



Departamento de
Ingeniería Electrónica
y Comunicaciones
Universidad Zaragoza

PROYECTO FIN DE MÁSTER

OPTIMIZACIÓN DE LA CAPACIDAD EN UNA RED INALÁMBRICA COGNITIVA MULTIRUTA MEDIANTE HERRAMIENTAS MINLP

Máster en Tecnologías de la Información y Comunicaciones en Redes Móviles

Departamento de Ingeniería Electrónica y Comunicaciones

Ingeniería Telemática

Escuela de Ingeniería y Arquitectura

Universidad de Zaragoza

Curso 2013-2014

Zaragoza,

Autor: Rafael Ciria Camino

Director: Jorge Ortín Gracia

Ponente: José Ramón Gállego Martínez

OPTIMIZACIÓN DE LA CAPACIDAD EN UNA RED INALÁMBRICA COGNITIVA MULTIRUTA MEDIANTE HERRAMIENTAS MINLP

RESUMEN

Este trabajo fin de máster se enmarca dentro del estudio de técnicas eficientes de reconfiguración y adaptación al entorno en un contexto de redes inalámbricas multisalto distribuidas (ad hoc, mesh). Al tratarse de redes multisalto, es necesario abordar el diseño conjunto del encaminamiento (establecimiento de las rutas extremo a extremo) y la gestión de recursos de nivel de enlace (selección de canales, potencias de transmisión, etc.), lo que conlleva la resolución de problemas matemáticos complejos. La optimización completa de una red de estas características constituye un problema MINLP (Mixed Integer Non Linear Problem), cuya resolución requiere el empleo de algoritmos de optimización avanzados como el “branch and bound”.

Partiendo de un simulador en el que ya se encuentra implementado el problema de optimización del número de flujos en la red cognitiva, el objetivo del Trabajo Fin de Master consiste en extender sus funcionalidades para realizar también la optimización de la capacidad agregada de todos los flujos. Asimismo, se añadirá la posibilidad de optimizar flujos multiruta.

Como conclusión se ha obtenido que la extensión a flujos multiruta mejora al caso de una única ruta, así como que una correcta elección de la función a maximizar es vital para obtener un correcto resultado.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	9
1.1 Objetivo y alcance del proyecto	9
1.2 Trabajo previo y contexto	10
1.3 Metodología de trabajo	12
1.4 Contenido de la memoria	12
2. MODELADO DEL SISTEMA	13
2.1 Topología	13
2.2 Conectividad de la red	14
2.2.1 Conectividad de los enlaces: Modelo de SINR.....	14
2.2.2 Conectividad de los flujos	16
3. OPTIMIZACIÓN	17
3.1 Conceptos básicos de optimización.....	18
3.2 Algoritmo <i>Branch and Bound</i>	19
3.3 Ecuaciones para maximizar el número de flujos activos.....	21
3.4 Generalización a flujos multiruta.....	23
3.5 Ecuaciones para maximizar la capacidad	24
4. ANÁLISIS DE RESULTADOS	17
4.1 Implementación de la optimización	27
4.2 Descripción del escenario de simulación.....	28
4.3 Métricas de evaluación.....	29
4.4 Evaluación de las prestaciones de las distintas propuestas	29
4.4.1 Comparativa de la optimización frente al equilibrio de <i>Nash</i> en el caso de una única ruta.....	29
4.4.2 Comparativa de la optimización frente al equilibrio de <i>Nash</i> en el caso multiruta.....	30
4.4.3 Cálculo de los flujos activos con distintas funciones de utilidad.....	32
4.4.4 Cálculo de la capacidad global de la red con distintas funciones de utilidad	33
5. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS	35
BIBLIOGRAFÍA	37
ANEXO A: Funciones de CPLEX	39
ANEXO B: Equilibrio de Nash	41

LISTA DE ACRÓNIMOS

CN	Cognitive Network
CR	Cognitive Radio
IBM	International Business Machine
LP	Linear Programming
MILP	Mixed Integer Linear Programming
MINLP	Mixed Integer Nonlinear Programming
NLP	Non Linear Programming
TFM	Trabajo Fin de Máster
SINR	Signal to Interference and Noise Ratio
VoIP	Voice over IP
WLAN	Wireless Local Area Network

ÍNDICE DE FIGURAS

- **Figura 1:** Aprovechamiento de los huecos espectrales en una red inalámbrica cognitiva..... 10
- **Figura 2:** Árbol de decisión del algoritmo *Branch and Bound* 20
- **Figura 3:** Aproximación lineal de la función de capacidad de un enlace..... 25
- **Figura 4:** Capacidad global de la red comparando el equilibrio de *Nash* y la solución óptima..... 30
- **Figura 5:** Capacidad global de la red comparando entre 1 y 2 ruta 31
- **Figura 6:** Flujos activos comparando entre 1 y 2 rutas 31
- **Figura 7:** Flujos activos comparando distintas funciones de utilidad 32
- **Figura 8:** Capacidad global de la red comparando distintas funciones de utilidad. 33

Capítulo 1: INTRODUCCIÓN

1.1. Objetivo y alcance del proyecto

El objetivo del Trabajo Fin de Máster (TFM) se enmarca dentro del estudio de técnicas eficientes de reconfiguración y adaptación al entorno de los equipos que forman parte de una red inalámbrica cognitiva multisalto (redes *ad hoc* o *mesh*). Para ello, el TFM se centrará en la mejora de un simulador previamente disponible que resuelve el problema de optimización consistente en maximizar el número de flujos¹ que caben en una red inalámbrica multisalto. Este TFM tendrá por objetivo extender las funcionalidades de este simulador para resolver también el problema de maximizar la capacidad agregada de todos los flujos activos en la red y no solo su número. Asimismo, se añadirá la posibilidad de optimizar flujos multiruta en los que hay varios caminos disjuntos que unen el nodo origen con el nodo destino del flujo.

¹ Consideramos un flujo como una concatenación de enlaces desde un nodo origen hasta un nodo destino. Un flujo estará activo si y solo si todos los enlaces del flujo están activos.

1.2. Trabajo previo y contexto

El gran crecimiento que han experimentado las aplicaciones inalámbricas en los últimos años ha generado un crecimiento exponencial en el uso de bandas frecuenciales sin licencia, provocando problemas de escasez en el ancho de banda disponible. Este problema no sólo es debido a la propia limitación del espectro, sino también al deficiente uso que se hace de él. Este deficiente uso se debe en parte a las estrictas políticas de asignación de bandas frecuenciales. Respecto a ello, se han realizado numerosos estudios que han llegado a la conclusión de que la ocupación de las bandas frecuenciales con licencias es muy baja y que la utilización de políticas más agresivas podría ayudar a mejorar el aprovechamiento del espectro. Para resolver esta problemática habría que estudiar y explorar otras políticas que permitieran que la asignación de recursos radioeléctricos se realizara de una forma más flexible y dinámica. En esta línea se sitúan las redes inalámbricas cognitivas, en cuyo estudio se basa este trabajo.

Las redes inalámbricas cognitivas (CN, del inglés *Cognitive Networks*) son redes formadas por dispositivos de radio cognitiva (CR, *Cognitive Radio*) [1]. Una “radio cognitiva” es una radio que puede cambiar sus parámetros de transmisión en función de cómo se encuentra el medio en el que actúa.

Los nodos de una red cognitiva pueden medir la ocupación espectral de determinadas bandas frecuenciales, lo que permite identificar cuáles no están siendo utilizadas y reconfigurar en consecuencia sus parámetros de transmisión (potencia, canal frecuencial...) de forma apropiada para mejorar el aprovechamiento del espectro. De este modo, usuarios sin licencia (también denominados usuarios secundarios) pueden transmitir en bandas de usuarios con licencia (también denominados usuarios primarios) siempre y cuando no perjudiquen a estos últimos. Es decir, los usuarios secundarios son capaces de aprovechar los huecos espectrales que dejan los usuarios primarios, con lo que se consigue una ocupación del espectro mucho más eficiente (figura 1).

