

216/6

# REVISTA

DE LA

## SOCIEDAD DE PROFESORES DE CIENCIAS.



AÑO III.

MADRID 20 DE ABRIL DE 1876.

NÚM. 2.

### DE LOS GRADOS ACADÉMICOS Y DEL VALOR DE SUS FUEROS Y PREEMINENCIAS.

#### I.

No poco seduce, cuando de ligero se discurre por la cima de nuestras leyes académicas, ver que de los dos grados conferidos por las Facultades, el de licenciado primero y el de doctor después, aquel en las carreras especulativas (Ciencias, Filosofía y Letras) sólo habilite para desempeñar cátedras de Institutos de segunda enseñanza, y éste sea requisito indispensable para el catedrático de Facultad, y en las carreras de aplicación (Jurisprudencia, Medicina, Farmacia) quien posea aquel, sólo pueda ejercer, y á quien adorne éste, se le permita explicar. Pero cuando algo más detenidamente va uno tanteando los cimientos en que descansan tales derechos anejos á tales títulos, camina de sorpresa en susto, reconociéndolos cada vez más flojos y deleznable, y á poco medrosa que sea su imaginación, acaba por figurársele que tiene ante sí una columna de no escaso cuerpo, con un capitel tan primoroso que, á fuerza de afiligranarle, apenas le dejó el artista macizo alguno, y encima una pesada fábrica que amenaza por momentos convertir el capitel en finísimo polvo, bajando ella á buscar más durable apoyo en la firme columna.

Porque existiendo entre los conocimientos del Instituto y los de la Universidad notoria diferencia, y llamado el licenciado de las carreras especulativas á ocupar sólo cátedras de segunda enseñanza, parece que ante todo debía estudiar ámpliamente en la Facultad lo que en el Instituto ha de enseñar reducido á puros elementos, y que guardándose un justo medio, de otras materias en que al doctor correspondería ser maestro, el licenciado debiera ser tan sólo mero iniciado, habiendo en conocimientos casi tanta distancia

de él al doctor como del alumno de Instituto á su profesor. Mas ¿cómo compaginar ésto con que para obtener el primer grado sean menester cuatro cursos, compuesto cada uno de dos ó tres asignaturas, algunas de lección diaria, y que para aspirar despues al segundo, baste un sólo curso formado de dos ó tres asignaturas, todas de lección alterna? ¿Tal cual hora de algunos días, de unos cuantos meses, de un sólo año bastan para dar al doctor tan gran superioridad sobre el licenciado que la Universidad pueda con razon franquear sus cátedras al uno y dejar en el umbral al otro? Concedamos, aunque sea mucho conceder, que esas asignaturas son las más difíciles de la carrera: ¿por qué, entónces, se las estudia en tan poco tiempo? Siempre queda en pié que quien tan próximo se halla á ser doctor, es sobradamente licenciado, y que quien tan poco há pasado por la licenciatura, es mezquinamente doctor: ó el uno sabe harto para catedrático de Instituto, ó el otro no lo bastante para catedrático de Facultad.

¡Pues qué en las carreras de aplicacion! Al pronto, no atendiendo sino al principio de la distincion de los derechos y no á la manera como el principio se aplica, reputa uno sábio y profundo el espíritu de la ley, creyendo que ha alcanzado á marcar la diferencia que debe existir entre el hombre que aprende manuales y el que medita sobre tratados; entre el que se fija en lo presente y determinado, y el que en la niebla de lo pasado busca el gérmen de lo actual y en la niebla de lo actual el gérmen de lo futuro; entre el que es llamado á recordar el fallo de la ciencia en los puntos en que lo ha dado unánime ó poco ménos, y el que es llamado á aconsejar y aún resolver en cuestiones objeto todavía de reñida contienda: en una palabra, entre el hombre del momento y el de la consulta prolongada.

Mas para que así fuera, un licenciado en leyes, por ejemplo, debiera circunscribirse á estudiar puramente la legislacion actual, sin cuidarse de antecedentes históricos ni de altas razones filosóficas: qué ley rige, y cómo ha de interpretarse; hé aquí todo. Al paso que el doctor buscaría en Códigos anteriores la derivacion del de nuestros días; en la comparacion del de unos tiempos con los de otros y en el cotejo del de un país con los de otros, qué espíritu general tiene la legislacion, qué hay en ella de comun y universal; en el estudio de los misteriosos pliegues de nuestro sér qué trascendentales razones se descubren para tener un deber que cumplir ó un derecho que reclamar; y en el exámen de las necesidades y complicaciones sociales, y en el de sus encontrados intereses, cuál es la parte de equidad y justicia, y cómo males futuros pueden con tiempo con acertadas medidas prevenirse. A él más especialmente correspondería estudiar el Derecho romano y las Leyes de Partida y el Fuero real, etc.: á él la Filosofía del Derecho; á él más de lleno que al licenciado la Economía política y cualquier otra ciencia política y social. Para interpretar y recordar leyes vigentes, el licenciado; para aconsejar, al modificarse las actuales ó dictarse otras nuevas, el doctor.

Y algo análogo pudiera decirse de la Facultad de Medicina.

Pero no es así, sin duda, como la ley lo entiende. Prueba de ello que el

licenciado en leyes, con sólo ese título, tanto puede ser abogado como juez y fiscal: tan magistrado de una Audiencia ordinaria, como del Tribunal Supremo: quizás no haya pleito que no gane ni Consejo en que no se le consulte á cada paso y se le escuche siempre con respeto; todo le es dado: interpretar leyes y preparar otras nuevas; todo, ménos explicar en la Universidad. ¿Y por qué? porque no es doctor; y ser doctor significa haber estudiado dos asignaturas en un solo curso.

A su vez un licenciado en Medicina y Cirujía puede curarlo todo: lo mismo pulmonías, fracturas y quebrantos corrientes que casos difícilísimos de Cirujía y otros aún más complicados de Medicina: tanto cura las enfermedades del campo como las del salon y gabinete: tan es médico del artesano y el labrador, como de la nerviosa, el loco, el pensador y el ambicioso; y si en el lecho del dolor yace moribundo algun Mirabeau ó algun lord Chatam, el licenciado puede fijar en él sagaz mirada, y si á la naturaleza férrea del uno, devuelve su anterior vigor, ó en la preciosamente gastada del otro infunde todavía algun duradero aunque débil aliento, todo un pueblo batirá palmas; pero ¡ay del médico, si embriagado por el entusiasmo se dirige á la Universidad á explicar lo que tan bien sabe ejercer! Se le dirá: no sois doctor, y vos, que sabeis salvar la existencia más preciosa en el más apurado trance, no podeis explicar.

¡Qué pensar llegados aquí! Si el doctor á quien se autoriza para explicar, ha estudiado sólo un curso más que el licenciado á quien solo se permite ejercer, si así la suma de conocimientos relativos á la profesion que posea el uno ha de ser con muy corta diferencia la que posea el otro; para dar algun sentido á la ley, habrá de suponerse que en las asignaturas en ese curso expuestas se encierra la clave de la enseñanza. Pero aquí surge al paso una dificultad: si enseñar no es ejercer, si cuando ya esto se sabe, aún se requiere un curso especial para aprender aquello, ¿por qué la ley no ha sido consecuente generalizando la distincion? Tan carrera práctica como la de un abogado, médico ó farmacéutico, es la de un ingeniero ó arquitecto: luego debiera análogamente haber ingenieros y arquitectos licenciados que ejercieran é ingenieros y arquitectos doctores que enseñaran. Mas prosigamos: admitido que en esas asignaturas se encierra la clave de la enseñanza. Quien dice enseñar ó explicar, dice coordinar bien las ideas y expresarlas con propiedad: pero que enseñe á coordinar lo que se aprende ó sabe no hay más ciencia que la Lógica, y que enseñen á expresarse bien no hay mas que dos artes, llamadas la una Gramática y la otra Retórica. Algo de esto ó quizás todo debe ser, porque ahora recordamos que el período del doctorado en Medicina tiene tres asignaturas. ¡Gran Dios, si son la Análisis química, la Histología y la Historia de la Medicinal! ¡Y con ellas se adquiere el don de la palabra y el don de la coordinacion! Se nos viene á la memoria un pasaje del sublime cantor inglés:

«Allí—dice, describiendo la primera convexidad que suponía encerraba los orbes luminosos de nuestro globo y los separaba del caos—volaron las

cosas vanas y quienes sobre las cosas vanas edifican sus quiméricas esperanzas de gloria, de fama permanente ó de felicidad en esta vida ó la otra... Allí vuelven á encontrarse los que para tener seguro el Paraíso, se ponen al morir el hábito de un dominico ó de un franciscano y creen entrar de ese modo disfrazados... Pero cuando llegados al pié de las celestes escaleras se disponen á subir, un violento y contrario viento, soplando á través de uno y otro lado, los arroja á diez mil leguas, derribándolos en la corriente del aire, y entonces se ven las cogullas, tocas y hábitos con los que los llevan, revueltos, despedazados y hechos trizas... en el limbo vasto y extenso, llamado despues el Paraíso de los locos, lugar que en el trascurso de los siglos han desconocido muy pocas personas.»

