

**UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA**



**Departamento de Física Aplicada**

**ESTUDIO TEÓRICO Y EXPERIMENTAL  
DE LÁSERES DE FIBRA ÓPTICA DE  
SÍLICE DOPADA CON ERBIO**

Alejandro Escuer Sanagustín

Zaragoza, junio de 2002

# **ÍNDICE**

## **CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN 1**

---

1.1	EVOLUCIÓN HISTÓRICA .....	2
1.2	FENOMENOLOGÍA BÁSICA.....	7
1.2.1	<i>Atenuación en fibras ópticas de sílice monomodo</i> .....	7
1.2.2	<i>Espectroscopia del erbio</i> .....	11
	BIBLIOGRAFÍA.....	17

## **CAPÍTULO 2: MODELO TEÓRICO BASADO EN ECUACIONES DE EVOLUCIÓN DE POTENCIA 21**

---

2.1	DESCRIPCIÓN PREVIA .....	22
2.2	ECUACIONES DE EVOLUCIÓN .....	26
2.3	RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE EVOLUCIÓN .....	35
2.3.1	<i>Resolución en el caso general</i> .....	35
2.3.2	<i>Aplicación al láser de fibra</i> .....	37
2.4	RESULTADOS OBTENIDOS .....	51
	BIBLIOGRAFÍA.....	69

## **CAPÍTULO 3: MODELO TEÓRICO BASADO EN FACTORES DE SOLAPAMIENTO 73**

---

3.1	INTRODUCCIÓN.....	74
3.2	ECUACIONES DE EVOLUCIÓN CON FACTORES DE SOLAPAMIENTO .....	74
3.3	SOLUCIONES CUASI-ANALÍTICAS .....	78
3.4	RESOLUCIÓN NUMÉRICA.....	90
3.4.1	<i>Partiendo de las ecuaciones de evolución</i> .....	90
3.4.2	<i>Partiendo de las ecuaciones cuasi-analíticas</i> .....	92
3.4.2.1	Mediante el método de relajación .....	92
3.4.2.2	Mediante la optimización de parámetros .....	93
3.5	RESULTADOS OBTENIDOS .....	110
3.6	MODELOS COMBINADOS .....	126
3.7	PRIMERAS CONCLUSIONES.....	131
	BIBLIOGRAFÍA.....	133

**CAPÍTULO 4:****NUEVO MODELO PROPUESTO BASADO EN EL AJUSTE DEL****BALANCE ENERGÉTICO****135**

4.1	DESCRIPCIÓN PREVIA .....	136
4.1.1	<i>Desarrollo del modelo</i> .....	136
4.1.2	<i>Ecuaciones analíticas</i> .....	142
4.2	COMPARACIÓN ENTRE EL NUEVO MODELO Y LOS YA DESARROLLADOS MODAL Y $\eta_0$ .....	150
4.3	COMPARACIÓN ENTRE EL NUEVO MODELO Y LOS MODELOS DE LA LITERATURA .....	160
4.3.1	<i>Modelos basados en factores de solapamiento en los que se desprecia la emisión espontánea</i> .....	160
4.3.2	<i>Modelos simplificados basados en la conservación del número de fotones</i> .....	165
4.4	SIMPLIFICACIÓN DEL NUEVO MODELO MEDIANTE APROXIMACIONES.....	168
4.4.1	<i>Evolución exponencial del bombeo</i> .....	168
4.4.2	<i>Fluorescencia espontánea despreciable</i> .....	171
4.4.3	<i>Comparación con el modelo original</i> .....	173
4.5	DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN DE CAVIDADES LÁSER .....	180
	BIBLIOGRAFÍA.....	189

**CAPÍTULO 5:****INSTALACIONES Y MONTAJES EXPERIMENTALES****191**

5.1	INTRODUCCIÓN.....	192
5.2	INSTALACIONES DE CALIBRADO .....	192
5.2.1	<i>Instalación para calibrar los espectros de transmisión y de reflexión</i> .....	193
5.2.2	<i>Instalación para calibrados con potencia de fluorescencia de un EDFA</i> .....	196
5.2.3	<i>Instalación para calibrados de alta resolución (redes de Bragg)</i> .....	198
5.2.4	<i>Resultados</i> .....	200
5.3	ESTUDIO DE LÁSERES CON BOMBEO EN 1480 NM.....	209
5.3.1	<i>Láser con espejos todo fibra - todo fibra</i> .....	211
5.3.2	<i>Láser con espejos de depósitos de aluminio</i> .....	216
5.3.3	<i>Láser con espejos red de Bragg - multicapas</i> .....	224
5.3.4	<i>Láser con espejos red de Bragg - red de Bragg</i> .....	229
5.3.5	<i>Láser con espejos red de Bragg - depósito de aluminio. Estudio con la reflexión</i> .....	235
5.3.6	<i>Láser con espejos red de Bragg - todo fibra</i> .....	247
5.4	ESTUDIO DE LÁSERES CON BOMBEO EN 980 NM.....	252
5.4.1	<i>Láser con espejos de depósito de aluminio - multicapas</i> .....	253
5.4.2	<i>Láser con espejos de depósito de aluminio - red de Bragg</i> .....	262
	BIBLIOGRAFÍA.....	266

**CAPÍTULO 6:**  
**CARACTERIZACIÓN DE LÁSERES Y COMPARACIÓN ENTRE LAS**  
**MEDIDAS EXPERIMENTALES Y LOS MODELOS TEÓRICOS** **267**

6.1	INTRODUCCIÓN.....	268
6.2	CARACTERIZACIÓN DE LÁSERES .....	268
6.2.1	<i>Método de obtención de <math>\beta</math> y <math>\gamma</math> para una longitud de onda determinada</i> .....	269
6.2.2	<i>Método de obtención de perfiles espectrales de <math>\beta</math> y <math>\gamma</math></i> .....	273
6.3	COMPARACIÓN ENTRE LAS MEDIDAS EXPERIMENTALES Y LOS MODELOS TEÓRICOS DESARROLLADOS .....	283
6.3.1	<i>Láseres bombeados en 1480 nm</i> .....	284
6.3.2	<i>Láseres bombeados en 980 nm</i> .....	316
6.4	COMENTARIOS SOBRE LAS COMPARACIONES .....	322
	BIBLIOGRAFÍA.....	324

**ANEXO:**  
**LÍNEAS DE APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS DESARROLLADOS:**  
**LÁSERES EN ANILLO** **325**

A.1	INTRODUCCIÓN.....	326
A.2	ADAPTACIÓN DE LOS MODELOS TEÓRICOS DESARROLLADOS.....	326
A.2.1	<i>Modelos teóricos basados en las ecuaciones de evolución de potencia</i> .....	328
A.2.2	<i>Modelos teóricos basados en factores de solapamiento</i> .....	330
A.2.3	<i>Ecuaciones analíticas</i> .....	333
A.2.4	<i>Diseño y optimización de cavidades láser en anillo</i> .....	336
A.3	MEDIDAS EXPERIMENTALES Y COMPARACIÓN .....	344
A.4	COMENTARIOS SOBRE LAS COMPARACIONES .....	350

**CONCLUSIONES** **353**

**APÉNDICE:**  
**CARACTERÍSTICAS DE LOS DISPOSITIVOS EXPERIMENTALES**  
**UTILIZADOS** **357**

I	INTRODUCCIÓN.....	358
II	APARATOS DE MEDIDA Y DISPOSITIVOS EXPERIMENTALES .....	358
III	FIBRAS ÓPTICAS DE SÍLICE.....	359
	BIBLIOGRAFÍA.....	361

# Capítulo 1

---

---

## Introducción

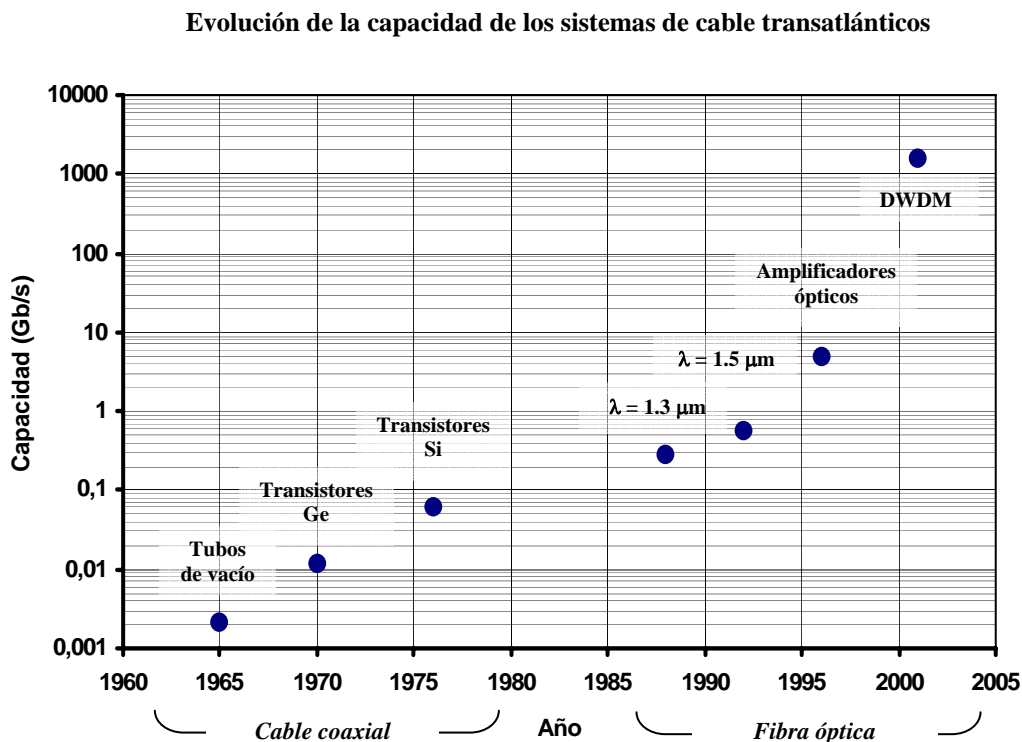
---

---

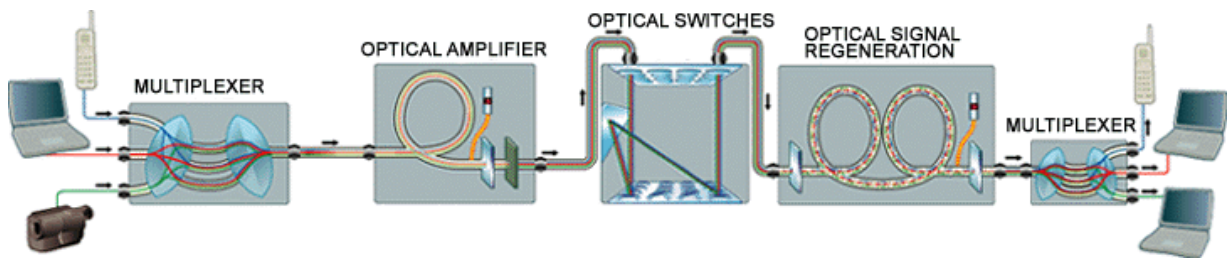
<b>1.1 EVOLUCIÓN HISTÓRICA .....</b>	<b>2</b>
<b>1.2 FENOMENOLOGÍA BÁSICA .....</b>	<b>7</b>
<i>1.2.1 Atenuación en fibras ópticas de sílice monomodo.....</i>	<i>7</i>
<i>1.2.2 Espectroscopia del erbio.....</i>	<i>11</i>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>17</b>

## 1.1 Evolución histórica

Ante las nuevas necesidades de la sociedad moderna, la capacidad de los sistemas de transmisión de datos ha aumentado notablemente en los últimos años (Figura 1.1), sobre todo tras la introducción de la tecnología digital y de la fibra óptica en el mundo de las telecomunicaciones. A raíz de este desarrollo, la utilización de fibras ópticas dopadas con tierras raras en dispositivos basados en el fenómeno de amplificación ha supuesto un gran avance ante la posibilidad de desarrollar sistemas en los que el tratamiento de señales eléctricas ya no sea necesario (Figura 1.2), con lo que el ancho de banda del sistema no se vería limitado por los componentes electrónicos, como ocurre en la actualidad. Su ventaja, frente a otras configuraciones, radica en la combinación de dos factores importantes que trataremos con posterioridad: la ganancia óptica que proporcionan los iones de tierras raras y las bajas pérdidas de propagación que caracterizan a las fibras ópticas.



**Figura 1.1:** Evolución de la capacidad de transmisión de los sistemas de cable transatlánticos junto con el tipo de tecnología utilizada [1].



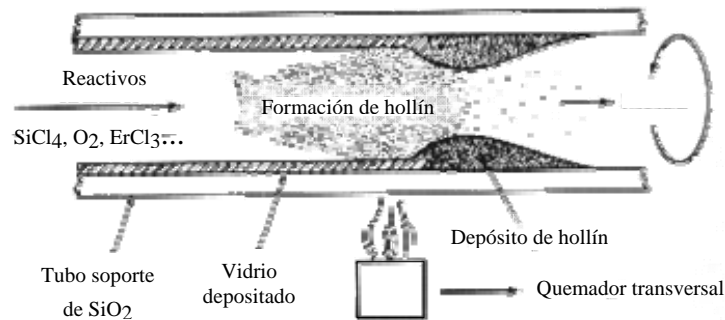
**Figura 1.2:** Esquema de red de comunicaciones típica donde todos los elementos son exclusivamente ópticos, sin necesidad de una conversión eléctrica-óptica.

El desarrollo de este tipo de dispositivos tuvo su origen ya en la década de los 60, poco después de que T. Maiman construyera el primer láser de rubí de la historia. Así en 1962, J.E. Geusic y H.E.D. Scovil [2] pusieron a punto un amplificador óptico basado también en el rubí, y dos años después C.J. Koester y E. Snitzer (*American Optical Company* [3]) desarrollaron un amplificador de fibra dopada con neodimio que bombeado con una lámpara flash proporcionaba una ganancia de 47 dB. Este amplificador presentaba un esquema equivalente al del ya mencionado láser de rubí, en el que la fibra dopada con neodimio rodeaba a la lámpara de flash. La fibra tenía una longitud aproximada de 1 m, con un núcleo de 10  $\mu\text{m}$  y un revestimiento entre los 0.75 y los 1.5 mm y sus extremos se pulían en ángulo para evitar la oscilación láser.

Aunque el propio E. Snitzer desarrolló ya en 1965 el primer láser de vidrio dopado con erbio [4], estos trabajos no tuvieron continuidad hasta la década de los 80, en los que la fibra óptica se perfiló decididamente como un elemento muy prometedor para las telecomunicaciones del futuro por sus bajas pérdidas. Solamente los trabajos de J. Stone y C.A. Burrus a principios de los 70, en los que se describe el primer láser de fibra de cristal bombeado con láser de semiconductor [5, 6], añadieron continuidad en este desarrollo histórico.

Durante ese periodo, las técnicas de fabricación de fibras dopadas con tierras raras fueron evolucionando basándose a su vez en las técnicas de fabricación de fibra pasiva convencional: principalmente la OVD (*outside vapour deposition*), la VAD (*vapour axial deposition*) y la MCVD (*modified chemical vapour deposition*). De estas tres, la MCVD ha

sido la más utilizada y la que más modificaciones ha sufrido, y se basa en reacciones de oxidación de cloruros dentro de un tubo de sustrato. Concretamente, la reacción con el oxígeno tiene lugar en una región del tubo que se calienta desde el exterior y da lugar a la deposición del óxido de silicio y del resto de dopantes que se desean introducir (Figura 1.3).



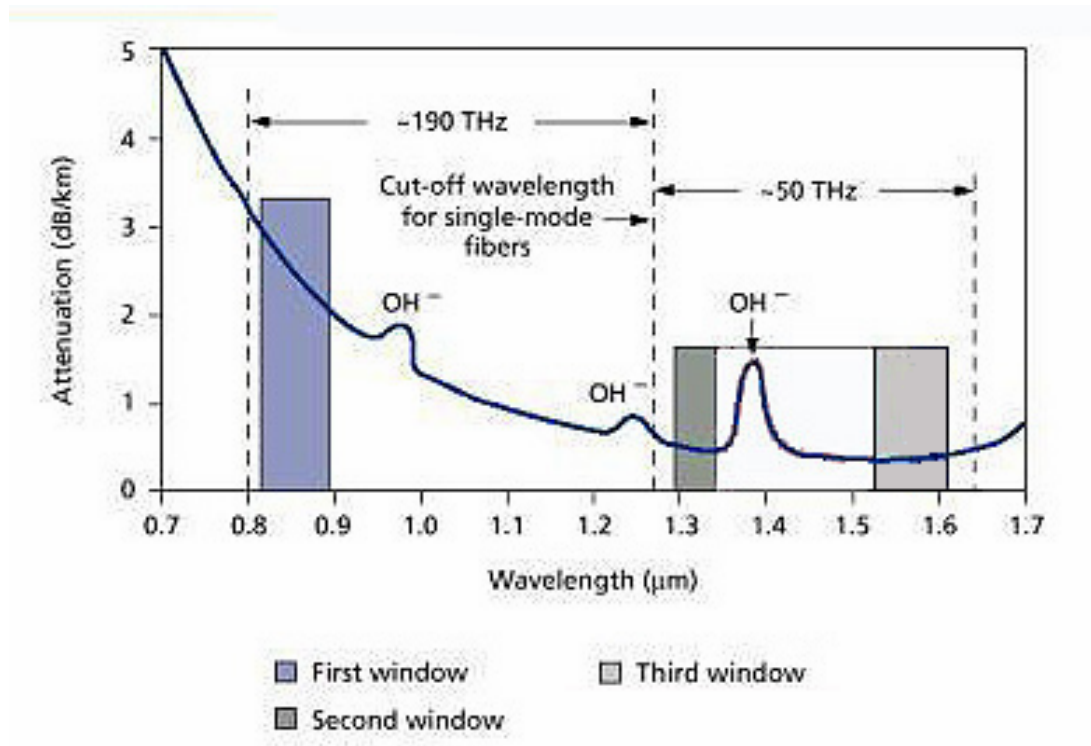
**Figura 1.3:** Esquema de la técnica MCVD (*modified chemical vapour deposition*) de fabricación de fibra óptica monomodo dopada con tierras raras.

Fue precisamente la mejora de la técnica MCVD que en 1985 realizaron S.B. Poole, D.N. Payne y sus colaboradores de la Universidad de Southampton [7, 8], la que permitió construir un láser con 2 metros de fibra monomodo dopada con neodimio que presentaba un umbral de bombeo muy bajo [9]. Este trabajo supuso el reconocimiento definitivo del potencial de las fibras ópticas monomodo dopadas con tierras raras como elemento principal de un amplificador óptico y encendió la mecha de la investigación en este campo.

Además, debido a la dependencia espectral que ofrecen las pérdidas de una fibra óptica de sílice, fueron definidas en algunas zonas del espectro las llamadas ventanas de comunicaciones ópticas (Figura 1.4), que comprenden tramos en los que la propagación de la luz por la fibra es más ventajosa al sufrir una menor atenuación. De entre ellas, la que menos pérdidas presenta es la tercera ventana de comunicaciones, razón por la cual destacó desde el principio la utilización del ion de erbio  $\text{Er}^{3+}$ , ya que su emisión está centrada en esta ventana, es decir en torno a 1550 nm. Así, los primeros amplificadores de fibra monomodo dopada con erbio fueron desarrollados simultáneamente en 1987 por la universidad de Southampton y por



los laboratorios AT&T Bell [10-12]. En ellos, se utilizaron respectivamente como láser de bombeo un *dye-laser* (650 nm) y un láser de argón (514 nm), obteniendo unas elevadas ganancias de señal que atrajeron inmediatamente la atención de la comunidad científica.



**Figura 1.4:** En esta figura apreciamos las zonas del espectro que comprenden las ventanas de comunicaciones y su relación con la atenuación en la fibra óptica.

El último obstáculo que quedaba por salvar era la necesidad de utilizar grandes láseres de bombeo como el mencionado de argón, en vez de los más sencillos y económicos diodos láser. La solución no se hizo esperar y llegó en 1989 de la mano de M. Nakazawa y sus colaboradores [13], que después de la demostración del año anterior (de nuevo por E. Snitzer) de que 1.48 μm era una longitud de onda de bombeo válida para amplificación con erbio [14], fueron capaces de obtener un amplificador eficiente de fibra dopada con erbio utilizando los diodos láser de alta potencia de 1.48 μm desarrollados previamente para los amplificadores Raman de fibra. Este experimento fue decisivo para la aplicación en la práctica de este tipo de amplificadores en sistemas de comunicaciones.

Estudios posteriores han demostrado además que los amplificadores ópticos basados en el erbio tienen muchas otras ventajas. Así, entre otras características, podemos citar su bidireccionalidad, su alta eficiencia, su pequeña figura de ruido, su capacidad para conseguir ganancias muy altas (hasta 50 dB), su insensibilidad a la polarización, su pequeña distorsión con frecuencias de modulación superiores a los MHz o su anchura de banda de unos 40 nm [15, 16, 17]. Con estas propiedades, no es de extrañar que desde finales de los 80 hasta la actualidad hayan aparecido en la literatura multitud de trabajos, entre ellos los dedicados a láseres, en los que la fibra óptica dopada con erbio constituye un componente principal de estudio. Además, estos trabajos se han visto realimentados a lo largo de los años por un creciente perfeccionamiento en los dispositivos que acompañan al amplificador, tales como diodos láser de bombeo (cada vez de mayor potencia), moduladores, multiplexores, acopladores, etc.

Por otra parte, si nos centramos ya en los láseres de fibra óptica dopada con erbio como objeto de nuestro estudio, significaremos que no fue hasta principios de los años 90 cuando aparecieron los primeros trabajos importantes dedicados a este tipo de dispositivos. En ellos, se mostraban estudios teóricos del láser en los que se introducían modelos con aproximaciones tanto para configuraciones con cavidad lineal [18-23] como en anillo [24-26]. Estas aproximaciones consistían principalmente en no considerar la distribución transversal de potencia en la fibra dopada y en despreciar la potencia de fluorescencia proveniente de la emisión espontánea, lo que imposibilita la obtención de espectros de fluorescencia teóricos y por tanto la predicción de la longitud de onda de oscilación de una determinada configuración láser.

En cualquier caso, independientemente de las limitaciones que pudieran introducir las aproximaciones realizadas en los modelos expuestos, se echaba de menos en estos trabajos un estudio experimental completo que confirmase la validez o no de dichos modelos y de estas aproximaciones. Con este trabajo que presentamos a continuación, pretendemos hacer una aportación que ayude a suplir esta carencia que se ha mantenido hasta la actualidad.

## 1.2 Fenomenología básica

Como ya dijimos al inicio del capítulo, la ventaja de los amplificadores de fibra óptica de sílice dopada con erbio, frente a otras configuraciones, radica en la combinación de dos factores importantes: la ganancia óptica que proporcionan los iones de tierras raras y las bajas pérdidas de propagación que caracterizan a las fibras ópticas. Por ello, antes de introducirnos de lleno en el estudio de los láseres de fibra dopada con erbio, sería conveniente hacer una breve descripción de ambos fenómenos.

### 1.2.1 Atenuación en fibras ópticas de sílice monomodo

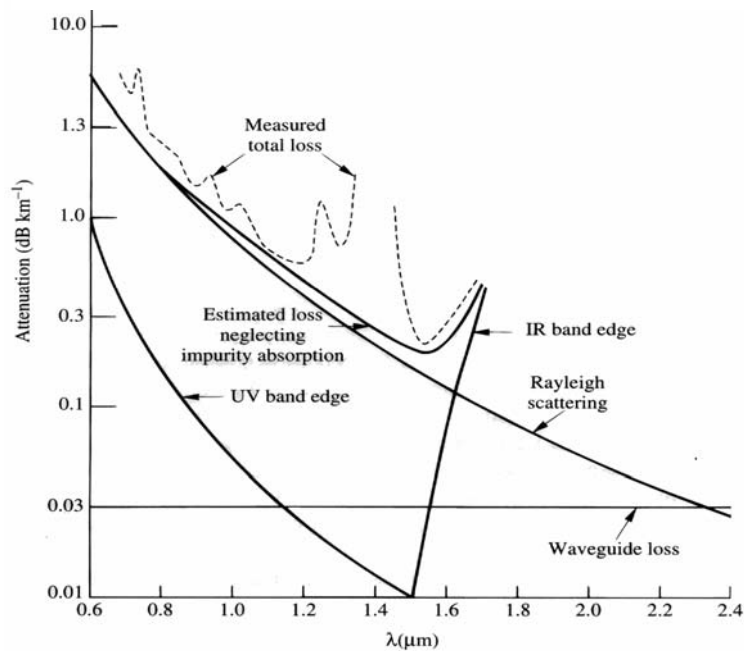
El fenómeno por el cual la potencia óptica del haz de luz que se propaga por la fibra (sea cual sea su distribución modal), ve disminuido su valor inicial, se conoce como atenuación de la señal. Este proceso se caracteriza por el cociente entre la potencia óptica en un punto de la fibra ( $P_i$ ) y la potencia inicial introducida ( $P_0$ ) y se suele expresar en dB/km, de forma que su expresión analítica es la siguiente:

$$\alpha = -\frac{10}{L(\text{km})} \log_{10} \left( \frac{P_i}{P_0} \right) \quad (1.1)$$

Hay tres fenómenos que contribuyen a esta atenuación de la señal: absorción, dispersión y pérdidas por curvaturas. La primera de ellas, la absorción, se debe a la transformación de la potencia óptica en otras formas de energía como el calor. Puede producirse por tres vías: por imperfecciones en la estructura atómica de la fibra (principalmente la existencia de defectos y huecos en la red), por absorción intrínseca y por absorción extrínseca.

La absorción intrínseca es la debida a los propios materiales que conforman la fibra, e indica el nivel mínimo de absorción existente. En fibras de sílice, como es nuestro caso, tenemos dos regiones bien diferenciadas: la región ultravioleta ( $\lambda < 400$  nm) donde la

absorción intrínseca se debe a las bandas de transición electrónica de la sílice, y la región infrarroja ( $\lambda > 2000$  nm), donde la absorción se produce por la excitación de modos de vibración de la molécula de SiO. Estas dos regiones delimitan en un primer término una zona intermedia de trabajo, en la que la influencia de ambos fenómenos es ya escasa y sólo se aprecia en las colas de los picos de absorción (ver Figura 1.5).

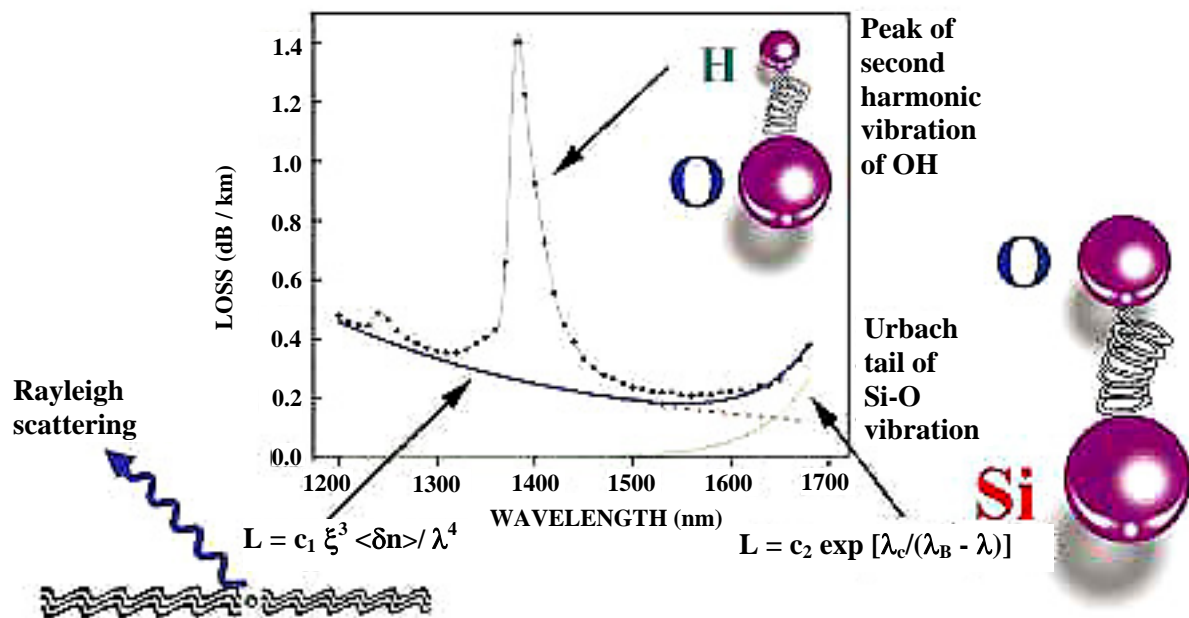


**Figura 1.5:** En esta figura podemos apreciar las curvas de atenuación debidas a la absorción en la región infrarroja y ultravioleta (*IR* y *UV band*) que junto con la de dispersión Rayleigh delimitan el área de operación donde existe menor atenuación.

La absorción extrínseca, por su parte, se debe a la presencia de impurezas introducidas en el proceso de fabricación, tales como hierro, níquel, cromo,... pero sobre todo agua. Los iones  $\text{OH}^-$  del agua forman la cadena Si-OH, que tiene un pico fundamental de absorción en 2700 nm. Este pico no tiene gran influencia por sí mismo, pero sin embargo el resto de armónicos de este modo fundamental sí, ya que se sitúan en la zona de operación. Entre ellos, es de especial importancia el segundo armónico, que se sitúa en 1383 nm y que alcanza los 1.4 dB/km de atenuación (ver Figura 1.6). Este valor oscila dependiendo de la concentración de impurezas  $\text{OH}^-$  presentes en la fibra, y de hecho ha disminuido mucho con

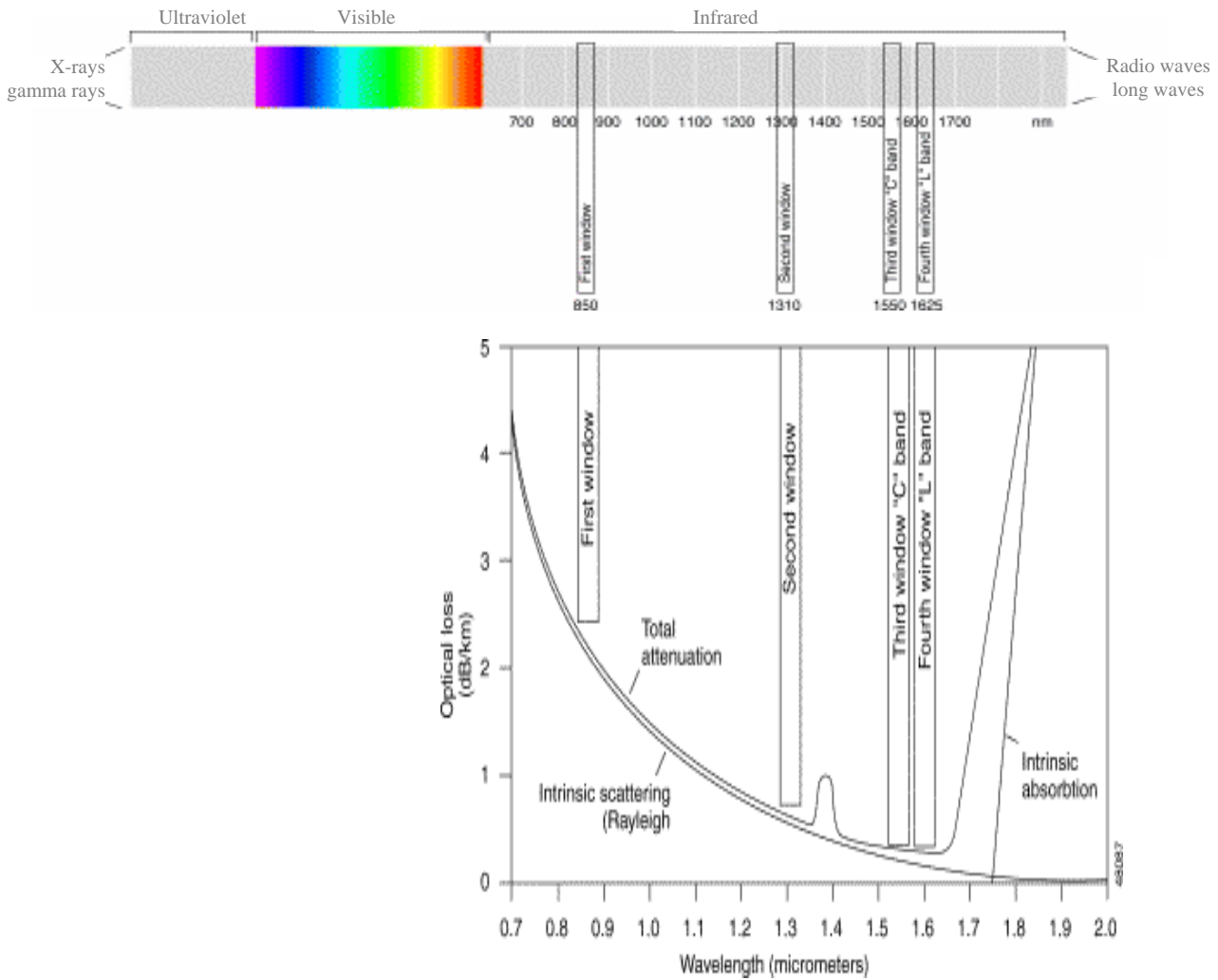
las actuales técnicas de fabricación, por lo que se ha adoptado el criterio de admitirla como válida cuando su valor no supera unas pocas partes por billón.

El segundo fenómeno que interviene en la atenuación de señal y el que más contribución aporta, es la dispersión. La dispersión viene causada por la interacción de la luz con las inhomogeneidades de la fibra, provocando que parte de la potencia óptica sea enviada fuera del ángulo de confinamiento. La principal fuente de pérdidas por este proceso, se debe la dispersión Rayleigh, que se produce cuando el tamaño de las inhomogeneidades (o defectos en la fibra) es menor que la décima parte de la longitud de onda de operación. Este tipo de dispersión depende de la longitud de onda de trabajo en la forma  $(1/\lambda^4)$  y por tanto desciende notablemente conforme avanzamos en el espectro (Figuras 1.5 y 1.6). Cuando el tamaño de los defectos es superior a esa décima parte de la longitud de onda, se produce la llamada dispersión Mie, que es mucho menos importante ya que en las fibras comerciales no existen prácticamente defectos tan grandes y por consiguiente su influencia es insignificante.



**Figura 1.6:** Ampliación del área de operación de la Figura 1.5 donde se muestran las principales contribuciones a la atenuación y el pico de absorción debido al OH<sup>-</sup>. Los dibujos pretenden únicamente representar de manera simple el origen de las distintas aportaciones a la atenuación.

Por último, tenemos las pérdidas por curvaturas, que se clasifican en micro- o macrocurvaturas dependiendo de su origen. Las microcurvaturas provienen de pequeñas discontinuidades o imperfecciones en la fibra y están causadas principalmente por una aplicación irregular del revestimiento o por un proceso de cableado defectuoso. Deben evitarse porque varían la trayectoria de propagación de los rayos y los envían fuera del ángulo de confinamiento. Las macrocurvaturas, por su parte, se producen cuando la fibra se curva con un radio muy superior al diámetro de la fibra, es decir, algunos cm. Cuando estamos por debajo de un radio crítico, parte de la luz en el interior de la fibra pasa a formar parte de modos de propagación de orden superior que se pierden o irradian fuera de la fibra.



**Figura 1.7:** Esquema en el que se muestra la situación de las ventanas de comunicaciones dentro del área de operación, y su ubicación dentro del espectro de comunicaciones.

Exceptuando las pérdidas por curvaturas, que son impredecibles, podemos determinar a partir de la forma espectral de las pérdidas por absorción y dispersión, qué regiones del espectro son las más idóneas para la transmisión óptica, o lo que es lo mismo, podemos definir las llamadas *ventanas de comunicaciones ópticas*. Tal y como se muestra en las Figuras 1.4 y 1.7, estas ventanas aprovechan la región delimitada por la dispersión y la absorción del infrarrojo y evitan las zonas de absorción de OH<sup>-</sup>. Apreciamos también que la tercera y cuarta<sup>1</sup> ventana son las que menos pérdidas presentan, aunque en una gráfica con escala logarítmica como la de la Figura 1.5 vemos que definitivamente la tercera, es decir, la que nosotros explotamos con el erbio, es la de menor atenuación y por tanto la más ventajosa desde este punto de vista.

### 1.2.2 Espectroscopia del erbio

Si queremos hacer un estudio sobre la interacción de la radiación electromagnética con los iones de tierras raras, en la que tienen su origen todos los fenómenos de interés que se producen en la fibra dopada (ganancia, respuesta dinámica, figura de ruido, etc.), es imprescindible conocer la espectroscopia del dopante en la matriz sobre la que estamos trabajando, lo que se traduce en nuestro caso en el conocimiento de la estructura de bandas del ion Er<sup>3+</sup> en sílice.

La estructura electrónica de los iones lantánidos trivalentes (Ln)<sup>3+</sup> en los que se basa la mayoría de los dispositivos dopados con tierras raras es del tipo [Xe] 4f<sup>N</sup> 5s<sup>2</sup> 5p<sup>6</sup>, y en concreto la del ion Er<sup>3+</sup> es: [Xe] 4f<sup>11</sup> 5s<sup>2</sup> 5p<sup>6</sup>. Con esta configuración los electrones de la capa 4f son apantallados por los de las capas 5s y 5p de mayor distribución radial, y se ven afectados en menor medida por los átomos vecinos. Esto condiciona el tipo de desdoblamiento de los niveles de energía y las transiciones entre subniveles.

---

<sup>1</sup> Es necesario aclarar, que la mayoría de los autores adoptan el criterio de englobar la cuarta ventana de comunicaciones dentro de la tercera, y simplemente dentro de ésta distinguen entre tercera ventana banda C y tercera ventana banda L. Nosotros también adoptaremos este criterio aunque en la Figura 1.7 mostremos la segunda alternativa para aclarar las diferencias con otros autores.

Así, cuando un ion lantánido se encuentra aislado, la configuración  $4f^N$  se desdobla únicamente en niveles  $^{2S+1}L_J$  debido a las distintas interacciones existentes entre los electrones, principalmente la repulsión mutua debido a su carga y la interacción spin-órbita. En cambio, cuando el mismo ion se encuentra en un vidrio o en un medio cristalino, está sometido además a un campo eléctrico local creado por los iones de su entorno (campo cristalino), el cual, aunque tiene una influencia menor en los lantánidos por el apantallamiento antes mencionado del nivel  $4f^N$ , sí que origina un desdoblamiento por efecto Stark de los niveles  $^{2S+1}L_J$ . Este desdoblamiento se produce en un máximo de  $J+1/2$  subniveles (con  $J$  semientero), conocidos como subniveles Stark.

El número de estos subniveles depende del tipo de simetría del campo cristalino y aumenta conforme disminuye la simetría, la cual varía con la composición de la matriz. De esta forma para una matriz de vidrio, como es nuestro caso, compuesta por sílice y pequeñas concentraciones de óxido de erbio y otros codopantes [27], la periodicidad tiene corto alcance y por tanto la simetría es muy baja, por lo que el número de subniveles Stark es el máximo posible o muy cercano a éste. Así, por ejemplo, en el ion  $Er^{3+}$ , este número máximo es igual a 8 y 7 para los niveles fundamental ( $^4I_{15/2}$ ) y primer excitado ( $^4I_{13/2}$ ), respectivamente.

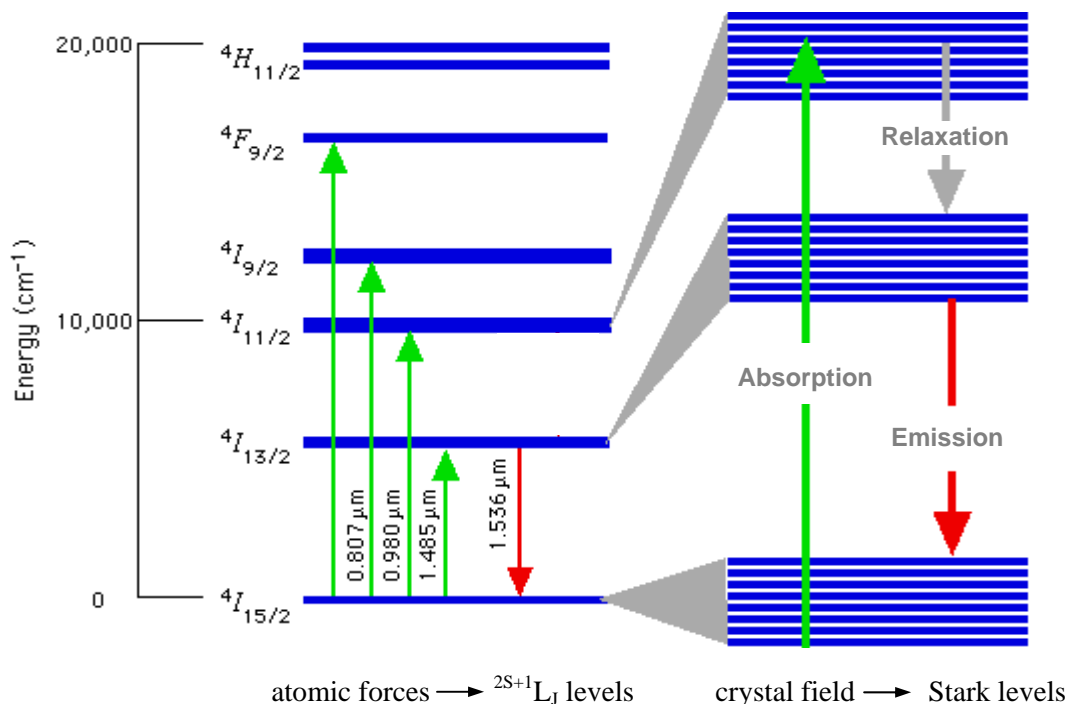
Aunque todas las transiciones están afectadas por mecanismos de ensanchamiento homogéneo e inhomogéneo, en el caso de iones de tierras raras en vidrios podemos considerar el conjunto de subniveles Stark como una banda de energía homogéneamente ensanchada [28-31], de forma que al excitar una transición poblamos todos los subniveles Stark. No obstante, es conveniente conocer los mecanismos de ensanchamiento homogéneo e inhomogéneo que afectan a estas transiciones.

El principal mecanismo de ensanchamiento inhomogéneo en vidrios dopados con tierras raras se debe al ya mencionado desdoblamiento por efecto Stark, ya que en un vidrio, dado que la estructura de la matriz es irregular, cada átomo adopta un esquema de subniveles Stark diferente. Además, como una transición entre dos bandas de energía puede ocurrir entre cualquiera de sus correspondientes subniveles Stark, estas posibles transiciones individuales,



ya ensanchadas inhomogéneamente, se solapan entre sí dando lugar a un perfil mucho más ancho que la anchura natural de los subniveles. Todos estos procesos son prácticamente independientes de la temperatura.

Por otro lado, los principales mecanismos de ensanchamiento homogéneo en vidrios dopados con tierras raras son producidos por termalización y por transiciones no radiativas, donde ambos mecanismos dependen de la temperatura. Así, como normalmente la variación energética en una banda es superior a  $kT$ , los iones que se encuentran en los subniveles Stark de mayor energía relajan térmicamente a los subniveles Stark de menor energía. Los procesos no radiativos, por su parte, son producidos por interacción con los fonones de la red, aunque en el caso de los vidrios los modos de vibración de la red no tengan, en general, un vector número de ondas bien definido. Así, si la separación entre subniveles de una misma banda de energía es pequeña, las transiciones entre ellos asistidas por fonones serán altamente probables y harán posible la ocupación de los subniveles Stark de mayor energía.

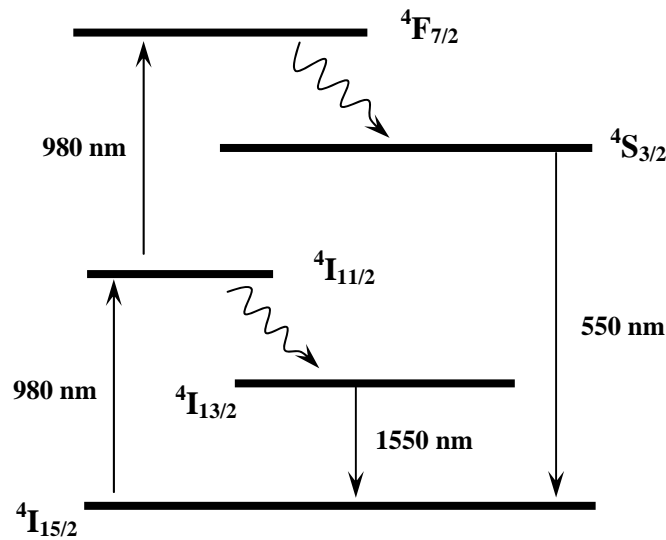


**Figura 1.8:** Esquema donde se representan los niveles más importantes del ion  $\text{Er}^{3+}$  con la transición láser  $4I_{13/2} - 4I_{15/2}$  así como las transiciones más importantes desde el nivel fundamental. También apreciamos la idea del desdoblamiento producido por las fuerzas atómicas y por efecto Stark debido al campo cristalino.

La Figura 1.8 representa los primeros niveles de energía del ion  $\text{Er}^{3+}$  [28, 30-34] mostrando la transición láser  ${}^4\text{I}_{13/2} \rightarrow {}^4\text{I}_{15/2}$ , así como las transiciones de absorción desde el nivel fundamental. Aunque les denominemos niveles, siempre debemos tener presente que se comportan como bandas de energía, por ello, cada transición puede excitarse en un intervalo bastante amplio de longitudes de onda. El nivel superior de la transición láser,  ${}^4\text{I}_{13/2}$ , tiene un tiempo de vida media que oscila entre 10 y 12 ms [30, 35], dependiendo de los codopantes que acompañen al erbio, lo que permite conseguir inversiones de población bastante altas con potencias de bombeo relativamente bajas.

Entre todas las bandas de bombeo disponibles, las más utilizadas son las de 800 nm, 980 nm y 1480 nm (Figura 1.8), entre otras razones por la existencia de láseres de semiconductor de alta potencia para estas longitudes de onda. De todas ellas, la de menor eficiencia es la de 800 nm, que excita la transición  ${}^4\text{I}_{15/2} \rightarrow {}^4\text{I}_{9/2}$ , debido principalmente a que se produce absorción desde estados excitados y por su menor eficiencia cuántica. El fenómeno de absorción desde estados excitados (*ESA*), se produce cuando la diferencia de energías entre la banda superior de la transición de bombeo o de señal y una segunda banda, coincide con la energía de bombeo introducida para excitar el ion. Esto conlleva una pérdida de eficiencia porque no toda la potencia de bombeo introducida se emplea en poblar la banda de interés. En el caso concreto de bombeo en 800 nm, la transición  ${}^4\text{I}_{15/2} \rightarrow {}^4\text{I}_{9/2}$  coincide energéticamente con la  ${}^4\text{I}_{13/2} \rightarrow {}^2\text{H}_{11/2}$  con lo que tenemos un efecto contrario al deseado al despoblar por *ESA* el nivel superior de la transición láser. Por otra parte, la eficiencia cuántica ( $\eta_q = h\nu_s / h\nu_p$ ) que delimita la máxima eficiencia del sistema característica de los procesos fotón a fotón, adquiere para 800 nm el menor valor entre las tres bandas de bombeo seleccionadas ( $\eta_q = 0.52$ ).

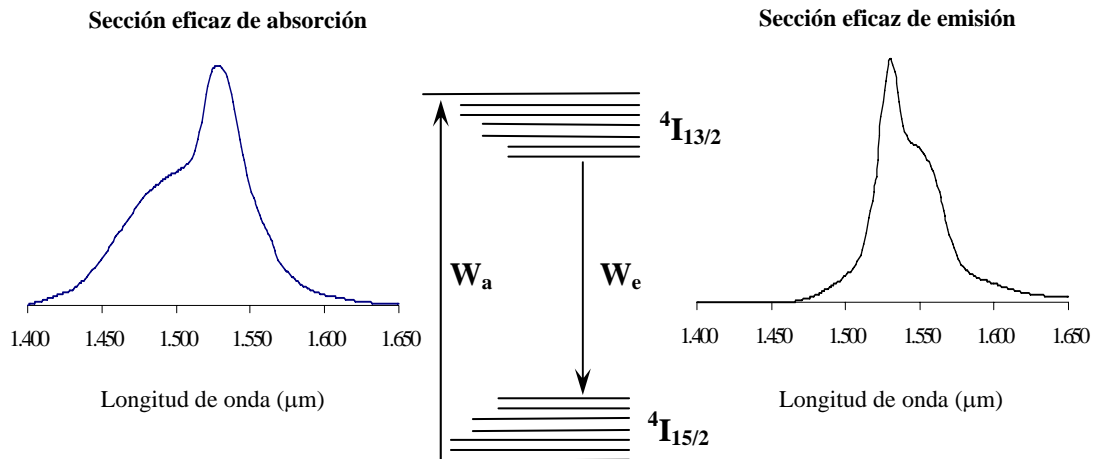
Hay que tener en cuenta además, cuando se trabaja con fibras ópticas, si la longitud de onda de bombeo utilizada supera la longitud de onda de corte, ya que si no es así, la propagación será multimodal. En la actualidad, la longitud de onda de corte de las fibras de sílice dopada con erbio se ha reducido hasta valores en torno a los 950 nm para permitir que tanto el bombeo en 1480 nm como el de 980 nm se propague monomodalmente. Sin embargo el bombeo en la banda de 800 nm se propaga en estas condiciones multimodalmente.



**Figura 1.9:** Esquema donde se muestran todas las transiciones importantes que tienen lugar cuando empleamos como longitud de onda de bombeo 980 nm.

En caso de utilizar 980 nm como longitud de onda de bombeo, nos encontramos con un esquema de láser de tres niveles (Figura 1.9), donde la eficiencia cuántica es mayor que en el caso anterior ( $\eta_q = 0.64$ ) pero que presenta de nuevo el fenómeno de absorción desde estados excitados, ya que la transición de bombeo  $4I_{15/2} \rightarrow 4I_{11/2}$  coincide con la energía de otra transición, la  $4I_{11/2} \rightarrow 4F_{7/2}$ . Sin embargo, a diferencia de lo que ocurría en el caso de bombeo con 800 nm, la importancia de este fenómeno no va a ser excesiva porque los iones que se encuentran excitados en el nivel  $4I_{11/2}$  decaen rápidamente de forma no radiativa al nivel inferior  $4I_{13/2}$ . De esta forma, si la potencia de bombeo no es muy elevada, la población del nivel  $4I_{11/2}$  puede considerarse despreciable y por tanto lo mismo podemos decir de la probabilidad de transición  $4I_{11/2} \rightarrow 4F_{7/2}$ . Estas circunstancias junto con la existencia de diodos láser de muy alta potencia en esa longitud de onda, hacen que la banda de bombeo en 980 nm sea la más utilizada en la actualidad.

Por último, tenemos la banda de bombeo en 1480 nm, que excita iones al nivel superior de la propia transición láser  $4I_{15/2} \rightarrow 4I_{13/2}$  y que viene condicionada por las secciones eficaces de absorción y emisión (ver Figura 1.10), que como veremos más adelante determinan la probabilidad de ambos fenómenos en la transición.



**Figura 1.10:** Esquema de la transición de bombeo en 1480 nm, en la que coinciden las bandas de bombeo y señal. Se muestran además los perfiles espectrales de las secciones eficaces que dan una idea de la probabilidad de emisión y absorción en la transición  ${}^4I_{15/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ .

El bombeo en 1480 nm tiene frente a las bandas anteriores (800 y 980 nm) dos ventajas principales: una eficiencia cuántica elevada ( $\eta_q = 0.97$ ) y la ausencia de absorción desde estados excitados. Sin embargo, convive con un proceso del que no hemos hablado hasta ahora y que va a restar eficiencia al sistema: la emisión radiativa de bombeo. Este proceso consiste en que de todos los átomos que excitamos a la banda  ${}^4I_{13/2}$ , muchos se aprovechan en producir la deseada inversión de población, pero otros se desexcitan directamente hacia el nivel  ${}^4I_{15/2}$  debido a la existencia de una probabilidad de emisión no nula en la longitud de onda de bombeo (Figura 1.10 derecha). Este fenómeno no se producía en las bandas de bombeo anteriores, porque los iones excitados al nivel superior de la banda de bombeo, eran desexcitados rápidamente de forma no radiativa hacia la banda superior de la transición láser, de manera que la probabilidad de emisión de bombeo podía considerarse nula. En estas condiciones y a pesar de las ventajas mencionadas al comienzo del párrafo, el bombeo en 1480 nm resulta menos eficiente que el de 980 nm y por esta razón ocupa el segundo lugar en la lista de longitudes de onda de bombeo más frecuentes.

## Bibliografía

- [1] T. Li.  
Proc. of the IEEE, **81**, p. 1568 (1993).
- [2] J.E. Geusic, H.E.D. Scovil.  
Bell Syst. Tech. J., **41**, p. 1371 (1962).
- [3] C.J. Koester, E. Snitzer. “*Amplification in a fiber laser*”.  
Applied Optics, **3**, pp. 1182-1186 (1964).
- [4] E. Snitzer, R. Woodcock.  
Applied Physics Letters, **6**, p. 45 (1965).
- [5] J. Stone, C.A. Burrus. “*Neodymium-doped silica lasers in end pumped fibre geometry*”.  
Applied Physics Letters, **23**, pp. 388-389 (1973).
- [6] J. Stone, C.A. Burrus.  
Applied Optics, **13**, p. 1256 (1974).
- [7] S.B. Poole, D.N. Payne, M.E. Fermann.  
Electronic Letters, **21**, p. 737 (1985).
- [8] S.B. Poole et al.  
Journal of Lightwave Technology, **21**, p. 737 (1985).
- [9] R.J. Mears et al.  
Electronic Letters, **LT-4**, p. 870 (1986).
- [10] R.J. Mears et al. “*High-gain rare-earth doped fiber amplifier at 1.54  $\mu\text{m}$* ”.  
Optical Fiber Communication Conference, **3**, Optical Society of America, p. 167 (1987).
- [11] R.J. Mears et al.  
Electronic Letters, **23**, p. 1026 (1987).
- [12] E. Desurvire, J.R. Simpson, P.C. Becker.  
Optics Letters, **12**, p. 888 (1987).
- [13] M. Nakazawa, Y. Kimura, K. Suzuki.  
Applied Physic Letters, **54**, p. 295 (1989).
- [14] E. Snitzer et al. “*Erbium fiber laser amplifier at 1.55  $\mu\text{m}$  with pump at 1.49  $\mu\text{m}$  and Yb sensitized Er oscillator*”.  
Optical Fiber Communication Conference, **1**, OSA Technical Digest Series, p. 218-221 (1988).
- [15] D.M. Spirit. “*Silica fibre amplifiers and systems*” incluido en “*Optical fibre lasers and amplifiers*”.  
Ed. P.W. France (Blackie and Son Ltd., 1991).

- [16] M. Yamada, M. Shimizu. “*Amplification characteristics of a fiber amplifier: components, design and amplification characteristics of a fiber amplifier module*”, incluido en “*Optical fiber amplifiers. Materials, devices and applications*”. Ed. Shoichi Sudo (Artech House Inc., 1997).
- [17] V.L. Mazurczyk, J.L. Zyskind. IEEE Photonics Technology Letters, **6**, p. 616 (1994).
- [18] J.Chen, X.Zhu, W.Sibbett. “*Derivation of the threshold pump power of erbium-doped fiber lasers*”. Optics Letters, **17**, pp. 926-928 (1992).
- [19] M. Mignon, E. Desurvire. “*An analytical model for the determination of optimal output reflectivity and fiber length in erbium-doped fiber lasers*”. IEEE Photonics Technology Letters, **4**, pp. 850-852 (1992).
- [20] J. Chen, X. Zhu, W. Sibbett. “*Rate equation studies of erbium-doped fiber lasers with common pump and laser energy bands*”. Journal of Optical Society of America B, **9**, pp. 1876-1882 (1992).
- [21] P. Franco et al. “*Characterization and optimization criteria for filterless erbium-doped fiber lasers*”. Journal of Optical Society of America B, **11**, pp. 1090-1097 (1994).
- [22] H. Zech. “*Exact Analytical Expressions for the output power and the threshold of erbium-doped fiber Fabry-Perot lasers*”. Electronic Letters, **30**, pp. 1299-1300 (1994).
- [23] C. Barnard et al. “*Analytical model for rare-earth-doped fiber amplifiers and lasers*”. Journal of Quantum Electronics, **30**, pp. 1817-1830 (1994).
- [24] Th. Pfeiffer, H. Schmuck, H. Bülow. “*Output power characteristics of erbium-doped fiber ring lasers*”. IEEE Photonics Technology Letters, **4**, pp. 847-849 (1992).
- [25] C.V. Poulsen, M. Sejka. “*Highly optimized tunable Er<sup>3+</sup>-doped single longitudinal mode fiber ring laser, experiment and model*”. IEEE Photonics Technology Letters, **5**, pp. 646-648 (1993).
- [26] A. Cucinotta et al. “*Modeling of erbium doped fiber ring laser*”. Optics Communications, **141**, pp. 21-24 (1997).
- [27] S.P. Craig-Ryan, B.J. Ainslie. “*Glass structure and fabrication techniques*”, incluido en “*Optical Fibre Lasers and Amplifiers*”. Ed. P.W. France (Blackie and Son Ltd., 1991).
- [28] P.F. Wysocki. “*Broadband operation of erbium and neodymium doped fiber sources*”, incluido en “*Rare earth doped fiber lasers and amplifiers*”. Ed. M.J.F. Digonnet (Marcel Dekker Inc., 1993).
- [29] R.M. McFarlane, R.M. Shelby. “*Homogeneous line broadening of optical transitions of ions and molecules in glasses*”. Journal of Luminiscence, **36**, pp. 179-207 (1987).

- 
- [30] W.J. Miniscalco. "*Optical and electronic properties of rare earth ions in glasses*", incluido en "*Rare earth doped fiber lasers and amplifiers*". Ed. M.J.F. Digonnet (Marcel Dekker Inc., 1993).
- [31] E. Desurvire. "*Erbium-doped fiber amplifiers: basic physics and characteristics*", incluido en "*Rare earth doped fiber lasers and amplifiers*". Ed. M.J.F. Digonnet (Marcel Dekker Inc., 1993).
- [32] D.C. Hanna, A.C. Tropper. "*Silica fibre laser oscillators*", incluido en "*Optical Fibre Lasers and Amplifiers*". Ed. P.W. France (Blackie and Son Ltd., 1991).
- [33] J.R. Armitage. "*Introduction of glass fibre lasers and amplifiers*", incluido en "*Optical Fibre Lasers and Amplifiers*". Ed. P.W. France (Blackie and Son Ltd., 1991).
- [34] M.J.F. Digonnet. "*Theory of operation of laser fiber devices*", incluido en "*Rare earth doped fiber lasers and amplifiers*". Ed. M.J.F. Digonnet (Marcel Dekker Inc., 1993).
- [35] R. Wyatt. "*Spectroscopy of rare earth doped fibres*", incluido en "*Optical Fibre Lasers and Amplifiers*". Ed. P.W. France (Blackie and Son Ltd., 1991).

## Capítulo 2

---

---

# Modelo teórico basado en ecuaciones de evolución de potencia

---

---

<b>2.1 DESCRIPCIÓN PREVIA .....</b>	<b>22</b>
<b>2.2 ECUACIONES DE EVOLUCIÓN.....</b>	<b>26</b>
<b>2.3 RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE EVOLUCIÓN .....</b>	<b>35</b>
2.3.1 <i>Resolución en el caso general.....</i>	<i>35</i>
2.3.2 <i>Aplicación al láser de fibra.....</i>	<i>37</i>
<b>2.4 RESULTADOS OBTENIDOS .....</b>	<b>51</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>69</b>



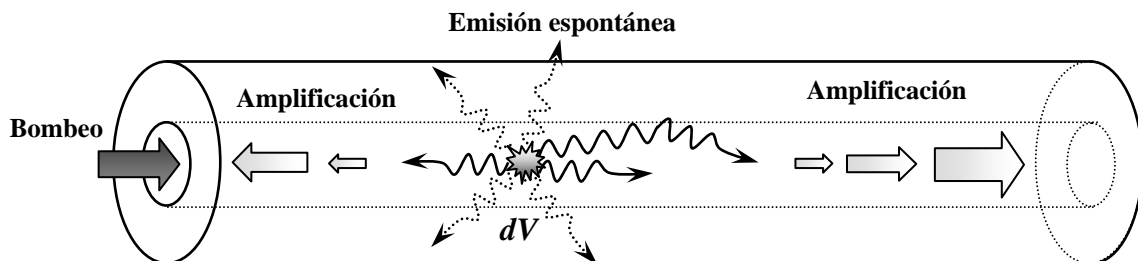
## 2.1 Descripción previa

La resolución del sistema físico compuesto por la fibra óptica de sílice dopada con erbio y el conjunto de radiaciones que se propagan a lo largo de ella es en general complejo, y para resolverlo debe hacerse acopio de numerosas aproximaciones y consideraciones. Así, la primera consideración que debemos introducir debido a esta complejidad que más adelante desarrollaremos, consiste en que la modelización del sistema físico se hace siempre utilizando potencias ópticas [1-4] y en contadas ocasiones el número de fotones [5, 6], en lugar de campos eléctricos como sería más riguroso.

Para hacer una primera descripción de este sistema, comenzaremos por enumerar las potencias ópticas que intervienen, que son por un lado las introducidas inicialmente: potencia de bombeo y en algunos casos potencia de señal; y por otro lado aquéllas que son consecuencia de éstas: potencia residual de bombeo, potencia de señal al final de la fibra dopada y potencia de fluorescencia, constituyendo en definitiva el conjunto de magnitudes sobre las que queremos obtener información a través del modelo.

De estas tres, la más importante es quizá la potencia de fluorescencia, que da nombre a la radiación resultante por emisión espontánea desde el nivel 2. La emisión de esta radiación, tal y como se muestra en la Figura 2.1, es isótropa en el espacio, pero parte de ella se acopla en la fibra y posteriormente es amplificada, de forma que puede alcanzar (dependiendo de la longitud de fibra dopada) unos valores de potencia comparables a la señal o al bombeo. Debido a su origen, se denomina emisión espontánea amplificada, en inglés ASE (*amplified spontaneous emission*). Por otra parte, el acoplamiento de la fluorescencia en la fibra puede producirse tanto en el sentido de propagación del bombeo (potencia de fluorescencia copropagante), como en el sentido contrario (potencia de fluorescencia contrapropagante), tal y como se representa en la Figura 2.1. Esta terminología es de uso común y se emplea también para la potencia de señal. En el caso de que se use también para la potencia de bombeo, se toma como convenio el término “copropagante” para potencias que

evolucionan en el sentido positivo de la coordenada axial y “contrapropagante” para las que lo hacen en sentido contrario.



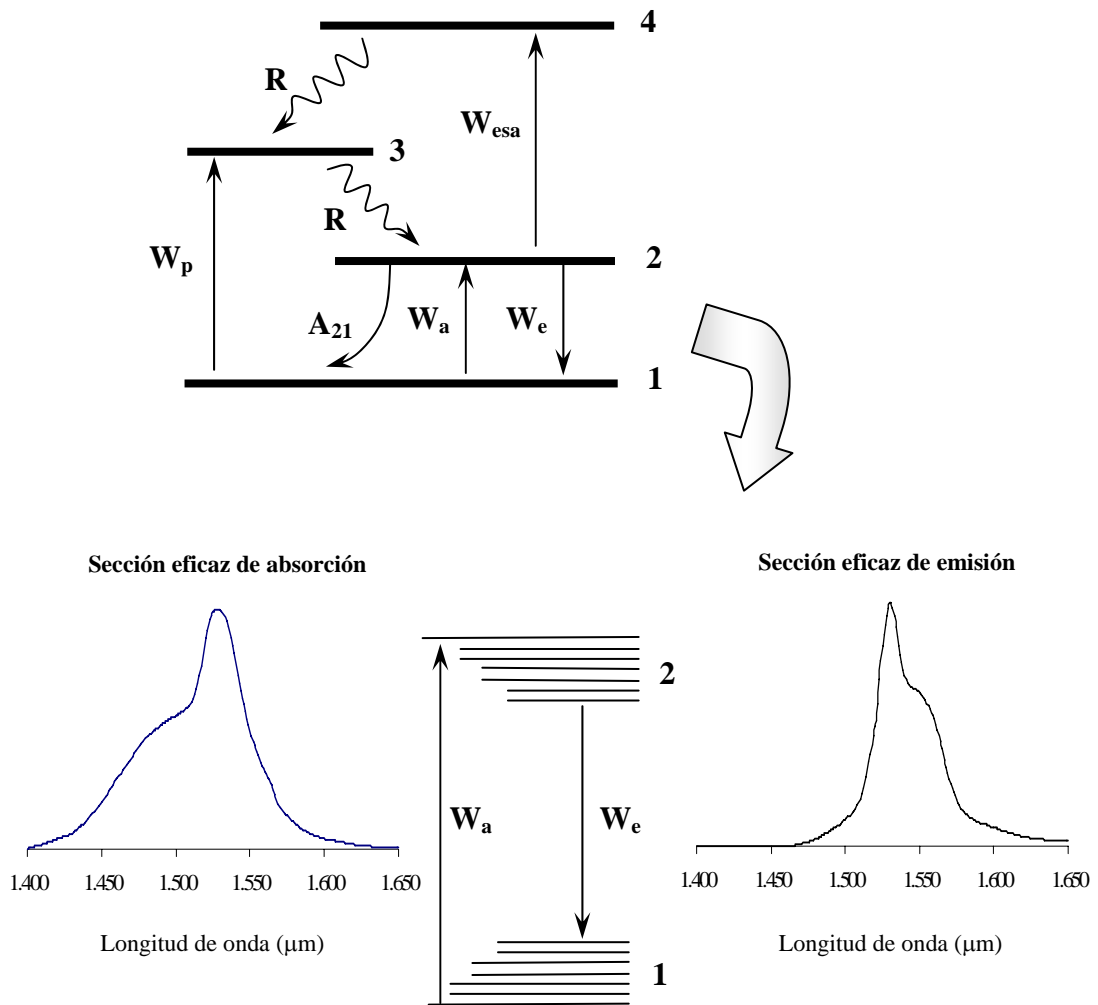
**Figura 2.1:** Generación de la potencia de fluorescencia. El bombeo puebla el nivel 2 de la transición láser y se produce emisión espontánea. Solamente la radiación emitida por el elemento de volumen  $dV$  bajo un cierto ángulo sólido es acoplada en la fibra y posteriormente amplificada.

Una vez descritas las radiaciones presentes, podemos concretar cuál es nuestro objetivo, que consiste en elaborar un modelo que logre predecir el comportamiento de las diferentes potencias ópticas (tanto copropagantes como contrapropagantes) y en consecuencia obtener los valores de éstas al final de la fibra dopada. Para ello, tomaremos como punto de partida los valores de las potencias introducidas inicialmente y algunos parámetros físicos del sistema correspondientes tanto a datos de fabricación (radio de la fibra, concentración de iones...), como de diseño (longitud de fibra dopada, reflexiones...).

La compleja fenomenología del sistema físico que pretendemos resolver puede ser simplificada diferenciando dos tipos de procesos más simples: la propagación guiada y la amplificación óptica. El primero de estos procesos, se produce independientemente de que la fibra esté o no dopada con iones activos, y aunque la teoría que explica el fenómeno de la propagación guiada es ya compleja, es bien conocida para el caso particular de medios pasivos [7, 8], para los cuales sólo depende de los parámetros geométricos y del perfil de índice de la fibra. De este modo, si consideramos que la fibra es homogénea y con simetría axial a lo largo de toda su longitud, conociendo las características en la sección transversal disponemos de toda la información necesaria para determinar los modos de propagación [1-5].

Sin embargo, la teoría se complica todavía más en el caso de medios activos, ya que existe una interdependencia con el fenómeno de amplificación óptica. Debemos tener en cuenta que el fenómeno de propagación implica una distribución modal de potencia que depende como hemos dicho de la geometría de la fibra y de su perfil de índice, pero que a su vez esa radiación se verá alterada por la dinámica de poblaciones del ion en aquellos puntos determinados por la distribución transversal de dopante, lo que provocará una modificación constante del perfil de distribución modal. Para hacer abordable este problema, estos dos procesos serán introducidos en el modelo teórico conjuntamente pero sin tener en cuenta la influencia del fenómeno de amplificación en el de propagación, aunque sí la influencia recíproca. Esta aproximación nos conduce a considerar que los modos de propagación en una fibra dopada son los mismos que si se tratara de una fibra no dopada [1-5], y que por tanto son también invariantes con la coordenada axial. Otra consecuencia directa de esta aproximación es que el fenómeno de amplificación óptica no depende de las coordenadas transversales, lo que no es exacto, pero al trabajar con parámetros efectivos, nos encontramos con que el modelo no es muy sensible a estas consideraciones. Intuitivamente, el fenómeno físico que estamos asumiendo es que aunque la ganancia (a través del perfil transversal de dopante) modifica la distribución modal de potencia, la geometría de la fibra obliga instantáneamente a recuperar la distribución inicial, la cual se corresponde además con la del medio pasivo.

En cuanto al fenómeno de amplificación óptica, y concretando para nuestro caso en el que el ion activo es el erbio en sílice, podemos apuntar que el comportamiento de este ion sigue un esquema de tres niveles, aunque en la Figura 2.2 aparezcan cuatro por tener en cuenta una posible absorción desde los estados excitados [2, 9]. Trabajaremos además con la hipótesis de que los procesos de redistribución de las poblaciones entre los subniveles de cada banda son lo suficientemente rápidos como para ignorar las variaciones temporales. De esta manera, podremos tratar las bandas de la transición de señal como niveles con una cierta población, que presentarán unas secciones eficaces de absorción y emisión estimulada ensanchadas homogéneamente.



**Figura 2.2:** Esquema de niveles del ion  $\text{Er}^{3+}$  tal y como se consideran en el modelo.

En el esquema de la Figura 2.2 hemos denominado al estado fundamental como estado 1, al estado excitado de la transición láser como estado 2, al estado excitado de la transición de absorción de bombeo como estado 3 y al posible estado excitado al que se produce absorción de bombeo desde el estado 2, como estado 4. También quedan reflejadas las distintas probabilidades de transición por unidad de tiempo con la siguiente nomenclatura:  $W_p$  (*pump*) es la probabilidad de absorción de bombeo desde el estado fundamental,  $W_a$  (*absorption*) es la probabilidad de absorción de señal desde el estado fundamental,  $W_{esa}$  (*excited state absorption*) es la correspondiente a la absorción de bombeo desde el estado excitado de la transición láser,  $W_e$  (*emission*) la de emisión estimulada de señal y  $A_{21}$  la transición espontánea radiativa desde el nivel 2 al 1 y que da origen, una vez acoplada en la

fibra y amplificada, a la fluorescencia copropagante y contrapropagante. La  $\mathbf{R}$  se refiere a transiciones no radiativas muy rápidas, de forma que la población de los niveles 3 y 4 puede considerarse despreciable y por tanto no tiene sentido introducir la probabilidad de emisión estimulada desde esos niveles [10].

Este esquema es general y válido para cualquier banda de bombeo que estemos empleando, con la única diferencia de que en el caso en el que estemos bombeando en la banda de 980 nanómetros o en la banda de 1480 nanómetros, el nivel 4 no es necesario. Además, si bombeamos en esta última banda, el nivel 3 coincide con el 2 y deberemos incluir en la expresión de  $W_e$  un término correspondiente a la emisión estimulada de bombeo.

## 2.2 Ecuaciones de evolución

De las radiaciones descritas que se propagan por la fibra, la de bombeo y la de señal presentan un proceso de evolución análogo, y por simplificar, ambas serán consideradas como monocromáticas, aunque siempre es posible implementar un perfil espectral si fuese necesario. Esto no puede trasladarse sin embargo al caso de las potencias de fluorescencia (copropagante y contrapropagante), por tener como anchura la de las secciones eficaces de la Figura 2.2. Por ello, consideraremos su espectro dividido en intervalos espectrales de anchura  $\Delta\nu$  centrados en una frecuencia  $\nu$ . La potencia correspondiente a esa frecuencia será la comprendida en todo el intervalo espectral.

La distribución modal de potencia normalizada, se designará como  $\Psi$ , y la notación empleada consistirá en colocar subíndices a las potencias  $P$  y a las frecuencias  $\nu$ , para denotar el tipo de radiación:  $p$  para el bombeo,  $s$  para la señal y  $f$  para la fluorescencia. Todas las magnitudes físicas vendrán expresadas en coordenadas cilíndricas, que es el sistema de coordenadas más apropiado teniendo en cuenta la simetría de la fibra óptica. De esta forma, la posición de un punto en la fibra vendrá determinada por sus coordenadas  $z$ ,  $r$  y  $\varphi$  (axial, radial y azimutal, respectivamente). En las potencias, podrán aparecer además superíndices que

indiquen el sentido de propagación: + para copropagante y – para contrapropagante. En caso de que no aparezca el subíndice, eso indica que la ecuación se verifica para cada uno de los tipos de radiación, y en el caso en el que no aparezca el superíndice indica que nos referimos a la suma de la copropagante más la contrapropagante. Así, en un instante  $t$ , tenemos:

$$P(z, r, \varphi, \nu, t) = P^+(z, r, \varphi, \nu, t) + P^-(z, r, \varphi, \nu, t). \quad (2.1)$$

Una vez introducida la notación, y teniendo en cuenta que la distribución modal no varía con la coordenada axial, podemos establecer una relación para la potencia que en un punto  $(z, r, \varphi)$  atraviesa un elemento diferencial de superficie  $ds$  transversal al eje:

$$P(z, r, \varphi, \nu, t)ds = P(z, \nu, t)\Psi(r, \varphi, \nu)ds, \quad (2.2)$$

donde  $P(z, \nu)$  representa la potencia de frecuencia  $\nu$  que atraviesa la superficie transversal total  $A_\infty$  y  $\Psi(r, \varphi, \nu)$  es la distribución modal de potencia normalizada, la cual ha de cumplir:

$$\int_{A_\infty} ds \Psi(r, \varphi, \nu) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty r dr \Psi(r, \varphi, \nu) = 1 \quad (2.3)$$

Las fibras dopadas con erbio que usaremos presentan propagación monomodo para la emisión de la transición láser y también para las bandas de bombeo más utilizadas (980 nm y 1480 nm), por lo que  $\Psi(r, \varphi, \nu)$  representa en estos casos el modo fundamental de propagación. El bombeo para otras bandas se propagará multimodalmente y por tanto  $\Psi(r, \varphi, \nu)$  sería entonces la suma de la potencia de varios modos que se propagan simultáneamente.

Denominaremos  $N_T(r, \varphi)$  a la concentración de iones de erbio ( $Er^{3+}$ ) en un punto  $(z, r, \varphi)$ . La dependencia con la variable  $z$  queda suprimida puesto que suponemos que el perfil transversal de concentración de dopante es homogéneo a lo largo de toda la fibra dopada. Las poblaciones por unidad de volumen de los niveles 1 y 2 las designaremos por  $N_1(z, r, \varphi)$  y  $N_2(z, r, \varphi)$ , respectivamente, con lo que se cumple que:

$$N_1(z, r, \varphi, t) + N_2(z, r, \varphi, t) = N_T(r, \varphi) \quad (2.4)$$

al considerarse despreciables las poblaciones de los niveles 3 y 4. Aunque por generalidad en nuestro formalismo estamos considerando una dependencia con la coordenada azimutal  $\varphi$ , normalmente en los cálculos se realiza la aproximación de que la concentración de erbio depende solamente de la coordenada radial, estimando que en la fabricación se conserva la simetría axial. Por otro lado, si derivamos la ecuación (2.4) con respecto al tiempo, tenemos:

$$\frac{dN_1(z, r, \varphi, t)}{dt} + \frac{dN_2(z, r, \varphi, t)}{dt} = 0, \quad (2.5)$$

relación con la que comprobamos que es suficiente con estudiar cómo varía la población de uno de los niveles para conocer como evoluciona el otro. En nuestro caso escogeremos el nivel 2, cuya evolución de población viene determinada por las diferentes probabilidades de transición de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{dN_2(z, r, \varphi, t)}{dt} = & \{W_p(z, r, \varphi, t) + W_a(z, r, \varphi, t)\}N_1(z, r, \varphi, t) - \\ & - \{W_e(z, r, \varphi, t) + A_{21}\}N_2(z, r, \varphi, t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Aunque hasta el momento hemos seguido un formalismo lo más general posible, vamos a simplificarlo teniendo en cuenta que en nuestro caso las potencias que introducimos en la fibra son estacionarias. De este modo, la solución también lo será y por tanto podemos imponer que la variación temporal para la población del nivel 2 dada por (2.6) es nula. A partir de esta condición y de (2.4) obtenemos:

$$N_2(z, r, \varphi) = \frac{W_p(z, r, \varphi) + W_a(z, r, \varphi)}{W_p(z, r, \varphi) + W_a(z, r, \varphi) + W_e(z, r, \varphi) + A_{21}} N_T(r, \varphi), \quad (2.7)$$

de forma que utilizando (2.4) y (2.7) podemos calcular las poblaciones de los dos niveles de la transición láser a partir de las probabilidades de transición por unidad de tiempo.

Si designamos por  $\sigma_a$  y  $\sigma_e$  las secciones eficaces de absorción y emisión estimulada respectivamente, y si  $\tau$  es el tiempo de vida media de la transición láser, las expresiones de las probabilidades de transición por unidad de tiempo quedan de la siguiente manera [11-14]:

$$W_p(z, r, \varphi) = \frac{P_p(z, \nu_p) \Psi(r, \varphi, \nu_p) \sigma_a(\nu_p)}{h \nu_p} \quad (2.8)$$

$$W_a(z, r, \varphi) = \frac{P_s(z, \nu_s) \Psi(r, \varphi, \nu_s) \sigma_a(\nu_s)}{h \nu_s} + \sum_{\nu} \frac{P_f(z, \nu) \Psi(r, \varphi, \nu) \sigma_a(\nu)}{h \nu} \quad (2.9)$$

$$W_e(z, r, \varphi) = \frac{P_p(z, \nu_p) \Psi(r, \varphi, \nu_p) \sigma_e(\nu_p)}{h \nu_p} + \quad (2.10)$$

$$+ \frac{P_s(z, \nu_s) \Psi(r, \varphi, \nu_s) \sigma_e(\nu_s)}{h \nu_s} + \sum_{\nu} \frac{P_f(z, \nu) \Psi(r, \varphi, \nu) \sigma_e(\nu)}{h \nu}$$

$$A_{21} = \frac{1}{\tau} \quad (2.11)$$

Para deducir cómo evolucionan las potencias acopladas dentro de la fibra dopada, estudiaremos qué ocurre en un elemento diferencial de volumen  $dV$  asociado a un punto de coordenadas  $(z, r, \varphi)$ , [11-14]. Así, cuando solamente hay absorción, la variación en potencia que sufre una radiación al atravesar la sección diferencial  $ds$  cuando se propaga la longitud diferencial  $dz$ , viene dada por:

$$P(z + dz, r, \varphi, \nu) ds - P(z, r, \varphi, \nu) ds = -h \nu W_a(z, r, \varphi) N_1(z, r, \varphi) dV \quad (2.12)$$

y cuando solamente hay emisión estimulada por:

$$P(z + dz, r, \varphi, \nu) ds - P(z, r, \varphi, \nu) ds = h \nu W_e(z, r, \varphi) N_2(z, r, \varphi) dV \quad (2.13)$$



Agrupando (2.12) y (2.13) y sustituyendo la expresión (2.2) tenemos:

$$\begin{aligned} [P(z + dz, \nu) - P(z, \nu)]\Psi(r, \varphi, \nu)ds = \\ h\nu [W_e(z, r, \varphi)N_2(z, r, \varphi) - W_a(z, r, \varphi)N_1(z, r, \varphi)]dV \end{aligned} \quad (2.14)$$

A partir de esta expresión podemos obtener la evolución de las potencias de bombeo y de señal, pero no la de fluorescencia, puesto que sería necesario añadir un término correspondiente a la emisión espontánea del que más adelante nos ocuparemos. Tomamos ahora los términos correspondientes a la probabilidad de absorción y emisión para bombeo y señal de las ecuaciones (2.8) a (2.10), y sustituimos en (2.14):

$$\begin{aligned} [P(z + dz, \nu) - P(z, \nu)]\Psi(r, \varphi, \nu)ds = \\ P(z, \nu)\Psi(r, \varphi, \nu)[\sigma_e(\nu)N_2(z, r, \varphi) - \sigma_a(\nu)N_1(z, r, \varphi)]dsdz \end{aligned} \quad (2.15)$$

integrando sobre toda la superficie transversal, teniendo en cuenta la ecuación (2.3) y calculando el límite cuando  $dz$  tiende a cero, resulta finalmente que:

$$\begin{aligned} \frac{dP(z, \nu)}{dz} = P(z, \nu) \left[ \sigma_e(\nu) \int_{A_\infty} ds \Psi(r, \varphi, \nu) N_2(z, r, \varphi) - \right. \\ \left. - \sigma_a(\nu) \int_{A_\infty} ds \Psi(r, \varphi, \nu) N_1(z, r, \varphi) \right] \end{aligned} \quad (2.16)$$

donde podemos simplificar la notación tomando:

$$N_i(z, \nu) = \int_{A_\infty} ds \Psi(r, \varphi, \nu) N_i(z, r, \varphi) \quad i = 1, 2 \quad (2.17)$$

Sustituyendo en (2.16) y particularizando para el caso del bombeo y la señal tanto copropagantes como contrapropagantes, las ecuaciones de evolución quedan de la siguiente manera:

$$\frac{dP_p^\pm(z, \nu_p)}{dz} = \pm P_p^\pm(z, \nu_p) \left[ (\sigma_e(\nu_p) - \sigma_{esa}(\nu_p)) N_2(z, \nu_p) - \sigma_a(\nu_p) N_1(z, \nu_p) \right] \quad (2.18)$$

$$\frac{dP_s^\pm(z, \nu_s)}{dz} = \pm P_s^\pm(z, \nu_s) \left[ \sigma_e(\nu_s) N_2(z, \nu_s) - \sigma_a(\nu_s) N_1(z, \nu_s) \right] \quad (2.19)$$

donde hemos introducido  $\sigma_{esa}(\nu_p)$  como la sección eficaz de absorción de bombeo desde el estado excitado de la transición láser. Este parámetro, se comporta de forma equivalente a  $\sigma_a(\nu_p)$  pero con la salvedad de que actúa sobre la población del nivel 2, de ahí su ubicación en la ecuación (2.18).

En el caso de la evolución de la potencia de fluorescencia, el desarrollo sería análogo al descrito para las potencias de señal y bombeo, pero teniendo en cuenta un término correspondiente a la emisión espontánea. Para obtenerlo, consideraremos el número de fotones correspondiente a un intervalo de frecuencias  $\Delta\nu$  que son generados por emisión espontánea en la dirección copropagante en un elemento diferencial de volumen  $dV$  del medio activo y que se acoplan en el modo de la fibra, que viene dado por [15, 16]:

$$n_{SE}(\nu) = A_{21} g(\nu) \Delta\nu \frac{\Delta\Omega}{4\pi} dV \int_{A_\infty} ds \Psi(r, \varphi, \nu) N_2(z, r, \varphi), \quad (2.20)$$

donde  $g(\nu)$  indica el perfil de la línea espectral [17, 18], y  $\Delta\Omega/4\pi$  es la fracción de emisión espontánea que es capturada por la fibra (ver Apartado 2.1 y Figura 2.1). El perfil de la línea espectral por su parte, es:

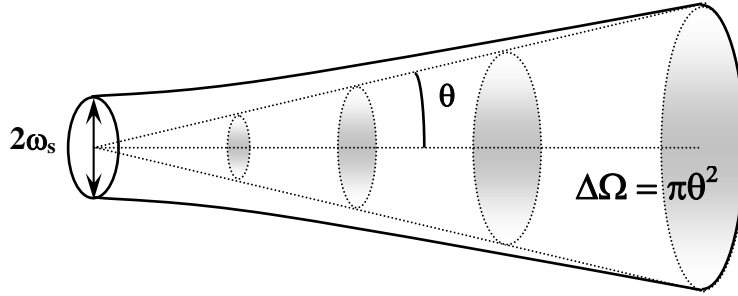
$$g(\nu) = \frac{8\pi n^2 \tau \sigma_e(\nu)}{\lambda^2}, \quad (2.21)$$

donde  $n$  es el índice de refracción del medio [17]. El ángulo sólido de captura  $\Delta\Omega$  se define en este modelo como el generado por el ángulo  $\theta$  de difracción en campo lejano de un haz gaussiano [17], que tenga un radio  $\omega_s$  en su cuello. Dicho ángulo es:

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi n \omega_s} \quad (2.22)$$

y el radio  $\omega_s$  se considera el característico del perfil modal según la aproximación gaussiana (ver Figura 2.3). Con lo que tenemos:

$$\Delta\Omega = \pi\theta^2 = \frac{\lambda^2}{\pi n^2 \omega_s^2}, \quad (2.23)$$



**Figura 2.3:** Esquema de un haz gaussiano y del ángulo sólido  $\Delta\Omega$  (cono determinado por el ángulo  $\theta$  de difracción en campo lejano).

y por otro lado podemos definir el elemento diferencial de volumen como  $dV = \pi\omega_s^2 dz$ . La potencia de emisión espontánea por unidad de frecuencia viene dada por  $P_{SE} = h\nu n_{SE}(\nu)$ , con lo que a partir de estas definiciones y de (2.11), (2.20), (2.21) y (2.23) la tasa de creación de potencia por emisión espontánea en un intervalo  $\Delta\nu$  viene descrita por:

$$\frac{dP_{SE}}{dz} = 2h\nu\Delta\nu\sigma_e(\nu) \int_{A_\infty} ds \Psi(r, \varphi, \nu) N_2(z, r, \varphi) = 2h\nu\Delta\nu\sigma_e(\nu) N_2(z, \nu) \quad (2.24)$$

Una vez obtenido este término, podemos escribir la ecuación definitiva que expresa la evolución de la potencia de fluorescencia y generalizarla para potencias copropagantes y contrapropagantes:

$$\begin{aligned} \frac{dP_f^\pm(z, \nu_f)}{dz} &= \pm 2h\nu_f \Delta\nu_f \sigma_e(\nu_f) N_2(z, \nu_f) \\ &\pm P_f^\pm(z, \nu_f) \left[ \sigma_e(\nu_f) N_2(z, \nu_f) - \sigma_a(\nu_f) N_1(z, \nu_f) \right] \end{aligned} \quad (2.25)$$

Con lo que tenemos, en resumen, que el conjunto de ecuaciones formado por (2.1), (2.4), (2.7)-(2.11), (2.17)-(2.19) y (2.25) describe el comportamiento de la fibra dopada y determina las potencias y las poblaciones en cualquier punto de la fibra una vez conocidas las condiciones de contorno.

Respecto a estas, en el caso del láser podemos a priori diferenciar entre dos tipos de condiciones de contorno, las extrínsecas y las intrínsecas. Las extrínsecas, son las que vienen determinadas desde el exterior, pueden ser controladas y en nuestro caso son estacionarias en el tiempo. En este grupo quedaría englobado el bombeo acoplado en la fibra dopada  $P_{p0}(z=0, \nu_p)$  y, en el caso de que la haya, la potencia de señal:  $P_{s0}^+(z=0, \nu_s)$  y/o  $P_{s0}^-(z=L, \nu_s)$ , dependiendo de si la configuración es copropagante y/o contrapropagante.

Las condiciones de contorno intrínsecas, son las que dependen únicamente de la configuración y no son las mismas en el instante inicial ( $t=0$ ) que en el caso estacionario ( $t$  tendiendo a infinito). Por ejemplo, en el caso de la potencia de fluorescencia, en  $t=0$  se cumplen las condiciones de contorno del amplificador, esto es  $P_{f0}^+(z=0)=0$  y  $P_{f0}^-(z=L)=0$ , pero si nos fijamos en la evolución del sistema y buscamos el estado estacionario, las condiciones de contorno vienen determinadas por las reflexiones en los espejos, de tal forma que:

$$P_f^-(L, \nu_f) = P_f^+(L, \nu_f) \cdot R_2(\nu_f) \quad (2.26)$$

$$P_f^+(0, \nu_f) = P_f^-(0, \nu_f) \cdot R_1(\nu_f) \quad (2.27)$$

donde  $R_1$  es la reflexión del espejo situado en  $z=0$ , y  $R_2$  es la del espejo situado al final de la fibra dopada, es decir en  $z=L$  (ver Figura 2.4).

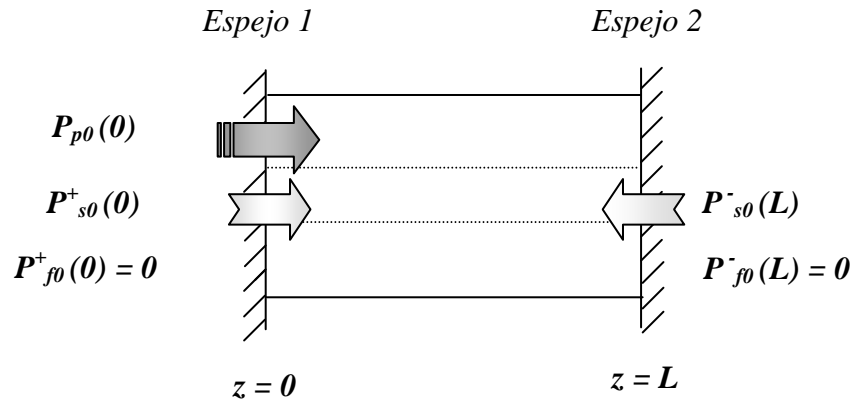
Algo parecido ocurre con la potencia de señal, que tendrá un valor inicial conocido:  $P_{s0}^+(z=0, \nu_s)$  y/o  $P_{s0}^-(z=L, \nu_s)$ , pero además deberá cumplir ecuaciones análogas a la (2.26) y la (2.27) en el estado estacionario:

$$P_s^-(z = L, \nu_s) = P_s^+(z = L, \nu_s) \cdot R_2(\nu_s) + P_{s0}^-(z = L, \nu_s) \quad (2.28)$$

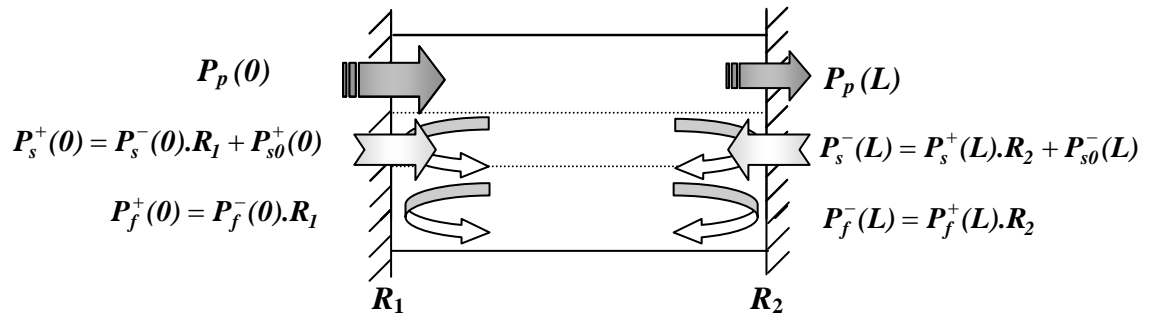
$$P_s^+(z = 0, \nu_s) = P_s^-(z = 0, \nu_s) \cdot R_1(\nu_s) + P_{s0}^+(z = 0, \nu_s) \quad (2.29)$$

En definitiva, aunque las condiciones cambian desde el instante inicial  $t = 0$ , denominamos condiciones de contorno del láser a las que se cumplen cuando el sistema alcanza el régimen estacionario, y por tanto vienen descritas por las ecuaciones (2.26) a (2.29) y por los valores estacionarios de bombeo<sup>1</sup> y señal que acoplamos en la fibra dopada.

(a)  $t = 0$



(b)  $t \rightarrow \infty$



**Figura 2.4:** Esquema de las condiciones de contorno en un láser. (a) En  $t = 0$  las condiciones de contorno coinciden con las del amplificador. (b) En el estado estacionario tenemos las condiciones de contorno propias del láser.

<sup>1</sup> En este desarrollo, hemos supuesto que el bombeo residual al final de la fibra dopada no era reflejado. De no ser así, habría que añadir una expresión equivalente a (2.26) para la potencia de bombeo aplicada en  $\nu_p$ .

## 2.3 Resolución de las ecuaciones de evolución

### 2.3.1 Resolución en el caso general

Como hemos dicho en el apartado anterior, debemos resolver el sistema formado por las ecuaciones (2.1), (2.4), (2.7)-(2.11), (2.17)-(2.19) y (2.25). Estas ecuaciones de evolución de potencias, constituyen un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden acopladas entre sí, donde el acoplamiento se produce a través de las poblaciones puesto que dependen a su vez de las potencias. Los términos de acoplamiento,  $N_i(z, \nu)$ , dados por la ecuación (2.17) dificultan la resolución del sistema, al añadir expresiones integrales y por convertir las ecuaciones diferenciales en no lineales. Para simplificar y salvo que se haga constar expresamente, consideraremos únicamente bombeo copropagante, aunque la generalización a bombeo bidireccional no es complicada. Aun así, la resolución de este sistema de ecuaciones debe realizarse, en general, usando métodos de cálculo numérico, ya que únicamente en algunos casos particulares pueden ser resueltas exactamente obteniendo expresiones analíticas para el bombeo residual, la señal y la fluorescencia.

Uno de los casos particulares a los que aducimos, se produce cuando nos encontramos en régimen de ganancia no saturada, entendiendo por tal aquella situación en la cual la suma para todas las longitudes de onda de las potencias normalizadas de señal y de fluorescencia es, para cualquier punto de la coordenada axial  $z$ , mucho menor que la potencia total normalizada de bombeo [19-21]. Esta aproximación se utiliza para describir la evolución de las potencias de bombeo y señal en el caso de *amplificadores distribuidos* (*distributed amplifiers*) [22], que tienen varios kilómetros de longitud y son usados como la propia fibra de transmisión. Otro caso particular es el régimen de baja ganancia (menor de 20 dB), donde las potencias de fluorescencia copropagante y contrapropagante pueden ser ignoradas [23, 24]. Fuera de estas situaciones se hace indispensable la resolución por métodos numéricos.

La resolución numérica se realiza en tres etapas: evaluación de las condiciones de contorno, integración en el plano transversal e integración axial a lo largo de la fibra dopada. Para estas dos últimas existen numerosos algoritmos ya desarrollados y bien conocidos [27, 28], en cambio la primera es la que más dificultades plantea. El problema estriba en que en el instante inicial el espectro de la potencia de fluorescencia copropagante es nulo al comienzo de la fibra, sin embargo en este mismo punto la potencia de fluorescencia contrapropagante no es nula y en muchas configuraciones es donde alcanza el máximo valor. Por tanto el comenzar la integración de las ecuaciones en  $z = 0$ , implica hacer suposiciones sobre el valor no conocido de la fluorescencia contrapropagante, y éste es el principal obstáculo. Esencialmente hay dos formas de resolver este problema: el método de tiro y el método de relajación [27].

El método de tiro es un método aproximado de ensayo y error, en el cual las condiciones de contorno que no se conocen en  $z = 0$  se presuponen para un primer cálculo. A continuación se integra el sistema a lo largo de la fibra dopada desde  $z = 0$  a  $z = L$  y se comparan los valores obtenidos en  $z = L$  con los valores determinados por las condiciones de contorno que en ese punto sí conocemos. La diferencia se usa para corregir la suposición hecha en  $z = 0$  en subsiguientes intentos [27]. Este método presenta grandes dificultades, sobre todo teniendo en cuenta que si no conocemos los perfiles espectrales, debemos presuponer tantos valores como canales de frecuencia hayamos tomado, o como mínimo asumir un perfil espectral. Si optamos por esta segunda opción, podemos tomar como perfil espectral para un segundo intento el que obtengamos al final de la fibra dopada tras el primer cálculo. En cualquier caso, la convergencia suele ser muy lenta independientemente de la complejidad del algoritmo elegido para asumir valores, y en algunos casos, la solución a la que converge el sistema depende del propio algoritmo empleado.

El método de relajación es un caso particular del método de tiro, consiste esencialmente en aplicar las condiciones de contorno donde se conocen e ir haciendo ajustes iterativos hacia la solución. Al igual que antes, hace falta presuponer las condiciones de contorno que no se conocen en  $z = 0$  e integrar a lo largo de la fibra dopada, pero esta vez imponemos las condiciones de contorno en  $z = L$ . Acto seguido, integramos en la dirección

contraria (hacia  $z = 0$ ) y volvemos a imponer aquí las condiciones de contorno. Llegados a este punto tenemos una solución aproximada del sistema, que cumple las condiciones de contorno y que podemos usar como función de ensayo en una posterior iteración. Repitiendo este proceso y tomando siempre como función de prueba la obtenida en la iteración inmediatamente anterior, el sistema converge rápidamente hacia la solución real. Este método es obviamente el más apropiado para la resolución numérica y nos permite obtener, curiosamente a partir de premisas falsas y gracias a un proceso iterativo autoconsistente, la solución correcta del sistema.

Una vez concretado el método de cálculo numérico que emplearemos, debemos adoptar un criterio de convergencia que por una parte proporcione la suficiente precisión en la solución final y que por otra no suponga un incremento considerable en el tiempo de cálculo. En general, se exige que el incremento relativo de una o varias magnitudes entre dos iteraciones sucesivas no supere un cierto valor suficientemente pequeño denominado tolerancia, valor que nos dará además una idea de la precisión con la que se calcula la solución.

### 2.3.2 Aplicación al láser de fibra

La resolución de las ecuaciones de evolución de potencia para el láser de fibra óptica dopada con erbio, se hizo a través de un programa en lenguaje Fortran90 en el que se resolvía por métodos numéricos, y tal y como describiremos en este apartado, el sistema de ecuaciones determinado por (2.1), (2.4), (2.7)-(2.11), (2.17)-(2.19) y (2.25). Este programa está basado en otro que fue desarrollado para amplificadores, dentro de nuestro grupo de investigación [29], y que fue comprobado y verificado para distintos tipos de fibras, contrastando además los resultados con otros grupos de investigación a través del grupo de trabajo “*Active fibres and amplifiers*” del proyecto europeo de investigación COST-241. Los detalles de realización y desarrollo de este programa se encuentran ampliamente expuestos en [29] y aquí simplemente daremos cuenta de los aspectos más importantes.



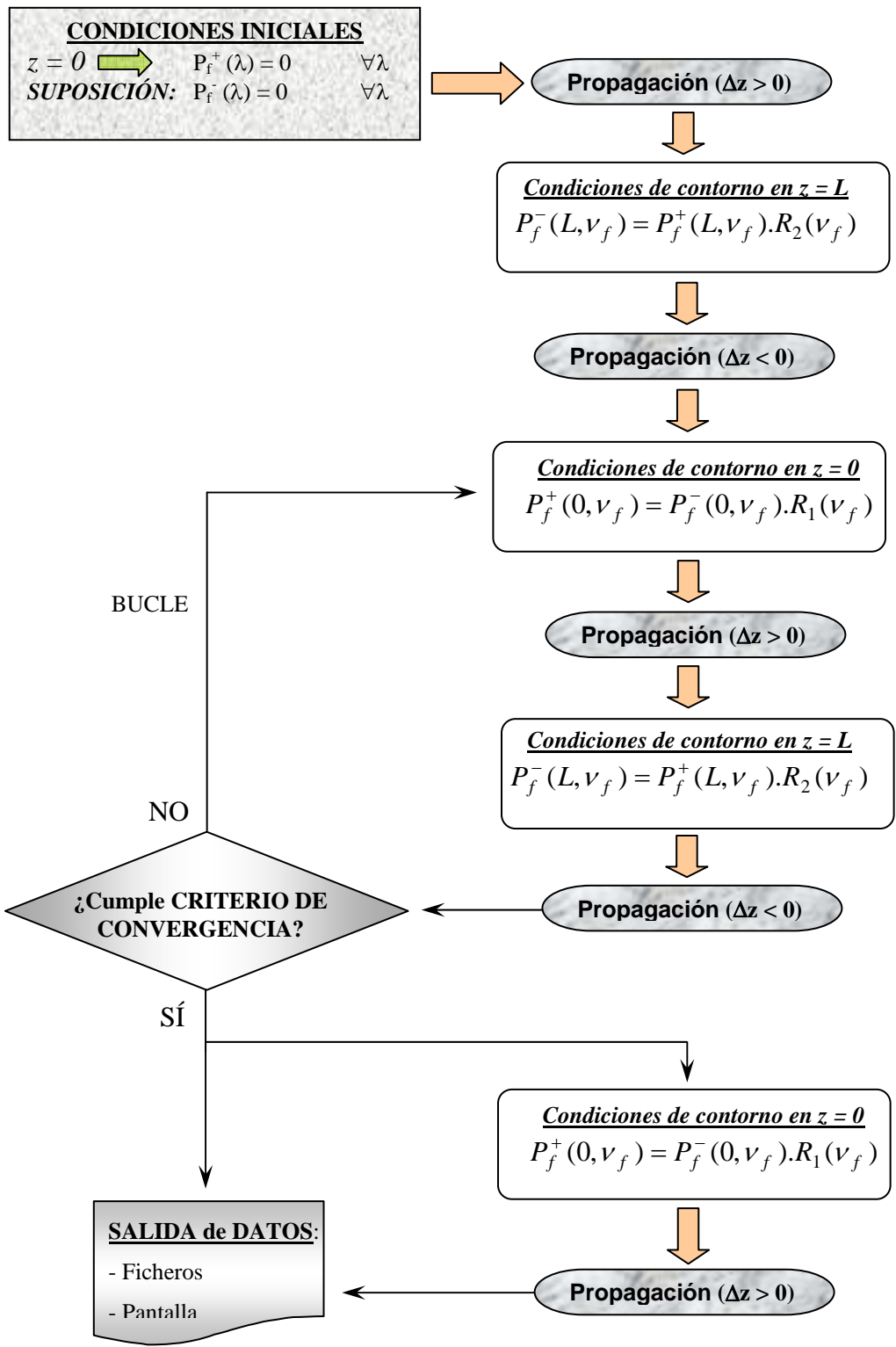


Figura 2.5: Esquema de funcionamiento del programa que resuelve por métodos numéricos las ecuaciones de evolución de las potencias.

Como punto de partida explicaremos la aplicación del método de relajación al caso del láser. De esta forma, tenemos que en  $z = 0$  la potencia de fluorescencia copropagante es nula para todo el espectro y las potencias de bombeo y de señal son conocidas. En cambio, desconocemos el valor de la fluorescencia contrapropagante en ese punto, así a priori, podríamos suponerla también nula para todos los canales del espectro. Resolvemos con esta premisa las ecuaciones de propagación a lo largo de la fibra dopada, y de esta manera en  $z = L$  obtendremos unos valores para las potencias que serán inexactos debido a la suposición totalmente falsa hecha en  $z = 0$  para la ASE contrapropagante. Imponemos entonces la condición de contorno en este punto,  $P_f^-(L, \nu_f) = P_f^+(L, \nu_f) \cdot R_2(\nu_f)$ , y resolvemos de nuevo las ecuaciones de propagación, pero ahora en el sentido inverso hasta llegar a  $z = 0$ , donde aplicaremos la condición de contorno  $P_f^+(0, \nu_f) = P_f^-(0, \nu_f) \cdot R_1(\nu_f)$ . En este momento ya tenemos valores aproximados para todas las potencias que intervienen, tanto al principio como al final de la fibra, por lo que podemos aplicar un bucle iterativo de idas y vueltas que concluirá cuando se cumpla el criterio de convergencia, del que más adelante hablaremos (ver Figura 2.5). Debemos reseñar que la inclusión en  $z = 0$  de otros valores para la ASE contrapropagante que no sean nulos, no conlleva más que un incremento o disminución del número de iteraciones del programa de cálculo, y que desde luego en ningún caso se produce una alteración de la solución final.

Para la resolución de las ecuaciones de propagación (2.18), (2.19) y (2.25), debemos en primer lugar dividir la longitud de fibra dopada en pequeños intervalos  $\Delta z$ , y aplicar alguno de los numerosos métodos numéricos que existen [27, 28, 30, 31], para calcular en un punto  $z_{n+1} = z_n + \Delta z$  los valores de las potencias a partir de sus valores y los de sus derivadas en el punto  $z_n$ . La elección del número de puntos es muy importante, ya que para que los métodos que utilizemos sean suficientemente precisos,  $\Delta z$  debe ser pequeño, pero por otro lado teniendo en cuenta las numerosas idas y vueltas que hay que hacer sobre el sistema, un número de puntos muy alto elevaría considerablemente el tiempo de cálculo. En nuestro caso y tras probar con varios valores, finalmente se escogió 70 puntos por metro como valor definitivo.

Por otra parte, la precisión que obtengamos será mayor cuanto mayor sea el orden del método elegido para la integración axial. Si el orden es mayor que uno, la mayoría de los métodos pueden dividirse en dos grupos: paso a paso y multipaso. En los primeros, calculamos el valor de la solución en un punto a partir del valor en un punto anterior, mientras que en los multipaso lo calculamos fijándonos en un número de puntos anteriores igual al orden del método. Para un orden determinado la precisión es similar en ambos casos, pero los métodos multipaso son bastante más rápidos. Esto es debido a que los métodos paso a paso necesitan evaluar derivadas en puntos intermedios mientras que los multipaso utilizan valores que ya han sido evaluados en puntos anteriores. La “desventaja” de estos métodos es que necesitan conocer la solución en un número de puntos igual al orden del método para poder empezar a aplicarlos. Este inconveniente se soluciona fácilmente escogiendo un método paso a paso apropiado (del mismo orden que el multipaso) y combinándolos.

Dentro de los métodos paso a paso, los más utilizados son los conocidos como métodos de Runge-Kutta. Esta denominación engloba un conjunto de métodos de distintos órdenes, por ejemplo, el método de Euler es un método Runge-Kutta de orden uno, el método de Heun lo es de orden dos y el Runge-Kutta-Fehlberg de orden cinco [28]. Aunque también existen de orden seis e incluso superiores, normalmente con el de orden cuatro se alcanza la precisión suficiente.

En cuanto a los métodos multipaso, existe también una amplia gama, como por ejemplo el método de Adams [28] de orden tres y los métodos de Milne, Hamming y Adams-Moulton [27], [28], de orden cuatro. Estos tres últimos pertenecen al grupo de los denominados de “predicción-corrección” por calcular en primer lugar un valor aproximado de la solución y luego hacer una corrección sobre ese valor aumentando considerablemente la precisión. Existen además métodos modificados de Milne y Hamming, con una etapa intermedia entre las de estimación y corrección, que dan una precisión incluso superior, pero que nosotros no necesitamos y cuyo uso supondría un incremento del tiempo de cálculo. De entre todos los aquí comentados elegimos el método multipaso Hamming no modificado combinado con el método Runge-Kutta de orden cuatro.

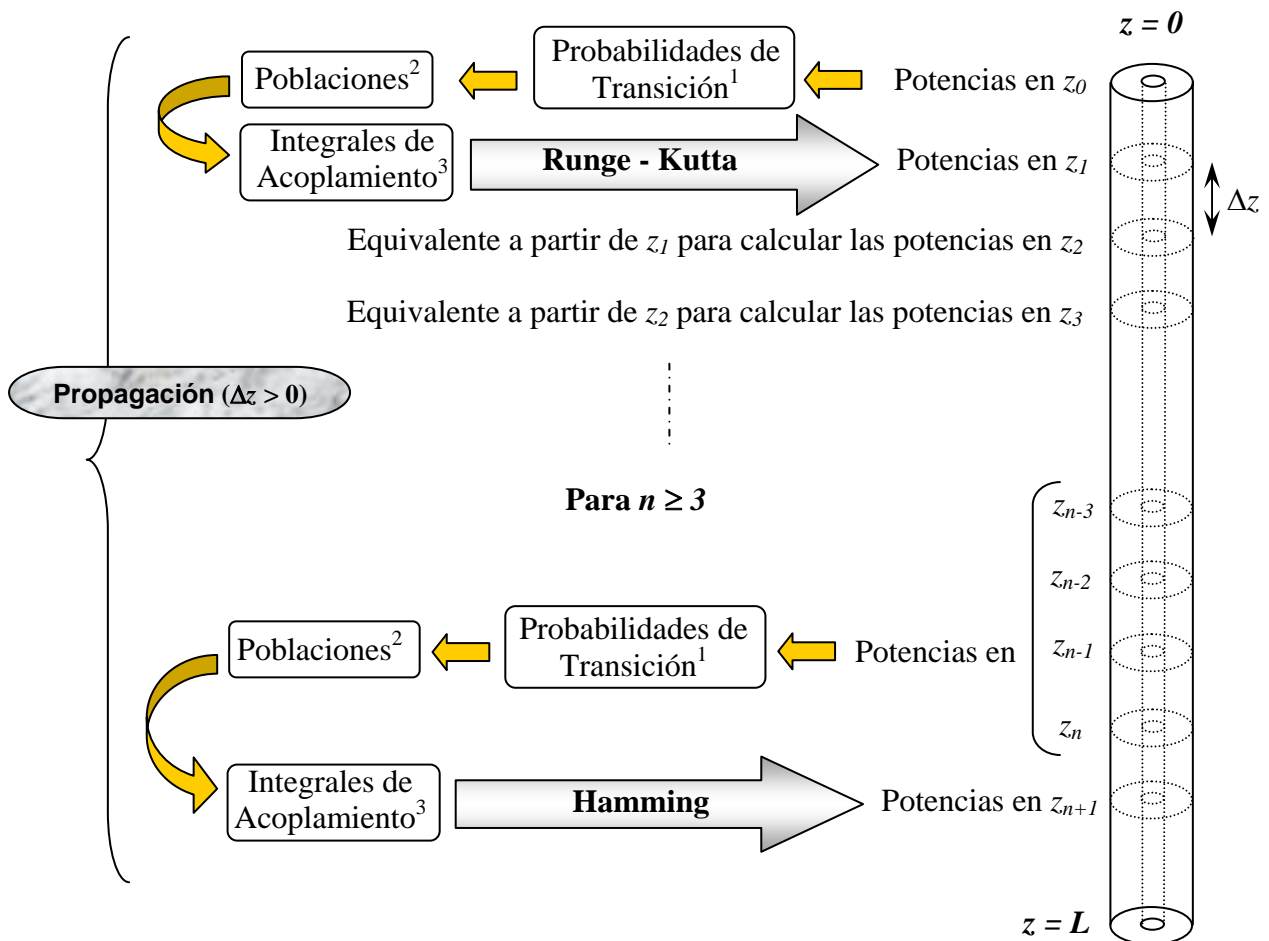
Hasta el momento, no se han expuesto los problemas que puede plantear la resolución de los términos de acoplamiento dados por la ecuación (2.17). En ellos debemos calcular la distribución modal de potencia  $\Psi(r, \varphi, \nu)$ , las poblaciones  $N_i(r, \varphi, \nu)$  e integrar sobre el área transversal. La distribución modal de potencia varía con el tipo de fibra óptica y con el tipo de propagación que consideremos, y aunque el programa en su origen (para amplificadores) se desarrolló también para fibras con perfil de índice arbitrario, aquí nos centraremos en fibras ópticas de núcleo circular con perfil salto de índice y propagación monomodo, puesto que son las más habituales [32, 33]; sabiendo además, que incluso para el caso en que una fibra tiene otro perfil, es posible encontrar un perfil salto de índice equivalente [23]. La ventaja principal de este tipo de distribución es que la solución del perfil modal de potencia es analítica y no depende de la coordenada  $\varphi$  [33].

Una vez determinada la distribución modal normalizada de potencia, el cálculo de las poblaciones es inmediato (ecuaciones (2.4) y (2.7)), obteniendo previamente las probabilidades de transición a través de las ecuaciones (2.8) a (2.11), (ver Figura 2.6). Ya sólo resta ocuparnos de la integración transversal, que como vamos a ver resulta una tarea bastante sencilla si tenemos en cuenta algunas consideraciones. Siguiendo con la suposición de simetría axial, consideraremos que la concentración de iones de erbio es independiente de la coordenada  $\varphi$  y que por consiguiente lo son también las poblaciones [2, 25, 26, 32-34]. Además, por la relación que existe entre la concentración de iones de erbio y el índice de refracción, podemos aceptar que la concentración no tiene valores apreciables fuera del núcleo de la fibra [2, 10, 34-37]. Teniendo en cuenta estas aproximaciones, y denominando  $\rho$  al radio del núcleo, podemos transformar la ecuación (2.17) en:

$$N_i(z, \nu) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\rho r dr \Psi(r, \nu) N_i(z, r) = 2\pi \int_0^\rho r dr \Psi(r, \nu) N_i(z, r) \quad i = 1, 2 \quad (2.30)$$

Nos queda por tanto, a partir de una integral de superficie una integral unidimensional bastante simplificada, a pesar de lo cual habrá de ser integrada por métodos numéricos. De todos los métodos que existen para integrar numéricamente [27, 28, 30, 31], elegimos las fórmulas extendidas de Newton-Cotes, por ser rápidas y suficientemente precisas

debido a la suavidad de la función a integrar. Al igual que en el caso de la integración axial, debemos dividir el radio de la fibra en  $N$  puntos para proceder a la integración numérica. Como dentro de las fórmulas extendidas de Newton-Cotes existen varios submétodos, para elegir el apropiado se escoge una función de prueba, en nuestro caso  $r\Psi(r, \nu)$ , de la que conocemos la solución analítica y por tanto podemos estimar el error relativo que estamos cometiendo. Integrando ahora según varios de los submétodos, y exigiendo un error relativo inferior a  $10^{-4}$ , el que menor número de puntos necesita es el de la regla de Simpson [28] (método de orden tres), el cual necesitaba  $N = 21$  puntos.



**Figura 2.6:** Esquema de la resolución de las ecuaciones de propagación (2.18), (2.19) y (2.25) en el sentido positivo el eje axial.

<sup>1</sup> Usando ecuaciones (2.1) y (2.8) a (2.11).

<sup>2</sup> Usando ecuaciones (2.4) y (2.7).

<sup>3</sup> Usando ecuación (2.17).

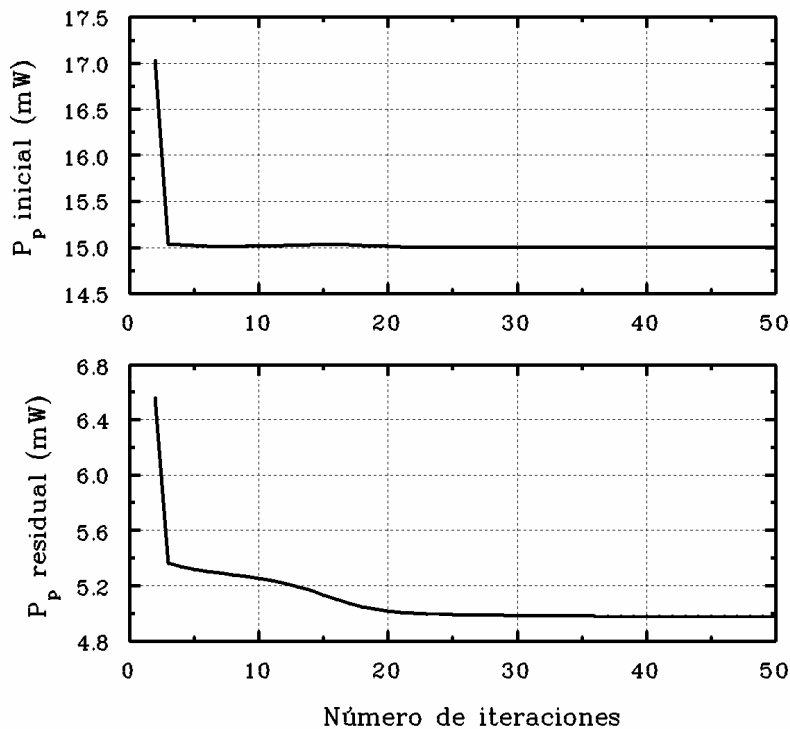
El último aspecto que resta por discutir, es el concerniente a la convergencia del programa de cálculo. Para ello, debemos afrontar dos tareas fundamentales: en primer lugar la elección del propio criterio de convergencia, y en segundo lugar la exigencia a la que lo sometemos, que vendrá determinada en general por una variable denominada tolerancia. En los programas en los que se utiliza el método de relajación, los criterios de convergencia más usuales consisten en observar el incremento relativo de una o varias magnitudes en sucesivas idas y vueltas, tal y como fue descrito en el Apartado 2.3, por lo que tendremos que elegir entre utilizar la potencia de bombeo, la potencia de señal o la potencia de fluorescencia.

No podemos tomar la potencia de señal como referencia ya que no siempre se incluye en un montaje de láser y buscamos, ante todo, generalidad. Si tomamos la potencia de bombeo ocurre que, por un lado no podemos considerar los incrementos relativos en  $z = 0$ , puesto que en ese punto el valor lo imponemos nosotros y es prácticamente constante desde el inicio, y por otro lado el bombeo residual (única opción que nos queda) es muy estable para cambios apreciables de las condiciones del sistema, con lo que incluso para valores de la tolerancia muy pequeños converge rápidamente y mucho antes de que el sistema alcance el estado final estacionario.