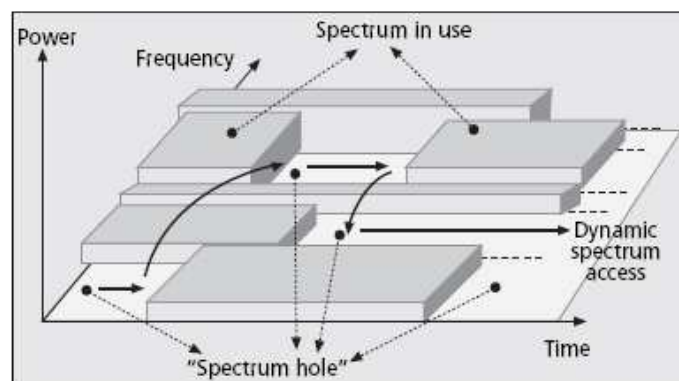


Figura 1: Aprovechamiento de los huecos espectrales en una red inalámbrica cognitiva [2].

Las redes inalámbricas consideradas en este proyecto son redes multisalto (redes *mesh* o *ad hoc*), caracterizadas por su naturaleza distribuida [2], [3]. En este tipo de redes no existe infraestructura de red, es decir, no hay puntos de acceso o estaciones base, elementos característicos de redes WLAN o celulares. Por el contrario, las redes multisalto están formadas por nodos que actúan tanto como equipos terminales (*hosts*) y como *routers*. Por otra parte, son redes autosuficientes, en la medida en la que los propios equipos se ocupan de la auto-configuración de la red, de manera distribuida y dinámica. Es por ello que este tipo de redes ha despertado un creciente interés en los últimos años, debido a su extensa aplicación a contextos desde el aumento de cobertura de redes celulares, al acceso a la red de campus universitarios o de sistemas de seguridad pública.

En las CN son muchos los problemas abiertos que necesitan una solución. Un estudio más amplio y detallado al respecto puede encontrarse en [4]. A continuación, se describen brevemente algunos de los más importantes:

- Sensado del espectro [5]: El sensado permite buscar los huecos espectrales existentes en cada momento. Para ello, se necesita desarrollar técnicas que sean rápidas, adaptativas y fiables [6], [7], con objeto de minimizar el impacto sobre los usuarios con licencia (propietarios del canal).
- Señalización: Para que todo se desarrolle de una forma correcta, es recomendable que toda la red sea conocedora de esa información, por lo que se requiere también un diseño óptimo de los canales de señalización, que es otro problema a resolver, ya que un mal diseño podría suponer un *overhead* excesivo que podría llegar a saturar la red.
- Gestión de recursos radio: Otro aspecto fundamental es el estudio de estrategias eficientes de reparto de recursos, ya que es necesario diseñar mecanismos que garanticen el aprovechamiento de los mismos, pretendiendo que se compartan entre usuarios primarios y secundarios proporcionando igualmente la calidad de servicio demandada por todos ellos [4].

El trabajo realizado se enmarca dentro del contexto de la gestión de recursos radio en redes cognitivas. Si bien la asignación de recursos radio en una red cognitiva se realiza de un modo distribuido con algoritmos computacionalmente eficientes, es necesario obtener la solución óptima centralizada del mismo problema para poder evaluar la bondad de las soluciones distribuidas. Este TFM se centra en el problema de optimización centralizada de la red, por lo que va a requerir aplicar técnicas de optimización computacionalmente muy complejas. Específicamente, la resolución del problema de optimización va a requerir emplear técnicas MINLP (*Mixed Integer Non Linear Programming* [8]).

1.3. Metodología de trabajo

Como se ha comentado anteriormente, el objetivo del trabajo es la optimización de la capacidad global de la red mediante herramientas MINLP. Las propuestas planteadas se evaluarán mediante simulación. Para ello, se ha seguido la línea de trabajo de investigaciones ya existentes, basadas en la linealización del problema no lineal y la simulación mediante el programa de optimización CPLEX [9]. Para evaluar las estrategias propuestas mediante simulación, se parte de un simulador previo ya realizado que se complementa con la inclusión de nuevas restricciones y linealizaciones para resolver el problema de maximizar la capacidad en redes multiruta.

Para alcanzar el objetivo propuesto en este proyecto se plantean las siguientes fases de trabajo:

- Puesta en contexto con un estudio bibliográfico y actualización continuada de conceptos a lo largo del desarrollo del proyecto.
- Modelado del sistema: obtención de las nuevas variables, restricciones y función objetivo necesarios para plantear el problema de optimización.
- Reprogramación del algoritmo *branch and bound* empleado para resolver el problema de optimización incluyendo las nuevas variables y restricciones del sistema.
- Evaluación de resultados, extracción de conclusiones y planteamiento de líneas futuras.

1.4. Contenido de la memoria

Esta memoria está formada por 5 capítulos. En el primero de ellos se ha realizado una introducción al problema que se aborda en este TFM. A continuación, en el segundo capítulo se expone el modelo empleado para analizar el sistema, explicando tanto la topología de la red inalámbrica como las condiciones que se tienen que cumplir para poder establecer enlaces y flujos entre los distintos nodos de la red. En el tercer capítulo se plantea el problema de optimización que se ha de resolver para obtener la utilidad de la red, medida tanto en términos del número máximo de flujos que se pueden establecer en la red como de la capacidad agregada. En este capítulo es donde se desarrollan las principales aportaciones realizadas en este TFM. En el capítulo 4 se exponen los resultados obtenidos mediante simulación en una red de tamaño pequeño y finalmente en el capítulo 5 se resumen las conclusiones más significativas del TFM y se plantean posibles líneas futuras.

Capítulo 2: Modelado del sistema

2.1 Topología del sistema

En este apartado vamos a analizar la topología del sistema sobre el que se va a plantear el problema de optimización. El sistema considerado en este trabajo es una red inalámbrica multisalto con N nodos y C canales independientes no interferentes entre sí. Los canales disponibles en cada nodo dependen de la situación geográfica concreta del nodo. Todos los nodos del sistema pueden transmitir en los canales que tienen disponibles sin que ningún nodo tenga preferencia sobre el resto a la hora de transmitir en los canales disponibles. Cada nodo constará de varios transmisores que le permitirán establecer un enlace en cada uno de los canales disponibles en su zona geográfica.

En la red existe también un conjunto F de flujos que deben ser establecidos, donde en ninguno de ellos podrá coincidir la pareja nodo fuente – nodo destino. Para alcanzar el nodo destino, un nodo fuente puede tener varias rutas disponibles. Los objetivos de este trabajo serán:

- Maximizar el número de flujos activos en la situación multiruta. Las múltiples rutas se calcularán usando una versión modificada del algoritmo de *Dijkstra* [10].
- Maximizar la capacidad de los flujos activos (capacidad global de la red) tanto en la situación multiruta como cuando hay únicamente una ruta disponible entre el nodo origen y el destino.

2.2 Conectividad de la red

Vamos ahora a analizar las condiciones que se deben cumplir para lograr que se pueda establecer un enlace y un flujo en la red utilizando el modelo de SINR.

2.2.1 Conectividad de los enlaces: Modelo de SINR

El modelo de SINR (o *SINR model*) es un modelo de interferencia en el que todo transmisor contribuye al nivel de interferencia en los receptores que actúan en el mismo canal que él. Así, la correcta decodificación de la señal en un enlace depende de la relación señal a ruido e interferencia recibida (*SINR - Signal to Interference and Noise Ratio*), y esta depende de la potencia recibida en su receptor y de la interferencia de cualquier otro transmisor en el entorno.