¡Con que donaire volara allí algun grado académico! Tan vano está de sentido.

(Se continuará.)

DANIEL ROTEZO Y DURO.

---

## NOTA RELATIVA Á LA DEMOSTRACION DEL TEOREMA

ACERCA DE LA MÍNIMA DISTANCIA SOBRE UNA ESFERA.

---

En el número 4.º del año II de esta REVISTA, correspondiente al 10 de Agosto de 1875, vió la luz una demostracion dada por mí del teorema de la mínima distancia entre dos puntos de la superficie esférica.

Posteriormente he tenido ocasion de advertir que el razonamiento empleado por mí es aplicable á cualquiera línea, aun cuando no fuese la de menor distancia, lo cual conducia al extraño resultado de que todas las líneas trazadas entre dos puntos A y B sobre la superficie esférica fuesen iguales al arc. circ. máx. AB, y por consiguiente iguales entre sí.

La falsedad del razonamiento consiste en suponer que una línea constante es siempre el límite de las longitudes de otra línea variable cuyos puntos tienden á coincidir con los de la primera. Esto no es cierto más que cuando las direcciones de los elementos de la línea variable tienden á coincidir con las de sus correspondientes en la línea constante.

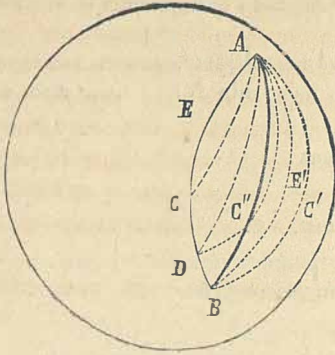
Debe, pues, considerarse como nula la referida demostracion, sustituyéndola por cualquiera de las dos siguientes, en las cuales me refiero á la misma figura ya publicada.

### PRIMERA DEMOSTRACION.

1.º *El arc. de circ. máx. AB es línea de mínima distancia entre A y B.*

Supongamos que ACB sea una línea de mínima distancia entre A y B. Tomemos en ella un punto cualquiera C y tracemos el arc. circ. máx. AC así como el AD bi-

sector del ángulo CAB. La simetría de la esfera respecto del arc. circ. máx. AD nos



permitirá trazar una línea AC''D simétrica de ACD, y por lo tanto de igual longitud, de manera que AC''DB será igual á la línea de min. dist. ACB.

Ahora bien, el punto C'', simétrico de C, caerá necesariamente en el arc. de circ. máx. AB y precisamente entre A y B.

En efecto, si cayera en B, tendríamos:  
 min. dist. AB = min. dist. AC < ACB,  
 lo que es contra el supuesto de que ACB es una línea de min. dist. entre A y B.

Si el punto C' cayese en la prolongacion de AB, tendríamos:

arc. circ. máx. AC > arc. circ. máx. AB,

luego habría un punto E entre A y C, tal que

arc. circ. máx. AE = arc. circ. máx. AB.

y por consiguiente

min. dist. AE = min. dist. AB.

lo que es contra el supuesto.

Cayendo, pues, C' entre A y B, vemos que la línea ACB de min. dist. entre A y B puede trasformarse en otra de igual longitud que tenga un punto comun con el arc. circ. máx. AB.

Esta trasformada puede á su vez trasformarse en otra que tenga otros dos puntos comunes con el arc. circ. máx. AB y así sucesivamente hasta llegar á una línea de min. dist. que tenga un número infinito de puntos comunes con el arc. circ. máx. AB. Ahora bien: ó la trasformada obtenida de este modo se confunde con el arc. circ. máx. AB, en cuyo caso nuestra proposicion está demostrada, ó entre cada dos puntos infinitamente próximos comunes el elemento rectilíneo del arc. circ. máx. AB es cuerda del arco, de curva trasformada, que pasa por ellos, y por consiguiente menor que éste, en cuyo caso el arc. de circ. máx. AB es menor que la trasformada, lo que es contra el supuesto.

2° Solamente el arc. de circ. máx. AB es línea de mínima distancia entre A y B.

En efecto, si un punto exterior al arc. circ. máx. AB pudiese pertenecer á C la línea de mínima distancia entre A y B, tendríamos:

min. dist. AB = min. dist. AC + min. dist. CB

ó bien,

arc. circ. máx. AB = arc. circ. máx. AC + arc. circ. máx. CB,

lo cual es absurdo.

Queda, pues, demostrado que el arc. de circ. máx. que une dos puntos es la única línea de min. dist. entre ellos sobre la superficie esférica.

## SEGUNDA DEMOSTRACION.

### PROPOSICION PRIMERA.

*Todos los puntos de una circunferencia trazada en una esfera equidistan de su polo.*

Esta proposicion resulta inmediatamente de la simetría de la esfera,

PROPOSICION SEGUNDA.

*La línea de min. dist. entre A y B se halla por completo comprendida en el casquete cuya base pasa por B y cuyo polo es A.*

En efecto, si dicha línea saliera en parte fuera del casquete, tendría con la base de éste un punto G común, distinto del B. Ahora bien;  $\text{min. dist. AG} = \text{min. dist. AB}$ ; luego la parte sería igual al todo.

PROPOSICION TERCERA.

*Si arc. circ. máx.  $AB > \text{arc. circ. máx. AC}$ ,  
 $\text{min. dist. AB} > \text{min. dist. AC}$ .*

En efecto, la min. dist. de A á B tiene necesariamente una parte fuera del casquete AC que es precisamente el exceso de su longitud sobre la min. dist. AC.

PROPOSICION CUARTA.

*La min. dist. AB. no puede tener un punto P fuera del arc. circ. máx. AB.*

En efecto, si lo tuviese resultaría:

$$\text{min. dist. AB} = \text{min. dist. AP} + \text{min. dist. PB} \quad (1).$$

Desde el polo A tracemos la circunferencia que pasa por P; cortará al arc. circ. máx. AB en un punto P' entre A y B y tendremos.

$$\text{min. dist. AB} = \text{min. dist. AP}' + \text{min. dist. PB} \quad (2).$$

Pero

$$\text{arc. circ. máx. PB} > \text{arc. circ. máx. P'B};$$

y por consiguiente

$$\text{min. dist. AB} < \text{min. dist. AP}' + \text{min. dist. PB}.$$

Luego las ecuaciones (1) y (2) son falsas, lo cual demuestra la proposición IV, y por consiguiente nuestro teorema.

Madrid 7 de Febrero de 1876.

FRANCISCO LIZARRAGA.

Ingeniero de Caminos.

---

## DEMOSTRACION DE LAS RELACIONES MAS IMPORTANTES

### ENTRE LOS ELEMENTOS DE UN TRIÁNGULO ESFÉRICO.

---

En la teoría de las proyecciones octogonales se establecen los siguientes principios.

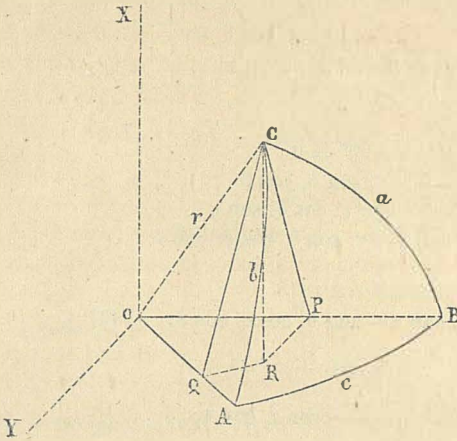
La proyección de una recta limitada es igual, en magnitud y signo, á la recta misma multiplicada por el coseno del ángulo que forma con el eje ó plano de proyección.

