



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

Magisterio en Educación Primaria

Comprender el área de las figuras planas sin recurrir a
la memorización

Understanding the area of plane figures without
resorting to memorization

Autor

Cristina Rodríguez Osta

Director

Christian Héctor Martín Rubio

FACULTAD DE EDUCACIÓN

Año 2024-2025

Índice

Resumen.....	3
Introducción y Justificación.....	4
Marco Teórico.....	6
Propuesta didáctica.....	11
Contexto del Centro y del Aula.....	11
Diseño de la Propuesta Didáctica.....	15
Atención a las Diferencias Individuales.....	18
Desarrollo e Implementación de la Propuesta Didáctica.....	22
Presentación y Análisis de los Resultados.....	25
Conclusiones.....	33
Referencias.....	35
Anexos.....	38
Anexo A. Ficha inicial y final.....	38
Anexo B. Figuras de papel cuadriculado.....	39
Anexo C. Respuestas del alumno 1 en la ficha inicial y final.....	40
Anexo D. Respuestas del alumno 13 en la ficha inicial y final.....	42
Anexo E. Respuestas del alumno 6 en la ficha inicial y final.....	44
Anexo F. Respuestas del alumno 19 en la ficha inicial y final.....	46
Anexo G. Errores. Área del rombo como $b \times h$, sustituyendo incorrectamente las variables.....	48
Anexo H. Errores. Operaciones con decimales.....	48
Anexo I. Errores. Sustituir las variables incorrectamente.....	49
Anexo J. Evidencias del alumnado que ha utilizado la propuesta trabajada durante el examen.....	49

Resumen

El trabajo realizado en el presente TFG quiere demostrar el impacto en los resultados, y por tanto en el aprendizaje, de diseñar sesiones activas donde el alumnado es el protagonista de su proceso de aprendizaje, descubre guiadamente y comprende profundamente con materiales manipulativos de donde provienen, en este caso, las fórmulas de las áreas de las figuras equivalentes.

La propuesta didáctica planteada se desarrollará en el Colegio Compañía de María e irá destinada a un grupo de sexto de Educación Primaria y se analizarán y presentarán los resultados para comprobar el éxito de la intervención.

Palabras clave: Matemáticas, Geometría, Figuras Planas, Áreas, Materiales Manipulativos y Educación Primaria.

Abstract

The work carried out in this TFG aims to demonstrate the impact on the results, and therefore on learning, of designing active sessions where students are the protagonists of their learning process, discovering in a guided way and understanding deeply with manipulative materials where they come from, in this case, the formulas of the areas of equivalent figures.

The didactic proposal will be developed at the Compañía de María School and will be aimed at a group of sixth graders in Primary Education, and the results will be analyzed and presented to verify the success of the intervention.

Keywords: Mathematics, Geometry, Plane Figures, Areas, Manipulative Materials and Primary Education.

Introducción y Justificación

“El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2003) menciona la geometría como la materia mediante la cual el estudiante estudia las formas y estructuras geométricas, y aprende a analizar sus características y relaciones” (Vargas Vargas y Gamboa Araya, 2013, p. 76).

Actualmente, la geometría en el currículo del área de Matemáticas de Educación Primaria y Educación Secundaria de la legislación educativa vigente (LOMLOE) refleja el gran peso que tiene en ambas etapas escolares, habiendo apartados dedicados únicamente a la geometría y al sentido espacial. Es fundamental, por tanto, trabajar adecuadamente este contenido desde los inicios de la escolarización para completar la formación académica matemática de los estudiantes.

Además, es una parte de las matemáticas que tiene gran relevancia en el desarrollo integral del alumnado ya que “la geometría es una rama multifacética de las matemáticas. Su riqueza, producto de la estrecha relación con otros dominios matemáticos, las ciencias naturales y sociales y la vida cotidiana, abarca varias dimensiones” (Camargo y Acosta, 2012, p. 4).

Asimismo, tal como explican Vargas Vargas y Gamboa Araya (2013):

Andonegui (2006) afirma que el estudio de la geometría ayuda a potenciar habilidades de procesamiento de la información recibida a través de los sentidos y permite al estudiante desarrollar, a la vez, muchas otras destrezas de tipo espacial que le permiten comprender e influir el espacio donde vive. El mismo autor señala que la geometría también nos ayuda a conocer y comprender el mundo en el que habitamos al hacer representaciones que imitan nuestro entorno y permitir, con eso, el análisis de objetos geométricos. A la vez, ayuda a rescatar las habilidades espaciales y concretas que en muchas ocasiones se ven relegadas frente a aquellas de corte lógico-abstracto. (pp. 77-78)

A pesar de la importancia de esta disciplina:

Diversos estudios (D’Amore; Fandiño, 2007; Huang; Witz, 2013; Kospentaris; Spyrou; Lappas, 2011; Zacharos, 2006) han mostrado que un gran número de estudiantes, tanto de educación primaria como de secundaria y bachillerato, poseen una comprensión limitada del área, vinculándola únicamente con el uso de cálculos que aplican de forma memorística. Esto puede ser porque los estudiantes no comprenden el significado de las fórmulas, ni cómo éstas se originan. (Caviedes et al., 2020, pp. 1016-1017)

Igualmente, “Barrantes (2002) afirma que la enseñanza de la geometría se concentra, actualmente, en la memorización de conceptos y su aplicación, sin que el estudiante pueda

llegar a una conceptualización más allá de lo que sus propias capacidades se lo permitan” (Vargas Vargas y Gamboa Araya, 2013, p. 77).

Siguiendo la misma línea Gamboa Araya y Ballesterro Alfaro (2010) apuntan que:

En el sistema de educación formal, en primaria y secundaria, usualmente los contenidos de geometría son presentados al estudiantado como el producto acabado de la actividad matemática. La enseñanza tradicional de esta disciplina se ha enfatizado en la memorización de fórmulas para calcular áreas y volúmenes, así como definiciones geométricas, teoremas y propiedades, apoyadas en construcciones mecanicistas y descontextualizadas. (p.127)

Por ello, el presente trabajo de fin de grado pretende abordar la enseñanza del cálculo de áreas en figuras equivalentes, con una figura como protagonista, el rectángulo. La propuesta didáctica diseñada para el sexto curso de Educación Primaria tiene como objetivo que el alumnado comprenda el porqué del área de determinadas figuras planas, sin precisar de la memorización e imitación de las fórmulas, a través de materiales manipulativos que permiten una comprensión más detallada de los conceptos y procedimientos matemáticos.

La estructura del trabajo cuenta con 5 apartados diferentes. En primer lugar, el marco teórico expone las teorías en las que me he basado para realizar mi trabajo. A continuación, defino el diseño de la propuesta, atendiendo al contexto del centro y del aula, las diferencias individuales del alumnado y haciendo una mención a la evaluación utilizada. Por último, acabo dedicando un apartado a contar el desarrollo de la implementación y al análisis de los resultados y con ello las conclusiones obtenidas.

La asignatura didáctica de la geometría correspondiente al tercer curso de Educación Primaria de la Universidad de Zaragoza me ha inspirado para la realización de este trabajo. Durante un cuatrimestre abordamos y trabajamos multitud de prácticas diferentes que nos formaban para enseñar el área de conocimiento de matemáticas, concretamente, la geometría, al alumnado en nuestra futura labor docente. Una de las prácticas que me llamo la atención fue la práctica nº8, titulada figuras equivalentes. Por tanto, para mi trabajo de fin de grado, he determinado implementarla ajustándola al tercer ciclo de educación primaria y a los objetivos de mi propuesta.

Marco Teórico

En consecuencia, de una enseñanza limitada o una práctica inadecuada de la geometría en el aula, los estudiantes se apropian de contenidos e ideas equivocadas sobre este contenido que posteriormente propician dificultades en la formación matemática (Aray Andrade, et al., 2019, p. 28).

Las respuestas de diversos estudios (Aray Andrade, et al., 2019) “evidencian el profundo vacío que tienen los estudiantes en el nivel medio y su repercusión en el ámbito universitario” (Aray Andrade, et al., 2019, p. 28).

“Barrantes y Blanco (2004) indican que estudiantes ya graduados consideran que el estudio de la geometría a nivel escolar constituye el tema más difícil” (Vargas Vargas y Gamboa Araya, 2013, p. 76).

Esta situación deja entrever que la enseñanza de la disciplina en la secundaria, debe ser una prioridad pues la geometría se puede considerar como un instrumento reflexivo que le permite al ser humano resolver problemas de diversa índole y comprender el mundo en cada uno de los escenarios que lo conforman, sea este natural o artificial. (Aray Andrade, et al., 2019, p. 28)

Comenzar a impartir esta parte de las matemáticas adecuadamente desde los inicios de la escolarización debe ser una prioridad para acabar con esta gran problemática ya que “la enseñanza de la geometría con este enfoque ha provocado que esta sea considerada como una disciplina difícil y poco útil para la mayoría estudiantil” (Gamboa Araya y Ballesterero Alfaro, 2010, p. 127).

No se puede seguir enseñando geometría como un producto acabado, suprimiendo todo el proceso de construcción de dicho conocimiento y aislándola del mundo o de las otras áreas de las matemáticas. Es necesario que el estudiante tome un papel activo en su aprendizaje y se le exija un poco más que ser un receptor de información. (Gamboa Araya y Ballesterero Alfaro, 2009, p. 133)

En la misma línea,

Hernández y Villalba (2001) indican que, en los cursos de geometría, se presenta al estudiante un producto final y ya terminado, lo cual no da lugar a que él tome un papel activo en el desarrollo de su conocimiento matemático; además, no propicia el fomento de la creatividad y del aprendizaje significativo en el estudiante. (Vargas Vargas y Gamboa Araya, 2013, p. 76)

En consecuencia, es esencial garantizar durante el proceso de aprendizaje de los estudiantes la comprensión de los conceptos y procedimientos geométricos planteados a través de un aprendizaje significativo.

“Moreira (2017) indica que el aprendizaje significativo es la adquisición de nuevos conocimientos con significado, comprensión, criticidad y posibilidades de usar esos conocimientos en explicaciones, argumentaciones y solución de situaciones o problemas” (Baque-Reyes, 2021, p. 77).

En la misma línea,

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición. (Ausubel, 1983, como se citó en *Teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel*, 2012, p. 2)

“Desde una perspectiva empírica Sarama y Clements (2009) advierten que la medición del área implica el aprendizaje y la coordinación de ideas variadas” (Caviedes et al., 2020, p. 1017).

En este contexto, la propuesta desarrollada se basa en el aprendizaje significativo de Ausubel ya que trata de conectar las ideas matemáticas existentes en la estructura cognitiva del alumnado como es el área del rectángulo con los nuevos conocimientos que se van a adquirir, como es calcular el área de figuras equivalentes a través de materiales manipulativos.

El modelo de Van Hiele ayuda a explicar cómo, en el proceso de aprendizaje de la geometría, el razonamiento geométrico de los estudiantes transcurre por una serie de niveles. Para dominar el nivel en que se encuentra y así poder pasar al nivel inmediato superior, el estudiante debe cumplir ciertos procesos de logro y aprendizaje. (Vargas Vargas y Gamboa Araya, 2013, p. 81)

El estudiante se encuentra en el Nivel 2 (Análisis), si distingue los componentes o elementos de las figuras geométricas y establece algunas de sus propiedades. Se dice que un alumno ha alcanzado el Nivel 3 de pensamiento geométrico (Deducción informal), si es capaz de relacionar entre sí las propiedades de las distintas figuras, organizarlas lógicamente y empezar a entender el papel de las definiciones; pueden aportar argumentos informales. (Afonso Martín y Camacho Machín, 2014, p. 50)

Durante la presente propuesta didáctica diseñada, se trabajan en el aula con materiales que permiten comprender con profundidad los conocimientos matemáticos con el fin de

favorecer el paso del nivel 2 de análisis al nivel 3 de deducción informal, permitiendo en todo momento al alumnado aprender de los errores, ya que según Gamboa Araya y Ballesteros Alfaro (2009) “en una clase de geometría se debe dejar el espacio para la discusión, la experimentación, el ensayo y el error, aprovechando éste como una herramienta para el aprendizaje y parte del que hacer matemático” (p.133).

Además, es esencial incorporar los aprendizajes en situaciones reales o cercanas a las experiencias del alumnado con el objetivo de dar sentido al conocimiento adquirido.

Según De Lange (1996), básicamente se dan cuatro razones para integrar los problemas contextualizados en el currículum: (a) facilitan el aprendizaje de las matemáticas, (b) desarrollan las competencias de los ciudadanos, c) desarrollan las competencias y actitudes generales asociadas a la resolución de problemas y (d) permiten ver a los estudiantes la utilidad de las matemáticas para resolver tanto situaciones de otras áreas como situaciones de la vida cotidiana. (Font, 2006, pp. 2-3)

Investigaciones como la de Vargas et al (2020), han explorado cómo la realización de proyectos matemáticos, que implican la resolución de problemas del mundo real, puede promover un aprendizaje más profundo y significativo. Los resultados sugieren que este enfoque puede mejorar tanto el rendimiento académico como la motivación de los estudiantes hacia las matemáticas. (Guaje Hernández, 2024, p.14)

Además, la propuesta didáctica planteada sigue el método Montessori dado que coloca al alumnado como protagonista de su proceso de aprendizaje, donde a través de una situación de exploración centrada en la participación activa y el uso de materiales manipulativos, el estudiante comprende mediante un aprendizaje significativo los contenidos programados.

