REVISTA

DE LA

SOCIEDAD DE PROFESORES DE CIENCIAS.

AÑO III. MADRID 31 DE DICIEMBRE DE 1876. NÚM. 6.

LAS CIENCIAS DE RACIOCINIO.

(Conclusion) (1).

La razon llega por sí sola á la proclamacion de las verdades axiomáticas que determinan rigorosamente la naturaleza de los entes matemáticos, que fueron ademas dados á conocer por mediacion suya; así pues, cuando parte de esas verdades para ir á las consecuencias, obra tan directamente sobre su propio fondo, que imprime al juicio la más invariable certeza y la mayor claridad y precision á las definiciones, principalmente á las constructivas, que son muy comunes en las ciencias de la cantidad; y cuando enlaza esas consecuencias por la teoría, no se empaña el brillo de la verdad con la divergencia de escuelas ni con la contradiccion de doctrinas como en otras ciencias racionales; porque las Matemáticas encierran los más acabados modelos de análisis y síntesis, y todavía, para que ni siquiera falten condiciones secundarias á su excelente organizacion lógica, cuentan para ayudar al discurso con los más fecundos y variados sistemas de signos: y, por último, al reunir las teorías en una parte especial de las Matemáticas, el mismo rigor crítico y el mismo encadenamiento metodológico con que se han deducido las verdades y se han enlazado entre sí, acaban por dar á la ciencia un grado de perfeccion tan alto que á él no llega ninguna otra que no trate de la cantidad, aunque sea ciencia de raciocinio.

Que Pascal pensára fatalmente en Geometría como Euclides y Apolonio; que la ciencia exacta, aunque humana obra, esté más que cualquiera otra á la defensa de las invasiones del error, ¿no son efectos de la evidencia con que el sentido de las relaciones ve las consecuencias, cuando obra directamente sobre su propio fondo? Que pueda llegarse con frecuencia al resultado de los problemas ó á la verdad de los teoremas siguiendo caminos distintos; que no rompa el encadenamiento de una teoría el alterar su plan didáctico cambiando de proposicion fundamental, ¿no proviene de que el método tal cual se practica en Matemáticas, da que imitar al hombre científico dechados de invencion analítica y de

(1) Véase la pág. 376.

exposicion sintética? Sobre los principios, que por su esencia originan las propiedades cuyo conocimiento inician los sentidos, se levanta el edificio de la cantidad, sólido como sus fundamentos, severo como la verdad necesaria que le sirve de material, ordenado como el metódico ejercicio intelcctual que lo construye, eminente como la facultad de relacionar que lo proyecta y lo dirige produciendo la cohesion y el enlace de los materiales, y alejado, en fin, como la evidencia que resplandece en su recinto, del bullicio populoso de la controversia.

Miéntras las verdades se apoyen en último término en axiomas que no sean sino el desarrollo natural de una idea abstracta ó en principios que, aunque emanados más inmediatamente de propiedades de los objetos sensibles, determinen completamente la esencia de ellas ó en relaciones entre efectos y sus causas que, aunque debidas á la observacion y la experiencia, lleguen á generalizarse y erigirse en principios explicativos de la razon de ser *hipotética* de las propiedades obstruidas, esas verdades serán tan abstractas y generales, que las ciencias que las atesoren gozarán de gran perfeccion; tan necesarias é independientes del órden material, como se requiere para ser obtenidas sólo por el raciocinio, y tan incontrovertibles, que no pueden ménos de pertenecer todas ellas á ciencias exactas: á la del número, á la de la extension, la posicion y la forma; á la del movimiento y la duracion. Todavía toman carta de naturaleza en los dominios de la cantidad aquellas ciencias de hechos que, guiadas por una observacion muy activa, descubren relaciones verosímilmente generales y las adoptan por fundamentos de teorías especiales; tales son las físico-matemáticas: y, aunque su objeto principal sea la verdad cualitativa y entre esas teorías no haya toda la unidad y perfeccion científica que hacen las excelencias de un sistema de verdades puramente cuantitativas, la afiliacion les da derecho á una evidencia hipotética en cuanto obedecen á las leyes de la cantidad.

Las Matemáticas han dado en todos tiempos los más seguros pasos en la investigacion de la verdad; con frecuencia su marcha ha sido lenta, han quedado á veces siglos enteros estacionarias, pero ménos que á ninguna ciencia se las ha visto retrogradar (1): nada, pues, más adecuado para interesar á un espíritu filosófico é inspirarle la estimacion más profunda hácia esas ciencias. En efecto, los sabios más distinguidos han elogiado en todos tiempos las Matemáticas, así los que las cultivaron, como los que se dedicaron exclusivamente á otras partes del saber en provecho de la Humanidad.

Si la Filosofía es, como los cimientos y la cúpula de todo edificio, el más fundado elogio que á las ciencias de la cantidad puede tributarse ha de consistir en el concepto que á los filósofos de épocas diversas merecieron. Era comun entre los antiguos considerar la Lógica y las Matemáticas como preliminares para la Filosofía; y de ahí aquella célebre inscripcion por la que se prohibia la entrada en la Academia á quien no fuese *geómetra;* todos los de las escuelas Jónica y Pitagórica contribuyeron con su estimacion, y algunos con su trabajo, al progreso que alcanzaron en Grecia: Platon, inspirado quizá en el pasaje bíblico *omnia in pondère, numero et mensura constant*, formulaba las ocupaciones de

(1) MONTUCLA, *Histoire des Mathématiques*, tome I.

Dios diciendo, que *geometriza contínuamente* (Aeὶ ὁ Θεὸς γεωμετρεῖ), y fundando su escuela, abre una época memorable en la historia de las Ciencias exactas; Xenócrates, jefe de la escuela Peripatética, saca de la Geometría ejemplos para sus escritos metafísicos y hace constar sus investigaciones matemáticas; los peripatéticos en el Tratado de la Naturaleza, y Aristóteles entre las partes de la filosofía teórica, dan lugar preferente á las Matemáticas, y aunque Sócrates desaprueba una curiosidad excesiva, las mira como muy propias para fortificar las facultades del espíritu; en la escuela de Alejandría, Eratóstenes, cuyo genio abrazó toda clase de conocimientos, brilló principalmente como geómetra y astrónomo.

En medio de la tenebrosa ignorancia que reinó largo tiempo en Occidente, no faltaron Boecios: algunos hombres dignos del saber guiaron las ciencias por caminos luminosos; y si no todos las cultivaron bajo el punto de vista de la cantidad, apreciaron al ménos con justicia el valor de la verdad matemática.

En la edad moderna, no son ménos poderosos los testimonios de estimacion que se encuentran: á Bacon, que en la época de *instauratio magna*, traza al espíritu en su *Novum organum* el camino de la perfeccion científica, le parecian las ciencias exactas indispensables para el adelanto de la Física; para Malebranche no hay mejor ejemplo del modo de proceder en busca de la verdad, que el método de los geómetras; considera Locke apto para cualquier género de estudios á quien, dedicado al matemático, haya adquirido el buen método de razonar; Bayle, que por su inclinacion al Pyrrhonismo, encontraba un punto vulnerable en el edificio, no pudo ménos de convenir que para atacar á éste era preciso conocerlo por completo y venir bien armado de la Filosofía; Port-Royal, al tratar *del método*, hace comprender lo que es el análisis de los geómetras por medio de la doctrina general que deja sentada; Condillac, jefe de la escuela sensualista, resuelve un problema de Álgebra por el análisis, á cuyo método atribuye los grandes progresos que hicieron Euler y Lagrange; da Comte en su *Philosophie positive* á *la Matemática* el primer lugar en el órden jerárquico de las ciencias; «nada hay más matemático que la misma naturaleza», manifiesta Balmes, y en fin, un profundo pensador de este siglo rendia culto á la ciencia exacta en algunos períodos de su vida.