En el modelo de SINR, una comunicación en un enlace tiene éxito cuando la relación señal a ruido e interferencia supera un determinado umbral α . En la expresión (1) se muestra dicha condición dado un enlace i entre un par de nodos $i_{TX} \rightarrow i_{RX}$:

$$SINR_i = \frac{p_i \cdot g_{i,i}}{P_N + \sum_{\substack{j \in L \\ j \neq i \\ c_j = c_i}} p_j \cdot g_{j,i}} \geq \alpha \quad (1)$$

donde la ganancia entre el transmisor i_{TX} y el receptor i_{RX} se define como $g_{i,i} = d_{i,i}^{-\gamma}$; siendo $d_{i,i}$ la distancia entre el transmisor y el receptor y γ el índice de pérdidas de propagación o *Path Loss*. De manera análoga, $g_{j,i} = d_{j,i}^{-\gamma}$ representa la ganancia desde el transmisor del enlace j hasta el receptor del enlace i . c_i es el canal donde transmite el enlace i (asumimos que cada enlace transmite en un único canal), L es el conjunto de todos los enlaces de la red, P_N es la potencia de ruido y p_i es la potencia de transmisión asignada al enlace i . El valor de p_i se encuentra discretizado en $Q + 1$ niveles, siendo $q = \{0, 1, \dots, Q\}$, equiespaciadas entre 0 (potencia mínima) y p_{max} (potencia máxima), por ello, la potencia de transmisión de un enlace i será:

$$p_i = q_i \times \frac{P_{max}}{Q} \quad (2)$$

Con este modelo de interferencia, se asume que cada comunicación ocupa siempre el ancho de banda disponible y que pueden establecerse varias comunicaciones de forma simultánea en un mismo canal siempre y cuando la $SINR$ de cada una de ellas sea mayor que el umbral establecido.

Cada enlace i estará definido por una capacidad de enlace determinada, LC_i , que dependerá directamente del valor de la expresión indicada en (1). Esta capacidad está limitada por el teorema de Shannon, el cual define la máxima capacidad que un enlace i puede alcanzar con un canal que presenta un ruido blanco gaussiano como:

$$LC_i = w_{c_i} \times \log_2(1 + SINR_i) \quad (3)$$

donde w_{c_i} representa el ancho de banda del canal c_i .

En un sistema real, la tasa de transmisión está limitada a un conjunto de valores discretos que dependen de la modulación y de la codificación del canal que se emplee. Estos valores se eligen en función de la $SINR_i$ que se mida en el canal. Una forma de introducir este efecto es mediante la ley de *Hartley*. Esta ley establece un conjunto de capacidades máximas dado un número de niveles de modulación M_i , obteniendo la siguiente expresión:

$$LC_i \leq w_{c_i} \times \log_2(M_i) \quad (4)$$

Asumimos que el número de niveles M_i debe ser múltiplo de 2. Por ello, considerando además el límite superior de la expresión (4) y el teorema de Shannon el valor máximo de M_i para una $SINR_i$ determinada será:

$$M_i = 2^{\lceil \log_2(1 + SINR_i) / 2 \rceil} \quad (5)$$

El valor mínimo a considerar para M_i es 2, lo que correspondería a una modulación binaria. Si establecemos un valor máximo para los niveles de modulación posibles, M_{max} , se puede definir un conjunto de capacidades directamente introduciendo la ecuación (5) en la (4) y considerando la restricción introducida para la $SINR$ en la ecuación (2). Este conjunto de capacidades se define de la siguiente forma:

$$LC_i = \begin{cases} 2 \times \lceil \log_2(1 + SINR_i) / 2 \rceil & \text{si } SINR_i > \alpha \\ 0 & \text{otros casos} \end{cases} \quad (6)$$

donde por simplicidad se ha asumido $w_{c_i} = 1$ para todos los canales de la red.

Esta definición es útil para aquellas aplicaciones donde el objetivo final es maximizar la capacidad global de una red. Sin embargo, para aplicaciones tipo VoIP, donde se necesita una mínima $SINR$ para asegurar una tasa de error predefinida, el

único requerimiento es establecer en enlace con una $SINR$ superior al umbral α . En este caso, la capacidad del enlace se transforma en binaria, quedando de la siguiente forma:

$$LC_i = \begin{cases} 1 & \text{si } SINR_i > \alpha \\ 0 & \text{otros casos} \end{cases} \quad (7)$$

2.2.2 Conectividad de los flujos

En el sistema que analizamos en este TFM el objetivo es la activación de un flujo entre dos nodos distintos del sistema. A la hora de analizar la conectividad de la red extremo a extremo consideraremos un conjunto F de flujos multisalto, en los que cada uno de ellos estará compuesto de una pareja única de nodos fuente-destino. Cada flujo f dentro del conjunto F tendrá asociado un conjunto R_f que determinará el número de rutas r disponibles, donde cada una de ellas estará compuesta por una secuencia de k_r enlaces direccionales desde el enlace fuente hasta el enlace destino del flujo f .

Un flujo estará activo si y sólo si todos los enlaces de la ruta del flujo que estamos analizando están activos simultáneamente. La capacidad de la ruta r del flujo f , que denominaremos $RC_{r,f}$, viene determinada por la capacidad del enlace más restrictivo en esa ruta:

$$RC_{r,f} = \min_{\forall i \in L_{r,f}} LC_i \quad (8)$$

donde $L_{r,f}$ representa el subconjunto de enlaces pertenecientes a la ruta r del flujo f .

Como condición de diseño, se asume que dentro del conjunto de rutas que forman un flujo tan sólo puede haber una de ellas activa, por lo que la capacidad de la ruta se definirá como sigue:

$$FC_{r,f} = \max_{\forall r \in R_f} RC_{r,f} \quad (9)$$

Por tanto, para conseguir establecer un flujo, es necesario la elección de una ruta y la conexión de todos los enlaces que forman dicha ruta. Con todas estas definiciones, el objetivo final es maximizar la utilidad de la red, por lo que nuestra función objetivo será:

$$NU = \sum_{f \in F} FC_f \quad (10)$$

El valor de NU podrá representar bien la capacidad agregada de la red o el número de flujos activos dentro de ella en función de cómo se defina LC_i .

Capítulo 3: Optimización

En este tercer capítulo se va a plantear el problema de optimización a resolver para maximizar la capacidad de los flujos de la red multiruta considerada. En primer lugar se hará un breve resumen de los elementos que constituyen un problema de optimización y los tipos más comunes de problemas que hay. Seguidamente se describirá el algoritmo empleado para resolver problemas no lineales como el del sistema considerado, y por último, se analizarán en detalle las ecuaciones que modelan el problema que intentamos resolver

3.1 Conceptos básicos de optimización

Un problema de optimización puede definirse formalmente del siguiente modo:

Minimiza $f_0(x)$

Sujeto a $f_i(x) \leq b_i, i = 1, \dots, m$

donde los elementos del vector $x = (x_0, \dots, x_n)$ representan las distintas variables del problema, la función $f_0(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es la función objetivo que se busca minimizar, las funciones $f_i(x)$ representan las distintas restricciones del problema de optimización y los términos b_i corresponden a los límites de dichas restricciones.

El vector x^* constituye la solución del problema si, de todos los vectores z que satisfacen las restricciones del problema (esto es, $f_1(z) \leq b_1, \dots, f_m(z) \leq b_m$), se cumple que $f_0(x^*) \leq f_0(z)$. Es importante señalar que aunque el problema de optimización se ha definido para minimizar una función, se puede plantear un problema de maximización y definir restricciones de la forma $f_i(x) \geq b_i$ multiplicando por -1 la función objetivo o las restricciones correspondientes.

En nuestro problema específico, las variables principales del problema son los enlaces, las potencias de transmisión, las relaciones señal a ruido y las capacidades. La función a maximizar será la capacidad de la red o el número de enlaces activos y las restricciones de nuestro problema se irán detallando en los apartados 3.3, 3.4 y 3.5 de esta memoria, detallando en cada caso el porqué de su utilización.

Los problemas de optimización se suelen clasificar en familias o clases dependiendo de las particularidades de las variables, de la función objetivo y de las restricciones. Una de las clases más importante es cuando las variables son número reales y la función objetivo y las restricciones son funciones lineales, esto es, se cumple que:

$$f_i(\alpha x + \beta y) = \alpha f_i(x) + \beta f_i(y)$$

para todo $x, y \in \mathbb{R}^n$ y todo $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Estos problemas se pueden resolver fácilmente mediante técnicas de programación lineal (LP – *Linear Programming*) y por ello se denominan problemas LP. Cuando la función objetivo o alguna de las restricciones no son lineales, se está ante un problema NLP (*Non Linear Programming*). Finalmente, si alguna de las variables no son reales sino discretas, estaríamos ante un problema MILP (*Mixed Integer Linear Programming*) o MINLP (*Non Linear Mixed Integer Programming*).

Considerando el problema que atañe a este TFM, ciertas variables, como la relación señal a ruido o la capacidad, no son lineales. Asimismo, variables como la potencia transmitida son discretas. Este hecho hace que se nos plantee un problema denominado MINLP.

