

Trabajo Fin de Grado

Estimación numérica mediante el método de elementos finitos (M.E.F.) de la trayectoria de descarga en un aislador de alta tensión y su aplicación al cálculo del voltaje de ruptura

Autor:

Mario González de la Higuera Pérez

Director/es

Antonio Usón Sardaña

Escuela de Ingeniería y Arquitectura
2025

Contenido

ÍNDICE DE FIGURAS.....	2
Resumen.....	4
Abstract	4
1. Antecedentes	5
2. Objetivos.....	6
3. Fenómeno de la ruptura eléctrica en gases.....	7
El proceso de ionización	7
Mecanismo de <i>streamer</i> o canal de formación de chispas	7
4. El software de elementos finitos Femm	11
5. Modelos analizados.....	14
1. Modelo plano-plano.....	14
2. Modelo punta-plano.....	14
3. Modelo del aislador U40.	15
6. Modelado de los esquemas en el software Femm.....	17
1. Modelado de la configuración plano-plano.....	17
2. Modelado de la configuración punta-plano.....	18
3. Modelado del aislador U40.....	19
7. Análisis de los modelos simulados	21
1. Sistema plano-plano.....	21
2. Sistema punta-plano.....	26
3. AisladorU40.....	29
8. Explicación del programa.....	34
9. Discusión de resultados y conclusiones.....	39
10. Bibliografía	41
Anexo I.....	42
Anexo II.....	45

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Campo generado por la acumulación de cargas [1].....	9
Figura 2. Avalanchas secundarias formadas por fotoelectrones. [1]	9
Figura 3. Distribución de E en un sistema punta plano (E no uniforme). [1].....	10
Figura 4. Sistema A dentro del plano x, y. Sistema con distintos materiales dieléctricos divididos por una línea discontinua en las regiones I y II. [3].....	12
Figura 5. Región del sistema A mallada con subsistemas triangulares. [3]	13
Figura 6. Esquema del modelo plano-plano [4]	14
Figura 7. Esquema del modelo punta-plano [5]	15
Figura 8. Esquema del aislador U40 [6].....	16
Figura 9. Imagen de un aislador U40, diferenciando sus partes [7].....	16
Figura 10. Modelado de la configuración plano-plano descrita en el pre-procesador software Femm.	17
Figura 11. Distribución del potencial electrostático en la configuración plano-plano determinada con el post-procesador de Femm.....	18
Figura 12. Modelo de la configuración punta-plano descrita en el pre-procesador de Femm. ..	18
Figura 13. Distribución del potencial electrostático de la configuración punta-plano determinada con el post-procesador de Femm.....	19
Figura 14. Modelado del aislador U40 en el pre-procesador software Femm.	20
Figura 15. Modelado del aislador U40 en el post-procesador software Femm.....	20
Figura 16. Distribución del módulo del vector intensidad de campo eléctrico en el modelo plano-plano	21
Figura 17. Campo eléctrico a lo largo de la superficie del electrodo positivo del modelo plano-plano	22
Figura 18. Campo eléctrico a lo largo de la superficie del electrodo negativo del modelo plano-plano	22
Figura 19. Gradiente de potencial del sistema plano-plano sin barrera	23
Figura 20. Valor del campo eléctrico a lo largo de la línea (roja) de la figura 19	23
Figura 21. Distribución del potencial electrostático (izda.) y de intensidad de campo eléctrico (dcha.) del sistema plano-plano con barreras	24
Figura 22. Valor del campo eléctrico a lo largo de la línea (roja) de la figura 21	24
Figura 23. Representación gráfica de la línea de ruptura dieléctrica según el fichero LUA	25
Figura 24. Campo eléctrico a lo largo de la línea de ruptura dieléctrica del modelo plano-plano.	25
Figura 25. Distribución del módulo de la intensidad de campo eléctrico en el modelo punta-plano	26
Figura 26. Campo eléctrico a lo largo de la superficie del electrodo positivo del modelo punta-plano	27
Figura 27. Representación gráfica de la línea de ruptura dieléctrica según el fichero LUA	27
Figura 28. Campo eléctrico a lo largo de la línea de ruptura dieléctrica del modelo punta-plano.	28
Figura 29. Representación gráfica de la línea de ruptura dieléctrica con barrera.	29
Figura 30. Distribución del campo eléctrico en las inmediaciones del plato de vidrio del aislador U40.....	29

Figura 31. Distribución del módulo del vector intensidad de campo eléctrico a lo largo de la superficie del plato de vidrio del aislador (diferencia de potencial entre electrodos de 30 kV).30

Figura 32. Distribución del campo eléctrico en las inmediaciones del aislador U4031

Figura 33. Distribución del módulo del vector intensidad de campo eléctrico a lo largo de la línea descrita en la Fig. 31 (diferencia de potencial entre electrodos de 30 kV).32

Figura 34. Distribución del módulo del vector intensidad de campo eléctrico a lo largo de la línea descrita en la Fig. 31 (diferencia de potencial entre electrodos de 1 V).....32

Figura 35. Representación gráfica de la línea de ruptura dieléctrica en el aislador U40 según el fichero LUA33

Figura 36. Distribución del módulo del campo eléctrico a lo largo de la línea de ruptura dieléctrica33

Resumen

Este trabajo de fin de grado aborda la estimación numérica y visual de la ruptura dieléctrica del aire en un aislador de media tensión tipo U40. Para ello se han realizado simulaciones electrostáticas bidimensionales mediante FEMM 4.2, junto con un script en lenguaje Lua desarrollado a partir de un programa original del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Zaragoza, el cuál ha sido modificado y utilizado para trazar iterativamente la trayectoria de descarga a partir del punto de máximo campo eléctrico. Los resultados obtenidos se procesan mediante el programa KEvalnc para calcular el voltaje de ruptura correspondiente.

El estudio comienza con modelos simples como plano–plano y punta–plano, que permiten comprender el comportamiento de la distribución de campo eléctrico y la formación de trayectorias de ruptura. Posteriormente, se analiza un modelo realista de aislador U40, empleado en líneas aéreas de media tensión. Este proceso permite verificar la robustez del programa en geometrías de creciente complejidad. El programa desarrollado se plantea como una herramienta didáctica y de investigación que puede emplearse en la formación y el diseño de equipos eléctricos más seguros y eficientes.

Abstract

This bachelor's thesis addresses the numerical and visual estimation of dielectric breakdown of air in a medium-voltage U40-type insulator. To this end, two-dimensional electrostatic simulations were carried out using FEMM 4.2, along with a Lua script developed from a program provided by the Department of Electrical Engineering at the University of Zaragoza. The program has been modified and used to iteratively trace the discharge path from the point of maximum electric field. The results obtained are processed with the KEvalnc program to calculate the corresponding breakdown voltage.

The study begins with simple models such as plane–plane and point–plane, which allow for a better understanding of the behavior of the electric field distribution and the formation of breakdown paths. Subsequently, a realistic model of a U40 insulator, used in medium-voltage overhead lines, is analyzed. This process makes it possible to verify the robustness of the program in increasingly complex geometries. The developed program is presented as both an educational and research tool that can be employed in training and in the design of safer and more efficient electrical equipment.

1. Antecedentes

El estudio de la ruptura dieléctrica comenzó a principios del siglo XX, donde científicos como John Sealy Townsend y Friedrich Paschen desarrollaron las primeras teorías sobre el fenómeno de ruptura dieléctrica en gases. Gracias a los modelos desarrollados por científicos como ellos, fue posible desarrollar el criterio de Raether-Meek, criterio habitualmente usado hoy en día en el estudio y simulación de la ruptura. Este criterio basado principalmente en la teoría de Townsend fue desarrollado a mediados del siglo XX por el físico alemán Karl Raether, quien fue el principal investigador de este fenómeno.[1]

Es innegable la importancia del conocimiento de los mecanismos de la ruptura dieléctrica en la materia, particularmente en los gases, ya sea por las descargas eléctricas atmosféricas o la ruptura de un dieléctrico que puede ocurrir en zonas de alto voltaje como subestaciones o líneas eléctricas, que debido al constante aumento de la demanda eléctrica son cada vez más numerosas y trabajan con mayores niveles de tensión. Por ello el estudio y conocimiento sobre este tema son necesarios para subsanar, evitar o reducir los daños ocasionados.

El desarrollo en todo tipo de tecnologías relacionadas con las cargas eléctricas, ya sean estáticas o en movimiento, ha hecho que estimar los resultados mediante métodos analíticos sea cada vez más complicado debido a varios factores como las complicadas geometrías. Debido a esto se han desarrollado programas basados en el método FEM (Finite Elements Method). El uso del método de elementos finitos permite modelar y analizar de manera precisa la distribución del campo eléctrico en geometrías complejas donde los métodos analíticos tradicionales resultan insuficientes. Este enfoque numérico posibilita estudiar cómo las variaciones en la forma de los electrodos, la presencia de barreras dieléctricas o las propiedades de los materiales influyen en la intensidad del campo y en la aparición de descargas. Además, mediante FEM es posible predecir regiones de concentración de cargas electrostáticas, estimar voltajes de inicio de ruptura y optimizar el diseño de sistemas de alta tensión, reduciendo así riesgos de fallo eléctrico y aumentando la fiabilidad de instalaciones como subestaciones y líneas de transporte de energía.[1]

2. Objetivos

El presente trabajo de fin de grado (TFG) tiene como objetivo final el análisis del fenómeno de ruptura dieléctrica del aire en un aislador de alta tensión. Para ello se usará el software FEMM 4.2 (Finite Element Software Magnetics), software que como su propio nombre implica emplea el método de elementos finitos (MEF) en dos dimensiones.

El TFG parte de un código en programación LUA empleado en una práctica de la asignatura Líneas Eléctricas del grado de Ingeniería Eléctrica, el cual ha sido mejorado para que sea capaz de generar numéricamente y visualizar las trayectorias de las descargas que cortocircuitan el aislador y aplicarlas posteriormente a la estimación numérica del voltaje de ruptura aun con obstáculos entre los dos electrodos. El archivo LUA genera un fichero de texto el cual es analizado con el programa KEvalnc, desarrollado por el profesor del dpto. de Ingeniería Eléctrica Miguel Samplón Chalmeta, para obtener correctamente todos los valores numéricos para estudiar el voltaje de ruptura dieléctrica.

Para llegar al objetivo final ha sido necesario el estudio del marco teórico de la ruptura dieléctrica, analizando así las distintas teorías y criterios que permitan el total entendimiento del fenómeno. Se ha desarrollado el programa en programación LUA y se ha realizado el estudio en el software FEMM de tal forma que se han estudiado primeramente geometrías más sencillas para entender bien el proceso, asegurando así el correcto funcionamiento del programa y comprobando los resultados con los valores experimentales.

Además, este trabajo está orientado a la creación de un recurso didáctico que pueda incorporarse al material docente del departamento, de modo que los estudiantes y futuros investigadores dispongan de un programa válido que les permita estudiar correctamente la ruptura dieléctrica en distintas geometrías.

3. Fenómeno de la ruptura eléctrica en gases

El proceso de ionización

A presión y temperatura normales (NTP), los gases se comportan como excelentes aislantes eléctricos. La corriente de conducción en el aire bajo campos eléctricos bajos se sitúa en el rango de $10 - 30 \cdot 10^{-16} \text{ A/cm}^2$, valor que proviene de la ionización natural causada por radiación cósmica y por sustancias radiactivas presentes en la atmósfera y en la superficie terrestre [2].

Cuando la intensidad del campo eléctrico alcanza un determinado valor, los electrones libres presentes en el gas pueden ganar la suficiente energía cinética entre colisiones, provocando así una ionización por impacto, en otras palabras, los electrones libres consiguen arrancar electrones de las moléculas neutras con las que colisionan. De este modo se genera la ionización en gases, proceso fundamental para la aparición de la ruptura eléctrica.

Para poder formular el incremento de energía de un electrón debida al campo eléctrico debemos definir el camino libre medio (λ_e), que es la distancia media que recorre un electrón entre dos colisiones, en este caso con las moléculas del gas.

La energía media que gana un electrón debido a la acción del campo eléctrico en función de su camino libre medio se expresa como:

$$\Delta W = eE\lambda_e \quad (1.1)$$

e = carga del electrón (C)

ΔW = energía media producida por E (J)

E = intensidad de campo eléctrico (V/m)

λ_e = camino libre medio (m)

La condición para que ocurra la ionización por impacto es que la energía ganada debe ser al menos igual a la energía de ionización de la molécula:

$$\Delta W \geq eV_i \quad (1.2)$$

V_i = potencial de ionización característico del gas (V)

Este proceso, en el que los electrones adquieren energía suficiente para producir ionizaciones sucesivas, se conoce como avalancha electrónica. La acumulación de avalanchas conduce finalmente a la ruptura dieléctrica. [2]

Mecanismo de *streamer* o canal de formación de chispas

Como ha sido comentado en el apartado de antecedentes, los conocimientos sobre este tema han ido evolucionando desde principios del siglo XX, comenzando por el modelo de Townsend, el cual no se profundiza ya que no es el utilizado en este trabajo. Este modelo se fundamenta en la formación de una avalancha electrónica formada por la ionización por impacto. Este modelo no tiene en cuenta los efectos de la modificación del campo eléctrico debido al conjunto de cargas eléctricas acumuladas y supone que el campo eléctrico es uniforme entre los dos electrodos. Posteriormente Raether demostró que si la avalancha electrónica alcanza un

determinado número de portadores el campo eléctrico generado por la propia carga de la avalancha modifica el campo existente entre los dos electrodos. Raether también definió la condición para que esa avalancha se transforme a *streamer* (canal de gas altamente ionizado) provocando posteriormente la ruptura dieléctrica.

Finalmente, Meek perfeccionó este análisis añadiendo una ecuación matemática para el cálculo de ese campo generado por la carga de la avalancha. Con esta mejora del modelo de Raether se estableció el criterio Raether-Meek, criterio usado en este trabajo para el cálculo del voltaje crítico en las distintas geometrías estudiadas. A continuación, se muestran los fundamentos del modelo comentado.

Bajo el efecto de un campo eléctrico uniforme de intensidad E_0 , el número de portadores en una avalancha electrónica crece exponencialmente según la expresión

$$n(x) = n_0 e^{\alpha x} \quad (1.3)$$

n_0 = número inicial de portadores

x = distancia recorrida (m)

α = coeficiente de ionización efectiva o de Townsend, que depende de la intensidad campo eléctrico y la presión del gas (m^{-1})

Raether demostró que, cuando el número de portadores alcanza valores entre 10^6 – 10^8 , el crecimiento de la avalancha comienza a verse afectado por la distorsión del campo debido al conjunto de cargas eléctricas acumuladas (carga espacial). Si el número de portadores en la cabeza de la avalancha alcanza aproximadamente

$$n_c \approx 10^8$$

el campo eléctrico inducido por la carga espacial se vuelve comparable al campo externo E_0 . En estas condiciones, la avalancha se transforma en un canal conductor (*streamer*), que inicia una descarga rápida

La acumulación de electrones en la cabeza de la avalancha genera un campo adicional de intensidad E_r que modifica al campo aplicado E_0 , de forma que el campo total por delante de la avalancha se incrementa como

$$E_{total} = E_0 + E_r \quad (1.4)$$

mientras que, por detrás de la cabeza, en la región de iones positivos, se reduce a la siguiente expresión, ya que la dirección del campo cambia

$$E_{total} = E_0 - E_r \quad (1.5)$$

La transición de avalancha a *streamer* se produce cuando E_r es comparable con E_0 . A continuación, se muestra una figura para clarificar los conceptos del campo generado por la acumulación de carga E_r así como el aumento de la carga espacial con la longitud ($e^{\alpha x}$)

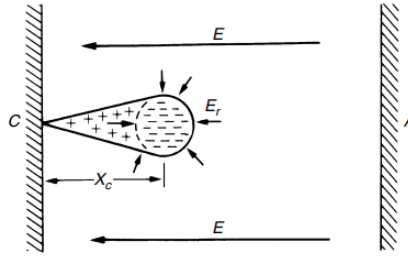


Figura 1. Campo generado por la acumulación de cargas [1]

Los experimentos de Raether establecieron que esta transición ocurre cuando el número de portadores en la avalancha cumple

$$n(x_c) = n_0 e^{\alpha x_c} \approx 10^8 \quad (1.6)$$

Suponiendo $n_0 = 1$ (la avalancha electrónica empieza con un solo electrón libre), entonces:

$$\alpha x_c \approx 18 - 20 \quad (1.7)$$

x_c = longitud donde la avalancha alcanza el tamaño crítico en la dirección de E, también llamada longitud crítica.

Una condición necesaria para la formación del *streamer* es $x_c < d$, donde d es la distancia de los electrodos. Para campos eléctricos uniformes, una condición empírica propuesta por el propio Raether es

$$\alpha d = 17.7 + \ln(d) \quad (1.8)$$

con d expresada en centímetros.

Cuando la avalancha alcanza el tamaño crítico, la intensa ionización en la cabeza produce fotones por recombinación de electrones e iones. Estos fotones generan nuevos electrones por fotoionización, que, acelerados por el campo eléctrico, originan avalanchas secundarias y provocan la rápida formación del *streamer* [10].

