



## Trabajo Fin de Grado

Análisis estructural mediante Elementos Finitos de  
una grúa torre para una carga no convencional

Autor/es

Sergio Pérez Layunta

Director/es

Elena Ibarz Montaner

Escuela Universitaria Politécnica de Teruel  
2015

## Análisis estructural mediante Elementos Finitos de una grúa torre para una carga no convencional

### RESUMEN

Diversos modelos de grúas torre son ampliamente utilizados en sector de la construcción. La posibilidad de un incremento de la carga portante de las mismas introduciendo “pequeñas” modificaciones de diseño, podría suponer una ventaja muy competitiva para las empresas de dicho sector.

Es por esto que en este Trabajo Fin de Grado (TFG) se plantea el análisis estructural mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF) de un diseño comercial real de grúa torre. Este tipo de grúa torre, en las condiciones de apoyo y modelo analizados en este TFG, soporta generalmente cargas máximas portantes en punta entorno a los 10 kN. Con este proyecto se pretende, mediante la realización de un análisis estático, ajustar los perfiles actuales e introducir las modificaciones estructurales necesarias para que la grúa pueda soportar un incremento de carga portante del 50% llegando a un valor máximo de carga en punta de 15 kN.

Queda fuera del proyecto lo referente a detalles y planos constructivos, dado que el objeto del trabajo, al tratarse de un Trabajo de Fin de Grado, es solamente el análisis estructural, que tiene la suficiente entidad en sí mismo para constituir un TFG.

## Contenido

<b>1. INTRODUCCIÓN</b> .....	4
1.1. Descripción del Trabajo de Fin de Grado .....	4
1.2. Objetivos del proyecto.....	4
<b>2. GRÚA TORRE</b> .....	5
2.1. Definición de grúa torre .....	5
2.2. Tipos de grúa torre.....	6
2.3. Partes de una grúa torre .....	9
<b>3. DEFINICIÓN DEL MODELO GEOMÉTRICO</b> .....	14
3.1. Torre o mástil.....	14
3.1.1. Tramo inferior .....	15
3.1.2. Tramo central .....	17
3.1.3. Tramo superior .....	18
3.1.4. Perfiles normalizados empleados .....	19
3.2. Pluma o flecha .....	19
3.3. Contrapluma o contraflecha .....	22
<b>4. INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS</b> .....	23
4.1. Concepto .....	24
4.2. Tipos de elementos.....	24
4.3. Proceso de análisis por Elementos Finitos .....	26
<b>5. DEFINICIÓN DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS</b> .....	28
5.1. Modelo de Elementos Finitos de la torre.....	29
5.2. Modelo de Elementos Finitos de la pluma .....	32
5.3. Modelo de Elementos Finitos de la contrapluma .....	35
5.4. Modelo de Elementos Finitos de la corona.....	36
5.5. Modelo de Elementos Finitos del caballete y tirantes .....	37
<b>6. CÁLCULO ESTRUCTURAL</b> .....	39
6.1. Tipos de solicitudes .....	40
6.2. Hipótesis de cálculo .....	41
<b>7. CONDICIONES DE CONTORNO</b> .....	41
7.1. Apoyos .....	42
7.2. Cargas.....	42
<b>8. RESULTADOS Y OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO</b> .....	47
<b>9. CONCLUSIONES</b> .....	54
<b>10. BIBLIOGRAFÍA</b> .....	55

<b>ANEXO 1: PERFILES CONVENCIONALES EMPLEADOS .....</b>	56
<b>ANEXO 2: SOLICITACIONES A CONSIDERAR EN EL CÁLCULO DE GRÚAS.....</b>	61
<b>ANEXO 3: RESULTADOS DE LOS ANÁLISIS .....</b>	69

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1. Descripción del Trabajo de Fin de Grado

El presente trabajo de fin de grado consiste en el análisis estructural de un diseño comercial real de grúa torre, mediante el método de Elementos Finitos (MEF), a la cual se le aplicará una carga no convencional. Para ello, primero se modela la estructura de la grúa torre con el software de diseño 3D, SolidWorks 2014, y una vez realizado el modelo geométrico se realiza el mallado del prototipo para generar el modelo de Elementos Finitos mediante el programa Ideas.

Posteriormente se realiza un análisis estático para ajustar los perfiles actuales e introducir las modificaciones de diseño necesarias de tal manera que la grúa pueda soportar una carga portante máxima un 50% mayor que la carga convencional actual, lo que podría representar una ventaja muy competitiva para el sector.

Para la realización del proyecto, se han utilizado como programas específicos: SolidWorks para el diseño geométrico e Ideas para la generación del modelo de Elementos Finitos, el cálculo y el procesado de resultados.

Para la verificación de la resistencia estructural se ha utilizado como Normativa de referencia los siguientes documentos:

- Norma UNE 58132 referente a las reglas de cálculo.
- Norma UNE 58113 y la instrucción IAP-11 sobre la acción del viento.
- Norma CTE-DB-SE-A: Seguridad estructural. Acero.

### 1.2. Objetivos del proyecto

Los objetivos del proyecto son los siguientes:

- Realizar un análisis estructural de un modelo de grúa de fuste autoestable de 36 m y pluma convencional de 50 m utilizando el método de Elementos Finitos.
- Optimizar los perfiles estructurales de la torre grúa para aumentar su capacidad de carga.

- Obtener el incremento de la capacidad resistente frente al incremento del peso de la grúa y llegar a una conclusión teniendo en cuenta ambos factores.

## 2. GRÚA TORRE

### 2.1. Definición de grúa torre

Una grúa torre, es un equipo o máquina de funcionamiento electromecánico o hidráulico con un eje vertical giratorio y un brazo con varias poleas, que sirve para levantar pesos y llevarlos de un punto a otro, dentro del círculo que el brazo describe.

Otra definición es que se trata de un tipo de grúa empleada para la elevación y transporte de cargas, por medio de un gancho suspendido de un cable, en un radio de varios metros, a todos los niveles y en todas direcciones. Está constituida esencialmente por una torre metálica, un brazo horizontal giratorio, y los motores de orientación, elevación y distribución o traslación de la carga. La capacidad de carga que tenga una grúa torre es variable, pues está basada en el equilibrio de la carga con los contrapesos, ubicados en un extremo del brazo giratorio, siendo la torre el eje de equilibrio.

En la industria de la construcción-edificación, este tipo de grúa constituye un medio vital a cuyo alrededor gira toda la obra. Define el ritmo de trabajo y es el medio más universal empleado para el manejo de cargas y materiales, dejándolos con precisión en el lugar requerido.



Figura 1: Concentración de grúas torre en un sector de obras

## 2.2. Tipos de grúa torre

Se va a realizar una clasificación acorde a la Instrucción técnica complementaria MIE-AEM-2 del Reglamento de aparatos de elevación y manutención, referente a grúas torre para obras u otras aplicaciones:

- Grúa torre fija (estacionaria): grúa torre cuya base no posee medios de traslación o que poseyéndolos no son utilizables en el emplazamiento, o aquéllas en que la base es una cimentación o cualquier otro conjunto fijo. Se pueden hacer dos subdivisiones:
  - Apoyadas: son aquellas que centran su gravedad por medio de contrapesos o lastres situados en su base.
  - Empotradas: son aquellas que centran su gravedad en el suelo por medio de un primer tramo de su mecano anclado al suelo encofrándose con hormigón en una zapata o con otros medios análogos.

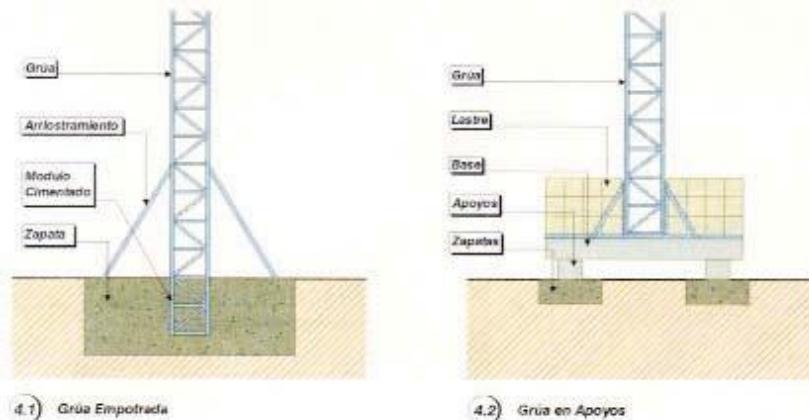


Figura 2: Tipos de apoyo

- Grúa torre desplazable en servicio: es aquella cuya base está dotada de medios propios de traslación sobre carriles u otros medios y cuya altura máxima de montaje es tal que sin ningún medio de anclaje adicional sea estable tanto en servicio como fuera de servicio para las solicitudes a las que vaya a estar sometida.

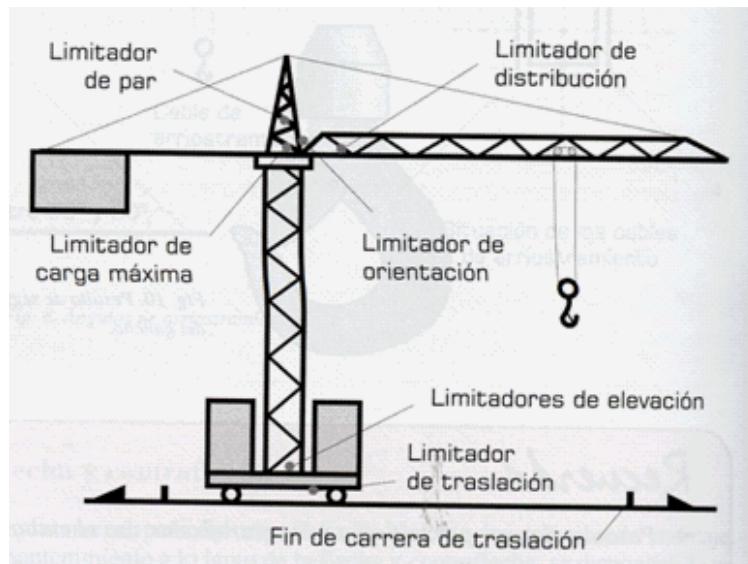


Figura 3: Grúa torre desplazable en servicio

- Grúa torre desmontable: grúa torre, concebida para su utilización en las obras de construcción u otras aplicaciones, diseñada para soportar frecuentes montajes y desmontajes, así como traslados entre distintos emplazamientos.
- Grúa torre autodesplegable: grúa pluma orientable en la que la pluma se monta sobre la parte superior de una torre vertical orientable, donde su parte inferior se une a la base de la grúa a través de un soporte giratorio y que está provista de los accesorios necesarios para permitir un rápido plegado y desplegado de la torre y pluma.



Figura 4: Grúa torre autodesplegable

- Grúa torre autodesplegable monobloc: grúa torre autodesplegable cuya torre está constituida por un solo bloque y que no requiere elementos estructurales adicionales para su instalación, que puede ir provista de ruedas para facilitar su desplazamiento.
- Grúa torre trepadora: grúa torre instalada sobre la estructura de una obra en curso de construcción y que se desplaza de abajo hacia arriba por sus propios medios al ritmo y medida que la construcción prograse.



Figura 5: Grúa torre trepadora

### 2.3. Partes de una grúa torre

A continuación un gráfico con las partes básicas de la torre grúa representadas:

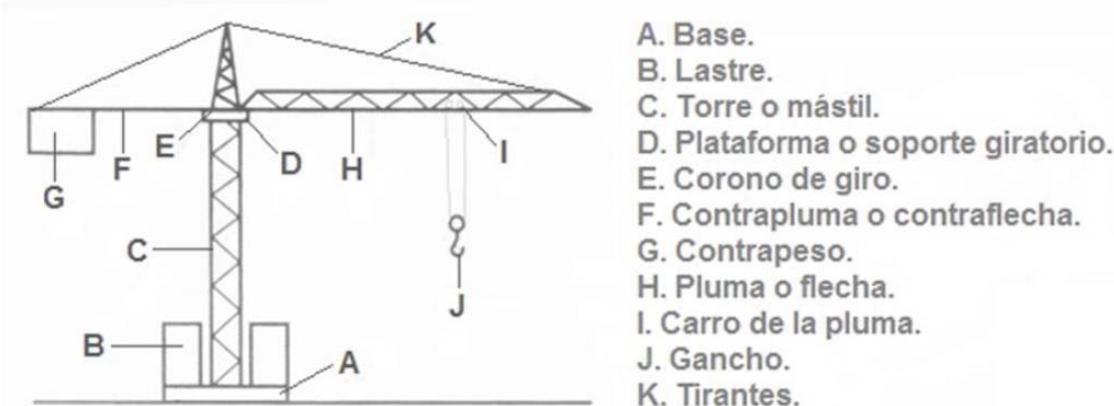


Figura 6: Esquema de las partes de una grúa torre

- A. Base: es la estructura de la grúa en contacto con el suelo. Si la grúa es móvil, será complementada con los raíles y las ruedas que realizarán su desplazamiento.
- B. Lastre: puede estar formado por una zapata enterrada o por varias piezas de hormigón prefabricadas, en la base de la grúa. Su objetivo es estabilizar la grúa frente al propio peso, al peso que pueda trasladar y a las condiciones ambientales adversas, como por ejemplo el viento.



Figura 7: Lastre de una grúa torre

- C. Torre o mástil: estructura de celosía metálica de sección cuadrada, cuya misión principal es la de dotar de suficiente altura a la grúa. Está formada por módulos de celosía, que facilita su transporte cuando la grúa está desmontada. En su interior se dispone de una escalera, para el acceso de los operarios.



Figura 8: Torre o mástil de una grúa torre

- D. Plataforma o soporte giratorio: está situado en la parte superior de la torre o mástil, donde se ubicará la corona de giro. El conjunto dotará de movimiento giratorio de  $360^\circ$  al conjunto “pluma-contrapluma” sobre el mástil. En este lugar puede estar ubicada la cabina para el operario.

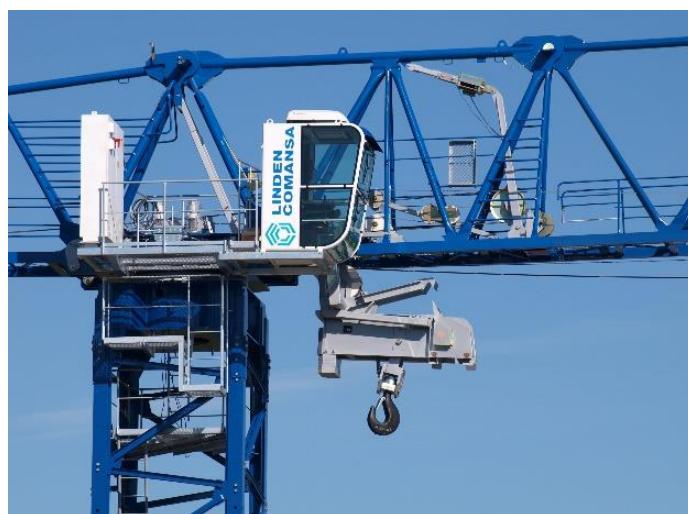


Figura 9: Soporte giratorio de una grúa torre

- E. Corona de giro: situada en la plataforma o soporte giratorio, transmite el movimiento rotativo del motor a la pluma y contrapluma.



Figura 10: Corona de giro

- F. Contrapluma o contraflecha: está situada en la parte más alta de la torre o mástil, en posición horizontal y en el lado contrario a la pluma. Su longitud oscila entre el 30 y 35% de la longitud de la pluma. Suele estar provista de una pasarela para poder llegar a los contrapesos y el motor de elevación de la carga, que están situados al final de ella.



Figura 11: Contrapluma

- G. Contrapeso: son estructuras de hormigón prefabricado que se colocan en la contrapluma para estabilizar el peso y la inercia que se produce en la pluma de la grúa, tanto si está en reposo como en funcionamiento.

Estos deben de llevar su peso de una forma visible e indeleble, para que sea fácil su lectura y no desaparezca con su uso y paso del tiempo.

- H. Pluma o flecha: es una estructura en celosía de sección triangular, que dota a la grúa de su alcance o radio de trabajo. Según la longitud de la pluma, la grúa torre tendrá más o menos alcance o radio de trabajo. Hace de carril o vía para el desplazamiento del carro.

Al igual que la torre o mástil, su estructura está formada por módulos para facilitar su transporte y cambio si alguna de sus partes resulta dañada.

La pluma irá provista de un cable en toda su longitud, dónde el operario enganchará el mosquetón del cinturón de seguridad, cuando realice los trabajos de montaje, revisión y mantenimiento.



Figura 12: Pluma o flecha

- I. Carro de la pluma: es una pequeña estructura en forma de carro, que se mueve a lo largo de la pluma a través de unos carriles. Permite trasladar la carga a lo largo de la pluma. Lleva un sistema de poleas que permitirá cambiar la altura de la carga para su desplazamiento.



Figura 13: Carro de la pluma

- J. Gancho: es elemento de sujeción de la carga con el carro. Irá sujetado al carro mediante unos cables que le permitirán aumentar o disminuir su altura. Irá provisto de un dispositivo de seguridad que permitirá la fácil entrada de eslingas y estrobos, e impedirá la salida de estos si no se actúa manualmente.

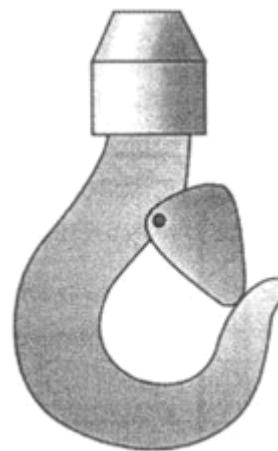


Figura 14: Gancho

- K. Tirantes: pueden ser cables o barras, y sirven para aguantar la pluma y la contrapluma.

### 3. DEFINICIÓN DEL MODELO GEOMÉTRICO

De acuerdo a la definición de las partes de una torre grúa se han modelado las partes estructurales de una grúa torre genérica disponible en el mercado con el software de diseño CAD en 3D, SolidWorks, para su posterior estudio. Las partes modeladas son las siguientes:

#### 3.1. Torre o mástil

Compuesta por cuatro tramos (de los cuales los dos centrales son idénticos) de celosía metálica, con una altura de 37 metros aproximadamente, y fabricados mediante perfiles convencionales, los cuales serán detallados posteriormente.



Figura 15: Torre o mástil

### 3.1.1. Tramo inferior

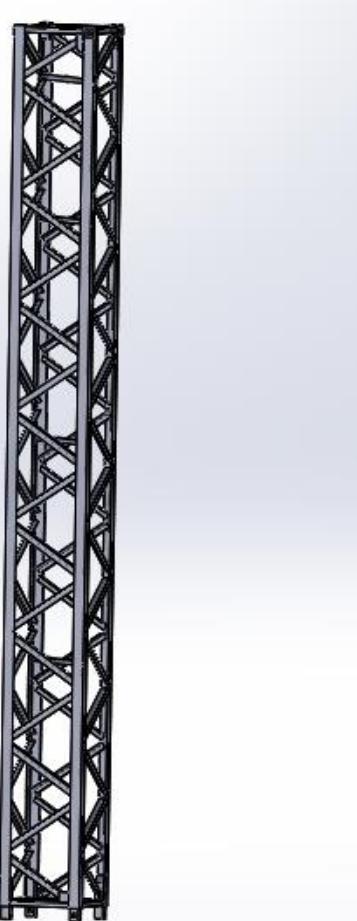


Figura 16: Tramo inferior

Con una longitud de 12 metros aproximadamente, es el tramo que está unido al empotramiento de la grúa torre. Esta unión, tanto como la unión entre los diversos tramos se realiza de la siguiente forma:

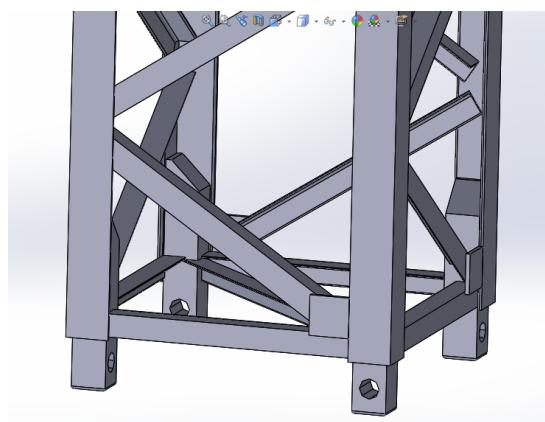


Figura 17: Detalle de la unión inferior

Un tocho de metal con una sección de 120x120 mm (en los otros tramos es de 100x100 mm) es encastrado dentro de un perfil telescopico con una sección interior similar. Posteriormente se introduce un bulón para fijar la unión. En la siguiente imagen se puede apreciar el perfil telescopico dónde se introduce el tocho mencionado anteriormente.

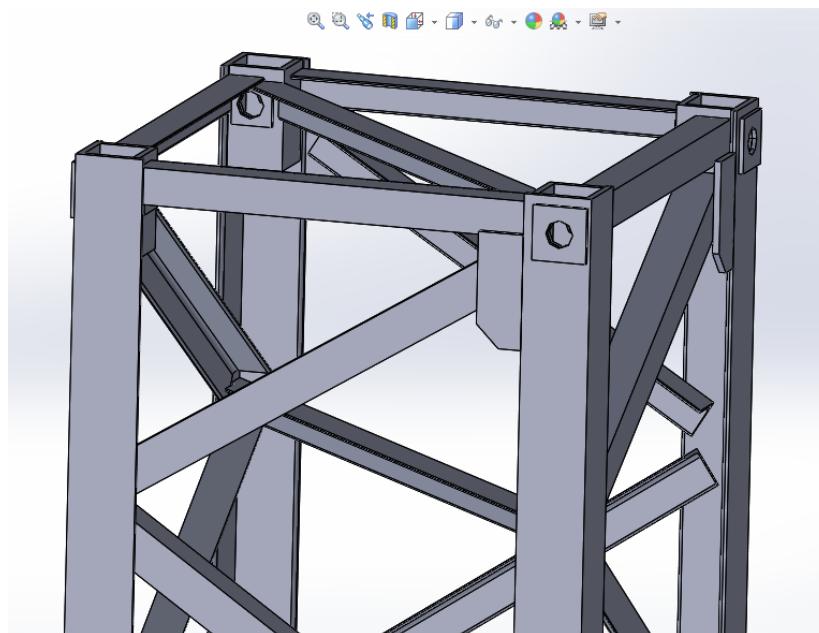


Figura 18: Detalle de la unión superior

Una vez realizada la unión el resultado es el siguiente:

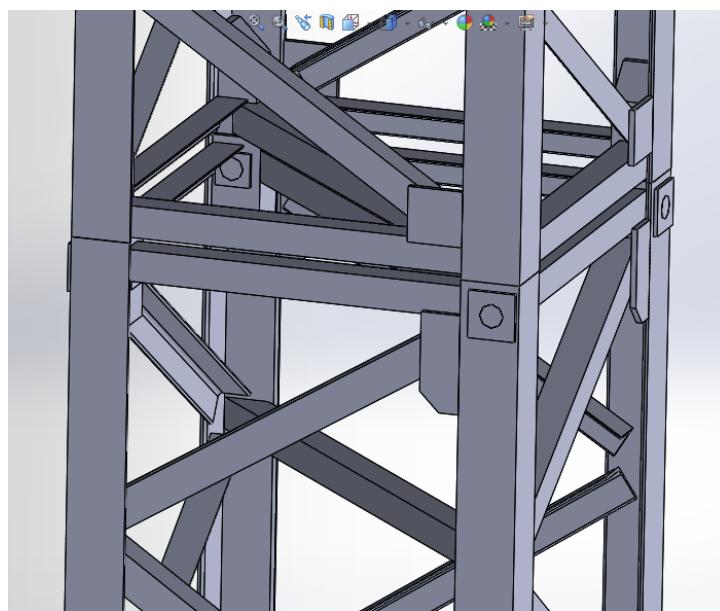


Figura 19: Detalle de la unión entre tramos de la torre

### 3.1.2. Tramo central

Este tramo, de 12 metros de longitud, es utilizado por partida doble para conformar la parte central de la torre, conformando 24 metros de la estructura. Tiene la misma geometría que el tramo anterior, utilizando perfiles transversales cada 2-3 metros para reforzar la estructura.