¿Y no habian de encontrarse en todas las escuelas hombres ilustres que enaltecieran las ciencias de la cantidad? Filósofos tan célebres como Tales entre los antiguos, como Descártes en el siglo XVII, como Leibniz en el siguiente y como Ampère en el actual, fueron al mismo tiempo eminentes matemáticos y algunos de ellos hasta el punto de formar sus descubrimientos época en la Historia de la Ciencia.

Unas partes del saber cuyo razonar es tan inflexible como da á entender Euclides al príncipe Ptolomeo cuando le replica: «Las matemáticas no tienen camino real», y cuya verdad es tan incontrovertible como se desprende de aquellas palabras de Chateaubriand: «*Rien ne dérange le compas du geomètre*, *et tuot dérange le cœur du philosophe*», ... no pueden ménos de hacer exclamar á Jovellanos: «¿Hay, por ventura, un objeto más grande, más digno de nuestra »contemplacion que ver el débil espíritu del hombre levantado por esas Ciencias »á tanta altura, pesando las inmensas aguas del Océano, averiguando el tama-

»ño, la distancia y el movimiento de los planetas, midiendo su luz y sus es»pléndidos caminos y sujetando á sus cálculos al infinito mismo?»

Para concluir, baste decir que fuera preciso seguir paso á paso la historia literaria y científica, si se hubiera de formar con la opinion de los sabios que no cultivaron las Matemáticas un estudio tan profundo y completo como elevado ha sido siempre el concepto en que las han tenido los más ilustres.

Señores: al órden cuantitativo pertenecen las ciencias más perfectas, las verdades obtenidas con el más inflexible razonar, y los objetos cognoscibles más sencillos; y como en él se determinen las esencias primarias más rigurosamente que en ningun otro órden de cosas, á nadie mejor que al matemático convienen aquellas palabras de Aristóteles:

Felix qui potuit rerum cognoscere causas,
Et duris optata tulit solatia rebus.

PELEGRIN CASSINELLO,
Catedrático.

TEORÍA DE LAS TRASVERSALES.

(Continuacion) (1).

6. — *El Tetraedro.*

Segun el lugar donde se realizan sus construcciones se divide la Geometría, como sabemos, en *plana*, *esférica*, *y espaciosa.*

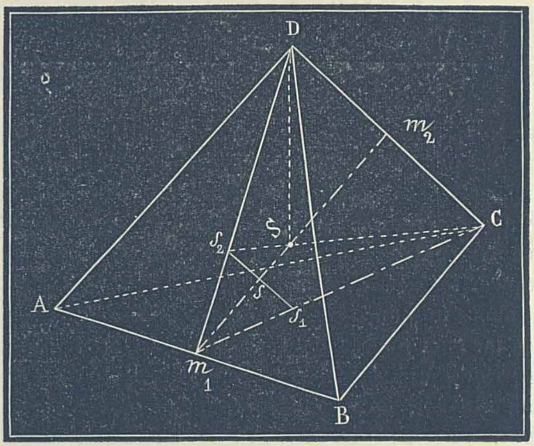
A la teoría del triángulo en el *plano*, corresponde la del triángulo en la *esfera*, y á ésta la del tetraedro en el *espacio*; pero guardémonos de caer en el error, seducidos por la analogía, dando por exactos sin excepcion, en el espacio, leyes y teoremas demostrados sobre el plano exclusivamente. Para corroborar esta indicacion, y como base para el estudio del *tetraedro*, procuraremos extender á este cuerpo algunas leyes, para el triángulo plano ya anteriormente establecidas.

a— A la proposicion referente al triángulo (2—*a*) corresponde para el tetraedro la siguiente:

Las rectas, LÍNEAS DE GRAVEDAD, *que unen los vértices de un tetraedro con los* PUNTOS DE GRAVEDAD *de las caras respectivamente opuestas, se cortan en un mismo punto.* Desde luégo, si designamos por m_1 el punto medio de la arista AB, en el tetraedro ABCD, los puntos de gravedad s_1 y s_2 de las caras ABC y ABD caerán respectivamente sobre las medianas m_1C y m_1D, y por lo tanto, las rectas Cs_2 y Ds_1, como situadas en el plano $m_1\, s_1\, s_2$ CD, se cortarán en un punto S. Por otra parte (4—*a*) tenemos: $m_1\, s_1 = \frac{1}{3} m_1$ C; $m_1\, s_2 = \frac{1}{3}\, m_1$ D; y en consecuencia,

(1) Véase la pág. 335.

$s_1 s_2 = \frac{1}{3}$ CD : lo cual patentiza que los triángulos s_2 S s_1 y CSD son semejantes, y debe entónces verificarse la igualdad s_1 S $=_1 \frac{1}{3}$ SD $= \frac{1}{4} s_1$ D que determina la posicion del punto S sobre la línea de gravedad del tetraedro, s_1 D; y, como á esta línea de gravedad s_1 D deben cortar, ademas de la expresada s_2 C, las que pasen por los vértices A y B, bajo la misma condicion, esto es, en el punto S, situado á su cuarta parte, contando desde la cara ABC, resulta que todas las mencionadas líneas de gravedad se encuentran en un mismo punto, segun queriamos demostrar.



Ademas del punto medio m_1, tomemos ahora en cuenta tambien el punto medio m_2 de la arista CD; en el triángulo m_1 CD será:

$$s_1 \mathrm{C} = 2\, m_1 s_1 \text{ y } s_2 \mathrm{D} = 2\, m_1 s_2$$

y en consecuencia, como D $m_2 = m_2$ C, se verificará la igualdad:

$$s_1 \mathrm{C}.\, m_1 s_2.\, \mathrm{D}\, m_2 = m_1 s_1.\, s_2 \mathrm{D}.\, m_2 \mathrm{C} :$$

la cual prueba (5 — 2), estando como lo están los tres puntos s_1, s_2, m_2, sobre los lados limitados del triángulo m_1 CD, que las tres rectas s_1 D, s_2 C, $m_1 m_2$, se cortan en un mismo punto.

Ahora bien, siendo s el punto de interseccion de las rectas $s_1 s_2$ y $m_1 m_2$, fácilmente se concibe que

$$m_1 s = \tfrac{1}{3}\, m_1 m_2 ; \quad s \mathrm{S} = \tfrac{1}{3}\, \mathrm{S} m_2 ;$$

pero tambien es

$$m_1 s + s \mathrm{S} + \mathrm{S} m_2 = m_1 m_2 :$$

luego, sustituyendo:

$$\tfrac{1}{3}\, m_1 m_2 + \tfrac{4}{3}\, \mathrm{S}\, m_2 = m_1 m_2$$

ó, por último:

$$\mathrm{S}\, m_2 = \tfrac{1}{2}\, m_1 m_2 .$$

Este resultado prueba que *la línea recta que une los puntos medios de dos aristas opuestas de un tetraedro pasa por el* PUNTO DE GRAVEDAD *del mismo, quedando dividida por aquel punto en dos mitades.*

b— Ya demostramos (3 — *a*) que las perpendiculares á los lados de un triángulo, en sus puntos medios, se cortan en un mismo punto: el *centro del círculo circunscrito.* Para el tetraedro se verifica asimismo una ley semejante. En efecto, sean A, B, C, D, los vértices de un tetraedro cualquiera. El lugar geométrico de todos los puntos equidistantes de los A y B es el plano perpendicular á la arista ó recta AB en su punto medio, y recíprocamente: luego designando por M el punto de interseccion de los tres planos perpendiculares respectivamente á las aristas AB, AC, AD en sus puntos medios, dicho punto M equidistará de todos los vértices del tetraedro ABCD. Si, pues, recordamos que el pié de toda perpendicular, trazada desde el centro de una esfera á un plano secante, es el centro del círculo-interseccion de la esfera por el plano, comprenderemos sin esfuerzo que los planos perpendiculares á las seis aristas de un tetraedro en sus puntos medios respectivos, se cortan en un mismo punto, que es el *centro de la esfera circunscrita* al tetraedro. En este mismo punto se cortarán tambien las perpendiculares á las cuatro caras del tetraedro en los centros de sus respectivos círculos circunscritos.