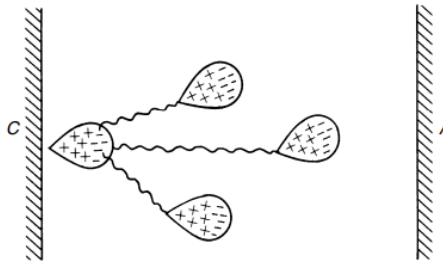


Figura 2. Avalanchas secundarias formadas por fotoelectrones. [1]

De forma complementaria al criterio de Raether, Meek desarrolló una formulación para describir la transición de una avalancha a *streamer*, considerando el campo radial E_r generado por los iones positivos acumulados justo detrás de la cabeza de la avalancha. Al igual que en el modelo

de Raether, la transición ocurre cuando el campo radial inducido por la carga espacial alcanza un valor comparable al campo externo Meek dedujo que el campo radial puede aproximarse mediante:

$$E_r = (6.12 * 10^7) e^{\alpha x} (xp)^{-1/2} \quad (1.9)$$

x = distancia recorrida por la avalancha electrónica (m)

p = presión del gas (Pa)

α = coeficiente de Townsend para el campo exterior aplicado E (m^{-1})

Asumiendo que la avalancha ha cruzado toda la distancia entre electrodos ($x=d$) y que $E_r \approx E$, Meek obtuvo el criterio:

$$\alpha d + \ln\left(\frac{\alpha}{p}\right) = 14.5 + \ln\left(\frac{E}{p}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{d}{p}\right) \quad (1.10)$$

Esta ecuación puede ser resuelta mediante iteraciones usando datos empíricos de la relación α/p en función de E/p . Si se comparan los valores de la tensión de ruptura V_b que resultan de esta fórmula con los valores experimentales para el aire seco se observa que los resultados son perfectamente válidos a pesar de pequeñas desviaciones (fruto de las suposiciones que hace Meek como que la carga está concentrada en un volumen esférico y que la difusión es puramente térmica). Este modelo, mejorado por Meek, llamado el criterio Reather-Meek o criterio de streamer es el usado en este estudio. [1]

La condición entonces para que se genere el *streamer* viene dada de la ecuación (1.7), teniendo así en cuenta la distribución no uniforme del parámetro $\bar{\alpha}$.

$$\exp \int_0^{x_c < d} \alpha * dx = N_{cr} \quad (1.10)$$

N_{cr} = número crítico de electrones $\approx 10^8$

De la ecuación (1.10) podemos derivar la (1.11), que es la ecuación de la llamada integral de inepción, la cual es usada por el programa Kevallnc para el cálculo del voltaje de ruptura.

$$\int_0^{x_c < d} \alpha * dx = \ln(N_{cr}) \approx 18 - 20 \quad (1.12)$$

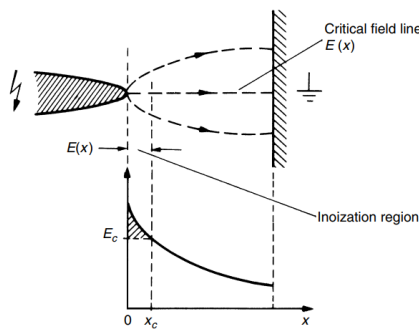


Figura 3. Distribución de E en un sistema punta plano (E no uniforme). [1]

Esta integral debe calcularse a lo largo de una línea de campo eléctrico, ya que es la trayectoria teórica que seguiría una partícula cargada en el interior del campo. El origen espacial de esa línea coincidirá con el punto donde la intensidad de campo eléctrico es más elevada, ya que es ahí donde comenzará la ionización del gas.

4. El software de elementos finitos Femm

Antes de hablar sobre el software utilizado en este proyecto, haré una breve introducción a uno de los métodos de análisis numérico más utilizados en el campo de la ingeniería hoy en día, el MEF.

Este método es habitualmente usado para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales, como es nuestro caso, ya que se trata de un problema electrostático en dos dimensiones. Este método es capaz de trabajar con geometrías complejas, sistemas no homogéneos y en general problemas a los que es muy difícil encontrar una solución por los métodos analíticos tradicionales [10].

El principio de esta técnica es dividir el espacio en subsistemas más pequeños (elementos finitos) y hacer aproximaciones lineales en esos elementos. Femm por ejemplo divide la región donde se quiere conocer el campo eléctrico y magnético en triángulos bidimensionales. La precisión del resultado es proporcional al tamaño de estos elementos finitos; a menor tamaño, mayor precisión. En el caso de campos electrostáticos, en Femm se suele mallar más finamente las geometrías como los bordes o puntas en las cuales se acumulan mayor número de cargas, lo que provoca un incremento de la intensidad de campo eléctrico y un cambio en la geometría de las líneas de $\vec{E}$. [3]

Femm (Finite Element Method Magnetic), programa desarrollado por David Meeker, conocido ingeniero y desarrollador de software el cual desarrolló la primera versión de este programa en 1996 hasta llegar a la versión actual, es capaz de analizar y resolver problemas de varios tipos como los electrostáticos, magnetostáticos, de flujo de corriente eléctrica y de calor, siempre en dos dimensiones. Es un programa de software gratuito, que puede ser descargado desde la página del autor. A continuación, veremos cómo aplica Femm el método de los elementos finitos.

En Femm, los problemas electrostáticos se definen principalmente con dos parámetros, el valor del campo eléctrico $\vec{E}$ y la densidad del flujo eléctrico, también llamado desplazamiento eléctrico $\vec{D}$. Estos dos parámetros deben cumplir dos condiciones [3]:

1. La forma diferencial de la *Ley de Gauss*, que establece que el flujo que sale de cualquier volumen cerrado es igual a la carga contenida dentro de dicho volumen,

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad [2.1]$$

donde ρ es la densidad de carga (C/m^3)

2. La segunda condición en la forma diferencial de la *Ley de Ampère* para problemas electrostáticos,

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad [2.2]$$

Los dos parámetros se relacionan mediante la expresión:

$$\vec{D} = \epsilon * \vec{E} \quad [2.3]$$

Donde ϵ es la permitividad eléctrica. Algunos problemas electrostáticos reales pueden presentar una relación no lineal entre $\vec{D}$ y $\vec{E}$; Femm solo considera problemas con una relación lineal. Con el objetivo de simplificar los cálculos, Femm utiliza el potencial eléctrico escalar V , que es definido por su relación con $\vec{E}$ [9],

$$\vec{E} = -\nabla V \quad [2.4]$$

ya que para cualquier escalar β se cumple que:

$$\nabla x \nabla \beta = 0 \quad [2.5]$$

lo que asegura que la *ley de Ampère* se cumpla automáticamente. Sustituyendo en la *Ley de Gauss* y aplicando las relaciones 2.4 y 2.5, nos da como resultado una ecuación diferencial de segundo grado.

$$-\epsilon \nabla^2 V = -\rho \quad [2.6]$$

Esto es válido en regiones con permitividades eléctricas homogéneas. Femm resuelve la ecuación anterior en un dominio definido por el usuario y unas condiciones de contorno determinadas.

Femm emplea un programa de mallado que, viene ya incorporado dentro de Femm, el cual es el responsable de realizar el mallado en nuestro sistema 2D. El programa, triangle.exe, divide el sistema en subsistemas con geometría triangular.

A continuación, se muestra el ejemplo de un sistema A, formado por elementos de distintas propiedades eléctricas, ϵ_I y ϵ_{II} , el cual será dividido en subsistemas con geometría triangular, tal como indica la figura 5. [3]

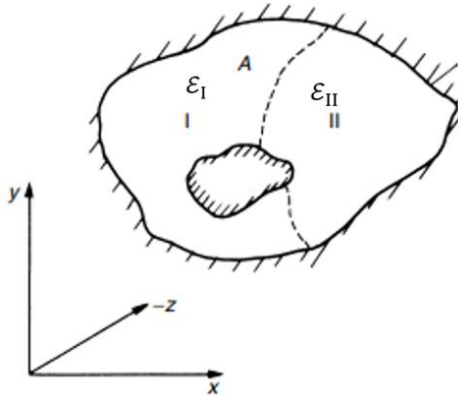


Figura 4. Sistema A dentro del plano x, y. Sistema con distintos materiales dieléctricos divididos por una línea discontinua en las regiones I y II. [3]

Dependiendo de la precisión que se busque el programa triangle.exe realizará más subsistemas o menos. A continuación, se muestra una región de la figura 4 mallada.

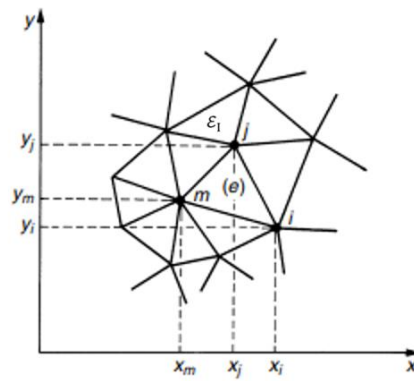


Figura 5. Región del sistema A mallada con subsistemas triangulares. [3]

Una vez realizado el mallado y el cálculo en Femm se abrirá el post-procesador. Este programa nos mostrará en cada punto (r, z) del sistema los siguientes parámetros (solo se muestran los parámetros obtenidos para un problema electrostático los cuales son los estudiados en este proyecto):

V = Potencial electrostático [V].

D = Densidad de flujo eléctrico o desplazamiento eléctrico [C/m^2], el post-procesador también nos muestra la componente r y la componente z de D .

E = Campo eléctrico [V/m], el post-procesador también nos muestra la componente r y la componente z de E .

ϵ_r y ϵ_z = permitividad dieléctrica relativa [Adimensional].

nrg = densidad de energía [J/m^3].

El post-procesador de Femm puede, además, mostrar una representación gráfica de estos valores, así como la opción de realizar gráficas, para facilitar el entendimiento del problema.

5. Modelos analizados

1. Modelo plano-plano.

El modelo plano-plano es ampliamente estudiado en problemas electrostáticos y de descargas debido a su simplicidad geométrica, que permite representar el problema con simetría plana o axisimétrica y reducir la complejidad computacional, facilitando la validación de resultados. A pesar de no haberse podido realizar propiamente los ensayos experimentales, esta configuración es sencilla de realizar y medir ofreciendo así un alto control experimental, permitiendo ajustar parámetros como la distancia de separación, el material dieléctrico o el voltaje aplicado. Además, se estudia en aplicaciones reales como ensayos de rigidez dieléctrica, reactores de descarga en barrera dieléctrica o sensores de campo eléctrico [4]. Las barreras dieléctricas en esta disposición permiten analizar fenómenos de acumulación de carga superficial y la modificación de la distribución del campo eléctrico; estos aspectos son imprescindibles para comprender el encendido y la propagación de descargas.

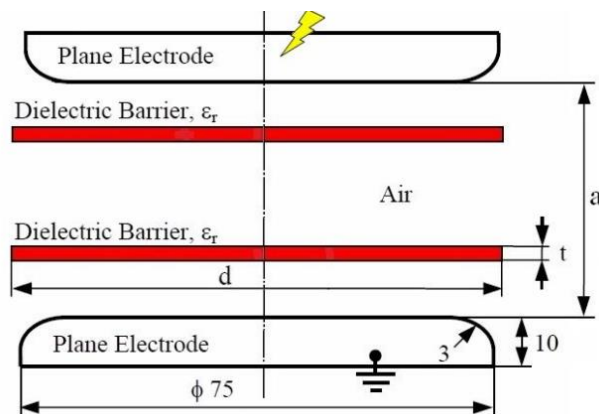


Figura 6. Esquema del modelo plano-plano [4]

La Figura 6 muestra la configuración de electrodos plano-plano, junto con sus dimensiones. Aquí, el disco plano tiene un diámetro de 75 mm y un espesor de 10 mm. Como electrodos, cada barrera aislante tiene un diámetro de 75 mm y un espesor t de 3 mm. La separación está en posición vertical y la geometría del sistema de electrodos presenta simetría axial. La constante dieléctrica relativa ϵ_r de las barreras aislantes hechas de PVC se asume igual a 4 para las pruebas y el análisis por computadora [4].

2. Modelo punta-plano.

El modelo de punta-plano es usado para estudiar la concentración y el incremento del campo eléctrico en distintas geometrías, que son habituales en equipos de alta tensión como puntas, irregularidades en la superficie o uniones. A diferencia del anterior, en el cual el campo eléctrico es casi uniforme entre las superficies, el modelo punta-plano produce un gradiente muy marcado cerca de la punta, donde el campo alcanza valores mucho más altos que en el resto del espacio. El estudio de este modelo facilita el análisis del origen de descargas y fenómenos como el efecto corona o descargas parciales, que ocurren en áreas de alta concentración de cargas e

intensidades de campo eléctrico muy elevadas. Asimismo, este modelo resulta muy útil para entender de qué manera las geometrías de los electrodos influyen directamente en el campo eléctrico, lo cual es clave para crear dispositivos que contribuyan a disminuir los fallos causados por una intensificación localizada del campo, mejorando así la fiabilidad y la seguridad en la fabricación y uso de los sistemas eléctricos de alta tensión. Este análisis complementa el modelo plano-plano, visto anteriormente y los dos nos ofrecen un buen análisis previo al estudio del aislador

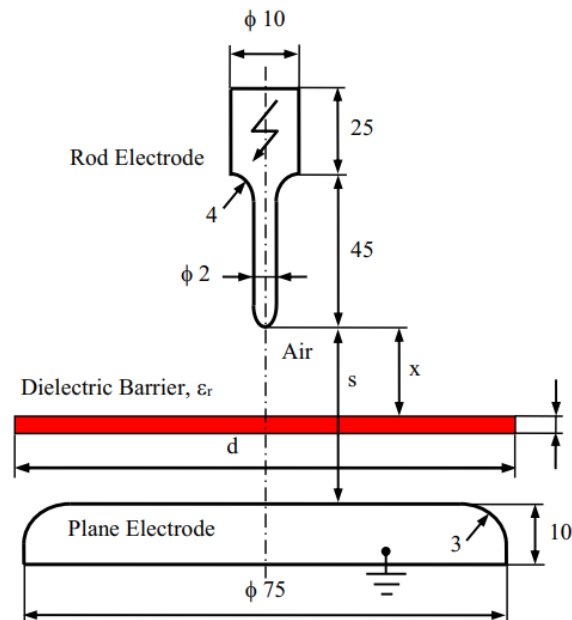


Figura 7. Esquema del modelo punta-plano [5]

La Figura 6 muestra la configuración de electrodos punta-plano, junto con sus dimensiones. Aquí, la punta tiene un diámetro de 2 mm. Como electrodos, cada barrera aislante tiene un espesor t de 3 mm y un diámetro d de 75 mm al igual que el disco utilizado como electrodo negativo, pero con un espesor de 10 mm. La separación está en posición vertical y la geometría del sistema de electrodos presenta simetría axial. La constante dieléctrica relativa ϵ_r de las barreras aislantes hechas de PVC se asume igual a 4 para las pruebas y el análisis por computadora [5].

3. Modelo del aislador U40.

Como modelo final, se estudiará el aislador U40, un modelo estandarizado bajo normas de la Unión Europea. Este aislador es ampliamente utilizado en líneas aéreas de alta tensión, típicamente en líneas de categoría 3 (mayor a 1kV y menor a 30kV). A continuación, se explica la nomenclatura del aislador según la norma UNE-EN 60383 (equivalente a IEC 60383) [5].

- U = Aislador en suspensión que puede unirse en cadena.
- 40 = Resistencia mecánica nominal de 40 kN.

La función de este no es solo aislar, si no también soportar la fuerza ejercida por el peso del conductor, y por eso es importante la segunda parte de su nomenclatura. El técnico encargado de seleccionar los elementos aislantes debe tener en cuenta este parámetro al seleccionar los aisladores. Este modelo presenta unos valores típicos de tensión soportada a frecuencia

industrial en seco de unos 70 kV o 75 kV y tensiones de impulso tipo rayo de 120 kV o 170 kV, dependiendo del fabricante.

La Figura 8 muestra el esquema de un aislador U40, con D igual a 175 mm y S igual 110 mm.

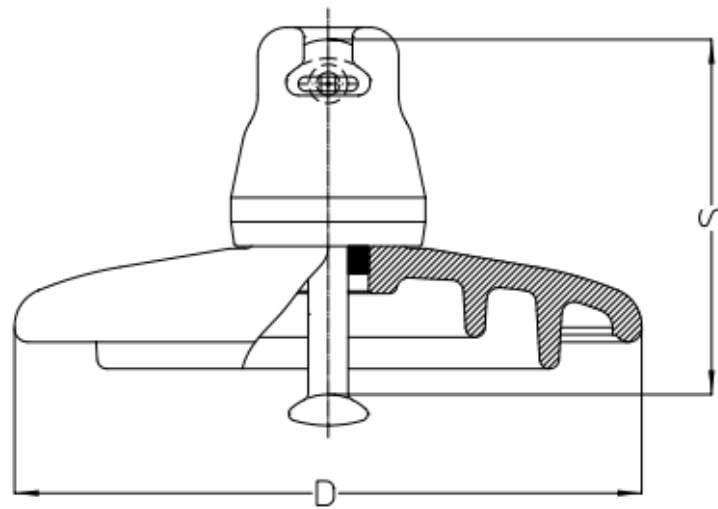


Figura 8. Esquema del aislador U40 [6]

El aislador es fabricado con materiales que soportan bien las condiciones meteorológicas a la intemperie, como vidrio templado; además se fabrican de tal forma que también puedan resistir fácilmente la contaminación ambiental. El diseño del aislador está pensado de tal forma que minimiza las corrientes de fuga y aumenta la línea de ruptura dieléctrica. [6]



Figura 9. Imagen de un aislador U40, diferenciando sus partes [7].

