REVISTA

DE LA

SOCIEDAD DE PROFESORES DE CIENCIAS.

AÑO III. MADRID 20 DE MARZO DE 1876. NÚM. 1.

AUGUSTO COMTE, BOURDON Y ROUCHÉ
EN LOS TEOREMAS DE APOLONIO.

Un distinguido filósofo de la presente época, matemático á la par, AUGUSTO COMTE, en su *Tratado de Geometría analítica*, á propósito de los dos teoremas de APOLONIO relativos á los diámetros conjugados de la elipse é hipérbola, dice que «el punto de vista moderno conduciría muy naturalmente al primero de dichos dos teoremas, dado que áun se ignorara; pero en cuanto al segundo, con franqueza ha de convenirse en que el camino moderno no llevaría á él expontáneamente: de manera que su demostracion analítica debe mirarse como una pura verificacion.»

Que el distinguido pensador incurrió en error, pruébalo una ingeniosa demostracion de tales teoremas publicada por D. EUGENIO ROUCHÉ en los *Nouvelles Annales* (tomo XVII, pág. 436), reproducida despues en el *Tratado de Geometría analítica* del Sr. COMBEROUSSE, en el capítulo sobre coordenadas polares, escrito por el mismo Sr. ROUCHÉ.

«Cuando se quiere estudiar, dice en este punto, qué relaciones existen entre las longitudes de dos diámetros conjugados y su ángulo, en la elipse ó la hipérbola, al sistema polar conviene recurrir. Basta, para convencernos, considerar las fórmulas:

$$(1) \qquad \frac{1}{\rho^2} = \frac{\cos^2\omega}{a^2} \pm \frac{\operatorname{sen}^2\omega}{b^2} \qquad (*)$$

$$(2) \qquad \operatorname{tang}\theta = \frac{\rho}{\rho'} \qquad (**);$$

pues la primera da las longitudes de dichos diámetros y la segunda da su

(*) Fórmula que encierra las ecuaciones polares de la elipse é hipérbola referidas á su centro como polo y al eje focal como eje polar; a y b designan los semiejes

(**) Fórmula que dá el ángulo que la parte de la tangente que corresponde al sentido positivo de la coordenada angular ω, forma con la prolongacion del rádio vector.

Significa ρ' la derivada de la cantidad ρ funcion de ω.

ángulo, puesto que la tangente en el extremo de un diámetro es paralela á su conjugado.

Por consecuencia, si habiendo calculado ρ', se elimina entre las dos relaciones precedentes el ángulo ω que distingue un diámetro de su conjugado, se obtendrá una ecuacion que contendrá *necesariamente* todas las relaciones que enlacen las longitudes de dos diámetros conjugados y su mútua inclinacion.

Limitémonos al caso de la elipse. El cálculo resulta muy sencillo escribiendo la ecuacion (1) bajo una de las dos formas siguientes:

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned} -\left(\frac{1}{\rho^2}-\frac{1}{a^2}\right) &= \left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)\operatorname{sen}^2\omega \\ \frac{1}{\rho^2}-\frac{1}{b^2} &= \left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)\cos^2\omega \end{aligned}\right.$$

y reemplazando la ecuacion (2) por esta

$$(4)\qquad \frac{1}{\operatorname{sen}^2\theta} = 1 + \frac{\rho'^2}{\rho^2}$$

El cuadrado de la derivada de una de las dos ecuaciones (3) es, en virtud de estas mismas,

$$\frac{\rho'^2}{\rho^6} = \left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)^2\operatorname{sen}^2\omega\cos^2\omega = -\left(\frac{1}{\rho^2}-\frac{1}{a^2}\right)\left(\frac{1}{\rho^2}-\frac{1}{b^2}\right)$$

ó

$$\rho^4-(a^2+b^2)\rho^2+a^2b^2\left(1+\frac{\rho'^2}{\rho^2}\right)=0.$$

Luego, en fin, se tiene, segun la relacion (4)

$$(5)\qquad \rho^4-(a^2+b^2)\rho^2+\frac{a^2b^2}{\operatorname{sen}^2\theta}=0.$$

Las raíces de esta ecuacion corresponden á los diámetros conjugados que forman entre sí el ángulo θ: por lo tanto, si se designan por α^2, β^2 los cuadrados de las semilongitudes de estos diámetros conjugados, se tendrá:

$$\alpha^2+\beta^2=a^2+b^2 \quad \text{y} \quad \alpha\beta=\frac{ab}{\operatorname{sen}\theta},$$

que son los dos teoremas de APOLONIO.»

Pero á propósito de esta demostracion, cuyo mérito paladinamente reconocemos, dice el Sr. COMBEROUSSE: «El error (de Augusto Comte) proviene de considerar exclusivamente el sistema rectilíneo. Así como en Geometría descriptiva se emplean á la par varios planos verticales con el fin de mostrar bajo todas sus fases los cuerpos que se estudian, así en Geometría analítica han de variarse los sistemas de coordenadas, y el más afortunado ó hábil es aquel que en cada caso sabe escoger el sistema más en armonía con la índole de la investigacion que emprende.» Lo último es cierto; pero lo primero no es verdad. El error en que incurrió COMTE mal puede provenir de considerar exclusivamente el sistema rectilíneo, puesto que como lo hizo, antes que el Sr. ROUCHÉ con coordenadas polares, un renombrado autor, BOURDON, con coordenadas rectilíneas puede llegarse natural y expontáneamente al descubrimiento de los dos teoremas de Apolonio.

Precisemos ante todo los términos. Decir que el punto de vista moderno, esto es, el razonamiento algebráico, conduzca como de la mano al descubrimiento de una verdad, entendemos que significa que propuesta una cuestion ó problema que naturalmente en el curso de los estudios pueda surgir en el entendimiento, planteada esta cuestion en ecuaciones, en la série de las trasformaciones de que sean susceptibles, la lógica misma del desenvolvimiento algebráico, lleve sin violencia alguna á una trasformacion en la cual aparezca patente ó de sobra trasparente aquella verdad, de manera que haya de reputársela como un feliz pero inevitable hallazgo, dado el camino emprendido. Pues así entendida la idea, tanto el sistema de coordenadas polares, como el de coordenadas rectilíneas, conduce expontáneamente al descubrimiento de los dos teoremas.

Natural es, no lo negamos, la formacion del concepto de diámetros conjugados. Ya al discutir la ecuacion general de las curvas de segunda grado, échase de ver en el género de curvas cerradas (elipses) y en el de curvas compuestas de dos ramas distintas y cada una en dos sentidos ilimitada (hipérbolas), la existencia de rectas tales que cada una es bisectriz de las cuerdas paralelas á la otra. Por su propio peso viene entonces el examinar cuántos y cuáles de estos diámetros existen en las curvas citadas y cómo varían: si en magnitud, en el ángulo que forman ó en ambas cosas: y ya en este punto, qué enlace ó dependencia haya entre la magnitud de los diámetros conjugados y el ángulo que formen. Tal cuestion propuesta, conduce, segun queda visto, resolviéndola por coordenadas polares, inevitablemente al hallazgo de aquellos dos teoremas en la ecuacion final (5).