Para proyectar un punto ó una recta limitada sobre un eje, basta proyectarla sobre un plano que pase por él y proyectar en seguida el punto ó recta así obtenidos sobre el mismo eje.

Si se proyecta un polígono cerrado *abcd* sobre un eje cualquiera, se verifica que la suma de las proyecciones de varios lados consecutivos *ab, bc* es igual á la suma de las proyecciones de todos los demás *ad, dc* contados desde el mismo origen.

Conocidos estos sencillos principios, sea *ABC* un triángulo esférico cuyos ángu-

los designaremos por las letras de sus vértices, llamando  $a, b, c$  los lados respectivamente opuestos: construyámos el ángulo triedro  $OABC$  correspondiente al triángulo esférico y cuyos ángulos planos y diedros tienen las mismas medidas que los lados y ángulos de este, y sean  $P, Q$  y  $R$  las proyecciones del vértice  $C$  sobre los ejes  $OB$  y  $OA$  y el plano  $AOB$ : de este modo se tendrá, llamado  $r$  el radio de la esfera.



$$OP = r \cdot \cos a \quad PC = r \cdot \sin a$$

$$OQ = r \cdot \cos b \quad QC = r \cdot \sin b$$

Si proyectamos el cuadrilátero cerrado  $OPCQO$  sobre un eje cualquiera, y designamos por  $p$   $OP$  la proyección de  $OP$  y de una manera análoga las de los demás lados, podremos escribir:

$$p \cdot OP + p \cdot PC = p \cdot OQ + p \cdot QC \quad [M],$$

y esta ecuación nos dará las tres fórmulas de Bessel si tomamos sucesivamente por ejes de proyección, 1.º la recta  $OB$ , 2.º la  $OX$  perpendicular al plano  $AOB$  y 3.º la  $OY$  perpendicular a  $OB$  en el plano  $AOB$ . Observaremos para esto que  $OP$  forma con cada uno de estos tres ejes ángulos de  $0^\circ, 90^\circ$  y  $90^\circ$ ; que  $PC$  forma con  $OB$  el ángulo  $90^\circ$ , con  $OX$  el ángulo  $90^\circ - B$  medida del diedro  $COBX$  por ser las  $PC$  y  $OX$  perpendiculares a su arista situadas en cada una de las caras, y con  $OY$  forma  $PC$  el ángulo  $B$  medida del diedro  $COBY$  por la misma razón que antes; que  $OQ$  forma con  $OB, OX, OY$  los ángulos respectivos  $c, 90^\circ$  y  $90^\circ - c$ ; y por último que para proyectar  $QC$  sobre los ejes  $OB, OY$  la proyectaremos primero sobre el plano  $BOY$  con el cual forma el ángulo  $A$  y luego la recta  $QR$  obtenida se proyectará sobre  $OB, OY$  con los cuales forma los ángulos respectivos  $90^\circ - c, 180^\circ - c$  por ser perpendicular a  $OY$ ; y  $QC$  forma con  $OX$  el ángulo  $90^\circ - A$  pues mide el diedro  $COAX$  por la misma razón expuesta para el ángulo de  $OX$  con  $PC$

Con esto y aplicando los principios antes enunciados, obtendremos:

$$QR = QC \cdot \cos A = r \cdot \sin b \cdot \cos A.$$

1.º Proyección sobre el eje  $OB$ ,

$$p \cdot OP = OP \cdot \cos 0^\circ = r \cdot \cos a$$

$$p \cdot PC = PC \cdot \cos 90^\circ = 0$$

$$p \cdot OQ = OQ \cdot \cos c = r \cdot \cos b \cdot \cos c$$

$$p \cdot QC = QR \cdot \cos (90^\circ - c) = r \cdot \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A,$$

y la ecuación  $[M]$  se convierte en

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A \quad [4]$$

después de dividida por el factor común  $r$ .

2.º Proyección sobre el eje  $OX$ ,

$$p \cdot OP = OP \cdot \cos 90^\circ = 0$$

$$p. PC = PC. \cos (90^\circ - B) = r. \operatorname{sen} a. \operatorname{sen} B$$

$$p. OQ = OQ. \cos 90^\circ = 0$$

$$p. QC = QC. \cos (90^\circ - A) = r. \operatorname{sen} b. \operatorname{sen} A:$$

valores que sustituidos en [M] dan:

$$\operatorname{sen} a. \operatorname{sen} B = \operatorname{sen} b. \operatorname{sen} A \quad [2].$$

3.º Proyeccion sobre el eje OY,

$$p. OP = OP. \cos 90^\circ = 0$$

$$p. PC = PC. \cos B = r. \operatorname{sen} a. \cos B$$

$$p. OQ = OQ. \cos (90^\circ - c) = r. \cos b. \operatorname{sen} c$$

$$p. QC = QR. \cos (180^\circ - c) = -r. \operatorname{sen} b. \cos c. \cos A;$$

que sustituidos en [M] dan:

$$\operatorname{sen} a. \cos B = \cos b. \operatorname{sen} c - \operatorname{sen} b. \cos c. \cos A. \quad [3]$$

Dividiendo la [3] por la [2] se obtiene

$$\cot B = \frac{\cot b. \operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} A} - \cos c. \cot A,$$

y la [4], aplicada al triángulo suplementario del propuesto, despues de cambiados los signos, se convierte en esta otra;

$$\cos A = -\cos B. \cos C + \operatorname{sen} B. \operatorname{sen} C. \cos a.$$

Estas fórmulas y las que de ellas se deducen, por un sencillo cambio de las letras que contienen, son las que suelen darse en los tratados de Trigonometría y permiten resolver con facilidad los problemas sobre triángulos esféricos. La demostracion que de ellas hemos dado es aplicable á todos los casos, pues los principios en que se funda están demostrados con toda generalidad, cualquiera que sea la posicion relativa de las rectas que se proyectan.

E. TORROJA.

## EXAMEN DE ALGUNOS RESULTADOS A QUE CONDUCE LA CONSIDERACION

### DE LAS PROYECCIONES.

Nuestro objeto en este artículo es demostrar algunas fórmulas importantes de trigonometría, reemplazando el uso de proporciones por el de proyecciones, y manifestar la dependencia entre algunas fórmulas de trigonometría rectilínea y las de trigonometría esférica que les corresponden de tal manera, que unas se deducen fácilmente de las otras.

Principiemos por demostrar las fórmulas.

$$\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a \cos b + \cos a \operatorname{sen} b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$





$$x = \frac{v}{492}$$

Poniendo por  $v$  su valor en metros

$$v = 331,45 \sqrt{1+at},$$

en que  $a=0,00366$  es el coeficiente de dilatacion del aire, y  $t=10$  la temperatura, resulta:

$$x = 1,758$$

Pero la longitud del tubo es igual á la de la onda ménos una correccion que llamaremos  $z$ , luego llamando  $L$  á esta longitud se tendrá:

$$L = 1,758 - z.$$

El análisis no ha deducido, que sepamos, hasta ahora fórmulas que den para  $z$  valores confirmados por la experiencia; y por eso recurriremos á la fórmula empírica de WERTHEIM.

Tomemos un tubo cuya longitud  $L'$  sea mayor que  $L$ : sean  $n$  y  $n'$  los números de vibraciones correspondientes á los sonidos fundamentales, segun lo cual  $n=492$ , y sean  $v$  y  $v'$  las velocidades que se deducirían para el sonido de los valores de  $n$  y de  $n'$ ; de modo que

$$v = 492 \times 1,758.$$

Esto supuesto, el valor de  $z$  será

$$z = \frac{v' - v}{n - n'}$$

Esta fórmula exige que los dos tubos sean de la misma materia y espesor, y da resultados cuyo error es muy pequeño.

JOSÉ BARTRINA Y ROYO,  
Catedrático de Matemáticas en el  
Instituto de Albacete.