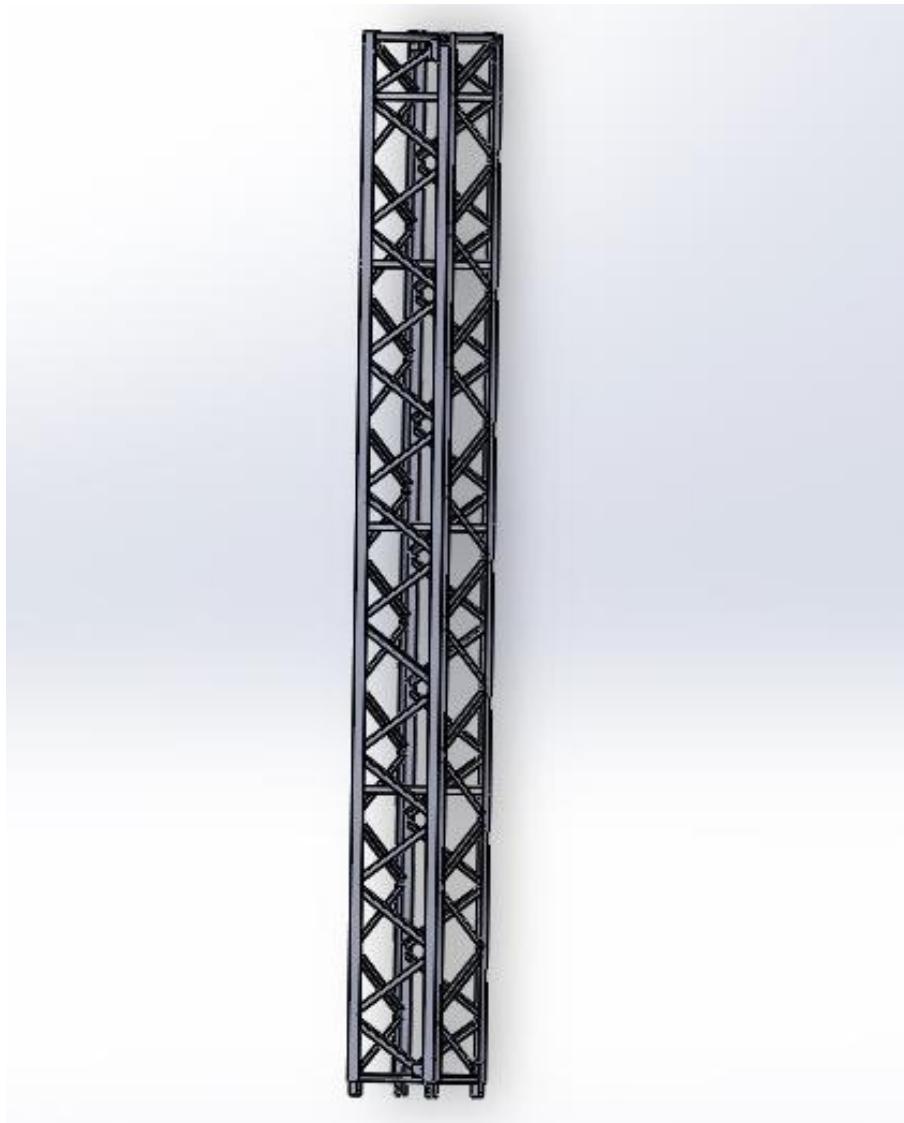


Figura 20: Tramo central

### 3.1.3. Tramo superior

Por último, el tramo superior concluye la estructura de la torre. En este caso, tiene una longitud de casi 2 metros y su función es la de albergar el sistema dónde se instala la corona de la grúa torre.

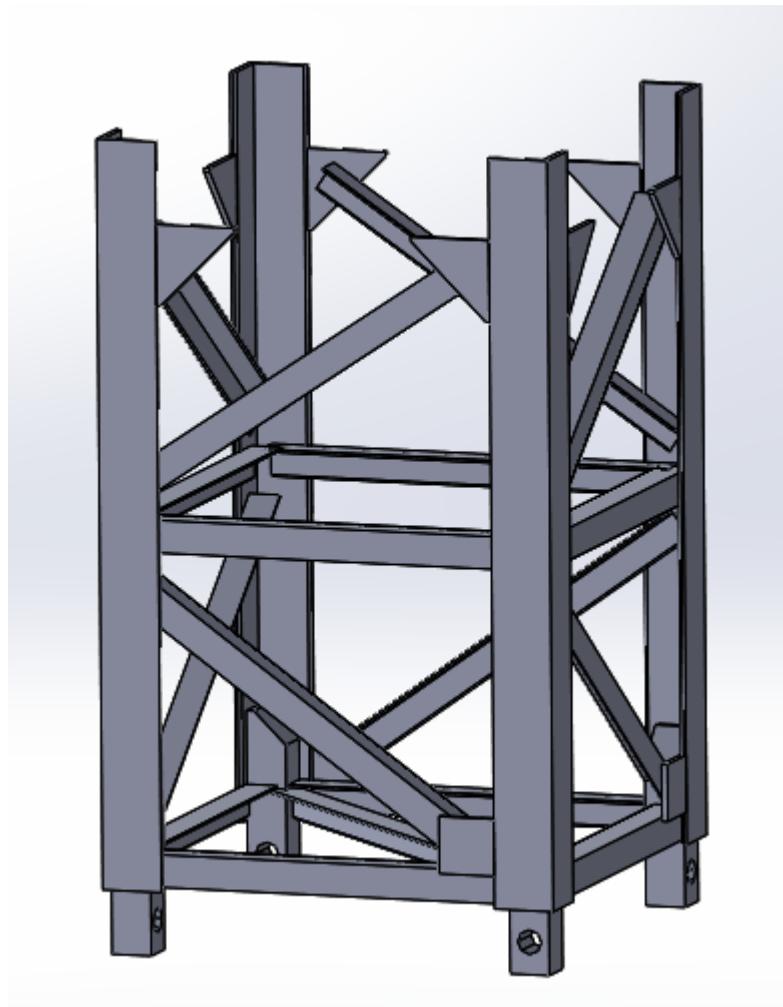


Figura 21: Tramo superior

### 3.1.4. Perfiles normalizados empleados

En la siguiente tabla se muestran todos los tipos de perfiles utilizados para modelar la torre o fuste, para más información acerca de ellos consultar el [anexo 1](#).

Vigas principales	Angular L 150x150x15
Celosía tramo inferior	Angular L 90x90x8
Celosía tramo central y superior	Angular L 80x80x8
Perfiles transversales	Angular L 80x80x8

Tabla 1: Perfiles normalizados utilizados en la torre

### 3.2. Pluma o flecha

Compuesta por 7 tramos con una longitud resultante de 50 metros, su estructura está organizada en celosía.

Una celosía es una estructura reticular de barras rectas interconectadas en nodos formando triángulos planos (en celosías planas) o pirámides tridimensionales (en celosías espaciales). En muchos países se les conoce como armaduras o reticulados. El interés de este tipo de estructuras es que las barras trabajan predominantemente a compresión y tracción presentando comparativamente flexiones pequeñas. En este caso se trata de una celosía formando triángulos planos.

Alberga unos enganches para poder sujetarla al caballete mediante unos tirantes metálicos.



Figura 22: Pluma o flecha

A continuación se va a explicar la longitud de cada tramo, así como los perfiles y tubos empleados.

Los tres primeros tramos tienen una longitud de 10 metros cada uno y el tubo superior que acopla toda la estructura tiene un diámetro de 60 mm.

- El primero de ellos está compuesto por dos vigas UPN-160 unidas por tubos transversales de  $\frac{3}{4}$ ". Los tubos que componen la celosía tienen una sección de  $\frac{3}{4}$ ", 1" y  $1 - \frac{1}{4}$ ". El primer par de tubos que componen la estructura de la pluma son de 2".
- En el segundo tramo las vigas pasan a ser UPN-140, el resto de la estructura está compuesta por los mismos tubos que el primer tramo.
- El tercer tramo es similar al segundo, con el cambio de que la celosía de tubos está formada por tubos de sección  $\frac{1}{2}$ ", 1" y  $1 - \frac{1}{4}$ ". También en este tramo se colocan los enganches para sujetar los tirantes.

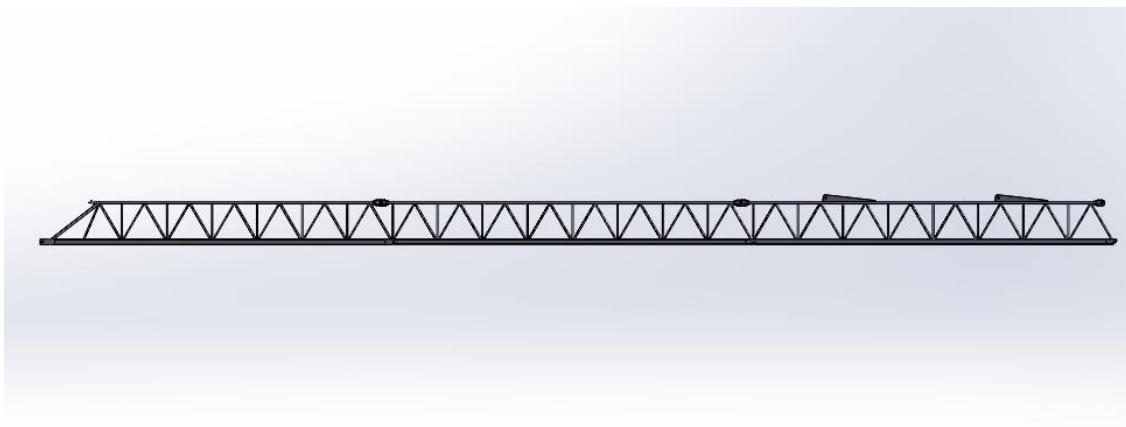


Figura 23: Tramos 1-3 de la pluma

Los 4 restantes tramos tienen una longitud de 5 metros cada uno, conformando la parte final de la estructura de la pluma. Estos tramos utilizan perfiles más “finos” que los tres anteriores, ya que soportan menos esfuerzos.

- El cuarto tramo está formado por dos vigas UPN-120, unidas transversalmente por tubos de sección  $\frac{1}{2}$  ". La celosía la componen tubos de sección 1" y  $1 - \frac{1}{4}$  ", mientras que el tubo superior sigue siendo de diámetro 60 mm.
- El quinto y sexto tramo son idénticos. Sus vigas principales son UPN-100, unidas por tubos de sección  $\frac{1}{2}$  ". La celosía está compuesta por tubos de sección  $\frac{3}{4}$  " y 1", y el tubo superior pasa a ser de diámetro 50 mm.
- Por último, el séptimo tramo es parecido a los dos anteriores. La diferencia radica en que sus vigas principales son UPN-80 y el tubo superior de 40 mm de diámetro.

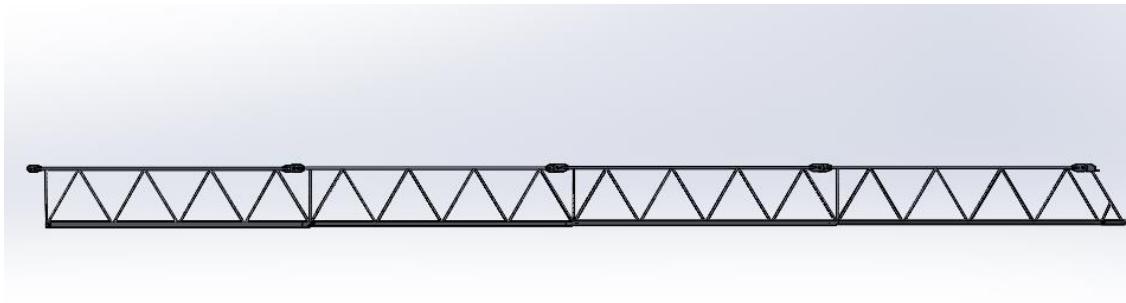


Figura 24: Tramos 4-7 de la pluma

### 3.3. Contrapluma o contraflecha

La contrapluma de esta grúa tiene una longitud de 10,8 metros. Sus vigas principales corresponden al perfil convencional UPN-240. Así mismo, los tres perfiles que unen ambas vigas principales son de la misma dimensión que éstas.

En este caso, para reforzar la estructura no se utilizan tubos circulares como en la pluma sino tubos rectangulares de 50,4 mm de lado.

La estructura conformada, con sus detalles y sujetos para los tirantes se puede observar en la siguiente imagen:

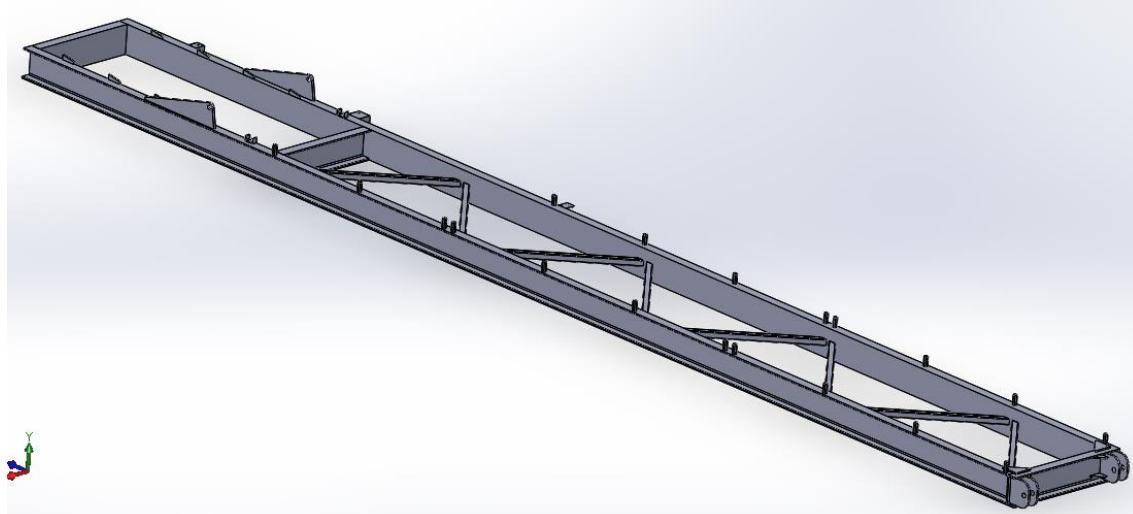


Figura 25: Contrapluma

## 4. INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

El método de los elementos finitos (MEF en castellano o FEM en inglés) es un método de cálculo utilizado en diversos problemas de ingeniería, que se basa en considerar al cuerpo o estructura dividido en elementos discretos, con determinadas condiciones de vínculo entre sí, generándose un sistema de ecuaciones que se resuelve numéricamente y proporciona el estado de tensiones y deformaciones. También se utiliza en matemáticas como método nodal aproximado para resolver ecuaciones diferenciales en forma numérica.

Es un procedimiento numérico aplicable a un gran número de problemas con condiciones de contorno impuestas (en las estructuras las condiciones de contorno serían: restricciones en los grados de libertad y cargas externas). Varios de estos problemas no tienen solución analítica o es muy difícil obtenerla, por lo que se convierte en la única alternativa de resolución.

Si bien fue originalmente desarrollado para el análisis de estructuras, con este método se pueden representar entre otros, los siguientes fenómenos físicos: fenómenos termodinámicos como la distribución de temperaturas en un sólido, la simulación de efectos dinámicos como el choque entre dos cuerpos, comportamiento de la corteza terrestre en la geomecánica, etc.

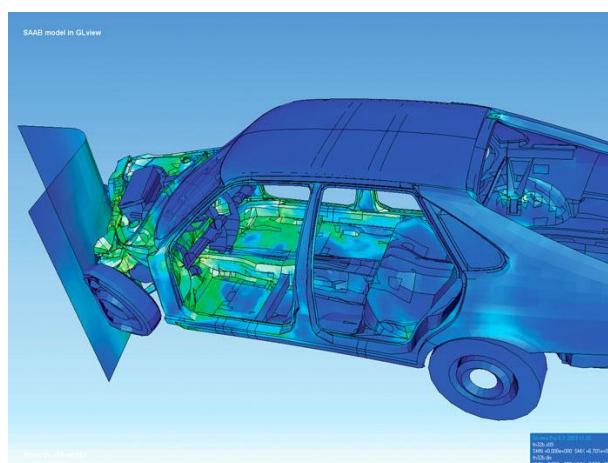


Figura 26: Método de Elementos Finitos

#### 4.1. Concepto

La base del método de los elementos finitos es la representación de un cuerpo por un ensamblaje de subdivisiones llamadas elementos. Estos elementos se interconectan a través de puntos llamados nodos.

Una manera de discretizar un cuerpo o estructura es dividirla en un sistema equivalente de cuerpos pequeños, tal que su ensamblaje represente el cuerpo original. La solución que se obtiene para cada unidad se combina para obtener la solución total. Por ende, la solución del problema consiste en encontrar los desplazamientos de estos puntos y a partir de ellos, las deformaciones y las tensiones del sistema analizado. Las propiedades de los elementos que unen a los nodos, están dadas por el material asignado al elemento, que definen la rigidez del mismo, y la geometría de la estructura a modelizar (a partir de las Leyes de la Elástica). Las deformaciones y las fuerzas externas se relacionan entre sí mediante la rigidez y las relaciones constitutivas del elemento. Trabajando en régimen elástico, las ecuaciones que definen el sistema pueden expresarse de forma matricial como se muestra a continuación:

$$[K] \cdot \{\delta\} = \{F\}$$

Donde :

- $[K]$ : es la matriz rigidez del sistema
- $\{\delta\}$ : es el vector desplazamientos
- $\{F\}$ : es el vector de cargas

#### 4.2. Tipos de elementos

Los tipos de elementos utilizados generalmente en la resolución a través del método de elementos finitos son:

- Elementos Lineales (1-D):



Figura 27: Elemento lineal

Estos pueden ser:

- Resortes
- Barras
- Vigas

- Elementos Planos (2-D):

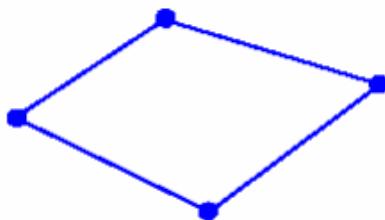


Figura 28: Elemento plano

Estos pueden ser:

- Membranas
- Placas

- Elementos sólidos (3-D):

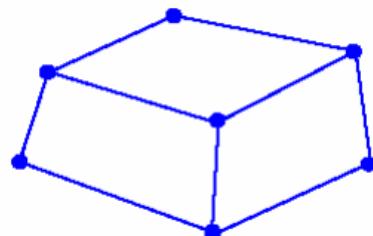


Figura 29: Elemento sólido

Es importante destacar que se pueden utilizar combinaciones de estos elementos actuando en conjunto.

#### 4.3. Proceso de análisis por Elementos Finitos

El proceso de análisis por Elementos Finitos se puede describir como:

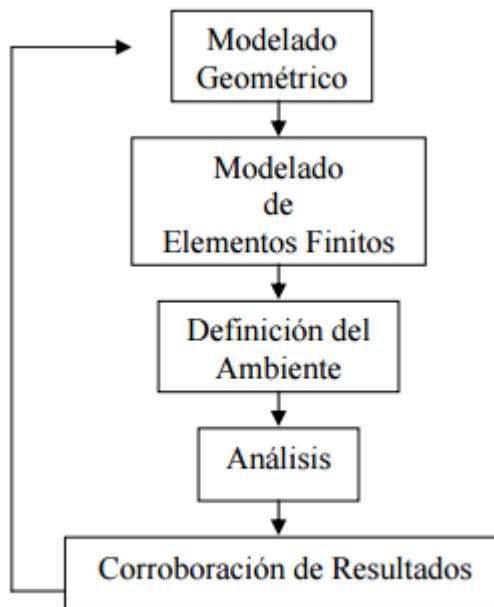


Figura 30: Esquema de análisis por Elementos Finitos

- Modelado Geométrico: creación del modelo geométrico del objeto o del conjunto. Reproducción del sólido en forma precisa y de la geometría de la superficie.
- Modelado de Elementos Finitos: subdividir la geometría del modelo en elementos discretos. Asignar las propiedades del material y del elemento.
- Definición del Ambiente: aplicar las cargas y las condiciones de contorno para simular el ambiente de la operación.
- Análisis: calcular los resultados (tensiones, deformaciones, etc.) a partir de análisis estáticos, dinámicos o de transferencia de calor.

- Corroboration of results: compare the results with the design criteria. Redesign the structure and repeat the process if necessary.

En la actualidad la utilización de este método ha crecido notablemente debido a la utilización de software avanzado (además de un hardware potente que debe poseer gran velocidad y mucha memoria). Los software más utilizados en la actualidad son Ansys, Abaqus, PTC Creo Parametric y SolidWorks.

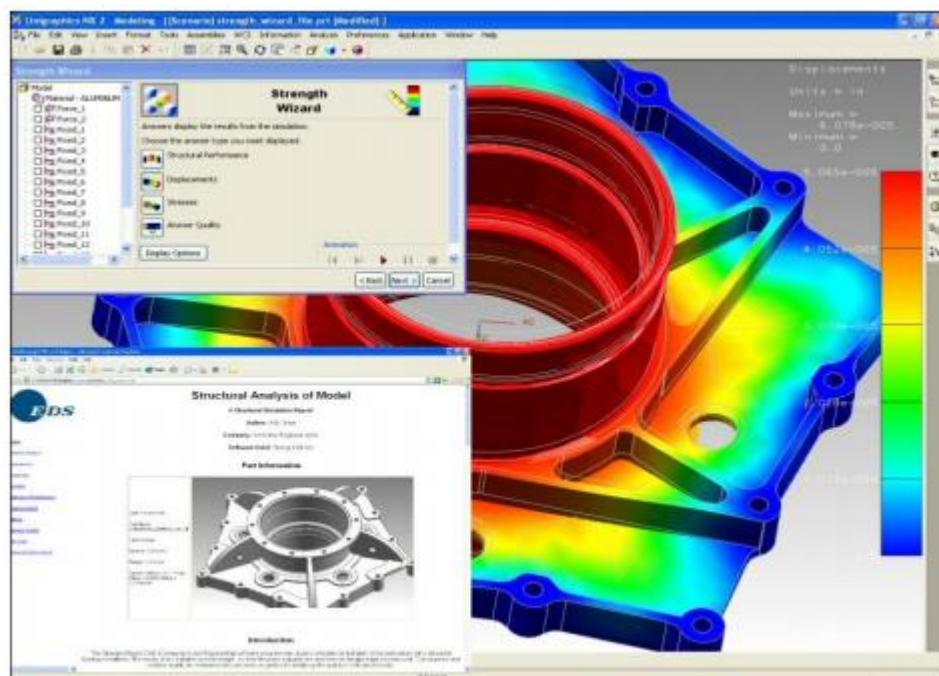


Figura 31: Software empleado en el MEF

Cabe destacar que la utilización de software no implica la obtención del resultado exacto y real, es solo una aproximación y está en el criterio del usuario el saber diferenciar entre un resultado coherente y uno que no lo es, además de conocer los márgenes de error y las limitaciones del modelo y el método.

## 5. DEFINICIÓN DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

Se ha generado el modelo de elementos finitos de la grúa torre utilizando el programa Ideas. Este software destaca por su potencia a la hora de realizar esta tarea.

El primer paso es importar el modelo geométrico creado en SolidWorks, ya que una ventaja de utilizar ambos softwares es que sus archivos son compatibles, lo cual facilita la posibilidad de diseñar el modelo en uno de ellos y realizar el modelo de elementos finitos en el otro aprovechando al máximo sus funcionalidades.

Se van a utilizar elementos tipo barra porque es el tipo de elemento que más se asemeja a la estructura de nuestro modelo. Cada uno de estos elementos tendrá la sección original de la parte del modelo geométrico al que representa.