3.2 Algoritmo *Branch and Bound*

El primer objetivo para poder calcular la solución de un problema MINLP es transformarlo en un problema MILP de tal forma que todas las restricciones y la función objetivo sean lineales. En los siguientes apartados de este capítulo se desglosará en detalle la transformación de las ecuaciones no lineales planteadas en el capítulo anterior en ecuaciones lineales para resolver el problema de optimización.

Una vez se ha transformado el problema MINLP en uno MILP, y con ello se ha conseguido superar las limitaciones creadas por las funciones no lineales, existen varias técnicas para resolver el problema MILP con variables discretas. Una de ellas (y la utilizada en este trabajo) es el algoritmo *branch and bound* (bifurcación y acotamiento) [11], el cual funciona en modo árbol (Figura 2).

En la raíz del árbol se encuentra el problema MILP en el que todas las variables discretas se han “relajado” (se han transformado en continuas). Este problema (nodo 1 en la figura 2), que es lineal y con variables continuas, es fácilmente resoluble utilizando un algoritmo como el simplex (accesible desde las librerías de CPLEX). Una vez obtenida la solución del problema, esto es, una vez obtenidos los valores de las variables que maximizan la función objetivo ², se fuerza mediante redondeo a que tomen valores discretos (para que formen una solución viable del problema) y se calcula nuevamente la función objetivo con estos valores discretos. Este valor de la función objetivo se almacena en una variable que denominaremos heurística y constituye el mejor valor de la función objetivo obtenido hasta la fecha.

El siguiente paso consiste en dividir el problema original en dos nuevos problemas (nodos 2 y 3 de la figura 2), para lo cual se coge alguna de las variables discretas del problema y se añaden nuevas restricciones que hagan que se parezca más el problema del nodo 1 al problema original ³. Seguidamente se escoge uno de los nuevos problemas y se resuelve siguiendo el mismo método que el problema del nodo

² La función objetivo es la función a optimizar. En nuestro caso analizaremos dos: la capacidad global de la red y el número máximo de flujos activos en la red.

³ Imaginemos un problema con una única variable discreta x que puede tomar los valores $\{1, 2, 3\}$. En el problema relajado del nodo 1, se habrá considerado que x es una variable continua comprendida entre 1 y 3, esto es, $x \geq 1$ y $x \leq 3$. A la hora de dividir el problema en dos nuevos (las dos ramas del árbol), uno de los nuevos problemas tendrá como restricciones que $x = 1$ (por lo tanto ya tomará un valor discreto) y el otro que $x \geq 2$ y $x \leq 3$.

1. Igualmente, se fuerza mediante redondeo a que la solución de este nuevo problema tome valores discretos y se recalcula la heurística. Si esta heurística es mejor que la almacenada hasta el momento, se actualiza.

Este proceso se realiza iterativamente hasta que se han recorrido todos los nodos del árbol. Para realizar una mejora computacional, todos aquellos nodos que no lleven hacia un camino de mejora de la heurística se desecharán. Para ello se siguen las siguientes reglas:

1. Mientras que la solución obtenida en la resolución de la relajación no satisfaga todas las restricciones del problema original, se generan nuevas ramas en el árbol de búsqueda, bifurcándose el nodo en los valores enteros más cercanos a las variables continuas halladas.
2. Un nodo es descartado (no se divide) cuando el valor de la función objetivo de ese nodo es peor que la mejor solución entera obtenida hasta ese momento (heurística), o bien cuando el sub-problema no tiene solución por dar lugar a restricciones incompatibles.
3. La búsqueda termina cuando se demuestra que no existe mejor solución que la encontrada.

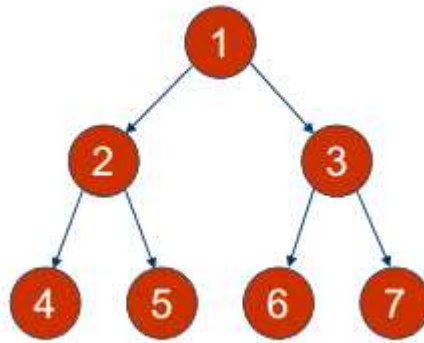


Figura 2: Árbol de decisión del algoritmo *branch and bound*

A continuación vamos a analizar el problema de la linealización de las ecuaciones que describen el problema de optimización para las dos funciones objetivo que estamos tratando: la maximización del número de flujos activos y la maximización de la capacidad de la red.

3.3 Ecuaciones para maximizar el número de flujos activos

En este apartado vamos a tratar el tema de la optimización del número de flujos activos. En él, presentaremos las ecuaciones y explicaremos las restricciones aplicadas para linealizar aquellas ecuaciones no lineales.

Consideremos el subconjunto de canales C_i donde el enlace i puede transmitir. Para cada enlace i se definen $|C_i|$ variables binarias $x_{i,c}$ que indican si el enlace i está transmitiendo en el canal c . Como un enlace sólo puede transmitir en un único canal se debe satisfacer la siguiente ecuación:

$$\sum_{c \in C_i} x_{i,c} \leq 1 \quad \forall i \in L \quad (11)$$

L representa el conjunto total de enlaces de la red. Como se puede comprobar, el sumatorio de la ecuación (11) será igual a uno si el enlace i está activo y cero si está inactivo.

De la expresión de la SINR dada en el capítulo 2, se puede ver que interesa minimizar la interferencia generada en la red para optimizar su rendimiento. Por ello, parece lógico pensar que si un enlace i del flujo f no transmite, el resto tampoco lo deberá hacer para reducir la interferencia que estos enlaces pudieran crear en el resto de la red. Este razonamiento se expresa con la siguiente restricción:

$$\sum_{c \in C_i} x_{i,c} = \sum_{c \in C_{i'}} x_{i',c} \quad \forall i, i' \in L_f \quad \forall f \in F \quad (12)$$

donde F es el conjunto de flujos de la red y L_f es el conjunto de enlaces del flujo f . Con esta ecuación queda claro que un enlace transmitirá solo y solo si el resto de enlaces del flujo transmiten.

Como se ha comentado en el capítulo 2, los niveles de potencia están discretizados. Se definirán las variables de potencia como $q_{i,c}$ que indicarán el nivel de potencia q al que transmite el enlace i en el canal c . Teniendo en cuenta la definición creada para $x_{i,c}$, $q_{i,c}$ debe de ser 0 si $x_{i,c} = 0$ (si no hay transmisión, la potencia debe ser 0) y además, estará comprendido entre 1 y Q si $x_{i,c} = 1$. Estas restricciones se pueden representar de la siguiente forma:

$$x_{i,c} \leq q_{i,c} \leq Q \cdot x_{i,c} \quad \forall c \in C_i, \quad \forall i \in L \quad (13)$$

Una vez definidas las variables de los enlaces y la potencia debemos también definir las variables de la relación señal a ruido $s_{i,c}$, que representa la SINR del enlace i

en el canal c . Estas variables dependen de la potencia de transmisión del propio enlace i y de la del resto de los enlaces interferentes que están utilizando su mismo canal:

$$s_{i,c} = \frac{q_{i,c} \cdot \frac{P_{Max}}{Q} \cdot g_{i,i}}{P_N + \sum_{\substack{m \in L \\ m \neq i \\ c_m = c_i}} q_{m,c} \cdot \frac{P_{Max}}{Q} g_{m,i}} \quad \forall c \in C_i, \forall i \in L \quad (14)$$

Para adecuar esta ecuación de mejor manera a la programación matemática, podemos transformar las divisiones en multiplicaciones:

$$s_{i,c} \cdot P_N + s_{i,c} \cdot \sum_{\substack{m \in L \\ m \neq i}} q_{m,c} \cdot \frac{P_{Max}}{Q} g_{m,i} - q_{i,c} \cdot \frac{P_{Max}}{Q} g_{i,i} = 0 \quad \forall c \in C_i, \forall i \in L \quad (15)$$

Si definimos:

$$g'_{m,i} = \frac{P_{Max}}{Q} g_{m,i} \quad (16)$$

Podemos aplicar (16) en (15) para obtener:

$$s_{i,c} \cdot P_N + s_{i,c} \cdot \sum_{\substack{m \in L \\ m \neq i}} q_{m,c} \cdot g'_{m,i} - q_{i,c} \cdot g'_{i,i} = 0 \quad \forall i \in L, \forall c \in C_i \quad (17)$$