Si representamos para una configuración láser arbitraria ( $P_p(0) = 15 \text{ mW}$ ,  $L = 16 \text{ m}$ ,  $R_1 = R_2 = 0.5$ ) la evolución de las potencias de bombeo con el número de iteraciones que efectúa el programa de cálculo, podemos comprobar este hecho. Así, si nos fijamos en la Figura 2.7 observamos cómo el bombeo introducido permanece inalterado, salvo alguna pequeña fluctuación, desde la iteración número 3, y que lo mismo ocurre con el bombeo residual a partir de la iteración 25. Aunque este dato a priori pueda no significar nada, más adelante comprobaremos que el equilibrio estacionario del sistema se alcanza aproximadamente sobre la iteración número 1 200 para esta misma configuración.

Así pues, debemos tomar la potencia de fluorescencia como indicador de la situación en la que se encuentra el sistema conforme evoluciona el programa de cálculo. Esto plantea nuevas incógnitas, puesto que la potencia de fluorescencia no se puede considerar

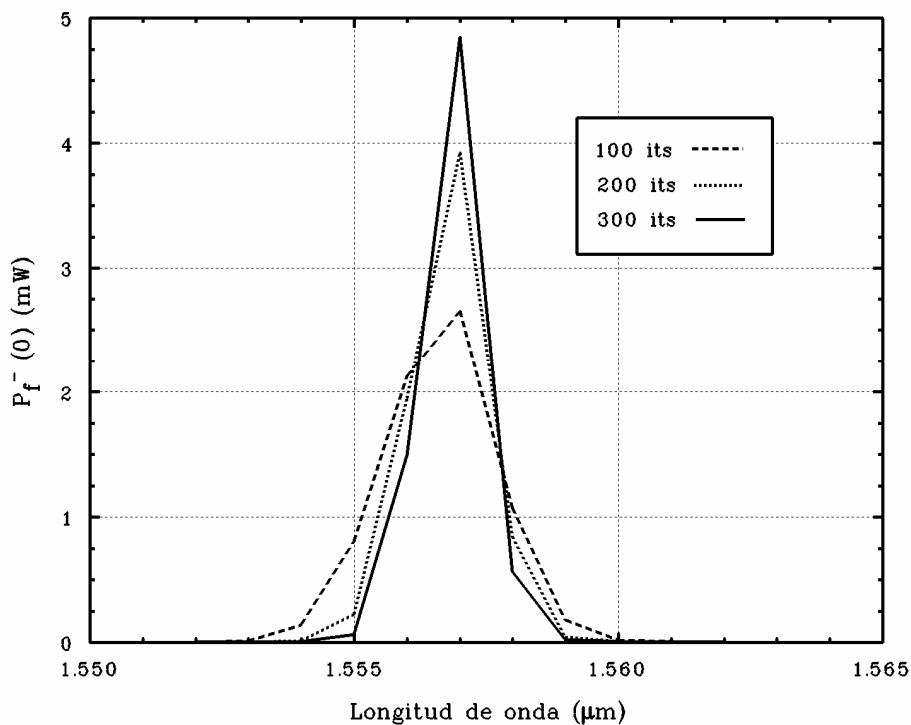
monocromática como sucedía con la potencia de señal o de bombeo. Debemos por consiguiente decidir ahora si los incrementos relativos de la potencia de fluorescencia se tomarán para una determinada longitud de onda, para varias o para todo el espectro. Para ello sería conveniente ver la evolución del espectro de fluorescencia conforme aumenta el número de iteraciones, puesto que eso nos ayudaría a decantarnos por una u otra opción.



**Figura 2.7:** Evolución de la convergencia de la potencia de bombeo, tanto inicial como residual según el número de iteraciones que efectúa el programa de cálculo.

Esto es lo que se muestra en la Figura 2.8 donde observamos la evolución del espectro de la potencia de fluorescencia contrapropagante al inicio de la fibra dopada. Conforme aumenta el número de iteraciones, el espectro se va estrechando y adopta cada vez más la forma espectral de un láser, de manera que al final el pico tendrá una anchura de 1 nanómetro, por ser ésta la anchura que hemos tomado para los canales de fluorescencia en el cálculo. El área bajo las tres curvas es muy similar, y por tanto no parece un buen criterio elegir la suma de los incrementos relativos de cada longitud de onda, sí lo parece en cambio

elegir una única longitud de onda siempre y cuando ésta sea la de oscilación láser o alguna de las inmediatamente adyacentes, pues en ellas se aprecia una variación considerable en el valor de la potencia. Sin embargo, y puesto que buscamos la opción más general, éste no puede ser un buen criterio ya que dependiendo de las características de la configuración láser, (longitud de fibra dopada, pérdidas en la cavidad...), la longitud de onda de oscilación variará.



**Figura 2.8:** Espectro de la potencia de fluorescencia contrapropagante en  $z = 0$  para 100, 200 y 300 iteraciones del programa de cálculo. La configuración láser es la siguiente:  $P_p(0) = 15$  mW,  $L = 16$  m y reflexión 0.5 para ambos espejos.

Para asegurarnos, tomaremos el criterio más exigente: buscaremos de entre todos los canales de la potencia de fluorescencia aquél que en cada iteración sufra un incremento relativo mayor, y exigiremos que esa diferencia sea inferior a la tolerancia. De esta forma nos cercioramos de que para el resto de longitudes de onda la diferencia relativa siempre es menor que la tolerancia. La búsqueda en cada iteración de la longitud de onda en la que se produce el máximo incremento conlleva un aumento en el tiempo de cálculo, pero de otra manera restamos generalidad al programa y éste habría de ser modificado para cada configuración láser.



Concluiremos este apartado explicando cómo elegimos el valor de la tolerancia y por qué, ya que es una de las tareas más críticas de un programa de cálculo. Sabemos por un lado, que cuanto más pequeña sea la tolerancia mayor será la convergencia, pero por otro, el tiempo de cálculo puede aumentar considerablemente. Además, no tiene sentido exigir una precisión superior a la que pueda tener el método elegido para el cálculo numérico. Por este motivo, vamos a estudiar cómo influye en algunas configuraciones láser la elección del valor de la tolerancia y a partir de allí tomaremos una determinación.

Todas las configuraciones que presentaremos, tendrán una potencia de bombeo de entrada de 15 mW y una longitud de fibra dopada de 16 m, pero se diferenciarán en los factores de reflexión (0.2, 0.5 y 0.9) que tomaremos iguales para ambos espejos. En estas condiciones de cavidad simétrica, podemos considerar en buena aproximación (como veremos más adelante en el Capítulo 4), que  $P_f^-(0) = P_f^+(L)$ , y por tanto también que  $P_f^+(0) = P_f^-(L)$  sin más que aplicar (2.26) y (2.27).

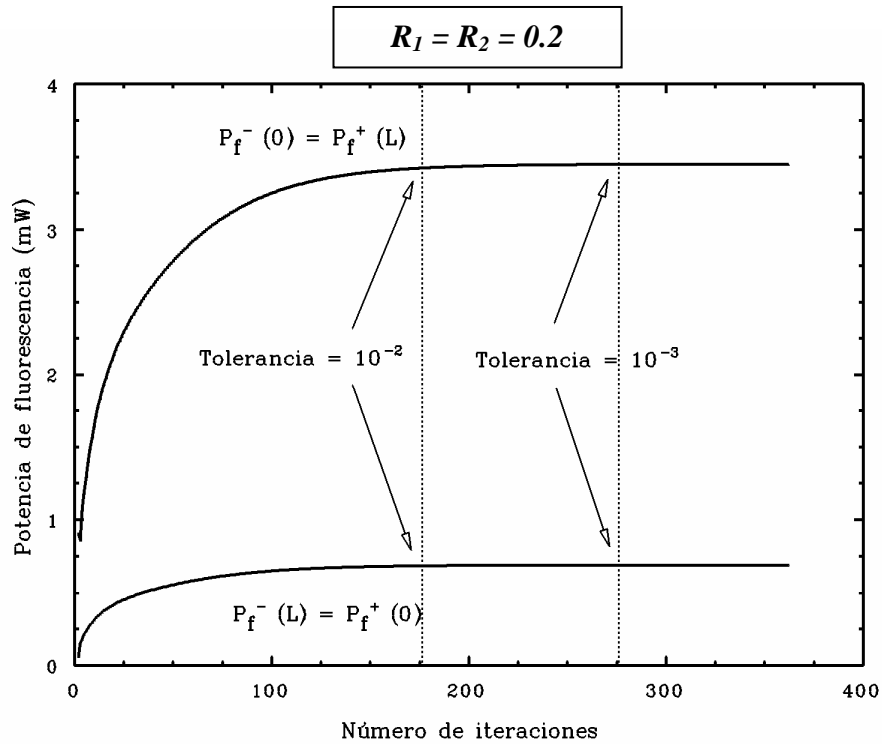
En las páginas siguientes se muestran dos tipos de gráficas referentes a estas configuraciones, donde se tomó siempre como valor de la tolerancia  $10^{-4}$ . En la mitad de ellas, (Figuras 2.9, 2.11 y 2.13) se representa la variación con el número de iteraciones de la potencia de fluorescencia en la longitud de onda del pico de emisión láser, que constituye una forma de ver la evolución de la convergencia. En estas gráficas se indica además dónde se detendría el programa de cálculo si hubiéramos elegido como valor de la tolerancia  $10^{-2}$  ó  $10^{-3}$ . En el resto de figuras (2.10, 2.12 y 2.14) se representan los espectros de fluorescencia para ciertos números de iteraciones concretos, correspondientes a los valores de tolerancia antes descritos.

Representamos concretamente el espectro de  $P_f^-(z=0)$ , pero como hemos dicho antes en estas configuraciones con espejos iguales, todas las potencias de fluorescencia están relacionadas por factores sencillos, por lo que era lo mismo representar cualquiera de ellas. Con estas gráficas tenemos una idea de en qué punto de la convergencia nos encontramos y qué solución obtendríamos para la fluorescencia con un valor de tolerancia determinado, y por tanto lo que nos alejamos de la solución más exigente, correspondiente a tolerancia  $10^{-4}$ .

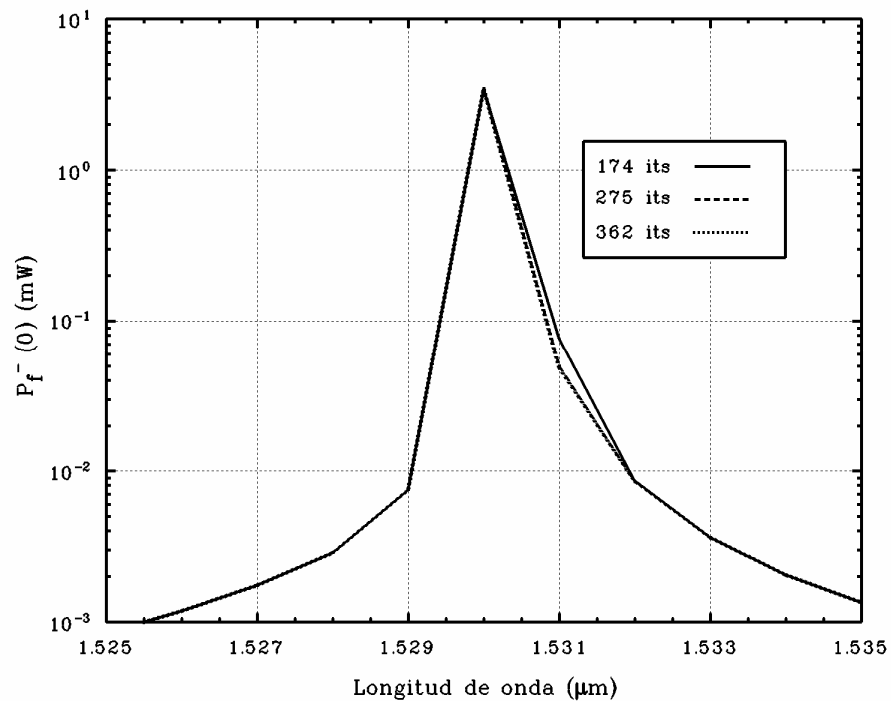
Si desarrollamos los datos numéricos (Tabla 2.1) podemos extraer más rápidamente alguna de las conclusiones. En primer lugar podemos observar que la elección de la tolerancia no supone un riesgo de desviación hacia una solución totalmente falsa, puesto que desde el principio la longitud de onda de oscilación queda bien definida, así como el perfil de la potencia de fluorescencia, a partir de ahí, la disminución de la tolerancia nos ofrece una mejor resolución del perfil a costa de aumentar el tiempo de cálculo. Observamos también que una tolerancia del 1% es suficiente para los casos de reflexiones 0.2 y 0.9, pero no en el caso de un factor de reflexión 0.5, pues tal y como vemos en la Figura 2.11 (y a diferencia de las Figuras 2.9 y 2.13) el programa se detiene antes de llegar a la zona plana de la gráfica, lo que supone un error del 27% si comparamos con el valor correspondiente a tolerancia 0.01% (ver Tabla 2.1). Como no podemos analizar cada caso particular con el que nos encontremos para ver qué tolerancia optimiza precisión y tiempo de cálculo, elegiremos 0.1% como valor definitivo, ya que esto nos asegura un error relativo menor que el 0.3% (ver de nuevo Tabla 2.1).

$R_1=R_2$	Tolerancia	Iteraciones	$\lambda_{\text{láser}}$ (nm)	Potencia para $\lambda_{\text{láser}}$ (mW)	Error relativo (%)
0.2	$10^{-2}$	174	1530	3.420	0.8
0.2	$10^{-3}$	275	1530	3.446	0.06
0.2	$10^{-4}$	362	1530	3.448	-
0.5	$10^{-2}$	312	1557	4.942	28
0.5	$10^{-3}$	1262	1557	6.830	0.3
0.5	$10^{-4}$	1765	1557	6.848	-
0.9	$10^{-2}$	549	1560	41.474	0.2
0.9	$10^{-3}$	873	1560	41.555	0.002
0.9	$10^{-4}$	1067	1560	41.556	-

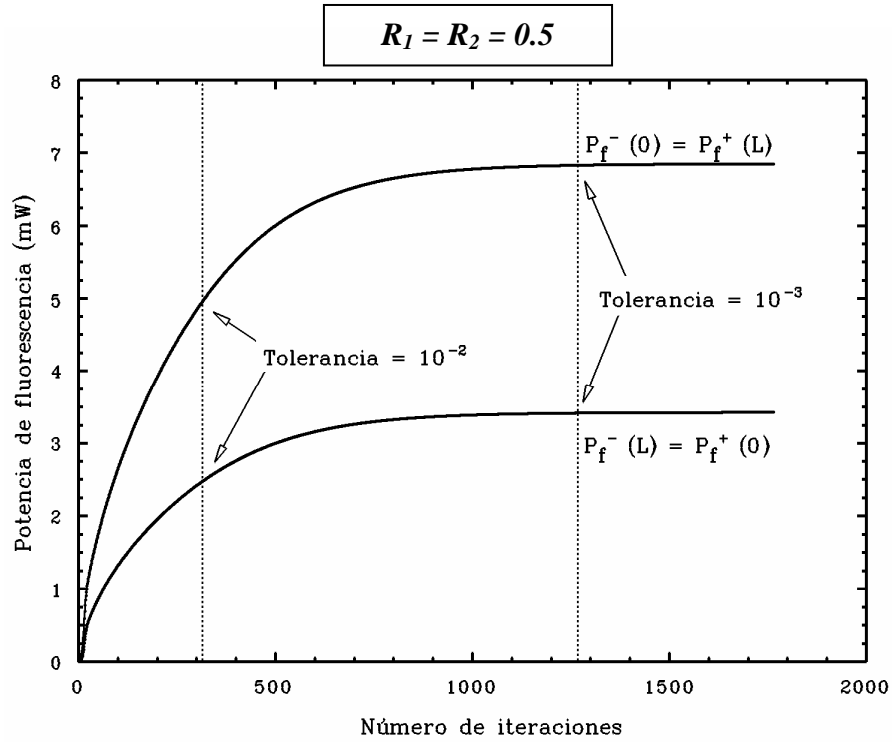
**Tabla 2.1:** Datos más importantes sobre los casos prácticos representados en las gráficas. Los errores relativos han sido calculados a partir de los valores obtenidos para la tolerancia más exigente.



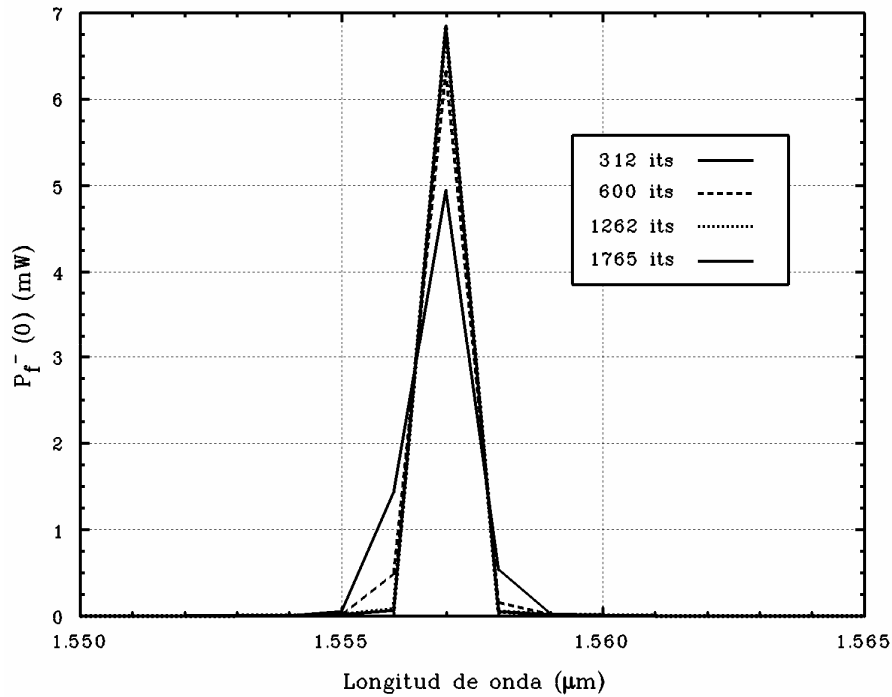
**Figura 2.9:** Potencia de fluorescencia en el pico de emisión láser en función del número de iteraciones. La tolerancia en esta gráfica era  $10^{-4}$ , pero se señala dónde se hubiera parado el programa de cálculo si la tolerancia hubiera sido  $10^{-2}$  ó  $10^{-3}$ .



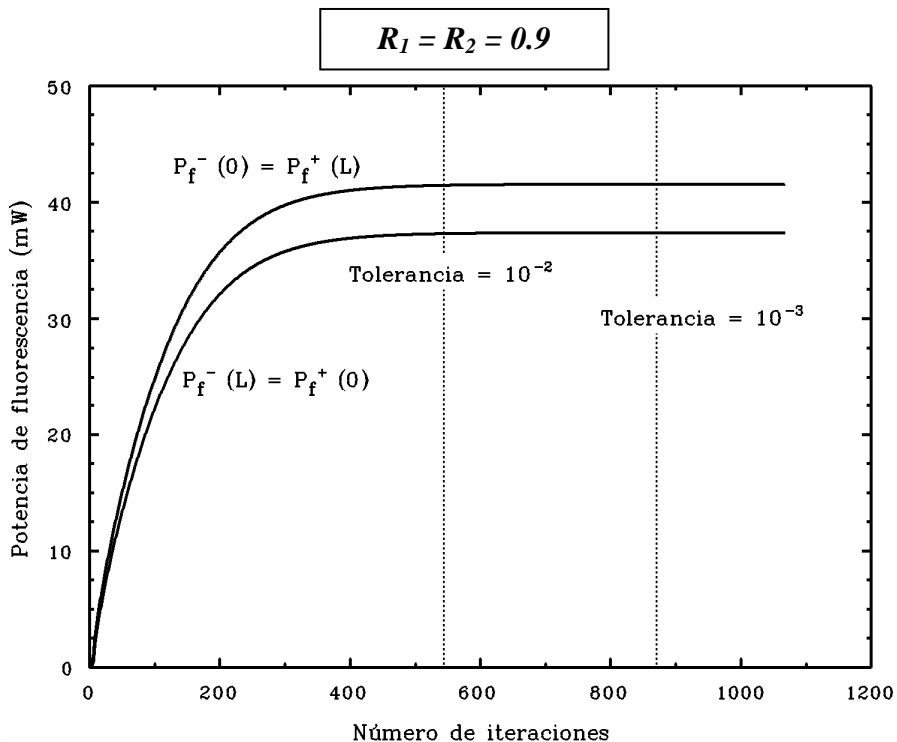
**Figura 2.10:** Espectros de la potencia de fluorescencia contrapropagante en  $z = 0$  para 174, 275 y 362 iteraciones, o lo que es lo mismo tolerancia  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$  y  $10^{-4}$ . (Factor de reflexión de los espejos  $R = 0.2$  y escala logarítmica para apreciar mejor las diferencias).



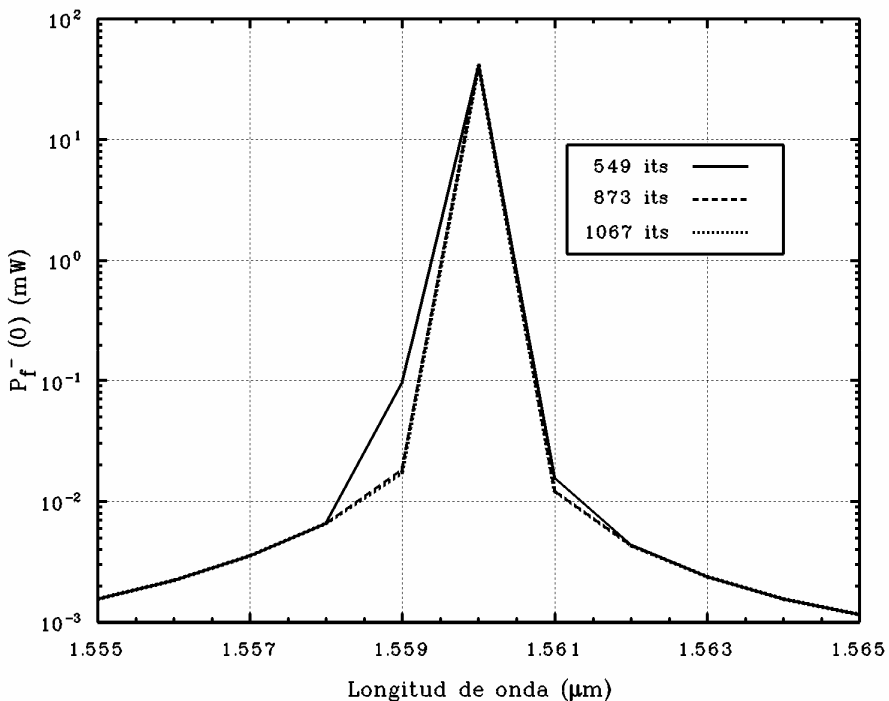
**Figura 2.11:** Potencia de fluorescencia en el pico de emisión láser en función del número de iteraciones. La tolerancia en esta gráfica era  $10^{-4}$ , pero se señala dónde se hubiera parado el programa de cálculo si la tolerancia hubiera sido  $10^{-2}$  ó  $10^{-3}$ .



**Figura 2.12:** Espectros de la potencia de fluorescencia contrapropagante en  $z = 0$  para 312, 1262, 1765 iteraciones (o lo que es lo mismo tolerancia  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$  y  $10^{-4}$ ) y 600 iteraciones. (Factor de reflexión de los espejos  $R = 0.5$ ).



**Figura 2.13:** Potencia de fluorescencia en el pico de emisión láser en función del número de iteraciones. La tolerancia en esta gráfica era  $10^{-4}$ , pero se señala dónde se hubiera parado el programa de cálculo si la tolerancia hubiera sido  $10^{-2}$  ó  $10^{-3}$ .



**Figura 2.14:** Espectros de la potencia de fluorescencia contrapropagante en  $z = 0$  para 549, 873 y 1067 iteraciones, o lo que es lo mismo tolerancia  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$  y  $10^{-4}$ . (Factor de reflexión de los espejos  $R = 0.9$  y escala logarítmica para apreciar mejor las diferencias).

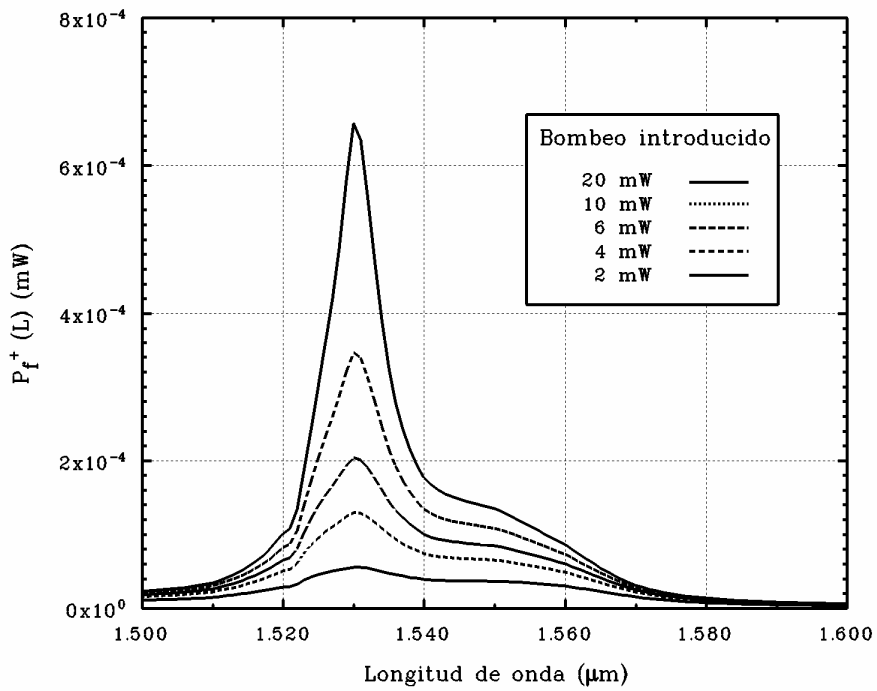
## 2.4 Resultados obtenidos

Una vez resueltos todos los aspectos del programa de cálculo, solamente resta comprobar que ofrece unos resultados compatibles con la teoría de láseres desarrollada en la bibliografía [14, 38], y que lo hace para diversas configuraciones y parámetros. En las páginas siguientes se muestran distintas gráficas con los datos obtenidos a partir del programa de cálculo. Los parámetros iniciales tanto de la fibra como de cálculo que hemos tomado en estas simulaciones, se muestran en la Tabla 2.2:

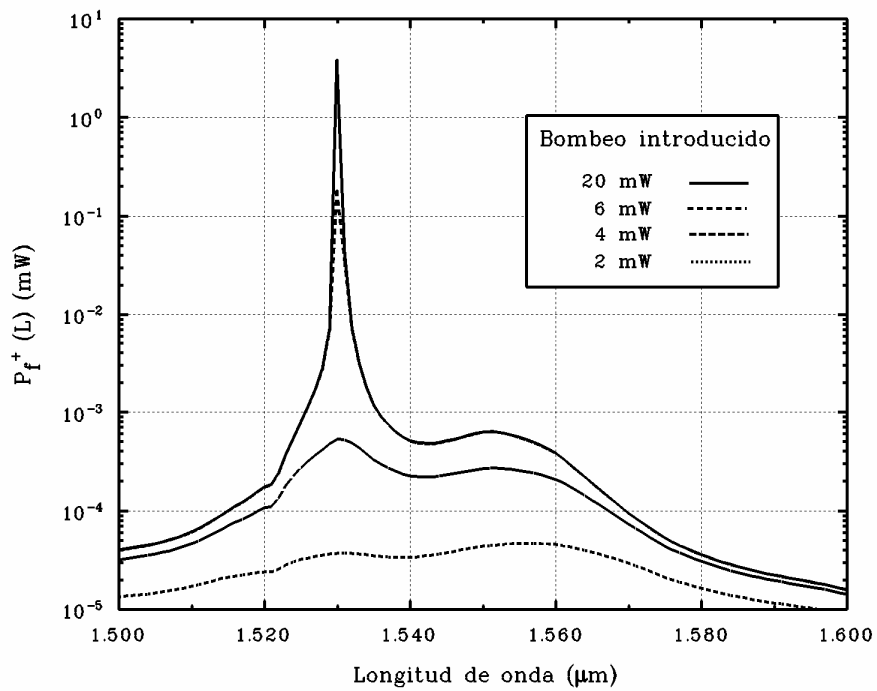
<b>Apertura numérica</b>	<b>0.17</b>
<b>Radio del núcleo</b>	<b>1.9 <math>\mu\text{m}</math></b>
<b>Concentración</b>	<b><math>2.4 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}</math></b>
<b>Vida media del nivel 2</b>	<b>10.5 ms</b>
<b>Longitud de onda de corte</b>	<b>950 nm</b>
<b>Longitud de onda de bombeo</b>	<b>1480 nm</b>
<b>Resolución espectral</b>	<b>1 nm</b>
<b>Tolerancia</b>	<b><math>10^{-3}</math></b>

**Tabla 2.2:** Parámetros utilizados en los cálculos numéricos.

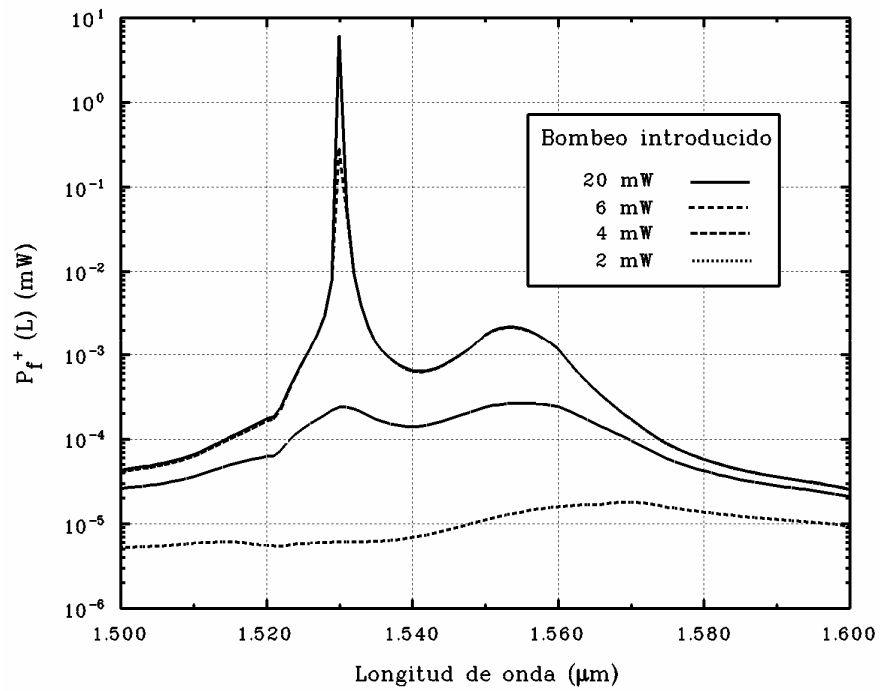
Para las Figuras 2.15 a 2.26, hemos elegido de nuevo las tres configuraciones del apartado anterior con un 20%, un 50% y un 90% de factor de reflexión en los dos espejos. Los espectros se muestran en la mayoría de los casos en escala logarítmica, para que los elevados picos de emisión láser no enmascaren los espectros que se obtienen para bombeos por debajo de la potencia umbral. No se representan los dos tipos de fluorescencia (copropagante y contrapropagante), puesto que en estas configuraciones que podemos catalogar de *simétricas*, los espectros de fluorescencia son similares en ambos casos, como ya hemos comentado en el Apartado 2.3, sobre todo por encima del umbral de oscilación.



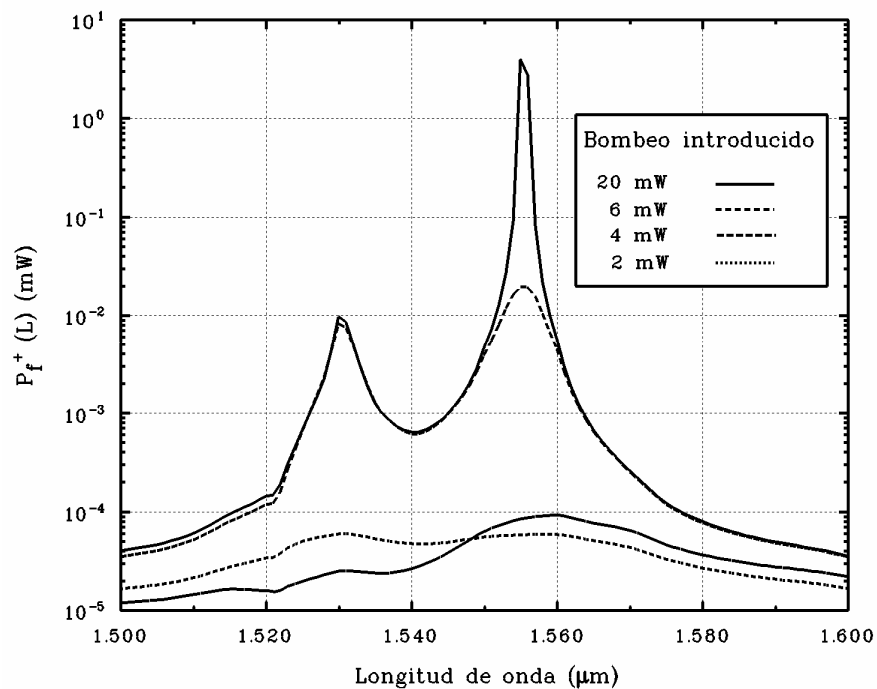
**Figura 2.15:** Espectros de potencia de fluorescencia copropagante en una configuración con espejos **20% - 20%** para distintas potencias de bombeo y una longitud de fibra dopada  $L = 4 \text{ m}$ . (Escala lineal al no haber oscilación láser ni con 20 mW de bombeo).



**Figura 2.16:** Espectros de potencia de fluorescencia copropagante en una configuración con espejos **20% - 20%** para distintas potencias de bombeo y una longitud de fibra dopada  $L = 12 \text{ m}$ . (Escala logarítmica).

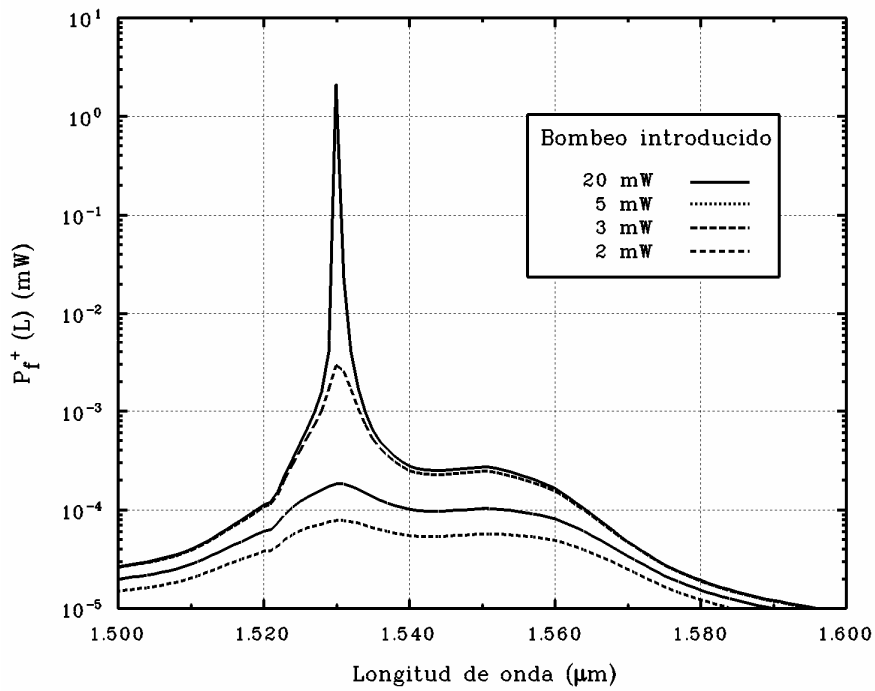


**Figura 2.17:** Espectros de potencia de fluorescencia copropagante en una configuración con espejos **20% - 20%** para distintas potencias de bombeo y una longitud de fibra dopada  $L = 20 \text{ m}$ . (Escala logarítmica).

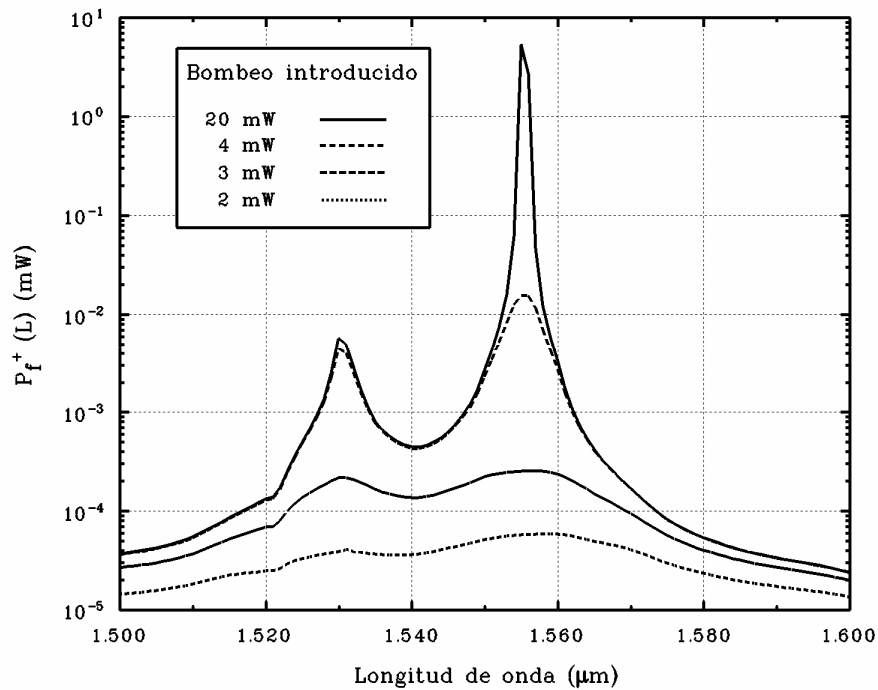


**Figura 2.18:** Espectros de potencia de fluorescencia copropagante en una configuración con espejos **20% - 20%** para distintas potencias de bombeo y una longitud de fibra dopada  $L = 28 \text{ m}$ . (Escala logarítmica).

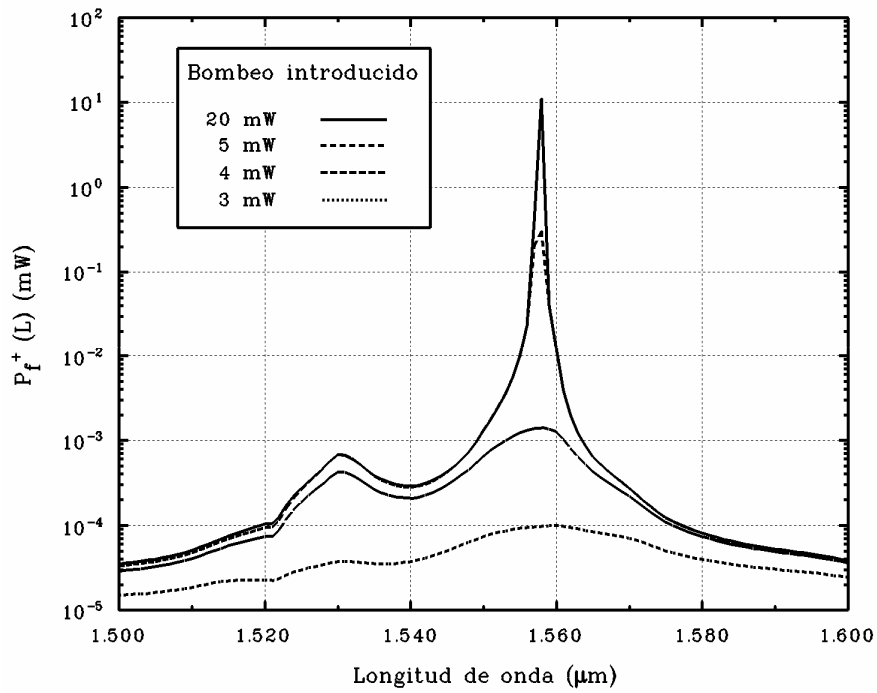




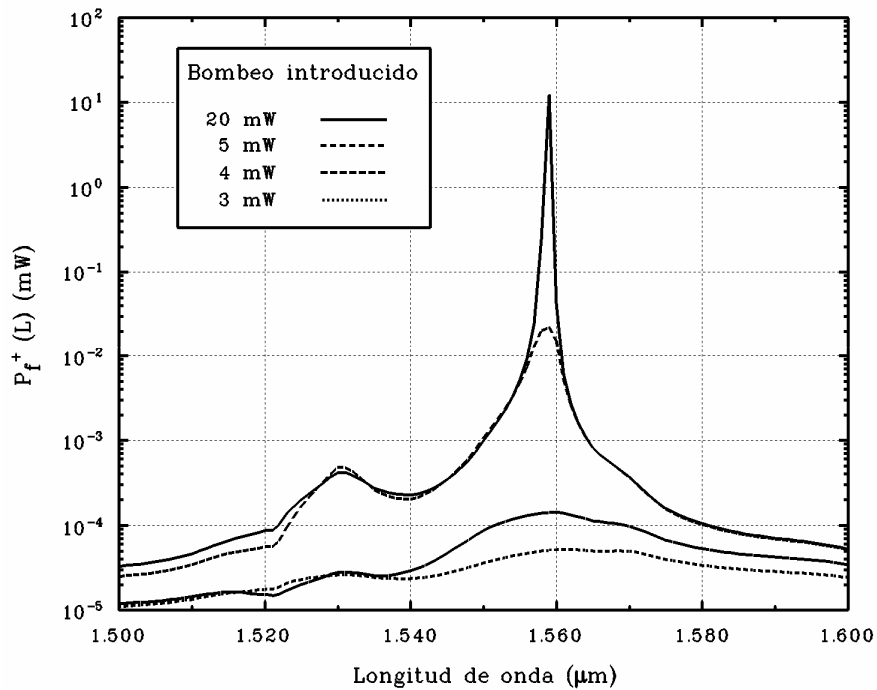
**Figura 2.19:** Espectros de potencia de fluorescencia copropagante en una configuración con espejos 50% - 50% para distintas potencias de bombeo y una longitud de fibra dopada  $L = 4 \text{ m}$ . (Escala logarítmica).



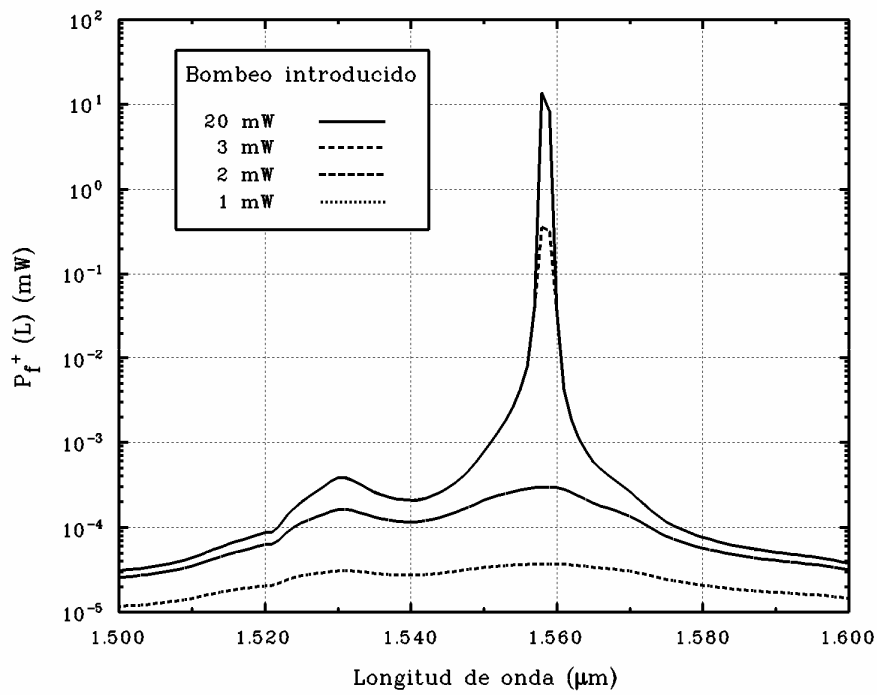
**Figura 2.20:** Espectros de potencia de fluorescencia copropagante en una configuración con espejos 50% - 50% para distintas potencias de bombeo y una longitud de fibra dopada  $L = 12 \text{ m}$ . (Escala logarítmica).



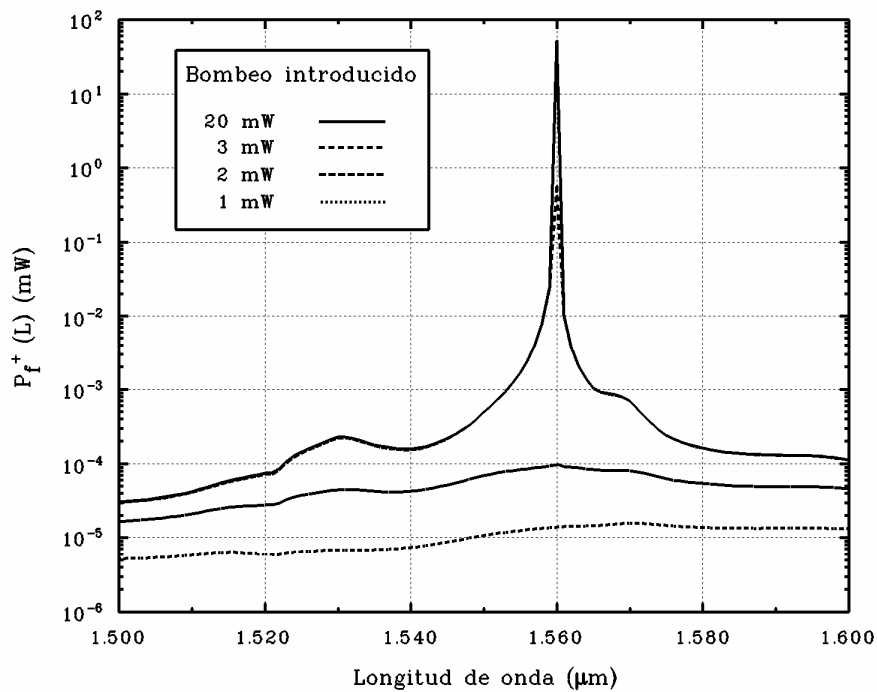
**Figura 2.21:** Espectros de potencia de fluorescencia copropagante en una configuración con espejos 50% - 50% para distintas potencias de bombeo y una longitud de fibra dopada  $L = 20 \text{ m}$ . (Escala logarítmica).



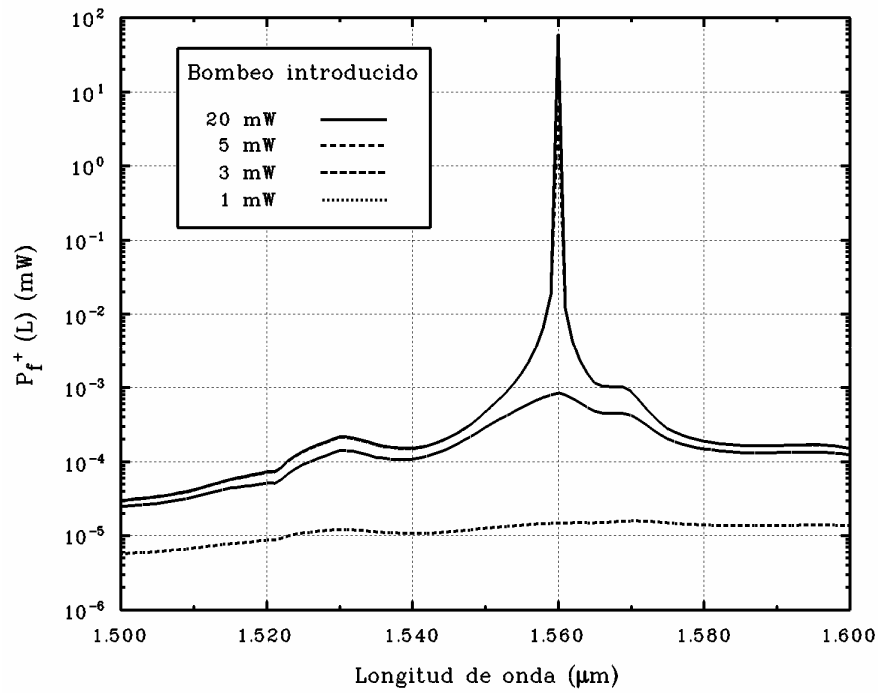
**Figura 2.22:** Espectros de potencia de fluorescencia copropagante en una configuración con espejos 50% - 50% para distintas potencias de bombeo y una longitud de fibra dopada  $L = 28 \text{ m}$ . (Escala logarítmica).



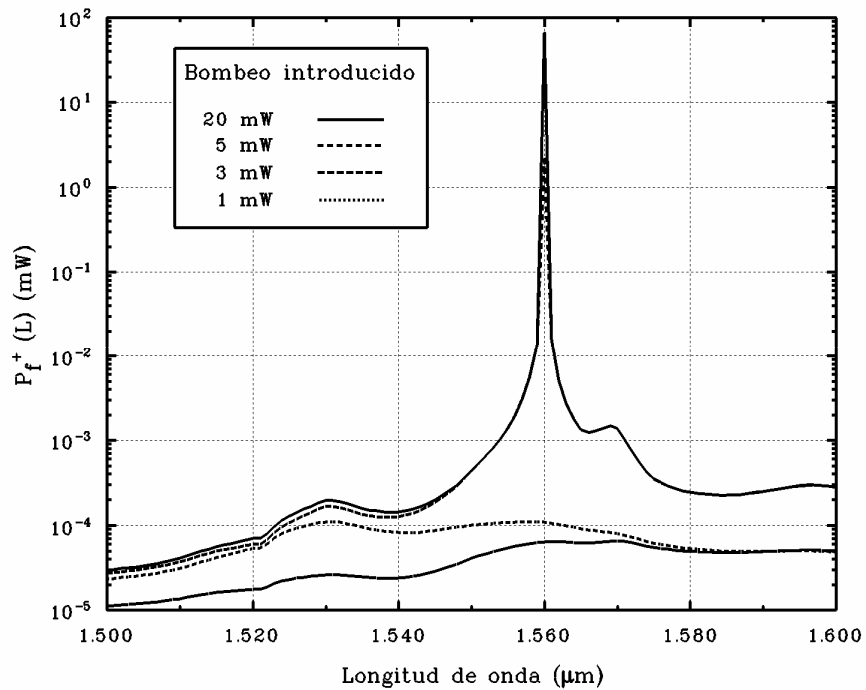
**Figura 2.23:** Espectros de potencia de fluorescencia copropagante en una configuración con espejos **90% - 90%** para distintas potencias de bombeo y una longitud de fibra dopada  $L = 4 \text{ m}$ . (Escala logarítmica).



**Figura 2.24:** Espectros de potencia de fluorescencia copropagante en una configuración con espejos **90% - 90%** para distintas potencias de bombeo y una longitud de fibra dopada  $L = 12 \text{ m}$ . (Escala logarítmica).

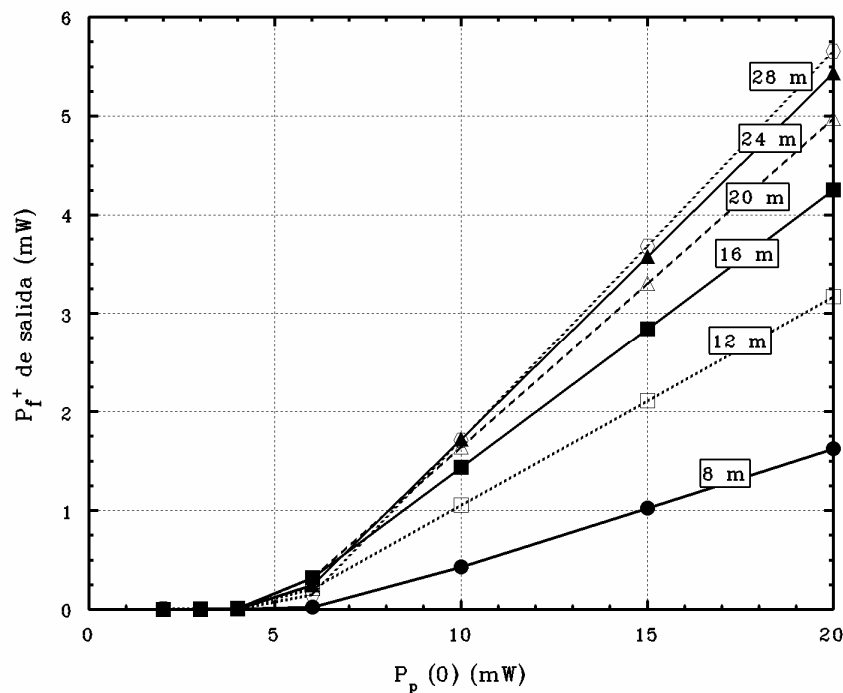


**Figura 2.25:** Espectros de potencia de fluorescencia copropagante en una configuración con espejos 90% - 90% para distintas potencias de bombeo y una longitud de fibra dopada  $L = 20 \text{ m}$ . (Escala logarítmica).

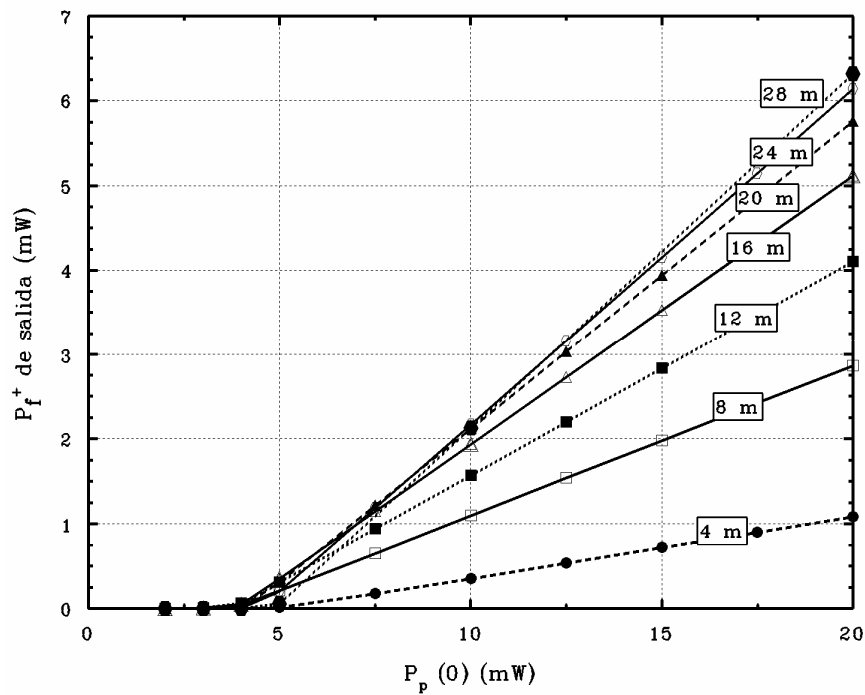


**Figura 2.26:** Espectros de potencia de fluorescencia copropagante en una configuración con espejos 90% - 90% para distintas potencias de bombeo y una longitud de fibra dopada  $L = 28 \text{ m}$ . (Escala logarítmica).

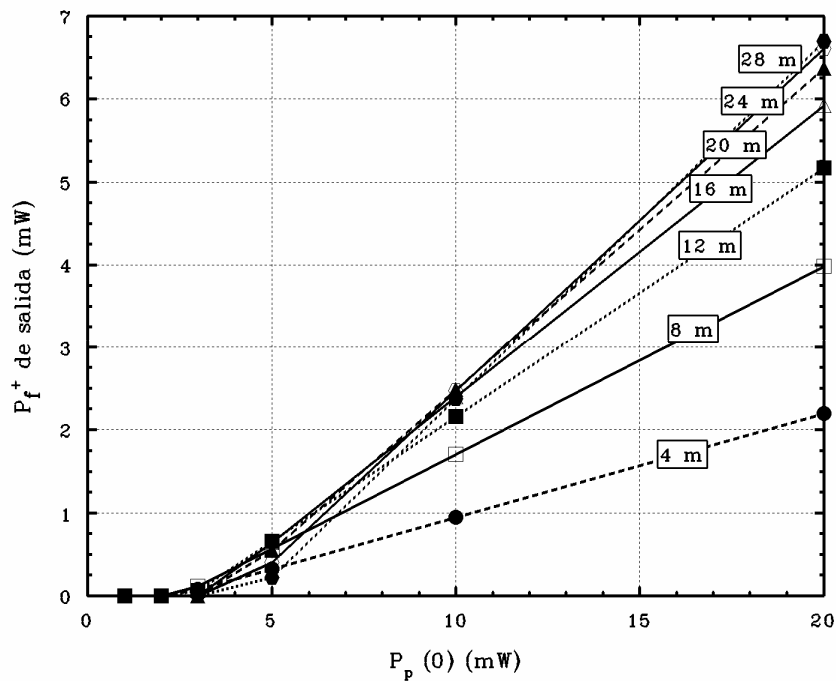
Sumando la potencia de fluorescencia para todo el espectro y representándola en función de la potencia de bombeo, obtendremos las típicas gráficas representativas de los láseres [14, 38]. Estas gráficas se componen *grosso modo* de dos líneas rectas; la primera es de pendiente muy baja, (ya que nos encontramos por debajo del umbral) y nos informa de que a mayor potencia de bombeo, mayor es la potencia de fluorescencia. La segunda recta es de pendiente mayor, ya que nos encontramos en la zona de oscilación láser, y a partir de ella podemos obtener con facilidad el umbral (corte con el eje de abscisas) y la eficiencia (pendiente de la recta) de nuestra cavidad láser. En las Figuras 2.27, 2.28 y 2.29 se representan estas curvas para las cavidades anteriormente mencionadas 20%-20%, 50%-50% y 90%-90%. También se han hecho simulaciones para cavidades asimétricas, que representamos en las Figuras 2.30, 2.31, 2.32 y 2.33, donde se muestran las rectas correspondientes a cavidades 20%-50% y 90%-50% dibujando por separado la fluorescencia copropagante y la contrapropagante, ya que en estos casos la diferencia entre ellas es ostensible.



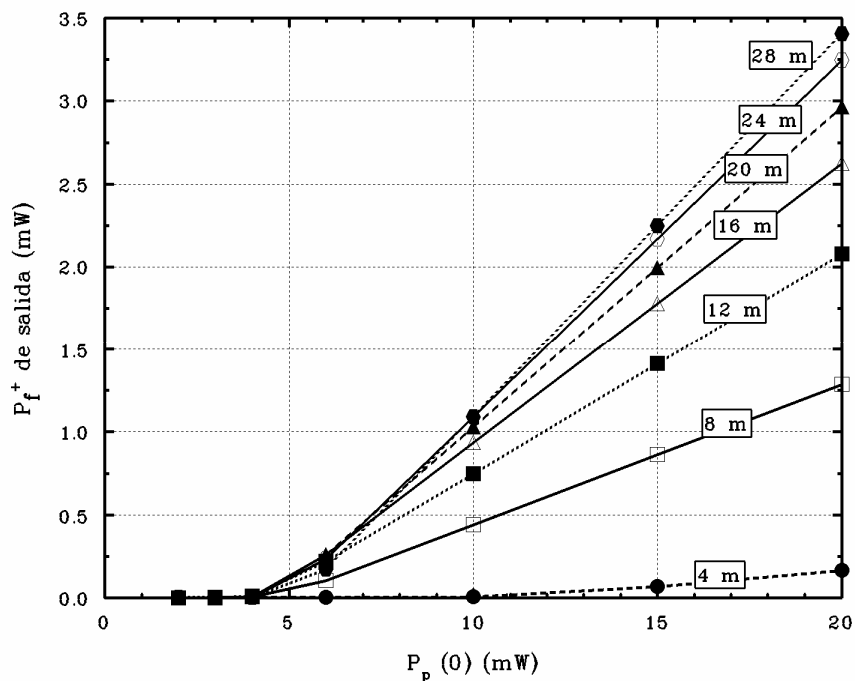
**Figura 2.27:** Potencia de fluorescencia copropagante en función de la potencia de bombeo introducida para una cavidad 20%-20% y para distintas longitudes de fibra dopada.



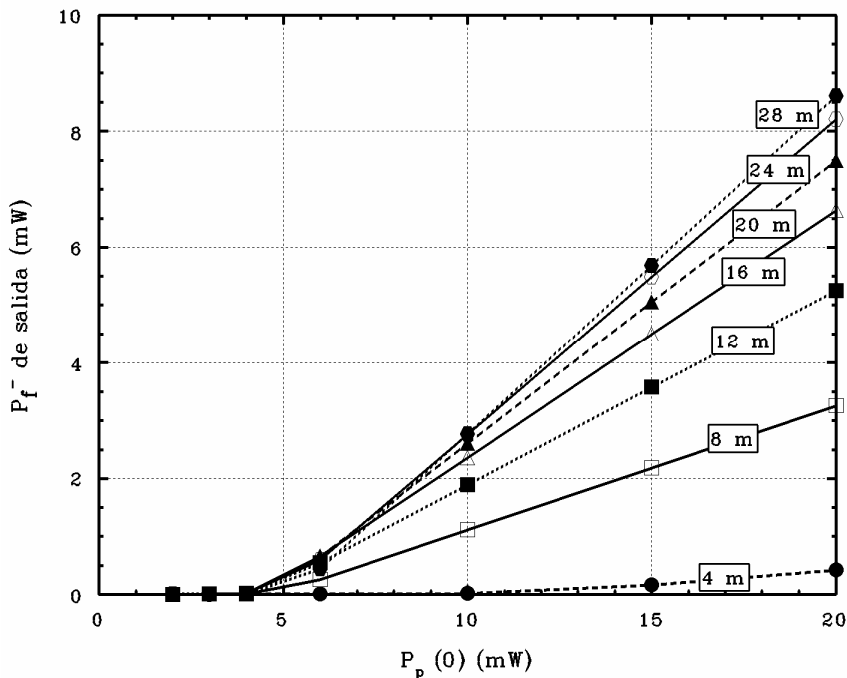
**Figura 2.28:** Potencia de fluorescencia copropagante en función de la potencia de bombeo introducida para una cavidad 50%-50% y para distintas longitudes de fibra dopada.



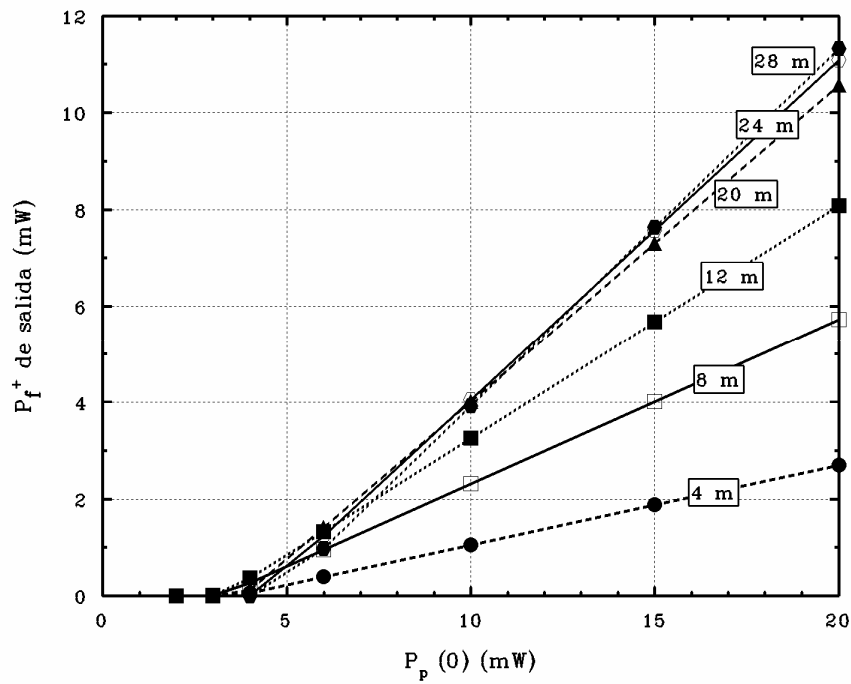
**Figura 2.29:** Potencia de fluorescencia copropagante en función de la potencia de bombeo introducida para una cavidad 90%-90% y para distintas longitudes de fibra dopada.



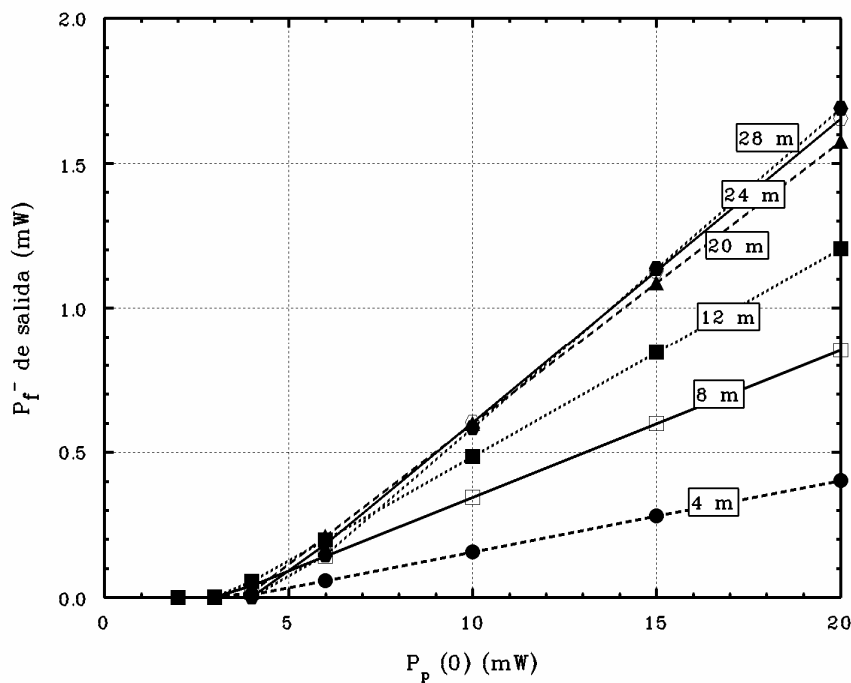
**Figura 2.30:** Potencia de fluorescencia copropagante en función de la potencia de bombeo introducida para una cavidad 20%-50% y para distintas longitudes de fibra dopada.



**Figura 2.31:** Potencia de fluorescencia contrapropagante en función de la potencia de bombeo introducida para una cavidad 20%-50% y para distintas longitudes de fibra dopada.



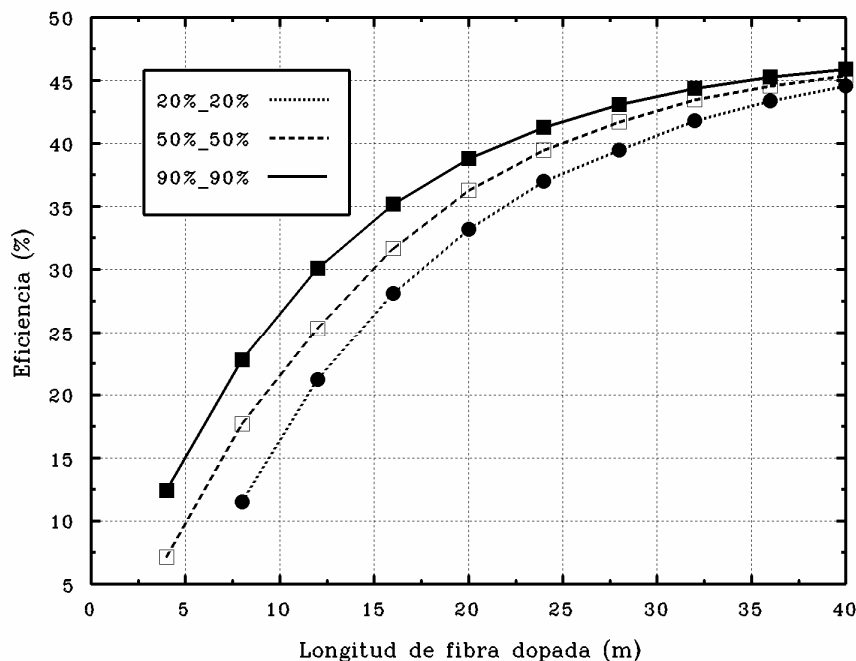
**Figura 2.32:** Potencia de fluorescencia copropagante en función de la potencia de bombeo introducida para una cavidad 90%-50% y para distintas longitudes de fibra dopada.



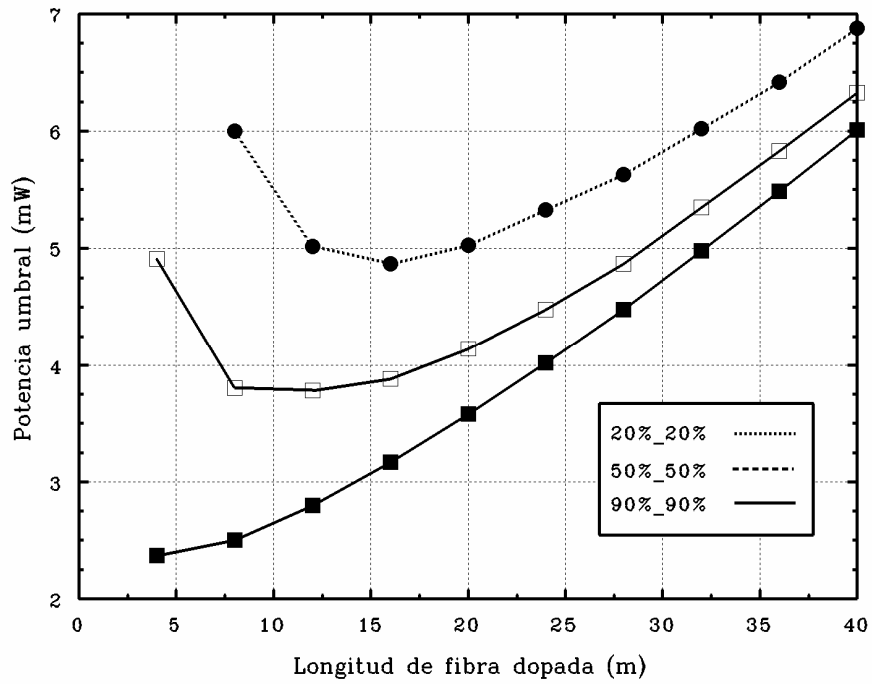
**Figura 2.33:** Potencia de fluorescencia contrapropagante en función de la potencia de bombeo introducida para una cavidad 90%-50% y para distintas longitudes de fibra dopada.



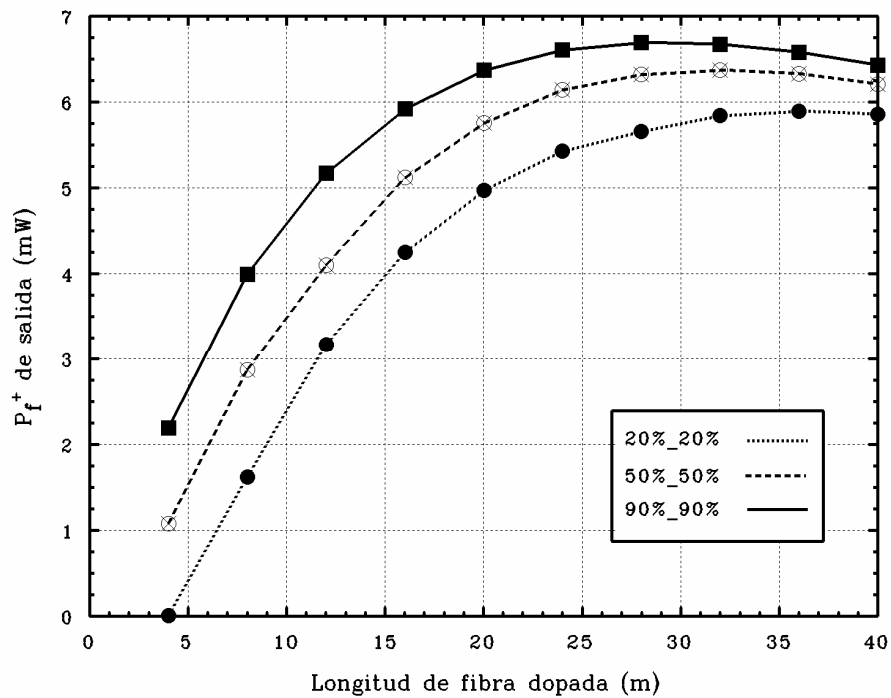
Si queremos aprovechar un programa de cálculo para diseñar configuraciones láser, ver cuál es la óptima, qué propiedades tiene, etc., es importante hacer representaciones en función de parámetros de la cavidad como la longitud de fibra dopada o el factor de reflexión de los espejos. En las siguientes figuras representamos la evolución de la eficiencia, la potencia umbral, la potencia de salida y la longitud de onda de oscilación en función de la longitud de fibra dopada. La eficiencia aumenta siempre con la longitud (Figura 2.34), mientras que la potencia umbral tiene un mínimo bien definido (Figura 2.35). Estas dos circunstancias determinan un compromiso: la longitud para la cual la potencia de salida es máxima (Figura 2.36). En este punto debemos añadir que realmente la potencia que se puede obtener es el doble de la representada, pues en las gráficas se muestran solamente los datos relativos a uno de los dos sentidos posibles de salida. Por último, hay que tener en cuenta que según las pérdidas de la cavidad, y por tanto dependiendo de la longitud de fibra dopada y de los factores de reflexión, la oscilación láser se producirá en una longitud de onda u otra tal y como se ve en las Figuras 2.37, 2.38 y 2.39.



**Figura 2.34:** Eficiencia de la salida copropagante en función de la longitud de fibra dopada para tres configuraciones láser distintas **20%-20%**, **50%-50%** y **90%-90%**.



**Figura 2.35:** Evolución de la potencia umbral en función de la longitud de fibra dopada para tres configuraciones láser distintas **20%-20%**, **50%-50%** y **90%-90%**.



**Figura 2.36:** Evolución de la potencia de salida copropagante en función de la longitud de fibra dopada para tres configuraciones láser distintas **20%-20%**, **50%-50%** y **90%-90%**.

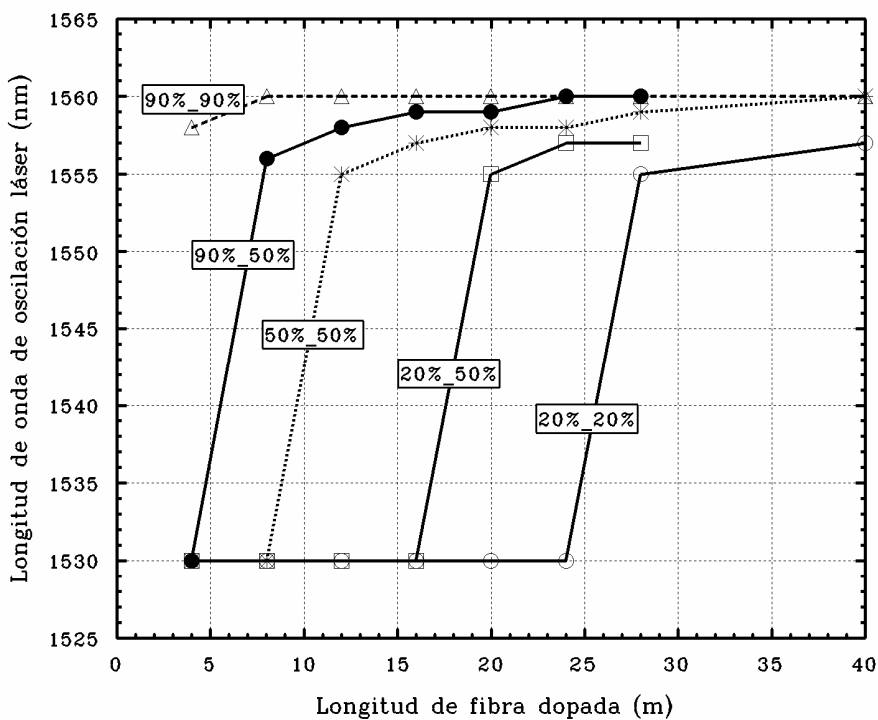


Figura 2.37: Longitud de onda de oscilación láser en función de la longitud de fibra dopada para cinco configuraciones láser distintas.

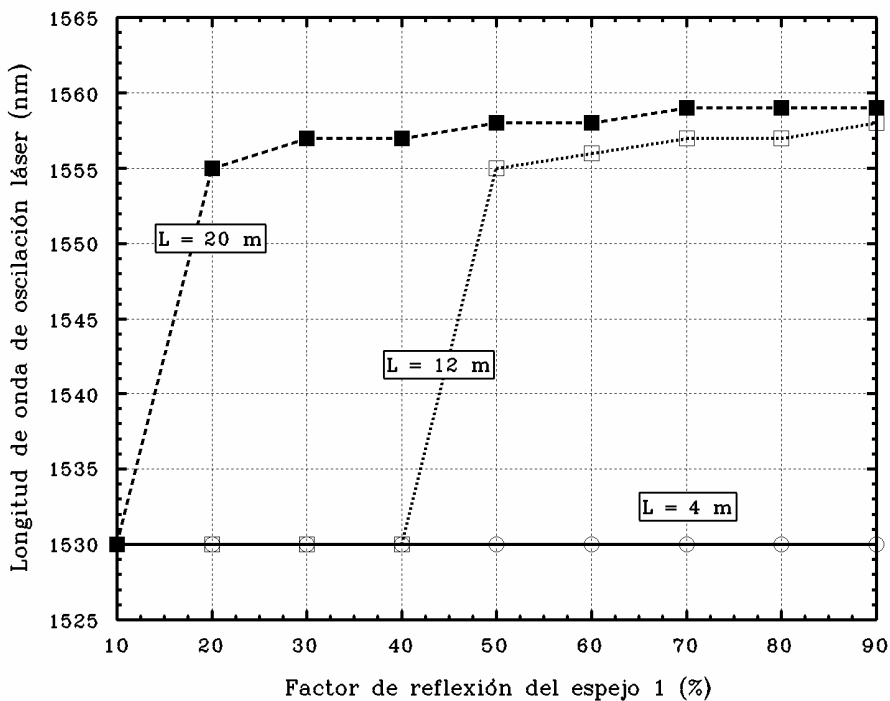
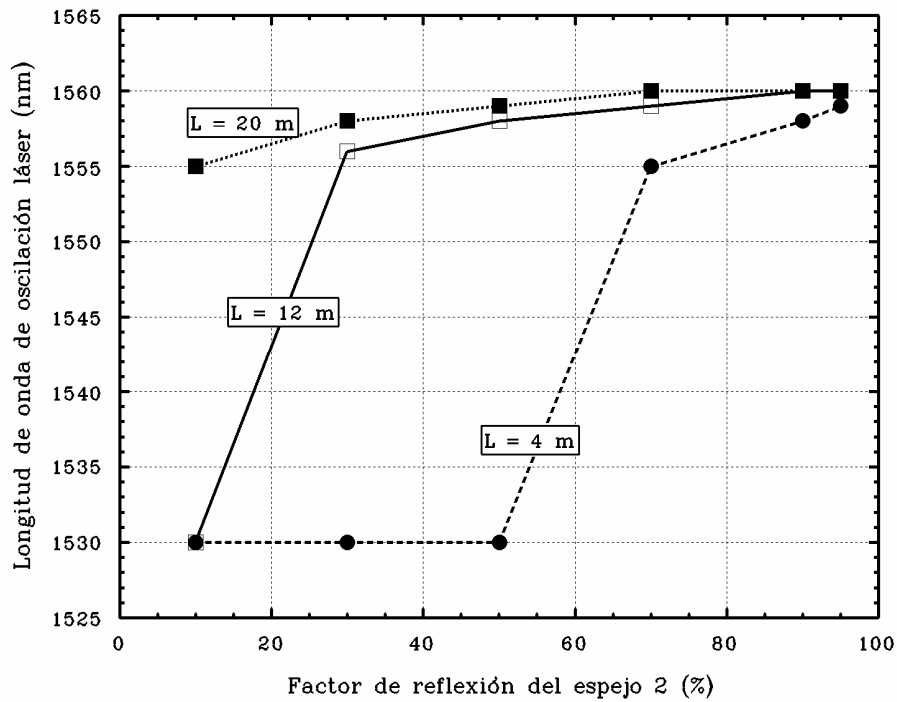


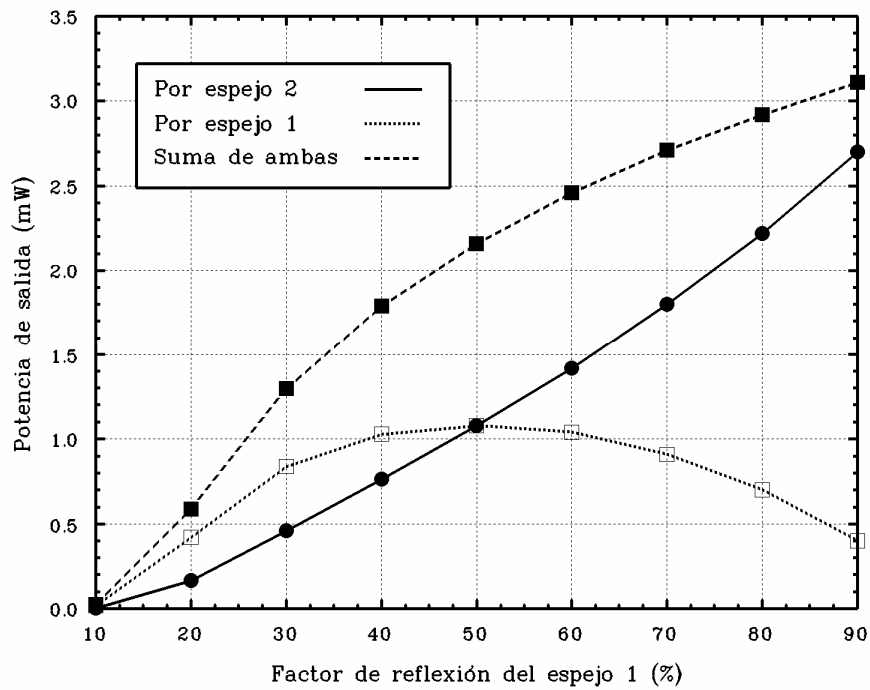
Figura 2.38: Longitud de onda de oscilación láser en función del factor de reflexión del espejo 1 cuando el factor de reflexión del espejo 2 está fijado (50%).



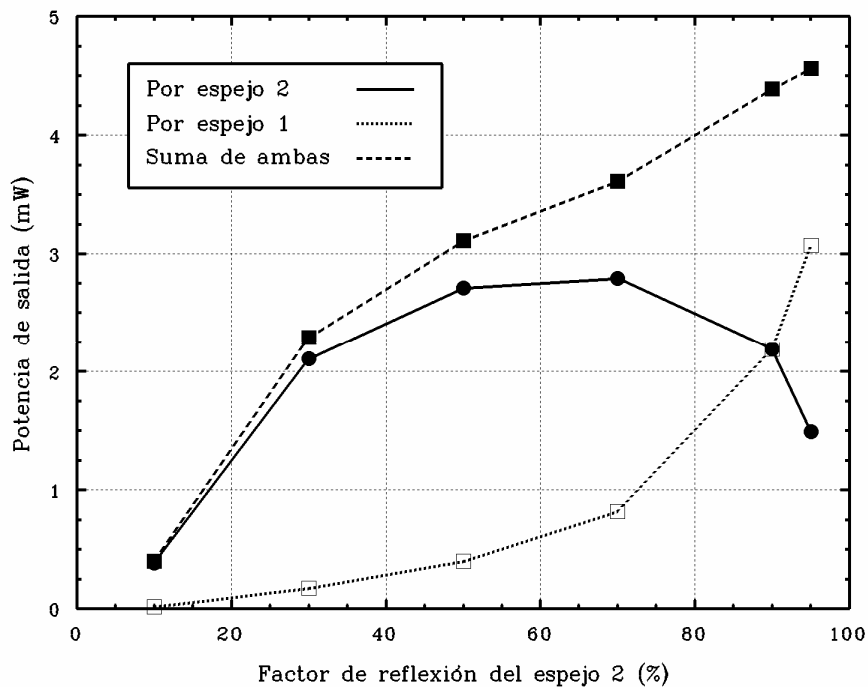
**Figura 2.39:** Longitud de onda de oscilación láser en función del factor de reflexión del espejo 2 cuando el factor de reflexión del espejo 1 está fijado (90%).

Para concluir este análisis del programa de cálculo numérico, incluiremos unas figuras que indiquen la variación con el factor de reflexión de las potencias de fluorescencia, tanto por la salida copropagante como por la contrapropagante, así como la suma de ambas. Para ello, comenzaremos observando esta variación en ambos espejos (Figuras 2.40 y 2.41), para a continuación centrarnos en el espejo 2 y variar la longitud de fibra dopada (Figuras 2.42 y 2.43).

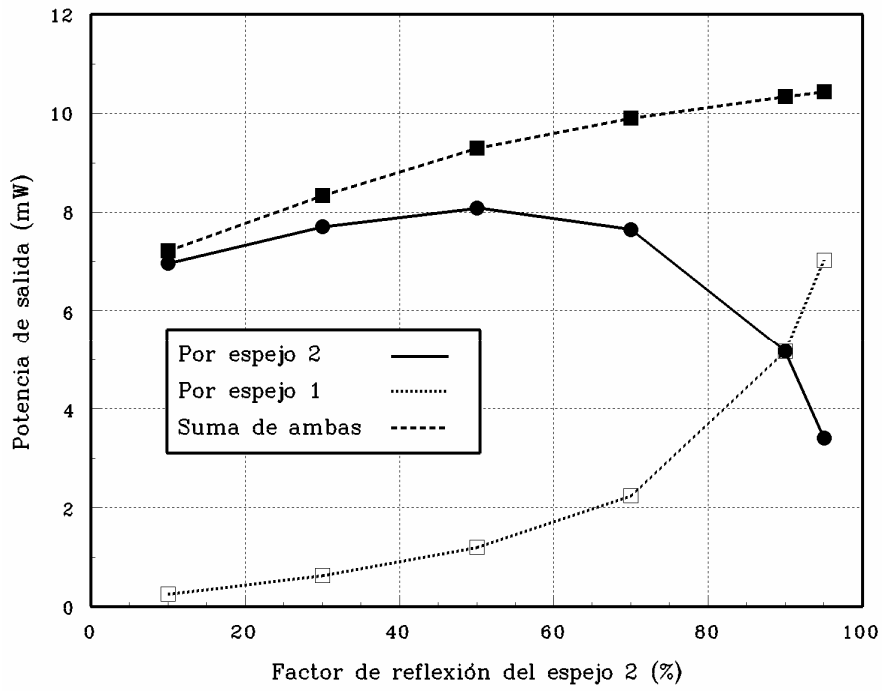
En el caso de las dos últimas gráficas, (Figuras 2.44 y 2.45), hemos fijado el factor de reflexión de uno de los espejos para observar qué factor de reflexión debe tener el otro, el situado en la dirección de salida, de forma que la potencia obtenida sea máxima. En todas las gráficas que representamos en este capítulo, se considera que  $T + R = 1$ , donde  $T$  y  $R$  son los factores de transmisión y reflexión respectivamente, y que por tanto no hay pérdidas en los espejos.



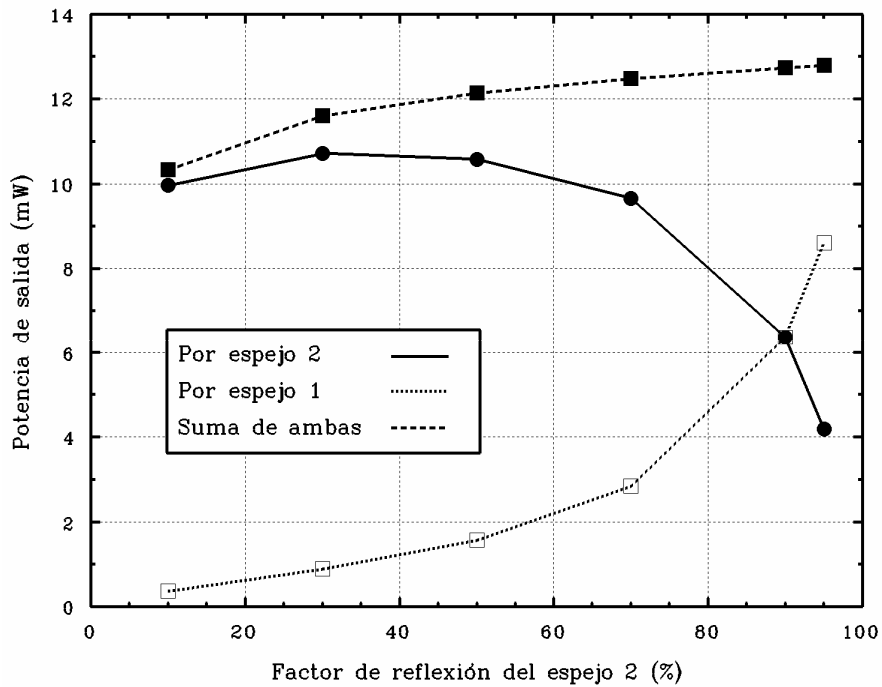
**Figura 2.40:** Potencias de salida por espejo 1, espejo 2 y suma de ambas en función del factor de reflexión del espejo 1 cuando el factor de reflexión del 2 está fijado (50%) ( $L = 4 \text{ m}$ ,  $P_p(0) = 20 \text{ mW}$ ).



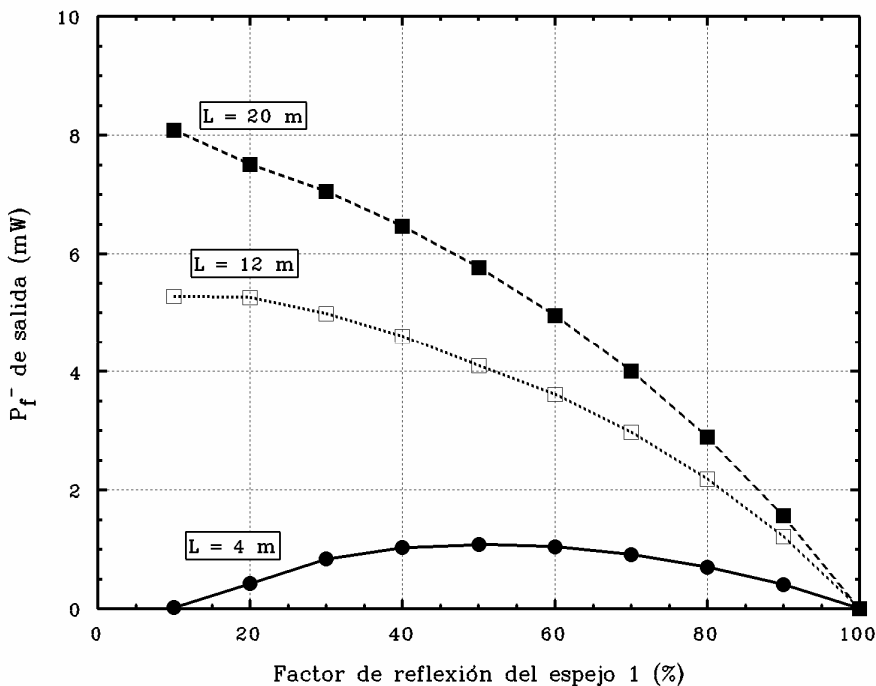
**Figura 2.41:** Potencias de salida por espejo 1, espejo 2 y suma de ambas en función del factor de reflexión del espejo 2 cuando el factor de reflexión del 1 está fijado (90%) ( $L = 4 \text{ m}$ ,  $P_p(0) = 20 \text{ mW}$ ).



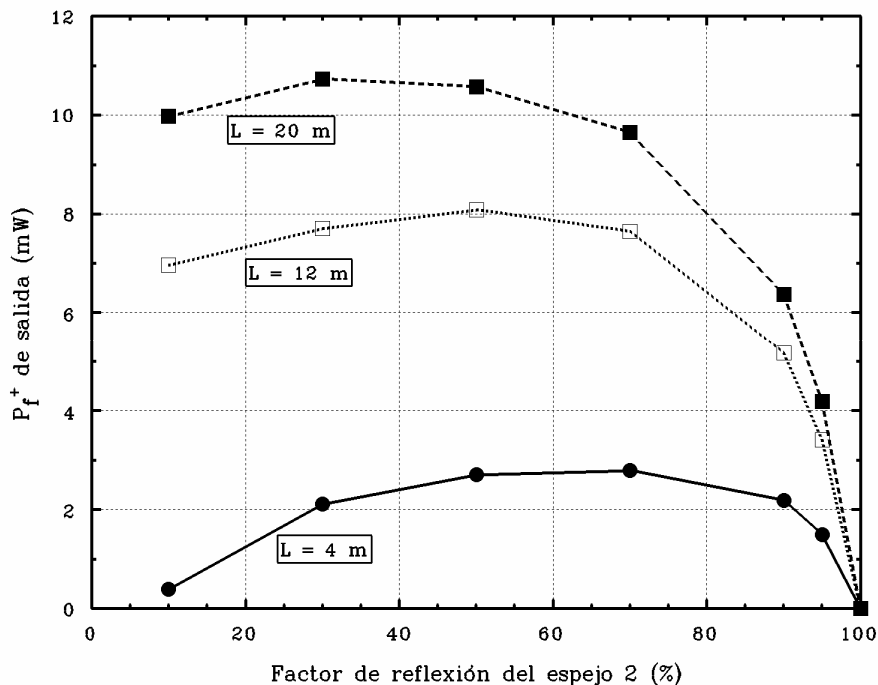
**Figura 2.42:** Potencias de salida por espejo 1, espejo 2 y suma de ambas en función del factor de reflexión del espejo 2 cuando el factor de reflexión del 1 está fijado (90%) ( $L = 12\text{ m}$ ,  $P_p(0) = 20\text{ mW}$ ).



**Figura 2.43:** Potencias de salida por espejo 1, espejo 2 y suma de ambas en función del factor de reflexión del espejo 2 cuando el factor de reflexión del 1 está fijado (90%) ( $L = 20\text{ m}$ ,  $P_p(0) = 20\text{ mW}$ ).



**Figura 2.44:** Potencias de salida por el espejo 1 en función de su factor de reflexión para varias longitudes de fibra dopada. El factor de reflexión del espejo 2 está fijado (50%) y la potencia de bombeo es de 20 mW.



**Figura 2.45:** Potencias de salida por el espejo 2 en función de su factor de reflexión para varias longitudes de fibra dopada. El factor de reflexión del espejo 1 está fijado (90%) y la potencia de bombeo es de 20 mW.

Las dos últimas gráficas son de gran utilidad a la hora de diseñar cavidades láser. En ellas, podemos apreciar el óptimo de potencia de fluorescencia que se produce una vez fijado el factor de reflexión de uno de los espejos. Para alcanzar este óptimo, el factor de reflexión del espejo de salida no debe ser muy alto, como podríamos pensar en un primer momento, y dependerá de la longitud de fibra dopada que hayamos incluido.

### **Bibliografía**

- [1] E. Desurvire. “*Erbium-doped fiber amplifiers: basic physics and characteristics*”, incluido en “*Rare earth doped fiber lasers and amplifiers*”. Ed. M.J.F. Digonnet (Marcel Dekker, Inc., 1993).
- [2] M.J.F. Digonnet. “*Theory of operation of laser fiber devices*”, incluido en “*Rare earth doped fiber lasers and amplifiers*”. Ed. M.J.F. Digonnet (Marcel Dekker Inc., 1993).
- [3] F. di Pasquale, A. Gaibazzi, M. Zoboli. “*Analysis of erbium doped fiber amplifiers by combined Runge-Kutta and finite-element methods*”. European Transactions on Telecommunications and Related Technologies, **4**, pp. 355-363 (1993).
- [4] C. Barnard et al. “*Analytical model for rare-earth-doped fiber amplifiers and lasers*”. IEEE Journal of Quantum Electronics, **30**, pp. 1817-1830 (1994).
- [5] R.M. Jopson, A.A. Saleh. “*Modelling of gain and noise in erbium-doped fiber amplifiers*”, incluido en “*Fiber laser sources and amplifiers III*”. Ed. M.J. Digonnet (SPIE, **1581**, pp. 114-119, 1991).
- [6] C.V. Poulsen, M. Sejka. “*Highly optimized tunable Er<sup>3+</sup>-doped single longitudinal mode fiber ring laser, experiment and model*”. IEEE Photonics Technology Letters, **5**, pp. 646-648, (1993).
- [7] A.W. Snyder, J.D. Love. “*Optical waveguide theory*”. Ed. Chapman and Hall, 1983.
- [8] D. Marcuse. “*Theory of dielectric optical waveguides*”. Ed. Academic Press, 1991.
- [9] P.F. Wysocki. “*Broadband operation of erbium and neodymium doped fiber sources*”, incluido en “*Rare earth doped fiber lasers and amplifiers*”. Ed. M.J. Digonnet (Marcel Dekker Inc., 1993).
- [10] E. Desurvire, C.R. Giles, J.R. Simpson. “*Gain saturation effects in high-speed, multichannel erbium-doped fiber amplifiers at  $\lambda = 1.53 \mu\text{m}$* ”. Journal of Lightwave Technology, **7**, pp. 2095-2104 (1989).



- 
- [11] H.G. Kuhn. “*Atomic spectra*”.  
Ed. Longman Group Ltd., 1962.
- [12] I.I. Sobel'man. “*Introduction to the theory of atomic spectra*”.  
Ed. Pergamon Press Ltd., 1973.
- [13] W.H. Louisell. “*Quantum statistical properties of radiation*”.  
Ed. John Wiley & Sons Inc., 1973.
- [14] O. Svelto. “*Principles of lasers*”.  
Ed. Plenum Press, 1998.
- [15] E. Desurvire. “*Amplified spontaneous emission*”, incluido en “*Erbium-doped fiber amplifiers*”.  
Ed. John Wiley & Sons Inc., 1994.
- [16] H. Kogelnick, A. Yariv. “*Considerations of noise and schemes for its reduction in laser amplifiers*”.  
Proc. IEEE, p. 165, (1964).
- [17] A. Yariv. “*Quantum Electronics*”.  
Ed. John Wiley, 1975.
- [18] B.E.A. Saleh, M.C. Teich. “*Fundamentals of Photonics*”.  
Ed. John Wiley, 1991.
- [19] E. Desurvire. “*Analytical model for unsaturated gain regime*”, incluido en “*Erbium-doped fiber amplifiers*”.  
Ed. John Wiley & Sons Inc., 1994.
- [20] E. Desurvire. “*Analysis of distributed erbium-doped fiber amplifiers with fiber background loss*”.  
IEEE Photonics Technology Letters, **3**, p. 625 (1991).
- [21] D. Chen, E. Desurvire. “*Noise performance evaluation of distributed erbium-doped fiber amplifiers with bidirectional pumping at 1.48  $\mu\text{m}$* ”.  
IEEE Photonics Technology Letters, **4**, p. 52 (1992).
- [22] E. Desurvire. “*Distributed amplifiers*”, incluido en “*Erbium-doped fiber amplifiers*”.  
Ed. John Wiley & Sons Inc., 1994.
- [23] P.C. Becker, N.A. Olsson, J.R. Simpson. “*Erbium-doped fiber amplifiers: fundamentals and technology*”.  
Ed. Academic Press, 1999.
- [24] E. Desurvire. “*Analytical models for low gain regime*”, incluido en “*Erbium-doped fiber amplifiers*”.  
Ed. John Wiley & Sons Inc., 1994.
- [25] M. Peroni, M. Tamburrini. “*Gain in erbium-doped fiber amplifiers: a simple analytical solution for the rate equations*”.  
Optics Letters, **15**, pp. 842-844 (1990).

- 
- [26] A.A.M. Saleh et al. “*Modelling of gain in erbium-doped fiber amplifiers*”. IEEE Photonics Technology Letters, **2**, pp. 714-717 (1990).
- [27] W.H. Press et al. “*Numerical Recipes. The Art of Scientific computing*”. Ed. Cambridge University Press, 1986.
- [28] C.F. Gerald, P.O. Wheatley. “*Applied numerical analysis*”. Ed. Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- [29] S. Jarabo. “*Estudio teórico y experimental de amplificadores de fibra óptica dopada con erbio*”. Memoria de tesis doctoral. Dpto Física Aplicada. Universidad de Zaragoza (1994).
- [30] C.M. Bender, S.A. Orszag. “*Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers*”. Ed. McGraw-Hill International Editions, 1987.
- [31] N. Bakhvalov. “*Métodos numéricos*”. Ed. Paraninfo, 1980.
- [32] M. Ohashi. “*Design considerations for an  $Er^{3+}$ -doped fiber amplifier*”. Journal of Lightwave Technology, **9**, pp. 1099-1104, (1991).
- [33] A.W. Snyder, J.D. Love. “*Optical waveguide theory*”. Ed. Chapman and Hall, 1983.
- [34] E. Desurvire, J.R. Simpson. “*Amplification of spontaneous emission in erbium-doped single-mode fibers*”. Journal of Lightwave Technology, **7**, pp. 835-845 (1989).
- [35] P.R. Morkel, R.I. Laming. “*Theoretical modelling of erbium-doped fiber amplifiers with excited-state absorption*”. Optics Letters, **18**, pp. 1062-1064 (1989).
- [36] A. Bjarklev, S.L. Hansen, J.H. Povlsen. “*Large signal modelling of an erbium doped fibre amplifier*”, incluido en “*Fiber laser sources and amplifiers*”. Ed. M.J. Digonnet SPIE, **1171**, pp. 118-129, (1989).
- [37] F. di Pasquale, A. Gaibazzi, M. Zoboli. “*Analysis of erbium doped fiber amplifiers by combined Runge-Kutta and finite-element methods*”. European Transactions on Telecommunications and Related Technologies, **4**, pp. 355-363 (1993).
- [38] A.E. Siegman. “*Lasers*”. Ed. University Science Books, 1986.

## Capítulo 3

---

---

# Modelo teórico basado en factores de solapamiento

---

---

<b>3.1</b>	<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>74</b>
<b>3.2</b>	<b>ECUACIONES DE EVOLUCIÓN CON FACTORES DE SOLAPAMIENTO .....</b>	<b>74</b>
<b>3.3</b>	<b>SOLUCIONES CUASI-ANALÍTICAS.....</b>	<b>78</b>
<b>3.4</b>	<b>RESOLUCIÓN NUMÉRICA .....</b>	<b>90</b>
3.4.1	<i>Partiendo de las ecuaciones de evolución.....</i>	<i>90</i>
3.4.2	<i>Partiendo de las ecuaciones cuasi-analíticas.....</i>	<i>92</i>
3.4.2.1	Mediante el método de relajación .....	92
3.4.2.2	Mediante la optimización de parámetros .....	93
<b>3.5</b>	<b>RESULTADOS OBTENIDOS .....</b>	<b>110</b>
<b>3.6</b>	<b>MODELOS COMBINADOS .....</b>	<b>126</b>
<b>3.7</b>	<b>PRIMERAS CONCLUSIONES .....</b>	<b>131</b>
	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>133</b>

### 3.1 Introducción

El modelo teórico desarrollado en el capítulo anterior, aun con todas las aproximaciones realizadas para establecerlo, plantea soluciones exactas de las ecuaciones de evolución de potencia a cambio de una inevitable complejidad. El siguiente paso que debemos abordar consistirá en simplificar este modelo a través de aproximaciones sin perder precisión. Esto nos proporcionará mayor facilidad a la hora de interpretar las ecuaciones y por supuesto aliviará de tiempo de cálculo a los programas de resolución numérica. También buscamos la posibilidad de caracterizar experimentalmente la fibra dopada a través de parámetros definidos en el modelo. Para ello parece lógico centrarnos en la ecuación (2.17) que, como hemos explicado anteriormente, complica el modelo al introducir expresiones integrales además de convertirlo en un sistema de ecuaciones no lineales. La idea consiste en establecer una separación de variables en las integrales de solapamiento, o lo que es lo mismo, factorizarlas, definiendo un parámetro que se denomina *factor de solapamiento* [1-4] y que dará cuenta del acoplamiento entre el modo de propagación y el perfil de distribución de dopante, tal y como detallaremos a continuación.

### 3.2 Ecuaciones de evolución con factores de solapamiento

La utilización de factores de solapamiento en la literatura es bien conocida [5-10] y a partir de aquí nuestra aportación consistirá en modificar el modelo original desarrollado en el capítulo anterior y aplicar esta aproximación al caso del oscilador láser. Recordaremos para empezar algunas de las expresiones más importantes, como por ejemplo la que define el factor de solapamiento:

$$\eta_0(\nu) = \frac{1}{\bar{N}_T} \int_{A_c} ds \Psi(r, \varphi, \nu) N_T(r, \varphi) \quad (3.1)$$

donde  $\bar{N}_T$  es el valor medio de la concentración de erbio por unidad de área, determinado por:

$$\bar{N}_T = \frac{1}{A_d} \int_{A_d} ds N_T(r, \varphi). \quad (3.2)$$

A través de este factor de solapamiento las poblaciones de ambos niveles quedan factorizadas de la siguiente manera:

$$N_i(z, \nu) = \eta_0(\nu) \bar{N}_i(z) \quad i = 1, 2 \quad (3.3)$$

con  $\bar{N}_i(z)$  definida como el valor medio sobre el área dopada de la población del nivel  $i$ , de forma que su expresión es análoga a la ecuación (3.2):

$$\bar{N}_i(z) = \frac{1}{A_d} \int_{A_d} ds N_i(z, r, \varphi) = \frac{1}{A_d} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{R_d} r dr N_i(z, r, \varphi) \quad i = 1, 2 \quad (3.4)$$

El factor de solapamiento ha sido utilizado por muchos autores para simplificar el modelo teórico de amplificadores [5-10], con resultados favorables para la mayoría de los casos. Aun así, los resultados fueron sensiblemente mejorados usando un factor de solapamiento diferente para cada nivel [11], basándose en la idea de que cada término de acoplamiento depende de la población en un nivel distinto, de modo que:

$$N_i(z, \nu) = \eta_i(\nu) \bar{N}_i(z) \quad i = 1, 2 \quad (3.5)$$

Los nuevos factores de solapamiento dependerán de las condiciones de trabajo tal y como debe quedar patente en la forma de calcularlos. Las expresiones pueden ser rápidamente deducidas a partir de (2.17) y (3.5), y son:

$$\eta_i(\nu) = \frac{\int_{A_{\infty}} ds \Psi(r, \varphi, \nu) N_i(0, r, \varphi)}{\frac{1}{A_d} \int_{A_d} ds N_i(0, r, \varphi)} \quad i = 1, 2 \quad (3.6)$$

En esta ecuación no podemos incluir  $N_i(z, r, \varphi)$  puesto que estaríamos resolviendo de nuevo el modelo exacto; por esta razón debemos elegir un punto concreto de la fibra para

evaluar las poblaciones. Elegimos  $z = 0$  porque siempre tiene, al menos, una potencia conocida (el bombeo copropagante) y porque es en este punto donde comienza el proceso de integración de las ecuaciones de evolución, y para iniciarlo es necesario conocer los factores de solapamiento.

Desarrollaremos el modelo mejorado que utiliza un factor de solapamiento distinto para cada nivel, por ser más general y porque puede ser modificado fácilmente para transformarlo en el modelo con un único factor de solapamiento, en el caso de que fuera suficiente con esta aproximación. Para modificar el modelo original debemos partir de ecuaciones ya utilizadas en el Capítulo 2 y promediarlas sobre el área dopada. Así, promediando los dos miembros de la expresión (2.4), obtenemos una relación entre las poblaciones medias de ambos niveles:

$$\bar{N}_1(z) + \bar{N}_2(z) = \bar{N}_T \quad (3.7)$$

y si trabajamos con fracciones de población en cada nivel, el equivalente es:

$$n_i(z) = \frac{\bar{N}_i(z)}{\bar{N}_T} \quad i = 1, 2 \quad (3.8)$$

Por otro lado, si promediamos sobre el área dopada ambos miembros de la ecuación (2.6), consideramos sólo la solución estacionaria y utilizamos las ecuaciones (2.8)-(2.10), (2.17) y (3.1) - (3.3) obtenemos que:

$$\bar{N}_1(z) = \frac{W_{e,0} + A_{21}}{W_{p,1} + W_{a,1} + W_{e,1} + A_{21}} \bar{N}_T \quad (3.9)$$

$$\bar{N}_2(z) = \frac{W_{p,0} + W_{a,0}}{W_{p,2} + W_{a,2} + W_{e,2} + A_{21}} \bar{N}_T \quad (3.10)$$

de forma que las probabilidades de transición por unidad de tiempo ((2.8)-(2.10)) quedan ahora de la siguiente manera:

$$W_{p,i}(z) = \frac{P_p(z, \nu_p) \eta_i(\nu_p) \sigma_a(\nu_p)}{A_d h \nu_p} \quad (3.11)$$

$$W_{a,i}(z) = \frac{P_s(z, \nu_s) \eta_i(\nu_s) \sigma_a(\nu_s)}{A_d h \nu_s} + \sum_{\nu} \frac{P_f(z, \nu) \eta_i(\nu) \sigma_a(\nu)}{A_d h \nu} \quad (3.12)$$

$$W_{e,i}(z) = \frac{P_p(z, \nu_p) \eta_i(\nu_p) \sigma_e(\nu_p)}{A_d h \nu_p} + \frac{P_s(z, \nu_s) \eta_i(\nu_s) \sigma_e(\nu_s)}{A_d h \nu_s} + \sum_{\nu} \frac{P_f(z, \nu) \eta_i(\nu) \sigma_e(\nu)}{A_d h \nu} \quad (3.13)$$

donde el subíndice  $i$  puede tomar los valores 0, 1 y 2.

Como podemos apreciar el factor  $\eta_0(\nu)$  también aparece en este modelo, y si sustituyéramos  $\eta_1(\nu)$  y  $\eta_2(\nu)$  en las ecuaciones (3.5)-(3.7) y (3.9)-(3.13) por  $\eta_0(\nu)$ , obtendríamos las ecuaciones correspondientes al modelo con un único factor de solapamiento. Esto nos indica que el modelo con un solo factor es un caso particular del modelo general desarrollado en este apartado y que podemos retornar a él de una manera sencilla. Es fácil además establecer una relación entre los tres factores de solapamiento sin más que multiplicar ambos miembros de la ecuación (2.4) por la distribución modal de potencia, integrar sobre el área dopada y utilizar las ecuaciones (2.17), (3.1) y (3.5). De esa forma obtenemos:

$$\eta_1(\nu) \bar{N}_1(z) + \eta_2(\nu) \bar{N}_2(z) = \eta_0(\nu) \bar{N}_T \quad (3.14)$$

Finalmente, podemos trabajar con fracciones de población en cada nivel (3.8) y presentar de forma más compacta las ecuaciones (3.7) y (3.10) sin más que sustituir en ellas (3.11)-(3.13), de manera que:

$$n_1(z) + n_2(z) = 1 \quad (3.15)$$

y:

$$n_2(z) = \frac{\sum_{j=p,s,f} \frac{\eta_0(\nu_j)\sigma_a(\nu_j)}{h\nu_j} P_j(z, \nu_j)}{\frac{A_d}{\tau} + \sum_{j=p,s,f} \frac{\eta_2(\nu_j)\{\sigma_a(\nu_j) + \sigma_e(\nu_j)\}}{h\nu_j} P_j(z, \nu_j)} \quad (3.16)$$

donde los sumatorios se extienden a todas las longitudes de onda de bombeo, señal y fluorescencia. Por otra parte, la ecuación (3.5) queda en este caso como sigue:

$$N_i(z, \nu) = \eta_i(\nu) n_i(z) \bar{N}_T \quad i = 1, 2 \quad (3.17)$$

Con lo que en definitiva este modelo está representado matemáticamente por las ecuaciones (2.1), (2.18), (2.19), (2.25), (3.2), (3.6) y (3.15)-(3.17). Aunque dedicaremos más adelante un apartado a esta cuestión, podemos anotar aquí que la resolución de estos modelos se hace por métodos numéricos y de forma muy similar a la que explicamos en el capítulo anterior.

### 3.3 Soluciones cuasi-analíticas

A partir del modelo basado en la distribución modal de potencia no es posible encontrar soluciones analíticas de las ecuaciones de evolución de potencia, a no ser que se realicen hipótesis como las que aplican algunos autores en la bibliografía [12-16]. Sin embargo, a partir de cualquiera de los modelos basados en factores de solapamiento que hemos desarrollado, es posible deducir soluciones al menos cuasi-analíticas al desaparecer la dependencia con las coordenadas transversales en los términos de acoplamiento de las ecuaciones de evolución.

El término cuasi-analíticas se introduce para diferenciar entre unas soluciones en las que las relaciones entre las magnitudes vienen dadas por relaciones matemáticas simples (soluciones analíticas) y aquéllas en las que, aunque las relaciones entre las magnitudes son claras, algunas de ellas son de tipo integral. El disponer de este tipo de soluciones, aunque no sean completamente analíticas, nos puede ayudar a interpretar físicamente el problema de una



manera más sencilla y completa, lo que es más complicado si trabajamos con soluciones expresadas en forma numérica. Además nos permitirá desarrollar nuevos métodos de caracterización experimental tal y como se recoge en [17].

Desarrollaremos estas ecuaciones para el modelo basado en varios factores de solapamiento, al ser más exacto y general que el basado en un único factor, y porque además los resultados que obtengamos podrán ser fácilmente particularizados a este último caso. Para comenzar definiremos los siguientes parámetros:

$$\gamma_{\beta}(\nu) = \eta_0(\nu)\sigma_{\beta}(\nu)\bar{N}_T \quad \beta = p, esa, a, e \quad (3.18)$$

conocidos como los coeficientes de absorción y emisión ( $\gamma_a(\nu)$  y  $\gamma_e(\nu)$ , respectivamente), con un subíndice diferente para la gamma de absorción de bombeo ( $\gamma_p(\nu_p)$ ) y para la gamma de absorción desde el estado excitado de la transición láser ( $\gamma_{esa}(\nu)$ ). Otro parámetro importante que hay que tener en cuenta es:

$$P_0(\nu) = 2h\nu\Delta\nu \quad (3.19)$$

conocido en la bibliografía [18] como el ruido equivalente introducido. Aquí simplemente comentaremos que el factor 2 de la expresión (3.19) refleja que la emisión espontánea se produce en cualquiera de las dos polarizaciones en las que está degenerado el modo fundamental de la fibra.