En la imagen se muestran las partes que componen al aislador U40: la caperuza metálica cuya misión es permitir la conexión con otros elementos ya sean aisladores o apoyos, el vidrio con forma de platillo que es el encargado de aislar las partes metálicas y evitar la ruptura dieléctrica, el alojamiento de la rótula, el cual permite que la cadena no sea rígida evitando así la posible

fractura producida por las condiciones meteorológicas como el viento, y el grillete, cuya misión es unirse a otro aislador o directamente al conductor eléctrico. Esta configuración permite cumplir los requisitos mecánicos y eléctricos establecidos por la normativa UNE-EN 60383 [6]

6. Modelado de los esquemas en el software Femm.

A continuación, se mostrarán tanto el modelo de las configuraciones explicadas, con los mismos materiales y dimensiones, como una explicación de las condiciones de contorno, las cuales son fundamentales para las simulaciones en el programa. Al estar resolviendo ecuaciones en el dominio del espacio, las condiciones de contorno se imponen en algunos lugares (en este caso líneas-superficies) del espacio que se está estudiando. Estos modelos son de "fronteras abiertas", por lo que solo es necesario poner condiciones de contorno en aquellas líneas que limitan exteriormente el espacio a mallar. El voltaje aplicado será de un voltio en corriente continua.

1. Modelado de la configuración plano-plano.

Se ha realizado el modelado y se muestra una imagen del pre-procesador de Femm, donde se ha elaborado un diseño siguiendo las medidas y materiales ya explicados con una distancia entre los electrodos de 30 mm.

En esta figura 10 se observa como Femm ha mallado el modelo como se ha comentado anteriormente con elementos triangulares. cabe recalcar que, en las esquinas, bordes u otro tipo de geometrías que distorsionen el campo eléctrico son analizados con una malla con más elementos para aumentar la precisión en estos puntos clave [10].

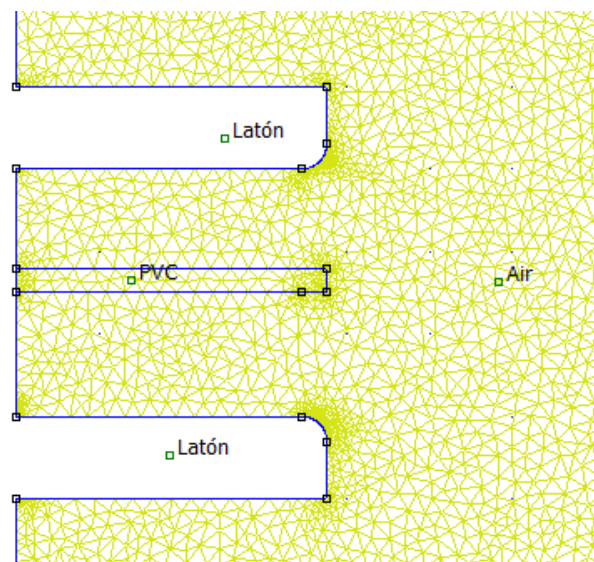


Figura 10. Modelado de la configuración plano-plano descrita en el pre-procesador software Femm.

En la figura 11, donde se muestra una imagen del postprocesador, se aprecia cómo queda distribuido el potencial electrostático tras el cálculo del software FEMM. Se muestra el potencial electrostático, así como el mapa de colores que indica su valor numérico. Esta interfaz del

programa ofrece información visual y numérica sobre los valores máximos del potencial, las áreas críticas donde podría iniciarse una descarga y el impacto que tiene la barrera en la distribución de potencial entre los electrodos.

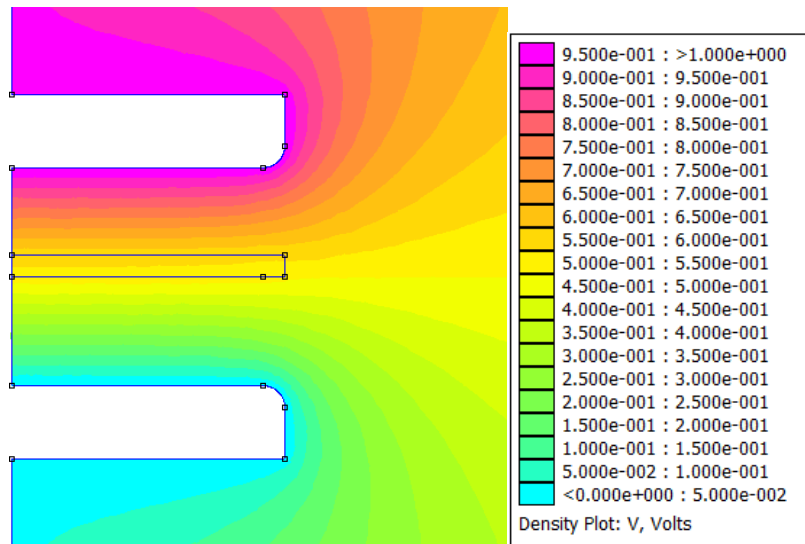


Figura 11. Distribución del potencial electrostático en la configuración plano-plano determinada con el post-procesador de Femm.

En este modelo las condiciones de contorno elegidas han sido aquellas que causan que el vector campo eléctrico sea tangencial en las cuatro paredes que limitan el espacio.

2. Modelado de la configuración punta-plano.

El procedimiento ha sido idéntico al modelo plano-plano, de igual forma se mostrará una imagen del modelo en el preprocesador y otra del postprocesador, con una distancia entre la punta y el plano de 30 mm. En este esquema no se muestra la barrera ya que no ayuda a entender mejor el sistema y al eliminarla es más fácil visualizar el esquema viendo el modelado, figura 12.

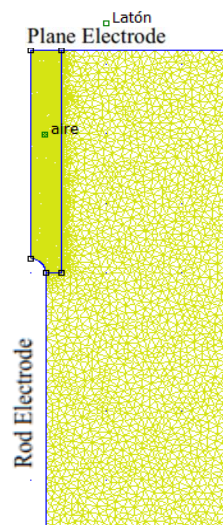


Figura 12. Modelo de la configuración punta-plano descrita en el pre-procesador de Femm.

En este caso, para ayudar al software en los cálculos se ha marcado mediante líneas la región clave de este modelo, que corresponden al lugar donde se inicia la ruptura dieléctrica. Se puede observar que el electrodo positivo (punta) está en la parte inferior del modelo. Esta configuración como se explica a continuación ha venido impuesta para el correcto desarrollo del fichero punto LUA. El cambio comentado no afecta nada a los resultados.

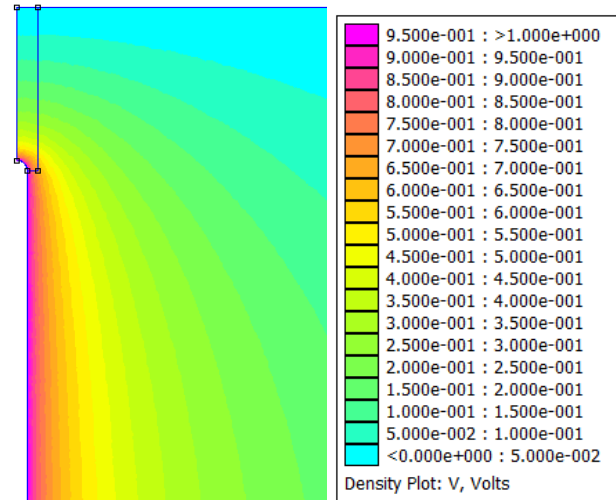


Figura 13. Detalle de la distribución del potencial electrostático de la configuración punta-plano determinada con el post-procesador de Femm.

En este modelo las condiciones de contorno han sido distintas al modelo plano-plano debido a que los valores de la literatura provienen de modelos con estas condiciones. En este caso la pared superior y la pared derecha del modelo se han considerado conectadas a tierra, $V = 0$ V, y en la inferior se ha considerado el campo eléctrico tangencial.

3. Modelado del aislador U40.

Como modelo final se ha realizado el modelado del aislador U40, al igual que en el caso anterior se ha realizado dos semicircunferencias para ayudar al programa a mallar mas finamente en la zona donde se producirá la ruptura dieléctrica. Este modelo ha sido desarrollado por estudiantes de la Escuela de Ingeniería y Arquitectura (EINA) en trabajos relacionados con este tema [7].

En la figura 14 se muestra el mallado realizado por el pre-procesador, y en la figura 15 la distribución de potencial en el espacio que rodea al aislador [7]

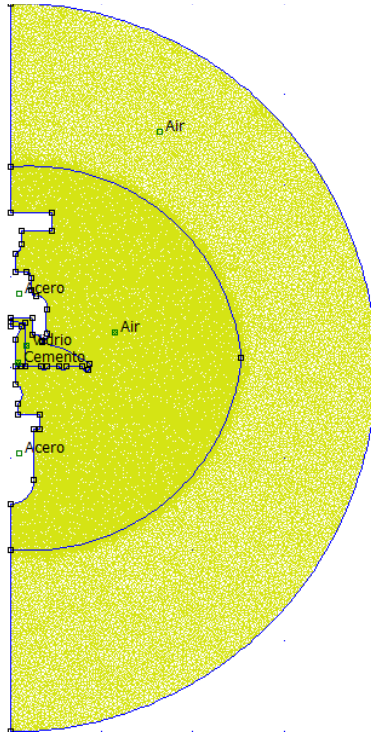


Figura 14. Modelado del aislador U40 en el pre-procesador software Femm.

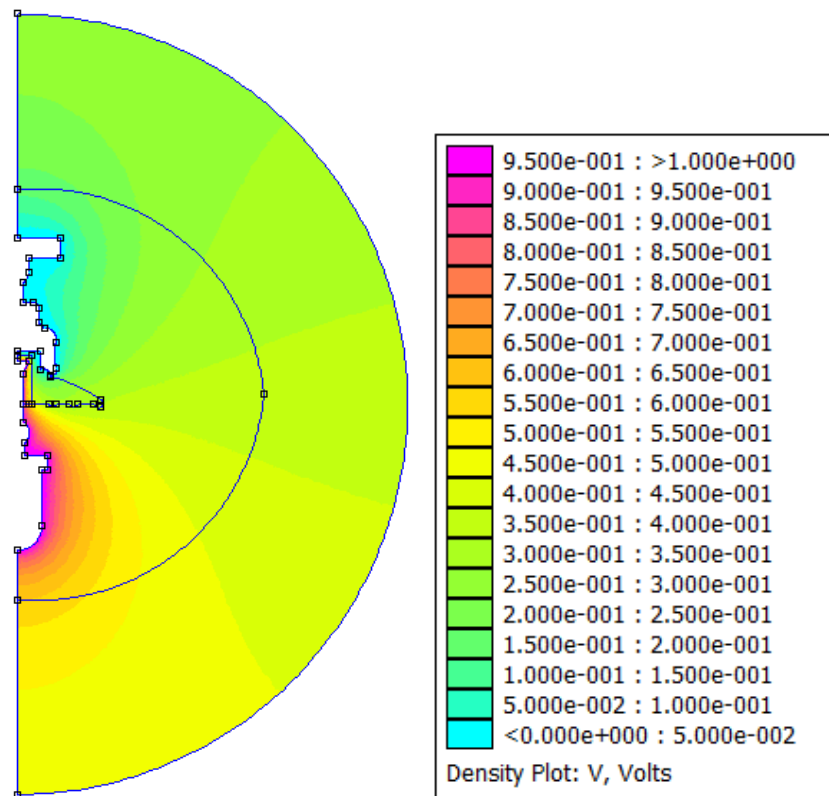


Figura 15. Modelado del aislador U40 en el post-procesador software Femm

En la figura 15, donde se muestra el postprocesador del modelado del aislador, puede apreciarse cómo se distribuye el potencial electrostático a lo largo de toda su geometría, resultado de la simulación realizada en FEMM. El mapa de colores muestra la intensidad del potencial en cada zona, lo que ayuda a ubicar las concentraciones en puntos clave, como la unión con los herrajes metálicos. La simulación se hace por unidad (1 V de diferencia de potencial entre los electrodos), ya que se trata de materiales lineales. Con estos datos sumado al script LUA programado es posible evaluar de qué manera la forma y el material del aislador influyen en la distribución del campo y en la longitud de la línea de fuga, además de señalar posibles puntos críticos donde podría originarse una descarga superficial en condiciones de sobretensión o contaminación.

En este caso, las condiciones de contorno han sido iguales al modelo plano-plano, con el vector E paralelo (tangencial) a los límites, como se ha comentado estas condiciones son necesarias para poder resolver correctamente las ecuaciones diferenciales que rigen el sistema.

7. Análisis de los modelos simulados

Una vez estudiado el marco teórico y realizada la simulación de los distintos modelos se procede al análisis numérico de estos.

1. Sistema plano-plano

A continuación, se analiza el esquema plano-plano. Una vez calculado el potencial electrostático en cada punto del modelo, la intensidad de campo eléctrico se puede determinar y observar gráficamente, ya que se corresponde con el gradiente de potencial.

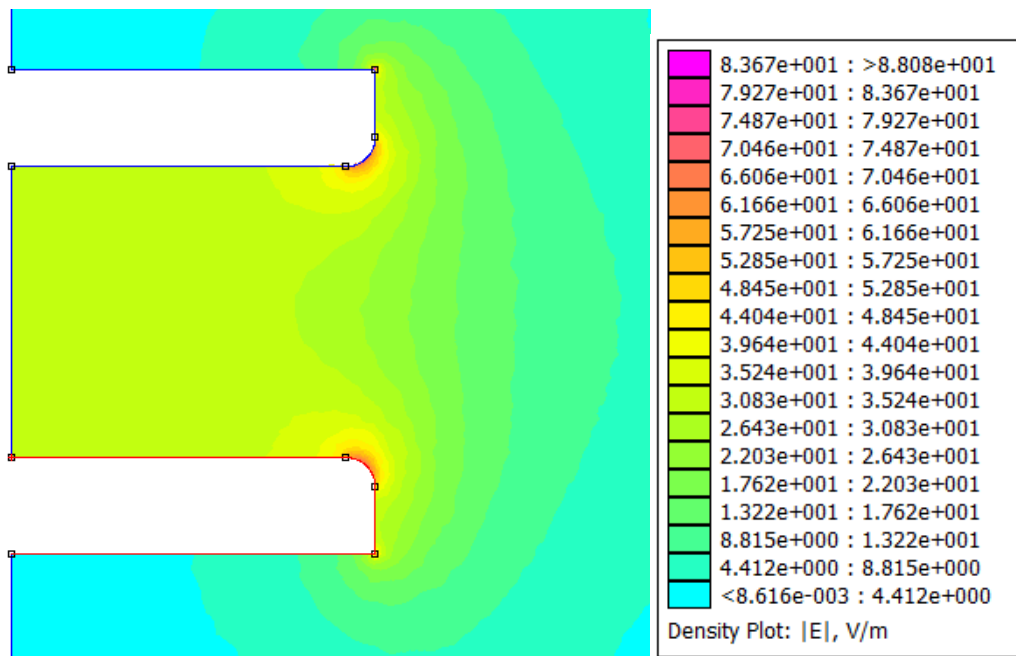


Figura 16. Distribución del módulo del vector intensidad de campo eléctrico en el modelo plano-plano

Como se ha comentado, el resultado de la simulación del campo eléctrico corrobora el incremento de campo eléctrico en los bordes y esquinas. La línea roja de la figura 16 muestra el eje X de la figura 17, siendo 0 el punto ubicado en la zona superior izquierda del disco de latón.

La gráfica de la figura 17 nos muestra cómo evoluciona el campo en las inmediaciones del disco de mayor potencial, que es idéntico al del disco de mayor potencial que se muestra en la gráfica de la figura 18. El análisis se ha realizado por unidad, como ya se ha indicado anteriormente.

