capacidades básicas que se muestran en diferentes áreas. En consecuencia, podemos decir que el bloque 1 constituye el origen de los contenidos que se apoyan para desarrollar la autonomía e iniciativa personal del alumnado.

Otro bloque en el que nos centramos para este cuestionario es el bloque 2. En él hace referencia a *“estrategias y procedimientos”* y podemos decir que es otro de los bloques que podemos considerar eje del resto de bloques. Destacaremos estas palabras que hace referencia en el bloque 2 *“las estrategias son las habilidades y técnicas para superar*

bloqueos, el punto de partida hacia la resolución de una situación problemática, los procedimientos, por su parte, son el método seguido para conseguirlo”.

Con estas palabras reafirmamos que para la resolución de problemas tenemos que tener una estrategia que nos ayude a poder superar el bloqueo que sufren la mayoría de alumnos a la hora de resolver problemas, por lo que necesitamos dichas estrategias con las cuales a través de los procedimientos adecuados nos ayudarán a conseguir el resultado que buscamos.

Nos centramos ahora en los contenidos y los criterios de evaluación trabajados durante el cuestionario que nos ayudaron para su realización así como para un análisis más profundo de los resultados obtenidos en los problemas.

Bloque 1. PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS	
Contenidos	Criterios de evaluación
Lectura comprensiva del enunciado	Todos los problemas
Diferenciación entre datos principales y datos secundarios	Todos los problemas
Identificación de la pregunta	Todos los problemas
Identificación e interpretación de los datos	Todos los problemas

Bloque 2. NÚMEROS	
Contenidos	Criterios de evaluación
Conocimiento de equivalencias de monedas y billetes de €, y uso del dinero para compras y devolución	Problema 5, 6 7, 8 y 11
La multiplicación como suma de sumandos y la división como resta de grupos iguales	Problema 4 y 6
Utilización de la división para repartir y para agrupar y como operación inversa a la multiplicación	Problema 2, 5 y 7
Concepto de doble, triple, mitad, tercio...	Problema 4.

Conocimiento de equivalencias de monedas y billetes de €, y uso del dinero para compras con devolución.	Problema 5, 6, 7, 8 y 11
Resolución de problemas numéricos con sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, referidas a situaciones reales sencillas de cambio, combinación, igualación y comparación.	Problema 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12.

6- METODOLOGÍA

En referencia a la metodología que aplicaremos en el aula, buscaremos un verdadero aprendizaje significativo en el que el alumno pueda transferir a su día a día para convertirse en una persona autónoma. Para ello, es necesario que se parta de sus conocimientos previos y de su nivel psicoevolutivo, así como crearles un conflicto cognitivo. Tenemos que ser capaces de crear ese conflicto en el alumnado para plantearle situaciones problemáticas con la finalidad de que rompa sus esquemas conceptuales y que adquieran nuevos conocimientos para poder solventar el problema.

Del mismo modo, tomo el papel de guía en el aprendizaje y construyo la plataforma de conocimiento de los alumnos, dándoles todas las herramientas necesarias para que superen dicho conflicto.

La metodología desarrollada en nuestro cuestionario está basado en el método heurístico de Polya. Como dice su primera etapa “comprender el enunciado” es una de las partes más importantes en cuanto a la resolución de problemas ya que si no tenemos una claridad en cuanto a la situación del problema, difícilmente podremos tener éxito en la solución. En esta situación suele ocurrir el primer bloque que comentamos en apartados anteriores y que suele ser el primer paso para que los alumnos abandonen y decaigan en su ímpetu de resolver problemas. En este apartado ya pudimos ver algunos de los bloqueos mencionados que vimos reflejados en las propuestas de los alumnos, en los que algunos no entendieron el enunciado, con respuestas que no tenían nada que ver con la pregunta principal o como alumnos dejaron el problema sin resolver por no llegar a entender el enunciado.

Una vez habían superado esa primera fase, tenían que pasar a “concebir un plan” segunda etapa de Polya, para resolver el problema. Por ello, les dimos diferentes estrategias que podían utilizar en la RP, como la realización de representaciones simbólicas a través de dibujos o que realizaran sus propias estrategias que más tardes abordaremos. Aquí es donde los alumnos, sacaron sus propias estrategias para resolver los problemas y pudimos ver la variedad que puede existir en cuanto a resolver un problema.

Una vez, los alumnos tenían el plan debían de pasar a la tercera etapa basada en la ejecución del plan. En ella los alumnos es donde deben de aplicar sus operaciones pertinentes en las estrategias que ellos habían construido para buscar la solución del problema. Como veremos en el análisis de los problemas, los alumnos optaron por diferentes estrategias así como dentro de las mismas estrategias, optaron por diferentes maneras de solucionar el problema.

Por último, la cuarta etapa, se pone énfasis en los estudiantes en que revisen y hagan una pequeña reflexión del problema con la ayuda del profesor en la que guíe a través de preguntas a los alumnos si el plan y los resultado son acordes con la pregunta del problema.

7- PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DEL CUESTIONARIO

A continuación veremos el cuestionario que realizaron los 19 alumnos de tercero de primaria, para luego analizar y ver los resultados obtenidos en dichos problemas.

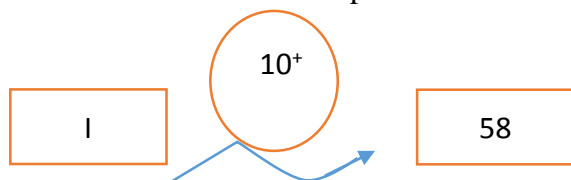
El cuestionario está constituido de doce enunciados. Se presentan tanto situaciones contextualizadas de una etapa que dan sentido a la suma y la resta de números naturales como situaciones multiplicativas que constituyen la razón de ser para la introducción de las operaciones de multiplicación y división. A continuación, se presentan cada uno de los enunciados analizando su estructura semántica, caracterizando los datos y la incógnita, así como el diagrama asociado. Para el análisis, se ha considerado el manual de la asignatura de Didáctica de la Aritmética I del Grado de Magisterio de Primaria de la Universidad de Zaragoza (Cid, Eascolano y Muñoz, 2020).

