

ANEXO A: Funciones principales en CPLEX

Como se ha comentado a lo largo de la memoria, en el trabajo se ha utilizado el software CPLEX de IBM para la optimización lineal. El objetivo de este anexo es exponer las funciones más utilizadas para llevar a cabo dicha optimización. A continuación se enumeran una a una, dando para cada una de ellas una breve explicación de su utilidad:

- **CPXopenCPLEX:** Apertura del optimizador
- **CPXgeterrorstring:** Permite detectar si ha habido algún error al ejecutar la función CPXopenCPLEX
- **CPXsetintparam:** Otorga un valor entero a una variable de CPLEX
- **CPXgetstat:** Permite obtener la situación actual del problema de optimización
- **CPXfreeprob:** Borra el problema CPLEX y la memoria asociado a él
- **CPXcloseCPLEX:** Cierra todo el proceso CPLEX y los datos relacionados a él
- **CPXgetbase:** Accede al nodo principal del problema
- **CPXcloneprob:** Hace una copia íntegra del problema CPLEX
- **CPXgetobjval:** Accede al valor de la función objetivo
- **CPXgetnumrows:** Devuelve el número de filas de una matriz
- **CPXgetnumcols:** Devuelve el número de columnas de una matriz

ANEXO B: EQUILIBRIO DE NASH

De manera formal, un juego se define como la terna $\{N, (A_i), (u_i)\}$ [14], compuesta por:

- Un número finito de jugadores representados por N .
- Un conjunto de acciones o estrategias, representado por A_i , para cada jugador i .
- Una función de utilidad, $u_i: A \rightarrow R$ (donde A representa el conjunto de acciones, $A = \times_{i \in N} A_i$), que mide el beneficio o utilidad obtenida por el jugador i determinada por sus acciones así como las acciones del resto de jugadores.

El equilibrio de Nash es uno de los resultados más comunes en los juegos no cooperativos, definiendo un juego no cooperativo como aquel en el que cada jugador solo se preocupa de su propio beneficio e ignora al resto de jugadores, por lo cual intenta elegir la estrategia óptima para maximizar su función de utilidad [4].

El equilibrio de Nash se define formalmente de la siguiente manera:

Definición 1: Equilibrio de Nash

Un equilibrio de Nash en un juego no cooperativo $\{N, (A_i), (u_i)\}$ es un perfil de acciones $a^ \in A$ tal que, para cada jugador $i \in N$ se cumple:*

$$u_i(a_i^*, a_{-i}^*) \geq u_i(a_i, a_{-i}^*) \quad (1)$$

Para todas las $a_i \in A_i$ donde a_i denota la estrategia del jugador i y a_{-i} indica las estrategias del resto de jugadores.

En otras palabras, se puede decir que el juego ha llegado a un equilibrio de Nash cuando ningún jugador puede mejorar su propia utilidad cambiando su estrategia si el resto de jugadores mantienen las suyas. Por lo tanto, el equilibrio de Nash define la estrategia con mejor respuesta (*Best Response*) de cada jugador. Dicha respuesta puede definirse de la siguiente forma:

Definición 2: Best Response

Una regla de decisión $d_i: A \rightarrow A_i$ es una *Best Response* si cada cambio de estrategia maximiza la utilidad individual manteniendo el resto de jugadores sus estrategias.

$$d_i(a) \in \{b_i \in A_i: u_i(b_i, a_{-i}) \geq u_i(a_i, a_{-i}) \quad \forall a_i \in A_i\} \quad (6)$$