Las ecuaciones de evolución de las potencias (2.18), (2.19) y (2.25) pueden ser modificadas si introducimos en ellas las expresiones (3.17)-(3.19), de forma que:

$$\frac{dP_p^{\pm}(z, \nu_p)}{dz} = \pm P_p^{\pm}(z, \nu_p) \left\{ \begin{array}{l} \left[ \gamma_e(\nu_p) - \gamma_{esa}(\nu_p) \right] \frac{\eta_2(\nu_p)}{\eta_0(\nu_p)} n_2(z) - \\ - \gamma_p(\nu_p) \frac{\eta_1(\nu_p)}{\eta_0(\nu_p)} n_1(z) \end{array} \right\} \quad (3.20)$$

$$\frac{dP_s^\pm(z, \nu_s)}{dz} = \pm P_s^\pm(z, \nu_s) \left[ \gamma_e(\nu_s) \frac{\eta_2(\nu_s)}{\eta_0(\nu_s)} n_2(z) - \gamma_a(\nu_s) \frac{\eta_1(\nu_s)}{\eta_0(\nu_s)} n_1(z) \right] \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP_f^\pm(z, \nu_f)}{dz} &= \pm P_0(\nu_f) \gamma_e(\nu_f) \frac{\eta_2(\nu_f)}{\eta_0(\nu_f)} n_2(z) \\ &\pm P_f^\pm(z, \nu_f) \left[ \gamma_e(\nu_f) \frac{\eta_2(\nu_f)}{\eta_0(\nu_f)} n_2(z) - \gamma_a(\nu_f) \frac{\eta_1(\nu_f)}{\eta_0(\nu_f)} n_1(z) \right] \end{aligned} \quad (3.22)$$

Si ahora definimos otro tipo de parámetros:

$$H_{j,\beta,i}(z, \nu) = \frac{P_j(z, \nu) \gamma_\beta(\nu) \eta_i(\nu)}{h\nu \bar{N}_T \eta_0(\nu)} \quad j = p, s, f \quad (3.23)$$

podremos expresar las probabilidades de transición (3.11)-(3.13) de una forma más compacta:

$$W_{p,i} = \frac{1}{A_d} \sum_p H_{p,p,i}(z, \nu_p) \quad (3.24)$$

$$W_{a,i} = \frac{1}{A_d} \left[ \sum_s H_{s,a,i}(z, \nu_s) + \sum_f H_{f,a,i}(z, \nu_f) \right] \quad (3.25)$$

$$W_{e,i} = \frac{1}{A_d} \left[ \sum_p H_{p,e,i}(z, \nu_p) + \sum_s H_{s,e,i}(z, \nu_s) + \sum_f H_{f,e,i}(z, \nu_f) \right] \quad (3.26)$$

con  $i = 0, 1$  ó  $2$ . De este modo, las fracciones de población en los niveles 1 y 2 quedan determinadas por:

$$n_1(z) = \frac{W_{e,0} + 1/\tau}{W_{p,1} + W_{a,1} + W_{e,1} + 1/\tau} \quad (3.27)$$

$$n_2(z) = \frac{W_{p,0} + W_{a,0}}{W_{p,2} + W_{a,2} + W_{e,2} + 1/\tau} \quad (3.28)$$

y cumplen la relación (3.15). También podemos definir:

$$\alpha_p(v_p) = \gamma_p(v_p) + \gamma_e(v_p) - \gamma_{esa}(v_p) \quad (3.29)$$

$$\alpha_s(v) = \gamma_a(v) + \gamma_e(v), \quad (3.30)$$

parámetros a partir de los cuales y con ayuda de las relaciones (3.14), (3.15) y (3.18) podemos simplificar todavía más las ecuaciones de evolución (3.20)-(3.22), de forma que:

$$\frac{dP_p^\pm(z, v_p)}{dz} = \pm P_p^\pm(z, v_p) \left[ \alpha_p(v_p) \frac{\eta_2(v_p)}{\eta_0(v_p)} n_2(z) - \gamma_p(v_p) \right] \quad (3.31)$$

$$\frac{dP_s^\pm(z, v_s)}{dz} = \pm P_s^\pm(z, v_s) \left[ \alpha_s(v_s) \frac{\eta_2(v_s)}{\eta_0(v_s)} n_2(z) - \gamma_a(v_s) \right] \quad (3.32)$$

$$\frac{dP_f^\pm(z, v_f)}{dz} = \pm P_0(v_f) \gamma_e(v_f) \frac{\eta_2(v_f)}{\eta_0(v_f)} n_2(z) \quad (3.33)$$

$$\pm P_f^\pm(z, v_f) \left[ \alpha_s(v_f) \frac{\eta_2(v_f)}{\eta_0(v_f)} n_2(z) - \gamma_a(v_f) \right]$$

A partir de aquí podemos despejar  $n_2(z)$  de la ecuación (3.31) y sustituir en (3.32), para conseguir la relación:

$$\frac{1}{P_s^\pm(z, v_s)} \frac{dP_s^\pm(z, v_s)}{dz} = \pm \gamma(v_s) \pm \beta(v_s) \frac{1}{P_p^\pm(z, v_p)} \frac{dP_p^\pm(z, v_p)}{dz} \quad (3.34)$$

siendo:

$$\beta(v) = \frac{\alpha_s(v)}{\alpha_p(v_p)} \quad (3.35)$$

y:

$$\gamma(v) = \gamma_p(v_p) \beta(v) - \gamma_a(v) \quad (3.36)$$

Además, a partir de (3.31) podemos fácilmente obtener una relación entre el bombeo copropagante y el contrapropagante:

$$\frac{1}{P_p^+(z, \nu_p)} \frac{dP_p^+(z, \nu_p)}{dz} = - \frac{1}{P_p^-(z, \nu_p)} \frac{dP_p^-(z, \nu_p)}{dz} \quad (3.37)$$

de donde integrando conseguimos relacionar los dos tipos de bombeo entre dos puntos cualesquiera:

$$\frac{P_p^-(0, \nu_p)}{P_p^-(z, \nu_p)} = \frac{P_p^+(z, \nu_p)}{P_p^+(0, \nu_p)} \quad (3.38)$$

Por otro lado, si definimos la ganancia  $G(z, \nu)$  a partir de:

$$G(z, \nu_s) = \frac{P_s^+(z, \nu_s)}{P_s^+(0, \nu_s)}, \quad (3.39)$$

e integramos la ecuación (3.34) entre 0 y  $z$ , obtenemos que la ganancia puede expresarse en función del bombeo como:

$$G(z, \nu) = \exp[\gamma(\nu)z] \left[ \frac{P_p^+(z, \nu_p)}{P_p^+(0, \nu_p)} \right]^{\beta(\nu)}, \quad (3.40)$$

expresión que hay que tener muy en cuenta en desarrollos posteriores. Si sustituimos ahora (3.40) en (3.34) buscando una expresión para la potencia de señal contrapropagante obtenemos:

$$\frac{P_s^-(z, \nu_s)}{P_s^-(L, \nu_s)} = \frac{G(L, \nu_s)}{G(z, \nu_s)} \equiv G^-(z, \nu_s), \quad (3.41)$$

donde hemos aprovechado para definir la ganancia para la señal contrapropagante como  $G^-(z, \nu)$ .

Con estos cálculos, hemos podido constatar que a partir de la potencia de bombeo copropagante es posible calcular el bombeo contrapropagante, la ganancia y las potencias de señal co- y contrapropagantes. A continuación, intentaremos encontrar relaciones similares para las potencias de fluorescencia, con este fin despejaremos  $n_2(z)$  de (3.32) y sustituiremos en (3.33), de forma que:

$$\begin{aligned} \frac{dP_f^\pm(z, \nu_f)}{dz} = \pm \xi(\nu_f) \left[ \gamma_a(\nu_f) \pm \frac{1}{P_s^\pm(z, \nu_f)} \frac{dP_s^\pm(z, \nu_f)}{dz} \right] + \\ + \frac{P_f^\pm(z, \nu_f)}{P_s^\pm(z, \nu_f)} \frac{dP_s^\pm(z, \nu_f)}{dz} \end{aligned} \quad (3.42)$$

donde el parámetro  $\xi(\nu)$  se define como:

$$\xi(\nu) = \frac{\gamma_e(\nu)}{\alpha_s(\nu)} P_0(\nu) \quad (3.43)$$

Además, a partir de la relación:

$$\frac{1}{P_s^\pm(z, \nu)} \frac{dP_s^\pm(z, \nu)}{dz} = \pm \frac{1}{G(z, \nu)} \frac{dG(z, \nu)}{dz} \quad (3.44)$$

que podemos establecer de forma sencilla a partir de (3.34) y (3.40), la ecuación (3.42) queda transformada en:

$$\pm \frac{dP_f^\pm(z, \nu)}{dz} = \xi(\nu) \left[ \gamma_a(\nu) + \frac{1}{G(z, \nu)} \frac{dG(z, \nu)}{dz} \right] + \frac{P_f^\pm(z, \nu)}{G(z, \nu)} \frac{dG(z, \nu)}{dz} \quad (3.45)$$

Desglosando de esta expresión los dos tipos de potencias de fluorescencia copropagante y contrapropagante, agrupando términos y operando, llegamos a:

$$\frac{dP_f^+(z, \nu)}{dz} \frac{1}{G(z, \nu)} = \frac{\xi(\nu)}{G(z, \nu)} \left[ \gamma_a(\nu) + \frac{1}{G(z, \nu)} \frac{dG(z, \nu)}{dz} \right] \quad (3.46)$$

$$\frac{d}{dz} P_f^-(z, \nu) G(z, \nu) = -\xi(\nu) \left[ \gamma_a(\nu) G(z, \nu) + \frac{d}{dz} G(z, \nu) \right] \quad (3.47)$$

que integradas entre 0 y  $z$  nos conducen a:

$$\frac{P_f^+(z, \nu)}{G(z, \nu)} - P_f^+(0, \nu) = \xi(\nu) \left[ 1 - \frac{1}{G(z, \nu)} + \gamma_a(\nu) \int_0^z \frac{dz'}{G(z', \nu)} \right] \quad (3.48)$$

$$P_f^-(z, \nu) G(z, \nu) - P_f^-(0, \nu) = -\xi(\nu) \left[ G(z, \nu) - 1 + \gamma_a(\nu) \int_0^z G(z', \nu) dz' \right] \quad (3.49)$$

Para el caso particular de  $z = L$  y despejando las potencias de fluorescencia en los extremos de la fibra, llegamos a:

$$P_f^+(L, \nu) = P_f^+(0, \nu) G(L, \nu) + \xi(\nu) \left[ G(L, \nu) - 1 + \gamma_a(\nu) \int_0^L \frac{G(L, \nu)}{G(z, \nu)} dz \right] \quad (3.50)$$

$$P_f^-(0, \nu) = P_f^-(L, \nu) G(L, \nu) + \xi(\nu) \left[ G(L, \nu) - 1 + \gamma_a(\nu) \int_0^L G(z, \nu) dz \right], \quad (3.51)$$

expresiones que nos relacionan las potencias de fluorescencia en los extremos de la fibra dopada. Podemos también obtener unas expresiones de las potencias de fluorescencia únicamente en función de la ganancia, para ello deberemos en primer lugar integrar de nuevo (3.46) y (3.47), pero esta vez entre  $z$  y  $L$ :

$$\frac{P_f^+(L, \nu)}{G(L, \nu)} - \frac{P_f^+(z, \nu)}{G(z, \nu)} = \xi(\nu) \left[ \frac{1}{G(z, \nu)} - \frac{1}{G(L, \nu)} + \gamma_a(\nu) \int_z^L \frac{dz'}{G(z', \nu)} \right] \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} P_f^-(L, \nu) G(L, \nu) - P_f^-(z, \nu) G(z, \nu) &= \\ &= -\xi(\nu) \left[ G(L, \nu) - G(z, \nu) + \gamma_a(\nu) \int_z^L G(z', \nu) dz' \right] \end{aligned} \quad (3.53)$$

Si aplicamos ahora la condición de contorno (2.26) en (3.53), despejamos  $P_f^+(L, \nu_f)$  y sustituimos su valor en (3.52) obtenemos:

$$P_f^+(z, \nu) = \frac{G^2(z, \nu)}{R_2(\nu)G^2(L, \nu)} P_f^-(z, \nu) - \frac{\xi(\nu)}{R_2(\nu)} \left[ \left( \frac{G(z, \nu)}{G(L, \nu)} + R_2(\nu) \right) \left( 1 - \frac{G(z, \nu)}{G(L, \nu)} \right) + \right. \\ \left. + \gamma_a(\nu) \frac{G(z, \nu)}{G^2(L, \nu)} \int_z^L G(z', \nu) dz' + \gamma_a(\nu) R_2(\nu) G(z, \nu) \int_z^L \frac{dz'}{G(z', \nu)} \right] \quad (3.54)$$

Análogamente si aplicamos la condición de contorno (2.27) en (3.48), despejamos  $P_f^-(0, \nu_f)$  y sustituimos su valor en (3.49) obtenemos:

$$P_f^+(z, \nu) = R_1(\nu)G^2(z, \nu)P_f^-(z, \nu) + \xi(\nu) \left[ (R_1(\nu)G(z, \nu) + 1)(G(z, \nu) - 1) + \right. \\ \left. + \gamma_a(\nu)R_1(\nu)G(z, \nu) \int_0^z G(z', \nu) dz' + \gamma_a(\nu)G(z, \nu) \int_0^z \frac{dz'}{G(z', \nu)} \right] \quad (3.55)$$

De forma que tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas que podemos despejar tal y como se muestra a continuación (para simplificar la notación obviaremos la dependencia con la frecuencia):

$$P_f^+(z) = \frac{\xi}{1 - G^2(L)R_2R_1} \left[ G^2(L)R_2R_1 - 1 + R_1G(z)(G(L) - 1) + G(z)(1 - G(L)R_2R_1) + \right. \\ \left. + \gamma_a G^2(L)R_2R_1G(z) \int_z^L \frac{dz'}{G(z')} + \gamma_a G(z) \int_0^z \frac{dz'}{G(z')} + \gamma_a R_1G(z) \int_0^L G(z') dz' \right] \quad (3.56)$$

$$P_f^-(z) = \frac{\xi}{1 - G^2(L)R_2R_1} \left[ G^2(L)R_2R_1 - 1 + R_2 \frac{G(L)}{G(z)} (G(L) - 1) + \frac{G(L)}{G(z)} (1 - G(L)R_2R_1) + \right. \\ \left. + \frac{\gamma_a}{G(z)} G^2(L)R_2R_1 \int_0^z G(z') dz' + \frac{\gamma_a}{G(z)} \int_z^L G(z') dz' + \gamma_a R_2 \frac{G^2(L)}{G(z)} \int_0^L \frac{dz'}{G(z')} \right] \quad (3.57)$$

Estas expresiones ya incluyen las condiciones de contorno del oscilador y con ellas podemos calcular el espectro de fluorescencia en cualquier punto de la fibra dopada en función de la ganancia, o lo que es equivalente, en función de la potencia de bombeo copropagante. Señalaremos en este punto que estas ecuaciones son totalmente generales, ya que si hacemos que  $R_1$  y  $R_2$  sean nulas para cualquier longitud de onda, recuperamos las ecuaciones obtenidas para el amplificador [17]:

$$P_f^+(z, \nu) = \xi(\nu) \left[ G(z, \nu) - 1 + \gamma_a(\nu) \int_0^z \frac{G(z', \nu)}{G(z', \nu)} dz' \right] \quad (3.58)$$

$$P_f^-(z, \nu) = \xi(\nu) \left[ \frac{G(L, \nu)}{G(z, \nu)} - 1 + \gamma_a(\nu) \int_z^L \frac{G(z', \nu)}{G(z, \nu)} dz' \right] \quad (3.59)$$

Para concluir con este punto, escribiremos a partir de (3.56) y (3.57) las expresiones de las potencias de fluorescencia en los extremos de la fibra, ya que a posteriori son las únicas magnitudes medibles. Así, tenemos:

$$P_f^+(0) = \frac{\xi R_1}{1 - G^2(L)R_2R_1} \left[ (R_2G(L) + 1)(G(L) - 1) + \gamma_a R_2 G^2(L) \int_0^L \frac{dz}{G(z)} + \gamma_a \int_0^L G(z) dz \right] \quad (3.60)$$

$$P_f^-(0) = \frac{\xi}{1 - G^2(L)R_2R_1} \left[ (R_2G(L) + 1)(G(L) - 1) + \gamma_a R_2 G^2(L) \int_0^L \frac{dz}{G(z)} + \gamma_a \int_0^L G(z) dz \right] \quad (3.61)$$

$$P_f^+(L) = \frac{\xi}{1 - G^2(L)R_2R_1} \left[ (R_1G(L) + 1)(G(L) - 1) + \gamma_a G(L) \int_0^L \frac{dz}{G(z)} + \gamma_a R_1 G(L) \int_0^L G(z) dz \right] \quad (3.62)$$

$$P_f^-(L) = \frac{\xi R_2}{1 - G^2(L)R_2R_1} \left[ (R_1G(L) + 1)(G(L) - 1) + \gamma_a G(L) \int_0^L \frac{dz}{G(z)} + \gamma_a R_1 G(L) \int_0^L G(z) dz \right] \quad (3.63)$$



Ahora que ya hemos relacionado todas las potencias que intervienen en el proceso de oscilación láser con la potencia de bombeo copropagante, debemos analizar la manera de determinarla a lo largo de toda la fibra dopada, ya que una vez conocida, podemos calcular el resto de potencias a partir de (3.38)-(3.41), (3.56) y (3.57). Para ello, sustuiremos en primer lugar en la ecuación (3.31) la expresión de  $n_2(z)$  obtenida tras sustituir (3.23)-(3.26) en (3.28). Si además utilizamos (2.1), (3.18), (3.29), (3.30), (3.35) y (3.36) y definimos:

$$P'(z, \nu) = P_s(z, \nu) + P_f(z, \nu) \quad (3.64)$$

donde  $P_s(z, \nu)$  y  $P_f(z, \nu)$  vienen dadas por la expresión (2.1), resulta que:

$$\begin{aligned} P_p^{th}(\nu_p) & \left[ \gamma_p(\nu_p) + \frac{dP_p^+(z, \nu_p)/dz}{P_p^+(z, \nu_p)} \right] + \gamma_{esa}(\nu_p) [P_p^+(z, \nu_p) + P_p^-(z, \nu_p)] + \\ & + \left[ 1 + \frac{\gamma_e(\nu_p)}{\gamma_p(\nu_p)} \right] \frac{dP_p^+(z, \nu_p)/dz}{P_p^+(z, \nu_p)} [P_p^+(z, \nu_p) + P_p^-(z, \nu_p)] + \\ & + \frac{\alpha_p(\nu_p)}{\gamma_p(\nu_p)} \sum_i P'(z, \nu_i) \frac{\nu_p}{\nu_i} \left[ \gamma(\nu_i) + \beta(\nu_i) \frac{dP_p^+(z, \nu_p)/dz}{P_p^+(z, \nu_p)} \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.65)$$

con  $P_p^{th}(\nu_p)$  definido como:

$$P_p^{th}(\nu_p) = \frac{h\nu_p}{\tau} \frac{A_d \bar{N}_T}{\gamma_p(\nu_p)} \frac{\eta_0(\nu_p)}{\eta_2(\nu_p)} \quad (3.66)$$

La expresión (3.65) presenta una dependencia tanto explícita como implícita con la  $P_p^+(z)$  y su integración, aunque complicada, nos proporcionará una expresión sin derivadas de las potencias involucradas. De los cuatro términos de esta expresión, la integral del primero es inmediata, al igual que la del tercero si consideramos (3.37). La integral del cuarto término es un poco más complicada y hace falta tener en cuenta la fórmula de Leibnitz para derivación bajo el signo integral e integrar por partes, tal y como se muestra de forma explícita en [17].

Sin embargo, el segundo término es en general imposible de integrar de forma analítica y aunque este hecho representa un problema, en nuestro caso particular en el que utilizamos longitudes de onda de bombeo que no presentan absorción desde el estado excitado, no es así puesto que este término es nulo. Así, si calculamos las integrales de los términos no nulos y definimos:

$$P_p^*(z, \nu) = P_p^+(z, \nu) - P_p^-(z, \nu) \quad (3.67)$$

$$P^*(z, \nu) = P_s^+(z, \nu) - P_s^-(z, \nu) + P_f^+(z, \nu) - P_f^-(z, \nu) \quad (3.68)$$

$$P_p^{sp}(\nu_p) = \frac{4h\nu_p}{\gamma_p(\nu_p)} \frac{\eta_0(\nu_p)}{\eta_2(\nu_p)} \sum_f \Delta\nu_f \gamma_e(\nu_f) \frac{\eta_2(\nu_f)}{\eta_0(\nu_f)} \quad (3.69)$$

obtenemos finalmente la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & \left[ P_p^{th}(\nu_p) - P_p^{sp}(\nu_p) \right] \left\{ \gamma_p(\nu_p) z + \ln \left( \frac{P_p^+(z, \nu_p)}{P_p^+(0, \nu_p)} \right) \right\} + \frac{\gamma_{esa}(\nu_p)}{\gamma_p(\nu_p)} P_p^{esa}(z, \nu_p) + \\ & + \frac{\alpha_p(\nu_p)}{\gamma_p(\nu_p)} \left\{ \left[ P_p^*(z, \nu_p) - P_p^*(0, \nu_p) \right] + \sum_i \frac{\nu_p}{\nu_i} \left[ P^*(z, \nu_i) - P^*(0, \nu_i) \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (3.70)$$

donde es importante reseñar que el parámetro  $P_p^{sp}(\nu_p)$  proviene de los términos de emisión espontánea que aparecen en las ecuaciones de evolución de las potencias de fluorescencia. Esta ecuación es totalmente general, ya que hemos conservado el término correspondiente a la absorción desde el estado excitado, en el que  $P_p^{esa}(z, \nu_p)$  equivale a:

$$P_p^{esa}(z, \nu_p) = P_p^*(z, \nu_p) - P_p^*(0, \nu_p) + \gamma_p(\nu_p) \int_0^z dz' P_p(z', \nu_p) \quad (3.71)$$

y su validez abarca incluso otras configuraciones como la del amplificador, ya que en ningún momento hemos introducido en ella las condiciones de contorno del láser. Si consideramos ahora nuestro caso particular en el que no hay absorción desde el estado excitado, únicamente

hay bombeo copropagante y no se introduce potencia de señal, obtenemos una expresión más sencilla:

$$\begin{aligned} & \left[ P_p^{th}(\nu_p) - P_p^{sp}(\nu_p) \right] \frac{\gamma_p(\nu_p)}{\alpha_p(\nu_p)} \left\{ \gamma_p(\nu_p) z + \ln \left( \frac{P_p^+(z)}{P_p^+(0)} \right) \right\} + [P_p^+(z) - P_p^+(0)] + \\ & + \sum_i \frac{\nu_p}{\nu_i} [P_f^+(z, \nu_i) - P_f^+(0, \nu_i) + P_f^-(0, \nu_i) - P_f^-(z, \nu_i)] = 0 \end{aligned} \quad (3.72)$$

Aunque esta expresión parece a simple vista analítica, en realidad no lo es, ya que las expresiones que relacionan las potencias de fluorescencia con la potencia de bombeo copropagante son ecuaciones integrales ((3.40) y (3.56)-(3.57)). Para resolver esta ecuación hace falta hacer uso de las expresiones (2.1), (3.19), (3.29)-(3.30), (3.35)-(3.36), (3.38)-(3.41), (3.43), (3.56)-(3.57) y (3.66)-(3.69), por tanto este modelo está formado por estas ecuaciones más la (3.72) y los parámetros necesarios son  $A_d, \bar{N}_T, \tau, \eta_i$  y  $\gamma_\beta$ , los cuales están relacionados con los parámetros que necesita el modelo basado en la distribución modal por las ecuaciones (3.2), (3.6) y (3.18). La resolución debe abordarse también por métodos numéricos, pero nos dedicaremos a ello en el siguiente apartado.

Si queremos particularizar para el caso del láser y aplicar las condiciones de contorno (2.26) y (2.27), debemos tomar  $z = L$  en la ecuación (3.72). Si definimos antes:

$$T_j(\nu) = 1 - R_j(\nu), \quad j = 1, 2 \quad (3.73)$$

llegamos operando a que:

$$\begin{aligned} & \left[ P_p^{th} - P_p^{sp} \right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\} + [P_p^+(L) - P_p^+(0)] + \\ & + \sum_i \frac{\nu_p}{\nu_i} [P_f^+(L, \nu_i) T_2(\nu_i) + P_f^-(0, \nu_i) T_1(\nu_i)] = 0 \end{aligned} \quad (3.74)$$

donde hemos simplificado la notación, ya que todas las variables y parámetros que llevan el subíndice  $p$  sabemos que están consideradas para la frecuencia  $\nu_p$ .

Esta es la ecuación final que proporciona este modelo para el caso del láser y que podemos resolver por métodos numéricos como veremos a continuación. Podemos observar que en el caso ideal en el que los espejos no absorban, la ecuación (3.73) equivale a calcular las transmisiones de los espejos, y en ese caso el último término de (3.74) se refiere a las potencias láser que salen fuera de la cavidad. El segundo término, en cambio, indica la potencia de bombeo que ha sido absorbida en la fibra dopada aunque con el signo cambiado y el primero da cuenta de las pérdidas que se producen en la transformación del bombeo en señal láser.

## **3.4 Resolución numérica**

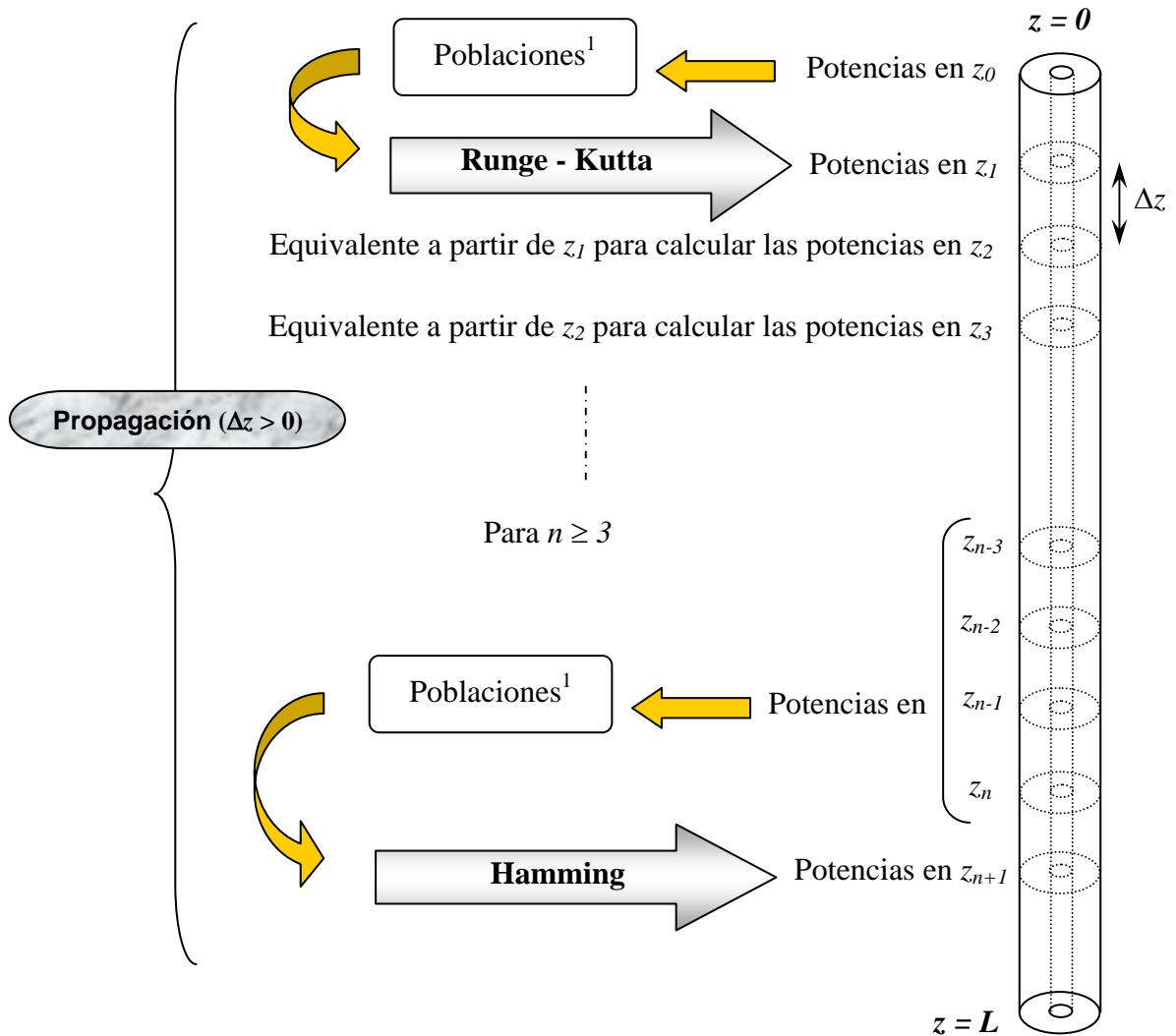
### **3.4.1 Partiendo de las ecuaciones de evolución**

La resolución numérica del modelo basado en factores de solapamiento puede hacerse desde dos perspectivas, la primera partiendo de las ecuaciones de evolución y la segunda partiendo de las ecuaciones cuasi-analíticas desarrolladas en el apartado anterior.

Si partimos de las ecuaciones de evolución, trabajaremos con el modelo constituido por las ecuaciones (2.1), (2.18)-(2.19), (2.25), (3.2), (3.6) y (3.15)-(3.17), y la forma de operar será totalmente análoga a la seguida para el modelo con distribución modal, es decir utilizando el método de relajación. De hecho, la estructura del programa de cálculo debe ser la misma que la que aparece en la Figura 2.5. La única diferencia estriba en el cálculo de la propagación de las potencias a lo largo de la fibra, que en el caso anterior venía esquematizado en la Figura 2.6. En este nuevo modelo los factores de solapamiento, determinados por (3.2) y (3.1) o (3.6), (dependiendo de si usamos uno o dos), pueden ser

calculados independientemente, incluso fuera del programa de cálculo numérico. Así, el cálculo de las poblaciones resulta inmediato a partir de (3.17), utilizando (3.15)-(3.16), y el programa se simplifica de forma considerable.

El nuevo esquema de resolución de las ecuaciones de propagación se muestra en la Figura 3.1. Si comparamos este esquema con el de la Figura 2.6, apreciamos la supresión de dos etapas en la propagación desde un punto  $z_n$  al siguiente  $z_{n+1} = z_n + \Delta z$ . Estas etapas correspondían fundamentalmente al cálculo de los términos de acoplamiento y constituían el principal obstáculo del modelo inicial con distribución modal.



**Figura 3.1:** Esquema de la resolución de las ecuaciones de propagación (2.18), (2.19) y (2.25) en el sentido positivo el eje axial para el modelo con factores de solapamiento. <sup>1</sup> Usando ecuaciones (3.15) a (3.17).

Tras estas discusiones es fácil adivinar que el programa numérico empleado no es más que una modificación directa del utilizado para el modelo con distribución modal del Capítulo 2, eso sí, más simplificado y en consecuencia mucho más rápido. Los resultados obtenidos fueron satisfactorios, y se mostrarán con amplitud en el Apartado 3.5.

### 3.4.2 Partiendo de las ecuaciones cuasi-analíticas

#### 3.4.2.1 Mediante el método de relajación

El modelo que pretendemos resolver ahora es el constituido por las ecuaciones (2.1), (3.19), (3.29)-(3.30), (3.35)-(3.36), (3.38)-(3.41), (3.43), (3.56)-(3.57), (3.66)-(3.69) y (3.72), siendo esta última la más representativa. La ecuación (3.72) debe resolverse numéricamente por un método iterativo, ya que conocemos las condiciones de contorno, pero no las condiciones iniciales. El método consistiría en introducir una solución aproximada para la potencia de bombeo copropagante que nos sirva como punto de partida para el cálculo y luego de forma iterativa utilizar la solución final obtenida como solución inicial para el caso siguiente, aplicando siempre en los extremos las condiciones de contorno (2.26)-(2.27).

Para conseguir una solución inicial del bombeo, podemos basarnos en algunas aproximaciones como considerar que la influencia de la fluorescencia en las poblaciones es despreciable, con lo que (3.72) se convierte en:

$$P_p^{th} \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p z + \ln \left( \frac{P_p^+(z)}{P_p^+(0)} \right) \right\} + [P_p^+(z) - P_p^+(0)] = 0 \quad (3.75)$$

que es una ecuación que se resuelve fácilmente y donde  $P_p^{sp}(\nu_p)$  no aparece, ya que procede de los términos de emisión espontánea. En general, esta es una aproximación muy fuerte y solamente es válida para obtener una solución que sirva como punto de partida del programa iterativo, donde se debe incluir la ecuación (3.72) completa.

Este método no aporta nada nuevo ni ofrece nuevas ventajas, ya que no es más que otra manera de aplicar el método de relajación ya desarrollado en dos ocasiones, con la salvedad de que ahora la magnitud desconocida es el bombeo copropagante. Por esta razón, decidimos no aplicarlo por segunda vez al modelo de factores de solapamiento y desarrollar a cambio un nuevo método basado en la optimización de parámetros.

### 3.4.2.2 Mediante la optimización de parámetros

Este nuevo método con el que pretendemos resolver el sistema de ecuaciones cuasi-analíticas, se basa en la elección de una serie de parámetros que habrá que optimizar por métodos numéricos, de forma que a partir de ellos podamos obtener todas las magnitudes involucradas.

Para comprender mejor la elección de estos parámetros nos fijaremos en la ecuación (3.31), a partir de la cual podemos hacernos una idea de cómo evoluciona la potencia de bombeo copropagante a lo largo de la fibra dopada. Así, si la integramos directamente entre 0 y  $z$ , obtenemos despejando:

$$P_p(z) = P_p(0) \exp(-\gamma_p z) \exp\left(-\alpha_p \frac{\eta_2}{\eta_0} \int_0^z n_2(z') dz'\right), \quad (3.76)$$

que nos indica que la evolución del bombeo va a ser muy similar a una función exponencial dependiendo de las variaciones que sufra la población del nivel 2 de la transición láser. Si por ejemplo la población fuera constante a lo largo de la fibra, la distribución de la potencia de bombeo sería exactamente exponencial, tal y como vemos a continuación:

$$P_p(z) = P_p(0) \exp\left(-\left[\gamma_p + \alpha_p \frac{\eta_2}{\eta_0} n_2\right] z\right) = P_p(0) \exp(-\Omega z) \quad (3.77)$$

Esta expresión proviene de una aproximación, pero nos da una idea, y es que basándonos en esta evolución cuasi-exponencial podemos parametrizar la expresión (3.76) de la siguiente forma:

$$P_p(z) = P_p(0) \exp(-a_1 z - a_2 z^2 - a_3 z^3 - \dots) = P_p(0) \exp\left(-\sum_{j=1}^m a_j z^j\right) \quad (3.78)$$

donde  $m \geq 2$  y donde los parámetros  $a_j$  serán determinados en cada momento de tal forma que se cumpla la ecuación (3.72). Aunque en principio con la elección de estos parámetros es suficiente, consideramos a la vista de las expresiones (3.56) y (3.57) que es importante tener en cuenta además como parámetro:

$$q(\nu) = 1 - G^2(L, \nu) R_2(\nu) R_1(\nu) \quad (3.79)$$

La explicación a esta determinación es la siguiente: por encima del umbral las ecuaciones (3.56) y (3.57) toman valores despreciables en todas las longitudes de onda excepto en la de oscilación ( $\lambda_{osc}$ ), en la que se disparan. Si nos fijamos en el denominador de ambas expresiones y teniendo en cuenta que la potencia de fluorescencia no puede ser negativa, se cumple por un lado que:

$$G^2(L, \nu_f) R_1(\nu_f) R_2(\nu_f) < 1 \quad (3.80)$$

y además en el caso en que  $\nu_f = \nu_{osc}$ , se cumplirá que:

$$G^2(L, \nu_{osc}) R_1(\nu_{osc}) R_2(\nu_{osc}) \approx 1 \quad (3.81)$$

o lo que es lo mismo  $q(\nu) \approx 0$ , por lo que este parámetro es crítico al menos en el caso en el que haya oscilación láser, es decir por encima del umbral. Por debajo del umbral las potencias de fluorescencia son del mismo orden de magnitud para cualquier frecuencia  $\nu_f$  y no es necesario en principio utilizar este parámetro.

Por otra parte y una vez elegidos los parámetros, debemos darnos cuenta de que existe una ligadura entre ellos determinada por las ecuaciones (3.40), (3.78) y (3.79). Así, podemos por ejemplo dejar aparte el parámetro  $a_m$  y calcularlo a partir de los demás a través de esta condición de ligadura, que desarrollada queda como sigue:



$$a_m = \frac{\gamma(\nu)}{\beta(\nu)L^{m-1}} - \frac{1}{2\beta(\nu)L^m} \ln\left(\frac{1-q(\nu)}{R_2(\nu)R_1(\nu)}\right) - \sum_{j=1}^{m-1} \frac{a_j}{L^{m-j}} \quad (3.82)$$

El número  $m$  de parámetros escogidos puede ser en principio tan alto como queramos, sin más problema que el aumento de la complejidad de las ecuaciones y del programa de cálculo. Hay que tener en cuenta que el primer miembro de la ecuación (3.72) debe ser nulo para cualquier punto  $z$  de la fibra dopada, y por tanto, eligiendo tantos puntos como parámetros escojamos, convertimos el problema en la resolución de un sistema de  $m$  ecuaciones con  $m$  incógnitas. La elección de  $m$  se hará a posteriori observando los resultados para algunos casos particulares y siguiendo un razonamiento similar al utilizado en el Apartado 2.3.2 para determinar la tolerancia óptima. La cuestión es, como siempre, llegar a un compromiso entre la precisión que queremos obtener y la complejidad del programa numérico, que acabará repercutiendo en tiempo de cálculo.

Tras exponer los motivos que han llevado a la elección de los parámetros, procederemos a desarrollar el esquema del método de resolución. Tomaremos en primer lugar unos valores aproximados de los parámetros  $a_1, a_2, \dots, a_{m-1}, q$  y a partir de ellos calculamos el que resta, es decir  $a_m$ , con la expresión (3.82). La ganancia se puede calcular utilizando (3.78) y (3.40) y con ella las potencias de fluorescencia a partir de (3.56) y (3.57), con lo que obtenemos una solución en primera aproximación de la ecuación (3.72). El método más común utilizado para encontrar partiendo de este punto una solución más exacta, es definir una función de mérito que describa el error que cometemos y tratar de minimizarla. De esta manera obtendremos las correcciones sucesivas que deben sufrir los parámetros para que la función de mérito sea cada vez más pequeña (y por tanto el error), lo que nos proporcionará tras algunas iteraciones la solución correcta.

Como hemos comentado anteriormente debemos utilizar el valor de la expresión (3.72) en distintos puntos de la fibra dopada para tener así tantas ecuaciones como incógnitas, y por tanto la función de mérito deberá tenerlo en cuenta. Así, si denominamos  $z_1, z_2, \dots, z_m$  a los puntos de la fibra sobre los que vamos a trabajar, y  $f(z_i)$  a la función determinada por el primer miembro de la ecuación (3.72) aplicado en  $z_i$ , podemos definir una función de mérito

(*f.d.m.*) típica, basada en el método de mínimos cuadrados, como la que se muestra en uno de los cuadros de la Figura 3.2.

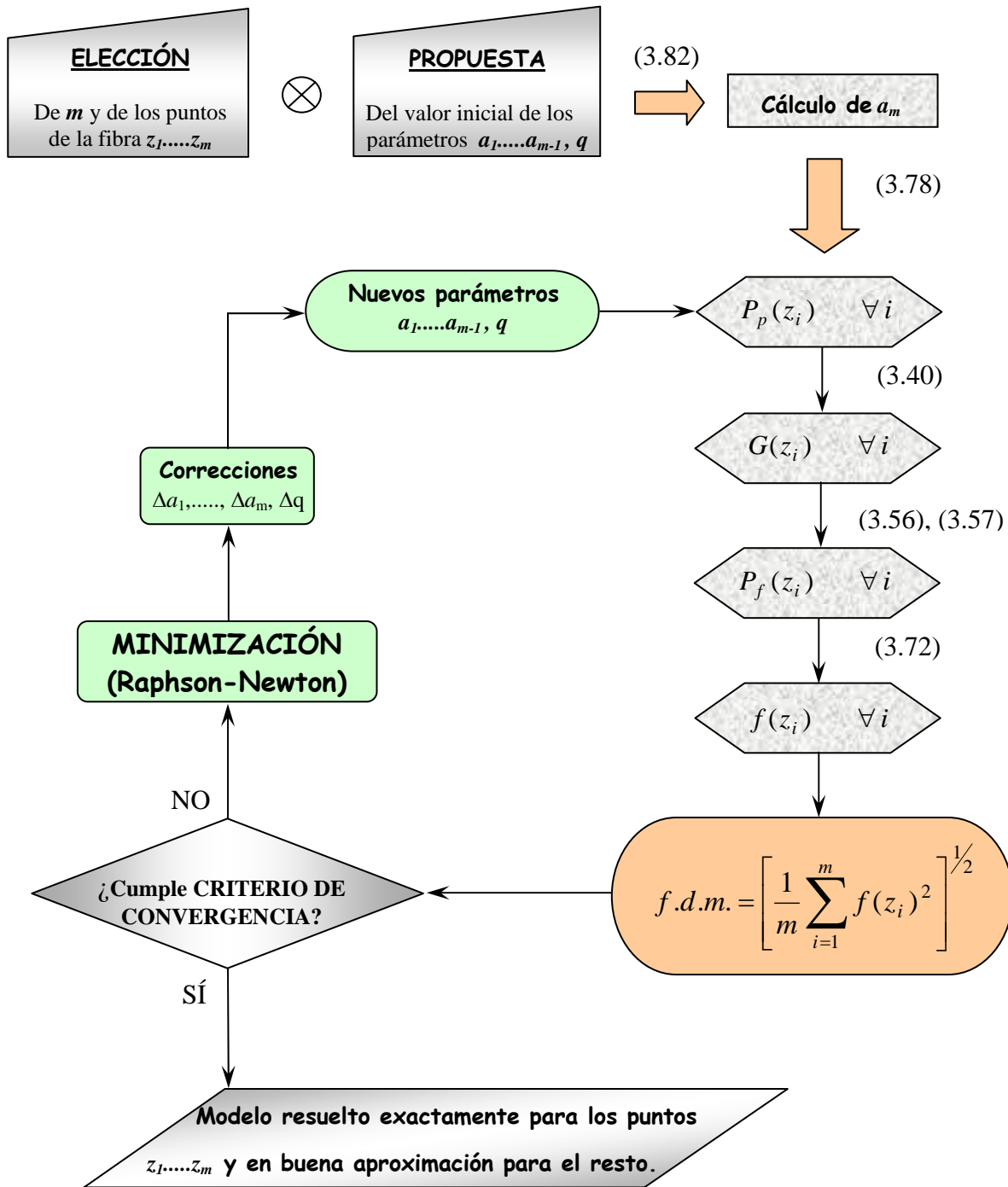


Figura 3.2: Esquema del programa de cálculo que resuelve las ecuaciones cuasi-analíticas mediante la optimización de parámetros utilizando la minimización de una función de mérito como método principal. A la derecha de las flechas se indica la ecuación o ecuaciones necesarias en cada paso.

En resumen, con este método y siguiendo el esquema representado en la Figura 3.2 obtenemos los parámetros  $a_1, a_2, \dots, a_{m-1}, q$  que hacen que la expresión (3.72) sea nula en los puntos elegidos  $z_1, z_2, \dots, z_m$  de la fibra dopada, además de en  $z = 0$ , donde es nula por definición. En el resto de puntos de la fibra dopada, la función  $f(z)$  no tiene por qué anularse, por lo que realmente no podemos decir que hayamos resuelto el modelo completamente. Sin embargo, es cierto que al tratarse de una función continua y pasar varias veces por el origen de ordenadas es presumible que en el resto de puntos la función no tome valores muy altos, (pensando en valores absolutos), con lo que podemos concluir que el modelo se resuelve exactamente en los puntos seleccionados y en buena aproximación (a falta de una comprobación definitiva) para cualquier otro punto de la coordenada axial.

Para minimizar la función de mérito existen varios métodos bien conocidos (rastreo, Lagrange, máxima pendiente...) pero de todos ellos se suele elegir por su rapidez y precisión el de Raphson-Newton, basado en el desarrollo en serie de funciones de varias variables. Este método es bien conocido, e implica el desarrollo de derivadas parciales de segundo orden, lo que puede resultar bastante complicado dependiendo de la complejidad de las expresiones de estas derivadas. Sin embargo, en nuestro caso, podemos trabajar únicamente con las derivadas parciales de primer orden si en lugar de buscar el mínimo de la función de mérito, buscamos directamente soluciones a la ecuación (3.72) para los distintos puntos  $z_1, z_2, \dots, z_m$ . En otras palabras, sabemos que:

$$f(z_j, a_1, \dots, a_{m-1}, q) = f(z_j) = 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, m \quad (3.83)$$

y si efectuamos el desarrollo de primer orden en serie de Taylor de esa función tenemos:

$$f(z_j, a'_1, \dots, q') = f(z_j, a_1, \dots, q) + \Delta a_1 \left. \frac{\partial f}{\partial a_1} \right|_{z_j} + \dots + \Delta q \left. \frac{\partial f}{\partial q} \right|_{z_j} = 0 \quad (3.84)$$

por lo que resulta que el sistema de ecuaciones que tenemos que resolver es el que viene determinado por la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f}{\partial a_1} \right|_{z_1} & \dots & \left. \frac{\partial f}{\partial a_{m-1}} \right|_{z_1} & \left. \frac{\partial f}{\partial q} \right|_{z_1} & -f(z_1) \\ \left. \frac{\partial f}{\partial a_1} \right|_{z_2} & \dots & \left. \frac{\partial f}{\partial a_{m-1}} \right|_{z_2} & \left. \frac{\partial f}{\partial q} \right|_{z_2} & -f(z_2) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left. \frac{\partial f}{\partial a_1} \right|_{z_m} & \dots & \left. \frac{\partial f}{\partial a_{m-1}} \right|_{z_m} & \left. \frac{\partial f}{\partial q} \right|_{z_m} & -f(z_m) \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

En estas ecuaciones, hemos eliminado  $a_m$  como variable de la que depende  $f(z)$  ya que este parámetro puede ser obtenido a partir de los otros con la condición de ligadura (3.82) y por lo tanto tal dependencia no existe. Podemos observar además como principal característica que los coeficientes de la matriz son como ya adelantamos derivadas parciales únicamente de primer orden evaluadas en distintos puntos de la coordenada  $z$ . Estas derivadas de la función  $f(z_i)$ , obviada la dependencia con la frecuencia, son las que se muestran a continuación:

$$\frac{\partial f(z)}{\partial a_j} = \left[ P_p^{th} - P_p^{sp} + \frac{\alpha_p}{\gamma_p} P_p(z) \right] \left[ L^j \left( \frac{z}{L} \right)^m - z^j \right] + \frac{\alpha_p}{\gamma_p} \sum_i \frac{v_p}{v_i} \frac{\partial S(z)}{\partial a_j} \quad (3.86)$$

$$\frac{\partial f(z)}{\partial q_k} = \left[ P_p^{th} - P_p^{sp} + \frac{\alpha_p}{\gamma_p} P_p(z) \right] \frac{1}{2\beta_k} \frac{1}{q_k - 1} \left( \frac{z}{L} \right)^m + \frac{\alpha_p}{\gamma_p} \sum_i \frac{v_p}{v_i} \frac{\partial S(z)}{\partial q_k}, \quad (3.87)$$

donde:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S(z)}{\partial a_j} = & [G(z) - 1] \left[ R_1 + \frac{1}{G(z)} \right] \frac{\partial P_f^-(0)}{\partial a_j} + \\ & + \beta \left[ L^j \left( \frac{z}{L} \right)^m - z^j \right] \left\{ P_f^-(0) \left[ R_1 G(z) + \frac{1}{G(z)} \right] + \xi \left[ G(z) + \frac{1}{G(z)} \right] \right\} + \\ & + \xi \gamma_a \beta \int_0^z dx \left[ \frac{G(z)}{G(x)} - \frac{G(x)}{G(z)} \right] \left\{ L^j \left[ \left( \frac{z}{L} \right)^m - \left( \frac{x}{L} \right)^m \right] - (z^j - x^j) \right\} \end{aligned} \quad (3.88)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S(z)}{\partial q_k} = & [G(z) - 1] \left[ R_1 + \frac{1}{G(z)} \right] \frac{\partial P_f^-(0)}{\partial q_k} + \\
& + \frac{\beta}{2\beta_k} \frac{1}{q_k - 1} \left( \frac{z}{L} \right)^m \left\{ P_f^-(0) \left[ R_1 G(z) + \frac{1}{G(z)} \right] + \xi \left[ G(z) + \frac{1}{G(z)} \right] \right\} + \\
& + \xi \gamma_a \frac{\beta}{2\beta_k} \frac{1}{q_k - 1} \int_0^z dx \left[ \frac{G(z)}{G(x)} - \frac{G(x)}{G(z)} \right] \left[ \left( \frac{z}{L} \right)^m - \left( \frac{x}{L} \right)^m \right]
\end{aligned} \tag{3.89}$$

y donde:

$$\frac{\partial P_f^-(0)}{\partial a_j} = \frac{\xi}{q} \gamma_a \beta \int_0^L dx \left[ L^j \left( \frac{x}{L} \right)^m - x^j \right] \left[ G(x) - R_2 \frac{G^2(L)}{G(x)} \right] \tag{3.90}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_f^-(0)}{\partial q_k} = & - \frac{P_f^-(0)}{q} \frac{q-1}{q_k-1} \frac{\beta}{\beta_k} + \frac{\xi}{q} \frac{\beta}{2\beta_k(q_k-1)} G(L) [1 - R_2 + 2R_2 G(L)] + \\
& + \frac{\xi}{q} \frac{\beta}{2\beta_k(q_k-1)} \gamma_a \int_0^L dx \left\{ G(x) \left( \frac{x}{L} \right)^m + R_2 \frac{G^2(L)}{G(x)} \left[ 2 - \left( \frac{x}{L} \right)^m \right] \right\}
\end{aligned} \tag{3.91}$$

Las ecuaciones (3.86) y (3.87), son de por sí suficientemente complejas para el caso general de  $m$  parámetros, ya que engloban las ecuaciones (3.88) - (3.91) y sin embargo en lo referente al método general de minimización de una función de mérito por Raphson-Newton todavía nos encontraríamos en el primer paso. Restaría igualar estas derivadas parciales a cero y seguir derivando con respecto a los parámetros, por lo que las expresiones se complicarían todavía más. En estas condiciones, el método Raphson-Newton solamente sería viable en aquellos casos en los que el valor de  $m$  fuera pequeño (2 y como mucho 3), ya que si las derivadas incluyen muchas operaciones, sobre todo integrales, deben ser incluidas una serie de subrutinas en el programa de cálculo que provocan que nuestro objetivo inicial (la búsqueda de un método más rápido de resolución del modelo con factores de solapamiento) quede mermado. De cualquier modo, en nuestro caso solamente son necesarias las derivadas parciales de primer orden, con lo que la resolución del sistema resulta mucho más rápida y eficaz.

Una vez puesto el programa en funcionamiento, debe ser optimizado eligiendo un criterio de convergencia adecuado y considerando cuál debe ser el número óptimo  $m$  de parámetros. En cuanto al criterio de convergencia lo primero que debemos hacer es elegir la magnitud sobre la que actuará. Nos fijamos para ello en la ecuación (3.83); como ya explicamos resolvemos esta expresión para unos puntos determinados y consideramos que lo estará aproximadamente para el resto de puntos de la coordenada axial, parece por tanto lógico considerar como magnitud crítica el valor máximo que toma la función  $|f(z)|$ . Este valor nos da una idea de lo bien que se resuelve el modelo, puesto que si se resuelve exactamente,  $f(z)$  debe tomar valores nulos para cualquier punto  $z$ .

En cuanto a la elección del número de parámetros, y ya que tenemos las principales líneas del programa estudiadas, lo mejor será evaluarlo a posteriori, es decir trabajar con unos cuantos casos prácticos variando el número de parámetros y establecer conclusiones a partir de los resultados obtenidos. A través de estos resultados se observó que no podemos exigir como criterio de convergencia que la función  $|f(z)|$  sea inferior a una tolerancia dada, pues para determinadas elecciones de  $m$ , el sistema se estanca en un valor alto de esta función y el método no da más de sí. Por ello se pensó que el programa debía detenerse cuando la diferencia relativa entre el máximo alcanzado por  $|f(z)|$  en dos iteraciones consecutivas fuera menor del 2 por 100 000. En la Tabla 3.1 presentamos los datos obtenidos en función del número de parámetros para una configuración en la que los espejos tienen un factor de reflexión de 0.5, la longitud de la fibra dopada es de 20 m y la potencia de bombeo introducida es de 20 mW. Los valores máximos de  $f(z)$  han sido normalizados al bombeo introducido, por constituir este por sí solo un término de la función  $f(z)$  (ver (3.72)), y así poder hablar de porcentajes de error relativo.

Podemos observar a simple vista varias cosas, en primer lugar llama la atención que para  $m > 4$  el programa parece que “colapsa” y da errores superiores al 100%. Esto es debido a que cuando tenemos muchos parámetros en juego, el programa es muy sensible a los valores iniciales de los parámetros introducidos manualmente, y no alcanza una solución estacionaria para un rango amplio de aleatoriedad en la elección de los mismos. Por otro lado,

parece apreciarse una disconformidad en los valores impares de  $m$ , parece como si el método convergiera mejor cuando  $m$  es par. Para salir de dudas presentamos en la Tabla 3.2 más datos solamente hasta 4 parámetros, pero variando reflexiones, longitud y bombeo.

Número de parámetros	$ f(z) /P_p(0) \times 100$ (%)	Número de iteraciones	Potencia para $\lambda_{\text{láser}}$ (mW)
2	0.704	15	11.1986
3	1.12	24	11.1989
4	0.040	161	11.1987
5	389.3	11	-----
6	268.0	24	-----

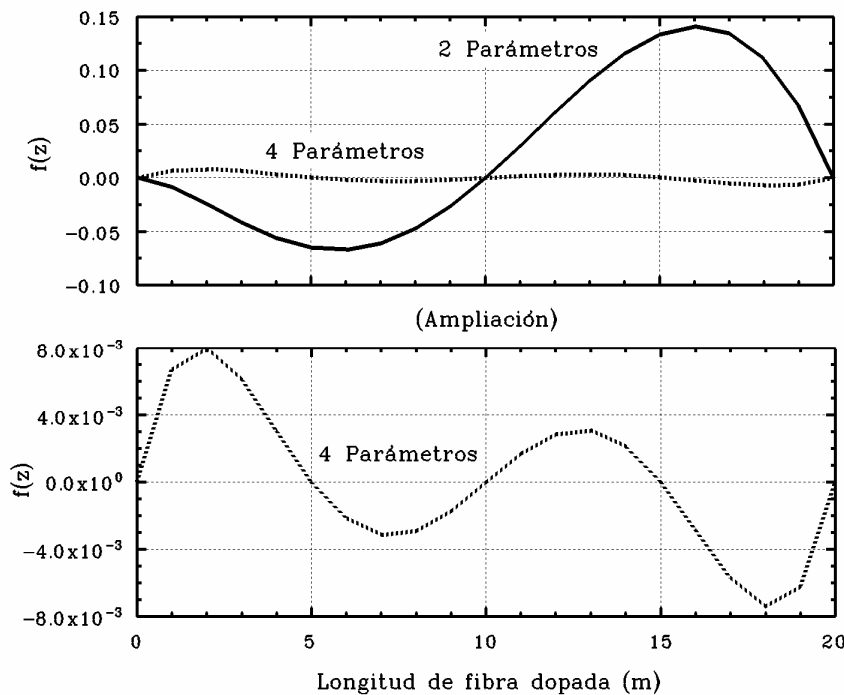
**Tabla 3.1:** Datos más representativos obtenidos para distinto número de parámetros en una configuración con  $R_1 = R_2 = 50\%$ ,  $L = 20$  m y  $P_p(0) = 20$  mW.

$R_1 = R_2$	Número de parámetros	$ f(z) /P_p(0) \times 100$ (%)	Número de iteraciones	Potencia para $\lambda_{\text{láser}}$ (mW)
0.2	2	1.49	18	3.4466
0.2	3	1.24	32	3.4466
0.2	4	0.0724	233	3.4463
0.9	2	1.47	12	41.5558
0.9	3	0.922	17	41.5558
0.9	4	0.00106	71	41.5558

**Tabla 3.2:** Datos más representativos obtenidos para distinto número de parámetros en una configuración con  $L = 16$  m y  $P_p(0) = 15$  mW variando la reflexión de los espejos.

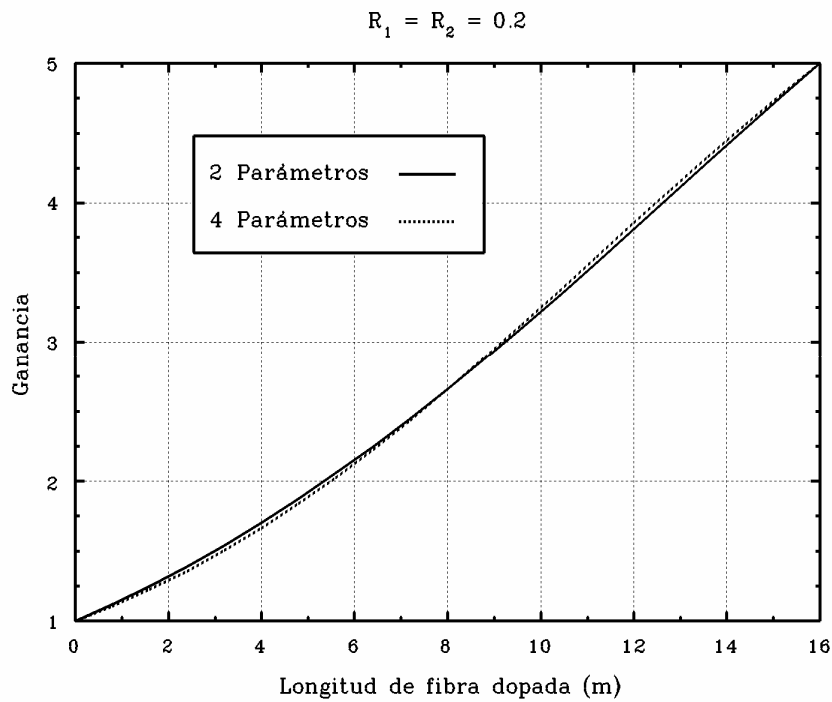
A la vista de esta segunda tabla, podemos constatar que no es una tónica general el hecho de obtener mayor precisión para 2 parámetros que para 3, aunque la diferencia no es realmente considerable (1.49% frente a 1.24% y 1.47% frente a 0.92%). Sin embargo, el tiempo de cálculo se multiplica por 3 y eso no se ve, como hemos dicho, reflejado en la

precisión. Así pues, parece claro que la elección ha de estar entre los 2 y los 4 parámetros. En las tablas vemos que el tiempo de cálculo aumenta grosso modo un orden de magnitud si elegimos 4 parámetros, pero es también lo que disminuye el error cometido, por lo que el esfuerzo puede merecer la pena. De todos modos, para ayudarnos en la elección lo mejor es representar gráficamente cómo evoluciona para estos valores de  $m$  la función  $f(z)$ , y comparar los resultados que se obtienen tanto en ganancia como en fluorescencia en ambos casos, para ver cómo se ve reflejada en ellos la precisión en el cálculo de  $f(z)$ . En la Figura 3.3 se puede observar tanto en la gráfica superior como en la ampliación inferior que esta función tiene tantos ceros como número de parámetros (sin contar que  $f(z=0)=0$  por definición) lo cual es consecuencia lógica del método empleado. En las Figuras 3.4, 3.5 y 3.6 vemos que la ganancia no varía ostensiblemente con el número de parámetros, aunque para tener una idea más clara de las variaciones hemos representado los errores relativos en la Figura 3.7.

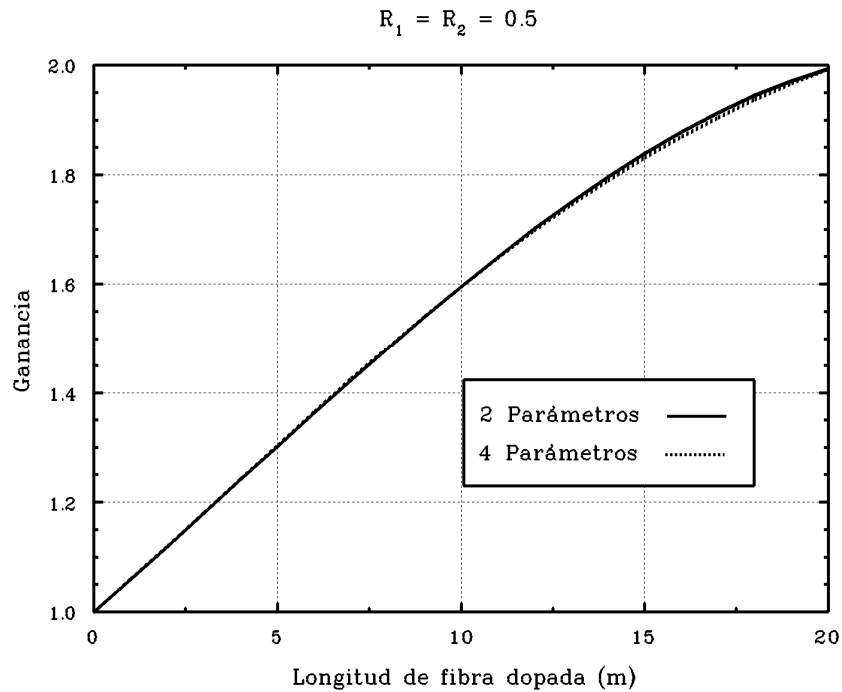


**Figura 3.3:** Evolución de  $f(z)$  con la coordenada axial para 2 y 4 parámetros. Esta gráfica corresponde a una configuración con  $R_1 = R_2 = 0.5$ ,  $L = 20\text{m}$  y  $P_p(0) = 20\text{mW}$ .

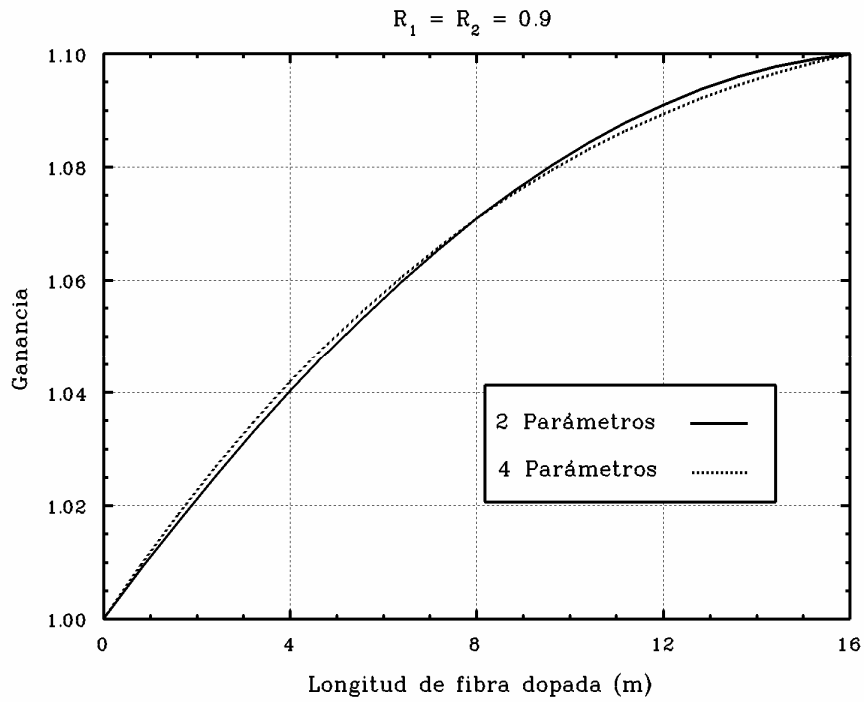




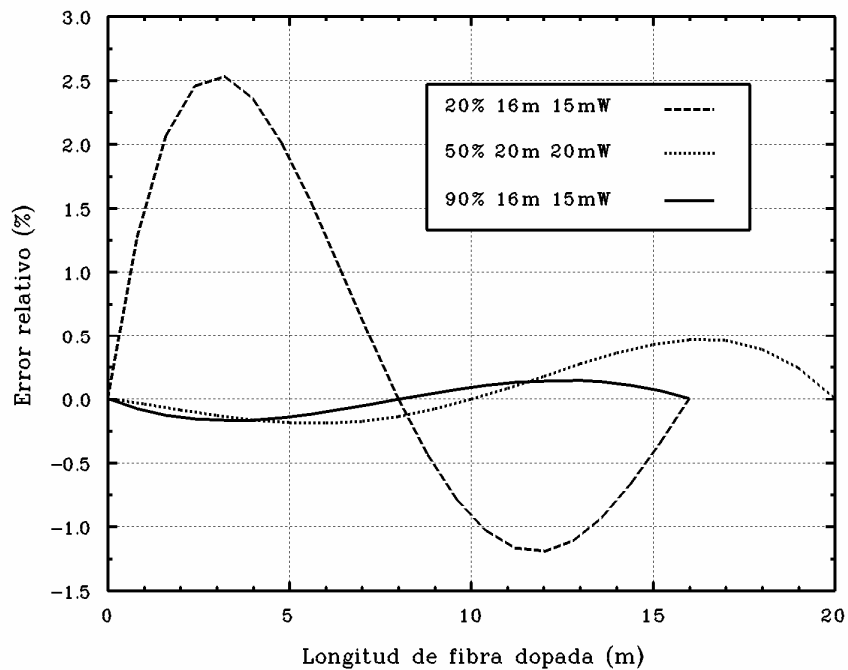
**Figura 3.4:** Evolución de  $G(z)$  con la coordenada axial para 2 y 4 parámetros. Esta gráfica corresponde a una configuración con  $R_1=R_2=0.2$ ,  $L=16\text{ m}$  y  $P_p(0)=15\text{ mW}$ .



**Figura 3.5:** Evolución de  $G(z)$  con la coordenada axial para 2 y 4 parámetros. Esta gráfica corresponde a una configuración con  $R_1=R_2=0.5$ ,  $L=20\text{ m}$  y  $P_p(0)=20\text{ mW}$ .



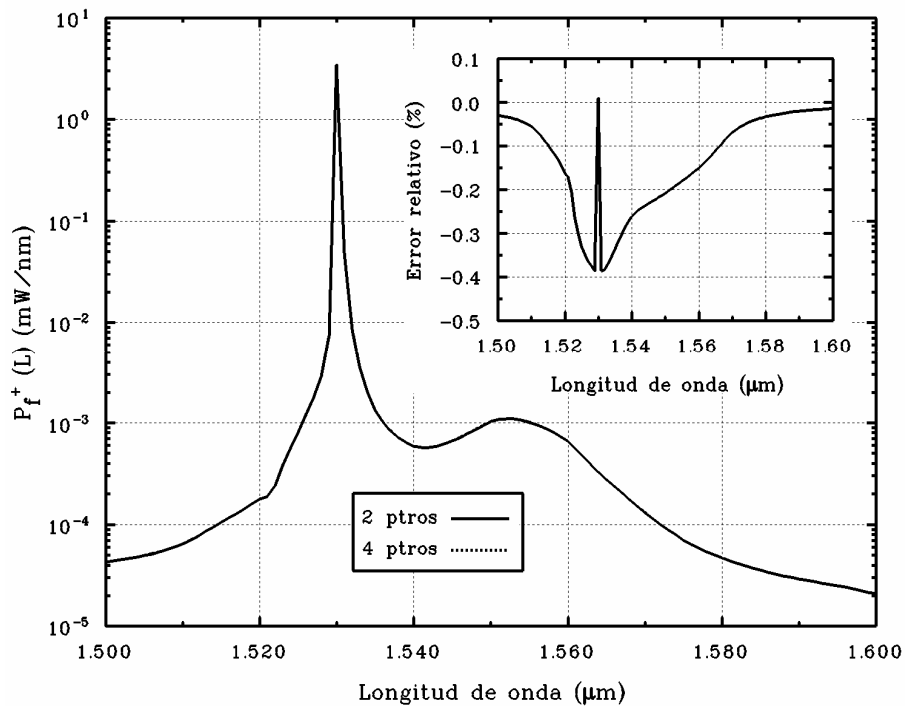
**Figura 3.6:** Evolución de  $G(z)$  con la coordenada axial para 2 y 4 parámetros. Esta gráfica corresponde a una configuración con  $R_1=R_2=0.9$ ,  $L=16\text{ m}$  y  $P_p(0)=15\text{ mW}$ .



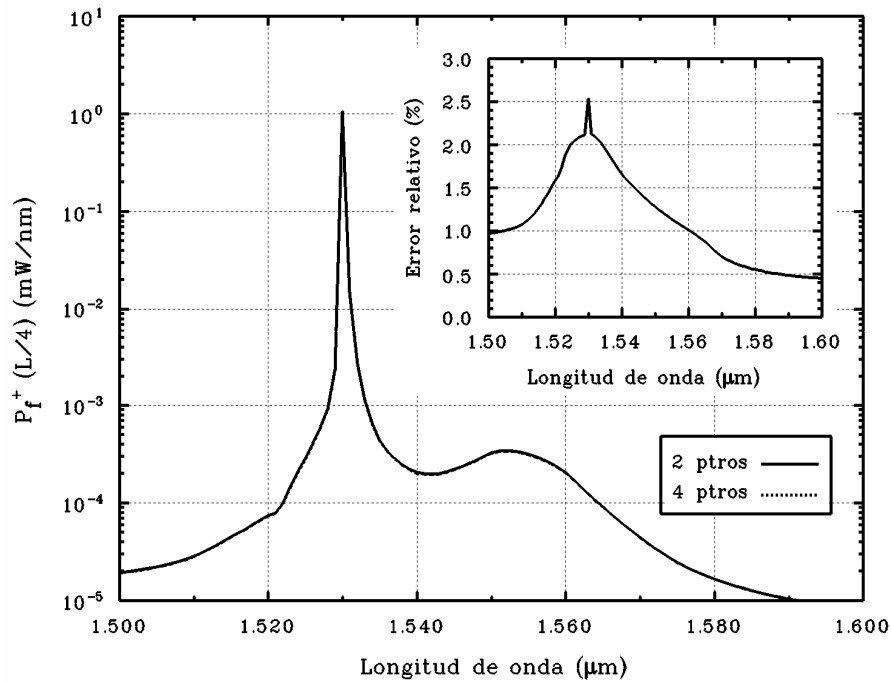
**Figura 3.7:** Error relativo cometido en la ganancia, derivado de elegir 2 ó 4 parámetros en los casos expuestos en las Figuras 3.4 - 3.6, representado en función de la coordenada axial.

Como apreciamos en las curvas de errores relativos entre la ganancia obtenida con 2 y con 4 parámetros, (Figura 3.7), el error es nulo en los puntos comunes de convergencia de ambas configuraciones ( $z = L/2$  y  $z = L$ ) y aumenta en las zonas intermedias hasta un máximo de un 2.5% en el peor de los casos. Sin embargo, podemos ver que por lo general, y en esto incluimos la mayor parte del caso más desfavorable (20% - 16m - 15mW), el error cometido es menor del 1%, lo que constituye una variación más bien mínima teniendo en cuenta las diferencias que existen entre elegir 2 ó 4 parámetros según vimos en las Tablas 3.1 y 3.2.

Estas curvas parecen predecir lo que ocurrirá en el caso de la fluorescencia tanto co- como contrapropagante. Los espectros serán muy similares en los tres puntos comunes ya mencionados ( $z = 0$ ,  $z = L/2$  y  $z = L$ ) y tendrán sus mayores diferencias en  $z = L/4$  y  $z = 3L/4$ . En las siguientes figuras vamos a representar para el caso más desfavorable los espectros de fluorescencia copropagante correspondientes a  $z = L$  y  $z = L/4$  junto con los consiguientes errores relativos.



**Figura 3.8:** Espectros de fluorescencia copropagante en  $z = L$  para 2 y 4 parámetros con el consiguiente error relativo entre ambas curvas. Esta gráfica corresponde a una configuración donde  $R_1 = R_2 = 0.2$ ,  $L = 16 \text{ m}$  y  $P_p(0) = 15 \text{ mW}$ .



**Figura 3.9:** Espectros de fluorescencia copropagante en  $z = L/4$  para 2 y 4 parámetros con el consiguiente error relativo entre ambas curvas. Esta gráfica corresponde a una configuración donde  $R_1 = R_2 = 0.2$ ,  $L = 16 \text{ m}$  y  $P_p(0) = 15 \text{ mW}$ .

Al representar los espectros de fluorescencia, observamos que no podemos discernir entre los obtenidos con 2 y los obtenidos con 4 parámetros, por lo que hemos mostrado en las Figuras 3.8 y 3.9 sendas ampliaciones con la diferencia relativa existente realmente entre ambas configuraciones. Al igual que para la ganancia, el error máximo cometido es de un 2.5% para la configuración más desfavorable con  $z = L/4$  y no llega a un 0.5% para esa misma configuración en  $z = L$ . Ciertamente un error de un 2.5% no es un error excesivamente elevado, más aún teniendo en cuenta que estamos hablando del máximo error en la situación más desfavorable tanto para ganancia como para fluorescencia.

Si analizamos por partes, observamos que en cuanto a la ganancia, el error cometido para las configuraciones con factores de reflexión elevados, no excede en ningún caso el 0.5%, lo cual es más que aceptable. En cuanto a la fluorescencia, ya hemos visto que en el punto de la coordenada  $z$  donde el error es mayor ( $z = L/4$ ), el cálculo de la fluorescencia con 2 parámetros sufre el mismo error que la ganancia (2.5%), pero si queremos ser prácticos,

debemos ser conscientes de que los espectros de fluorescencia tomados en puntos distintos de  $z = 0$  y  $z = L$  nunca van a poder ser contrastados con una medida experimental, por lo que su cálculo tiene una misión puramente académica para observar la evolución a lo largo de la fibra dopada, y para este fin consideramos a todas luces suficiente un error máximo de un 2.5%. Además como se aprecia en la Figura 3.8 el error en  $z = L$  para el caso más desfavorable no supera el 0.4% y disminuye notablemente justo en la longitud de onda de oscilación, por lo que el error cometido en el cálculo de la potencia láser en la longitud de onda de oscilación no llega al 1 por 10 000 respecto a la calculada con 4 parámetros.

Por tanto, tras este análisis y a la vista de los datos que figuran en las Tablas 3.1 y 3.2, parece evidente que es suficiente incluir 2 parámetros en este modelo por la similitud de los resultados obtenidos y porque nos ahorramos un orden de magnitud en tiempo de cálculo. Hay que tener en cuenta que el ahorro será todavía mayor, ya que una vez elegido el número de parámetros optimizaremos el programa únicamente para  $m = 2$  lo que aumentará su eficiencia. Por poner un ejemplo, ni siquiera merece la pena resolver la matriz (3.85) con el método de Gauss-Jordan, sino que puede ser resuelta directamente como un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

La gran similitud entre las curvas de ganancia y fluorescencia obtenidas para 2 y 4 parámetros, “demuestra” en cierto modo que la aplicación del método general Raphson-Newton planteado al comienzo de este subapartado, consistente en minimizar una función de mérito y que implicaba derivadas parciales de segundo orden, no parece razonable puesto que como vemos una gran precisión en el método de resolución del modelo no se ve gratificada con una mejora sustancial de los resultados obtenidos. Así pues, el esquema del programa de cálculo definitivo queda determinado y es el que se muestra en la Figura 3.10.

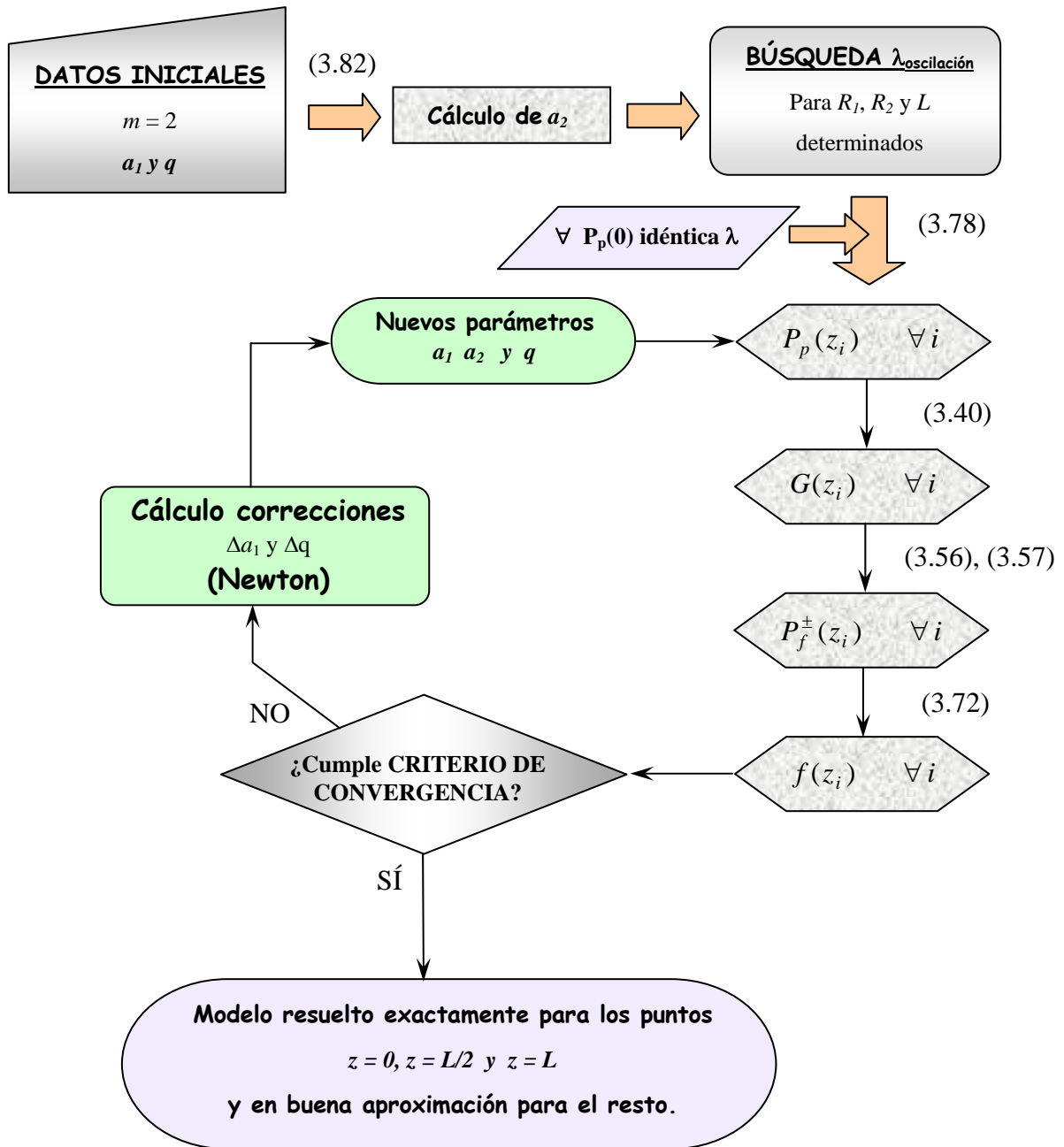
Por otra parte, hasta ahora no hemos comentado un aspecto importante de este método consistente en la optimización de parámetros, y es que a diferencia de los basados en el método de relajación, la longitud de onda de oscilación debe ser calculada previamente. De forma más explícita, en los programas basados en el método de relajación, la fluorescencia va

convergiendo poco a poco a la solución correcta, y así el pico de oscilación láser va acercándose en cada iteración a la longitud de onda correcta, este proceso es necesario para cada combinación distinta de bombeo y longitud de fibra dopada. En cambio, para calcular la longitud de onda en el método desarrollado en este apartado, debemos observar con los datos básicos que describen la configuración láser (factores de reflexión y longitud de fibra dopada principalmente) para qué longitud de onda el espectro de fluorescencia obtenido por el programa de cálculo no presenta valores negativos. Es decir, debemos chequear todo el espectro y obtener perfiles de fluorescencia para cada longitud de onda de oscilación propuesta. Si ésta no es la adecuada, aparecerán valores negativos en estos perfiles de fluorescencia, y solamente obtendremos perfiles reales para una única longitud de onda de oscilación, que es la que buscamos. En este sentido podemos decir que el programa es autoconsistente, ya que sólo ofrece soluciones físicamente válidas cuando la longitud de onda es la adecuada. Una vez obtenida, y puesto que es la misma independientemente del bombeo introducido, podemos calcular de una manera muy rápida curvas de ganancia y fluorescencia para distintos bombeos dentro de la misma configuración.

A este respecto, el tiempo que necesita el programa para hacer un barrido completo por todas las longitudes de onda (1525-1585 nm) es de aproximadamente 4 minutos<sup>1</sup>, aunque el tiempo efectivo es siempre menor puesto que en cuanto se encuentra una longitud de onda que cumple los requisitos descritos en el párrafo anterior, el programa se detiene. Esto es así porque en todas las consideraciones y datos introducidos en nuestro programa de cálculo, hemos considerado siempre que el sistema era homogéneo, lo que implica que la longitud de onda de oscilación es única. Por otra parte, el tiempo empleado en obtener este parámetro, hay que repartirlo entre todos los casos que se resuelvan dentro de una misma configuración (espejos y longitud de fibra dopada idénticos) ya que la longitud de onda de oscilación no varía. Por estas razones la estimación del tiempo necesario para encontrar la longitud de onda de oscilación es incierta, pero en todo caso siempre bastante menor de esos 4 minutos.

---

<sup>1</sup> Tiempo evaluado con un procesador Pentium II a 200 MHz y entorno Windows 95.



**Figura 3.10:** Esquema del programa de cálculo utilizado para resolver las ecuaciones cuasi-analíticas mediante la optimización de parámetros. A la derecha de las flechas se indica la ecuación o ecuaciones necesarias en cada paso.

### 3.5 Resultados obtenidos

En este apartado estableceremos una comparación entre el modelo con distribución modal y el modelo basado en factores de solapamiento resuelto por los dos métodos ya detallados, el primero a partir de las ecuaciones de evolución y el segundo basado en la optimización de parámetros.

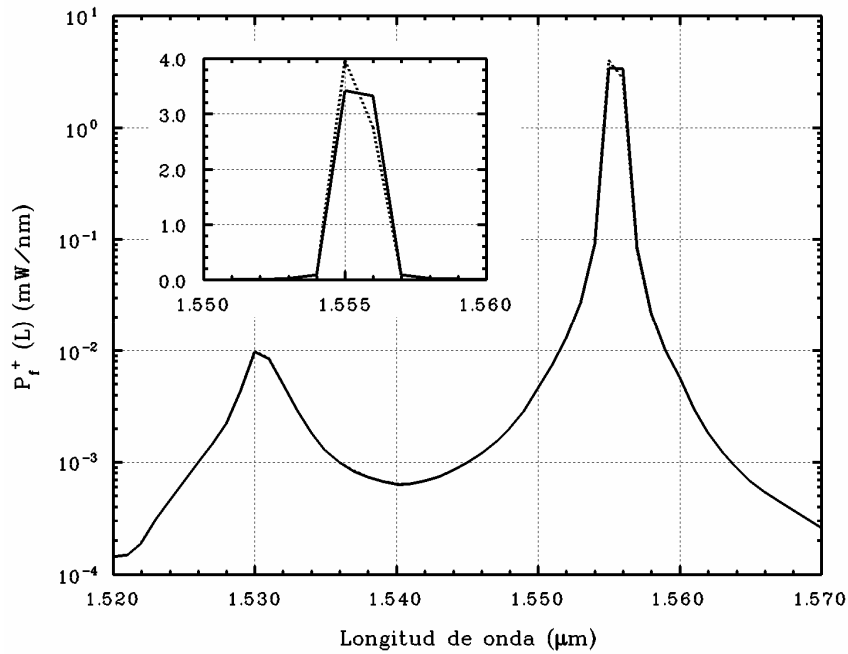
El método basado en factores de solapamiento se resolverá en principio para un único factor y a la vista de los resultados obtenidos, es decir dependiendo de lo bueno que sea el acuerdo con el modelo de distribución modal, decidiremos si es necesario trabajar con el modelo mejorado de dos factores de solapamiento. Para expresar las comparaciones entre las tres formas de resolver el modelo, nos basaremos en las configuraciones ya utilizadas en otros apartados y que resumimos en la Tabla 3.3:

Reflexión de ambos espejos	Longitud de fibra dopada
20% - 20%	4, 12, 20 y 28 m
50% - 50%	4, 12, 20 y 28 m
80% - 80%	4, 12, 20 y 28 m

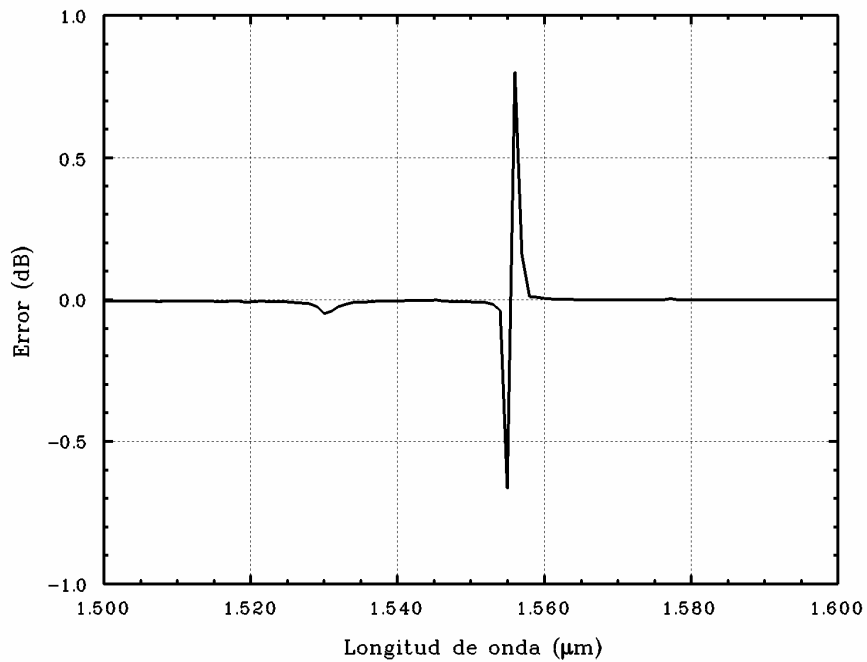
**Tabla 3.3:** Configuraciones sobre las que estableceremos las comparaciones entre los tres modelos. Se considerará que la potencia de bombeo introducida es 20 mW.

Empezaremos por el modelo basado en factores de solapamiento resuelto a partir de las ecuaciones de evolución, es decir usando el método de relajación. En general para todos los casos expuestos en la Tabla 3.3, el acuerdo entre este modelo y el basado en las ecuaciones de evolución con distribución modal es más que aceptable, como veremos a continuación. Sólo en algunos casos concretos y para algunas longitudes de onda dadas podemos distinguir entre los espectros de fluorescencia calculados para cada modelo, por lo que en el resto de los casos es mejor representar la curva de error entre los dos modelos para hacernos una idea de la diferencia existente. En las siguientes figuras mostramos los espectros de fluorescencia para los casos más desfavorables, junto con la curva de errores correspondiente.

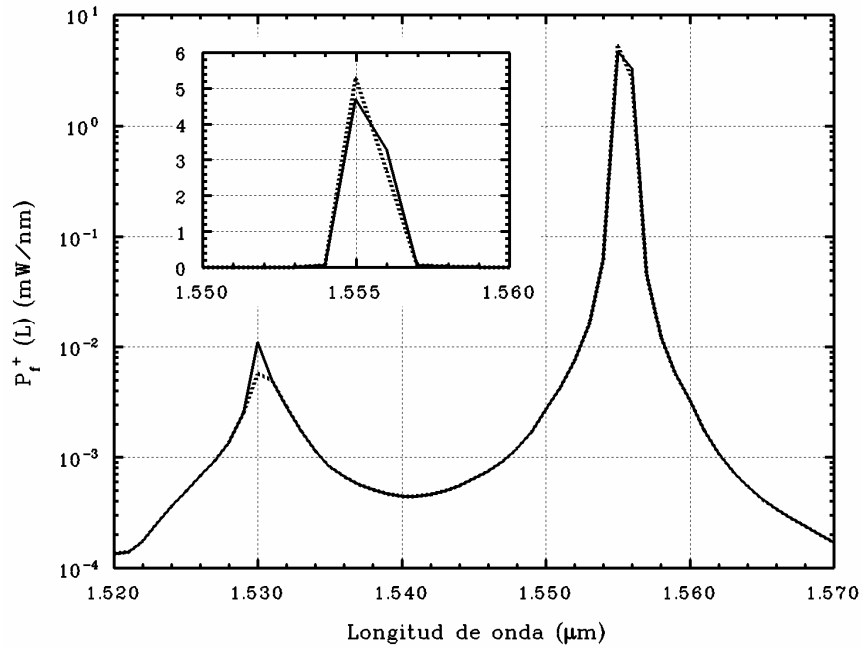




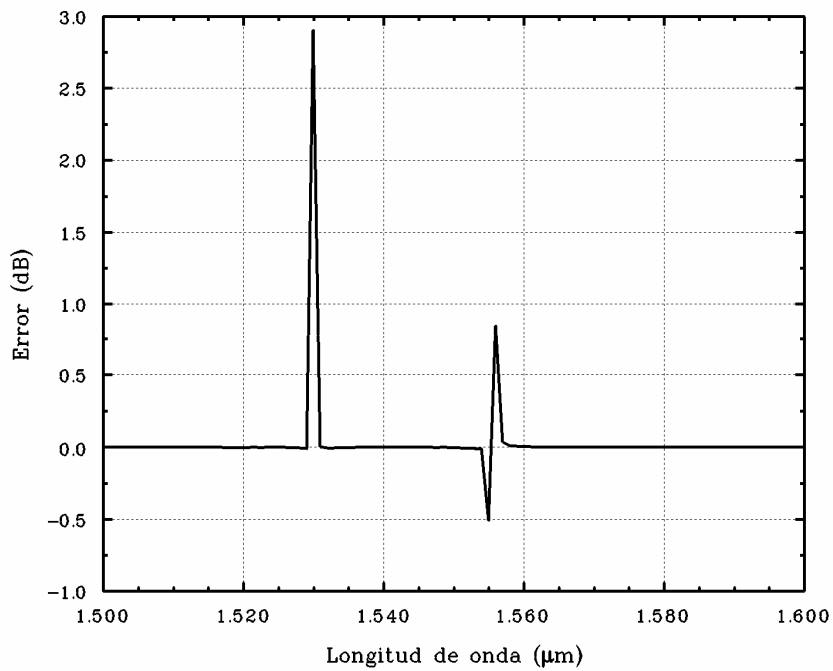
**Figura 3.11:** Espectro de fluorescencia copropagante en  $z = L$  para una configuración determinada por  $R_1 = R_2 = 20\%$ ,  $L = 28 \text{ m}$  y  $P_p(0) = 20 \text{ mW}$  calculado con el modelo de distribución modal (línea punteada) y con el modelo basado en factores de solapamiento (línea sólida). La gráfica se muestra en escala logarítmica, con una ampliación del pico en escala lineal.



**Figura 3.12:** Error cometido al calcular el espectro de fluorescencia con el modelo basado en factores de solapamiento respecto al espectro calculado con el modelo de distribución modal correspondiente a la configuración de la Figura 3.11.

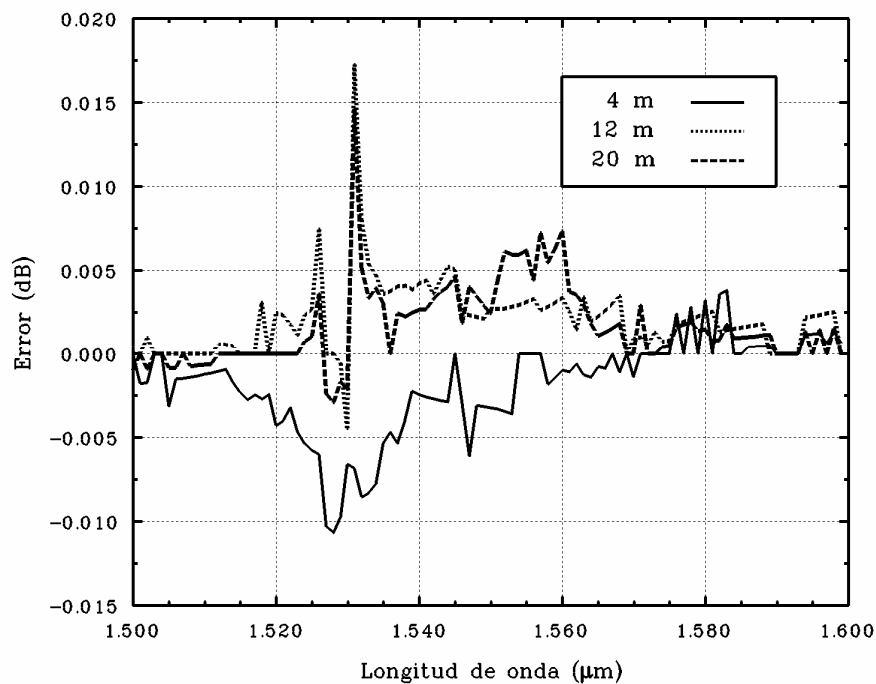


**Figura 3.13:** Espectro de fluorescencia copropagante en  $z = L$  para una configuración determinada por  $R_1 = R_2 = 50\%$ ,  $L = 12 \text{ m}$  y  $P_p(0) = 20 \text{ mW}$  calculado con el modelo de distribución modal (línea punteada) y con el modelo basado en factores de solapamiento (línea sólida). La gráfica se muestra en escala logarítmica, con una ampliación del pico en escala lineal.

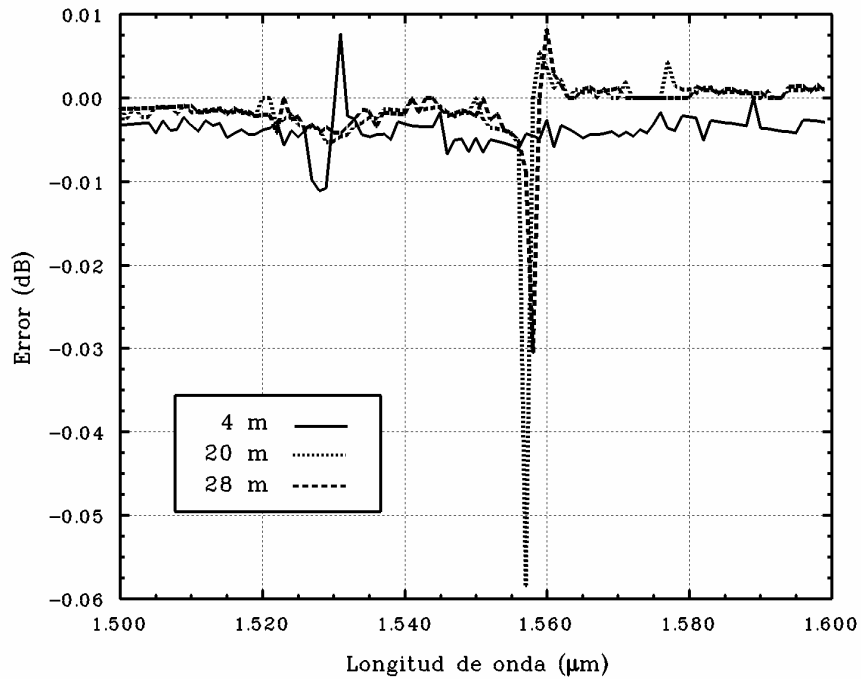


**Figura 3.14:** Error cometido al calcular el espectro de fluorescencia con el modelo basado en factores de solapamiento respecto al espectro calculado con el modelo de distribución modal correspondiente a la configuración de la Figura 3.13.

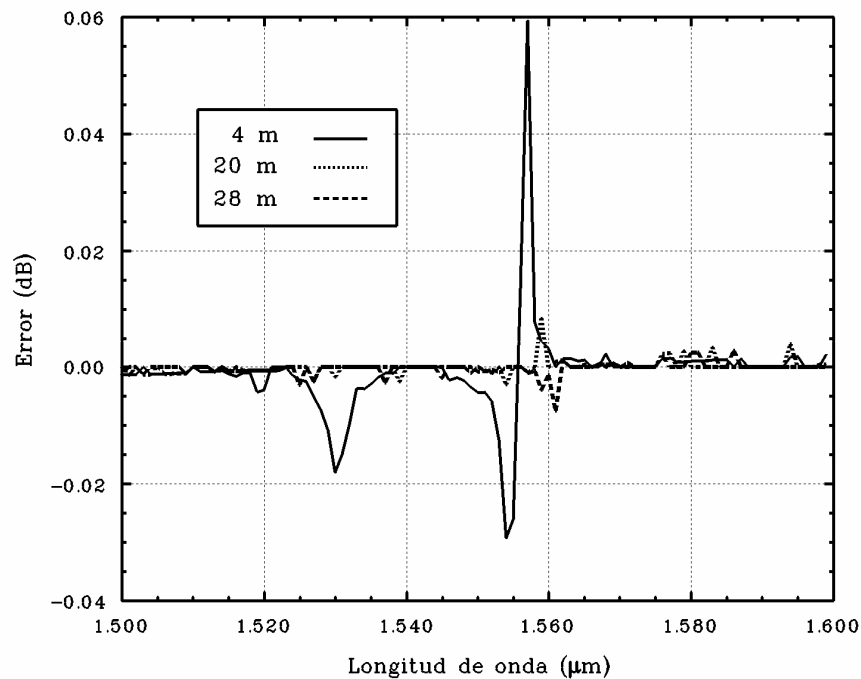
A partir de estas curvas podemos sacar las primeras conclusiones. En primer lugar, salvo en la configuración representada en la Figura 3.13, en el resto de curvas (incluyendo las que no se muestran) el acuerdo entre los dos modelos es total en todo el espectro excepto en la longitud de onda de oscilación láser, por ello representamos en escala lineal una ampliación de esa zona. Este hecho se confirmará en las curvas de error del resto de configuraciones que mostramos a continuación. El caso de la Figura 3.13 es un poco especial porque estamos cerca de la longitud de fibra dopada de transición, en la que el sistema pasa de oscilar en la zona de 1530 a hacerlo en la zona de 1550 nm, y por eso existe desacuerdo en las dos partes del espectro. Otro aspecto sobre el que queremos llamar la atención y sobre el que profundizaremos más tarde es la anchura espectral de los picos de oscilación láser, que según estas figuras viene a ser en torno a los dos nanómetros. A continuación mostramos las curvas de error en decibelios para el resto de combinaciones de la Tabla 3.3.



**Figura 3.15:** Error cometido al calcular el espectro de fluorescencia con el modelo basado en factores de solapamiento respecto al espectro calculado con el modelo de distribución modal para varias longitudes de fibra dopada cuando el factor de reflexión de los espejos es del 20%.



**Figura 3.16:** Error cometido al calcular el espectro de fluorescencia con el modelo basado en factores de solapamiento respecto al espectro calculado con el modelo de distribución modal para varias longitudes de fibra dopada cuando el factor de reflexión de los espejos es del **50%**.



**Figura 3.17:** Error cometido al calcular el espectro de fluorescencia con el modelo basado en factores de solapamiento respecto al espectro calculado con el modelo de distribución modal para varias longitudes de fibra dopada cuando el factor de reflexión de los espejos es del **80%**.

Por último y a modo de resumen, presentamos el siguiente cuadro donde aparecen los datos más importantes de esta comparación entre el modelo con distribución modal y el modelo basado en un factor de solapamiento resuelto a partir de las ecuaciones de evolución:

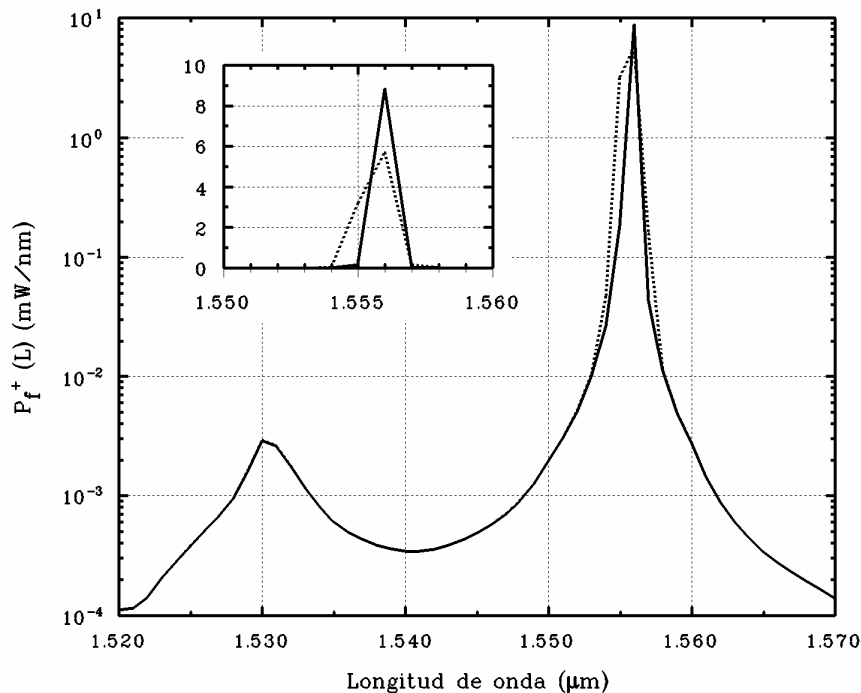
Reflexiones	Longitud (m)	Máximo error (dB)	$\lambda$ de error máximo (nm)	$\frac{t \text{ cálculo Modal}}{t \text{ cálculo } \eta_0}$
20% - 20%	4	-0.01	1528	5
20% - 20%	12	+0.02	1531	2.2
20% - 20%	20	+0.02	1531	12
20% - 20%	28	+0.80	1556	2.7
50% - 50%	4	-0.01	1528	2.5
50% - 50%	12	+2.91	1530	4.3
50% - 50%	20	-0.06	1557	9.2
50% - 50%	28	-0.04	1558	5.3
80% - 80%	4	+0.06	1557	14.4
80% - 80%	12	-0.84	1560	3.8
80% - 80%	20	+0.01	1559	3.6
80% - 80%	28	-0.01	1561	16

**Tabla 3.4:** En este cuadro podemos comparar los errores máximos cometidos en las distintas configuraciones comprobadas, así como los cocientes entre los tiempos de cálculo para cada modelo. Recordemos que la potencia de bombeo introducida es de 20 mW.

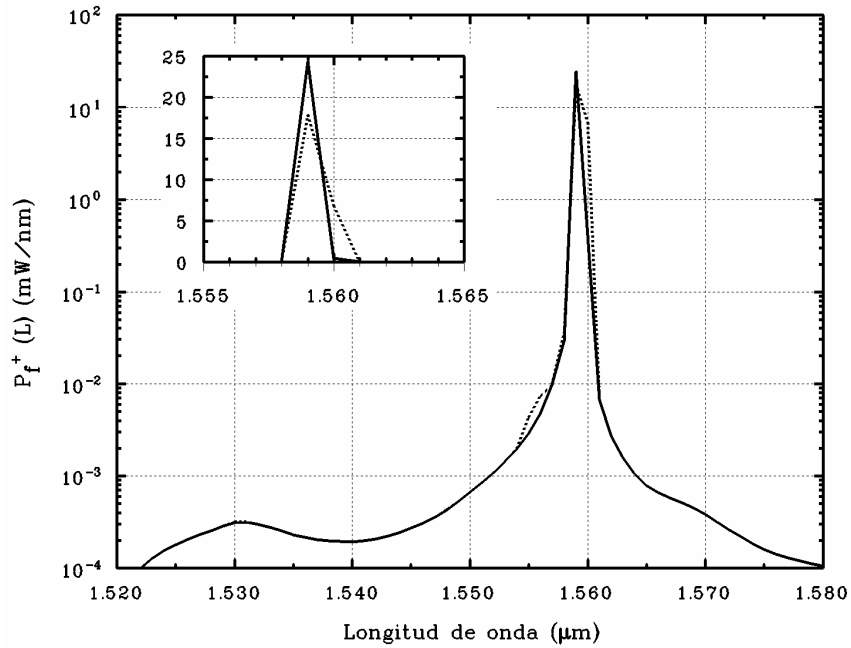
Las curvas de las Figuras 3.11 a 3.17 no hacen más que corroborar el buen acuerdo entre el modelo de distribución modal y el modelo basado en un único factor de solapamiento. Exceptuando los casos más desfavorables de los que ya hemos hablado y aún así sólo para algunas longitudes de onda específicas, los errores cometidos no superan los 0.06 dB. Sin embargo, el tiempo de cálculo se ve reducido hasta un factor 16 en el mejor de los casos.

Con estos datos, podemos concluir que la adaptación del modelo basado en factores de solapamiento desde el amplificador al caso del oscilador láser es muy buena y que además no es necesario incluir el modelo mejorado de dos factores de solapamiento, sino que basta con el basado en un único factor,  $\eta_0$ .

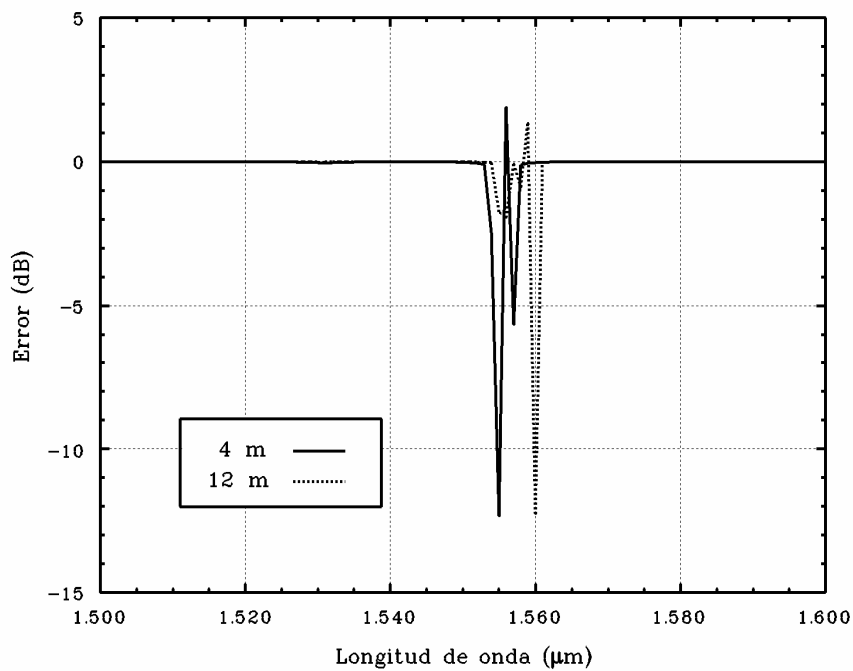
Es conveniente recordar que hasta ahora solamente hemos comparado el método basado en un único factor de solapamiento resuelto a partir de las ecuaciones de evolución. Por comodidad en la notación, a partir de este instante pasaremos a denominar este modelo como “modelo  $\eta_0$  numérico”, en contraste con el “modelo  $\eta_0$  analítico” que es como llamaremos al modelo basado en un único factor de solapamiento resuelto a partir de las ecuaciones analíticas. El guión de la comparación entre el modelo  $\eta_0$  analítico y el de distribución modal, va a ser idéntico al caso anterior, así, empezaremos mostrando los casos más desfavorables para cada factor de reflexión para representar a continuación las curvas de errores.



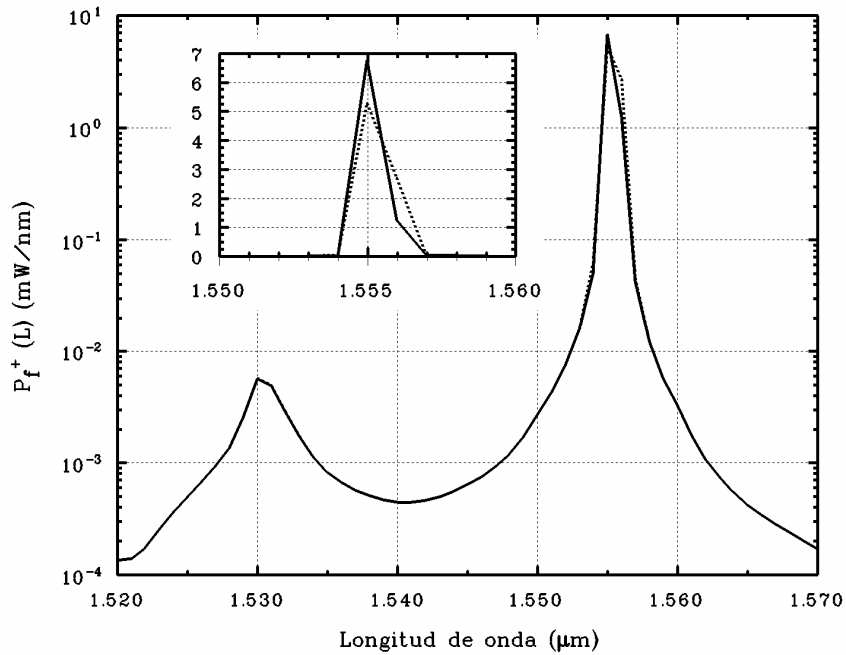
**Figura 3.18:** Espectro de fluorescencia copropagante en  $z = L$  para una configuración determinada por  $R_1 = R_2 = 80\%$ ,  $L = 4 \text{ m}$  y  $P_p(0) = 20 \text{ mW}$  calculado con el modelo de distribución modal (línea punteada) y con el modelo  $\eta_0$  analítico (línea sólida). La gráfica se muestra en escala logarítmica, con una ampliación del pico en escala lineal.



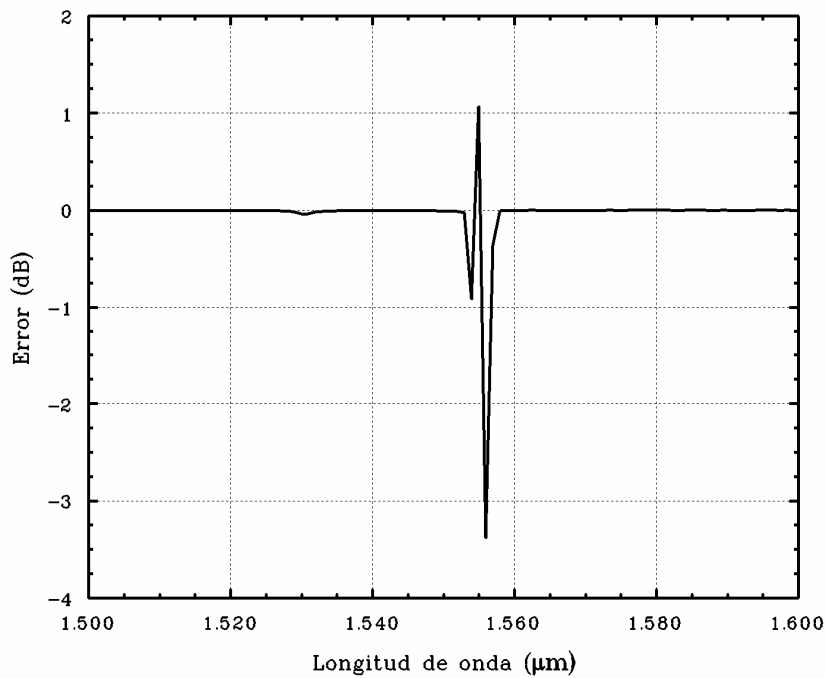
**Figura 3.19:** Espectro de fluorescencia copropagante en  $z = L$  para una configuración determinada por  $R_1 = R_2 = 80\%$ ,  $L = 12 \text{ m}$  y  $P_p(0) = 20 \text{ mW}$  calculado con el modelo de distribución modal (línea punteada) y con el modelo  $\eta_0$  analítico (línea sólida). La gráfica se muestra en escala logarítmica, con una ampliación del pico en escala lineal.



**Figura 3.20:** Error cometido al calcular el espectro de fluorescencia con el modelo  $\eta_0$  analítico respecto al calculado con el de distribución modal y que corresponde a las configuraciones representadas en las Figuras 3.18 y 3.19.

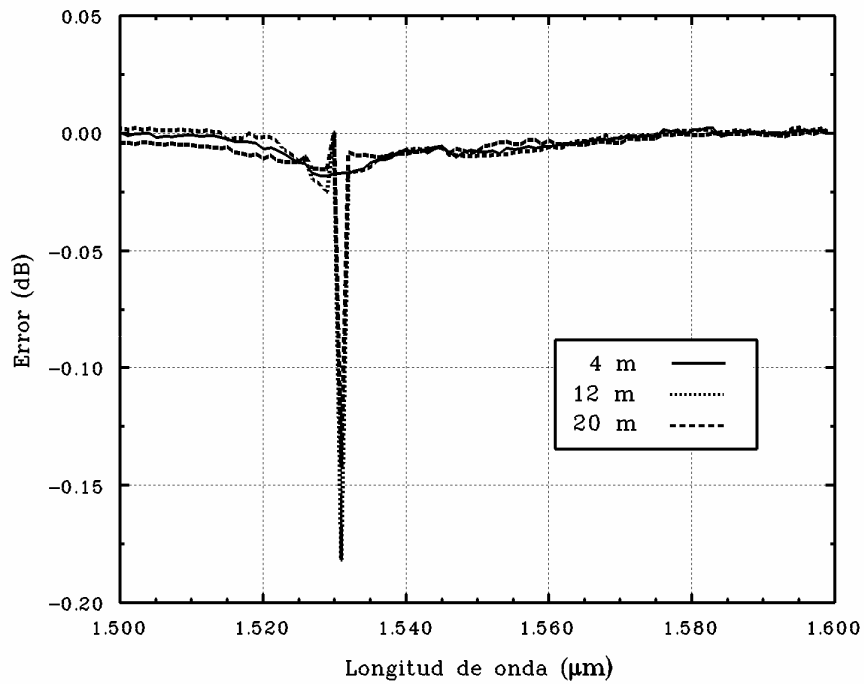


**Figura 3.21:** Espectro de fluorescencia copropagante en  $z = L$  para una configuración determinada por  $R_1 = R_2 = 50\%$ ,  $L = 12 \text{ m}$  y  $P_p(0) = 20 \text{ mW}$  calculado con el modelo de distribución modal (línea punteada) y con el modelo  $\eta_0$  analítico (línea sólida). La gráfica se muestra en escala logarítmica, con una ampliación del pico en escala lineal.

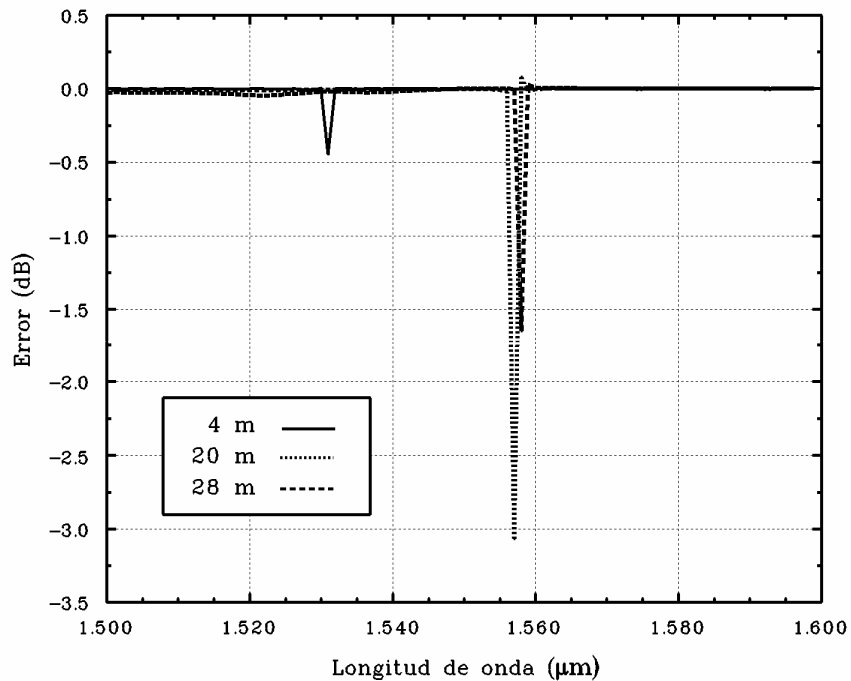


**Figura 3.22:** Error cometido al calcular el espectro de fluorescencia con el modelo  $\eta_0$  analítico respecto al calculado con el de distribución modal y que corresponde a la configuración representada en la Figura 3.21.

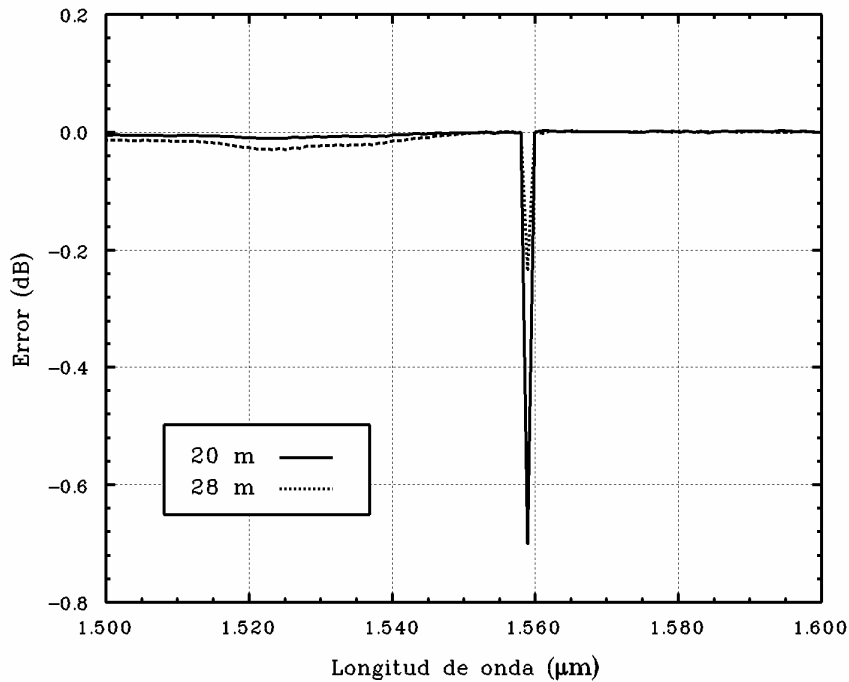




**Figura 3.23:** Error cometido al calcular el espectro de fluorescencia con el modelo  $\eta_0$  analítico respecto al calculado con el de distribución modal para varias longitudes de fibra dopada cuando el factor de reflexión de los espejos es del 20%.



**Figura 3.24:** Error cometido al calcular el espectro de fluorescencia con el modelo  $\eta_0$  analítico respecto al calculado con el de distribución modal para varias longitudes de fibra dopada cuando el factor de reflexión de los espejos es del 50%.



**Figura 3.25:** Error cometido al calcular el espectro de fluorescencia con el modelo  $\eta_0$  analítico respecto al calculado con el de distribución modal para varias longitudes de fibra dopada cuando el factor de reflexión de los espejos es del **80%**.