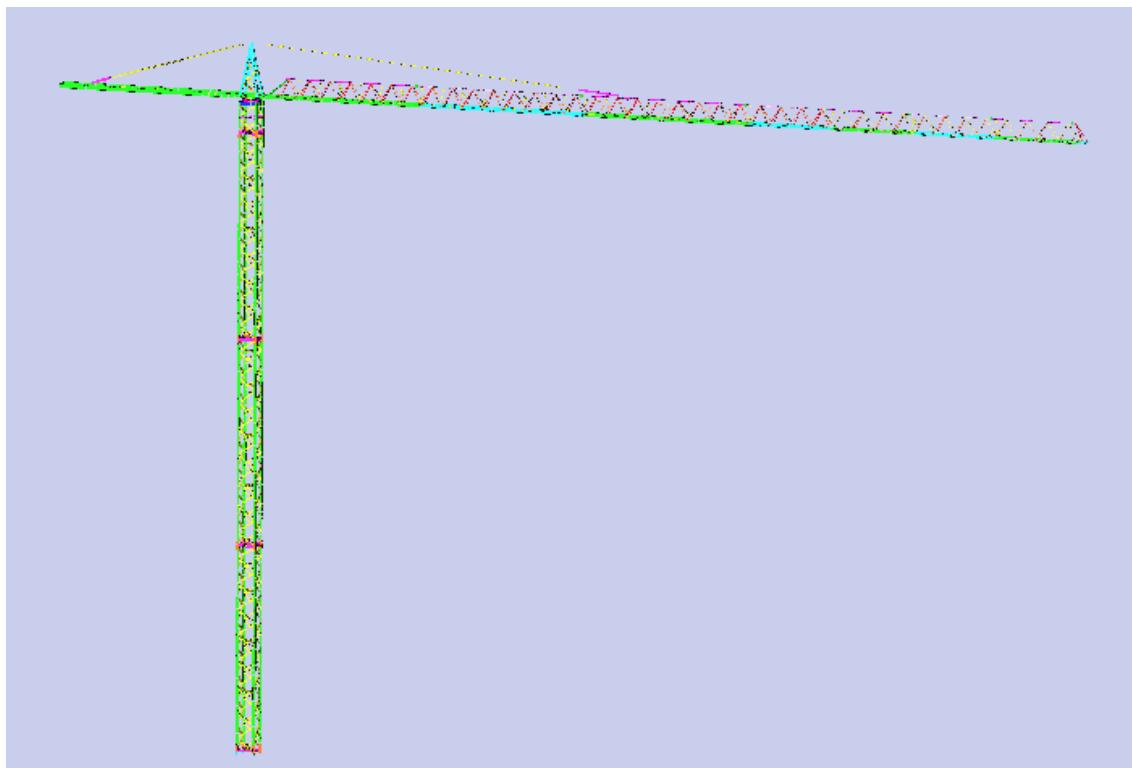


Figura 32: Grúa completa modelada en Elementos Finitos

### 5.1. Modelo de Elementos Finitos de la torre

La torre está compuesta por un total de 2018 elementos, con 1760 nodos uniendo los respectivos elementos. Cada nodo tiene 3 desplazamientos en el espacio y 3 giros, lo que hace un total de 10560 grados de libertad.

En la siguiente tabla se muestran la cantidad de elementos que hay en función de su sección:

Sección	Nº de elementos	Color del elemento
Angular L 150x150x15	708	Green
Angular L 90x90x8	316	Yellow
Angular L 80x80x8	934	Yellow
Tocho	4	Red
Tocho2	12	Red
Angular+Tocho	8	Brown
Angular+Tocho2	12	Brown
Angular+Telescópico	12	Orange

Tabla 2: Elementos de la torre clasificados por sección

Para crear los elementos que unen los tramos de la torre con la mayor exactitud posible se utilizan 5 secciones auxiliares:

- Tocho: representa el tocho de metal de sección 120x120 mm utilizado para realizar la unión del tramo inferior con el empotramiento.
- Tocho2: representa el tocho de metal de sección 120x120 mm utilizado para realizar la unión entre los tramos de la torre.
- Angular+Tocho: sección de la viga principal con el tocho de metal utilizado en la unión del tramo inferior con el empotramiento.
- Angular+Tocho2: sección de la viga principal con el tocho de metal utilizado en la unión entre los tramos de la torre.
- Angular+Telescópico: sección del perfil telescópico donde va encastrado el tocho del perfil superior.

Para entender bien este proceso se va a poner un ejemplo, la unión entre el tramo superior y central:

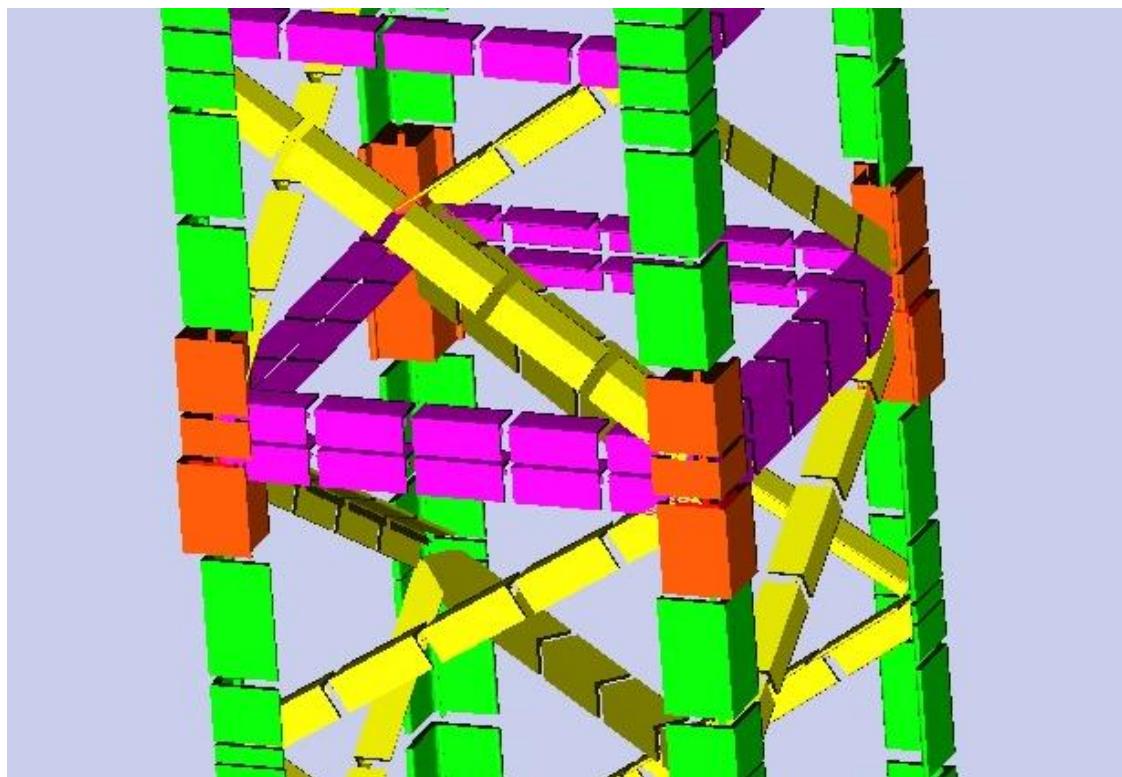


Figura 33: Unión tramo central-superior

Los tres elementos consecutivos representados en naranja conforman esta unión. Nombrándolos del más alto al más bajo, el primero y segundo tienen la sección “Angular+Tocho2”. Estas secciones conforman una sola porque en realidad están completamente unidas. El tercer elemento naranja corresponde a la sección “Angular+Telescópico” dentro de la cual hay un cuarto elemento superpuesto, con la sección “Tocho2” y representado en color rojo. En este caso, estos elementos están separados al igual que en la realidad ya que su unión se realiza encajándolos.

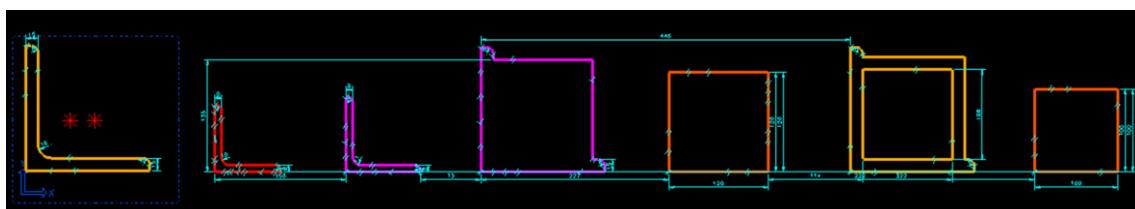


Figura 34: Diferentes tipos de secciones

A continuación se muestran, de izquierda a derecha, el tramo inferior y los dos tramos centrales, los cuales son idénticos:

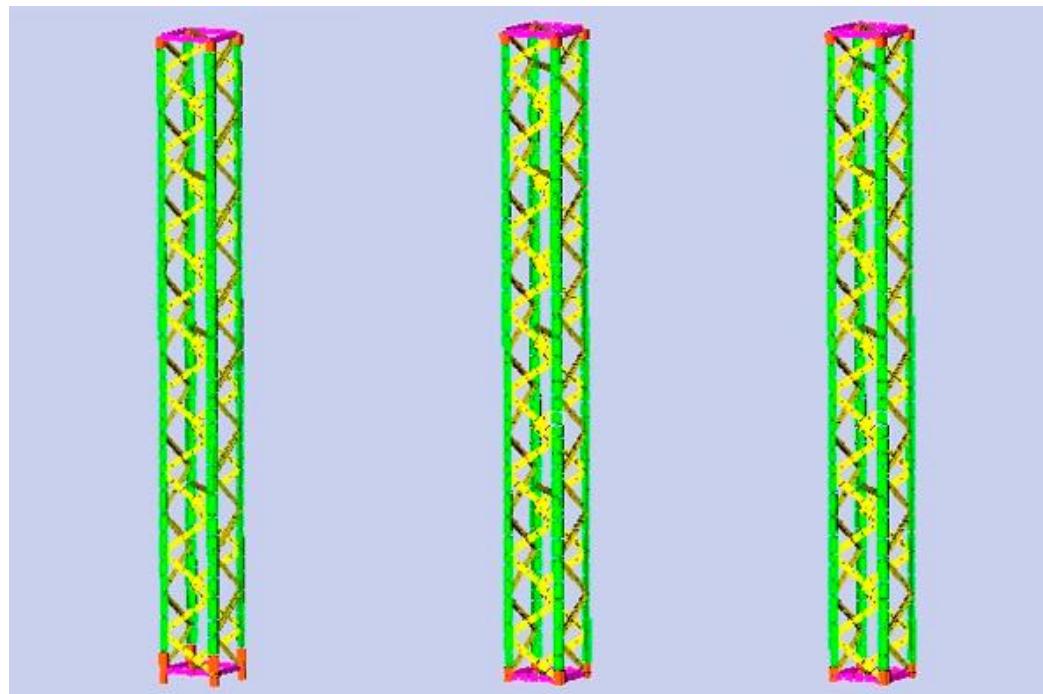


Figura 35: Diferentes tramos del fuste

Y por último el tramo superior:

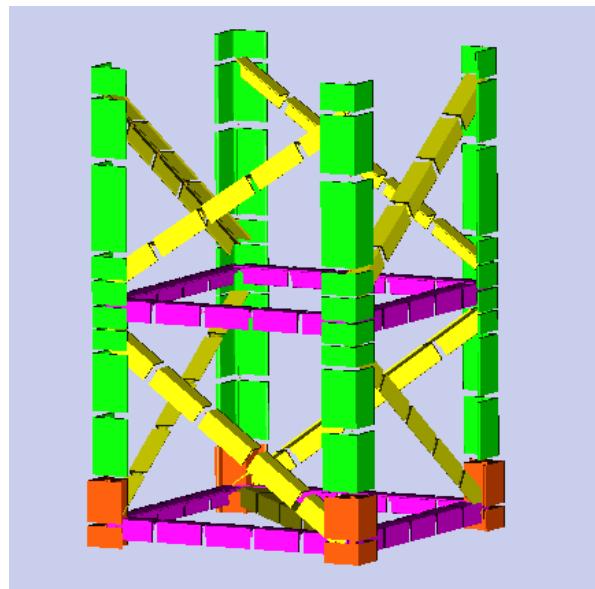


Figura 36: Tramo superior con Elementos Finitos

## 5.2. Modelo de Elementos Finitos de la pluma

La pluma cuenta con un total de 3211 elementos y 2821 nodos. Cada nodo tiene 3 desplazamientos en el espacio y 3 giros, en total 16926 grados de libertad. En la siguiente tabla se representan la cantidad de elementos que hay en función de su sección:

Sección	Nº de elementos	Color del elemento
UPN-160	204	Green
UPN-140	391	Cyan
UPN-120	100	Cyan
UPN-100	200	Green
UPN-80	117	Green
TUBO-60DIAMETRO	152	Magenta
TUBO-50DIAMETRO	40	Magenta
TUBO-40DIAMETRO	22	Magenta
OREJETA	14	Dark Green
TUBO-2	12	Green
TUBO-1	390	Orange
TUBO-1-1/4	284	Red
TUBO-3/4	815	Yellow
TUBO-1/2	470	Brown

Tabla 3: Elementos de la pluma clasificados por sección

Los cinco primeros tipos de elementos corresponden a las vigas principales de la pluma, cada tramo con su sección correspondiente, empezando el primer tramo con vigas UPN-160 y reduciéndose hasta el último tramo que está compuesto de vigas UPN-80. Los restantes tipos de elementos aluden a los diferentes tubos circulares que completan la estructura de la pluma. Los primeros, cuyo diámetro se muestra en milímetros, son los que unen toda la estructura de la pluma por la parte superior, mientras que el resto, medidos en pulgadas, son los que la refuerzan. La sección "orejeta" corresponde a la chapa de unión entre los tramos por la parte superior.

A continuación se muestran los dos primeros tramos de la pluma, representados con sus elementos correspondientes. El resto de los tramos son similares.

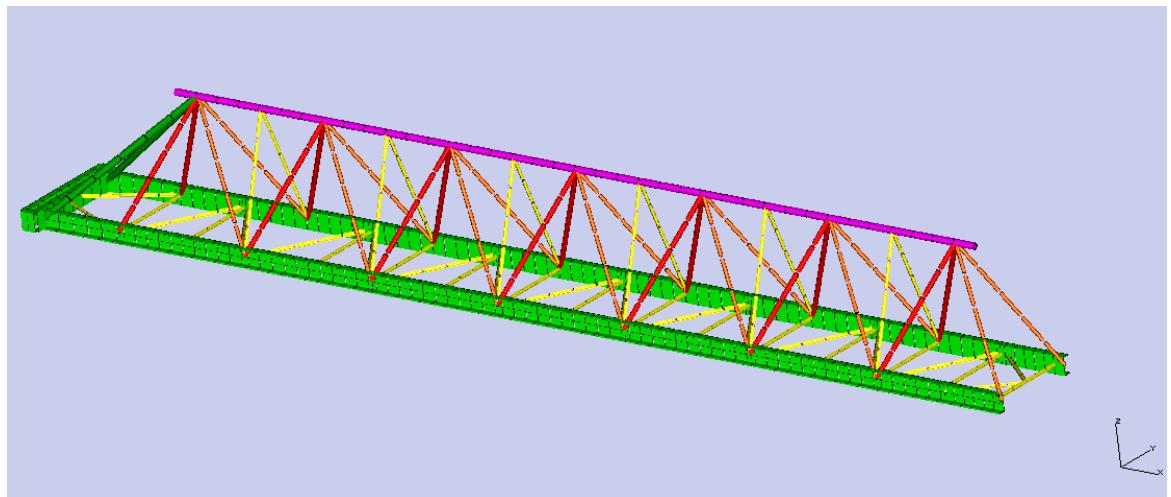


Figura 37: Primer tramo de la pluma representado con Elementos Finitos

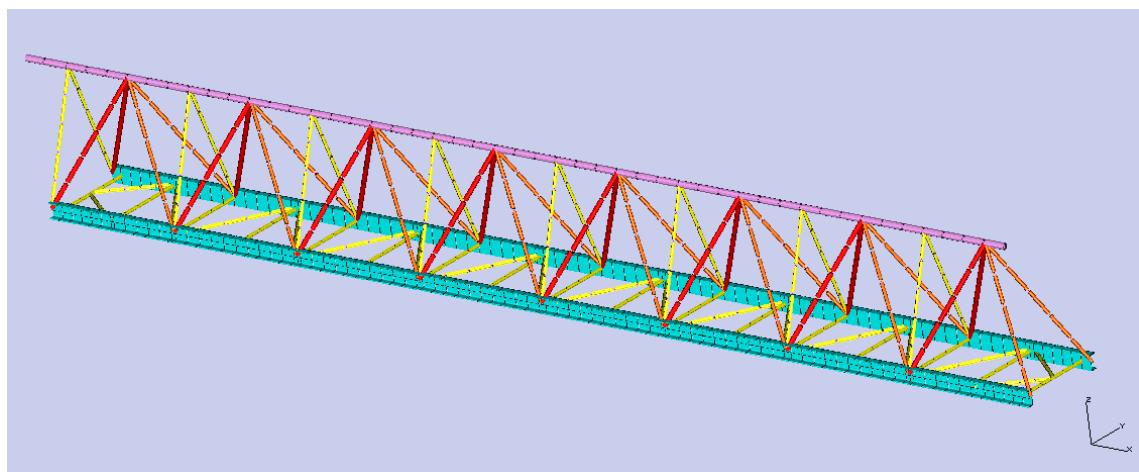


Figura 38: Segundo tramo de la pluma representado con Elementos Finitos

Para simular la unión entre los distintos tramos se realiza lo siguiente:

- En la parte superior, se crea un elemento con la sección transversal de las orejetas que unen los tramos. Posteriormente a ese elemento se le coloca una rótula, que limite todos desplazamientos y momentos menos el momento flector en Z.

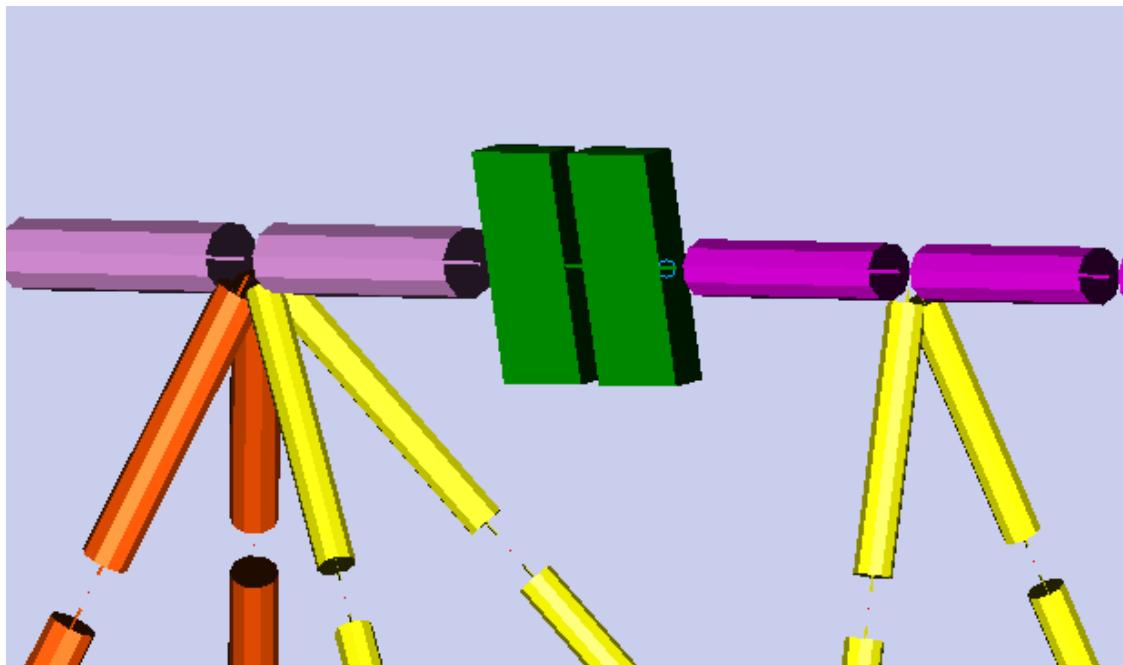


Figura 39: Rótula en la unión superior de los tramos de la pluma

- Por otra parte, en la parte inferior se realiza otra rótula limitando todo menos el momento flector en Y y Z.

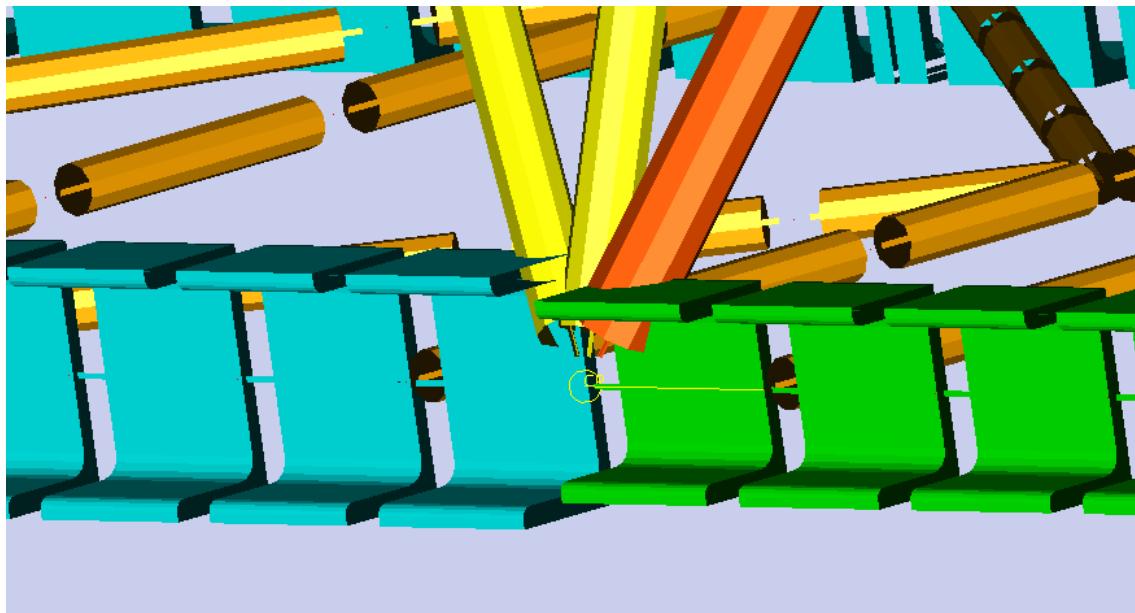


Figura 40: Unión por la parte inferior de los tramos de la pluma

### 5.3. Modelo de Elementos Finitos de la contrapluma

En este caso, la contrapluma cuenta con 118 elementos y 109 nodos. Cada nodo tiene 3 desplazamientos en el espacio y 3 giros, en total 6 grados de libertad. Su representación es la siguiente:

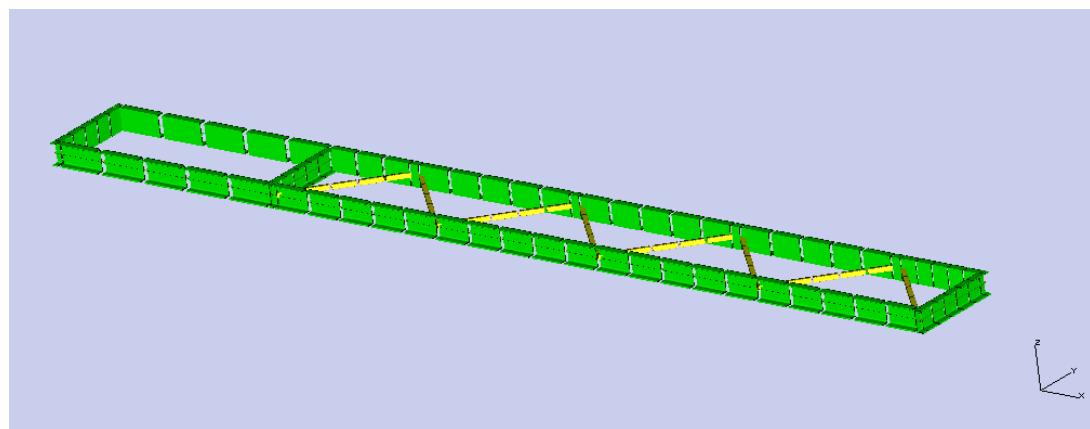


Figura 41: Contrapluma representada con Elementos Finitos

Como en los anteriores apartados, en la tabla se muestra la cantidad de elementos que corresponden a cada sección:

Sección	Nº de elementos	Color del elemento
UPN-240	78	Green
TUBO-50.4	40	Yellow

Tabla 4: Elementos de la contrapluma clasificados por sección

#### 5.4. Modelo de Elementos Finitos de la corona

La corona que permite la rotación de la pluma y contrapluma se modela al igual que el resto de partes:

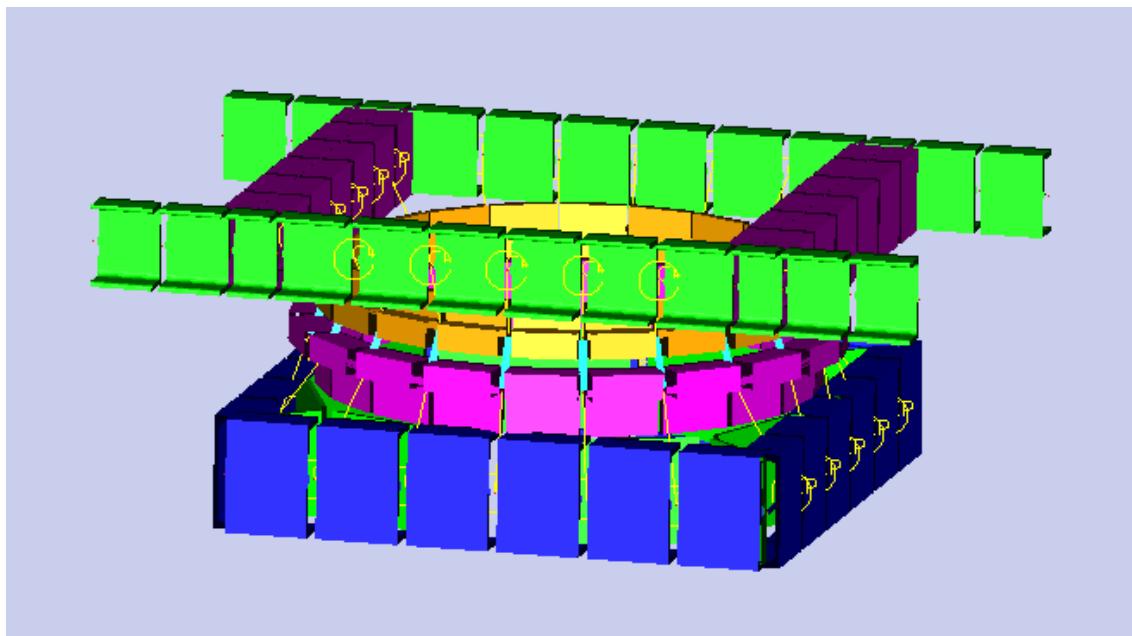


Figura 41: Corona modelada con Elementos Finitos

Para realizar las uniones lo más similares a la realidad se utilizan tres tipos de uniones:

- Unión azul-rosa: Coupled Dof, es decir, acoplamiento de los grados de libertad.
- Unión rosa-naranja: elemento tipo rígido, el cual no se deforma y su única función es la realizar la unión. En la imagen anterior se puede visualizar como el elemento de color cyan.
- Unión naranja-verde: Coupled Dof.