Pero tampoco en nuestro sentir tiene nada de forzado discurrir de esta otra manera: Existen en la elipse é hipérbola diámetros conjugados: de ellos hay infinitos sistemas: y con relacion á cada sistema, la ecuacion de la curva es la más sencilla y tiene la forma, designando M, N y P cantidades positivas, de $My^2 + Nx^2 = P$, si se trata de una elipse, ó de $My^2 - Nx^2 = \pm P$, si se trata de una hipérbola, pudiendo en este segundo caso adoptarse sólo la forma $My^2 - Nx^2 = - P$, puesto que la otra no difiere sino en el cambio de nombre de las coordenadas, las y, x, las x, y. Pues bien,—pudiera decirse un espíritu generalizador,—estudiemos la elipse y la hipérbola bajo la ecuacion de más sencilla forma, abarcando todos los casos de ejes coordenados á que tal forma sea aplicable, es decir, referida la curva á cualquier sistema de diámetros conjugados, y no consideremos los ejes de la curva, ó diámetros conjugados rectangulares, sino en un estudio posterior encaminado á descubrir propiedades exclusivas de ellos. Pero para entonces debería de proponerse *deducir de la ecuacion de la curva referida á tal ó cual sistema de diámetros conjugados oblícuos, la ecuacion correspondiente al sistema de diámetros conjugados rectangulares*. Lo cual planteado, el hallazgo de los teoremas de Apolonio, en el camino del razonamiento algebráico, es inevitable.

Sirva de ejemplo el cálculo para la elipse: el mismo con leve variante sería para la hipérbola. Conviene recordar antes, por que más pronto se entienda, que designando α y β las longitudes de los semidiámetros conjugados á los cuales está referida la curva, es $\alpha=\sqrt{\frac{P}{N}}$ y $\beta=\sqrt{\frac{P}{M}}$, y puede la ecuacion de la misma escribirse $\alpha^2y^2+\beta^2x^2=\alpha^2\beta^2$, la cual comparada con la primera $My^2+Nx^2=P$ deja ver que esta adquiere la forma de la otra, multiplicando dicha primera por un factor igual á $\frac{P}{MN}$. Esto advertido, ya desde este punto cedemos la palabra al distinguido tratadista **Bourdon**, quien discurre así (*):

«Para resolver la cuestion (el pasar de diámetros conjugados oblícuos á rectangulares) emplearemos las fórmulas

$$x=\frac{x'\operatorname{sen}(\theta-\omega)-y'\cos(\theta-\omega)}{\operatorname{sen}\theta}\,,\qquad y=\frac{x'\operatorname{sen}\omega+y'\cos\omega}{\operatorname{sen}\theta}\,,$$

que sirven para pasar de un sistema *oblicuo* á un sistema *rectangular del mismo origen.*

Sustituyendo estos valores en la ecuacion de la curva

$$\alpha^2y^2+\beta^2x^2=\alpha^2\beta^2,$$

y quitando el denominador y los acentos, se obtiene la trasformada

$$\left.\begin{array}{r}[\alpha^2\cos^2\omega+\beta^2\cos^2(\theta-\omega)]\,y^2\\+\,[\alpha^2\operatorname{sen}^2\omega+\beta^2\operatorname{sen}^2(\theta-\omega)]\,x^2\\+\,[2\alpha^2\operatorname{sen}\omega\cos\omega-2\beta^2\operatorname{sen}(\theta-\omega)\cos(\theta-\omega)]\,xy\end{array}\right\}=\alpha^2\beta^2\operatorname{sen}^2\theta.$$

Como el nuevo sistema de ejes ha de gozar de la característica propiedad de los *diámetros conjugados*, el término con xy ha de desaparecer; lo que requiere sea

$$(6)\qquad \alpha^2\operatorname{sen}\omega\cos\omega-\beta^2\operatorname{sen}(\theta-\omega)\cos(\theta-\omega)=0,$$

con lo cual la ecuacion de la curva se reduce á

$$(7)\qquad \left\{\begin{array}{r}[\alpha^2\cos^2\omega+\beta^2\cos^2(\theta-\omega)]\,y^2\\+\,[\alpha^2\operatorname{sen}^2\omega+\beta^2\operatorname{sen}^2(\theta-\omega)]\,x^2\end{array}\right\}=\alpha^2\beta^2\operatorname{sen}^2\theta$$

Además resulta de la índole de la trasformacion que el *actual* sistema de *diámetros conjugados* es **rectangular**; luégo este sistema es el de los *ejes principales*, puesto que, como ya se vió, es el *único* sistema de diámetros conjugados *perpendiculares entre sí*, de manera que la ecuacion (7) será la de la elipse referida á su *centro* y *ejes*.

Pero para que pueda compararse con la ecuacion

$$a^2y^2+b^2x^2=a^2b^2$$

(en que a y b representan los semiejes) ha de ser el segundo miembro el producto de los coeficientes de y^2 y x^2.

Mas para reducirla á tal condicion, sábese que basta multiplicar los dos

---

(*) *Application del'Algèbre á la Geometrie*, 5.ª edicion, pág. 230.

Está algo variada la notacion en las citas de ambos autores con el fin de uniformarla para este artículo. Representa ω un ángulo formado á partir de la recta inicial (eje polar ó eje antiguo de las x), por más que el eje polar de la primera cita no sea el mismo eje antiguo de las x de la segunda.

miembros por un factor K igual á $\frac{P}{MN}$, designando M y N los coeficientes de y^2, x^2, y P toda la cantidad conocida del segundo miembro.