Las expresiones $q_{m,c} \cdot s_{i,c}$ definen productos cruzados no lineales. Como los problemas de optimización que se pueden resolver con un algoritmo como el simplex requiere que todas las ecuaciones sean lineales, debemos buscar una linealización para estos productos cruzados. Para ello, se definen variables auxiliares $t_{m,i,c} = q_{m,c} \cdot s_{i,c}$ y se aplica las desigualdades propuestas en [12]:

$$\begin{aligned} t_{m,i,c} &\geq q_{m,c}^L \cdot s_{i,c} + s_{i,c}^L \cdot q_{m,c} - q_{m,c}^L \cdot s_{i,c}^L \\ t_{m,i,c} &\geq q_{m,c}^U \cdot s_{i,c} + s_{i,c}^U \cdot q_{m,c} - q_{m,c}^U \cdot s_{i,c}^U \\ t_{m,i,c} &\leq q_{m,c}^L \cdot s_{i,c} + s_{i,c}^L \cdot q_{m,c} - q_{m,c}^L \cdot s_{i,c}^L \\ t_{m,i,c} &\leq q_{m,c}^U \cdot s_{i,c} + s_{i,c}^U \cdot q_{m,c} - q_{m,c}^U \cdot s_{i,c}^U \end{aligned} \quad (18)$$

donde las letras U y L representan las fronteras superior e inferior de las variables, respectivamente. Las variables $q_{i,c}$ pueden variar en cada paso del algoritmo, por lo que las fronteras de las variables $s_{i,c}$ y $t_{m,i,c}$ que dependen de ella, también deben ser actualizadas.

Finalmente, hay que añadir una restricción para la SINR umbral:

$$s_{i,c} \geq \alpha \cdot x_{i,c} \quad \forall i \in L, \quad \forall c \in C_i \quad (19)$$

Esta expresión implica que si el enlace i está transmitiendo en el canal c ($x_{i,c} = 1$); la SINR en ese canal ($s_{i,c}$) deberá ser mayor que el umbral establecido para que haya comunicación. En caso contrario, el canal no transmitiría y, por lo tanto, las variables $x_{i,c}$ y $q_{i,c}$ tomarían valor cero, por lo que la ecuación seguiría cumpliéndose.

En este caso, la función a maximizar es el número de flujos activos en la red. Esto equivale a maximizar la capacidad binaria de la red reflejada en la expresión (7). Teniendo en cuenta que sólo transmitirán aquellos enlaces cuyo flujo esté activo puede expresarse la función de optimización de los flujos activos de la red de la siguiente forma:

$$\sum_{i \in I} \sum_{c \in C_i} \frac{1}{n_f} \cdot x_{i,c} \quad (20)$$

Estas ecuaciones ya habían sido programadas en el simulador con el que se realiza este trabajo. A partir de aquí, se introducirá como mejora las ecuaciones para maximizar la capacidad agregada de la red y también la extensión del problema a flujos multiruta.

3.4 Generalización a flujos multiruta

En este apartado se va a introducir una de las mejoras implementadas en el simulador que es la generalización del caso anterior para flujos multiruta. Para ello va a ser necesario modificar algunas de las ecuaciones presentadas en el apartado anterior e introducir una nueva. Consideremos que un flujo f puede tener varias rutas r , por ello, y tomando como referencia la expresión (12), si un enlace i de la ruta r no transmite, el resto tampoco lo deberá hacer para reducir la interferencia que estos enlaces pudieran crear para el resto de la red. Este razonamiento se expresa con la siguiente restricción, la cual sustituye a la expresión (12):

$$\sum_{c \in C_i} x_{i,c} = \sum_{c \in C_{i'}} x_{i',c} \quad \forall i, i' \in L_{r,f} \quad \forall r \in R_f \quad \forall f \in F \quad (21)$$

donde F es el conjunto de flujos de la red, R_f es el conjunto de rutas de un flujo f y $L_{r,f}$ es el conjunto de enlaces de la ruta r en el flujo f . Paralelamente a esto, una nueva condición necesaria es que sólo es posible que transmita una ruta de cada flujo:

$$\sum_{r \in R_f} \frac{1}{n_{r,f}} \times \left(\sum_{i \in I_{r,f}} \sum_{c \in C_i} x_{i,c} \right) \leq 1 \quad \forall f \in F \quad (22)$$

donde $n_{r,f}$ representa el número de enlaces de la ruta r del flujo f . Si el flujo f no tiene ninguna ruta activa el sumatorio será 0. Por el contrario, si una ruta está activa, los sumatorios centrales de la ecuación (22) devolverán como valor el número de enlaces de la ruta que será dividido por él mismo, dando como resultado 1.

Finalmente, la función a maximizar en el caso de la generalización de flujos multiruta sería la siguiente:

$$\sum_{i \in I} \sum_{c \in C_i} \frac{1}{n_{r,f}} \cdot x_{i,c} \quad (23)$$

3.5 Ecuaciones para maximizar la capacidad

En este apartado vamos a modificar la función objetivo del problema. En los apartados anteriores era suficiente la condición de maximizar el número de flujos activos. En este caso, vamos a ir un paso más lejos intentando maximizar la capacidad global de la red teniendo ya en cuenta que un flujo puede tener varias rutas. Para ello, al ser un caso más complejo, se hace necesaria la inclusión de nuevas variables y restricciones para llevarlo a cabo, así como una reformulación de la función objetivo.

Manteniendo la misma definición utilizada en el capítulo anterior para las capacidades de ruta ($RC_{r,f}$) y asumiendo que sólo una ruta de cada flujo puede transmitir (también es posible que el flujo no esté activo y por tanto ninguna de sus rutas esté activa) podemos expresar la nueva función objetivo del problema de maximización de la capacidad de la siguiente forma:

$$\sum_{f \in F} \sum_{r \in R_f} RC_{r,f} \quad (24)$$

Esta función objetivo expresa que la capacidad global de la red puede calcularse como la suma de las capacidades individuales de cada ruta.

Definiendo $LC_{i,c}$ como la capacidad que alcanza el enlace i transmitiendo en el canal c , el valor que puede tomar la capacidad de la ruta en la que transmite ese enlace estará limitada por:

$$RC_{r,f} \leq \sum_{c \in C_i} LC_{i,c} \quad \forall i \in L, \quad \forall r \in R_f, \forall f \in F \quad (25)$$

De la ecuación (25) obtenemos la conclusión de que la capacidad de la ruta será siempre la capacidad del enlace más restrictivo.

Por otro lado, las variables $LC_{i,c}$ se pueden poner en función de las variables $s_{i,c}$ de una forma similar a la ecuación (6):

$$LC_{i,c} = 2 \cdot \left\lfloor \frac{\log_2(1 + s_{i,c})}{2} \right\rfloor \quad \forall i \in L, \quad \forall c \in C_i \quad (26)$$

A continuación, debemos obtener una linealización de la ecuación (26). Para ello, se proponen dos conjuntos de inecuaciones. El primero de los conjuntos representa el umbral superior e inferior de $LC_{i,c}$, que viene determinada por los valores superiores e inferiores de la variable $s_{i,c}$:

$$LC_{i,c} \geq 2 \cdot \left\lfloor \frac{\log_2(1 + s_{i,c}^L)}{2} \right\rfloor \quad \forall i \in L, \forall c \in C_i \quad (27)$$

$$LC_{i,c} \leq 2 \cdot \left\lfloor \frac{\log_2(1 + s_{i,c}^U)}{2} \right\rfloor \quad \forall i \in L, \forall c \in C_i \quad (28)$$

El segundo de los conjuntos corresponde a un conjunto de inecuaciones definidas por rectas de distintas pendientes. Cada recta está definida por los puntos consecutivos $\{(s_{i,c}^{(j)}, LC_{i,c}^{(j)}), (s_{i,c}^{(j+1)}, LC_{i,c}^{(j+1)})\}$ en las discontinuidades de la expresión reflejada en (26):

$$LC_{i,c} \leq a^{(j)} \cdot s_{i,c} + b^{(j)} \quad \forall i \in I, \forall c \in C_i \quad (29)$$

$$a^{(j)} = \frac{LC_{i,c}^{(j+1)} - LC_{i,c}^{(j)}}{s_{i,c}^{(j+1)} - s_{i,c}^{(j)}} \quad (30)$$

$$b^{(j)} = \frac{s_{i,c}^{(j+1)} \cdot LC_{i,c}^{(j+1)} - s_{i,c}^{(j)} \cdot LC_{i,c}^{(j)}}{s_{i,c}^{(j+1)} - s_{i,c}^{(j)}} \quad (31)$$

donde $0 \leq j \leq M - 1$ y M representa el número de niveles de modulación permitidos.