Aunque fundamentalmente estamos resolviendo el mismo modelo, existen diferencias sustanciales entre el modelo  $\eta_0$  numérico y el analítico como podemos ver en estas curvas. La principal estriba en la magnitud de los errores, mucho mayores para este segundo modelo llegando incluso hasta los 12 dB para los casos más desfavorables. En la Tabla 3.5 presentamos un esquema donde podemos encontrar los errores máximos cometidos para cada configuración, la longitud de onda en la cual se han cometido y una comparación entre los tiempos de cálculo para los tres modelos: el modelo con distribución modal, el  $\eta_0$  numérico y el  $\eta_0$  analítico. En la última columna presentamos valores reales de los tiempos de cálculo del modelo  $\eta_0$  analítico, distinguiendo entre el tiempo que le cuesta resolver la configuración y el tiempo que tarda en encontrar la longitud de onda de oscilación (entre paréntesis). La longitud de onda es la misma mientras mantengamos los parámetros de la cavidad (longitud de fibra dopada y factores de reflexión), así para cada potencia de bombeo nueva dentro de la misma configuración el tiempo de cálculo es solamente el de la izquierda, el mismo tiempo que le costaría si la longitud de onda fuera conocida e introducida por nosotros mismos.

Reflexiones	L (m)	Máximo error (dB)	$\lambda$ de error máximo (nm)	$t_{\eta_0}$ Modal Analítico	$t_{\eta_0}$ Numérico Analítico	Tiempo de cálculo ( $\eta_0$ Analítico)
20% - 20%	4	-0.02	1529	1/44 (1/64)	1/220 (1/320)	22 min (+10 min)
	12	-0.18	1531	600 (150)	270 (67)	2 s (+6 s)
	20	-0.14	1531	930 (232)	77 (19)	2 s (+6 s)
	28	+0.95	1556	3360 (39)	1230 (14)	2 s (+2:51 min)
50% - 50%	4	-0.45	1531	1140 (142)	450 (56)	1 s (+7 s)
	12	-3.38	1556	4860 (49)	1140 (12)	1 s (+1:38 min)
	20	-3.07	1557	12180 (107)	1320 (12)	1 s (+1:53 min)
	28	-1.65	1558	14460 (118)	2700 (22)	1 s (+2:02 min)
80% - 80%	4	-12.36	1555	13860 (100)	960 (7)	1 s (+2:17 min)
	12	-12.23	1560	4110 (85)	1080 (22)	2 s (+1:35 min)
	20	-0.70	1559	11460 (132)	3180 (37)	1 s (+1:26 min)
	28	-0.23	1559	5760 (61)	360 (4)	1 s (+1:34 min)

**Tabla 3.5:** En este cuadro podemos comparar los errores máximos cometidos en las distintas configuraciones, así como los cocientes entre los tiempos de cálculo para cada uno de los modelos. Los tiempos entre paréntesis de la última columna indican el tiempo necesario para encontrar la longitud de onda de oscilación. En el resto de columnas el factor entre paréntesis corresponde al cociente entre los tiempos de cálculo correspondientes, pero teniendo en cuenta el tiempo que le cuesta al modelo  $\eta_0$  analítico encontrar la longitud de onda de oscilación.

Para entender la diferencia de errores entre el modelo  $\eta_0$  numérico y el  $\eta_0$  analítico, deberemos profundizar más en el tema de la resolución espectral. Cuando se diseñaron los programas de cálculo, aunque sabíamos que las anchuras de los picos de oscilación láser que se obtienen experimentalmente son inferiores, se determinó para los tres modelos una resolución espectral de 1 nm, ya que los tiempos de ejecución que manejábamos (Tabla 3.5) así lo recomendaban. De esta forma, una vez que el programa finalizara la convergencia y si el modelo funcionaba bien deberíamos obtener en buena lógica un espectro de fluorescencia típico con un pico de oscilación láser de anchura 1 nm (la resolución del

programa de cálculo). Pero esto no era lo habitual, en los resultados se pudo apreciar que aunque los espectros obtenidos presentaban en líneas generales las mismas características que los experimentales, en la mayoría de las configuraciones analizadas la anchura obtenida para los picos era de dos nanómetros. Existe la posibilidad de que esto ocurra para algún caso particular, siempre que la longitud de onda de oscilación determinada por el programa de cálculo quede cerca de la parte media entre dos valores enteros, por ejemplo  $\lambda=1556.5 \text{ nm}$ , pero no tiene por qué ser el caso general. Sin embargo es lo que sucedía para los modelos con distribución modal y  $\eta_0$  numérico, resueltos ambos por el método de relajación, y no ocurría “curiosamente” con el modelo  $\eta_0$  analítico. Decimos curiosamente porque como ya hemos comentado realmente estamos resolviendo el mismo modelo que el  $\eta_0$  numérico pero utilizando otro método bien distinto.

Ya observamos en el Capítulo 2 que el método de relajación es un método de convergencia muy lento, pues compara idas y vueltas de las potencias propagadas a lo largo de la fibra dopada. También vimos, concretamente en las Figuras 2.8, 2.10, 2.12 y 2.14, que según se produce la convergencia el espectro se va estrechando y tomando altura de forma muy paulatina acercándose cada vez más a lo que debe ser un pico de oscilación láser. Se puede comprobar que en este proceso de estrechamiento, la suma de la potencia de fluorescencia en todo el espectro es constante, por lo que el proceso final de convergencia consiste en sustraer potencia de unas longitudes de onda para añadírsela a la de oscilación láser, a pesar de ello, en la mayoría de los casos los picos de oscilación tenían una anchura de 2 nm. Esto podría ser achacado en un principio a una tolerancia poco exigente, pero no es el caso puesto que este aspecto fue más que discutido en el Apartado 2.3, de hecho aunque es cierto que con tolerancias más exigentes obtendríamos picos más estrechos, nos encontraríamos con dos problemas adyacentes, por un lado el aumento desproporcionado de unos de por sí ya elevados tiempos de cálculo y por otro la elección de un nuevo criterio de convergencia que tuviera de alguna manera en cuenta la estructura del pico de oscilación.

En el modelo  $\eta_0$  analítico la convergencia se alcanza por otros métodos mucho más eficientes (ver Apartado 3.4.2.2 y tiempos en Tabla 3.5) obteniendo perfiles de

fluorescencia idénticos a los obtenidos con los otros dos modelos, pero con un pico de oscilación más estrecho (ver Figuras 3.18, 3.19 y 3.21). La diferencia en la anchura de los picos es la causa de que se produzcan errores de algunos decibelios en longitudes de onda concretas y sin embargo en el resto del espectro el acuerdo sea muy bueno. Podemos comprobar de hecho, que siempre se producen los errores máximos en longitudes de onda adyacentes al pico de oscilación láser y que además si efectuamos la suma de la potencia de fluorescencia para todo el espectro, ésta es prácticamente constante para los tres modelos, tal y como podemos ver reflejado en el siguiente cuadro.

Reflexiones	L (m)	$\lambda$ de oscilación láser (nm)	Potencia total -Modal- (mW)	Potencia total $-\eta_0$ numérico- (mW)	Potencia total $-\eta_0$ analítico- (mW)
20% - 20%	4	-----	$1.1395 \cdot 10^{-2}$	$1.1382 \cdot 10^{-2}$	$1.1354 \cdot 10^{-2}$
20% - 20%	12	1530	3.9683	3.9645	3.9659
20% - 20%	20	1530	6.2166	6.2138	6.2153
20% - 20%	28	1556	7.0696	7.0645	7.0647
50% - 50%	4	1530	2.1628	2.1618	2.1638
50% - 50%	12	1555	8.2046	8.2051	8.2064
50% - 50%	20	1558	11.5222	11.5169	11.5197
50% - 50%	28	1559	12.6427	12.6410	12.6396
80% - 80%	4	1556	9.1602	9.1610	9.1640
80% - 80%	12	1559	24.8094	24.8091	24.8153
80% - 80%	20	1560	31.2733	31.2734	31.2755
80% - 80%	28	1560	33.1099	33.0999	33.1053

**Tabla 3.6:** En este cuadro podemos comparar la suma de la potencia para todo el espectro de fluorescencia en cada uno de los modelos. También podemos comparar la longitud de onda de oscilación obtenida para cada configuración con aquellas para las que se obtenía el error máximo (Tabla 3.5).

Después de estas discusiones y a la vista de las Tablas 3.5 y 3.6, parece que el modelo  $\eta_0$  analítico conduce a mejoras sustanciales a la hora de resolver numéricamente el

oscilador láser. Por un lado los espectros de fluorescencia obtenidos son idénticos a los calculados con el modelo de distribución modal, modelo que hemos catalogado de “exacto”, pero con errores amplios en longitudes de onda concretas debidos a un pico de oscilación láser más estrecho. Por otro lado, esta estrechez no supone ningún problema sino más bien al contrario, ya que como hemos visto, por una parte se conserva la potencia total de fluorescencia emitida y por otra obtenemos un espectro de fluorescencia más acorde con la realidad. En este sentido, podríamos afirmar que los resultados conseguidos con este modelo son mejores que los obtenidos con el de distribución modal. Además, si continuáramos con la comparación y mostráramos curvas equivalentes a las de las Figuras 2.27 a 2.45 para cada uno de los tres modelos, comprobaríamos que no existen mayores diferencias entre ellas que las mostradas en la Tabla 3.6 (es decir menores del uno por mil), pues en estas gráficas se utilizan implícitamente potencias totales de fluorescencia. La otra gran ventaja de este método es la rapidez, un simple vistazo a la Tabla 3.5 indica que la diferencia de tiempos es abismal. Una vez conocidas las longitudes de oscilación para las diferentes configuraciones, el modelo  $\eta_0$  analítico es hasta 14 000 veces más rápido que el de distribución modal y hasta 3 200 veces con respecto al modelo  $\eta_0$  numérico.

Sin embargo, y a pesar de estas ventajas tan tentadoras, el modelo  $\eta_0$  analítico tiene algunas limitaciones. Para empezar, la resolución es más bien lenta en los casos en los que no se alcanza el umbral, es decir cuando no hay oscilación láser, superando incluso en algunas ocasiones los tiempos de cálculo de los otros modelos (ver primera configuración de la Tabla 3.5). Y por otro lado la desventaja más grande surge cuando queremos resolver configuraciones donde los dos factores de reflexión son elevados (superiores al 80%), ya que al igual que ocurría cuando el número de parámetros del modelo era mayor que 4, el programa deja de funcionar. En realidad, lo que ocurre realmente es que en estas configuraciones, que el programa alcance la convergencia o no depende exclusivamente de los valores iniciales de  $a_1$  y  $q$  introducidos, es decir, el programa es muy sensible a la elección de estos parámetros.

Hasta ahora todos los casos se han resuelto para unos valores iniciales de  $a_1$  y  $q$  concretos y que hemos mantenido constantes, pero para estos valores el programa no resuelve

configuraciones donde los dos factores de reflexión superen el 80%. Es posible encontrar unos valores iniciales que vayan bien para factores del 90%, pero a cambio no funcionan para 95% ni para reflexiones más bajas, y ni siquiera para todos los bombeos. Sí que es cierto, sin embargo, que esta limitación se hace menos importante si pensamos que en una configuración típica láser experimental como las que veremos más adelante, el máximo factor de reflexión que puede ver la fibra dopada es del 87%. Esto es así porque aunque los espejos fueran perfectos (100% de reflexión), el factor de transmisión de las soldaduras entre fibra dopada y no dopada (93.3%), por las que la luz pasa dos veces antes de introducirse de nuevo en la fibra dopada (87%), es el que determina el máximo valor experimental que podemos aplicar. Si a eso le añadimos que las configuraciones donde las reflexiones de ambos espejos son muy altas no son las óptimas (Figuras 2.43 y 2.45), deducimos que esta restricción no es tan grave como parecía en un principio. Aun así, como nuestro objetivo es buscar la generalidad, entendemos que no es adecuado investigar cuáles son los parámetros iniciales idóneos para cada configuración, y aceptamos como una limitación de nuestro programa de cálculo  $\eta_0$  analítico la incapacidad de resolver cavidades láser con altas reflexiones en ambos espejos.

En resumen, nos encontramos con dos problemas a tener en cuenta: el primero consiste en que tenemos dos modelos (modal y  $\eta_0$  numérico) que resolvemos por el método de relajación y que aún con convergencias exigentes no proporcionan anchuras de pico acordes con la realidad, (dejando a un lado los elevados tiempos de ejecución de los programas de cálculo), eso sí, el parecido entre los resultados de ambos modelos indica que no es necesaria la inclusión de más factores de solapamiento. El segundo problema se debe a que tenemos un modelo ( $\eta_0$  analítico) que proporciona anchuras de pico más realistas y que es algunos órdenes de magnitud más rápido, pero que no consigue resolver configuraciones con factores de reflexión elevados para ambos espejos de la cavidad.

La solución al segundo problema parece en principio obvia, como el modelo realmente es el mismo para el  $\eta_0$  analítico que para el  $\eta_0$  numérico, utilizaremos este último para aquellos casos en los que el primero no logre converger. Pero aquí ensamblamos con el primer problema y es que nos arriesgamos a encontrar anchuras mayores de lo normal en esos

casos, sin contar además que para el modelo basado en la distribución modal no tenemos una solución alternativa y este problema se producirá en todas las configuraciones. Para solucionar estos problemas de manera definitiva, deberemos hacer uso de los modelos combinados.

### 3.6 Modelos combinados

Si recordamos el esquema general del programa de cálculo que resuelve los modelos  $\eta_0$  numérico y modal (Figura 2.5), podemos observar que en las condiciones iniciales aceptábamos como suposición que en  $z = 0$  las potencias de fluorescencia eran nulas para todo el espectro. Esto no era cierto, pero como condición de partida no teníamos ninguna función aproximada que nos asegurara mejores resultados. Sin embargo ahora tenemos un modelo, el  $\eta_0$  analítico, que nos proporciona de manera rápida espectros que pueden ser introducidos como condiciones iniciales tanto del modelo  $\eta_0$  numérico como del modelo con distribución modal. De esta forma obtenemos los modelos combinados  $\eta_0$ - $\eta_0$  y modal- $\eta_0$ .

El modelo combinado  $\eta_0$  - $\eta_0$  puede parecer en principio un poco absurdo pues resolvemos el mismo modelo dos veces y el tiempo de cálculo es comparable al del modelo  $\eta_0$  numérico, sin embargo en algunos casos conseguimos anchuras menores para los picos por producirse la convergencia a partir de espectros que tienen esta característica. Por otra parte, el modelo combinado modal- $\eta_0$  es el que más mejoras presenta. El tiempo de cálculo se reduce considerablemente y las anchuras de los picos disminuyen tal y como ocurre para el otro método combinado.

El único problema que se nos plantea es qué hacemos cuando las reflexiones de ambos espejos superan el 80%, puesto que en esos casos no tenemos espectros de fluorescencia del  $\eta_0$  analítico que sirvan como condición inicial. Podemos poner sin embargo los espectros conseguidos con el  $\eta_0$  analítico para una cavidad 80%-80%, pues siempre van a ser más cercanos a la solución real que la suposición antigua de fluorescencia nula para todo el espectro. En las páginas siguientes presentamos dos cuadros donde se indica el tiempo de cálculo y la potencia en pico para cada modelo.



(Unidades en mW)

Reflexiones	L (m)	Modelo con distribución modal		Modelo basado en un factor de solapamiento		
		Modelo inicial -Modal-	Modelo combinado Modal- $\eta_0$	Modelo $\eta_0$ Numérico	Modelo $\eta_0$ Analítico	Modelo combinado $\eta_0$ - $\eta_0$
20% - 20%	4	$6.572 \cdot 10^{-4}$	$6.537 \cdot 10^{-4}$	$6.562 \cdot 10^{-4}$	$6.546 \cdot 10^{-4}$	*****
	12	3.878	3.876	3.874	3.877	*****
	20	6.087	6.092	6.084	6.087	*****
	28	2.759	3.503	3.317	3.434	*****
50% - 50%	4	2.115	2.117	2.114	2.118	*****
	12	5.298	6.756	4.709	6.777	*****
	20	11.00	11.20	11.00	11.198	*****
	28	12.28	12.36	12.28	12.35	*****
80% - 80%	4	5.701	8.837	5.719	8.840	8.839
	12	17.84	24.32	19.04	24.32	24.32
	20	31.18	31.18	31.18	31.18	31.18
	28	33.03	33.03	33.02	33.02	33.03
90% - 90%	4	13.61	13.63	11.82	*****	13.60
	12	51.63	51.63	51.63	*****	51.63
	20	63.65	63.65	63.65	*****	63.65
	28	66.85	66.85	66.86	*****	66.84
95% - 95%	4	47.16	47.16	47.17	*****	47.17
	12	105.2	105.2	105.2	*****	105.2
	20	128.4	128.4	128.4	*****	128.4
	28	134.4	134.4	134.4	*****	134.4

**Tabla 3.7:** En este cuadro presentamos la potencia de fluorescencia copropagante (en mW) en la longitud de onda de oscilación láser (Tabla 3.6) para cada uno de los modelos. Como la potencia total es aproximadamente constante, este dato nos da una idea de lo estrecho que es el pico en el espectro de fluorescencia.

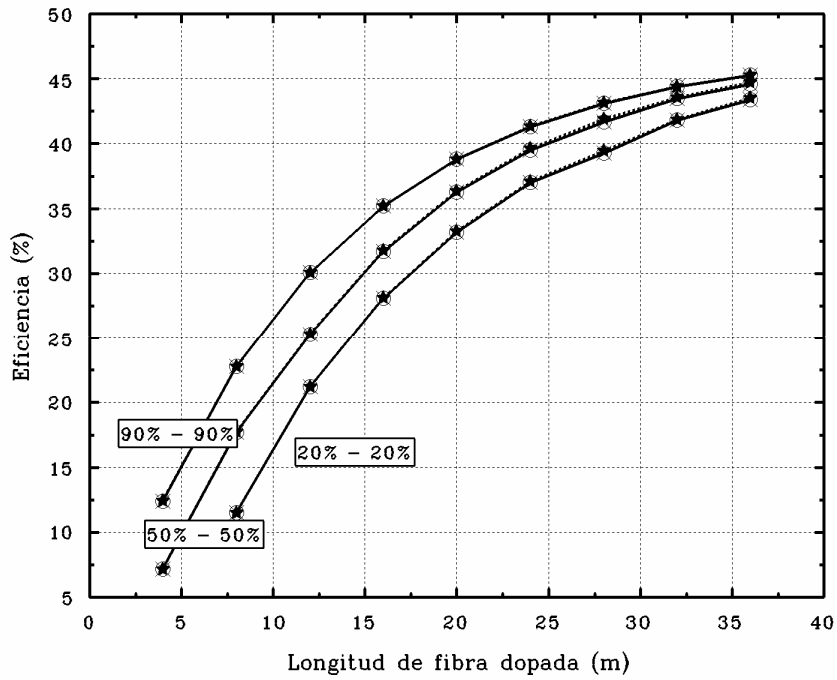
Reflexiones	L (m)	Modelo con distribución modal		Modelo basado en un factor de solapamiento		
		Modelo inicial -Modal-	Modelo combinado Modal- $\eta_0$	Modelo $\eta_0$ Numérico	Modelo $\eta_0$ Analítico	Modelo combinado $\eta_0$ - $\eta_0$
20% - 20%	4	30 s	33 s	6 s	22 min (+10 min)	*****
	12	20 min	2 min	9 min	2 s (+6 s)	*****
	20	31 min	3 min	2:35 min	2 s (+6 s)	*****
	28	112 min	11 min	41 min	2 s (+2:51 min)	*****
50% - 50%	4	19 min	1 min	7:30 min	1 s (+7 s)	*****
	12	81 min	4:16 min	19 min	1 s (+1:38 min)	*****
	20	203 min	5:43 min	22 min	1 s (+1:53 min)	*****
	28	241 min	8:06 min	45 min	1 s (+2:02 min)	*****
80% - 80%	4	231 min	10 min	16 min	1 s (+2:17 min)	22 s
	12	137 min	3 min	36 min	2 s (+1:35 min)	1:17 min
	20	191 min	7 min	53 min	1 s (+1:26 min)	43 s
	28	96 min	6 min	6 min	1 s (+1:34 min)	56 s
90% - 90%	4	49 min	129 min	36 min	*****	20 min
	12	75 min	183 min	5 min	*****	30 min
	20	88 min	42 min	2 min	*****	6 min
	28	96 min	41 min	1 min	*****	6 min
95% - 95%	4	220 min	212 min	62 min	*****	4:25 min
	12	82 min	83 min	18 min	*****	35 min
	20	113 min	78 min	6 min	*****	7 min
	28	136 min	49 min	4 min	*****	7:30 min

**Tabla 3.8:** En este cuadro podemos comparar los tiempos de ejecución de los programas de cálculo para la totalidad de modelos desarrollados hasta ahora.

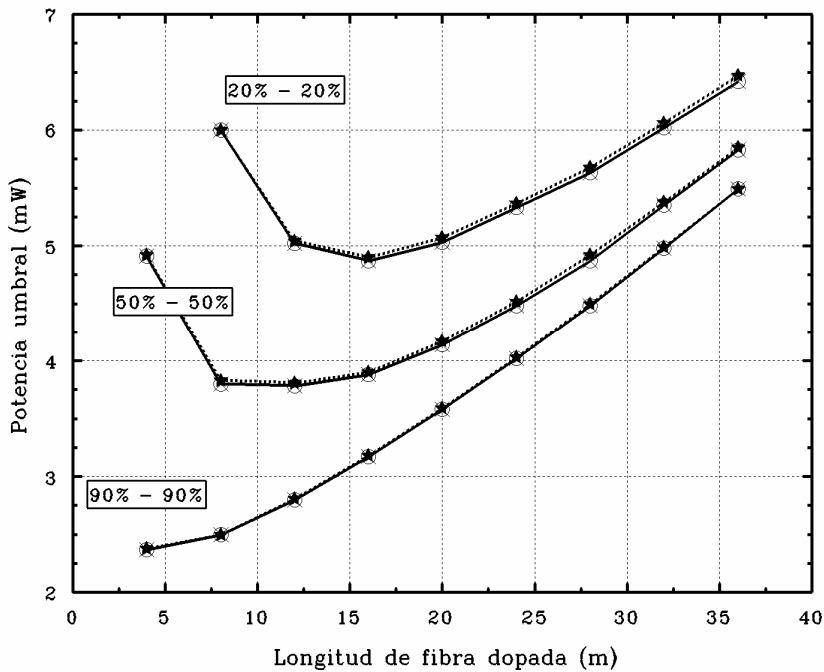
La potencia en el pico de oscilación láser representada en la Tabla 3.7, es un dato que proporciona información indirecta sobre su anchura. Sabemos, tal y como indica la Tabla 3.6, que la potencia de fluorescencia total es constante para todos los modelos con un error menor del uno por mil, por tanto cuanto mayor sea la potencia en el pico menos potencia queda para el resto de longitudes de onda y por tanto más estrecho es. Así, la Tabla 3.7 nos da una idea de qué modelo obtiene mejores resultados en cada configuración. Además como complemento a esta información la Tabla 3.8 nos indica los tiempos de cálculo empleados por cada programa en su ejecución.

Observamos como conclusión que el modelo combinado modal- $\eta_0$  ofrece resultados muy buenos sobre todo por debajo de la “barrera” 80%-80%, con mejores tiempos y siempre picos más estrechos. Para el modelo basado en un factor de solapamiento está claro que por debajo de este límite el modelo  $\eta_0$  analítico es el mejor, y por otro lado vemos que para factores de reflexión mayores, prácticamente resulta equivalente utilizar el modelo  $\eta_0$  numérico que el combinado  $\eta_0 - \eta_0$ , aunque este último consigue mejores resultados en uno de los casos (90%-90% y 4 m).

Por último vamos a mostrar unas gráficas en las que representaremos dos magnitudes fundamentales para la caracterización de un láser: la eficiencia y la potencia de bombeo umbral, y su evolución en función de la longitud de fibra dopada para distintas combinaciones de espejos. Lo haremos para los dos modelos fundamentales que hemos tratado hasta ahora, modal y  $\eta_0$ , sin importar el método utilizado para resolverlos ya que los resultados obtenidos con los distintos métodos son equivalentes en el cálculo de estas magnitudes. Estas gráficas son muy representativas para comparar ambos modelos, puesto que la eficiencia y el umbral se calculan a partir de gráficas como las de las Figuras 2.27 a 2.32 en las que enfrentamos potencia de bombeo y potencia de fluorescencia, que a su vez se ha calculado sumando la potencia para todo el espectro de fluorescencia en gráficas como las de las Figuras 2.15 a 2.26. De esta forma podemos decir que en estas curvas ponemos a prueba todo el modelo.



**Figura 3.26:** Eficiencia copropagante fuera de la cavidad para tres configuraciones distintas (20%-20%, 50%-50% y 90%-90%) en función de la longitud de fibra dopada, representada para los modelos  $\eta_0$  (línea sólida y círculos) y modal (línea punteada y estrellas).



**Figura 3.27:** Potencia umbral para tres configuraciones distintas (20%-20%, 50%-50% y 90%-90%) en función de la longitud de fibra dopada, representada para los modelos  $\eta_0$  (línea sólida y círculos) y modal (línea punteada y estrellas).

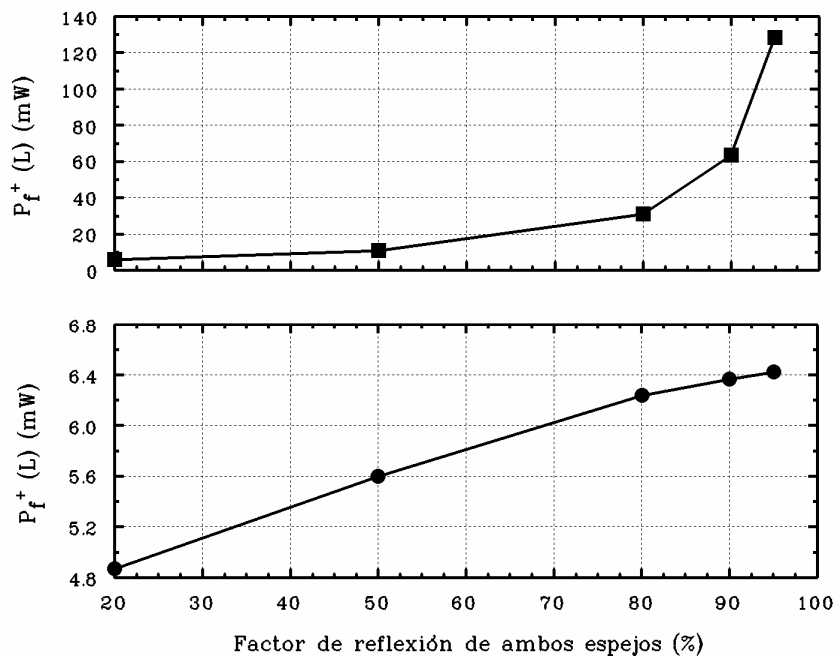
### **3.7 Primeras conclusiones**

En estos dos capítulos hemos desarrollado principalmente dos modelos distintos: el modelo basado en las ecuaciones de evolución de potencia con distribución modal, que es el más preciso por provenir de ecuaciones fundamentales de dinámica de poblaciones y de evolución de potencias; y el modelo basado en factores de solapamiento, el cual con una pequeña aproximación simplifica de forma considerable el anterior, proporcionando incluso unas ecuaciones cuasi-analíticas que ayudan a la comprensión y manejo del sistema físico en estudio. Además, y debido al gran parecido entre los resultados de ambos modelos, no se ha considerado necesario desarrollar este último para dos factores de solapamiento (uno por nivel), sino que con un factor de solapamiento era suficiente.

En general, en la bibliografía se aplican ambos modelos al caso del láser a través de aproximaciones que no han sido contrastadas con el modelo exacto de distribución modal, y aunque nos dedicaremos a establecer esta comparación en capítulos posteriores sí que querríamos llamar la atención sobre algunos aspectos que consideramos importantes. En primer lugar, estamos de acuerdo en que ambos modelos se basan en una estructura de ecuaciones que, sin grandes complicaciones matemáticas, consigue resultados cualitativamente muy buenos en el caso del amplificador [4, 6, 7, 17]. También para el caso del láser, incluso con algunas aproximaciones, obtenemos unos comportamientos similares a los experimentales [14, 21]. Sin embargo, ya se pudo constatar en el amplificador que existía una diferencia cuantitativa importante entre la potencia de fluorescencia obtenida a través del modelo y la experimental [17]. Esta diferencia era previsible que aumentara para el oscilador láser al irse acumulando en el proceso de idas y vueltas dentro de la cavidad, y así ocurre aunque hasta ahora no hayamos reparado en ello.

De esta forma, hemos podido leer en la Tabla 3.7 cómo la potencia de fluorescencia copropagante dentro de la cavidad alcanzaba en  $z = L$  los 134.4 mW de potencia (268.8 mW en total si añadimos la fluorescencia contrapropagante), cuando la potencia de

bombeo introducida en la fibra dopada era solamente de 20 mW, lo que incumple por tanto el balance energético. Este hecho, que llama poderosamente la atención, queda amortiguado si tenemos en cuenta que siempre se consideran en la literatura las potencias de fluorescencia fuera de la cavidad, las cuales muestran valores distintos a los de las potencias en el interior (Figura 3.28). De esta manera, considerando las potencias exteriores para el ejemplo anterior, encontramos un buen comportamiento cualitativo y además, utilizando el mismo modelo, “sólo” obtenemos 6.72 mW de fluorescencia copropagante (13.44 mW en total), lo que es menor de los 20 mW de bombeo introducidos y disfraza el problema antes desvelado.



**Figura 3.28:** Potencia de fluorescencia copropagante en  $z = L$  según el modelo con distribución modal en función del factor de reflexión de ambos espejos. Dentro de la cavidad (arriba) y fuera de la cavidad (abajo).

Es por esta razón, que cuando en la literatura se desea obtener un buen acuerdo entre la fluorescencia teórica y la experimental sin mayor interés en su evolución, ni en su forma espectral, ganancia, etc. se utiliza un modelo muy básico basado en la conservación del número de fotones [19, 20], lo que nos indica que los modelos manejados hasta ahora pueden proporcionar buenos resultados cualitativos pero que tienen algunas deficiencias. Por eso, consideramos necesario proponer otro modelo que se adapte más a la realidad experimental, y que desarrollaremos basándonos en el ajuste del balance energético.

## Bibliografía

- [1] J.R. Armitage.  
Applied Optics, **27**, 4831 (1988).
- [2] L.B. Jeunhomme. “*Single-Mode Fiber Optics*”.  
Marcel Dekker, New York 1990.
- [3] T.J. Whitley, R. Wyatt.  
IEEE Photonics Technology Letters, **5**, 1325 (1993).
- [4] C.R. Giles, E. Desurvire. “*Modeling Erbium-doped fiber amplifiers*”.  
Journal of Lightwave Technology, **9**, pp. 271-283 (1991).
- [5] M.J.F. Digonnet. “*Theory of operation of laser fiber devices*”, incluido en “*Rare earth doped fiber lasers and amplifiers*”.  
Ed. M.J.F. Digonnet (Marcel Dekker Inc., 1993).
- [6] P.R. Morkel, R.I. Laming. “*Theoretical modelling of erbium-doped fiber amplifiers with excited-state absorption*”.  
Optics Letters, **18**, pp. 1062-1064 (1989).
- [7] E. Desurvire. “*Analysis of erbium-doped fiber amplifiers pumped in the  $^4I_{15/2}$ - $^4I_{13/2}$  band*”.  
IEEE Photonics Technology Letters, **1**, pp. 293-296 (1989).
- [8] E. Desurvire, C.R. Giles, J.R. Simpson. “*Gain saturation effects in high-speed, multichannel erbium-doped fiber amplifiers at  $\lambda = 1.53 \mu\text{m}$* ”.  
Journal of Lightwave Technology, **7**, pp. 2095-2104 (1989).
- [9] E. Desurvire, J.R. Simpson, P.C. Becker. “*High-gain erbium-doped travelling-wave fiber amplifier*”.  
Optics Letters, **12**, pp. 888-890 (1987).
- [10] R.S. Quimby. “*Output saturation in a 980-nm pumped erbium-doped fiber amplifier*”.  
Applied Optics, **30**, pp. 2546-2552 (1991).
- [11] M.A. Rebolledo, S. Jarabo. “*Erbium-doped silica fiber modeling with overlapping factors*”.  
Applied Optics, **33**, pp. 5585-5593 (1994).
- [12] M. Mignon, E. Desurvire. “*An analytical model for the determination of optimal output reflectivity and fiber length in erbium-doped fiber lasers*”.  
IEEE Photonics Technology Letters, **4**, pp. 850-852 (1992).
- [13] J. Chen, X. Zhu, W. Sibbett. “*Rate equation studies of erbium-doped fiber lasers with common pump and laser energy bands*”.  
Journal of Optical Society of America B, **9**, pp. 1876-1882 (1992).
- [14] P. Franco et al. “*Characterization and optimization criteria for filterless erbium-doped fiber lasers*”.  
Journal of Optical Society of America B, **11**, pp. 1090-1097 (1994).

- [15] H. Zech. “*Exact Analytical Expressions for the output power and the threshold of erbium-doped fiber Fabry-Perot lasers*”.  
Electronic Letters, **30**, pp. 1299-1300 (1994).
- [16] J. Chen, X. Zhu, W. Sibbett. “*Derivation of the threshold pump power of erbium-doped fiber lasers*”.  
Optics Letters, **17**, pp. 926-928 (1992).
- [17] S. Jarabo. “*Estudio teórico y experimental de amplificadores de fibra óptica dopada con erbio*”  
Tesis doctoral. Universidad de Zaragoza (1994).
- [18] E. Desurvire. “*Amplified spontaneous emission*”, incluido en “*Erbium-doped fiber amplifiers*”.  
Ed. John Wiley & Sons Inc., 1994.
- [19] R.M. Jopson, A.A. Saleh. “*Modelling of gain and noise in erbium-doped fiber amplifiers*”,  
incluido en “*Fiber laser sources and amplifiers III*”.  
Ed. M. J. Dignonnet (SPIE, **1581**, pp. 114-119, 1991).
- [20] C.V. Poulsen, M. Sejka. “*Highly optimized tunable Er<sup>3+</sup>-doped single longitudinal mode fiber ring laser, experiment and model*”.  
IEEE Photonics Technology Letters, **5**, pp. 646-648, (1993).
- [21] J.P. Burger, P.L. Swart, S.J. Spammer and P.V. Bulkin. “*Output power characteristics of a Fabry-Pérot Er<sup>3+</sup>-doped fiber laser*”.  
Optical Engineering, **36**, pp. 593-597, (1997).



## Capítulo 4

---

---

# Nuevo modelo propuesto basado en el ajuste del balance energético

---

---

<b>4.1 DESCRIPCIÓN PREVIA .....</b>	<b>136</b>
4.1.1 <i>Desarrollo del modelo .....</i>	<i>136</i>
4.1.2 <i>Ecuaciones analíticas .....</i>	<i>142</i>
<b>4.2 COMPARACIÓN ENTRE EL NUEVO MODELO Y LOS YA DESARROLLADOS MODAL Y <math>\eta_0</math> .....</b>	<b>150</b>
<b>4.3 COMPARACIÓN ENTRE EL NUEVO MODELO Y LOS MODELOS DE LA LITERATURA .....</b>	<b>160</b>
4.3.1 <i>Modelos basados en factores de solapamiento en los que se desprecia la emisión espontánea .....</i>	<i>160</i>
4.3.2 <i>Modelos simplificados basados en la conservación del número de fotones....</i>	<i>165</i>
<b>4.4 SIMPLIFICACIÓN DEL NUEVO MODELO MEDIANTE APROXIMACIONES. 168</b>	
4.4.1 <i>Evolución exponencial del bombeo .....</i>	<i>168</i>
4.4.2 <i>Fluorescencia espontánea despreciable .....</i>	<i>171</i>
4.4.3 <i>Comparación con el modelo original .....</i>	<i>173</i>
<b>4.5 DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN DE CAVIDADES LÁSER.....</b>	<b>180</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>189</b>

## 4.1 Descripción previa

### 4.1.1 Desarrollo del modelo

La necesidad de un nuevo modelo surge de los desacuerdos descritos en el Apartado 3.7, generados por los modelos desarrollados anteriormente modal y  $\eta_0$  (en adelante modelos estándar). En consecuencia, buscamos un modelo que combine los buenos resultados cualitativos que ofrece el modelo estándar y los buenos resultados cuantitativos que resultan de aplicar la conservación del número de fotones.

Ya hemos visto el tipo de errores introducidos por los modelos estándar en el balance energético, para justificar ahora su origen a partir de las ecuaciones teóricas, tomaremos la expresión (3.70) y supondremos que no existe absorción desde el estado excitado y que, como es habitual, no se introduce potencia de señal. Así, si consideramos que  $z = L$ , introducimos las condiciones de contorno del oscilador (2.26) y (2.27), y definimos respectivamente las potencias de bombeo que se introducen y salen de la fibra dopada como:

$$P_p^{in}(\nu_p) = P_p^+(0, \nu_p) + P_p^-(L, \nu_p) \quad (4.1)$$

$$P_p^{out}(L, \nu_p) = P_p^+(L, \nu_p) + P_p^-(0, \nu_p), \quad (4.2)$$

obtenemos una expresión similar a (3.74), pero con una mayor generalidad en el análisis de las potencias de bombeo<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} & \left[ P_p^{th} - P_p^{sp} \right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\} + \left[ P_p^{out}(L) - P_p^{in} \right] + \\ & + \sum_i \frac{\nu_p}{\nu_i} \left[ P_f^+(L, \nu_i) T_2(\nu_i) + P_f^-(0, \nu_i) T_1(\nu_i) \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

A este tipo de ecuaciones que nos dan una relación entre las potencias de fluorescencia y de bombeo, las denominamos ecuaciones trascendentes por su analogía con las

<sup>1</sup> En esta ecuación, y a partir de aquí en todas las expresiones, se sobreentenderá que existe dependencia con la frecuencia de bombeo en todas las magnitudes con subíndice  $p$ .

que aparecen en el estudio de amplificadores. Operando sobre (4.3) y denominando  $\nu_l$  a la frecuencia de oscilación láser, podemos llegar a una expresión más conveniente:

$$\left[ P_p^{th} - P_p^{sp} \right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \frac{\nu_l}{\nu_p} \left[ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right] + \frac{\nu_l}{\nu_p} \left[ P_p^{out}(L) - P_p^{in} \right] + \quad (4.4)$$

$$P_f^+(L, \nu_l) T_2(\nu_l) + P_f^-(0, \nu_l) T_1(\nu_l) + \sum_{i \neq l} \frac{\nu_l}{\nu_i} \left[ P_f^+(L, \nu_i) T_2(\nu_i) + P_f^-(0, \nu_i) T_1(\nu_i) \right] = 0$$

En esta ecuación basta hacer un análisis energético que identifique el significado de cada uno de los sumandos para comprobar que no se conserva la energía. Para identificar el primer sumando nos fijaremos en que cuando no se introduce bombeo la energía almacenada en un punto concreto de la fibra es  $N_T \varepsilon_0$ , donde  $\varepsilon_0$  es la energía del nivel inferior de la transición láser. Al introducir potencia de bombeo, un número  $N_2$  de iones se excita hacia el nivel superior de la transición, con lo que la energía total del sistema es ahora  $N_2(\varepsilon_0 + h\nu_l) + N_1 \varepsilon_0$ . Restando ambas expresiones podemos obtener la energía que se almacena debido únicamente al bombeo, que resulta ser  $N_2 h\nu_l$  si tenemos en cuenta (2.4). Para calcular ahora la energía almacenada en toda la fibra dopada debemos integrar  $N_2 h\nu_l$  para todo el volumen y considerar las expresiones (3.4) y (3.8), de forma que:

$$\varepsilon = h\nu_l \bar{N}_T A_d \int_0^L n_2(z) dz \quad (4.5)$$

Por último, la integral de la fracción de población del nivel 2 la podemos conseguir a partir de (3.31), de tal manera que utilizando después (3.66) nos queda:

$$\varepsilon = \tau P_p^{th} \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \frac{\nu_l}{\nu_p} \left[ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p(L)}{P_p(0)} \right) \right] \quad (4.6)$$

Esta expresión es exactamente igual al primer término de la ecuación (4.4) con dos diferencias: la primera es el tiempo de vida media  $\tau$  del nivel excitado que surge en (4.6), cuya aparición se justifica inmediatamente si recordamos que éste es el tiempo medio que los iones



Podemos introducir ahora expresiones que nos relacionen las dos potencias de fluorescencia (co y contra) involucradas en (4.8). Para deducirlas no tenemos más que aplicar las condiciones de contorno del láser a las ecuaciones (3.50) y (3.51), y de esta manera obtenemos:

$$P_f^+(L, \nu) = R_1(\nu)P_f^-(0, \nu)G(L, \nu) + \xi(\nu) \left[ G(L, \nu) - 1 + \gamma_a(\nu) \int_0^L \frac{G(L, \nu)}{G(z, \nu)} dz \right] \quad (4.9)$$

$$P_f^-(0, \nu) = R_2(\nu)P_f^+(L, \nu)G(L, \nu) + \xi(\nu) \left[ G(L, \nu) - 1 + \gamma_a(\nu) \int_0^L G(z, \nu) dz \right]. \quad (4.10)$$

En ellas, los términos que aparecen entre corchetes y en general los que contienen el parámetro  $\xi(\nu)$ , son pequeños porque provienen del término de emisión espontánea de la ecuación de evolución de la fluorescencia (3.50). Sustituyendo a continuación estas expresiones en (4.8), obtenemos sendas ecuaciones trascendentes desarrolladas únicamente en función de una de las dos potencias de fluorescencia, copropagante o contrapropagante:

$$\begin{aligned} & \left[ P_p^{th} - P_p^{sp} \right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\} + \left[ P_p^{out}(L) - P_p^{in} \right] + \frac{v_p}{v_l} [1 + R_2(\nu_l).G(L, \nu_l)] P_f^+(L, \nu_l) + \\ & + \sum_{i \neq l} \frac{v_p}{v_i} [1 + R_2(\nu_i).G(L, \nu_i)] P_f^+(L, \nu_i) + \sum_i \frac{v_p}{v_i} \xi(\nu_i) \left[ G(L, \nu_i) - 1 + \gamma_a(\nu_i) \int_0^L G(z, \nu_i) dz \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} & \left[ P_p^{th} - P_p^{sp} \right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\} + \left[ P_p^{out}(L) - P_p^{in} \right] + \frac{v_p}{v_l} [1 + R_1(\nu_l).G(L, \nu_l)] P_f^-(0, \nu_l) \\ & + \sum_{i \neq l} \frac{v_p}{v_i} [1 + R_1(\nu_i).G(L, \nu_i)] P_f^-(0, \nu_i) + \sum_i \frac{v_p}{v_i} \xi(\nu_i) \left[ G(L, \nu_i) - 1 + \gamma_a(\nu_i) \int_0^L \frac{G(L, \nu_i)}{G(z, \nu_i)} dz \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

A partir de estas ecuaciones ya es posible afrontar la resolución del láser según el nuevo modelo (tal y como veremos en el siguiente apartado), sin embargo, sería interesante

replantearse el problema desde su raíz y procurar averiguar qué deficiencias existen en el planteamiento inicial de las ecuaciones del modelo estándar para obtener así ecuaciones más generales que sigan dando buenos resultados cualitativos pero que cumplan el principio de conservación de la energía.

Para deducir qué ecuaciones debemos corregir, es preciso pensar de nuevo en el balance energético que se produce en un láser y que en resumen es el siguiente: el bombeo absorbido por la fibra es la energía aportada al sistema, y se invierte en tres fenómenos, en invertir población en la transición láser, en potencia de fluorescencia espontánea transversal y en potencia de fluorescencia amplificada. De ese modo mientras no varíe la potencia de bombeo absorbida, se cumplirá que en el estado estacionario cuanto mayor sea la inversión de población menores serán las potencias de fluorescencia producidas en la cavidad y viceversa. Partiendo de esta consideración, parece lógico pensar que para que disminuya la potencia de fluorescencia en el modelo estándar, éste debe ser modificado a partir de la ecuación (3.16) que calcula la fracción de población del nivel excitado  $n_2$ , pues una variación en el cálculo de ésta debería, según el razonamiento anterior, repercutir directamente en los valores de las potencias de fluorescencia. Esta idea se ve avalada por otros dos aspectos: el primero es que la evolución de las potencias parece ser la mejor cualidad del modelo estándar, y por tanto no deberíamos modificar las ecuaciones de evolución, y el segundo consiste en que el desarrollo de la ecuación trascendente (3.70) provenía directamente de la ecuación (3.16) y por tanto una modificación en ésta última se refleja inmediatamente en la anterior. Poniendo en práctica este razonamiento, incluiremos en la expresión (3.16) un parámetro  $K$  con dimensiones de potencia, que interaccione absorbiendo y emitiendo fotones en el rango de longitudes de onda de fluorescencia, de tal forma que:

$$n_2(z) = \frac{\sum_{j=p,s,f} \frac{\eta_0(\nu_j)\sigma_a(\nu_j)}{h\nu_j} P_j(z,\nu_j) + \sum_f \frac{\eta_0(\nu_f)\sigma_a(\nu_f)}{h\nu_f} K}{\frac{A_d}{\tau} + \sum_{j=p,s,f} \frac{\eta_0(\nu_j)\{\sigma_a(\nu_j) + \sigma_e(\nu_j)\}}{h\nu_j} P_j(z,\nu_j) + \sum_f \frac{\eta_0(\nu_f)\{\sigma_a(\nu_f) + \sigma_e(\nu_f)\}}{h\nu_f} K} \quad (4.13)$$

Utilizando esta expresión para obtener la ecuación trascendente de forma análoga a la seguida en el Apartado 3.3, podremos deducir a posteriori el valor de este parámetro. Así:

$$\begin{aligned} & \left[ P_p^{th}(\nu_p) - P_p^{sp}(\nu_p) \right] \frac{\gamma_p(\nu_p)}{\alpha_p(\nu_p)} \left\{ \gamma_p(\nu_p)z + \ln \left( \frac{P_p^+(z)}{P_p^+(0)} \right) \right\} + [P_p^+(z) - P_p^+(0)] + \\ & + \sum_f \frac{\nu_p}{\nu_f} \left[ P_f^+(z, \nu_f) - P_f^+(0, \nu_f) + P_f^-(0, \nu_f) - P_f^-(z, \nu_f) + K \ln G(z) \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.14)$$

Si queremos que esta ecuación incluya como caso particular la expresión (4.8), no tenemos más que sustituir  $z = L$  y deducir el valor de  $K$ , que viene dado por:

$$K = \frac{P_f^+(0, \nu_i) + P_f^-(L, \nu_i)}{\ln G(L)} \quad (4.15)$$

De esta forma la ecuación trascendente que generaliza (4.8) para un punto  $z$  cualquiera, es:

$$\begin{aligned} & \left[ P_p^{th}(\nu_p) - P_p^{sp}(\nu_p) \right] \frac{\gamma_p(\nu_p)}{\alpha_p(\nu_p)} \left\{ \gamma_p(\nu_p)z + \ln \left( \frac{P_p^+(z)}{P_p^+(0)} \right) \right\} + [P_p^+(z) - P_p^+(0)] + \\ & + \sum_i \frac{\nu_p}{\nu_i} \left[ P_f^+(z, \nu_i) - P_f^+(0, \nu_i) + P_f^-(0, \nu_i) - P_f^-(z, \nu_i) + \frac{P_f^+(0, \nu_i) + P_f^-(L, \nu_i)}{\ln G(L)} \ln G(z) \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.16)$$

Podemos observar que cuando  $z = 0$ ,  $\ln G(z)$  se anula y recuperamos la ecuación (3.72), y que cuando  $z = L$  obtenemos de nuevo la ecuación trascendente (4.8). Por consiguiente, consideraremos la expresión (4.16) como la ecuación trascendente general de este modelo para cualquier punto  $z$ ; ecuación que trataremos de resolver y que nos proporcionará la evolución de las potencias a lo largo de la fibra dopada.

La resolución de este nuevo modelo no va a resultar complicada si tenemos en cuenta que la adaptación del método basado en la optimización de parámetros (método  $\eta_0$

analítico) resulta bastante sencilla, pues sólo es necesario derivar el nuevo sumando y tenerlo en cuenta al resolver la matriz (3.85). Por otro lado, para aplicar el método de relajación, basta con utilizar para calcular la fracción de población del nivel excitado, la siguiente ecuación:

$$n_2(z) = \frac{\sum_{j=p,s,f} \frac{\eta_0(\nu_j)\sigma_a(\nu_j)}{h\nu_j} P_j(z) + \sum_f \frac{\eta_0(\nu_f)\sigma_a(\nu_f)}{h\nu_f} \left[ \frac{P_f^+(0) + P_f^-(L)}{\ln G(L, \nu_f)} \right]}{\frac{A_d}{\tau} + \sum_{j=p,s,f} \frac{\eta_2(\nu_j)\{\sigma_a + \sigma_e\}(\nu_j)}{h\nu_j} P_j(z) + \sum_f \frac{\eta_2(\nu_f)\{\sigma_a + \sigma_e\}(\nu_f)}{h\nu_f} \left[ \frac{P_f^+(0) + P_f^-(L)}{\ln G(L, \nu_f)} \right]} \quad (4.17)$$

donde simplemente hemos sustituido el valor del parámetro  $K$  en (4.13).

Si queremos buscar un significado físico a los nuevos términos de esta ecuación, podemos intuir que muestran la influencia de la energía almacenada en la cavidad láser en el balance de poblaciones. En estos términos aparece por un lado la suma de las potencias que se reintroducen en la fibra dopada y por otro lado el denominador  $\ln G(L, \nu_f)$ , que según (3.79) depende principalmente de los parámetros que configuran la cavidad ( $R_1$  y  $R_2$ ), de manera que en general este término aumenta significativamente conforme disminuyen las pérdidas en la cavidad. Así, se introduce una dependencia en la fracción de población con la cantidad de energía almacenada o desde otro punto de vista con el factor de calidad de la cavidad. Con esta modificación del modelo estándar conseguimos un balance energético correcto y además es previsible que la evolución de las potencias de fluorescencia y bombeo no difieran mucho cualitativamente, ya que las ecuaciones de evolución se han dejado intactas.

#### 4.1.2 Ecuaciones analíticas

##### □ Caso general

Hemos visto que la ecuación (4.8) constituye la ecuación trascendente de este nuevo modelo aplicada en  $z = L$ , la cual relaciona de manera sencilla todas las magnitudes y parámetros que aparecen en un oscilador láser. A partir de ella dedujimos las expresiones



(4.11) y (4.12), de las que podemos obtener a su vez expresiones para la eficiencia, el umbral, etc. que nos permitirán caracterizar, diseñar e incluso optimizar cualquier montaje experimental. Así, comenzaremos despejando las potencias de fluorescencia copropagante y contrapropagante de (4.11) y (4.12) respectivamente:

$$P_f^+(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}}}{[1 + R_2(\nu_l)G(L, \nu_l)]} P_p^{in} - \frac{[P_p^{th} - P_p^{sp}] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\}}{\frac{\nu_p}{\nu_l} [1 + R_2(\nu_l)G(L, \nu_l)]} -$$

$$- \sum_{i \neq l} \frac{\lambda_i}{\lambda_l} \frac{[1 + R_2(\nu_i)G(L, \nu_i)]}{[1 + R_2(\nu_l)G(L, \nu_l)]} P_f^+(L, \nu_i) - \sum_i \xi(\nu_i) \frac{\left[ G(L, \nu_i) - 1 + \gamma_a(\nu_i) \int_0^L G(z, \nu_i) dz \right]}{\frac{\nu_i}{\nu_l} [1 + R_2(\nu_l)G(L, \nu_l)]} \quad (4.18)$$

$$P_f^-(0, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}}}{[1 + R_1(\nu_l)G(L, \nu_l)]} P_p^{in} - \frac{[P_p^{th} - P_p^{sp}] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\}}{\frac{\nu_p}{\nu_l} [1 + R_1(\nu_l)G(L, \nu_l)]} -$$

$$- \sum_{i \neq l} \frac{\lambda_i}{\lambda_l} \frac{[1 + R_1(\nu_i)G(L, \nu_i)]}{[1 + R_1(\nu_l)G(L, \nu_l)]} P_f^-(0, \nu_i) - \sum_i \xi(\nu_i) \frac{\left[ G(L, \nu_i) - 1 + \gamma_a(\nu_i) \int_0^L \frac{G(L, \nu_i)}{G(z, \nu_i)} dz \right]}{\frac{\nu_i}{\nu_l} [1 + R_1(\nu_l)G(L, \nu_l)]} \quad (4.19)$$

Si ahora establecemos una simple comparación con la ecuación característica de los láseres:

$$P_f(\nu) = \eta(\nu) [P_p^{in}(\nu_p) - P_{p,Umbral}(\nu)] \quad (4.20)$$

y la aplicamos a ambas potencias de fluorescencia, podemos conseguir ecuaciones que determinen en cada caso la eficiencia<sup>2</sup> y la potencia umbral:

<sup>2</sup> Debemos aclarar en este punto que no hay que confundir la notación para las eficiencias copropagante y contrapropagante ( $\eta^+$ ,  $\eta^-$ ) con la de los factores de solapamiento ( $\eta_0$ ,  $\eta_i$ ).

$$\eta^+(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}}}{1 + R_2(\nu_l).G(L, \nu_l)} \quad (4.21)$$

$$\eta^-(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}}}{1 + R_1(\nu_l).G(L, \nu_l)}, \quad (4.22)$$

$$P_{p,Umbra}^+(L) = \frac{\left[ P_p^{th} - P_p^{sp} \right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\}}{1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}}} +$$

$$+ \sum_{i \neq l} \frac{[1 + R_2(\nu_i)G(L, \nu_i)]}{\frac{\nu_i}{\nu_p} \left[ 1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}} \right]} P_f^+(L, \nu_i) + \sum_i \xi(\nu_i) \frac{\left[ G(L, \nu_i) - 1 + \gamma_a(\nu_i) \int_0^L G(z, \nu_i) dz \right]}{\frac{\nu_i}{\nu_p} \left[ 1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}} \right]} \quad (4.23)$$

$$P_{p,Umbra}^-(L) = \frac{\left[ P_p^{th} - P_p^{sp} \right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\}}{1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}}} +$$

$$+ \sum_{i \neq l} \frac{[1 + R_1(\nu_i)G(L, \nu_i)]}{\frac{\nu_i}{\nu_p} \left[ 1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}} \right]} P_f^-(0, \nu_i) + \sum_i \xi(\nu_i) \frac{\left[ G(L, \nu_i) - 1 + \gamma_a(\nu_i) \int_0^L \frac{G(L, \nu_i)}{G(z, \nu_i)} dz \right]}{\frac{\nu_i}{\nu_p} \left[ 1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}} \right]} \quad (4.24)$$

Las expresiones (4.23) y (4.24) difieren en el segundo y tercer sumandos, que dan cuenta de la influencia de la fluorescencia en la inversión de población y se puede demostrar que en consecuencia son muy pequeños en comparación con el primer término. La diferencia entre ambas potencias umbrales puede entenderse si consideramos que la evolución de las potencias de fluorescencia es distinta en uno y otro sentido. Sin embargo de cara a una

evaluación experimental es más útil definir una única potencia umbral. Para ello consideraremos la potencia de fluorescencia total del sistema y partiendo de (4.20) obtendremos una expresión que relaciona la potencia umbral global del láser con las dos anteriores:

$$P_{p,Umbral}(L, \nu_l) = \frac{\eta^+(L, \nu_l)P_{p,Umbral}^+(L) + \eta^-(L, \nu_l)P_{p,Umbral}^-(L)}{\eta^+(L, \nu_l) + \eta^-(L, \nu_l)} \quad (4.25)$$

Si ahora seguimos el mismo procedimiento para la eficiencia total de la cavidad, vemos que es simplemente la suma de las dos individuales:

$$\eta(L, \nu_l) = \eta^+(L, \nu_l) + \eta^-(L, \nu_l) \quad (4.26)$$

de forma que su expresión sería:

$$\eta(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \left[ \frac{2 + (\mathbf{R}_1(\nu_l) + \mathbf{R}_2(\nu_l))G(L, \nu_l)}{2 + (\mathbf{R}_1(\nu_l) + \mathbf{R}_2(\nu_l))G(L, \nu_l) - q(L, \nu_l)} \right] \left( 1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}} \right) \quad (4.27)$$

donde  $q(L, \nu_l)$  es el parámetro definido en (3.79) y utilizado en la resolución del método  $\eta_0$  analítico. Recordemos que este parámetro tiene un valor prácticamente nulo en torno a  $\nu_l$ , y podemos obtener una expresión suya a partir de (3.61) o (3.62):

$$q(L) = \frac{\xi}{P_f^+(L)} \left[ (\mathbf{R}_1 G(L) + 1)(G(L) - 1) + \gamma_a G(L) \int_0^L \frac{dz}{G(z)} + \gamma_a \mathbf{R}_1 G(L) \int_0^L G(z) dz \right] \quad (4.28)$$

Con estos datos, si volvemos de nuevo a la ecuación (4.27) vemos que:

$$\left[ \frac{2 + (\mathbf{R}_1(\nu_l) + \mathbf{R}_2(\nu_l))G(L, \nu_l)}{2 + (\mathbf{R}_1(\nu_l) + \mathbf{R}_2(\nu_l))G(L, \nu_l) - q(L, \nu_l)} \right] \cong 1 + \frac{q(L, \nu_l)}{2 + (\mathbf{R}_1(\nu_l) + \mathbf{R}_2(\nu_l))G(L, \nu_l)} \approx 1 \quad (4.29)$$

con lo que este factor tiene un valor muy cercano a uno y por tanto la eficiencia total del láser

dada por (4.27) nunca va a superar la unidad, al contrario de lo que podía ocurrir con el modelo estándar.

#### □ Casos particulares

En este apartado analizaremos algunos casos particulares de especial interés al coincidir con las condiciones experimentales desarrolladas.

- *Solamente existe bombeo copropagante*

El caso particular más común es aquél en el que sólo introducimos un tipo de bombeo, en ese caso tomaremos siempre la configuración de forma que este bombeo queda definido como copropagante. Las fórmulas de la eficiencia y el umbral se simplifican entonces al cumplirse que:

$$P_p^{in}(\nu_p) = P_p^+(0, \nu_p) \quad (4.30)$$

$$P_p^{out}(L, \nu_p) = P_p^+(L, \nu_p) \quad (4.31)$$

y de esa forma:

$$\eta^+(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}}{[1 + R_2(\nu_l).G(L, \nu_l)]} \quad (4.32)$$

$$\eta^-(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}}{[1 + R_1(\nu_l).G(L, \nu_l)]} \quad (4.33)$$

y la potencia umbral la podemos obtener desarrollando la expresión (4.25), de manera que<sup>3</sup>:

<sup>3</sup> Hay que tener en cuenta que el subíndice denota la longitud de onda a la que se refiere cada magnitud.

$$\begin{aligned}
P_{ih}(L, \nu_l) = & \frac{\left[ P_p^{th} - P_p^{sp} \right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\}}{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}} + \\
& + \frac{T_{1,l} \sum_i \xi_i \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \left[ G(L) - 1 + \gamma_a \int_0^L G(z) dz \right]_i + T_{2,l} \left[ \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l \sum_i \xi_i \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \left[ G(L) - 1 + \gamma_a \int_0^L \frac{G(L)}{G(z)} dz \right]_i}{\left( 1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \left[ 1 + \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l} + \\
& + \frac{\sum_{i \neq l} \frac{\lambda_i}{\lambda_p} [T_2 + R_2 T_1 G(L)]_i P_{f,i}^+(L) + \left[ \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l \sum_{i \neq l} \frac{\lambda_i}{\lambda_p} [T_1 + R_1 T_2 G(L)]_i P_{f,i}^-(0)}{\left( 1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \left[ 1 + \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l}
\end{aligned} \tag{4.34}$$

- *El bombeo contrapropagante proviene de la reflexión del bombeo copropagante no absorbido*

Otro caso particular que suele producirse al diseñar configuraciones láser es aquél en el que el espejo situado al final de la fibra dopada tiene un factor de reflexión no nulo en la longitud de onda del bombeo. De esta forma existe bombeo contrapropagante únicamente debido a la reflexión del bombeo copropagante no absorbido por la fibra dopada, en cuyo caso tenemos que:

$$P_p^-(L, \nu_p) = R_2(\nu_p) P_p^+(L, \nu_p) \tag{4.35}$$

y, teniendo en cuenta (3.38) podemos también escribir:

$$P_p^-(0, \nu_p) = R_2(\nu_p) \frac{P_p^{+2}(L, \nu_p)}{P_p^+(0, \nu_p)}, \tag{4.36}$$

de forma que las expresiones (4.1) y (4.2) se transforman en:

$$P_p^{in}(v_p) = P_p^+(0, v_p) + R_2(v_p)P_p^+(L, v_p) \quad (4.37)$$

$$P_p^{out}(L, v_p) = P_p^+(L, v_p) + R_2(v_p) \frac{P_p^{+2}(L, v_p)}{P_p^+(0, v_p)} \quad (4.38)$$

Si introducimos estos nuevos valores en las expresiones de la eficiencia y el umbral, observamos que se obtienen las mismas ecuaciones que en el caso particular anterior, en el que únicamente existía bombeo copropagante. Esto es debido a que se cumple que:

$$1 - \frac{P_p^{out}(L, v_p)}{P_p^{in}(v_p)} = 1 - \frac{P_p^+(L) + R_2(v_p) \frac{P_p^{+2}(L)}{P_p^+(0)}}{P_p^+(0) + R_2(v_p)P_p^+(L)} = 1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \quad (4.39)$$

y por tanto las ecuaciones (4.32)-(4.34) siguen siendo válidas.

Sin embargo, en este caso aunque tenemos los dos tipos de bombeo, no introducimos dos bombes independientes, sino sólo bombeo copropagante, por ello a la hora de calcular el umbral y la eficiencia, es más exacto expresarlo todo en función del único bombeo realmente introducido, el copropagante. De este modo las nuevas expresiones para el bombeo introducido y el residual serán:

$$P_p^{in}(L, v_p) = P_p^+(0, v_p) \quad (4.40)$$

$$P_p^{out}(L, v_p) = P_p^+(L, v_p) + P_p^-(0, v_p) - P_p^-(L, v_p) \quad (4.41)$$

y operando obtenemos las siguientes ecuaciones para la eficiencia y la potencia de bombeo umbral:

$$\eta^+(L, v_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{\left(1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}\right) \left(1 + R_2(v_p) \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}\right)}{[1 + R_2(v_l).G(L, v_l)]} \quad (4.42)$$

$$\eta^-(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{\left(1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}\right) \left(1 + R_2(\nu_p) \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}\right)}{\left[1 + R_1(\nu_l) \cdot G(L, \nu_l)\right]} \quad (4.43)$$

$$P_{th}(L, \nu_l) = \frac{\left[P_p^{th} - P_p^{sp}\right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\}}{\left(1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}\right) \left(1 + R_2(\nu_p) \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}\right)} +$$

$$+ \frac{T_{1,l} \sum_i \xi_i \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \left[ G(L) - 1 + \gamma_a \int_0^L G(z) dz \right]_i + T_{2,l} \left[ \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l \sum_i \xi_i \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \left[ G(L) - 1 + \gamma_a \int_0^L \frac{G(L)}{G(z)} dz \right]_i}{\left(1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}\right) \left(1 + R_2(\nu_p) \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}\right) \left[ 1 + \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l} +$$

$$+ \frac{\sum_{i \neq l} \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \left[ T_2 + R_2 T_1 G(L) \right]_i P_{f,i}^+(L) + \left[ \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l \sum_{i \neq l} \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \left[ T_1 + R_1 T_2 G(L) \right]_i P_{f,i}^-(0)}{\left(1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}\right) \left(1 + R_2(\nu_p) \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}\right) \left[ 1 + \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l} \quad (4.44)$$

Cabe destacar que las expresiones (4.42)-(4.44) son generales y engloban todos los casos particulares en los que solamente se introduzca bombeo copropagante. Así, si el factor de reflexión para el espejo 2 es nulo en la longitud de onda del bombeo, recuperamos las ecuaciones (4.32)-(4.34) correspondientes al primer caso particular.

A partir de estas expresiones concluimos algo que ya podíamos suponer de antemano: si el bombeo residual se refleja al final de la cavidad y como consecuencia de ello pasa dos veces por la fibra dopada, estamos reaprovechando la energía no absorbida en el primer paso, y por tanto con esta configuración aparecen nuevos términos en las ecuaciones que hacen que la eficiencia aumente y el umbral disminuya.

## 4.2 Comparación entre el nuevo modelo y los ya desarrollados modal y $\eta_0$

Para establecer esta comparación, empezaremos por las magnitudes que involucran valores totales de potencia de fluorescencia, puesto que es donde más discrepancia existe. Para ello, procederemos de forma similar al apartado anterior pero esta vez partiendo de la ecuación trascendente (4.4) del modelo  $\eta_0$ . De este modo, sustituyendo en ella (4.9) o (4.10), nos encontramos con que las eficiencias y la potencia umbral según el modelo  $\eta_0$  quedan así:

$$\eta^+(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}}}{T_2(\nu_l) + R_2(\nu_l)T_1(\nu_l)G(L, \nu_l)} \quad (4.45)$$

$$\eta^-(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}}}{T_1(\nu_l) + R_1(\nu_l)T_2(\nu_l)G(L, \nu_l)} \quad (4.46)$$

$$P_{th}(L, \nu_l) = \frac{\left[ P_p^{th} - P_p^{sp} \right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\}}{1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}}} +$$

$$+ \frac{T_{1,l} \sum_i \xi_i \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \left[ G(L) - 1 + \gamma_a \int_0^L G(z) dz \right]_i + T_{2,l} \left[ \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l \sum_i \xi_i \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \left[ G(L) - 1 + \gamma_a \int_0^L \frac{G(L)}{G(z)} dz \right]_i}{\left( 1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}} \right) \left[ 1 + \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l} +$$

$$+ \frac{\sum_{i \neq l} \frac{\lambda_i}{\lambda_p} [T_2 + R_2 T_1 G(L)]_i P_{f,i}^+(L) + \left[ \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l \sum_{i \neq l} \frac{\lambda_i}{\lambda_p} [T_1 + R_1 T_2 G(L)]_i P_{f,i}^-(0)}{\left( 1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}} \right) \left[ 1 + \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l} \quad (4.47)$$



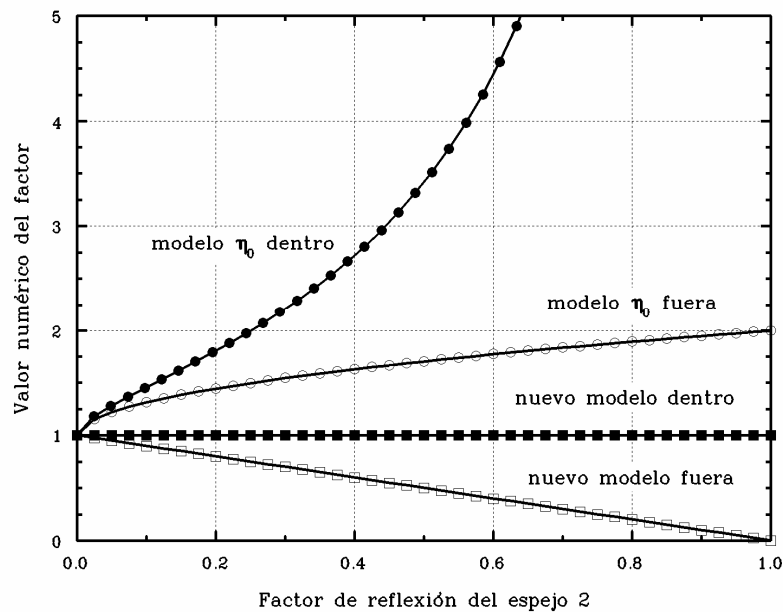
Podemos ver que la potencia umbral coincide exactamente con la que se deduce del nuevo modelo a partir de (4.25), pero que las eficiencias (4.45) y (4.46) sufren variaciones con respecto a (4.21) y (4.22). Si calculamos la eficiencia total con ayuda de (4.26), tenemos:

$$\eta(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \left[ \frac{T_1 + T_2 + R_2 T_1 G(L) + R_1 T_2 G(L)}{(T_1 + R_1 T_2 G(L))(T_2 + R_2 T_1 G(L))} \right]_l \left( 1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}} \right) \quad (4.48)$$

cuya diferencia con (4.27) es, como vemos, sustancial:

$$\eta(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \left[ \frac{2 + (R_1 + R_2)G(L)}{2 + (R_1 + R_2)G(L) - q(L)} \right]_l \left( 1 - \frac{P_p^{out}(L)}{P_p^{in}} \right) \quad (4.27)$$

Para comparar estas dos ecuaciones, consideraremos válida por un momento la ecuación (3.81) y por tanto (4.29), y representaremos gráficamente en la Figura 4.1 la evolución con  $R_2$  del factor que aparece entre corchetes en ambas eficiencias para el caso particular en el que  $R_1 = 100\%$ . Tenemos que aclarar que ésta no es la evolución de la eficiencia total, puesto que la potencia de bombeo absorbida que también aparece en las expresiones de  $\eta(L, \nu_l)$  varía dependiendo de los factores de reflexión de la cavidad, pero nos da una idea del orden de magnitud que alcanzan las eficiencias para cada modelo.



**Figura 4.1:** Factor que multiplica a la eficiencia en función de  $R_2$  cuando  $R_1 = 1$ . Se muestran valores para el modelo  $\eta_0$  (círculos) y para el nuevo modelo (cuadrados), tanto dentro (puntos sólidos) como fuera (puntos huecos) de la cavidad.

De esta forma observamos por ejemplo, que la eficiencia total fuera de la cavidad cuando las reflexiones de ambos espejos son del 100% es nula según el nuevo modelo, tal y como debe ser porque en ese caso fuera de la cavidad no puede haber fluorescencia. Sin embargo, el modelo  $\eta_0$  ofrece en este caso concreto una eficiencia no nula que puede incluso superar la unidad dependiendo de la cantidad de bombeo absorbido. Vemos también que dentro de la cavidad la eficiencia que predice el modelo  $\eta_0$  no tiene significado físico, puesto que la curva diverge mientras en el nuevo modelo no supera la unidad.

Para comparar otros aspectos de los nuevos modelos, debemos plantearnos el uso de los distintos métodos de cálculo, representados en las Tablas 3.7 y 3.8. Una vez aplicados y observando los resultados obtenidos para cada uno de ellos, llama la atención el hecho de que el “nuevo modelo  $\eta_0$  analítico” a diferencia de lo que ocurría con el  $\eta_0$  analítico desarrollado en el Capítulo 3 funciona para cualquier configuración de la cavidad, es decir, no tiene ningún problema para configuraciones por encima del 80%-80%. Esto hace que no tenga sentido plantearse ni un “nuevo modelo  $\eta_0$  numérico” ni un “nuevo modelo combinado  $\eta_0$ - $\eta_0$ ” por ser mucho más lentos y ofrecer además picos de fluorescencia menos estrechos. Si tenemos en cuenta por otro lado la gran ventaja que supondrá ahora el “nuevo modelo combinado modal- $\eta_0$ ” frente al “nuevo modelo modal”, concluimos que los dos modelos más representativos y eficientes y los únicos que en definitiva compararemos con los antiguos son el “nuevo modelo  $\eta_0$  analítico” y el “nuevo modelo combinado modal- $\eta_0$ ”. En la página siguiente mostramos un cuadro comparativo donde se muestran la potencia de fluorescencia copropagante en la longitud de onda de oscilación láser para cada nuevo modelo junto con el tiempo de cálculo.

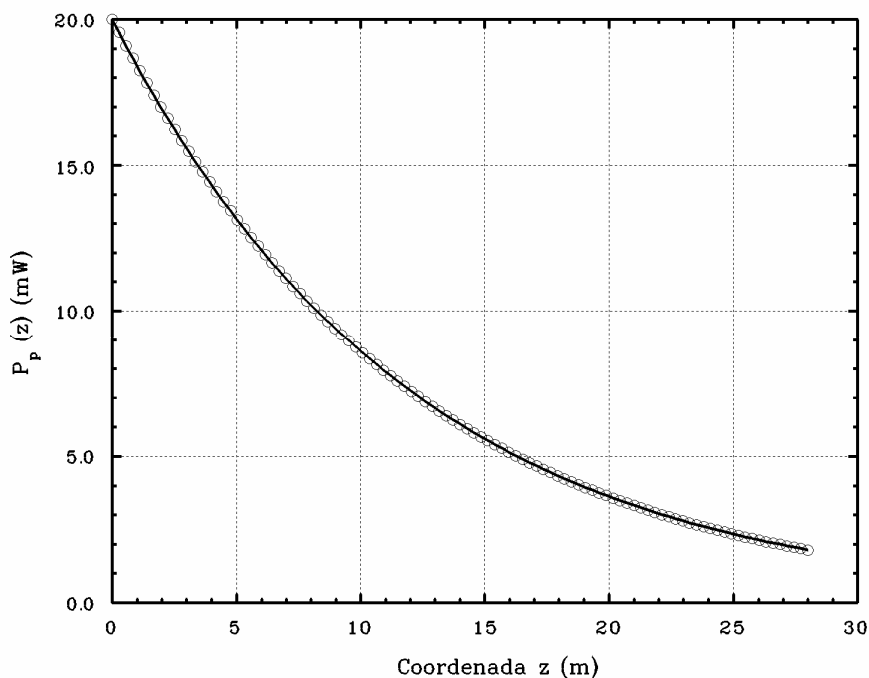
Como el “nuevo modelo  $\eta_0$  analítico” funciona ahora para cualquier factor de reflexión de los espejos y no así el modelo  $\eta_0$  analítico, podemos pensar que el hecho de obtener potencias de fluorescencia muy superiores a la de bombeo (única diferencia ostensible entre ambos) provocaba errores en el método de cálculo. Hemos de recordar que el esquema del programa del “nuevo modelo” es idéntico al del modelo  $\eta_0$  analítico estándar, pues simplemente hemos incluido un término en la ecuación trascendente y añadido la derivada correspondiente.

Reflexiones	L (m)	$\lambda_{oscilación}$ (nm)	Nuevo Modelo combinado Modal- $\eta_0$		Nuevo Modelo $\eta_0$ Analítico	
			Potencia en la $\lambda_{oscilación}$ (mW)	Tiempo de cálculo	Potencia en la $\lambda_{oscilación}$ (mW)	Tiempo de cálculo
20% - 20%	4	---	$7.775 \cdot 10^{-3}$	1.5 min	$6.517 \cdot 10^{-4}$	10 s
	12	1530	3.087	4 min	3.084	7 s
	20	1530	4.844	7 min	4.844	2 min
	28	1556	2.762	24 min	2.705	25 s
50% - 50%	4	1530	1.036	2.5 min	1.036	2.5 min
	12	1555	2.905	16 min	2.917	20 s
	20	1558	5.450	13 min	5.442	10 s
	28	1559	6.047	20 min	6.035	11 s
80% - 80%	4	1556/1559	0.958	30 s	1.702	4.5 min
	12	1559	4.510	10 min	4.503	10 s
	20	1560	6.173	18 min	6.167	6 s
	28	1560	6.565	32 min	6.542	7 s
90% - 90%	4	1558/1560	1.060	342 min	1.928	2.5 min
	12	1560	5.117	15 min	5.095	5 s
	20	1560	6.305	30 min	6.298	5 s
	28	1560	6.632	40 min	6.614	7 s
95% - 95%	4	1560	2.278	10 min	2.277	5 s
	12	1560	5.183	32 min	5.190	5 s
	20	1560	6.412	60 min	6.344	5 s
	28	1560	6.723	85 min	6.638	30 s

**Tabla 4.1:** En este cuadro presentamos la potencia de fluorescencia copropagante en la longitud de onda de oscilación láser para cada uno de los modelos. Este dato da una idea de lo estrecho que es el pico en el espectro de fluorescencia.

Como podemos ver en la Tabla 4.1 las potencias en el pico de oscilación láser son similares para ambos modelos, con diferencias que no superan el 1.5%. Los espectros de fluorescencia coinciden también en todos los casos salvo en dos casos concretos, en los que se obtiene distinta longitud de onda de oscilación para el modelo combinado modal- $\eta_0$  (4 m - 80%: 1556 nm y 4 m - 90%: 1558 nm). En estas configuraciones se pasa de oscilar en la zona de 1550 nm a hacerlo en la de 1530 nm y como podemos apreciar en los tiempos de cálculo sería necesario ajustar el criterio de convergencia. Salvo estas excepciones, el acuerdo es total en el resto de configuraciones estudiadas para los dos nuevos modelos.

También se produce un buen acuerdo en la evolución de la potencia de bombeo (Figura 4.2), por lo que la única parcela en la que estos modelos pueden diferenciarse es en la evolución de la potencia de fluorescencia a lo largo de la fibra, lo que sería lógico por las características intrínsecas de los métodos de cálculo. Recordemos que la resolución del modelo  $\eta_0$  analítico se centra principalmente en obtener buenos resultados en los extremos de la fibra dopada, que es donde podemos comparar con resultados experimentales.



**Figura 4.2:** Comparación de la evolución con la coordenada  $z$  de la potencia de bombeo entre el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y el modelo estándar combinado modal-  $\eta_0$  (círculos). Configuración correspondiente a espejos con  $R_1 = R_2 = 90\%$  y  $L = 28$  m.

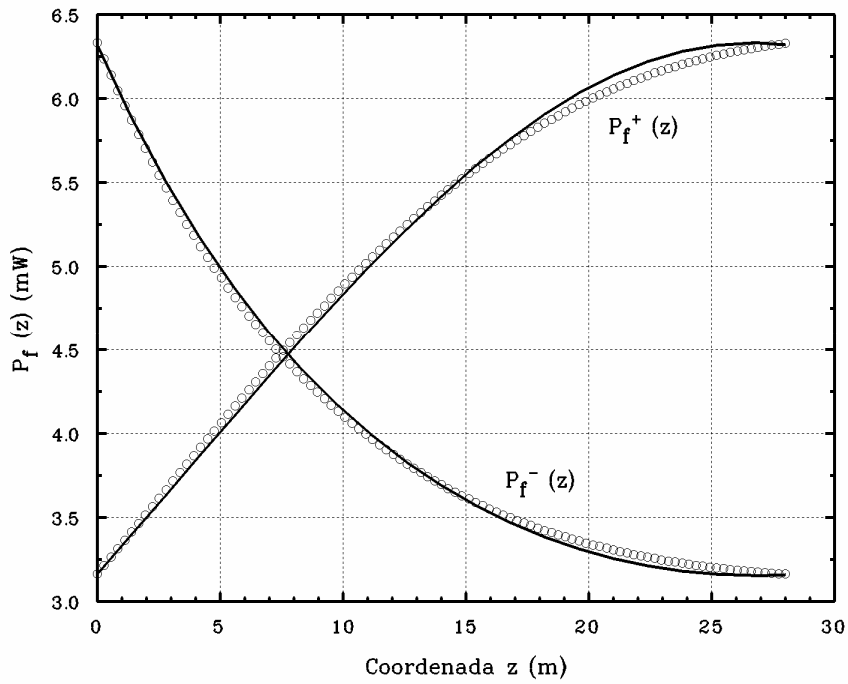
De esta manera representamos en las Figuras 4.3 y 4.4 dos casos particulares en los que las evoluciones no coinciden para ambos modelos. Una vez comparadas entre sí las evoluciones con la coordenada  $z$  de los nuevos modelos, podemos ver las diferencias que existen con los ya establecidos en capítulos anteriores (modelos estándar). En primer lugar, los tiempos de cálculo han disminuido considerablemente (ver Tabla 3.8), más aún si consideramos que en ellos se incluye el proceso de búsqueda de la longitud de onda de oscilación. Además, como vimos al principio de este apartado existe una diferencia sustancial entre las potencias totales proporcionadas por ambos modelos que deberemos tener en cuenta en forma de factor de corrección a la hora de comparar cualitativamente si las evoluciones de las fluorescencias son parecidas. Para calcular este factor, podemos simplemente dividir (4.21) entre (4.45) para obtener:

$$f^+ = \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{1 + R_2 G(L)} = 1 - R_2 \frac{1 + R_1 G(L)}{1 + R_2 G(L)} \quad (4.49)$$

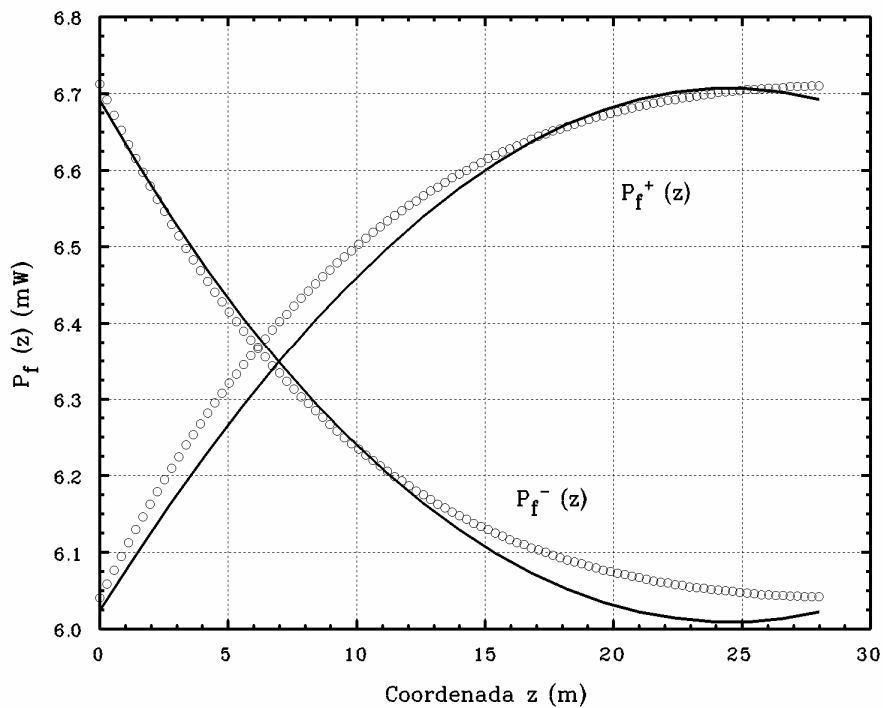
Análogamente para la contrapropagante:

$$f^- = \frac{T_1 + R_1 T_2 G(L)}{1 + R_1 G(L)} = 1 - R_1 \frac{1 + R_2 G(L)}{1 + R_1 G(L)} \quad (4.50)$$

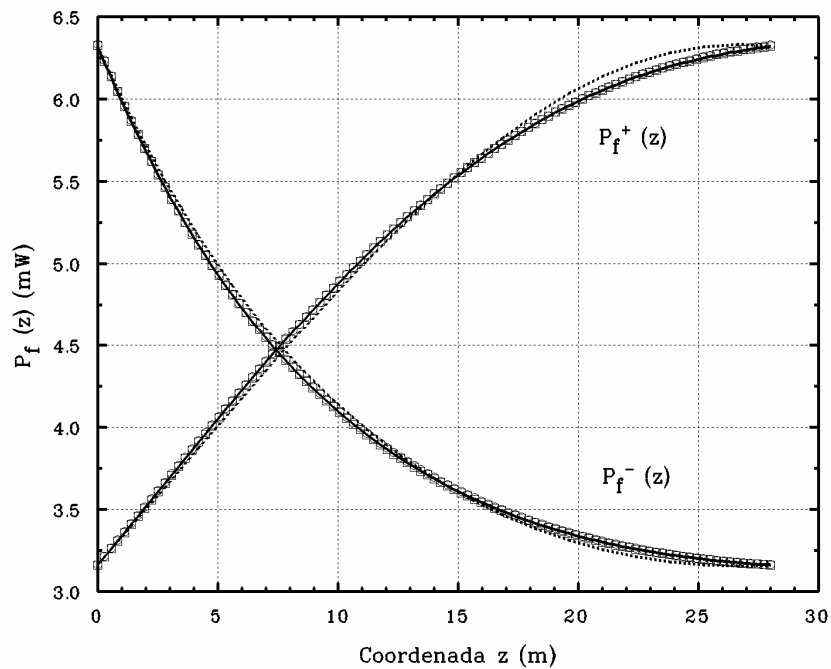
Estos factores de corrección dan idea *grosso modo* de la diferencia en el cálculo de la fluorescencia entre el modelo estándar y el que acabamos de proponer. Para el caso de cavidades simétricas como las que estamos estudiando,  $f^+$  y  $f^-$  son idénticos y equivalentes al factor de transmisión de cualquiera de los espejos. Aplicándolo podemos comparar mejor las evoluciones de las potencias de fluorescencia, como vemos en las Figuras 4.5 y 4.6. En ellas se representan sobre las curvas de las Figuras 4.3 y 4.4 las evoluciones de la fluorescencia correspondientes a los modelos del capítulo anterior “combinado modal- $\eta_0$ ” y “ $\eta_0$  numérico”. Podemos observar en primer lugar que sus evoluciones coinciden, y en segundo lugar que en la mayoría de casos coinciden también de forma exacta con la evolución correspondiente al nuevo “modelo combinado modal- $\eta_0$ ”, (Figura 4.5). Aunque esto no ocurre siempre, ver Figura 4.6, sí podremos sin embargo afirmar que en general las evoluciones son paralelas.



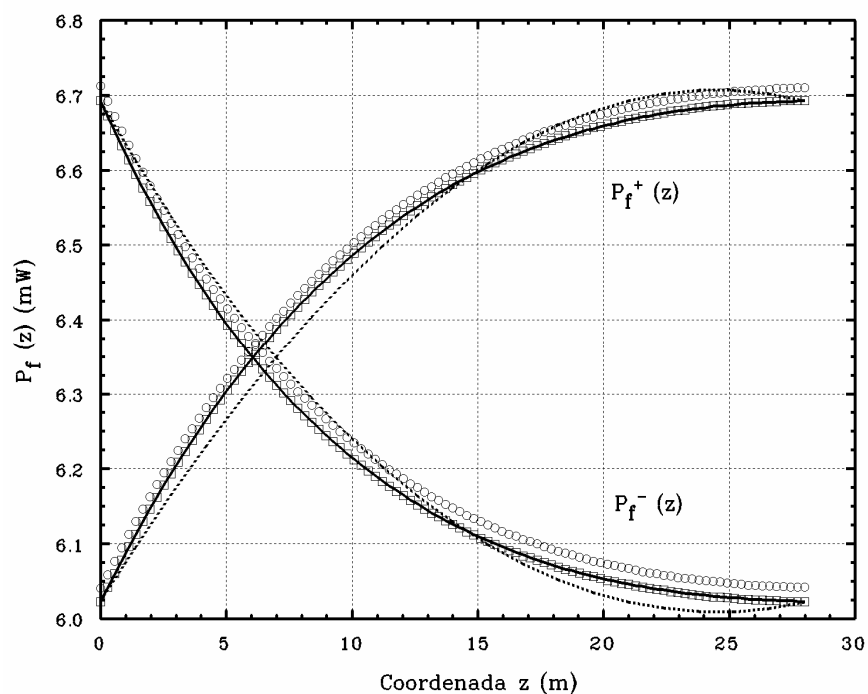
**Figura 4.3:** Evolución con la coordenada  $z$  de las potencias de fluorescencia para los dos nuevos modelos, modal- $\eta_0$  (círculos) y  $\eta_0$ -analítico (líneas). Las características de la cavidad son:  $R_1 = R_2 = 50\%$  y  $L = 28$  m.



**Figura 4.4:** Evolución con la coordenada  $z$  de las potencias de fluorescencia para los dos nuevos modelos, modal- $\eta_0$  (círculos) y  $\eta_0$ -analítico (líneas). Las características de la cavidad son:  $R_1 = R_2 = 90\%$  y  $L = 28$  m.



**Figura 4.5:** Comparación de la evolución con la coordenada  $z$  de las potencias de fluorescencia entre los nuevos modelos, modal- $\eta_0$  (círculos) y  $\eta_0$ -analítico (líneas punteadas) y los modelos estándar, modal (cuadros) y  $\eta_0$  (líneas continuas). Misma configuración que en la Figura 4.3.



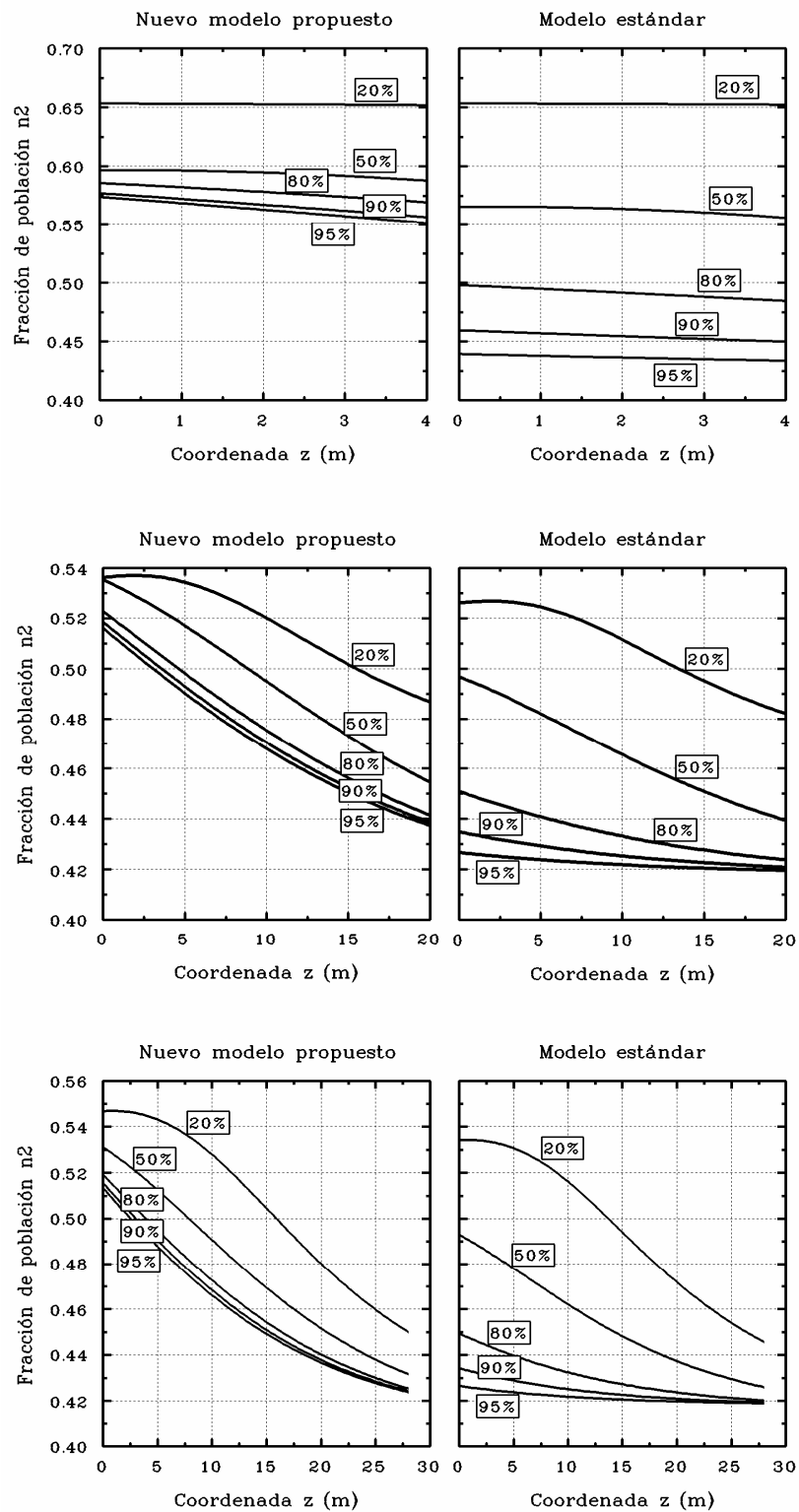
**Figura 4.6:** Comparación de la evolución con la coordenada  $z$  de las potencias de fluorescencia entre los nuevos modelos, modal- $\eta_0$  (círculos) y  $\eta_0$ -analítico (líneas punteadas) y los modelos estándar, modal (cuadros) y  $\eta_0$  (líneas continuas). Misma configuración que en la Figura 4.4.

Este hecho es realmente importante, puesto que si le añadimos que la evolución de la potencia de bombeo es también idéntica para todos los modelos, (como ya hemos visto en la Figura 4.2), podemos concluir que el “nuevo modelo combinado modal- $\eta_0$ ” además de darnos unos valores para las potencias totales de fluorescencia acordes con el balance energético, proporciona unas evoluciones para todas las potencias similares a las del modelo estándar, con lo que nuestro objetivo a falta de la comparación con las medidas experimentales parece cumplido.

Por último sería interesante contrastar la discusión sobre el balance energético del Apartado 4.1 y comparar cómo evoluciona la población en el nivel excitado de la transición láser según los dos modelos combinados modal- $\eta_0$ : el propuesto en este capítulo y el estándar. En la página siguiente representamos la fracción de población  $n_2$  para varias configuraciones simétricas de ambos modelos, con distintas longitudes de fibra dopada (4 - 20 - 28 m) y distintas reflexiones en los espejos (20% - 50% - 80% - 90% - 95%).

Estas curvas ponen de manifiesto varios comportamientos interesantes, en primer lugar podemos ver cómo para longitudes cortas (4 m) el bombeo es saturante en cualquier punto del eje z, con lo que la población del nivel excitado permanece aproximadamente constante. También apreciamos que cuanto mayor es el factor de reflexión de los espejos mayor es la despoblación que se produce en el nivel 2, y por tanto mayor es la potencia de fluorescencia. Aparte de estas pautas generales, si comparamos el comportamiento entre ambos modelos, podemos ver claramente que el nuevo modelo propuesto proporciona una mayor inversión de población, y que la diferencia entre los modelos se hace más apreciable cuanto mayores son los factores de reflexión de los espejos. Esto confirma dos cosas: la primera, que efectivamente el balance energético no era correcto puesto que una mayor inversión de población indica menor potencia de fluorescencia distribuida por la cavidad, y en segundo lugar confirma la idea de que el modelo estándar funcionaba bien para cavidades con factores de calidad bajos, razón por la cual se ha usado durante años sin reparar en las circunstancias planteadas en este capítulo.





**Figura 4.7:** Comparación de la evolución con la coordenada  $z$  de la fracción de población del nivel excitado entre el nuevo modelo combinado modal- $\eta_0$  (columna izquierda) y el modelo estándar combinado modal- $\eta_0$  (columna derecha), para distintas reflexiones y  $L = 4, 20$  y  $28$  m.

### 4.3 Comparación entre el nuevo modelo y los modelos de la literatura

Podemos dividir los modelos desarrollados en la literatura en dos grupos claramente diferenciados: aquéllos que utilizan un método basado en factores de solapamiento análogo al desarrollado en el Capítulo 3 pero despreciando los términos de emisión espontánea en la ecuación de evolución de la fluorescencia [1-6], y aquéllos que utilizan un modelo más simple basado en la conservación del número de fotones [7-9].

#### 4.3.1 Modelos basados en factores de solapamiento en los que se desprecia la emisión espontánea

En [6] podemos encontrar un compendio de los modelos existentes basados en factores de solapamiento. En ellos se desprecia el término de emisión espontánea en la ecuación de evolución de la fluorescencia, lo cual trasladado a nuestro modelo  $\eta_0$  se traduce en considerar  $P_0(\nu)$  (y por tanto  $\xi(\nu)$ ) nulo en todas las ecuaciones en las que aparece. En todos los artículos se considera además que no hay pérdidas por imperfecciones en la fibra, que no hay absorción desde el estado excitado y que sólo existe bombeo copropagante, es decir, suposiciones equivalentes a las efectuadas en el Apartado 4.1.2. Con el objetivo de no extendernos demasiado compararemos solamente las expresiones de la eficiencia y el umbral, ya que son las más representativas de cada modelo. Las ecuaciones correspondientes a estos modelos de la literatura una vez aplicada nuestra notación, son para la eficiencia:

$$\eta^+(L, \nu) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}}{[1 + R_2(\nu)G(L, \nu)] \left[ 1 - \frac{1}{G(L, \nu)} \right]} \quad (4.51)$$

la cual, considerando que en estos modelos se cumple rigurosamente (3.81), puede escribirse:

$$\eta^+(L, \nu) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}}{\left[1 + \sqrt{\frac{R_2(\nu)}{R_1(\nu)}}\right] \left[1 - \sqrt{R_1(\nu)R_2(\nu)}\right]} \quad (4.52)$$

y para el umbral:

$$P_{p,Umbra}l(L, \nu_l) = \frac{P_p^{th} \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\}}{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}} \quad (4.53)$$

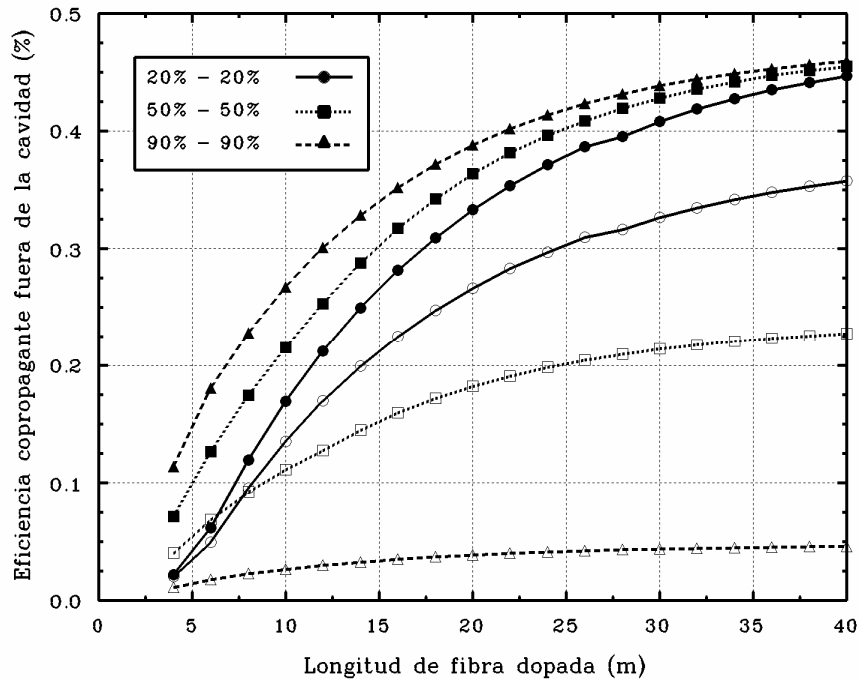
equivalentes según nuestro modelo a (4.32) y (4.34):

$$\eta^+(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}}{\left[1 + R_2(\nu_l) \cdot G(L, \nu_l)\right]} \quad (4.32)$$

$$P_{th}(L, \nu_l) = \frac{\left[ P_p^{th} - P_p^{sp} \right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\}}{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}} +$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{T_{1,l} \sum_i \xi_i \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \left[ G(L) - 1 + \gamma_a \int_0^L G(z) dz \right]_i + T_{2,l} \left[ \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l \sum_i \xi_i \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \left[ G(L) - 1 + \gamma_a \int_0^L \frac{G(L)}{G(z)} dz \right]_i}{\left( 1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \left[ 1 + \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l} + \\ &+ \frac{\sum_{i \neq l} \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \left[ T_2 + R_2 T_1 G(L) \right]_i P_{f,i}^+(L) + \left[ \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l \sum_{i \neq l} \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \left[ T_1 + R_1 T_2 G(L) \right]_i P_{f,i}^-(0)}{\left( 1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \left[ 1 + \frac{T_2 + R_2 T_1 G(L)}{T_1 + R_1 T_2 G(L)} \right]_l} \end{aligned} \quad (4.34)$$

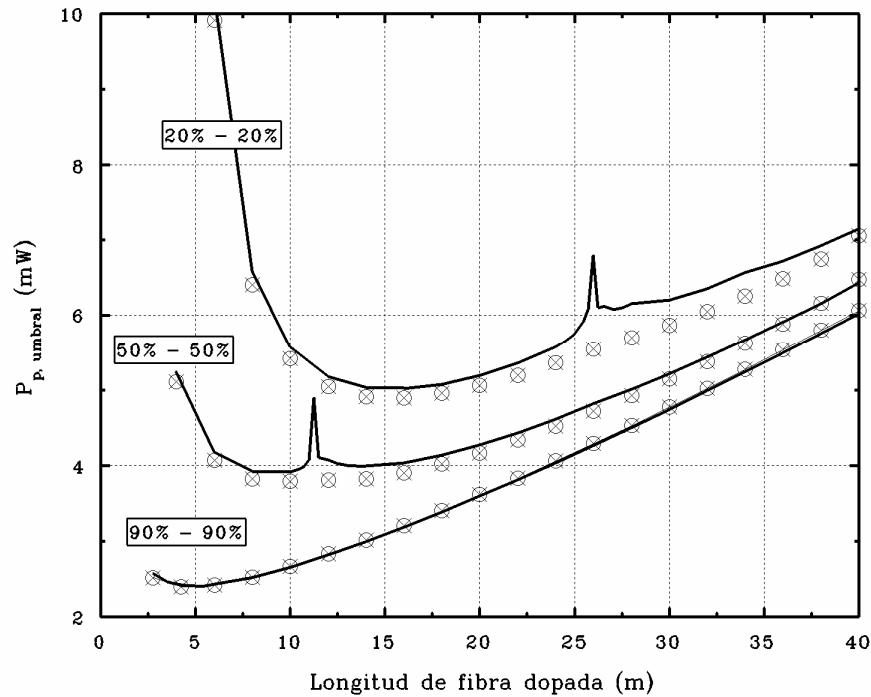
La diferencia en el caso de la eficiencia es clara, pero más por la diferencia existente entre el nuevo modelo desarrollado y el estándar, dada por los factores (4.49) y (4.50), que por la aproximación de fluorescencia despreciable. En la Figura 4.8 representamos la evolución de las eficiencias para ambos modelos.



**Figura 4.8:** Comparación entre la eficiencia que proporcionan los modelos de la literatura (puntos sólidos) y la eficiencia que proporciona nuestro modelo propuesto (puntos huecos) para distintas configuraciones simétricas de la cavidad láser.

El análisis de la potencia umbral es más complicado, y para lograr una mejor comprensión haremos un alto en el camino para explicar el significado físico de los términos que constituyen la ecuación (4.34). El primer término, como ya vimos en el Apartado 4.1, guarda relación con la potencia que permanece almacenada en la fibra y por tanto, al estar dividida por la fracción de bombeo absorbido, corresponde a la potencia umbral, en tanto debemos superarla para empezar a invertir la población entre los niveles de la transición láser. Este término es el más importante y aparece también y casi de forma idéntica cuando despreciamos la fluorescencia, como se ve en (4.53). Los otros dos sumandos suponen sendas correcciones al valor de la potencia umbral que aparecen al incluir en el modelo los términos de emisión espontánea. Así, el segundo sumando tiene en cuenta la emisión espontánea que se produce en todo el espectro de frecuencias y que se propaga amplificándose a través de un

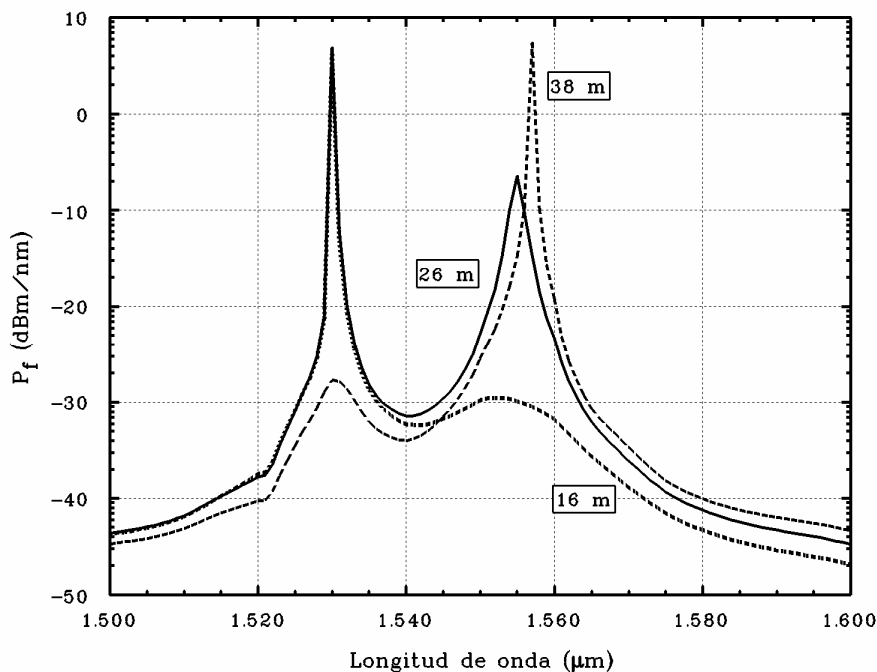
paso por la fibra dopada, de forma equivalente al caso del amplificador. El tercer sumando por su parte aparece por el hecho de que la eficiencia está definida solamente para la longitud de onda de emisión láser, y en consecuencia el resto del espectro debe ser incluido en el cálculo de la potencia umbral puesto que también influye en la dinámica de poblaciones del erbio.



**Figura 4.9:** Comparación entre la potencia de bombeo umbral que proporcionan los modelos de la literatura (círculos tachados) y la potencia de bombeo umbral que proporciona nuestro modelo propuesto (líneas) para distintas configuraciones simétricas de la cavidad láser.

Si representamos la dependencia de la potencia umbral con la longitud de fibra dopada para ambos modelos (Figura 4.9), podremos ver la influencia de estos términos. Así, observamos que el comportamiento de las ecuaciones (4.34) y (4.53) es en general análogo, pero que sin embargo hay zonas donde las diferencias son sustanciales. Para explicar este efecto debemos pensar en los dos picos de ganancia del erbio. Por un lado, cuando las pérdidas de la cavidad son altas, es decir longitudes cortas y reflexiones bajas, el láser oscila alrededor de 1530 nm (primer pico de ganancia). Por otro lado, cuando la longitud de fibra dopada y los factores de reflexión son suficientemente elevados, el sistema oscila alrededor de 1555 nm (segundo pico de ganancia). En estas dos zonas el láser oscila claramente en uno de los dos picos y por tanto es una buena aproximación despreciar la fluorescencia generada alrededor

del otro, como se ve en la Figura 4.10. Las expresiones (4.34) y (4.53) proporcionan en estas situaciones resultados similares con errores relativos inferiores al 3%. El problema surge cuando las características de la cavidad hacen que nos encontremos en la transición entre las dos zonas de oscilación. En este caso, la fluorescencia es similar para ambos picos de ganancia y el sistema oscila finalmente en la zona donde la inversión crítica de población se alcanza en primer lugar. Aquí la fluorescencia no es despreciable (ver de nuevo en la Figura 4.10) y este tipo de aproximaciones conduce a errores superiores al 20% en configuraciones concretas.



**Figura 4.10:** Espectros de fluorescencia para las tres diferentes posibilidades: oscilación alrededor del primer pico de ganancia (16 m), oscilación alrededor del segundo pico de ganancia (38 m) y transición de una zona de oscilación a la otra (26 m) donde la fluorescencia fuera del pico no es despreciable. La reflexión de los espejos es del 20% con 20 mW de bombeo introducido.

En general, podemos decir que los modelos en los que se desprecia la emisión espontánea son adecuados en cuanto proporcionan ecuaciones más sencillas y manejables y porque las evoluciones de las principales magnitudes se ajustan a las dadas por el modelo completo con errores por debajo del 3%. Sin embargo, tienen sus limitaciones, ya que además de introducir errores superiores al 20% para algunos casos particulares, no son capaces de predecir el comportamiento del láser debido principalmente a que no pueden deducir su

longitud de onda de oscilación. Este defecto proviene directamente del hecho de despreciar la fluorescencia; al hacerlo perdemos cualquier información espectral proveniente del láser y no podemos predecir dónde va a oscilar. Nuestro modelo mantiene esta información y por tanto además de proporcionar la frecuencia de oscilación, es capaz de predecir los saltos típicos [4] que se producen en la longitud de onda de oscilación en los láseres de erbio, así como los aumentos puntuales que sufre la potencia umbral mostrados en la Figura 4.9. De cualquier modo, la aproximación que hacen estos modelos de la literatura no sería del todo mala si no fuera porque son doblemente deficientes: en primer lugar por los argumentos ya expuestos en este párrafo, y en segundo lugar, y más importante, por no respetar el balance energético.

#### 4.3.2 Modelos simplificados basados en la conservación del número de fotones

Cuando en la literatura se desea obtener un buen acuerdo entre la fluorescencia teórica y la experimental sin mayor interés en su evolución, forma espectral, ganancia, etc. se opta por un segundo tipo de modelos muy básicos basados en la conservación del número de fotones [7, 8]. Son modelos que con un razonamiento simple, consiguen mejores resultados en la evaluación de la potencia de fluorescencia que los modelos convencionales basados en factores de solapamiento. Estos modelos respetan el balance energético y solamente proporcionan expresiones para la eficiencia y el umbral del láser en estudio.

Para conseguir una expresión de partida aplicaremos directamente la conservación del número de fotones. De esa forma, deberemos considerar que los fotones de bombeo absorbidos, una vez restados los que se necesitan para alcanzar el umbral, se convertirán en fotones de fluorescencia y por tanto:

$$\frac{P_f(\nu)}{h\nu_f} = \frac{P_p(0, \nu_p) - P_p(L, \nu_p)}{h\nu_p} - \frac{P_p^{th}(\nu_p)\gamma_p(\nu_p)L}{h\nu_p} \quad (4.54)$$

En estos modelos se considera además despreciable la fluorescencia procedente de

la emisión espontánea, por lo que cuando nos referimos a la fluorescencia lo hacemos según (2.1) a la suma de la potencia co- más la contrapropagante en la longitud de onda de emisión láser. Sustituyendo en (4.54) la ecuación (4.10) donde tomamos  $\xi(\nu) = 0$  y despejamos la fluorescencia copropagante, obtenemos:

$$P_f^+(L)[1 + R_2(\nu_l)G(L, \nu_l)] = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} [P_p(0) - P_p(L)] - \frac{\lambda_p}{\lambda_l} P_p^{th} \gamma_p L \quad (4.55)$$

de donde podemos obtener una expresión para la eficiencia copropagante:

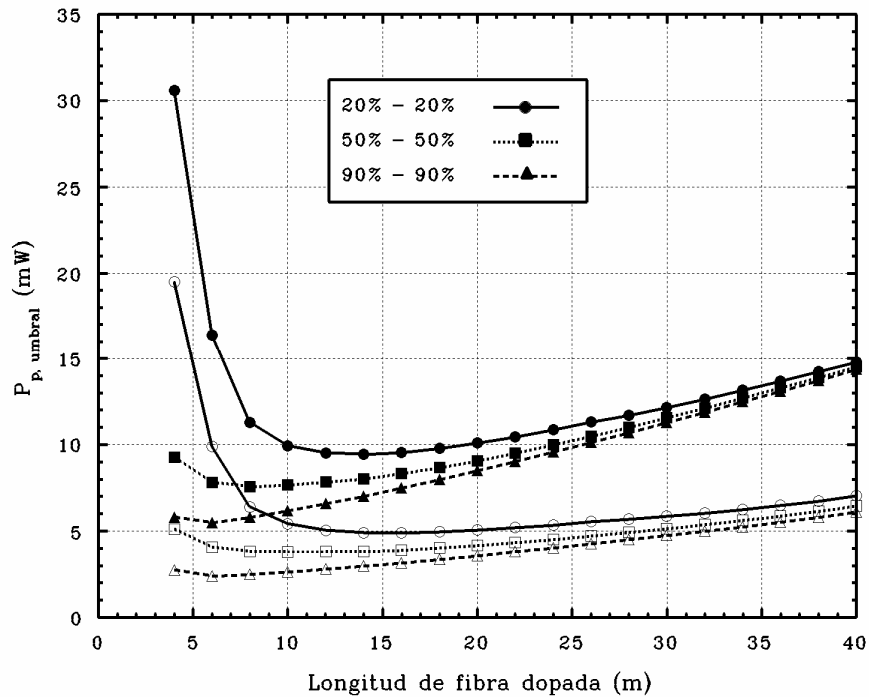
$$\eta^+(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}}{[1 + R_2(\nu_l) \cdot G(L, \nu_l)]} \quad (4.56)$$

y para la potencia umbral:

$$P_{p,Umbral}(L, \nu_l) = \frac{P_p^{th}(\nu_p) \gamma_p(\nu_p) L}{1 - \frac{P_p^+(L, \nu_p)}{P_p^+(0, \nu_p)}} \quad (4.57)$$

En este modelo nos encontramos con que, a diferencia de los modelos de la literatura agrupados en el Apartado 4.3.1, la expresión de la eficiencia es idéntica a la del nuevo modelo propuesto (ecuación (4.32)), lo que corrobora una vez más su adecuación al balance energético. Sin embargo, sí que existen diferencias en el caso de la potencia umbral como podemos ver comparando (4.57) y (4.34), y no solamente porque desaparecen los términos relacionados con la emisión espontánea como ocurría en el apartado anterior, sino porque la expresión principal es distinta. En la Figura 4.11 se muestran curvas con los comportamientos de la potencia umbral frente a la longitud de fibra dopada para ambos modelos. Se puede observar que las tendencias son similares, si bien apreciamos un comportamiento más plano en el caso del nuevo modelo propuesto. Además hay una diferencia notable, en torno a un factor dos, entre los valores absolutos de la potencia umbral para ambos modelos.





**Figura 4.11:** Comparación entre la potencia de bombeo umbral que proporcionan los modelos basados en la conservación del número de fotones (puntos sólidos) y la que proporciona nuestro modelo propuesto (puntos huecos) para distintas configuraciones simétricas de la cavidad.

A modo de resumen, comentaremos que hasta el momento hemos desarrollado un nuevo modelo basado en el ajuste del balance energético, y que hemos efectuado diversas comparaciones tanto con los otros dos modelos desarrollados en los capítulos anteriores (modal y el  $\eta_0$ ) como con los desarrollados hasta el momento en la literatura. A la vista de estas equiparaciones, podemos concluir que el nuevo modelo propuesto tiene todas las virtudes de los modelos basados en las ecuaciones de evolución, tanto si incluyen la distribución modal como si utilizan factores de solapamiento, además de cumplir el principio de conservación de la energía, una de cuyas expresiones es la conservación del número de fotones. Es decir, es un modelo que podemos catalogar de completo, tal y como se pondrá definitivamente en evidencia cuando exponamos los resultados experimentales y efectuemos la posterior comparación.

## 4.4 Simplificación del nuevo modelo mediante aproximaciones

Con el objetivo de conseguir unas ecuaciones analíticas que eviten la resolución numérica y que den una visión más directa de las dependencias entre magnitudes, intentaremos simplificar nuestro modelo aplicando algunas aproximaciones sencillas. En primer lugar consideraremos una evolución exponencial del bombeo y después introduciremos la aproximación más usual, y de la que ya hemos hablado, consistente en considerar despreciables los términos correspondientes a la emisión espontánea.