Calculemos, pues, este valor de K relativo á la ecuacion (7); se tiene

$$K = \frac{\alpha^2\beta^2 \operatorname{sen}^2\theta}{[\alpha^2 \cos^2 \omega + \beta^2 \cos^2 (\theta - \omega)] [\alpha^2 \operatorname{sen}^2 \omega + \beta^2 \operatorname{sen}^2 (\theta - \omega)]}$$

Efectuando los cálculos indicados en el denominador y notando que, elevada al cuadrado, la ecuacion de condicion (6) da

$$\alpha^4 \operatorname{sen}^2 \omega \cos^2 \omega + \beta^4 \operatorname{sen}^2 (\theta - \omega) \cos^2 (\theta - \omega)$$
$$= 2\alpha^2\beta^2 \operatorname{sen} \omega \cos \omega \operatorname{sen} (\theta - \omega) \cos (\theta - \omega),$$

échase de ver que este denominador toma la forma

$$\alpha^2\beta^2 \begin{bmatrix} \operatorname{sen}^2 \omega \cos^2 (\theta - \omega) + \operatorname{sen}^2 (\theta - \omega) \cos^2 \omega \\ + 2 \operatorname{sen} \omega \cos (\theta - \omega) \operatorname{sen} (\theta - \omega) \cos \omega \end{bmatrix}$$

ó

$$\alpha^2\beta^2 [\operatorname{sen} \omega \cos (\theta - \omega) + \operatorname{sen} (\theta - \omega) \cos \omega]^2$$

ó por fin

$$\alpha^2\beta^2 \operatorname{sen}^2 (\omega + \theta - \omega) = \alpha^2\beta^2 \operatorname{sen}^2 \theta.$$

De manera que la expresion de K se torna

$$K = \frac{\alpha^2\beta^2 \operatorname{sen}^2 \theta}{\alpha^2\beta^2 \operatorname{sen}^2 \theta} = 1;$$

lo que prueba que la ecuacion (7) no ha menester preparacion alguna para semejarse á la

$$a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2.$$

Luégo inmediatamente surgen las siguientes relaciones

$$\alpha^2 \cos^2 \omega + \beta^2 \cos (\theta - \omega) = a^2$$
$$\alpha^2 \operatorname{sen}^2 \omega + \beta^2 \operatorname{sen}^2 (\theta - \omega) = b^2$$
$$\alpha^2\beta^2 \operatorname{sen}^2 \theta = a^2b^2$$

Las dos primeras, sumadas, dan

$$\alpha^2 + \beta^2 = a^2 + b^2,$$

y de la última se obtiene

$$\alpha\beta \operatorname{sen} \theta = ab.»$$

Hasta aquí el autor. Como se ve, el teorema de Apolonio cifrado en la ecuacion $\alpha\beta \operatorname{sen} \theta = ab$, quedó patente en las ecuaciones de condicion, y harto trasparente en las mismas el otro teorema expresado por la ecuacion $\alpha^2 + \beta^2 = a^2 + b^2$. Luégo con razonamiento algebráico, por coordenadas rectilíneas, hubiérase podido llegar natural y expontáneamente al hallazgo de los dos teoremas; bastando para ello proponerse en vez del problema más comun en los autores de pasar de diámetros conjugados rectangulares á diámetros conjugados oblícuos, el problema inverso.

Eduardo León y Ortiz,
Ayudante del Observatorio astronómico
de Madrid.

TEORIA DE LAS TRASVERSALES.

(Continuacion) (1)

CAPÍTULO II.

TRIÁNGULO Y TETRAEDRO.—FIGURAS COMPLETAS.

4.—Puntos notables en el triángulo.

Várias de las propiedades referentes al triángulo, establecidas en el capítulo anterior, pueden demostrarse sin acudir á la teoría de las trasversales, del sencillo modo siguiente:

a.—«*Dados dos puntos en un plano, el lugar geométrico de todos los puntos equidistantes de aquellos dos, es la perpendicular á la recta que los une en el punto medio de esta misma recta.* Y recíprocamente: *Todo punto equidistante de los dos arbitrariamente elegidos y fijados, se halla en dicha perpendicular.*»

Designemos, pues, por ABC un triángulo: y por A′, B′, C′, los puntos medios de sus lados: la perpendicular al lado BC, en su punto medio A′, cortará á la perpendicular al otro lado CA, por su punto medio B′, en un punto O, equidistante de los tres vértices: cosa fácil de demostrar; y, si equidista el punto O de los tres vértices, se hallará tambien sobre la perpendicular al lado AB en su punto medio C′. De donde resulta que las tres perpendiculares respectivamente á los tres lados de un triángulo, en sus puntos medios, se cortan en un mismo punto, que es el *centro del círculo circunscrito* al triángulo.

Marquemos por S el punto de interseccion de las dos rectas CC′ y AA′ que unen los vértices C y A, del triángulo ABC, con los puntos medios C′ y A′, de los lados respectivamente opuestos. Por ser C′A′ paralela al lado CA, los triángulos ASC y A′SC′ serán semejantes; y como $C'A' = {}^1/_2 CA$, necesariamente $C'S = {}^1/_2 CS$. Si admitimos que sea S_1 el punto de interseccion de las rectas BB′ y CC′, hallaremos del mismo modo que $C'S_1 = {}^1/_2 CS_1$, y por consecuencia, que S y S_1 coinciden. Luego las tres *medianas* de un triángulo se cortan en un mismo punto, que es el *centro de gravedad* de dicho triángulo.

Trazando por cada uno de los vértices de un triángulo ABC paralelas á los lados opuestos respectivamente, estas paralelas formarán un nuevo triángulo *abc*, cuyos lados estarán con los del primero en la razon de 2 : 1. Ahora bien, los vértices del triángulo ABC son los puntos medios de los lados del triángulo *abc*: y, por consecuencia, las perpendiculares á estos lados en aquellos puntos medios se cortarán en un mismo punto; mas estas perpendiculares á los lados del triángulo *abc*, en los vértices del ABC, lo son tambien á los lados de este triángulo respectivamente paralelos á los del otro: de lo cual se desprende que las tres alturas de un triángulo se cortan en un mismo punto, que es el *punto de altura* de dicho triángulo.

El *centro de gravedad* y el *punto de altura* de un triángulo guardan en su posicion, respecto del *centro del círculo circunscrito* al mismo, cierta relacion determinada. Desde luego los dos triángulos ABC y *abc* tienen comun el centro de gravedad S, que es el punto de interseccion de las líneas A*a*, B*b*, C*c*, á las cuales divide, como sabemos, de modo que $AS = {}^1/_2 Sa$, $BS = {}^1/_2 Sb$ $CS = {}^1/_2 Sc$. Designemos ahora

(1) Véase la pág. 260.

por H y M respectivamente los centros de los círculos circunscritos á los triángulos *abc* y ABC; así como para hallar el vértice del segundo triángulo correspondiente á uno cualquiera, el *a* por ejemplo, del primero, en cuyo caso será el de aquel el marcado con la letra A, basta prolongar la línea S*a*, más allá del punto S, la cantidad 1/2 S*a*, bastará prolongar la línea HS, más allá de S la cantidad 1/2 HS, para determinar el centro M, dado el H. Pero este punto H, centro del círculo circunscrito al triángulo *abc*, es al mismo tiempo el punto de altura del triángulo ABC; luego el centro de gravedad S, de un triángulo ABC, cae sobre la línea HM, que une su punto de altura H con el centro M de su círculo circunscrito, y la divide de manera que HS = 2SM.