En el método Montessori “la educación no es impartida por el maestro, sino que se trata de un proceso natural a través del cual el niño crece y se desarrolla experimentando de forma directa con el mundo que le rodea” (Santerini, 2013, p. 1).

El entorno se convierte en una oportunidad para ayudar al niño a comprender el mundo que le rodea, y es en las aulas en donde los niños adquieren el gusto por explorar y aprender, poniendo en orden el mundo a través de juegos y materiales. (Santerini, 2013, p. 2)

Área (2010) afirma que el material manipulativo guía y permite un buen proceso de enseñanza y aprendizaje en los alumnos, ya que éstos experimentan por su propia vivencia situaciones, en las que el aprendizaje se lleva a cabo mediante la manipulación; lo que les proporciona la posibilidad de conocer, comprender e interiorizar los conceptos por medio de las sensaciones. (Prieto Abarquero, 2014, p. 20)

Alsina y Planas (2008) sugieren que la manipulación de materiales hace más eficaz el proceso de aprendizaje, sin hacerlo necesariamente más rápido y, a su vez, promueve la autonomía del estudiante en tanto no necesariamente requiere la intervención de los adultos para su gestión. (Torres Puentes y Casallas Rodríguez, 2021, p. 209)

Por tanto:

Para que se produzca el aprendizaje significativo cobra vital importancia el material que va actuar como mediador del aprendizaje, es decir, que el material tenga significado lógico, entendiendo que dicho material es potencialmente relacionable de manera sustantiva y no arbitraria con la estructura cognitiva del que aprende. (Contreras Oré, 2016, p. 134)

Además, “en contextos matemáticos en los que hay un importante soporte gráfico y visual, los procesos de aprendizaje están muy condicionados por el uso de objetos físicos, figuras, diagramas, etcétera” (Gutiérrez y Jaime, 2012, p. 63).

A pesar del potencial que tiene usar materiales manipulativos, es esencial planificar de manera cuidadosa su introducción en el aula, respetando el papel protagonista del alumnado, siendo nosotros, los profesores, meros guías en su proceso de aprendizaje.

Coriat, Cañizares y Alsina (en Castro, 2007), incluyen una lista de errores y dificultades que aparecen a la hora de utilizar materiales manipulativos en la enseñanza de la geometría, entre los que destacamos los siguientes: sofisticación del material (complejidad del objeto), utilización del material por el docente y no por el alumno, poca cantidad de materiales, la no adecuación del concepto presentado por el material, creer que el material ya asegura la adquisición de un concepto, falta de recursos para obtener materiales. Estas dificultades dependen en gran medida del uso que el docente haga del material en cuestión. (Valenzuela Molina, 2012, p. 28)

Cabe mencionar, el papel del profesor dentro de la propuesta didáctica, que queda relegado a un segundo plano, actuando como guía en el proceso de aprendizaje del alumnado.

Autores como Gadamer (1999) y Reboul (2000) defienden que la verdadera acción educativa es la autoeducación, es decir, conseguir formar un adulto autónomo. El educador se contempla como la persona que está al lado del discente y su objetivo es convertir al niño en un adulto independiente y culto. (Beresaluce Díez et al., p.861)

Por ello, el aprendizaje por descubrimiento guiará la dinámica de la propuesta.

“Shulman citado por Hormaza M. y Roca J, manifiesta que, el aprendizaje por descubrimiento es un procedimiento antiguo reconocido por su gran efectividad en la sociedad” (Castillo Rodríguez et al., 2020, p. 570).

Por último:

El aprendizaje por descubrimiento, defendido por Bruner, parte del constructivismo, el cual plantea que el modo de aprender depende de la construcción de competencias por parte de los estudiantes siendo a la vez esta relación una forma activa de adquirir el conocimiento. (Castillo Rodríguez et al., 2020, p. 570)

Propuesta didáctica

Contexto del Centro y del Aula

La propuesta didáctica planteada se desarrolla en el Colegio Compañía de María y está destinada a un grupo de sexto de Educación Primaria.

En cuanto al colegio, Compañía de María es un Centro Privado Concertado de Educación, que abarca desde Infantil hasta Bachillerato, y se sitúa en la ciudad de Zaragoza, en el Casco Antiguo, concretamente en la Calle Bilbao, 10, “los principios e identidad que rigen al centro educativo ponen la fe en acción, fomentan la integración y forman ciudadanos del siglo XXI con competencias para la vida” (*Compañía de María de Zaragoza*, s. f.).

“La interculturalidad es una característica de la población que reside en el Casco Antiguo” (Ayuntamiento de Zaragoza, s. f.).

Sin embargo, la diversidad cultural en el centro escolar no es relevante, destacando en su mayoría alumnado de nacionalidad española.

“El 25% de los residentes del Casco Antiguo es pobre, donde se estima que casi la mitad de los menores de edad que residen en este barrio no puede satisfacer alguna de sus necesidades básicas” (Gomar, 2024).

En cambio, el colegio alberga estudiantes provenientes de familias de medio - alto nivel económico.

En el área de matemáticas del colegio Compañía de María apuestan por JUMP Math, “una de las ventajas de JUMP Math es que permite el desarrollo del pensamiento matemático de nuestros alumnos, porque posibilita la comprensión completa y rigurosa de los conceptos y procedimientos” (González González et al., 2015, p. 6).

Según nos cuentan González, S. G. et. al (2015) se caracteriza por promover un ambiente positivo de aprendizaje, fomentando la confianza a través del elogio y el estímulo. Planteando una secuencia didáctica escalonada, que garantice la asimilación de cada paso de aprendizaje y mantiene a los alumnos participativos y atentos para elevar el nivel de forma gradual. (Sastre Martínez, 2020, p. 12)

En cuanto a las características personales del alumnado, haciendo referencia a su entorno social, todos provienen de contextos similares, en su mayoría de medio - alto nivel económico y de familias estructuradas. Sin embargo, cada uno y una refleja diferentes comportamientos y carácter derivados de las experiencias y valores de sus familias que, en algunas ocasiones, conllevan algún problema en la convivencia del aula.

Centrándonos en los aspectos cognitivos del alumnado de 6º de primaria, a pesar de que no hay apenas variedad en los ritmos de aprendizaje, debido a las diferencias en la diversidad

de intereses en el aula, encontramos alumnos con habilidades variadas. A pesar de estas diferencias es un grupo que no presenta necesidades especiales, ni adaptaciones curriculares y muestra una actitud positiva hacia el aprendizaje.

Cabe destacar al alumno 8, que, según lo observado, se muestra competente matemáticamente, teniendo mucha facilidad para esta área de conocimiento, cada vez que el tutor asigna tareas de matemáticas se muestra muy motivado, además busca diferentes procedimientos para realizar los ejercicios, va más allá. El alumno 23, en cambio, según lo observado no muestra ningún interés hacia el aprendizaje en ninguna de las asignaturas.

Tabla 1*Elementos curriculares*

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	OBJETIVOS DIDÁCTICOS	SABERES BÁSICOS
<p>CE.M.1. Interpretar problemas de la vida cotidiana proporcionando una representación matemática de los mismos mediante conceptos, herramientas y estrategias para analizar la información más relevante.</p>	<p>1.1. Reformular, de forma verbal y gráfica, problemas cercanos y significativos para el alumnado, comprendiendo las preguntas planteadas a través de diferentes estrategias o herramientas.</p>	<p>A. Ser capaz de interpretar y comprender los problemas matemáticos.</p>	<p>C. Sentido espacial:</p> <p>C.1. Formas geométricas de dos y tres dimensiones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Técnicas de construcción de formas geométricas por composición y descomposición, mediante materiales manipulables, instrumentos de dibujo y aplicaciones informáticas.
<p>CE.M.3. Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones cercanas y significativas para el alumnado, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación para contrastar su validez, integrar y comprender nuevo conocimiento.</p>	<p>3.1. Formular conjeturas matemáticas sencillas investigando patrones, propiedades y relaciones en situaciones de aprendizaje con el andamiaje adecuado.</p> <p>3.3. Argumentar la validez de conjeturas y de soluciones de un</p>	<p>B. Formular conjeturas sencillas con relación al área de figuras planas equivalentes.</p> <p>C. Resolver y demostrar la solución</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Vocabulario geométrico: descripción verbal de los elementos y las propiedades de formas geométricas. <p>C.3. Movimientos y transformaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Transformaciones mediante giros, traslaciones y simetrías en situaciones de la vida cotidiana: identificación de figuras transformadas, generación a

	<p>problema en términos de los problemas matemáticos y en coherencia con el contexto planteado.</p>	<p>partir de patrones iniciales y predicción del resultado.</p>	<p>- Semejanza en situaciones de la vida cotidiana: identificación de figuras semejantes, generación a partir de patrones iniciales y predicción del resultado.</p>
<p>CE.M.5. Reconocer y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas, así como identificar las matemáticas implicadas en otras áreas o en la vida cotidiana, interrelacionando conceptos y procedimientos para interpretar situaciones y contextos diversos.</p>	<p>5.1. Utilizar conexiones entre diferentes elementos matemáticos movilizand o conocimientos y experiencias propios.</p>	<p>D. Vincular elementos matemáticos, como la equivalencia de áreas en figuras planas equivalentes.</p>	<p>C.4. Visualización, razonamiento y modelización geométrica: - Estrategias para el cálculo de áreas y perímetros de figuras planas en situaciones de la vida cotidiana.</p>
	<p>5.2. Utilizar las conexiones entre las matemáticas, otras áreas y la vida cotidiana para resolver problemas en contextos no matemáticos.</p>	<p>E. Asociar el cálculo de áreas de figuras planas a contextos cotidianas.</p>	

Nota. Competencias específicas y su vinculación con los criterios de evaluación, saberes básicos y objetivos didácticos del área de conocimiento de Matemáticas.

Diseño de la Propuesta Didáctica

Para implementar en un aula de tercer ciclo, concretamente 6º de primaria, la propuesta didáctica desarrollada para el estudio de mi trabajo de fin de grado son necesarias 4 sesiones.

Tabla 2

Diseño de la sesión 1

SESIÓN 1	
Temporalización	45 minutos.
Lugar	Aula ordinaria.
Materiales	Prueba inicial, lápiz, goma, tijeras y figuras geométricas planas de papel cuadriculado (proporcionado por la profesora).
Elementos curriculares	Competencias específicas → CE.M.1. y CE.M.5. Criterios de calificación → 1.1. y 5.2. Saberes básicos → C.4. Objetivos didácticos → A y E.
Desarrollo	<p>Se hace entrega de una ficha inicial de ejercicios (<i>Anexo A</i>) a cada uno de los alumnos sobre calcular el área de determinadas figuras planas en situaciones y problemas que podrían enfrentar en la vida diaria, ya que los enunciados se encuentran contextualizados y del material manipulativo, las figuras planas recortadas (<i>Anexo B</i>). Se leen en voz alta los problemas para aclarar dudas y se resuelven de manera individual. No se da ninguna directriz sobre cómo resolverlos ya que los alumnos tienen conocimientos previos sobre el cálculo de áreas, saben calcular el área de cuadriláteros paralelogramos como el cuadrado, rectángulo y rombo y no paralelogramos como el trapecio y, por último, triángulos. Estos conceptos y procedimientos han sido explicados y trabajados en el tema que actualmente se está viendo en el aula y vistos en cursos anteriores, por lo que no debería de haber ningún problema para su ejecución. La metodología utilizada en el aula para su explicación ha sido la metodología que sigue el libro Jump Math.</p> <p>Tras terminar los ejercicios, se corrigen de manera oral y escrita en la pizarra, con el fin de que los alumnos puedan hacer una autoevaluación</p>

interna sobre si realmente comprenden o no los problemas y comprobar si recuerdan lo trabajado años anteriores y pocos días antes.