### 4.4.1 Evolución exponencial del bombeo

Si observamos la evolución de la potencia de bombeo a lo largo de la coordenada  $z$  representada en la Figura 4.2 apreciamos fácilmente una evolución similar a la exponencial. Este hecho supondría una gran simplificación en el modelo puesto que la evolución de la ganancia sería asimismo exponencial, de modo que podríamos calcular de forma analítica integrales como las que aparecen en la expresión (4.34). Para establecer formalmente esta aproximación debemos seguir unas pautas; para empezar, si integramos la ecuación (3.31)<sup>4</sup> entre 0 y  $z$  podemos observar que la evolución de la potencia de bombeo viene dada por:

$$\frac{P_p(z)}{P_p(0)} = \exp(-\gamma_p z) \exp\left(\alpha_p \int_0^z n_2(z') dz'\right) \quad (4.58)$$

donde si consideramos la población constante a lo largo de la fibra e igual a la población promedio definida por:

$$\bar{n}_2 \equiv \frac{1}{L} \int_0^L n_2(z) dz \quad (4.59)$$

<sup>4</sup> Considerando un único factor de solapamiento.

podemos aproximar:

$$\int_0^z n_2(z') dz' \approx \int_0^z \bar{n}_2 dz' = \bar{n}_2 z \quad (4.60)$$

de forma que tenemos una evolución perfectamente exponencial del bombeo:

$$P_p(z) = P_p(0) \exp(-\Lambda_p z) \quad (4.61)$$

donde:

$$\Lambda_p = \gamma_p - \alpha_p \bar{n}_2 \quad (4.62)$$

A partir de (3.40) podemos deducir que la expresión de la ganancia es también exponencial:

$$G(z, \nu) = \exp[(\gamma(\nu) - \beta(\nu)\Lambda_p)z] \equiv \exp[\Omega(\nu)z] \quad (4.63)$$

y por tanto obtener expresiones analíticas de todas las ecuaciones en las que aparecían integrales de la ganancia. Así, como ecuaciones equivalentes a (3.50) y (3.51) obtenemos:

$$P_f^+(L, \nu) = P_f^-(0, \nu) R_1(\nu) G(L, \nu) + \xi(\nu) [G(L, \nu) - 1] \left[ 1 + \frac{\gamma_a(\nu)}{\Omega(\nu)} \right] \quad (4.64)$$

$$P_f^-(0, \nu) = P_f^+(L, \nu) R_2(\nu) G(L, \nu) + \xi(\nu) [G(L, \nu) - 1] \left[ 1 + \frac{\gamma_a(\nu)}{\Omega(\nu)} \right] \quad (4.65)$$

De la misma manera podemos desarrollar ecuaciones generales de la potencia de fluorescencia mucho más sencillas que (3.56) y (3.57):

$$P_f^+(z) = \xi \left[ 1 + \frac{\gamma_a}{\Omega} \right] \left[ \frac{G(z)(T_1 + R_1 T_2 G(L))}{1 - G^2(L)R_1 R_2} - 1 \right] \quad (4.66)$$

$$P_f^-(z) = \xi \left[ 1 + \frac{\gamma_a}{\Omega} \right] \left[ \frac{\frac{G(L)}{G(z)}(T_2 + R_2 T_1 G(L))}{1 - G^2(L)R_1 R_2} - 1 \right] \quad (4.67)$$

que concretadas a las magnitudes mensurables al final de la fibra quedan:

$$P_f^+(L) = \xi \left[ 1 + \frac{\gamma_a}{\Omega} \right] \frac{[G(L) - 1][1 + R_1 G(L)]}{1 - G^2(L)R_1 R_2} \quad (4.68)$$

$$P_f^-(0) = \xi \left[ 1 + \frac{\gamma_a}{\Omega} \right] \frac{[G(L) - 1][1 + R_2 G(L)]}{1 - G^2(L)R_1 R_2} \quad (4.69)$$

A partir de aquí podemos obtener una relación entre las potencias de fluorescencia en ambos extremos:

$$\frac{P_f^-(0)}{P_f^+(L)} = \frac{1 + R_2 G(L)}{1 + R_1 G(L)} \quad (4.70)$$

esta relación, aunque proviene de ecuaciones con aproximaciones, es idéntica a la que obtendríamos entre las eficiencias de las dos potencias según nuestro modelo propuesto. Por otro lado, estas eficiencias siguen siendo las determinadas por (4.21) y (4.22), aunque para el caso particular en el que sólo hay bombeo copropagante pueden escribirse como:

$$\eta^+(L) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \exp[-\Lambda_p L]}{1 + R_2 \exp[\Omega L]} \quad (4.71)$$

$$\eta^-(L) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \exp[-\Lambda_p L]}{1 + R_1 \exp[\Omega L]} \quad (4.72)$$

Si calculamos por último la potencia umbral podemos darnos cuenta de que, al cumplirse que:

$$\int_0^L G(z) dz = \int_0^L \frac{G(L)}{G(z)} dz \quad (4.73)$$

y considerando las expresiones (4.68)-(4.69), ya no existe el inconveniente de que las potencias umbrales sean distintas para cada dirección de potencia como ocurría con (4.23) y (4.24) porque serían exactamente iguales e idénticas a la descrita por (4.25). La nueva expresión del umbral para el caso en el que sólo haya bombeo copropagante sería según la aproximación exponencial:

$$P_{p,Umbral}(L) = \frac{[P_p^{th} - P_p^{sp}] \gamma_p \bar{n}_2 L}{1 - \exp(-\Lambda_p L)} + \sum_i \xi_i \frac{\lambda_i}{\lambda_p} \frac{[\exp(\Omega_i L) - 1] \left[ 1 + \frac{\gamma_{a,i}}{\Omega_i} \right]}{1 - \exp(-\Lambda_p L)} \quad (4.74)$$

#### 4.4.2 Fluorescencia espontánea despreciable

Ya vimos en el Apartado 4.3.1. en qué consistía esta aproximación que ha sido aplicada hasta ahora en la literatura por la mayoría de autores, pero que no había sido realmente cuantificada. Nosotros la aplicaremos ahora a nuestro modelo y estudiaremos qué ventajas tiene y cuál es su precisión. Para empezar partiremos de la ecuación de evolución de fluorescencia (3.33) para obtener, al despreciar la emisión espontánea, una expresión equivalente a la de la evolución de la potencia de señal:

$$\frac{dP_f^\pm(z, \nu)}{dz} = \pm P_f^\pm(z, \nu) \left[ \alpha_s(\nu) \frac{\eta_2(\nu)}{\eta_0(\nu)} n_2(z) - \gamma_a(\nu) \right] \quad (4.75)$$

A partir de esta ecuación es fácil deducir que el producto de las potencias de fluorescencia copropagante y contrapropagante es constante para cualquier punto  $z$  de la fibra dopada, o sea:

$$P_f^+(z, \nu) P_f^-(z, \nu) = P_f^+(0, \nu) P_f^-(0, \nu) = k(\nu) \quad (4.76)$$

Por otro lado, al ser las ecuaciones de evolución iguales para la señal y la fluorescencia, podemos ampliar la ecuación (3.39) al cumplirse que:

$$G(z, \nu) = \frac{P_s^+(z, \nu)}{P_s^+(0, \nu)} = \frac{P_f^+(z, \nu)}{P_f^+(0, \nu)} \quad (4.77)$$

y obtener a partir de aquí y de las condiciones de contorno, razones sencillas entre las potencias de fluorescencia en los extremos de la fibra:

$$P_f^+(L, \nu) = G(L)P_f^+(0, \nu) = G(L)R_1(\nu)P_f^-(0, \nu) \quad (4.78)$$

$$P_f^-(0, \nu) = G(L)P_f^-(L, \nu) = G(L)R_2(\nu)P_f^+(L, \nu). \quad (4.79)$$

Sustituyendo ahora (4.79) en (4.78) obtenemos la siguiente ecuación para la ganancia:

$$G^2(L, \nu)R_1(\nu)R_2(\nu) = 1 \quad (4.80)$$

lo que nos indica que la ganancia del láser depende únicamente de los parámetros de la cavidad y de donde podemos obtener una relación entre las potencias de ambos extremos:

$$\frac{P_f^-(0, \nu)}{P_f^+(L, \nu)} = \sqrt{\frac{R_2(\nu)}{R_1(\nu)}} \quad (4.81)$$

Otra relación interesante es la que determina directamente la potencia de bombeo residual al final de la fibra dopada a partir de (4.80) y (3.40):

$$P_p(L) = P_p(0) \exp\left[-\frac{\gamma}{\beta} L\right] [R_1 R_2]^{-\frac{1}{2\beta}}, \quad (4.82)$$

ya que sólo depende de parámetros de la cavidad y de las secciones eficaces. Según nuestros intereses podemos razonarlo de forma inversa y decir que esta ecuación nos proporciona a partir de medidas de bombeo residual y conocidas las reflexiones y la longitud de fibra, valores de los parámetros  $\gamma$  y  $\beta$  para una longitud de onda determinada.

Por último, introduciremos las ecuaciones (4.80)-(4.82) en (4.32)-(4.34) y escribiremos las expresiones de las eficiencias y de la potencia umbral para el nuevo modelo según esta aproximación y en el caso en el que sólo haya bombeo copropagante:

$$\eta^+(L, \nu) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}}{\left[ 1 + \sqrt{\frac{R_2(\nu)}{R_1(\nu)}} \right]} \quad (4.83)$$

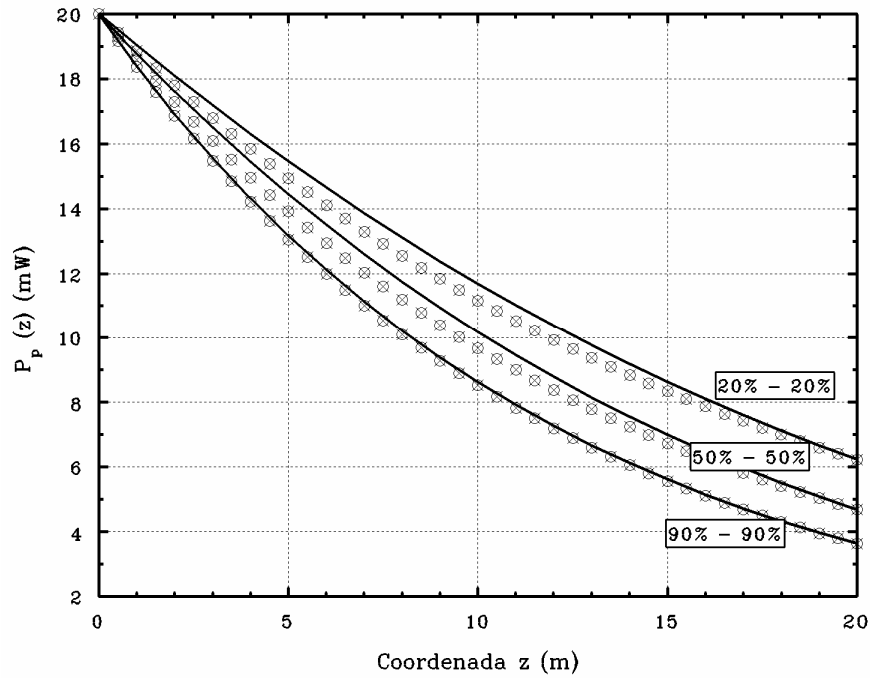
$$\eta^-(L, \nu) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}}{\left[ 1 + \sqrt{\frac{R_1(\nu)}{R_2(\nu)}} \right]} \quad (4.84)$$

$$P_{p,Umbral}(L, \nu) = \frac{P_p^{th} \frac{\gamma_p}{\alpha_s(\nu)} \left\{ \gamma_a(\nu)L + \frac{1}{2} \ln(R_1(\nu)R_2(\nu)) \right\}}{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}} \quad (4.85)$$

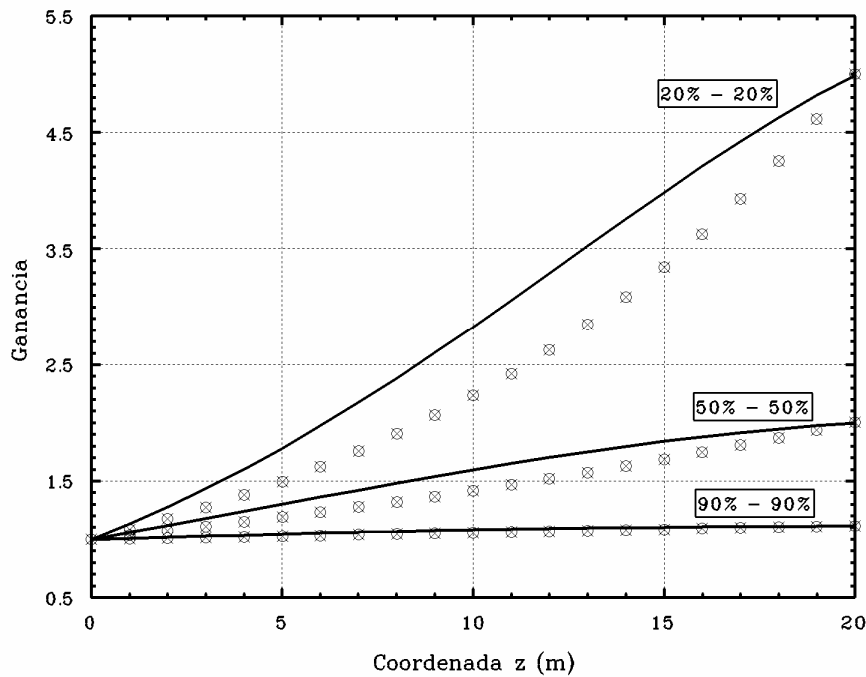
Podemos comprobar que lógicamente son diferentes a las obtenidas en la literatura (4.52)-(4.53), porque se obtienen de aplicar la aproximación de la literatura a nuestro modelo.

#### 4.4.3 Comparación con el modelo original

En este apartado haremos una evaluación de estos dos modelos aproximados y los compararemos con el modelo propuesto original, es decir, sin aproximaciones. Comenzaremos estudiando la evolución de la potencia de bombeo con la coordenada axial, y para ello representaremos los distintos comportamientos en la Figura 4.12. En el caso del modelo en el que se desprecia la emisión espontánea, las variaciones son menores del uno por mil con respecto al modelo original, y por tanto no se ha representado su curva. En cambio, podemos ver perfectamente en el caso del modelo con evolución exponencial del bombeo, cómo la evolución es ligeramente distinta. Las diferencias en general no son muy grandes, aunque son mayores conforme disminuyen los factores de reflexión de la cavidad; de cualquier forma, los errores máximos no superan en ningún caso el 5%.



**Figura 4.12:** Comparación entre la evolución de la potencia de bombeo con la coordenada  $z$  obtenida según el modelo propuesto original (líneas) y según la aproximación de evolución exponencial del bombeo (puntos) para varios factores de reflexión y  $L = 20$  m.



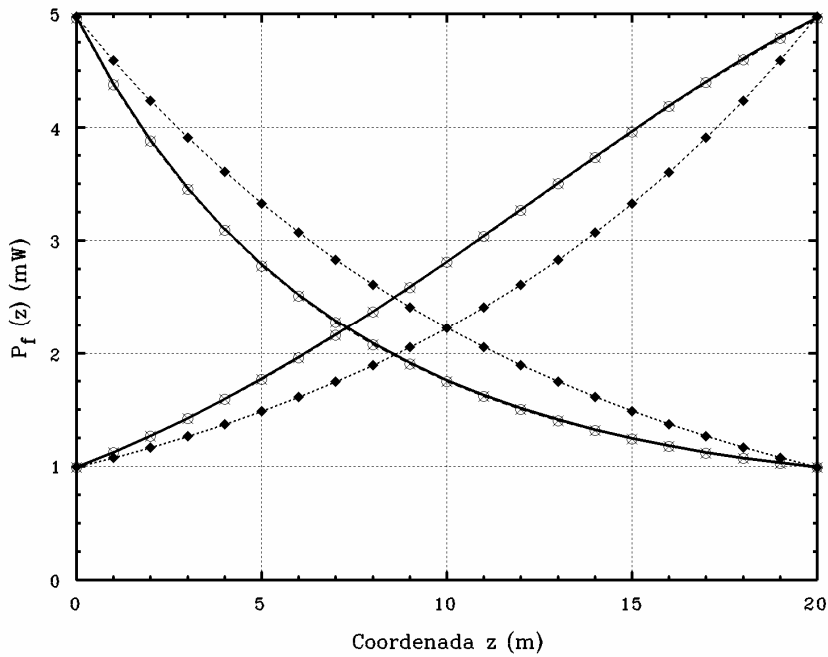
**Figura 4.13:** Comparación entre la evolución de la ganancia con  $z$  obtenida según el modelo propuesto original (líneas) y según la aproximación de evolución exponencial del bombeo (puntos) para varios factores de reflexión y  $L = 20$  m.



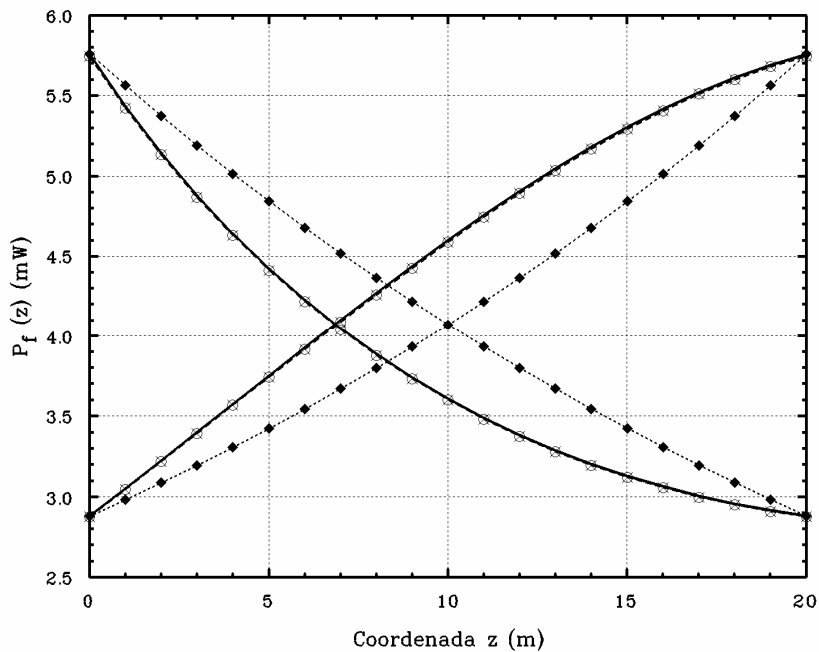
Sin embargo, estos errores se propagan al calcular la ganancia según la ecuación (3.40), como podemos comprobar en la Figura 4.13, llegando a alcanzar el 20%. Podemos observar que las diferencias aumentan entre modelos con respecto a la evolución del bombeo, de tal forma que al calcular las integrales de la ganancia que aparecen por ejemplo en (3.56) y (3.57) se cometen errores de hasta un 15% para el peor caso (cavidades con reflexiones bajas).

Para comparar la evolución en  $z$  de las potencias de fluorescencia encontramos más dificultades. Para empezar, debemos tener en cuenta que en el caso de la aproximación de bombeo exponencial hemos impuesto como condición que la potencia de bombeo residual se mantuviera igual a las del modelo sin aproximaciones (ver Fig. 4.12), ya que por lo general es un dato que no se conoce. Esto tiene dos implicaciones importantes: la primera, que para conocer el bombeo residual debemos iniciar un programa de cálculo numérico similar a los desarrollados para otros modelos, ya que no es un dato conocido a priori, y la segunda, que los errores cometidos en el cálculo de la ganancia y sobre todo de las integrales de ésta a lo largo de la fibra, se trasladan a la potencia de fluorescencia de forma que aunque obtenemos expresiones analíticas muy sencillas, (4.66) y (4.67), éstas proporcionan valores de potencia muy diferentes a los determinados por el modelo inicial. Para obtener valores de fluorescencia equivalentes, sería necesario sustituir en (4.8) las expresiones (4.61), (4.68) y (4.69) para obtener un valor correcto de  $\bar{n}_2$ , pero entonces no coincidiría ni el bombeo ni la ganancia al final de la fibra, ni tampoco la eficiencia y el umbral. En consecuencia, una vez conscientes de las limitaciones de esta aproximación, y simplemente para hacer una comparación entre los comportamientos de los distintos modelos, normalizaremos los valores de la potencia de fluorescencia a los ofrecidos por el modelo exacto aunque no sean los reales.

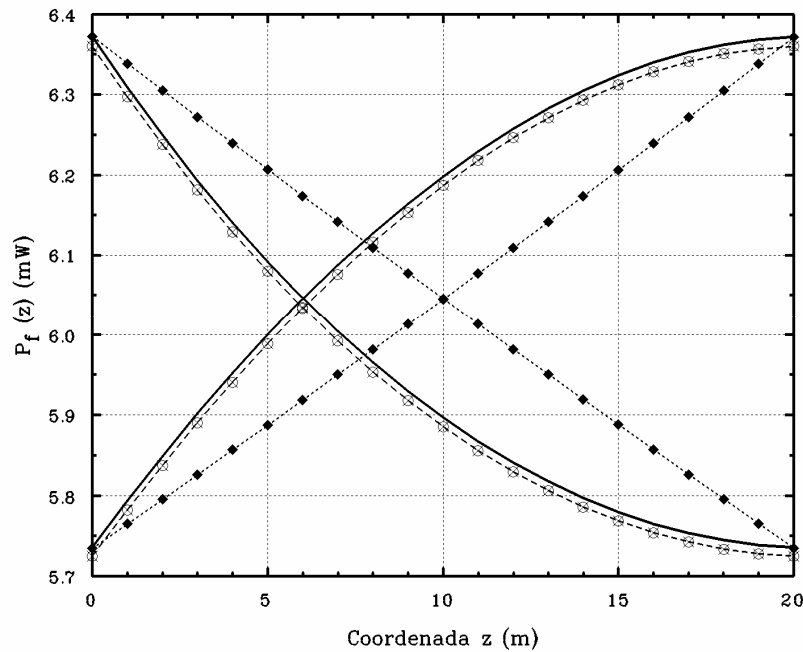
En el caso del modelo de emisión espontánea despreciable no disponemos de expresiones analíticas para la fluorescencia, pero además tampoco es posible utilizar programas de cálculo numérico basados en métodos de relajación para obtenerla, ya que en ellos la potencia de fluorescencia surge de la emisión espontánea que en este caso es nula. Al no ser posible obtener la evolución de la fluorescencia por este modelo en sí mismo, lo haremos de forma indirecta calculando las potencias de fluorescencia en los extremos de la fibra según (4.20) y utilizando (4.77) con la ganancia obtenida por el modelo sin aproximaciones para obtener la evolución, tal y como se muestra en las siguientes gráficas.



**Figura 4.14:** Comparación entre la evolución de las potencias de fluorescencia con la coordenada  $z$  según el modelo propuesto original (líneas), según la aproximación de emisión espontánea despreciable (círculos tachados) y según la aproximación de evolución exponencial del bombeo (rombos) para una longitud de 20 m, bombeo inicial de 20 mW y espejos con reflexión 20%-20%.



**Figura 4.15:** Comparación entre la evolución de las potencias de fluorescencia con la coordenada  $z$  según el modelo propuesto original (líneas), según la aproximación de emisión espontánea despreciable (círculos tachados) y según la aproximación de evolución exponencial del bombeo (rombos) para una longitud de 20 m, bombeo inicial de 20 mW y espejos con reflexión 50%-50%.

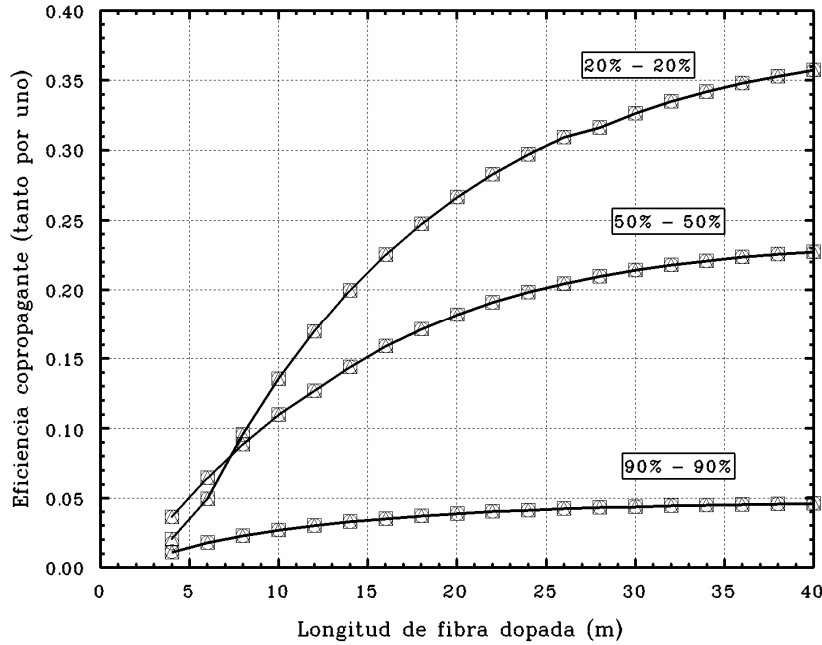


**Figura 4.16:** Comparación entre la evolución de las potencias de fluorescencia con la coordenada  $z$  según el modelo original (líneas), según la aproximación de emisión espontánea despreciable (círculos tachados) y según la aproximación de evolución exponencial del bombeo (rombos) con  $L = 20$  m,  $P_p(0) = 20$  mW y espejos **90%-90%**.

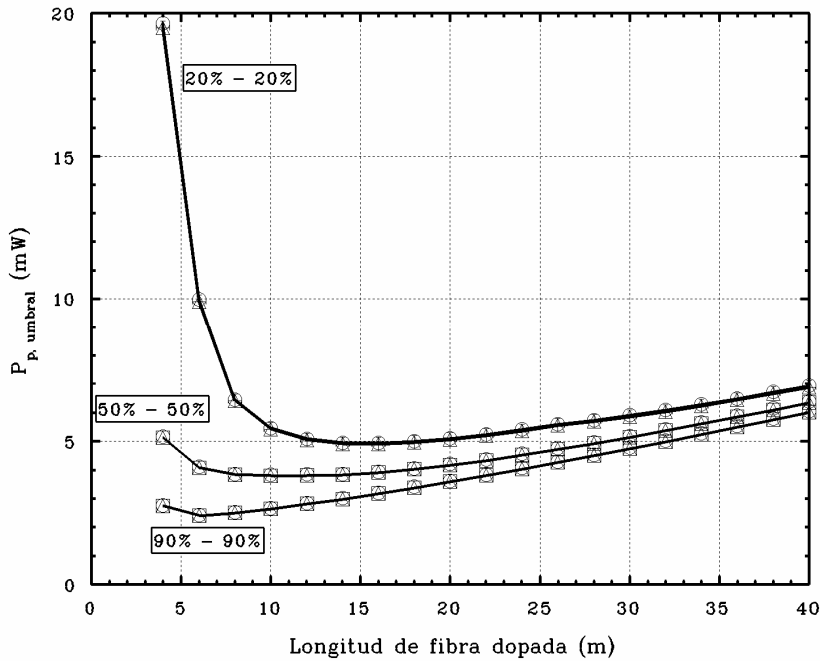
En estas figuras observamos una diferencia notable entre la evolución dada por la aproximación exponencial y la del modelo original, que viene causada principalmente por la predicción de una evolución simétrica para las dos potencias de fluorescencia (co- y contrapropagante). Por su parte, la aproximación de emisión espontánea despreciable predice una evolución cualitativa idéntica a la del nuevo modelo, lo que es lógico si tenemos en cuenta que la ecuación de evolución (3.31) sigue siendo válida, sin embargo, para factores de reflexión altos empiezan a notarse diferencias cuantitativas debido a la influencia del término de fluorescencia espontánea, que se suma en el modelo exacto.

Si únicamente nos fijáramos en los datos obtenidos para la fluorescencia, pensaríamos que el modelo de emisión espontánea despreciable tiene la gran desventaja de no proporcionar espectros en ningún punto de la fibra, (puesto que no dispone de expresiones analíticas generales que dependan de la longitud de onda), mientras que el modelo basado en la evolución exponencial del bombeo sí que ofrece esta posibilidad a través de (4.66) y (4.67) y proporcionando además perfiles espectrales idénticos a los del modelo original. Sin embargo, como ya advertimos, los valores absolutos de potencia de fluorescencia obtenidos con la

aproximación exponencial no son válidos, y en el mejor de los casos solamente lo son en los extremos, de modo en este aspecto ambos modelos se encuentran en igualdad de condiciones.



**Figura 4.17:** Comparación entre la eficiencia copropagante obtenida según el modelo propuesto original (triángulos), la aproximación de emisión espontánea despreciable (círculos) y la aproximación de evolución exponencial del bombeo (cuadrados).



**Figura 4.18:** Comparación entre la potencia de bombeo umbral obtenida según el modelo propuesto original (triángulos), la aproximación de emisión espontánea despreciable (círculos) y la aproximación de evolución exponencial del bombeo (cuadrados).

Reflexiones	L (m)	Eficiencia copropagante (%)			Potencia de bombeo umbral (mW)		
		Modelo propuesto	Evolución exponencial	Emisión espontánea	Modelo propuesto	Evolución exponencial	Emisión espontánea
		original	de bombeo	despreciable	original	de bombeo	despreciable
20% - 20%	4	2.0258	2.0258	1.7609	19.49	19.49	19.65
	20	26.642	26.642	26.639	5.065	5.065	5.106
	30	32.635	32.635	32.633	5.861	5.861	5.908
	40	35.746	35.746	35.743	6.898	6.898	6.954
50% - 50%	4	3.6347	3.6347	3.6345	5.116	5.116	5.157
	20	18.194	18.194	18.194	4.172	4.172	4.205
	30	21.412	21.412	21.412	4.150	4.150	4.191
	40	22.751	22.751	22.750	6.353	6.353	6.404
90% - 90%	4	1.1000	1.1000	1.1380	2.733	2.733	2.755
	20	3.8830	3.8830	3.8829	3.589	3.589	3.618
	30	4.3853	4.3853	4.3854	4.742	4.742	4.780
	40	4.5945	4.5945	4.5947	6.018	6.018	6.067

**Tabla 4.2:** Cuadro comparativo con los valores de la eficiencia copropagante y la potencia umbral para el nuevo modelo propuesto y las dos aproximaciones efectuadas en él.

Por último analizaremos la influencia de las aproximaciones en las magnitudes más características del oscilador láser: la eficiencia y la potencia umbral. En las Figuras 4.17 y 4.18 podemos ver la evolución de estas magnitudes para los distintos modelos y en la Tabla 4.2 los valores numéricos correspondientes a distintas configuraciones de la cavidad. Podemos ver que los resultados son equivalentes para los tres modelos de donde deducimos que las aproximaciones introducidas presentan aquí su mayor ventaja.

En definitiva, tanto el modelo basado en la aproximación exponencial como el que desprecia la fluorescencia ofrecen comportamientos equivalentes a los del modelo exacto para los parámetros más característicos de una cavidad láser: eficiencia, umbral y potencia láser de

salida, si bien las expresiones son mucho más sencillas cuando se desprecia la emisión espontánea. Además debemos tener en cuenta que en el modelo de evolución exponencial hemos tomado como dato inicial la potencia de bombeo residual, dato que solamente podemos obtener utilizando un programa de cálculo numérico. Si recordamos que el objetivo de usar modelos aproximados es conseguir expresiones analíticas sencillas que nos permitan ver directamente las relaciones entre las distintas magnitudes, calcularlas y optimizarlas, podemos concluir que este objetivo no se cumple en el caso del modelo con evolución exponencial del bombeo, aunque presente como novedad ecuaciones espectrales de fluorescencia.

Por otra parte las desventajas más importantes del modelo con emisión espontánea despreciable fueron ya descritas ampliamente en el Apartado 4.3.1, a pesar de las cuales consideramos que es la aproximación más cómoda al simplificar más que ninguna tanto el propio modelo como la notación utilizada. Esto hace mucho más sencillo el obtener conclusiones y deducir parámetros como veremos en el siguiente apartado.

## **4.5 *Diseño y optimización de cavidades láser***

Una vez desarrollado el modelo y justificado el uso de una aproximación en detrimento de otra, podemos aplicar las ecuaciones obtenidas al diseño y optimización de cavidades láser. La idea consiste en conocer a priori la mayor cantidad de datos de una configuración láser, y luego a partir de allí optimizar esta información para construir un láser con las características deseadas. Aunque no es absolutamente necesario, consideraremos por simplificar el desarrollo, la aproximación de emisión espontánea despreciable y bombeo únicamente copropagante.

En primer lugar definiremos un parámetro muy útil que simplificará todavía más la notación y aportará más datos sobre la configuración láser en estudio, la longitud de fibra dopada umbral. Este parámetro se define como la longitud de fibra dopada por debajo de la cual, sea cual sea la potencia de bombeo introducida, nunca obtendremos oscilación láser. La

manera de obtener una expresión para la longitud umbral es muy sencilla, no tenemos más que igualar a cero el denominador de la expresión de la potencia umbral (4.85) y utilizar (4.82) para concluir que cuando se cumple que:

$$[R_1 R_2]^{-\frac{1}{2\beta}} \exp\left[-\frac{\gamma}{\beta} L\right] = 1 \quad (4.86)$$

la potencia umbral se hace infinita y por tanto nunca habrá oscilación láser. Si despejamos de aquí la longitud, obtenemos:

$$L_U(\lambda_l) \equiv -\frac{1}{2\gamma(\lambda_l)} \ln(R_1(\lambda_l)R_2(\lambda_l)) \quad (4.87)$$

Esta expresión es muy sencilla y depende únicamente de parámetros de la fibra y de la cavidad. Es además compatible con el amplificador, ya que cuando las reflexiones son nulas la longitud umbral tiende a infinito, es decir, para ningún valor de la longitud se producirá oscilación. El único inconveniente es que es necesario conocer de antemano la longitud de onda de oscilación.

La longitud de onda de oscilación no puede determinarse en la aproximación de fluorescencia despreciable, debido a que no se conoce la forma del espectro de fluorescencia en la fibra dopada. Recordemos que éste es considerado despreciable frente al valor de la potencia en el pico de oscilación y por tanto no es tenido en cuenta en ninguna ecuación. Por esta razón, cuando en la literatura se quiere contrastar un modelo teórico que emplea esta aproximación, se recurre en la mayoría de ocasiones a filtros y redes de Bragg que obliguen al sistema a oscilar en una frecuencia previamente conocida. En nuestro caso, para solucionar este aspecto recurriremos a los espectros de las secciones eficaces de absorción y emisión (incluidos en las expresiones de  $\gamma(\nu)$  y  $\beta(\nu)$ ), y a su influencia en el cumplimiento del balance energético para una determinada longitud de onda.

En primer lugar habrá que tener en cuenta que en régimen láser, y si consideramos un medio homogéneo, la ganancia de la fibra dopada equipara las pérdidas de la cavidad

solamente para la longitud de onda de oscilación. Por tanto, si incluimos las pérdidas de la cavidad en las reflexiones, tenemos que en general:

$$G^2(L, \lambda)R_1(\lambda)R_2(\lambda) \leq 1 \quad (4.88)$$

donde la igualdad se cumple sólo para  $\lambda = \lambda_l$ . Si sustituimos en esta expresión la definición dada por (3.40) e introducimos (4.82), llegamos a:

$$\gamma(\lambda).L + \beta(\lambda). \ln \frac{P_p(L, \lambda_p)}{P_p(0, \lambda_p)} + \frac{1}{2} \ln(R_1(\lambda)R_2(\lambda)) \leq 0 \quad (4.89)$$

donde vemos que para cualquier longitud de onda esta expresión es negativa excepto para la longitud de onda de oscilación, para la que se hace nula. Como además de anularse, esta expresión se hace máxima para  $\lambda = \lambda_l$ , podríamos trabajar también con la derivada:

$$L \frac{d\gamma(\lambda)}{d\lambda} + \ln \frac{P_p(L, \lambda_p)}{P_p(0, \lambda_p)} \frac{d\beta(\lambda)}{d\lambda} + \frac{1}{2} \frac{1}{R_1(\lambda)R_2(\lambda)} \frac{d[R_1(\lambda)R_2(\lambda)]}{d\lambda} \Bigg|_{\lambda=\lambda_l} = 0 \quad (4.90)$$

Aunque en principio parece que podríamos usar cualquiera de estas dos ecuaciones para calcular  $\lambda_l$ , debemos observar que no conocemos a priori el bombeo residual al final de la fibra dopada (problema que ya surgió con la aproximación exponencial del bombeo) y por tanto debemos despejarlo en una ecuación y sustituir en la otra para obtener finalmente la expresión que buscamos:

$$2L \left( \frac{d\gamma}{d\lambda} - \frac{\gamma}{\beta} \frac{d\beta}{d\lambda} \right) - \ln[R_1 R_2] \frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{d\lambda} + \frac{1}{R_2} \frac{dR_2}{d\lambda} + \frac{1}{R_1} \frac{dR_1}{d\lambda} \Bigg|_{\lambda=\lambda_l} = 0 \quad (4.91)$$

Esta ecuación es general y nos permite obtener la longitud de onda de oscilación de una configuración láser a partir de parámetros de la cavidad ( $L$ ,  $R_1$  y  $R_2$ ) y de la fibra dopada ( $\gamma$  y  $\beta$ ). Además, se simplifica sobremanera cuando las reflexiones de los espejos son constantes a lo largo de las longitudes de onda de emisión de fluorescencia puesto que los dos últimos sumandos se anulan.



Una vez obtenida la longitud de onda de oscilación, ya es posible calcular el valor de la longitud umbral  $L_U$ . Si sustituimos la expresión de este parámetro (4.87) en las expresiones de la ganancia, la eficiencia y la potencia umbral, podemos dejar estas magnitudes únicamente en función de parámetros de la cavidad y de la fibra, de forma que puedan ser calculadas de antemano:

$$G(L, \nu) = \exp(\gamma(\nu) L) \exp\left(-\frac{\gamma(\nu_l)}{\beta(\nu_l)} \beta(\nu) (L - L_U)\right) \quad (4.92)$$

$$\eta^+(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \frac{1 - \exp\left(-\frac{\gamma}{\beta} (L - L_U)\right)}{1 + R_2 \exp(\gamma L_U)} \quad (4.93)$$

$$P_{p,Umbral}(L, \nu_l) = \frac{P_p^{th} \frac{\gamma_p}{\alpha_s} [\gamma_a L + \gamma L_U]}{1 - \exp\left(-\frac{\gamma}{\beta} (L - L_U)\right)} \quad (4.94)$$

$$P_f^\pm(\nu) = \eta^\pm(\nu) [P_p^{in}(\nu_p) - P_{p,Umbral}(\nu)] \quad (4.95)$$

Estas expresiones nos proporcionan de manera sencilla los parámetros más característicos para el diseño de una cavidad láser. A partir de ellas, podemos plantearnos la optimización de configuraciones experimentales en función de la longitud de fibra dopada o de los factores de reflexión de la cavidad. Así por ejemplo, efectuando la derivada con respecto a la longitud de fibra dopada en la expresión de la eficiencia (4.93) comprobamos que ésta se hace máxima cuando  $L \rightarrow \infty$  donde su valor iguala al de la eficiencia cuántica. Actuando de manera similar con la potencia umbral nos encontramos con una expresión no muy complicada, pero en la que se hace necesaria la resolución numérica:

$$\exp\left(\frac{\gamma}{\beta} (L - L_U)\right) - 1 = \frac{\gamma}{\beta} (L - L_U) + \frac{\gamma \gamma_p}{\gamma_a} L_U \quad (4.96)$$

Sin embargo, si queremos optimizar la longitud para que la potencia de fluorescencia total sea máxima, caso más importante por otra parte, sí que encontramos una expresión analítica:

$$L = L_U + \frac{\beta}{\gamma} \ln \left[ \frac{P_p(0)}{P_p^{th}} \frac{\gamma}{\gamma_a} \frac{\alpha_p}{\gamma_p} \right] \quad (4.97)$$

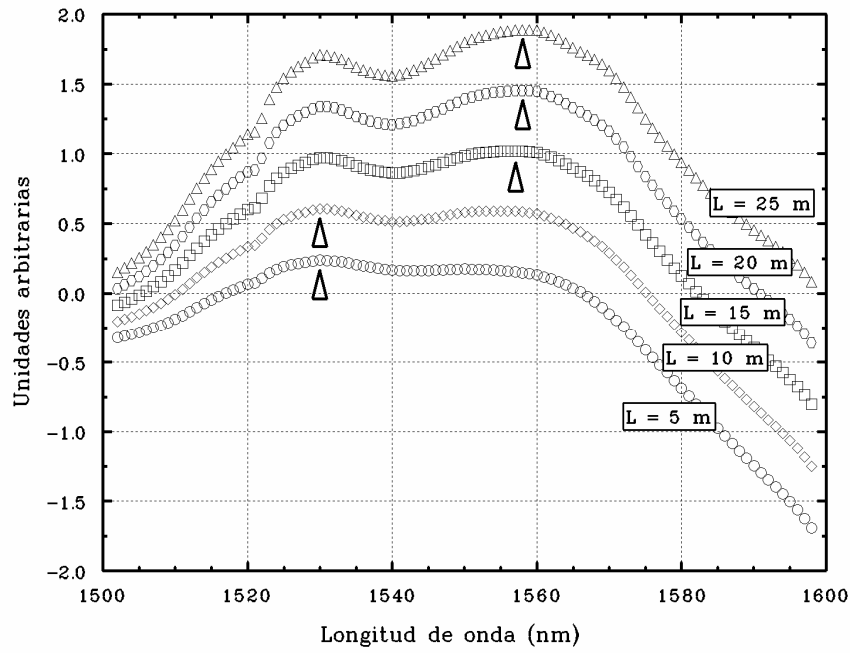
Este dato determina para una cavidad láser concreta, qué longitud debe tener la fibra dopada para que la potencia de fluorescencia proporcionada (suma de la copropagante y la contrapropagante) sea máxima. El valor de esta potencia puede además obtenerse sustituyendo (4.97) en (4.95) de forma que:

$$P_f^{\max} = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \left\{ P_p(0) - P_p^{th} \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left[ \gamma_p L_U + \frac{\gamma_a}{\gamma} \left( 1 + \ln \left[ \frac{P_p(0)}{P_p^{th}} \frac{\gamma}{\gamma_a} \frac{\alpha_p}{\gamma_p} \right] \right) \right] \right\} \quad (4.98)$$

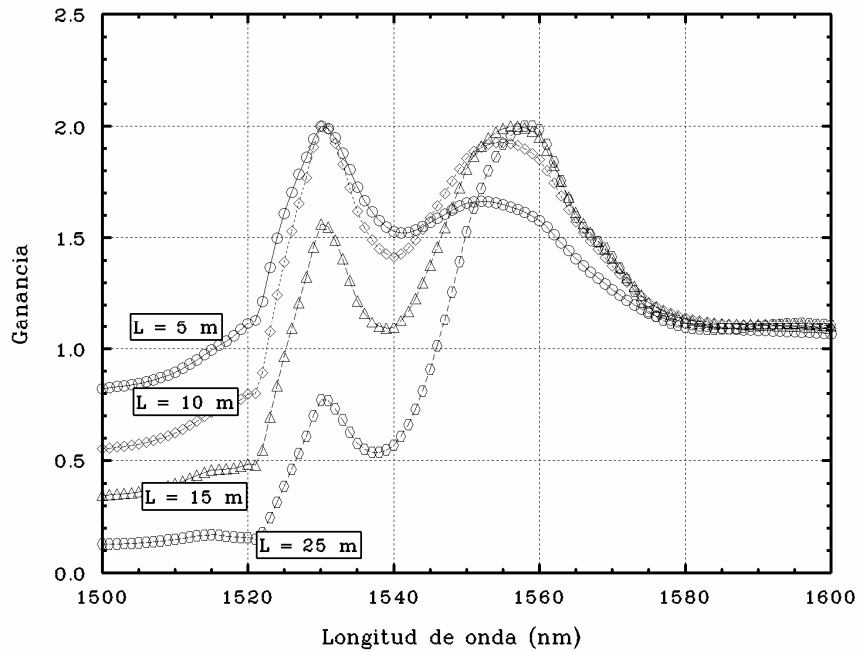
donde la dependencia con los factores de reflexión de la cavidad está incluida en  $L_U$ . Si queremos calcular el valor de la potencia que saldría fuera de la cavidad para poder hacer comparaciones experimentales deberemos multiplicar la expresión anterior por el factor:

$$f_{out} = 1 - \frac{R_1 + R_2 + 2R_1R_2 \exp[\gamma L_U]}{2 + (R_1 + R_2) \exp[\gamma L_U]} \quad (4.99)$$

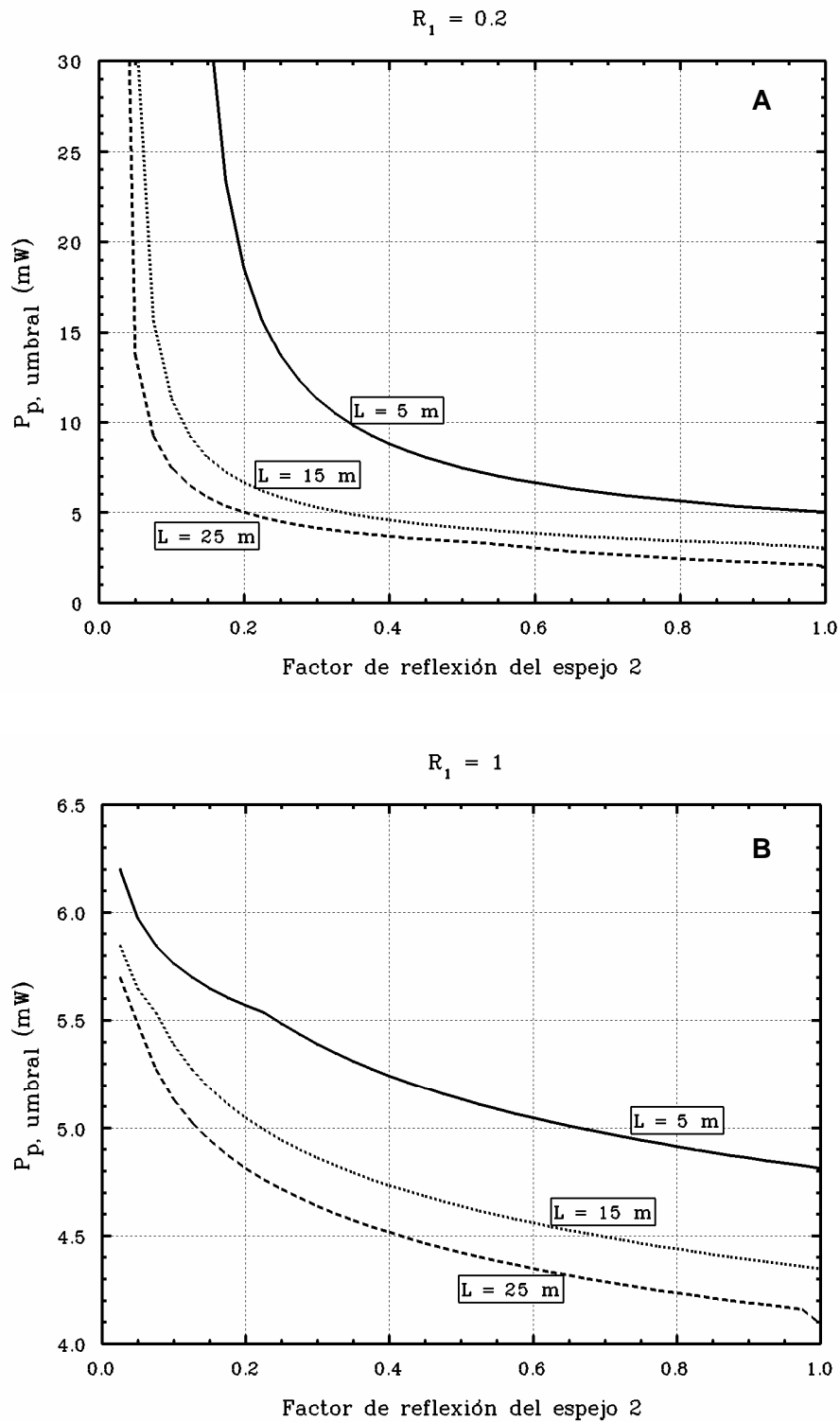
Finalmente, podemos buscar expresiones similares que optimicen el valor de los factores de reflexión de los espejos de la cavidad para una longitud de fibra determinada, o que incluso determinen, dada una cavidad, qué secciones eficaces son las más idóneas, sin embargo estas expresiones resultan muy complicadas y han de resolverse por métodos numéricos. Lo más útil en estos casos es representar gráficamente la dependencia de las principales magnitudes de la cavidad con los parámetros que nos interesen para que luego puedan ser tomadas como referencia a la hora de diseñar un oscilador láser. A modo de ejemplo mostramos a continuación algunas curvas que podrían tomarse como referencia en el diseño de láseres de fibra dopada con erbio.



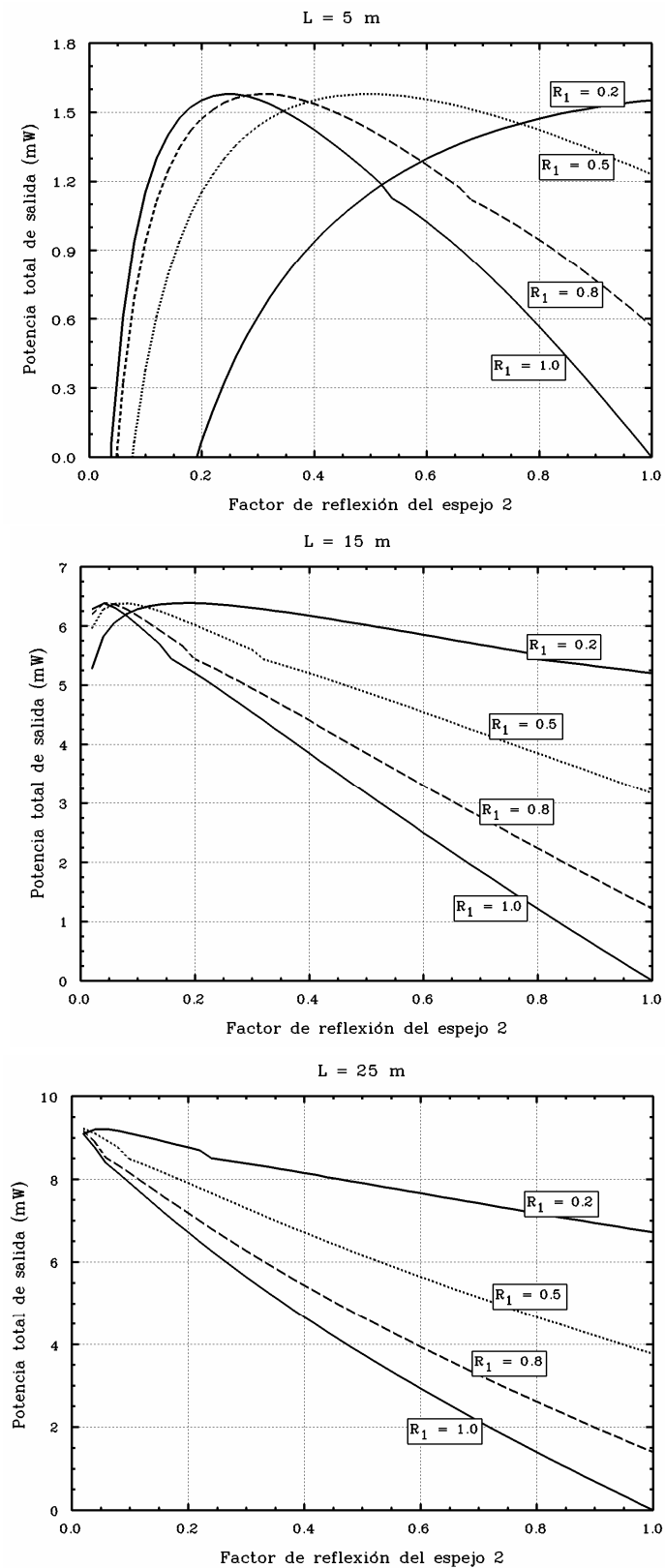
**Figura 4.19:** Representación de  $\frac{\gamma}{\beta} L + \frac{1}{2\beta} \ln[R_1 R_2]$  en función de la longitud de onda para varias longitudes de fibra dopada y reflexiones en los espejos del 50%. Esta función es equivalente a (4.89) ya que su máximo (ver marcas) indica dónde va a oscilar el sistema, y su valor en este punto es  $-\ln\left[\frac{P_p(L)}{P_p(0)}\right]$ .



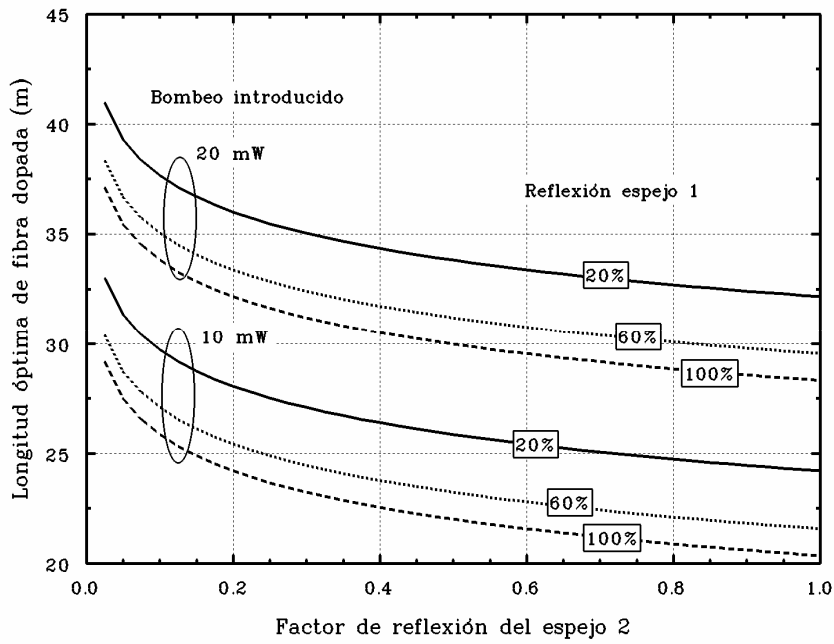
**Figura 4.20:** Representación de la ganancia en función de la longitud de onda, dada por la expresión (4.93), para distintas longitudes de fibra dopada y una reflexión de los espejos del 50%.



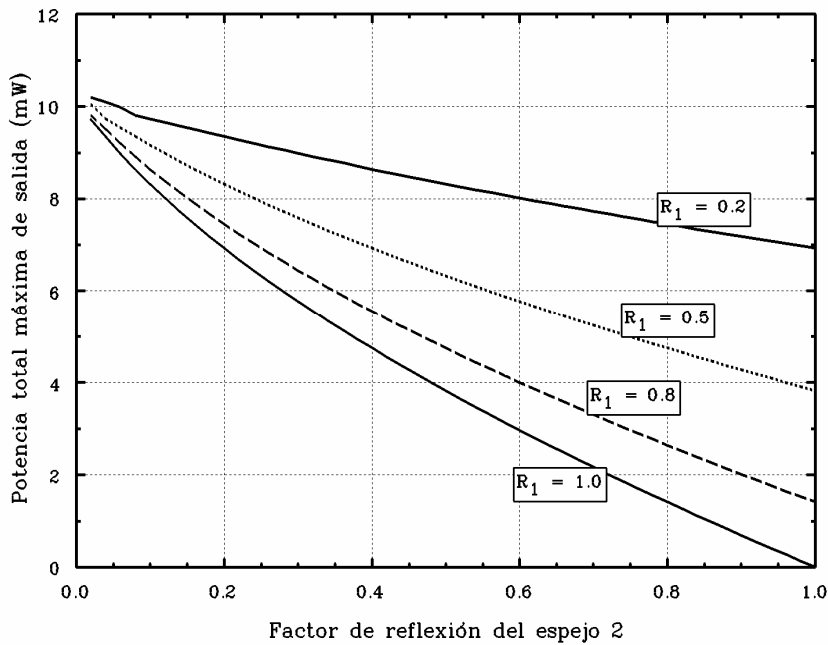
**Figura 4.21:** Representación del comportamiento de la potencia umbral en función del factor de reflexión del espejo 2, dado por la expresión (4.94), para distintas longitudes de fibra dopada y una reflexión del espejo 1 del 20% en la figura A y del 100% en la figura B.



**Figura 4.22:** Representación de la potencia de fluorescencia total (copropagante más contrapropagante dadas por (4.95)) en función del factor de reflexión del espejo 2, para distintos valores del factor de reflexión del espejo 1 y para  $L = 5, 15$  y  $25$  m.



**Figura 4.23:** Evolución de la longitud óptima de fibra dopada (para la cual se obtiene potencia máxima de fluorescencia) en función del factor de reflexión del espejo 2, dado por la expresión (4.97), para distintas potencias de bombeo introducidas y varios factores de reflexión para el espejo 1.



**Figura 4.24:** Representación de la potencia total (copropagante más contrapropagante) máxima que se puede obtener de una configuración láser para unos valores predeterminados del factor de reflexión de los espejos y 20 mW de bombeo introducido. Para obtener esta potencia la longitud de fibra dopada debe ser la óptima, representada en la figura 4.23.

## **Bibliografía**

- [1] M. Mignon, E. Desurvire. “*An analytical model for the determination of optimal output reflectivity and fiber length in erbium-doped fiber lasers*”. IEEE Photonics Technology Letters, **4**, pp. 850-852 (1992).
- [2] J. Chen, X. Zhu, W. Sibbett. “*Rate equation studies of erbium-doped fiber lasers with common pump and laser energy bands*”. Journal of Optical Society of America B, **9**, pp. 1876-1882 (1992).
- [3] J. Chen, X. Zhu, W. Sibbett. “*Derivation of the threshold pump power of erbium-doped fiber lasers*”. Optics Letters, **17**, pp. 926-928 (1992).
- [4] P. Franco et al. “*Characterization and optimization criteria for filterless erbium-doped fiber lasers*”. Journal of Optical Society of America B, **11**, pp. 1090-1097 (1994).
- [5] H. Zech. “*Exact Analytical Expressions for the output power and the threshold of erbium-doped fiber Fabry-Perot lasers*”. Electronic Letters, **30**, pp. 1299-1300 (1994).
- [6] C. Barnard, P. Myslinski, J. Chrostowski, M. Kavehrad. “*Analytical model for rare-earth-doped fiber amplifiers and lasers*”. Journal of Quantum Electronics, **30**, pp. 1817-1830, (1994).
- [7] R.M. Jopson, A.A. Saleh. “*Modelling of gain and noise in erbium-doped fiber amplifiers*”, incluido en “*Fiber laser sources and amplifiers III*”. Ed. M. J. Digonnet (SPIE, **1581**, pp. 114-119, 1991).
- [8] C.V. Poulsen, M. Sejka. “*Highly optimized tunable Er<sup>3+</sup>-doped single longitudinal mode fiber ring laser, experiment and model*”. IEEE Photonics Technology Letters, **5**, pp. 646-648, (1993).
- [9] A.O. Nielsen et al. “*Fast method for accurate prediction of fibre laser oscillation wavelength*”. Electronics Letters, **27**, pp. 1644-1645, (1991).

# Capítulo 5

---

---

## Instalaciones y montajes experimentales

---

---

<b>5.1</b>	<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>192</b>
<b>5.2</b>	<b>INSTALACIONES DE CALIBRADO .....</b>	<b>192</b>
5.2.1	<i>Instalación para calibrar los espectros de transmisión y de reflexión.....</i>	<i>193</i>
5.2.2	<i>Instalación para calibrados con potencia de fluorescencia de un EDFA.....</i>	<i>196</i>
5.2.3	<i>Instalación para calibrados de alta resolución (redes de Bragg).....</i>	<i>198</i>
5.2.4	<i>Resultados .....</i>	<i>200</i>
<b>5.3</b>	<b>ESTUDIO DE LÁSERES CON BOMBEO EN 1480 NM .....</b>	<b>209</b>
5.3.1	<i>Láser con espejos todo fibra - todo fibra .....</i>	<i>211</i>
5.3.2	<i>Láser con espejos de depósitos de aluminio.....</i>	<i>216</i>
5.3.3	<i>Láser con espejos red de Bragg - multicapas.....</i>	<i>224</i>
5.3.4	<i>Láser con espejos red de Bragg - red de Bragg.....</i>	<i>229</i>
5.3.5	<i>Láser con espejos red de Bragg - depósito de aluminio. Estudio con la reflexión .....</i>	<i>235</i>
5.3.6	<i>Láser con espejos red de Bragg - todo fibra .....</i>	<i>247</i>
<b>5.4</b>	<b>ESTUDIO DE LÁSERES CON BOMBEO EN 980 NM .....</b>	<b>252</b>
5.4.1	<i>Láser con espejos de depósito de aluminio - multicapas .....</i>	<i>253</i>
5.4.2	<i>Láser con espejos de depósito de aluminio - red de Bragg.....</i>	<i>262</i>
	<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>266</b>



## **5.1 Introducción**

En este capítulo abordaremos la parte experimental de nuestro trabajo describiendo todas las instalaciones desarrolladas. Para ello, comenzaremos por las instalaciones de calibrado, instalaciones que consideramos fundamentales ya que antes de introducir un dispositivo en una configuración experimental es indispensable realizar un calibrado previo de sus características más importantes. Una vez conocidas estas características, describiremos todos los montajes experimentales de láseres de cavidad lineal (tipo Fabry-Pérot) que han sido desarrollados<sup>1</sup>, mostrando esquemas y calibrados que reflejen su comportamiento. Por establecer un orden, hemos considerado oportuno clasificar los montajes diseñados según la longitud de onda de bombeo utilizada, ya que las características de los dispositivos empleados son bien distintas en cada caso. A partir de ahí, las características de los dos espejos que conforman la cavidad láser determinan las propiedades que ésta va a tener, aunque luego pueda haber pequeñas variaciones dentro de un mismo diseño.

Las características del resto de elementos utilizados en los montajes experimentales cuyo calibrado no es fundamental o no podemos realizar, se incluyen en el Apéndice A. Nos referimos a dispositivos como equipos de medida, fibras ópticas empleadas y atenuadores y aisladores. Estos dos últimos constituyen un caso particular, ya que no necesitan calibrarse siempre y cuando se sitúen después del láser de bombeo, puesto que en ese caso solamente nos interesa la potencia a la salida de estos dispositivos.

## **5.2 Instalaciones de calibrado**

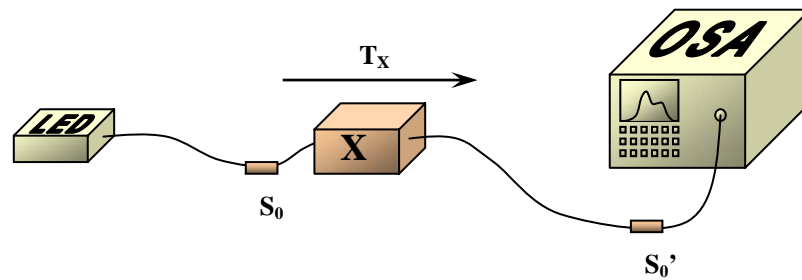
El calibrado de componentes es indispensable para obtener unos datos fiables de la instalación que podamos introducir a posteriori en un modelo teórico. En nuestro caso, los datos más importantes son los factores espectrales de transmisión y de reflexión.

---

<sup>1</sup> La aplicación de los modelos desarrollados a láseres con configuración en anillo se estudiará en un anexo.

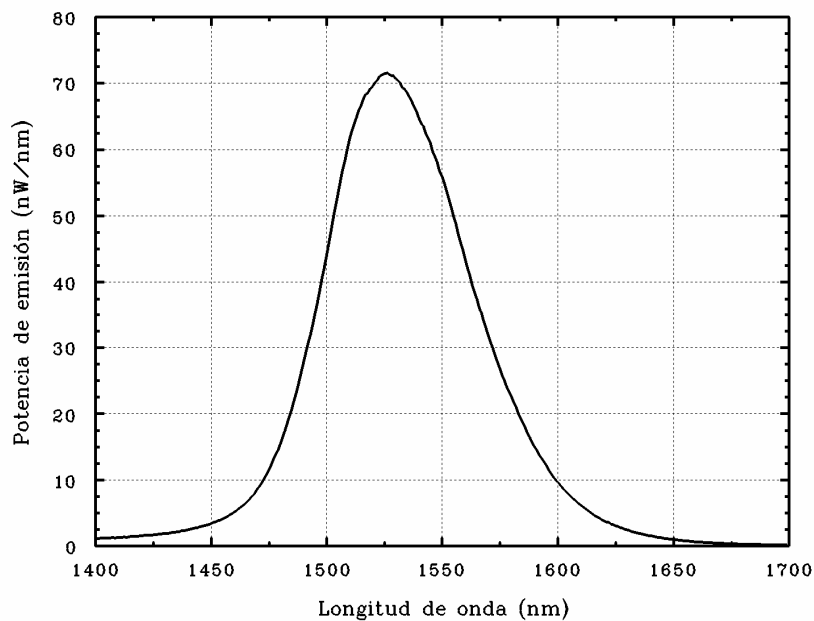
### 5.2.1 Instalación para calibrar los espectros de transmisión y de reflexión

La instalación utilizada para calibrar los espectros de transmisión (Figura 5.1) se compone de una fuente que emite en el rango espectral deseado y un OSA (*optical spectrum analyser*) sensible a esas frecuencias.



**Figura 5.1:** Instalación experimental utilizada en el calibrado de espectros de transmisión. (S<sub>0</sub>, S<sub>0</sub>' = soldaduras, X = elemento que se desea calibrar).

Como fuente empleamos un LED (*light emitting diode*) de tercera ventana cuyo espectro de emisión se representa en la Figura 5.2. Las especificaciones técnicas de estos dispositivos se describen con más detalle en el Apéndice A.



**Figura 5.2:** Potencia de emisión del LED utilizado como fuente de referencia en el calibrado de la transmisión de elementos ópticos.

Si denominamos  $P_0$  a la potencia que emite el LED,  $P_{ref}$  y  $P_{med}$  a las potencias medidas antes y después de la introducción del elemento óptico y  $S_0$  y  $S_0'$  al factor de transmisión de cada una de las soldaduras entre dos extremos de fibra óptica no dopada, tenemos que:

$$P_{REF} = P_0 \cdot S_0 \quad (5.1)$$

$$P_{MED} = P_0 \cdot S_0 \cdot S_0' \cdot T_x \quad (5.2)$$

y por tanto, considerando que las soldaduras son iguales ( $S_0 = S_0'$ ), se cumple que:

$$T_x \cdot S_0' = \frac{P_{MED}}{P_{REF}} \equiv T_x^{cal} \quad (5.3)$$

de forma que el factor de transmisión del elemento óptico ( $T_x$ ) queda determinado por las dos medidas de potencia mencionadas a falta de concretar el espectro de transmisión de la soldadura ( $S_0'$ ). Al producto entre estas dos magnitudes lo denominaremos transmisión calibrada ( $T_x^{cal}$ ).

Por otra parte, para calibrar el espectro de reflexión de un elemento óptico utilizaremos un acoplador de razón 50/50 y el montaje descrito en la Figura 5.3:

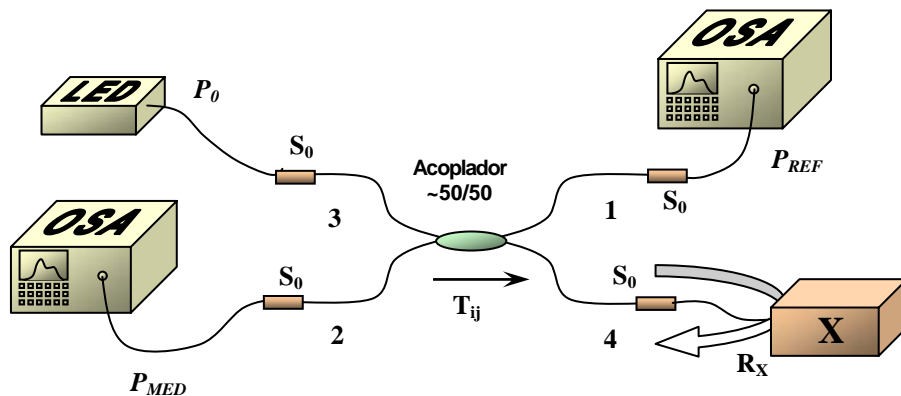


Figura 5.3: Configuración utilizada en el calibrado de espectros de reflexión.

Comenzaremos de nuevo con las expresiones para la potencia de referencia y de medida, para lo cual tendremos en cuenta que  $T_{ij}$  es la transmisión del acoplador desde la pata  $i$  hacia la pata  $j$  y consideraremos que todas las soldaduras son aproximadamente iguales. Así:

$$P_{REF} = P_0 \cdot S_0^2 \cdot T_{31} \quad (5.4)$$

$$P_{MED} = P_0 \cdot S_0^4 \cdot T_{34} \cdot R_x \cdot T_{42} \quad (5.5)$$

Dividiendo ahora ambas expresiones entre sí se obtiene:

$$\frac{P_{MED}}{P_{REF}} = \frac{T_{34} \cdot R_x \cdot T_{42}}{T_{31}} \cdot S_0^2 \quad (5.6)$$

Si despejamos el factor de reflexión y agrupamos convenientemente, conseguimos finalmente:

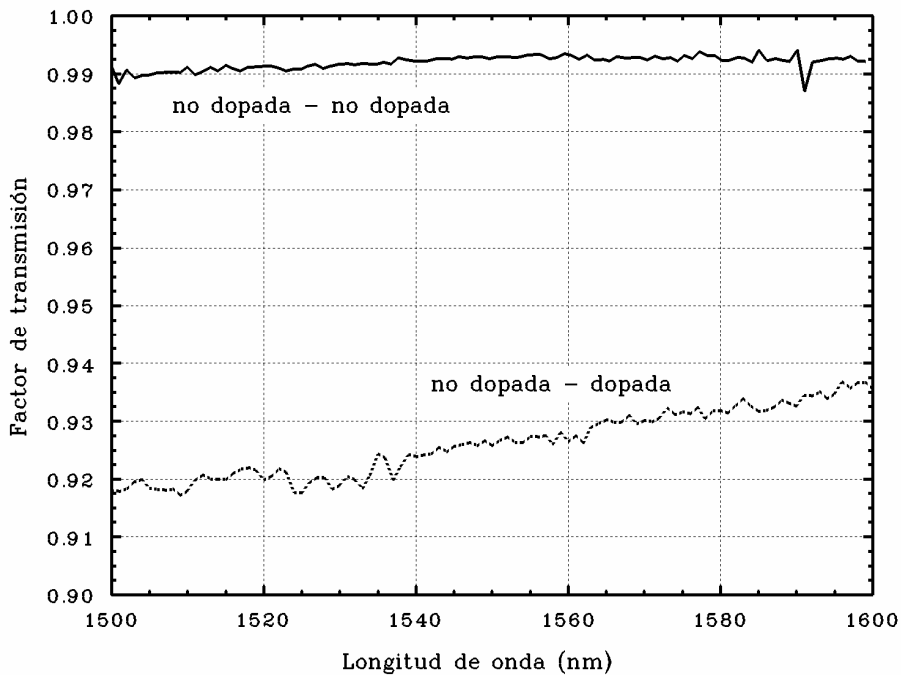
$$R_x \cdot S_0 = \frac{P_{MED}}{P_{REF}} \frac{T_{31}^{cal}}{T_{34}^{cal} \cdot T_{42}^{cal}} \equiv R_x^{cal} \quad (5.7)$$

donde al igual que en el apartado anterior el factor de reflexión queda determinado si conocemos el espectro de transmisión de la soldadura, y por tanto podemos definir igualmente un factor de reflexión calibrado ( $R_x^{cal}$ ).

Como vemos en (5.3) y (5.7) para conocer los factores de reflexión y transmisión reales de un elemento es necesario calibrar la transmisión de las soldaduras entre fibras pasivas. Para ello habrá que tener en cuenta que las soldaduras se hacen de forma manual con la soldadora S-152 de “The Furukawa Electric Co.” y que por tanto puede haber sensibles variaciones de unas a otras. Con este calibrado comprobaremos si la repetitividad es alta y si el espectro de transmisión es suficientemente plano. Para ello, emplearemos una configuración similar a la de la Figura 5.1 en la que en vez de un elemento óptico introduciremos un número elevado  $n$  de soldaduras (10 en nuestro caso), de forma que el error cometido por soldadura sea menor.

Por otra parte, el factor de transmisión de una soldadura entre extremos de fibra dopada y no dopada ( $S_{dn}$ ) puede deducirse a partir de medidas de absorción por el método de corte [1], con la suposición de que el orden en que se sitúen las fibras no afecta al valor final

de la transmisión, es decir  $S_{dn} = S_{nd}$ . En la Figura 5.4 se muestran sendas curvas con los factores de transmisión obtenidos para los dos tipos de soldaduras. Podemos observar que los valores medidos se sitúan alrededor de los valores típicos utilizados en la literatura [1-4], es decir: 0.03 dB (transmisión 99.3%) para la soldadura entre fibras pasivas, y 0.3 dB (transmisión 93.3%) para la soldadura entre fibras activas y pasivas.

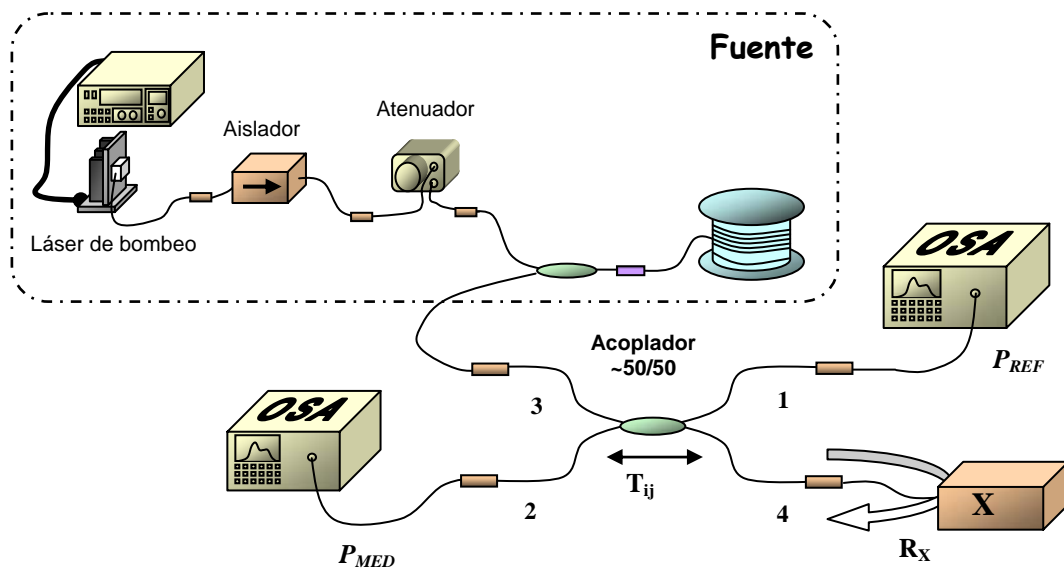


**Figura 5.4:** Factores de transmisión medidos para soldaduras entre extremos de fibra no dopada (pasiva - pasiva) y extremos de fibra no dopada - dopada (pasiva - activa).

### 5.2.2 Instalación para calibrados con potencia de fluorescencia de un EDFA

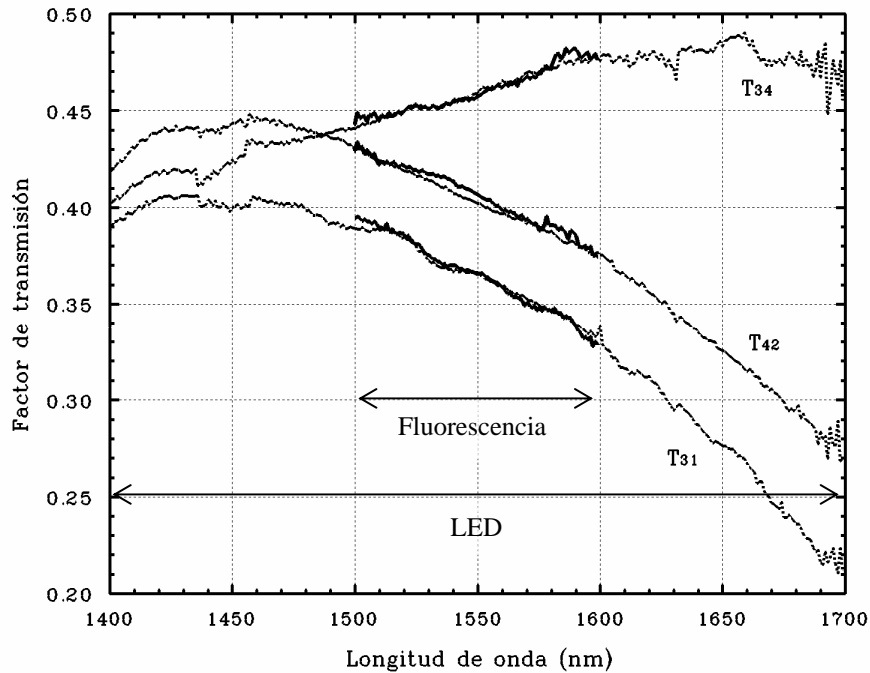
Hay ocasiones en las que las medidas deben ser especialmente cuidadosas, como en el caso de las transmisiones entre los extremos del acoplador utilizadas para calibrar reflexiones (Figura 5.3), ya que los errores cometidos aquí se propagan en (5.7) y afectan al valor del factor de reflexión obtenido. En estos casos podemos utilizar una configuración experimental más compleja que utiliza como fuente la fluorescencia contrapropagante emitida

por un amplificador (Figura 5.5). Esta configuración presenta una estabilidad mucho mayor ya que las inestabilidades producidas por el láser de bombeo (en un principio similares a las del LED) son estabilizadas por la dinámica de poblaciones del erbio, de forma que la potencia de fluorescencia emitida permanece constante. Además con esta fuente “equivalente” conseguimos más potencia que con el LED en el rango espectral de la fluorescencia, de forma que los errores también disminuyen al aumentar la relación señal/ruido.



**Figura 5.5:** Instalación experimental en la que se utiliza como fuente la fluorescencia contrapropagante emitida por un montaje de amplificador. En este caso nos referimos al calibrado de espectros de reflexión.

Por otro lado, hemos de significar que la anchura del espectro de fluorescencia contrapropagante es de unos 50 nm, a diferencia de los 200 nm (Figura 5.2) que tienen los LED utilizados en la configuración más simple (Figura 5.3). Así, si queremos obtener un calibrado que abarque una zona amplia del espectro, deberemos complementar las medidas realizadas con la instalación de la Figura 5.5 con las de la Figura 5.3, y utilizar las primeras (mucho más fiables) para discriminar la mejor entre todas las medidas realizadas con el LED. En la Figura 5.6 se muestran como ejemplo tres parejas de medidas obtenidas con ambas configuraciones.

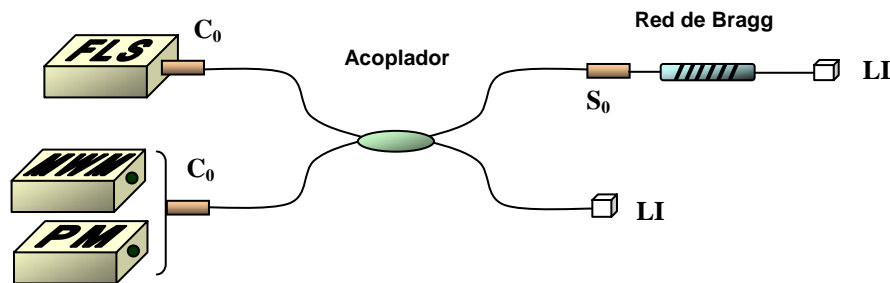


**Figura 5.6:** Espectros obtenidos en el calibrado de la transmisión entre extremos del acoplador utilizado en la Figura 5.3. Podemos comparar los obtenidos con el LED como fuente (líneas punteadas) con los obtenidos con la fluorescencia contrapropagante (líneas sólidas de menor longitud).

### 5.2.3 Instalación para calibrados de alta resolución (redes de Bragg)

Las redes de Bragg son filtros espectrales con una banda de reflexión muy estrecha que hace necesaria la utilización de aparatos muy precisos y de gran resolución para calibrarlas. En nuestro grupo no se disponía de material de estas características, así que recurrimos al grupo de Ingeniería Fotónica de la Universidad de Cantabria (Santander). Allí nos proporcionaron una fuente láser sintonizable (FLS) con aislador incorporado modelo HP 8168F que emite un pico de luz circularmente polarizada con anchura espectral entre 50-500 MHz. Esta fuente suministra una potencia de 1 mW, y su emisión puede desplazarse con 1 pm de resolución entre los 1475 y los 1575 nm, con lo que es posible efectuar barridos del espectro con gran resolución y una potencia suficientemente elevada.

Además, para optimizar el funcionamiento de la fuente, se emplearon por un lado un medidor de longitud de onda (MWM *multi-wavelength meter*) que pudiera localizar con gran precisión el pico de reflexión del filtro y por otro lado un detector de potencia (PM *power meter*) sincronizado con la FLS que con la misma resolución proporcionara las medidas de potencias correspondientes. Las características más importantes del MWM utilizado (modelo HP 86120C) eran un rango espectral entre 1270 y 1650 nm y una precisión de 2-3 pm. El PM utilizado fue el modelo HP8153A con cabezal HP81532A de rango espectral 800-1700 nm, adecuado para la FLS empleada.



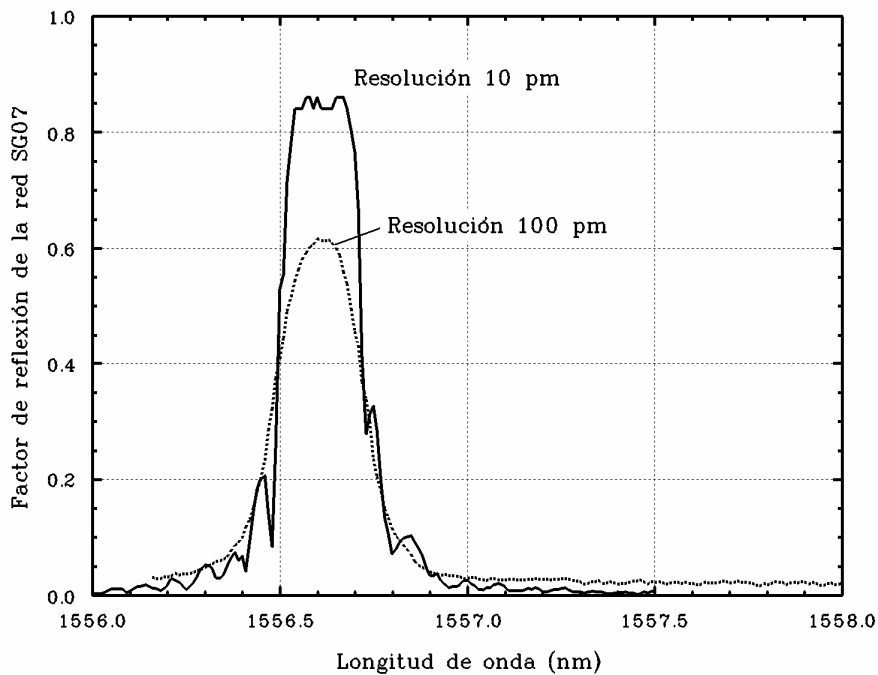
**Figura 5.7:** Instalación experimental utilizada en el calibrado de espectros de reflexión con gran resolución. ( LI - líquido de índice; C<sub>0</sub> - conector).

Para proceder al calibrado de la red de Bragg conectamos en primer lugar la fuente (FLS), el medidor de longitud de onda (MWM) y la propia red a las patas de un acoplador (de relación 80/20 en este caso) tal y como indica la figura, añadiendo además líquido de índice en los extremos de fibra óptica no conectada para evitar reflexiones no deseadas. Con esta configuración, parte de la potencia reflejada por la red de Bragg llega al MWM, lo que nos permite localizar la longitud de onda central del espectro de reflexión de la red. Una vez determinada esta longitud de onda, sustituimos el MWM por el PM y limitamos la anchura del barrido de la FLS a un rango espectral que, centrado en el pico, nos permita optimizar el tiempo de medida con la máxima resolución. De esta manera obtenemos como primera aproximación el perfil espectral del factor de reflexión de la red. Para obtener una medida con los valores absolutos deberemos calibrar la transmisión entre los extremos del acoplador utilizado y tomar una medida espectral de referencia de la emisión de la FLS. Con estos datos y a través de expresiones similares a las del Apartado 5.2.1 podremos obtener finalmente el



factor de reflexión. Si utilizamos los mismos aparatos pero con la configuración del calibrado en transmisión, podemos obtener también el factor de transmisión de la red.

Por último, para apreciar mejor la importancia que tiene la resolución de los equipos utilizados en los calibrados, mostramos en la Figura 5.8, como ejemplo, el factor de reflexión de una red de Bragg obtenido con dos resoluciones distintas.



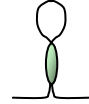
**Figura 5.8:** Comparación entre los espectros de reflexión de la red SG07 obtenidos con una resolución de 100 pm (máxima resolución del OSA) y con la resolución de 10 pm que proporciona el montaje de la Figura 5.7.

## 5.2.4 Resultados

Una de las partes más importantes de la cavidad láser son sus espejos, por ello, en nuestro intento de obtener un modelo general que pueda ser aplicado a distintos tipos de cavidades hemos utilizado espejos de varios tipos cuyas principales características detallaremos a continuación. Solamente añadiremos que de todas las posibilidades existentes,

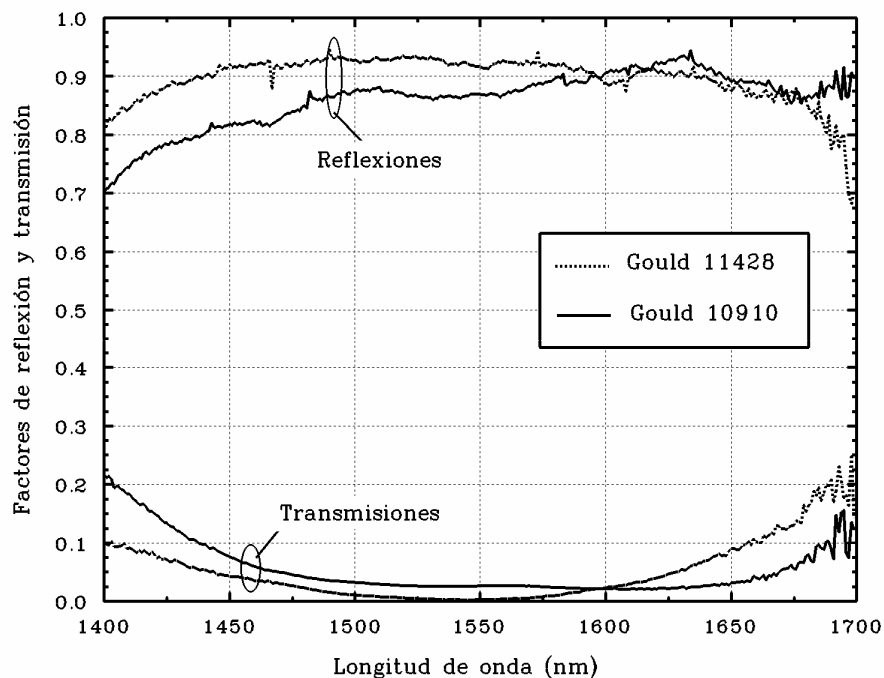
se desechó desde un principio la inclusión de espejos discretos por las altas pérdidas de inserción e inestabilidades que introducían en la cavidad láser.

### Espejos todo fibra (construidos con acopladores en bucle)



Si utilizamos un acoplador monomodo de cuatro extremos y razón 50/50 (factor de acoplo  $k = 1/2$ ) y hacemos un bucle soldando dos de las salidas, se puede demostrar que el elemento resultante es equivalente a un espejo de factor de reflexión cercano al 100% [5].

En la Figura 5.9 se muestran los factores de reflexión y transmisión de los dos espejos de bucle a partir de acopladores 50/50 utilizados en nuestras instalaciones experimentales. En ella podemos observar que la reflexión no es del 100% debido a las pérdidas de inserción del acoplador.



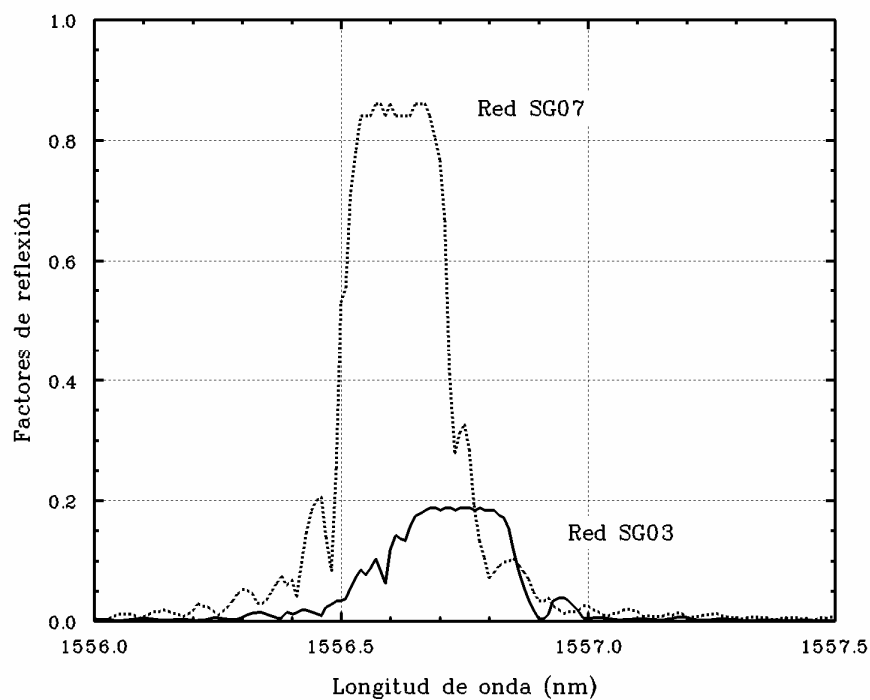
**Figura 5.9:** Factores de reflexión y transmisión de los espejos obtenidos a partir de los acopladores 50/50 Gould 11428 (líneas punteadas) y Gould 10910 (líneas continuas).

## Redes de Bragg

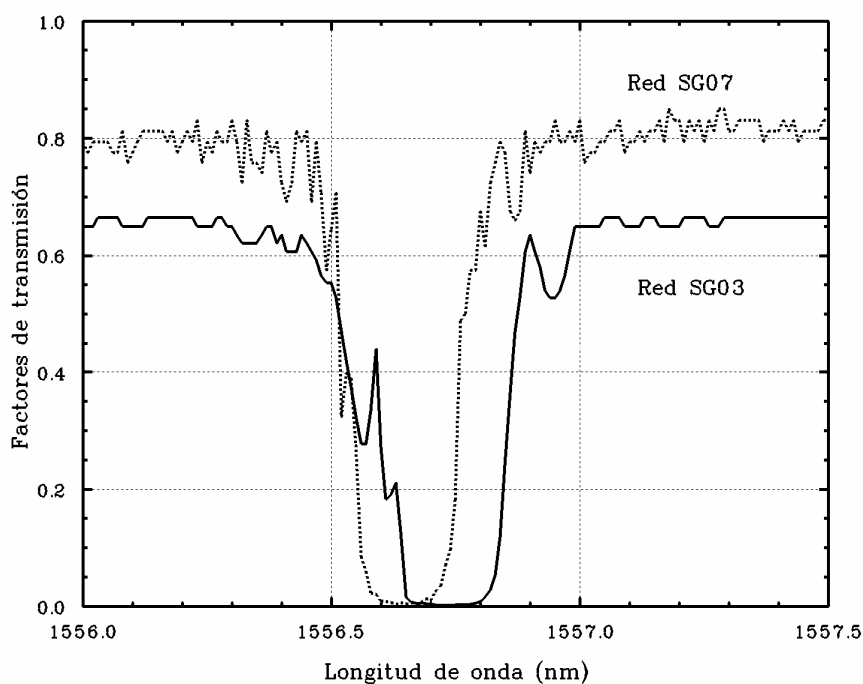


Como ya vimos en el Apartado 5.2.3, las redes de Bragg se comportan como espejos muy selectivos que delimitan la longitud de onda de oscilación de la cavidad láser. Esto es así, puesto que desde el punto de vista del factor de calidad de la cavidad, tienen grandes pérdidas en todo el espectro excepto en el pico de reflexión, lo que nos permite forzar al sistema a oscilar en una longitud de onda concreta. Además, las redes de Bragg presentan bajas pérdidas de inserción al ser dispositivos todo fibra y admiten la introducción del bombeo desde el exterior del oscilador, de forma que evitamos introducir un acoplador dentro de la cavidad reduciendo así las pérdidas en la misma.

Como desventaja podemos apuntar su falta de flexibilidad en la longitud de onda de oscilación, que puede resultar negativa en determinado tipo de estudios como por ejemplo en la sintonización de cavidades láser. Los factores de reflexión y transmisión de las redes SG03 y SG07 empleadas en nuestros montajes experimentales se muestran a continuación.



**Figura 5.10:** Espectros de reflexión de las redes de Bragg SG03 y SG07 obtenidos con el montaje de la Figura 5.7 y una resolución de 10 pm.

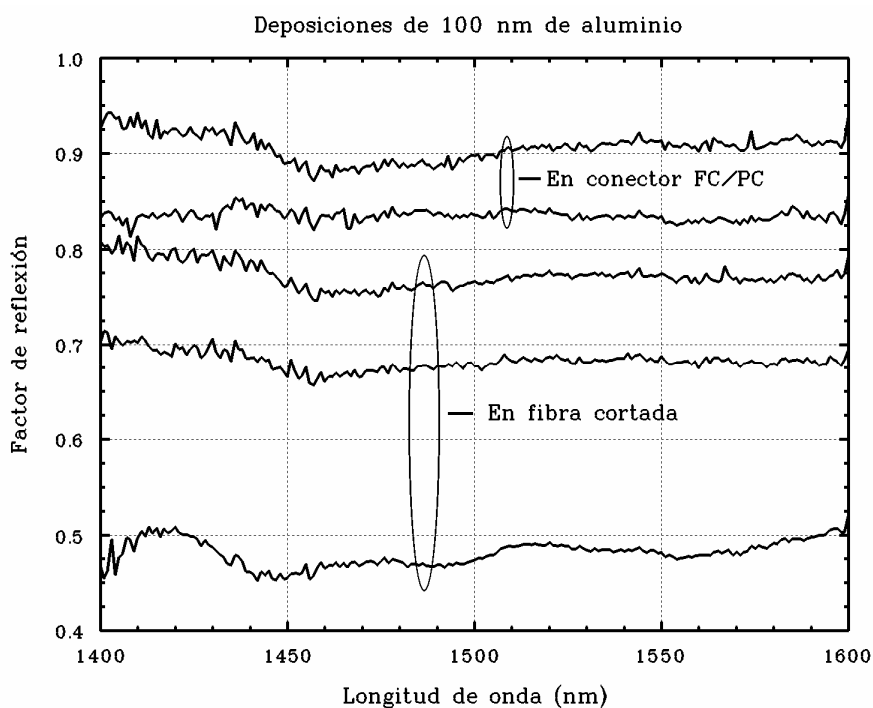


**Figura 5.11:** Espectros de transmisión de las redes de Bragg SG03 y SG07 obtenidos con el montaje de la Figura 5.7 y una resolución de 10 pm.

### Espejos obtenidos por deposición de aluminio



Aprovechando la existencia de una cámara de deposición en vacío en nuestro departamento y con la colaboración del Dr. Francisco Villuendas y Carmen Cosculluela, se estudió la posibilidad de efectuar deposiciones microscópicas de aluminio en los extremos de fibras ópticas pasivas para utilizarlas como espejos. Intentamos construir en primer lugar espejos que permitieran extraer potencia de la cavidad, sin embargo nos encontramos con que la absorción que ofrece el aluminio es muy alta, de forma que incluso cuando la capa depositada era de 10-20 nm de espesor, (lo que implica baja reflexión) obteníamos una transmisión prácticamente nula. Con estos datos, decidimos aplicar grosores mayores ( $\approx 100$  nm), para obtener espejos de reflexión elevada renunciando a la transmisión, pero aprovechando mejor la luz incidente con una menor absorción. Estas deposiciones se hicieron sobre el extremo pulido de conectores tipo FC/PC en lugar de sobre fibra cortada; de esta manera los resultados eran más homogéneos y se aseguraba la perpendicularidad del corte y el pulido de la superficie, mejorando ostensiblemente el resultado (Figura 5.12).



**Figura 5.12:** Factor de reflexión de fibras pasivas cortadas y conectores FC/PC en cuyos extremos se han depositado 100 nm de aluminio. La diferencia de valores en el caso de la fibra cortada es achacada a defectos en el corte y en el caso de los conectores a la geometría de la máquina de deposición.

Por sus características, los espejos obtenidos por deposición de aluminio podrían situarse en el lado opuesto a las redes de Bragg. Su ventaja estriba en un espectro de reflexión muy plano, lo cual no favorece la oscilación de la cavidad en ninguna longitud de onda concreta y permite realizar un estudio del comportamiento del medio activo. Como contrapartida nos encontramos con un factor de transmisión nulo que no permite introducir potencia de bombeo a través de estos espejos ni utilizarlos como espejo de salida, aunque esto se puede solucionar con el uso de acopladores.

### Espejos obtenidos por deposición de multicapas



Para mejorar los resultados obtenidos con la deposición de aluminio, pensamos en aplicar la misma metodología pero utilizando deposiciones de multicapas. La ventaja de la estructura de multicapas es que permite cambiar el espectro de reflexión según nuestros intereses, pero a cambio supone una elaboración mucho más costosa.

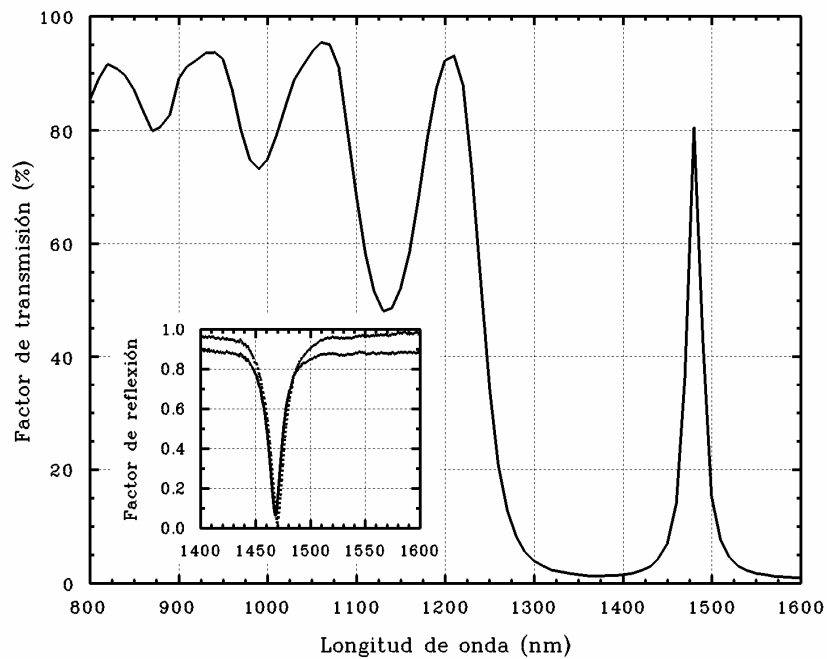
Nuestro objetivo principal es conseguir espejos de alta reflectividad alrededor de 1550 nm y elevado factor de transmisión para las longitudes de onda de bombeo típicas (980 y 1480 nm), de forma que podamos bombear la fibra dopada desde el exterior de la cavidad a través de ellos. Cuando el bombeo utilizado es 1480 nm los espejos son especialmente difíciles de obtener, ya que al ser muy próximas las longitudes de onda de bombeo y señal es necesario que se produzca un cambio muy brusco en el espejo de alta transmisión a alta reflexión en pocos nanómetros.

Tras algunas pruebas con diferentes estructuras y materiales en el Centro de PVD de nuestro departamento, se hicieron depósitos con SiO<sub>2</sub> (como material L) y TiO<sub>2</sub> (como material H)<sup>2</sup>, con una estructura simétrica (HL)<sub>4</sub> 2H (LH)<sub>4</sub> y una densidad  $d_{TiO_2} = 3.1 \text{ g/cm}^3$  y  $d_{SiO_2} = 1.7 \text{ g/cm}^3$ . La velocidad de deposición era  $v_{TiO_2} = 10 \text{ \AA/s}$  y  $v_{SiO_2} = 4 \text{ \AA/s}$  para una temperatura de 200°C, y se hacía necesaria la introducción de una atmósfera de O<sub>2</sub> en la cámara con una presión superior a los  $2 \cdot 10^{-4}$  Pa para obtener los correspondientes óxidos. Después de varios intentos obtuvimos el espectro deseado con espesores 251 y 178 nm respectivamente para el SiO<sub>2</sub> y el TiO<sub>2</sub> (ver Figura 5.13).

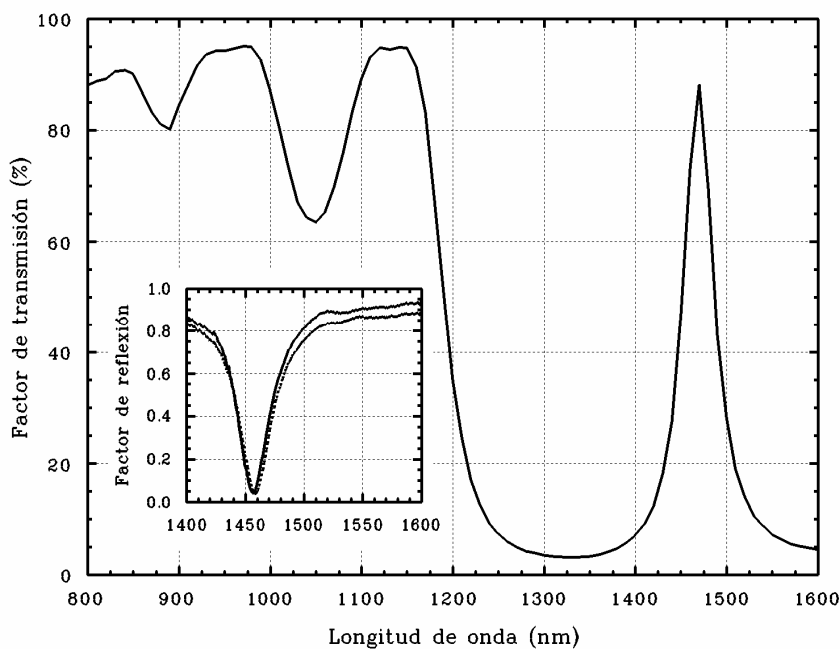
Por otra parte, teniendo en cuenta que el bombeo no es monocromático y que no son necesarias reflectividades muy altas en la zona de 1550 nm, podemos diseñar perfiles espectrales con picos de transmisión más anchos en la zona de bombeo. Para ello se pensó en una estructura simétrica (HL)<sub>3</sub> 2H (LH)<sub>3</sub>, con los mismos materiales (SiO<sub>2</sub>-TiO<sub>2</sub>) y espesores que dieron buenos resultados anteriormente (251 y 178 nm). De esta manera el ancho de banda del pico obtenido fue de 40 nm (en lugar de los 17 nm anteriores), aunque el máximo apareció desplazado. Tras algunas correcciones obtuvimos unos espejos satisfactorios con espesores 241 y 170 nm para el SiO<sub>2</sub> y TiO<sub>2</sub> respectivamente (ver Figura 5.14). Como apreciamos en esta misma figura estos espejos son también válidos para bombeo en 980 nm, con la salvedad de que la deposición debe hacerse sobre fibra monomodo para esta longitud de onda.

---

<sup>2</sup> Las siglas H y L hacen referencia a los materiales con alto y bajo índice de refracción respectivamente.

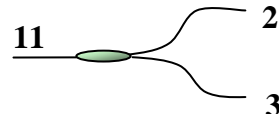


**Figura 5.13:** Factor de transmisión de un espejo de multicapas fabricado con espesores 251 (SiO<sub>2</sub>) y 178 nm (TiO<sub>2</sub>) y estructura simétrica de 17 capas. En la esquina inferior izquierda vemos el factor de reflexión de dos de estos espejos para una zona ampliada (la similitud entre las curvas nos indica la homogeneidad entre distintas muestras de una misma deposición).



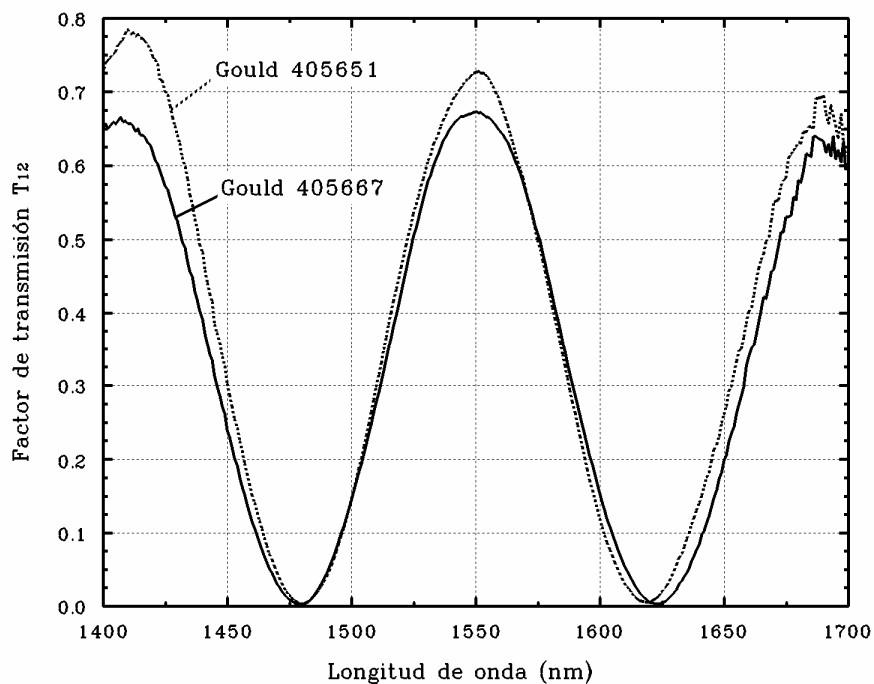
**Figura 5.14:** Gráfica idéntica a la anterior pero para espejos multicapas fabricados con espesores 241 (SiO<sub>2</sub>) y 170 nm (TiO<sub>2</sub>) y estructura simétrica de 13 capas. Podemos apreciar el mayor ancho de banda en el pico de transmisión a 1480 nm y como el espejo también sería válido para bombeo en 980 nm.

## Acopladores de fusión



En nuestras instalaciones hemos utilizado dos tipos de acopladores de fusión: acopladores de longitud de onda, cuya finalidad es acoplar o separar las potencias de bombeo y de señal, y de división, que permiten dividir la potencia que circula por la fibra óptica de entrada.

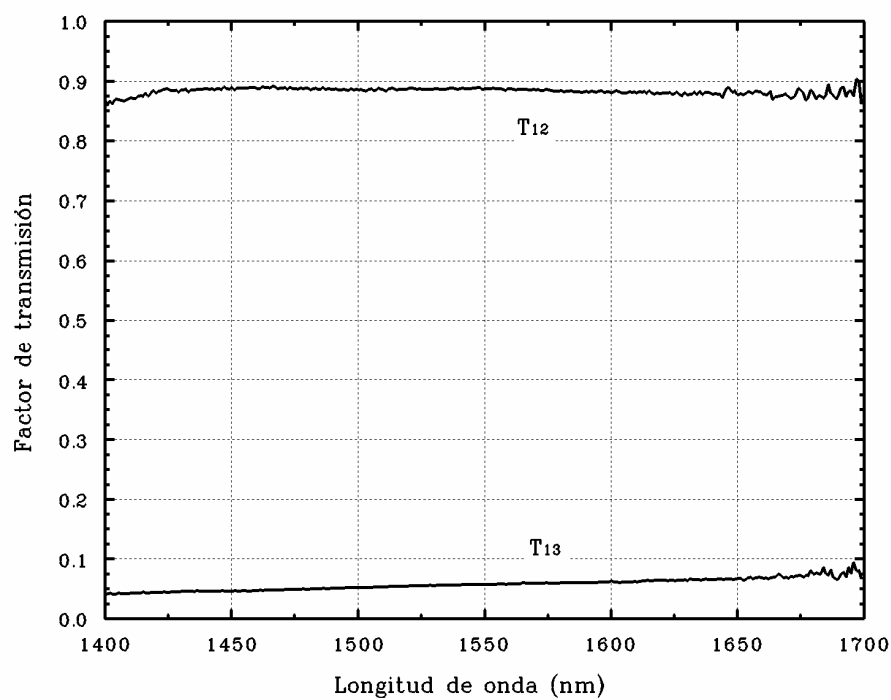
Los primeros tienen un espectro de transmisión típicamente sinusoidal, donde el máximo y el mínimo se hacen coincidir con las longitudes de onda que se quieren separar. En la Figura 5.15 se muestran los espectros de transmisión entre los extremos 1 y 2 de los acopladores Gould 405667 (utilizado para acoplar el bombeo de 1480 nm en la cavidad láser) y Gould 405651 (utilizado para desacoplar el bombeo residual de la cavidad). El espectro de transmisión entre los extremos 1 y 3 sería equivalente al mostrado pero en contrafase; sin embargo, como por el extremo 3 se introduce/extrae la potencia de bombeo, (considerada monocromática), sólo interesa el valor del factor de transmisión en dicha longitud de onda.



**Figura 5.15:** Factor de transmisión entre los extremos 1 y 2 de los acopladores Gould 405667 (utilizado como acoplador de bombeo de 1480 nm) y Gould 405651 (utilizado como desacoplador de este mismo bombeo).



Los acopladores de división son muy útiles en montajes experimentales de osciladores, ya que pueden ser utilizados para extraer potencia de la cavidad láser sin interrumpir el fenómeno de oscilación, sobre todo en el caso en el que la transmisión de los espejos sea tan pequeña que no puedan ser utilizados como espejos de salida. En estos casos, debemos alcanzar un compromiso entre cantidad de potencia extraída de la cavidad láser y pérdidas introducidas en la misma, por ello decidimos utilizar un acoplador 95/5 cuyos espectros de transmisión se presentan en la Figura 5.16.



**Figura 5.16:** Factor de transmisión entre los extremos 1-2 y 2-3 del acoplador 95/5 utilizado para extraer potencia de señal de la cavidad láser.

### 5.3 Estudio de láseres con bombeo en 1480 nm

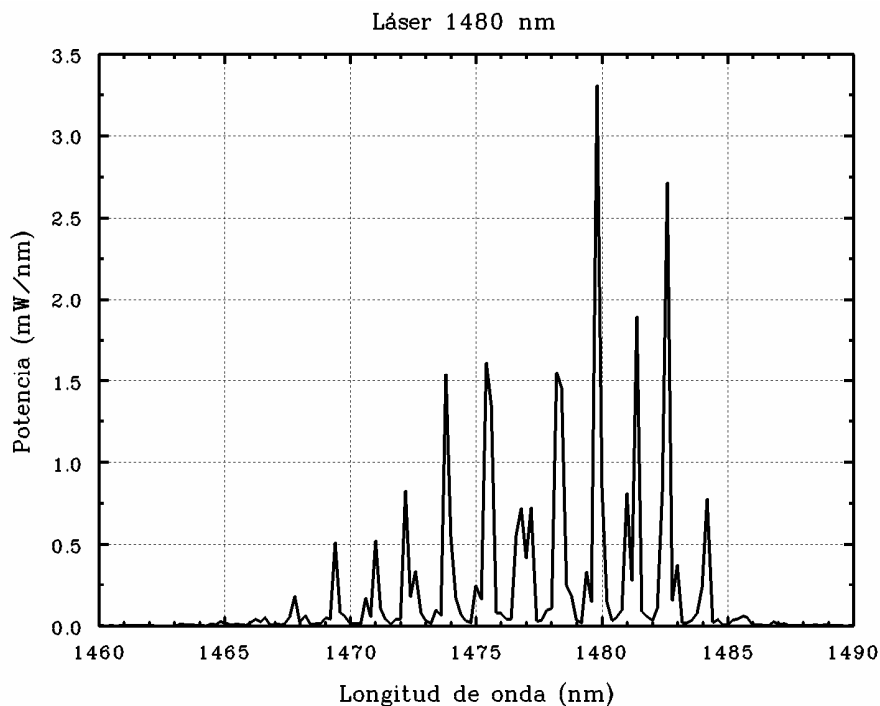
En nuestro intento de buscar un modelo que se adapte a cualquier tipo de configuración láser, construiremos cavidades láser donde el bombeo se produzca en las dos bandas más importantes del ion  $\text{Er}^{3+}$ , 980 y 1480 nm. Haremos hincapié en ésta última porque en ella la probabilidad de emisión desde el nivel excitado de bombeo no es nula, y si bien esto implica una mayor complejidad de cálculo, también es cierto que el modelo posee en estas circunstancias una mayor generalidad, lo cual da lugar a un mayor conocimiento de la dinámica de este tipo de osciladores. Los láseres de bombeo utilizados fueron tres, dos de 1480 nm y uno de 980 nm. Las características principales de los dos primeros las detallamos a continuación<sup>3</sup>.

- Láser de semiconductor InGaAsP/InP modelo 250-Type ASTROTEC 1.48 micras de AT&T Microelectronics (Fig. 5.17):
  - Potencia nominal máxima: 30 - 40 mW
  - Intensidad máxima: 500 mA
  - Espectro de emisión: 1460 - 1490 nm
  - Posee conector para acoplar la emisión a fibra (*pigtail*)
  - Sin aislador incorporado.
  
- Láser de 1.48 micras SD3F411P-Type de ANRITSU CORP (Fig. 5.18):
  - Potencia nominal máxima: 120 mW
  - Intensidad umbral: 30 mA y máxima: 500 mA
  - Longitud de onda central: 1475 nm
  - Anchura espectral: 4 nm a -20 dB y 500 mA
  - Posee conector acoplado a fibra de polarización mantenida
  - Lleva aislador incorporado de 30 dB y refrigerador Peltier.

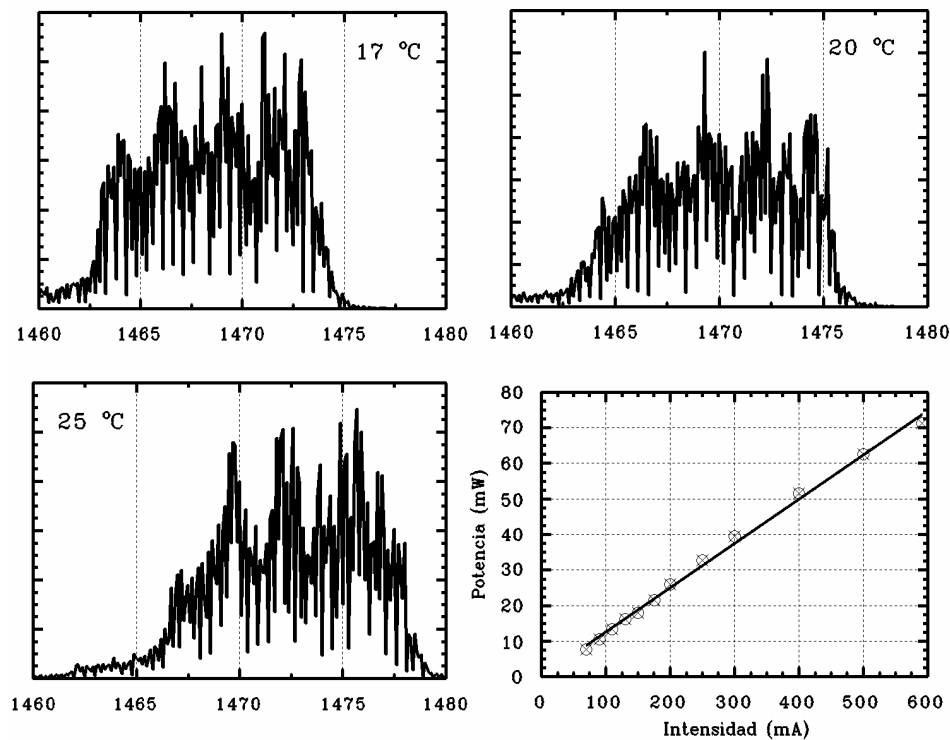
---

<sup>3</sup> Las del láser de 980 nm las detallaremos en el Apartado 5.4.

El láser de 1480 nm de AT&T fue el primero que utilizamos, (ver espectro de emisión en Figura 5.17), y siempre debía ir acompañado de aislador y atenuador, lo que reducía notablemente la potencia de bombeo introducida finalmente en la fibra dopada. No disponía de refrigerador, pero sí de sensor de temperatura, por lo que debíamos estar atentos a cualquier variación notable que pudiera alterar la emisión del láser. En la Figura 5.18 apreciamos la variación con la temperatura que sufre el espectro de emisión de láser de 1480 nm de Anritsu, lo cual nos puede dar una idea de la importancia de la invariabilidad de la temperatura. Este segundo láser se utilizó posteriormente con la intención de introducir una mayor potencia en la cavidad. Más moderno que el anterior, con aislador y refrigerador Peltier incorporados, se empleó haciendo uso de la propia fuente de alimentación (TD-6000) como atenuador, simplemente controlando la intensidad de alimentación y evitando así pérdidas de potencia. Aunque esto no es lo idóneo, un buen calibrado de la potencia de emisión del láser frente a la intensidad de alimentación utilizando un detector con filtro en la longitud de onda de interés puede evitar la inserción de un atenuador (Figura 5.18).



**Figura 5.17:** Espectro de emisión del láser de bombeo de 1480 nm de AT&T.

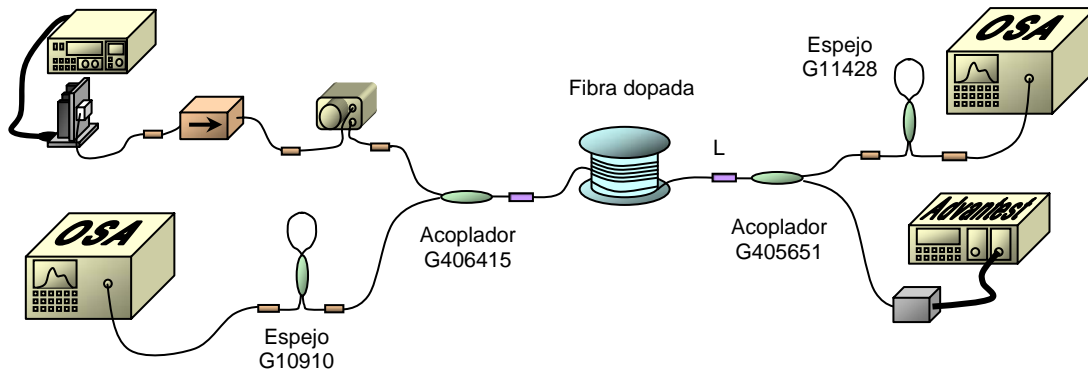


**Figura 5.18:** Espectros de emisión del láser de bombeo de 1480 nm de Anritsu para 17, 20 y 25 ° C de temperatura y dependencia de la potencia emitida con la intensidad de alimentación ajustada linealmente.

### 5.3.1 Láser con espejos todo fibra - todo fibra

En el primer montaje experimental que se realizó se utilizaron espejos formados a partir de acopladores en bucle<sup>4</sup>, con dos variaciones muy simples dentro de una misma configuración. La primera de ellas se representa en la Figura 5.19, donde podemos ver todos los elementos característicos de una configuración láser y de la que podemos destacar que la potencia de bombeo se introduce y extrae desde el interior de la cavidad mediante acopladores (G406415 y G405651 respectivamente). Es importante observar que todos los extremos de fibra tienen soldados conectores del tipo FC/PC, de forma que podemos intercambiar en cualquier momento el equipo de medida de potencia (detector Advantest), con el analizador de espectros ópticos (OSA).