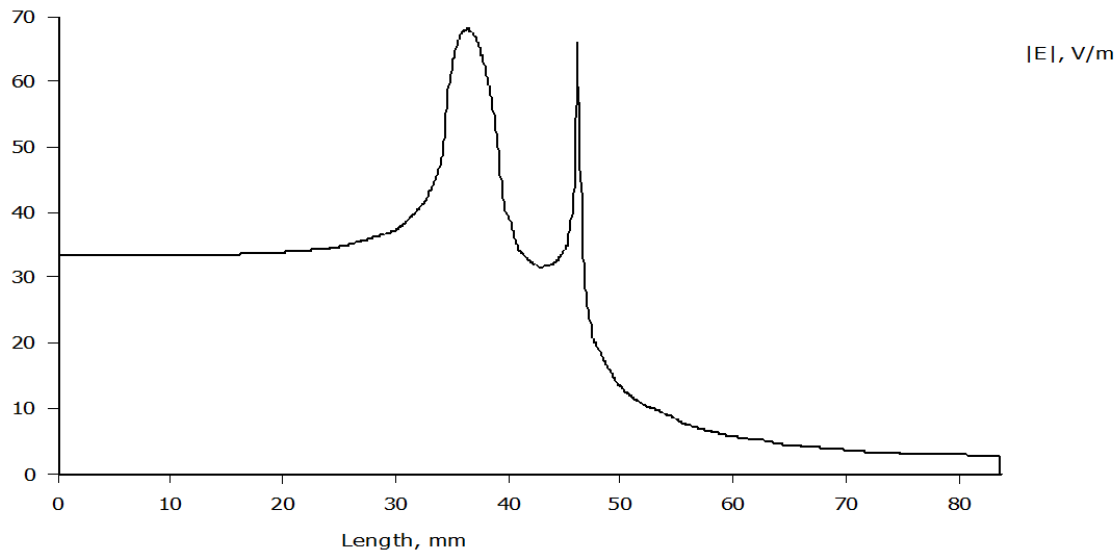


Figura 17. Campo eléctrico a lo largo de la superficie del electrodo positivo del modelo plano-plano

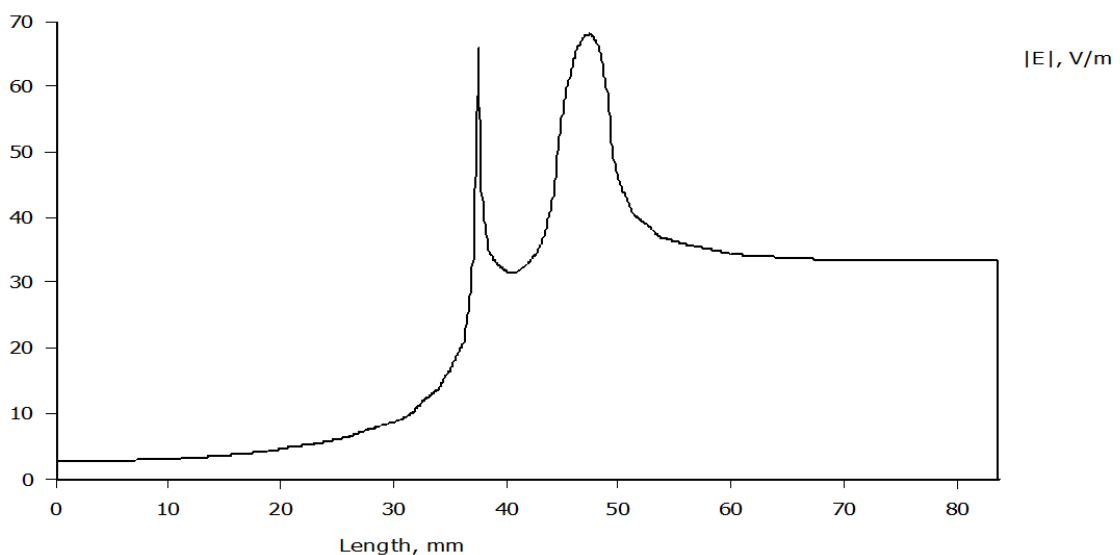


Figura 18. Campo eléctrico a lo largo de la superficie del electrodo negativo del modelo plano-plano

En las gráficas anteriores se observa como el campo se intensifica en el redondeo del borde de los electrodos (pico redondeado en la gráfica) y la esquina de los electrodos (pico puntiagudo en

la gráfica). Se observa también que los valores del campo son simétricos y de igual valor para los electrodos, como nos indica la lógica ya que es un sistema simétrico con un campo eléctrico constante (VDC). Se observa como el campo máximo es aproximadamente de 70 V/m y se encuentra en el borde redondeado (cuando aplicamos una diferencia de potencial de 1 V)

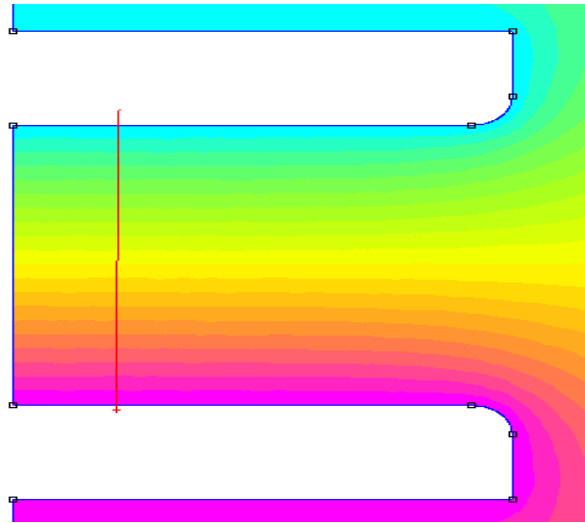


Figura 19. Gradiente de potencial del sistema plano-plano sin barrera

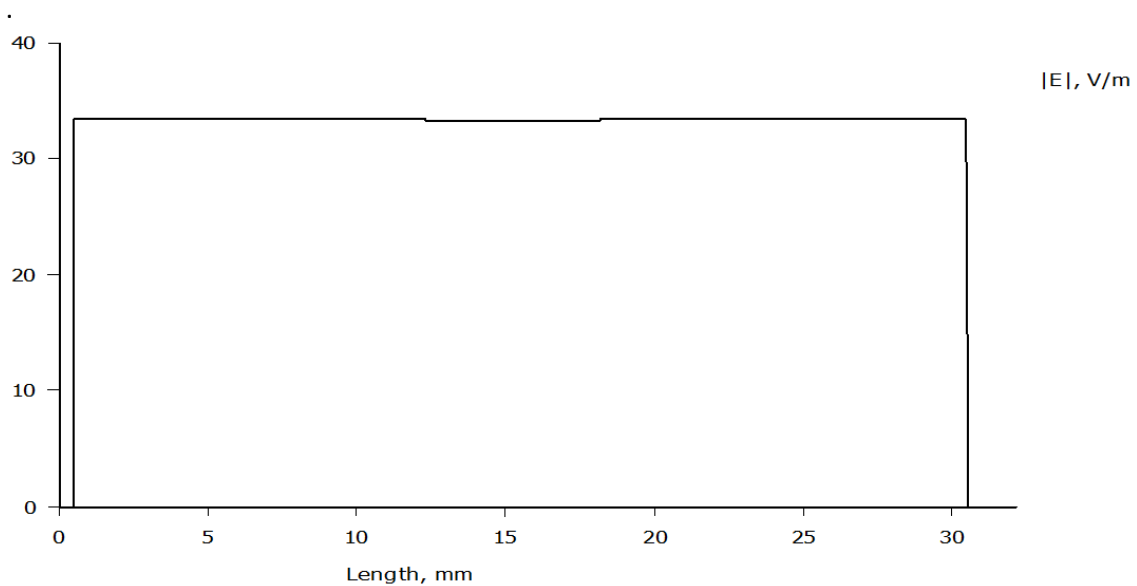


Figura 20. Valor del campo eléctrico a lo largo de la línea (roja) de la figura 19

Como se muestra en la figura 20, correspondiente a la línea (roja) de la figura 19, el campo eléctrico en el interior de los discos es constante con un valor aproximado de 33 V/m, para un voltaje aplicado de 1 V, menos para el interior de las barreras donde el campo disminuye y en el interior de los electrodos donde es 0.

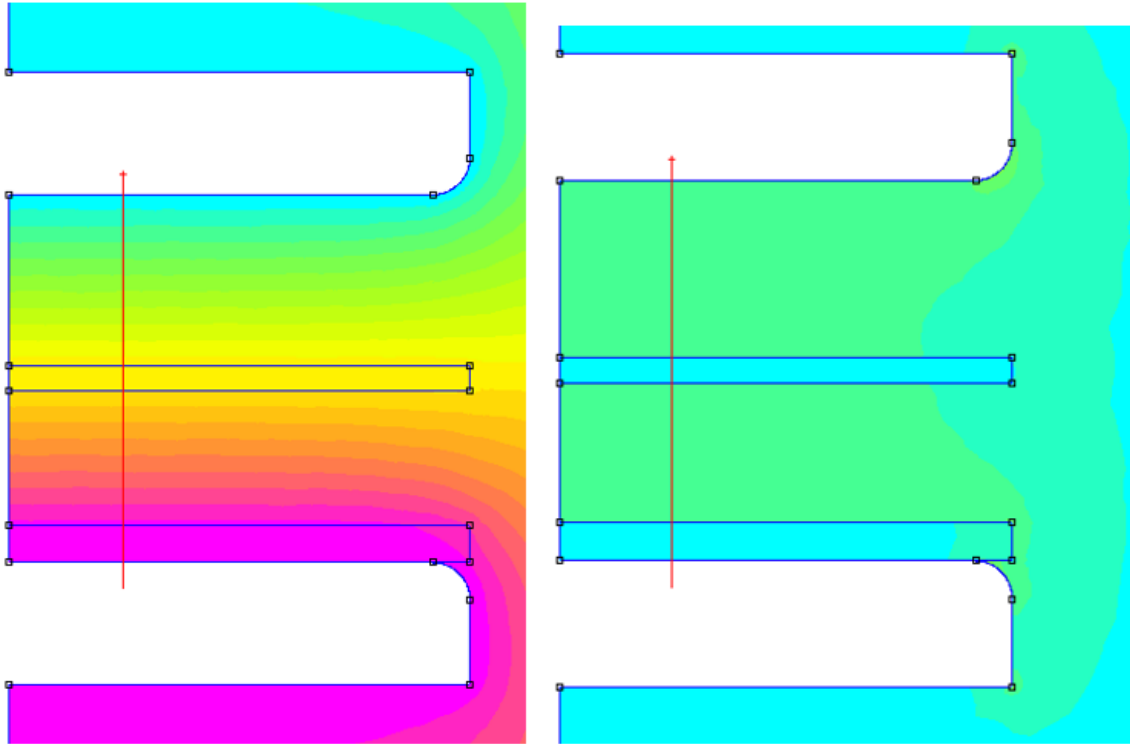


Figura 21. Distribución del potencial electrostático (izda.) y de intensidad de campo eléctrico (dcha.) del sistema plano-plano con barreras

La figura 21 muestra la distribución del potencial y su gradiente (intensidad de campo eléctrico) en el interior del modelo; esto es necesario para poder comprobar si el modelo es fiable y se puede comparar a los valores de la literatura como se comprueba en el capítulo 9 de este trabajo. A continuación, se muestra el campo eléctrico a lo largo de la línea roja representada en la figura 22, se observa como es casi constante con un valor aproximado de 37 V/m para un voltaje aplicado de 1 V, menos para el interior de las barreras donde el campo disminuye y en el interior de los electrodos donde es 0.

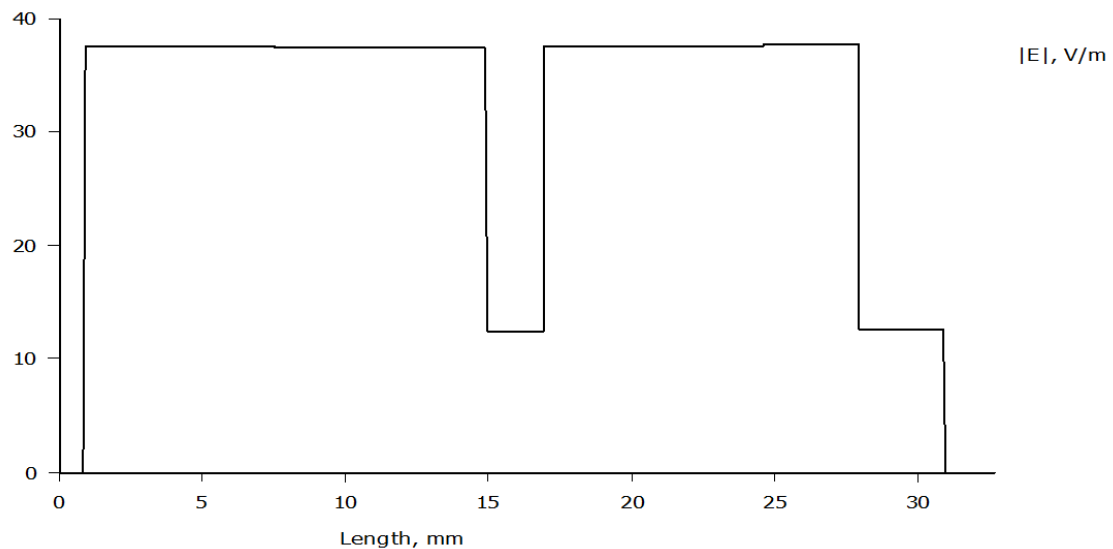


Figura 22. Valor del campo eléctrico a lo largo de la línea (roja) de la figura 21

A continuación, se hará el análisis de la ruptura dieléctrica con ayuda del fichero LUA, que se explicará más en profundidad en el capítulo 8 de este documento, que junto al programa Kevallnc nos darán el resultado del voltaje DC que habría que aplicar al electrodo positivo para producir una ruptura dieléctrica.

En la figura 23 se muestra la línea de ruptura dieléctrica según el fichero LUA y la figura 24 muestra la distribución de la intensidad del campo eléctrico a lo largo de la línea de ruptura, la cual no es constante como se ha visto en la figura 20 ya que como se muestra en la figura 24, esta sale del interior de las dos placas donde el campo es constante.

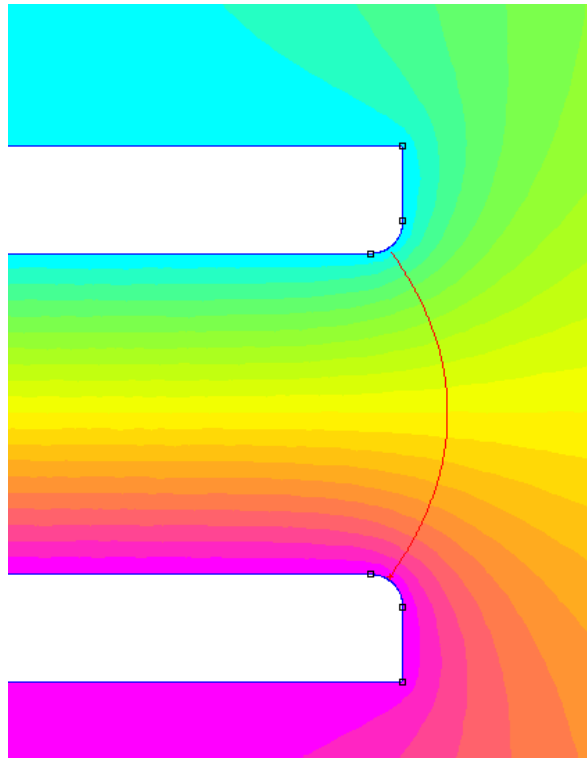


Figura 23. Representación gráfica de la línea de ruptura dieléctrica según el fichero LUA

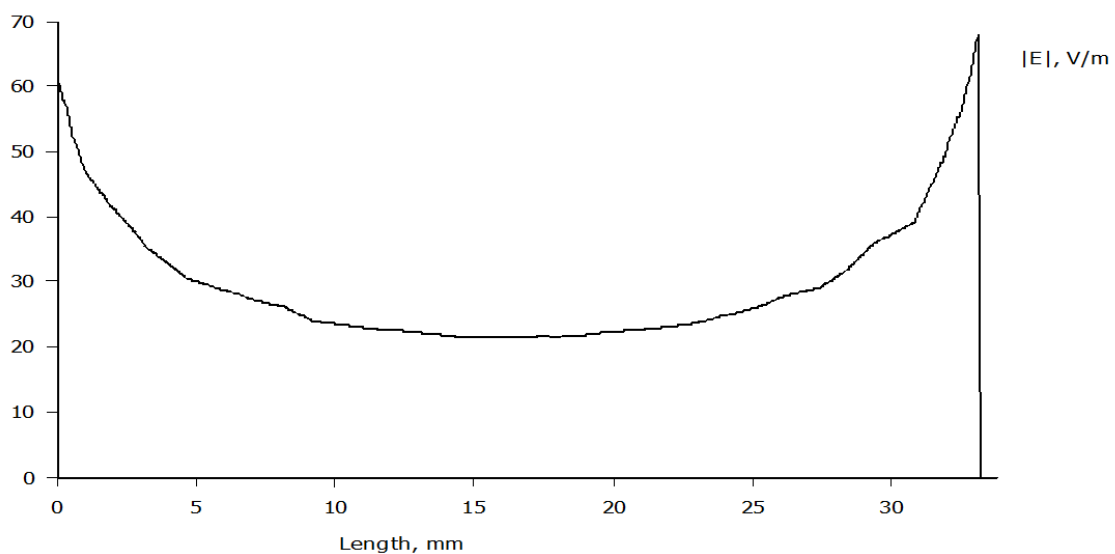


Figura 24. Campo eléctrico a lo largo de la línea de ruptura dieléctrica del modelo plano-plano.