---

## RELACIONES DE LAS FUERZAS FÍSICAS ENTRE SÍ.

(Continuacion.) (1)

Las relaciones que entre el calórico y la luz existen, están bien visibles para todo aquel que, como vosotros, ha profundizado algo el misterioso estudio de la naturaleza, y que alguna vez ha tratado de arrancarla sus secretos, estudiando las leyes de la materia. Sin embargo, hemos de hacer patentes las principales para

---

(1) Véase la pág. 291.

cumplir con el fin de nuestro cometido y con la obligacion que me ha sido impuesta. ¿Qué pasa cuando elevamos la temperatura de una barra de hierro, por ejemplo? Segun la teoría de las vibraciones y ondulaciones, el *éter* que llena todos los espacios intermoleculares y planetarios, el *éter* que llena los primeros, es puesto en movimiento más rápido en virtud de la fuerza viva que le trasmite el origen calorífico, este movimiento se trasmite á las moléculas de la barra de hierro, las cuales obrando á su vez sobre el *éter*, engendran las vibraciones y ondulaciones de longitudes diferentes, siendo estas las que originan el aumento, de temperatura del metal citado. La barra continúa expuesta á la influencia y accion directa del foco calorífico, entonces la amplitud é intensidad de las vibraciones aumentan; antes sólo eran perceptibles por el sentido del tacto, ahora, las más rápidas, tienen ya el suficiente poder para obrar sobre la retina, apreciando un cuerpo luminoso donde poco antes sólo podíamos examinar un efecto calorífico. La barra está hecha *ascua*, se encuentra incandescente iluminando los espacios que la rodean. ¡Hecho vulgar, comprobado siempre por la experiencia y que la teoría confirma!

Haced pasar por un prisma los rayos caloríficos que primero se desprenden y obtendréis únicamente en el espectro los rayos oscuros correspondientes á la extremidad del rojo; observad con detenimiento los fenómenos sucesivos. Tan pronto como en la barra se distingue un punto en ignición aparecen los rayos rojos, producidos por 477 billones de vibraciones por segundo, casi instantánea y sucesivamente se van presentando á nuestra contemplacion los rayos anaranjado, amarillo, verde, azul, añil y violado, segun que el *éter* da 540, 560, 584, 685, 700 y 734 billones de vibraciones en igual espacio de tiempo.

Después del violado, los rayos oscuros otra vez, llamados rayos químicos por excelencia, por la notabilísima propiedad que tienen de descomponer ciertas sustancias cuyo estudio atañe á la química, *la ciencia del porvenir*.

Los rayos caloríficos y luminosos se *reflejan* y *refractan* siguiendo las mismas leyes; se bifurcan al penetrar en ciertos cuerpos cristalizados, dando lugar á la *doble refraccion*; se observa tanto en unos como en otros la *polarizacion* sujeta á idénticas relaciones y verificada en semejantes circunstancias, todo lo cual hace presumir que tiene lugar en estos diferentes órdenes de fenómenos el mismo género de movimiento vibratorio, aunque de distinta especie, transversal en los luminosos y longitudinal en los caloríficos, segun las mayores probabilidades. Estudiando aún más y más la cuestion se nota, que no sólo la causa de los rayos caloríficos y luminosos están sujetos á idénticas leyes, sino que en general puede decirse, que lo mismo se verifica con sus efectos. ¡Consecuencia ineludible! El sabio MELLONI, que comenzó su carrera científica dudando, si no negando esto, prueba después que la luz y el calorífico son absorbidos por láminas de distintas sustancias en los mismos puntos de espectro y en las mismas proporciones, cuyo resultado ha sido establecido por JAMIN y MASON, aislando sucesivamente un haz de rayos simples de un espectro luminoso y recibéndolos sobre láminas incoloras de varias sustancias, notando que apenas debilitaban la intensidad de los luminosos y dejaban pasar los caloríficos, así como por otras coloreadas no dejaban pasar ni unos ni otros. También hicieron ver los físicos citados, comparando la intensidad de estos rayos, que las pérdidas que experimentan, medidas por un termomultiplicador y un fotómetro respectivamente, se hallan siempre en las mismas proporciones; de todo lo cual puede deducirse, que el calorífico y luz de un mismo

punto del espectro son debidos á una misma causa primitiva. FOUCAULT y FIZEAU han demostrado la interferencia del calorico por medio de los espejos de Fresnell, siendo observada la temperatura de las franjas por medio de un pequeño termómetro colocado en el interior de una bola cerrada, en la que la luz que producía las franjas penetraba por aberturas guarnecidas de vidrio. KNOBLAUCH, que descubrió en 1846 la difraccion del calor, ha encontrado que un haz calorífico, saliendo por una rendija, divergia fuera del límite geométrico, en tanto que la direccion lineal del haz era más divergente con relacion al origen, y la lente tenia menor diámetro.

BÉRARD, en 1824, fué el primero que halló la polarizacion del calor por medio de su reflexion sobre un espejo de vidrio, observando las variaciones de intensidad de estos rayos reflejados con el ángulo del plano primitivo y del segundo plano en donde tiene lugar la segunda reflexion, á fin de reconocer el estado de polarizacion, despues que un espejo cóncavo metálico recibía los rayos de la última reflexion y los concentraba sobre la bola de un termómetro muy sensible. MELLONI, que habia sido uno de los primeros físicos que con más copiosos datos ha afirmado las analogías entre el calor y la luz, repite los trabajos de BÉRARD por medio de su termo-multiplicador y demuestra de un modo brillantísimo la polarizacion del calor, que poco antes ponía en duda, como resultado de sus trabajos y ensayos no muy lisongeros, el físico POWELL. WARTMANN descubrió algunos años despues, que el calor reflejado por la atmósferase polariza en el mismo plano que la luz, y reconoce que en este plano de polarizacion coinciden los puntos néutros y los puntos de máxima polarizacion (1). KNOBLAUCH, desde que descubrió la difraccion del calorico, se dedicó con especial aficion al estudio comparativo de los *fluidos imponderables*, hallando como resultado y pago de sus trabajos científicos, que el calorico presentaba el fenómeno de la *doble refraccion*, cuando pasaba un haz de rayos caloríficos al través de *espato de Islandia*, siéndole fácil hallar la direccion de aquellos por la que seguian los luminosos que les acompañaba. Pero como si esto no bastara con el objeto de que estamos tratando DESAINS y PROVOSTAY encontraron que los rayos caloríficos polarizados, poseian las propiedades correspondientes á las de los rayos luminosos que se encontraban en idéntico caso, así como los que lo están por simple refraccion y son emitidos por una superficie caliente en un plano perpéndice al plano de emision.

Antes, cuando examinábamos el espectro solar, ya hicimos notar que el sol no sólo emite rayos luminosos, sino que tambien rádia calor, el cual se descompone lo mismo que la luz en distintos rayos simples á causa de su desigual refrangibilidad. HERCHELL encontró, que la temperatura del espectro aumentaba desde el violeta al rojo, que no se detiene, digámoslo así, en este color y continúa más allá del mismo, debido sin duda á que existen rayos caloríficos ménos refrangibles que el rojo, que no son sensibles al sentido de la vista; pero que producen sus bien marcados efectos en el termómetro. Así como hay rayos ultra-rojos, WOLLASTON observó que existian otros ultra-violetas en el lado opuesto del espectro, los que son más refrangibles y poseen una accion química enérgica. Se ve, pues, que el sol emite tres clases de rayos, ultra-rojos, luminosos y ultra-violetas, los cuales se hallan superpuestos en el astro, centro del Universo, y se separan cuando se les hace pasar por un medio diáfano terminado por superficies inclinadas. ¿Mas de qué

---

(1) *Anales de química y física*, 3.<sup>a</sup> série, tomo XXXIV, páginas 341 y 342.