<sup>4</sup> Los acopladores transformados en espejo son el G10910 y el G11428. Las características de estos espejos fueron detalladas en el Apartado 5.2.4.



**Figura 5.19:** Primera instalación experimental utilizada, diseñada con espejos tipo acoplador en bucle donde el bombeo se introduce y extrae desde el interior de la cavidad mediante acopladores.

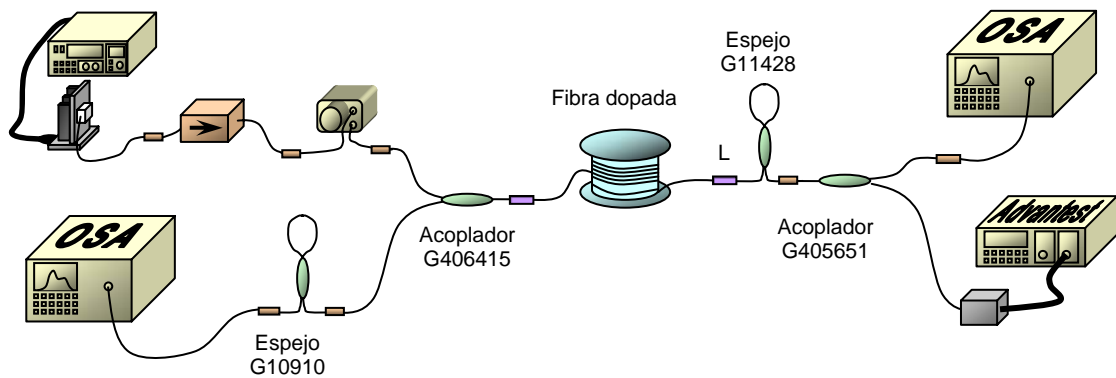
La segunda configuración diseñada se diferencia de la primera únicamente en el orden de los elementos, situando el acoplador G405651 después del espejo G11428 (Figura 5.20). Esta simple permutación debía suponer a priori una sustancial mejora, ya que la mayor parte del bombeo residual se refleja en el espejo y atraviesa de nuevo la fibra dopada, reutilizando el bombeo no absorbido. Por otro lado, el bombeo no reflejado atraviesa el espejo y se extrae ya fuera de la cavidad con el acoplador G405651. Este hecho supone la desaparición de un dispositivo del interior de la cavidad láser, lo que disminuye las pérdidas y se traduce directamente en un aumento de la eficiencia del sistema.

Podemos deducir de esta última configuración, la importancia que tiene conocer las pérdidas de la cavidad para estudiar el comportamiento de un láser. Por consiguiente, es interesante obtener los parámetros que nos proporcionan esta información, en nuestro caso las reflexiones efectivas. Para el montaje de la Figura 5.19, estos parámetros vienen dados por las siguientes expresiones<sup>5</sup>:

$$R_1^{ef} = S_{nd} \cdot T_{G406415}^a \cdot S_0 \cdot R_{G10910} \cdot S_0 \cdot T_{G406415}^b \cdot S_{nd} \quad (5.8)$$

$$R_2^{ef} = S_{nd} \cdot T_{G405651}^a \cdot S_0 \cdot R_{G11428} \cdot S_0 \cdot T_{G405651}^b \cdot S_{nd} \quad (5.9)$$

<sup>5</sup> Donde los superíndices *a* y *b* se introducen para diferenciar entre los dos sentidos de transmisión, (ida y vuelta).



**Figura 5.20:** Segunda variación al láser con espejos de acoplador en bucle. En esta instalación, la mayor parte del bombeo residual se refleja y se reintroduce en la fibra dopada, el resto atraviesa el espejo copropagante y se extrae posteriormente mediante un acoplador situado fuera de la cavidad.

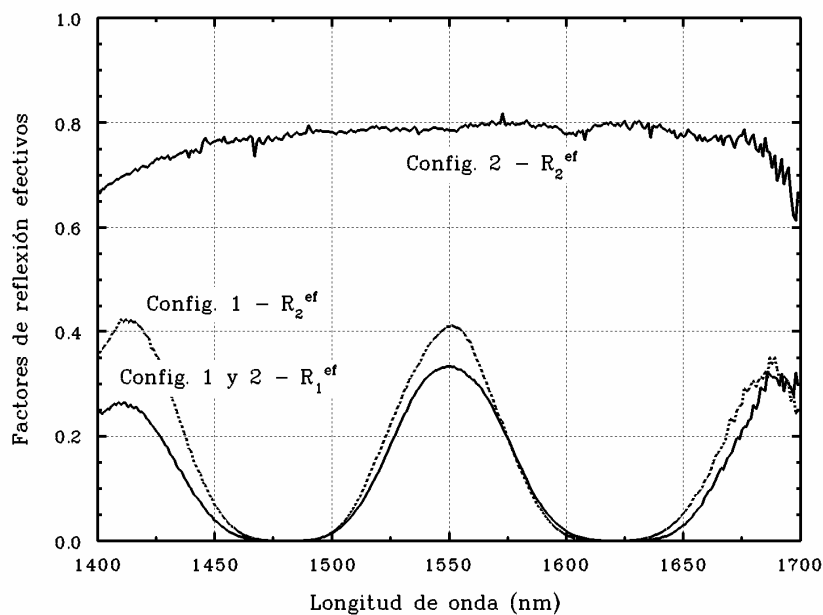
Para facilitar la notación, hemos llamado espejo 2 al espejo de salida de la fluorescencia copropagante y espejo 1 al de la contrapropagante, notación que aplicaremos de aquí en adelante. De la misma forma podemos deducir también las reflexiones efectivas del montaje correspondiente a la Figura 5.20, cuya variación con respecto al anterior montaje solamente afecta al segundo espejo, de forma que:

$$R_2^{ef} = S_{nd} \cdot R_{G11428} \cdot S_{nd} \quad (5.10)$$

En la Figura 5.21 se muestran las reflexiones efectivas de las dos configuraciones propuestas. En ella se puede apreciar claramente la forma sinusoidal que siguen algunas curvas debido a la influencia de los acopladores. Este tipo de espectros en las reflexiones efectivas delimita a una zona espectral estrecha la longitud de onda de oscilación del láser, ya que en los máximos del factor de reflexión es donde las pérdidas de la cavidad van a ser menores y donde, por tanto, éstas son compensadas antes por la ganancia.

Tras este análisis previo de las pérdidas de la cavidad, debemos hacer un chequeo exhaustivo del comportamiento de ambas configuraciones mediante medidas sistemáticas de todas las magnitudes implicadas. Así, tomaremos medidas de las potencias de fluorescencia copropagante y contrapropagante emitidas para un conjunto concreto de potencias de bombeo, repitiendo estas medidas para varias longitudes de fibra dopada; también estudiaremos los

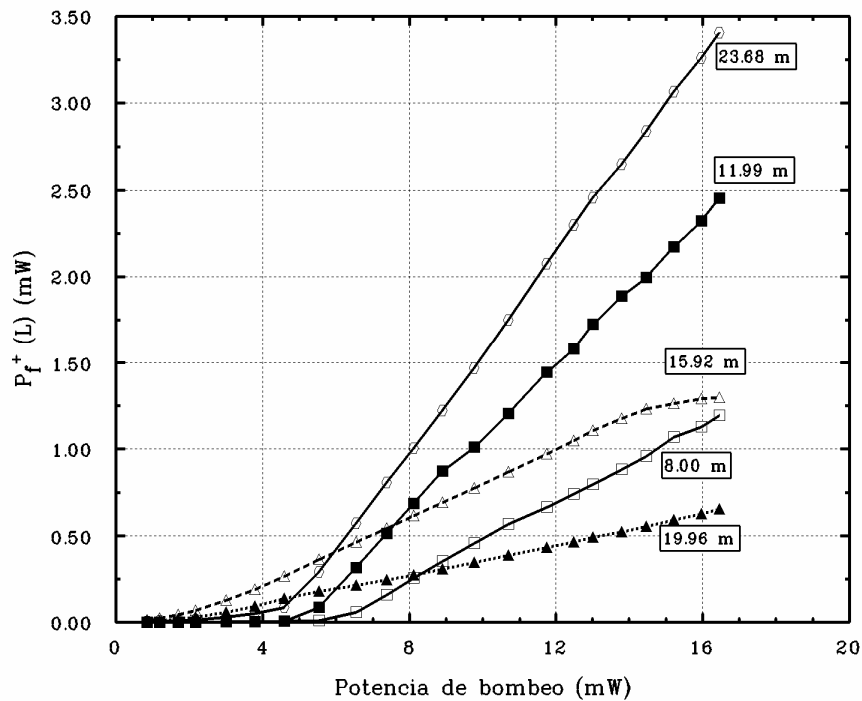
espectros de fluorescencia emitidos y anotaremos la longitud de onda de oscilación para cada una de estas combinaciones. Con estos datos, calcularemos posteriormente la eficiencia y la potencia umbral y efectuaremos estudios de su evolución con la longitud de fibra dopada.



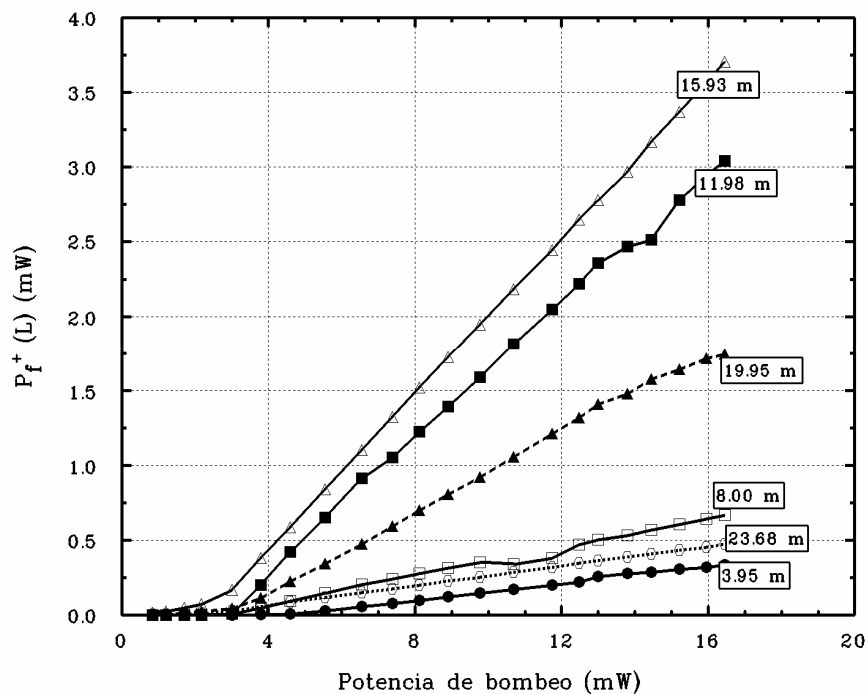
**Figura 5.21:** Factores de reflexión efectivos correspondientes a las configuraciones láser diseñadas en este apartado. La forma sinusoidal de algunas curvas es debida a los acopladores de bombeo.

Este conjunto de medidas que acabamos de describir, constituye un procedimiento experimental que proporciona la información necesaria para realizar las comparaciones teoría-experiencia que sean precisas, determinando a partir de ellas si un modelo teórico se ajusta al láser en estudio. Este procedimiento de trabajo será aplicado de aquí en adelante en todas las configuraciones láser que se diseñen.

Para el caso concreto de los montajes descritos en este apartado, podemos ver en las Figuras 5.22 y 5.23 las medidas correspondientes a las potencias de fluorescencia copropagante al final de la fibra dopada (punto  $L$  de las Figuras 5.19 y 5.20), en función de la potencia de bombeo introducida.



**Figura 5.22:** Potencia de fluorescencia copropagante al final de la fibra dopada en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.19. Cada curva corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



**Figura 5.23:** Potencia de fluorescencia copropagante al final de la fibra dopada en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.20. Cada curva corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



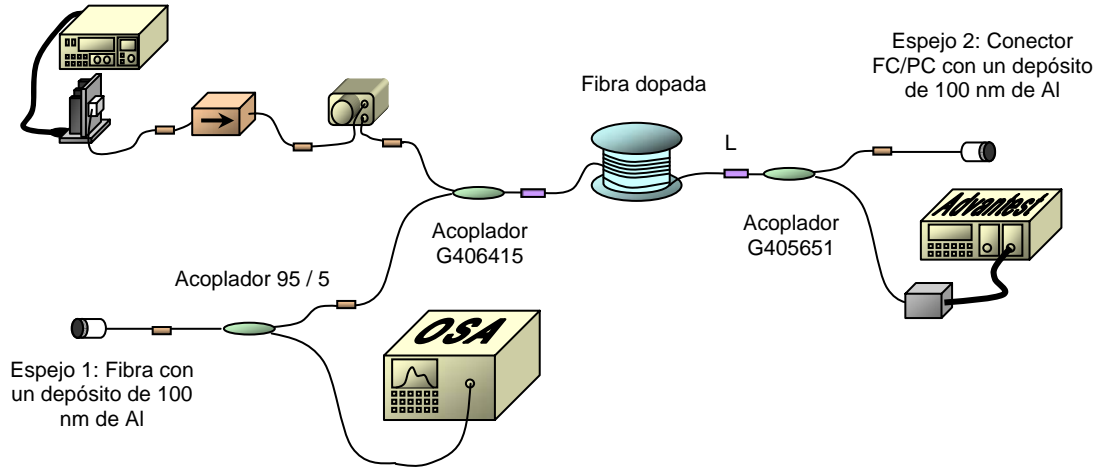
En estas curvas podemos observar potencias de fluorescencia mayores para la segunda configuración tal y como era de esperar, pero también algunas incongruencias que detallaremos a continuación. En primer lugar, es bien conocido que la relación entre la potencia de fluorescencia y la de bombeo una vez sobrepasado el umbral de oscilación, viene dada por una función lineal (expresión (4.20)). Sin embargo y a pesar de que los puntos experimentales corresponden al promedio de un conjunto de medidas, observamos que las curvas tienen notorias irregularidades. Por otra parte no es posible (Figura 5.22) que para una longitud de fibra dopada tengamos más eficiencia, para la siguiente menos, para la siguiente más... de forma oscilante, ya que según la expresión (4.22) la eficiencia aumenta progresivamente con la longitud de fibra dopada.

Las razones por las que se producen estas inestabilidades, podríamos encontrarlas en la dependencia del factor de reflexión y transmisión de este tipo de espejos con la polarización. Hemos de tener en cuenta, que en una instalación láser de fibra óptica con decenas de metros de longitud, el estado de polarización cambia en cada curva, soldadura o dispositivo. Así, cualquier mínima interacción con la instalación podría introducir un cambio en el radio de curvatura de la fibra, razón suficiente para que la polarización de la luz que llega a ambos espejos cambie y por consiguiente el factor de reflexión, lo que influye directamente en la eficiencia del sistema.

### **5.3.2 Láser con espejos de depósitos de aluminio**

En el siguiente montaje láser y para evitar problemas con el estado de polarización de la luz en la cavidad, decidimos utilizar espejos realizados con fibras en las que se ha depositado aluminio. Sin embargo, tal y como se detalló en el Apartado 5.2.4, estos espejos tienen una transmisión nula, y por lo tanto para extraer la potencia de fluorescencia de la cavidad deberemos hacer uso de un acoplador de división que en nuestro caso será de razón 95/5 (el 95% de la luz continua en la cavidad y el 5% restante se extrae). Por lo demás, la configuración resultante (Figura 5.24) es similar a las desarrolladas en el apartado anterior;

solamente destacar que para mejorar la reflectividad del espejo 2 se utilizó como base para la deposición un conector FC/PC pulido.



**Figura 5.24:** Configuración láser diseñada con espejos de depósito de aluminio donde la potencia de fluorescencia se extrae de la cavidad mediante un acoplador de razón 95/5.

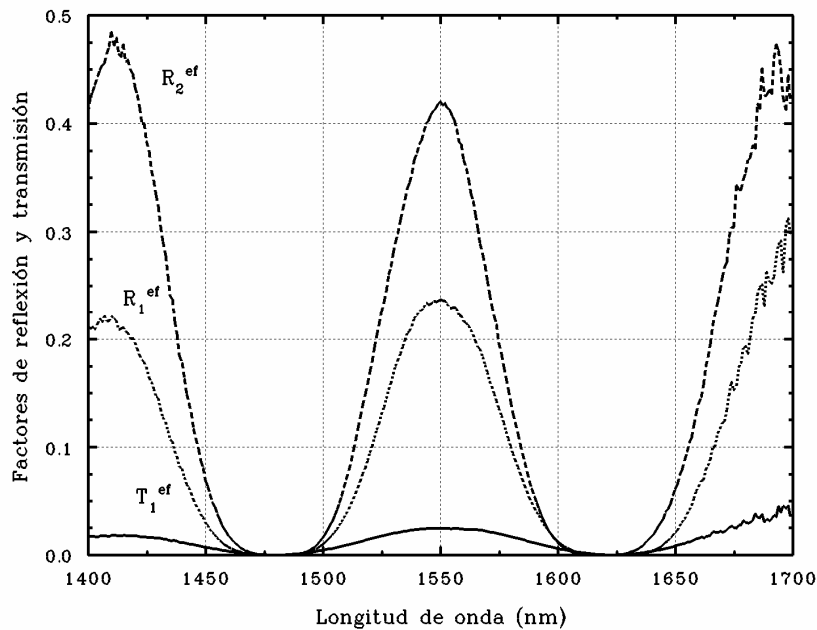
Las reflexiones efectivas para este montaje se muestran en la Figura 5.25, y vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$R_1^{ef} = S_{nd} \cdot T_{G406415}^a \cdot S_0 \cdot T_{95} \cdot S_0 \cdot R_1 \cdot S_0 \cdot T_{95} \cdot S_0 \cdot T_{G406415}^b \cdot S_{nd} \quad (5.11)$$

$$R_2^{ef} = S_{nd} \cdot T_{G405651}^a \cdot S_0 \cdot R_2 \cdot S_0 \cdot T_{G405651}^b \cdot S_{nd} \quad (5.12)$$

De la misma forma, podemos definir la transmisión efectiva como la transmisión que ve la potencia de fluorescencia desde que abandona la fibra dopada hasta que sale de la cavidad. Para la configuración de la Figura 5.24 sólo tendríamos transmisión efectiva para la fluorescencia contrapropagante, cuya expresión sería:

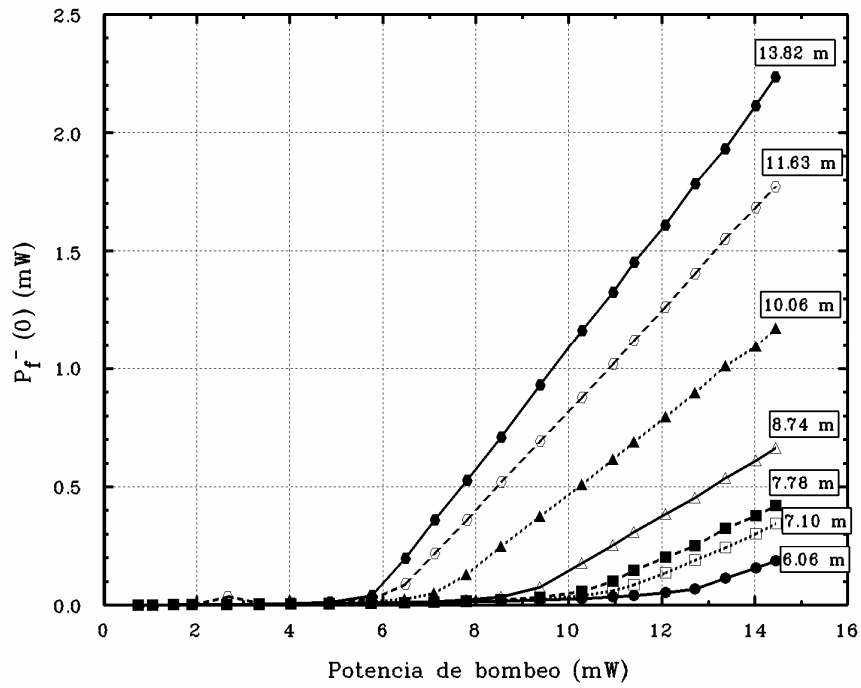
$$T_1^{ef} = S_{nd} \cdot T_{G406415} \cdot S_0 \cdot T_{95} \cdot S_0 \cdot R_1 \cdot S_0 \cdot T_5 \quad (5.13)$$



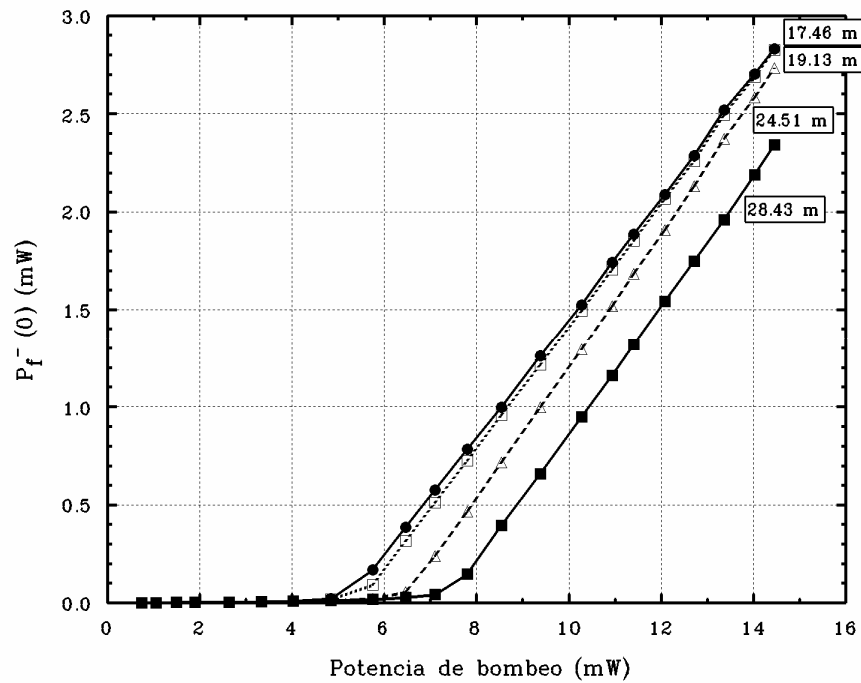
**Figura 5.25:** Factores de reflexión (líneas discontinuas) y de transmisión (línea continua) efectivos, correspondientes a las configuraciones láser de la Figura 5.24.

Una vez descrita la cavidad y siguiendo las pautas del apartado anterior, mostraremos curvas de las principales magnitudes involucradas en el láser, empezando por la potencia de fluorescencia (siempre contrapropagante dadas las características del montaje). Así, en las Figuras 5.26 - 5.27 se muestra la típica dependencia lineal entre las potencias de fluorescencia y de bombeo, con las rectas perfectamente definidas a diferencia del montaje del apartado anterior (Figuras 5.22 y 5.23). Podemos apreciar además que la eficiencia (pendiente de la recta) aumenta progresivamente con la longitud de fibra dopada, aunque su estancamiento a partir de un determinado valor y el aumento de la potencia umbral (ver evolución con mayor detalle en la Figura 5.28) producen una disminución en la potencia de fluorescencia resultante a partir de una determinada longitud que denominaremos *óptima* (Figura 5.29).

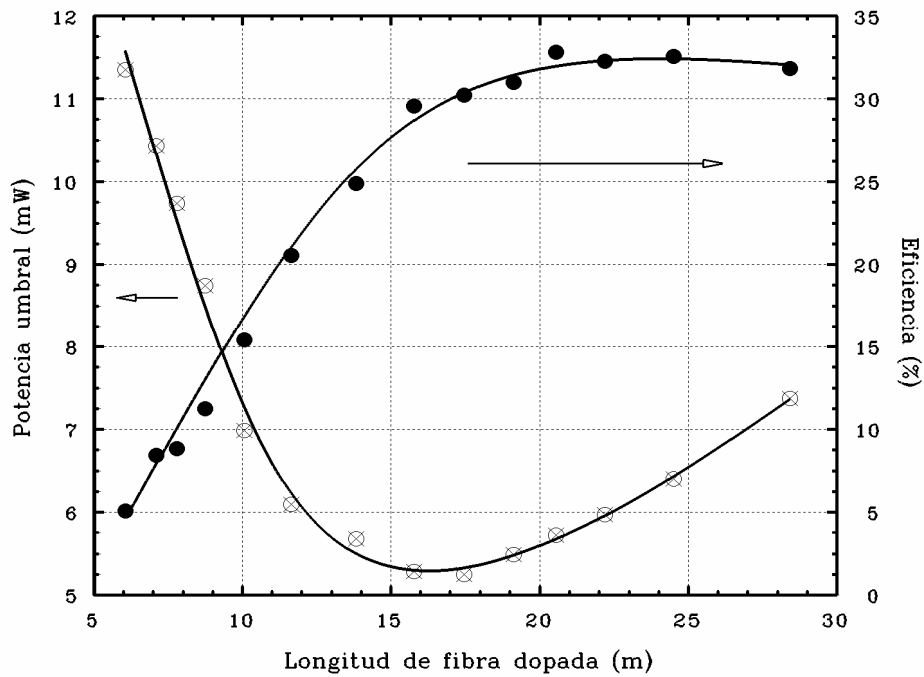
Siguiendo con la potencia de fluorescencia, mostramos en la Figura 5.30 espectros para cuatro longitudes de fibra dopada distintas y cuatro valores de la potencia de bombeo: dos rozando la potencia umbral, uno muy por debajo y otro muy por encima de ésta, intentando reflejar todas las posibilidades. Podemos observar en estas curvas el salto de longitud de onda de oscilación de un pico de ganancia (alrededor de 1530 nm) a otro (entorno a 1550 nm), así como la aparición de dos picos de oscilación láser separados unos pocos nanómetros entre sí.



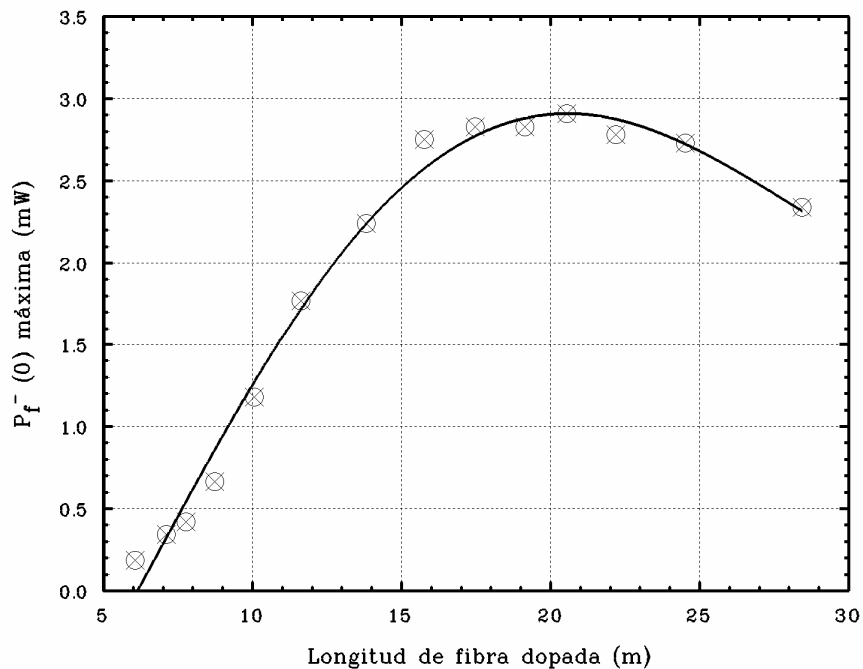
**Figura 5.26:** Potencia de fluorescencia contrapropagante al principio de la fibra dopada en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.24. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



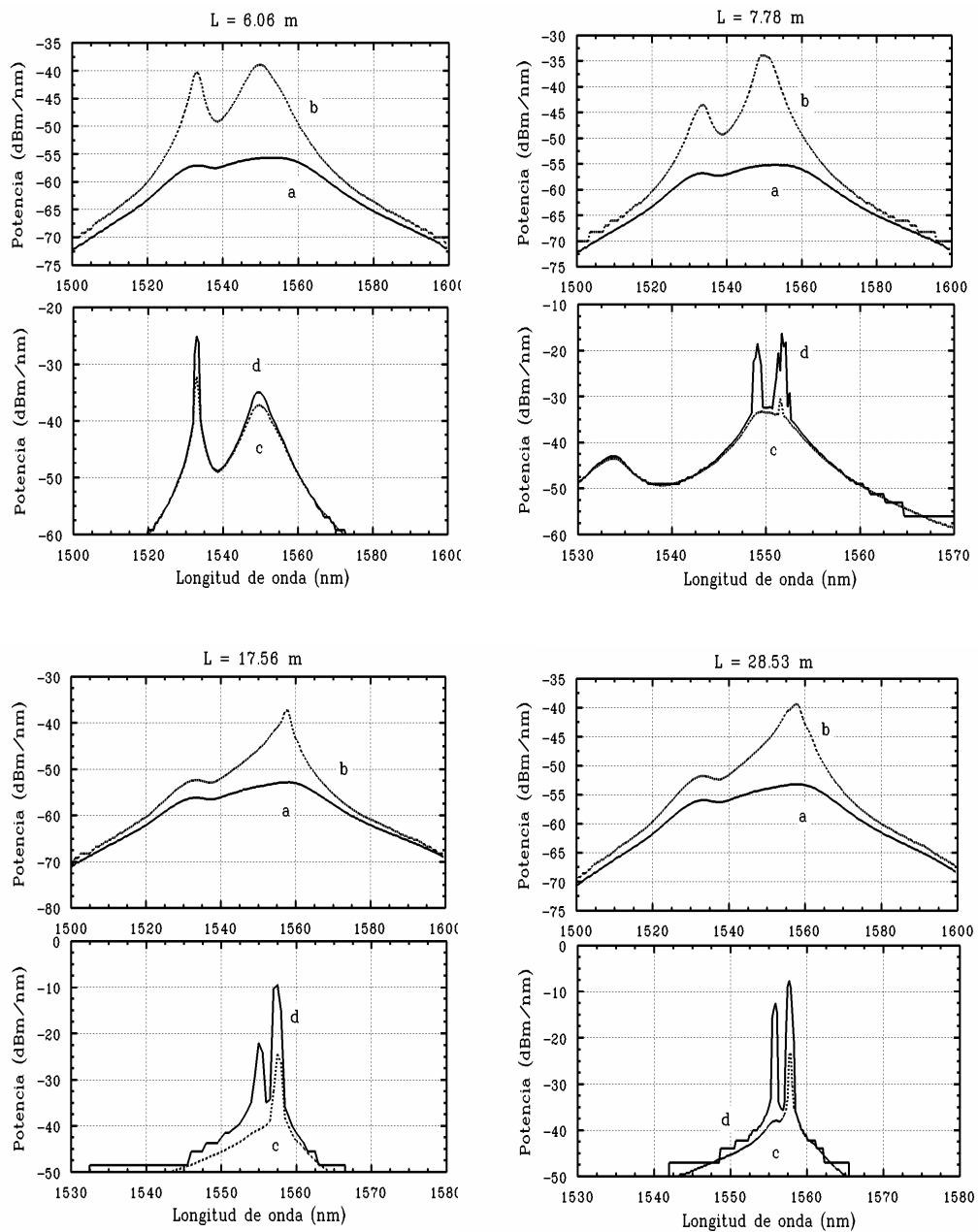
**Figura 5.27:** Potencia de fluorescencia contrapropagante al principio de la fibra dopada en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.24. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



**Figura 5.28:** Potencia umbral (círculos tachados) y eficiencia contrapropagante en  $z = 0$  (círculos rellenos) en función de la longitud de fibra dopada. Se muestran curvas ajustadas a los puntos experimentales para visualizar mejor la tendencia.



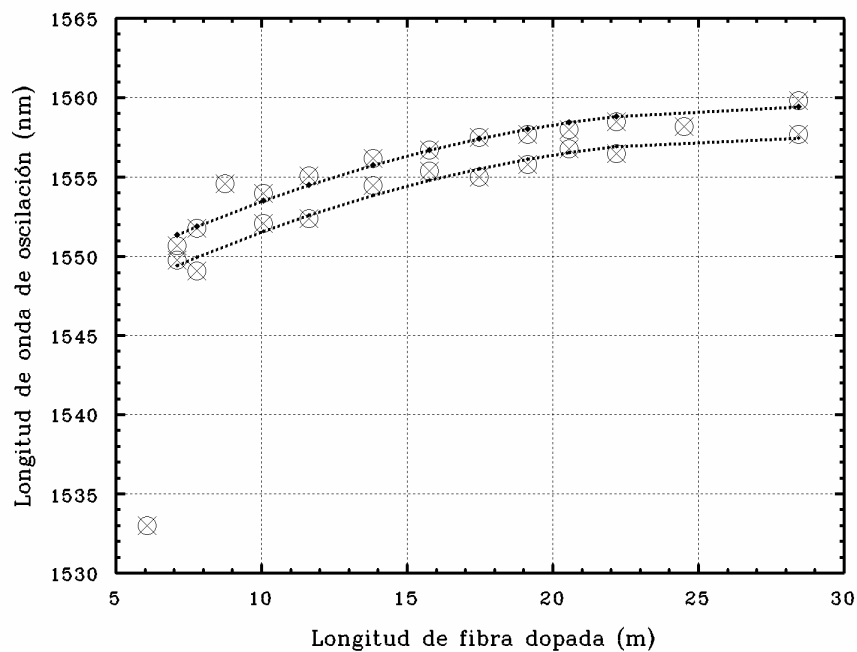
**Figura 5.29:** Potencia de fluorescencia contrapropagante para  $z = 0$  para bombeo máximo en función de la longitud de fibra dopada. Podemos apreciar la existencia de un máximo que determina el valor de la que definimos como *longitud óptima*.



**Figura 5.30:** Espectros de fluorescencia contrapropagante en  $z = 0$  para cuatro longitudes distintas (6.06, 7.78, 17.56 y 28.53 m). Los espectros están tomados para una potencia de bombeo: a) muy por debajo del umbral, b) justo por debajo del umbral, c) justo por encima y d) muy por encima de la potencia umbral.

La aparición de dos picos de oscilación láser tiene su origen según algunos autores [6] nuevamente en la polarización, y se debe a la degeneración que sufre el modo fundamental de propagación en dos modos ortogonales, uno para cada polarización, de forma que cada uno de ellos oscila independientemente. Así, cuando las pérdidas de la cavidad no dependen del

estado de polarización o son las mismas para los dos modos, observamos un único pico de oscilación. Si no es así, la diferencia entre las pérdidas que ve cada uno de ellos influye en las respectivas reflexiones efectivas y se traduce según (4.91) en diferentes longitudes de onda de oscilación. De esta forma observamos dos picos de fluorescencia cuya separación es proporcional a la diferencia que existe entre las pérdidas que ofrece la cavidad para cada modo. Además, como la potencia total no varía y cualquier pequeña perturbación en la instalación afecta tanto al estado de polarización de la luz como a las pérdidas que ofrece la cavidad para cada modo, se produce una competición continua entre ambos picos de manera que su potencia individual y la distancia entre ellos aumenta y disminuye sin cesar<sup>6</sup>.



**Figura 5.31:** Longitudes de onda de oscilación en función de la longitud de fibra dopada para el montaje de la Figura 5.24. Observamos que todas las longitudes presentan dos picos de oscilación excepto 6.06, 8.74 y 24.61 m. Se muestra un ajuste aproximado para ambos modos que refleja que la separación entre ellos es en promedio constante e igual a 2 nm.

<sup>6</sup> En la Figura 5.30 hemos reflejado instantes en los que ambos modos tenían un tamaño comparable para que fueran perfectamente visibles.

En la Figura 5.31 se muestran las longitudes de onda de oscilación observadas para cada longitud de fibra dopada. En el ajuste realizado para cada uno de los picos podemos observar que la separación entre ellos es en promedio constante e igual a 2 nm.

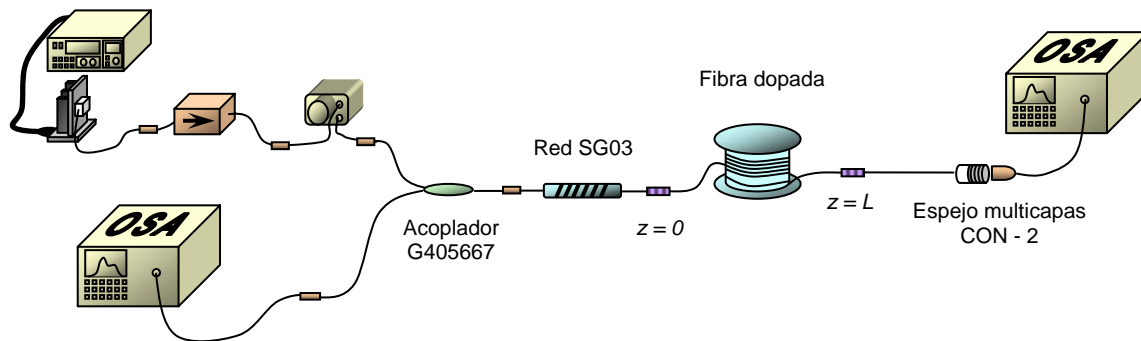
Aunque la aparición de dos picos de oscilación láser no se contempla en el modelo tal y como está desarrollado (más aún si son debidos a la polarización ya que sólo se consideran potencias y en ningún caso amplitudes o fases), sin embargo sí que sería posible incluir un factor de pérdidas que dependiera de la polarización y considerar el sistema equivalente a dos láseres oscilando con distintas pérdidas cada uno, de forma que la suma de las dos potencias resultantes fuera constante e igual a la proporcionada por el modelo sin modificar. De esta forma, obtendríamos un modelo que resolvería un sistema equivalente al real pero con dos limitaciones importantes: por un lado el desconocimiento sobre la proporción de potencia total aportada a cada modo de polarización, que aun conocida y dada la competición permanente existente entre ellos proporcionaría una solución válida únicamente para un instante dado; y por otra parte, el calibrado de las pérdidas para ambos modos de polarización en una cavidad láser de decenas de metros de longitud es muy complicado, ya que cualquier variación en la geometría de la instalación alteraría el valor de estos calibrados.

En la literatura observamos que para evitar estos efectos, tanto el de la aparición de dos picos de oscilación como el de la alta PDL (pérdidas dependientes de la polarización) del montaje de la Figura 5.19, se introducen controladores de polarización en las cavidades láser [7-9]. Con ellos es posible modificar el estado de polarización de la cavidad hasta obtener el efecto deseado: o bien que aparezca un solo pico de oscilación láser, o bien que la potencia de salida sea máxima. Sin embargo, podemos comprobar que el manejo de estos controladores de polarización es arbitrario, sin averiguar qué tipo de modificaciones se están produciendo exactamente en la cavidad y basándose únicamente en reglas empíricas. Por ello decidimos no incluir en nuestras instalaciones este tipo de dispositivos, ya que modifican de manera indeterminada el comportamiento del oscilador.



### 5.3.3 Láser con espejos red de Bragg - multicapas

La introducción de redes de Bragg como al menos uno de los espejos, ofrece la posibilidad de introducir la potencia de bombeo desde el exterior de la cavidad, de forma que disminuyen notablemente las pérdidas. Además, al tratarse de un filtro espectral muy estrecho (aproximadamente 0.2 nm), confinamos la longitud de onda en la que el láser va a oscilar y evitamos la aparición de los dos picos de oscilación mencionados en el apartado anterior.



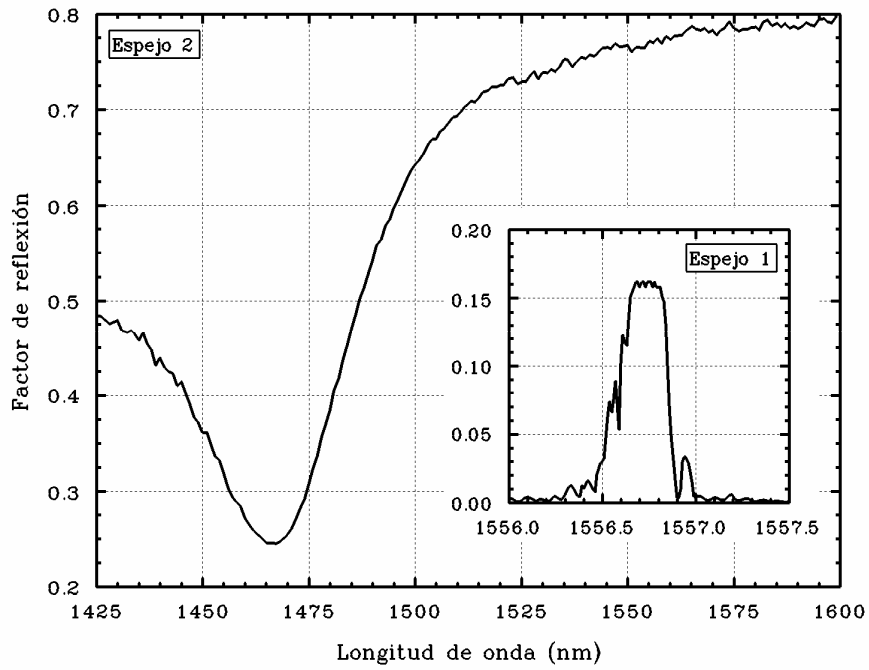
**Figura 5.32:** Configuración láser diseñada con una red de Bragg y un espejo de depósito de multicapas donde el bombeo se introduce desde fuera de la cavidad.

En este montaje experimental combinamos la introducción de una red de Bragg (SG03) con un espejo construido por deposición de multicapas (CON2), tal y como indica la Figura 5.32. En ella podemos apreciar la ausencia de dispositivos entre los espejos y la fibra dopada, por lo que las reflexiones efectivas, que vienen dadas por:

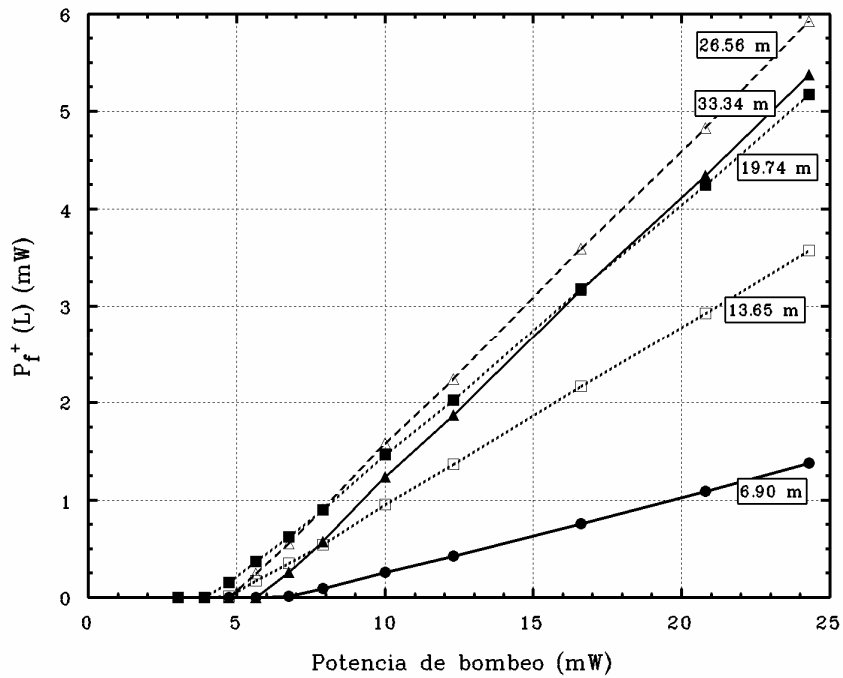
$$R_1^{ef} = S_{nd} \cdot R_{SG03} \cdot S_{nd} \quad (5.14)$$

$$R_2^{ef} = S_{nd} \cdot R_{MCap} \cdot S_{nd} \quad (5.15)$$

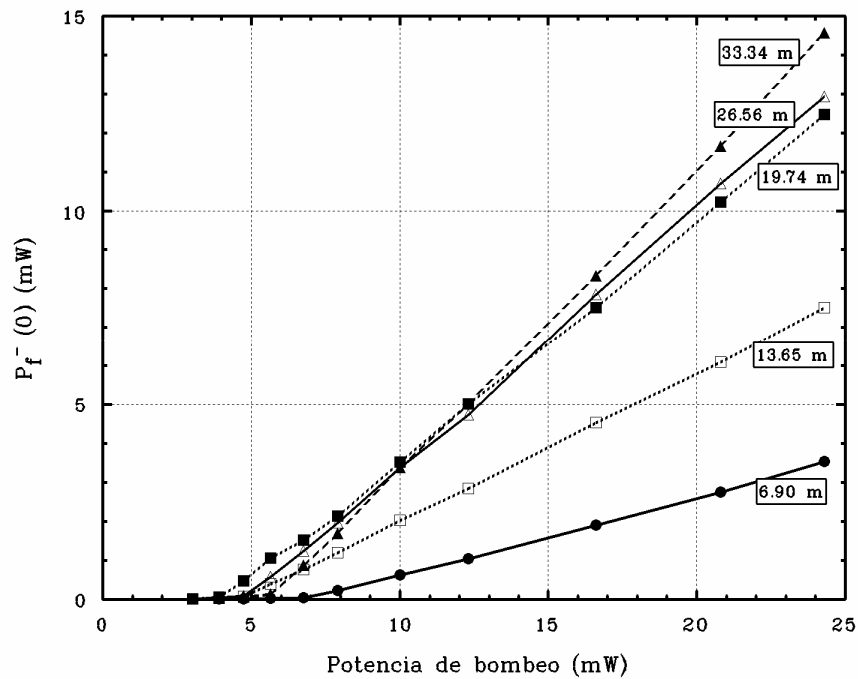
son directamente las de los espejos a falta de incluir la transmisión de las soldaduras (su espectro se muestra en la Figura 5.33). Con esta configuración, el láser sólo puede oscilar en la longitud de onda determinada por la red de Bragg (1556.75 nm), sea cual sea la longitud de fibra dopada. Los resultados de las medidas de potencia efectuadas para las diferentes magnitudes involucradas, así como las correspondientes eficiencia, potencia umbral y potencia máxima se muestran en las Figuras 5.34 a 5.39.



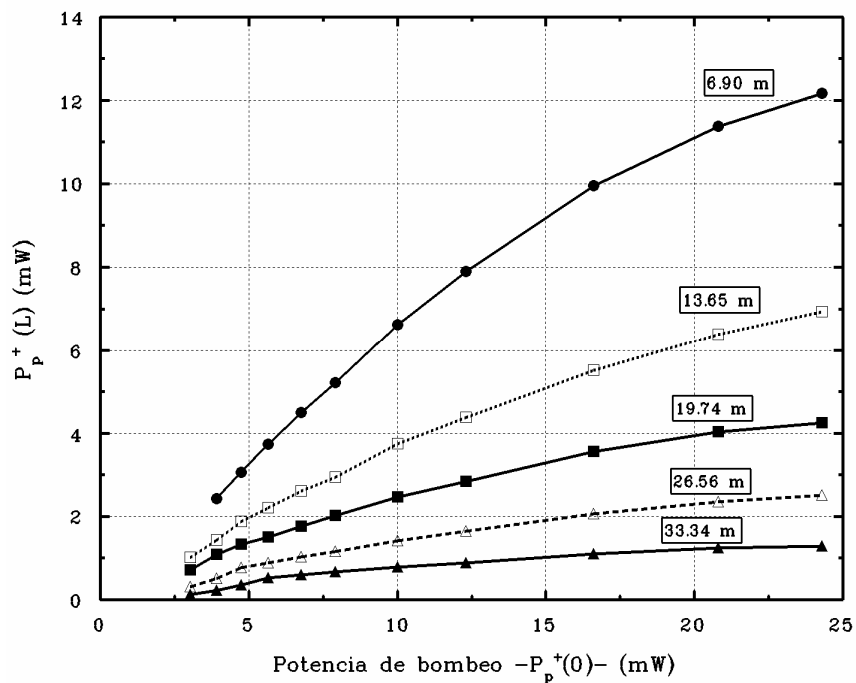
**Figura 5.33:** Factores de reflexión efectivos correspondientes a los espejos de la configuración láser diseñada en este apartado.



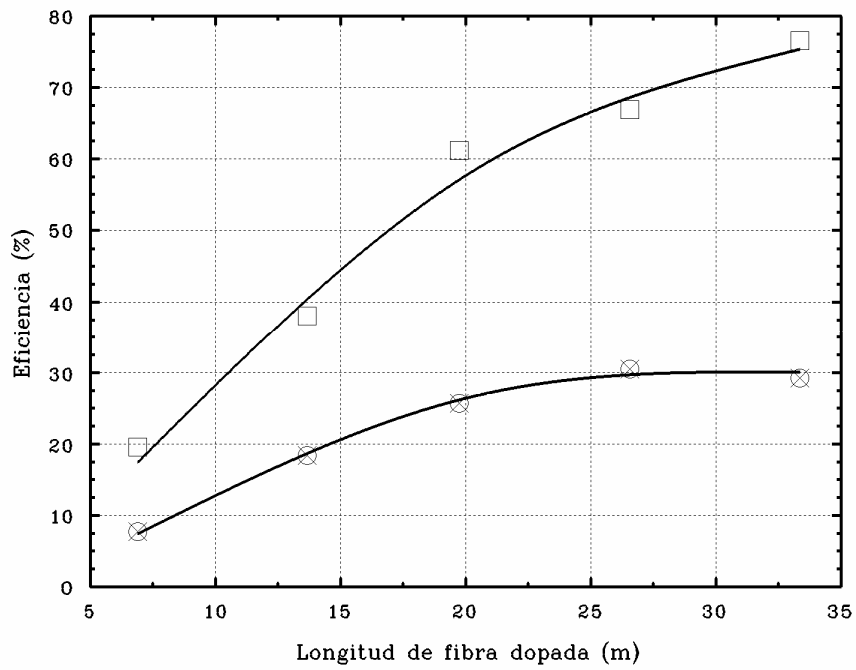
**Figura 5.34:** Potencia de fluorescencia copropagante en  $z = L$  en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.32. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



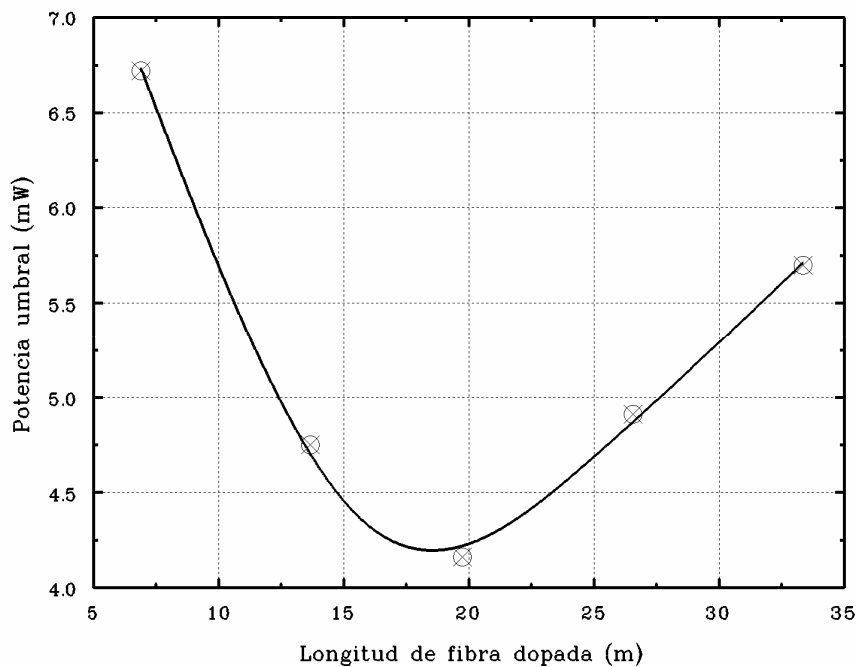
**Figura 5.35:** Potencia de fluorescencia contrapropagante en  $z = 0$  en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.32. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



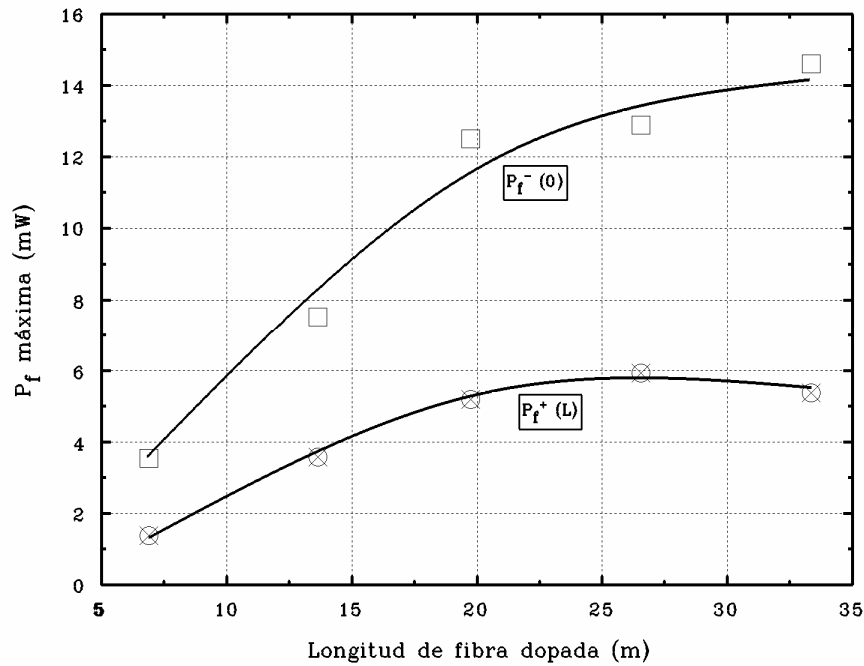
**Figura 5.36:** Potencia de bombeo copropagante en  $z = L$  en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.32. Cada curva corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



**Figura 5.37:** Eficiencia copropagante (círculos tachados) y contrapropagante (cuadrados) en el interior de la cavidad en función de la longitud de fibra dopada. Las curvas corresponden a ajustes matemáticos que intentan facilitar el seguimiento de la evolución.



**Figura 5.38:** Potencia umbral de bombeo en función de la longitud de fibra dopada. La curva corresponde a un ajuste matemático que intenta facilitar el seguimiento de la evolución.



**Figura 5.39:** Potencia de fluorescencia copropagante (círculos tachados) y contrapropagante (cuadrados) que se obtienen para máximo bombeo en los extremos de la fibra dopada en función de la longitud de fibra dopada. Las curvas corresponden a un ajuste matemático que intenta facilitar el seguimiento de la evolución.

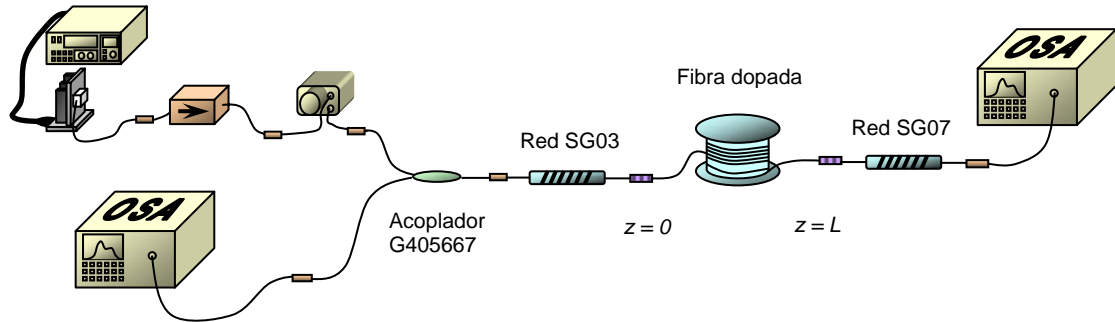
En las tres últimas gráficas hemos incluido curvas que provienen de ajustes matemáticos<sup>7</sup> de las medidas experimentales, para facilitar de esta manera el seguimiento de su evolución. Gracias a ellas apreciamos un comportamiento típico en la eficiencia y el umbral, si bien en la primera podemos observar que la suma de ambas eficiencias (co- y contrapropagante) en el interior de la cavidad<sup>8</sup> es superior al 100%, lo que en principio violaría la conservación de la potencia. Esto es debido a que parte del bombeo copropagante en  $z = L$  (conocido como bombeo residual) es reflejado en el espejo 2 y se reintroduce en la fibra dopada como bombeo contrapropagante, de forma que la potencia de bombeo introducida en la cavidad es en realidad mayor que la considerada inicialmente e introducida en el cálculo de la eficiencia.

<sup>7</sup> Se han empleado ajustes del tipo “cubic spline” con distinto número de nodos.

<sup>8</sup> Todas las gráficas proporcionan datos de potencias experimentales en los extremos de la fibra dopada, justo antes de las soldaduras.

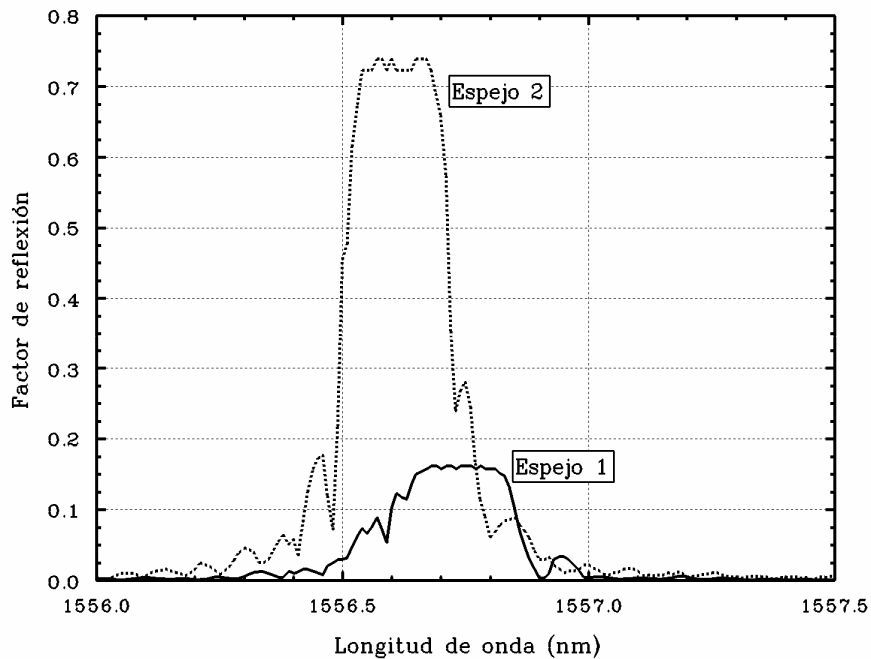
### 5.3.4 Láser con espejos red de Bragg - red de Bragg

Siguiendo el mismo esquema del apartado anterior, incluimos en esta ocasión como espejo 2 una segunda red de Bragg (SG07), tal y como se aprecia en la siguiente figura:



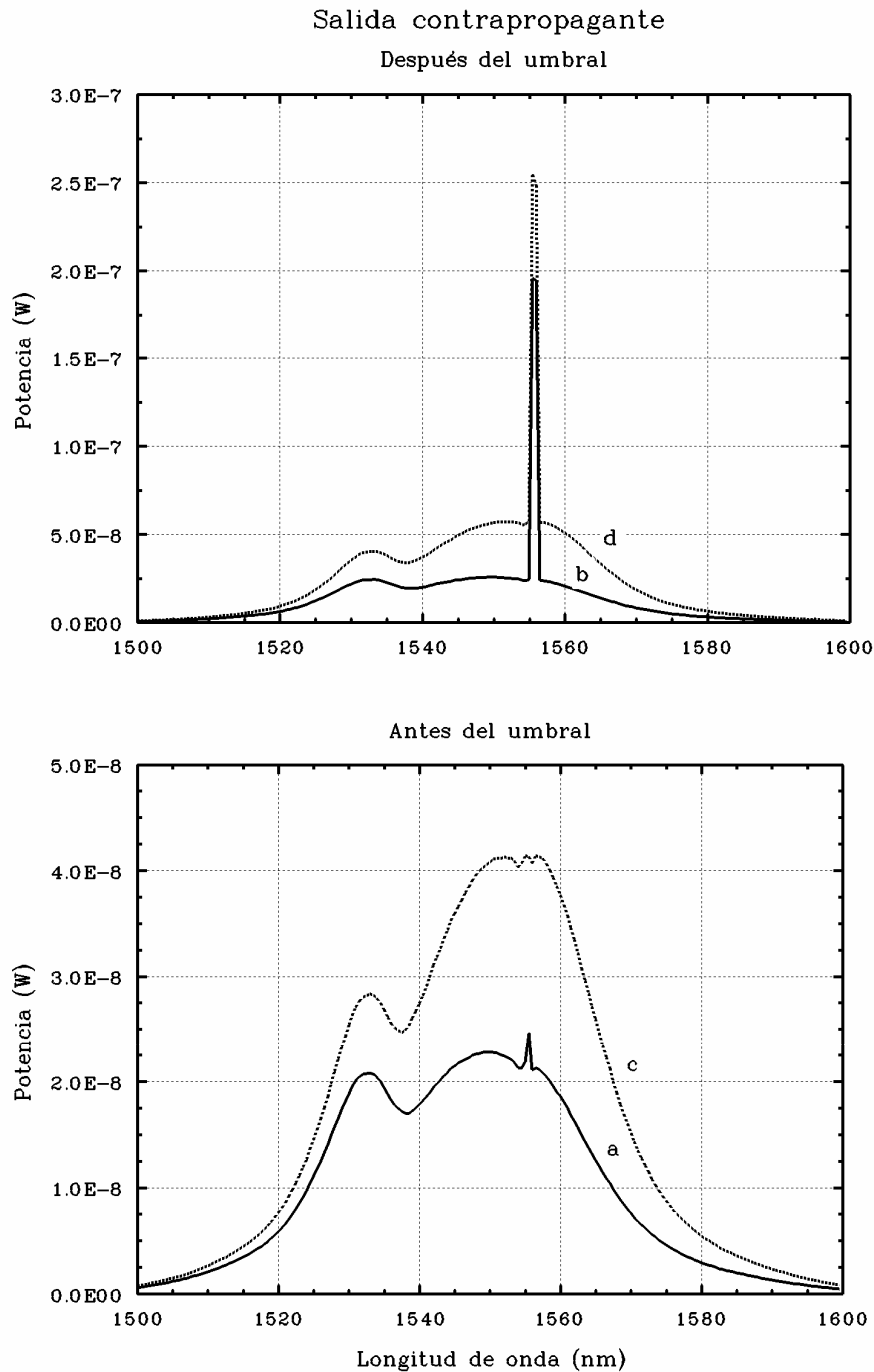
**Figura 5.40:** Configuración láser diseñada con dos redes de Bragg donde la potencia de bombeo se introduce desde el exterior de la cavidad.

En esta configuración, las reflexiones efectivas vienen dadas simplemente por el factor de reflexión de las redes modificado por el factor de transmisión de las soldaduras con la fibra dopada, y su espectro es el que sigue:

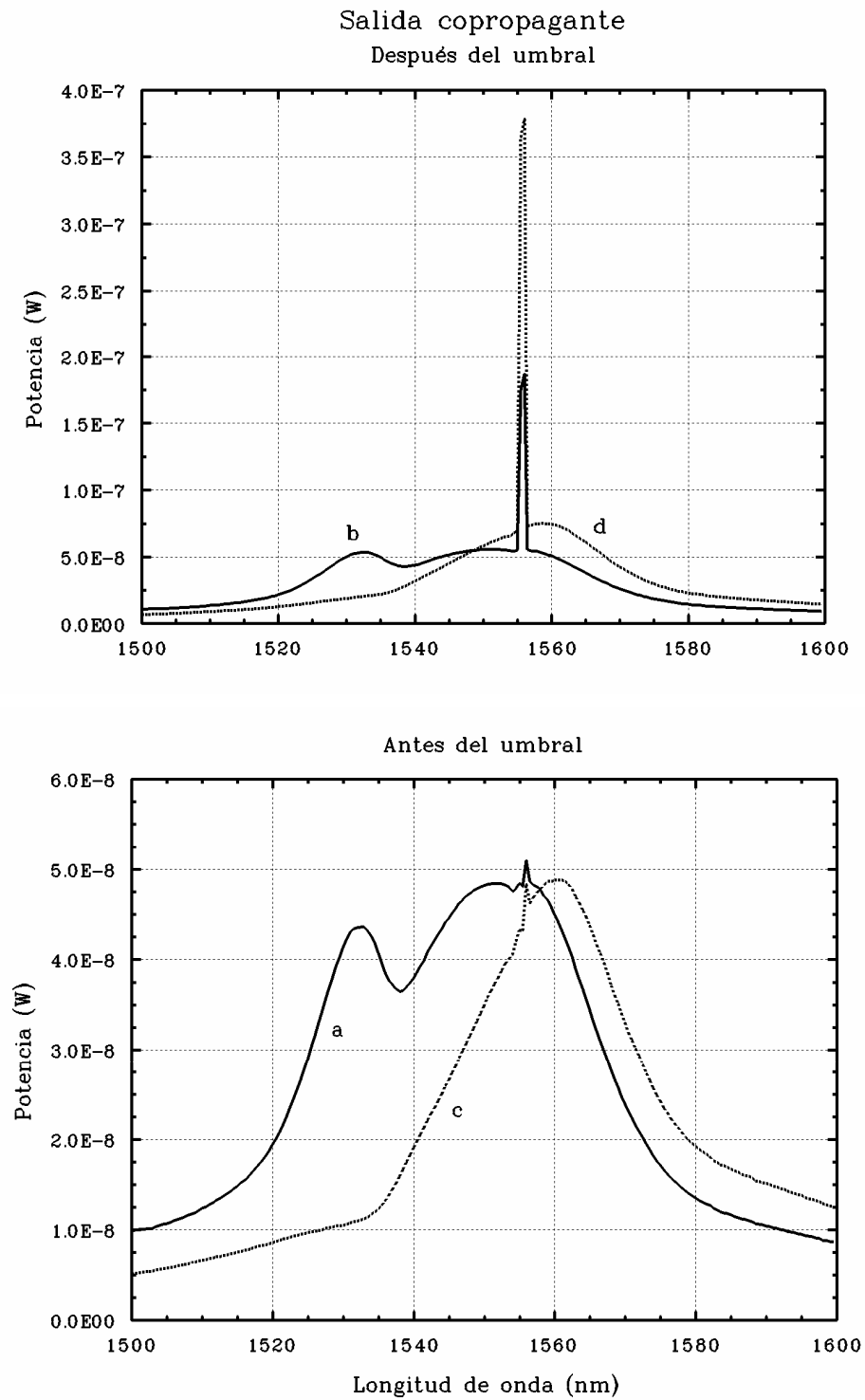


**Figura 5.41:** Factores de reflexión efectivos correspondientes a los espejos de la configuración de la Figura 5.40.

En este caso la longitud de onda de oscilación viene determinada por la intersección de ambos espectros y es de 1556.68 nm para cualquier longitud de fibra dopada, dando lugar a espectros de fluorescencia como los que se muestran a continuación:



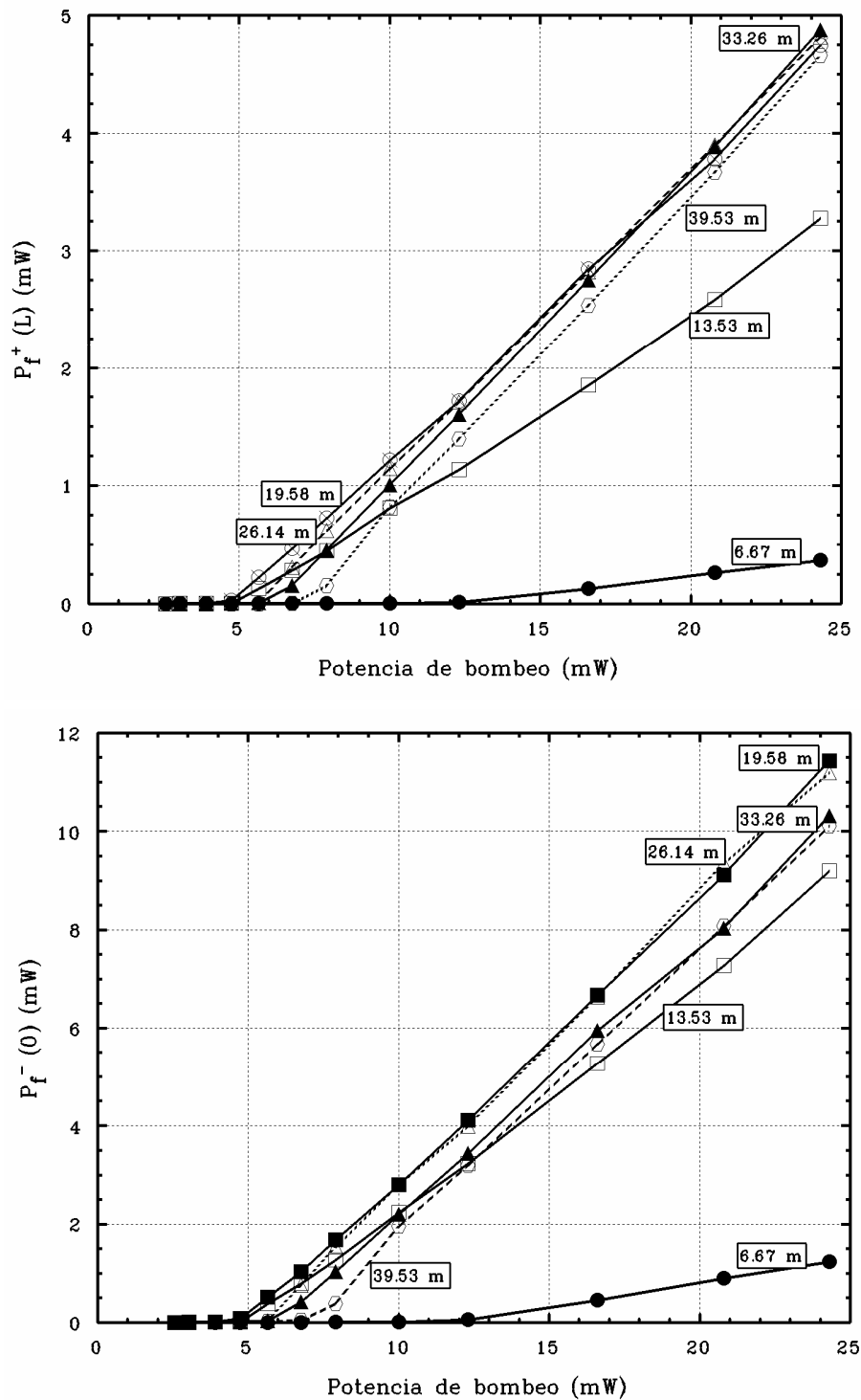
**Figura 5.42:** Espectros de potencia de fluorescencia contrapropagante justo antes y después del umbral de oscilación para longitudes  $L = 13.53\text{ m}$  (línea continua) y  $L = 26.14\text{ m}$  (línea discontinua) y potencias de bombeo  $P_p(0)$ : a) 4.57 mW; b) 5.01 mW; c) 4.79 mW; y d) 5.53 mW. Resolución espectral: 1nm.



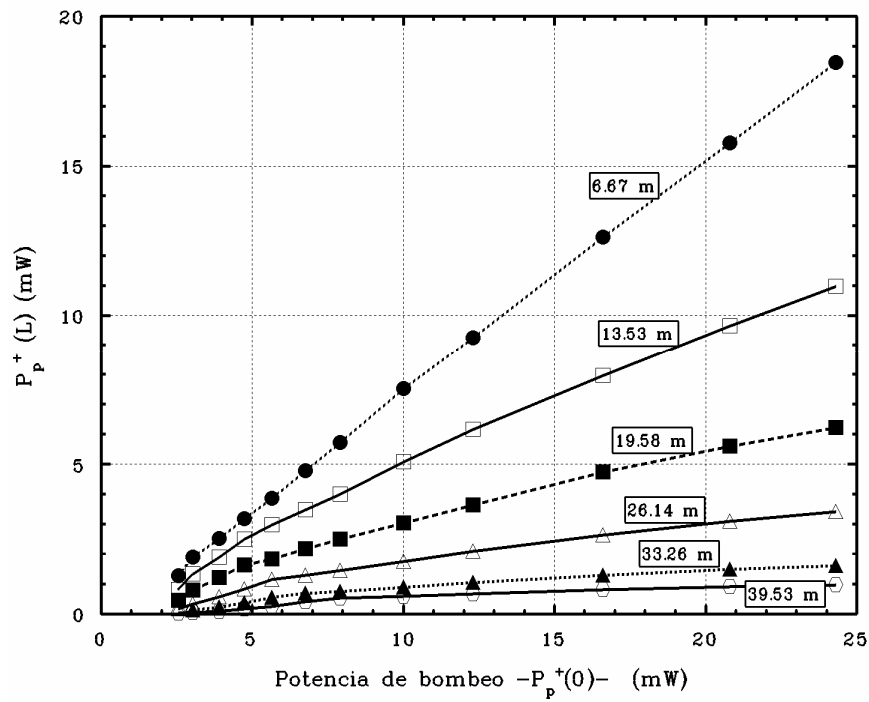
**Figura 5.43:** Espectros de potencia de fluorescencia copropagante justo antes y después del umbral de oscilación para longitudes  $L = 13.53 \text{ m}$  (línea continua) y  $L = 26.14 \text{ m}$  (línea discontinua) y potencias de bombeo  $P_p(0)$ : a) 4.57 mW; b) 5.01 mW; c) 4.79 mW; y d) 5.53 mW. Resolución espectral:  $1 \text{ nm}$ .



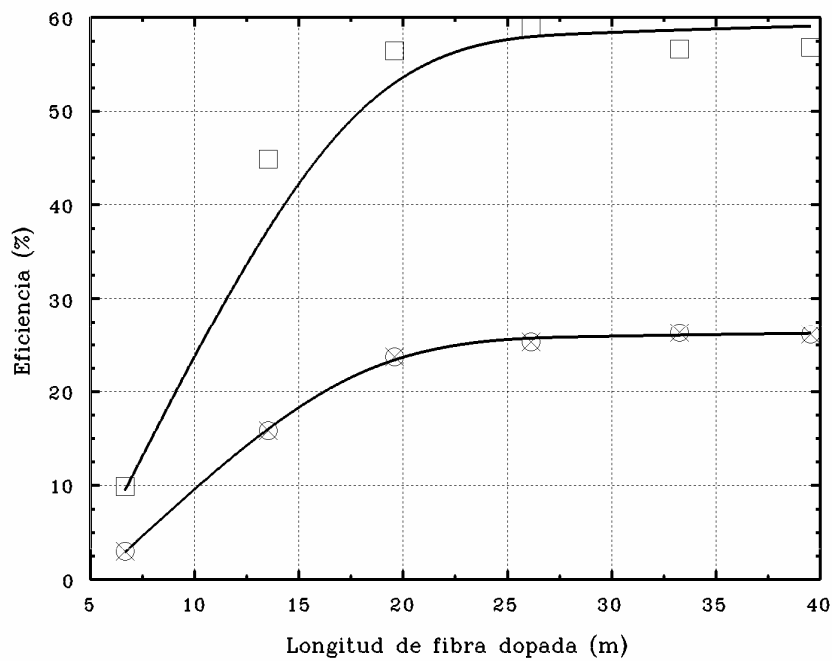
El resto de medidas de potencia de fluorescencia y de bombeo y los correspondientes umbral, eficiencia y potencia máxima se muestra en las siguientes gráficas:



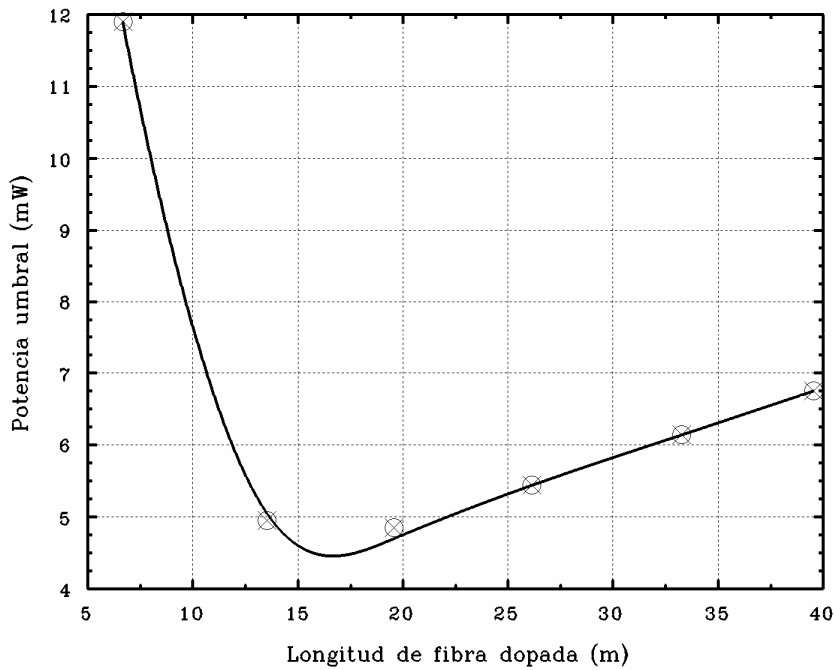
**Figura 5.44:** Potencias de fluorescencia co- y contrapropagante en los extremos de la fibra dopada en función de la potencia de bombeo introducida. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



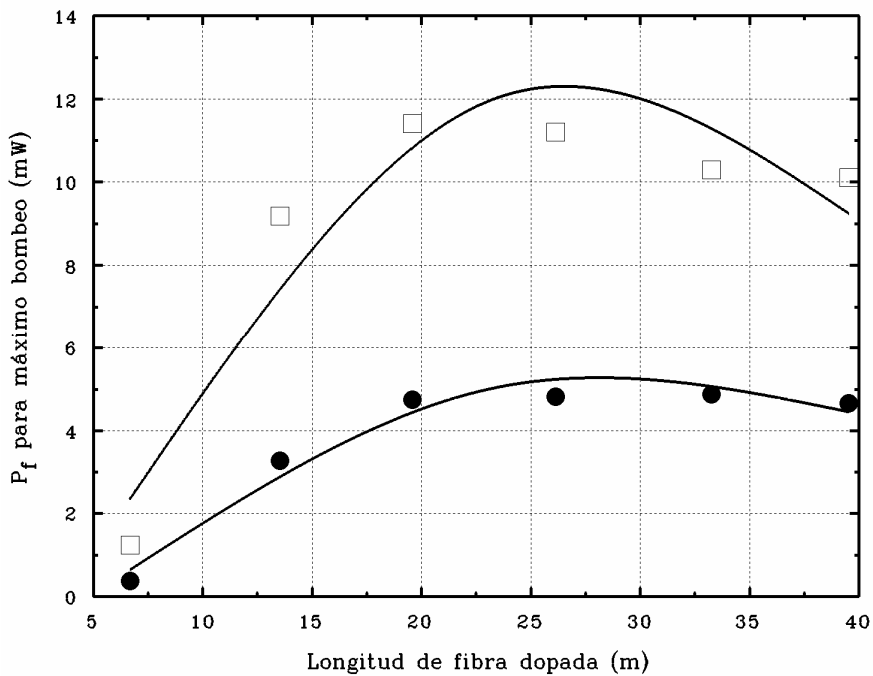
**Figura 5.45:** Potencia de bombeo en  $z = L$  en función de la potencia de bombeo introducida. Cada curva corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



**Figura 5.46:** Eficiencia copropagante (círculos tachados) y contrapropagante (cuadrados) en el interior de la cavidad en función de la longitud de fibra dopada. Las curvas corresponden a ajustes matemáticos que intentan facilitar el seguimiento de la evolución.



**Figura 5.47:** Potencia umbral de bombeo en función de la longitud de fibra dopada. La curva corresponde a un ajuste matemático que intenta facilitar el seguimiento de la evolución.

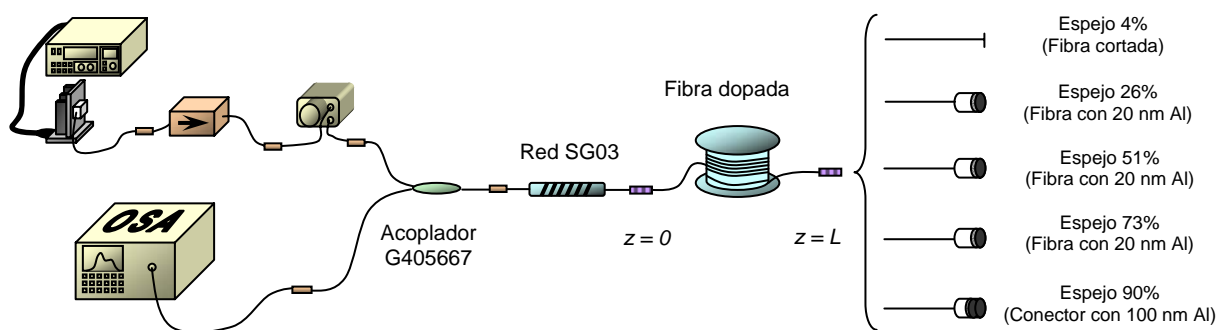


**Figura 5.48:** Potencia de fluorescencia copropagante (círculos rellenos) y contra-propagante (cuadrados) que se obtienen para máximo bombeo en los extremos de la fibra dopada en función de la longitud de fibra dopada. Las curvas corresponden a un ajuste matemático que intenta facilitar el seguimiento de la evolución.

Como contrapartida al montaje del apartado anterior, podemos destacar que la suma de las eficiencias (Figura 5.46) es menor del 100%, ya que en este caso no existe bombeo reflejado que se reintroduzca en la fibra dopada.

### 5.3.5 Láser con espejos red de Bragg - depósito de aluminio. Estudio con la reflexión

Vistos los buenos resultados que proporciona el esquema láser de las Figuras 5.32 y 5.40, trataremos en este apartado de sacar provecho de él y elaborar un estudio del comportamiento del láser con el factor de reflexión. Para ello utilizaremos fibras en las que se han depositado 20 nm de aluminio, y que por diversas razones<sup>9</sup> presentan factores de reflexión distintos (concretamente 26%, 51% y 73%). Además introduciremos como espejo de alta reflexión un conector FC/PC con 100 nm de deposición<sup>10</sup> (90%), y para el estudio de bajas reflectividades bastará con una fibra bien cortada y limpia, cuyo factor de reflexión por diferencia de índices con el aire es de aproximadamente un 4%. El montaje, ver Figura 5.49, no permite extraer la fluorescencia copropagante debido principalmente a la absorción del aluminio, por lo que el estudio se ve limitado únicamente a la fluorescencia contrapropagante.

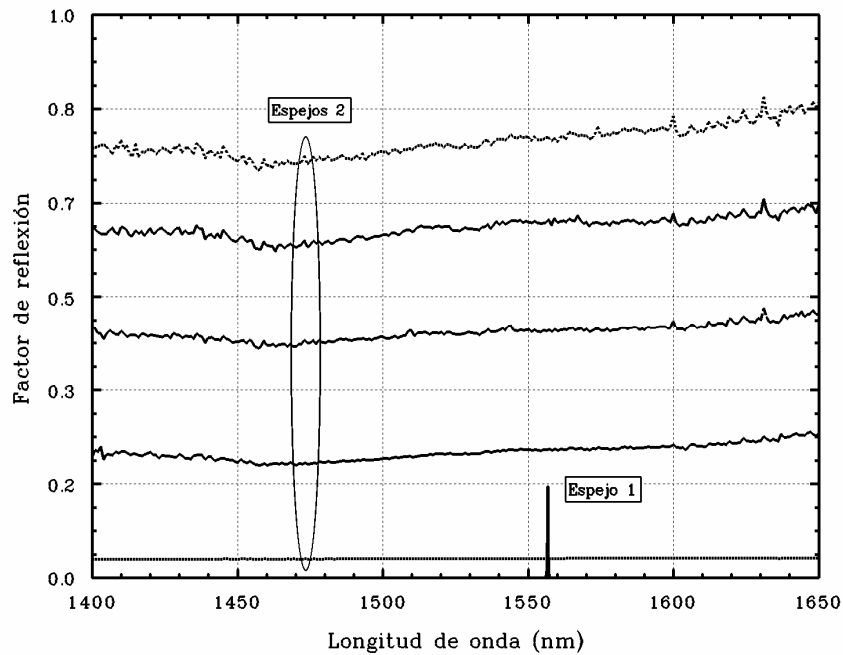


**Figura 5.49:** Configuración láser similar a la utilizada en apartados anteriores donde introduciremos espejos con distintos factores de reflexión.

El espectro de las reflexiones efectivas una vez incluida la influencia de las soldaduras se muestra en la Figura 5.50, y sus valores en  $\lambda_l$  (1556.75 nm) son: 3.4, 23, 44, 63 y 78%.

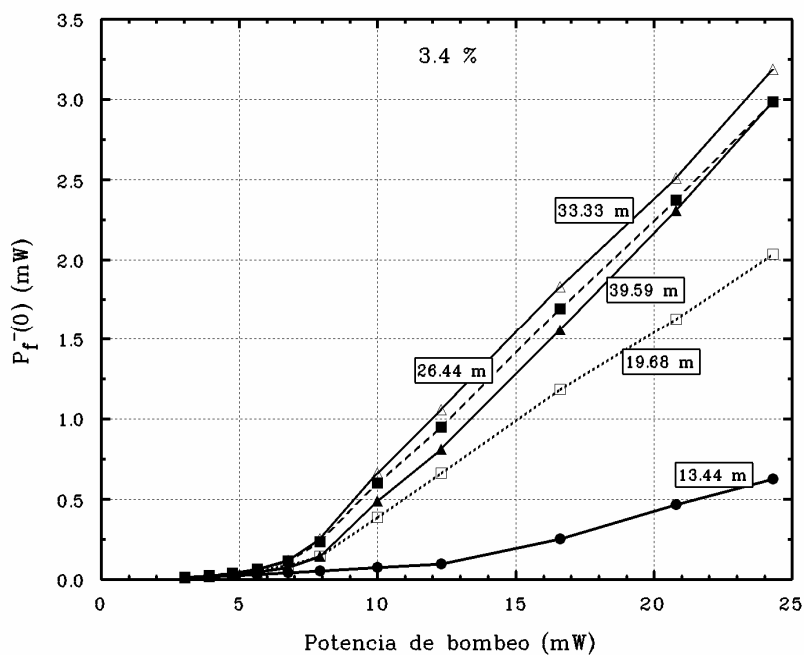
<sup>9</sup> Principalmente la falta de perpendicularidad en el corte (ver Apartado 5.2.4 y Figura 5.12).

<sup>10</sup> Ya utilizado como espejo 2 en la configuración de la Figura 5.24.

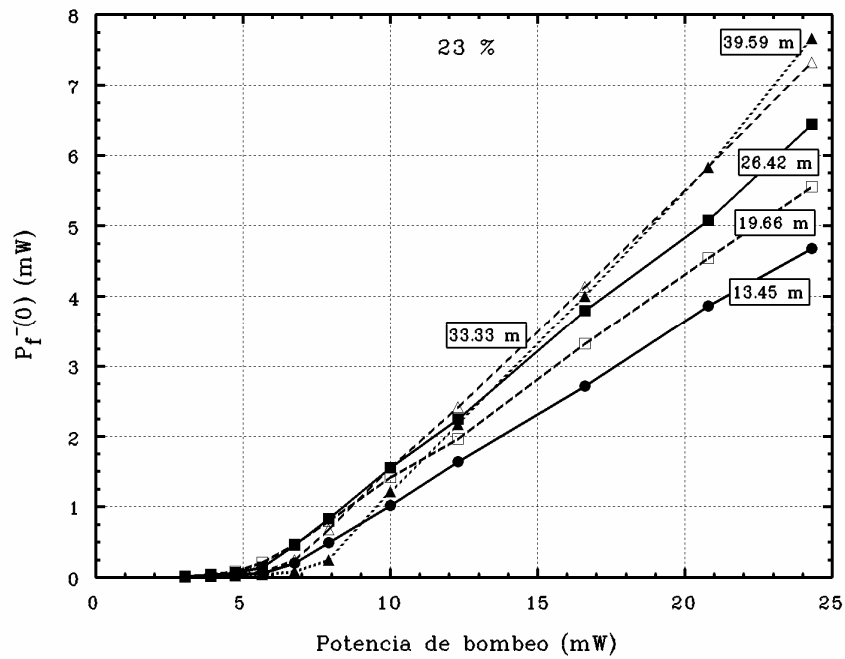


**Figura 5.50:** Factores de reflexión efectivos correspondientes a los espejos de la configuración de la Figura 5.49.

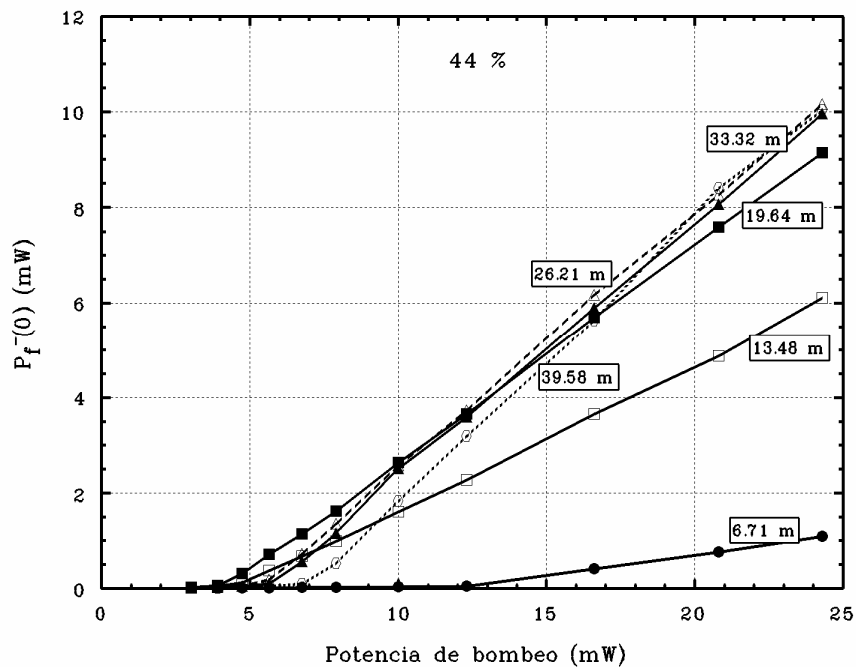
En ella podemos ver que el factor de reflexión es no nulo para la longitud de onda de bombeo y que por tanto el bombeo residual en  $z = L$  será reflejado en parte y reintroducido en la fibra dopada. A continuación se muestran las medidas de potencia realizadas con cada uno de los espejos y algunos espectros obtenidos:



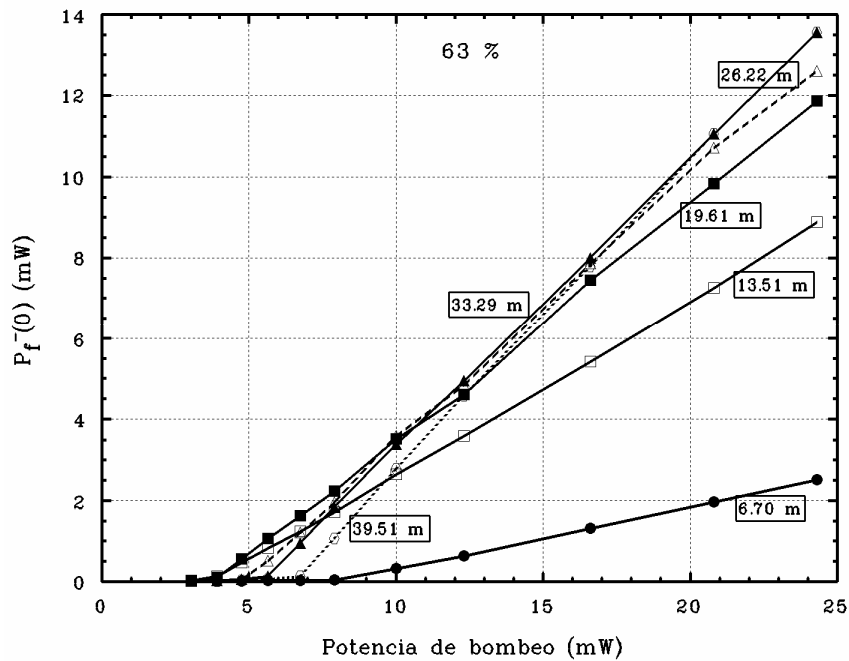
**Figura 5.51:** Potencia de fluorescencia contrapropagante en  $z = 0$  en función de la potencia de bombeo introducida con el espejo de 3.4% de factor de reflexión.



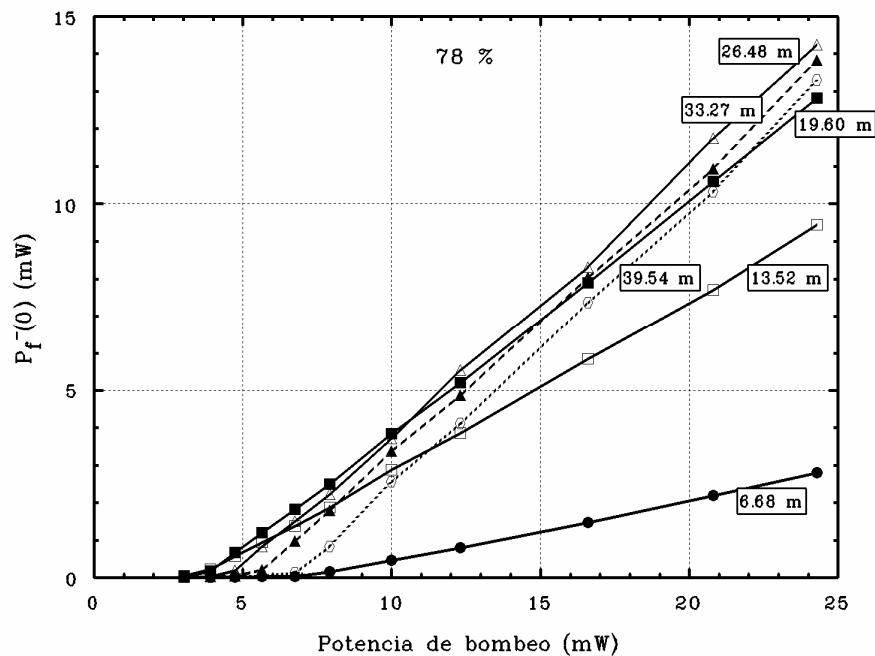
**Figura 5.52:** Potencia de fluorescencia contrapropagante en  $z = 0$  en función de la potencia de bombeo introducida con el espejo de 23% de factor de reflexión. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



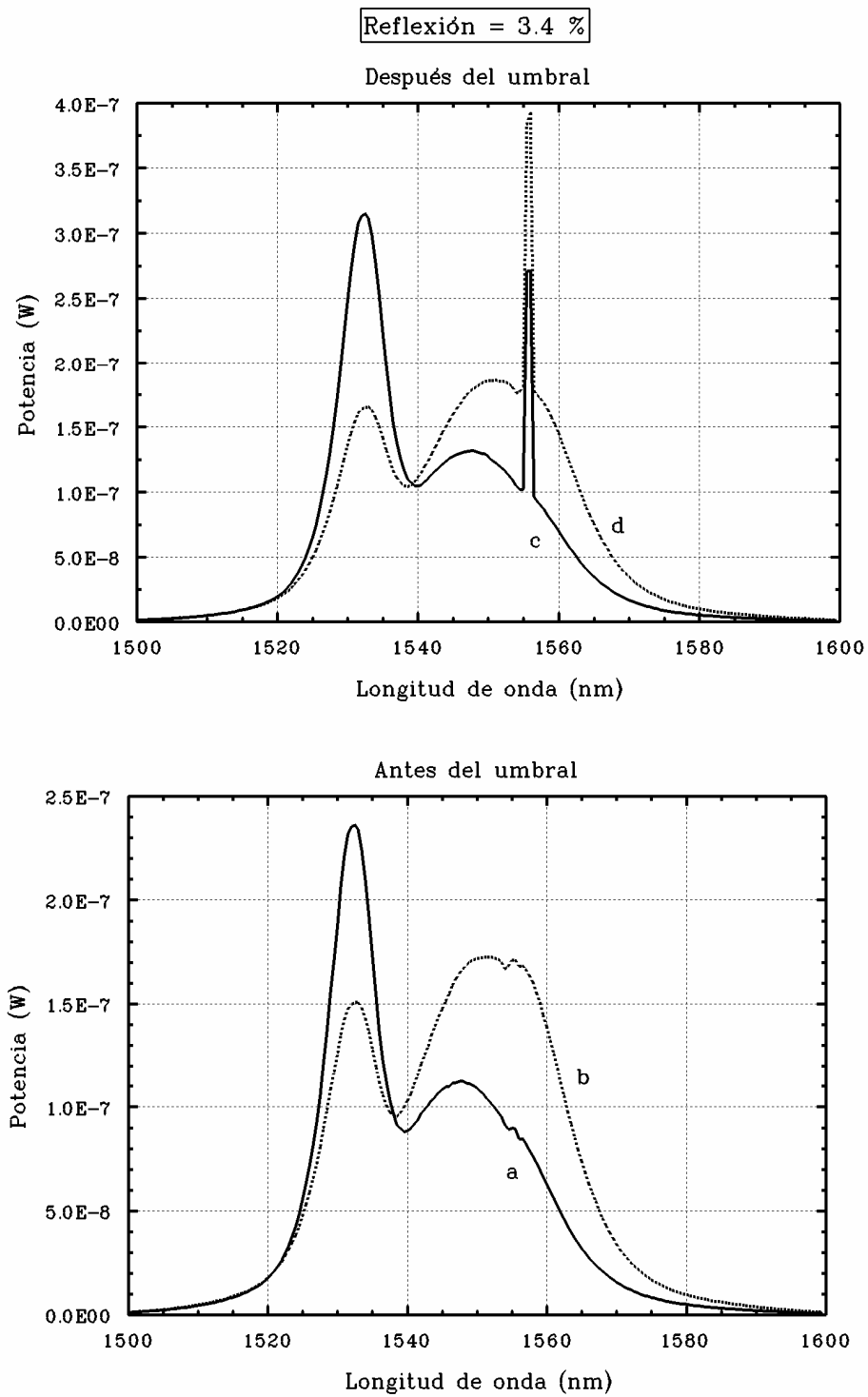
**Figura 5.53:** Potencia de fluorescencia contrapropagante en  $z = 0$  en función de la potencia de bombeo introducida con el espejo de 44% de factor de reflexión. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



**Figura 5.54:** Potencia de fluorescencia contrapropagante en  $z=0$  en función de la potencia de bombeo introducida con el espejo de 63% de factor de reflexión. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.

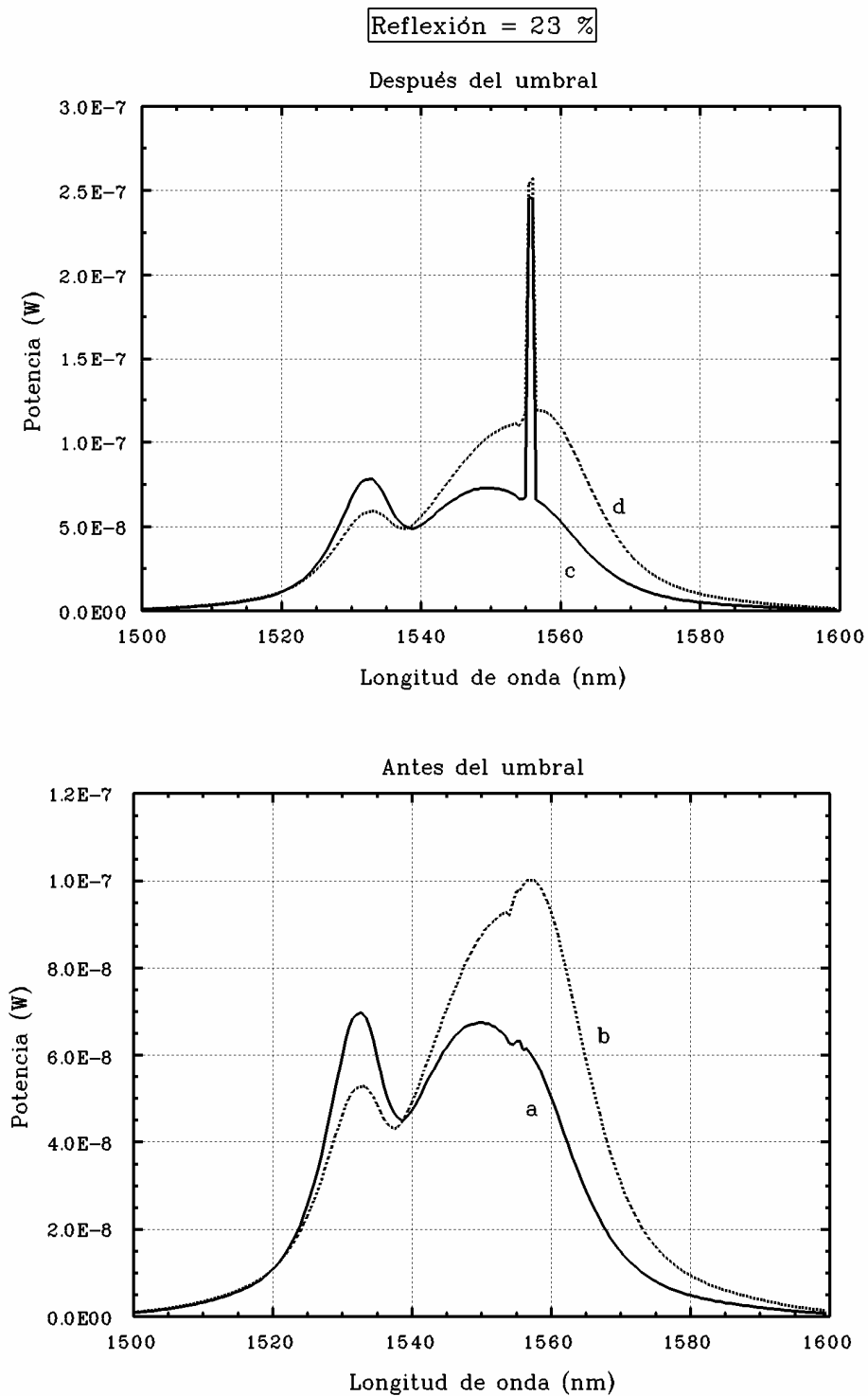


**Figura 5.55:** Potencia de fluorescencia contrapropagante en  $z = 0$  en función de la potencia de bombeo introducida con el espejo de 78% de factor de reflexión. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.

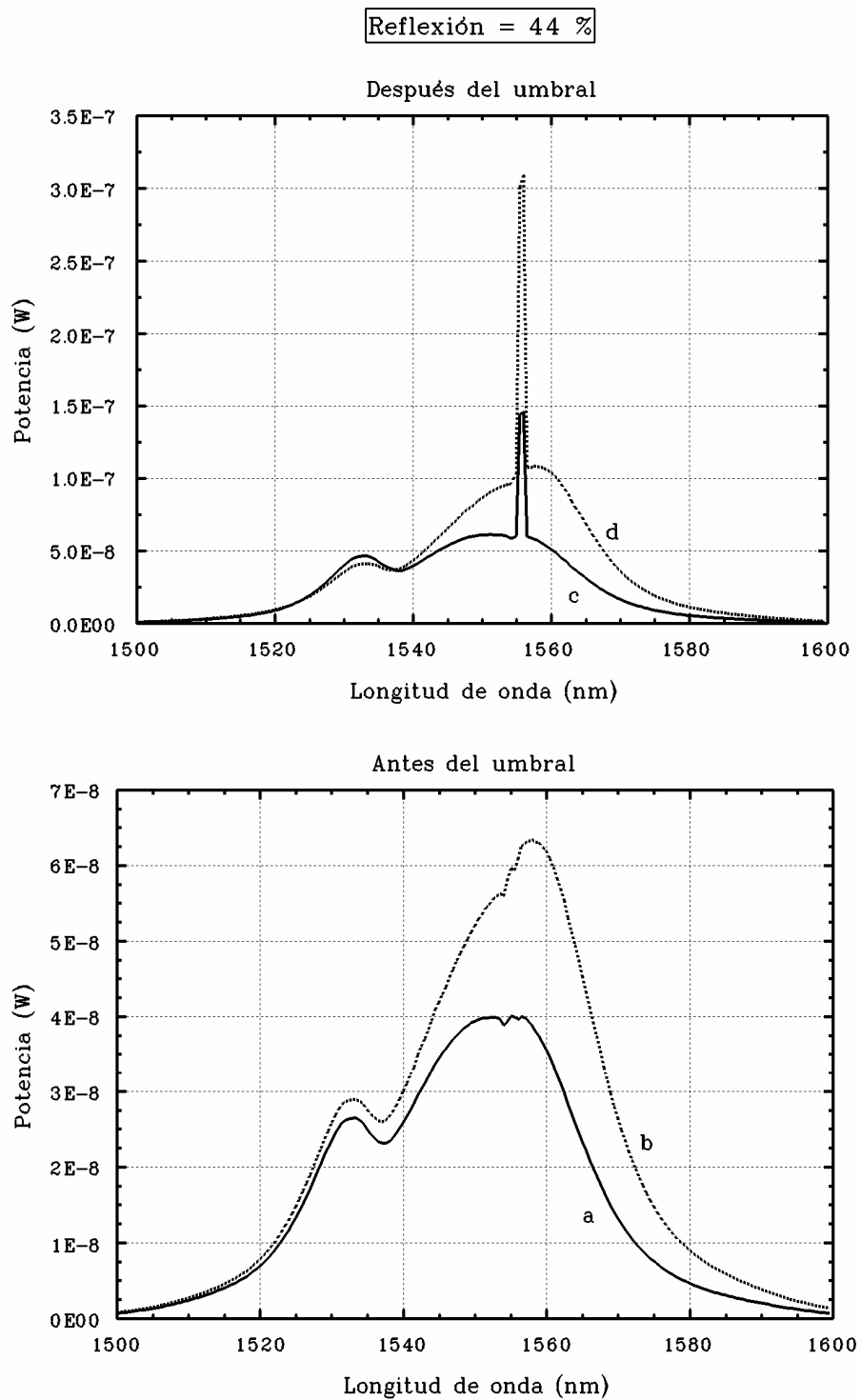


**Figura 5.56:** Espectros de potencia de fluorescencia contrapropagante justo antes y después del umbral de oscilación con el espejo de 3.4% de factor de reflexión. Las curvas corresponden a longitudes  $L = 13.44\text{ m}$  (línea continua) y  $L = 26.44\text{ m}$  (línea discontinua) y potencias de bombeo  $P_p(0)$ : a) 12.2 mW; b) 7.41 mW; c) 16.6 mW; y d) 8.71 mW. Resolución espectral: 1nm.

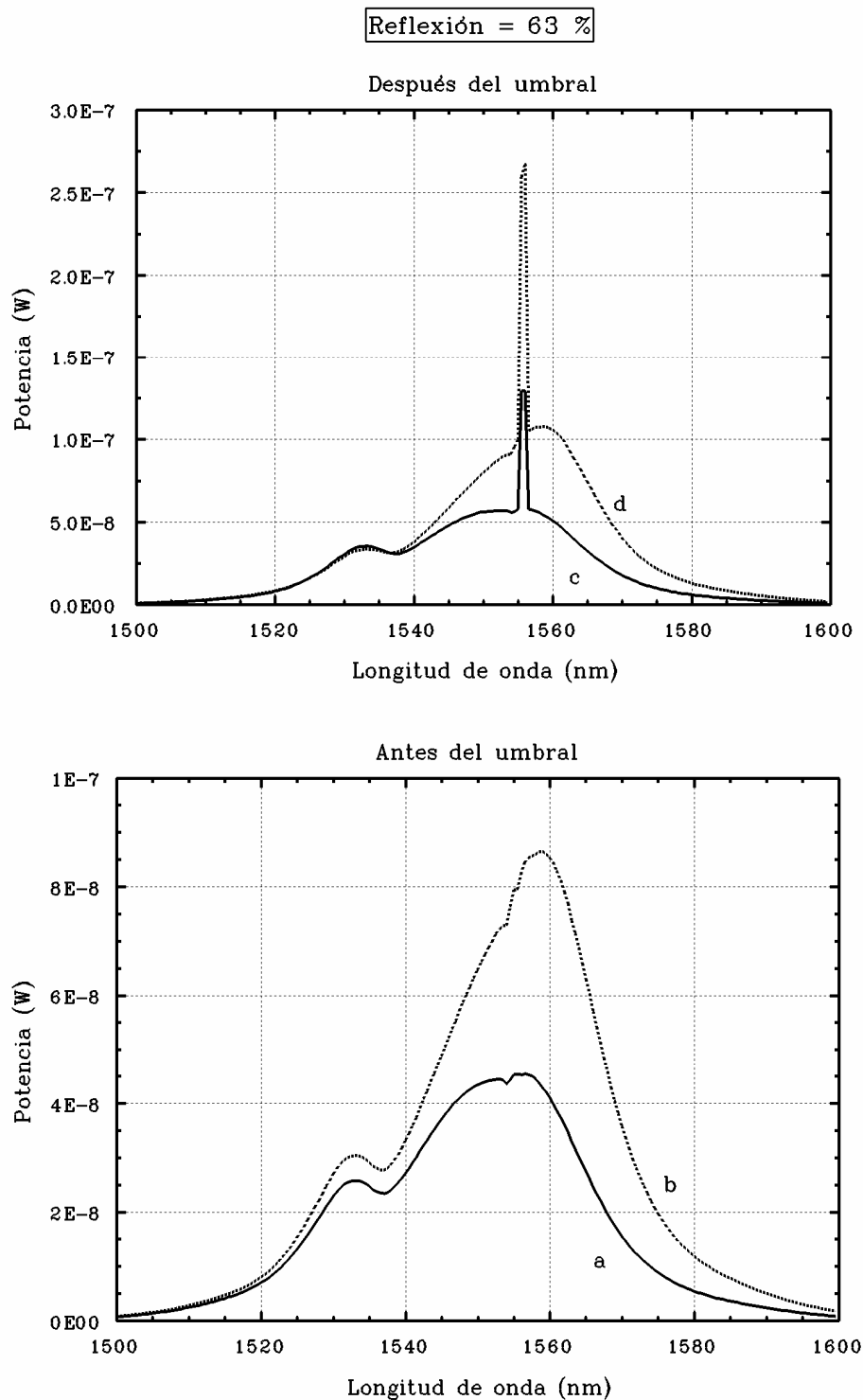




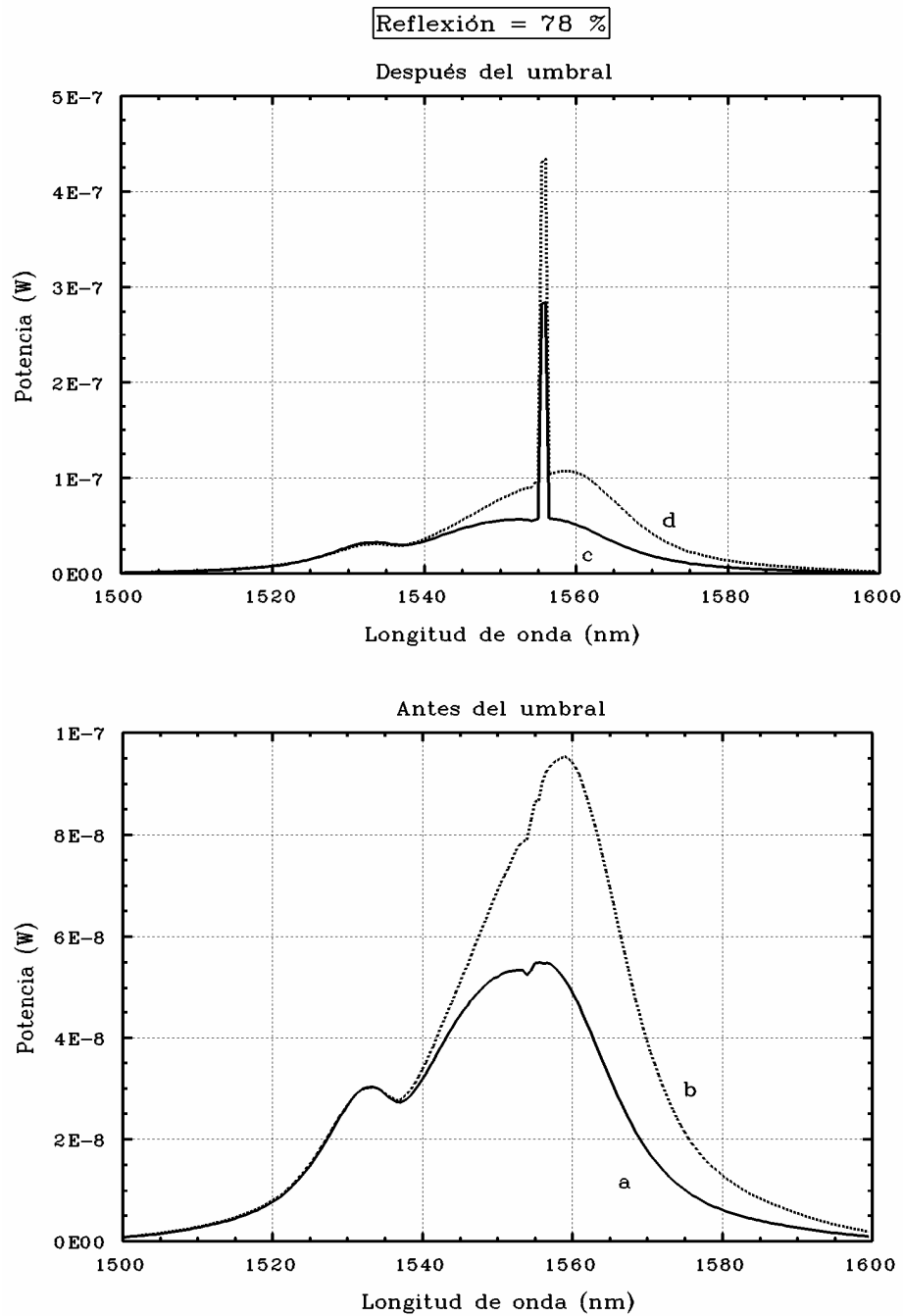
**Figura 5.57:** Espectros de potencia de fluorescencia contrapropagante justo antes y después del umbral de oscilación con el espejo de 23% de factor de reflexión. Las curvas corresponden a longitudes  $L = 13.45\text{ m}$  (línea continua) y  $L = 26.42\text{ m}$  (línea discontinua) y potencias de bombeo  $P_p(0)$ : a) 6.10 mW; b) 5.44 mW; c) 6.75 mW; y d) 6.10 mW. Resolución espectral:  $1\text{ nm}$ .



**Figura 5.58:** Espectros de potencia de fluorescencia contrapropagante justo antes y después del umbral de oscilación con el espejo de 44% de factor de reflexión. Las curvas corresponden a longitudes  $L = 13.48\text{ m}$  (línea continua) y  $L = 26.45\text{ m}$  (línea discontinua) y potencias de bombeo  $P_p(0)$ : a) 3.92 mW; b) 4.57 mW; c) 4.79 mW; y d) 5.44 mW. Resolución espectral: 1nm.

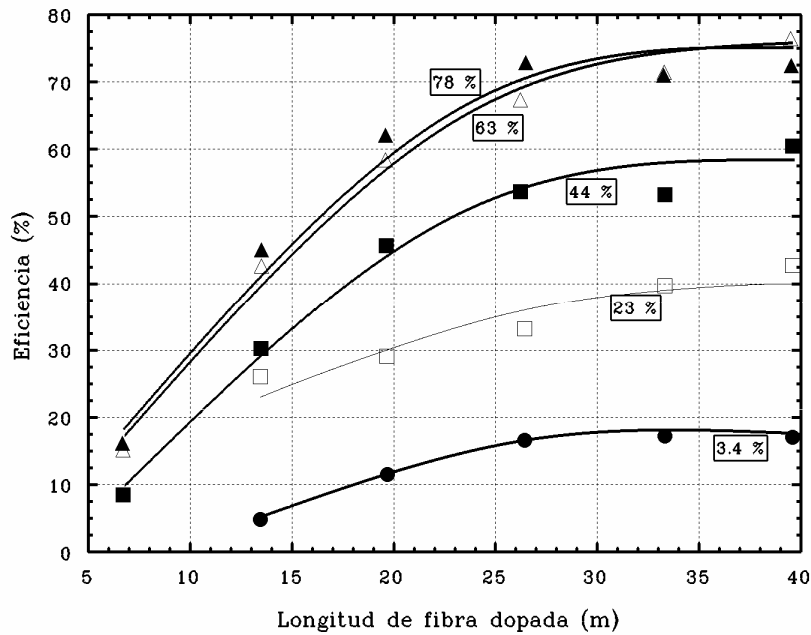


**Figura 5.59:** Espectros de potencia de fluorescencia contrapropagante justo antes y después del umbral de oscilación con el espejo de 63% de factor de reflexión. Las curvas corresponden a longitudes  $L = 13.48\text{ m}$  (línea continua) y  $L = 26.47\text{ m}$  (línea discontinua) y potencias de bombeo  $P_p(0)$ : a) 3.48 mW; b) 4.57 mW; c) 3.92 mW; y d) 5.01 mW. Resolución espectral:  $1\text{ nm}$ .