Tabla 3

Diseño de la sesión 2

SESIÓN 2	
Temporalización	45 minutos.
Lugar	Aula ordinaria.
Materiales	Tijeras y figuras geométricas planas de papel cuadriculado (proporcionado por la profesora).
Elementos curriculares	Competencias específicas → CE.M.3. y CE.M.5. Criterios de calificación → 3.1., 3.3. y 5.1. Saberes básicos → C.1. y C.3. Objetivos didácticos → B, C y D
Desarrollo	<p>Comenzar la sesión lanzando al aire la siguiente pregunta: ¿Podemos calcular el área de las figuras planas expuestas en los problemas anteriores partiendo de la hipótesis de que solo conocemos la fórmula del rectángulo? (responderla al final de la sesión).</p> <p>Acto seguido se introduce el siguiente concepto: dos figuras equivalentes tienen la misma área, aunque su forma sea distinta.</p> <p>A continuación, entregar a cada alumno un paralelogramo y un rombo recortado de papel cuadriculado (<i>Anexo B</i>).</p> <p>Teniendo en cuenta la consigna anterior, formular la siguiente pregunta: ¿Recortando y reconstruyendo las figuras podemos convertirlas todas ellas en rectángulos?</p> <p>Realizar acto seguido un ejemplo en la pizarra con el paralelogramo que se les ha repartido antes, pero este de gran tamaño (para que todos alcancen a verlo desde su posición). Para ellos recorto una parte de este y lo transformo en un rectángulo (colocarlo con supertite en la pizarra, con el fin de que todos los alumnos puedan ver la traslación realizada).</p> <p>Una vez entendido que el paralelogramo y el rectángulo tienen la misma área porque son figuras equivalentes dejar tiempo para que lleguen a una conclusión, pero con el rombo. Esta dinámica se realiza por parejas y una</p>

	<p>vez hayan recortado y hecho traslaciones o giros para formar el rectángulo, deberán llegar a la conclusión de cuál es la fórmula del rombo.</p> <p>Por último, en común y repitiendo en la pizarra el mismo procedimiento utilizado para el ejemplo del paralelogramo se explica el recorte y traslaciones o giros realizados para llegar a la conclusión y traducir lo observado en la figura para sacar la fórmula.</p>
--	--

Tabla 4*Diseño de la sesión 3*

SESIÓN 3	
Temporalización	45 minutos.
Lugar	Aula ordinaria.
Materiales	Tijeras y figuras geométricas planas de papel cuadriculado (proporcionado por la profesora).
Elementos curriculares	<p>Competencias específicas → CE.M.3. y CE.M.5.</p> <p>Criterios de calificación → 3.1., 3.3. y 5.1.</p> <p>Saberes básicos → C.1. y C.3.</p> <p>Objetivos didácticos → B, C y D.</p>
Desarrollo	<p>Una vez aprendidas las fórmulas del paralelogramo y rombo de manera razonado y entendiéndolas, seguir la misma dinámica que para la sesión anterior, también por parejas. Repartir a cada estudiante un triángulo y un trapecio recortado de papel cuadriculado (<i>Anexo B</i>).</p> <p>Repetir el procedimiento para calcular el área del triángulo. Esta dinámica se realiza por parejas y una vez hayan recortado y hecho traslaciones o giros para formar los rectángulos o paralelogramos, deberán llegar a la conclusión de cuál es su fórmula.</p> <p>Posteriormente, repito el procedimiento en la pizarra de manera común para que todos los alumnos lo comprendan profundamente.</p> <p>Realizar la misma dinámica para conocer el área del trapecio, dejarles un tiempo para que puedan ellos a través de los recortables sacar la fórmula.</p> <p>Después, lo realizo yo en la pizarra para que puedan corregir o entenderlo si es que no habían llegado a ninguna conclusión.</p>

	Por último, reformular la pregunta del inicio de la sesión anterior: ¿Podemos calcular el área de las figuras planas expuestas en los problemas anteriores partiendo de la hipótesis de que solo conocemos la fórmula del rectángulo? Y añadir la siguiente: ¿Por qué coinciden las áreas de las figuras con la del rectángulo?
--	---

Tabla 5*Diseño de la sesión 4*

SESIÓN 4	
Temporalización	45 minutos.
Lugar	Aula ordinaria.
Materiales	Prueba final, lápiz y goma, tijeras y figuras geométricas planas de papel cuadriculado (proporcionado por la profesora).
Elementos curriculares	Competencias específicas → CE.M.1, CE.M.3. y CE.M.5. Criterios de calificación → 1.1., 3.1., 3.3., 5.1. y 5.2. Saberes básicos → C.1., C.3. y C.4. Objetivos didácticos → A, B, C, D y F.
Desarrollo	Se hace entrega de la misma ficha de ejercicios (<i>Anexo A</i>) utilizada en la sesión 1 a cada uno de los alumnos. Se leen en voz alta de nuevo los problemas para aclarar dudas y se resuelven de manera individual. Ahora se da una directriz: para calcular el área deberán utilizar los materiales y el procedimiento empleado en las dos últimas sesiones. Una vez terminada la prueba realizar una reflexión grupal: ¿Qué prueba creéis que ha salido mejor, la primera o la última? ¿Habéis comprendido ahora el porqué de las fórmulas de cada figura?

Atención a las Diferencias Individuales

Un docente eficiente es aquel capaz de asumir el desafío de formar personas competentes respetando su singularidad. Para ello, se hace imprescindible reflexionar sobre aquellas estrategias que optimizan su particular estilo de enseñanza en un intento por ajustarlo al estilo de aprendizaje del discente. (Gravini Cabrera, Ávila y Vargas, 2009, como se citó en González-Peiteado y Pino-Juste, 2016, p. 1178)

Para que todo el alumnado se encuentre en igualdad de condiciones frente al proceso de aprendizaje la propuesta didáctica planteada promueve una educación inclusiva a través de una serie de estrategias que atienden a las diferencias individuales.

Nuestra propuesta centrada en el uso de materiales manipulativos de manera autónoma por parte de los estudiantes, con el papel del maestro de guía permiten que el alumno adquiera el conocimiento a través de varios canales de aprendizaje.

“Las preferencias sensoriales son los canales físicos y perceptuales mediante los cuales se percibe la información, es decir, por medio del “ojo”, del “oído” y del “cuerpo”” (Valdivia, 2011, como se citó en Ibarra González y Eccius Wellmann, 2014, p. 138).

Asimismo, el profesor aun teniendo únicamente el papel de guía en el proceso de aprendizaje del alumnado, actúa ofreciendo apoyo individualizado y más detallado a aquel alumnado que posea dificultades en el aprendizaje. Si es necesario, se adapta la tarea al estudiante o se le ofrece más tiempo para su realización.

En el aula de 6ºA de primaria no hay ningún estudiante que presente necesidades educativas especiales, ni tienen pendientes las matemáticas, ni requieran de adaptación curricular o apoyo individualizado en esta área. Con el material y la propuesta general diseñada todos los estudiantes son capaces de seguir y realizar la dinámica con éxito.

Para el alumno 23, que según lo observado no muestra ningún interés hacia el aprendizaje en ninguna de las asignaturas, voy a implementar durante la propuesta diversas estrategias para activar su interés y fomentar su participación. En las dos sesiones que requieren de agrupación se le juntará con un estudiante que le influya positivamente en el aprendizaje y le incentive a participar en la actividad. Asimismo, se le asignará dentro de la agrupación alguna tarea en particular, como ser el responsable de comprobar el éxito del ejercicio, es decir, de contar los cuadrados de ambas figuras para comprobar si las áreas son equivalentes. Por último, cada vez que realice una tarea le reforzaré positivamente para aumentar su motivación.

Evaluación

El concepto de “evaluación formativa” se refiere al conjunto de valoraciones, frecuentes e interactivas, de la comprensión y del progreso del estudiante, las cuales buscan identificar sus necesidades de aprendizaje para ajustar la enseñanza de manera acorde. La evaluación formativa no se preocupa solo por la calificación del entendimiento de un contenido en particular, sino que se enfoca en una monitorización constante del proceso de aprendizaje, lo que le permite al docente informarse sobre las elecciones que puede tomar para guiar mejor a sus estudiantes. (Crooks, 2001; OCDE, 2008, como se citó en Largo Taborda y Henao-Díaz, 2022, p. 4)

“Se han logrado evidenciar impactos positivos de la evaluación formativa como mecanismo de apoyo para el aprendizaje de las matemáticas en el entorno escolar, con el hallazgo de beneficios significativos en cuanto al rendimiento de los estudiantes” (Agudelo Marín *et al.*, 2016; Vallejo-García, 2019; Wiliam y Thompson, 2007, como se citó en Largo Taborda y Henao-Díaz, 2022, p. 6).

Por tanto, en la propuesta didáctica se va a evaluar la sesión 2 y 3 a través de la observación directa, aunque no es puntuable, simplemente se usa para la evaluación continua y formativa. Se tienen en cuenta los siguientes ítems:

Tabla 6

Tabla de observación directa para la sesión 2 y 3

Elementos curriculares	ÍTEM	NO LOGRADO	INTERMEDIO	LOGRADO
CE.M.5. 5.1. 5.2. D. E.	Comprende y encuentra la relación entre las áreas de figuras equivalentes	No encuentra ni comprende que figuras de distinta forma pueden tener la misma área	Encuentra y comprende que algunas figuras de distinta forma pueden tener la misma área o necesita ayuda para su comprensión	Encuentra y comprende correctamente que figuras de distinta forma pueden tener la misma área.
CE.M.3. 3.1. 3.3. B. C.	Razona y argumenta la fórmula del área de las figuras a raíz de la fórmula del área del rectángulo	No razona y argumenta la fórmula del área de las figuras a raíz de la fórmula del área del rectángulo	Razona y argumenta algunas fórmulas del área de las figuras a raíz de la fórmula del área del rectángulo	Razona y argumenta correctamente la fórmula del área de las figuras a raíz de la fórmula del área del rectángulo
CE.M.1. 1.1. A.	Participa de manera activa y hace uso de los materiales para resolver la	No participa de manera activa y hace uso de los materiales para resolver la	Participa de manera activa y hace uso de los materiales para resolver la	Participa de manera activa y hace uso de los materiales correctamente

conjetura	conjetura	conjetura	para resolver la
matemática	matemática sin	matemática	conjetura
entendiendo los	entender los	entendiendo los	matemática
problemas e	problemas e	problemas e	entendiendo los
interpretando	interpretar	interpretando	problemas e
correctamente	correctamente	correctamente los	interpretando
los datos.	los datos.	datos con ayuda	correctamente
		del profesor.	los datos.

La sesión 1 y 4 son evaluables a través de la ficha inicial y la ficha final. Para corregir la ficha inicial y final (sesión 1 y 4) he valorado cada uno de los 4 ejercicios sobre 7 puntos, pudiendo conseguir, por tanto, como máximo 28 puntos en total.

Se tendrán en cuenta las siguientes pautas:

- Si el alumno escribe la fórmula del área de la figura correctamente, obtendrá 2 puntos.
- Si el alumno sustituye las variables correctamente en la fórmula, obtendrá 1 punto.
- Si el alumno realiza correctamente las operaciones, obtendrá 1 punto.
- Si el alumno en el resultado coloca las unidades de medida, obtendrá 1 punto.
- Si el alumno justifica y razona correctamente porque el área de las figuras son las que son, obtendrá 2 puntos: partirá ya con 0,5 puntos si justifica poniendo que tiene algo que ver con la fórmula del rectángulo o paralelogramo por ser figuras equivalentes, pero no razona más allá. Después, el punto y medio restante se conseguirá dependiendo del razonamiento y la cohesión en las argumentaciones.

Desarrollo e Implementación de la Propuesta Didáctica

Mi propuesta didáctica estaba diseñada para llevarse a cabo en 4 sesiones, sin embargo, por falta de tiempo para abordar otros contenidos, solo pude disponer de 3 sesiones para la implementación.

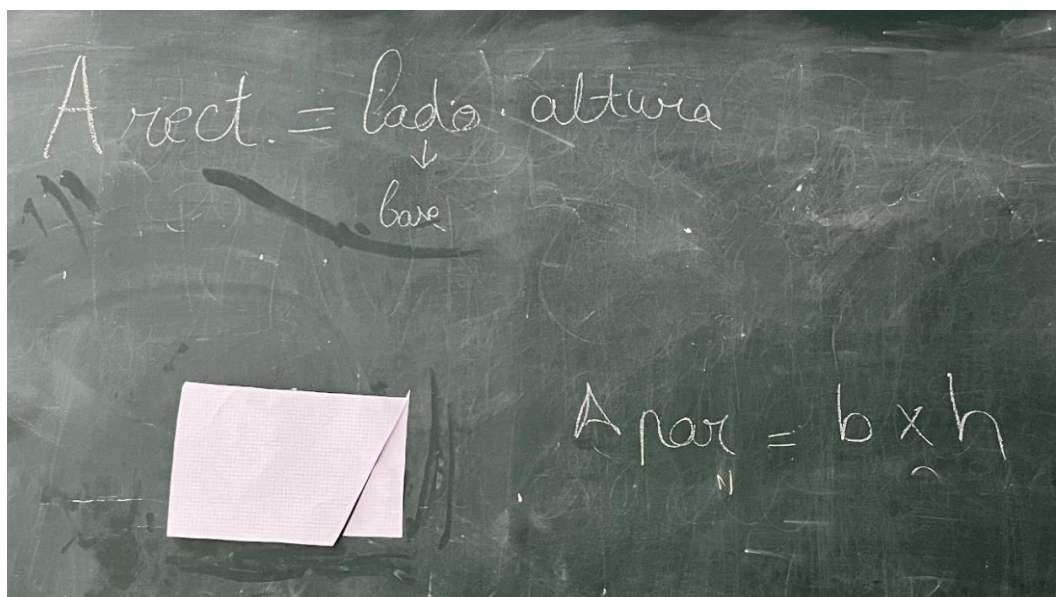
Durante la **primera sesión**, que tuvo una temporalidad de 45 minutos, se completó la **ficha inicial**. Leí en voz alta los ejercicios para que todos los estudiantes conociesen que contenidos trataba la prueba y para responder cualquier duda surgida antes de comenzar (la única inquietud surgida se debió a la última pregunta de cada ejercicio sobre explicar y argumentar porque el área de las figuras era las siguiente, no comprendían que debían contestar a esta cuestión, por lo que aclaré que debían contestar como saben que la fórmula es la que piensan que es, es decir, porque es la que piensan y no es de otra manera). Asimismo, tras la lectura de los ejercicios me percaté de un error que corregí en alto, en el ejercicio 4, la figura no se trataba de un triángulo acutángulo como indicaba en el enunciado sino de un triángulo obtusángulo.