A continuación les mostraremos el cuestionario analizado sistemáticamente y que realizaron los alumnos de tercero de primaria.

Problema 1. Pau tiene en la hucha 58€ y su hermana tiene 10€ más que Pau. ¿Cuántos euros tiene la hermana de Pau?

Situación aditivo-concreta, el grado de contextualización toma el valor de situación hipotética cuyo contexto es familiar al niño.

Estructura semántica: Estado-Comparación-Estado



58 euros (Pau): Estado de referencia

10 euros más que (Pau): Comparación

Resolución: $I=58+10=68$ euros tiene la herma de Pau. La incógnita se corresponde con el estado comparado.

Problema 2. Tengo 12 fichas rojas y 3 azules. ¿Cuántas veces de fichas rojas hay más que de fichas azules?

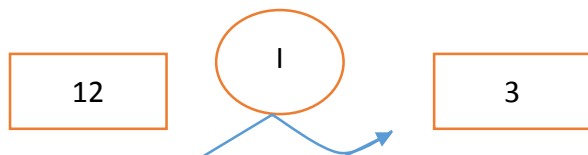
Situación multiplicativa-concreta el grado de contextualización toma el valor de situación hipotética cuyo contexto es familiar al niño.

Estructura semántica: Estado-Comparación-Estado

12 fichas rojas: Estado

3 fichas azules: Estado

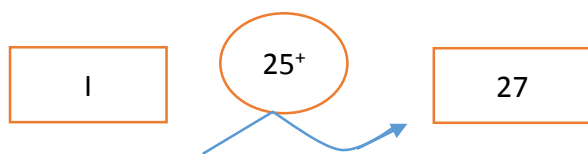
Resolución: $I=12:3=4$ veces más hay de fichas rojas que azules



Problema 3. Joan tiene 25€ más que Marc. Si Marc tiene 27€. ¿Cuánto dinero tiene Joan?

Situación: aditivo-concreta el grado de contextualización toma el valor de situación hipotética cuyo contexto es familiar al niño.

Estructura semántica: Estado - Comparación - Estado



Marc tiene 27€ (Estado de referencia)

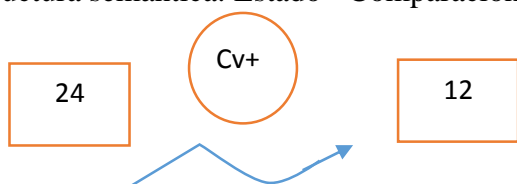
Joan tiene 25€ más que Marc (estado de comparación)

Resolución: $I=27+25= 52$ euros tiene Joan. La incógnita se corresponde con el estado comparado.

Problema 4. Raquel tiene el doble de dinero que tengo yo. En mi hucha tengo 12€. ¿Cuántos euros tiene Raquel?

Situación multiplicativa-concreta el grado de contextualización toma el valor de situación hipotética cuyo contexto es familiar al niño.

Estructura semántica: Estado - Comparación – Estado



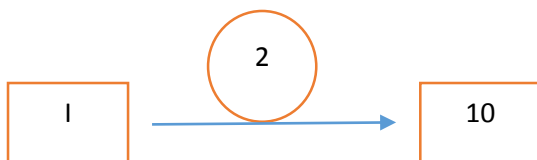
Raquel tiene el doble que yo, es lo mismo que decir, que Raquel tiene dos veces más que yo. El estado de referencia se corresponde con el dinero que tengo yo. Por tanto, la incógnita se sitúa en el estado comparado.

Resolución I: $12 \times 2 = 24€$

Problema 5. La maestra de matemáticas nos ha dicho que tenemos que comprarnos unos cuadernos para realizar un trabajo. Me gastado 10€ y cada cuaderno vale 2€. ¿Cuántos cuadernos me comprado?

Situación: multiplicativa-concreta el grado de contextualización toma el valor de situación hipotética cuyo contexto es familiar al niño.

Estructura semántica: Estado - Razón – Estado



Estado 1: número de cuadernos

2€ vale cada cuaderno: Razón

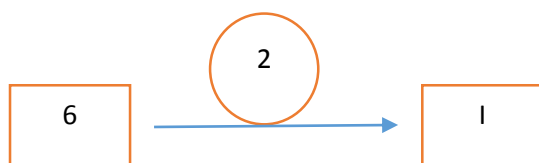
Estado 2: 10 euros.

Resolución I: $10:2= 5$

Problema 6. Mi madre nos ha enviado a realizar la compra a Pau y a mí. Tenemos que comprar 6 paquetes de arroz. Si cada paquete vale 2€, ¿Cuánto dinero nos hemos gastado Pau y yo?

Situación: multiplicativa-concreta el grado de contextualización toma el valor de situación hipotética cuyo contexto es familiar al niño.

Estructura semántica: Estado - Razón – Estado



6 paquetes: Estado 1

2€ vale cada paquete. Razón

12€ hemos gastado. Estado 2

Resolución I= $6 \times 2 = 12€$

Problemas 7. Hugo y Laura se compraron 8 paquetes de chucherías. Si se gastaron 16€ entre los dos, ¿Cuánto valía cada paquete de chucherías?