Consideremos ahora un punto como el centro de una esfera tangente á cuatro planos dados, ó á las cuatro caras del tetraedro ABCD; aquel punto equidistará de estas caras. Por equidistar de las tres DBC, DCA, DAB, deberá encontrarse sobre uno de los ejes de los cuatro conos de revolucion tangentes á aquellas caras que forman un triedro (5 — *c*); por equidistar de las DBC y ABC, deberá encontrarse sobre uno de los dos planos bisectores de los ángulos diedros formados por las mismas; y, como cada uno de estos dos planos bisectores es cortado en cuatro puntos por los cuatro ejes de los conos de revolucion á que ántes aludimos, resultarán ocho puntos, equidistantes cada uno de ellos de las cuatro caras de un tetraedro: de lo cual se desprende que en un tetraedro, prolongadas sus caras indefinidamente, pueden inscribirse ocho esferas.

c— Trazando desde los vértices de un tetraedro ABCD, perpendiculares á las caras respectivamente opuestas, obtendrémos cuatro rectas, las *alturas* del tetraedro, de las cuales, en concordancia con la ley establecida (2 — *c*) para el triángulo, pudiéramos decir que se cortaban en un mismo punto; mas no sucede así, como sin dificultad demostrarémos. En efecto, la altura *a*, desde el vértice A sobre la cara opuesta BCD, puede considerarse comprendida en el plano trazado por tal vértice A perpendicularmente á la arista BC, en el cual no se hallará en general el vértice D; la altura *d*, trazada desde D, será paralela á dicho plano; y, por consecuencia, las alturas *a* y *d* sólo podrán mirarse como cortándose, cuando sean paralelas: esto es, cuando estén situadas sobre el mismo plano y tengan en el infinito un punto comun. Esta circunstancia no se presenta necesariamente en un tetraedro arbitrario: lo cual nos permite afirmar que tampoco se cortarán, en general, dos alturas cualesquiera del mismo.

Los tres planos perpendiculares á las aristas BC, CA, AB, trazados respectivamente por los vértices A, B, C, se cortan en una línea d_1 que es perpendicular á la cara triangular ABC, en su punto de altura. Hallándose esta recta d_1 en el plano perpendicular á BC desde el vértice A, esto es, en el primero de los tres ántes expresados, debe cortar á la altura a del tetraedro, contenida, como ántes dijimos, en aquel plano; y, como así pudiéramos probar que corta tambien á las otras alturas b, c, y ya ántes establecimos que era paralela á la d, resulta que d_1 es una recta de la que puede decirse que corta á las cuatro alturas a, b, c, d. Lo mismo puede afirmarse de las perpendiculares a_1, b_1, c_1, á los triángulos BCD, CDA, ABD, en sus puntos de altura: de donde se concluye que cada una de las rectas de uno de los dos grupos a, b, c, d, y a_1, b_1, c_1, d_1, corta á las del otro grupo; miéntras que, segun ya dijimos, dos rectas, pertenecientes al mismo grupo, en general no se cortan.

c' — Consideremos una esfera que pase por los cuatro vértices A, B, C, D, de un tetraedro; el plano tangente á la misma en uno de los vértices cortará á la cara opuesta del tetraedro segun una recta. Designemos por α', β', γ', δ', los planos tangentes respectivamente en los vértices A, B, C, D; por α, β, γ, δ, las caras BCD, CDA, DAB, ABC, opuestas á estos vértices; y últimamente, por a, b, c, d, las rectas intersecciones de los planos tangentes α', β', γ', δ', con las caras α, β, γ, δ: las rectas a, b, c, d, estarán sometidas á una ley semejante á la que obedecen las alturas del tetraedro.

Para demostrarlo, harémos ver, ante todo, que las rectas a y d, por ejemplo, en general no se encuentran. Si estas rectas se encontráran, su punto comun deberia hallarse, por una parte, sobre la interseccion BC de las dos caras α y δ que respectivamente las contienen; y, por otra, sobre el plano tangente α' donde tambien se halla contenida la recta a: de lo cual resulta que dicho punto de interseccion de las recta a y d coincide con el punto A_δ, en que corta á la arista BC el plano α'. Nótese ademas que este punto A_δ es el punto comun de la línea BC con la tangente en A al círculo circunscrito al triángulo ABC. Segun esto, el punto A_δ, por donde debe pasar la recta d cuando se encuentre con a, está determinado siempre que se conozcan los puntos A, B, C.

La recta d asimismo debe encontrarse sobre el plano δ', el cual será entónces uno de los planos tangentes á la esfera, trazados por el punto A_δ; los puntos de contacto de todos los planos tangentes, así determinados, caerán sobre un círculo donde deberá encontrarse tambien el punto D; y, como esto no ocurre en un tetraedro cualquiera, arbitrario, tampoco, en general, se cortarán las líneas a y d.

Construyamos ahora cuatro rectas a', b', c', d', cada una de las cuales corte á las otras cuatro a, b, c, d. Recordando, para ésto (1 — c) que las tangentes en los vértices de un triángulo al círculo circunscrito, cortan á los lados respectivamente opuestos en tres puntos que se hallan en línea recta, tracemos por A, B, C, las tangentes al círculo circunscrito al triángulo ABC, cuyo plano es el δ. Estas tangentes cortarán á los lados BC, AC, AB, respectivamente en los puntos A_δ, B_δ, C_δ, que se hallan situados sobre una recta d'; del mismo modo se determina sobre el plano $\alpha =$ BCD otra recta a' que contiene tres puntos B_α, C_α, D_α de igual significacion que los primeros; y en los planos β, y γ, dos nuevas rectas b', c', cada una de las cuales contiene los puntos C_β, D_β, A_β

y D_γ, A_γ, B_γ. Si representamos, al fin, por A_α el punto de interseccion de las dos rectas a y a', situadas sobre el plano α; y por B_β, C_γ, D_δ los puntos de interseccion de las rectas b y b', c y c', d y d', obtenemos el cuadro siguiente:

1 — Sobre la recta a se encuentran los puntos . A_α, A_β, A_γ, A_δ.
. . . . . b . . . . B_α, B_β, B_γ, B_δ.
. . . . . c . . . . C_α, C_β, C_γ, C_δ.
. . . . . d . . . . D_α, D_β, D_γ, D_δ.
2 — Sobre la recta a' caen los puntos. . . . . A_α, B_α, C_α, D_α.
. . . . . b' . . . . A_β, B_β, C_β, D_β.
. . . . . c' . . . . A_γ, B_γ, C_γ, D_γ.
. . . . . d' . . . . A_δ, B_δ, C_δ, D_δ.