Con el fichero txt generado por el archivo LUA y necesario para el cálculo del voltaje de ruptura dieléctrica, el programa KEvalnc 2.0 da como resultado un valor de 87,2 kV mientras que para el sistema con barreras da como resultado 90 kV, estos resultados serán analizados y comparados con los valores de la literatura en el apartado 9.

2. Sistema punta-plano

En este modelo también se subraya la importancia de la geometría axisimétrica, pero al no ser simétrico respecto del eje Z, los valores serán sumamente superiores en el electrodo positivo (punta) que en el negativo (plano). La figura 25 muestra la distribución del campo eléctrico en el modelo. La simulación se ha realizado por unidad.

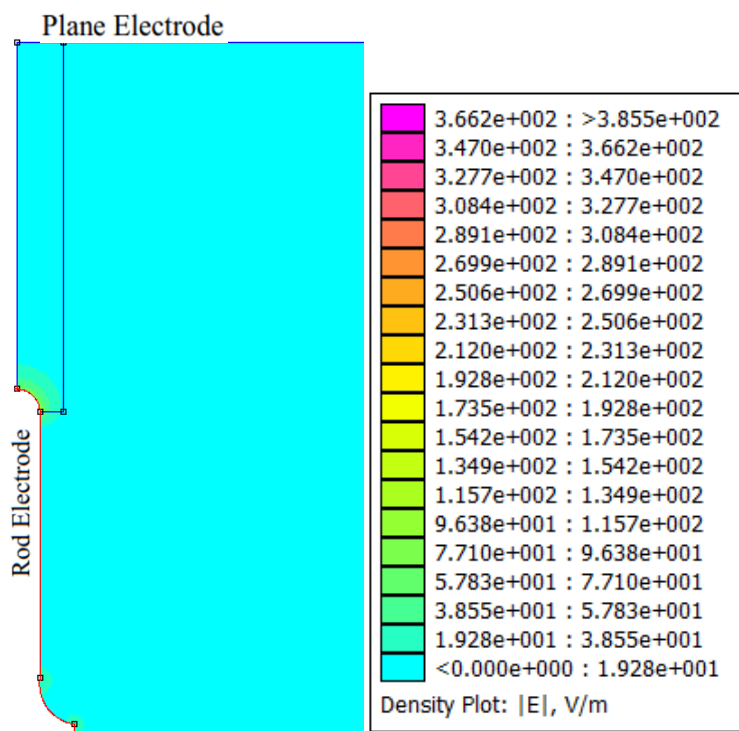


Figura 25. Distribución del módulo de la intensidad de campo eléctrico en el modelo punta-plano

Como se observa en la figura 25 y se ha venido comentando en este proyecto el campo se concentra en la punta debido en la geometría.

La Figura 26 muestra la distribución del campo eléctrico en las inmediaciones del electrodo positivo. Se puede apreciar un gran pico exactamente en la punta y los dos picos de la unión con el cilindro de mayor tamaño. El valor máximo del campo da un valor aproximado de 380 V/m (recordemos estamos aplicando una diferencia de potencial entre los electrodos igual a 1 V), que es más de 5 veces el valor obtenido en el modelo plano-plano. De igual forma que en el punto anterior se procede al estudio del voltaje de ruptura dieléctrica mediante el archivo LUA y el programa Kevallnc

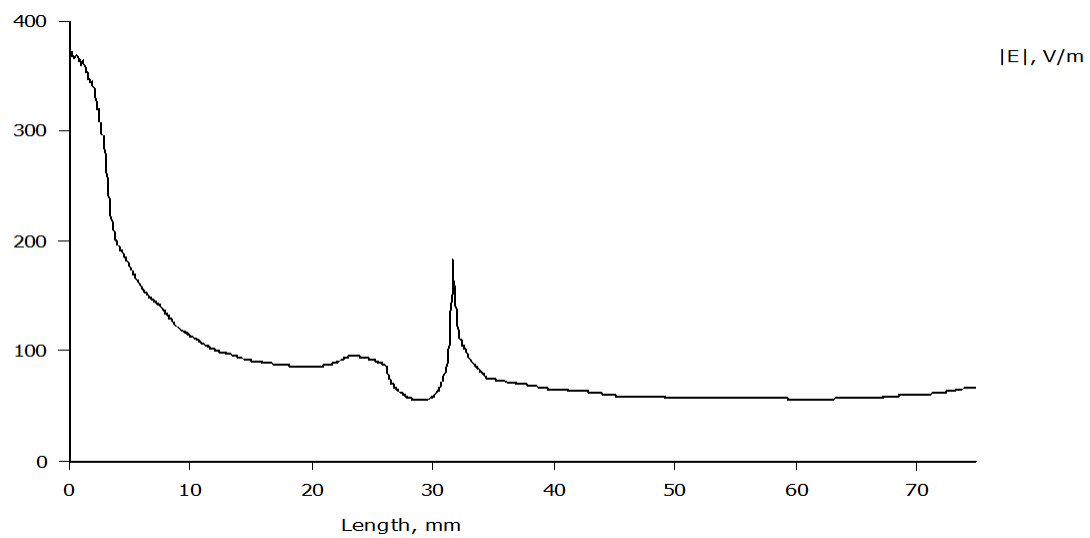


Figura 26. Campo eléctrico a lo largo de la superficie del electrodo positivo del modelo punta-plano

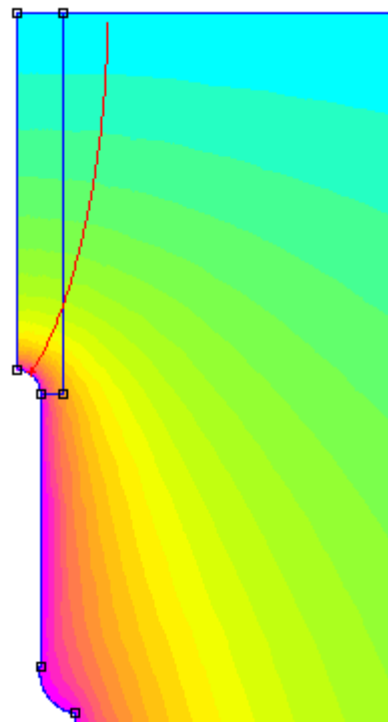


Figura 27. Representación gráfica de la línea de ruptura dieléctrica según el fichero LUA

Aquí se ve como la línea empieza en el punto con mayor campo eléctrico, con un valor de 368,2 V/m. Si analizamos el campo en el recorrido de la línea de ruptura dieléctrica obtenemos la gráfica que se muestra en la figura 28.

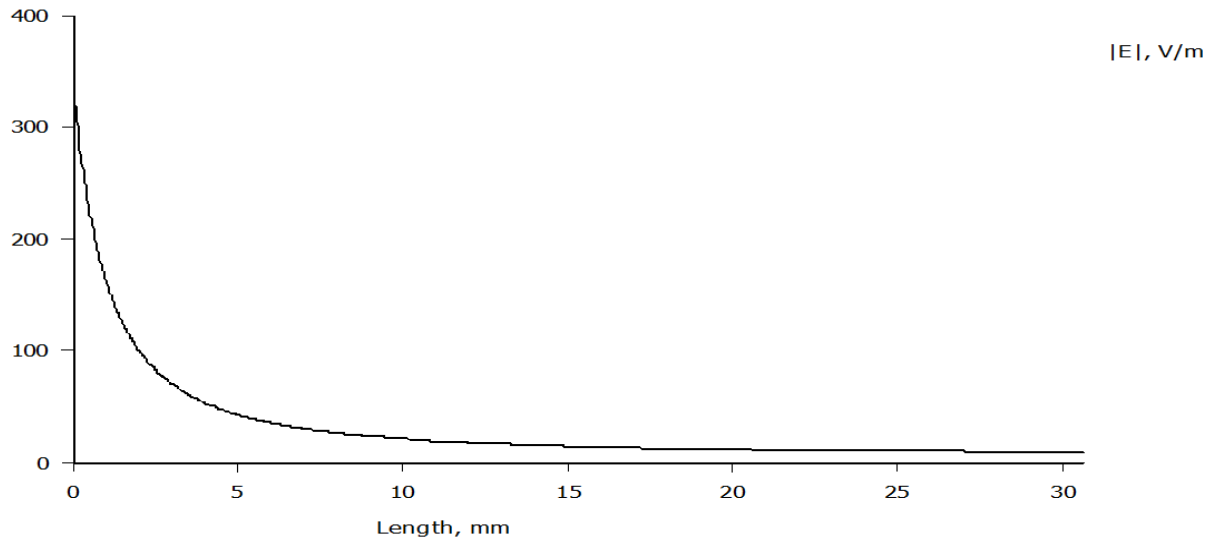


Figura 28. Campo eléctrico a lo largo de la línea de ruptura dieléctrica del modelo punta-plano.

En la gráfica de la figura 28 el campo eléctrico presenta su valor máximo en la región cercana a la punta del electrodo, alcanzando intensidades aproximadas a 380 V/m debido al fuerte efecto de concentración de cargas eléctricas en esta zona. Conforme se avanza a lo largo de la línea de ruptura dieléctrica, la intensidad de campo eléctrico disminuye de manera rápida y exponencial, mostrando una caída abrupta en los primeros milímetros y tendiendo posteriormente a valores muy bajos y casi constantes hacia el electrodo plano. Este comportamiento refleja la naturaleza no uniforme del campo en geometrías con puntas o curvaturas, donde la mayor densidad de campo se concentra en la punta, convirtiéndola en el punto crítico para la iniciación de descargas [10].

Una vez obtenido el fichero txt necesario para el cálculo del voltaje de ruptura mediante el programa Kevallnc (este fichero será explicado en el capítulo 8 de este proyecto), obtenemos un resultado de 17,7 kV para producir la ruptura dieléctrica en el sistema punta-plano con una distancia entre electrodos de 30 mm.

Si realizamos el mismo procedimiento con una barrera de PVC con un espesor de 2 mm colocada en el punto medio de la distancia entre electrodos que se mantienen en 30 mm, el resultado es de 24,9 kV. El resultado gráfico de la línea de ruptura dieléctrica es mostrado en la figura 29.



Figura 29. Representación gráfica de la línea de ruptura dieléctrica con barrera.

3. AisladorU40.

Una vez analizados los dos modelos anteriores, los cuales nos han permitido perfeccionar el programa para ser utilizado en geometrías más complejas, lo empleo a continuación en el estudio del aislador U40. Ya que el aislador es comúnmente utilizado en media tensión, la simulación se ha realizado bajo un voltaje de 30 kV.

Iniciaremos este análisis por el plato de vidrio del aislador, es decir, la parte aislante. Se procede a dibujar la gráfica de la intensidad de campo eléctrico en las inmediaciones del plato de vidrio.

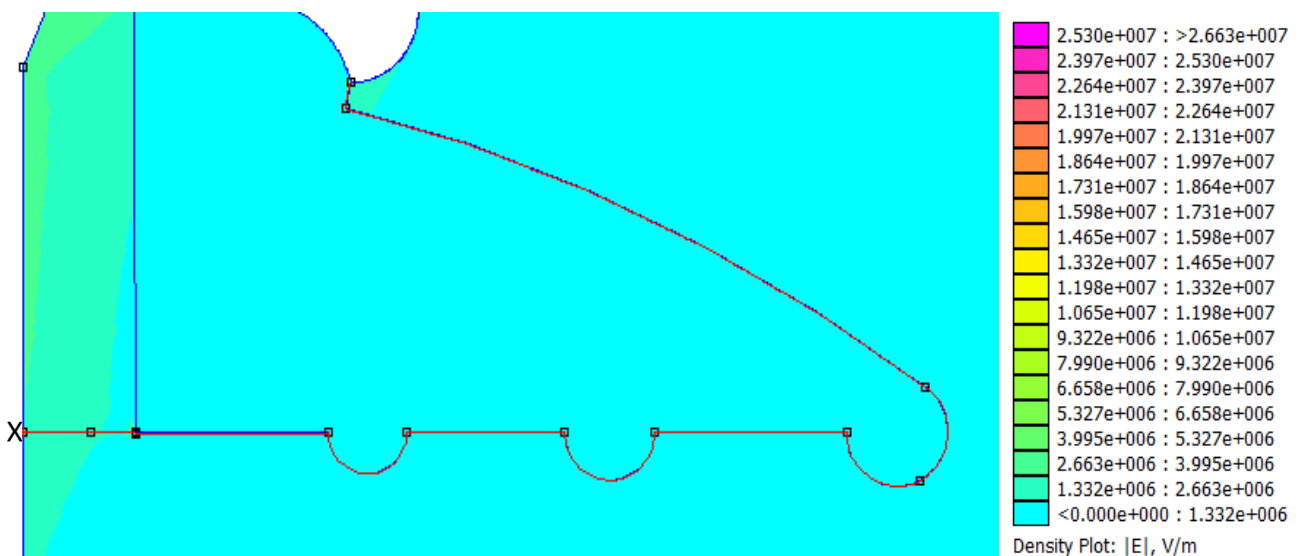


Figura 30. Distribución del campo eléctrico en las inmediaciones del plato de vidrio del aislador U40

En la figura 30 se muestra la distribución del campo eléctrico a lo largo de la superficie del aislador y la gráfica de la figura 31 representa los valores del módulo de ese campo eléctrico en la superficie del plato de vidrio del aislador (línea roja), siendo *length* (distancia desde el origen de la línea) igual a 0 en el punto inferior izquierdo de la línea roja marcado en la figura 30 con una X. Se observa que los valores máximos de este son aproximadamente 2.5×10^6 V/m, los cuales se alcanzan tanto al inicio de la trayectoria analizada como al final. Ahora analizaremos el campo eléctrico en toda la superficie del aislador, incluyendo así las partes metálicas de este, como se muestra en la figura 32.

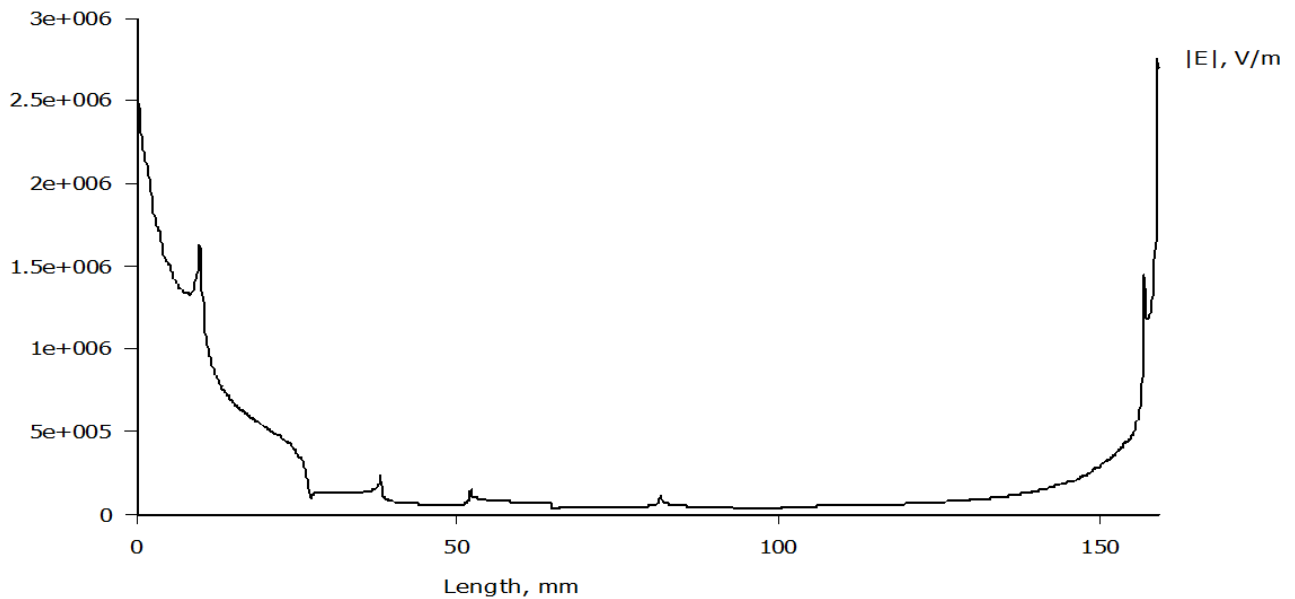


Figura 31. Distribución del módulo del vector intensidad de campo eléctrico a lo largo de la superficie del plato de vidrio del aislador (diferencia de potencial entre electrodos de 30 kV).