### 5.5. Modelo de Elementos Finitos del caballete y tirantes

Es necesario modelar el caballete para poder colocar los tirantes que sujetan la pluma y contrapluma. El caballete está formado principalmente por elementos que tienen como sección un perfil angular 150x150x15 (color cyan) y como refuerzo elementos de perfil angular 80x80x8 (color amarillo).

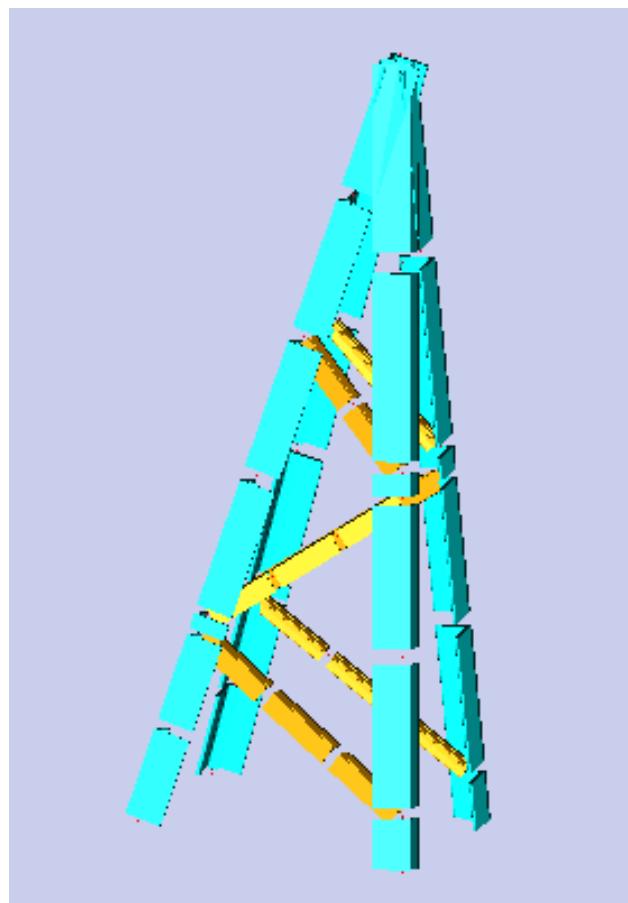


Figura 42: Caballete modelado con Elementos Finitos

Desde la parte alta del caballete sale un tirante hacia la pluma y dos tirantes hacia la parte de la contrapluma. Estos tirantes tienen una sección de 50 mm de diámetro.

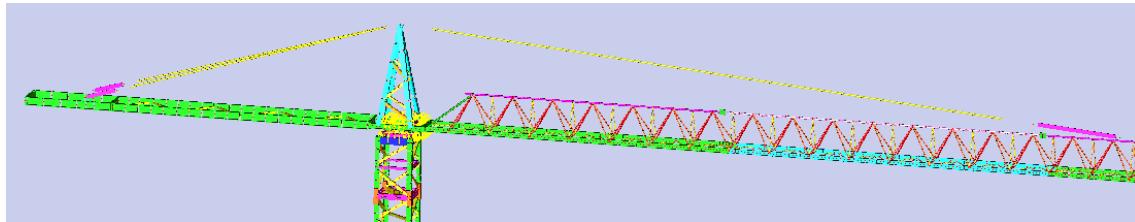


Figura 43: Tirantes en el conjunto de la grúa

La unión del tirante con la pluma/contrapluma no se realiza directamente en un punto. Al realizar los análisis esto podría causar un error ya que todas las tensiones convergerían en ese punto de unión, cuando realmente se repartirían por la pieza donde se realiza la unión.

La solución propuesta es dividir ese punto en tres apoyos, los cuales están unidos por elementos tipo rígido, los cuales permitirán solucionar lo explicado en el párrafo anterior. En la siguiente imagen se puede observar esto:

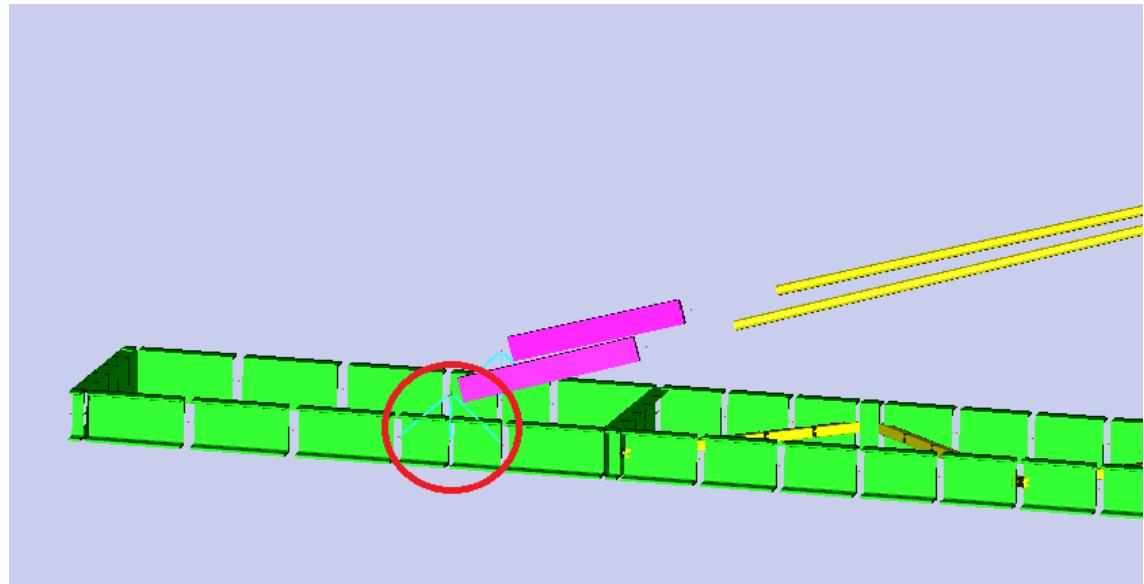


Figura 44: Elementos tipo rígido

## 6. CÁLCULO ESTRUCTURAL

El cálculo estructural estático permite determinar el valor de las tensiones a las que está sometido el aparato de elevación durante su funcionamiento. Las fases a seguir son las siguientes:

1. Obtención de solicitudes y combinaciones de ellas que actúan sobre la estructura.
2. Obtención de desplazamientos, esfuerzos, tensiones y reacciones existentes en cada uno de los elementos resistentes mediante el proceso de cálculo correspondiente.
3. Comprobación de los valores obtenidos con los valores admisibles de desplazamientos y tensiones.

Antes de comentar las solicitudes e hipótesis de cálculo estudiadas se van a distinguir los dos tipos de estados límite empleados en el cálculo estructural, que tienen el objeto de asegurar con un margen de seguridad razonable que la respuesta máxima favorable de la estructura en cada una de las situaciones es superior a la exigencia real sobre la estructura.

- Estados límite últimos (ELU):

Aquellos que, si se sobrepasan, originan una puesta fuera de servicio de la estructura, por fallo global o de una parte de la misma (pérdida de equilibrio, inestabilidad, agotamiento resistente, etc.).

- Estados límite de servicio (ELS):

Aquellos que, si se sobrepasan, hacen que no se cumplan los requisitos de funcionalidad, comodidad o estética (deformaciones excesivas, vibraciones, etc.).

## 6.1. Tipos de solicitudes

En el anexo 2 se explican las reglas que han de seguirse para la definición y la combinación de solicitudes que se han de considerar en el cálculo de las estructuras y de los mecanismos de los aparatos de elevación en general, según la norma UNE 58-132-2.

### Cargas que actúan sobre la grúa:

- PP: Peso Propio
- CP: Carga Permanente (peso de las piedras del contrapeso)
- CR-20: Peso del carro situado a 20 metros del fuste
- CR-P: Peso del carro situado en la punta
- P-20: Peso de la carga situada a 20 metros del fuste (máximo del fabricante: 25kN; máximo de nuestro diseño: 40kN)
- P-P: Peso de la carga situada en la punta (máximo del fabricante: 10kN; máximo de nuestro diseño: 15kN)
- VI-F: Viento en funcionamiento
- VI-P: Viento en parada

### Posibles situaciones de la grúa:

- En funcionamiento: Carro vacío o cargado. Viento máximo de 60 km/h, por encima de ese rango se activa el sistema de bloqueo.
- En parada: Carro vacío, posicionado a 20 m del fuste. Viento longitudinal a la flecha, porque la grúa se posiciona en situación de veleta. Valor máximo del viento de 125 km/h.

## 6.2. Hipótesis de cálculo

Las hipótesis que consideramos en el cálculo de todos los modelos son las siguientes:

Hipótesis	PP	CP	CR-20	CR-P	P-20	P-P	VI-P	VI-F
I	x	x	x					
II	x	x	x				x	
III	x	x		x		x		
IV	x	x	x		x			
V	x	x		x		x		x
VI	x	x	x		x			x
VII	x	x		x				x
VIII	x	x	x					x

Tabla 5: Hipótesis de cálculo

Hipótesis	Descripción
I	Grúa en vacío sin viento
II	Grúa en vacío en parada
III	Grúa cargada en punta sin viento
IV	Grúa cargada en 20 metros sin viento
V	Grúa cargada en punta en funcionamiento
VI	Grúa cargada en 20 metros en funcionamiento
VII	Grúa en vacío con carro en punta en funcionamiento
VIII	Grúa en vacío con carro en 20 metros en funcionamiento

Tabla 6: Descripción de las hipótesis de cálculo

## 7. CONDICIONES DE CONTORNO

Las condiciones de contorno son los puntos donde la estructura queda vinculada al exterior. En los casos más habituales de estructuras en edificación las condiciones de contorno las determinan los cimientos. Desde el punto de vista del modelo para el cálculo lo que interesa son las restricciones al movimiento que los apoyos introducen a la estructura.

## 7.1. Apoyos

Al tratarse de una grúa empotrada, el único apoyo que será necesario es este empotramiento en la parte inferior de la torre. En la siguiente imagen se muestra la restricción impuesta mediante el software Ideas:

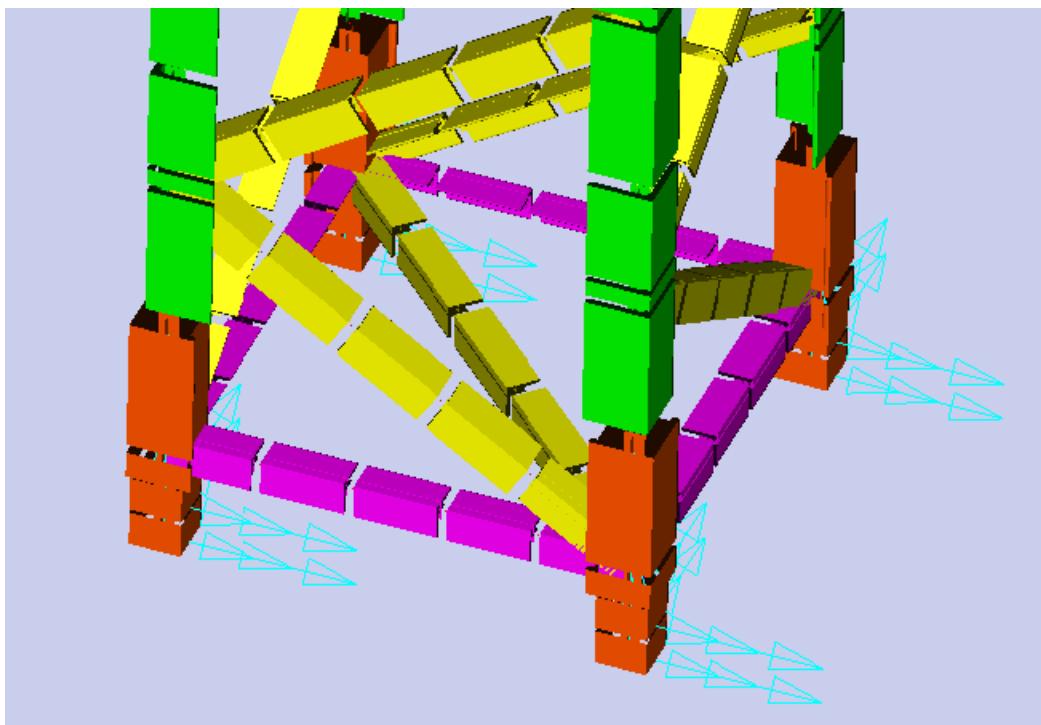


Figura 45: Empotramiento impuesto en Ideas

Por otra parte las uniones entre las distintas partes de la torre grúa ya se han definido en el apartado 5, en el subapartado correspondiente a cada parte.

## 7.2. Cargas

Las cargas enumeradas en el apartado 6.1 son introducidas en Ideas de la siguiente forma:

- PP: el peso propio de todo el conjunto de la grúa es calculado automáticamente por el software al añadirse la fuerza de la gravedad.

- CP: el peso de la carga permanente corresponde a 95 kN (4 piedras de 2 t. y una piedra de 1,5 t.). Es introducida en los nodos de la contraflecha donde es colocada en la realidad. Su valor es repartido entre los cuatro nodos.

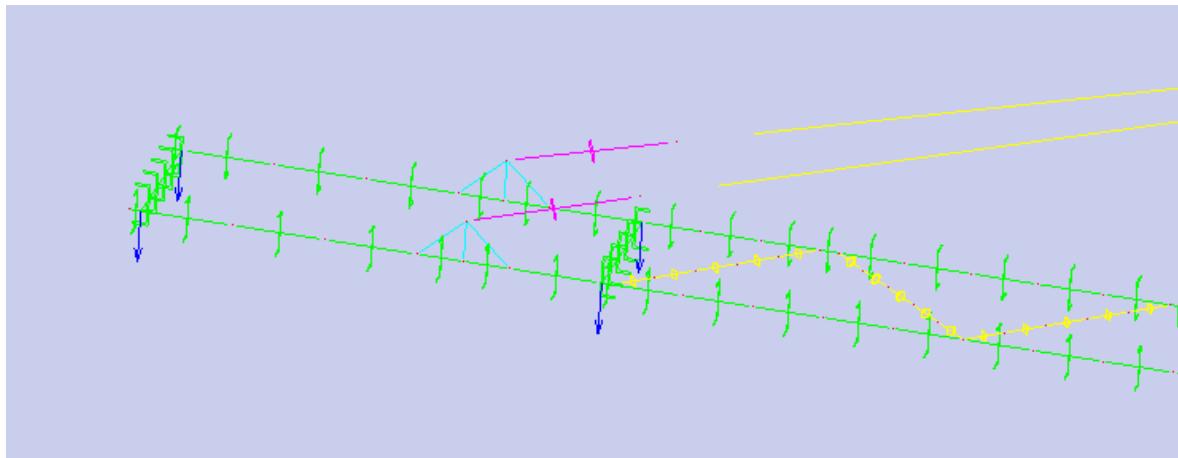


Figura 46: Carga Permanente

- CR-20 y CR-P: el peso del carro (2,1 kN) también se coloca en los nodos, utilizando una anchura de una modulación de la pluma aproximadamente. Tanto para el caso a 20 metros del fuste como en la punta de la pluma el procedimiento es el mismo.

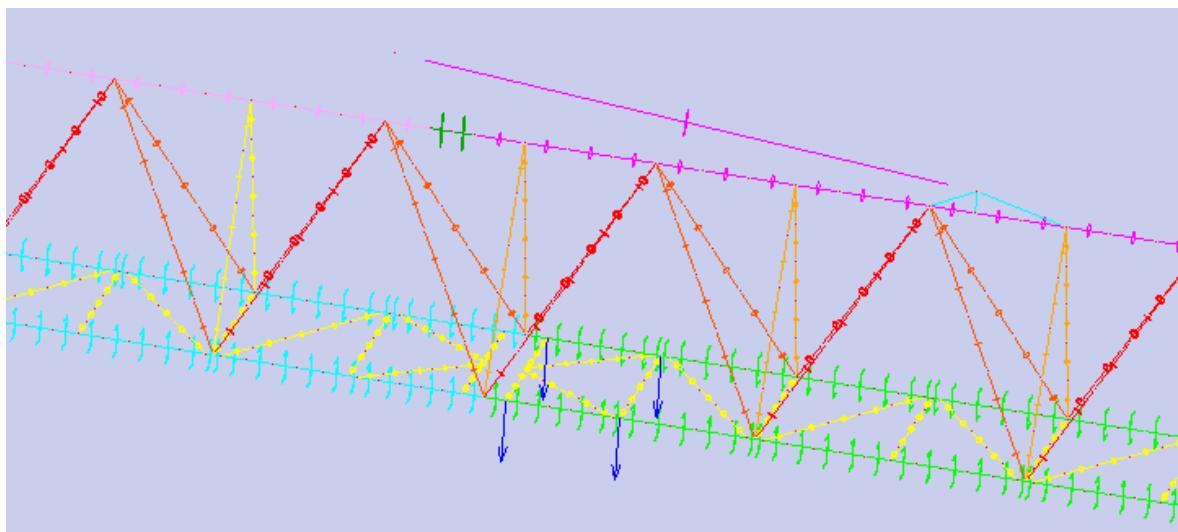


Figura 47: Peso del carro

- P-20 y P-P: el peso de la carga se introduce igual que el del carro, ya que van ligados, la única diferencia entre estos dos tipos de cargas es la diferenciación de cuando el carro va cargado o va vacío. Para cada uno de los dos casos se le aplica la carga explicada en el apartado 6.1.

Antes de explicar las dos situaciones donde actúa el viento, es necesario explicar el método utilizado para calcular las cargas a introducir en el modelo. A partir de la fórmula del empuje del viento de la IAP – Instrucciones sobre acciones en puentes de carreteras, se calcula cada fuerza para cada tipo de elemento:

$$F_w = \left[ \frac{1}{2} \rho v_b^2(T) \right] c_e(z) c_r A_{ref}$$

siendo:

$F_w$  empuje horizontal del viento [N]

$\frac{1}{2} \rho v_b^2(T)$  presión de la velocidad básica del viento  $q_b$  [N/m<sup>2</sup>]

$\rho$  masa específica del aire, que se tomará igual a 1,25 kg/m<sup>3</sup>

$v_b(T)$  velocidad básica del viento [m/s] para un periodo de retomo  $T$

$c_r$  coeficiente de fuerza del elemento considerado

$A_{ref}$  área de referencia para el cálculo del empuje en la dirección del viento [m<sup>2</sup>]

Cargas de viento sobre la grúa				Parada			
Funcionamiento		Velocidad		Velocidad		Presión dinámica	
Velocidad	60 km/h			Velocidad	125 km/h		
Velocidad	16,67 m/s			Velocidad	34,72 m/s		
Presión dinámica	173,61 N/m <sup>2</sup>			Presión dinámica	753,52 N/m <sup>2</sup>		
		Coef. arrastre		Anchura		Coef. arrastre	
Perfil		Presión [N/m <sup>2</sup> ] [m]		Presión [N/m <sup>2</sup> ] [m]		Anchura	
Fuste		381,94 0,15		57,29		1657,74 0,15	
L150x150x15		381,94 0,14		34,38		1657,74 0,09	
L90x90x8		381,94 0,09				149,20	
L80x80x8		381,94 0,08		30,56		1657,74 0,08	
Pluma		381,94 0,16		61,11		1657,74 0,16	
UPN-160		381,94 0,14		53,47		1657,74 0,14	
UPN-140		381,94 0,12		45,83		1657,74 0,12	
UPN-120		381,94 0,1		38,19		1657,74 0,1	
UPN-100		381,94 0,08		30,56		1657,74 0,08	
UPN-80		381,94 0,06		25,69		1657,74 0,06	
∅60		381,94 0,05		225,69		979,58 0,05	
∅50		381,94 0,04		225,69		979,58 0,04	
∅40		381,94 0,03		225,69		979,58 0,03	
2"		381,94 0,02		225,69		979,58 0,02	
1"		381,94 0,01		225,69		979,58 0,01	
1-1/4"		381,94 0,005		225,69		979,58 0,005	
3/4"		381,94 0,0025		225,69		979,58 0,0025	
1/2"		381,94 0,00125		225,69		979,58 0,00125	
Contraflecha		381,94 0,24		81,67		1657,74 0,24	
UPN-240		381,94 0,05		19,10		1657,74 0,05	
#50,4						82,89	
Caballete		381,94 0,15		57,29		1657,74 0,15	
L150x150x15		381,94 0,08		34,38		1657,74 0,08	
L80x80x8		381,94 0,07		30,56		1657,74 0,07	
Tirantes		381,94 0,12		45,83		1657,74 0,12	
#120x30		381,94 0,05		11,28		1657,74 0,05	
∅50		381,94 0,025		225,69		979,58 0,025	

Tabla 7: Excel empleada en el cálculo de las cargas de viento

- VI-F: para esta situación, el viento incide perpendicularmente en los elementos de la grúa. Por lo tanto, a cada elemento implicado se le aplica su fuerza del viento correspondiente calculada en la tabla Excel anterior. Se emplea una velocidad del viento de 60 km/h.