proviene esta luz, este calor? Son, siguiendo la teoría del *éter*, efectos diversos de una misma causa, el modo del movimiento. Pero aún hay más, TYNDALL, ilustre físico inglés y consocio honorario nuestro, entusiasta por las ciencias físicas, disuelve el yodo en el *yoduro de etilo* ó en el *sulfuro de carbono* hasta que estas disoluciones sean opacas; entonces hace pasar un haz de luz solar, siendo detenidos los rayos luminosos y pasando los caloríficos, de que, reconcentrados por el intermedio de una lente biconvexa, consigue obtener temperaturas tales que enrojecen algunos metales ó cuando ménos inflaman la pólvora. Descubre la *calorescencia* al explicar por la teoría de las vibraciones la causa de la *fluorescencia*, y dice con este motivo, que la *fluorescencia* es debida á la trasformacion de ondas muy cortas en otras de mayor longitud. Para TYNDALL, la *calorescencia*, que se observa cuando se expone un cuerpo á la acción de los rayos luminosos del sol, es debida á que las ondas se acortan disminuyendo su diámetro. MM. de la PROVOSTAY y DESAINS han medido, no solamente el calor, sino que también la luz reflejada por los espejos de vidrio, encontrando que los resultados son iguales y que aumentan con la oblicuidad del plano reflectante. STOKES, en fin, ha conseguido al parecer demostrar la identidad entre el calorífico y la luz por medio del siguiente experimento, que viene á ser el más importante para hacer comprender la íntima relación que existe entre ambos de un modo tal, que el hombre no puede ménos de contemplar con asombro tanta unidad en un mundo tan complejo y vário, sin admirar la gran sabiduría del Creador de todo cuanto puede abarcar con las facultades de que se halla dotado. STOKES hizo pasar un haz de rayos solares por una disolución de yodo en el yoduro de etilo; cuya disolución, como antes expusimos, detiene los luminosos y deja pasar los caloríficos, produciendo una elevación de temperatura sobre un pedazo de hierro, hasta el punto de ponerle incandescente. Dispuso luego un pedazo de hielo, de manera que afectase la forma cúbica, observó que detenía los rayos caloríficos y que reconcentrados los luminosos por una lente, produjeron una elevación de temperatura apreciada por el termómetro diferencial de Leslie. Estos y otros hechos que pudiéramos citar, nos marcan las grandes analogías que entre el calor y la luz existen, las íntimas relaciones que la experiencia descubre constantemente entre ellos, los cuales nos indican la idea tan clara como precisa que preside y domina á la ciencia toda.

Sin embargo, sin la teoría de las vibraciones, no hubiera podido encontrarse ese gran arsenal de conocimientos tan relacionados entre sí, puesto que ella nos demuestra en las interferencias, cuando colocamos pequeños termómetros en los puntos oscuros á causa de la anulación del movimiento de las vibraciones luminosas, que la temperatura es allí mayor, en el mero hecho de que chocando las vibraciones, su intensidad se hace menor, pero mayor su amplitud, en cuyo caso dejan de obrar sobre la retina para hacerlo sólo sobre el termómetro.

Lo que únicamente se necesita es hallar numéricamente la cantidad de calor ganado y la de luz perdida, ó viceversa, para entonces establecer el equivalente lumínico del calor y el equivalente calorífico de la luz, puesto que en el último resultado no son más que fuerza viva.

---

El calor no sólo puede dar origen á los fenómenos luminosos, sino que tambien los origina eléctricos. El calor, por si sólo, es capaz de dar origen á corrientes eléctricas, cuya intensidad es variable, segun las condiciones en que verifique la experiencia, que por primera vez practicó SEEBACH en Alemania, calentando un circuito de dos metales heterogéneos, hallando MAGNUS despues que el movimiento que constituye estas corrientes se distingue del que constituye el calor. La accion de un origen calorífico, determina, no solamente el movimiento etéreo que nos manifiesta bajo los resultados de calor y luz, sino otro distinto que se hace sensible en condiciones *ad hoc*, bajo la forma de corrientes eléctricas. ¿Pero cómo se explica, siguiendo la teoria de las ondulaciones, este desarrollo de electricidad? El padre SECHER, en su obra, *La unidad de las fuerzas físicas*, dice: «que una pila termo-eléctrica, funcionando bajo la influencia de un foco calorífico, nos dá el ejemplo del movimiento vibratorio del éter, que atravesando un cuerpo diáfano, se propaga por una série de ondas trasversales, mientras que el caso que consideramos se comunica á los metales de la pila, y se trasmorfa, al ménos parcialmente, en corriente longitudinal.» ¿Qué es lo que aquí tiene lugar? ¿Cómo se origina la corriente eléctrica en la experiencia de SEEBACH? El foco calorífico comunica sus vibraciones á las moléculas y éter de los metales, este éter puede vibrar trasversal y longitudinalmente, mas no pudiendo efectuar aquellas, al ménos para que hieran á la retina, á causa de la opacidad de los metales, sólo se manifiestan las ondas longitudinales, causa de las corrientes eléctricas, las cuales pueden tomar direcciones determinadas que dependen de la estructura que forman el circuito, aumentar si se eleva la temperatura hasta cierto punto, y circular en opuesta direccion si ésta desciende.

Tanto la electricidad estática como la dinámica, producen calor y luz; todos vosotros conoceis los efectos de la inflamacion del éter, del tubo centelleante y huevo eléctrico, etc: La electricidad dinámica es, á mi juicio, la que nos dá las relaciones más importantes que existen entre el calor, luz y electricidad. Ella origina calor, como hemos dicho, y tambien produce frio cuando la corriente se hace pasar un circuito formado de cobre y bismuto. Las relaciones que existen entre la cantidad de electricidad que circula por los hilos metálicos, y el calor producido por los mismos, hizo entrever á JOULE la existencia de ciertas leyes á que obedecería indudablemente este fenómeno, y así fué, en efecto, porque despues de difíciles y concienzudos trabajos, encontró «que la cantidad de calor desprendida en la unidad de tiempo, es proporcional á la resistencia que el hilo opone al paso de la corriente y al cuadrado de su intensidad,» leyes que han sido confirmadas satisfactoriamente por físicos, como EDMUNDO BECQUEREL, LENZ Y BOTTO. Hagamos pasar una corriente eléctrica por un alambre, éste se calienta, pero si le introducimos en agua fria, entonces la accion química de la pila aumenta, tendiendo á originar mayor cantidad de calor, como para sustituir al que se ha hecho desaparecer; por el contrario, si el hilo se calienta, la accion de la pila disminuye, como tendiendo á establecer una íntima relacion entre la cantidad de electricidad que circula, y el calor originado.

El arco voltáico posee una de las mayores temperaturas que se conocen, y su poder calorífico se ha empleado para fundir las sustancias más refractarias, y las que conducen mal la electricidad; con él se ha conseguido fundir y volatilizar la cal y la magnesia, y la luz que desprende es tan intensa, que el órgano de la vision no puede soportar su brillo, y las llamas colocadas cerca de él parecen cuer-

pos enrojecidos, proyectando sombras como si fuesen cuerpos opácos. La luz del arco voltaico, tiene con la del sol numerosas analogías, ya en sus propiedades, ya por los efectos que ella origina. Se descompone dando un espectro, determina la combinación del cloro con el hidrógeno, obra sobre las placas daguerriananas, y hace fosforescentes á muchos cuerpos expuestos á su accion.

(Se continuará.)

RAMON LARROCA Y PASCUAL,  
Doctor en Ciencias.

---

## DILATACION Y CALORIMETRIA.

---

No dejará de parecer extraño, á primera vista, que bajo un epígrafe comun se incluya en un artículo el estudio de dos partes tan distintas del Tratado del Calor. Y en efecto, fuera más lógico, si se tratara del estudio independiente y detenido de ambas materias, consagrar á cada una un artículo exclusivo.

Mas es muy distinto el punto de vista bajo el cual nos proponemos tratar hoy ambas cuestiones. Persuadidos hace mucho tiempo de las inmensas ventajas que ofrece en la exposicion de las ciencias naturales el enlace de los hechos, nos hemos esforzado durante seis años que á su enseñanza llevamos consagrados, en hacer notar á nuestros alumnos las intimas relaciones que la ciencia reconoce áun entre los fenómenos al parecer más desemejantes, procurando con especial empeño no dejar aislado un sólo hecho. Un éxito satisfactorio nos confirma cada dia más en la importancia de semejante encadenamiento; y áun cuando se preste poco á demostrarla el estadio comparado de las dilataciones y calores especificos y latentes en la parte que tienen de prácticos y con exclusion de todas las consideraciones hipotéticas de causa, que los ligan, vamos en estas breves líneas á establecer un paralelo en la marcha expositiva de los principios más elementales de uno y otro estudio, convencidos como estamos de que con ello facilitamos ambos, sin restringir, antes bien, haciendo más generales las sencillas fórmulas que se dan en las cátedras elementales. No pretendemos, sin embargo, dar un nuevo método, ni siquiera indicar una marcha nueva para este estudio: nos proponemos tan sólo un ensayo que creemos útil.

Empecemos por las dilataciones.