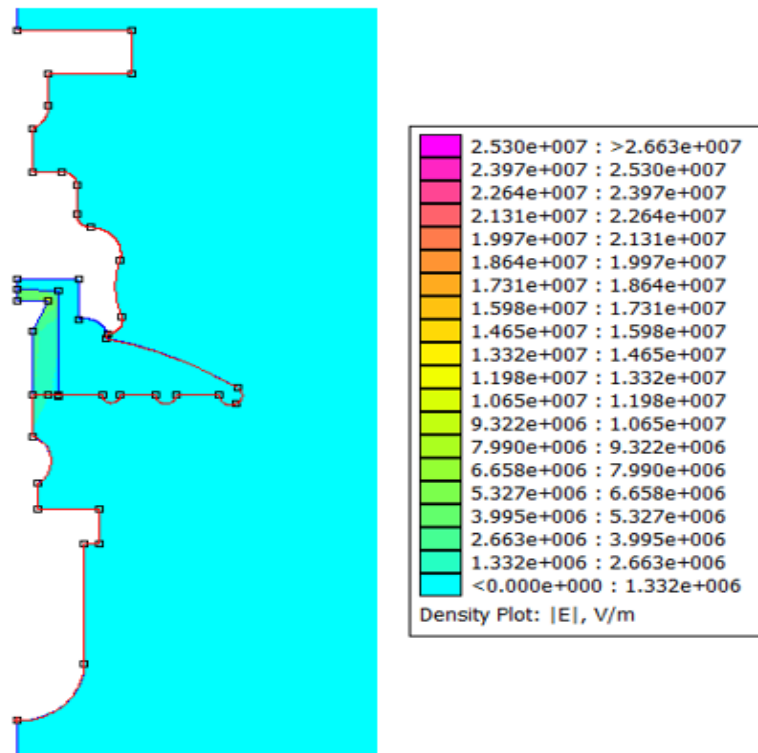


Figura 32. Distribución del campo eléctrico en las inmediaciones del aislador U40

En las figuras 33 y 34 se observa la distribución del módulo del campo eléctrico en las inmediaciones del aislador, siendo el inicio la parte superior de la línea roja de la figura 32. La distribución del campo eléctrico a lo largo de la superficie del aislador U40 muestra varios máximos localizados que coinciden con zonas de discontinuidad geométrica, como las esquinas y la cercanía a los herrajes metálicos. En la gráfica se aprecia que, desde la caperuza superior (0 mm), el campo alcanza valores elevados en los primeros centímetros debido al efecto de borde del electrodo. Después aparece una región de menor intensidad, antes de incrementarse nuevamente alrededor de los 250 mm, donde se registra un pico cercano a $2 \cdot 10^6$ V/m. Más adelante, en la parte intermedia y hasta la zona inferior del aislador (entre 400 y 500 mm), surgen nuevos máximos que superan los $2,5 \cdot 10^6$ V/m, reflejando acumulaciones importantes de carga eléctrica en los cambios de curvatura. Esta distribución no uniforme es propia de los aisladores tipo suspensión, pues la geometría de sus faldas provoca concentraciones de carga que pueden convertirse en puntos críticos para el inicio de descargas parciales y acelerar el envejecimiento del material.

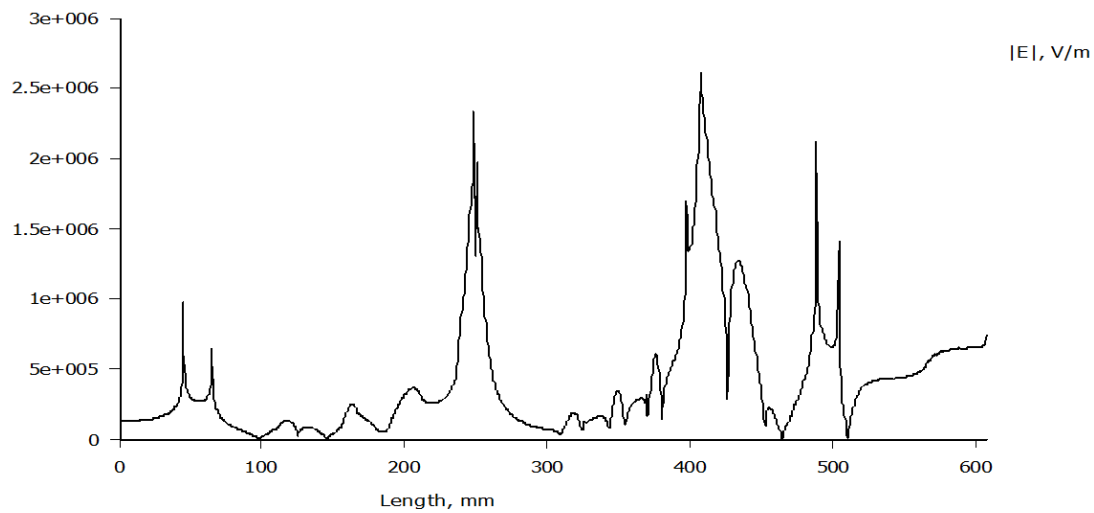


Figura 33. Distribución del módulo del vector intensidad de campo eléctrico a lo largo de la línea descrita en la Fig. 31 (diferencia de potencial entre electrodos de 30 kV).

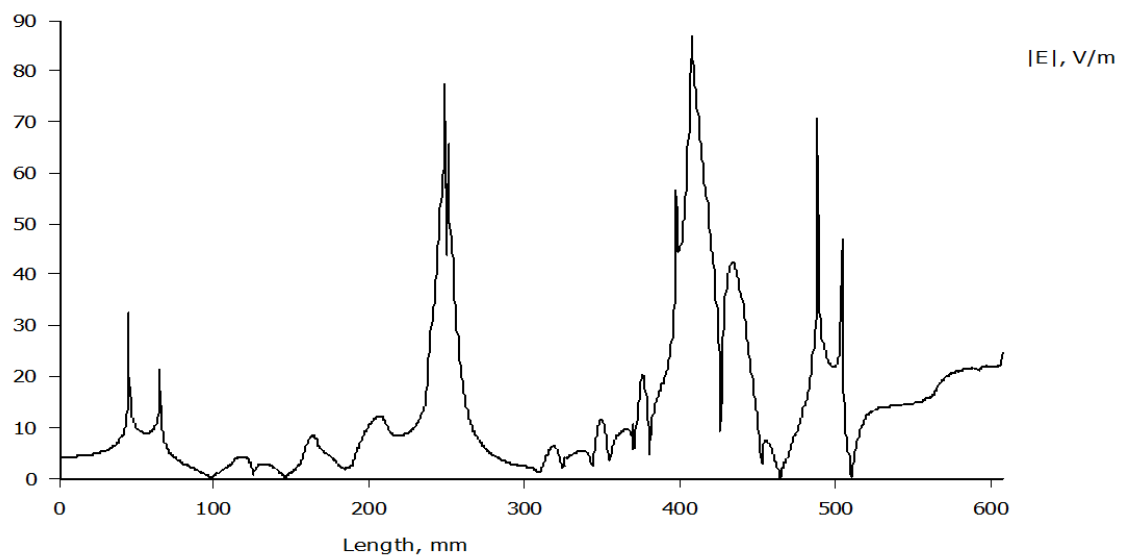


Figura 34. Distribución del módulo del vector intensidad de campo eléctrico a lo largo de la línea descrita en la Fig. 31 (diferencia de potencial entre electrodos de 1 V).

Los valores de ruptura dieléctrica obtenidos en las simulaciones se ubican entre 60 kV y 73 kV. Es importante señalar que este análisis se llevó a cabo en corriente continua. La variación de los resultados dentro de ese intervalo se debe a que la simulación se realizó iniciando el cálculo desde diferentes puntos cercanos a la zona de mayor intensidad de campo eléctrico en el electrodo positivo. Esta dispersión no corresponde a un error, sino que evidencia la sensibilidad del proceso de ruptura ante la distribución local del campo eléctrico en la geometría analizada.

En las Figuras 35 y 36 se presenta la línea de ruptura dieléctrica junto con los valores del campo eléctrico a lo largo de ella. Al igual que en las simulaciones previas, el análisis se realizó aplicando un voltaje de 1 V DC.

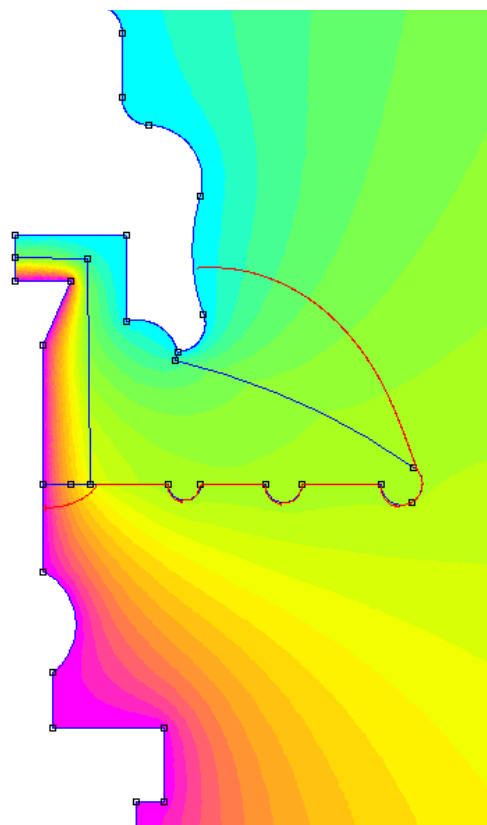


Figura 35. Representación gráfica de la línea de ruptura dieléctrica en el asilador U40 según el fichero LUA

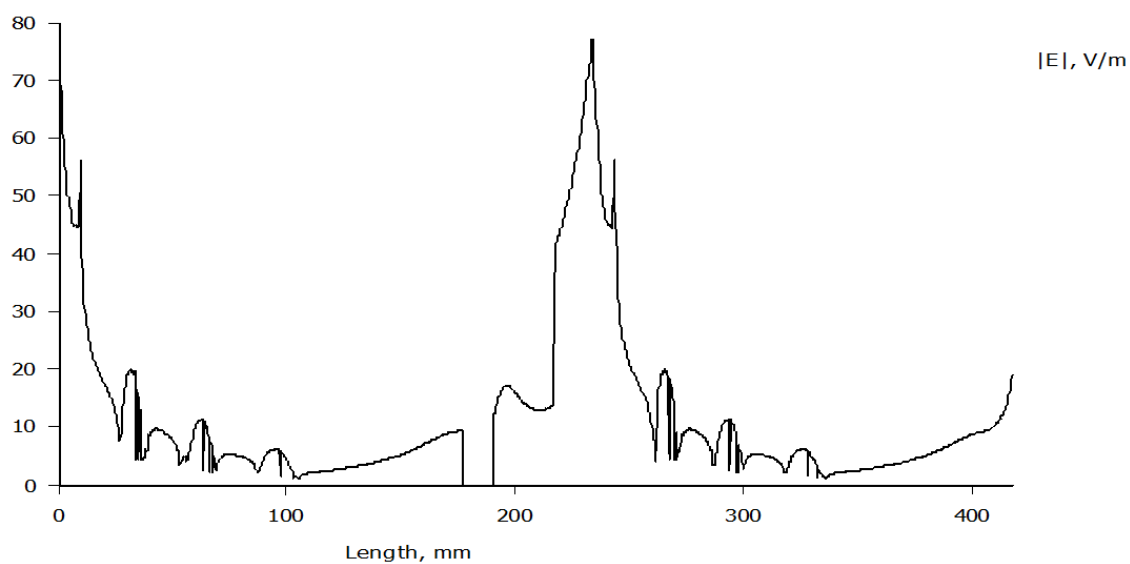


Figura 36. Distribución del módulo del campo eléctrico a lo largo de la línea de ruptura dieléctrica

8. Explicación del programa

En este apartado de mi documento, explico con detalle la función del programa usado, así como una descripción del script LUA aplicado en el software Femm para el análisis de la línea de ruptura dieléctrica, tal como se ha visto en las figuras. He partido de un script anterior desarrollado por M. Samplón, M. Villén y J. Letosa. Este programa permite calcular de manera iterativa la trayectoria de una línea de campo eléctrico a partir de un punto inicial, el cual es el punto de mayor intensidad de campo eléctrico en el electrodo de mayor potencial. Esto es necesario ya que, aunque realizar el programa para que busque ese punto no es muy complejo, el ejecutarlo tomaría demasiado tiempo y el tiempo entre simulación y simulación aumentaría demasiado. La función implementada, denominada Numero_puntos, integra paso a paso, siendo este paso un valor introducido por el usuario (los valores recomendados están comprendidos en el intervalo 0,1-0,3 mm), avanza únicamente en aire, evita atravesar electrodos y se adapta a geometrías complejas mediante rutinas de corrección.

El funcionamiento de este programa combina programación Lua, con el software de simulación FEMM, encargado de proporcionar los valores numéricos físicos del modelo (potencial, componentes del campo eléctrico y parámetros de material). De esta manera, el programa actúa como un puente entre el entorno de simulación numérica y un modelo predictivo de la descarga, capaz de generar tanto la representación gráfica de la trayectoria dentro de Femm como un archivo de datos con los resultados numéricos.

La importancia de este procedimiento radica en que permite obtener, de forma reproducible y sistemática, la línea de campo más representativa de la ruptura dieléctrica. Este cálculo constituye una herramienta valiosa para el análisis y optimización de sistemas de aislamiento eléctrico, ya que posibilita comparar configuraciones de electrodos, estudiar la influencia de distintos parámetros geométricos y evaluar la robustez dieléctrica de diferentes diseños antes de su implementación experimental.

En los apartados siguientes se describen en detalle las distintas fases del script tales como inicialización y definición de variables, detección de obstáculos y correcciones geométricas, y finalmente el cierre y exportación de resultados. Cada bloque del código se analiza tanto desde el punto de vista de la programación como desde su significado físico, con el propósito de ofrecer una visión completa del procedimiento y de su relevancia dentro del presente trabajo.

El programa arranca con la definición de la función Numero_puntos, que constituye el núcleo encargado de calcular y almacenar la trayectoria de la línea de mayor intensidad de campo eléctrico (dicha línea se interpreta como la posible trayectoria de ruptura dieléctrica). Lo primero que se hace es declarar las variables locales necesarias para que la función pueda operar de manera autónoma, evitando conflictos con otras partes del programa. Entre las variables más importantes se encuentran Npuntos, que fija en 5000 el número máximo de puntos a calcular para la trayectoria, y N_iteracion, que define en 10 el número de iteraciones internas realizadas en cada paso con el fin de refinar los cálculos y dar mayor estabilidad al proceso de integración. Junto con ellas, se inician contadores auxiliares, como contador y cont_intermedio, que registran los pasos completados, así como las variables de posición rn y zn, encargadas de almacenar en todo momento las coordenadas radial y axial del punto actual de la trayectoria.

Posteriormente, el programa establece las condiciones iniciales: las variables rn y zn toman los valores proporcionados por el usuario (rini y zini), que corresponden al punto de mayor potencial eléctrico en el electrodo positivo. Este punto inicial resulta crítico, pues representa físicamente

la región donde el campo eléctrico alcanza su máximo valor y, por lo tanto, donde existe mayor probabilidad de que se inicie la descarga. A partir de él se preparan variables auxiliares (raux, zaux, contadoraux), útiles para las correcciones de trayectoria en caso de que se detecten obstáculos más adelante. También se especifica la carpeta de trabajo y se abre un archivo de texto llamado *Dat_Linea_Campo_DRT2D.txt*, en el que se almacenarán de forma ordenada las coordenadas y los valores de campo asociados a la línea de descarga. Este archivo constituye uno de los resultados más relevantes del procedimiento, ya que contendrá el registro completo de la trayectoria.

Con la inicialización concluida, comienza un bucle principal que se repite hasta alcanzar el número máximo de puntos definido en Npuntos o hasta llegar al electrodo negativo. Dentro de cada ciclo se ejecuta un bucle interno de N_iteracion, cuyo propósito es mejorar la precisión en cada segmento de la trayectoria. En estas iteraciones se fijan condiciones de escaneo, como el radio de búsqueda (r_escaneo) y el número de divisiones angulares (pasos). A continuación, se llama a la función *eo_getpointvalues(rn, zn)*, propia del software FEMM, que devuelve los valores físicos asociados al punto actual: potencial eléctrico (V), desplazamiento eléctrico (Dx, Dy), componentes del campo eléctrico (Ex_n, Ey_n) y parámetros de material (ex, ey), que en este contexto representan la permitividad relativa del medio en las direcciones principales. Esta función constituye el vínculo entre el programa y la simulación por elementos finitos: sin ella, no sería posible obtener la información física del entorno.

Con los valores en mano, se calcula la magnitud del campo eléctrico a partir de sus componentes cartesianas (Ex_n y Ey_n) mediante la expresión clásica

$$|E| = \sqrt{Ex_n^2 + Ey_n^2} \quad [3.1]$$

Posteriormente, el programa normaliza el vector de campo dividiendo cada componente entre la magnitud total. De este modo se obtiene un vector unitario (Uexn, Ueyn) que indica únicamente la dirección del campo eléctrico, sin depender de su intensidad. Esta normalización es clave, ya que asegura que el avance de la trayectoria dependa solo de la orientación del campo, manteniendo constante la distancia recorrida en cada paso, controlada por el parámetro IncX introducido por el usuario.

Finalmente, con la dirección del campo establecida, el algoritmo actualiza la posición de la línea de campo sumando un desplazamiento proporcional a IncX en ambas coordenadas. La nueva posición (rn, zn) se calcula a partir de la anterior:

$$\left. \begin{aligned} Uexn &= Ex_n / Emod_n \\ Ueyn &= Ey_n / Emod_n \\ rn &= rn + IncX * Uexn \\ zn &= zn + IncX * Ueyn \end{aligned} \right\}$$

En términos físicos, estas ecuaciones permiten avanzar al siguiente punto de la línea de ruptura siguiendo la dirección de mayor campo eléctrico. Así, punto a punto, se reconstruye la trayectoria que seguiría una partícula cargada dentro del dieléctrico bajo el efecto del campo electrostático. La repetición de este proceso permite al programa “dibujar” numéricamente la línea de ruptura dieléctrica desde su punto de origen hasta que se encuentra con el electrodo negativo o se alcanza el número máximo de puntos permitido.