En algunos elementos se puede considerar que no influye el viento, debido a que otro elemento podría hacer de "pantalla", pero se van a considerar por motivos de mayor seguridad.

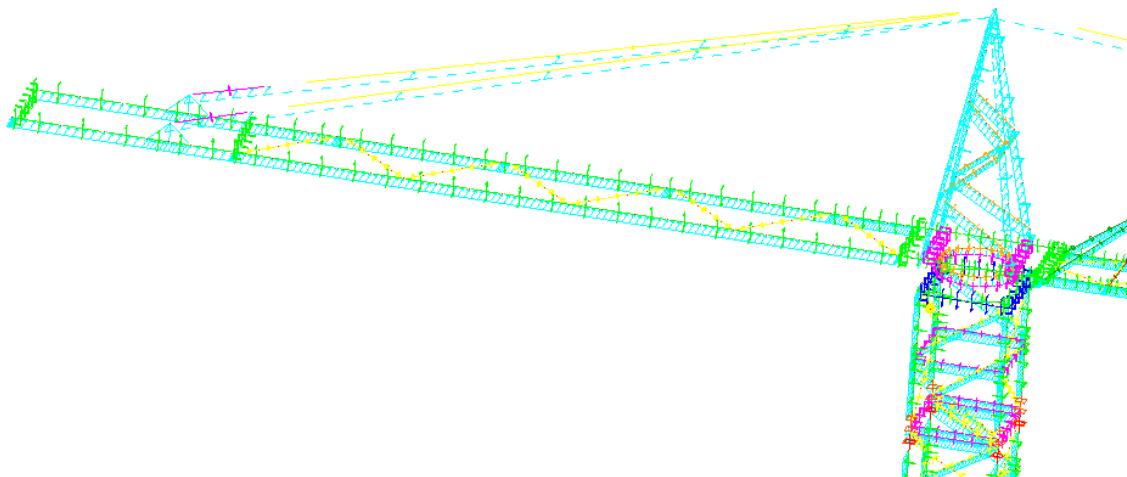


Figura 48: Viento en funcionamiento

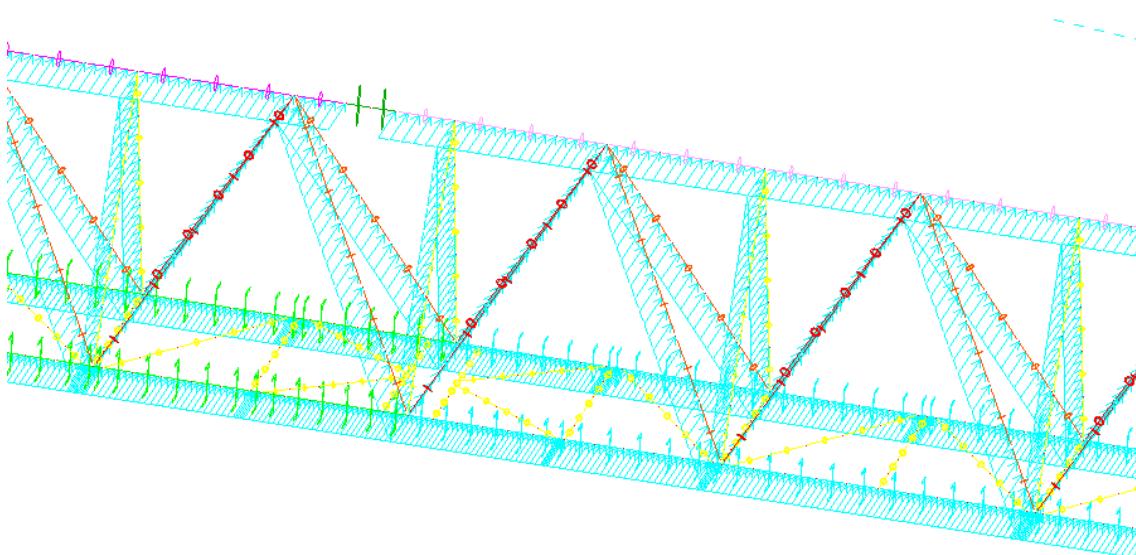


Figura 49: Detalle de la pluma con viento en funcionamiento

- VI-P: en el caso de estar la grúa fuera de servicio, esta actúa como una veleta, así que esta vez el viento incide de forma transversal en ella. Las cargas son calculadas para una velocidad del viento de 125 km/h.

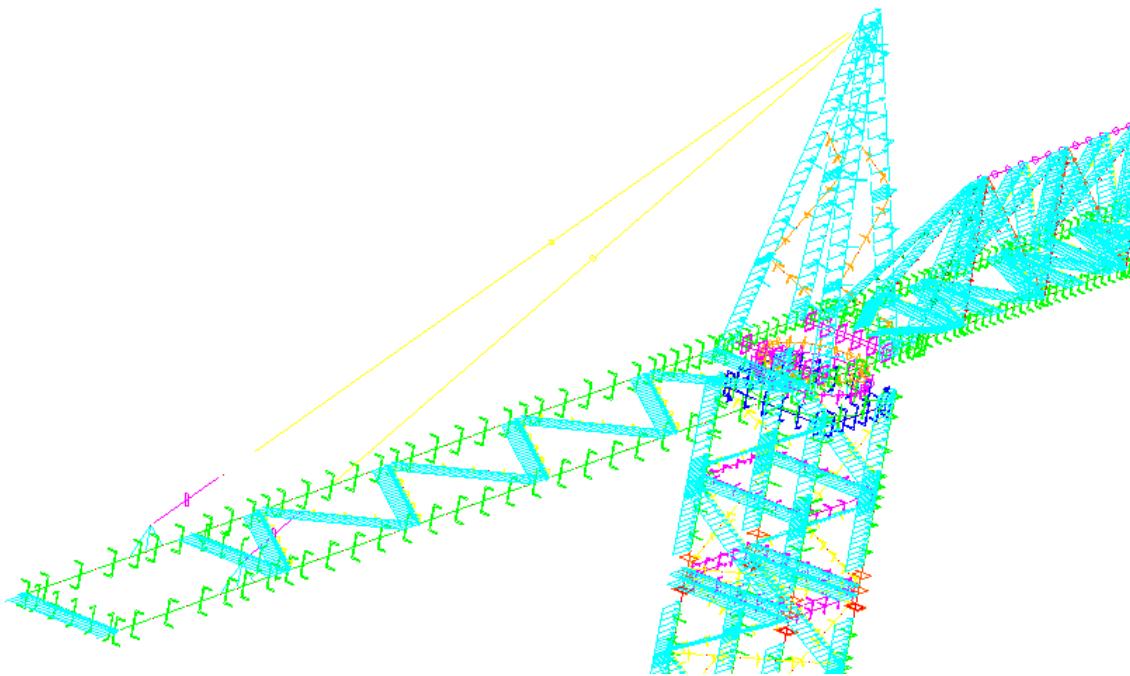


Figura 50: Viento en parada

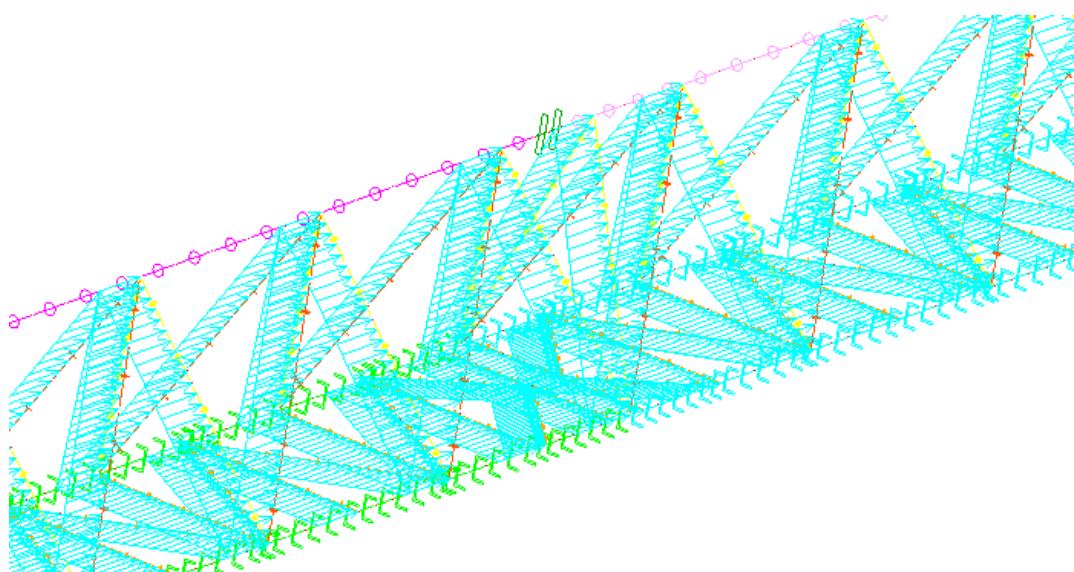


Figura 51: Detalle de la pluma con viento en parada

Posteriormente se realizan las combinaciones de los casos particulares definidas en el apartado 6.2.

## 8. RESULTADOS Y OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO

Los resultados de desplazamientos, respecto a cada hipótesis se muestran en la siguiente tabla:

ELS-Desplazamientos (mm)					
Caso	ux(mm)	uy(mm)	uz(mm)	u(mm)	u(m)
H1 (PP + CP + CR20)	61,8	3,78	261	268	0,268
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	443	3,72	984	1060	1,06
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	313	15,6	2230	2240	2,24
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	317	3,12	1700	1720	1,72
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	313	1090	2230	2500	2,5
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	317	1080	1700	2030	2,03
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	45,6	1080	439	1160	1,16
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	66,7	1080	263	1110	1,11

Tabla 8: Resultados de desplazamientos

No existe normativa específica para determinar el valor máximo permisible en desplazamientos. En la práctica se toma el valor aproximado del canto de la pluma. En este caso este valor es de 1,5 metros.

En la tabla anterior se demuestra que en las hipótesis 3, 4, 5 y 6 se sobrepasa esta limitación. A continuación se muestran los resultados de desplazamientos para estas situaciones (el valor de la leyenda está en mm.):

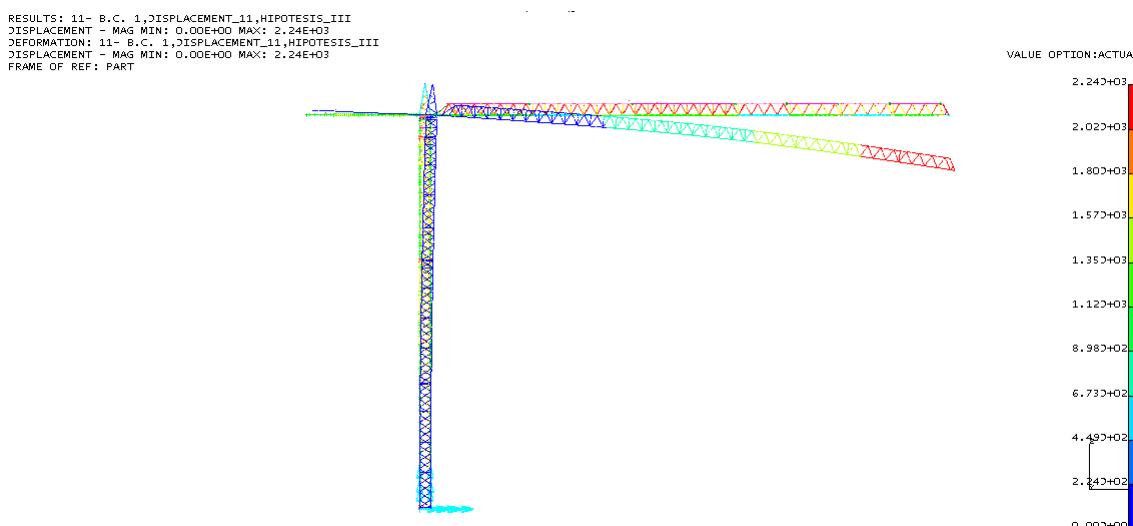


Figura 52: Desplazamientos en la hipótesis III

RESULTS: 12- B.C. 1,DISPLACEMENT\_12,HIPOTESIS\_IV  
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 1.72E+03  
DEFORMATION: 12- B.C. 1,DISPLACEMENT\_12,HIPOTESIS\_IV  
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 1.72E+03  
FRAME OF REF: PART

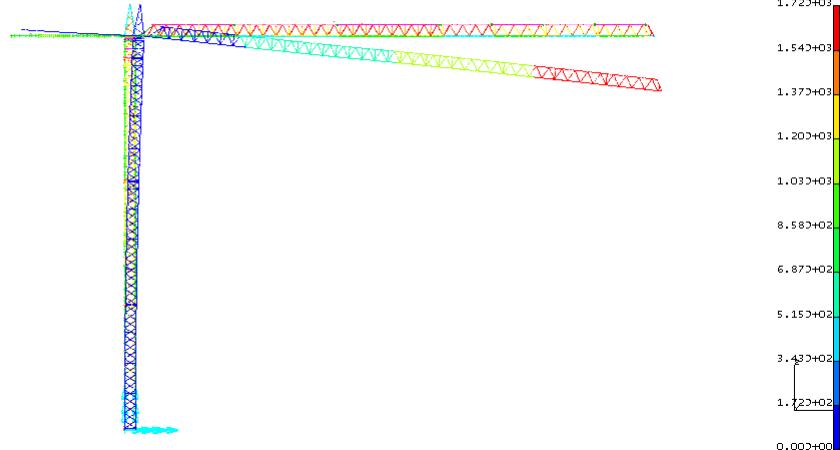


Figura 53: Desplazamientos en la hipótesis IV

RESULTS: 13- B.C. 1,DISPLACEMENT\_13,HIPOTESIS\_V  
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 2.50E+03  
DEFORMATION: 13- B.C. 1,DISPLACEMENT\_13,HIPOTESIS\_V  
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 2.50E+03  
FRAME OF REF: PART

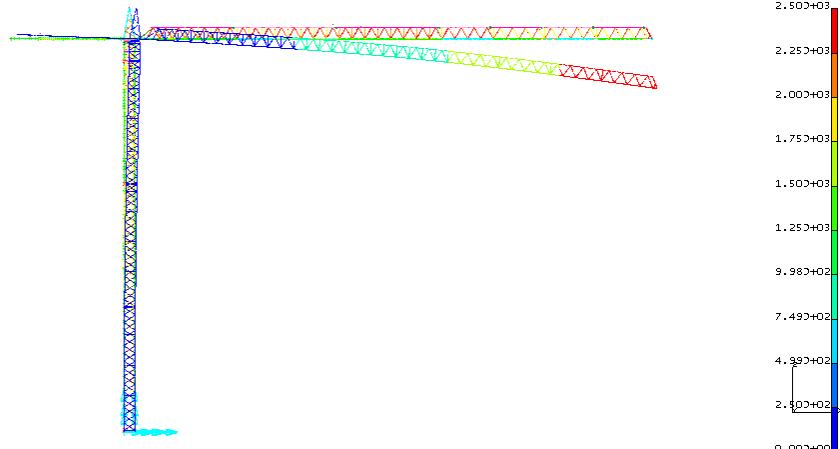


Figura 54: Desplazamientos en la hipótesis V

RESULTS: 14- B.C. 1,DISPLACEMENT\_14,HIPOTESIS\_VI  
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 2.03E+03  
DEFORMATION: 14- B.C. 1,DISPLACEMENT\_14,HIPOTESIS\_VI  
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 2.03E+03  
FRAME OF REF: PART

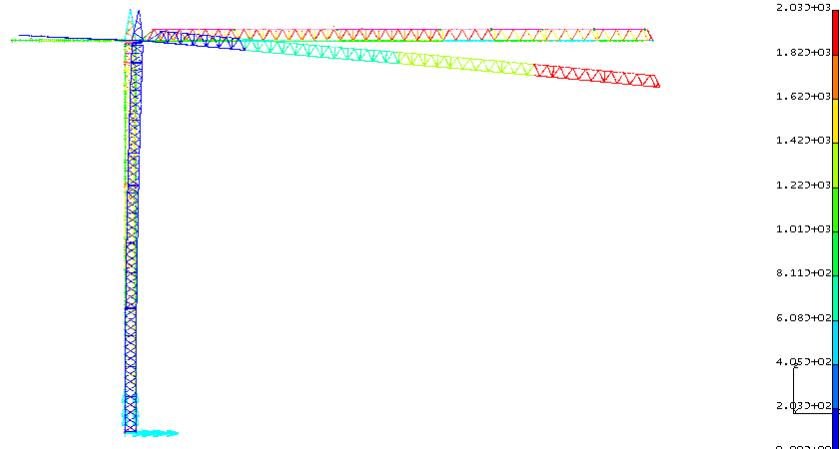


Figura 55: Desplazamientos en la hipótesis VI

Respecto al análisis de tensiones, al tratarse de estados límites últimos (ELU), los resultados de tensiones se van a mayorar con un coeficiente de 1,5 para asegurar un margen de seguridad. A su vez, con el fin de garantizar estas medidas de seguridad, el límite elástico del acero empleado se va a reducir en un 5%. La tasa de trabajo (tensión mayorada dividida entre el límite de cálculo) debe ser menor de 1.

Fuste: L150			
<b>ELU-Tensiones (MPa)</b>			
Coeficiente mayoración cargas (CS)	1,5		
Límite elástico acero ( $f_y$ )	275 MPa		
Coeficiente de minoración material	1,05		
Límite de cálculo ( $f_{y2}$ )	261,90 MPa		
Fuste: L90			Fuste: L80
<b>Caso</b>	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	5,8261	8,73915	0,03
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	59,7941	89,69115	0,34
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	13,8572	20,7858	0,08
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	14,2806	21,4209	0,08
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	29,8605	44,79075	0,17
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	30,2797	45,41955	0,17
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	20,7732	31,1598	0,12
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	21,6629	32,49435	0,12

Contraflecha: UPN240				Pluma: UPN160			
<b>Caso</b>	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo	<b>Caso</b>	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	440,4892	660,7338	2,52	H1 (PP + CP + CR20)	198,5912	297,8868	1,14
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	440,5921	660,88815	2,52	H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	190,8848	286,3272	1,09
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	441,4608	662,1912	2,53	H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	392,377	588,5655	2,25
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	441,4852	662,2278	2,53	H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	383,628	575,442	2,20
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	444,394	666,591	2,55	H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	695,0236	1042,5354	3,96
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	444,4185	666,62775	2,55	H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	686,7592	1030,1388	3,93
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	444,494	666,741	2,55	H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	517,6815	776,52225	2,90
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	443,4203	665,13045	2,54	H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	502,5258	753,7887	2,88
Pluma: UPN140				Pluma: UPN120			
<b>Caso</b>	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo	<b>Caso</b>	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	68,0857	102,12855	0,39	H1 (PP + CP + CR20)	33,8358	50,7537	0,19
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	66,7148	100,0722	0,38	H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	33,1356	49,7034	0,19
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	209,5712	314,3568	1,20	H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	149,1584	223,7376	0,85
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	217,876	326,814	1,25	H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	33,8358	50,7537	0,19
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	243,4558	365,1837	1,39	H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	167,4198	251,1297	0,96
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	224,013	336,0195	1,26	H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	52,0971	78,14565	0,30
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	160,9266	241,3899	0,92	H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	66,2593	99,38895	0,38
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	152,4498	228,6747	0,87	H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	52,0971	78,14565	0,30
Pluma: UPN100				Pluma: UPN80			
<b>Caso</b>	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo	<b>Caso</b>	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	46,7128	70,0692	0,27	H1 (PP + CP + CR20)	4,3847	6,57705	0,03
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	44,4024	66,6036	0,25	H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	4,2777	6,41655	0,02
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	128,7932	193,1898	0,74	H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	112,2003	168,30045	0,64
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	22,7978	34,1967	0,13	H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	4,3847	6,57705	0,03
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	140,1848	210,2772	0,80	H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	112,3312	168,4968	0,64
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	34,1889	51,28335	0,20	H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	5,3344	8,0016	0,03
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	47,2058	70,8087	0,27	H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	16,2277	24,34155	0,09
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	34,1889	51,28335	0,20	H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	5,3344	8,0016	0,03

Pluma: TUBO60D				Pluma: TUBO50D			
Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo	Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	188,5717	282,85755	1,08	H1 (PP + CP + CR20)	29,3856	44,0784	0,17
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	190,3222	285,4833	1,09	H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	29,135	43,7025	0,17
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	464,3587	696,53805	2,66	H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	157,2324	235,8486	0,90
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	299,4698	449,2047	1,72	H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	29,3856	44,0784	0,17
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	464,4214	696,6321	2,66	H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	157,407	236,1105	0,90
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	299,5339	449,30085	1,72	H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	29,8116	44,7174	0,17
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	217,474	326,211	1,25	H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	45,4374	68,1561	0,26
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	188,7252	283,0878	1,08	H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	29,8116	44,7174	0,17

Pluma: TUBO40D				Pluma: TUBO2"			
Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo	Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	6,2042	9,3063	0,04	H1 (PP + CP + CR20)	52,6918	79,0377	0,30
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	6,5938	9,8907	0,04	H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	51,3922	77,0883	0,29
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	72,6847	109,02705	0,42	H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	83,0215	124,53225	0,48
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	6,2042	9,3063	0,04	H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	106,1508	159,2262	0,61
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	72,711	109,0665	0,42	H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	138,1384	207,2076	0,79
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	6,2485	9,37275	0,04	H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	160,8876	241,3314	0,92
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	14,4088	21,6132	0,08	H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	109,656	164,484	0,63
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	6,2485	9,37275	0,04	H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	108,422	162,633	0,62

Pluma: TUBO1"				Pluma: TUBO1-1/4"			
Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo	Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	64,1276	96,1914	0,37	H1 (PP + CP + CR20)	31,2424	46,8636	0,18
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	63,0644	94,5966	0,36	H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	32,1496	48,2244	0,18
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	123,9113	185,8695	0,71	H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	63,2084	94,8126	0,36
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	153,1838	229,7757	0,88	H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	73,8865	110,82975	0,42
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	122,391	183,5865	0,70	H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	63,5617	95,34255	0,36
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	151,7008	227,5512	0,87	H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	77,0982	115,6473	0,44
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	66,9028	100,3542	0,38	H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	38,1519	57,22785	0,22
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	63,8587	95,78805	0,37	H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	34,5744	51,8616	0,20

Pluma: TUBO3/4"				Pluma: TUBO1/2"			
Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo	Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	55,7769	83,66535	0,32	H1 (PP + CP + CR20)	139,608	209,412	0,80
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	53,2528	79,8792	0,30	H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	138,9067	208,36005	0,80
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	108,2065	162,30975	0,62	H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	271,7927	407,68905	1,56
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	108,4171	162,62565	0,62	H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	271,6642	407,4963	1,56
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	131,256	196,884	0,75	H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	274,8576	412,2864	1,57
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	130,3846	195,5769	0,75	H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	274,8201	412,23015	1,57
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	109,558	164,337	0,63	H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	152,7853	229,17795	0,88
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	107,8414	161,7621	0,62	H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	142,6348	213,9522	0,82

Tabla 9: Resultados de tensiones

A la vista de los resultados de tensiones, diversos tramos no cumplen la condición impuesta. En el anexo 3 están representados los diagramas de estos tramos "problemáticos", en los cuales se presenta la hipótesis más desfavorable.

Para solucionar estos problemas se introducen varios cambios:

- Cambiar el acero empleado por el S-355, el cual tiene un límite elástico de 355 MPa frente a los 275 MPa del acero convencional.
- Sustituir los perfiles de los tramos problemáticos por otros más gruesos, cuya resistencia será mayor.