Situación: multiplicativa-concreta el grado de contextualización toma el valor de situación hipotética cuyo contexto es familiar al niño.

Estructura semántica: Estado - Razón – Estado



8 paquetes: Estado 1

2€ vale cada paquete: Razón

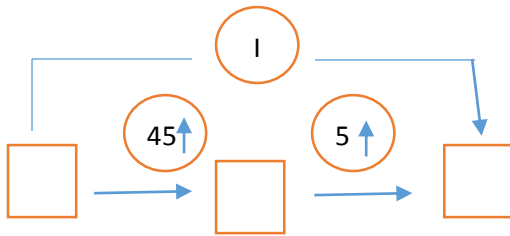
16€ se gastaron. Estado 2

Resolución I: $16:8 = 2€$ valía cada paquete

Problema 8. En el aniversario de Jaume le dieron 45€ para que se comprase un álbum de cromos y su madre le dio 5€ más. ¿Cuánto dinero tenía en total? Si el álbum valía 52€, ¿tuvo suficiente dinero? ¿Cuánto dinero le dieron en total?

Situación aditivo-concreta el grado de contextualización toma el valor de situación hipotética cuyo contexto es familiar al niño.

Estructura semántica: Transformación - Transformación – Transformación



45€: transformación 1

5€ más. Transformación 2

50€ en total. Transformación 3

Resolución I: $45+5=50$

Segunda etapa: Determinar si tenía dinero suficiente.

$52-50= 2€$

Problema 9. Ayer tenía 20€, pero perdí 6€. ¿Cuántos € tengo ahora?

Situación: sustracción-concreta el grado de contextualización toma el valor de situación hipotética cuyo contexto es familiar al niño.

Estructura semántica: Estado – Transformación – Estado



20€: Estado 1

6€ perdió. Transformación

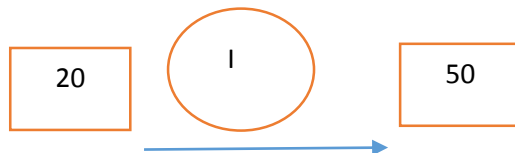
14€ tiene. Estado 2

Resolución I= $20-6= 14€$ tiene

Problema 10. Tengo ahorrado 20€ y por mi aniversario me dieron más dinero. Ahora tengo 50€. ¿Cuántos euros me dieron?

Situación: sustracción-concreta el grado de contextualización toma el valor de situación hipotética cuyo contexto es familiar al niño.

Estructura semántica: Estado – Transformación – Estado



20€: Estado 1

30€. Transformación

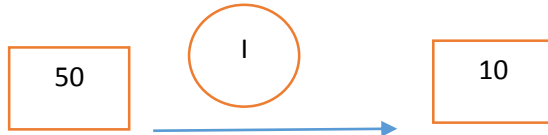
50€. Estado final

Resolución I= $50-20= 30 €$ le han dado.

Problema 11. Salí de compras con 50€ y compré una camiseta y unos pantalones. Solo me quedan 10€. ¿Cuánto dinero me gasté?

Situación: sustracción-concreta el grado de contextualización toma el valor de situación hipotética cuyo contexto es familiar al niño.

Estructura semántica: Estado – Transformación – Estado



50€: Estado 1

40€. Transformación

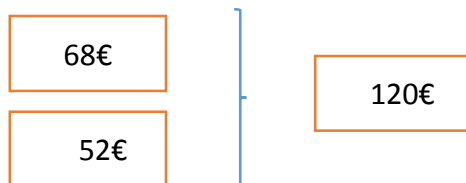
10€. Estado final

Resolución $I=50-10 = 40€$ se ha gastado

Problema 12. Tengo guardado 68€ y mi hermano tiene 52€. ¿Cuánto dinero tenemos entre los dos?

Situación multiplicativa-concreta el grado de contextualización toma el valor de situación hipotética cuyo contexto es familiar al niño.

Estructura semántica: Estado - Estado – Estado



Yo tengo 68€. Estado parcial 1

Mi hermano tiene 52€. Estado parcial 2

120€ tenemos entre los dos. Estado total

Resolución I: $68+52=120€$

Número de problema	Operación	Estructura semántica	Resolución correcta	Resolución incorrecta
Problema 1	17	ECE	18	1
Problema 2	6	ECE	7	12
Problema 3	18	ECE	17	2
Problema 4	16	EEE	17	2
Problema 5	15	ERE	18	1
Problema 6	15	ERE	14	5
Problema 7	11	ERE	14	5
Problema 8	18	TTT	18	1
Problema 9	16	ETE	18	1
Problema 10	11	ETE	13	6
Problema 11	14	ETE	17	2
Problema 12	19	EEE	18	1

Ahora vamos analizar con más detalle aquellos problemas que han sido resueltos sin necesidades de realizar una operación o simplemente han optado por dibujar o interpretar el enunciado con imágenes o símbolos o por otra parte han optado por el cálculo mental. En ningún caso nosotros les dijimos como debían de solucionar el problema por lo que ellos mismos han sido los que decidieron en todo momento su estrategia para solucionar el problema.

En el problema 1 solo ha habido un alumno de los que ha respondido correctamente que no ha utilizado ninguna operación para resolver el problema. En este caso el alumno decidió realizar cálculo mental para resolver el problema.

En el problema 2 podemos decir que la mayoría de alumnos se decantaron por realizar imágenes, en este caso de monedas para resolver el problema sin utilizar ninguna operación matemática.

En el problema 3 la mayoría de los alumnos optaron por solucionar el problema con una simple operación.

En el problema 4 solo hubo un alumno que utilizó una estrategia diferente para resolver el problema. En este caso realizó dibujos para interpretar el enunciado.