La **segunda sesión**, tuvo también una temporalidad de 45 minutos y consistió en **conocer las fórmulas del paralelogramo, rombo, triángulo y trapecio**, únicamente teniendo en cuenta la fórmula del área del rectángulo. Se dividió la sesión en tres momentos:

Los primeros 10 minutos estuvieron dedicados a explicar la dinámica de la sesión y realizar un ejemplo en la pizarra con la fórmula del área del paralelogramo con el material recortable para que pudiesen ver como a través de la fórmula del rectángulo deducía la del paralelogramo.

Figura 1

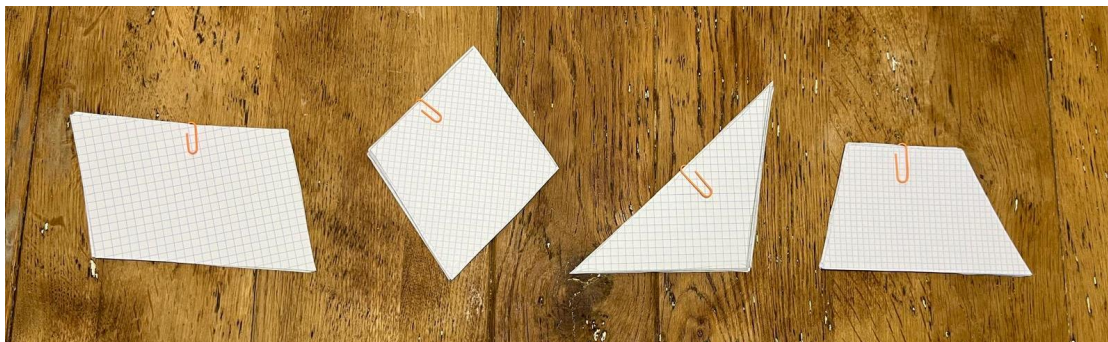
Ejemplo de la dinámica con el área del paralelogramo



Después, por parejas, durante 20 minutos debían sacar del mismo modo el área del rombo, trapecio y triángulo. A través de recortar las figuras, girar o trasladar las piezas tenían que crear un rectángulo y sacar el área a través de la semejanza.

Figura 2

Figuras planas que se repartieron a cada estudiante



Al principio los estudiantes cortaban las figuras de tal forma que creaban rectángulos sin usar toda la superficie, tiraban la parte de papel que les sobraba. Por lo que tuve que parar la clase y realizar una aclaración, que debían usar toda la figura de papel, se debía y podía hacer sin que sobrasé nada.

Algunas parejas de estudiantes con el rombo lograron formar un rectángulo y demostraron la fórmula, no sin antes señalar yo cual era la diagonal mayor y cual la menor (el libro les presentó la fórmula por base x altura y yo pedía el área con las diagonales). Muchos otros, no lograron formar ni el rectángulo.

La figura del triángulo les pareció más fácil a la mayoría de los estudiantes. Alguna pareja más consiguió formar el paralelogramo y, por tanto, deducir la fórmula de la figura. Tuve que darles una pista de por donde cortar ya que disponía de tiempo limitado.

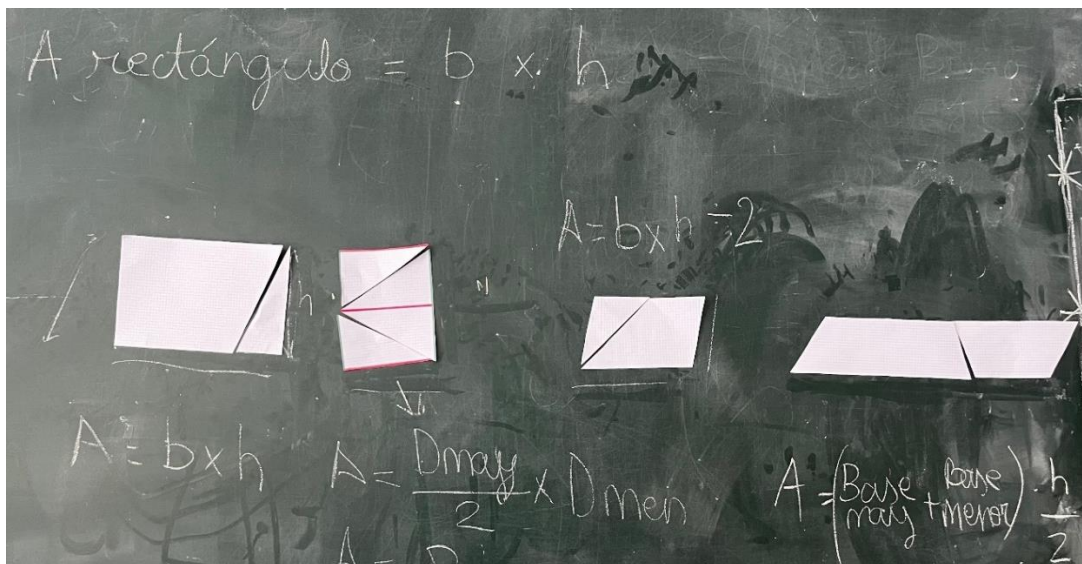
En cambio, el trapecio fue la figura más complicada para los estudiantes de reconstruir en un paralelogramo, por lo que ninguno dedujo la fórmula hasta que no les di una pista sobre por donde tenían que recortar la figura y realizar el movimiento.

Debido al escaso tiempo dedicado a la tarea anterior, no pude dedicar la duración que la propuesta requería para que fueran los alumnos quienes poco a poco lograsen descubrir que movimientos tenían que hacer y traducir la fórmula. Algunos estudiantes tuvieron dificultades para comprender como se deducían algunas fórmulas por lo que los últimos 15 minutos estuvieron dedicados para explicar en la pizarra la fórmula del área del paralelogramo, de nuevo, del rombo, triángulo y trapecio con el material recortable para que pudiesen ver como a través de la fórmula del rectángulo deducía todas ellas. Así podían contrastar sus resultados, conocer los fallos o entender como se hacía. El alumno 23 lo agrupé durante la sesión dos con

el alumno 11, según mi observación la pareja funcionó correctamente y el alumno 23 se encargó de comprobar la figura del triángulo, que es la figura que consiguieron convertir en el paralelogramo su pareja y él.

Figura 3

Explicación final de la fórmula de las áreas de las figuras planas trabajadas



Nota. De izquierda a derecha: paralelogramo, rombo, triángulo obtusángulo y trapecio.

La **tercera sesión** (45 minutos) se destinó para completar la **ficha final**. De nuevo, volví a leer en voz alta los ejercicios para que todos los estudiantes conociesen los contenidos que volvía a tratar la prueba y para responder cualquier duda surgida antes de comenzar (no hubo ninguna duda e inquietud). Asimismo, volví a corregir en voz alta el error del ejercicio 4, deje claro que la figura no se trataba de un triángulo acutángulo como indicaba en el enunciado sino de un triángulo obtusángulo. Durante la realización de la prueba no surgió ninguna duda ya que conocían la dinámica por la cumplimentación de la ficha inicial.

Presentación y Análisis de los Resultados

Figura 4

Tabla 1. Resultados ficha inicial

Alumnos	Ejer. 1 (sobre 7)	Ejer. 2 (sobre 7)	Ejer. 3 (sobre 7)	Ejer. 4 (sobre 7)	Total (sobre 28)
1	0,00	0,00	0,00	3,00	3,00
2	NP	NP	NP	NP	NP
3	0,00	0,00	0,00	3,50	3,50
4	0,00	4,00	0,00	3,50	7,50
5	0,00	4,00	0,00	1,50	5,50
6	0,00	3,00	0,00	3,50	6,50
7	0,00	5,00	0,00	2,00	7,00
8	0,00	3,00	0,00	2,00	5,00
9	0,00	4,00	0,00	4,00	8,00
10	0,00	0,00	1,00	2,50	3,50
11	0,00	5,00	0,00	5,00	10,00
12	0,00	4,00	0,00	4,00	8,00
13	0,00	0,00	0,00	3,00	3,00
14	0,00	5,00	0,00	5,50	10,50
15	0,00	4,00	0,00	3,50	7,50
16	0,00	5,00	0,00	4,50	9,50
17	0,00	3,00	0,00	3,50	6,50
18	0,00	4,00	0,00	5,00	9,00
19	0,00	5,00	0,00	4,00	9,00
20	0,00	4,00	0,00	0,00	4,00
21	0,00	4,00	0,00	4,00	8,00
22	0,00	5,00	0,00	0,00	5,00
23	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
24	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	0,00	2,00	0,00	2,00	4,00
Media	0,00	2,91	0,05	2,80	5,75
Porcentaje de acierto	0,00%	41,57%	0,71%	40,00%	20,54%

Nota. Quedan excluidos de la media y del porcentaje de acierto los alumnos 2, 4 y 16 al no presentarse a las dos fichas.

Figura 5

Tabla 2. Resultados ficha final

Alumnos	Ejer. 1 (sobre 7)	Ejer. 2 (sobre 7)	Ejer. 3 (sobre 7)	Ejer. 4 (sobre 7)	Total (sobre 28)
1	6,00	6,00	6,00	6,00	24,00
2	NP	NP	NP	NP	NP
3	6,00	4,00	4,00	5,00	19,00
4	NP	NP	NP	NP	NP
5	7,00	7,00	6,00	6,00	26,00
6	0,00	7,00	2,00	2,00	11,00
7	5,00	5,50	5,00	3,00	18,50
8	5,00	5,00	5,00	5,00	20,00
9	4,00	4,00	0,00	4,00	12,00
10	5,00	2,00	7,00	6,00	20,00
11	6,00	7,00	4,00	5,00	22,00
12	5,00	6,00	5,00	5,50	21,50
13	4,00	4,00	5,00	5,50	18,50
14	4,00	6,00	6,00	2,00	18,00
15	4,00	4,00	0,00	4,00	12,00
16	NP	NP	NP	NP	NP
17	4,00	5,00	5,00	4,00	18,00
18	4,00	6,50	0,00	5,00	15,50
19	5,00	3,00	2,00	4,00	14,00
20	0,00	6,00	0,00	3,00	9,00
21	7,00	4,50	3,00	5,50	20,00
22	4,00	7,00	3,00	7,00	21,00
23	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00
24	4,00	4,00	2,00	3,00	13,00
25	4,00	2,00	3,50	0,00	9,50
Media	4,23	4,84	3,34	4,11	16,52
Porcentaje de acierto	60,43%	69,14%	47,71%	58,71%	59,00%

Nota. Quedan excluidos de la media y del porcentaje de acierto los alumnos 2, 4 y 16 al no presentarse a las dos fichas.

Figura 6*Tabla 3. Variables por alumnos*

Alumnos	Ficha inicial	Ficha final	Variables
	Total (sobre 28)	Total (sobre 28)	
1	3,00	24,00	700,00%
2	NP	NP	-
3	3,50	19,00	442,86%
4	7,50	NP	-
5	5,50	26,00	372,73%
6	6,50	11,00	69,23%
7	7,00	18,50	164,29%
8	5,00	20,00	300,00%
9	8,00	12,00	50,00%
10	3,50	20,00	471,43%
11	10,00	22,00	120,00%
12	8,00	21,50	168,75%
13	3,00	18,50	516,67%
14	10,50	18,00	71,43%
15	7,50	12,00	60,00%
16	9,50	NP	-
17	6,50	18,00	176,92%
18	9,00	15,50	72,22%
19	9,00	14,00	55,56%
20	4,00	9,00	125,00%
21	8,00	20,00	150,00%
22	5,00	21,00	320,00%
23	0,00	1,00	
24	0,00	13,00	
25	4,00	9,50	137,50%
Media	5,75	16,52	187,35%
Porcentaje de acierto	20,54%	59,00%	

Nota. No se calcula la variable de los alumnos 2, 4 y 16 al no presentarse a las dos fichas.