### I.

#### Dilatacion.

##### 1.º FÓRMULAS GENERALES.

*Se llama coeficiente de dilatacion cúbica de una sustancia, lo que se dilata ó contrae su unidad de volúmen, cuando se eleva ó baja su temperatura una unidad.*

Si, pues, elevamos  $t^{\circ}$  la temperatura de la unidad de volúmen de una sustancia, se dilatará, llamando  $d$  á su dilatacion, y  $\delta$  á su coeficiente de dilatacion

$$d = \delta.$$

Si el volúmen es de 2 unidades, la dilatacion será doble evidentemente, si

de 3, triple..... si de  $v$ ,  $v$  veces mayor, y tendremos por cada grado de cambio un dilatacion

$$d = \delta v.$$

Finalmente, si el cambio de temperatura fuere  $2^\circ$ , la dilatacion seria doble de lo que expresa la anterior igualdad, si  $3^\circ$ , triple,..... si  $\tau^\circ$ , seria  $\tau$  veces mayor: luégo la dilatacion ó contraccion de un volúmen cualquiera de cualquier sustancia por cualquier cambio de temperatura, será en general

$$d = \delta v \tau \dots [A].$$

Si  $\tau = T - t$ , la fórmula anterior se expresará así:

$$d = \delta v (T - t) \dots [A'],$$

y siendo  $t = 0$  tendremos  $d = \delta v T$ , ó, para no emplear la mayúscula,

$$d = \delta v t \dots [A''].$$

La fórmula [A], que será para nosotros la fundamental en las dilataciones, manifiesta que son tres los factores que entran en todo fenómeno de dilatacion, uno de ellos específico, el coeficiente de dilatacion, que podria llamarse *dilatacion específica* de una sustancia (mejor que de un cuerpo) y tambien *capacidad para la dilatacion*.

Estos tres factores  $\delta$ ,  $v$ ,  $\tau$ , y su producto  $d$ , ligados por la fórmula [A] representan las circunstancias que concurren al fenómeno de la dilatacion; y como *leyes físicas de un fenómeno* son las relaciones entre las circunstancias que al mismo concurren, la fórmula [A] debè manifestarnos en lenguaje algébrico las leyes del fenómeno de la dilatacion. Vamos á interpretarlas en lenguaje vulgar

Ante todo, debemos hacer notar, que cuando son, como aquí, varias las circunstancias eficientes del fenómeno, las relaciones establecidas entre ellas pueden ser compuestas, teniéndolas en cuenta simultáneamente, ó sencillas, esto es, entre dos tan sólo, prescindiendo de todas las demás, que entonces hay que suponer iguales en el antecedente y consecuente de la segunda razon. Empecemos por el caso más general.

Sea un cuerpo que, teniendo un coeficiente de dilatacion  $\delta$ , y un volúmen  $v$ , se dilata ó contrae la cantidad  $d$ , por un cambio de temperatura  $\tau$ : estas diferentes circunstancias estarán ligadas, segun lo dicho, por la igualdad

$$d = \delta v \tau \dots [A].$$

Si otro cuerpo, cuyo coeficiente de dilatacion sea  $\delta'$  y que tenga un volúmen  $v'$ , se calienta ó enfria  $\tau'$  grados, se dilatará ó contraerá supongamos  $d'$ , y tendremos entre las circunstancias de este segundo fenómeno de dilatacion la siguiente igualdad:

$$d' = \delta' v' \tau' \dots [A_1].$$

Comparando la primera de estas dos igualdades con la segunda, ó dividiéndolas ordenadamente, nos resultará

$$\frac{d}{d'} = \frac{\delta v \tau}{\delta' v' \tau'} \dots \dots \dots [A_2]$$

igualdad que nos manifiesta la relacion compuesta entre todas las circunstancias

del fenómeno de la dilatacion ó contraccion y que podemos expresar en forma de ley del siguiente modo:

a) «Son directamente proporcionales la dilatacion ó contraccion y el producto del coeficiente de dilatacion por el volúmen y por el cambio de temperatura.»

Este enunciado, en rigor, no nos enseña nada nuevo, y es sencillamente un modo de decir que los factores ficientes del cambio de volúmen son los tres arriba mencionados.

Pudiéramos ahora, igualando en el segundo miembro de la expresion  $[A_2]$  cada uno de los factores del antecedente con el correspondiente del consecuente, establecer algunas otras proporciones compuestas, que traduciríamos inmediatamente en leyes; pero las omitiremos para no pecar de prolijos y nos limitaremos á poner de manifiesto y enunciar las relaciones sencillas, ó sean las que existen entre cada dos circunstancias del fenómeno, supuestas iguales las otras dos; el lector suplirá fácilmente las que omitimos.

Hagamos en la expresion  $[A_2]$   $v = v'$  y  $\tau = \tau'$  ó tambien  $v\tau = v'\tau'$  y tendremos

$$\frac{d}{d'} = \frac{\delta}{\delta'}$$

lo que nos dice que:

b) «Son directamente proporcionales la dilatacion (ó contraccion) y el coeficiente de dilatacion (á igualdad de las demás circunstancias, se entiende).»

Si en la misma expresion  $[A_2]$  suponemos  $\delta = \delta'$  y  $\tau = \tau'$  ó bien  $\delta\tau = \delta'\tau'$  resultará

$$\frac{d}{d'} = \frac{v}{v'}$$

lo que significa que:

c) «Son directamente proporcionales la dilatacion ó contraccion y el volúmen.

Sea ahora  $\delta = \delta'$  y  $v = v'$  ó si se quiere  $\delta v = \delta'v'$ ; será

$$\frac{d}{d'} = \frac{\tau}{\tau'}$$

luego

d) «Son directamente proporcionales la dilatacion ó contraccion y el cambio de temperatura.»

Supongamos ahora  $\tau = \tau'$  y  $d = d'$ : será  $\delta v = \delta'v'$  y resultará, poniendo esta última igualdad en forma de proporcion,

$$\frac{\delta}{\delta'} = \frac{v'}{v}$$

por consiguiente.

e) «Son inversamente proporcionales el coeficiente de dilatacion y el volúmen.»

Si hacemos  $v = v'$  y  $d = d'$  tendremos  $\delta\tau = \delta'\tau'$ , de donde

$$\frac{\delta}{\delta'} = \frac{\tau'}{\tau}$$

y por tanto:

f) «Son inversamente proporcionales el coeficiente de dilatacion y el cambio de temperatura.»

Sea, por último  $\delta = \delta'$  y  $d = d'$ ; será  $v\tau = v'\tau'$  y tendremos

$$\frac{v}{v'} = \frac{\tau'}{\tau}$$

lo que nos significa que:

g) «Son inversamente proporcionales el volúmen y el cambio de temperatura.»

Estas leyes, aunque no aparecen explícitas en los tratados de Física, ofrecen interés práctico bastante para que las recomendemos á la atención de nuestros lectores. Y como prueba de ello pondremos un ejemplo, aconsejando al lector que se proponga otros referentes á las demás leyes.

Se desea saber la longitud relativa que debe darse á las barras de dos metales cualesquiera para fabricar un péndulo compensador. En este caso, el cambio de temperatura ha de ser forzosamente el mismo para los dos metales, pues es el del ambiente, y por otra parte, si el péndulo ha de ser compensador, es preciso que la dilatación hácia abajo de uno de los metales, sea igual á la dilatación hácia arriba del otro, pues sólo de este modo se conservará fija la distancia entre el centro de oscilación (que se admite confundido con el de gravedad de la lenteja), y el punto de suspensión. Sabemos, por la ley  $e$ , arriba enunciada, que á igualdad de estas dos condiciones: cambio de temperatura y dilatación ó contracción, son inversamente proporcionales el coeficiente de dilatación y el volúmen, que aquí sustituimos por la longitud, puesto que tratamos de dilatación lineal; luego para que el péndulo sea exactamente compensador, las longitudes de los dos metales deberán ser inversamente proporcionales á los números que expresan los coeficientes de dilatación de los mismos.