Este cuadro manifiesta que cada una de las rectas de uno de los grupos a', b', c', d', y a, b, c, d, corta á las del otro grupo: y que en general, como ántes vimos, dos rectas, pertenecientes á un mismo grupo, no se cortan.

d — Dijimos (1 — *a*) que dos triángulos se hallaban colocados en perspectiva cuando las rectas que unen sus vértices correspondientes se cortan en un mismo punto; y ademas que los lados correspondientes de los triángulos así colocados se cortaban en tres puntos (cada par en uno), situados en línea recta. Dos tetraedros ABCD y A'B'C'D', se dirán tambien colocados en perspectiva cuando las rectas AA', BB', CC', DD', que unen sus vértices correspondientes, se corten en un mismo punto O.

Las caras correspondientes BCD y B'C'D', CDA y C'D'A', DAB y D'A'B', ABC y A'B'C', *de dos tetraedros en perspectiva, se cortarán respectivamente en cuatro rectas a, b, c, d, situadas las cuatro en un mismo plano.* Desde luégo los cuatro puntos A, A', D, D', y el punto O se encuentran en el mismo plano, y por tanto, las rectas AD y A'D' se cortarán en un punto: punto que corresponde á la interseccion de los planos CDA y C'D'A', y á la interseccion de los planos DAB y D'A'B', y es, por consecuencia, el de interseccion de las rectas b y c. Como en general, de las cuatro rectas a, b, c, d, no hay tres, cualesquiera se escojan, que pasen por un mismo punto, conclúyese sin más razonamientos que las cuatro deben hallarse sobre el mismo plano.

7. — *Figuras completas.*

En la Geometría plana se comprende bajo el nombre de n — *gono* la figura constituida por n puntos, de los cuales no existen tres en línea recta. Marcando estos puntos en un órden cualquiera por las cifras 1, 2, 3,... n, se obtendrá el n — *gono* uniendo por rectas el punto 1 con el 2, el 2 con el 3, el 3 con el 4,... el n—1 con el n, y últimamente el n con el 1. Segun la situacion de los puntos y el órden en que se unan; así se obtendrán n—*gonos* de diferentes formas. Así, por ejemplo, para el tetrágono pueden obtenerse tres formas: una *convexa*, otra *cóncava* y la tercera *plegada*.

Para dar á las proposiciones, que enunciaremos luégo, la mayor generalidad posible, es indispensable agregar al concepto de polígono *sencillo*, ántes definido, el de polígono *completo*. Llámase de este modo un grupo de n puntos, situados en un plano, y de los cuales no hay tres en línea recta. Las rectas que unen estos puntos de dos en dos, prolongadas indefinidamente, se denominan *lados* del n—*gono*; y aquellos n puntos *vértices*. Es evidente que desde cada uno de los n vértices parten $(n-1)$ lados, y, como cada lado une dos vertices, resulta que un n—*gono* completo constará de $\frac{n\ (n-1)}{2}$ lados. Cada dos lados se cortan en un punto que puede ser un vértice, ó no serlo: los puntos de interseccion de los lados de un n—*gono*, cuando no son vértices, se llaman puntos *diagonales*.

El número de estos puntos se determina sencillamente: en efecto, prescindiendo de los dos vértices que caen sobre un lado cualquiera, restan $(n-2)$ vértices que formarán un polígono ó $(n-2)$—*gono*, con $\frac{(n-2)\ (n-3)}{2}$ lados; cada uno de estos lados cortará al suprimido ántes, arbitraria y convencionalmente, en un punto diagonal; lo mismo puede decirse de todos los $\frac{n\ (n-1)}{2}$ lados del n—*gono*, uno á uno por el pronto suprimidos; y teniendo en cuenta que cada punto diagonal es comun á dos lados, por ser su interseccion, conclúyese que el número de tales puntos diagonales, debe ser expresado por la fórmula:

$$d = \tfrac{1}{2}\ \frac{n\ (n-1).\ (n-2)\ (n-3)}{2 \qquad 2} = \frac{n\ (n-1)\ (n-2)\ (n-3)}{8}$$

De un n—*gono* completo pueden de un modo fácil separarse n—*gonos* sencillos. Marcando los n vértices con los números 1, 2, 3,... n, sabemos, en efecto, que con estos n puntos pueden efectuarse $1.\ 2.\ 3 \ldots n = \mathrm{P}_n$ permutaciones; y cada permutacion dará lugar á constituir, segun al principio de este artículo explicamos, un n—*gono* sencillo. Pero estos n—*gonos* sencillos, así formados, no son todos diferentes; pues, por una parte, es claro que la numeracion ú órden para unir sus vértices puede comenzar desde cualquiera de ellos; y por otra, no varía un n—*gono* sencillo, aunque se unan sus vértices en órden inverso al en que ántes fuera construido; luego de los P_n polígonos sencillos son cada $2\ n$ idénticos, y por consecuencia, el número de ellos, que de un n—*gono* completo pueden separarse, será en realidad:

$$\frac{1.\ 2.\ 3 \ldots.\ (n-1)\ n:}{2\ n}$$

ó bien, siempre que sea $n > 3$,

$$3.\ 4.\ 5 \ldots.\ (n-1).$$

Junto al n—*gono* completo debemos estudiar el n—*latero* completo: así se llama la figura plana, constituida por n rectas, de las cuales no existan tres que pasen por un mismo punto. Estas n rectas se cortarán de dos en dos en $\frac{n\,(n-1)}{2}$ puntos que son los vértices del n — *latero*. La recta que una dos vértices puede ser un lado del n — *latero*, ó no serlo, llamándose en el último caso *diagonal*. El número de diagonoles de un n — *latero* completo es tambien:

$$\frac{n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3)}{8}$$

Por último, cuando sea $n > 3$, pueden de un n — *latero completo* separarse 3. 4 5.... $(n-1)$ sencillos, si por n — *latero sencillo* comprendemos la figura que se obtiene del modo siguiente: señálese cada una de las n rectas, situadas en un plano, por uno de los números 1, 2, 3,... n respectivamente; el n — *latero* tendrá por lados: el trozo que sobre la recta 2 determina sus intersecciones con las rectas 1 y 3; el trozo que sobre la recta 3 determina sus intersecciones por la 2 y la 4;... el trozo que sobre la recta n determinan sus intersecciones con las $(n-1)$ y la 1; y el trozo que sobre la recta 1 determinan sus intersecciones con la n y la 2.

El n — *latero* así determinado es idéntico con el n — *gono* que tiene por vértices sucesivos: el punto de interseccion de las rectas 1 y 2; el punto de interseccion de las rectas 2 y 3; el punto de interseccion de las rectas 3 y 4...; el punto de interseccion de las rectas $(n-1)$ y n, y el punto de interseccion de las rectas n y 1.

b —). Uniendo los vértices de un n — *gono* plano con un punto s fuera de su plano, se obtiene un *poliedro* ó un n — *gono espacioso*, de bulto. El punto s se llama *cúspide*; las rectas que unen la cúspide con los n — *gono* plano, *aristas*; el plano determinado por dos aristas se denomina *cara*, y la interseccion de dos caras, cuando no sea una arista del poliedro, se llamará *arista diagonal*.

El n — *latero* de bulto se obtiene tambien uniendo por planos los lados de un n — *gono* plano con un punto s situado fuera de su plano. El número de caras ó planos laterales de aristas y de planos diagonales de un poliedro, está inmediatamente conocido; puesto que coincide con el número de lados, de vértices, y de diagonales de un n — *latero* plano.