En el problema 5, 6 y 7 surgen nuevas estrategias para resolver el problema. En este caso vemos a varios alumnos que se decantan por el cálculo mental. Por otra parte hay un caso de un alumno que realiza una operación pero a la vez se ayuda de unos dibujos para resolver el problema.

En el problema 8, es un problema en el que se deben de realizar varias operaciones para poder solucionar el problema. En este caso, todos los alumnos menos uno resolvieron correctamente el problema.

En el problema 9, 10 y 11 vuelven aparecer diferentes estrategias para resolver el problema. Esta vez vuelve aparecer el cálculo mental en varios alumnos. Pensamos que es a la sencillez que tenían los problemas.

En el problema 12, todos los alumnos se deciden por realizar una operación y todos la ejecutan correctamente, menos un alumno que se equivoca realizándola.

Análisis Problema 1

En primer lugar vamos a describir las estrategias de resolución del enunciado con ejemplos que nos ayuden a su comprensión.

- **Operaciones.** Estas respuestas se caracterizan por realizar una o varias operaciones hasta que se resuelva el problema. Para ello la gran mayoría de alumnos han optado por la suma como operación para resolver el problema.

1- Pau te en la vidriola 58€ i la seua germana te 10€ més que Pau.
 Quants euros te la germana de Pau?

Representació del problema	Solució
<p>Dades:</p> <p>Pau te 58€ en la vidriola.</p> <p>La seua germana 10€ més.</p>	$\begin{array}{r} 58 \\ +10 \\ \hline 68 \end{array}$ <p>68€ te la seua germana</p>

Figura 10: representación del alumno A9

- **Otras respuestas.** En esta categoría situamos aquellas repuestas en las que los alumnos no identifican una operación pero tampoco se apoyan en ningún tipo de estrategia como las identificadas en los apartados anteriores. En esta ocasión vemos a un alumno A14 resolver el enunciado con cálculo mental. El c

1- Pau te en la vidriola 58€ i la seua germana te 10€ més que Pau..
Quants euros te la germana de Pau?

Representació del problema	Solució
<p>Pau te en la vidriola 58€. La germana 10€ més que ell</p>	<p>La germana te 68€</p>

Figura 11: representación del alumno A14

Representación simbólica de los datos del problema

Se corresponden con aquellas estrategias en las que el alumno representa los datos del enunciado con símbolos o dibujos para resolver el problema que las combinan como vemos en la imagen con operaciones para la resolución del problema.

1- Pau te en la vidriola 58€ i la seua germana te 10€ més que Pau..
Quants euros te la germana de Pau?



Representació del problema	Solució
<p><u>Dades</u> Pau: 58€ germana 10€ més que Pau</p> <p>Pau  58€</p> <p>Germana  68</p>	<p>La seua germana Té 68€.</p>

Figura 12: representación del alumno A18

Estrategia	Alumnos	Número de alumnos
Operaciones (suma, resta...)	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A15, 16, A17, A19	17
Representación simbólica	A18	1
Otras respuestas	A14	1

Analisis Problema 2

En primer lugar, vamos a describir las estrategias de resolución del enunciado propuesto junto con un ejemplo que ayude a la comprensión de la caracterización.

- **Ensayo-error.** Estas respuestas se caracterizan por intentar buscar la solución correcta del problema.

•

2- Tinc 12 fitxes roges i 3 blaves. Quantes vegades més de fitxes roges hi ha que fitxes blaves

Representació del problema	Solució
<p>Dades 12 roges 3 blaves</p>	$\begin{array}{r} 3 \\ \times 4 \\ \hline 12 \end{array}$ <p>les fitxes són més que les blaves.</p>

Figura 13: representación del alumno A16

- **Representación simbólica de los datos del problema.** Se corresponden con aquellas estrategias en las que el alumno representa los datos del enunciado con círculos que en algunos casos los pintan según el color del enunciado para poder identificar mejor el resultado.

2- Tinc 12 fitxes roges i 3 blaves. Quantes vegades més de fitxes roges hi ha que fitxes blaves.

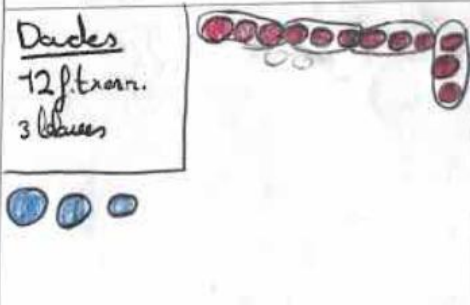
Representació del problema	Solució
<p><u>Dades</u> 12 fitxes r. 3 blaves</p> 	<p>3 vegades més hi ha que fitxes blaves.</p>

Figura 14. Resolución del alumno A 11

- **Otras respuestas.** En esta categoría situamos aquellas repuestas en las que los alumnos no identifican una operación pero tampoco se apoyan en ningún tipo de estrategia como las identificadas en los apartados anteriores. En este caso, intuimos que el alumno se fundamenta en un cálculo mental que puede conducir a identificar o no la respuesta correcta.

2- Tinc 12 fitxes roges i 3 blaves. Quantes vegades més de fitxes roges hi ha que fitxes blaves

Representació del problema	Solució
<p>12 fitxes roges i 3 blaves</p>	<p>4 vegades més hi ha</p>

Figura 15. Representación del alumno A6

Estrategia	Alumnos	Número de alumnos
Ensayo-Error	A8, A16, A17	3
Representación simbólica	A2, A3, A4, A5, A7, A10, A11, A15, A18, A19	10

Análisis Problema 3

En el problema 3 se utilizan diferentes estrategias para resolver el problema que a continuación veremos.