Conviene notar además (en la misma figura que debe constrnir el lector) que el cuadrilátero *a*BHC tiene rectos los dos ángulos B y C, y por consecuencia, sus cuatro vértices se hallan sobre una circunferencia. Siendo iguales, por otra parte los triángulos *a*BC y ABC, tambien lo serán sus círculos circunscritos; así que, girando el circunscrito al *a*BC, alrededor de su cuerda BC, como quicio, hasta que se adapte nuevamente al plano de la figura, habremos tapado con él todos los puntos del círculo circunscrito al triángulo ABC; y el punto *a* despues del giro se habrá colocado sobre el pié de la perpendicular al lado *bc* trazada por dicho punto *a*: luego la circunferencia que pase por los puntos medios de los lados de un triángulo, pasa tambien por los piés de las alturas del mismo triángulo.

b.—Todo punto equidistante de dos rectas, se halla sobre una de las dos bisectrices de los cuatro ángulos, en que aquellas dos rectas dividen, en general, al plano que las contiene; y, recíprocamente, *todo punto de cualquiera de las dos bisectrices, equidista de las dos rectas mencionadas.*

En el triángulo ABC (cuyos lados se suponen prolongados indefinidamente), las bisectrices de los ángulos B y C, se cortan en un punto m que está dentro del triángulo; este punto m equidista de sus tres lados, y por esta razon se encuentra tambien sobre una de las bisectrices de los ángulos formados por las rectas BA y CA. Trazando solamente la bisectriz que atraviesa el triángulo, y es propiamente la del ángulo A de este polígono, resulta que las bisectrices de los tres ángulos de un triángulo, se cortan en un mismo punto; que es el *centro del círculo inscrito* en dicho triángulo.

Las bisectrices de los ángulos adyacentes á los B y C del triángulo, se cortan en un punto m_1, por donde pasa tambien la bisectriz del ángulo A: lo cual prueba que dicho punto m_1, es el centro de una circunferencia tangente, á los tres lados del triángulo ABC. Del mismo modo, las bisectrices de los ángulos adyacentes á los A y C del triángulo, se cortan en otro punto m_2, por donde pasa tambien la bisectriz del ángulo B; y por último, las bisectrices de los ángulos adyacentes á los A y B, se cortan en un tercer punto m_3, por el cual pasa la bisectriz del ángulo C. Resulta, pues, de todo lo que precede, que existen cuatro circunferencias tangentes á los lados del triángulo: una, dentro, cuyo centro es m, que toca á los propios lados de aquél; y tres fuera, cuyos centros son: m_1, m_2, m_3, que tocan á un lado del triángulo, y á las prolongaciones de los otros dos. Como, además, las bisectrices de dos ángulos adyacentes, son perpendiculares entre sí, se desprende que los cuatro centros de las mencionadas circunferencias, se hallan situados de tal modo, que cada uno de ellos es el *punto de altura* del triángulo marcado por los otros tres.

Muy fácil nos será resolver ahora algunos problemas, cuya construccion se funda en las consideraciones precedentes.

1.° *Construir un triángulo ABC, dados los puntos medios,* A', B', C', *de sus lados* Únanse estos puntos medios por las rectas B' C', A' C', A' B'; y trazando por los puntos A', B', C', paralelas respectivamente á estas rectas, dichas paralelas formarán el triángulo que se busca.

2.° *Construir un triángulo, dados los piés de sus alturas.* Constrúyase el triángulo determinado por estos tres puntos dados; y las bisectrices de los ángulos adyacentes respectivamente á los del triángulo así formado, serán los lados del que se pide.

3.° *Construir un triángulo, dados tres centros cualesquiera de los cuatro círculos en él inscritos.* El triángulo que se trata de construir, estará determinado por los piés de las alturas correspondientes al triángulo definido por los tres centros dados.

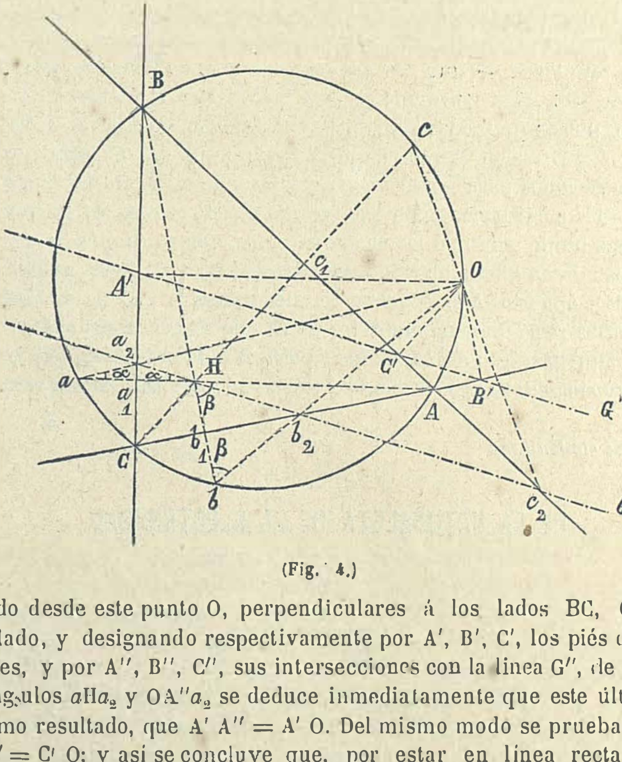
c.—Cuatro líneas rectas, de las cuales no pasen tres por un mismo punto, ni dos sean paralelas, enjendran, agrupándolas de tres en tres, cuatro triángulos en el plano que las contiene; y los cuatro círculos circunscritos á dichos triángulos, pasan por un mismo punto.

En efecto, ya demostramos (1—*b*) que, si desde un punto O del círculo circunscrito al triángulo ABC, se trazaban perpendiculares, respectivamente á los lados de este triángulo, los piés A', B', C', de estas perpendiculares, se encontraban sobre una misma línea recta; pero tambien, recíprocamente, podemos decir que, si estos tres puntos en línea recta, sobre los lados de un triángulo, se hallan situados de tal modo que las perpendiculares respectivamente á estos lados por aquellos puntos, pasan por otro mismo O, este punto pertenecerá al círculo circunscrito á dicho triángulo.