Un grupo de n puntos en el espacio, de los cuales no haya cuatro en un mismo plano, ni tampoco tres en línea recta, forma un poliedro ó n — *gono espacioso*. Si atribuimos el nombre de *lados* en general á las rectas que unen de dos en dos estos puntos ó vértices, y el de caras á los planos que contengan tres de los mismos, el n — *gono* espacioso tendrá $\frac{n\,(n-1)}{1.\ 2}$ lados, y $\frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{1.\ 2.\ 3}$ caras. Estas caras, ademas de en los lados, se cortan aún en

$$\frac{1}{2}\;\frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{1.\ 2.\ 3}\;\frac{(n-3)\,(n-4)\,(n-5)}{1.\ 2.\ 3}$$

rectas.

Un grupo de n planos, de los cuales no pasen cuatro por un mismo punto, ni tres; de consiguiente, por una misma recta, forman un n — *latero* espacioso, con $\frac{n(n-1)}{1.\ 2}$ lados (intersecciones de dos planos), y $\frac{n(n-1)(n-2)}{1.\ 2.\ 3}$ vértices (intersecciones de tres planos).

(*Se continuará.*)

X.

CONDENSACION Y DILATACION.

(*Conclusion.*) (1).

Hemos hablado tan sólo de lluvia ascendente de aire en el seno del agua, por contraposicion á la lluvia descendente de agua en el seno del aire. ¿No podríamos habernos referido igualmente á otros gases disueltos en distintos líquidos? Es indudable que sí: pero es preciso tener en cuenta, sin embargo, que los gases muy solubles contraen verdaderas combinaciones con los líquidos disolventes, y no son á propósito para semejantes experimentos.

Antes de pasar á otro órden de analogías no podemos por ménos de detenernos, siquiera un instante, en un hecho que no habrá pasado tal vez desapercibido. Hemos hablado del desprendimiento de burbujas gaseosas en un líquido, y no hemos hecho mencion alguna del copioso desprendimiento de gas en las bebidas gaseosas. ¿Será que este fenómeno carezca de relacion con el de la lluvia? De ninguna manera, ántes por el contrario, es tambien una verdadera lluvia de ácido carbónico; pero este desprendimiento no es debido á un aumento de temperatura por oposicion á la condensacion por enfriamiento de las nubes, sino á una disminucion de presion, que permite la dilatacion del gas, exactamente del mismo modo que un aumento de presion suficiente pudiera determinar la condensacion del vapor atmosférico.

La ebullicion, con sus tumultuosas burbujas de vapor, está ligada igualmente con las torrenciales lluvias de la zona tórrida: tenemos en ésta gran cantidad de vapor que se liquida por un enfriamiento y vuelve al océano de donde salió, y en aquélla tenemos gran cantidad de agua que se evaporiza por aumento de temperatura y torna á la atmósfera, de donde cayó. Sin embargo hay una diferencia, no esencial, pero realmente existente, entre la ebullicion, cuando en toda su plenitud se ha declarado, y la lluvia, puesto que ésta se verifica en el seno de un flúido (el aire) distinto del que se condensa (el vapor acuoso), al paso que en la ebullicion el flúido que produce la lluvia gaseosa es el mismo líquido en cuyo seno tiene ésta lugar. La ebullicion puede compararse muy bien con las lluvias

(1) Véase la pág. 365.

que se verificarian si, no existiendo el aire atmosférico que nos envuelve, parte del agua de nuestros mares constituyese la atmósfera terrestre. Tenemos, sin embargo, casos de verdadera ebullicion comparables á la lluvia, en el aire, cuando hacemos hervir un líquido mezclado con otro más fijo ó que no hierve sino á más elevada temperatura.

Por lo demas, si queremos un ejemplo más palpable que ponga en completa evidencia la correlacion de ambos fenónemos, fácil nos será hallarlo buscándolo en los detalles y particulares casos de uno y otro. Fijémonos en las primeras burbujas de vapor que, formadas en el fondo de la vasija, se elevan al traves del líquido no caliente todavía, condensándose y desapareciendo al aproximarse á la superficie en contacto con la atmósfera fria, sin salir al exterior. Esta particularidad de la ebullicion encuentra su correspondiente en esas lluvias que, cayendo hácia un suelo abrasador, se evaporan sin llegar á él; vese, en efecto, á lo lo léjos, muchas veces, resolverse una nube en copiosa lluvia, que se desvanece sin llegar á la ardiente superficie de la tierra. La analogía de los dos fenómenos no puede ser más evidente.

Y ya que hablamos de la ebullicion, pensará el lector quizás, ¿no tendrá la evaporacion tambien su fenómeno correspondiente de condensacion? Le tiene, con efecto. Si nos referimos á la evaporacion producida en la superficie del líquido por un foco calorífico, ántes de que sobrevenga la ebullicion, tiene su fenómeno correlativo en la condensacion operada por enfriamiento en un matraz cargado de vapor é invertido sobre el agua. En el primer caso disminuye la cantidad de agua de la vasija en razon á la porcion que pasa á la atmósfera; en el segundo, disminuye la cantidad de vapor contenido en el matraz, porque una parte de él se condensa en la superficie del agua, disminucion que se hace sensible por el ascenso de esta última en el cuello de la vasija.

Pero vamos aún más léjos. La evaporacion espontánea de un líquido en una atmósfera no saturada de su vapor encuentra perfecta representacion en la disolucion espontánea de un gas en un líquido no saturado del mismo. Si se abandona por algun tiempo una vasija con agua en una atmósfera no saturada de vapor acuoso, todo el mundo sabe que al cabo de algun tiempo el líquido ha desaparecido; pues bien, del mismo modo desaparecen los gases solubles en presencia de sus líquidos disolventes. Hay gases, como el ácido clorhídrico y el amoniaco, que desaparecen instantáneamente en el agua *por su gran solubilidad*, como hay líquidos que desaparecen pronto en el aire *por su gran volatilidad*, tal es el éter. En todos estos casos se ve muy clara la reciprocidad (1) la inversion entre fenómenos á primera vista desemejantes del todo, pero en realidad íntimamente relacionados.

Hay otro fenómeno, por demas curioso, del que nada hemos dicho hasta ahora. ¿Quien no ha contemplado, despues de una noche serena y despejada de otoño ó primavera, el bellísimo espectáculo que ofrecen los rayos del naciente sol

(1) Parece ocioso advertir que venimos empleando la palabra *reciprocidad*, no en el sentido de los matemáticos, sino en el que le da el lenguaje vulgar, que toma indistintamente una por otra las palabras *recíproco* y *mútuo*.