Figura 7*Tabla 4. Variables por ejercicios*

	Ejer. 1 (sobre 7)	Ejer. 2 (sobre 7)	Ejer. 3 (sobre 7)	Ejer. 4 (sobre 7)	
Media	0,00	2,91	0,05	2,80	Ficha inicial
Media	4,23	4,84	3,34	4,11	Ficha final
Variable		66,32%	6580,00%	46,79%	

Nota. No se han tenido en cuenta los resultados de los alumnos 2, 4 y 16 al no presentarse a las dos fichas. En las tablas 3 y 4 se ha dejado en blanco la casilla de la variable de los alumnos que comienzan con una puntuación de 0 puntos, sin embargo, en el análisis de resultados están presentes.

La ficha inicial (tabla 1) y la ficha final (tabla 2) muestran la evolución individual del alumnado en cada uno de los cuatro ejercicios y en el resultado global de la prueba. Según el análisis realizado en la tabla 3 y 4 donde se exponen las variables porcentuales entre la ficha inicial y final por alumnado y por ejercicio, observamos que esta evolución es positiva, todos los estudiantes han aumentado el porcentaje de acierto en la ficha final respecto a la ficha inicial, lo que evidencia un avance en el aprendizaje.

Además, tras el análisis y la comparación de las tablas 1 y 2, detectamos un aumento muy significativo del porcentaje de acierto en los ejercicios 1 (trapezio) y 3 (rombo), se pasa de una media de 0 a 4,23 puntos sobre 7 puntos y de una media de 0,05 a 3,34 puntos sobre 7 respectivamente, y un aumento, aunque no tan notable en los ejercicios 2 (paralelogramo) y 4 (triángulo), de una media de 2,91 a 4,84 puntos sobre 7 en el ejercicio 2 y de una media de 2,80 a 4,11 puntos sobre 7 en el ejercicio 4, todo estos datos representados en la tabla 3.

La propuesta se implementó tras la explicación por parte del profesor del centro del temario correspondiente al área de figuras planas, concretamente el área del triángulo, cuadrado, rectángulo, paralelogramo, rombo y trapezio, siguiendo la dinámica propuesta en el libro de Jump Math. A pesar de esto, llama la atención la diferencia existente entre el porcentaje de acierto en la ficha inicial del ejercicio 1 (trapezio) y 3 (rombo), siendo este de 0 y 0,05 sobre 7 respectivamente, y los ejercicios 2 (paralelogramo) y 4 (triángulo) siendo en la prueba inicial de un 2,91 y 2,80 sobre 7 en cada uno de ellos. Esto se debe a la forma en la que se impartió el contenido.

La dinámica que se siguió para la explicación de las fórmulas del cuadrado, rectángulo, paralelogramo (ejercicio 2) y triángulo (ejercicio 4) fue la siguiente: se presentó directamente la fórmula y se dejó un tiempo para la realización de los ejercicios planteados por el libro con la finalidad de practicar y asimilar las fórmulas.

En cambio, la explicación del área del trapezio (ejercicio 1) se hizo de diferente manera, el libro no presentó la fórmula del trapezio directamente, sino que tenían que deducirla a través del área del paralelogramo: colocando al lado del trapezio original, el mismo invertido formando un paralelogramo y sacar a partir de ahí la fórmula. Este método el profesor lo consideró no conveniente y ofreció al alumnado la fórmula directamente.

En el caso del rombo (ejercicio 3), la fórmula no se presentó y apareció en los ejercicios finales de práctica del temario con la fórmula de $b \times h$. Lo que generó poca asimilación del contenido y confusión ya que en el enunciado que planteo en el ejercicio de las fichas hablo de diagonales.

En conclusión, las dificultades presentes en el ejercicio 1 (trapecio) y 3 (rombo) vienen por la explicación poco clara de las fórmulas del trapecio y del rombo y la poca práctica para la asimilación del contenido.

Tras el análisis global de los resultados obtenidos por ejercicios voy a centrarme en analizar al alumnado que ha participado en la propuesta didáctica. Podemos clasificar el progreso del alumnado en cuatro grandes grupos, aquellos y aquellas que han mejorado sus resultados, los y las que se han quedado prácticamente igual con respecto al resultado de la ficha inicial, el alumnado que se encuentra en la mitad superior de la nota y los que se encuentran en la mitad inferior de la nota.

Dentro del grupo de alumnos y alumnas que han mejorado sus resultados con respecto a la ficha inicial podemos hacer una clasificación en dos grupos, los estudiantes que han tenido una aumentado considerable en sus resultados y aquellos que han mejorado, pero de manera no tan notoria. Dentro del primer grupo, encontramos a 12 alumnos y alumnas que han tenido un aumento igual o superior a 150%, y son los estudiantes 1, 3, 5, 7, 8, 10, 12, 13, 17, 21, 22 y 24. Gracias a la intervención didáctica este alumnado ha pasado de calificaciones muy bajas a muy altas, manifestando un aprendizaje significativo. En los anexos C y D se muestra la evolución de las respuestas de los alumnos 1 y 13 de la ficha inicial con respecto a la ficha final, he escogido a estos alumnos por que son los que mejor representan a este grupo, teniendo una variable del 700% y del 516, 67% respectivamente.

Tras analizar la ficha inicial del alumno 1 (*Anexo C*), contemplo que hay una falta de comprensión de los contenidos, a pesar de estar recientemente trabajados en el aula, esto puede deberse a un aprendizaje memorístico de las fórmulas, sin comprender de donde provienen. Las escuetas respuestas que ofrece este alumno se ciñen a una aplicación incorrecta de las fórmulas. A pesar de que en el ejercicio 4 (triángulo) aplica adecuadamente la fórmula, no sustituye las variables correctamente, confundiendo la altura con un lado del triángulo. En la ficha final, en cambio, observo una evolución positiva en las respuestas, ahora aplica las fórmulas y sustituye las variables correctamente, justificando que las fórmulas derivan del área del rectángulo o una figura equivalente (lo argumenta a través de cortes y traslaciones). Gracias a esta justificación, demuestra que entiende la relación entre el área de las figuras equivalentes.

El alumno 13 en la ficha inicial (*Anexo D*), al igual que el alumno 1 demuestra falta de comprensión en los contenidos, respondiendo incorrectamente en la aplicación de las fórmulas. Al igual que el alumno 1, aplica adecuadamente la fórmula en el ejercicio 4 (triángulo) pero se confunde en las operaciones. En la ficha final, se observa una evolución positiva en las respuestas, aplica todas las fórmulas y realiza las operaciones correctamente. A pesar de que

no justifica de donde provienen las fórmulas, en la resolución de los ejercicios convierte las figuras en el rectángulo o figura equivalente para sacar las fórmulas, lo que evidencia que entiende la relación entre el área de las figuras equivalentes.

Las situaciones anteriores demuestran que la propuesta didáctica creada fomenta un profundo grado de comprensión de los contenidos, dejando atrás el aprendizaje memorístico y poco duradero. Este se ha visto reflejado en el aumento de las puntuaciones en todos los ejercicios y en los razonamientos de donde derivan las fórmulas.

En el segundo grupo encontramos a 9 estudiantes que han mejorado de manera moderada, con una variable entre 50% y 149%, y son el número 6, 9, 11, 14, 15, 18, 19, 20 y 25. Este conjunto de estudiantes han demostrado haber aprendido tras mi intervención, pero necesitan fortalecer y trabajar algunos aspectos. En los anexos E y F se muestra la evolución de las respuestas de los alumnos 6 y 19 de la ficha inicial con respecto a la ficha final, he escogido a estos alumnos por que son los que mejor representan a este grupo, teniendo una variable del 69,23% y del 55, 56% respectivamente.

El alumno 6 en la ficha inicial (*Anexo E*) demuestra que no comprende los conceptos, utiliza la misma fórmula de $b \times h$ para resolver todos los ejercicios. En cambio, en el ejercicio 4 (triángulo) aplica adecuadamente la fórmula, sustituye correctamente las variables, aunque se equivoca en una operación. Tampoco sabe razonar como ninguno de sus compañeros de donde proviene la fórmula. En la ficha final se observa una evolución positiva, pero no tan notable como en el alumnado del grupo anterior. Ahora, el estudiante ha aplicado correctamente la mayoría de las fórmulas, menos la del ejercicio 1 correspondiente al trapecio. No razona ni justifica las fórmulas, sé que ha comprendido la relación que hay entre las figuras equivalentes porque para la sacar las fórmulas ha manipulado las figuras de papel, aunque no ha sabido justificar en el papel.

El alumno 19 (*Anexo F*) en la ficha inicial aplica adecuadamente las fórmulas en el ejercicio del trapecio, rombo y triángulo, sustituye las variables correctamente y realiza las operaciones también correctamente. Sin embargo, en el ejercicio del rombo, a pesar de que la fórmula es correcta ($b \times h$) como los datos de base y altura no están facilitados, ha realizado incorrectamente el ejercicio ya que ha usado las diagonales como base y altura. En la ficha final, en cambio, ya aplica correctamente todas las fórmulas y justifica basándose en la relación que hay entre el área las figuras equivalentes, aunque solo lo hace en uno de los ejercicios. Por último, sigue sin colocar en el resultado las unidades de medida.

Tras evaluar estos dos casos, compruebo que el alumno 6 ha mejorado positivamente, aunque se observa que sigue teniendo dificultades aun después de la intervención didáctica. El

alumno 19 en cambio, en la ficha inicial ha demostrado dominar algo más los conceptos al obtener una puntuación de 9 puntos y su evolución ha sido positiva reflejando en las respuestas un dominio de los contenidos.

Tras el análisis de los dos grupos que han mejorado llego a la conclusión de que hay alumnado que ha asimilado los contenidos rápidamente y otros que necesitan de más tiempo para su comprensión, ya que la sesión donde los estudiantes trabajaban con las figuras que debían manipular y obtener las fórmulas a raíz del rectángulo a través de la metodología de descubrimiento guiado consto únicamente de 45 minutos, tiempo que no era suficiente para dominar los contenidos.

Por último, tenemos a un alumno o alumna que no ha mejorado, sino que se ha quedado igual con respecto a la puntuación de la ficha inicial y es el estudiante número 23. Este alumno o alumna no tiene ningún progreso en el aprendizaje, al pasar de 0 a 1 puntos sobre 28. Según lo observado se debe a circunstancias actitudinales. Durante mi intervención didáctica lo junté con el alumno 11 con el objetivo de motivarlo hacia el aprendizaje y, aunque, según mi escasa observación debido al poco tiempo disponible para implementar mi propuesta la pareja pareció funcionar correctamente, en los resultados obtenidos en la prueba final se ha evidenciado que el alumno no asimilo los contenidos, aunque entro en la dinámica.

Para finalizar voy a hacer una clasificación por alumnado que se encuentra en la mitad superior de la nota, con una puntuación igual o superior a 14 puntos de 28 y alumnado que se encuentra en la mitad inferior de la nota con una clasificación igual o inferior a 13 puntos de 28. En la ficha inicial todos los estudiantes se encuentran en la mitad inferior de la nota. Sin embargo, en la ficha final el grupo de estudiantes que se encuentra en la mitad superior de la nota son el alumnado 1, 3, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 21 y 22, y el grupo de estudiantes que se encuentran en la mitad inferior de la nota encontramos al alumnado 6, 9, 15, 20, 23 y 25.

Un error común en la ficha final de los estudiantes que se encuentran en la mitad inferior de la nota ha sido utilizar la fórmula $b \times h$ en el área del rombo, la cual es correcta, pero en el enunciado doy las diagonales y al sustituir las variables algunos lo han dejado en blanco y otros han utilizado la diagonal mayor como base y la diagonal menor como altura, lo cual es incorrecto (Anexo G). Además, los estudiantes situados en la mitad inferior de la nota no han justificado de donde proviene ninguna de las fórmulas.

Gracias a este análisis comprobamos el éxito de la propuesta didáctica debido a la gran cantidad de estudiantes situados en la mitad superior de la nota media con respecto a la ficha inicial, pasando de 0 a 15 alumnos.

A continuación, voy a realizar un análisis a los estudiantes que se han quedado fuera del estudio por no haberse presentado a alguna de las sesiones planteadas. El alumno 2 no se presentó a ninguna de las cuatro sesiones por lo que no puedo analizar su evolución. Sin embargo, los alumnos 4 y 16 se presentaron a la sesión 1, correspondiente a la realización de la ficha inicial, obteniendo una puntuación de 7,5 y 9,5 puntos sobre 28 respectivamente, y a la sesión 2 que estaba programada en mi propuesta en la sesión 2 y 3. Durante esta clase los estudiantes se mostraron en todo momento interesados y participativos y hacían un uso adecuado de los materiales, comprendiendo de donde provenían las fórmulas. Por último, a la ficha final no se presentaron ninguno de los dos.