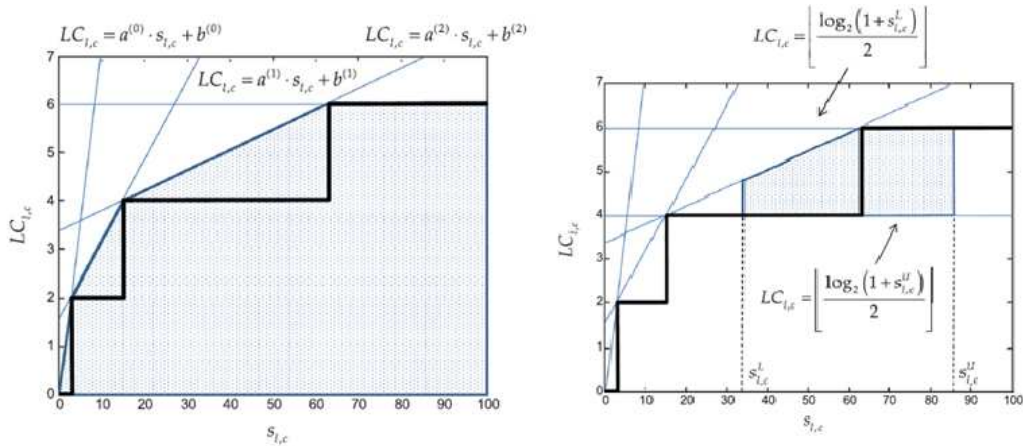


Figura 3: Aproximación lineal de la función de capacidad de un enlace.

La linealización para $M = 3$ se muestra en la figura 3. La expresión no lineal para la capacidad de un enlace $LC_{i,c}$ definida en (26) se representa en línea continua negra. El área sombreada corresponde a la zona donde se satisfacen todas las desigualdades empleadas para linealizar la expresión (26), esto es, las expresiones (27) – (31). A la izquierda, se representa esta área para los valores de $s_{i,c}^L$ y de $s_{i,c}^U$ que se tienen al inicio de aplicar el algoritmo *branch & bound*. Conforme el algoritmo se va ejecutando, los valores de $s_{i,c}^L$ y de $s_{i,c}^U$ se irán acercando y el área definida por las desigualdades se hará más pequeña.

Capítulo 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección se van a presentar los resultados que se han obtenido a lo largo del TFM con cada una de las alternativas propuestas en los apartados anteriores. Todas las alternativas se han evaluado mediante simulación.

4.1 Implementación de la optimización

La implementación del problema de optimización descrito en el capítulo anterior se ha realizado en C++ empleando el entorno de programación *Visual Studio* y usando la librería que ofrece el programa de optimización CPLEX para su integración con código C++. Esta librería ofrece una serie de funciones (enumeradas en el anexo A) que permiten crear y resolver problemas de optimización lineal. La creación de un problema específico se realiza almacenando en varias variables y vectores los parámetros del problema. Estas variables y vectores son los parámetros que se pasan posteriormente a CPLEX mediante llamadas a sus funciones. Entre estas variables se encuentran por ejemplo el número de variables que tiene el problema o el número de

restricciones. En los vectores se almacenan los valores máximos y mínimos que pueden tomar las variables, la función de optimización o las restricciones del problema.

Como se ha comentado anteriormente, el TFM partía de un simulador preexistente en el que se realizaba la optimización del número máximo de flujos que caben en la red para flujos con una única ruta. El incluir las nuevas variables y restricciones que se han descrito en el capítulo 3 para optimizar la capacidad de la red para flujos multiruta ha implicado modificar las funciones del simulador preexistente en el que se rellenaban esas variables y vectores que constituyen la entrada a CPLEX.

4.2 Descripción del escenario de simulación

Como entorno de simulación se ha modificado un simulador ya existente implementado en C++, incorporando tanto la redefinición de la función objetivo adecuándola al cálculo de la capacidad global de la red como también la extensión del problema a flujos multiruta.

La red consiste en un conjunto de 100 nodos distribuidos aleatoriamente en un área cuadrada de 700 metros de lado. Se han utilizado 100 enlaces. El número total de canales se ha fijado en 10, sin embargo, los nodos sólo detectan como disponibles un subconjunto limitado, expresado como un conjunto aleatorio de canales (de 2 a 4) diferenciado por zonas de $100\text{ m} \times 100\text{ m}$. La potencia máxima, $P_{\text{máx}}$, es 20 dBm. La potencia de transmisión ha sido discretizada en $Q = 4$ niveles. El coeficiente de pérdidas por propagación es $\gamma = 4$, y, por simplicidad, el ancho de banda que ocupa cada canal, w_{f_i} se ha normalizado a 1. La SINR umbral es 10 dB. El rango de transmisión máximo se ha fijado en 500 metros, por lo tanto, la potencia de ruido, P_N , será -85,9 dBm.

A continuación, se enumeran todas y cada una de las diferentes simulaciones que se han realizado:

- a) Cálculo del número de flujos activos.
- b) Cálculo del número de flujos activos extendido al caso de multiruta
- c) Cálculo de la capacidad global de la red
- d) Cálculo de la capacidad global de la red extendido al caso de multiruta

Los resultados que se van a presentar se han obtenido mediante el cálculo de la media de 10 simulaciones de cada caso. La simulación se ha desarrollado hasta encontrar el mejor valor para la optimización. Se han realizado cálculos para los casos de 2, 4 y 6 flujos, contando con una ruta o, en el caso de la extensión a multiruta, contando con 2. Cada ruta está formada por un máximo de 3 enlaces.

4.3 Métricas de evaluación

Para evaluar las distintas propuestas se han considerado diversas métricas, tal y como se especifica a continuación:

- **Capacidad agregada:** Como su propio nombre indica, mostrará la capacidad total de la red, suma de las capacidades individuales de los flujos.
- **Número de flujos activos:** Mostrará el número de flujos que se han establecido en la red.

4.4 Evaluación de las prestaciones de las distintas propuestas

Como hemos comentado, en este apartado vamos a analizar los resultados conseguidos con cada una de las alternativas que se han ido proponiendo en las secciones anteriores de esta memoria.

4.4.1 Comparativa de la optimización frente al equilibrio de *Nash* en el caso de una única ruta.

En este primer apartado vamos a comparar el resultado de la optimización frente al equilibrio de *Nash* en el caso de una única ruta. En el contexto del problema a resolver en este TFM, se ha estado trabajando previamente en algoritmos distribuidos de gestión de recursos basados en teoría de juegos. El equilibrio de *Nash* es un resultado deseable de los juegos y se quiere comprobar cómo de buenas son las prestaciones de dicho equilibrio. Por eso, comparamos nuestra optimización centralizada con el equilibrio de *Nash* de un juego distribuido.

Para calcular el equilibrio de *Nash*, se ha considerado un juego en el que los jugadores son los distintos flujos de la red que eligen sus canales y potencias de modo egoísta para intentar maximizar su capacidad sin tener en cuenta la capacidad del resto de flujos de la red. El concepto del equilibrio de *Nash* se explica en el Anexo B de esta memoria.

En la figura 4 se presenta la comparativa de los resultados obtenidos en términos de la capacidad global de la red.