Nos hemos detenido en poner explícitas las principales proporciones que de la expresión [A] se desprenden, con objeto de ser enteramente claros y evitar pérdida de tiempo á los lectores poco versados en las matemáticas; pero en adelante nos limitaremos á enunciar, sin desarrollo alguno, las leyes implícitamente contenidas en fórmulas análogas: la sola inspección de la expresión algebraica nos dá inmediatamente su interpretación física si observamos que siempre son directamente proporcionales los factores situados en distinto miembro é inversamente proporcionales los que se hallan en el mismo, porque se convierten en divisores al pasar al otro miembro. Extendida esta observación á todas las fórmulas empleadas en la Física elemental, nos dá el medio de representarnos por medio de expresiones algebraicas sencillísimas y por lo tanto fáciles de retener, la mayor parte de las leyes físicas.

A). *Fórmulas que ligan el coeficiente de dilatación al cambio de volúmen.* Sea  $v_T$  el volúmen, que podemos suponer desconocido, de un cuerpo á  $T^\circ$ , y  $v_t$ , que podemos considerar conocido, su volúmen á una temperatura inferior  $t^\circ$ . Si llamamos  $d_{T-t}$  á la dilatación que experimenta el cuerpo al pasar de  $t^\circ$  á  $T^\circ$ , tendremos evidentemente:

$$v_T = v_t + d_{T-t}$$

Sustituyendo en vez de  $d_{T-t}$  su valor dado por la fórmula [A] y poniendo en vez de  $\tau$ ,  $T-t$  (lo que equivale á usar de la fórmula (A')) tendremos:

$$v_T = v_t + \epsilon v_t (T-t)$$

Y separando el factor  $v_t$  común á los dos términos del segundo miembro:

$$v_T = v_t [1 + \delta (T-t)] \dots [B] (*)$$

Si queremos tener el volúmen  $v_t$ , que puede ser desconocido, de un cuerpo á  $t^\circ$ , en funcion del mismo  $v_T$  á una temperatura mayor  $T^\circ$ , que podemos imaginar conocida, sacaremos de la última fórmula la siguiente:

$$v_t = \frac{v_T}{1 + \delta(T-t)} \dots (C).$$

Si en las fórmulas (B) y (C) hacemos  $t=0$ , se convertirán en estas otras dos:

$$v_t = v_0 (1 + \delta t) \dots (B')$$

$$v_0 = \frac{v_t}{1 + \delta t} \dots (C')$$

en las que hemos puesto  $t$  en lugar de  $T$  por hallarse sola y no ser necesaria la mayúscula.

Estas dos últimas fórmulas se deducen directaménte, valiéndose de la (A'') en lugar de la (A) para sustituir el valor de  $d_{T-t}$  que aquí es  $d_t$ .

B) Fórmulas que ligan el coeficiente de dilatacion al cambio de densidad. Sean  $v_t$  y  $d_t$  el volúmen y la densidad de un cuerpo á  $t^\circ$  y  $v_T$  y  $d_T$  el volúmen y la densidad del mismo á  $T^\circ$ . Siendo, á igualdad de peso, como es sabido, inversamente proporcionales el volúmen y la densidad, tendremos:

$$\frac{d_t}{d_T} = \frac{v_T}{v_t}$$

Para eliminar  $v_T$  y  $v_t$ , sustituiremos en vez de  $v_T$  su valor dado por la fórmula (B) y suprimiremos despues el factor comun  $v_t$  lo que nos dará

$$\frac{d_t}{d_T} = 1 + \delta (T-t);$$

de donde por fin

$$d_t = d_T [1 + \delta (T-t)] \dots (D).$$

Esta fórmula nos dá inmediatamente la que sigue:

$$d_T = \frac{d_t}{1 + \delta (T-t)} \dots (E).$$

Haciendo en estas fórmulas  $t=0$ , se convertirán en estas otras:

$$d_0 = d_t (1 + \delta t) \dots (D')$$

$$d_t = \frac{d_0}{1 + \delta t} \dots (E')$$

NOTA. Hemos hablado exclusivamente de dilataciones cúbicas, porque lo es en realidad toda dilatacion y este es el caso general. Cuando nos convenga considerar

---

(\*) Esta fórmula no coincide exactamente con la  $v_T = v_t \frac{1 + \delta T}{1 + \delta t}$  que dan ordinariamente los autores de Física; y en efecto, si se hace la division algébrica de  $1 + \delta T$  por  $1 + \delta t$  el cociente que resulta es  $1 + (T-t)(\delta - \delta^2 t + \delta^3 t^2 - \dots)$ . Pero siendo una  $\delta$  una fraccion pequeníssima (su mayor valor es 0,000031, para el zinc) deben despreciarse  $\delta^2$ ,  $\delta^3$ , ... como siendo cantidades mucho más pequeñas que todos los errores cometidos al medir  $\delta$ . Entónces el cociente se reduce á  $1 + \delta (T-t)$  y las dos fórmulas se confunden.

la dilatacion superficial, haremos abstraccion de una dimension y de dos cuando nos ocupemos de la lineal. Las fórmulas en nada varían, si bien para más comodidad puede reemplazarse la inicial  $v$  (volúmen) de las dilataciones cúbicas, por la  $s$  (superficie) ó la  $l$  (línea) segun los casos. Tambien podríamos referir las fórmulas de las dilataciones superficial y cúbica á las de la lineal, como hacen algunos autores, para lo que bastaría multiplicar el coeficiente de dilatacion lineal por 2 ó por 3 respectivamente, como es sabido; pero no hay necesidad de apelar á este método por muy aproximado que sea su resultado, puesto que tenemos directamente calculados los coeficientes de dilatacion cúbica de los cuerpos más en uso.

C. TOMÁS ESCRICHE Y MIEG.

Profesor de Física en Santoña.

(Se continuará.)

---

## LAS FIGURAS DE CORROSION EN LA SAL DE PIEDRA

Y SU DETERMINACION EXPERIMENTAL.

---

En el último número de 1875 del *Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paleontologie* de G. LEONHARD, comunica L. SOHNCKE sus observaciones sobre el punto que encabeza este escrito; y siguiendo con nuestro propósito de dar cuenta en la presente REVISTA, de cuanto de nuevo se publique acerca de ésta y otras fases distintas de la cohesion en los cuerpos minerales, siempre que de ellos tengamos noticia, vamos hoy á cumplir este voluntario compromiso en la parte que toca á los trabajos de aquel notable observador.

Por dos distintos procedimientos se ha venido hasta aquí haciendo el estudio de las figuras de corrosion que un disolvente produce sobre las caras exaédricas de la sal de piedra; el uno es el seguido por LEYDOLT, á quien se debe la idea de la determinacion de la estructura cristalina por las propiedades de dichas figuras, y el otro es el ideado posteriormente por F. EXNER.

El primero se funda en la observacion de las formas originadas en las caras de los cubos salinos despues de una larga exposicion de éstos en una atmósfera húmeda. Estas formas aparecen como concavidades de cuatro caras, que corresponden, segun LEYDOLT, al cubo piramidal ( $\infty:2:1$ ) en el que, segun MOHS, se trasforma poco á poco un exaedro de sal gemma expuesto que sea indefinidamente á la accion de un aire muy húmedo.

EXNER se ha servido de un fino surtidor de agua, que heria verticalmente y por corto tiempo la cara del cubo de sal, obteniendo formas cuadradas con sus lados paralelos á las aristas cristalinas; pero cuyos ángulos no aparecian perfectos y claros, sino algun tanto arredondados.

SOHNCKE ha repetido los experimentos de EXNER y comprobado sus resultados. En el punto donde la vena líquida choca con el mineral, llega, en efecto, á formar-

se una corrosión; pero no de forma piramidal perfecta, sino más o menos indeterminada, con caras y ángulos curvos; y considerando que esta falta de perfección debe ser debida á un exceso de poder disolvente, creyó necesario servirse de un líquido de acción más débil, y en su consecuencia lo hizo de una disolución acuosa casi concentrada de la misma sal común. El fenómeno entonces cambió de aspecto, produciéndose una impresión con perímetro cuadrado y de magnitud relativamente considerable, aunque siempre con sus caras curvas; pero sobre éstas se vieron otras concavidades muy pequeñas, piramidales, de base cuadrada, y dispuestas paralelamente. En el fondo de la primera aparecía en algunos casos, en vez del vértice piramidal, un pequeño cuadrado de lados paralelos al del perímetro superior.

Numerosas y claras formas de corrosión se obtienen también suspendiendo verticalmente dentro de la misma disolución, y por espacio de algunas horas, el exaedro sometido á la experiencia; y si ésta se prolonga uno ó más días, llega por último, aquel á biselarse en sus aristas, hasta que se transforma en un cubo piramidal muy arredondeado y apenas bien apreciable.