Tras analizar la evolución de cada estudiante y la evolución por ejercicios de la ficha inicial a la final, voy a centrarme en hablar de los errores comunes que he observado mientras realizaba la corrección de las fichas. En primer lugar, los estudiantes se confundían en las operaciones con decimales, realizaban correctamente la multiplicación, división o suma, pero colocaban la coma en el lugar incorrecto (Anexo H).

Otro error que han cometido algunos estudiantes, y que ya he comentado anteriormente ha sido en la ficha final, concretamente en el ejercicio 3 (rombo), el error ha sido utilizar la fórmula $b \times h$ en el área del rombo como la presenta Jump Math, la cual es correcta, pero en el enunciado y en mi explicación, hablo de diagonales ($D/2 \times d$) y al sustituir las variables algunos lo han dejado en blanco y otros han utilizado la diagonal mayor como base y la diagonal menor como altura, lo cual es incorrecto. Asimismo, había estudiantes que ponían la diagonal mayor como base y la diagonal menor como altura y luego lo dividían entre dos ($b \times h : 2$), el resultado era correcto pero la fórmula era incorrecta. Esta situación confundió a algunos estudiantes y ha coincidido entre los estudiantes situados en la mitad inferior de la nota en la ficha final (Anexo G).

Un error muy común en la ficha inicial ha sido confundir la altura de las figuras con un lado que no era perpendicular a la base escogida. En la ficha final, en cambio, no ha habido este error (Anexo I).

Otro fallo observado ha sido la ausencia entre muchos estudiantes de colocar en el resultado las unidades de medida correspondientes. Este fallo se ha repetido tanto en la ficha inicial como en la ficha final.

Conclusiones

La propuesta planteada en el TFG ha demostrado el impacto positivo que tiene en los resultados, y por tanto en el aprendizaje, diseñar sesiones donde el alumnado sea el protagonista de su proceso de aprendizaje y descubra guiadamente con materiales manipulativos de donde provienen, en este caso, las fórmulas de las áreas de las figuras equivalentes. Gracias a esta situación, conseguimos que el alumnado comprenda profundamente los contenidos dados y les dé sentido.

Mi intervención se salía de las propuestas didácticas trabajadas en el aula, por lo que considero que esta experiencia captó la atención y el interés del alumnado con mayor facilidad, esto quedó demostrado en el compromiso durante las actividades y gracias a ello el grupo-clase se benefició de la propuesta, reflejándolo en los resultados de la ficha final. El material manipulativo utilizado fue uno de los puntos fuertes y aspectos novedosos de la propuesta ya que permitió al alumnado comprender profundamente y de manera sensorial de donde provenían las fórmulas de las figuras planas que se estaban trabajando. A través del descubrimiento guiado manipulaban las figuras y con recortes y traslaciones llegaban a una conclusión, es decir, ellos mismos construían el conocimiento.

Asimismo, otro punto fuerte que notificó el éxito de la propuesta fue cuando participé en la corrección de los exámenes del tema de las áreas. Varios estudiantes en la resolución de los ejercicios utilizaron el método que se trabajó en mi propuesta (*Anexo J*).

El éxito de la propuesta didáctica ha sido evidente, aunque considero que al toparme con la limitación del escaso tiempo que disponía para la implementación de esta, el aprendizaje no ha sido tan interiorizado por algunos estudiantes ya que tuve que comprimir la sesión que se realizaba en 1h y 30 minutos en 45 minutos. Considero que los contenidos se hubiesen aprendido profundamente si se hubiese dedicado más tiempo a cada una de las figuras planas. Además, esta limitación anuló por completo los momentos de reflexión diseñados en mi propuesta que tenía como objetivo hacer pensar a los estudiantes sobre el contenido aprendido, estos momentos de reflexión se iban a basar en debatir sobre las siguientes cuestiones: ¿Podemos calcular el área de las figuras planas expuestas en los problemas anteriores partiendo de la hipótesis de que solo conocemos la fórmula del rectángulo? y ¿Por qué coinciden las áreas de las figuras con la del rectángulo? Tampoco pude dedicar tiempo para pasarme por las mesas para atender a las parejas de manera más individualizada y ofrecer una explicación atendiendo a los fallos y dificultades de cada una.

Por tanto, de cara a próximas intervenciones, recomiendo disponer del suficiente tiempo para su implementación con el objetivo de que todo el alumnado se beneficie por completo de

la propuesta. Además, en el diseño y en la implementación, para la sesión de la prueba inicial y final dediqué un tiempo de 45 minutos para cada una de ellas y realmente la prueba requería de más tiempo ya que no solo había que resolver 4 ejercicios sino justificar con argumentos y/o dibujos el porqué de las fórmulas.

Asimismo, como ya he comentado anteriormente, el libro (Jump Math) que utilizaban en el colegio presentaba la fórmula del área del rombo como base x altura. Cuando yo diseñe e implemente mi actividad utilice la fórmula con diagonales ($D/2 \times d$). Esta situación confundió a algunos estudiantes que mezclaron ambas fórmulas, por lo tanto, es fundamental ajustar las sesiones a lo que se ha explicado en el aula para que los contenidos coincidan y no provocar esta situación.

Esta propuesta didáctica puede ser reproducida, ampliada o reducida en cualquier curso de educación primaria pero de vista al futuro, sería primordial basar los contenidos de la propuesta a los utilizados en el aula, para evitar confusiones y requerir del suficiente tiempo para llevar a cabo la propuesta, para que el alumnado pueda descubrir poco a poco a través del material manipulativo cual es el área de cada figura trabajada y que no caiga en la frustración de que no le sale porque el tiempo es limitado. Asimismo, es primordial contar con materiales manipulativos suficientes para ir ofreciendo al alumnado conforme se equivocan.

Por último, mi objetivo es conseguir que aquel maestro o maestra que lea este trabajo se concencie de la importancia y utilidad de la geometría y de enseñar adecuadamente esta parte de las matemáticas:

Para todo profesor de matemáticas conocer y ser consciente de la utilidad de la geometría, su desarrollo histórico y posible aplicación al mundo real, pueden convertirse en elementos pilares que guíen su práctica docente hacia la creación de situaciones problema para los estudiantes, con el fin de que la geometría adquiera un sentido tangible, que contribuya con la estimulación y desarrollo de sus capacidades de percepción espacial y visual, y que minimice las dificultades que implica su estudio. (Gamboa Araya y Ballesteros Alfaro, 2009, p. 117)

Referencias

- Afonso Martín, M. C., & Camacho Machín, M. (2014). *Un estudio sobre los niveles de Van Hiele en maestros de Educación Primaria en formación y en ejercicio. Algunos resultados preliminares*. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, (11), 45-59. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8962482>
- Aray Andrade, C. A., Párraga Quijano, O. F., & Chun Molina, R. (2019). *La falta de enseñanza de la geometría en el nivel medio y su repercusión en el nivel universitario: análisis del proceso de nivelación de la Universidad Técnica de Manabí*. *Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales (ReHuSo)*, 4(1), 23-36. http://scielo.senescyt.gob.ec/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2550-65872019000100023
- Ayuntamiento de Zaragoza. (s. f.). *Casco Histórico*. Zaragoza.es. <https://www.zaragoza.es/sede/portal/turismo/post/casco-historico>
- Baque-Reyes, G. R. (2021). *El aprendizaje significativo como estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje*. *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional*, 6(5), 75-86. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7927035>
- Beresaluce Díez, R., Peiró i Gregòri, S. & Ramos Hernando, M. del C. (2014) *El profesor como guía-orientador. Un modelo docente*. XII Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria: El reconocimiento docente: innovar e investigar con criterios de calidad (pp. 857–870). Universidad de Alicante. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5871613>
- Camargo, L., & Acosta, M. (2012). *La geometría, su enseñanza y su aprendizaje*. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (32), 4-8. http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=s0121-38142012000200001&script=sci_arttext
- Castillo Rodríguez, N. J., Giraldo Santamaría, D. S., & Zapata Gordon Zapata Gordon, A. (2020). *Aprendizaje por descubrimiento: Método alternativo en la enseñanza de la física*. *Dialnet*. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7694535>
- Caviedes, S., De Gamboa, G., & Badillo, E. (2020). *Procedimientos Utilizados por Estudiantes de 13-14 Años en la Resolución de Tareas que Involucran el Área de Figuras Planas*. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 34(68), 1015-1035. scielo.br/j/bolema/a/tySfCDC43XpQ6SkbjTRVFS/?format=pdf&lang=es
- Compañía de María de Zaragoza*. (s. f.). <https://ciamariaz.org/es/>
- Contreras Oré, F. A. (2016). *El aprendizaje significativo y su relación con otras estrategias*. *Horizonte de la Ciencia*, 6(10), 130–140. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5612845>

Font, V. (2006). *Problemas en un contexto cotidiano*. Cuadernos de pedagogía, 355, 52-54. https://www.researchgate.net/profile/Vicenc-Font-2/publication/39216727_Problemas_en_un_contexto_cotidiano/links/0046351a36868dfbdf00000/Problemas-en-un-contexto-cotidiano.pdf

Gamboa Araya, R., & Ballesterero Alfaro, E. (2009). *Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría*. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6915/6601>

Gamboa Araya, R. & Ballesterero Alfaro, E. (2010). *La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes*. Revista electrónica educare, 14(2), 125-142. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5414933>

Gobierno de Aragón. (2022). *Currículo de Matemáticas para la Educación Primaria y Secundaria Obligatoria*. Departamento de Educación, Cultura y Deporte. <https://educa.aragon.es/documents/20126/2773107/%5B02.12%5D+Matem%C3%A1ticas.pdf/bc8d7dbc-80b4-9618-0ec2-924dda2d6e32?t=1661254455826>

Gomar, C. (2024). *Barrio a barrio: esta es la renta de los hogares más ricos y más pobres de Zaragoza*. El Periódico de Aragón. <https://www.elperiodicodearagon.com/zaragoza/2024/12/23/barrio-barrio-renta-hogaresricos-112884923.html>

González González, S., Andújar Guardado, B., & Salcedo Vereda, C. (2015). *JUMP Math: la apuesta por una innovación con resultados*. 17 Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas. Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia. <https://17jaem.semrm.com/aportaciones/n76.pdf>

González-Peiteado, M., & Pino-Juste, M. (2016). *Los estilos de enseñanza: construyendo puentes para transitar las diferencias individuales del alumnado*. Revista Complutense de Educación, 27(3), 1175-1191. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5709251>

Guaje Hernández, L. A. (2024). *Diseño de una unidad didáctica para la enseñanza del concepto matemático de área o superficie en estudiantes de grado 6º*. Universidad Pedagógica de Colombia Bogotá D.C. <http://hdl.handle.net/20.500.12209/19725>.

Gutiérrez, Á., & Jaime, A. (2012). *Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria*. Tecné, Episteme y Didaxis: TED, (32), 55-70. http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0121-38142012000200005&script=sci_arttext

Ibarra González, K. P., & Eccius Wellmann, C. C. C. (2014). *Canales de aprendizaje y su vinculación con los resultados de un examen de ubicación de matemáticas* | Revista

Intercontinental de Psicología y Educación.

<https://psicologiayeducacion.uic.mx/index.php/1/article/view/171/145>

Largo Taborda, W. A., & Henao-Díaz, D. (2022). *Evaluación formativa: impulsando el aprendizaje contextualizado y la mejora de la práctica docente*. *Revista De Investigaciones UCM*, 22(39). <https://revistas.ucm.edu.co/index.php/revista/article/view/190/209>

Prieto Abarquero, B. (2014). *Materiales manipulativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas*. Universidad de Valladolid. <https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/7619/TFGG840.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Santerini, M. (2013). *María Montessori*. *Revistas Comillas. Revista P y M. Padres y maestros*. <https://revistas.comillas.edu/index.php/padresymaestros/article/view/959/814>

Sastre Martínez, A. (2020). *Aprendizaje geométrico a través de Jump Math. Propuesta de intervención*. Universidad de Valladolid. <https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/41564/TFGB.%201532.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Teoría del aprendizaje significativo. (2012). Z33 Preescolar 2. <https://z33preescolar2.wordpress.com/wp-content/uploads/2012/01/teorc3ada-del-aprendizaje-significativo-de-david-ausubel.pdf>

Torres Puentes, E., & Casallas Rodríguez, L. A. (2021). *Materiales, recursos y juego: una distinción y relación necesaria en el aula de matemáticas*. *Infancias imágenes*, 20(2), 1-10. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8652485>

Valenzuela Molina, M. (2012). *Uso de materiales didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría*. Universidad de Granada. https://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM%20Macarena%20Valenzuela_.pdf

Vargas Vargas, G. & Gamboa Araya, R. (2013). *El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría*. *Redalyc*. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4945319>

Anexos

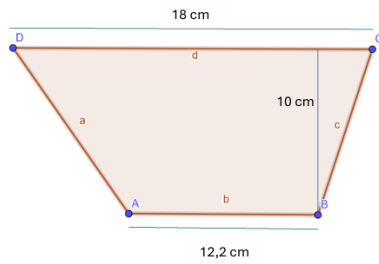
Anexo A. Ficha inicial y final

Nombre:

Nº de lista:

Apellidos:

1. Laura tiene un corcho en su habitación en forma de trapecio, quiere cubrirlo de papel para colocar unas fotos. ¿Cuántos centímetros de papel tiene que comprar para cubrir el corcho entero?