al caer sobre los campos, sobre los jardines? (1). Con razon ha sido cantado por los poetas el rocío, y no hay que ser de muy exaltada imaginacion para figurarse uno, á la vista del rocío en un paisaje matutino, trasportado á un país de hadas y creer distinguir en cada flor un ramillete de brillantes. El naturalista, el sabio, que ha consagrado su vida á desentrañar la verdad en medio de las apariencias erróneas que nos presentan los sentidos, se deja llevar muy gustoso de tan bellísimas ilusiones y se complace en divagar, como el poeta, por un mundo fantástico, olvidándose á ratos de la severa mision que se impuso de perseguir la verdad, sorprendiendo á la naturaleza sus secretos. Y es que las ciencias físicas no sólo no matan, sino que elevan (á veces hasta el éxtasis) el sentimiento poético del hombre. El naturalista en esto es lo mismo que el artista, que el pintor: desciende á desentrañar los secretos del misterioso arte, para recrearse despues con más placer en contemplar de léjos el efecto del conjunto. Hay más aún: el campo en que se mueve la fantasía del sabio es inmensamente más extenso que el que es dado recorrer al que no conoce el cuadro del universo más que en su exterior y aparente conjunto. Descorrido el misterioso velo que encubre la verdad, ábrense á la fantasía nuevas perspectivas, para siempre vedadas á los que desprecian las poéticas ciencias naturales que ofrecen ilimitados horizontes al sentimiento de lo maravilloso. Y esa magnífica recompensa que la naturaleza da al que á su estudio se dedica, se recoge desde los primeros pasos que se dan en tan florida senda. Por eso nuestros benévolos lectores, en el presente artículo, sin pisar apénas los umbrales de la ciencia, á cuyo templo ni nos hemos propuesto ni sabriamos conducirlos, han contemplado fenómenos que el vulgo no conoce, y han visto torrencial lluvia de vapor en el agua hirviendo, han presenciado precursora de aquélla la pacífica caida de una llovizna de aire en el seno del agua, poco ántes de la ebullicion. Pues bien, ahora deseamos que presencien otro nuevo espectáculo no ménos interesante, no ménos curioso: vamos juntos á contemplar un *rocío de aire en el agua.*

Cuando la radiacion nocturna en un cielo sin nubes ha enfriado suficientemente la superficie de los cuerpos terrestres, el aire húmedo en contacto con éstos, alcanza, por el descenso de su temperatura, su punto de *saturacion* y deposita sobre ellos su vapor, condensado en forma de gotitas. Como el enfriamiento en las primeras horas de la noche no es suficiente á producir el punto de saturacion, hasta la fresca madrugada no aparece el rocío. Pues bien, del mismo modo, cuando la presencia de un foco calorífico ha calentado lo suficiente el fondo de una vasija que contiene agua, en las capas líquidas en contacto con él disminuye la solubilidad para el aire, llegan á hallarse *saturadas* y la depositan en la superficie del fondo en forma de burbujitas pequeñas adheridas al mismo: el fondo de la vasija aparece cubierto de rocío aéreo. Como se necesita disminuir bastante la solubilidad para que el agua deje de retener disuelto el aire, hasta haber elevado bastante la temperatura del fondo y paredes de la vasija, no apa-

(1) En las pequeñas islas de la Polinesia no se conoce el rocío, porque su limitada atmósfera se mezcla con la del mar, en que el escaso enfriamiento del agua durante la noche no permite la formacion del rocío.

recen éstos cubiertos de burbujitas. Demos al mismo fenómeno, sin variar nada en el fondo, otra forma, y verémos mejor su semejanza con el rocío que cubre de brillantes nuestros campos y jardines. Imaginémonos un paisaje acuático, es decir, en el fondo de los mares ó de los grandes lagos. Sabemos que existen allí colinas, cañadas, cordilleras, vegetacion, y un hombre que pudiese habitar el líquido elemento, hallaria magníficas perspectivas que contemplar, lejanos horizontes, bosques, desiertos y grandes comarcas que recorrer. Para que sobre este paisaje sub-acuático caiga rocío, necesítase que sobrevenga un aumento de temperatura suficiente bajo su suelo; sea una accion calorífica subterránea, una manifestacion del calor terrestre, por ejemplo, en oportunas proporciones. ¿Quién duda que el paisaje se recubrirá de preciosas perlas de rocío aéreo? ¿Y quién sabe si lo que sólo como posible admitimos aquí se ha verificado muchas veces al elevarse hácia la superficie del fondo el agua hirviendo ó las lavas que despues brotaron formando cráteres sub-marinos?

Muchas veces al levantarnos de mañana y dirigirnos hácia la ventana para saludar el dia, hallamos empañadas nuestras vidrieras por la condensacion del vapor acuoso de la habitacion, debida al enfriamiento de aquéllas en contacto con el frio ambiente nocturno del exterior. Podemos decir con toda exactitud que ha caido un abundante rocío sobre los cristales. Acaso parezca extraño á alguno el hecho de llamar rocío al vapor acuoso condensado en el interior de las vidrieras durante las noches frias y despejadas, en que vulgarmente se dice haber caido una helada; pero áun parecerá más raro el afirmar que puede depositarse el rocío, que puede *caer una helada* repentinamente sobre un cristal que tengamos en la mano, sobre los anteojos que llevamos puestos. Y lo más curioso, para el que no ha parado miéntes en tan frecuentes fenómenos (porque estos casos de rocío son muy frecuentes) y los considera de un modo superficial como efectos *del frio*, es que estas heladas caen precisamente cuando pasamos de un lugar frio á otro de temperatura más elevada. No dudamos que muchos de nuestros lectores recuerdan en este momento un hecho que les sorprendió la vez primera que lo notaran: al penetrar en un café ó en el teatro en una fria noche de invierno, observaron de pronto empañadas sus gafas de tal suerte, que todos los objetos permanecieron por un rato velados á sus ojos. El lector se explica muy bien que el aire de la habitacion muy cargado de vapor y no saturado por efecto de la elevada temperatura, puesto de pronto en contacto con los cristales frios, debia necesariamente condensar en la superficie de éstos el vapor, pues que el enfriamiento no podia ménos de traer inmediatamente el punto de saturacion.

¿Esta nueva forma del rocío *por condensacion*, nos hemos preguntado, no tendrá tambien su correspondiente rocío *por dilatacion?* No puede ser dudosa la respuesta, y el deseo de contemplar con nuestros ojos este nuevo fenómeno es muy legítimo. Facil es hacer el experimento: en lugar de penetrar en un café de atmósfera cargada y ambiente sofocante, con los anteojos muy frios, no hay más que invertir las cosas y arrojarse de pronto en un baño muy frio, cuidando prévіamente de calentar bastante los anteojos que se lleven puestos. Confesamos ingenuamente que no hemos hecho la prueba, mas no vacilamos en prometer éxito completo al lector curioso que quiera intentarla.

Pero podemos observar muy fácilmente el rocío producido por repentina dilatacion del aire, dando al experimento una disposicion más cómoda. Nosotros hemos calentado con ciertas precauciones un cristal, y sumergiéndole repentinamente en agua fria, le hemos visto al punto recubrirse de un bellísimo rocío de burbujitas de aire. A fin de evitar la rotura del cristal hemos variado mucho el experimento, habiendo conseguido operar á temperaturas bastante elevadas sin fractura de los vidrios. El medio más sencillo para ver el fenómeno sin tener que tomar precaucion alguna, es emplear metales, si bien el experimento no es tan vistoso. Aun sin elevar su temperatura á 100° se obtienen depósitos aéreos muy bellos. Echando agua hirviendo en un crisolito de platino, en parte sumergido en agua fria, recúbrese la tersa superficie sumergida de una menuda capa de burbujitas, que hacen aparecer el crisol como recubierto de polvo. Sumergiendo de pronto en agua fria una vasija metálica con un líquido á temperaturas más ó ménos elevadas, se verifican en mayor ó menor escala idénticos fenómenos. Hemos obtenido los mismos resultados invirtiendo las cosas, es decir, introduciendo en agua caliente á unos 90° una vasija de cristal con agua fria, á unos 15°. Haciendo penetrar en agua fria un tubo de cristal fuertemente calentado en uno de sus extremos, hemos visto simultáneamente formarse en dicho extremo, al sumergirse, un copioso rocío por dilatacion del aire y en el opuesto otro, debido á la condensacion del vapor acuoso que, formado respectivamente en el momento de penetrar el tubo en el agua, se eleva por su interior y tiene que empañar la parte superior. Por lo demas, abundan los fenómenos de condensacion correspondientes á los casos de dilatacion citados: así, por ejemplo, vemos empañarse en verano una botella de agua fresca al salir de una cueva; se condensa igualmente el vapor acuoso en la superficie de los vasos al echar en ellos un helado; en los higrómetros llamados de condensacion se produce artificialmente el rocío, etc.