- **Operaciones.** Estas respuestas se caracterizan por realizar una o varias operaciones hasta que se resuelva el problema. En este caso el enunciado se resuelve con una suma. La gran mayoría de los alumnos han sido capaces de entender el enunciado y resolverlo correctamente.

3- Joan te 25€ més que Marc. Si Marc te 27€. Quants diners te Joan?

Representació del problema	Solució
<p><u>Dades</u></p> <p>Joan te 25€ més que Marc; Marc te 27€</p> <p>27€</p>	$\begin{array}{r} 27 \\ +25 \\ \hline 52 \end{array}$ <p>52€ te Joan</p>

Figura 16: representación del alumno A9

- **Representación simbólica de los datos del problema.** Este apartado se corresponde con aquellas estrategias en las que el alumno representa los datos del enunciado con dibujos o símbolos. Aquí un ejemplo de una resolución de enunciado de un alumno en este caso el alumno A18 decidió apoyarse en unas imágenes junto con operaciones para resolver el problema.

3- Joan te 25€ més que Marc, Si Marc te 27€. Quants diners te Joan?



Representació del problema		Solució
<p><u>Dades</u> Marc: 27€ Joan 25€ Més</p> <p>Marc</p>  <p>27€</p> <p>Joan</p>  <p>25€</p> <p> $\begin{array}{r} 1 \\ 27 \\ + 25 \\ \hline 52 \end{array}$ </p>		Joan te 32€

Figura 17: representación del alumno A18

- **Ensayo-error.** Estas respuestas se caracterizan por intentar buscar la solución correcta del problema a través de operaciones. En este ejemplo el alumno no llega a entender el problema y realiza operaciones con datos que no corresponden al problema. Deducimos que no llegó a entender el enunciado y a través del ensayo-error intentó realizar una operación que no llegó a resolver el enunciado.

3- Joan te 25€ més que Marc. Si Marc te 27€. Quants diners te Joan?

Representació del problema	Solució
<p><u>Dades</u></p> <p>te 25€ més que Marc. Marc te 27€</p> <p>$2 \times 5 = 10$</p>	10 diners te Joan.

Figura 18: representación del alumno A4

Estrategia	Alumnos	Número de alumnos
Ensayo-Error	A4	1
Representación simbólica	A18	1
Operaciones (suma, resta...)	A1, A2, A3, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A19	18

Análisis problema 4.

Seguimos analizando los problemas y esta vez veremos las estrategias realizadas por los alumnos en el problema 4. En este enunciado introducimos el término doble, por lo que puede que aparezca alguna multiplicación en cuanto a estrategia para resolver el problema.

- **Operaciones.** En esta estrategia la gran mayoría de alumnos han optado por la multiplicación. El término doble que aparece en el enunciado les da la oportunidad de realizar una multiplicación en cuanto a resolver el problema. En otros casos algunos alumnos han optado por la suma. Por otra parte vemos a otro alumno que realiza operaciones, en este caso la suma. El término doble deducimos que no llega a entenderlo por lo que suma 2 unidades en vez de multiplicar por dos.

4- Raquel te el doble de diners que tinc jo. En la meua vidriola tinc 12€. Quants euros te Raquel?	
Representació del problema	Solució
<p><u>Dades:</u> Raquel te el doble de diners que jo i jo tinc 12€</p>	$\begin{array}{r} 12 \\ \times 2 \\ \hline 24 \end{array}$ <p>€ te Raquel.</p>

Figura 19: representación del alumno A9

4- Raquel te el doble de diners que tinc jo. En la meua vidriola tinc 12€. Quants euros te Raquel?

Representació del problema	Solució
<p>2 mes que jo 12€</p>	$\begin{array}{r} 12 \\ + 2 \\ \hline 14€ \text{ me te} \end{array}$

Figura 20: representación del alumno 10

- **Representación simbólica de los datos del problema.** En esta estrategia se utilizan símbolos o dibujos para representar los datos del problema. Es una de las estrategias más utilizadas entre los alumnos. Aquí tenemos un ejemplo de un alumno apoyándose en símbolos para resolver el enunciado.

4- Raquel te el doble de diners que tinc jo. En la meua vidriola tinc 12€. Quants euros te Raquel?

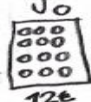

Representació del problema	Solució
<p>Dades Jo: 12€ Raquel x2</p> <p>Jo  12€</p> <p>Raquel  24€</p>	<p>Raquel = 24€</p>

Figura 21: representación del alumno A18

Estrategia	Alumnos	Número de alumnos
Otras respuestas	A4, A10, A12	3
Representación simbólica	A18	1
Operaciones (suma, resta...)	A1, A2, A3, A5, A6, A7, A8, A9, A11, A13, A14, A15, A16, A17, A19	18

Analisis Problema 5

En primer lugar, continuaremos describiendo las estrategias de resolución del enunciado propuesto junto con un ejemplo que ayude a la comprensión de la caracterización.

- **Operaciones.** En esta estrategia se busca a través de una operación buscar la solución al problema. Para esta ocasión la gran mayoría de los alumnos han optado por resolver el problema a través de una división.

5- La mestra de matemàtiques ens ha dit que ens tenim que comprar uns quaderns per a fer un treball. M'he gastat 10€ i cada quadern m'ha costat 2€. Quants quaderns he comprat?

Representació del problema	Solució
<p><u>Dades</u></p> <p>M'he gastat 10€ cada quadern m'ha costat 2€</p>	<p>10 / 2</p> <p>5 / 0</p> <p>he comprat 5 quaderns</p>

Figura 22: representació del alumno A14

- **Representación simbólica de los datos del problema.** Como en el problema anterior, este apartado se corresponden con aquellas estrategias en las que el alumno representa los datos del enunciado con dibujos o símbolos, en este caso con círculos simulando las monedas del problema

5- La mestra de matemàtiques ens ha dit que ens tenim que comprar uns quaderns per a fer un treball. M'he gastat 10€ i cada quadern m'ha costat 2€. Quants quaderns he comprat?