Explica por qué el área del trapecio es la siguiente →

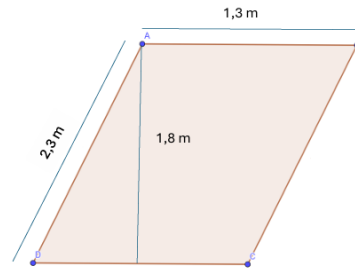
Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

3. Si Pedro quiere hacer una cometa de papel en forma de rombo y conoce la medida de sus diagonales: 18 cm y 32 cm, ¿Cuánta cartulina necesitará para crear la cometa?

Explica por qué el área del rombo es la siguiente →

Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

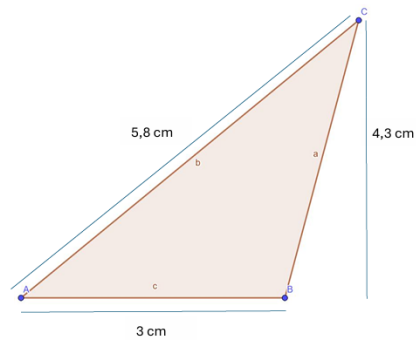
2. Adriana tiene una alfombra en forma de paralelogramo. ¿Qué área tiene la alfombra conociendo estas medidas?



Explica por qué el área del paralelogramo es la siguiente →

Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

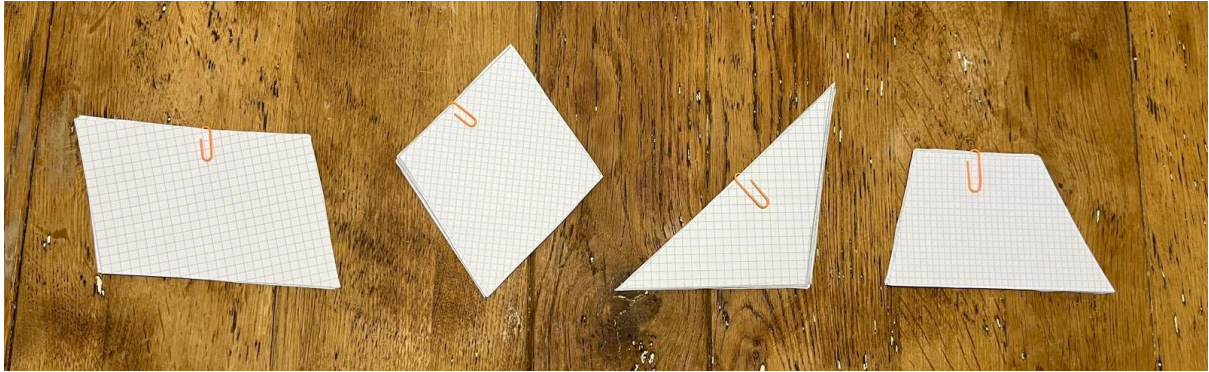
4. El trozo de pizza que Manuel se va a comer es un triángulo acutángulo. Manuel está a dieta y quiere saber cual es el área de la pizza para no pasarse de la raya.



Explica por qué el área del triángulo es la siguiente →

Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

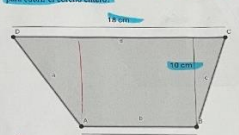
Nota. Error: No es un triángulo acutángulo como indica en el enunciado sino obtusángulo.

Anexo B. Figuras de papel cuadriculado

Anexo C. Respuestas del alumno 1 en la ficha inicial y final

Ficha inicial:

1. Laura tiene un círculo en su habitación en forma de trapecio, quiere cubrirlo de papel para sus libros. ¿Cuántos decímetros de papel debe comprar para cubrir el círculo?

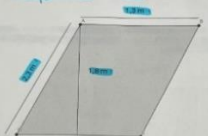


$$\begin{array}{r} 10 \\ + 20 \\ + 10 \\ \hline 40 \\ \hline 180 \end{array}$$

No sé, porque es ese área no lo he usado.
 No se puede porque no hay medidas de los triángulos sobrantes.

Explica por qué el área del trapecio es la siguiente →
 Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

2. Adriana tiene una alfombra en forma de paralelogramo. ¿Qué área tiene la alfombra?



Explica por qué el área del paralelogramo es la siguiente →
 Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

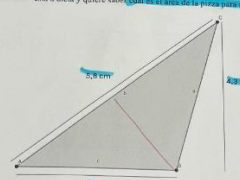
3. Si Pedro quiere hacer una cinta de papel en forma de rombo y conoce la medida de sus diagonales: 18 cm y 32 cm, ¿cuántos metros de cinta necesita para hacer la cinta?

376m²

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 32 \\ + 36 \\ \hline 276 \end{array}$$

Explica por qué el área del rombo es la siguiente →
 Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

4. El triángulo que Mamá se va a comer es un triángulo isósceles. Mamá está a dieta y quiere saber cuál es el área de la papa para no pasarse de la raya.



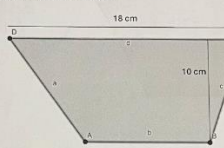
8,75m²

$$\begin{array}{r} 5,8 \\ \times 3 \\ \hline 27,4 \end{array}$$

Explica por qué el área del triángulo es la siguiente →
 Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

Ficha final:

1. Laura tiene un corcho en su habitación en forma de trapecio, quiere cubrirlo de papel para colocar unas fotos. ¿Cuántos centímetros de papel tiene que comprar para cubrir el corcho entero?



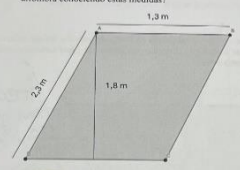
Área = 159 cm²
Tiene que comprar 159 cm² de papel.

$$\begin{array}{r} 18,0 \\ + 12,2 \\ \hline 30,2 \end{array} \times \begin{array}{r} 30,2 \\ + 10,0 \\ \hline 40,2 \end{array} = \begin{array}{r} 3022 \\ + 1020 \\ \hline 4042 \end{array}$$

Explica por qué el área del trapecio es la siguiente: $(b_1 + b_2) \times h \div 2 = \text{Área trapecio}$
Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

Cortamos el trapecio por la mitad y la parte superior la colocamos en un lateral del otro pieza en lateral del otro manera de que así y sabemos que el área del trapecio es $(b_1 + b_2) \times h \div 2$ y la del paralelogramo $b \times h$.

2. Adriana tiene una alfombra en forma de paralelogramo. ¿Qué área tiene la alfombra conociendo estas medidas?



Área = 4,14 m²

$$\begin{array}{r} 1,8 \\ \times 2,3 \\ \hline 54 \\ + 36 \\ \hline 4,14 \end{array}$$

Explica por qué el área del paralelogramo es la siguiente: $b \times h = \text{Área paralelogramo}$
Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

Cortamos el paralelogramo por un extremo, esa pieza la colocamos en el otro extremo y se que el área del paralelogramo como del rectángulo sea $b \times h = A$.

3. Si Pedro quiere hacer una cometa de papel en forma de rombo y conoce la medida de sus diagonales: 18 cm y 32 cm. ¿Cuánta cartulina necesitará para crear la cometa?

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 32 \\ \hline 36 \\ + 576 \\ \hline 576 \end{array}$$

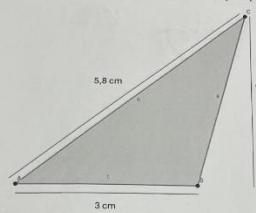
Área = 288 cm²

Explica por qué el área del rombo es la siguiente: $d_1 \times d_2 \div 2 = \text{Área}$
Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

Cortamos el rombo en cuatro trozos triangulares, de tal forma que uniendo los se forme un rectángulo.

Formulas:
Rectángulo = $b \times h = A$
Rombo = $d_1 \times d_2 \div 2 = A$

4. El trozo de pizza que Manuel se va a comer es un triángulo acutángulo. Manuel está a dieta y quiere saber cual es el área de la pizza para no pasarse de la raya.



Área = 6,45 cm²

$$\begin{array}{r} 3,0 \\ \times 4,3 \\ \hline 90 \\ + 120 \\ \hline 1290 \end{array}$$

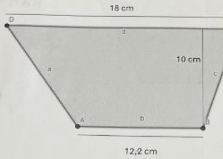
Explica por qué el área del triángulo es la siguiente: $b \times h \div 2 = \text{Área triángulo}$
Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

Cortamos el triángulo de manera de que se forme un paralelogramo y el área es $b \times h$ y el triángulo es $b \times h \div 2$.

Anexo D. Respuestas del alumno 13 en la ficha inicial y final

Ficha inicial:

1. Laura tiene un corcho en su habitación en forma de trapecio, quiere cubrirlo de papel para colocar unas fotos. ¿Cuántos centímetros de papel tiene que comprar para cubrir el corcho entero?

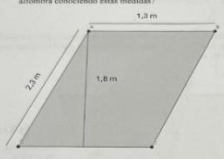


$b \times h = 61$
 $\frac{12.2 \times 10}{2}$

Explica por qué el área del trapecio es la siguiente → 61 Porque hay que multiplicar $b \times h$ y después de dividir.

Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

2. Adriana tiene una alfombra en forma de paralelogramo. ¿Qué área tiene la alfombra conociendo estas medidas?



$b \times h = 2.1922 = 2.19$

Explica por qué el área del paralelogramo es la siguiente → Porque multiplicamos $b \times h$ y después de dividir entre 2 es 2.19 .

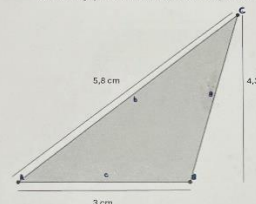
Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

3. Si Pedro quiere hacer una cometa de papel en forma de rombo y conoce la medida de sus diagonales: 18 cm y 32 cm. ¿Cuánta cartulina necesitará para crear la cometa?

Explica por qué el área del rombo es la siguiente →

Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

4. El trozo de pizza que Manuel se va a comer es un triángulo acutángulo. Manuel está a dieta y quiere saber cuál es el área de la pizza para no pasarse de la ración.



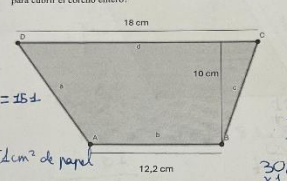
$b \times h = 1.2912 = 1.29$
 cm^2

Explica por qué el área del triángulo es la siguiente → 64

Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

Ficha final:

1. Laura tiene un corcho en su habitación en forma de trapecio, quiere cubrirlo de papel para colocar unas fotos. ¿Cuántos centímetros de papel tiene que comprar para cubrir el corcho entero?



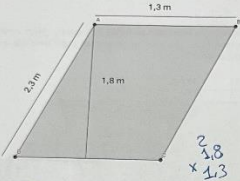
$A = \frac{(B+b) \times h}{2} = 151$

Solución: 151 cm² de papel

Explica por qué el área del trapecio es la siguiente → $A = \frac{(B+b) \times h}{2} = 151 \text{ cm}^2$

Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

2. Adriana tiene una alfombra en forma de paralelogramo. ¿Qué área tiene la alfombra conociendo estas medidas?



$A = b \times h = 1,3 \times 1,8 = 2,34 \text{ m}^2$

Explica por qué el área del paralelogramo es la siguiente →

Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

3. Si Pedro quiere hacer una cometa de papel en forma de rombo y conoce la medida de sus diagonales: 18 cm y 32 cm, ¿Cuánta cartulina necesitará para crear la cometa?

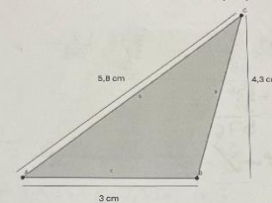
$A = \frac{D \times d}{2} = \frac{32 \times 18}{2} = \frac{576}{2} = 288$

Solución = 288 cm²

Explica por qué el área del rombo es la siguiente →

Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

4. El trozo de pizza que Manuel se va a comer es un triángulo acutángulo. Manuel está a dieta y quiere saber cuál es el área de la pizza para no pasarse de la raya.



$A = \frac{b \times h}{2} = \frac{3 \times 4,3}{2} = 6,45 \text{ cm}^2$

Explica por qué el área del triángulo es la siguiente → $b \times h = 2$

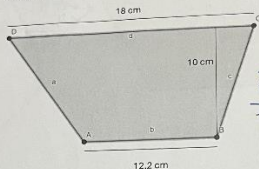
Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

corio el triángulo por la mitad y lo coloco en el otro lado y forma un rectángulo

Anexo E. Respuestas del alumno 6 en la ficha inicial y final

Ficha inicial:

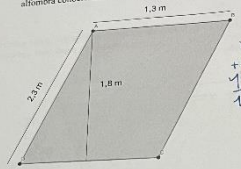
1. Laura tiene un corcho en su habitación en forma de trapecio, quiere cubrirlo de papel para colocar unas fotos. ¿Cuántos centímetros de papel tiene que comprar para cubrir el corcho entero?