La siguiente tabla resume las modificaciones realizadas en los perfiles:

Parte de la grúa torre	Perfil sustituido	Nuevo perfil
Contraflecha	UPN-240	2 UPN-160
Pluma	UPN-160	2 UPN-160
Pluma	UPN-140	UPN-160
Pluma	TUBO $\frac{1}{2}$ "	TUBO $\frac{3}{4}$ "

Tabla 10: Perfiles modificados en la optimización de la grúa torre

El perfil referenciado como “2 UPN-160” se trata de la unión de dos perfiles UPN-160 formando una viga completa. Los perfiles cerrados reducen los esfuerzos de torsión. En la siguiente imagen puede visualizarse como los perfiles verdes:

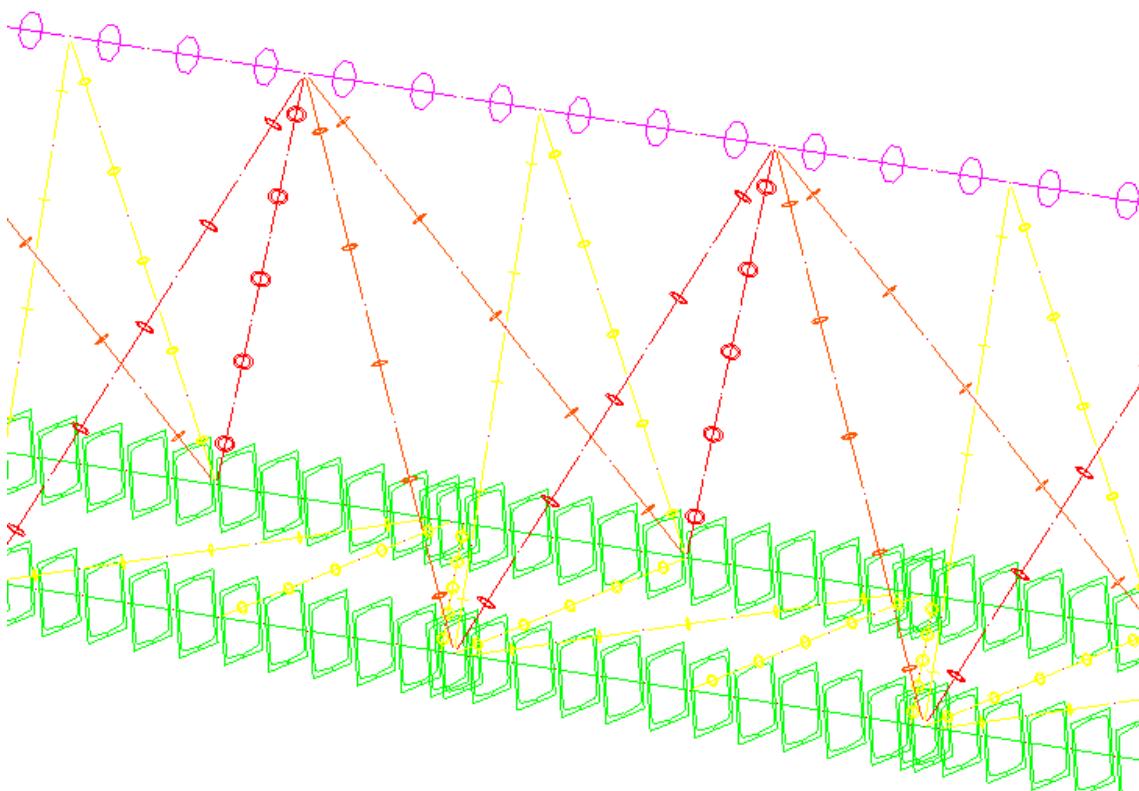


Figura 56: Perfil 2 UPN-160

Una vez realizadas dichas modificaciones, se procede a volver a realizar los análisis, obteniendo esta vez los siguientes resultados para tensiones:

Fuste: L150			
ELU-Tensiones (MPa)			
Coeficiente mayoración cargas (CS)	1,5		
Límite elástico acero ( $f_y$ )	355 MPa		
Coeficiente de minoración material	1,05		
Límite de cálculo ( $f_u$ )	338,10 MPa		
Fuste: L90			
Fuste: L80			
Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	4,62	6,93	0,02
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	60,1446	90,2169	0,27
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	15,853	23,7795	0,07
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	16,276	24,414	0,07
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	31,7041	47,55615	0,14
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	32,1222	48,1833	0,14
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	21,8504	32,7756	0,10
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	21,0523	31,57845	0,09
Contraflecha: UPN240-->2 UPN160			
Pluma: UPN160-->2 UPN160			
Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	179,0182	268,5273	0,79
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	179,0645	268,59675	0,79
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	179,0701	268,60515	0,79
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	179,0706	268,6059	0,79
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	179,492	269,238	0,80
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	179,4925	269,23875	0,80
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	179,444	269,166	0,80
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	179,4401	269,16015	0,80
Pluma: UPN140-->UPN160			
Pluma: UPN120			
Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	62,7589	94,13835	0,28
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	61,6091	92,41365	0,27
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	183,216	274,824	0,81
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	82,231	123,3465	0,36
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	210,0248	315,0372	0,93
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	151,8586	227,7879	0,67
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	136,015	204,0225	0,60
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	129,0651	193,59765	0,57
Pluma: UPN100			
Pluma: UPN80			
Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	46,7684	70,1526	0,21
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	44,4555	66,68325	0,20
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	128,8096	193,2144	0,57
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	22,8004	34,2006	0,10
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	140,2048	210,3072	0,62
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	34,1952	51,2928	0,15
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	47,2138	70,8207	0,21
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	34,1952	51,2928	0,15
Pluma: TUBO60D-->80D			
Pluma: TUBO50D			
Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	70,5235	105,78525	0,31
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	71,4078	107,1117	0,32
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	177,8163	266,72445	0,79
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	114,6214	171,9321	0,51
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	177,9016	266,8524	0,79
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	114,727	172,0905	0,51
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	82,5545	123,83175	0,37
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	70,6846	106,0269	0,31
Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	29,5067	44,26005	0,13
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	29,3787	44,06805	0,13
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	157,5708	236,3562	0,70
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	29,5067	44,26005	0,13
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	157,7344	236,6016	0,70
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	29,9035	44,85525	0,13
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	45,5613	68,34195	0,20
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	29,9035	44,85525	0,13

Pluma: TUBO40D				Pluma: TUBO2"			
Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo	Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	6,2042	9,3063	0,08	H1 (PP + CP + CR20)	29,2723	43,90845	0,13
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	6,5938	9,8907	0,03	H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	29,1801	43,77015	0,13
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	72,6847	109,02705	0,32	H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	31,0521	46,57815	0,14
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	6,2042	9,3063	0,03	H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	54,0912	81,1368	0,24
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	72,711	109,0665	0,32	H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	42,2545	63,38175	0,19
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	6,2485	9,37275	0,03	H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	64,8776	97,3164	0,29
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	14,4088	21,6132	0,06	H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	39,381	59,0715	0,17
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	6,2485	9,37275	0,03	H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	40,2953	60,44295	0,18
Pluma: TUBO1"				Pluma: TUBO1-1/4"			
Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo	Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	59,8219	89,73285	0,27	H1 (PP + CP + CR20)	24,1399	36,20985	0,11
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	58,7652	88,1478	0,26	H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	25,0397	37,55955	0,11
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	107,8708	161,8062	0,48	H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	46,777	70,1655	0,21
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	135,3429	203,01435	0,60	H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	63,2933	94,93995	0,28
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	106,3203	159,48045	0,47	H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	50,829	76,2435	0,23
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	133,8392	200,7588	0,59	H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	66,8127	100,21905	0,30
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	61,671	92,5065	0,27	H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	30,6492	45,9738	0,14
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	59,4304	89,1456	0,26	H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	32,0313	48,04695	0,14
Pluma: TUBO3/4"				Pluma: TUBO1/2"-->3/4			
Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo	Caso	$\sigma_{VM}$ (Ideas)	$\sigma_{VM}$ (Mayorado)	Tasa de trabajo
H1 (PP + CP + CR20)	90,0591	135,08865	0,40	H1 (PP + CP + CR20)	90,0591	135,08865	0,40
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	89,965	134,9475	0,40	H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	89,965	134,9475	0,40
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	163,806	245,709	0,73	H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	163,806	245,709	0,73
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	163,2677	244,90155	0,72	H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	163,2677	244,90155	0,72
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	165,6519	248,47785	0,73	H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	165,6519	248,47785	0,73
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	165,1927	247,78905	0,73	H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	165,1927	247,78905	0,73
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	97,5612	146,3418	0,43	H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	97,5612	146,3418	0,43
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	91,8734	137,8101	0,41	H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	91,8734	137,8101	0,41

Tabla 11: Resultados de tensiones del segundo análisis

Esta vez sí que se cumplen todas las especificaciones, las gráficas se encuentran en el [anexo 3](#). En cambio, los resultados de desplazamientos son muy similares a los del primer análisis, no produciéndose ninguna mejora.

ELS-Desplazamientos (mm)					
Caso	ux(mm)	uy(mm)	uz(mm)	u(mm)	u(m)
H1 (PP + CP + CR20)	9,08	2,98	451	451	0,451
H2 (PP + CP + CR20 + VI-P)	502	2,98	1160	1250	1,25
H3 (PP + CP + CR-P + P-P)	369	12,7	2210	2230	2,23
H4 (PP + CP + CR20 + P-20)	373	2,34	1800	1820	1,82
H5 (PP + CP + CR-P + P-P + VI-F)	369	738	2210	2350	2,35
H6 (PP + CP + CR20 + P-20 + VI-F)	373	728	1800	1960	1,96
H7 (PP + CP + CR-P + VI-F)	34,8	730	606	948	0,948
H8 (PP + CP + CR20 + VI-F)	9,04	728	452	857	0,857

Tabla 12: Resultados de desplazamientos del segundo análisis

En el [anexo 3](#) se muestran las gráficas de estos resultados. Para solucionar este caso se presentan dos propuestas:

- Inducir una contraflecha en el montaje de la grúa de valor igual a la diferencia entre la máxima y la admisible (1,5 m).
- Aumentar las dimensiones del caballete, para que los tirantes realicen más tracción y con ello disminuir los desplazamientos.

## 9. CONCLUSIONES

Se han cumplido los objetivos impuestos al inicio del proyecto. La capacidad de carga ha pasado a ser de 25 kN a 40 kN cuando el carro está situado a 20 metros del fuste, y de 10 kN a 15 kN cuando éste está situado en la punta de la pluma, cumpliendo unos amplios márgenes de seguridad.

Al realizar esta optimización el peso de la grúa torre ha aumentado en 1,23 toneladas:

I-deas List			
Volume	:	1.946D+09	
Mass	:	1.522D+01	
Center of gravity	:	5.169D+03 -7.733D+01 3.305D+04	

Fig : Propiedades iniciales de la torre grúa

I-deas List			
Volume	:	2.104D+09	
Mass	:	1.645D+01	
Center of gravity	:	5.652D+03 -7.720D+01 3.393D+04	

Figura 57: Propiedades finales de la torre grúa

Considerando que se ha aumentado un 50% la capacidad de carga, tanto este aumento de peso como el aumento de coste del nuevo acero empleado (S-355) se consideran admisible, y el diseño propuesto resulta viable tanto estructural como económicamente.

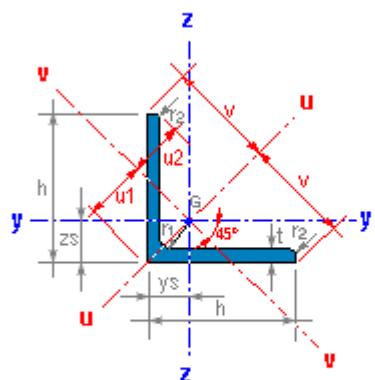
## 10. BIBLIOGRAFÍA

- Eugenio Oñate. *Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos*. 2<sup>a</sup> edición. Cimne.
- *Introducción a la teoría de elementos finitos*. Facultad de Ingeniería Universidad Nacional de La Plata, 2007.
- Mariela Edith Cartes. *Grúas torre*. Universidad Austral de Chile, 2004.
- Abel Muñoz Ramírez. *Diseño y cálculo de una grúa torre*. Universidad Politécnica de Catalunya.
- MIE-AEM-2. *Instrucción Técnica Complementaria del reglamento de aparatos de elevación y manutención, referente a grúas torre para obras u otras aplicaciones*.
- UNE-58-113-85. *Grúas, Acción del viento*.
- UNE-58132-2. *Aparatos de elevación, Reglas de cálculo*.
- IAP-11. *Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera*.
- CTE-DB-SE-A. *Seguridad estructural. Acero*.
- Prontuario CELSA v1.01.
- *Wikipedia: the free encyclopedia*. Disponible en:  
[http://es.wikipedia.org/wiki/Gr%C3%BAa\\_torre](http://es.wikipedia.org/wiki/Gr%C3%BAa_torre)
- *Propiedades del acero S-355*. Disponible en:  
<http://ingemecanica.com/tutorialesemanal/tutorialn100.html>

## ANEXO 1: PERFILES CONVENCIONALES EMPLEADOS

- Perfiles angulares:

### L 150x150x15

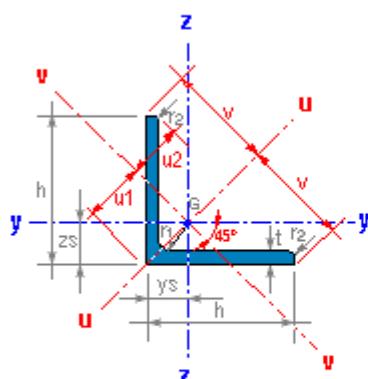


$h = 150 \text{ mm}$	$t = 15,0 \text{ mm}$
$r1 = 16,0 \text{ mm}$	$r2 = 8,0 \text{ mm}$
$ys = zs = 4,25 \text{ cm}$	
<hr/>	<hr/>
$A = 43,0 \text{ cm}^2$	$M = 33,8 \text{ kg/m}$
<hr/>	<hr/>
$ly = Iz = 897,99 \text{ cm}^4$	$Iyz = 527,81 \text{ cm}^4$
$Wy = Wz = 83,51 \text{ cm}^3$	
$iy = iz = 4,57 \text{ cm}$	
$Iu = 1425,80 \text{ cm}^4$	$lv = 370,18 \text{ cm}^4$
$iu = 5,76 \text{ cm}$	$iv = 2,93 \text{ cm}$
<hr/>	<hr/>
$u1 = 6,01 \text{ cm}$	$v = 10,61 \text{ cm}$
$u2 = 5,33 \text{ cm}$	
<hr/>	<hr/>
$AL = 0,586 \text{ m}^2/\text{m}$	$AG = 17,36 \text{ m}^2/\text{t}$



Figura 58: Perfil L150x150x15

### L 90x90x8

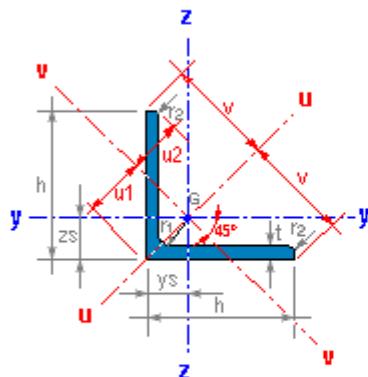


$h = 90 \text{ mm}$	$t = 8,0 \text{ mm}$
$r1 = 11,0 \text{ mm}$	$r2 = 5,5 \text{ mm}$
$ys = zs = 2,50 \text{ cm}$	
<hr/>	<hr/>
$A = 13,9 \text{ cm}^2$	$M = 10,9 \text{ kg/m}$
<hr/>	<hr/>
$ly = Iz = 104,37 \text{ cm}^4$	$Iyz = 61,25 \text{ cm}^4$
$Wy = Wz = 16,05 \text{ cm}^3$	
$iy = iz = 2,74 \text{ cm}$	
$Iu = 165,62 \text{ cm}^4$	$lv = 43,12 \text{ cm}^4$
$iu = 3,45 \text{ cm}$	$iv = 1,76 \text{ cm}$
<hr/>	<hr/>
$u1 = 3,53 \text{ cm}$	$v = 6,36 \text{ cm}$
$u2 = 3,17 \text{ cm}$	
<hr/>	<hr/>
$AL = 0,351 \text{ m}^2/\text{m}$	$AG = 32,15 \text{ m}^2/\text{t}$



Figura 59: Perfil L90x90x8

## L 80x80x8



$h = 80 \text{ mm}$        $t = 8,0 \text{ mm}$   
 $r_1 = 10,0 \text{ mm}$        $r_2 = 5,0 \text{ mm}$   
 $y_s = z_s = 2,26 \text{ cm}$

$A = 12,3 \text{ cm}^2$        $M = 9,6 \text{ kg/m}$

$I_y = I_z = 72,24 \text{ cm}^4$        $I_{yz} = 42,37 \text{ cm}^4$   
 $W_y = W_z = 12,57 \text{ cm}^3$   
 $i_y = i_z = 2,43 \text{ cm}$   
 $I_u = 114,60 \text{ cm}^4$        $I_v = 29,87 \text{ cm}^4$   
 $i_u = 3,06 \text{ cm}$        $i_v = 1,56 \text{ cm}$



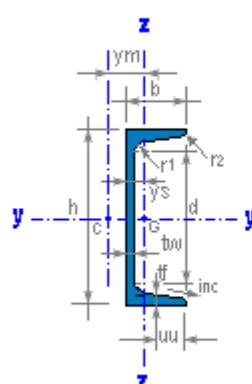
$u_1 = 3,19 \text{ cm}$        $v = 5,66 \text{ cm}$   
 $u_2 = 2,83 \text{ cm}$

$AL = 0,311 \text{ m}^2/\text{m}$        $AG = 32,34 \text{ m}^2/\text{t}$

Figura 60: Perfil L80x80x8

## - Perfiles UPN:

### UPN 240



$h = 240 \text{ mm}$        $r_2 = 6,5 \text{ mm}$   
 $t_f = 13,0 \text{ mm}$        $b = 85 \text{ mm}$   
 $r_1 = 13,0 \text{ mm}$        $d = 184,0 \text{ mm}$   
 $t_w = 9,5 \text{ mm}$



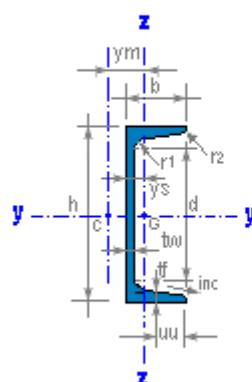
$A = 42,3 \text{ cm}^2$        $M = 33,2 \text{ kg/m}$

$I_y = 3600,0 \text{ cm}^4$        $I_z = 248,0 \text{ cm}^4$   
 $W_y = 300,0 \text{ cm}^3$        $W_z = 39,6 \text{ cm}^3$   
 $W_{ply} = 358,0 \text{ cm}^3$        $W_{plz} = 75,7 \text{ cm}^3$   
 $i_y = 9,23 \text{ cm}$        $i_z = 2,42 \text{ cm}$   
 $I_t = 19,70 \text{ cm}^4$        $I_w = 22100 \text{ cm}^6$   
 $AG = 23,34 \text{ m}^2/\text{t}$        $AL = 0,775 \text{ m}^2/\text{m}$   
 $A_{vz} = 23,71 \text{ cm}^2$

$y_s = 2,23 \text{ cm}$        $y_m = 4,39 \text{ cm}$

Figura 61: Perfil UPN240

## UPN 160



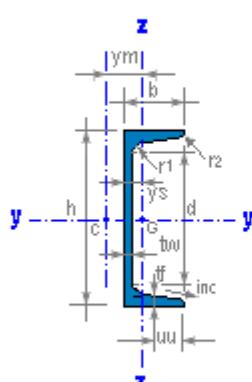
$h = 160 \text{ mm}$	$r_2 = 5,5 \text{ mm}$
$t_f = 10,5 \text{ mm}$	$b = 65 \text{ mm}$
$r_1 = 10,5 \text{ mm}$	$d = 115,0 \text{ mm}$
$t_w = 7,5 \text{ mm}$	



$A = 24,0 \text{ cm}^2$	$M = 18,8 \text{ kg/m}$
$I_y = 925,0 \text{ cm}^4$	$I_z = 85,3 \text{ cm}^4$
$W_y = 115,6 \text{ cm}^3$	$W_z = 18,3 \text{ cm}^3$
$W_{ply} = 138,0 \text{ cm}^3$	$W_{plz} = 35,2 \text{ cm}^3$
$i_y = 6,21 \text{ cm}$	$i_z = 1,89 \text{ cm}$
$I_t = 7,39 \text{ cm}^4$	$I_w = 3260 \text{ cm}^6$
$A_G = 28,98 \text{ m}^2/\text{t}$	$A_L = 0,546 \text{ m}^2/\text{m}$
$A_{vz} = 12,60 \text{ cm}^2$	
$y_s = 1,84 \text{ cm}$	$y_m = 3,56 \text{ cm}$

Figura 62: Perfil UPN160

## UPN 140



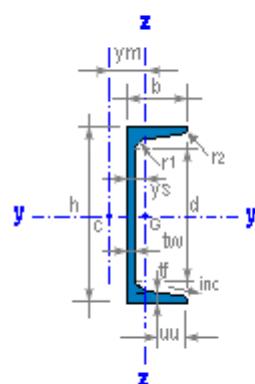
$h = 140 \text{ mm}$	$r_2 = 5,0 \text{ mm}$
$t_f = 10,0 \text{ mm}$	$b = 60 \text{ mm}$
$r_1 = 10,0 \text{ mm}$	$d = 98,0 \text{ mm}$
$t_w = 7,0 \text{ mm}$	



$A = 20,4 \text{ cm}^2$	$M = 16,0 \text{ kg/m}$
$I_y = 605,0 \text{ cm}^4$	$I_z = 62,7 \text{ cm}^4$
$W_y = 86,4 \text{ cm}^3$	$W_z = 14,8 \text{ cm}^3$
$W_{ply} = 103,0 \text{ cm}^3$	$W_{plz} = 28,3 \text{ cm}^3$
$i_y = 5,45 \text{ cm}$	$i_z = 1,75 \text{ cm}$
$I_t = 5,68 \text{ cm}^4$	$I_w = 1800 \text{ cm}^6$
$A_G = 30,54 \text{ m}^2/\text{t}$	$A_L = 0,489 \text{ m}^2/\text{m}$
$A_{vz} = 10,41 \text{ cm}^2$	
$y_s = 1,75 \text{ cm}$	$y_m = 3,37 \text{ cm}$

Figura 63: Perfil UPN140

## UPN 120



$h = 120 \text{ mm}$        $r2 = 4,5 \text{ mm}$   
 $tf = 9,0 \text{ mm}$        $b = 55 \text{ mm}$   
 $r1 = 9,0 \text{ mm}$        $d = 82,0 \text{ mm}$   
 $tw = 7,0 \text{ mm}$



$A = 17,0 \text{ cm}^2$        $M = 13,3 \text{ kg/m}$

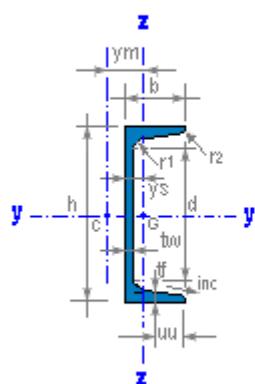
$I_y = 364,0 \text{ cm}^4$        $I_z = 43,2 \text{ cm}^4$   
 $W_y = 60,7 \text{ cm}^3$        $W_z = 11,1 \text{ cm}^3$   
 $W_{ply} = 72,6 \text{ cm}^3$        $W_{plz} = 21,2 \text{ cm}^3$   
 $i_y = 4,63 \text{ cm}$        $i_z = 1,59 \text{ cm}$   
 $I_t = 4,15 \text{ cm}^4$        $I_w = 900 \text{ cm}^6$

$AG = 32,52 \text{ m}^2/t$        $AL = 0,434 \text{ m}^2/\text{m}$   
 $Av_z = 8,80 \text{ cm}^2$

$y_s = 1,60 \text{ cm}$        $ym = 3,03 \text{ cm}$

Figura 64: Perfil UPN120

## UPN 100



$h = 100 \text{ mm}$        $r2 = 4,5 \text{ mm}$   
 $tf = 8,5 \text{ mm}$        $b = 50 \text{ mm}$   
 $r1 = 8,5 \text{ mm}$        $d = 64,0 \text{ mm}$   
 $tw = 6,0 \text{ mm}$



$A = 13,5 \text{ cm}^2$        $M = 10,6 \text{ kg/m}$

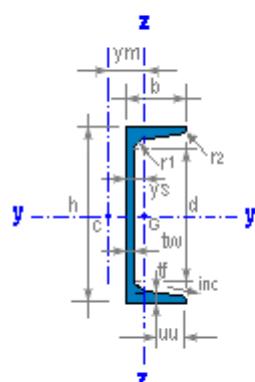
$I_y = 206,0 \text{ cm}^4$        $I_z = 29,3 \text{ cm}^4$   
 $W_y = 41,2 \text{ cm}^3$        $W_z = 8,5 \text{ cm}^3$   
 $W_{ply} = 49,0 \text{ cm}^3$        $W_{plz} = 16,2 \text{ cm}^3$   
 $i_y = 3,91 \text{ cm}$        $i_z = 1,47 \text{ cm}$   
 $I_t = 2,81 \text{ cm}^4$        $I_w = 410 \text{ cm}^6$

$AG = 35,10 \text{ m}^2/t$        $AL = 0,372 \text{ m}^2/\text{m}$   
 $Av_z = 6,46 \text{ cm}^2$

$y_s = 1,55 \text{ cm}$        $ym = 2,93 \text{ cm}$

Figura 65: Perfil UPN100

## UPN 80



$h = 80 \text{ mm}$        $r2 = 4,0 \text{ mm}$   
 $tf = 8,0 \text{ mm}$        $b = 45 \text{ mm}$   
 $r1 = 8,0 \text{ mm}$        $d = 46,0 \text{ mm}$   
 $tw = 6,0 \text{ mm}$



$A = 11,0 \text{ cm}^2$        $M = 8,6 \text{ kg/m}$

$I_y = 106,0 \text{ cm}^4$        $I_z = 19,4 \text{ cm}^4$   
 $W_y = 26,5 \text{ cm}^3$        $W_z = 6,4 \text{ cm}^3$   
 $W_{ply} = 31,8 \text{ cm}^3$        $W_{plz} = 12,1 \text{ cm}^3$   
 $i_y = 3,10 \text{ cm}$        $i_z = 1,33 \text{ cm}$   
 $I_t = 2,16 \text{ cm}^4$        $I_w = 170 \text{ cm}^6$

$AG = 36,13 \text{ m}^2/\text{t}$        $AL = 0,312 \text{ m}^2/\text{m}$   
 $A_{vz} = 5,10 \text{ cm}^2$

$ys = 1,45 \text{ cm}$        $ym = 2,67 \text{ cm}$

Figura 66: Perfil UPN80

### - Tubos circulares:

Diámetro exterior d (mm)	Espesor s (mm)	Peso (Kg/m)	Momento inerzia I (cm <sup>4</sup> )	Módulo resistente W (cm <sup>3</sup> )	Radio de giro i (cm)
21,3 (1/2")	3,2	1,44	0,768	0,722	0,650
26,9 (3/4")	4	2,28	1,94	1,45	0,822
33'7 (1")	4	2,95	4,19	2,49	1,06
42,4 (1-1/4")	5	4,61	10,5	4,93	1,33
60,3 (2")	5	6,82	33,5	11,1	1,96

Tabla 13: Catálogo de tubos circulares

Tipo de acero		Composición química en % max.			
DIN 17100	Tipo de desoxidación	C	P	Si	N
St. 37.0	R (calmado)	0,17	0,040	0,040	0,009

Utilización: conducción agua, gas, vapor, sólidos – construcción naval – estructuras – pilotaje – postes, señalización – chimeneas.