Operando por el método de EXNER sobre el alumbre, ha confirmado más y más СОННСКЕ que dicho método no ofrece grandes ventajas. Ya LEYBOLT y otros habían obtenido, sobre sus caras octaédricas, corrosiones piramidales-trianguulares, cuyos perímetros eran triángulos equiláteros inversamente dispuestos respecto de los que forman las caras del cristal, viéndose en el fondo de las mismas cavidades otro pequeño triángulo equilátero de lados paralelos al perimetral superior. Por medio de una fina vena líquida vertical se obtienen resultados algún tanto diferentes, pues el perímetro superior parece ser un triángulo equilátero aunque con sus ángulos truncados ó un exágono *semi-regular*; pero tampoco son los ángulos de éste perfectos, sino que están arredondeados; y si bien se examina, dicho exágono ofrece el aspecto de ser un triángulo que por la fuerza del disolvente no ha llegado á formarse tan perfecto como si la acción del líquido hubiera sido lenta. La cavidad misma de la corrosión ofrece superficies curvas, siendo curvas también las aristas piramidales, y estas curvaturas se deben igualmente á una falta de desarrollo.

Resulta de todo lo dicho, que por el método de F. EXNER no podrán nunca ampliarse nuestros conocimientos sobre las figuras de corrosión y sus propiedades en los minerales, ni acerca de la estructura y otras propiedades de los cristales.

Volvamos á la sal de piedra. Aun cuando LEYBOLT dice que el cubo piramidal cuya forma afectan sus figuras de corrosión, es el ( $\infty : 2 : 1$ ) observado por MOUS en dicho mineral, no hizo aquel esta aseveración á consecuencia de observaciones detenidas ni mediciones directas, sino por deducción probable. En cambio СОННСКЕ ha practicado una larga serie de mediciones con objeto de determinar los signos cristalográficos de dichas formas.

Las mediciones son muy inseguras, porque no sólo es difícil distinguir á simple vista las corrosiones, y más difícil aún el aplicar el goniómetro, sino que además sus caras más ó menos curvas, ásperas y poco brillantes y uniformes, dificultan en gran manera el que se produzca una imagen clara por reflexión. El operador, en vista de estos inconvenientes, se decidió á seguir en principio el procedimiento aplicado por G. ROSE para medir las figuras de corrosión engendradas en el diamante por un principio de combustión, y se sirvió al efecto de una llama viva cuya luz había de reflejarse en las caras de las impresiones, dando á éstas una proximidad y colocación convenientes hasta conseguir que la reflexión fuese lo más

completa posible. Para dar á la luz incidente la direccion necesaria y aprovecharla convenientemente se ha hecho pasar por dos estrechos agujeros abiertos sobre dos pantallas, y colocados el uno delante del otro, un solo hacecillo luminoso muy fino que iba á herir la cara cristalina.

El operador ha practicado sus experiencias sobre las figuras de corrosion de la sal de piedra, producidas por causas diversas, á saber: por una larga permanencia al aire húmedo (1); por la accion de una vena líquida de una disolucion casi concentrada de la misma sal (2); por inmersiones de seis y quince horas, del cubo, en una semejante disolucion (3) y (4).

Repetidas diferentes veces las experiencias sobre las mismas caras aprovechando la mayor intensidad de la luz, ha obtenido *SÖHNCKE* resultados muy distantes entre sí, hallándose comprendidas las diferencias de todos los valores deducidos entre  $1^{\circ}$  y  $1\frac{1}{2}^{\circ}$  para las caras piramidales mas perfectas, y habiendo llegado hasta  $3^{\circ}$  en las peor acondicionadas al efecto. En su vista, y para compensar los errores, ha hecho seis mediciones en las primeras y doble número en las segundas, y tomado el término medio de todas. Las tablas siguientes dan á conocer estos resultados.

(1) Figuras de corrosion de origen desconocido.		(2) Figuras producidas por una vena de la disolucion.	
Pirámide.	Ángulo.	Pirámide.	Ángulo.
Núm. 1. Primer par de caras..	7° 34'	1. . . . .	7° 18'
Núm. 1. Segundo par de caras..	7° 46'	2. . . . .	7° 22'
Núm. 2. . . . .	8° 40'	3. . . . .	8° 15'

(3) Figuras producidas por 6 horas de inmersion.		(4) Figuras determinadas á las 15 horas de inmersion.	
Pirámide.	Ángulo.	Pirámide.	Ángulo.
Núm. n. 1. Primer par de caras..	7° 25'	1. . . . .	8° 49'
Núm. 1. Segundo par de caras..	8° 50'	2. . . . .	9° 4'
Núm. 2. . . . .	8° 52'	3. . . . .	10° 37'
Núm. 3. . . . .	8° 54'	4. . . . .	12° 38'
Núm. 4. . . . .	9° 12'	5. . . . .	14° 14'
Núm. 5. . . . .	11° 1'		
	(inseguro.)		

Para hacer ver mejor la significacion de estos números, hay necesidad de determinar el valor del coeficiente  $n$ , en la fórmula cristalográfica de las caras del cubo piramidal, que es en términos generales ( $\infty : n : 1$ ), para distintos valores de los ángulos medidos; en la tabla siguiente se consignan estos datos.

Ang°.	7°	8°	8° 4 1/6'	8° 57 1/2'	9°	14°
n	11,55	10,09	10	9	8,96	5,72

Comparando este cuadro con los anteriores, fácil es ver que en las figuras de corrosion observadas, las caras correspondientes á los cubos piramidales, cuya forma afectan, poseen relaciones paramétricas comprendidas entre los dos términos ( $\infty : 5,7 : 4$ ) y ( $\infty : 11,5 : 4$ ); pero los más frecuentes son: ( $\infty : 9 : 4$ ) y ( $\infty : 10 : 4$ ).

Hace notar, por último, **СОННСКИ**, que en sus experimentos nunca ha llegado á producir el cubo piramidal admitido por **LEYDOLT**, ( $\infty : 2 : 4$ ).

JUAN JOSE MUÑOZ Y MADARIAGA.

Catedrático de la Escuela de Ingenieros de Montes.

### SOFÍA GERMAIN.

Nació en París el primero de Abril de 1776, y á su talento precoz unió aquel recto juicio y sábia prudencia que en naturalezas ménos privilegiadas sólo dan los años. Predijo las catástrofes que amenazaban á la Francia, y cuando se realizaron sus temores buscó consuelo á sus penas, engolfándose en el mundo de las abstracciones; así es que durante las sangrientas saturnales del 93 se dedicó con empeño al estudio de la teoría de los números y del cálculo infinitesimal, en el secuestro á que voluntariamente se condenaba. Sus progresos fueron tan rápidos que en 1801 entró en correspondencia epistolar con GAUSS, bajo el pseudónimo de *Un discípulo de la Escuela Politécnica*; primero sobre las *Disquisitiones*, que acababan de publicarse, y despues sobre otros puntos dignos de semejante correspondencia. Al fin, en 1804 descubrió el ilustre matemático el verdadero nombre del pretendido discípulo, cuyo sexo jamás había sospechado; y desde entónces sus cartas expresaron el testimonio de la admiracion que le inspiraba el espíritu profundo y penetrante de la jóven francesa. Conocida y apreciada de LAGRANGE, LAPLACE, LEGENDRE y LACROIX, su nombre permanecia, sin embargo, ignorado del público.

A invitacion de Napoleon, el Instituto habia propuesto para objeto de un premio extraordinario de matemáticas el movimiento molecular de las placas vibrantes; cuestion que LAGRANGE consideraba poco ménos que irresoluble: Sofía osó abordarla, y presentó la solucion en 1811; pero contenia una ecuacion viciosa que LAGRANGE mismo corrigió. En 1813 obtuvo mencion honorífica, y acabó por obtener el premio en 1815, consiguiendo con el éxito una reputacion que la elevó á la altura de los genios creadores que de tarde en tarde produce la humanidad.

Despues desenvolvió y perfeccionó la teoría de las superficies elásticas, y en Aritmología demostró nuevos teoremas que LEGENDRE ha consignado en su obra. Una enfermedad terrible, un cáncer, puso fin á los dias de la ilustre dama en 17 de Junio de 1834.

J. B. Y R.