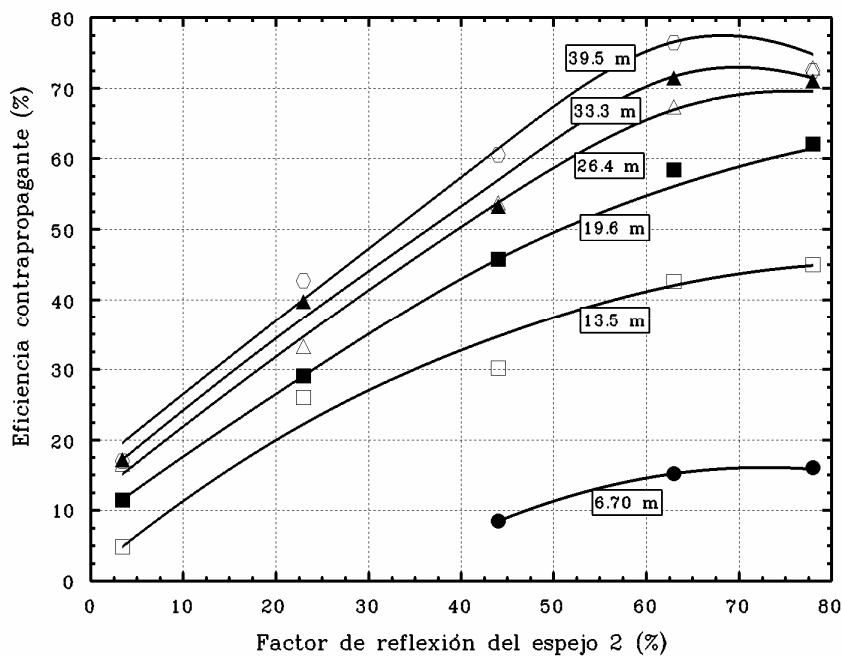


**Figura 5.60:** Espectros de potencia de fluorescencia contrapropagante justo antes y después del umbral de oscilación con el espejo de 78% de factor de reflexión. Las curvas corresponden a longitudes  $L = 13.52\text{ m}$  (línea continua) y  $L = 26.48\text{ m}$  (línea discontinua) y potencias de bombeo  $P_p(0)$ : a) 3.48 mW; b) 4.57 mW; c) 3.92 mW; y d) 5.01 mW. Resolución espectral: 1nm.

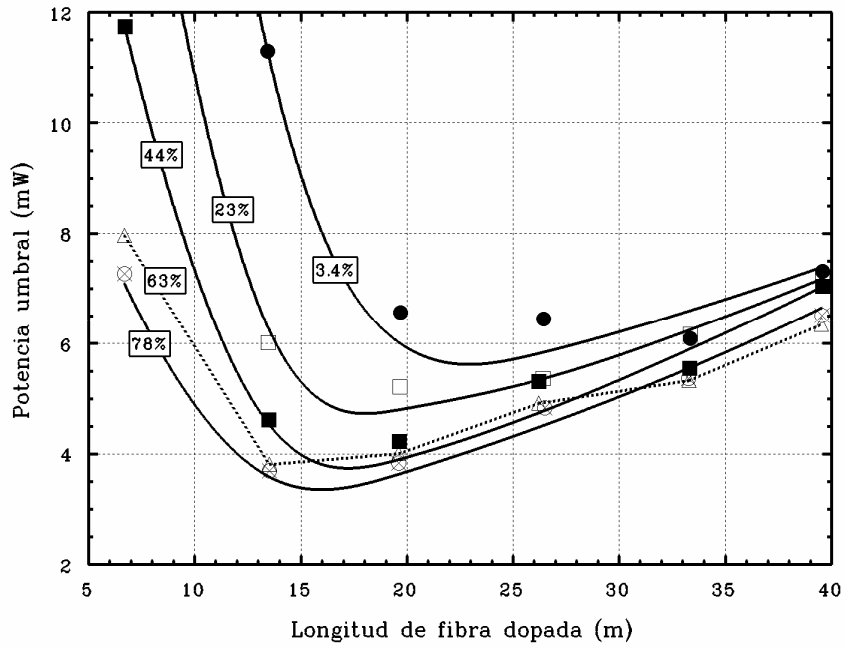
A continuación mostraremos curvas de la eficiencia, el umbral y la  $P_f(0)$  máxima en función de la longitud de fibra dopada y del factor de reflexión, donde el valor introducido para este último será el correspondiente a las reflexiones efectivas.



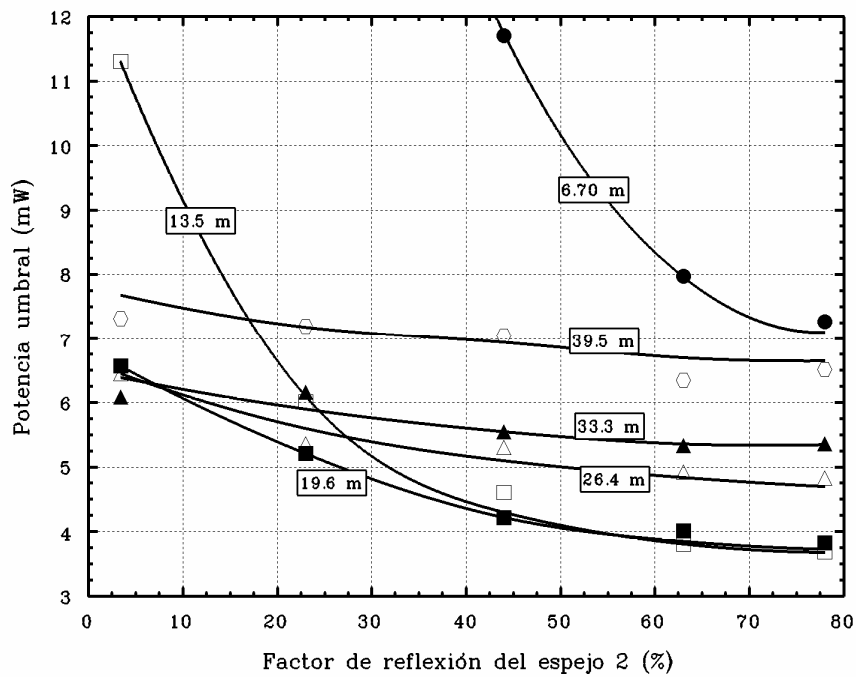
**Figura 5.61:** Evolución de la eficiencia en el interior de la cavidad en función de la longitud de fibra dopada para los distintos espejos introducidos (datos encuadrados). Las curvas corresponden a ajustes que intentan facilitar el seguimiento de la evolución.



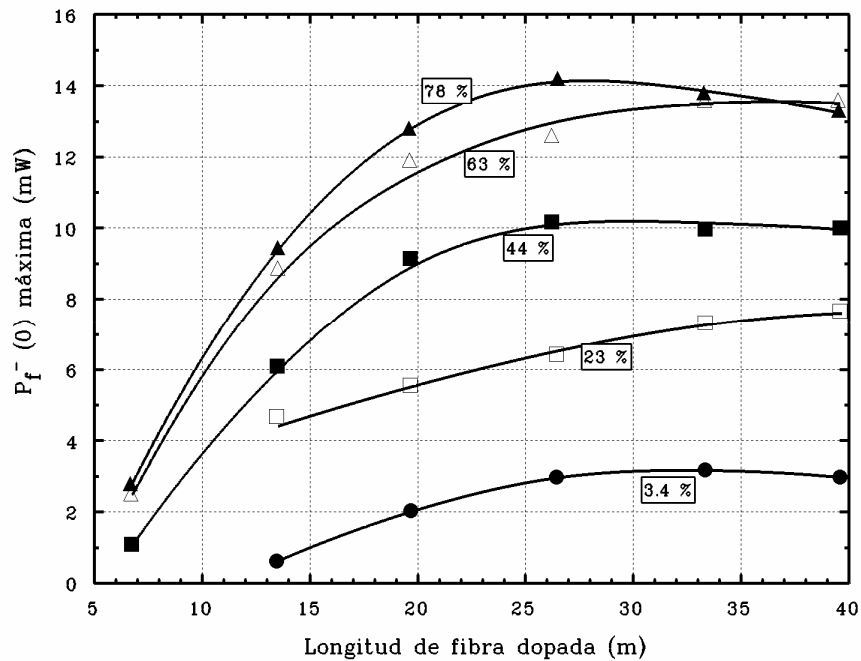
**Figura 5.62:** Evolución de la eficiencia en el interior de la cavidad en función del factor de reflexión efectivo del espejo 2 para distintas longitudes de fibra dopada (datos encuadrados). Las curvas corresponden a ajustes que intentan facilitar el seguimiento de la evolución.



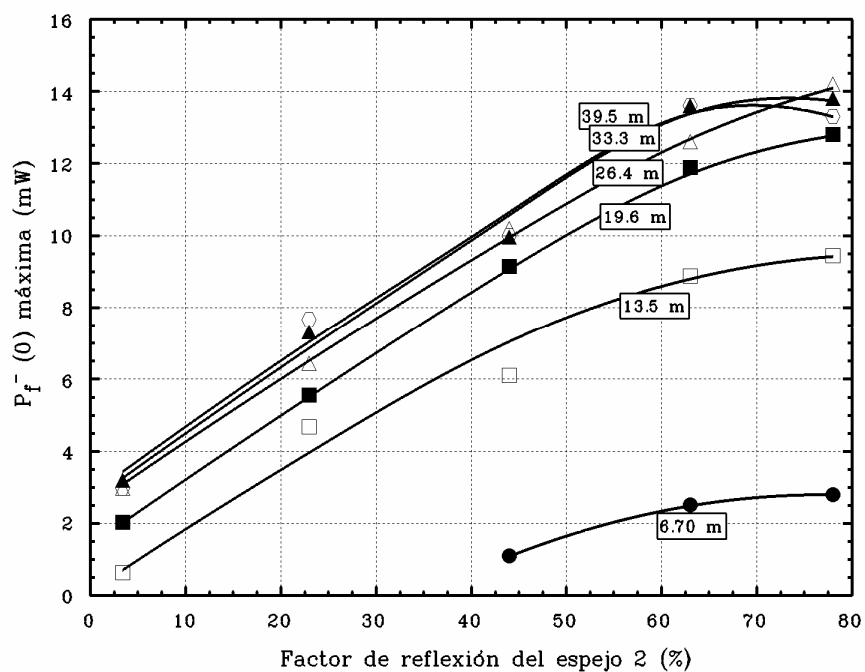
**Figura 5.63:** Evolución de la potencia umbral en función de la longitud de fibra dopada para los distintos espejos introducidos (datos encuadrados). Se han efectuado ajustes para facilitar el seguimiento de la evolución en todos los casos excepto en el de 63% para no enmascarar el resto de curvas.



**Figura 5.64:** Evolución de la potencia umbral en función del factor de reflexión del espejo 2 para distintas longitudes de fibra dopada (datos encuadrados). Las curvas corresponden a ajustes que intentan facilitar el seguimiento de la evolución.



**Figura 5.65:** Evolución de la potencia de fluorescencia contrapropagante obtenida para máximo bombeo en función de la longitud de fibra dopada para los distintos espejos introducidos (datos encuadrados). Las curvas corresponden a ajustes matemáticos que intentan facilitar el seguimiento de la evolución.

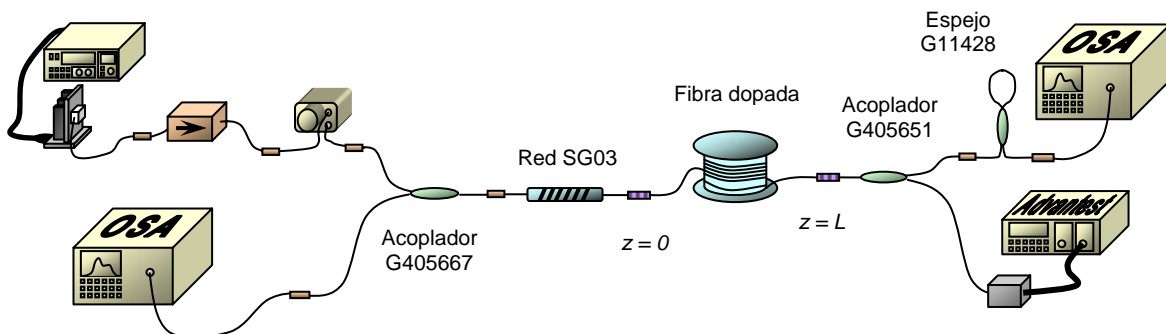


**Figura 5.66:** Evolución de la potencia de fluorescencia contrapropagante obtenida para máximo bombeo en función del factor de reflexión del espejo 2 para distintas longitudes de fibra dopada. Las curvas corresponden a ajustes matemáticos que intentan facilitar el seguimiento de la evolución.

Con estas gráficas tenemos una visión experimental de la relación existente entre las principales magnitudes del láser y los factores de reflexión de la cavidad. Con posterioridad comprobaremos si los modelos desarrollados en los capítulos anteriores son capaces de predecir estos comportamientos.

### 5.3.6 Láser con espejos red de Bragg - todo fibra

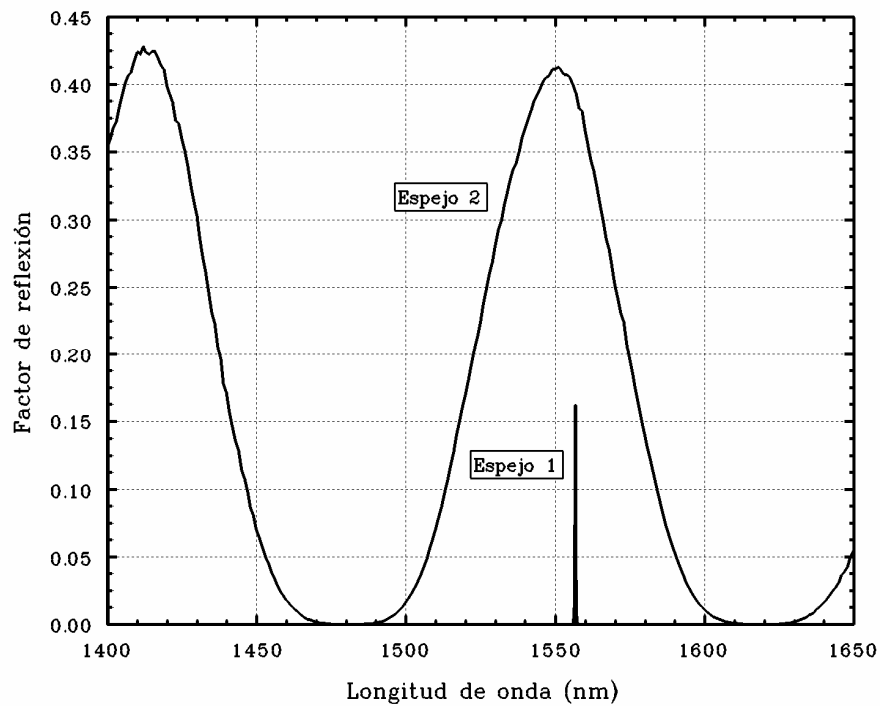
Para terminar con esta serie de montajes experimentales en los que el bombeo se efectúa en la banda de 1480 nm, hemos querido aprovechar la configuración de los últimos apartados para introducir un espejo de acoplador en bucle y comprobar si los problemas detectados en el Apartado 5.3.1 se subsanan con la introducción de una red de Bragg. La única diferencia existente con los montajes anteriores es la introducción de un acoplador de bombeo para poder obtener medidas del bombeo residual y para evitar que tras reflejarse en el espejo vuelva a introducirse en la cavidad. Así, el esquema de la instalación construida es este:



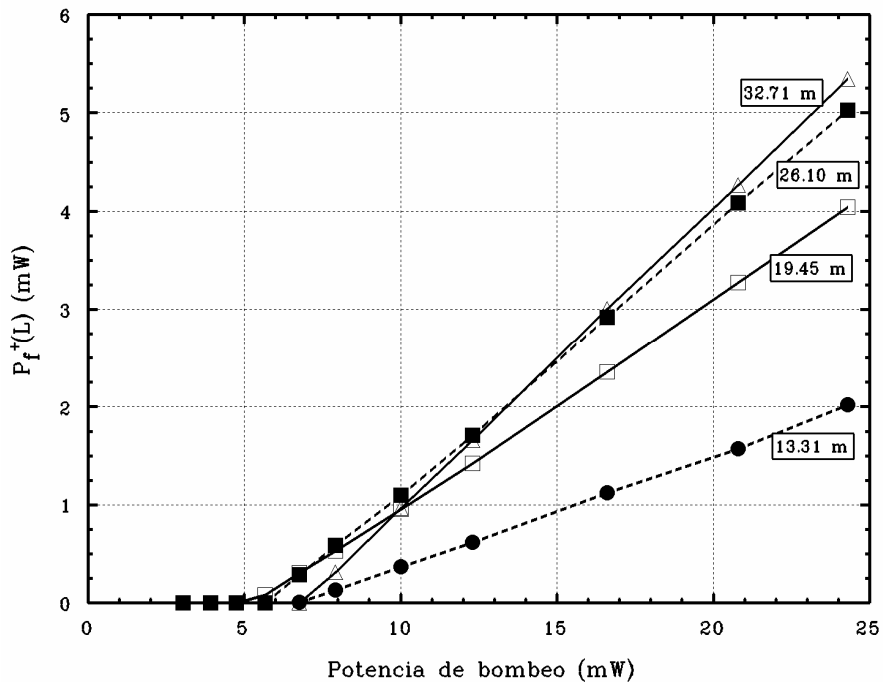
**Figura 5.67:** Configuración láser diseñada con una red de Bragg y un acoplador en bucle.

Las reflexiones efectivas se corresponden con el espejo 1 de la Figura 5.32 y con el espejo 2 de la Figura 5.19, y su espectro es el que se muestra en la Figura 5.68. La forma de estos espectros determina que la longitud de onda de oscilación se desplace a 1556.68 nm, como ocurre en el montaje Bragg-Bragg, en vez de mantenerse en la longitud central de la red SG03 (1556.75 nm). A continuación se muestran las medidas de fluorescencia y bombeo obtenidas y las consiguientes potencias umbrales y eficiencias calculadas.

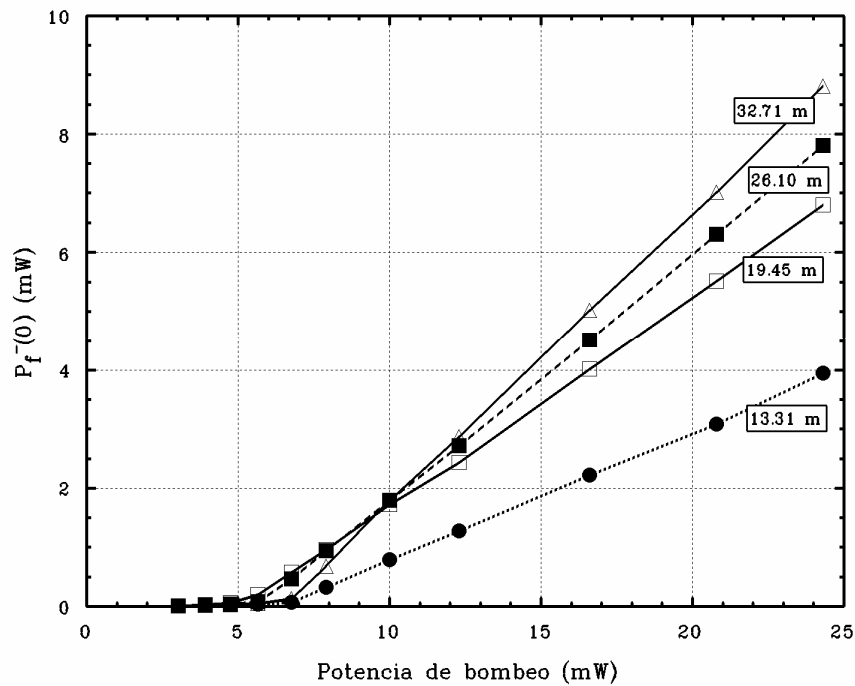




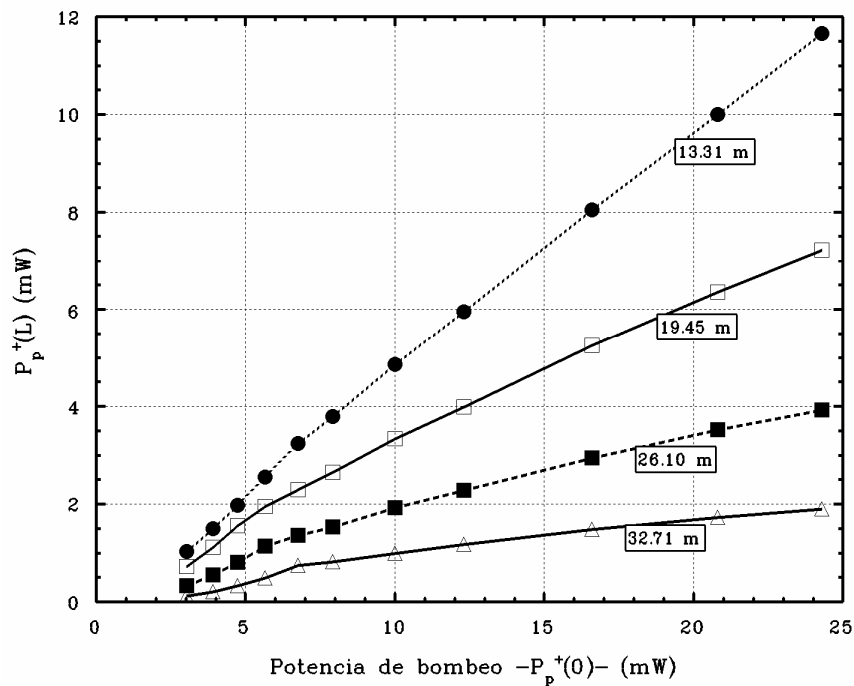
**Figura 5.68:** Factores de reflexión efectivos correspondientes a los espejos de la configuración de la Figura 5.67.



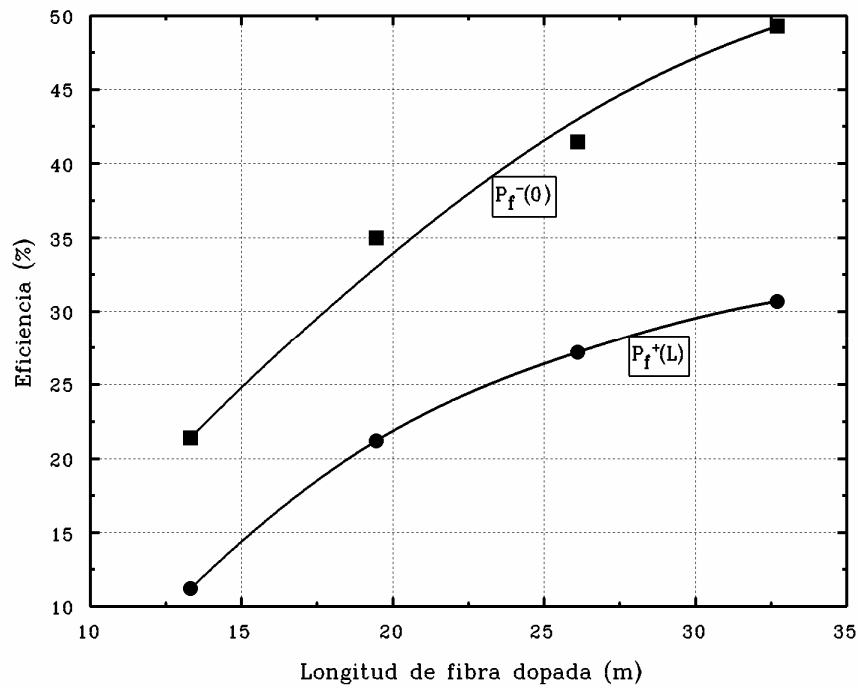
**Figura 5.69:** Potencia de fluorescencia copropagante en  $z = L$  en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.67. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



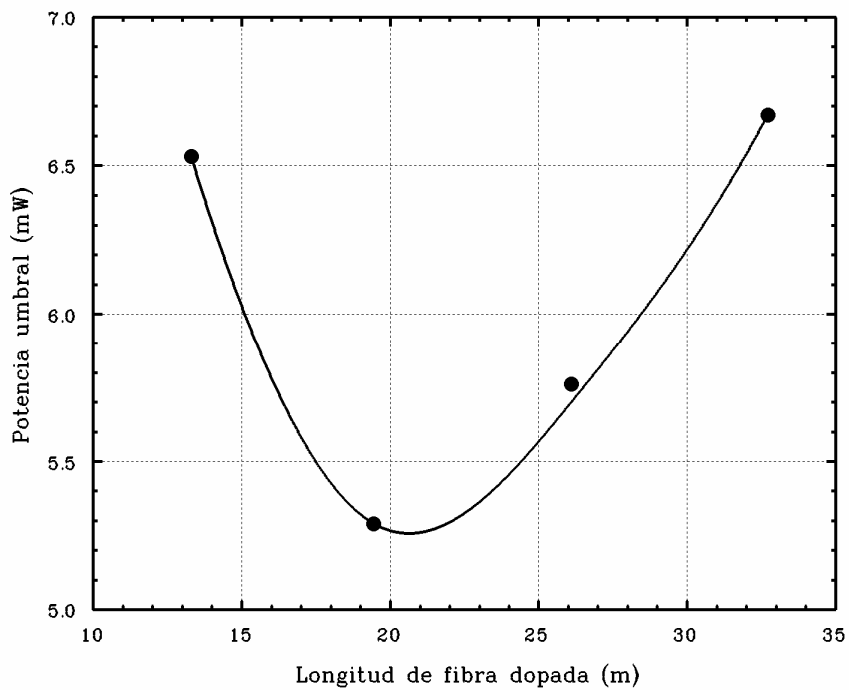
**Figura 5.70:** Potencia de fluorescencia contrapropagante en  $z = 0$  en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.67. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



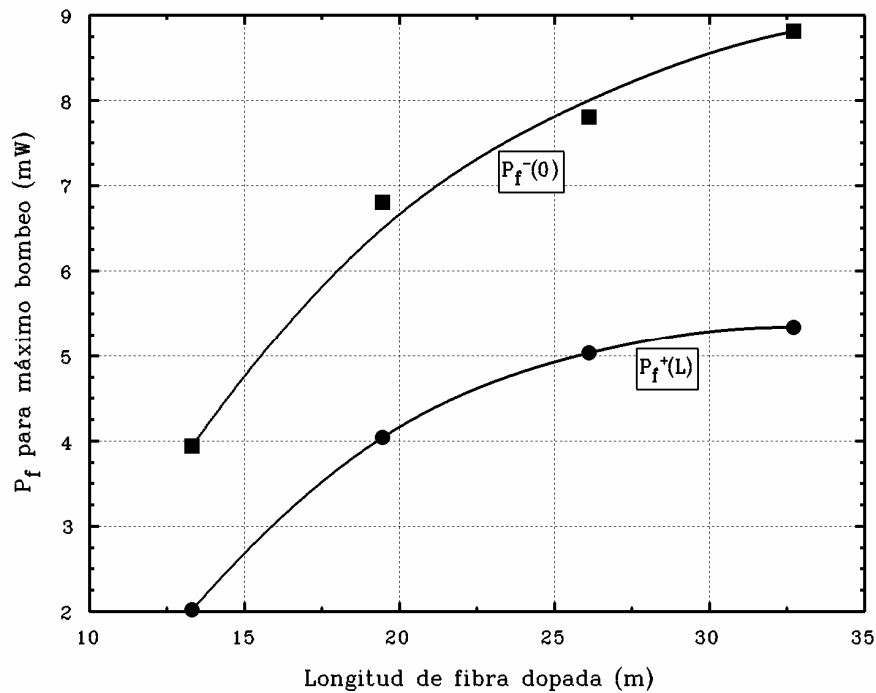
**Figura 5.71:** Potencia de bombeo copropagante en  $z = L$  en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.67. Cada curva corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



**Figura 5.72:** Eficiencia copropagante (círculos) y contrapropagante (cuadrados) en el interior de la cavidad en función de la longitud de fibra dopada. Las curvas corresponden a ajustes matemáticos que intentan facilitar el seguimiento de la evolución.



**Figura 5.73:** Potencia umbral de bombeo en función de la longitud de fibra dopada. La curva corresponde a un ajuste matemático que intenta facilitar el seguimiento de la evolución.



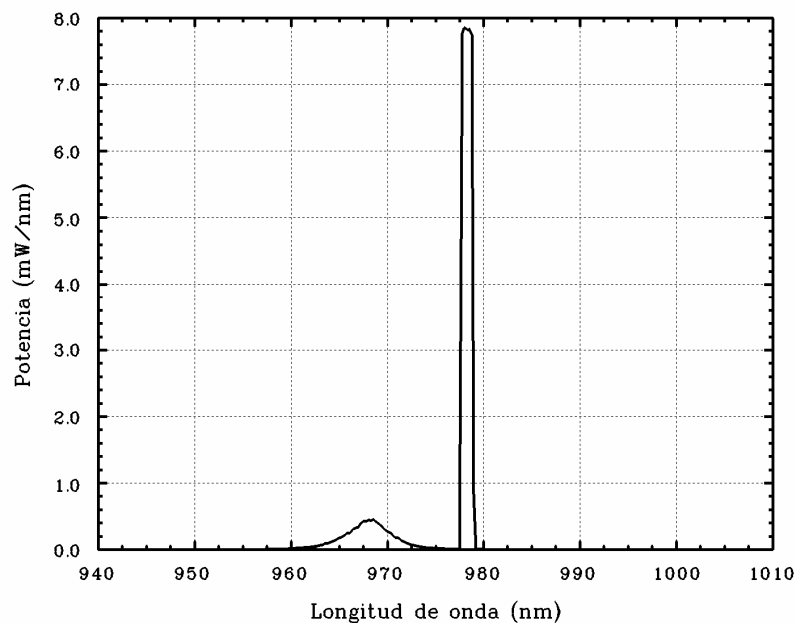
**Figura 5.74:** Potencia de fluorescencia copropagante (círculos) y contrapropagante (cuadrados) para máximo bombeo en función de la longitud de fibra dopada. Las curvas corresponden a un ajuste matemático para facilitar el seguimiento de la evolución.

En estas gráficas (5.69 - 5.74) observamos una evolución típica de las magnitudes del láser, sin inestabilidades ni comportamientos extraños que indiquen la reproducción de los problemas encontrados con las configuraciones 5.19 y 5.20. La justificación a este cambio podemos encontrarla a partir de la aparición de dos picos de emisión láser comentada en el Apartado 5.3.2. En ese caso, los dos estados de polarización (EOP) del modo fundamental tenían distintas pérdidas a lo largo de la cavidad láser y por tanto oscilaban en dos longitudes de onda distintas. Ahora, con la red de Bragg se introducen unas pérdidas muy altas en todo el espectro excepto en la longitud de onda del filtro, por lo que tenemos fijada la longitud de onda de oscilación del sistema. Esta circunstancia obliga a que todos los EOP que oscilan tengan las mismas pérdidas, que es lo que en definitiva confiere estabilidad al sistema.

Podemos concluir que los espejos construidos a partir de acopladores con bucle pueden utilizarse en el diseño de cavidades láser sin pérdida de estabilidad en el sistema, pero deben acompañarse de filtros que obliguen al sistema a oscilar en una longitud de onda fija y por tanto a mantener el estado de polarización que oscila.

## 5.4 Estudio de láseres con bombeo en 980 nm

Hasta el momento hemos considerado que la mejor manera de poner a prueba el modelo teórico propuesto es comprobar si predice correctamente el comportamiento de distintas configuraciones láser bombeadas en la banda de 1480 nm, razón por la cual todos los montajes experimentales estudiados hasta ahora tienen en común esta característica. Sin embargo, buscamos un modelo que se adapte a cualquier esquema y por eso queremos constatar si es capaz de reproducir también el comportamiento de láseres bombeados en 980 nm. Con este fin hemos desarrollado las siguientes configuraciones: una en la que el sistema oscila libremente y otra en la que la longitud de onda de oscilación está prefijada mediante una red de Bragg.



**Figura 5.75:** Espectro de emisión del láser de bombeo de 980 nm utilizado.

Las características principales del láser de 980 nm utilizado, modelo SP6931 de Seastar Optics Inc. cuyo espectro se muestra en la Figura 5.75, son las siguientes:

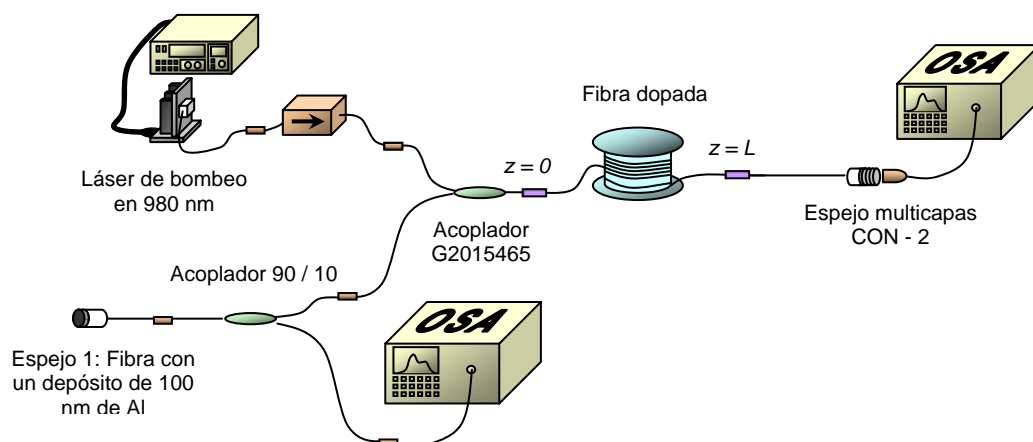
- Potencia nominal de operación: 70 mW, y máxima: 77 mW
- Intensidad umbral: 16.9 mA, de operación: 156 mA y máxima: 169.5 mA

- Longitud de onda central: 978.5 nm
- Anchura a media altura: 0.2 nm
- Con red de Bragg para estabilizar y estrechar el espectro de emisión
- Con *pigtail* para acoplar la emisión a fibra y refrigerador Peltier.

Este láser era alimentado, al igual que el de 1480 nm de Anritsu, por la fuente TD-6000 con refrigerador Peltier incorporado y disponía además de una red de Bragg que hacía las funciones de filtro espectral, estrechando y estabilizando el espectro. Para protegerlo en las instalaciones se acompañaba siempre de un aislador para 980 nm de E-Tek.

#### 5.4.1 Láser con espejos de depósito de aluminio - multicapas

Basándonos en el esquema de la Figura 5.24, pero introduciendo como espejo copropagante un espejo de multicapas de fabricación propia optimizado para ser usado con bombeo en 980 nm, desarrollamos el montaje de la Figura 5.76. Las principales características de este montaje son: por un lado la utilización de elementos ópticos y fibra pasiva monomodo en la nueva longitud de onda de bombeo, y por otro la desaparición del atenuador. Este último elemento ya no es necesario, ya que al llevar incorporada una red de Bragg el láser de bombeo, es posible utilizar la fuente de alimentación como atenuador regulando la intensidad de entrada sin miedo a que el espectro de bombeo cambie y por tanto la eficiencia del oscilador.



**Figura 5.76:** Configuración láser diseñada para bombeo en 980 nm con un espejo de depósito de aluminio y otro de multicapas.

Las reflexiones y transmisiones efectivas para este montaje se muestran en la Figura 5.77 y vienen dadas por las siguientes expresiones:

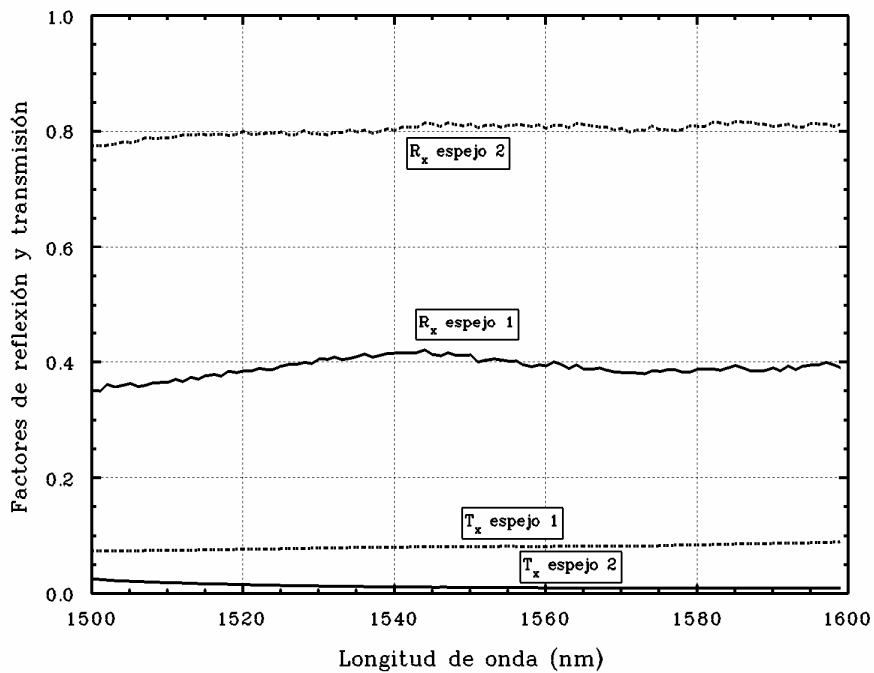
$$R_1^{ef} = S_{nd} \cdot T_{G2015465} \cdot S_0 \cdot T_{90} \cdot S_0 \cdot R_1 \cdot S_0 \cdot T_{90} \cdot S_0 \cdot T_{G2015465} \cdot S_{nd} \quad (5.16)$$

$$R_2^{ef} = S_{nd} \cdot R_{Mcap} \cdot S_{nd} \quad (5.17)$$

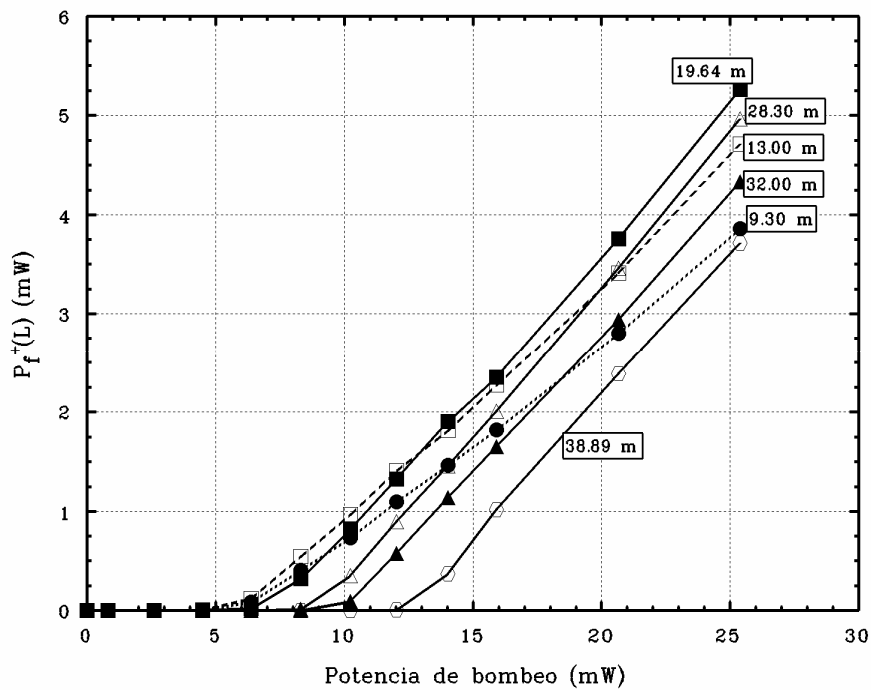
$$T_1^{ef} = S_{nd} \cdot T_{G2015465} \cdot S_0 \cdot T_{90} \cdot S_0 \cdot R_1 \cdot S_0 \cdot T_{10} \quad (5.18)$$

$$T_2^{ef} = S_{nd} \cdot T_{Mcap} \quad (5.19)$$

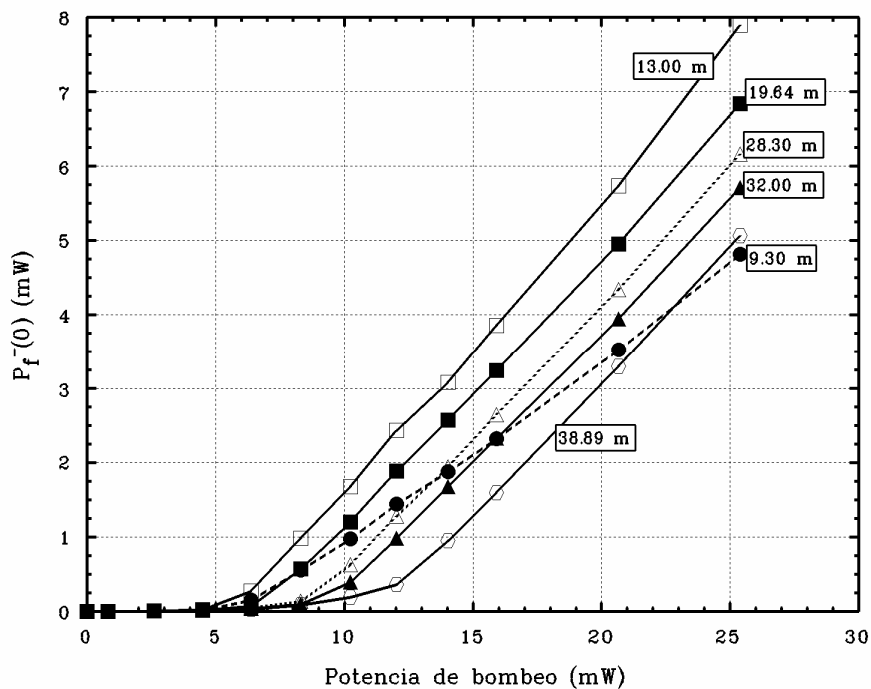
Siguiendo el procedimiento utilizado con los montajes experimentales bombeados en 1480 nm, mostraremos a continuación gráficas donde figuran las medidas de la dependencia de la potencia de fluorescencia (co- y contrapropagante) con el bombeo, de la potencia de bombeo residual, y la evolución de la eficiencia, el umbral y la potencia de fluorescencia máxima con la longitud de fibra dopada.



**Figura 5.77:** Factores efectivos de reflexión y transmisión correspondientes a los espejos de la configuración de la Figura 5.76.

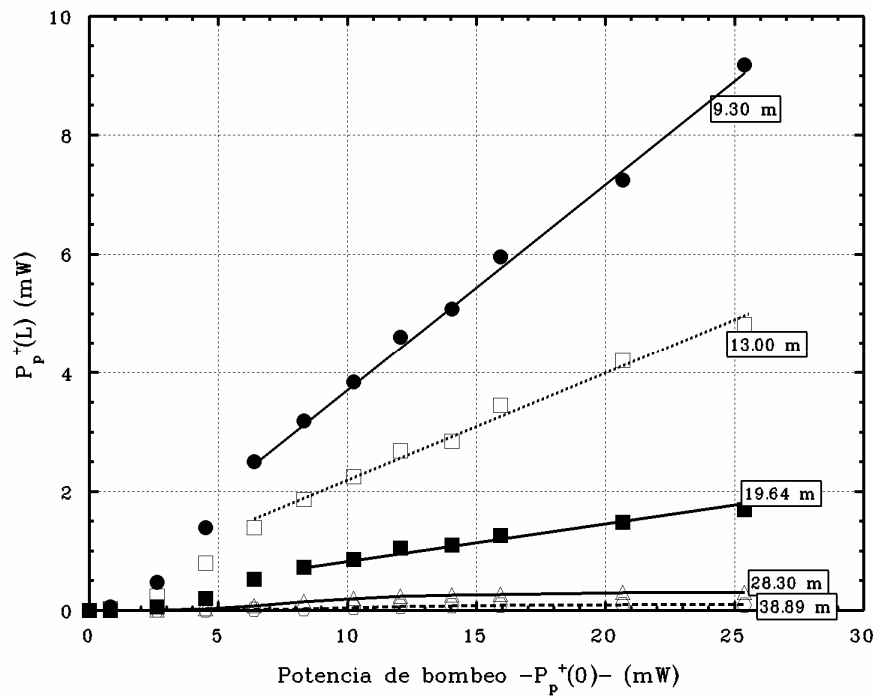


**Figura 5.78:** Potencia de fluorescencia copropagante en  $z = L$  en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.76. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.

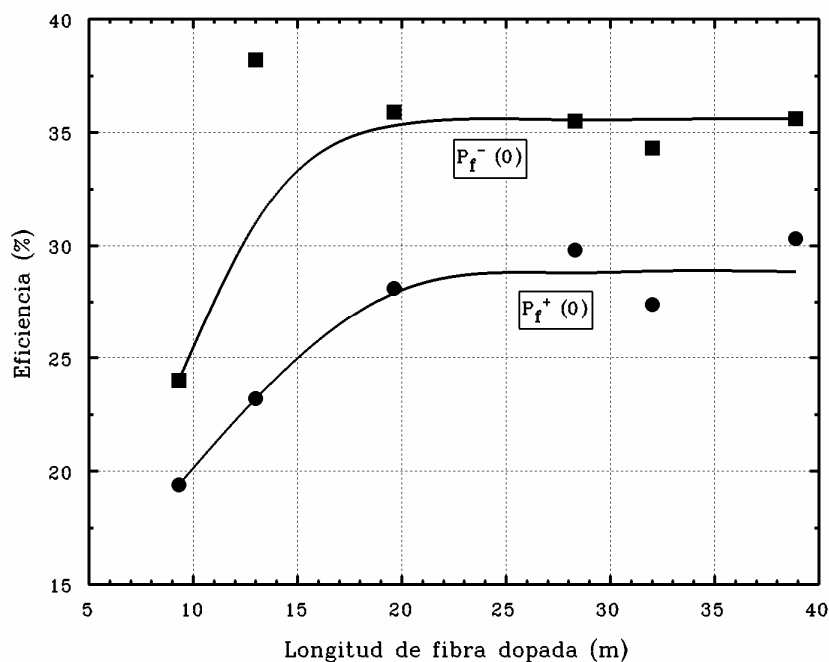


**Figura 5.79:** Potencia de fluorescencia contrapropagante en  $z = 0$  en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.76. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.

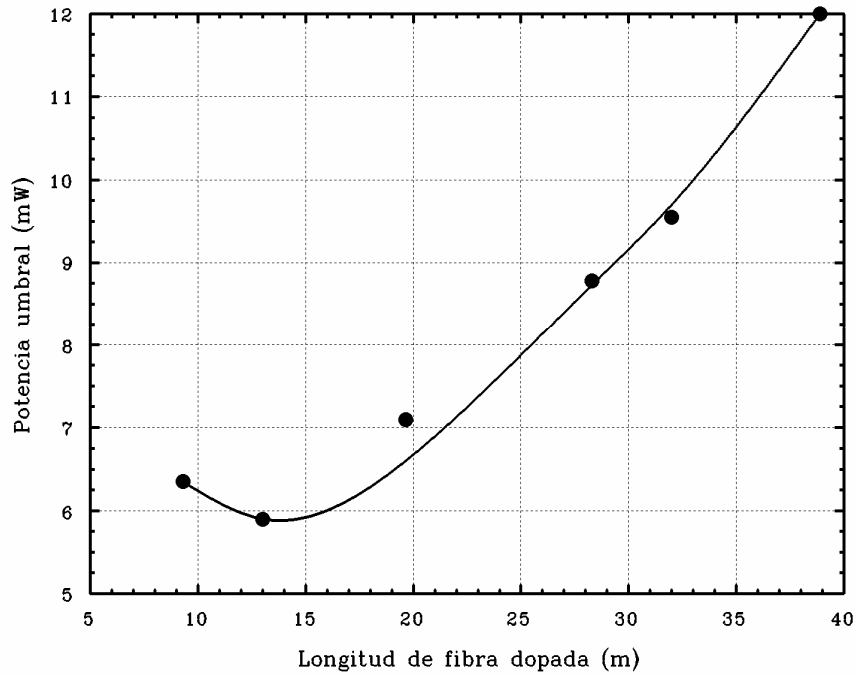




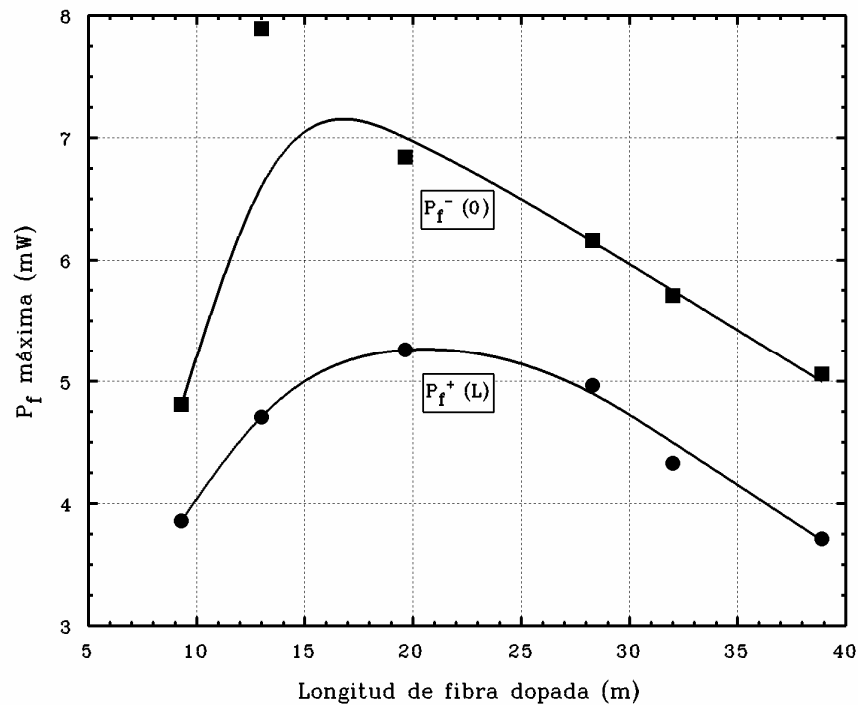
**Figura 5.80:** Potencia de bombeo copropagante en  $z = L$  en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.76. Cada curva corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



**Figura 5.81:** Eficiencia copropagante (círculos) y contrapropagante (cuadrados) en el interior de la cavidad en función de la longitud de fibra dopada. Las curvas corresponden a ajustes matemáticos que intentan facilitar el seguimiento de la evolución.

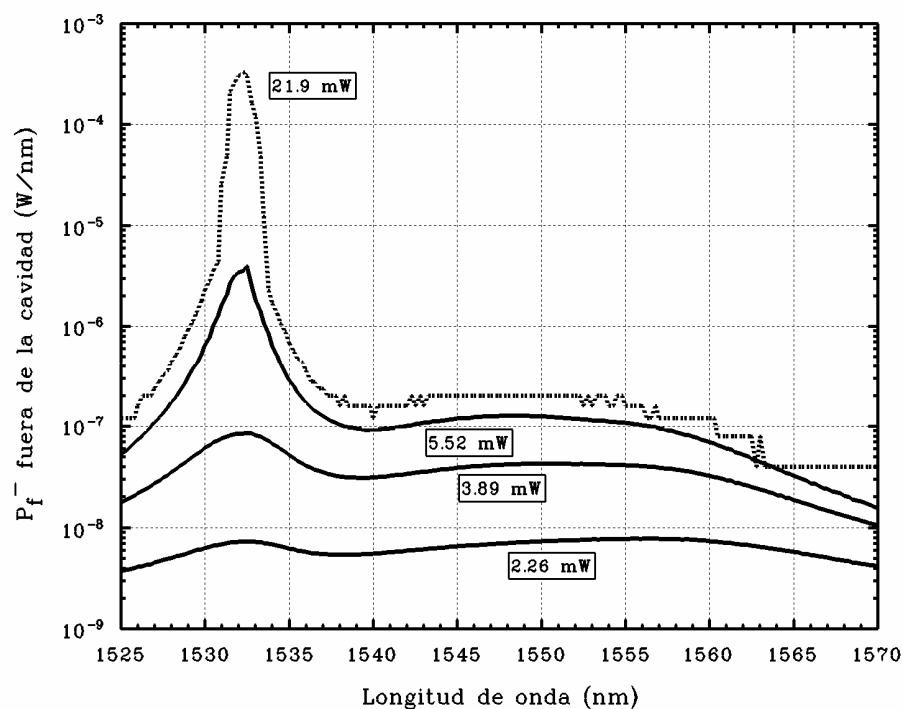


**Figura 5.82:** Potencia umbral de bombeo en función de la longitud de fibra dopada. La curva corresponde a un ajuste matemático que intenta facilitar el seguimiento de la evolución.

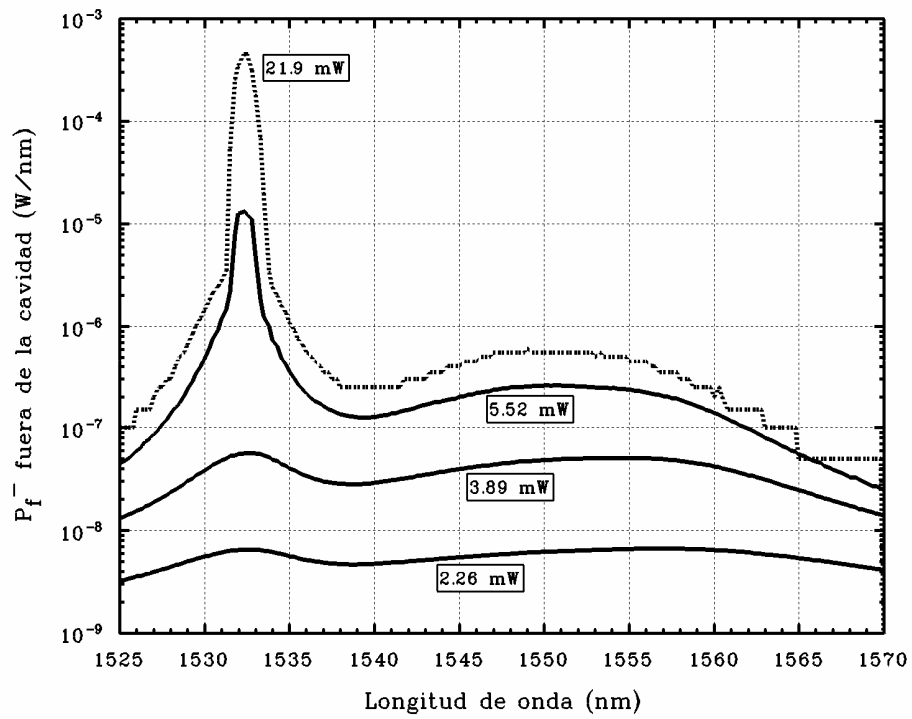


**Figura 5.83:** Potencia de fluorescencia copropagante (círculos) y contrapropagante (cuadrados) obtenida para máximo bombeo en función de la longitud de fibra dopada. Las curvas corresponden a un ajuste matemático que intenta facilitar el seguimiento de la evolución.

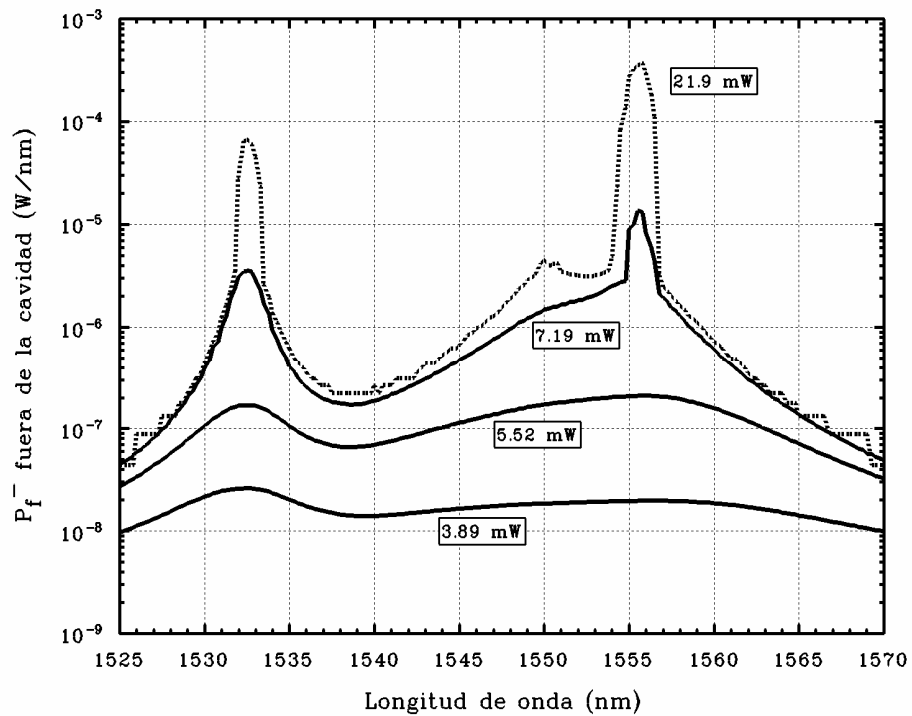
Podemos comprobar que la evolución de las magnitudes es similar a la observada para los montajes con bombeo en 1480 nm, si bien se aprecian algunas diferencias importantes. Por ejemplo, podemos apreciar en la Figura 5.80 que la absorción de potencia de bombeo es mucho mayor para 980 nm que para 1480 nm, ya que para longitudes superiores a los 25 m el porcentaje de bombeo residual respecto al introducido es ya inferior al 2%. Este hecho tiene consecuencias muy importantes en la evolución del resto de magnitudes; la eficiencia por ejemplo (Figura 5.81) alcanza mucho antes la zona plana de máximo; la potencia umbral presenta una evolución con una curvatura más pronunciada; y por último la potencia máxima de fluorescencia alcanza antes la longitud óptima. Por otra parte los espectros de fluorescencia vuelven a mostrar los dos picos de oscilación láser ya observados en el Apartado 5.3.2, (ver Figuras 5.84-5.89). La falta de resolución que se observa en los pies de las curvas obtenidas para mayor potencia de bombeo, se debe a que estas medidas se obtuvieron en su origen con escala lineal y rozaban el límite del rango dinámico del OSA.



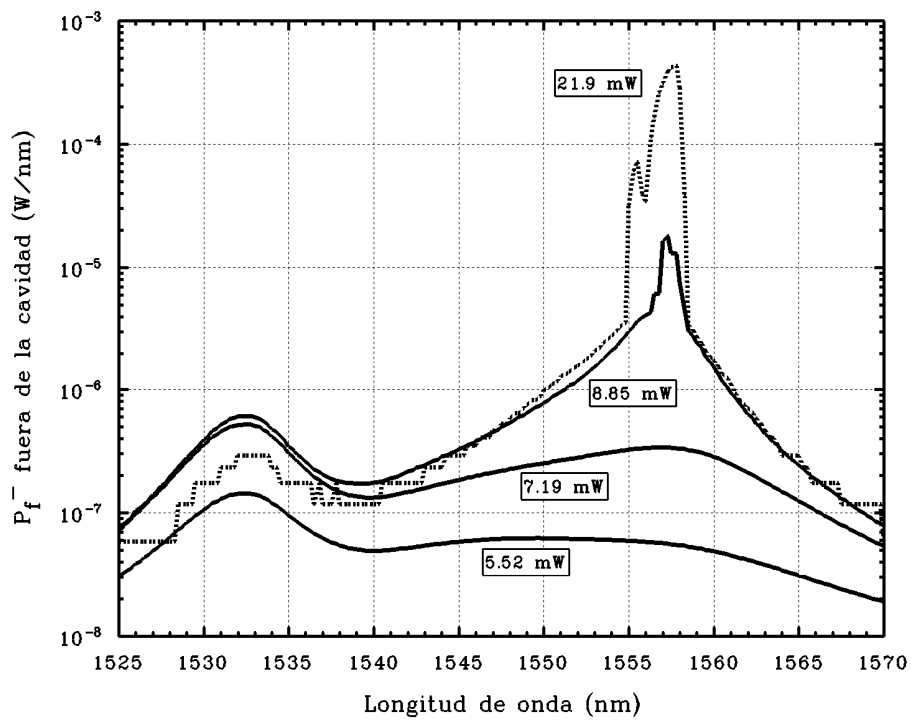
**Figura 5.84:** Espectros de potencia de fluorescencia contrapropagante fuera de la cavidad para varios bombeos y una longitud de fibra dopada  $L = 9.30 \text{ m}$ .



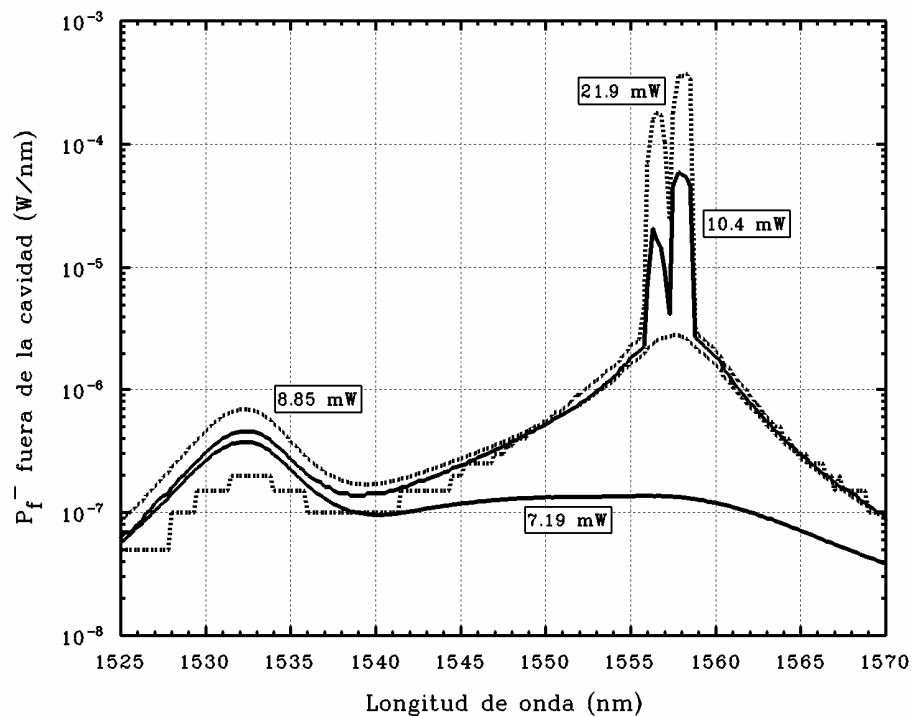
**Figura 5.85:** Espectros de potencia de fluorescencia contrapropagante fuera de la cavidad para varios bombeos y una longitud de fibra dopada  $L = 13.00$  m.



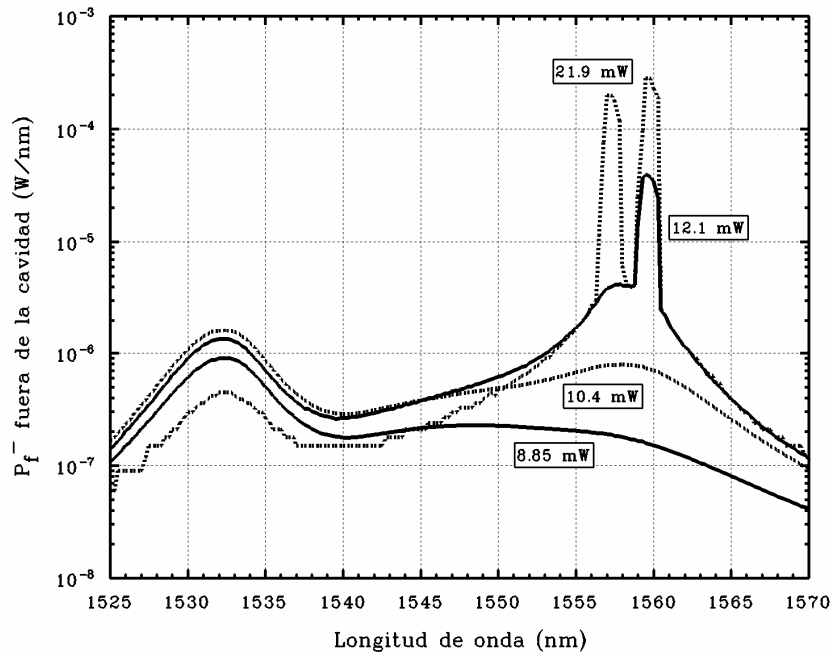
**Figura 5.86:** Espectros de potencia de fluorescencia contrapropagante fuera de la cavidad para varios bombeos y una longitud de fibra dopada  $L = 19.64$  m.



**Figura 5.87:** Espectros de potencia de fluorescencia contrapropagante fuera de la cavidad para varios bombeos y una longitud de fibra dopada  $L = 28.30$  m.

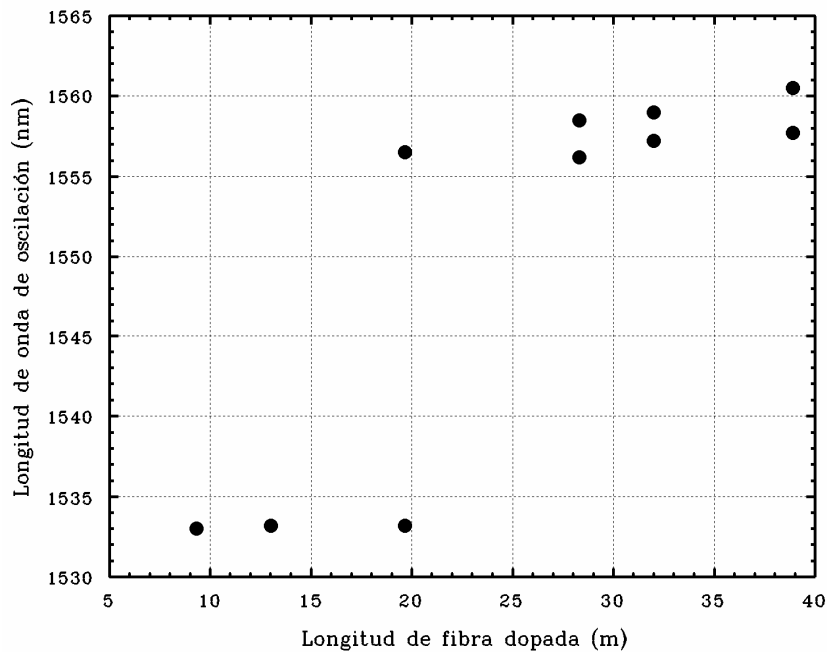


**Figura 5.88:** Espectros de potencia de fluorescencia contrapropagante fuera de la cavidad para varios bombeos y una longitud de fibra dopada  $L = 32.00$  m.



**Figura 5.89:** Espectros de potencia de fluorescencia contrapropagante fuera de la cavidad para varios bombeos y una longitud de fibra dopada  $L = 38.89$  m.

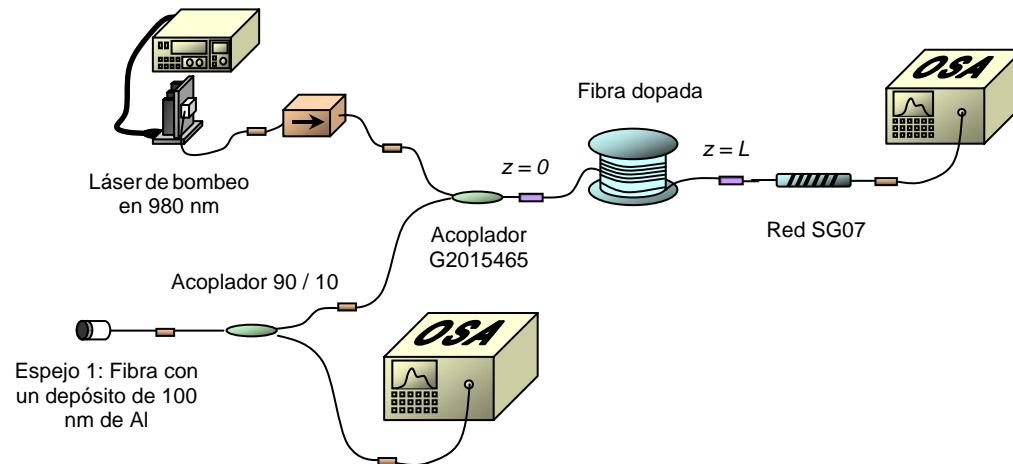
Las longitudes de onda de los picos de oscilación, visibles en las gráficas anteriores, se representan en la Figura 5.90. En ella apreciamos el comportamiento típico, donde la transición entre los dos picos de ganancia se produce alrededor de los 20 m.



**Figura 5.90:** Longitudes de onda de oscilación en función de la longitud de fibra dopada para el montaje de la Figura 5.76.

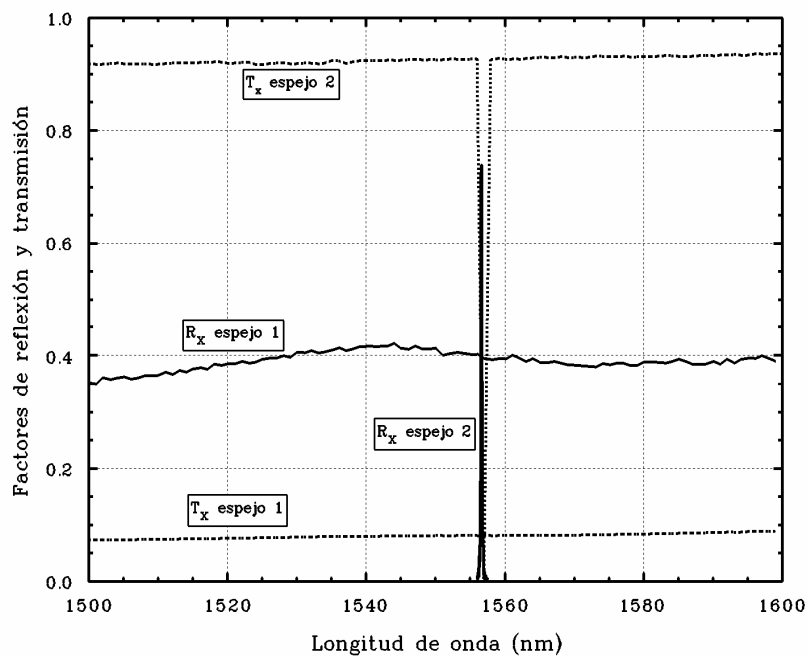
### 5.4.2 Láser con espejos de depósito de aluminio - red de Bragg

Para estudiar un montaje en el que la longitud de onda de oscilación esté prefijada, simplemente tenemos que sustituir en la configuración anterior el espejo de multicapas por una red de Bragg, conformando el siguiente esquema:



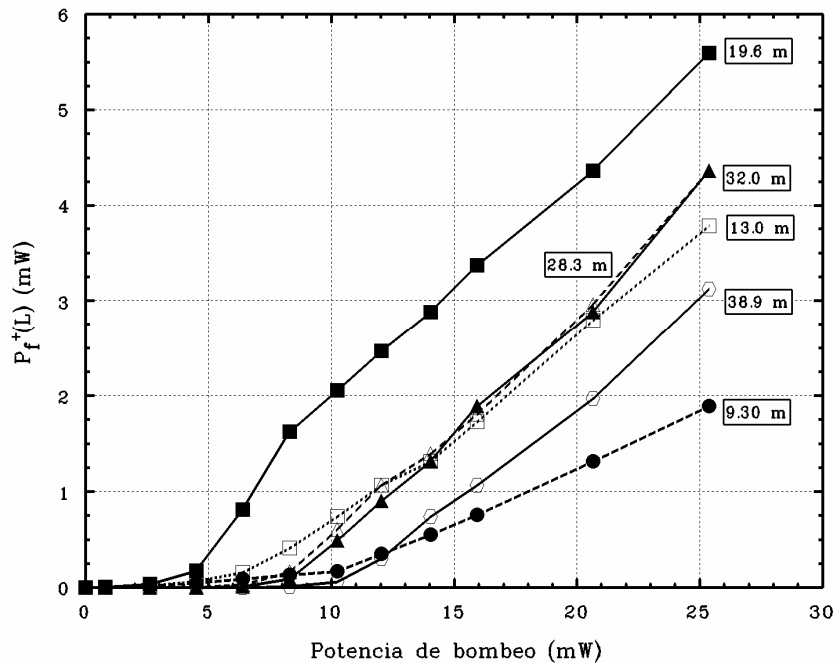
**Figura 5.91:** Configuración láser diseñada para bombeo en 980 nm, donde la longitud de onda de oscilación está prefijada mediante una red de Bragg.

en él, los espectros de las reflexiones y transmisiones efectivas toman estos valores:

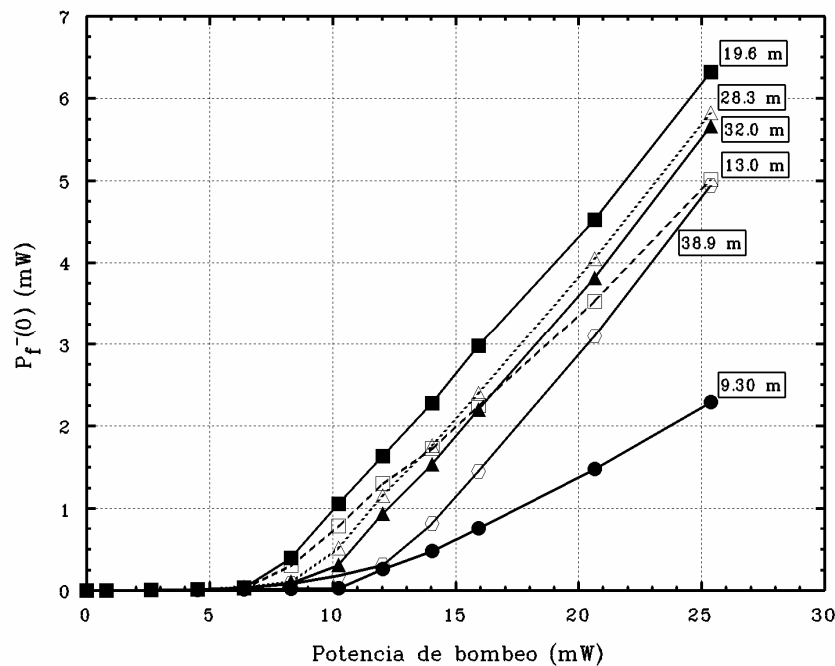


**Figura 5.92:** Factores efectivos de reflexión y transmisión correspondientes a los espejos de la configuración de la Figura 5.91.

y las diferentes medidas de potencia con sus correspondientes eficiencias y umbrales se muestran a continuación:

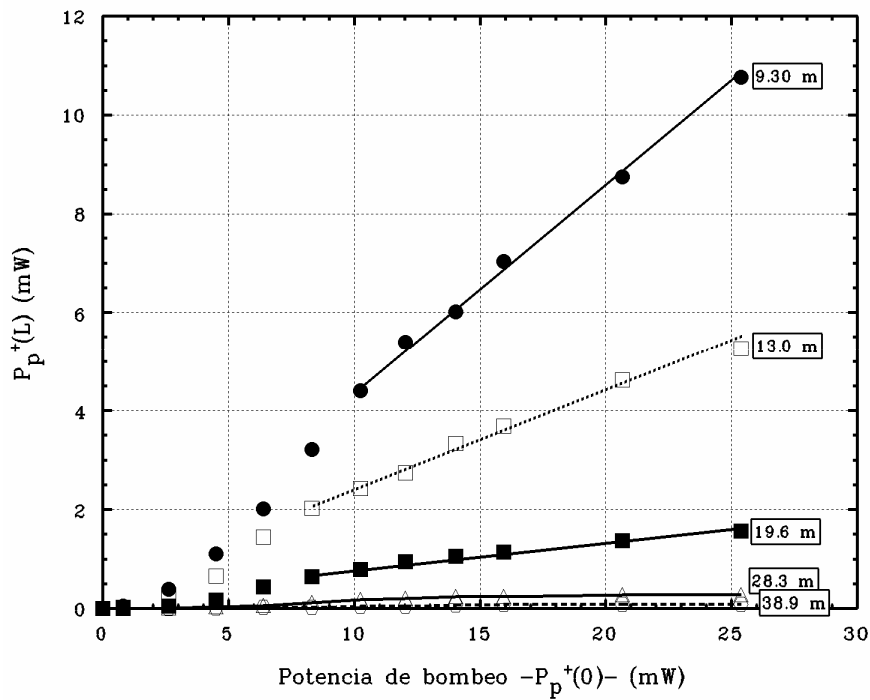


**Figura 5.93:** Potencia de fluorescencia copropagante en  $z = L$  en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.91. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.

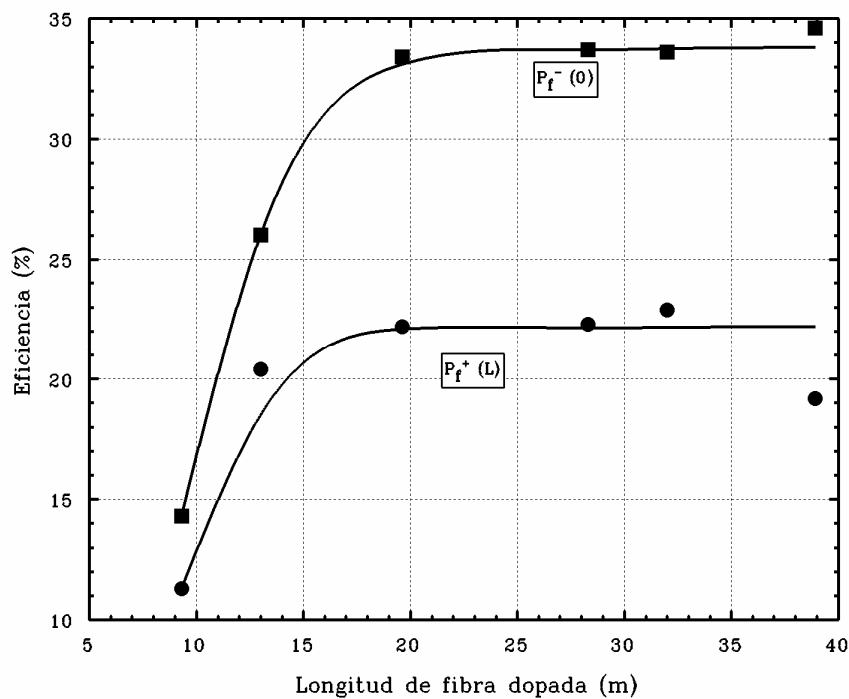


**Figura 5.94:** Potencia de fluorescencia contrapropagante en  $z = 0$  en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.91. Cada recta corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.

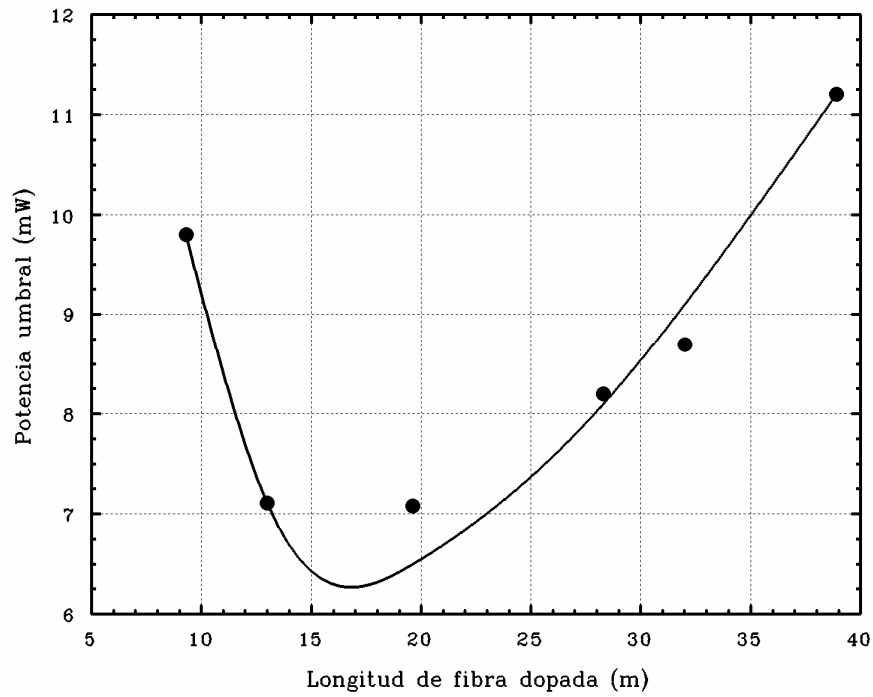




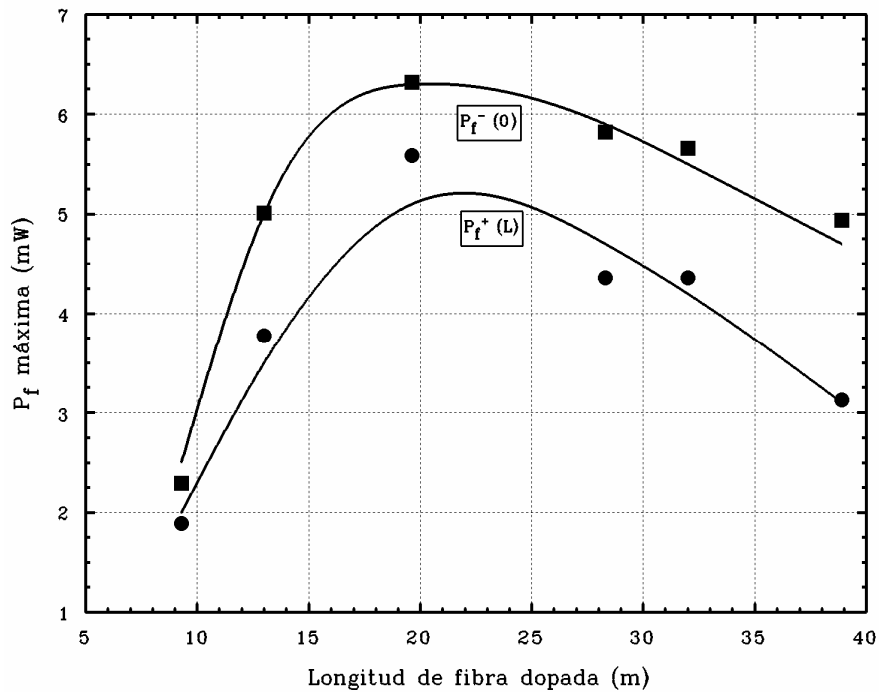
**Figura 5.95:** Potencia de bombeo copropagante en  $z = L$  en función de la potencia de bombeo introducida para la configuración de la Figura 5.91. Cada curva corresponde a una longitud distinta de fibra dopada.



**Figura 5.96:** Eficiencia copropagante (círculos) y contrapropagante (cuadrados) en el interior de la cavidad en función de la longitud de fibra dopada. Las curvas corresponden a ajustes matemáticos que intentan facilitar el seguimiento de la evolución.



**Figura 5.97:** Potencia umbral de bombeo en función de la longitud de fibra dopada. La curva corresponde a un ajuste matemático que intenta facilitar el seguimiento de la evolución.



**Figura 5.98:** Potencia de fluorescencia copropagante (círculos) y contrapropagante (cuadrados) obtenida para máximo bombeo en función de la longitud de fibra dopada. Las curvas corresponden a un ajuste matemático que intenta facilitar el seguimiento de la evolución.

Viendo las curvas obtenidas para la configuración con red de Bragg, podemos confirmar totalmente el análisis realizado en el apartado anterior, que se resume en los siguientes puntos: mayor inestabilidad en la potencia de fluorescencia, curvatura más pronunciada en la evolución de la potencia umbral, y potencia de fluorescencia y eficiencia máximas obtenidas para longitudes más cortas que con bombeo en 1480 nm. La tarea de comprobar si los modelos desarrollados son capaces de predecir estos comportamientos la dejaremos para el siguiente capítulo.

### **Bibliografía**

- [1] S. Jarabo. “*Estudio teórico y experimental de amplificadores de fibra óptica dopada con erbio*”  
Tesis doctoral. Universidad de Zaragoza (1994).
- [2] T. Norton, J. Geary. “*Fiber optic fusion splicing - Two technologies compared*”.  
Optics & Photonics News, **5**, pp. 24-27 (1994).
- [3] W. Zheng. “*Real time control of arc fusion for optical fibre splicing*”.  
Journal of Lightwave Technology, **11**, pp. 548-553 (1993).
- [4] W. Zheng, O. Hultén, R. Rylander. “*Erbium-doped fiber splicing and splice loss estimation*”.  
Journal of Lightwave Technology, **12**, pp. 430-435 (1994).
- [5] D.B. Mortimore. “*Fiber loop reflectors*”.  
Journal of Lightwave Technology, **6**, pp. 1217-1224 (1988).
- [6] J.T. Lin, W.A. Gambling. “*Polarisation effects in fibre lasers: phenomena, theory and applications*”.  
SPIE, **1373**, Fiber laser sources and amplifiers II, pp. 42-53 (1990).
- [7] S.V. Chernikov et al. “*Dual frequency all fibre grating laser source*”.  
Electronics Letters, **29**, pp. 1089-1091 (1993).
- [8] R. Kiyari, S.K. Kim, B.Y. Kim. “*Bidirectional single-mode Er-doped fiber-ring laser*”.  
IEEE Photonics Technology Letters, **8**, pp. 1624-1626 (1996).
- [9] S. Yamashita, M. Nishihara. “*Widely tunable erbium-doped fiber ring laser covering both C-band and L-band*”.  
IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics, **7**, pp. 41-43 (2001).

## Capítulo 6

---

---

# Caracterización de láseres y comparación entre las medidas experimentales y los modelos teóricos

---

---

<b>6.1</b>	<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>268</b>
<b>6.2</b>	<b>CARACTERIZACIÓN DE LÁSERES .....</b>	<b>268</b>
6.2.1	<i>Método de obtención de <math>\beta</math> y <math>\gamma</math> para una longitud de onda determinada .....</i>	<i>269</i>
6.2.2	<i>Método de obtención de perfiles espectrales de <math>\beta</math> y <math>\gamma</math>.....</i>	<i>273</i>
<b>6.3</b>	<b>COMPARACIÓN ENTRE LAS MEDIDAS EXPERIMENTALES Y LOS MODELOS TEÓRICOS DESARROLLADOS .....</b>	<b>283</b>
6.3.1	<i>Láseres bombeados en 1480 nm .....</i>	<i>284</i>
6.3.2	<i>Láseres bombeados en 980 nm .....</i>	<i>316</i>
<b>6.4</b>	<b>COMENTARIOS SOBRE LAS COMPARACIONES .....</b>	<b>322</b>
	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>324</b>

## 6.1 *Introducción*

El objetivo de este capítulo es hacer una comparación entre las medidas experimentales obtenidas y los valores teóricos predichos por los modelos desarrollados, de forma que podamos comprobar su validez. Para ello será necesario conocer el valor de todos los parámetros que determinan el comportamiento del láser y que deben ser introducidos en los modelos: reflexiones, transmisiones, longitud de fibra dopada, secciones eficaces de absorción y emisión estimulada, etc. La obtención de estas secciones de absorción y emisión estimulada es muy importante en la caracterización de dispositivos en los que interviene fibra óptica dopada con erbio, puesto que son imprescindibles en la elaboración de un modelo teórico que describa su comportamiento.

En este capítulo, comenzaremos proponiendo un nuevo método experimental para la obtención de las secciones eficaces de absorción y emisión en un montaje láser, basándonos en las ecuaciones del modelo analítico. Posteriormente utilizaremos los valores obtenidos para introducirlos en los modelos teóricos y haremos la comparación con las medidas experimentales.

## 6.2 *Caracterización de láseres*

Hasta el momento se han propuesto varios procedimientos para obtener las secciones eficaces del erbio en matriz de sílice [1-3], ofreciendo como resultado perfiles espectrales similares pero con grandes diferencias cuantitativas entre sí. Por otra parte, ninguno de estos métodos proporciona las secciones eficaces en condiciones de oscilación láser, lo que nos lleva a pensar en un método que proporcione estos datos ajustándose a nuestras propias condiciones de trabajo.

Así, desarrollaremos en este apartado un nuevo método basado en la relación existente entre las secciones eficaces de absorción y emisión estimulada y los parámetros  $\beta(\lambda)$

y  $\gamma(\lambda)$ <sup>1</sup>, el cual nos permitirá medir sus valores en un montaje láser para una longitud de onda determinada y ampliarlos después a todo el espectro. Estos parámetros  $\beta(\lambda)$  y  $\gamma(\lambda)$ , caracterizan de igual modo el comportamiento del erbio y son mucho más manejables que las propias secciones eficaces cuando tratamos con modelos basados en factores de solapamiento. Por esta razón, en este tipo de modelos denominaremos “caracterización del láser” a la obtención de los parámetros  $\beta(\lambda)$  y  $\gamma(\lambda)$  para todo el espectro.

### 6.2.1 Método de obtención de $\beta$ y $\gamma$ para una longitud de onda determinada

Para proceder con esta tarea, retomaremos algunas expresiones del Capítulo 4 donde se aplicaba la aproximación de fluorescencia despreciable a las ecuaciones del modelo basado en factores de solapamiento. En él, pudimos comprobar cómo la ganancia proporcionada por la fibra dopada durante una ida y vuelta en la cavidad, se igualaba a las pérdidas sólo para la longitud de onda de oscilación:

$$G^2(L, \lambda)R_1(\lambda)R_2(\lambda) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \lambda_{oscilación} \quad (4.88)$$

Pues bien, sustituyendo aquí la ganancia por su expresión según (3.40) y despejando apropiadamente, obtenemos una ecuación lineal de la forma:

$$Y = A(\lambda) \cdot X + B(\lambda) \quad (6.1)$$

donde:

$$Y = \ln \frac{P_p(L)}{P_p(0)} \quad X = L, \quad (6.2)$$

y:

$$A(\lambda) = -\frac{\gamma(\lambda)}{\beta(\lambda)} \quad B(\lambda) = -\frac{\ln[R_1(\lambda)R_2(\lambda)]}{2\beta(\lambda)}. \quad (6.3)$$

<sup>1</sup> A través de las expresiones (3.18), (3.29), (3.30), (3.35) y (3.36).

Como podemos apreciar, esta expresión contiene únicamente dos incógnitas,  $\beta(\lambda)$  y  $\gamma(\lambda)$ , ya que el resto de magnitudes se pueden medir experimentalmente. Así, si para una configuración láser dada efectuamos medidas de la potencia de bombeo introducida y residual para distintas longitudes de fibra dopada, obtenemos parejas de puntos  $(X,Y)$  a partir de las cuales mediante un sencillo ajuste por mínimos cuadrados podemos obtener los parámetros  $\beta(\lambda)$  y  $\gamma(\lambda)$ .

Para completar la descripción de este procedimiento, debemos apuntar un detalle importante y es que hay que asegurarse de que el láser oscila en la misma longitud de onda para cualquier pareja de puntos  $(X,Y)$  medidos, ya que de lo contrario mezclaríamos datos de distintos puntos del espectro y no tendría sentido el cálculo de  $\beta(\lambda)$  y  $\gamma(\lambda)$ . Este razonamiento, que parece obvio, no lo es tanto si recordamos que la longitud de onda de oscilación de un láser depende fuertemente de la longitud de fibra dopada, y que por tanto cada pareja de puntos  $(X,Y)$  oscilará en principio en longitudes de onda distintas. Para evitar esto, se hace necesaria la introducción de filtros espectrales en la cavidad láser, como por ejemplo redes de Bragg, las cuales mediante la introducción de grandes pérdidas en el resto del espectro, fuerzan al sistema a oscilar en una longitud de onda fija sean cuales sean el resto de condiciones experimentales.

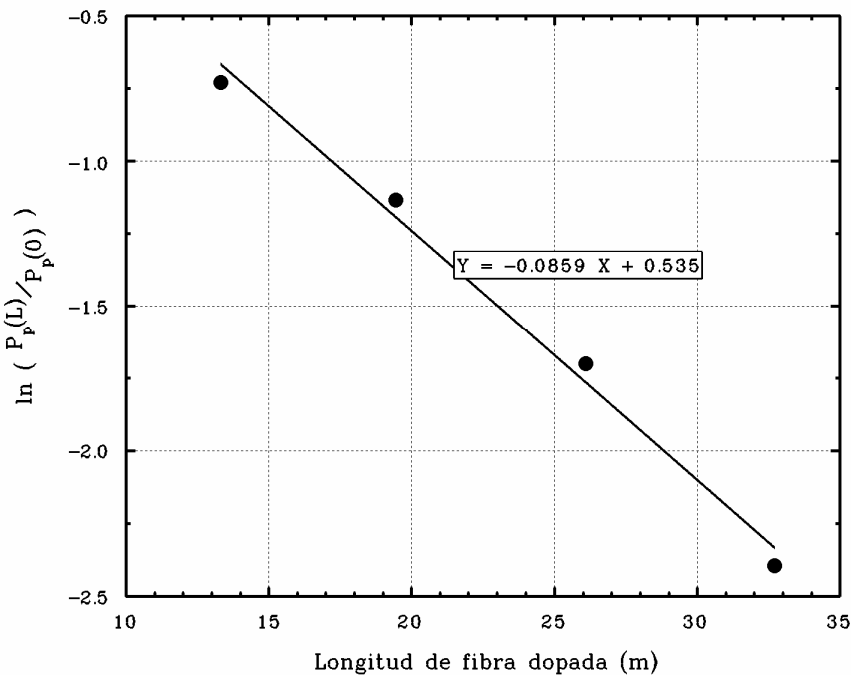
Por otra parte, los valores de  $\beta(\lambda)$  y  $\gamma(\lambda)$  son susceptibles de variar según las condiciones de trabajo del oscilador, las cuales a su vez pueden cambiar con cada montaje. Pese a esto último y tratando de buscar una mayor generalidad, dividiremos los osciladores únicamente en dos grandes grupos dependiendo de la banda de transición a la que se bombee: 1480 ó 980 nm. De esta forma nuestro objetivo será obtener dos parejas de parámetros  $\beta$  y  $\gamma$  que tomaremos como invariantes dentro de cada grupo, permitiendo además chequear los modelos teóricos de una manera más estricta, independiente de cada montaje individual.

En lo referente al grupo de láseres bombeados en la banda de 1480 nm, cualquier montaje en el que se incluya redes de Bragg que fijen la longitud de onda de oscilación es válido para calibrar estos parámetros. En concreto, nos decidimos por el láser con espejos *red*

de Bragg - todo fibra (Apartado 5.3.6) porque el bombeo se extrae de la cavidad con un acoplador 1480 / 1550 nm evitando reflexiones no deseadas en la longitud de onda de bombeo y proporcionando mayor precisión en la obtención de la potencia de bombeo residual.

Así, midiendo potencias de bombeo obtenemos los puntos que se muestran en la Figura 6.1. A partir de ellos, ajustando la ecuación de la recta por mínimos cuadrados, obtenemos que:  $A(\lambda) = -0.0859 \text{ m}^{-1}$  y  $B(\lambda) = 0.535$ , de donde sustituyendo en (6.3) los valores de  $R_1(\lambda)$  y  $R_2(\lambda)$  calibrados para ese montaje<sup>2</sup>, se deduce finalmente que:

$$\beta(1556 \text{ nm}) = 2.54 \quad \text{y} \quad \gamma(1556 \text{ nm}) = 0.218 \text{ m}^{-1} \quad \text{con} \quad \lambda_p = 1480 \text{ nm} \quad (6.4)$$



**Figura 6.1:** Puntos experimentales (X,Y) según nomenclatura (6.2) y recta ajustada por mínimos cuadrados para una configuración láser con espejos red de Bragg - todo fibra bombeada en 1480 nm.

Para el grupo de osciladores con bombeo en 980 nm podemos operar de igual forma fijándonos esta vez en el láser con espejos de *depósito de aluminio - red de Bragg* del Apartado 5.4.2. De esta manera, una vez medidos los puntos experimentales y ajustados a la

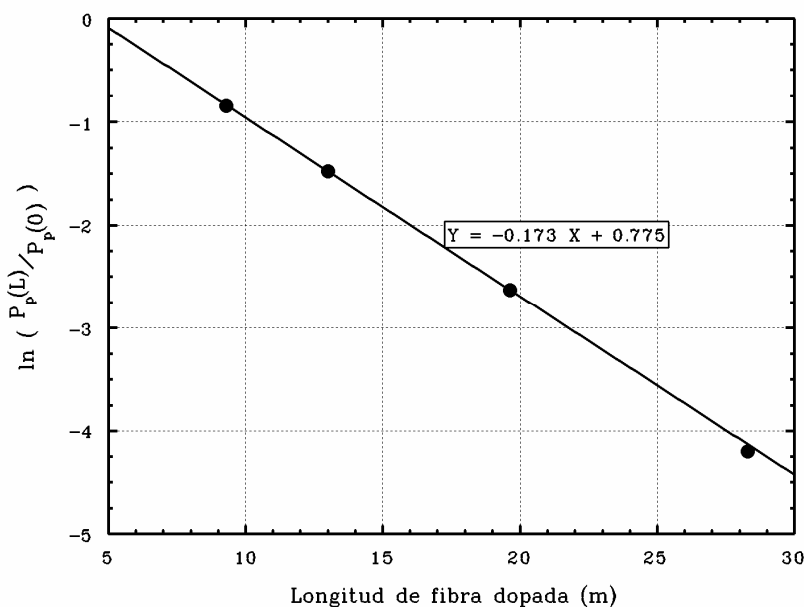
<sup>2</sup>  $R_1(1556 \text{ nm})=0.165$  y  $R_2(1556 \text{ nm})=0.400$  según se muestra en la Figura 5.68.



recta correspondiente (ver Figura 6.2) obtenemos que  $A(\lambda) = -0.173 \text{ m}^{-1}$  y  $B(\lambda) = 0.775$ , de donde sustituyendo en (6.3) los nuevos factores de reflexión<sup>3</sup>, deducimos que en esta ocasión los valores de  $\beta$  y  $\gamma$  son:

$$\beta(1556 \text{ nm}) = 0.783 \text{ y } \gamma(1556 \text{ nm}) = 0.135 \text{ m}^{-1} \quad \text{con } \lambda_p = 980 \text{ nm}, \quad (6.5)$$

que como podemos comprobar difieren bastante de los obtenidos para bombeo en 1480 nm.



**Figura 6.2:** Puntos experimentales (X,Y) según nomenclatura (6.2) y recta ajustada por mínimos cuadrados para una configuración láser con espejos de depósito de aluminio - red de Bragg bombeada en 980 nm.

Una vez obtenidos los valores de estos parámetros para los dos bombeos en una longitud de onda determinada, podríamos repetir esta operación para el resto del espectro y concluir así la caracterización del láser. Sin embargo esto no es recomendable por dos razones: en primer lugar necesitaríamos filtros espectrales para cada una de las longitudes de onda involucradas, o bien un filtro sintonizable con un amplio rango espectral, y en segundo lugar porque si multiplicamos el número de longitudes de onda (tomando por ejemplo resolución 1

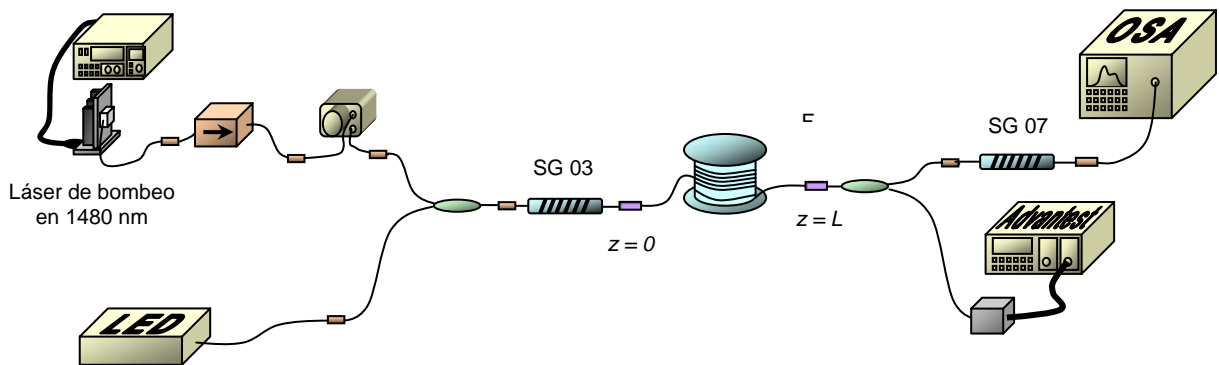
<sup>3</sup>  $R_1(1556 \text{ nm})=0.402$  y  $R_2(1556 \text{ nm})=0.739$  según se muestra en la Figura 5.92.

nm) por el número de medidas de bombeo que se realizan y tenemos en cuenta que hay que reestructurar la cavidad cada vez que introducimos una longitud distinta de fibra dopada, nos encontramos con una labor muy tediosa que en principio (y a falta de comprobar su comportamiento para el resto de montajes), nos asegura buenos resultados únicamente para el tipo de configuración láser seleccionada.

Tras estas consideraciones solamente nos quedan dos posibilidades, o bien tomar unos perfiles espectrales ya conocidos y reescalarlos en cada caso a los valores de (6.4) y (6.5), o bien diseñar un método experimental para medir nuestros propios perfiles en un oscilador láser. Nosotros consideraremos ambos casos y pasaremos a desarrollarlos en el siguiente apartado.

### 6.2.2 Método de obtención de perfiles espectrales de $\beta$ y $\gamma$

El procedimiento que proponemos para la obtención de perfiles espectrales de  $\beta$  y  $\gamma$ , se basa en el montaje de la Figura 6.3 y consiste en introducir señal mediante un LED en una cavidad láser y estudiar con un OSA la ganancia obtenida con la fibra dopada.



**Figura 6.3:** Configuración experimental utilizada para obtener los perfiles espectrales de  $\beta$  y  $\gamma$  mediante medidas de ganancia.

El oscilador ideal para este tipo de medidas es el que utiliza como espejos redes de Bragg centradas en la misma longitud de onda, de forma que se puede introducir señal y hacer

medidas de ganancia en todo el espectro excepto en la longitud de onda de oscilación, en la que se solapa la señal con la emisión láser. Por otra parte, en un montaje de estas características es conveniente extraer la potencia de bombeo residual de la cavidad para que no influya en la medida de la potencia de señal recogida en el OSA.

Una vez descrita la instalación, si denominamos  $P_0$  a la potencia de fluorescencia generada por emisión espontánea en  $z = 0$  y  $P_{LED}^+(0, \lambda \neq \lambda_l)$  a la potencia de señal proveniente del LED, tenemos:

- Al inicio de la fibra dopada ( $z = 0$ )

- Con LED apagado

$$P_{OFF}^+(0, \lambda \neq \lambda_l) \equiv P_0 \quad (6.6)$$

- Con LED encendido

$$P_{ON}^+(0, \lambda \neq \lambda_l) = P_0 + P_{LED}^+(0, \lambda \neq \lambda_l) \quad (6.7)$$

- Y por tanto al final de la fibra dopada ( $z = L$ )

- Con LED apagado

$$P_{OFF}^+(L, \lambda \neq \lambda_l) = G(L, \lambda \neq \lambda_l) \cdot P_0 \quad (6.8)$$

- Con LED encendido

$$P_{ON}^+(L, \lambda \neq \lambda_l) = G(L, \lambda \neq \lambda_l) \cdot [P_0 + P_{LED}^+(0, \lambda \neq \lambda_l)] \quad (6.9)$$

De estas cuatro situaciones nos interesan sobre todo las dos últimas (6.8)-(6.9), a partir de las cuales es fácil deducir una expresión de la ganancia en función de medidas experimentales:

$$G(L, \lambda \neq \lambda_l) = \frac{P_{ON}^+(L, \lambda \neq \lambda_l) - P_{OFF}^+(L, \lambda \neq \lambda_l)}{P_{ON}^+(0, \lambda \neq \lambda_l) - P_{OFF}^+(0, \lambda \neq \lambda_l)}. \quad (6.10)$$

Esta ecuación proporciona la ganancia en función de la longitud de onda para una longitud conocida de fibra dopada, y permite deducir los perfiles de  $\beta(\lambda)$  y  $\gamma(\lambda)$  con ayuda de la expresión (3.40), que podemos transformar en:

$$\ln G(L, \lambda) = \beta(\lambda) \cdot \ln \frac{P_p(L)}{P_p(0)} + \gamma(\lambda) \cdot L \quad (6.11)$$

Esta ecuación, al igual que (6.1), tiene dos incógnitas, por lo que podemos proceder de forma idéntica y considerarla como una recta del tipo  $Y = A \cdot X + B$ . La diferencia con el apartado anterior es que en este caso tenemos dos opciones para la variable  $X$  dependiendo de si hacemos el estudio de la ganancia con la longitud de fibra dopada o con el bombeo.

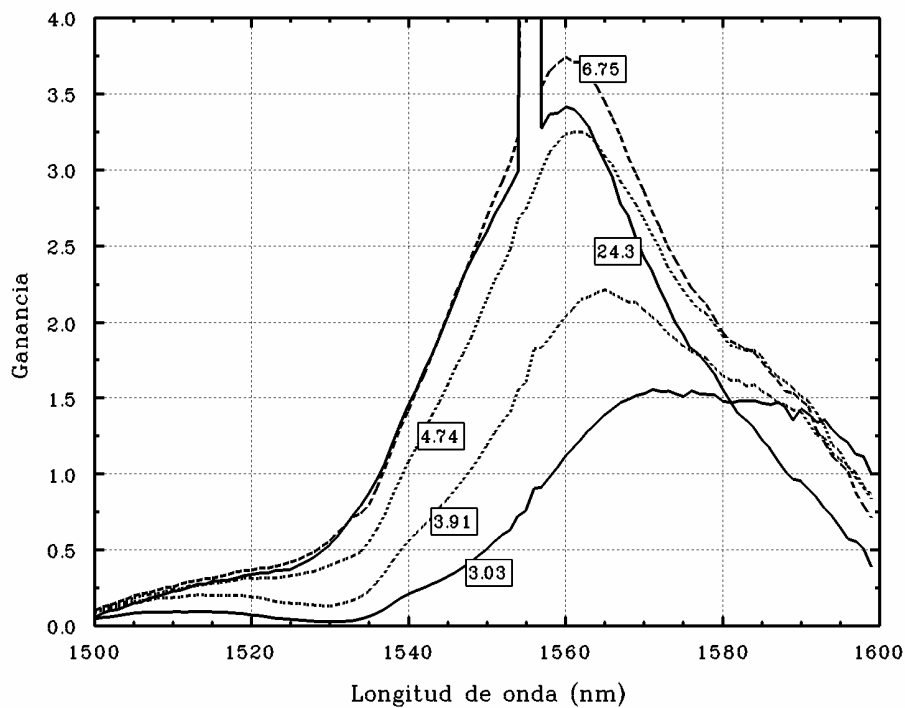
Considerando que buscamos únicamente unos perfiles cualitativamente válidos y que nuestra intención es proporcionar un método experimental lo más sencillo posible, decidimos tomar el estudio con el bombeo, ya que nos permite mantener invariable la configuración de la cavidad. De esta forma podemos identificar:

$$Y = \ln G(L, \lambda) \quad X = \ln \frac{P_p(L)}{P_p(0)} \quad (6.12)$$

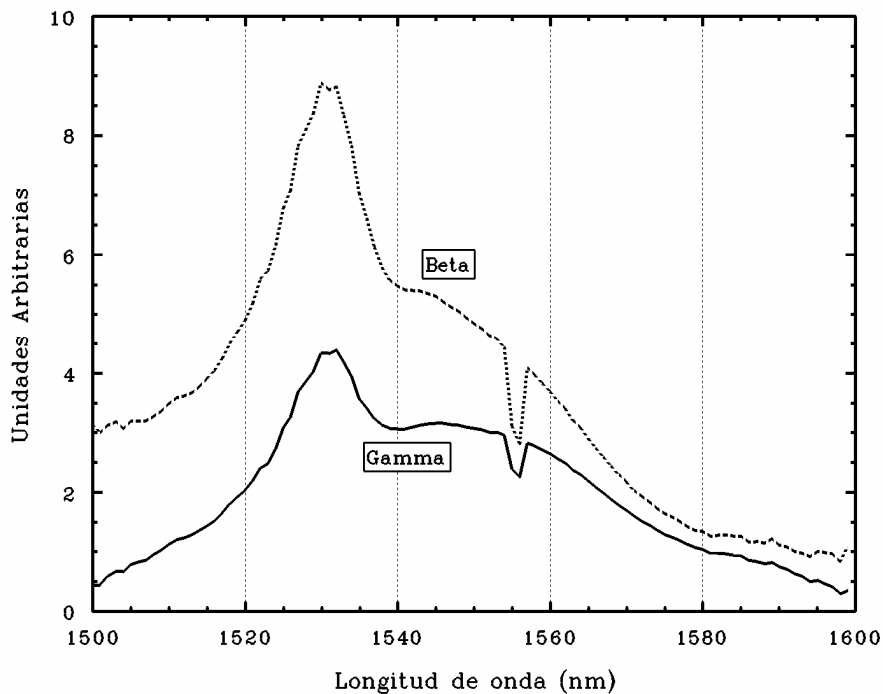
$$A(\lambda) = \beta(\lambda) \quad \text{y} \quad B(\lambda) = \gamma(\lambda)L. \quad (6.13)$$

Una vez definidos los parámetros y las variables escogidas, efectuaremos medidas de perfiles de ganancia para varios bombeos (en la Figura 6.4 se muestran algunos). Con ellos, mediante un ajuste por mínimos cuadrados para cada longitud de onda, obtendremos los parámetros de la recta correspondiente y utilizando (6.13) deduciremos los perfiles cualitativos de  $\beta(\lambda)$  y  $\gamma(\lambda)$  (Figura 6.5).

Podemos ver que estos perfiles dibujan un pequeño defecto en la longitud de onda de oscilación debido a la singularidad que presenta la ganancia en ese mismo punto (Figura 6.4). Para solventar este problema, y al ser solamente un punto en todo el espectro, interpolaremos linealmente con los puntos adyacentes para obtener así unos perfiles más acordes con la realidad.

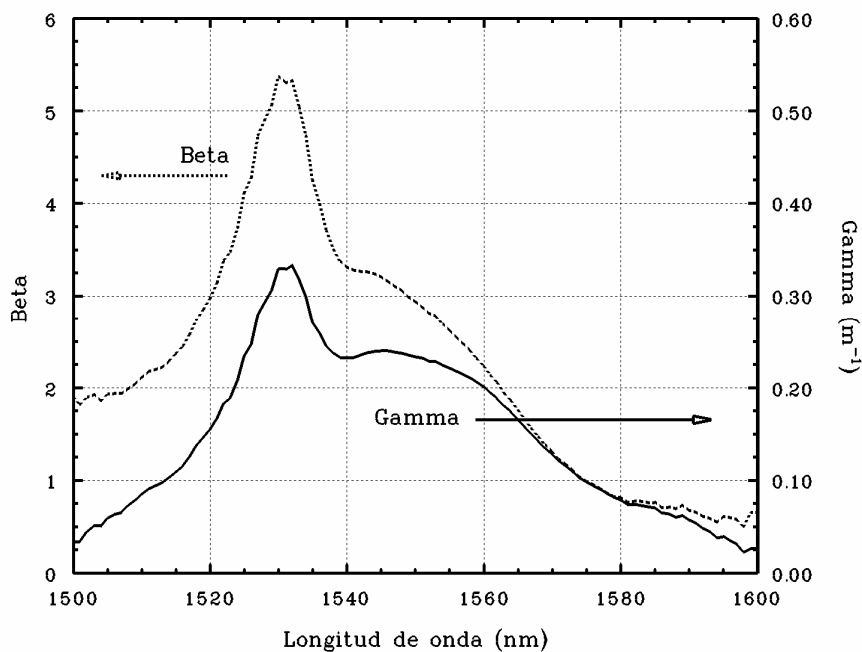


**Figura 6.4:** Perfiles de ganancia medidos en la configuración de la Figura 6.3 para varias potencias de bombeo introducidas (datos en mW).



**Figura 6.5:** Perfiles cualitativos de  $\beta$  y  $\gamma$  obtenidos con el método experimental descrito en este apartado.

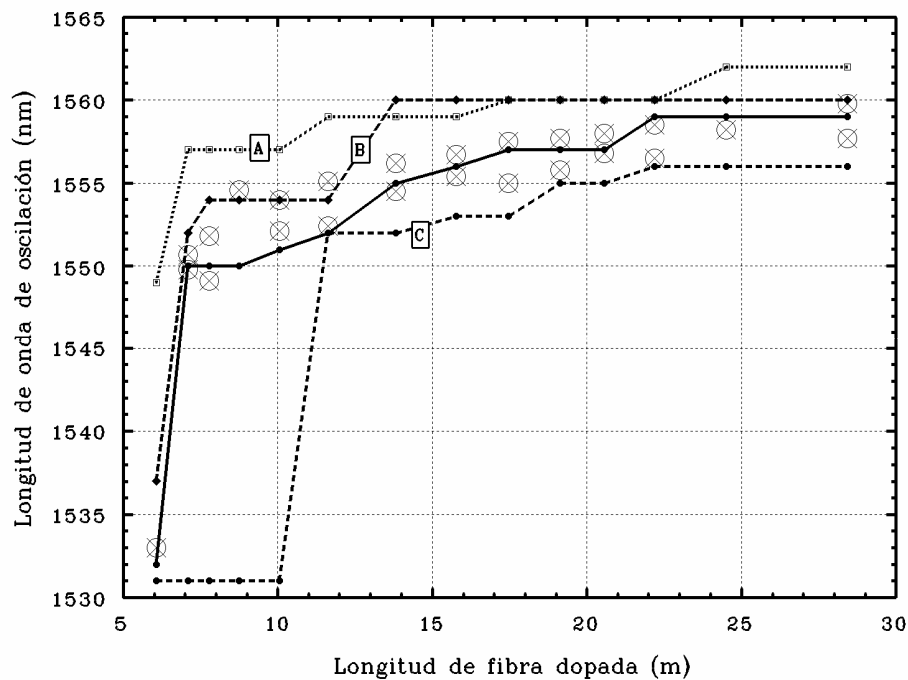
Una vez que tenemos los perfiles cualitativos completados, solamente queda reescalarlos a los valores de (6.4), que recordemos fueron obtenidos en rigurosa condición de oscilación, y conseguir así los perfiles definitivos de  $\beta$  y  $\gamma$  mostrados en la Figura 6.6. En un principio, estos perfiles deberían ofrecer una buena adaptación a las configuraciones láser bombeadas en 1480 nm, ya que a diferencia de los que figuran en la literatura [1-3], incluyen información del sistema cuando está oscilando. Esto es lo que trataremos de averiguar a continuación.



**Figura 6.6:** Perfiles definitivos de  $\beta$  y  $\gamma$  para bombeo en 1480 nm, obtenidos a partir de los perfiles cualitativos de la Figura 6.5, después de interpolar en el punto de oscilación y reescalar a los valores dados por (6.4).

Aunque obviamente el valor de  $\beta$  y  $\gamma$  afecta en mayor o menor medida a todas las magnitudes del láser, la mejor manera de contrastar la precisión de unos perfiles es comprobar si predicen bien la longitud de onda láser en una configuración con libre oscilación (sin filtros espectrales). Esto es así porque al considerar una resolución espectral de 1 nm en los programas de cálculo, una pequeña variación provoca que la longitud de onda de oscilación dada por el modelo salte al nanómetro siguiente, lo cual llama más la atención que por ejemplo en la fluorescencia exista una pequeña diferencia de potencia.

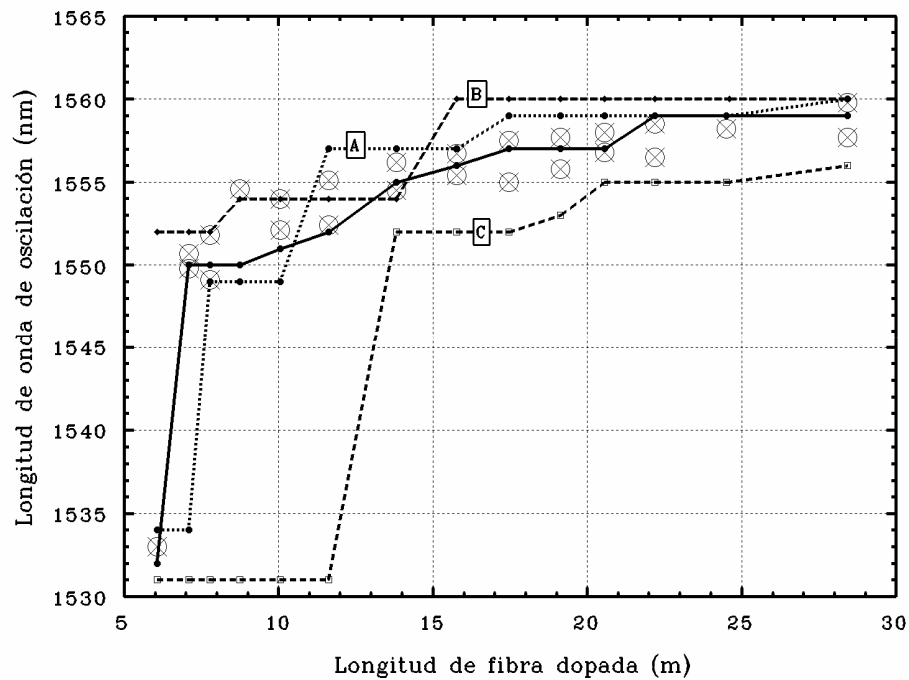
En la Figura 6.7 podemos ver comparadas las predicciones realizadas tanto por nuestros perfiles como por los obtenidos por otros autores a través del nuevo modelo  $\eta_0$ -analítico y aplicados al montaje láser con espejos de depósito de aluminio del Apartado 5.3.2. Las longitudes de onda de oscilación experimentales mostradas corresponden a las de la Figura 5.31.