Hay un fenómeno de condensacion que hemos intentado sin éxito producir por dilatacion: las nubes. Habiendo obtenido en muchos casos precipitados de burbujitas sumamente diminutas, hemos tratado de obtenerlas áun más pequeñas y sin la presencia de ningun cuerpo extraño que las recibiese como depósito de rocío. Sin embargo hay que decir que el experimento ofrece sus dificultades y no nos hemos detenido mucho en el exámen de las condiciones más favorables para el éxito. Por lo demas, concretándonos á las nubes formadas por condensacion del vapor acuoso, al saturarse en una atmósfera fria, hay que reconocer que es un fenómeno perteneciente, como el rocío, no solo á la Meteorología, sino igualmente á las acciones físicas que diariamente se verifican á nuestra vista, en nuestras mismas habitaciones. El hombre produce pequeñas nubes cuando hace hervir el agua, particularmente si la atmósfera ambiente está muy fria: esas columnas de vapor condensado que se elevan de la vasija en que el agua hierve, son verdaderas nubes idénticas en un todo á las que recorren nuestra atmósfera. No hay que olvidar que el vapor acuoso es trasparente y sólo se hace visible cuando se condeusa, como sucede á su salida del vaso en que hierve ó de la chimenea de la locomotora. Las nubes producidas por las máquinas de vapor oscurecen el sol breves momentos, pero se disipan luégo, porque hallándose en general distante el punto de saturacion en las regiones inferiores de la atmósfera, á causa del calor reflejado por la tierra, no puede persistir en el estado de nube el vapor formado, pero dura tanto más cuanto más frio está el ambiente, y hay dias en invierno, raros en nuestros climas, pero frecuentísimos en el Norte, en que todo el vapor formado en la superficie de la tierra permanece al estado de nube, dias en que vivimos dentro de las nubes y decimos que hay niebla. El vapor acuoso que espiramos, nuestra misma exhalacion cutánea, se hacen visibles, y podemos decir que nuestro cuerpo, que constantemente da á las nubes atmosféricas su pequeño contingente, en los dias muy frios del invierno produce nubes propiamente y se mueve envuelto en nubes.

Los fenómenos que acabamos de recordar en el párrafo anterior no son nuevos, sino conocidos y hasta triviales para todos nuestros lectores. Pero agrada al que estudia la Naturaleza parar la consideracion en hechos que el vulgo califica de insignificantes y desprecia. Y esta contemplacion de hechos en que la costumbre nos hace á todos pararnos pocas veces, es sobre todo amena y útil, cuando la hacemos con el espíritu de comparacion y generalidad que distingue á la ciencia en nuestros dias. Por eso creemos que si alguno de nuestros lectores no ha recordado, al leer las anteriores líneas, el hecho curioso de que en los dias cálidos del verano, cuando la atmósfera, sin nubes, está fuertemente cargada de vapor, un cuerpo muy frio humea, nos agradecerá llamemos su atencion sobre él. No fué escasa la sorpresa que nos produjo esta condensacion del vapor atmosférico en presencia de los cuerpos frios, la primera vez que nos fué dado el observarla en los helados y sorbetes que se servian en un jardin una noche calurosa de verano: sobre cada vaso de helado se elevaban columnas de vapor que hubieran hecho creer contenian agua en ebullicion.

Otros fenómenos pudiérames citar aún, íntimamente ligados á los anteriores, aunque se suelen estudiar bajo otro punto de vista, como los precipitados químicos, las efervescencias, etc., que los químicos sólo consideran como medios de reconocer los cuerpos en sus reacciones; pero el temor de dar demasiada extension á un artículo que por su misma índole no puede tener pretensiones de ningun género, nos obliga á terminar, reservándonos más tarde volver á ocupar la benévola atencion de nuestros lectores con otros estudios semejantes que hemos hecho y continuamos en la modesta escala que permiten los medios de experimentacion de que disponemos.

C. Tomás Escriche y Mieg.
Catedrático de Física y Química en el Instituto de Guadalajara.

UNA NUEVA CLASIFICACION DE CRIPTÓGAMAS

DEL PROFESOR JULIO SACHS.

El eminente profesor de la Universidad de Wurzbourg ha propuesto una nueva clasificacion de la seccion inferior de las Criptógamas que apareció en parte en las notas botánicas del periódico titulado *American Naturalist*, en su número de Marzo pasado, y que nosotros, por su importancia, traducimos del *Monthly Microscopical Journal* de Lóndres, en su número correspondiente á Junio del presente año.

Distingue esta seccion de las Criptógamas con el nombre de *Tallophytas*, incluyendo las clases, hasta ahora consideradas distintas, de Algas, Hongos, Líquenes y Caráceas, y dividiéndola en cuatro clases de las cuales cada una consta de dos series paralelas, segun que tengan ó carezcan de clorofila, entrando en la primera seccion las plantas consideradas generalmente como Algas y en la segunda los Hongos (incluso Líquenes). Las clases son las siguientes:

Clase I. **Protophyta.** — Comprende las formas más simples de la vida vegetal; unicelulares, ó cuando más de células unidas en filamentos, rara vez en tejidos más complicados; no tienen la más ligera manifestacion de la reproduccion sexual. A la serie que contienen clorofila pertenecen: *Chrooccascæ*, *Nostocacæ*, *Oscillatoriæ*, *Rivulariaceæ*, *Scytonemeæ* y *Palmellaceæ* (en parte); á la privada clorofila: *Schyzomycetes* (bacterios) y *Saccaromyces* (fermentos).

Clase II. **Zygosporeæ.** — Propagacion vária asexual; la sexual por medio de zygosporas resultantes de un proceso de conjugacion. Esta clase se halla dividida en dos secciones. En la primera las células conjugadas son locomóviles como en los *Volvocinceæ* é *Hydrodicthyeæ* (que contienen clorofila), y el *Myxomycetes* (sin clorofila); en la segunda están incluidas las formas en que las células conjugadas son fijas, á saber, en la serie provista de clorofila: *Conjugatæ* (que comprende: *Mesocarpeæ*, *Zygnemeæ*, *Desmidieæ* y *Diatomaceæ*), y en la sin clorofila: *Zygomycetes* (comprendiendo *Mucorini* y *Piptocephalidæ*).

Clase III. **Oosporeæ.** — Reproduccion por oogonía, conteniendo una oosfera ó célula embriónica que se hace una oospora ó queda una espora por el acto de la impregnacion. En la serie que contiene clorofila están: *Sphæropleæ*, *Vaucheyia*, *Œdogonieæ* y *Fucaceæ;* en la desprovista de clorofila: *Saprolegnieæ* y *Peronosporeæ*.

Clase IV. **Carposporeæ.** — Un órgano distinto ó *esporocarpio* resultado de la fertilizacion del órgano femenino ó *carpogonio*. En la primera serie están: *Coleochætaæ*, *Floridaæ* y *Characaæ;* en la segunda: *Ascomycetes* (incluso Líquenes), *Æcidiomycetes* y *Basidiomycetes*.

Como se ve, esta clasificacion se halla fundada en un conocimiento más perfecto de la organizacion y modo de reproducirse estos séres tan curiosos, que las propuestas hasta el presente.