Admitido ya este recíproco, designemos por los números 1, 2, 3, 4, las cuatro rectas en cuestion, y construyamos los dos círculos circunstritos á los triángulos 2—3—4 y 3—4—1, respectivamente. Tales círculos, además del punto de interseccion de las líneas 3 y 4, tienen otro punto comun *s;* trazando desde este punto perpendiculares á las cuatro rectas 1, 2, 3, 4, y designando respectivamente por p_1, p_2, p_3, p_4, los piés de dichas perpendiculares, los puntos p_2, p_3, p_4, segun el teorema antes citado, estarán en línea recta, por estar el punto *s* sobre el círculo circunscrito al triángulo 2—3—4; por igual razon se hallarán tambien en línea recta los puntos p_1, p_3, p_4; y, de consiguiente, los cuatro puntos p_1, p_2, p_3, p_4. Recíprocamente: como los piés de las perpendiculares trazadas desde el punto *s* á las líneas 2, 3, 4, se hallan sobre una misma recta, dicho punto *s* caerá sobre el círculo circunscrito al triángulo 2—3—4; y lo mismo puede demostrarse que caerá tambien sobre los círculos circunscritos á los triángulos 3—4—1, 4—1—2, 1—2—3: luego siempre que cuatro rectas, agrupándolas de tres en tres, enjendren cuatro triángulos, los círculos circunscritos á estos triángulos, se cortan en un mismo punto; y los piés de las perpendiculares, trazadas desde este punto á las rectas dadas, se hallan sobre una misma recta.

d.—Si desde un punto *p*, trazamos una perpendicular á una recta dada G, y la prolongamos hácia el otro lado una cantidad igual á ella misma, el extremo de esta prolongacion se llama el punto *opuesto* á *p*, respecto de la línea G. Con esta definicion podemos enunciar el teorema siguiente (*fig.* 4):

Constrúyanse los puntos opuestos a, b, c, *al de altura* H, *de un triángulo* ABC, *respecto de los lados de éste* BC, CA, AB: *tales puntos opuestos* a, b, c, *caerán sobre el círculo circunscrito* K, *al triángulo. Y, si por el punto de altura* H, *se traza una* *recta* G″ *que corte á los tres lados del triángulo, respectivamente en los punto* a_2, b_2, c_2, *las líneas* aa_2, bb_2, cc_2, *se encontrarán en un punto* O *del círculo mencionado* K. En efecto, desde luégo los ángulos marcados en la figura con la letra griega α, son iguales entre sí, del mismo modo que los señalados por la letra β, segun se desprende de las nociones de la simetría. Como además en el cuadrilátero a_1b_1HC, los ángulos en a_1 y b_1 son rectos, deberá ser $\alpha + \beta = C$, y por consecuencia, los arcos del círculo K, comprendidos por los ángulos inscritos α y β, sumarán juntos el arco AB, comprendido por los lados del ángulo inscrito C; lo cual se verificará solamente en el caso de que las líneas aa_2 y bb_2, se corten en un punto O del círculo K, por el que, como es fácil probar, pasará tambien el otro rayo cc_2.



(Fig. 4.)

Trazando desde este punto O, perpendiculares á los lados BC, CA, AB, del triángulo dado, y designando respectivamente por A′, B′, C′, los piés de estas perpendiculares, y por A″, B″, C″, sus intersecciones con la línea G″, de la semejanza de los triángulos aHa_2 y $OA''a_2$ se deduce inmediatamente que este último es isósceles, y como resultado, que A′ A″ = A′ O. Del mismo modo se prueba que B″ B′= B′ O, C″ C′ = C′ O; y así se concluye que, por estar en línea recta los puntos A″, B″, C″, deberán estarlo tambien los puntos A′, B′, C′. A esta proposicion que ya anteriormente demostramos (1—b), podemos ahora agregar la que sigue: *los puntos opuestos* A″, B″, C″, *á un punto* O *del círculo* K, *circunscrito á un triángulo* ABC, *respecto de los lados* BC, CA AB, *de este triángulo, se hallan sobre una recta* G″, *que pasa por el punto de altura* H, *del mismo*. Aun podemos añadir que á cada punto O, del círculo K, pertenece ó corresponde una sola recta G″; y recíprocamente: á cada recta G″, trazada por el punto H, corresponde un sólo punto O; segun se advierte bien pronto en las construcciones efectuadas.

Siempre que una recta G′, corte á los tres lados BC, CA, AB, de un triángulo ABC en los puntos A′, B′, C′, respectivamente, y de tal modo, que las perpendiculares en estos puntos á dichos lados, se corten en uno mismo P, se podrá trazar por el punto de altura H de ABC una paralela. G'', á la línea G', á la cual corresponderá, como antes digimos, un punto O, completamente determinado sobre el círculo K. Si desde este punto O, se trazan perpendiculares á los lados del triángulo, los piés de estas perpendiculares caerán sobre una recta no ya paralela sinó que se confunde con la G'; lo cual quiere decir, que entre todas las rectas G', no pueden existir dos paralelas.

Cuando una trasversal T, corte á los lados de un triángulo ABC en los puntos A', B', C', las perpendiculares en estos puntos á dichos lados formarán, en general, un nuevo triángulo *abc*; pero, si la trasversal mencionada es una de las rectas G', los vértices de este nuevo triángulo coincidirán. Admitiendo que la recta T se mueva paralelamente á sí misma, el vértice *a* del nuevo triángulo *abc*, se moverá sobre una recta qne pasa por el vértice A, é igualmente el vértice *b* describirá otra recta que pasa por el vértice B; estas rectas se cortarán en un punto, y este punto tiene la propiedad de que los piés de las perpendiculares trazadas desde él á los lados de ABC, caen sobre una recta G', paralela á la trasversal T.

Ahora bien, puesto que todas las rectas G' coinciden, lo mismo debe acontecer con los puntos P y O; y con esto se patentiza la exactitud del teorema recíproco del que antes demostramos para sentar que se cortaban en un punto los cuatro círculos circunscritos á los cuatro triángulos que forman cuatro rectas cualesquiera.

Siendo *s* este punto comun á los cuatro círculos, como los piés de las perpendiculares trazadas desde el mismo á las cuatro rectas 1, 2, 3, 4, se hallan sobre una recta, los puntos opuestos á *s*, respecto de tales rectas 1, 2, 3, 4, se hallarán tambien en una línea recta que contendrá los puntos de altura de los cuatro triángulos formados por aquellas, esto es: *los puntos de altura de los triángulos que forman cuatro rectas, agrupándolas de tres en tres, se encuentran sobre una misma recta.*

X.

(*Se continuará.*)

DE LA NATURALEZA DE LA ELECTRICIDAD

POR EL SR. D. E. EDLUND.

(Conclusion) (1).

Comparemos ahora el resultado teórico con los resultados experimentales.