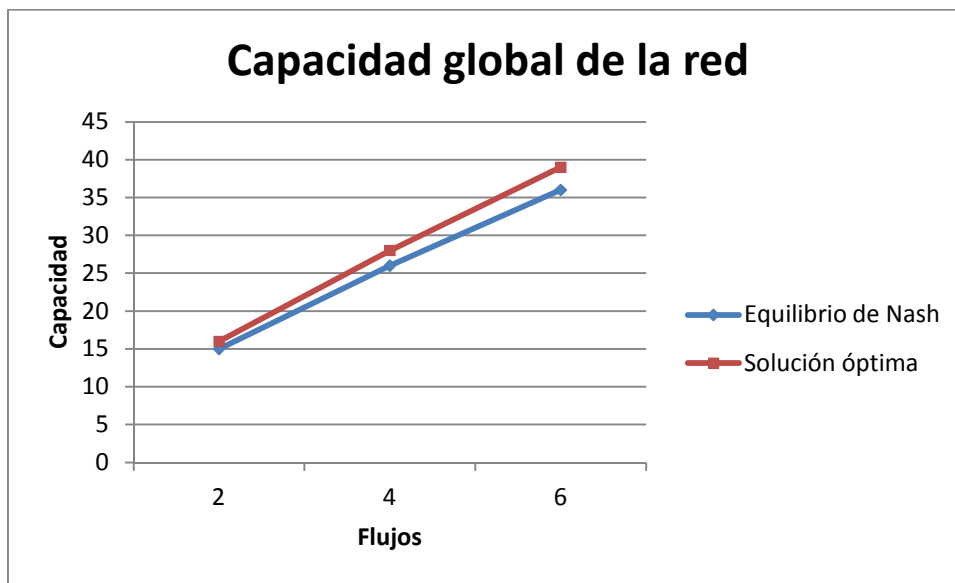


Figura 4: Capacidad global de la red comparando el equilibrio de *Nash* y la solución óptima

En la figura 4 se puede observar que la capacidad global de la red obtenida en el caso de la optimización es mayor que cuando se utiliza el equilibrio de *Nash*. La optimización supone una mejora de aproximadamente un 6-7% frente al equilibrio de *Nash*. Este resultado es lógico ya que en el juego cada flujo intenta maximizar su propia capacidad y no la global de la red, por lo que generará una interferencia que afectará al resto de flujos de la red.

4.4.2 Comparativa de la utilidad de la red entre el caso de una ruta y el caso multiruta.

En este apartado se va a analizar la utilidad global de la red mediante la optimización comparando los resultados obtenidos en los casos de una única ruta y en el caso multiruta.

En la figura 5 se muestran los resultados cuando la función objetivo a maximizar es la capacidad global de la red y, en la figura 6, se reflejan los resultados cuando la función de utilidad refleja el número de flujos activos.

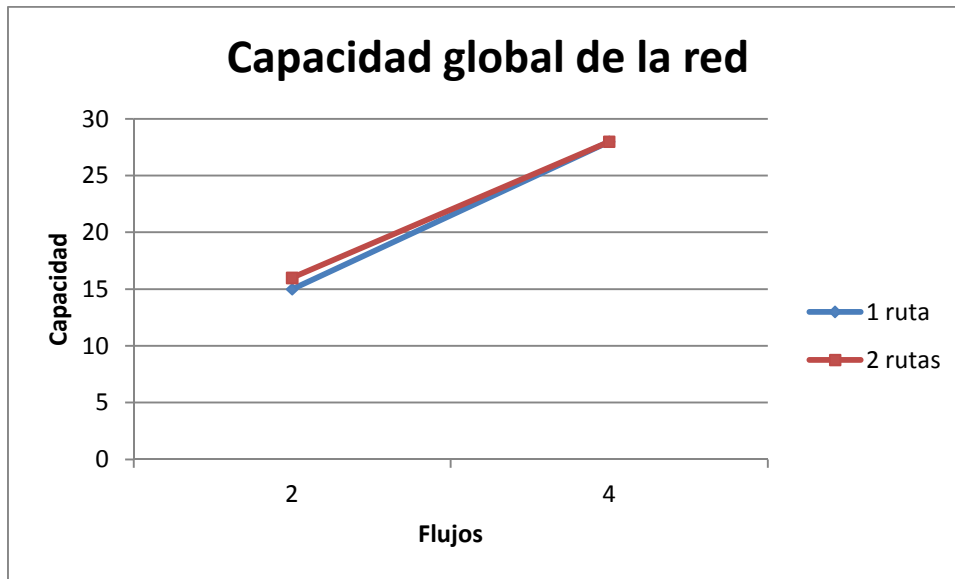


Figura 5: Capacidad global de la red comparando entre 1 y 2 rutas

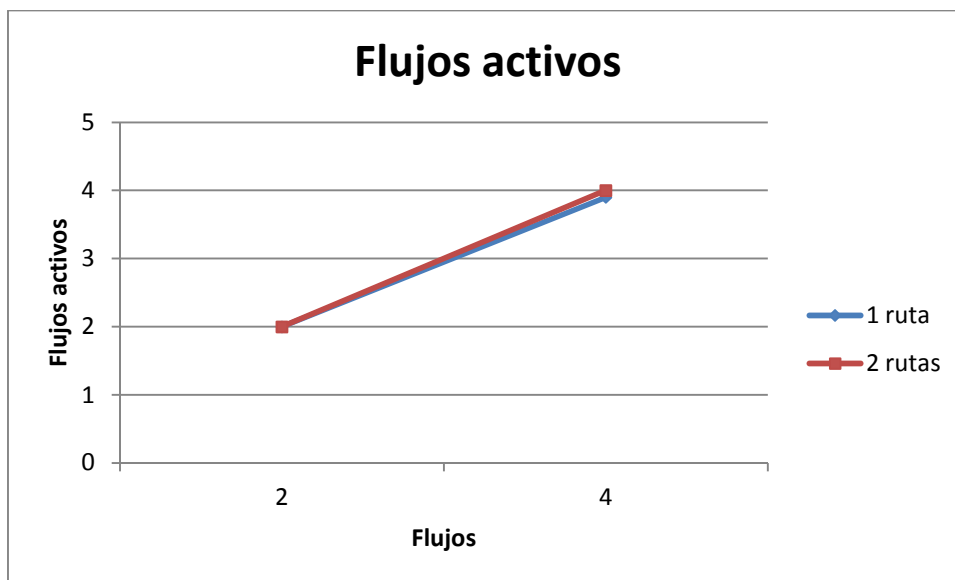


Figura 6: Flujos activos comparando entre 1 y 2 rutas

En las gráficas anteriores se observa que para ambos casos (caso de una ruta y caso multiruta) los resultados son muy similares, cuando la lógica parece indicar que se deberían obtener mejores resultados para el caso multiruta. Este resultado tan similar se debe a que los flujos con los que se han realizado la simulaciones tienen muy pocos saltos y por lo tanto, la mejora que implicaría el tener flujos multiruta no es tal, ya que todos (o prácticamente todos) los flujos se pueden establecer maximizando la utilidad de la red, tanto desde el punto de vista de la capacidad como desde el de flujos activos. El alto coste computacional de las simulaciones no ha permitido realizar simulaciones con más flujos. Sin embargo, aun llega a observarse cierta mejora con la multiruta, lo que valida los resultados obtenidos.

4.4.3 Cálculo de los flujos activos con distintas funciones de utilidad

En este apartado se van a comparar los flujos activos de la red para el caso de una única ruta que se obtienen cuando la función a maximizar son los flujos activos y cuando el objetivo a maximizar es la capacidad global de la red. Los resultados se muestran en la figura 7

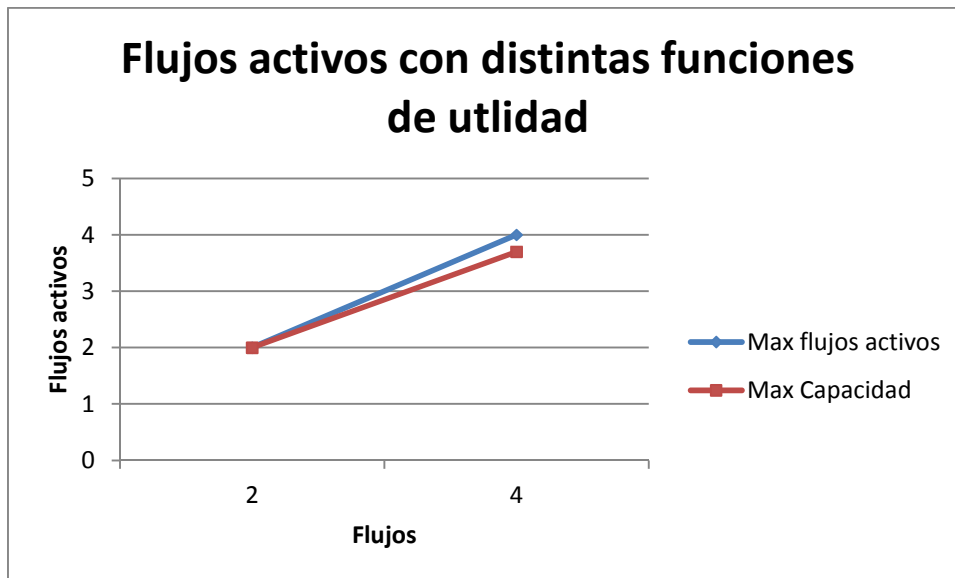


Figura 7: Flujos activos comparando distintas funciones de utilidad

Como se podía esperar a priori, en la figura se observa que la media de flujos establecidos es mayor cuando se utiliza la función de maximizar dichos flujos.