## ANEXO 2: SOLICITACIONES A CONSIDERAR EN EL CÁLCULO DE GRÚAS

### TIPOS DE SOLICITACIONES:

Siguiendo como referencia la norma UNE 58-132-2, esta norma proporciona las reglas que han de seguirse para la definición y la combinación de solicitudes que se han de considerar en el cálculo de las estructuras y de los mecanismos de los aparatos de elevación en general, con la excepción de las grúas móviles, de los aparatos de elevación accionados a mano y los polipastos.

Para la realización de este cálculo, se deben considerar las solicitudes siguientes:

a) Las solicitudes principales actuando sobre la estructura del aparato supuesto inmóvil, en el estado de carga más desfavorable:

- Carga de servicio ( $S_L$ ): peso de la carga útil, más el peso de los accesorios (aparejos, ganchos, vigas de carga, etc.)
- Peso propio ( $S_G$ ): peso de las piezas que actúan sobre un elemento, con exclusión de la carga de servicio. Estas cargas pueden clasificarse en:
  - $S_{G1}$ : carga del peso propio de la pluma (Tn/m).
  - $S_{G2}$ : carga del peso propio de la torre (Tn/m).
  - $S_{G3}$ : carga del contrapeso (Tn).

En la siguiente figura se puede observar la distribución de estas cargas.

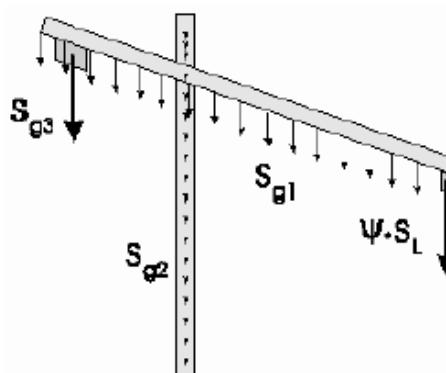


Figura 67: Solicitudes principales en una torre grúa

Los elementos móviles se suponen en la posición más desfavorable. Cada elemento de la estructura debe calcularse para la posición del aparato y el valor de la carga elevada (comprendida entre cero y la carga de servicio) que dé lugar en el elemento considerando las tensiones máximas. En algunos casos la tensión máxima puede corresponder a la ausencia de la carga de servicio.

- b) Las solicitudes debidas a los movimientos verticales: estas solicitudes provienen del levantamiento más o menos brusco de la carga de servicio, de las aceleraciones (o deceleraciones) en el movimiento de elevación y de los choques verticales debidos a la rodadura sobre las vías.
- Solicitudes debidas a la elevación de la carga de servicio: se tienen en cuenta las oscilaciones provocadas por la elevación de la carga, multiplicando las solicitudes debidas a la carga de servicio por un factor llamado "coeficiente dinámico  $\Psi$ ".

\* Valores del coeficiente dinámico  $\Psi$ :

$$\Psi = 1 + \xi V_L$$

donde:

$V_L$  es la velocidad de elevación en m/s

$\xi$  es un coeficiente experimental, resultado de numerosas mediciones efectuadas en diferentes tipos de aparato

Se toma  $\xi = 0,6$  para las grúas puente y pórticos, y  $\xi = 0,3$  para las grúas de pluma.

El valor máximo de la velocidad de elevación a considerar para la aplicación de esta fórmula es de 1 m/s. Para velocidades superiores, el coeficiente dinámico permanece constante.

El valor del coeficiente  $\Psi$  a aplicar en los cálculos no puede ser inferior a 1,15.

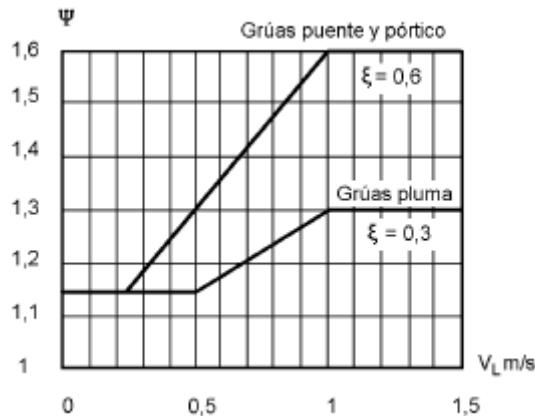


Figura 68: Valores de  $\Psi = f(V_L)$

- Solicitaciones debidas a aceleraciones (o deceleraciones) de los movimientos de elevación y a los choques verticales debidos a la rodadura sobre las vías: el coeficiente  $\Psi$  tiene en cuenta la elevación más o menos brusca de la carga de servicio, que constituye el choque más importante. Las solicitudes debidas a las aceleraciones (o deceleraciones) del movimiento de elevación se desprecian, así como las reacciones verticales debidas a la rodadura sobre las vías correctamente montadas.

c) Las solicitudes debidas a los movimientos horizontales:

- Cargas debido al movimiento de translación: estas cargas están originadas por el movimiento de translación que puede tener la grúa en conjunto desde su base. En este caso no existirá debido a que la grúa está empotrada.
- Solicitudes debidas a los efectos de choque: son generadas por las fuerzas de inercia que se producen debidas al movimiento del carro sobre la pluma. Si la grúa está dotada de limitadores de velocidad que impiden que se superen los 0,7 m/s, no es necesario considerar estos esfuerzos. De no ser así, se utilizará:

$$S_T = a \cdot \frac{S_L}{10}$$

d) Las solicitudes debidas a los efectos climáticos: las solicitudes debidas a los efectos climáticos son las que resultan de la acción del viento, de las sobrecargas de la nieve y de las variaciones de temperatura.

- Acción del viento con la grúa en servicio: este tipo de solicitud considera la velocidad del viento que la grúa soporta en servicio. Para la realización del cálculo se tomará en la dirección más desfavorable.

Según la norma UNE 58-113-85 la presión del viento puede considerarse constante cada intervalo de 10 metros. Por otra parte la norma UNE 58-91/2, en su apartado referido a la acción del viento cuando la grúa se encuentra fuera de servicio, considera las alturas de 0 a 20 metros y de 20 a 100 metros por lo que es razonable considerar la acción del viento por tramos a lo largo de su altura.

La siguiente tabla muestra los datos de la presión del viento según la norma UNE 58-113-85:

Altura sobre el suelo (m)	Presión del viento en servicio (N/m <sup>2</sup> )
0 a 20	250
20 a 100	500

Tabla 14: Presiones del viento en servicio

Para calcular la acción del viento en la carga móvil y en el contrapeso, se recurre también a la norma mencionada en el párrafo anterior, que establece que para todos los tipos normales de grúas que se instalen al aire libre se tiene:

$$f = 0,003 \cdot m \cdot g$$

donde:

*m* es la masa en toneladas

*g* es la aceleración de la gravedad (9,8 m/s<sup>2</sup>)

En la siguiente figura se muestra la distribución de las cargas debidas al viento estando la grúa en servicio:

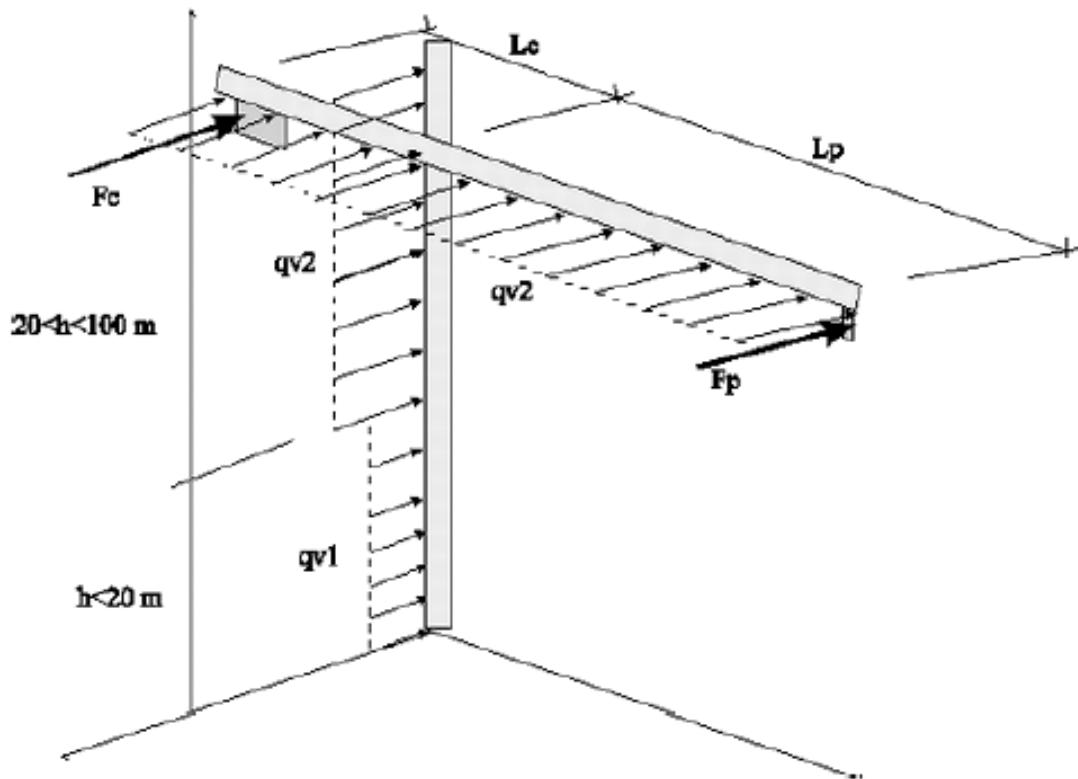


Figura 69: Cargas debidas al viento estando la grúa en servicio

- Acción del viento con la grúa fuera de servicio: se trata de un viento (tempestad) máximo para el cual el aparato de elevación estará concebido para permanecer estable en las condiciones fuera de servicio, indicadas por el fabricante. La velocidad varía con la altura del aparato sobre el nivel del suelo circundante, el emplazamiento geográfico y el grado de exposición a los vientos predominantes. Para los aparatos de elevación utilizados al aire libre, la presión del viento teórico normal y la velocidad correspondiente para las condiciones “fuera de servicio” se indican en la siguiente tabla, extraída de la norma UNE 58-132-91/2.

Altura sobre el suelo (m)	Presión del viento fuera de servicio (N/m <sup>2</sup> )	Velocidad aprox. equivalente del viento fuera de servicio (m/s)
0 a 20	800	36
20 a 100	1100	42
Más de 100	1300	46

Tabla 15: Presiones del viento fuera de servicio

En este caso, la norma especifica que, con viento en tempestad, no se puede utilizar este tipo de aparatos elevadores, por lo que la dirección de cálculo del área neta de la grúa es la misma que la dirección del viento.

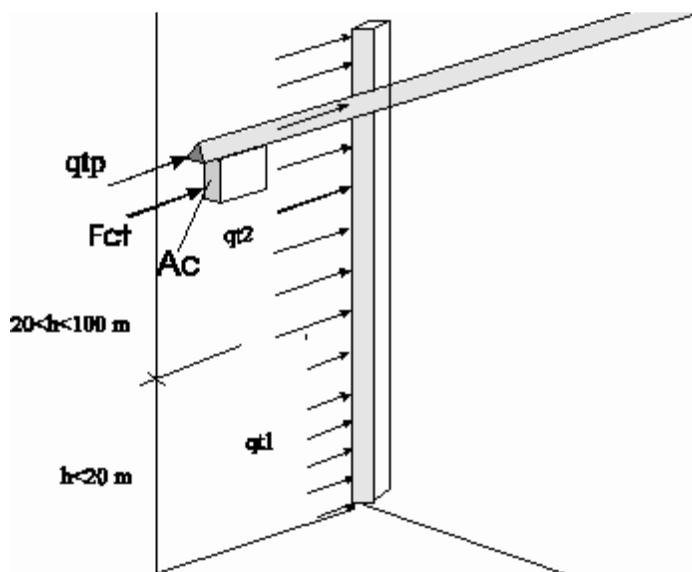


Figura 70: Cargas debidas al viento estando la grúa fuera de servicio

- Sobrecarga de nieve: no se tienen en cuenta las sobrecargas de nieve en el cálculo de los aparatos de elevación.
- Variaciones de temperatura: las solicitudes debidas a las variaciones de temperatura no se consideran más que en casos particulares, entre otros cuando los elementos no pueden dilatarse libremente. En estos casos se toma como límite de temperatura extrema de -20°C a +45°C.

### HIPÓTESIS DE CÁLCULO:

La norma UNE 58-132-91/2 presenta los siguientes casos a considerar en el cálculo de las estructuras:

- Caso I: Grúa en servicio normal sin viento

Se considerarán las solicitudes estáticas debidas al peso propio  $S_G$ , las solicitudes debidas a la carga de servicio  $S_L$ , multiplicadas por el coeficiente dinámico  $\Psi$  y el efecto horizontal más desfavorable  $S_H$ .

$$\gamma_c (S_G + \Psi S_L + S_H)$$

El conjunto de estas solicitudes deberá multiplicarse por el coeficiente de mayoración  $\gamma_c$ , el cual depende del grupo en que esté clasificado el aparato.

Grupo del aparato	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>8</sub>
$\gamma_c$	1,00	1,02	1,05	1,08	1,11	1,14	1,17	1,20

Tabla 16: Valor del coeficiente de mayoración  $\gamma_c$

- Caso II: Grúa en servicio con viento

A las solicitudes del caso I se añaden los efectos del viento límite de servicio  $S_W$ , definido por la norma UNE 58-113:

$$\gamma_c (S_G + \Psi S_L + S_H) + S_W$$

- Caso III : Grúa sometida a solicitudes excepcionales

Las solicitudes excepcionales corresponden a los siguientes casos:

- Aparato fuera de servicio con viento máximo.
- Aparato en servicio bajo el efecto de un choque.
- Aparatos sometidos a ensayos previstos en la norma UNE 58-118.

Por otro lado, también deben ser consideradas las siguientes especificaciones:

- En las solicitudes debidas al tiempo tempestad se consideran los efectos del propio peso ( $S_G$ ) incrementados por los efectos del viento máximo ( $S_{Wmax}$ ).
- El mayor de los efectos de choque ( $S_T$ ) se añade a las solicitudes del peso propio  $S_G$  y la carga de servicio.
- No se tiene en cuenta si la carga de servicio no provoca tensiones en sentido contrario al peso propio.

## ANEXO 3: RESULTADOS DE LOS ANÁLISIS

### ➤ Primer análisis:

Las siguientes ilustraciones representan los diagramas de tensiones (criterio de Von Mises) de los tramos que no cumplen las especificaciones explicadas en el apartado 8 para su hipótesis más desfavorable:

RESULTS: 74- B.C. 1,ELEMENT FORCE\_74,HIPOTESIS\_II  
Data component: VON MISES STRESS at maximum point  
Maximum amplitude = 198.6192

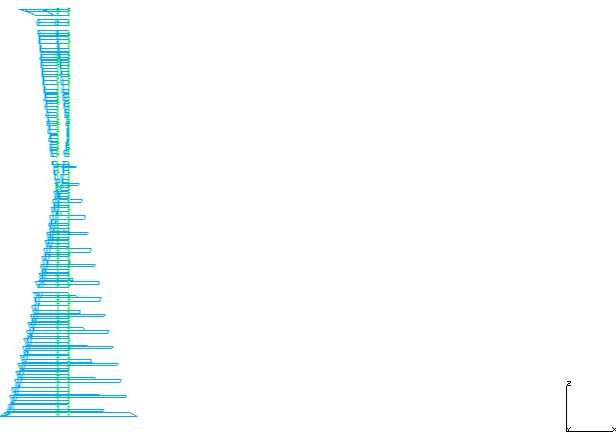


Figura 71: Diagrama de tensiones de los perfiles L150 de la torre (hipótesis II)

RESULTS: 79- B.C. 1,ELEMENT FORCE\_79,HIPOTESIS\_VII  
Data component: VON MISES STRESS at maximum point  
Maximum amplitude = 443.494

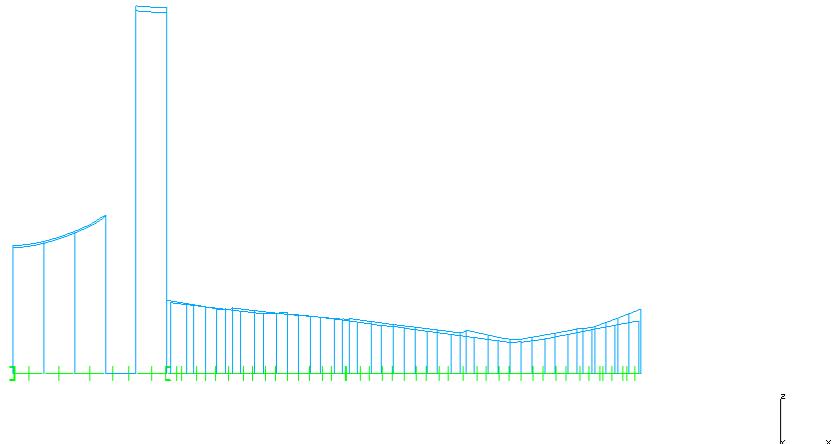


Figura 72: Diagrama de tensiones de los perfiles UPN240 de la contraflecha (hipótesis VII)

RESULTS: 78- B.C. 1,ELEMENT FORCE\_78,HIPOTESIS\_VI  
Data component: VON MISES STRESS at maximum point  
Maximum amplitude = 686.7592

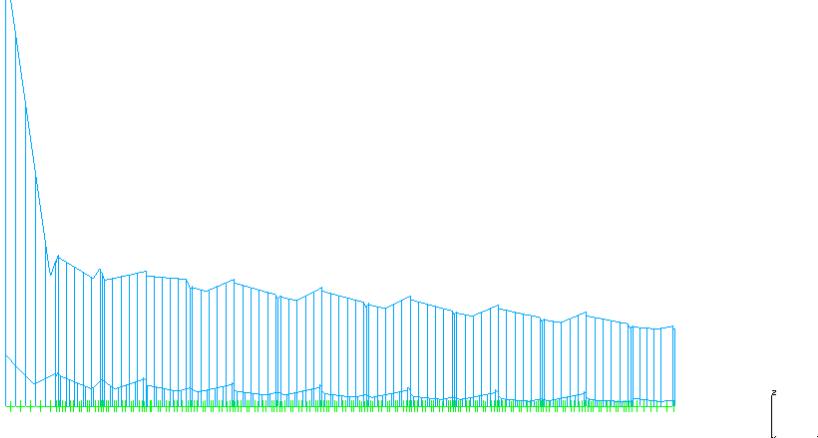


Figura 73: Diagrama de tensiones de los perfiles UPN160 de la pluma (hipótesis VI)

RESULTS: 77- B.C. 1,ELEMENT FORCE\_77,HIPOTESIS\_V  
Data component: VON MISES STRESS at maximum point  
Maximum amplitude = 243.4558

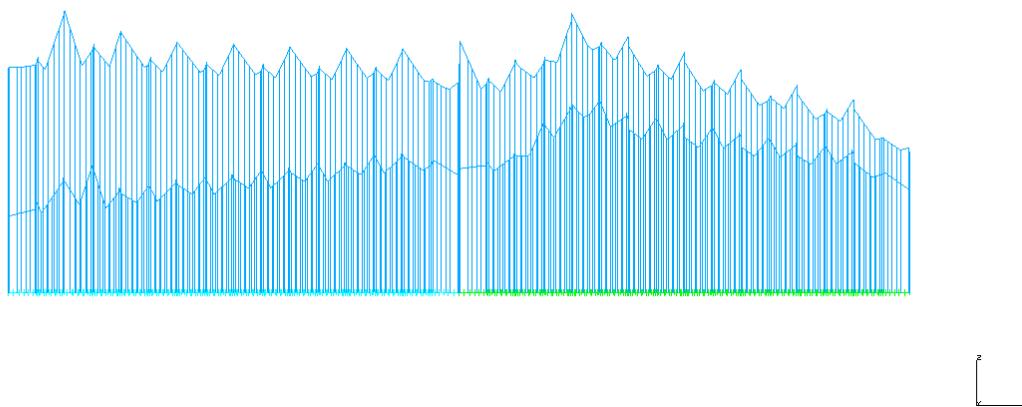


Figura 74: Diagrama de tensiones de los perfiles UPN140 de la pluma (hipótesis V)

RESULTS: 77- B.C. 1,ELEMENT FORCE\_77,HIPOTESIS\_V  
Data component: VON MISES STRESS at maximum point  
Maximum amplitude = 464.4214