Suponemos: que tanto el circuito de la corriente inductora como el de la corriente inducida son circulares; que el rádio del primero es R y el del segundo R_1; que los planos de ambos círculos son paralelos y la línea que une sus centros perpendicular á ellos. En tal caso, los dos circuitos están simétricamente colocados respecto á un mismo plano, y es desde luego aplicable la fórmula de induccion (18). Figurémonos además que el plano del círculo inductor es el plano xy de un sistema de coordenadas rectangulares, cuyo origen coincide con el centro del círculo, y llamemos z la distancia á este plano, del otro en que se halla el círculo inducido. La distancia r de un elemento ds cuyas coordenadas son $x=0$ é $y=-R$, elemento situado en el círculo inductor, á un elemento ds', de coordenadas x_1, y_1, z_1, situado en el círculo inducido, es entonces igual á $+\sqrt{x_1^2+(y_1+R)^2+z_1^2}$, ó lo que es lo

---

(1) Véase la pág. 264.

mismo, á $+\sqrt{R_1^2+R^2+2Ry_1+z_1^2}$. La tangente del elemento ds es paralela al eje de las x, y admitiendo que la corriente inductora pase en la direccion positiva del eje de las x, es $\cos\theta=\frac{x_1}{r}$, y cambia por consiguiente de signo con x_1. Si el elemento ds' de la corriente inducida se cuenta por el lado opuesto á la direccion de la corriente inductora, es $\cos\theta'=\frac{x_1R}{rR_1}$, y así cambia tambien de signo con x_1. Si se introducen en la fórmula de induccion (18) estos valores de r, de $\cos\theta$ y de $\cos\theta'$, obtiénese,

$$+\frac{aiRF(r)x_1^2}{R_1r^4}dsds'.$$

De donde resulta que la induccion del elemento ds es igual en las dos mitades en que el circuito inducido queda dividido por el plano de las yz, y que las corrientes inducidas van por el mismo lado y en sentido inverso de la corriente inductora.

Pero es claro que cada elemento del círculo inductor posee la misma accion inductriz que el elemento ds aquí arriba considerado. La induccion total del círculo inductor sobre un elemento del circuito inducido, será, pues:

$$+\frac{2\pi R^2aiF(r)x_1^2}{R_1r^4}ds'$$

ó $ds'=\frac{R_1dy_1}{\sqrt{R_1^2-y_1^2}}$ y $x_1^2=R_1^2-y_1^2$. Si se introducen tanto estos valores como el de r, y si despues de tomar la integral entre los límites $y_1=+R$ é $y_1=-R_1$, se multiplica esta última por 2, obtiénese como expresion de la induccion total, despues de reemplazar y_1 por R_1u y, por consecuencia, dy_1 por R_1du:

$$+4\pi R^2R_1^2ai\int_{u=-1}^{u=+1}\frac{F(r)\sqrt{1-u^2}\,du}{(R_1^2+R^2+2RR_1u+z_1^2)^2}\ \dots\ (19).$$

Felici ha demostrado experimentalmente el siguiente principio: si A y B son dos circuitos de corriente circulares, de un rádio igual á R, paralelos, colocados uno de otro á la distancia z, de manera que la recta que una sus centros sea perpendicular á estos dos planos; si otros dos circuitos circulares de corriente C y D, ambos de un rádio igual á R_1, están colocados de la misma manera, pero uno de otro á una distancia z_1 tal que $\frac{z}{R}=\frac{z_1}{R_1}$; haciendo pasar por cada uno de los círculos A y B una corriente inductora de igual intensidad, las corrientes inducidas de B y de D serán entre sí como el rádio R es al rádio R_1.

Por medio de este principio se puede determinar la funcion $F\ (r)$. Si en la fórmula integral antedicha se pone $R=R_1$ y $F(r)=br=b\sqrt{2R^2+2R^2u+z^2}$, en que b es una constante, obtiénese:

$$+4\pi abiR\int_{u=-1}^{u=+1}\frac{\sqrt{1-u^2}\,du}{\left(2+2u+\frac{z^2}{R^2}\right)^{3/2}}$$

Como la cantidad que comprende el signo de integracion es independiente de R, si $\frac{z}{R}$ permanece constante, la corriente de induccion será proporcional á R de conformidad con los experimentos de FELICI.

De tal suerte, en lugar de la fórmula (18) obtiénese como expresion de la induccion entre dos elementos:

$$+\frac{abi}{r}\cos\theta\cos\theta'\,ds\,ds'..... (20).$$

A fin de cerciorarse de si los resultados teóricos obtenidos con la fórmula (19), despues de determinarse la funcion $F(r)$ de la manera antedicha, concordaban con la experiencia, el doctor SR. SUNDELL, profesor agregado de la Universidad de Helsingfors, ha emprendido gran número de experimentos en el laboratorio de física de la Real Academia de ciencias de Estockholmo. Empresa semejante era menester para llegar á sentar de una manera rigorosa los resultados teóricos hallados, porque no se tenia de antes sino un reducidísimo número de experimentos prácticos aplicables al objeto que aquí nos proponemos. Tomámonos la libertad de transcribir una série de estos experimentos, remitiendo al lector para más detalles al mismo trabajo del SR. SUNDELL (1).

El radio R del carrete de induccion era igual á 21,7 centímetros, y el rádio R_1 del carrete inducido á 7,1 centímetros: la distancia entre los planos de los dos círculos indícase en centímetros en la columna que encabeza la letra z.

Desviacion del magnetómetro.

Z.	OBSERVADA.	CALCULADA.	DIFERENCIA.
1,5	176,0	176,7	+ 0,7
10	127,4	128,3	+ 0,9
15	93,3	93,4	+ 0,1
20	66,1	66,0	— 0,1
25	46,8	46,6	— 0,2
30	33,8	33,3	— 0,5
40	17,9	18,1	+ 0,2

El acuerdo entre los cálculos, por una parte, y los experimentos del señor SUNDELL por otra, es bajo todos conceptos completamente satisfactorio.

Si el círculo inductor se halla en el plano de la xy teniendo su centro en el orígen, y el círculo inducido en el plano de las yz, pero de tal modo, que no tenga su centro ni sobre el eje de las z ni sobre el eje de las y, la integracion hace desaparecer el término de la fórmula de induccion (17) en que entra cos θ, mientras que el otro término, que contiene $\cos^2\theta$, es el único que queda. Conviene por consecuencia una disposicion análoga de los círculos de induccion para buscar si este término tiene ó no un poder de induccion apreciable. El Sr. SUNDELL, ha hecho, siguiendo este método, experimentos que no han dado resultados ciertos apreciables, lo que corrobora así mismo la deduccion teórica antedicha.

La verdadera ley de la induccion entre dos elementos, está pues, expresada por la fórmula (20) dada más arriba.

Atendidas las bases en que se fundan las investigaciones teóricas que hemos emprendido, claro es que la susodicha fórmula se aplica tambien al caso en que la induccion se verifica con una intensidad constante de la corriente, y proviene

(1) Œfversigt af Vet.-Ak. Forh: (*Boletin de la Academia de Ciencias.*) Febrero 1872.

de que la distancia entre el elemento inductor ds, y el inducido ds', disminuye desde el infinito hasta r.