Representació del problema	Solució
 <p>10 / 2</p> <p>0 / 5</p>	<p>He comprat 5 quaderns.</p>

Figura 23: representación del alumno A6

- **Otras respuestas.** En esta categoría situamos aquellas respuestas en las que los alumnos no identifican una operación pero tampoco se apoyan en ningún tipo de estrategia como las identificadas en los apartados anteriores. En este caso, intuimos que el alumno se fundamenta en un cálculo mental que puede conducir a identificar o no la respuesta correcta. Son cuatro los alumnos que han decidido resolver el problema con el cálculo mental, teniendo el resultado final correctamente.

5- La mestra de matemàtiques ens ha dit que ens tenim que comprar uns quaderns per a fer un treball. M'he gastat 10€ i cada quadern m'ha costat 2€. Quants quaderns he comprat?

Representació del problema	Solució
<p>Dades</p> <p>M'he gastat 10 €. m'ha costat 2€</p>	<p>5 quaderns he comprat</p>

Figura 24: representación del alumno A4

Estrategia	Alumnos	Número
Operaciones (suma, resta...)	A1, A2, A3, A7, A8, A12, A14, A17, A18, A19	10
Representación simbólica	A5, A6, A9, A10, A15	5
Otras respuestas	A4, A11, A13, A16	4

Análisis problema 6

Seguimos con el análisis de los problemas. En esta ocasión tenemos un problema en el que han encontrado diferentes formas de resolver el problema y que vamos a ver y analizar con detalle.

- **Operaciones.** En este caso la mayoría de los alumnos han decidido por resolver el problema a través de una multiplicación.

6- La meua mare ens ha enviat a fer la compra a Pau i a mi. Tenim que comprar-li 6 paquets d'arròs. Si cada paquet val 2€, quants diners ens hem gastat Pau i jo?

Representació del problema	Solució
<p><u>Dades</u> 6 paquets 1 paq val 2€</p> $\begin{array}{r} 6 \\ \times 2 \\ \hline 12 \end{array}$	<p>12€ ens hem gastat.</p>

Figura 25: representación del alumno A9

- **Representación simbólica de los datos del problema.** Como venimos repitiendo en los problemas anteriores, algunos de los alumnos se apoyan en símbolos o utilizan sus propias representaciones para resolver el problema.

6- La meua mare ens ha enviat a fer la compra a Pau i a mi. Tenim que comprar-li 6 paquets d'arròs. Si cada paquet val 2€, quants diners ens hem gastat Pau i jo?

Representació del problema	Solució
<p><u>Dades</u> 6 p. d'arròs Cada un val 2€</p> <p>□ □ □ □ □ □ 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2</p>	<p>12€ s'hem gastat Pau i jo.</p>

Figura 26: representación del alumno A4

- **Otras respuestas.** En este problema algunos alumnos han optado para resolver el problema el cálculo mental. Esta es una estrategia bastante común en algunos de los alumnos.

6- La meua mare ens ha enviat a fer la compra a Pau i a mi. Tenim que comprar-li 6 paquets d'arròs. Si cada paquet val 2€, quants diners ens hem gastat Pau i jo?

Representació del problema	Solució
<p><i>Dades</i> <i>6 paquets de 2€</i> <i>cada un</i></p>	<p><i>S'om</i> <i>gastat 12€</i></p>

Figura 27: representació del alumno A16

Estrategia	Alumnos	Número
Operaciones (suma, resta...)	A1, A2, A3, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A17, A18, A19	17
Representación simbólica	A4	1
Otras respuestas	A16	1

Análisis Problema 7

Continuaremos describiendo las estrategias de resolución del enunciado propuesto junto con un ejemplo que ayude a la comprensión de la caracterización.

- **Operaciones.** Estas respuestas se caracterizan por realizar una operación como solución al problema a través de una suma, resta, multiplicación o una división. La opción de la mayoría de los alumnos para solucionar el problema, ha sido a través de una división pero algunos han utilizado otras operaciones matemáticas para resolver el problema correctamente, más concretamente buscando múltiplos de los datos y realizando una multiplicación.

7- Hugo i Laura es van comprar 8 paquets de llepolies. Si es gastaren 16€ entre els dos, què valia cada paquet de llepolies?

Representació del problema	Solució
Hugo i Laura compraren 8 paquets de llepolies	$\begin{array}{r} 16 \text{ €} \\ \div 8 \\ \hline 2 \end{array}$ da euros cad paquet

Figura 28: representación del alumno A14

- **Representación simbólica de los datos del problema.** En esta ocasión han sido algunos alumnos los que han optado por representar los datos en símbolos e imágenes para resolver el problema

7- Hugo i Laura es van comprar 8 paquets de llepolies. Si es gastaren 16€ entre els dos, què valia cada paquet de llepolies?


Representació del problema	Solució
Dades 8 paquets de llepolies 16€ 	2€ valia cada paquet

Figura 29: representación del alumno A13

- **Otras operaciones.** En este apartado, representa a los alumnos que no han utilizado ninguno de las dos anteriores estrategias. En este caso, solo ha sido un alumno el que ha optado por resolver el problema de este modo y lo ha hecho con cálculo mental.

7- Hugo i Laura es van comprar 8 paquets de llepolies. Si es gastaren 16€ entre els dos, què valia cada paquet de llepolies?