FRANCISCO QUIROGA.

JUSTUS LIEBIG.

Este célebre químico nació en Darmstadt, en 1803, y murió el 18 de Abril de 1873, en Munich, de resultas de una pulmonía.

Ya de jóven, manifestaba especial vocacion por la Química: verdad es que la circunstancia de tener su padre droguería impulsaba esta inclinacion. Es digno de notarse que en sus clases figuraba siempre entre los últimos, granjeándose con ello muy poca estimacion por parte de sus compañeros y maestros. Uno de éstos le preguntaba un dia qué se proponia ser; y respondiendo Liebig, que entónces tenia 14 años, que químico, le pronosticó el profesor que nunca haria nada de bueno.

El alumno se mostraba tan decidido en su aficion, que hubieron de sacarle del Gimnasio (Instituto) y colocarle de aprendiz en una farmacia en Heppenheim. Allí permaneció diez meses, al cabo de los cuales, volvió á casa de sus padres. Entró luégo en la Universidad de Bonn, donde estuvo un año, y despues pasó á Erlangen. Pero la Alemania toda le ofrecia pocos medios para dedicarse á sus estudios predilectos. Por entónces no abundaban como ahora los químicos y los laboratorios en aquel lado del Rhin, ni se reputaba allí la Química todavía como ciencia de primera utilidad. Los estudiantes alemanes que la querian poseer á fondo, tenian que ir á Estockholmo donde estaba Berzelius, ó á París, convertido desde Lavoisier en centro de enseñanza de las ciencias físicas.

Pero no era fácil trasladarse á la capital de Francia, en razon á los gastos que ello requeria, trató de obtener,—recurriendo al consejero Schleiermacher, de Darmstadt—apoyo para llevar á cabo su proyectado viaje. Aunque sin protector, el jóven logró lo que deseaba, y en 1823 pasó á París, donde conoció á Humboldt, con motivo de un trabajo original sobre los fulminatos, que comunicó á la Academia. Presentado á Gay-Lussac, Dulong y Thénard, fué admitido en el laboratorio del primero, donde hizo rápidos progresos.

La proteccion de Humboldt valió al jóven químico aleman una cátedra en Giessen, en 1824, la cual desempeñó hasta 1852, en que pasó á Munich, llamado por el Rey de Baviera, Maximiliano II.

Los trabajos científicos de Liebig son muchos, y sus descubrimientos, capitales, sobre todo en la química orgánica. A él en Alemania, como á Dumas en Francia, debe principalmente esta ciencia su creacion y adelantos. El estudio del ácido benzóico, emprendido en union con Wœhler, con quien Liebig solia trabajar, es digno de especial mencion. Sometiendo la esencia de almendras amargas á la accion de varios reactivos, lograron formar una serie de compuestos análogos en cuanto á la composicion, pero de propiedades enteramente distintas. Todos estos cuerpos contienen, unidos á un mismo grupo de átomos, uno ó dos átomos simples, variables segun los cuerpos. Comparándolos entre sí y con las combinaciones de un cuerpo cualquiera, se nota que tienen entre sí las mismas relaciones que las combinaciones de este cuerpo; pero en vez de un elemento y otro compuesto. Así el ácido benzóico, el cloruro, bromuro, ioduro, sulfuro de benzoilo, la benzámida, derivados todos de la esencia de almendras amargas, dan las mismas relaciones que el hidrato de potasa, el cloruro, bromuro, ioduro, cianuro, sulfuro de potasio, etc. Luego aquellos contienen un compuesto cuya accion química es parecida á la de un cuerpo simple; pero estando formado ese elemento de carbono, hidrógeno y ázoe, constituye lo que se llama un *radical compuesto.*

Generalizando las ideas nacidas del estudio de los compuestos del benzoilo, sentaron Liebig y Wœhler la teoría de los radicales, de la cual dimanan los principios admitidos hoy dia acerca de la constitucion de las sustancias orgánicas.

Los fenómenos químicos de la vida orgánica se efectúan segun las mismas leyes que rigen los cambios de la materia mineral. Así opinó tambien Liebig: pero quiso averiguar desde luégo de dónde extrae el vegetal los elementos que le constituyen; de dónde, por ejemplo, toma el hidrógeno y el carbono.

Liebig echó de ver que el carbono lo suministra á las plantas, no el suelo, sino el aire: que el ácido carbónico diseminado por nuestra atmósfera es la mina del carbon que la vegetacion nos muestra esparcido con tal abundancia sobre la corteza terrestre. De modo que la materia morena, conocida con el nombre de humus y debida á la putrefaccion de los vegetales, no es el criadero de ese carbon. Reconoció Liebig que, á pesar de la pérdida que de este cuerpo experimenta el suelo al arrancársele de contínuo en estado de madera ó heno, presenta un incremento constante de carbono, y á mayor abundamiento, en un viaje á Salzburgo, observó que habian sobre un suelo pedregoso, casi desprovisto de tierra, brotado gruesos árboles, de donde infirió que el carbono de las plantas precedia á la gran produccion del humus, y que éste se trasformaba, por la putrefaccion, en ácido carbónico, para contribuir á la nutricion de los vegetales.

En cuanto al hidrógeno, dimana naturalmente del agua, indispensable para la vida. A su vez, el ázoe, transformado en amoniaco, se extrae del aire.

De modo que el reino mineral es el que suministra las materias que, bajo el influjo vital, se convierten en principios constitutivos ó combustibles. Estas combinaciones están formadas por el oxígeno, hidrógeno, carbono y ázoe, y proporcionan el ácido carbónico, el agua y el amoniaco.

Los trabajos de Liebig sobre la fisiología animal no son de ménos importancia que sus estudios acerca de la nutricion de los vegetales. Liebig ha contribuido no poco á la creacion de la Química fisiológica, véanse, en prueba de ello, la *Química orgánica aplicada á la Agricultura y á la Fisiología*, y la *Química animal.*

La obra titulada *Cartas sobre la Química*, es un resúmen sucinto y claro de sus estudios: «El fin principal de la Medicina, decia él, no es el arte de curar, sino de evitar las enfermedades; el médico debe, con sus consejos, conservar al hombre sano el vigor y la salud, y esto no se logra sino conociendo las leyes químicas de la nutricion.»

Liebig era un excelente profesor: con su buen método movia á interes y cautivaba la atencion de sus alumnos. Por su carácter bondadoso se hacía querer tanto como por su talento apreciar. El 4 de Julio de 1842 fué elegido correspondiente de la Academia de Ciencias de París, por la seccion de Qu reemplazo de Arfwedson, y el 13 de Mayo de 1861 fué nombrado soci jero, en sustitucion de Tiedeman.

El nombre del eminente químico Liebig es tambien conocido y respeta tre los españoles, habiendo contribuido á generalizar sus obras en nuest tria su discípulo, el Sr. D. Ramon Torres Muñoz de Luna, con la publica de diferentes trabajos; los Señores D. Rafael Saez Palacios y D. Cárlos Fe rari, que tradujeron la *Química Orgánica* el año 1847, y el 45 dió á luz D. José Villar y Macías *Las Cartas sobre la Química* del inolvidable profesor aleman.

FIN DEL TOMO PRIMERO.

MADRID, 1876. — IMPRENTA, ESTEREOTIPIA Y GALVANOPLASTIA DE ARIBAU Y C.ª
(sucesores de RIVADENEYRA), IMPRESORES DE CÁMARA DE S. M.
Duque de Osuna, núm. 3.