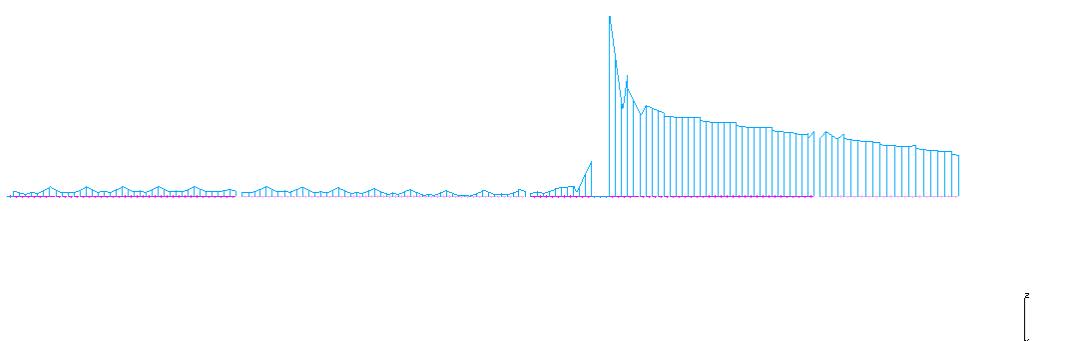


Figura 75: Diagrama de tensiones del tubo de 60Ø de la pluma (hipótesis V)

RESULTS: 77- B.C. 1,ELEMENT FORCE\_77,HIPOTESIS\_V  
Data component: VON MISES STRESS at maximum point  
Maximum amplitude = 274.8576



Figura 76: Diagrama de tensiones de los tubos de  $\frac{1}{2}$ " de la pluma (hipótesis V)

➤ Segundo análisis:

Se muestran los mismos resultados pero esta vez realizando el segundo análisis:

RESULTS: 42- B.C. 1,ELEMENT FORCE\_42,HIPOTESIS\_II  
Data component: VON MISES STRESS at maximum point  
Maximum amplitude = 208.037

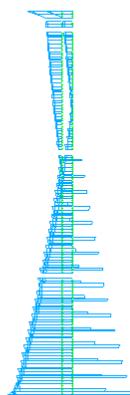


Figura 77: Segundo análisis de los perfiles L150 de la torre (hipótesis II)

RESULTS: 47- B.C. 1,ELEMENT FORCE\_47, HIPOTESIS\_VII  
Data component: VON MISES STRESS at maximum point  
Maximum amplitude = 179.444

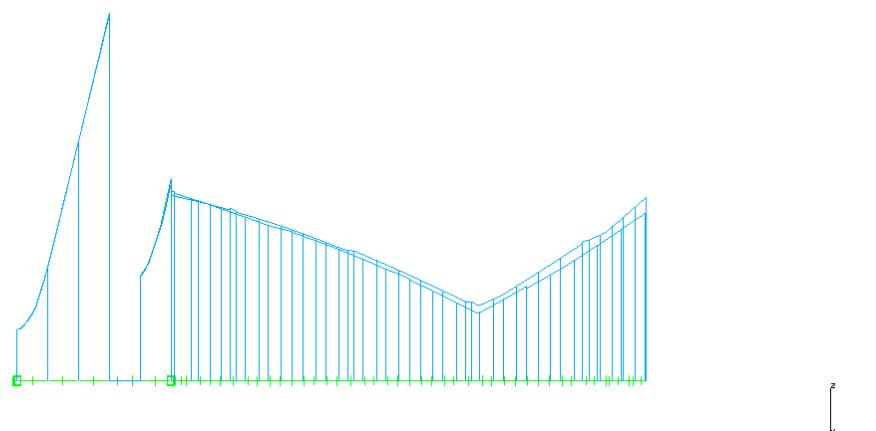


Figura 78: Diagrama de tensiones de los perfiles 2-UPN160 de la contraflecha (hipótesis VII)

RESULTS: 46- B.C. 1,ELEMENT FORCE\_46, HIPOTESIS\_VI  
Data component: VON MISES STRESS at maximum point  
Maximum amplitude = 185.9944

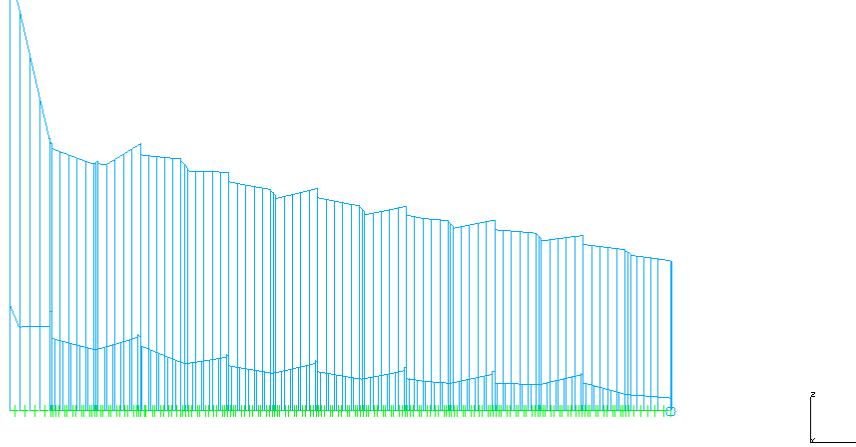


Figura 79: Diagrama de tensiones de los perfiles 2-UPN160 de la pluma (hipótesis VI)

RESULTS: 45- B.C. 1,ELEMENT FORCE\_45, HIPOTESIS\_V  
Data component: VON MISES STRESS at maximum point  
Maximum amplitude = 210.0248

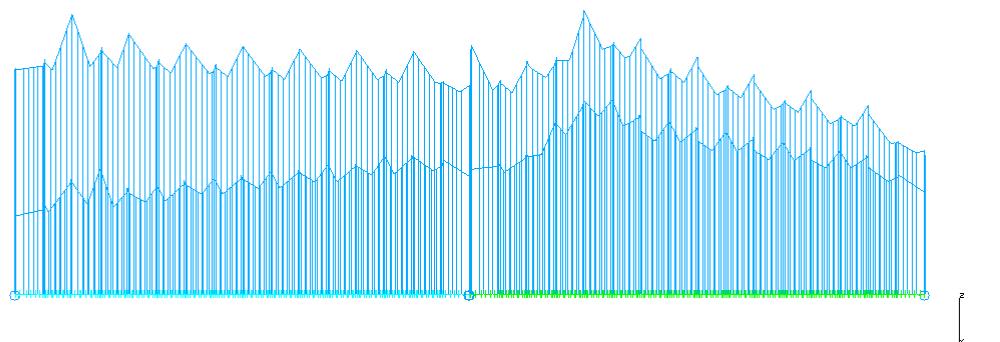


Figura 80: Diagrama de tensiones de los perfiles UPN160 de la pluma (hipótesis V)

RESULTS: 45- B.C. 1,ELEMENT FORCE\_45, HIPOTESIS\_V  
Data component: VON MISES STRESS at maximum point  
Maximum amplitude = 177.9016

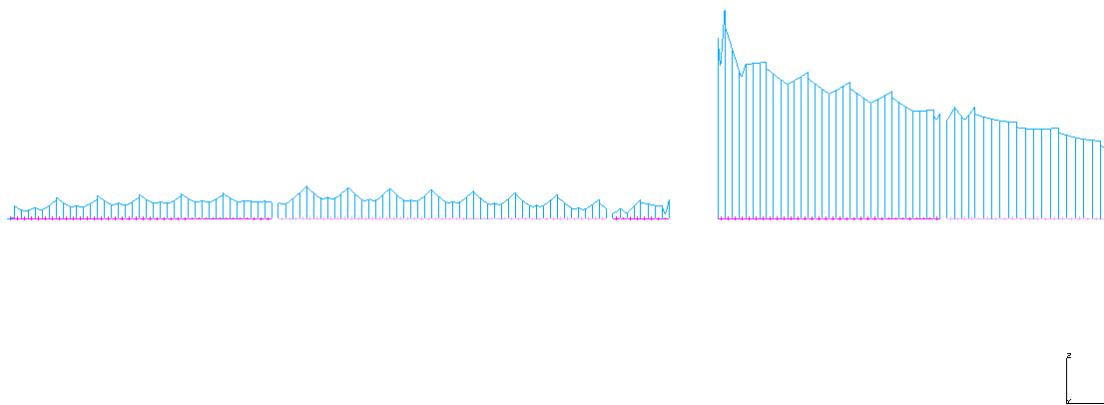


Figura 81: Diagrama de tensiones del tubo de 80Ø de la pluma (hipótesis V)

RESULTS: 45- B.C. 1,ELEMENT FORCE\_45, HIPOTESIS\_V  
Data component: VON MISES STRESS at maximum point  
Maximum amplitude = 165.6519

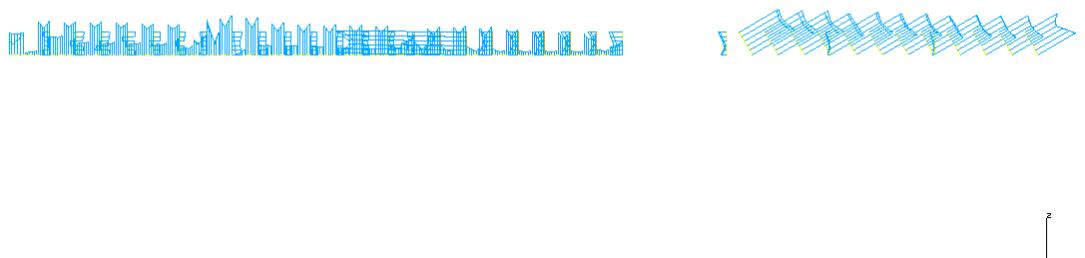


Figura 82: Diagrama de tensiones de los tubos de  $\frac{3}{4}$ " de la pluma (hipótesis V)

### Resultados de desplazamientos:

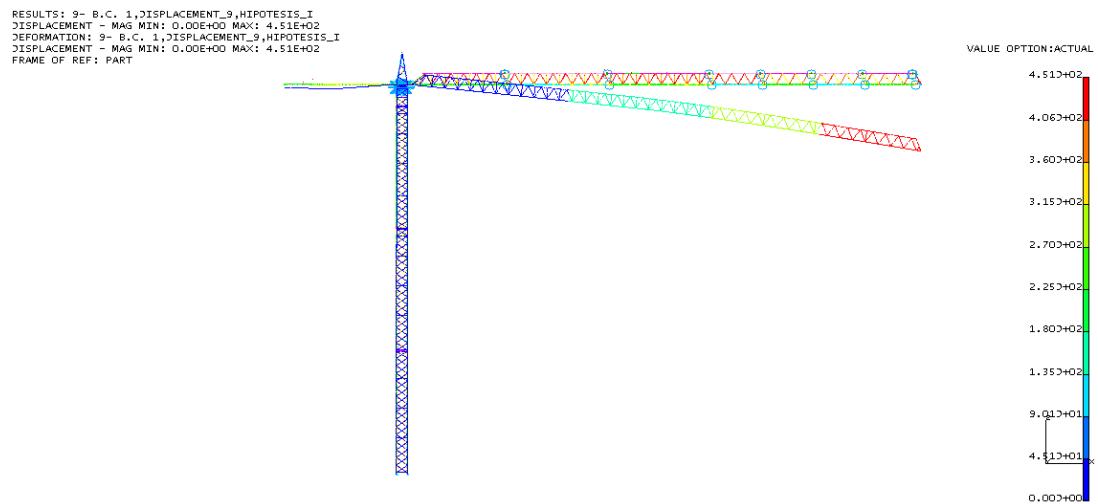


Figura 83: Segundo análisis de desplazamientos en la hipótesis I

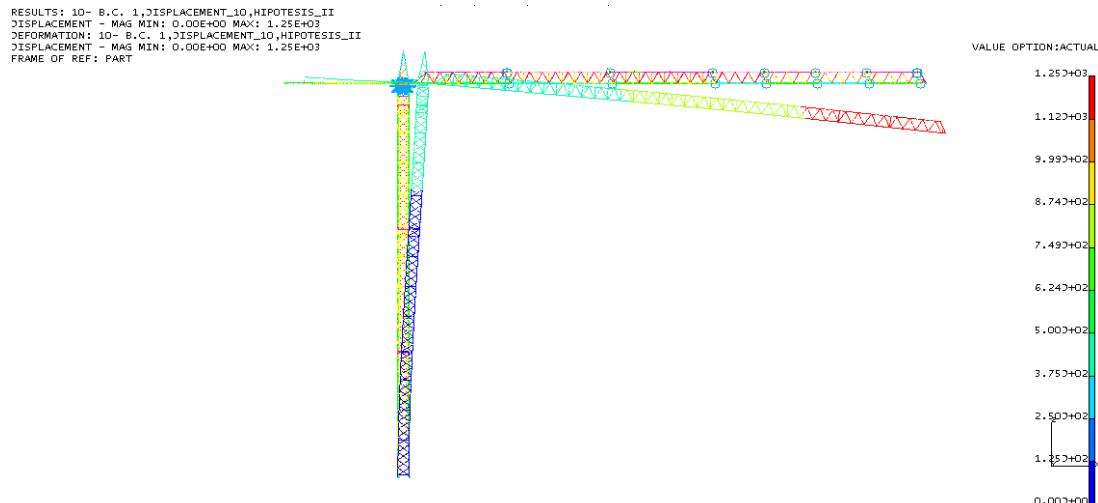


Figura 84: Segundo análisis de desplazamientos en la hipótesis II

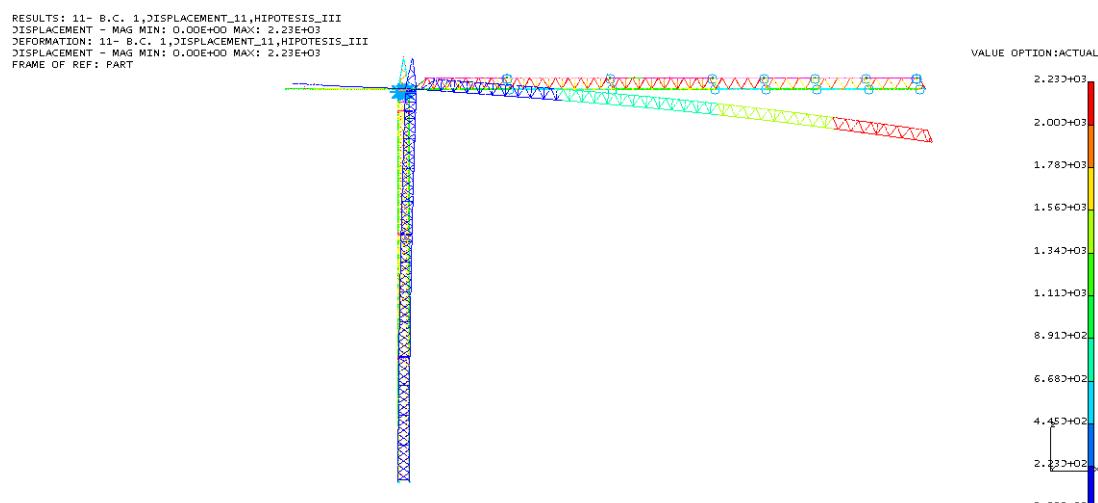


Figura 85: Segundo análisis de desplazamientos en la hipótesis III

RESULTS: 12- B.C. 1,DISPLACEMENT\_12,HIPOTESIS\_IV  
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 1.82E+03  
DEFORMATION: 12- B.C. 1,DISPLACEMENT\_12,HIPOTESIS\_IV  
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 1.82E+03  
FRAME OF REF: PART

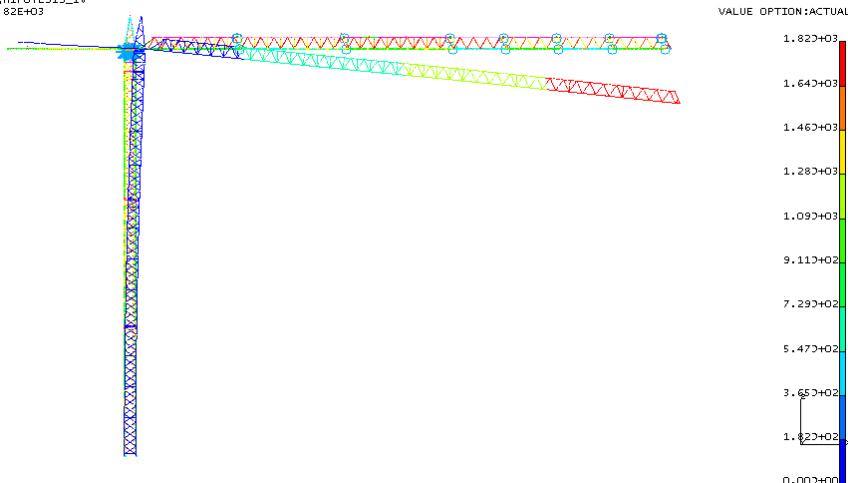


Figura 86: Segundo análisis de desplazamientos en la hipótesis IV

RESULTS: 13- B.C. 1,DISPLACEMENT\_13,HIPOTESIS\_V  
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 2.35E+03  
DEFORMATION: 13- B.C. 1,DISPLACEMENT\_13,HIPOTESIS\_V  
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 2.35E+03  
FRAME OF REF: PART

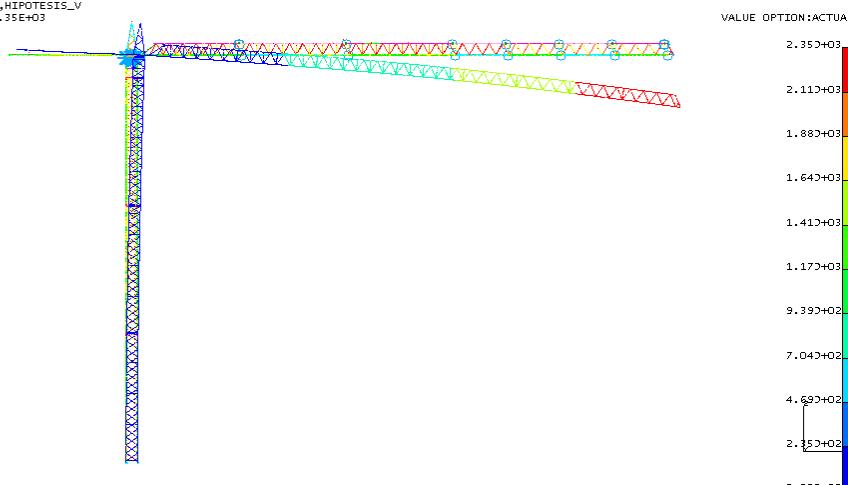


Figura 87: Segundo análisis de desplazamientos en la hipótesis V

RESULTS: 14- B.C. 1,DISPLACEMENT\_14,HIPOTESIS\_VI  
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 1.96E+03  
DEFORMATION: 14- B.C. 1,DISPLACEMENT\_14,HIPOTESIS\_VI  
DISPLACEMENT - MAG MIN: 0.00E+00 MAX: 1.96E+03  
FRAME OF REF: PART

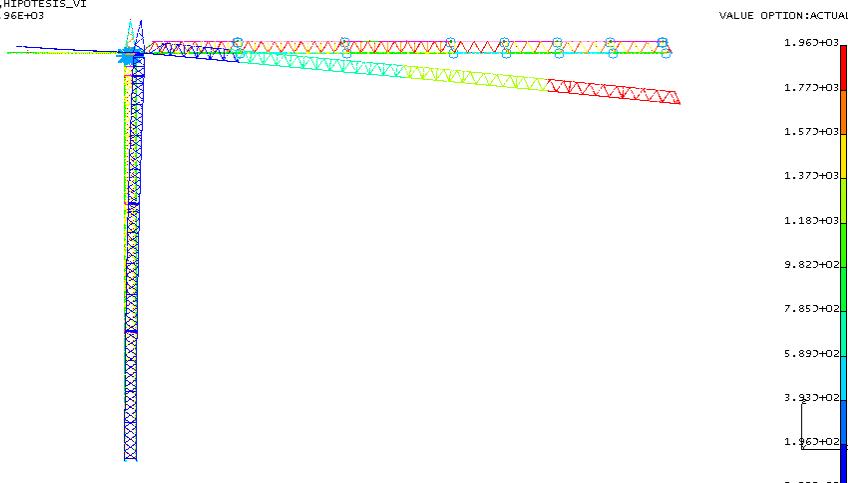


Figura 88: Segundo análisis de desplazamientos en la hipótesis VI

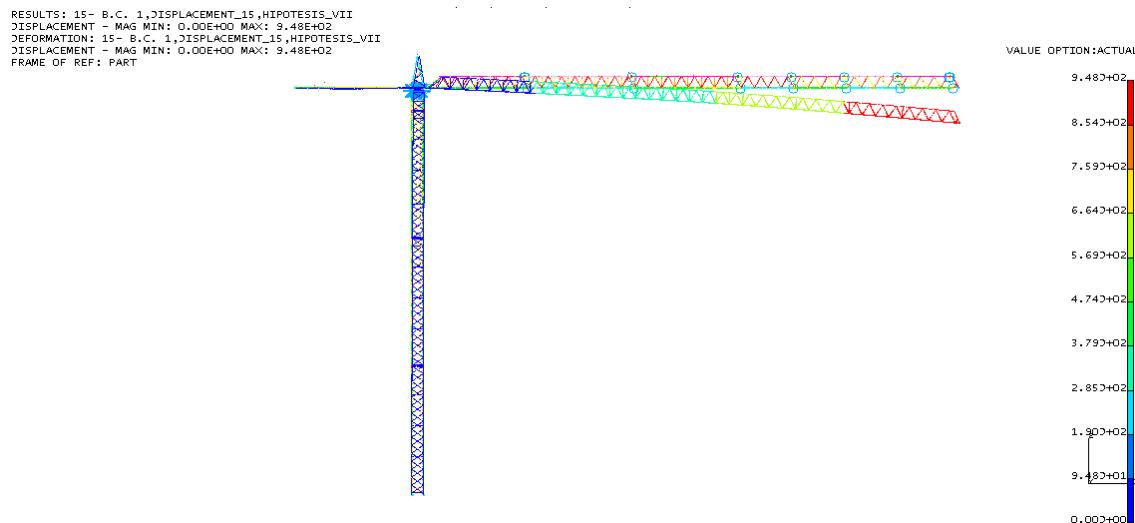


Figura 89: Segundo análisis de desplazamientos en la hipótesis VII

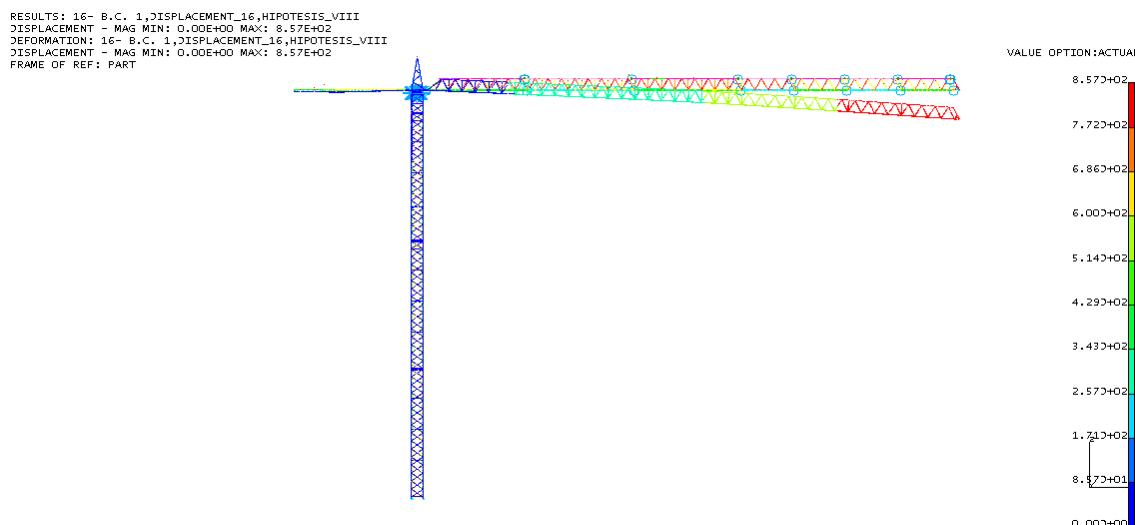


Figura 90: Segundo análisis de desplazamientos en la hipótesis VIII