Representació del problema	Solució
<p><u>Dades</u> 8 paquets ll. 16€ entre els dos</p>	<p>Cada paquet de llepolies val 2€</p>

Figura 30: representación del alumno A16

Estrategia	Alumnos	Número
Operaciones (suma, resta...)	A1, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A12, A14, 17, A18, A19	13
Representación simbólica	A2, A10, A11, A13, A15	5
Otras respuestas	A16	1

Análisis problema 8

Seguimos con el análisis de los problemas y sus estrategias utilizadas por los alumnos. En este caso el problema 8 se podía resolver con dos operaciones, una suma y una resta. Todos los alumnos optaron por esta estrategia y lo resolvieron correctamente

- **Operaciones.** Estas respuestas se caracterizan por realizar una operación como solución al problema a través de una suma, resta, multiplicación o una división. En este caso como hemos mencionado anteriormente la gran mayoría ha optado por hacer una suma y luego una resta para resolver el enunciado.

8- Per l'aniversari de Jaume li donaren 45€ per a que es comprés un àlbum de cromos i la seua mare li donà 5€ més. Quants diners te en total? Si l'àlbum costa 52€, te suficients diners? Quants li falten o li sobren?

Representació del problema	Solució
<p>Dades J. te 45€ M. li donà 5€</p> $\begin{array}{r} 45 \\ + 5 \\ \hline 50 \end{array}$ <p>total no te diners suficients. li falten 2€</p>	$\begin{array}{r} 52 \\ - 50 \\ \hline 2 \end{array}$ <p>li falten 2€</p>

Figura 31: representació del alumno A16

Estrategia	Alumnos	Número
Operaciones (suma, resta...)	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19	19

Análisis problema 9

Continuamos con el análisis de los problemas realizados por los alumnos. En este caso tenemos un enunciado en el que los alumnos lo han resuelto en dos estrategias diferentes que a continuación veremos.

- **Operaciones.** En esta ocasión los alumnos ha optado por resolver el problema con una resta.

9- Ahir tenia 20€, però en vaig perdre 6€ Quants euros tinc ara?

Representació del problema	Solució
<p>Dades tenia 20€ vaig perdre 6€</p>	$\begin{array}{r} 20 \\ - 6 \\ \hline 14 \end{array}$ <p>14€ tinc ara</p>

Figura 32: Representación del alumno A17

- **Otras respuestas.** En esta ocasión un gran número de alumnos han optado por resolver el enunciado con otras estrategias, en esta ocasión el cálculo mental.

9- Ahir tenia 20 €, però en vaig perdre 6. Quants euros tinc ara?

Representació del problema	Solució
<p>Ahir tenia 20€ heu perdut 6€</p>	<p>Ahir tinc $\begin{array}{r} 20 \\ - 6 \\ \hline 14 \end{array}$</p>

Figura 33: representació del alumno A14

Estrategia	Alumnos	Número
Operaciones (suma, resta...)	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A12, A13, A15, A16, A17, A18, A19	17
Otras respuestas	A10, A14	2

Análisis problema 10

En esta ocasión este enunciado se puede resolver con una resta, pero como veremos a continuación, algunos alumnos ha optado por otras estrategias incluso no han entendido el enunciado y han resuelto mal el problema.

- **Operaciones.** Esta ocasión los alumnos decidieron resolver el problema con una resta como veremos a continuación.

10- Tinc ahorrat 20€ i pel meu aniversari en van donar més diners. Ara tinc 50€. Quants diners en donaren?

Representació del problema	Solució
<p><u>Dades</u> Tinc 20€ M'han donat més diners Ara tinc 50€</p>	<p>$\begin{array}{r} 50 \\ - 20 \\ \hline 30 \end{array}$ € en donarem</p>

Figura 34: representació del alumno A9

- **Otras respuestas.** Como hemos estado viendo los alumnos optan por otras estrategias para resolver los problemas. En este caso han utilizado el cálculo mental para resolver el enunciado.

10- Tinc ahorrat 20€ i pel meu aniversari en van donar més diners. Ara tinc 50€. Quants diners en donaren?

Representació del problema	Solució
Tinc ahorrat 20€. rel aniversari me van donar més diners.	me han donat 30€

Figura 35: representación del alumno A14

Estrategia	Alumnos	Número
Operaciones (suma, resta...)	A1, A2, A3, A5, A6, A8, A9, A11, A12, A13, A15, A16, A17, A18, A19	15
Otras respuestas	A4, A7, A10, A14	4

Análisis problema 11

Este enunciado consta de una situación que podría ser real y que se podía resolver con una simple operación, en este caso una resta.

- **Operaciones.** Como hemos mencionado anteriormente la mayoría de los alumnos han optado por resolver el problema con una resta.

11- Vaig eixir de compres amb 50€ i vaig comprar una camiseta i uns pantalons. Sols en queden 10€. Quants diners en vaig gastar?

Representació del problema	Solució
<p><u>Dades</u></p> <p>eixir de compres amb 50€. en quedem 10€.</p> $\begin{array}{r} 50 \\ - 10 \\ \hline 40 \end{array}$	Hem vaig gastar 40€

Figura 36: representación del alumno A12

- **Otras respuestas.** Como hemos visto enunciados anteriores los algunos alumnos optaron por el cálculo mental.

11- Vaig eixir de compres amb 50€ i vaig comprar una camiseta i uns pantalons. Sols en queden 10€. Quants diners en vaig gastar?

Representació del problema	Solució
<p>Vaig eixir de compres amb 50€ comprar una camisa i uns pantalons Sols en queden 10€</p>	<p>Em vaig gastar 40€</p>

Figura 37: representació del alumno A14

Estrategia	Alumnos	Número
Operaciones (suma, resta...)	A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A19	17
Otras respuestas	A1, A18	2

Análisis problema 12

Para finalizar tenemos un enunciado que en el cual todos los alumnos optaron por realizar la misma estrategia, en este caso una suma como operación. Deducimos que los alumnos que solían realizar cálculo mental, al ser números más grandes, decidieron realizar la operación.