5. *Distribucion del éter libre en reposo sobre el hilo conductor entre los dos polos de una pila.* Cuando un hilo conductor dotado de considerable resistencia enlaza los polos de una batería galvánica, prodúcese, como es sabido, electricidad libre en la superficie del hilo. La electricidad positiva del hilo presenta su máxima tension cerca del polo positivo. A medida que de él nos alejamos, la electricidad positiva disminuye, y si en toda su longitud el hilo presenta la misma resistencia de conductibilidad, existe en el punto medio de esta longitud un punto néutro, pasado el cual, la segunda mitad del hilo se manifiesta negativamente eléctrica con una tension creciente hácia el polo negativo. Cuando la resistencia del hilo es mayor hácia un extremo que hácia el otro, el punto néutro está mas cerca por el lado de lo mayor resistencia. La diferencia entre las tensiones eléctricas de dos puntos del hilo, dividida por su resistencia reducida de conductibilidad, es por donde quiera constante. Esta posicion de equilibrio de la electricidad libre parece difícil de explicar, porque diríase que la electricidad negativa y la electicidad positiva, debieran franquear el punto néutro para reunirse. Hasta ahora no se ha dado sobre este punto explicacion satisfactoria exenta de toda hipótesis arbitraria. De la teoría que presentamos se desprende naturalmente esta explicacion: cuando una corriente galvánica comienza, las moléculas de la masa de éter ambiente abandonan las posiciones de equilibrio que hasta entonces habian tenido, y pasan á otras nuevas; de donde resulta una corriente inducida en un conductor cerrado próximo. Las moléculas que se encuentran en un cuerpo no conductor próximo, son tambien echadas de sus posiciones de equilibrio, y toman otras nuevas, aunque la falta de conductibilidad no permite que nazca una corriente de induccion propiamente dicha. Las moléculas quedan en sus nuevas posiciones de equilibrio todo el tiempo que la causa productora (la corriente galvánica) continúa con una fuerza constante. La ley de la accion de un elemento de la corriente inductora sobre un elemento de la corriente inducida, está expresada por las fórmulas de aquí arriba. Pero es claro que debe suceder completamente lo mismo con dos elementos ds y ds' en un solo y mismo circuito cerrado. La corriente galvánica tiende, pues, á producir desde el principio una corriente de sentido contrario al suyo propio. La fuerza electromotriz de la pila opone obstáculos á este movimiento.

El éter del hilo conductor que une los dos polos, es conducido por la fuerza de induccion hácia el polo positivo, y allí se agolpa hasta que su tension sea suficiente para vencer la resistencia traida por la fuerza electromotriz, ó para sobrepujar la fuerza inductriz. Es claro, á todas luces, que la densidad del éter debe disminuir á medida que nos alejemos del polo positivo. Siendo constante la masa del éter contenido en el hilo, de ello debe resultar, cuando este éter sea conducido hácia el polo positivo, un déficit de éter en el polo negativo, y este déficit será tan grande como el exceso del polo positivo. Una consecuencia directa de lo que precede, es que la diferencia algebráica entre tal exceso y déficit debe ser proporcional á la intensidad de la corriente.

6. *Los fenómenos químicos y otros fenómenos que á ellos se refieren.*—Los límites de este trabajo nos impiden dar aquí un tratado completo y detallado de la aplicacion de la teoría antedicha á la accion de la corriente galvánica. Nada más podemos que señalar los puntos de partida para la explicacion de los fenómenos químicos. Llamaremos en primer lugar la atencion sobre el hecho de que la teoría de

la induccion dada en las páginas precedentes, nos suministra una fuerza nueva en constante actividad, mientras la corriente dura. Esta fuerza, cuya magnitud determina la fórmula (16), tiende á conducir una molécula de éter al reposo, en una direccion opuesta á la de la misma corriente. Figurémonos ahora, que la corriente recorre un líquido electrolito que constituye un enlace químico de dos elementos p y q, y que, segun la idea comun admitida por Berzelius y otros químicos, p sea electropositivo, y q electronegativo, es decir, segun nuestro modo de ver, que p presente un exceso, y q un déficit de éter. Resulta de lo que precede, que la molécula p es conducida por la corriente hácia el polo positivo, con una fuerza mayor que la molécula q. Como tal acto se opera en todos los puntos del líquido, dicha última molécula deberá tambien, en virtud del principio de Arquímedes, tender á llegar al polo negativo. Si ahora la fuerza con que las moléculas propenden á moverse de tal suerte en una direccion opuesta, es mayor que la afinidad química de las moléculas entre sí, de ello resultará una descomposicion, y estarán en exceso las moléculas p en el polo positivo, y las moléculas q en el polo negativo.

Emitimos, en la primera parte de este trabajo, la opinion de que las partículas materiales de un líquido pueden ser llevadas mecánicamente por la corriente, en la direccion de esta última, y que en tal hecho puede verse la causa principal de los fenómenos estudiados por Wiedemann. Pero debe tambien tomarse en cuenta la fuerza de la corriente expresada por la fórmula (16), fuerza, en cuya virtud la corriente propende á conducir moléculas de éter al reposo en un sentido opuesto al suyo propio. Si ahora estas moléculas de éter están íntimamente unidas con partículas materiales, en el mismo sentido deberán estas últimas ser llevadas. Luego es posible obtener para las partículas que se encuentran en un líquido recorrido por una corriente galvánica, un movimiento, tanto en uno como en otro sentido, toda vez que este sentido depende de la fuerza que presenta mayor intensidad. En nuestro sentir, los fenómenos de esta categoría estudiados por Quincke (1), pueden de tal manera explicarse, sin que sea menester recurrir á la accion de la electricidad libre que se halle en la superficie del líquido.

La circunstancia de que partículas del polo negativo, de un arco voltáico, sean llevadas al polo positivo, aunque su cantidad sea considerablemente inferior á la de las partículas, que la corriente arranca y lleva consigo en sentido opuesto, tambien pudiera atribuirse á la fuerza de induccion de la corriente, entendida segun la teoría que hemos arriba expuesto.