4.4.4 Cálculo de la capacidad global de la red con distintas funciones de utilidad

En este apartado se van a realizar cálculos similares que en el apartado anterior. En esta ocasión el objetivo será calcular la capacidad de la red. La figura 8 representa los resultados obtenidos utilizando cada una de las funciones de utilidad definidas en la memoria.

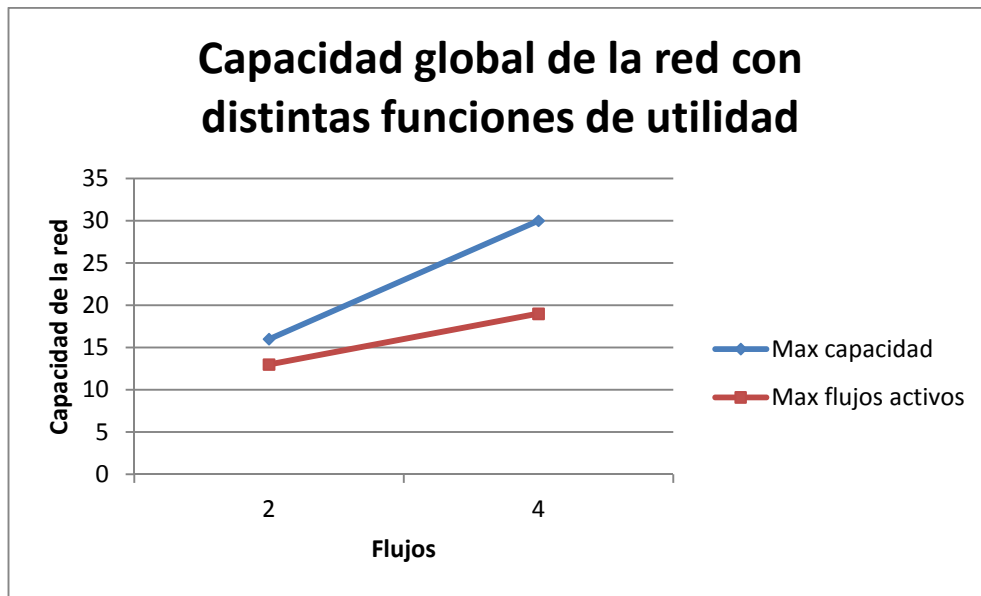


Figura 8: Capacidad global de la red comparando distintas funciones de utilidad

Este caso presenta una conclusión muy clara, ya que queda totalmente demostrado que la capacidad global de la red es muy superior cuando el objetivo es maximizarla en sí misma. Si el objetivo de la red es simplemente establecer flujos, esto implica una bajada considerable en la capacidad agregada de la red; pero como se ha mostrado en la figura 8, los flujos establecidos son mayores que si se utiliza la función de maximizar la capacidad, de allí que sea muy importante una definición clara del objetivo del problema a resolver.

Capítulo 5: Conclusiones y líneas futuras

Para finalizar la memoria del TFM, en este capítulo se presentan las principales conclusiones extraídas de la realización del mismo. También se plantean las posibles líneas futuras de trabajo que puedan continuar con la tarea iniciada en este TFM, así como ampliar todos aquellos aspectos que no se han tenido en cuenta.

Este Trabajo Fin de Máster tenía por objetivo extender las funcionalidades de un simulador ya existente. Entre las mejoras a conseguir estaban la extensión a resolver el problema de la capacidad de la red y a introducir la posibilidad de tener flujos multiruta en la red. A lo largo de la memoria se han definido los problemas de optimización que consiguen obtener dichos objetivos.

Una vez programados y simulados se han presentado los resultados, de los que se han extraído las siguientes conclusiones:

1. El equilibrio de *Nash* obtenido con el juego distribuido obtiene prestaciones cercanas a la optimización.

2. La extensión a flujos multiruta ha mejorado ligeramente a la optimización con una ruta. Como se explicó en el apartado correspondiente, el resultado obtenido no ha sido tan bueno como lo esperado debido al escenario de simulación elegido, el cual es muy pequeño por limitaciones en los recursos de computación disponibles.
3. La correcta elección de la función a maximizar es vital para obtener el mejor resultado posible.

Como posibles líneas de investigación futuras, destacan las siguientes:

1. Optimización de otras funciones de utilidad que se suelen emplear habitualmente en el ámbito de las redes de comunicaciones, como por ejemplo el *proportional fairness* de la red.
2. Continuar proponiendo algoritmos heurísticos que sean computacionalmente más sencillos y que obtengan soluciones cercanas a la solución exacta del problema de optimización.
3. Introducir nuevas restricciones en el problema de optimización que modelen de modo más fiel el comportamiento de un sistema real, como por ejemplo la potencia máxima que puede transmitir un nodo de la red.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] J Mitola III, G.Q. Maguire Jr., Cognitive radio: making software radios more personal. IEEE Personal Communications 6(4), 13-18 (1999).
- [2] I.F. Akyildiz, X. Wang, "A survey on wireless mesh networks", IEEE Communications Magazine, vol 43, no.9, pp S23-S30, sept. 2005
- [3] I.F. Akyildiz, W-Y Lee, K. R. Chowdhury, "CRAHNS: Cognitive Radio ad hoc Networks", Ad Hoc Networks, vol 7, no. 5, pp. 810-836, Julio 2009.
- [4] R. Ciria "Estudio de estrategias distribuidas de reparto de recursos en redes inalámbricas cognitivas mediante teoría de juegos". PFC. Julio 2011
- [5] J. Otín, J.R. Gállego, M. Canales, "Joint route selection and resource allocation in multihop networks based on agame theoretic approach" Ad hoc Netw. 2013
- [6] M. Canales, J. Otín, J.R. Gállego, "Game theoretic approach for end-to-end resource allocation in multihop cognitive networks. IEEE Communications Letters 16 (212) 654-657
- [7] J.R. Gállego, M. Canales, J. Otín, "Flow allocation with joint channel and power assignment in multihop cognitive radio networks using game theory" in: Proc IEEE ISWCS 2012, Paris, France, pp. 91-95.
- [8] Jose A. Caballero. "Programación no lineal con variables binarias". Universidad de Alicante.
- [9] <http://www-03.ibm.com/software/products/es/ibmilogcpleopti>
- [10] J. Yi, A. Adnane, S. David, B. Parrein, "Multipath Optimized link state routing for mobile ad hoc networks, Elsevier Ad Hoc Networks 9 (2011) 28 – 47.
- [11] P. Belotti, J. Lee, L. Liberti, F. Margot and A. Wächter, "Branching and bounds tightening techniques for non-convex MINLP"
- [12] G. McCormick; "Computability of global solutions to factorable nonconvex programs: Part 1 – convex underestimating problems"; Mathematical programming 10 (1976) 146-175

- [13] J.J. RUZ, "Introducción a la programación matemática". Máster universitario en ingeniería de sistemas y control. Universidad Complutense de Madrid.
- [14] J Neel, Analysis and design of cognitive radio networks and distributed radio resource management algorithms, Tesis Doctoral, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2006.