Tras calcular el primer desplazamiento en la dirección del campo eléctrico, el programa introduce una serie de comprobaciones adicionales con el objetivo de garantizar que la trayectoria sea físicamente coherente y no atraviese regiones con permitividades distintas del aire. Para ello, se recurre nuevamente a la función `eo_getpointvalues`, aplicada ahora en posiciones ligeramente desplazadas respecto al punto actual. De esta manera se muestrea el entorno inmediato de la trayectoria, evaluando puntos en direcciones radial y axial, por ejemplo, $r_n+0.6$ o $z_n+0.6$, que son valores obtenidos mediante simulaciones realizadas específicamente para encontrar el valor adecuado, y verificando las propiedades del material en esas ubicaciones. Si las permitividades relativas locales (e_x , e_y) difieren notablemente de la unidad utilizando como umbral de referencia el valor 1.1 (se emplea 1.1 para prevenir fallos por permeabilidades de valores como 1.0002) el algoritmo interpreta que se ha entrado en un obstáculo sólido, como un electrodo, y activa una rutina de corrección.

En ese caso se inicia un bucle `while`, que permanece activo mientras la permitividad relativa siga siendo mayor que 1.1, lo que indica que el punto sigue dentro de un material no deseado. Durante cada iteración, el vector de avance de la trayectoria se recalcula aplicando una rotación incremental que se ha determinado de 5° . Esta rotación se implementa mediante expresiones trigonométricas que combinan las componentes originales del campo (E_{x_n} , E_{y_n}) con un ángulo de corrección ligado al contador `contadoraux`. En términos prácticos, el programa va girando progresivamente el vector unitario de dirección hasta encontrar una orientación que sitúe el siguiente punto dentro de aire. Con ello, el algoritmo evita que la línea atraviese un obstáculo y redirige su recorrido de acuerdo con la física del problema: en el sistema real del aislador, una descarga eléctrica no penetra en el material sólido, sino que se desvía hacia la zona con menor rigidez dieléctrica.

Existe además un caso particular cuando el ángulo del vector de avance se encuentra entre 90° y 180° . En ese intervalo, el código emplea un contador auxiliar adicional (`contadoraux_2`) para realizar correcciones más finas, aplicando giros de menor amplitud. Esto permite resolver situaciones en las que la trayectoria se aproxima de forma casi perpendicular a la superficie de un obstáculo, evitando que el algoritmo quede atrapado en un bucle sin solución. Con esta estrategia, la línea se desplaza tangencialmente hasta encontrar una salida en aire. Una vez que las condiciones del material vuelven a verificar que

$$e_r > 1,1$$

$$e_z > 1,1$$

el bucle se detiene, se actualizan las coordenadas r_n y z_n con los valores corregidos (r_{aux} , z_{aux}) y se reinician los contadores auxiliares, permitiendo que el trazado continúe de manera normal.

El programa también incluye una segunda rutina de seguridad asociada a la variable `estoy_obstaculo`. Si, después de aplicar los giros, la trayectoria aún se mantiene dentro de un obstáculo, se ejecuta un barrido angular dividido en varios pasos ($\text{pasos} = 72$). En cada paso se construye un nuevo vector de avance mediante transformaciones trigonométricas sobre cosenos y senos de ángulos de referencia, con el objetivo de explorar diferentes direcciones en torno a la orientación inicial. Si en este proceso se detecta un punto donde las propiedades del material corresponden a aire ($e_x = e_y = 1$), la trayectoria se actualiza en esa posición y la búsqueda se da por concluida. En caso contrario, si tras recorrer todos los pasos no se encuentra salida, el programa fuerza la variable `estoy_obstaculo` a cero para evitar un bloqueo indefinido.

Además, evitar situaciones de oscilación infinita contra paredes largas cuando el vector de mayor campo eléctrico va hacia la dirección contraria, se implementó un sistema de memoria de bloqueo. Este mecanismo detecta cuándo la trayectoria de la línea de campo eléctrico repite pasos prácticamente idénticos (indicando que está atrapada) y, en ese caso, fuerza un desplazamiento lateral y activa una bandera de bloqueo temporal. Mientras esta bandera está activa, se introduce de manera artificial un componente de desplazamiento vertical (hacia abajo) durante un número limitado de iteraciones. De esta forma, se garantiza que la línea escape de la región conflictiva sin volver inmediatamente hacia la pared, evitando ciclos infinitos y mejorando la robustez del algoritmo de trazado de líneas de campo.

Un aspecto adicional que contempla este bloque es el tratamiento específico de las esquinas. Para identificarlas, el algoritmo realiza comprobaciones adicionales en las coordenadas radial y axial, evaluando el material presente en ambas direcciones. Si en ambas comprobaciones la permeabilidad difiere de la unidad, se interpreta que la trayectoria se encuentra en una intersección de materiales, equivalente a una esquina geométrica del modelo. En ese caso, el programa imprime el mensaje “estoy en esquina” y ejecuta una corrección especial: se modifica la coordenada r_n en incrementos pequeños hasta que el material deja de ser aire y, posteriormente, se ajusta la coordenada z_n en un valor de $r_{escaneo}$. Este procedimiento fuerza a la trayectoria a “saltar” la esquina y continuar en aire, reproduciendo el comportamiento físico real en el que las líneas de campo eléctrico se desvían alrededor de los bordes de un conductor sin atravesarlos.

Finalmente, una vez completadas todas estas comprobaciones y correcciones, el programa añade el nuevo punto al contorno de FEMM mediante la instrucción `eo_addcontour(rn, zn)` y lo registra en el archivo de datos junto con las componentes locales del campo eléctrico. De este modo, en cada iteración no solo se actualiza la posición de la trayectoria, sino que también se construye un registro completo de la evolución de la descarga, con la información necesaria para su posterior análisis. Dichos valores se almacenan en el archivo de salida abierto al inicio, en formato tabulado, incluyendo las coordenadas radiales y axiales junto con las componentes E_x y E_y . De esta manera, el fichero *Dat_Linea_Campo_DRT2D.txt* se va completando línea a línea hasta contener el historial completo de la trayectoria.

El algoritmo incorpora también condiciones de salida diseñadas para evitar bucles infinitos. Una de ellas se activa cuando la variable del potencial eléctrico V devuelve un valor nulo ($V == \text{nil}$), lo que significa que el punto calculado ha salido del dominio simulado, se encuentra en una región sin solución o ha llegado al electrodo negativo. En ese caso, la ejecución se interrumpe. Adicionalmente, existe un criterio relacionado con el propio potencial: si este es mayor que cero, el programa fuerza la repetición del bucle interno con $j=1$, asegurando así que el trazado no se detenga de forma prematura mientras el campo eléctrico siga presente en la zona de estudio. Estas condiciones refuerzan la estabilidad del algoritmo frente a geometrías complejas o situaciones límite.

Cuando el bucle principal finaliza, ya sea por alcanzar el número máximo de puntos o por salir del dominio válido, el archivo de datos se cierra con la instrucción `closefile(_OUTPUT)`. Así, la función `Numero_puntos` queda definida de forma completa: recibe como entrada las coordenadas iniciales y el paso de integración, y entrega como salida tanto el archivo con los datos de la trayectoria como el número total de puntos calculados.

En la parte final del código, fuera ya de la definición de la función, se establecen los parámetros que permiten al usuario ejecutar el cálculo de manera flexible. En primer lugar, se declara el

radio de referencia R_{cent} , aunque las líneas que incluían su uso geométrico aparecen comentadas, lo que sugiere que formaban parte de una versión preliminar del programa. A continuación, se solicita al usuario, mediante cuadros de diálogo, que introduzca las coordenadas radiales y axiales del punto de máximo potencial eléctrico en el electrodo positivo. Este valor resulta esencial, ya que marca el punto de inicio de la trayectoria de descarga. De forma análoga, se pide especificar el paso de integración $IncX$ en milímetros, parámetro que define la resolución del trazado: valores pequeños generan una trayectoria más detallada, mientras que valores grandes reducen el número de puntos, pero agilizan el cálculo, como ha sido comentado los valores recomendados de este valor están entre 0.1 y 0.3

Con todo lo explicado, el programa concluye su ejecución, habiendo generado tanto la representación visual de la trayectoria dentro de FEMM como el archivo de datos que documenta numéricamente la descarga, Tabla 1, el cual se muestra a continuación. El resultado obtenido no solo permite visualizar el fenómeno, sino también analizarlo con herramientas externas como Kevallnc, comparando diferentes geometrías de electrodos, condiciones de contorno o intensidades de campo. En consecuencia, el programa no se limita a una simulación académica, sino que se convierte en una herramienta de análisis predictivo capaz de aportar información útil para el diseño y la optimización de sistemas de aislamiento eléctrico.

```
0 36.82793223912971 -40.2462690289365 0 3727810.449454081 4496064.601318984
0 36.89171727901636 -40.16925300017197 0 3605491.178455746 4353381.495153274
0 36.95555512224033 -40.09228073391644 0 3515383.234981809 4238661.594564512
0 37.01957751601357 -40.01546190096811 0 3455449.860306171 4146105.916007788
0 37.08376912291001 -39.93878441011157 0 3393903.690705142 4054050.549503065
0 37.14786006753545 -39.86202276072194 0 3307494.284025574 3961382.034113714
0 37.21206549844033 -39.78535684494238 0 3210461.601087399 3833522.729363694
0 37.27639346337693 -39.70879371460462 0 3113476.597220272 3705659.191168991
0 37.3402385257978 -39.63182743624536 0 2999059.562352101 3615415.888708723
0 37.40347704681233 -39.55436202809505 0 2907557.717344278 3561676.359301701
0 37.46600252453112 -39.47631995844004 0 2835565.796535872 3539252.021390209
0 37.5280334301282 -39.39788420925126 0 2775214.279583705 3509154.172154849
0 37.58961644843613 -39.3190963176937 0 2717847.884038722 3477151.822713084
0 37.65073346206624 -39.23994639258358 0 2660364.374315228 3445319.535196634
0 37.71136540570546 -39.16042427358182 0 2602761.531321649 3413664.477895286
0 37.77149221044392 -39.08051953434851 0 2545037.163534321 3382194.210649585
0 37.83117694190347 -39.00028405073557 0 2487116.008925428 3343484.185948994
0 37.89051401286874 -38.91979111931136 0 2428991.351252561 3295016.607422731
0 37.9494863367067 -38.83903057807277 0 2370785.232794801 3246707.711350611
0 38.00807567737272 -38.75799176539439 0 2312495.09345203 3198565.721471037
0 38.06627061526443 -38.6766692641799 0 2265899.425225886 3166402.705038048
0 38.1240598717835 -38.59505797923123 0 2224782.944632393 3141888.402447533
0 38.18142879902832 -38.51315067682919 0 2183608.192521494 3117601.550908927
0 38.23836211613904 -38.43093998772631 0 2142374.352021682 3093550.151899674
0 38.29484388235829 -38.34841841427577 0 2101080.642326391 3069742.540950383
0 38.35085746954694 -38.26557833912938 0 2059726.325427365 3046187.401009966
0 38.40638553426976 -38.18241203568779 0 2018310.713558463 3022893.775986901
0 38.46140998959311 -38.09891168050071 0 1976833.177407448 2999871.08439571
0 38.51592218987574 -38.01507600778111 0 1938297.011925618 2980955.328947671
0 38.5699406371733 -37.93092134450235 0 1909579.876155009 2974910.600382707
0 38.62345272798298 -37.84644379637756 0 1880751.678612962 2969072.746678409
0 38.67658088725401 -37.76172426679629 0 1853567.083396694 2955745.757190911
0 38.7294771593288 -37.67685976066687 0 1828392.567432215 2933394.474878068
0 38.78213559292619 -37.59184747113725 0 1803182.282587799 2911075.089207226
0 38.83455000000000 -37.50660450000000 0 1777000.000000000 2888700.000000000
```

Tabla 1. Fichero generado por el programa LUA llamado “Dat_Linea_Campo_DRT2D”

Este es un ejemplo del fichero txt que se introduce en el programa Kevallnc para el análisis de la ruptura dieléctrica. Las columnas número 1 y número 3 deben ser ignoradas ya que son solo necesarias para el programa, pero no representa a ninguna variable. La columna 2 representa

la cordenada r_n y la columna 3 la z_n , las dos últimas columnas representan el valor del campo en las direcciones r y z en ese punto

9. Discusión de resultados y conclusiones

En este apartado se analizan los resultados obtenidos en mi trabajo y mostraremos las conclusiones fruto de este estudio. Comprobaré el efecto de las geometrías en el valor del campo eléctrico y por tanto en el voltaje de ruptura dieléctrica. Además de la verificación del correcto funcionamiento del programa desarrollado en lenguaje LUA, los resultados han sido comparados con valores procedentes de artículos científicos, ya que, debido a la imposibilidad de acudir al laboratorio no ha sido posible realizar comprobaciones experimentales.

Para poder comparar los valores de la literatura con los obtenidos numéricamente, y dado que el presente trabajo se ha realizado en régimen de tensión continua, aquellos resultados de la literatura obtenidos de ensayos en corriente alterna se transformarán a su valor de tensión pico. De este modo será posible confrontarlos directamente con el valor pico determinado en este estudio.

Ensayo	Plano– Plano (sin barrera)	Plano– Plano (con barrera)	Punta– Plano (sin barrera)	Punta– Plano (con barrera)	Aislador U40
Valor de ruptura según simulaciones [kV]	87,2	90	17,7	24,9	70
Valor de ruptura según literatura [kV]	42 [3]	55 [3]	18,04 [7]	34 [4]	70,71 [8]
Intensidad de campo eléctrico máximo según simulaciones a 1V DC [V/m]			380	380	88
Intensidad de campo eléctrico máximo según literatura a 1 V DC[V/m]			212,1 [4]	212,1 [4]	100 [8]
Intensidad de campo eléctrico en el interior del disco según simulaciones a 1V DC [V/m]	33	37			
Intensidad de campo eléctrico en el interior del disco según literatura a 1 V DC[V/m]	x	25[3]			

Tabla 2. Resultados obtenidos y comparación con los publicados

En el ensayo plano–plano sin barrera, los resultados obtenidos no pueden considerarse del todo válidos, pues el valor de ruptura simulado (87,2 kV) prácticamente duplica al publicado en la literatura (42 kV), lo que implica un error relativo cercano al +108 %. Esta diferencia podría explicarse por factores experimentales no reproducidos en la simulación, como variaciones en las condiciones ambientales, diferencias en la preparación de los electrodos o posibles ajustes metodológicos aplicados en el estudio de referencia que aquí no fueron contemplados. En cualquier caso, la magnitud de la discrepancia indica que el modelo numérico, bajo esta configuración, presenta limitaciones para reflejar con precisión la realidad experimental.

En el ensayo plano–plano con barrera, la tensión de ruptura simulada (90 kV) resulta mayor que la reportada (55 kV), con un error relativo del +63 %. Sin embargo, al analizar la intensidad de campo eléctrico dentro del disco, la diferencia es más reducida: 37 V/m frente a 25 V/m, es decir, un error relativo del +48 %. Aunque la desviación sigue siendo considerable, es menor en comparación con la registrada en la tensión de ruptura, lo que sugiere que, si bien el modelo tiende a sobreestimar el voltaje, logra reproducir de forma más realista la distribución del campo eléctrico.

En el caso del punta–plano sin barrera, los resultados muestran una concordancia notable. La tensión de ruptura simulada (17,7 kV) prácticamente coincide con la reportada en la literatura (18,04 kV), con un error relativo de apenas –1,9 %. La intensidad máxima del campo eléctrico, sin embargo, no ofrece una buena aproximación, con 380 V/m en simulación frente a 212,1 V/m reportados, lo que equivale a un error relativo de +79 %. Estos resultados respaldan la validez del modelo para la tensión de ruptura, aunque muestran que el campo eléctrico máximo presenta una sobreestimación importante.

Por el contrario, en el punta–plano con barrera las diferencias se vuelven más evidentes. La simulación arrojó un valor de ruptura de 24,9 kV, menor al de la literatura (34 kV), lo que representa un error relativo de –26,8 %. En cuanto al campo eléctrico máximo, la simulación reporta 380 V/m, muy por encima de los 212,1 V/m de referencia, con un error relativo de +79 %. Esta discrepancia podría explicarse porque el valor de referencia proviene de un ensayo en corriente alterna, donde la distribución del campo y los mecanismos de ruptura difieren de los observados en corriente continua, incluso tras ajustar los datos de AC a valores de tensión pico para facilitar la comparación.

Finalmente, en el ensayo con aislador U40, se obtuvo la mejor correspondencia entre simulación y literatura. El valor de ruptura (70 kV frente a 70,71 kV) presenta un error relativo prácticamente nulo (–1 %), mientras que el campo eléctrico máximo (88 V/m frente a 100 V/m) muestra una diferencia de apenas –12 %. Esto confirma la solidez del modelo numérico en configuraciones que reproducen con mayor fidelidad las condiciones experimentales reales, como ocurre en el caso del aislador.