7.. *Rotacion del plano de polarizacion de la luz bajo la accion de la corriente.*—Para explicar este fenómeno, generalmente se ha supuesto que las moléculas materiales del cuerpo trasparente en que la rotacion se efectúa, sufren una accion directa de la corriente galvánica, y que esta accion á su vez produce la rotacion del plano de polarizacion. C. Neumann opina, por el contrario, que la rotacion resulta de la accion ejercida sobre las moléculas de éter, por las corrientes moleculares de Ampére, debidas á la accion de la corriente galvánica. Ha tratado de demostrar que dichos fenómenos pueden explicarse con la hipótesis de que tales corrientes moleculares actúen sobre las moléculas de éter, como si estas últimas fueran eléctricas La exposicion que precede acerca de la naturaleza de la electricidad, demuestra que de las dos opiniones, la de Neumann, es la que más se ajusta á la verdad. El éter del cuerpo trasparente, alrededor del cual pasa la corriente galvánica, puede,

(1) *Poggend. Annalen*, t. CXIII, pág. 513.

bajo la accion de esta corriente, no hallarse en el estado normal. Las moléculas de éter han modificado sus posiciones de equilibrio, y además se han formado corrientes moleculares de éter, ó, si ya existian, han recibido una direccion determinada, bajo el influjo de la corriente galvánica. La opinion de NEUMANN, respecto á la accion directa de las corrientes moleculares sobre moléculas de éter, no es ya una *hipótesis* que pida confirmacion, sino una *verdad*, si se admite que los fenómenos eléctricos tienen lugar en el éter. Pero á la verdad, ha de atenderse tambien en esta explicacion á la modificacion de las posiciones de equilibrio de las partículas de éter.

RELACIONES DE LAS FUERZAS FÍSICAS ENTRE SÍ [1].

Es indudable que para la adquisicion de los conocimientos físicos pueden seguirse caminos distintos, sendas diversas; pero tambien lo es, que todos esos caminos tienden á un fin único, al conocimimiento de las verdades físicas, que tan importante papel están desempeñando en la actualidad en todos los países civilizados. Para conseguir esto, es necesario estudiar los hechos en sí mismos, mediante nuestros sentidos, bajo todos los aspectos y detalles, observar los fenómenos con una atencion sostenida y una aplicacion prolongada, una percepcion exacta y precisa, que busque en ellos las minuciosidades más insignificantes para hacernos ver sus más pequeñas analogías y diferencias, y por último, una descripcion del objeto, con el cuadro de sus propiedades y la enumeracion de sus partes: en esto consiste precisamente la *observacion*. Mas no basta esta por sí sola para adquirilos conocimientos físicos, sino que es preciso además, crear los fenómenos, preparándolos y provocándolos, para hacerlos aparecer segun convenga al físico en el momento oportuno y en circunstancias determinadas, con el objeto de aislarlos mejor y de estudiar sus caractéres propios en más grande escala, ó de hacerlos concurrir con otros fenómenos determinados; de aquí nació el experimento, para observarlos fuera de las circunstancias naturales, colocándolos en otras artificiales expresamente establecidas para facilitar el exámen de los fenómenos que vamos á analizar bajo cierto y determinado punto de vista. Se comprende, sin embargo, que la observacion y el experimento dejaron en la ciencia grandes espacios vacíos en ese conjunto armónico que debe existir entre las verdades que la forman, ó que por esto, el razonamiento y las hipótesis han de darnos á conocer las leyes que rigen á los fenómenos y las causas que los producen, á fin de que puedan llenarse en parte, y poder completar, en cuanto posible sea, la cadena de los conocimientos científicos.

La física, estudiando las propiedades de los cuerpos, expone las inmensas dificultades que se ofrecen en la aplicacion del método empírico, al querer buscar las leyes de los misteriosos agentes, cuya esencia nos es desconocida, y que producen el calor, luz, electricidad y magnetismo; pero algunas de esas propiedades nos serían indudablemente desconocidas, si una feliz casualidad no nos las hubiera revelado. ¿Quién ha de desconocer que la casualidad ha reportado inmensos beneficios á la ciencia, objeto de nuestra preferenteatencion? Sin ella es muy posible

(1) Dircurso leido ante la *Sociedad de Profesores de Ciencias.*

que la electricidad no hubiera nacido, puesto que su orígen se debe á la atraccion que el *succino* frotado ejerce sobre los cuerpos ligeros; y su progreso y desarrollo al hecho observado, con alguna detencion, por el discípulo de GALVANI, en donde éste célebre físico encontró el gérmen del galvanismo ante las contracciones que tenian lugar siempre que, por medio de un arco metálico, se ponian en comunicacion los nervios lumbares con los músculos crurales de una rana. No por esto negamos, que los grandes descubrimientos que han servido para construir el edificio de la física moderna, sean debidos, ya á una teoría, ya á una idea preconcebida, no al acaso. ¿y cómo lo hemos de negar, si examinamos los admirables trabajos de AMPÉRE y de FRESNEL que nos han demostrado, hasta la evidencia, lo mucho que puede el espíritu filosófico é investigador, así como el cálculo matemático, para dirigir el método experimental? Así, y no de otra manera, se ha conseguido ver las íntimas relaciones que existen entre los que generalmente se llaman fluidos imponderables; relaciones que estudiadas detenida y concienzudamente, llegarán, tal vez, en dia no muy lejano, á demostrarnos, bien palpablemente, el idéntico orígen de los fenómenos dependientes del calor, luz y electricidad. Exponer estas relaciones, ver las analogías que entre estos fenómenos existen, es lo que me propongo llevar á cabo en este acto, al desarrollar el tema: *Relaciones de las fuerzas físicas entre sí.*

Por largo tiempo, todos los sabeis, se han venido considerando los fenómenos del calor, luz y electricidad, como efectos de ciertos fluidos imponderables distintos entre sí; pero el progreso gradual constante y necesario de las ciencias físicas ha hecho, que en vista de las íntimas relaciones de los citados fluidos, se les considere como debidos á movimientos particulares de una sustancia única, sumamente elástica, dotada de una fluidez extremada y una pequeñísima densidad, que existe ocupando todos los espacios interplanetarios y los poros de los cuerpos ponderables, cuya sustancia han convenido en llamarla *éter* la mayoría de los físicos. Vibrando este *éter* de cierta manera nos comunica, por medio del sentido de la vista, la impresion de la luz; vibrando de otra, por medio del sentido del tacto, el calor, etc., viniendo á reducir las teorías para la explicacion de los fenómenos físicos, segun esta hipótesis, á unas meras teorías dinámicas en las que se hace aparecer el movimiento como el alma de la materia y á la ciencia desprovista de formas, de cualidades propias y de fluidos, para sólo llegar á medir simples velocidades. Revolucion de tan beneficiosas consecuencias es debida indudablemente á aquella parte de las ciencias físicas en que mejor se pueden aplicar las fórmulas matemáticas; á la Optica.

Estos descubrimientos han dado por resultado, que la teoría de la emision ineficaz para explicar muchos fenómenos, la difraccion, las interferencias y otros, sea abandonada y sustituida con grandes ventajas por la del éter, aunque no sea perfecta; puesto que ésta y la observacion se corrobaran mútuamente para descubrir la verdad, objeto de la ciencia.

Al mismo tiempo que la teoría de las ondulaciones se robustece más y más, se efectúa entre las diferentes partes de la física una relacion más íntima en la explicacion de la causa de los fenómenos físicos, que viene á constituir, podemos decirlo así, el carácter distintivo del movimiento científico de la época presente; cuya