$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 10 \\ + 00 \\ \hline 180 \\ \hline 1800 \text{ cm} \end{array}$$

Explica por qué el área del trapecio es la siguiente → *Base x altura porque lo he aprendido en clase*
Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.


2. Adriana tiene una alfombra en forma de paralelogramo. ¿Qué área tiene la alfombra conociendo estas medidas?



$$\begin{array}{r} 1.8 \\ \times 2.0 \\ + 00 \\ \hline 3.6 \\ \hline 3.6 \text{ m}^2 \end{array}$$

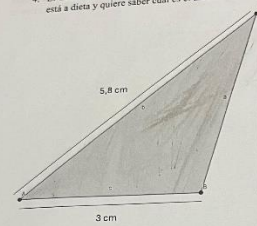
Explica por qué el área del paralelogramo es la siguiente → *Base x altura porque lo he aprendido en clase*
Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

3. Si Pedro quiere hacer una cometa de papel en forma de rombo y conoce la medida de sus diagonales: 18 cm y 32 cm, ¿Cuánta cartulina necesitará para crear la cometa?



Explica por qué el área del rombo es la siguiente → *Base x altura porque lo he aprendido en clase*
Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

4. El trozo de pizza que Manuel se va a comer es un triángulo acutángulo. Manuel está a dieta y quiere saber cuál es el área de la pizza para no pasarse de la ración.



$$\begin{array}{r} 4.3 \\ \times 3 \\ \hline 12.9 \\ \hline 12.9 \text{ cm}^2 \end{array}$$

Explica por qué el área del triángulo es la siguiente → *Base x altura : dos porque lo he aprendido en clase*
Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

Ficha final:

1. Laura tiene un corcho en su habitación en forma de trapecio, quiere cubrirlo de papel para colocar unas fotos. ¿Cuántos centímetros de papel tiene que comprar para cubrir el corcho entero?

$$\begin{array}{r} 18 \text{ cm} \\ \times 10 \text{ cm} \\ \hline 180 \\ \hline 180 \text{ cm}^2 \end{array}$$

Explica por qué el área del trapecio es la siguiente $\rightarrow B \times H$ porque si partes el trapecio en dos partes y mueves un trazo \times forma un rectángulo.

Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

2. Adriana tiene una alfombra en forma de paralelogramo. ¿Qué área tiene la alfombra conociendo estas medidas?

$$\begin{array}{r} 2.3 \\ \times 1.8 \\ \hline 18 \\ 18 \\ \hline 4.14 \end{array}$$

2.3 x 1.8 = 4.14 cm² es el area

Explica por qué el área del paralelogramo es la siguiente $\rightarrow B \times H$ porque si el paralelogramo se parte en dos tramos manteniendo las paredes consigues un rectángulo.

Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

3. Si Pedro quiere hacer una cometa de papel en forma de rombo y conoce la medida de sus diagonales: 18 cm y 32 cm. ¿Cuánta cartulina necesitará para crear la cometa?

$$\frac{18 \times 32}{2} = 288$$

Explica por qué el área del rombo es la siguiente \rightarrow diagonal menor \times diagonal mayor $: 2$

Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

4. El trozo de pizza que Manuel se va a comer es un triángulo acutángulo. Manuel está a dieta y quiere saber cuál es el área de la pizza para no pasarse de la raya.

$$\frac{3 \times 4.3}{2} = 6.45$$

6.45 cm² es el area

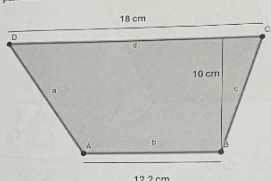
Explica por qué el área del triángulo es la siguiente $\rightarrow B \times H : 2$

Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

Anexo F. Respuestas del alumno 19 en la ficha inicial y final

Ficha inicial:

1. Laura tiene un corcho en su habitación en forma de trapecio, quiere cubrirlo de papel para colocar unas fotos. ¿Cuántos centímetros de papel tiene que comprar para cubrir el corcho entero?

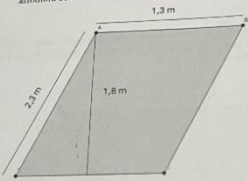


$12,2 \times 10 = 122$

Hacen falta 122 cm

Explica por qué el área del trapecio es la siguiente → Porque así me lo
Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario. explico mi
tutor

2. Adriana tiene una alfombra en forma de paralelogramo. ¿Qué área tiene la alfombra conociendo estas medidas?



Su area es de $2,34 \text{ m}^2$

$$\begin{array}{r} 2,3 \\ \times 1,8 \\ \hline 18 \\ + 230 \\ \hline 2,34 \end{array}$$

Explica por qué el área del paralelogramo es la siguiente → Porque así me lo
Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario. enseño mi
tutor

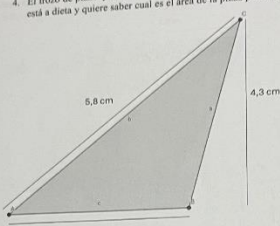
3. Si Pedro quiere hacer una cometa de papel en forma de rombo y conoce la medida de sus diagonales: 18 cm y 32 cm. ¿Cuánta cartulina necesitará para crear la cometa?

$$\begin{array}{r} 2 \\ 18 \\ \times 32 \\ \hline 36 \\ + 540 \\ \hline 576 \end{array}$$

Necesitará 576 cm de cartulina

Explica por qué el área del rombo es la siguiente → Porque la base del rombo
es $B \times H$, porque es como me lo explicó mi
tutor.

4. El mozo de piza que Manuel se va a comer es un triángulo acutángulo. Manuel está a dieta y quiere saber cual es el área de la piza para no pasarse de la raya.



El ángulo es 6,45

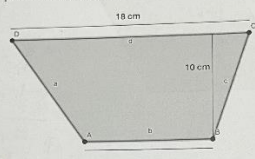
$$\begin{array}{r} \times 4,3 \\ 3 \\ \hline 12,9 \end{array}$$

12,912
00 906,45
10

Explica por qué el área del triángulo es la siguiente → $B \times H : 2$ Porque mi
tutor me lo explicó así

Ficha final:

1. Laura tiene un corcho en su habitación en forma de trapecio, quiere cubrirlo de papel para colocar unas fotos. ¿Cuántos centímetros de papel tiene que comprar para cubrir el corcho entero?



Handwritten calculations:

$$\begin{array}{r} 12,2 \\ + 18,0 \\ \hline 30,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30,2 \\ \times 10 \\ \hline 000 \\ + 3020 \\ \hline 302,0 \end{array}$$

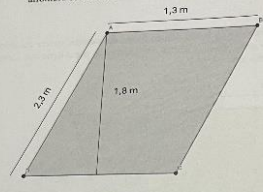
$$\begin{array}{r} 302,0 \\ \times 2 \\ \hline 604,0 \\ + 000 \\ \hline 604,0 \end{array}$$

302,0 \times 2 = 604,0 cm^2

Explica por qué el área del trapecio es la siguiente →
 Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

(Base mayor + Base menor) x altura (10) : 2
 Cortamos trap por mitad y lo colocamos al lado, forma un paralelogramo y hacemos BxH entonces el área del trap. = ~~604~~

2. Adriana tiene una alfombra en forma de paralelogramo. ¿Qué área tiene la alfombra conociendo estas medidas?



Handwritten calculations:

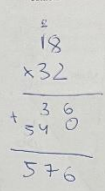
$$\begin{array}{r} 1,3 \\ \times 1,8 \\ \hline 10,4 \\ + 13,0 \\ \hline 23,4 \end{array}$$

23,4 cm^2

Explica por qué el área del paralelogramo es la siguiente →
 Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

B (1,3) x H (1,8)

3. Si Pedro quiere hacer una cometa de papel en forma de rombo y conoce la medida de sus diagonales: 18 cm y 32 cm. ¿Cuánta cartulina necesitará para crear la cometa?



Handwritten calculations:

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 32 \\ \hline 36 \\ + 540 \\ \hline 576 \end{array}$$

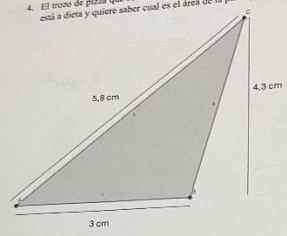
$$\begin{array}{r} 576 \\ \times 2 \\ \hline 1152 \\ + 1728 \\ \hline 2880 \end{array}$$

2880 cm^2

Explica por qué el área del rombo es la siguiente →
 Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

Diag. \uparrow + Diag. \downarrow : 2

4. El trozo de pizza que Manuel se va a comer es un triángulo acutángulo. Manuel está a dieta y quiere saber cuál es el área de la pizza para no pasarse de la raya.



Handwritten calculations:

$$\begin{array}{r} 4,3 \\ \times 3 \\ \hline 12,9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12,9 \\ \times 2 \\ \hline 25,8 \\ + 009 \\ \hline 34,5 \end{array}$$

34,5 cm^2

Explica por qué el área del triángulo es la siguiente →
 Acompaña tu razonamiento con dibujos y cálculos si lo crees necesario.

B x H : 2

Anexo G. Errores. Área del rombo como b x h, sustituyendo incorrectamente las variables

3. Si Pedro quiere hacer una cometa de papel en forma de rombo y conoce la medida de sus diagonales: 18 cm y 32 cm, ¿Cuánta cartulina necesitará para crear la cometa?

$$\begin{array}{r} 1 \\ 32 \\ \times 18 \\ \hline 256 \\ 32 \\ \hline 576 \text{ cm}^2 \end{array}$$

Explica por qué el área del rombo es la siguiente → *hacien la fórmula b x h*
 Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

Ficha final. Alumno 9

3. Si Pedro quiere hacer una cometa de papel en forma de rombo y conoce la medida de sus diagonales: 18 cm y 32 cm, ¿Cuánta cartulina necesitará para crear la cometa?

$$A = \frac{b}{2} \cdot h$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 18 \\ \hline 256 \\ 144 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 18 \\ \hline 72 \\ 72 \\ \hline 144 \end{array}$$

Explica por qué el área del rombo es la siguiente → *porque hay que dividir b entre 2 por altura.*

Ficha final. Alumno 15

Anexo H. Errores. Operaciones con decimales

2. Adriana tiene una alfombra en forma de paralelogramo. ¿Qué área tiene la alfombra conociendo estas medidas?

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1,3 \text{ m} \\ \times 1,8 \text{ m} \\ \hline 104 \\ + 13 \\ \hline 23,4 \text{ cm} \end{array}$$

Área: *23,4 m²* ✓

Explica por qué el área del paralelogramo es la siguiente → *Porque antes lo ha decidido así.*
 Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

B x H = Base x Altura. ✓

Ficha final. Alumno 3

4. El trozo de pizza que Manuel se va a comer es un triángulo acutángulo. Manuel está a dieta y quiere saber cual es el área de la pizza para no pasarse de la raya.

$$\begin{array}{r} 1292 \\ \times 695 \\ \hline 645 \\ 1290 \\ \hline 1290 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4,3 \\ \times 3,0 \\ \hline 1290 \\ \hline 1290 \end{array}$$

Área: *695 cm²*

Explica por qué el área del triángulo es la siguiente → *b x h : 2*
 Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

Ficha final. Alumno 5

Anexo I. Errores. Sustituir las variables incorrectamente

4. El trozo de pizza que Manuel se va a comer es un triángulo acutángulo. Manuel está a dieta y quiere saber cuál es el área de la pizza para no pasarse de la raya.

Explica por qué el área del triángulo es la siguiente $\rightarrow b \times h$:
 Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

Ficha inicial. Alumno 1
(Error)

4. El trozo de pizza que Manuel se va a comer es un triángulo acutángulo. Manuel está a dieta y quiere saber cuál es el área de la pizza para no pasarse de la raya.

Explica por qué el área del triángulo es la siguiente $\rightarrow b \times h : 2 = \text{Area triángulo}$
 Acompaña tu razonamiento con dibujos y calculos si lo crees necesario.

Ficha final. Alumno 1
(Sin error)

Anexo J. Evidencias del alumnado que ha utilizado la propuesta trabajada durante el examen

4. Escribe la fórmula para hallar el área de un paralelogramo, dibujándolo y escribiendo las dimensiones que utilizas.

Área del paralelogramo $m = b \times h$
 base \times altura

Explicación: Si hacemos una serie de cortes en el paralelogramo y movemos las partes cortadas como en el dibujo podemos crear un rectángulo y por eso el área del paralelogramo es la misma que la de un rectángulo.

3. Calcula el área de estas figuras. ¿Área total.

Área total \rightarrow