Puede concluirse que el modelo ofrece una buena concordancia en los casos de punta–plano sin barrera y del aislador U40, mientras que las discrepancias más marcadas se presentan en el ensayo plano–plano, sobre todo en ausencia de barrera. Este trabajo de fin de grado muestra que la geometría y la presencia de elementos dieléctricos intermedios tienen un papel decisivo en la precisión del modelo, por lo que sería necesario ajustar con mayor detalle las condiciones de referencia y los parámetros de simulación para mejorar la correlación con los datos experimentales obtenidos de la literatura.

10. Bibliografía

- [1] J. M. Meek and J. D. Craggs, *Electrical Breakdown of Gases*. Oxford: Clarendon Press, 1953, pp. 17–70, 150–200.
- [2] E. Kuffel, W. S. Zaengl, and J. Kuffel, *High Voltage Engineering Fundamentals*, 2nd ed., Oxford, U.K.: Butterworth-Heinemann, 2000.
- [3] D. Meeker, *Finite Element Method Magnetics, Version 4.2: User's Manual*, 2018
- [4] A. Kara, Ö. Kalenderli, and K. Mardikyan, "Electrostatic analysis of DC discharge phenomena in air with dielectric barriers," International Conference on Advancements in Electronics and Power Engineering (ICAEPE'2011), Bangkok, Thailand, pp. 109-112, December 23-24, 2011.
- [5] Alper Kara, Ozcan Kalenderli and Kevork Mardikyan, "Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation", vol. 24, no. 6, pp. 3416-3424, Dec. 2017.
- [6] UNE-EN 60383-1:2017. *Aisladores para líneas aéreas con tensión nominal superior a 1000 V. Aisladores de material cerámico o de vidrio para sistemas de corriente alterna. Definiciones, métodos de ensayo y criterios de aceptación*. AENOR, Madrid. 2024
- [7] E. Peris Borao, *Simulación y Cálculo del Voltaje de Incepción de un Aislador de Media Tensión*, Módulo de Transporte y Distribución de Energía Eléctrica, Máster en Energías Renovables y Eficiencia Energética. 2011
- [8] J. E. Jones, A. Boulloud, and R. T. Waters, "Dimensional analysis of corona discharges: the small current regime for rod-plane geometry in air," J. Phys. D: Appl. Phys., vol. 23, pp. 1652–1662, 1990.
- [9] La Granja Insulators "Full Catalogue La Granja insulators", La Granja Insulators (Grupo VERESCENCE), 2019. https://cigre.es/wp-content/uploads/2020/11/04-Full-Catalogue_LaGranjaInsulators_ES-EN_2019_low.pdf
- [10] A. Kara, O. Kalenderli and K. Mardikyan, "Effect of dielectric barriers to the electric field of rod-plane air gap", Comsol Users Conf., Prague, 2006. https://www.academia.edu/19872623/Measurement_of_Air_Breakdown_Voltage_and_Electric_Field?auto=download
- [11] S. J. Salon, *Finite Element Analysis of Electrical Machines*. New York, NY, USA: Springer, 1995.
- [12] R. Bartnikas, "Corona discharges in gaseous dielectrics," *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 9, no. 5, pp. 763–784, Oct. 2002,

Anexo I.

Descripción del programa original

```
-----  
-- Programa principal ---  
-----  
-----  
-- Subrutina cálculo número de puntos ---  
-----  
Numero_puntos = function(IncX, rini, zini)  
  -- Declaración de variables locales --  
  local Npuntos, N_iteracion, cont_intermedio, contador, rn, zn, Emod_n, Uexn, Ueyn  
  
  -- Número de puntos a capturar --  
  Npuntos = 5000  
  N_iteracion = 10  
  
  -- Inicialización de la variable contador --  
  contador = 0  
  cont_intermedio = 0  
  
  -- Cálculos para obtener el número de puntos de la línea de campo --  
  rn = rini  
  zn = zini  
  
  for i = 1, Npuntos do  
    for j = 1, N_iteracion do  
      cont_intermedio = cont_intermedio + 1  
      V, Dx, Dy, Ex_n, Ey_n, ex, ey, nrg = eo_getpointvalues(rn, zn)  
      if V == nil then break end  
      Emod_n = sqrt((Ex_n * Ex_n) + (Ey_n * Ey_n))
```

```

-- Cálculo del campo en el siguiente punto de la línea de campo --

Uexn = Ex_n / Emod_n
Ueyn = Ey_n / Emod_n
rn = rn + IncX * Uexn
zn = zn + IncX * Ueyn
contador = contador + 1

end

if V == nil then break end

if (V > 0) then j = 1 end

end

numeropuntos = contador

return numeropuntos

end

-----

-- Fichero de obtención de puntos de campo a lo largo de la línea de descarga ---
-----

-- Datos --

Rcent = 1 + 0.01
-- ri = 313.5 - Rcent * cos(45)
-- zi = 214 + Rcent * sin(45)
ri = tonumber(prompt("Coord. r del punto de campo máximo [mm]"))
zi = tonumber(prompt("Coord. z del punto de campo máximo [mm]"))

-- Paso entre puntos [mm] --
IncX = tonumber(prompt("Paso entre puntos [mm]"))

-- Variables para llamar a la función --
rini = ri
zini = zi

-- Número de puntos a capturar --

```

```

numeropuntos = Numero_puntos(IncX, rini, zini)

Np = numeropuntos

-----

-- Abre fichero para guardar datos del campo E
-----

mydir = "./"

writeto("Dat_Linea_Campo_DRT2D.txt")

-- Cálculos para obtener el campo eléctrico en una línea de campo y cargarlo en una tabla --

yn = ri
zn = zi

for i = 1, Np do
    V, Dx, Dy, Ex_n, Ey_n, ex, ey, nrg = eo_getpointvalues(yn, zn)
    -- Escribo los puntos de la línea de campo --
    eo_addcontour(yn, zn)
    -- Cálculo del módulo del campo --
    Emod_n = sqrt((Ex_n * Ex_n) + (Ey_n * Ey_n))
    -- Cálculo del campo en el siguiente punto de la línea de campo --
    Uexn = Ex_n / Emod_n
    Ueyn = Ey_n / Emod_n
    yn = yn + IncX * Uexn
    zn = zn + IncX * Ueyn
    -- Escribir los datos de campo --
    write(0, " ", yn, " ", zn, " ", 0, " ", Ex_n, " ", Ey_n, "\n")
end

print("Número de puntos a estudiar:", numeropuntos, "\n")

-- Cierra fichero de datos de línea de campo --

closefile(_OUTPUT)

```

Anexo II.

Descripción del Programa modificado.

```
-----  
  
-- Programa principal ---  
  
-----  
  
-----  
  
-----  
  
-- Subrutina calculo número de puntos ---  
  
-----  
  
-----  
  
Numero_puntos = function(IncX, rini, zini)  
  
    -- Declaración de variables locales --  
    local Npuntos, N_iteracion, cont_intermedio, contador, rn, zn, Emod_n, uexn, ueyn  
  
    -- Número de puntos a capturar --  
    Npuntos = 5000  
    N_iteracion = 10  
  
    -- Inicializacion de la variable contador --  
    contador = 0  
    cont_intermedio = 0  
  
    -----  
  
    -- Cálculos para obtener el número de puntos de la línea de campo ---  
  
    -----  
  
    rn = rini  
    zn = zini
```

```

raux = 1
zaux = 1
rn_old = 0
zn_old = 0
contador_oscilacion = 0
contadoraux = 1
contador = 0
cont_intermedio = 0
mydir = "./"
writeto("Dat_Linea_Campo_DRT2D.txt")

for i = 1, Npuntos do
    for j = 1, N_iteracion do

        estoy_obstaculo = 0
        contador_obstaculo = 1
        r_escaneo = IncX * 2.5
        pasos = 72
        estoy_dentro_obstaculo = 0

        cont_intermedio = cont_intermedio + 1
        V, Dx, Dy, Ex_n, Ey_n, ex, ey, nrg = eo_getpointvalues(rn, zn)

        if V == nil then break end

        Emod_n = sqrt((Ex_n * Ex_n) + (Ey_n * Ey_n))

        -- Cálculo del campo en el siguiente punto de la línea de campo --

        Uexn = Ex_n / Emod_n
        Ueyn = Ey_n / Emod_n

```

rn = rn + IncX * Uexn

zn = zn + IncX * Ueyn

-- >>> Bloque añadido: detección de oscilación <<< --

if (contador_oscilacion > 5) then

 Uexn2 = -Ueyn

 Ueyn2 = Uexn

 rn = rn + IncX * 3 * Uexn2

 zn = zn + IncX * 3 * Ueyn2

 contador_oscilacion = 0

 bandera_bloqueo = 1

 contador_bloqueo = 0

end

-- Si estamos en bloqueo, forzar componente hacia abajo

if (bandera_bloqueo == 1) then

 zn = zn - 0.2 -- obligo a bajar un poco cada paso

 contador_bloqueo = contador_bloqueo + 1

 if (contador_bloqueo > 20) then

 bandera_bloqueo = 0

 end

end

rn_old = rn

zn_old = zn

-- Comprobar si estoy en un obstáculo

V, Dx, Dy, Ex_n, Ey_n, ex, ey, nrg = eo_getpointvalues((rn + 0.6), zn)

```

mu_x_1 = ex
mu_y_1 = ey
V, Dx, Dy, Ex_n, Ey_n, ex, ey, nrg = eo_getpointvalues(rn, (zn + 0.6))
mu_x_2 = ex
mu_y_2 = ey
if (mu_x_1 > 1.1 or mu_y_1 > 1 or mu_x_2 > 1.1 or mu_y_2 > 1.1) then
    estoy_obstaculo = 1
    print("estoy_obstaculo", estoy_obstaculo)
else
    estoy_obstaculo = 0
    print("estoy_obstaculo", estoy_obstaculo)
end

-- si el material no es aire --
-- Obtener permeabilidades en el punto
V, Dx, Dy, Ex_n, Ey_n, ex, ey, nrg = eo_getpointvalues(rn, zn)
mu_x = ex
mu_y = ey
print(mu_x, mu_y)

-- Verificar si es aire ( $\mu_r \sim 1$ )
if (mu_x > 1.1 or mu_y > 1.1) then
    while (mu_x > 1.1 or mu_y > 1.1) do
        print("estoy en el bucle 1", ((0.088 * contadoraux)) * 360 / 6.28, acos(Uexn) * 360 /
6.28)

        -- Condición especial para angulo 90-180
        if (90 < (acos(Uexn) * 360 / 6.28) and (acos(Uexn) * 360 / 6.28) < 180 and
estoy_obstaculo == 1) then
            contadoraux_2 = 1
            while (mu_x > 1.01 or mu_y > 1.01) do

```

```
Uexn2 = Ex_n * cos(-0.044 * contadoraux_2) - Ey_n * sin(-0.044 *  
contadoraux_2)
```

```
Ueyn2 = Ex_n * sin(-0.044 * contadoraux_2) + Ey_n * cos(-0.044 *  
contadoraux_2)
```

```
raux = (rn - (IncX * Uexn)) + IncX * Uexn2
```

```
zaux = (zn - (IncX * Ueyn)) + IncX * Ueyn2
```

```
contadoraux_2 = contadoraux_2 + 1
```

```
V, Dx, Dy, Ex_n, Ey_n, ex, ey, nrg = eo_getpointvalues(raux, zaux)
```

```
mu_x = ex
```

```
mu_y = ey
```

```
end
```

```
else
```

```
Uexn2 = Ex_n * cos(-0.044 * contadoraux) - Ey_n * sin(-0.044 * contadoraux)
```

```
Ueyn2 = Ex_n * sin(-0.044 * contadoraux) + Ey_n * cos(-0.044 * contadoraux)
```

```
raux = (rn - (IncX * Uexn)) + IncX * Uexn2
```

```
zaux = (zn - (IncX * Ueyn)) + IncX * Ueyn2
```

```
end
```

```
V, Dx, Dy, Ex_n, Ey_n, ex, ey, nrg = eo_getpointvalues(raux, zaux)
```

```
mu_x = ex
```

```
mu_y = ey
```

```
contadoraux = contadoraux + 1
```

```
end
```

```
contadoraux = 1
```

```
rn = raux
```

```
zn = zaux
```

```
estoy_obstaculo = 0
```

```
print("estoy_obstaculo", estoy_obstaculo)
```

```
else
```

```
end
```

```

print("estoy_obstaculo justo antes del if", estoy_obstaculo)

if (estoy_obstaculo == 1) then
  for contador_obstaculo = 1, pasos do
    print("entro a la funcion estoy_dentro_obstaculo ")
    if (Uexn + 0.5 > 1) then
      Uexn = 0.5
    end
    if (Ueyn + 0.5 > 1) then
      Ueyn = 0.5
    end

    Uexn2 = cos(acos(Uexn + 0.5) - 0.044 * contador_obstaculo)
    Ueyn2 = sin(asin(Ueyn + 0.5) - 0.044 * contador_obstaculo)
    print(asin(Ueyn), Ueyn2)
    raux = (rn - (IncX * Uexn)) + IncX * Uexn2
    zaux = (zn - (IncX * Ueyn)) + IncX * Ueyn2

    V, Dx, Dy, Ex_n, Ey_n, ex, ey, nrg = eo_getpointvalues(raux, zaux)
    mu_x = ex
    mu_y = ey
    if (mu_x > 1.1 or mu_y > 1.1) then
      estoy_dentro_obstaculo = 1
      print("estoy_dentro_obstaculo=1")
    end

    if (mu_x == 1 and mu_y == 1 and estoy_dentro_obstaculo == 1) then
      rn = raux
      zn = zaux
      print("salgo del obstaculo")
      break
    end
  end
end

```

```

        if (contador_obstaculo == pasos) then
            estoy_obstaculo = 0
        end
    end
end

contador = contador + 1

-- Evitar bloqueo en esquinas
V, Dx, Dy, Ex_n, Ey_n, ex, ey, nrg = eo_getpointvalues((rn + 0.8), zn)
mu_x_1 = ex
mu_y_1 = ey
V, Dx, Dy, Ex_n, Ey_n, ex, ey, nrg = eo_getpointvalues(rn, (zn + 0.8))
mu_x_2 = ex
mu_y_2 = ey
print(mu_x_1, mu_y_1, mu_x_2, mu_y_2, (rn + 0.3), zn, rn, (zn + 0.3))
if (mu_x_1 > 1.1 and mu_y_1 > 1 and mu_x_2 > 1.1 and mu_y_2 > 1.1) then
    print("estoy en esquina")
    while (mu_x == 1 and mu_y == 1) do
        rn = rn + 0.05
        V, Dx, Dy, Ex_n, Ey_n, ex, ey, nrg = eo_getpointvalues(rn, zn)
        mu_x = ex
        mu_y = ey
    end
    zn = zn - r_escaneo
else
    print("no estoy en esquina")
end

-- Escribo los puntos de la línea de campo --
eo_addcontour(rn, zn)

```

```

V, Dx, Dy, Ex_n, Ey_n, ex, ey, nrg = eo_getpointvalues(rn, zn)

Ex_n = Ex_n

Ex_y = Ex_y

print("pinto", mu_x, mu_y)

write(0, " ", rn, " ", zn, " ", 0, " ", Ex_n, " ", Ey_n, "\n")

```

--Evitar fallo error al llegar al electrodo positivo

```

V,Dx,Dy,Ex_n,Ey_n,ex,ey,nrg=eo_getpointvalues((rn+0.6),zn)

Ex_n=Ex_n

Ey_n=Ey_n

```

```

if (mu_x_1==nil or mu_y_1==nil or Ex_n<0.001 or Ey_n<0.001 ) then
    i=Npuntos+1
    j=N_iteracion+1
end

```

```

V,Dx,Dy,Ex_n,Ey_n,ex,ey,nrg=eo_getpointvalues(rn,(zn+0.6))

Ex_n=Ex_n

Ey_n=Ey_n

if (mu_x_2==nil or mu_y_2==nil or Ex_n<0.001 or Ey_n<0.001) then
    i=Npuntos+1
    j=N_iteracion+1
end

```

end

if V == nil then break end

if (V > 0) then j = 1 end

end

-- Cierra fichero de datos de linea de campo --

```

closefile(_OUTPUT)

numeropuntos = contador

return numeropuntos

end

-----
-----
-- Fichero de obtención de puntos de campo a lo largo de la línea de descarga ---
-----
-----

-- Datos ---
-- Punto inicial --

Rcent = 1 + 0.01
--ri = 313.5 - Rcent * cos(45)
--zi = 214 + Rcent * sin(45)
ri = tonumber(prompt("Coord. r del punto de campo máximo [mm]"))
zi = tonumber(prompt("Coord. z del punto de campo máximo [mm]"))

-- Paso entre puntos [mm] --
IncX = tonumber(prompt("Paso entre puntos [mm]"))

-- Variables para llamar a la funcion --
rini = ri
zini = zi

-- Número de puntos a capturar --
numeropuntos = Numero_puntos(IncX, rini, zini)

```

N_p = numeropuntos