- **Operaciones.** En esta enunciado y como hemos dicho anteriormente los alumnos decidieron realizar una suma para resolver el problema como vemos en la imagen inferior.

12-Tinc guardats 68€ i el meu germà te 52€. Quants euros tenim entre els dos?

Representació del problema	Solució
<p>Tinc guardat 68€ El meu germà te 52€</p>	$\begin{array}{r} 68 \\ + 52 \\ \hline 120 \end{array}$ <p>entre els dos tenquem 120</p>

Figura 38: representación del alumno A8

Estrategia	Alumnos	Número
Operaciones (suma, resta...)	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18 A19	19

8. CONCLUSIONES

Tras haber concluido este trabajo he podido sacar aspectos muy relevantes que estoy seguro que me ayudaran a crecer como maestro en un futuro. Estas son algunas de las conclusiones que saco al terminar este trabajo de final de grado.

- 1- Este trabajo nos ha permitido aprender a través de un cuestionario de problemas matemáticos cómo reaccionan y se comportan los alumnos/as en las diferentes situaciones y problemas propuestos. Uno de nuestros objetivos era analizar dicho comportamiento dentro de un aula para comprobar que la parte teórica que analizamos previamente se correspondía luego con la parte práctica.
- 2- Este trabajo me ha permitido aprender y conocer nuevas técnicas en la resolución de problemas así como nuevos métodos que en un futuro podré aportar en mi aula.
- 3- Después de realizar una exhaustiva búsqueda y con la ayuda de mi directora de TFG, pude diseñar una secuencia de problemas para los alumnos/as de la clase de

tercero de primaria que tuvo una gran aceptación por parte de todos y que en ningún momento me pusieron ningún impedimento en su realización tanto la maestra de la clase como los alumnos y que me sirvió de experiencia personal para mi futuro como docente.

- 4- Por último y como conclusión final, este trabajo junto con el cuestionario de problemas impartido a los alumnos/as me pueda servir como una base para una futura programación didáctica en la que me pueda ayudar de todas los conceptos, teorías y métodos que he aprendido para poder llevarla a una futura aula.

8.1. LIMITACIONES EN EL TRABAJO

Dentro de este trabajo y debido a la situación por la que estamos viviendo he tenido que adaptarme en muchos casos a las normas establecidas por el colegio debido a la crisis sanitaria existente. En un principio tenía la idea de realizar una secuencia didáctica con problemas matemáticos por grupos e individualmente. Otra de las opciones que barajé era la de analizar y ejecutar problemas a través de juegos, pero una vez más debido a la situación sanitaria no se pudo realizar. Por último, tenía la idea de realizar unos problemas y que los resolvieran a través del método Polya. Para ello necesitábamos varias sesiones para su explicación a través de vídeos para luego ejecutarlos tanto individualmente como en grupos pero la falta de tiempo en la programación de la maestra no se pudo realizar.

9. BIBLIOGRAFÍA

- Azcue, M., Díez, M. L., Lucanera, V., & Scandroli, N. (2006). Resolución de un problema complejo utilizando un elemento de naturaleza heurística. *Revista Iberoamericana de educación*, 37(6), 1-4.
- Blanco, M. F. A., Gómez, I. A., & Ballesta-Claver, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y representaciones*, 4(1), 169-218.
- Buitrago, J. O., Romero, L. R., & Martínez, E. C. (2010). Realidad y perspectiva didáctica de futuros profesores de matemáticas a partir de una situación problema. *Zona Próxima*, (13), 80-91.
- DECRETO 108/2014, de 4 de Julio, del Consell, por el que establece el currículo y desarrolla la ordenación general de educación primaria en la Comunitat Valenciana.
- DECRETO 88/2017, de 7 de julio, del Consell, por el que se modifica el Decreto 108/2014, de 4 de julio, del Consell, por el que se establece el currículo y se desarrolla la ordenación general de la Educación Primaria en la Comunitat Valenciana. [2017/6394]
- Didáctica de la Aritmética I del Grado de Magisterio de Primaria de la Universidad de Zaragoza (Castro, E.C, Vizcarra, R.E y Escolano, J.M.M 2020)
- Española, R. A., & Madrid, E. (2001). *Diccionario de la lengua española* (Vol. 22). Madrid: Real academia española. [14/06/2021]
- Informe, P. I. S. A. (2018). Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes.
- Martínez, E. C. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. In *Investigación en educación matemática XII* (p. 6). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- MEC 2018. Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. *OCDE. Informe español*
- Mieles, M. M. B., & Montero, K. L. K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios*, 10(2), 7-19.
- Pupo, A. J. I. (2011). Desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una didáctica con enfoque metacognitivo. *Zona próxima: revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación*, (15), 2-21.
- Sánchez, C. C., y Delgado, F. J. H. (2013). Informe PISA en España. Un análisis al detalle. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 17(2), 243-262.
- Sánchez-Cuastumal, L. N., & del Socorro Valverde-Riascos, Y. (2020). Método heurístico de George Pólya en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de grado sexto. *Revista UNIMAR*, 113-141.
- Trelles, C., y Alsina, Á. (2017). Nuevos conocimientos para una educación matemática del S. XXI: panorama internacional de la modelización en el currículo. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 51, 140-163.

Urdiain, I. E. (2006). Matemáticas resolución de problemas. *Navarra: Fondo de publicaciones del gobierno de Navarra.*