**Figura 6.7:** Comparación entre las longitudes de onda de oscilación experimentales (círculos tachados) y las teóricas obtenidas para la configuración láser del Apartado 5.3.2 con nuestros perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  (línea continua) y con los de otros autores: A) S. Jarabo [1], B) J. C. Martín [2] y C) E. Desurvire [3].

Como podemos ver en esta figura, el comportamiento que más se ajusta a las medidas experimentales es el que predicen los perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  obtenidos con nuestro procedimiento. Sin embargo, como los perfiles del resto de autores fueron deducidos en otras condiciones y para otro tipo de configuraciones, sería más justo hacer la comparación tomando estos perfiles como cualitativos y reescalarlos a los valores de (6.4) obtenidos en condiciones de oscilación láser. Procediendo de este modo, obtenemos unos nuevos perfiles reescalados que al introducirlos en el nuevo modelo  $\eta_0$ -analítico predicen el comportamiento que se

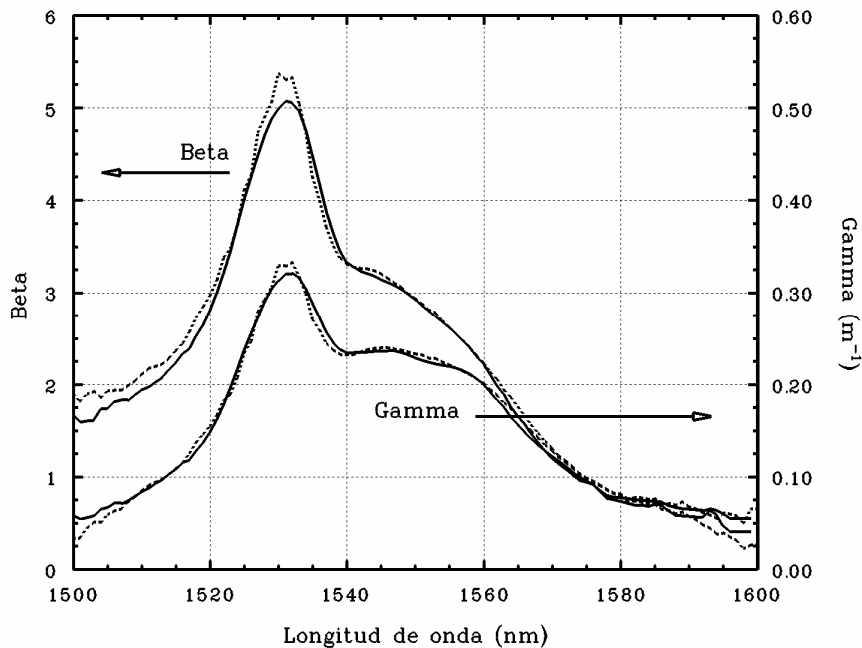
muestra en la Figura 6.8. En ella observamos como el comportamiento de nuestros perfiles sigue siendo el mejor, seguidos por los de S. Jarabo. Por el contrario, los perfiles de J.C. Martín y E. Desurvire siguen sin ajustarse a nuestras condiciones de trabajo, razón por la cual dejarán de ser considerados.



**Figura 6.8:** Comparación entre las longitudes de onda de oscilación experimentales (círculos tachados) y las teóricas obtenidas para la configuración láser del Apartado 5.3.2 con nuestros perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  (línea continua) y con los de otros autores: A) S. Jarabo [1], B) J. C. Martín [2] y C) E. Desurvire [3] reescalados a los valores de (6.4).

Si comparamos en la Figura 6.9 nuestros perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  con los de S. Jarabo reescalados a (6.4), observamos una gran similitud entre ellos debido a la semejanza existente entre ambas condiciones de trabajo. Recordemos que los perfiles de S. Jarabo fueron obtenidos con medidas de ganancia en el amplificador y los nuestros con medidas de ganancia en el láser, circunstancia que hace que los perfiles sean especialmente coincidentes. Sin embargo, ya advertimos en su momento que por lo general no existen grandes desacuerdos en la literatura en cuanto al trazado cualitativo de los perfiles, sino que las diferencias se producen en los valores cuantitativos, los cuales dependen de la configuración empleada.

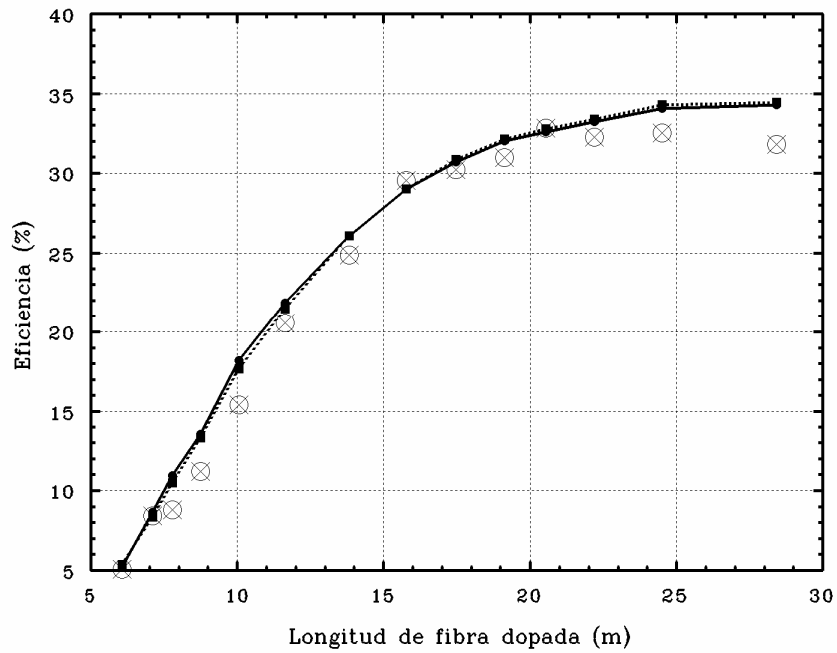




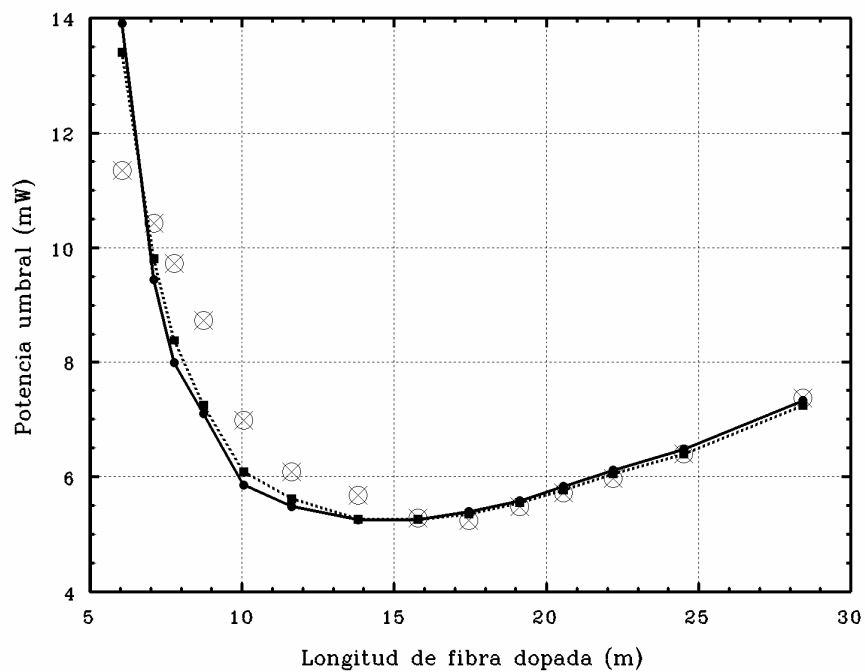
**Figura 6.9:** Comparación entre los perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  obtenidos según nuestro procedimiento (líneas punteadas) y los obtenidos por S. Jarabo (líneas continuas) reescalados a los valores de (6.4). (Con  $\lambda_p = 1480$  nm).

Analizando la Figura 6.9, podemos comprobar la influencia que tienen las pequeñas diferencias existentes entre los perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  en la longitud de onda de oscilación, ya que valores similares pueden introducir discrepancias de varios nanómetros (Figura 6.8). Por contra, la evolución del resto de magnitudes características del láser: potencia umbral, eficiencia y potencia de fluorescencia no se ven alteradas en exceso (ver Figuras 6.10-6.12).

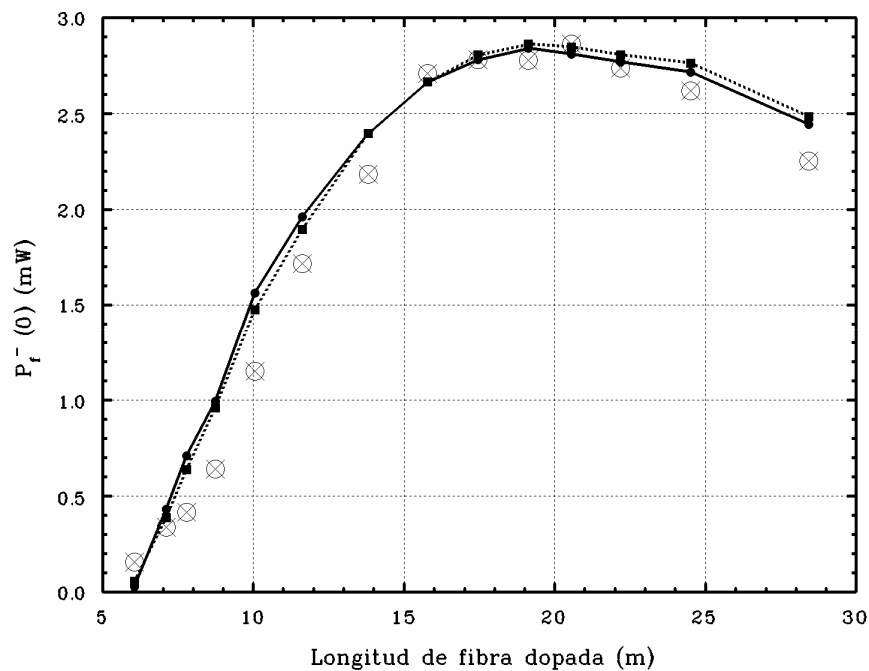
A la vista de estas gráficas, podemos confirmar por un lado lo que ya habíamos adelantado, y es que la mejor forma de determinar la precisión de unos perfiles  $\beta$  y  $\gamma$  es observar su comportamiento en cuanto a la predicción de longitudes de onda de oscilación. Por otro lado, tomaremos la determinación de considerar a partir de ahora y en todas las comparaciones teoría - experiencia, únicamente los perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  obtenidos con nuestro procedimiento ya que son los que mejor se han ajustado en el ejemplo considerado. En cualquier caso en los montajes que incluyen una red de Bragg centrada en 1556 nm, es indiferente tomar unos perfiles u otros puesto que los valores de  $\beta$  y  $\gamma$  vienen determinados para cualquier longitud de fibra dopada por (6.4).



**Figura 6.10:** Comparación entre la eficiencia experimental (círculos tachados) y la teórica obtenida para la configuración láser del Apartado 5.3.2 con nuestros perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  (línea continua) y con los de S. Jarabo reescalados a los valores de (6.4), (línea punteada).



**Figura 6.11:** Comparación entre la potencia umbral experimental (círculos tachados) y la teórica obtenida para la configuración láser del Apartado 5.3.2 con nuestros perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  (línea continua) y con los de S. Jarabo reescalados a los valores de (6.4), (línea punteada).



**Figura 6.12:** Comparación entre la potencia de fluorescencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica obtenida para la configuración láser del Apartado 5.3.2 con nuestros perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  (línea continua) y con los de S. Jarabo reescalados a los valores de (6.4), (línea punteada).

Todos los perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  mostrados hasta el momento así como su método de obtención, corresponden a configuraciones láser con bombeo en 1480 nm. Para conseguir ahora unos perfiles válidos para láseres bombeados en 980 nm, sería lógico seguir el mismo procedimiento y utilizar el mismo esquema de la Figura 6.3 pero bombeando esta vez en 980 nm. Sin embargo y pese a que esta es la mejor opción, decidimos seguir utilizando los mismos perfiles obtenidos con bombeo en 1480 nm, reescalándolos eso sí, a los valores de (6.5) deducidos para bombeo en 980 nm. Aunque esta alternativa parece menos precisa, podemos adelantar que las magnitudes principales del láser no se van a ver especialmente alteradas por utilizar unos perfiles u otros (tal y como hemos visto en las figuras anteriores), de forma que las mayores discrepancias se producirán sin duda en la predicción de las longitudes de onda de oscilación y por consiguiente en los espectros de fluorescencia. Por otra parte, esta determinación nos permite chequear los modelos teóricos en condiciones más adversas, lo que establece un límite en la precisión de los resultados que obtengamos.

### **6.3 Comparación entre las medidas experimentales y los modelos teóricos desarrollados**

De todos los modelos teóricos desarrollados en nuestro trabajo, podemos distinguir entre dos grupos principales: los modelos *estándar* que siguen las pautas marcadas por la literatura hasta la fecha (Capítulos 2 y 3), y los que incluyen los nuevos términos propuestos que ajustan el balance energético (Capítulo 4). Dentro de estos grupos, se ha demostrado que los modelos basados en factores de solapamiento constituyen una buena aproximación de aquéllos que tienen en cuenta la distribución modal de potencia en la fibra. Así, consideramos oportuno incluir en las gráficas de comparaciones únicamente los resultados teóricos obtenidos por los modelos “ $\eta_0$ -analítico” y “nuevo modelo  $\eta_0$ -analítico”, ya que son los más representativos y ofrecen además mayor velocidad de cálculo.

Las magnitudes en las que focalizaremos nuestra atención serán las tres más representativas de un oscilador: potencia umbral, eficiencia dentro de la cavidad y longitud de onda de oscilación, si bien al haber filtros espectrales en la mayoría de los casos esta última queda prefijada y no ha lugar a la comparación. Si los valores de estas magnitudes están ajustados, la potencia de fluorescencia también lo estará, ya que se obtiene directamente de las anteriores. Sin embargo, para apreciar mejor la influencia de los términos introducidos en el “nuevo modelo  $\eta_0$ -analítico”, mostraremos también potencias de fluorescencia teóricas y experimentales del interior de la cavidad así como sus espectros en alguno de los casos.

Los datos iniciales introducidos en los modelos teóricos serán los obtenidos en los calibrados previos (ver Capítulo 5), o en su caso los indicados por el fabricante y mostrados en el Apéndice A (ver también la Tabla 2.2). Por último los perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  que utilizaremos serán los obtenidos en el apartado anterior y reescalados a (6.4) o (6.5) dependiendo de si el láser está siendo bombeado en la banda de 1480 o de 980 nm. El orden de configuraciones que seguiremos en la comparación, será el mismo que en el Capítulo 5, dejando para el final las configuraciones que se utilizaron para deducir los valores (6.4) y (6.5) de  $\beta$  y  $\gamma$ , puesto que en principio deben ser la que mejor se ajusten.

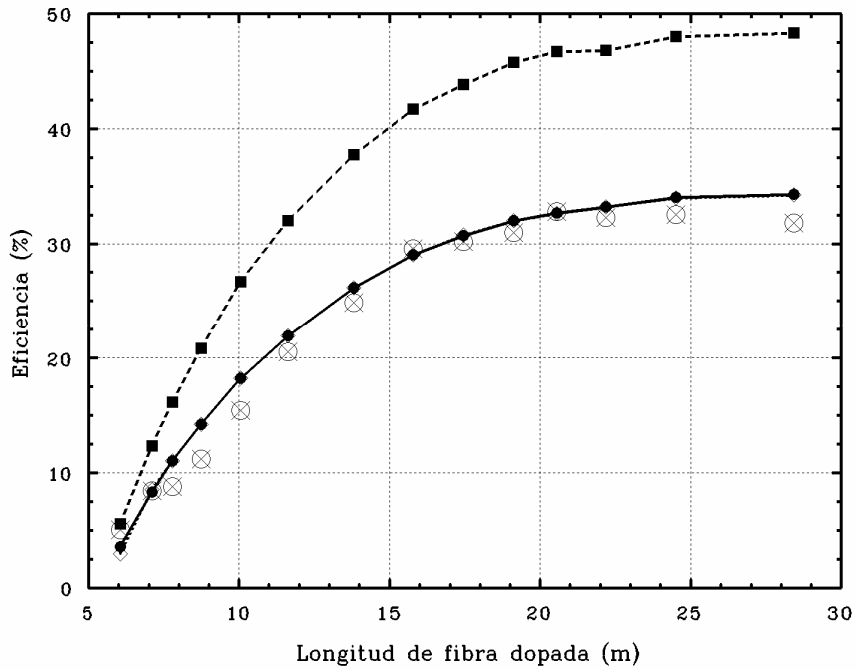
### 6.3.1 Láseres bombeados en 1480 nm

#### □ Láser con espejos de depósitos de aluminio

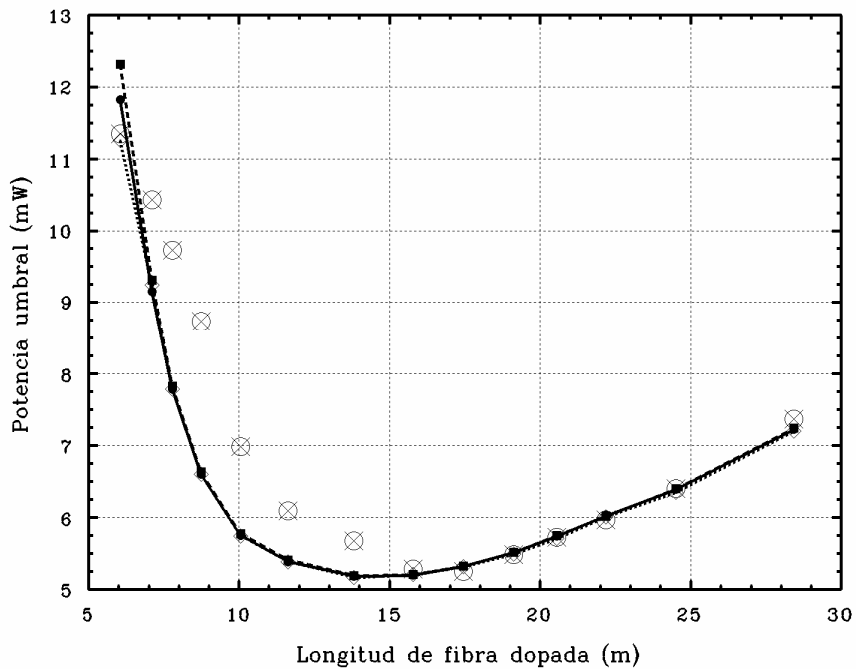
Esta configuración es quizá la más representativa de todas las que vamos a testear, ya que es la única bombeada en 1480 nm que no tiene filtros espectrales y que por tanto pone a prueba los modelos teóricos y los perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  en todo el espectro. Por esta razón mostraremos también en esta ocasión los resultados teóricos proporcionados por el “nuevo modelo combinado modal- $\eta_0$ ”, para constatar en un montaje real que el “nuevo modelo  $\eta_0$  analítico” es una muy buena aproximación del modelo con distribución modal y que es más que suficiente para describir el comportamiento de un láser con cavidad lineal.

De todas las comparaciones, la correspondiente a las longitudes de onda de oscilación teóricas y experimentales no se va a mostrar porque ya se reflejó por partida doble en las Figuras 6.7 y 6.8, donde la línea continua representaba la predicción teórica. Por otra parte, es importante conocer que durante la constitución de esta configuración láser solamente se dispuso de longitudes pequeñas de fibra dopada (2, 4 y 8 m), de forma que las longitudes más largas se formaron a partir de trozos menores soldados y no seccionando del trozo más largo como ocurre en montajes posteriores. Por ello, decidimos incluir en el modelo teórico y únicamente para este montaje experimental unos factores de pérdidas internas por soldaduras que tuvieran en consideración esta circunstancia. El valor de dichas pérdidas fue deducido a partir de medidas experimentales resultando ser en promedio de un 3% por soldadura. Estos factores “deforman” en cierta medida la evolución natural de las magnitudes más características del láser, por lo que no podemos dar generalidad al comportamiento que tienen para esta configuración.

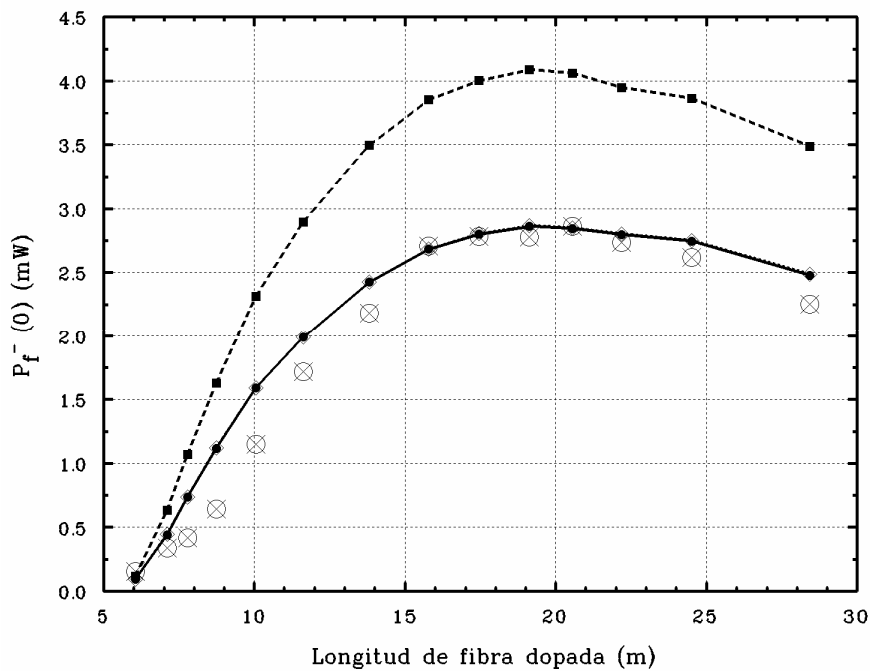
Por último y aunque obviamente no es posible tener medidas experimentales para todos los puntos de la fibra dopada, mostraremos las evoluciones teóricas de las potencias de fluorescencia con la coordenada axial que predicen los distintos modelos y compararemos con los valores experimentales obtenidos en los extremos de la cavidad.



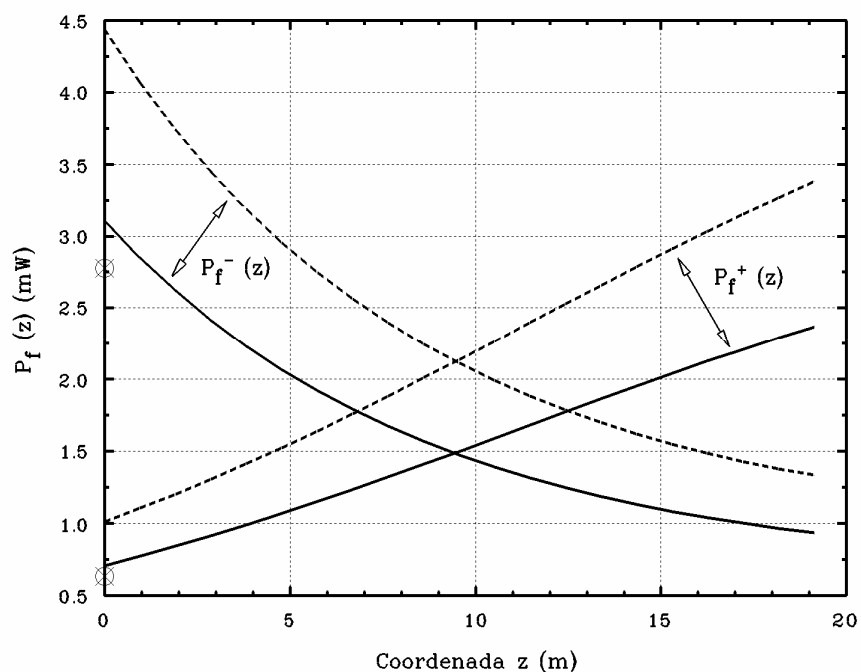
**Figura 6.13:** Comparación entre la eficiencia experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo modal- $\eta_0$  (línea punteada), el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser con espejos de depósito de aluminio.



**Figura 6.14:** Comparación entre la potencia umbral experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo modal- $\eta_0$  (línea punteada), el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser con espejos de depósito de aluminio.



**Figura 6.15:** Comparación entre la potencia de fluorescencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo modal- $\eta_0$  (línea punteada), el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (continua) y el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (rayada) para la configuración láser con espejos de depósito de aluminio.

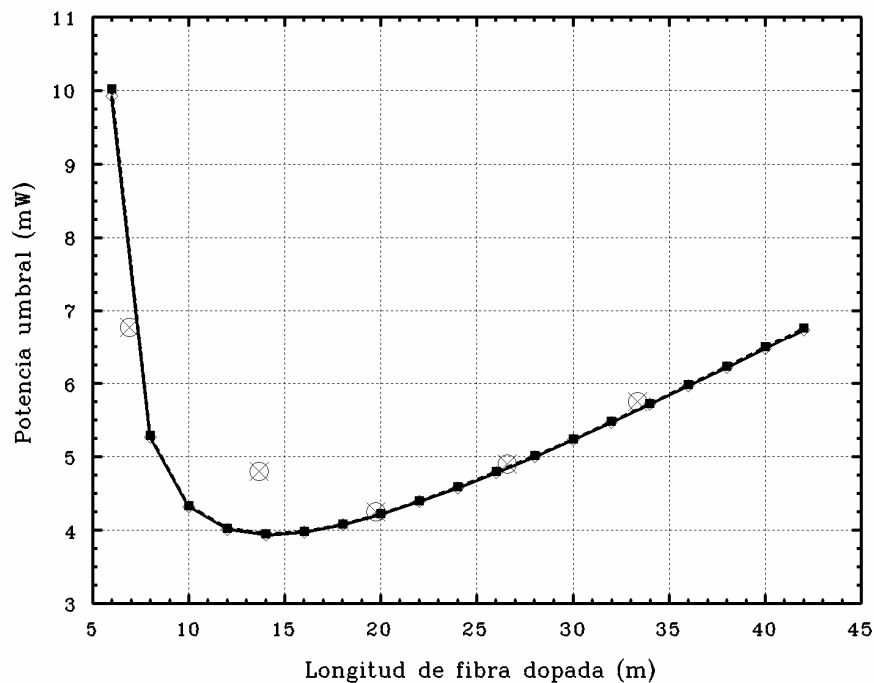


**Figura 6.16:** Evolución de las potencias de fluorescencia con la coordenada axial según el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser con espejos de depósito de aluminio. Se muestran también los puntos experimentales medidos en  $z = 0$  (círculos tachados).

En las Figuras 6.13-6.15 se representan tres curvas teóricas y una experimental, si bien la correspondiente al nuevo modelo modal- $\eta_0$  (línea punteada), se ve enmascarada por la del nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) confirmando que constituye una muy buena aproximación. Sólo es posible distinguir entre ambas curvas para las longitudes más cortas de fibra dopada, en las que nos encontramos más cerca del umbral de oscilación. Además podemos comprobar que aunque siguen la misma evolución, el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico se ajusta más a los puntos experimentales que el estándar  $\eta_0$  analítico.

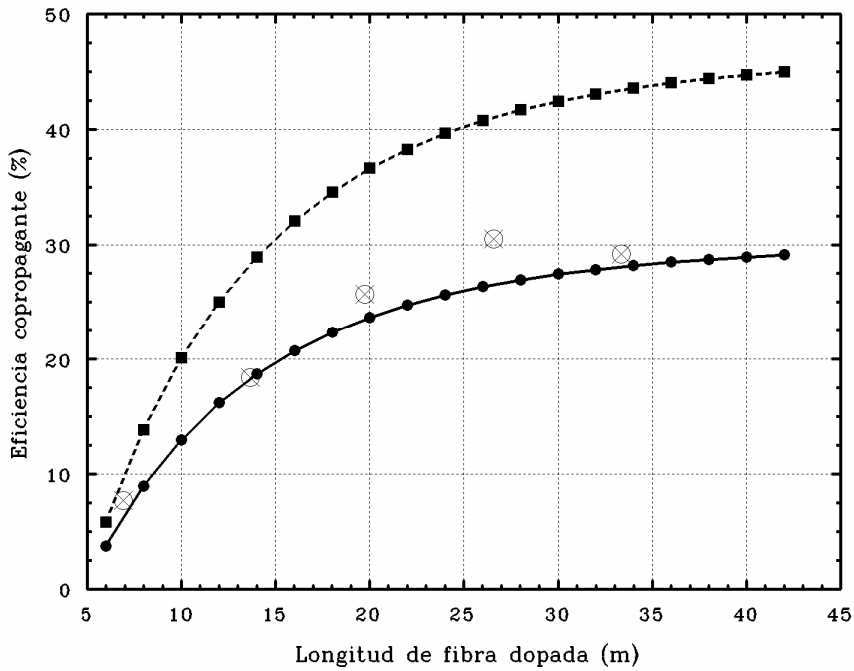
#### □ Láser con espejos red de Bragg - multicapas

Como características principales de este montaje recordaremos que el 32% del bombeo residual era reflejado y reintroducido de nuevo en la fibra dopada, y que su configuración permitía obtener medidas de fluorescencia en ambos extremos de la cavidad, con lo que podremos mostrar resultados para los dos sentidos de propagación.

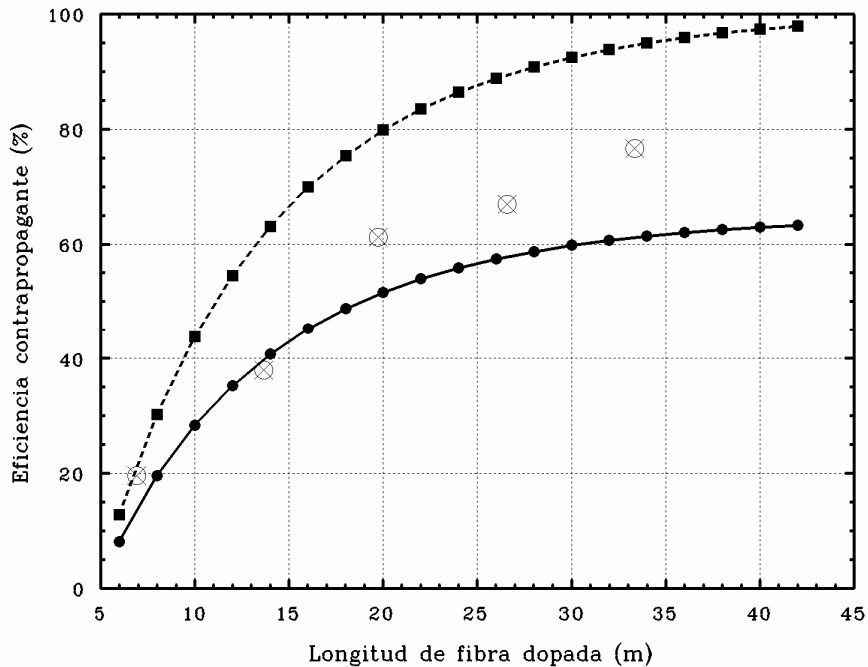


**Figura 6.17:** Comparación entre la potencia umbral experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - multicapas.

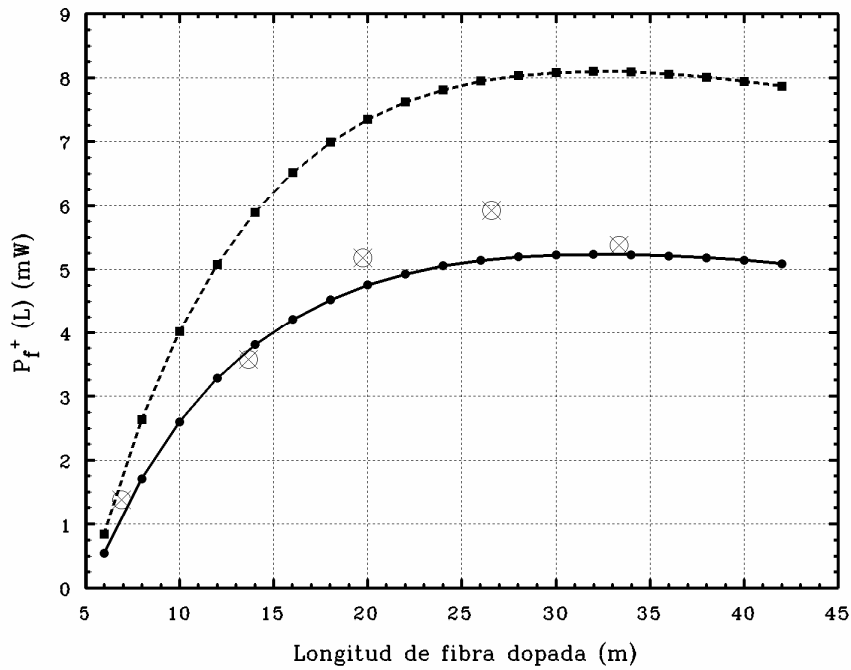




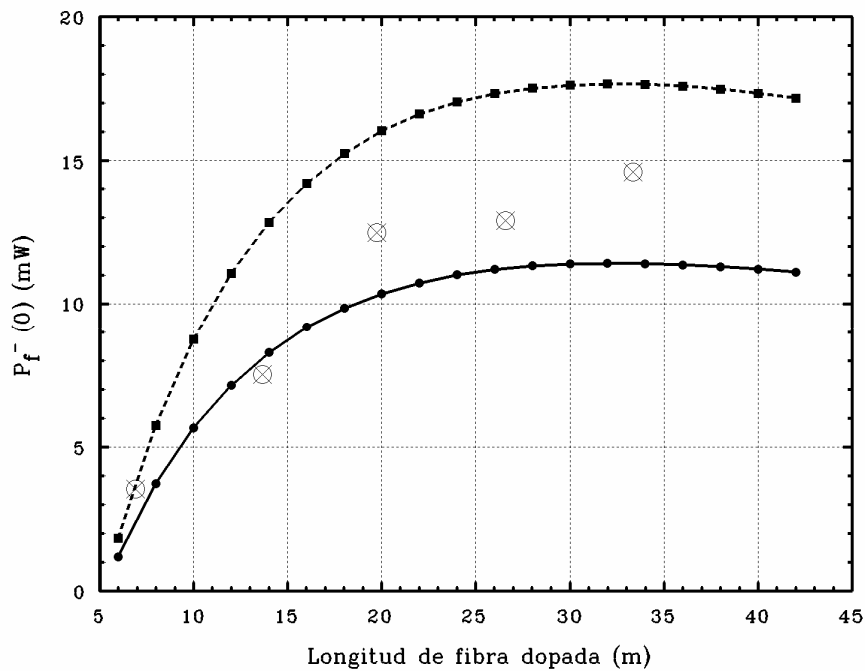
**Figura 6.18:** Comparación entre la eficiencia copropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (rayada) para la configuración láser Bragg - multicapas.



**Figura 6.19:** Comparación entre la eficiencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (rayada) para la misma configuración láser.



**Figura 6.20:** Comparación entre la potencia de fluorescencia copropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - multicapas.

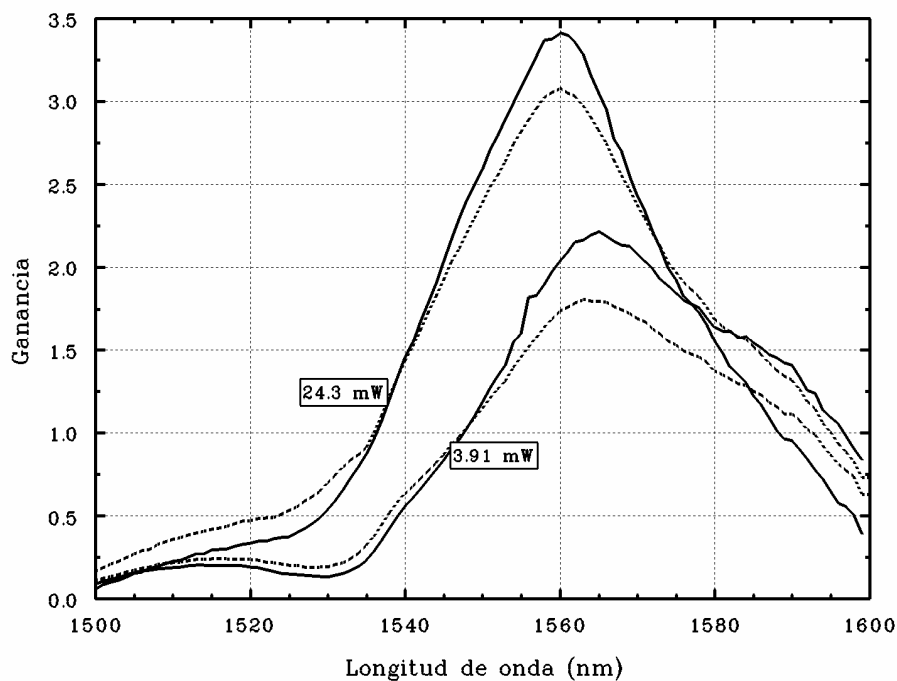


**Figura 6.21:** Comparación entre la potencia de fluorescencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - multicapas.

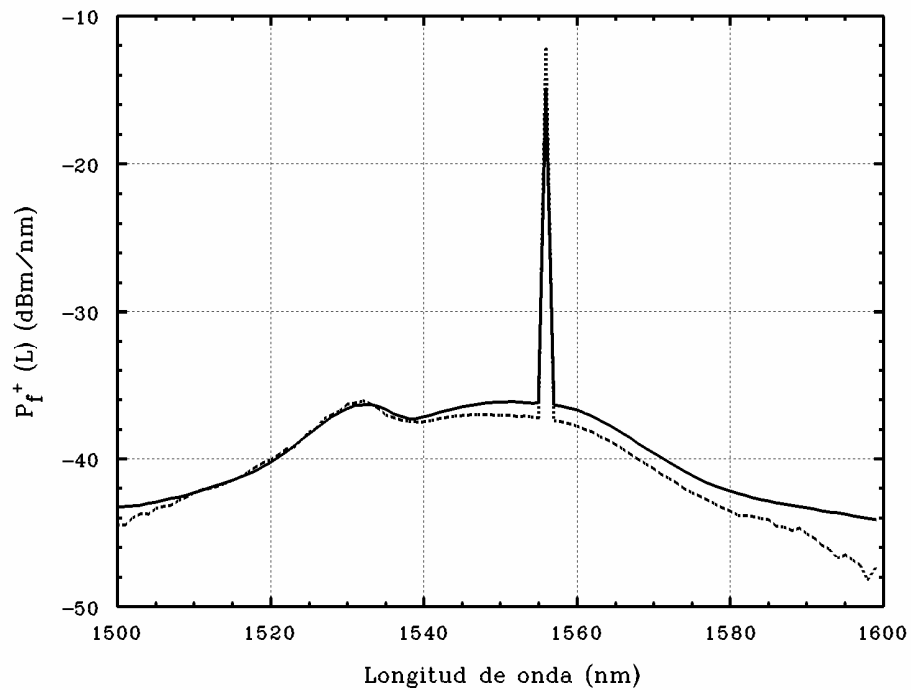
Al igual que en el montaje anterior, apreciamos que tanto el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico como el estándar  $\eta_0$  analítico siguen la misma evolución, pero que cuantitativamente el primero ofrece mejores resultados respecto a las medidas experimentales que el segundo, exceptuando los valores de la potencia de bombeo umbral (Figura 6.17) que son similares en ambos casos.

#### □ Láser con espejos red de Bragg - red de Bragg

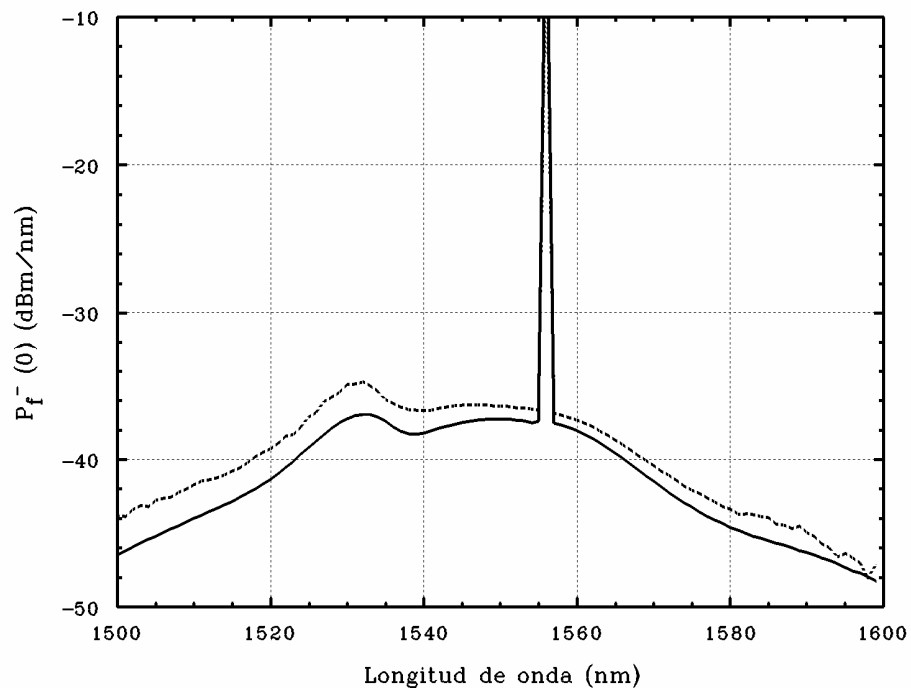
En esta configuración mostraremos, además de las mismas gráficas que en los casos anteriores, comparaciones entre perfiles espectrales de fluorescencia co- y contrapropagante para bombeos cercanos al umbral de oscilación, puesto que en principio es la zona más crítica. También mostraremos comparaciones entre perfiles espectrales de ganancia aprovechando que fueron medidos para obtener los perfiles de los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$ .



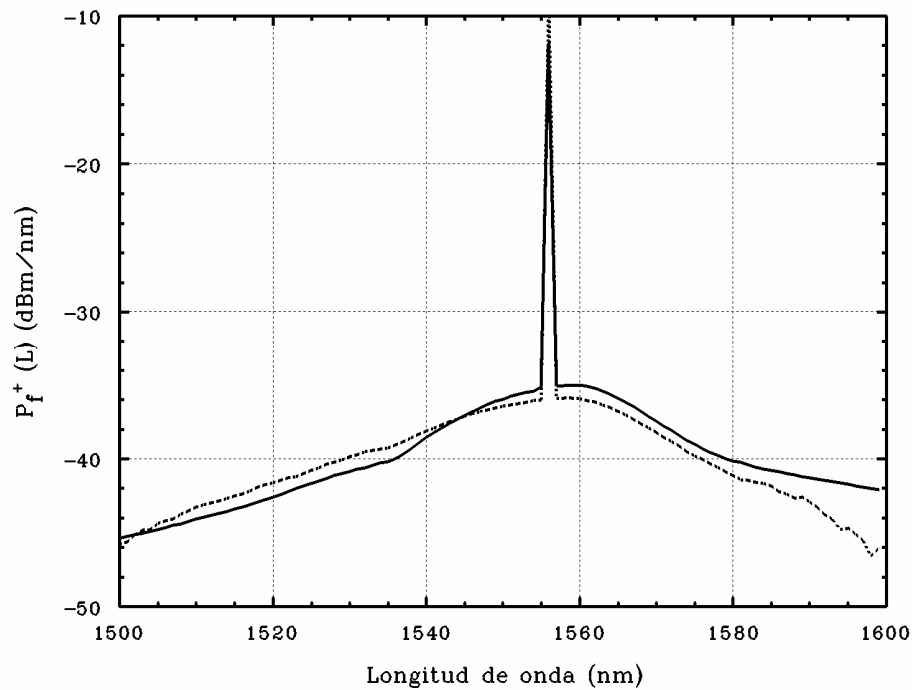
**Figura 6.22:** Comparación entre perfiles de ganancia experimentales (líneas continuas) y teóricos (líneas punteadas), obtenidos con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico para la configuración láser Bragg - Bragg con  $L = 19.5$  m y varios bombeos.



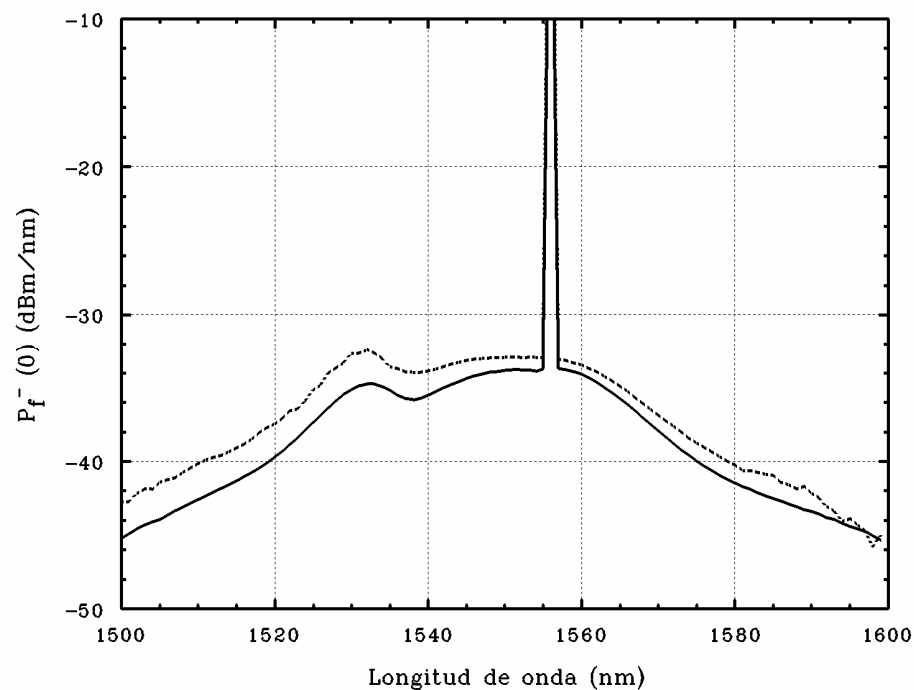
**Figura 6.23:** Comparación entre el perfil de fluorescencia copropagante experimental (línea continua) y teórico (línea punteada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico para la configuración láser Bragg-Bragg, con  $P_p(0) = 5.01 \text{ mW}$  y  $L = 13.5 \text{ m}$ .



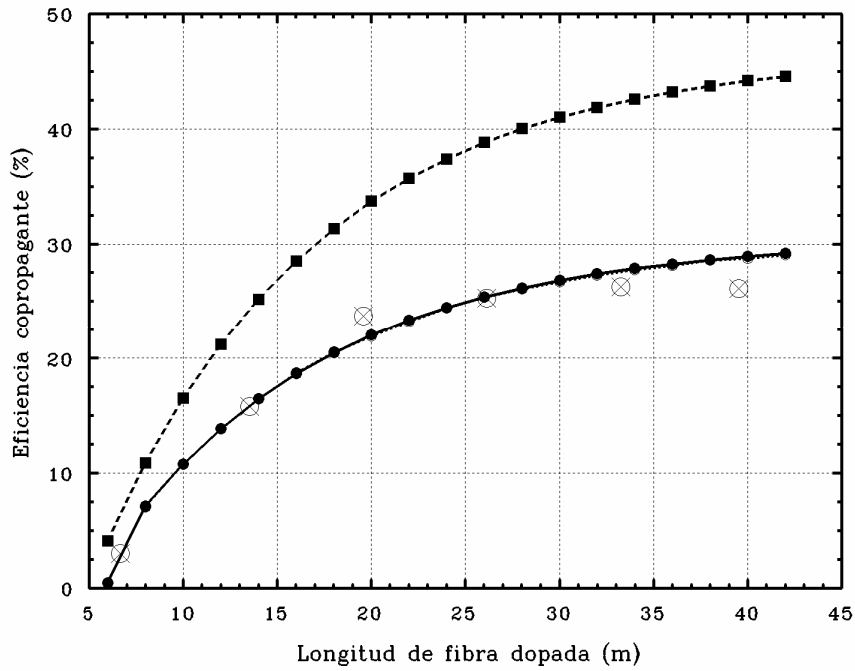
**Figura 6.24:** Comparación entre el perfil de fluorescencia contrapropagante experimental (línea continua) y teórico (línea rayada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico para la configuración láser Bragg-Bragg, con  $P_p(0) = 5.01 \text{ mW}$  y  $L = 13.5 \text{ m}$ .



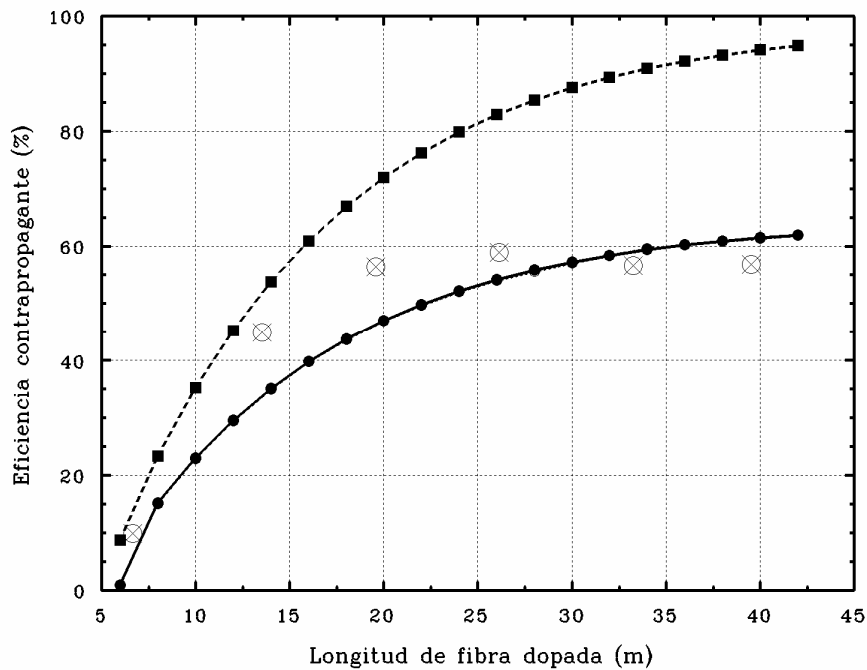
**Figura 6.25:** Comparación entre el perfil de fluorescencia copropagante experimental (línea continua) y teórico (línea punteada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico para la configuración láser Bragg-Bragg, con  $P_p(0) = 5.53 \text{ mW}$  y  $L = 26.1 \text{ m}$ .



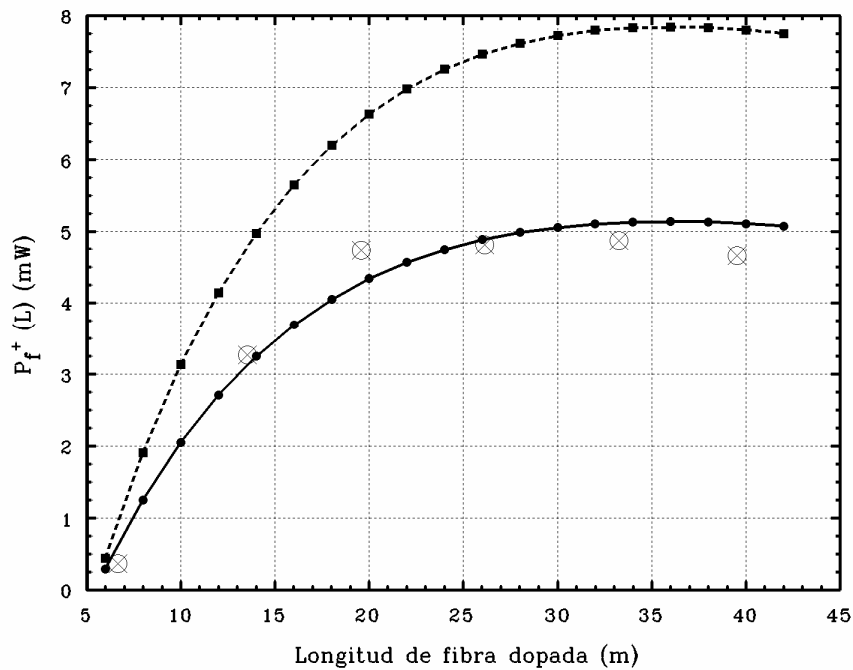
**Figura 6.26:** Comparación entre el perfil de fluorescencia contrapropagante experimental (línea continua) y teórico (línea rayada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico para la configuración láser Bragg-Bragg, con  $P_p(0) = 5.53 \text{ mW}$  y  $L = 26.1 \text{ m}$ .



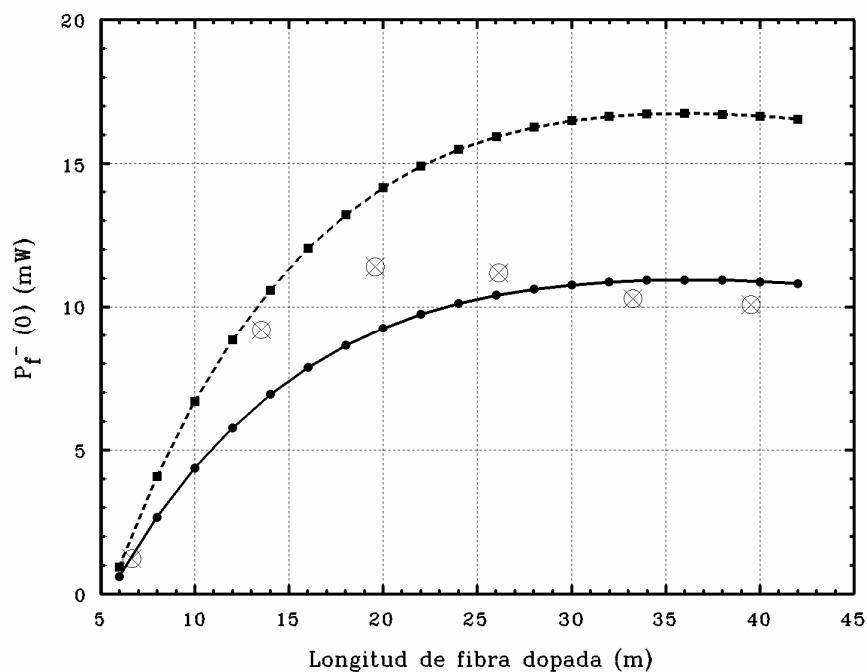
**Figura 6.27:** Comparación entre la eficiencia copropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg-Bragg.



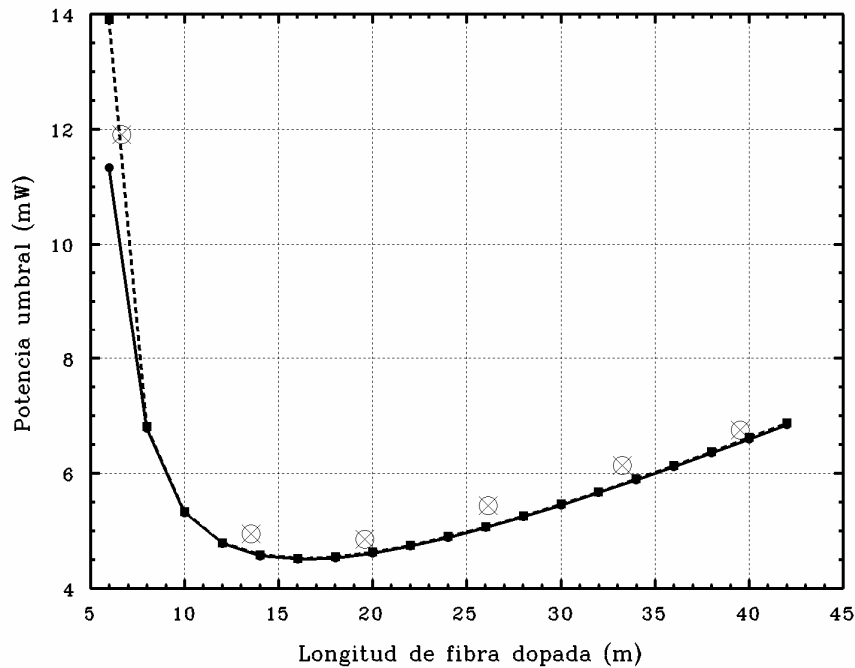
**Figura 6.28:** Comparación entre la eficiencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - Bragg.



**Figura 6.29:** Comparación entre la potencia de fluorescencia copropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - Bragg.



**Figura 6.30:** Comparación entre la potencia de fluorescencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - Bragg.



**Figura 6.31:** Comparación entre la potencia umbral experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - Bragg.

Además de encontrarnos con un comportamiento de los modelos similar al de anteriores montajes para el umbral, la eficiencia y la potencia de fluorescencia, podemos comprobar en esta configuración que ambos modelos ofrecen ajustes muy buenos para los perfiles de fluorescencia experimentales obtenidos con varias longitudes de fibra dopada, (en las Figuras 6.23 - 6.26 se muestran algunos). También es importante destacar su buen comportamiento respecto al perfil de distribución espectral de la ganancia (Figura 6.22), que presentamos para dos potencias de bombeo distintas.

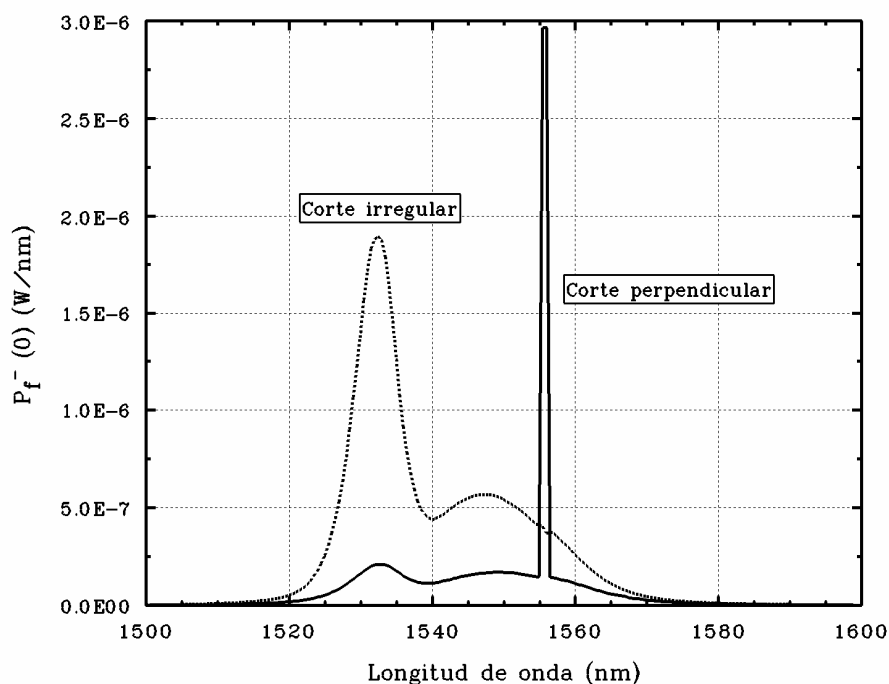
Todas las figuras de espectros que se muestran en esta configuración y de aquí en adelante, contendrán únicamente una curva teórica debido a que el modelo estándar  $\eta_0$  analítico y el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico presentan una evolución espectral de la fluorescencia idéntica. La única diferencia entre ambos modelos se produce en la longitud de onda de oscilación y su comparación se hace ya de algún modo en las curvas de potencia de fluorescencia mostradas en las Figuras 6.29 y 6.30.



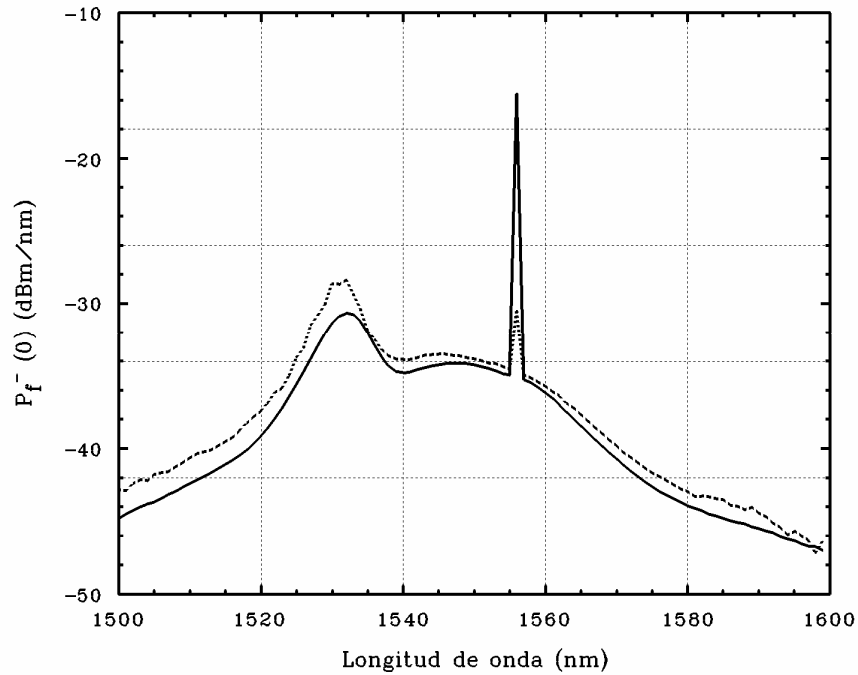
### □ Láser con espejos red de Bragg - depósito de aluminio

Con esta configuración pretendemos comprobar el comportamiento de los modelos teóricos para distintos factores de reflexión dentro de una misma cavidad, para lo cual se fabricaron espejos con depósito de aluminio de distintos espesores que proporcionaran las reflexiones buscadas. Para el estudio del caso de menor factor de reflexión ( $R_2 = 3.4\%$ ) se efectuó un corte limpio y perpendicular en el extremo de una fibra pasiva, lo que es suficiente para que el sistema oscile a partir de una cierta longitud de fibra dopada (Figura 6.32).

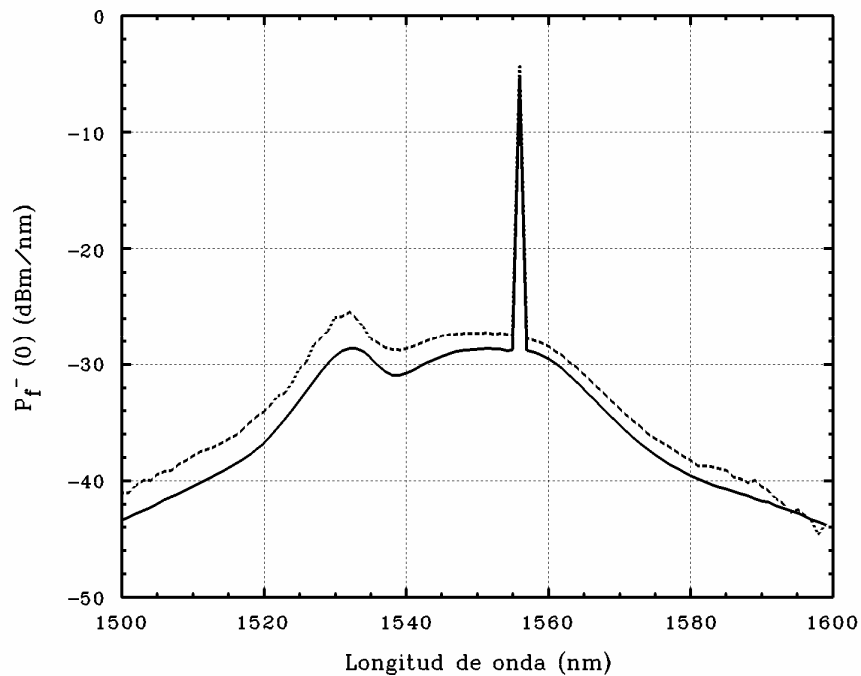
En primer lugar, presentaremos los ajustes obtenidos para cada combinación de espejos para los espectros de fluorescencia correspondientes a la zona cercana al umbral de oscilación, que es la más crítica, mostrando los resultados para un par de longitudes de fibra dopada.



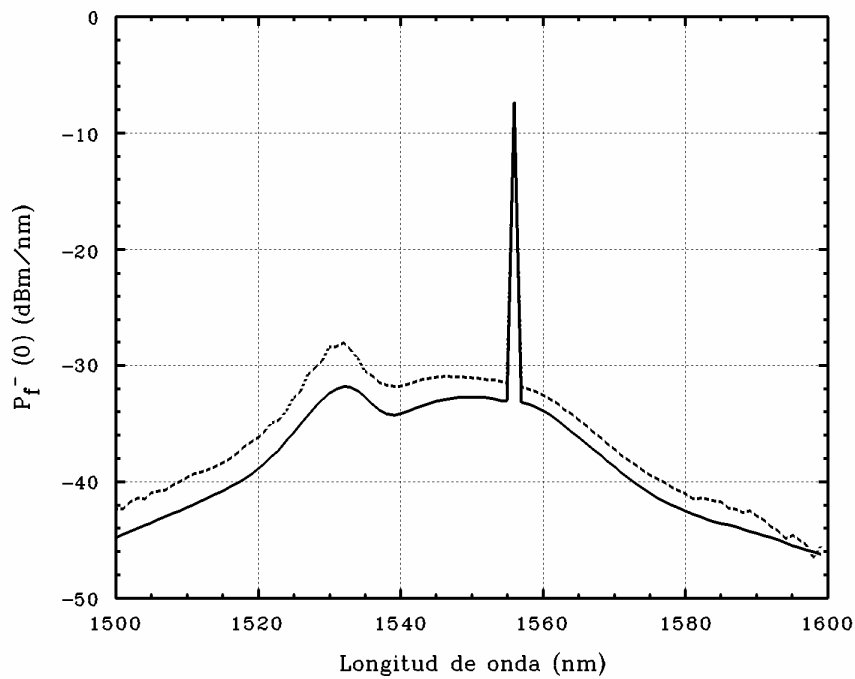
**Figura 6.32:** Comparación entre perfiles experimentales de fluorescencia contrapropagante obtenidos: cuando efectuamos un corte limpio y perpendicular en la fibra, y cuando dejamos el extremo de la fibra de forma irregular. (Configuración láser Bragg - aluminio,  $P_p(0) = 24.3$  mW y  $L = 19.68$  m).



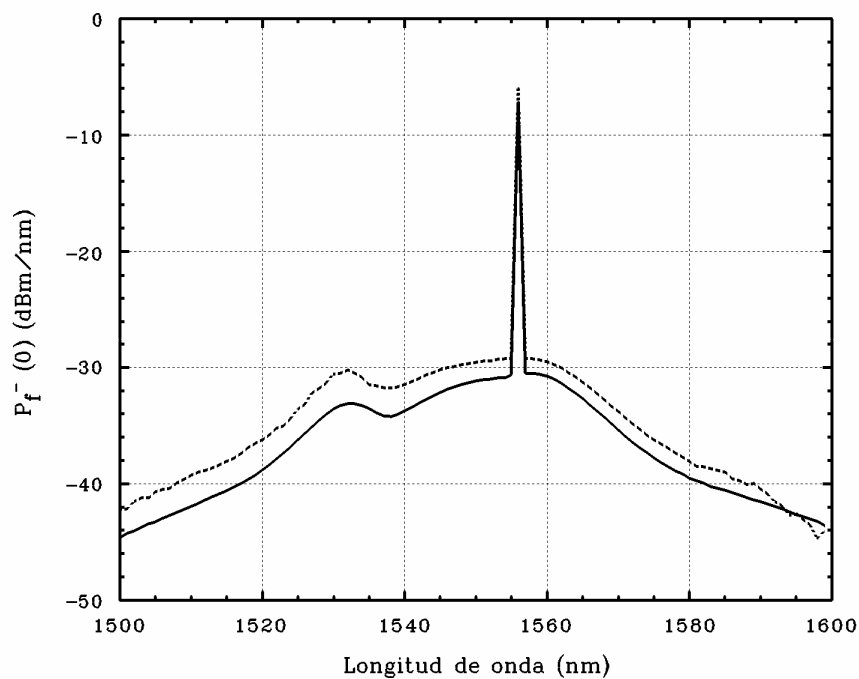
**Figura 6.33:** Comparación entre el perfil de fluorescencia contrapropagante experimental (línea continua) y teórico (línea punteada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico justo por encima del umbral de oscilación, para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 3.4\%$ ,  $P_p(0) = 16.6 \text{ mW}$  y  $L = 13.44 \text{ m}$ .



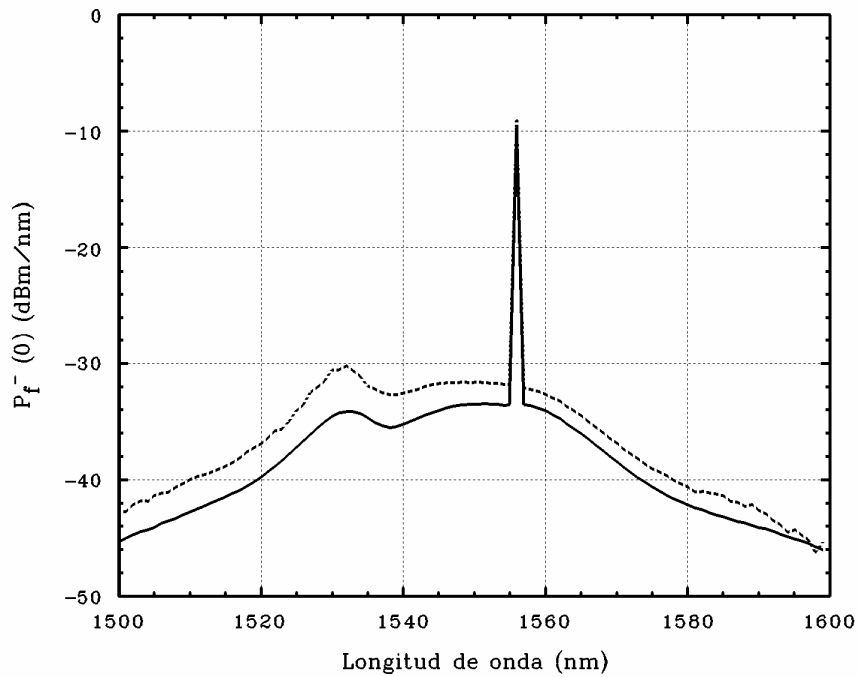
**Figura 6.34:** Comparación entre el perfil de fluorescencia contrapropagante experimental (línea continua) y teórico (línea punteada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico justo por encima del umbral de oscilación, para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 3.4\%$ ,  $P_p(0) = 8.71 \text{ mW}$  y  $L = 26.44 \text{ m}$ .



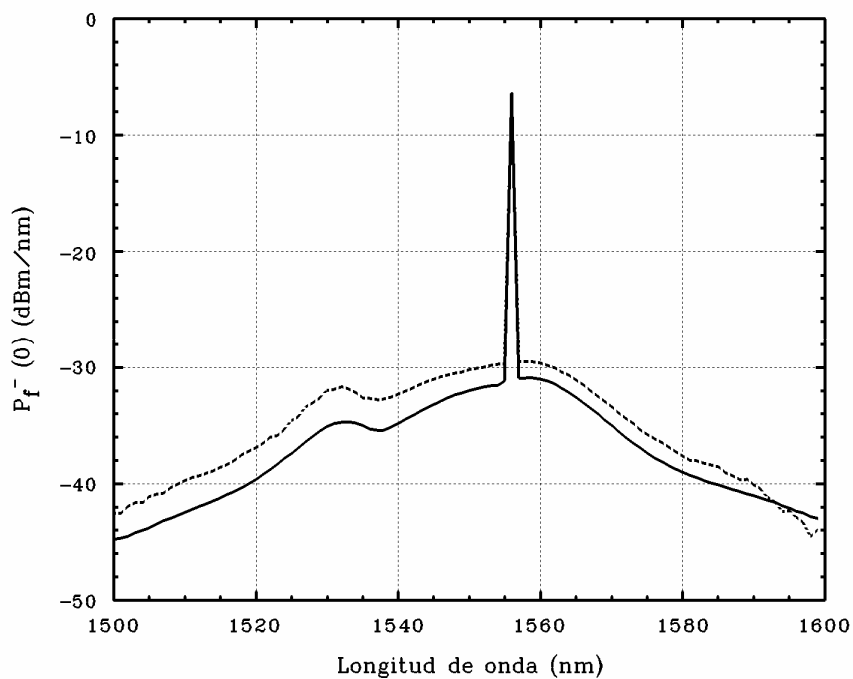
**Figura 6.35:** Comparación entre el perfil de fluorescencia contrapropagante experimental (línea continua) y teórico (línea punteada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico justo por encima del umbral de oscilación, para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 23\%$ ,  $P_p(0) = 6.75 \text{ mW}$  y  $L = 13.45 \text{ m}$ .



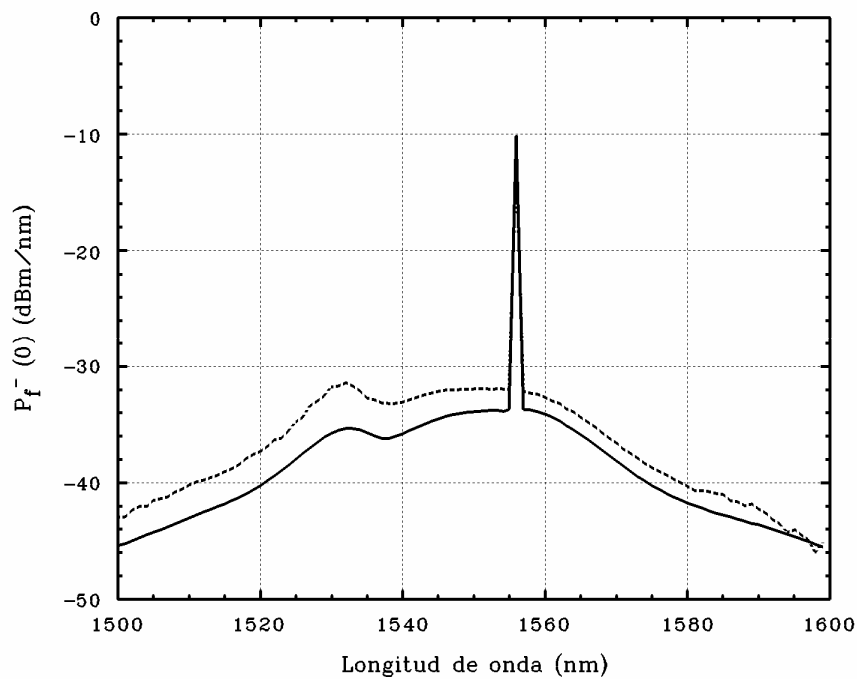
**Figura 6.36:** Comparación entre el perfil de fluorescencia contrapropagante experimental (línea continua) y teórico (línea punteada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico justo por encima del umbral de oscilación, para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 23\%$ ,  $P_p(0) = 6.10 \text{ mW}$  y  $L = 26.42 \text{ m}$ .



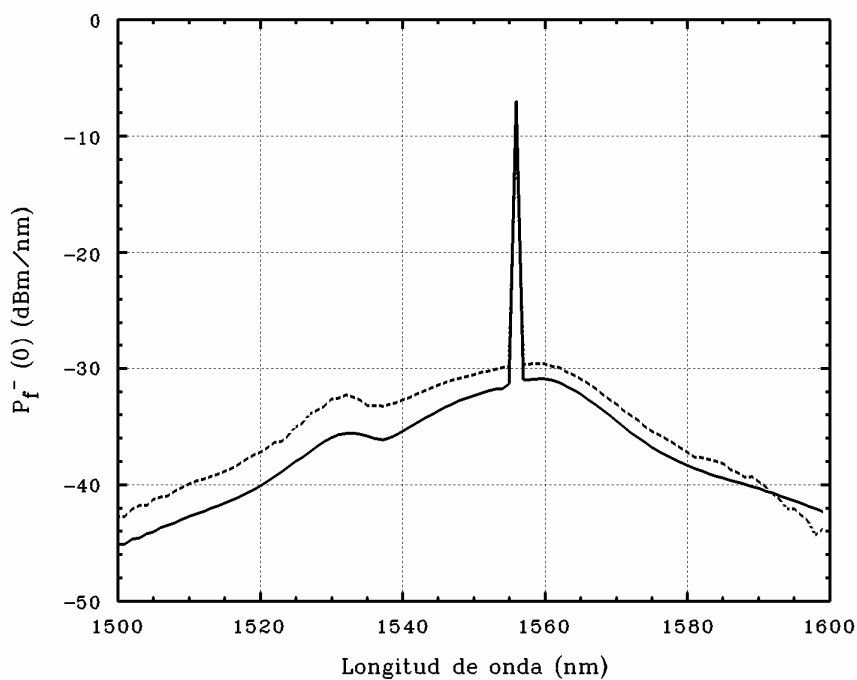
**Figura 6.37:** Comparación entre el perfil de fluorescencia contrapropagante experimental (línea continua) y teórico (línea punteada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico justo por encima del umbral de oscilación, para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 44\%$ ,  $P_p(0) = 4.79 \text{ mW}$  y  $L = 13.48 \text{ m}$ .



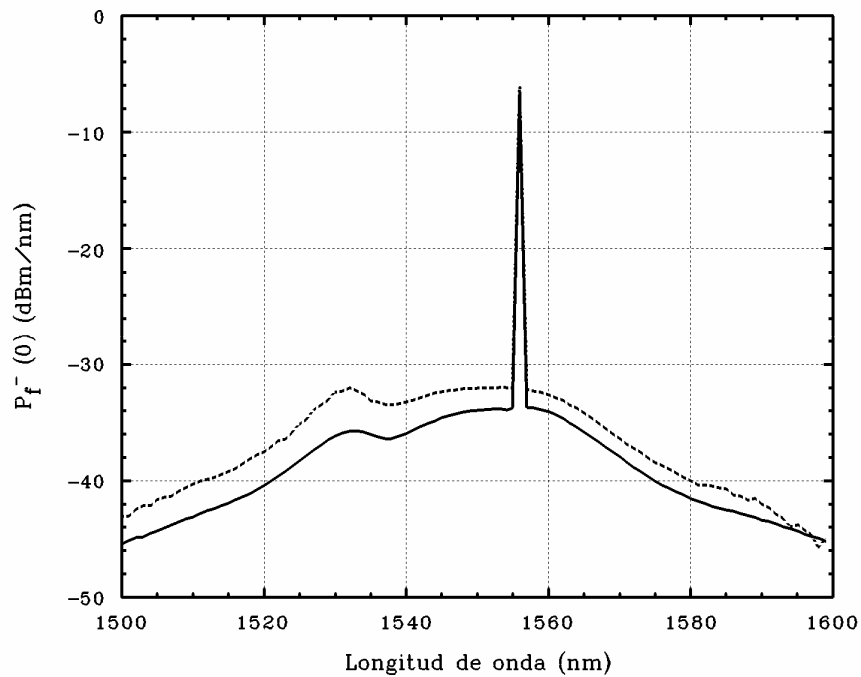
**Figura 6.38:** Comparación entre el perfil de fluorescencia contrapropagante experimental (línea continua) y teórico (línea punteada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico justo por encima del umbral de oscilación, para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 44\%$ ,  $P_p(0) = 5.44 \text{ mW}$  y  $L = 26.45 \text{ m}$ .



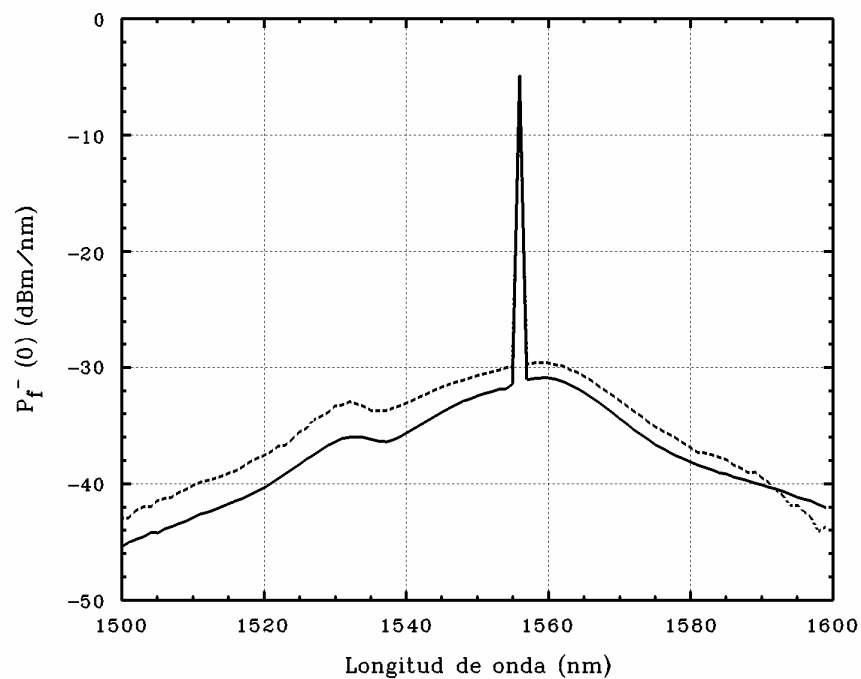
**Figura 6.39:** Comparación entre el perfil de fluorescencia contrapropagante experimental (línea continua) y teórico (línea punteada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico justo por encima del umbral de oscilación, para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 63\%$ ,  $P_p(0) = 3.92 \text{ mW}$  y  $L = 13.48 \text{ m}$ .



**Figura 6.40:** Comparación entre el perfil de fluorescencia contrapropagante experimental (línea continua) y teórico (línea punteada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico justo por encima del umbral de oscilación, para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 63\%$ ,  $P_p(0) = 5.01 \text{ mW}$  y  $L = 26.47 \text{ m}$ .



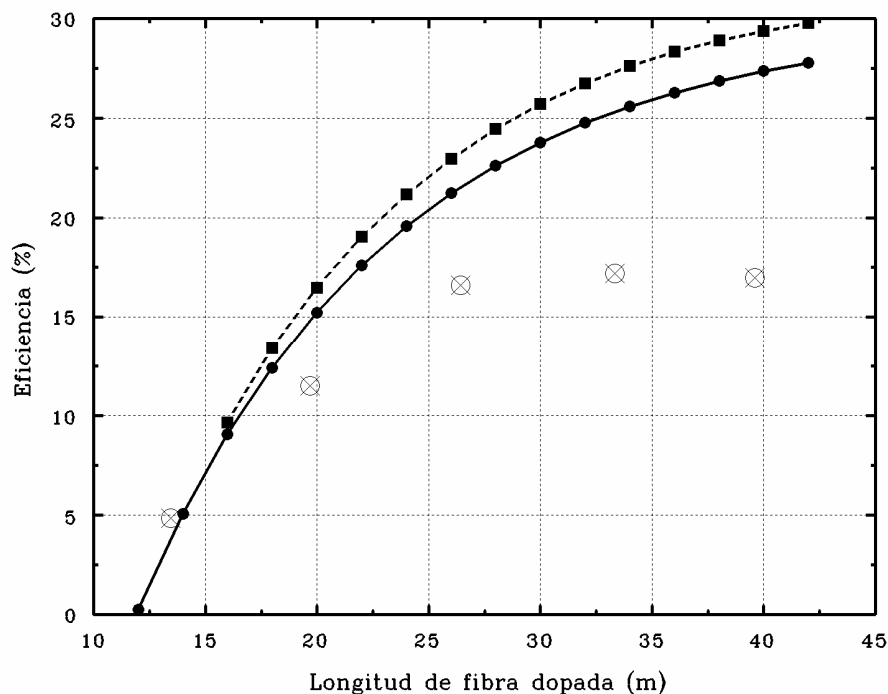
**Figura 6.41:** Comparación entre el perfil de fluorescencia contrapropagante experimental (línea continua) y teórico (línea punteada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico justo por encima del umbral de oscilación, para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 78\%$ ,  $P_p(0) = 3.92 \text{ mW}$  y  $L = 13.52 \text{ m}$ .



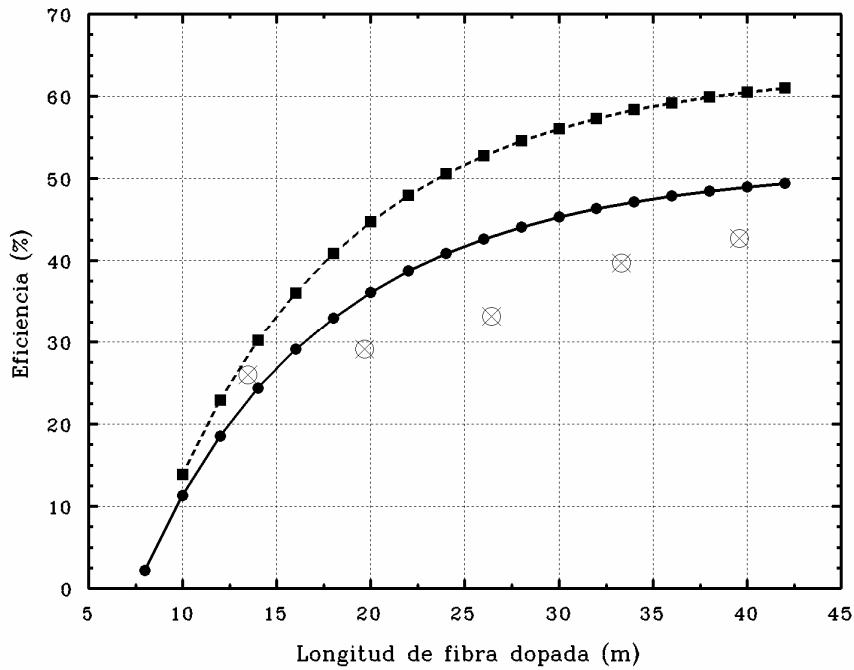
**Figura 6.42:** Comparación entre el perfil de fluorescencia contrapropagante experimental (línea continua) y teórico (línea punteada), obtenido con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico justo por encima del umbral de oscilación, para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 78\%$ ,  $P_p(0) = 5.01 \text{ mW}$  y  $L = 26.48 \text{ m}$ .

En todas las figuras de espectros de fluorescencia mostradas, se observa una evolución paralela entre los modelos teóricos y los datos experimentales, lo que indica un buen comportamiento cualitativo. Además, como la forma del perfil de fluorescencia determina la longitud de onda en la que el sistema oscilaría si no hubiese un filtro o una red de Bragg que la fijara de antemano (como es el caso), podríamos adelantar que en cada combinación *factor de reflexión  $R_2$  - longitud de fibra dopada  $L$*  representado, en la que la fluorescencia adopta un perfil distinto influido por la adaptación del perfil de ganancia a las nuevas condiciones de la cavidad, los modelos ofrecerían una buena predicción de la longitud de onda de oscilación.

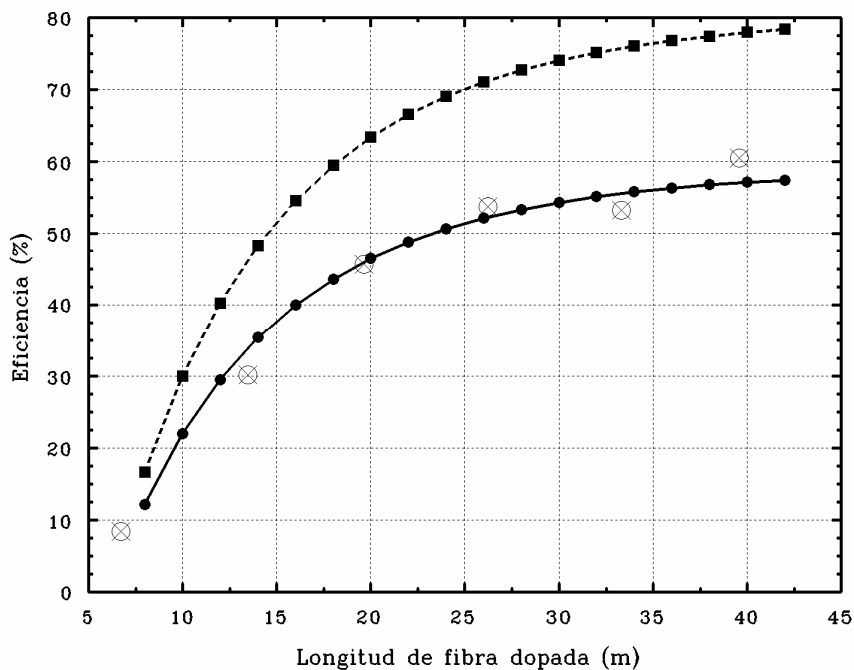
Volviendo de nuevo a nuestra configuración, en la que el sistema está forzado a oscilar en 1556.75 nm, mostraremos a continuación la comparación entre curvas teóricas y experimentales de eficiencia, potencia umbral y fluorescencia.



**Figura 6.43:** Comparación entre la eficiencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 3.4\%$ .

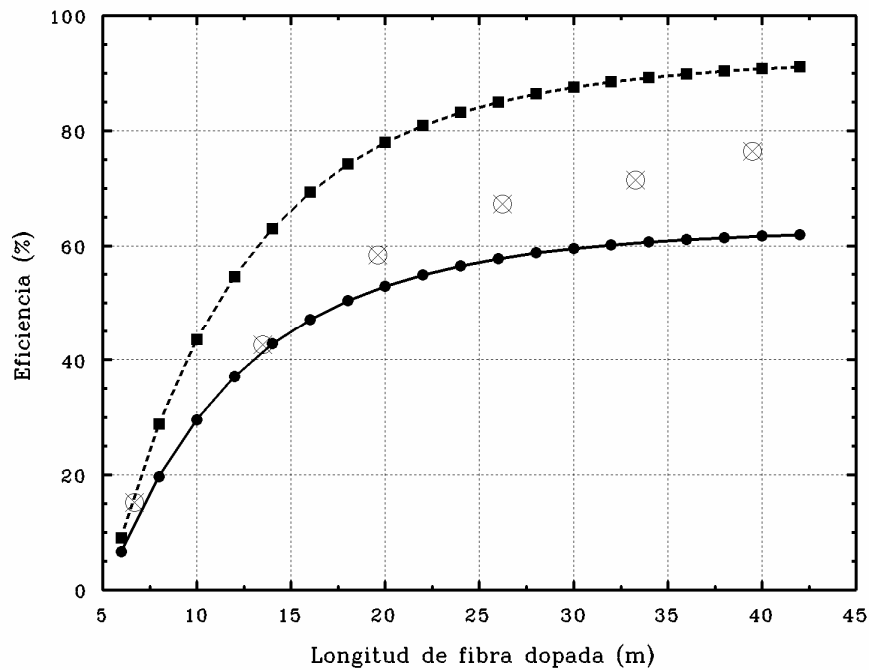


**Figura 6.44:** Comparación entre la eficiencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 23\%$ .

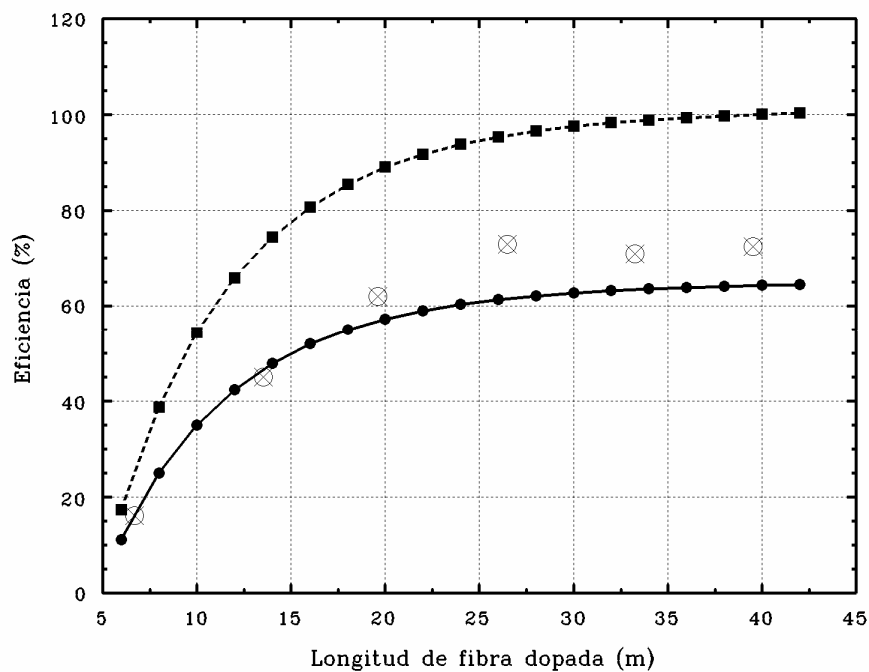


**Figura 6.45:** Comparación entre la eficiencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 44\%$ .

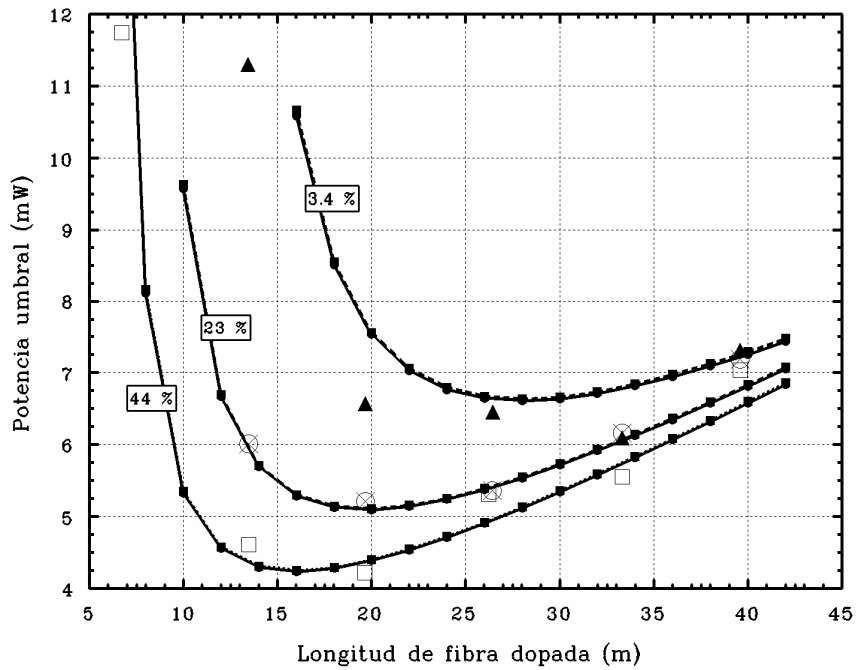




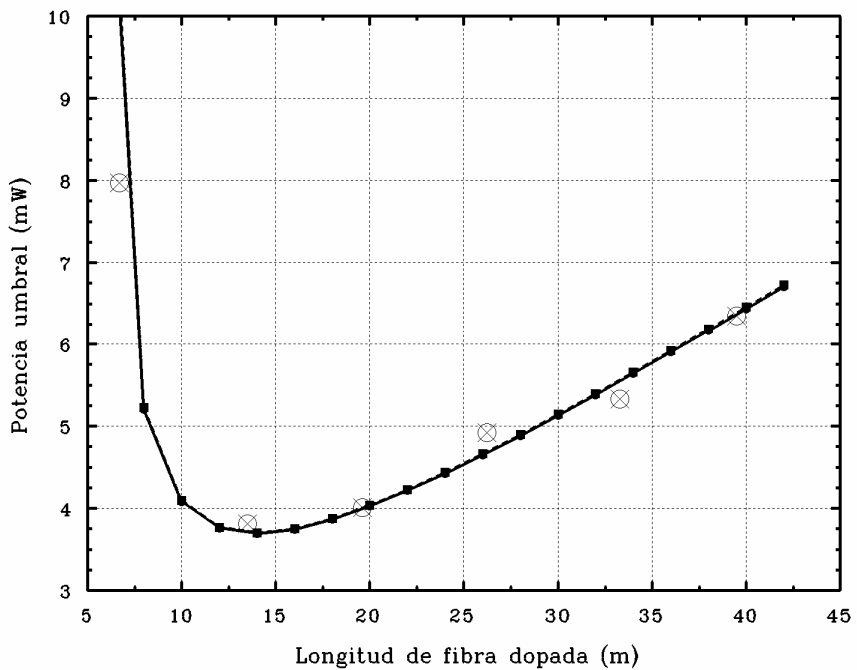
**Figura 6.46:** Comparación entre la eficiencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 63\%$ .



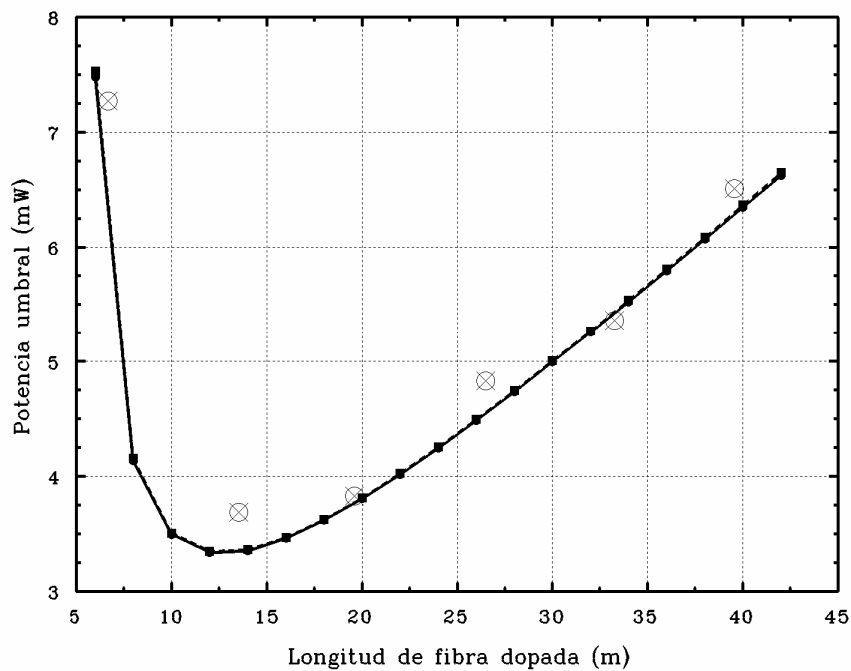
**Figura 6.47:** Comparación entre la eficiencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 78\%$ .



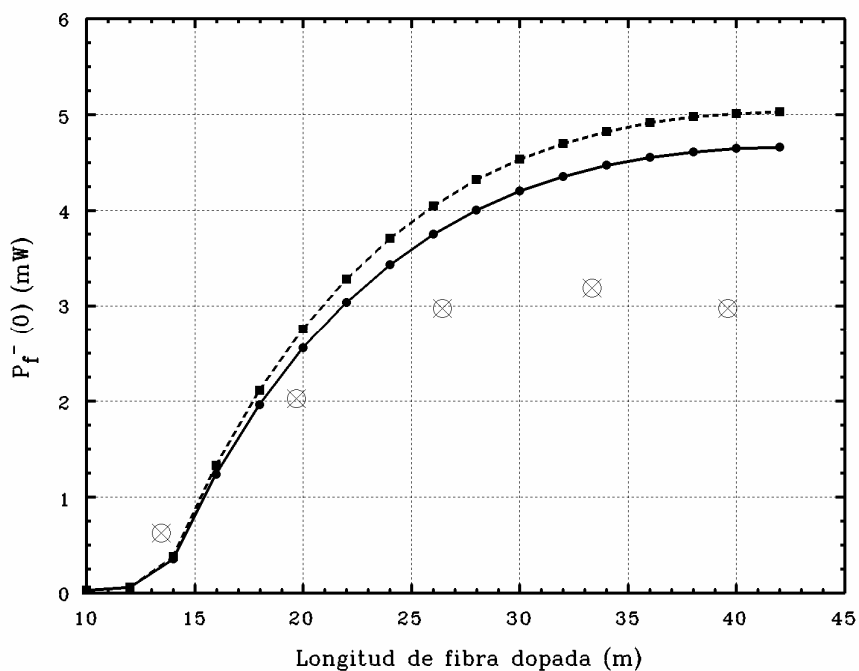
**Figura 6.48:** Comparación entre la potencia umbral teórica obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (líneas continuas) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (líneas rayadas), y la experimental medida para la configuración láser Bragg - aluminio y reflexiones  $R_2 = 3.4\%$  (triángulos),  $R_2 = 23\%$  (círculos) y  $R_2 = 44\%$  (cuadrados).



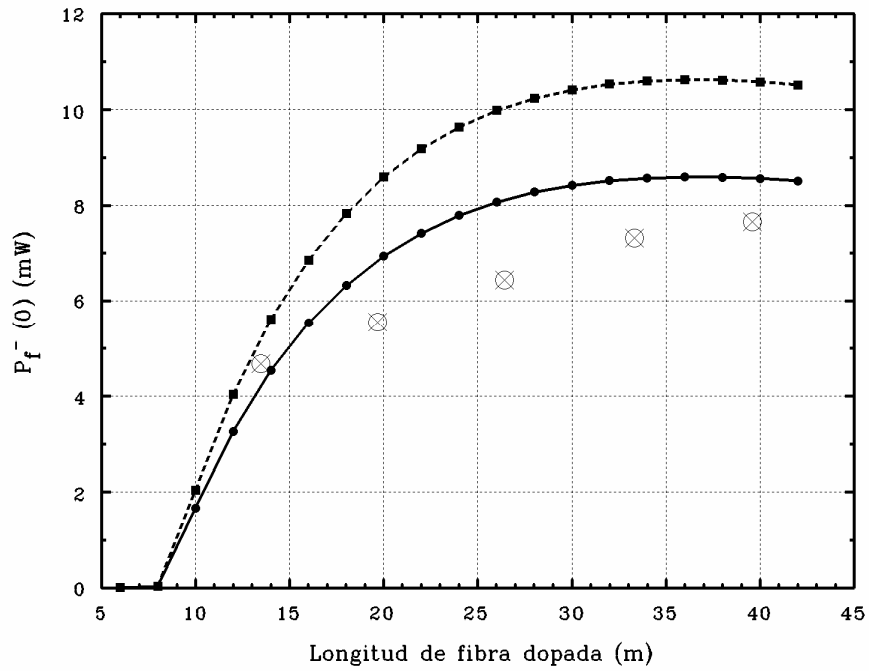
**Figura 6.49:** Comparación entre la potencia umbral experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 63\%$ .



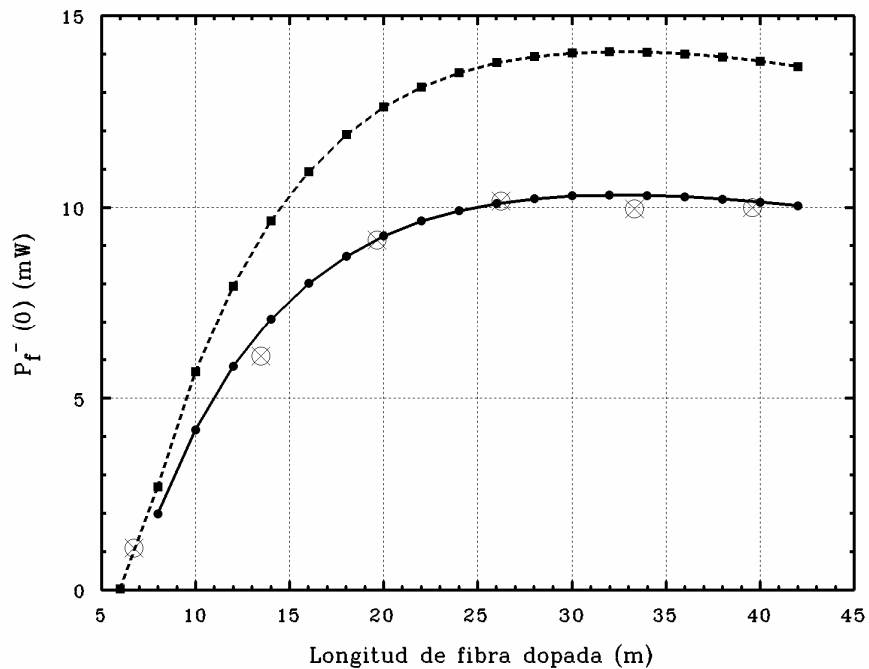
**Figura 6.50:** Comparación entre la potencia umbral experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 78\%$ .



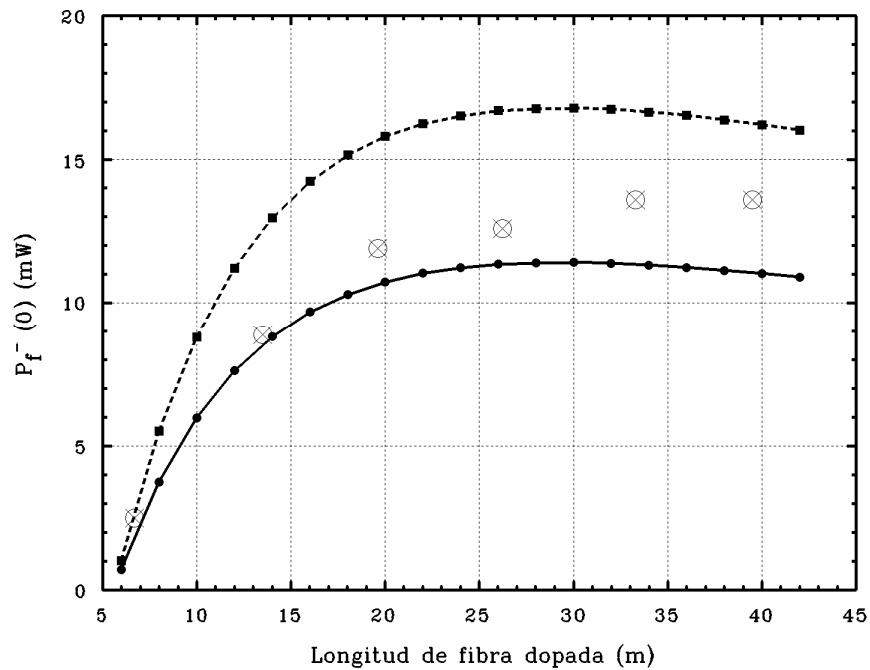
**Figura 6.51:** Comparación entre la potencia de fluorescencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 3.4\%$ .



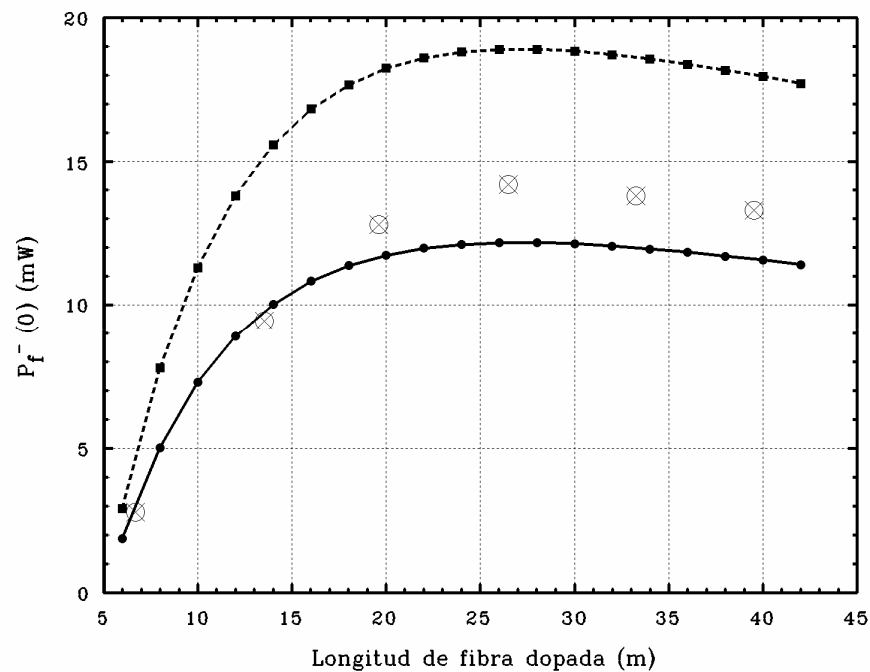
**Figura 6.52:** Comparación entre la potencia de fluorescencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 23\%$ .



**Figura 6.53:** Comparación entre la potencia de fluorescencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 44\%$ .



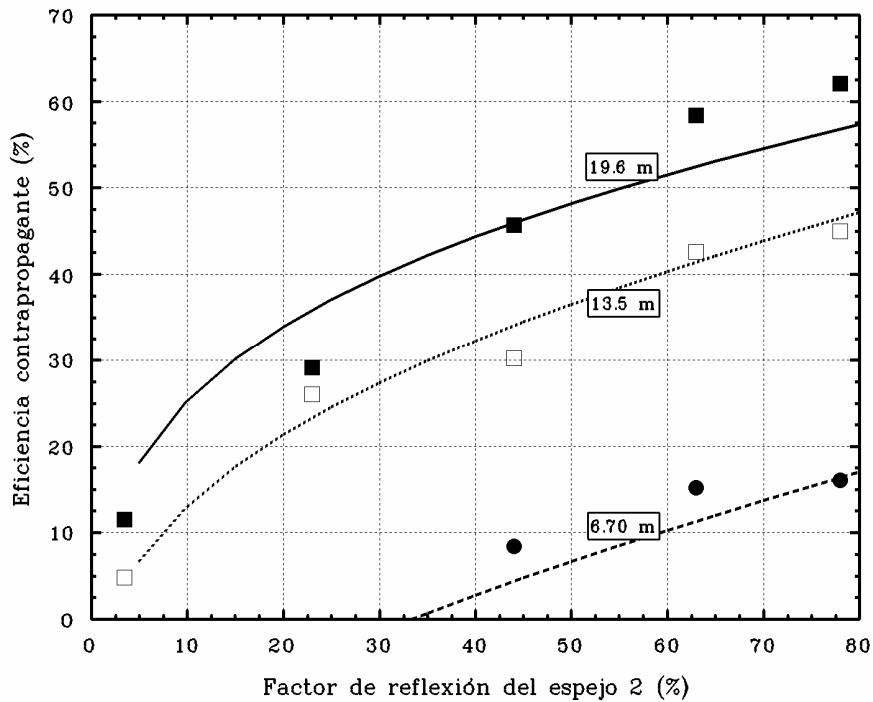
**Figura 6.54:** Comparación entre la potencia de fluorescencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 63\%$ .



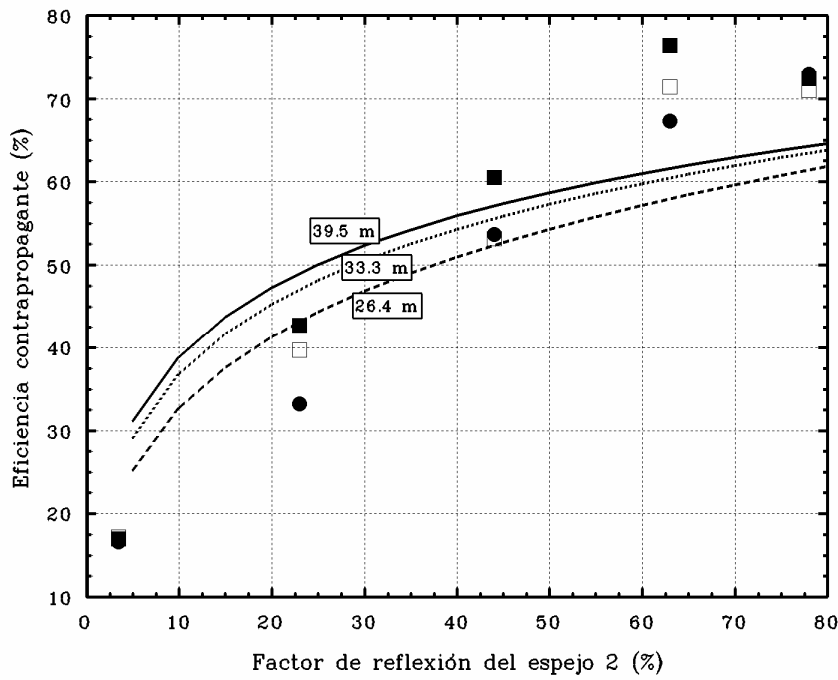
**Figura 6.55:** Comparación entre la potencia de fluorescencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - aluminio con  $R_2 = 78\%$ .

En estas figuras se ratifica lo observado en anteriores configuraciones respecto al mejor comportamiento del nuevo modelo  $\eta_0$ -analítico frente al estándar, pero además nos permiten extraer otra serie de conclusiones. Por ejemplo, podemos comprobar que las diferencias entre ambos modelos se hacen menores conforme el factor de reflexión disminuye, lo que es lógico si recordamos que sus ecuaciones trascendentes (3.72) y (4.14) convergen para el amplificador, es decir para  $R_1 = R_2 = 0$ . También observamos una gran similitud entre las evoluciones de la eficiencia y de la potencia de fluorescencia, lo que se debe a que siempre estamos considerando los valores del interior de la cavidad donde la evolución de ambas magnitudes es paralela para las longitudes de fibra dopada que estamos manejando.

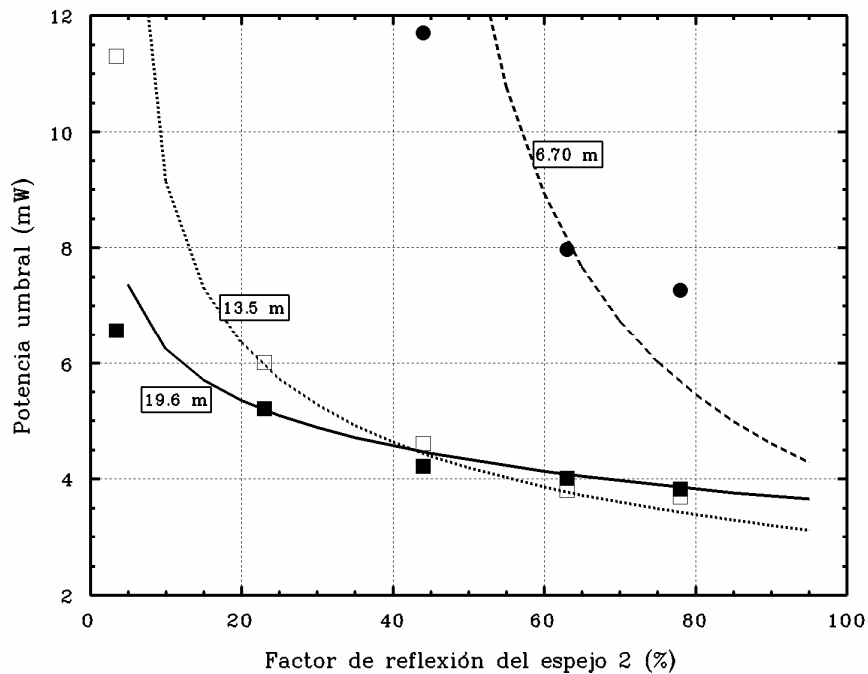
A continuación presentamos curvas donde se aprecia el comportamiento típico de estas magnitudes en el interior de la cavidad, así como el de la potencia umbral, en función del factor de reflexión del segundo espejo de la cavidad.



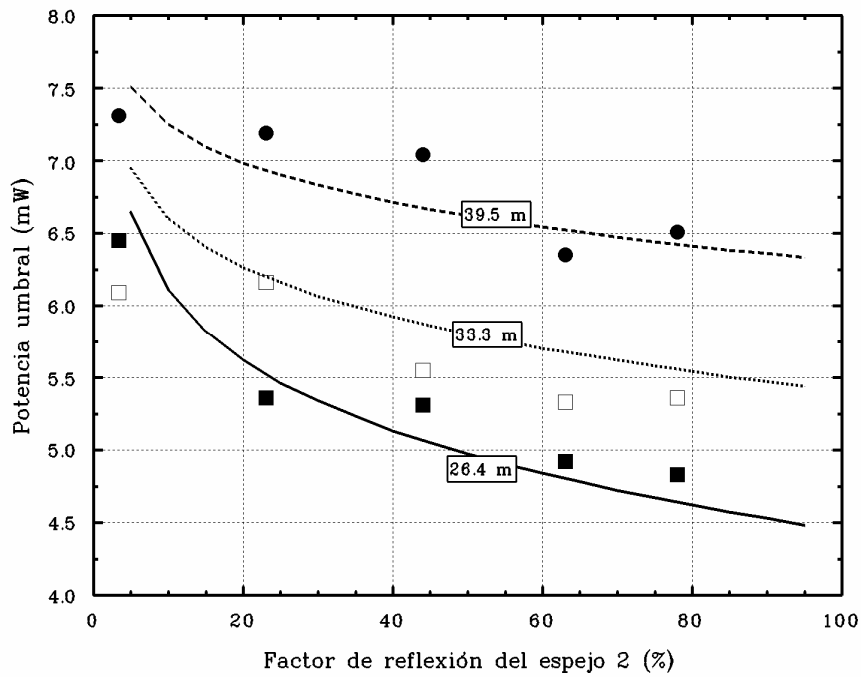
**Figura 6.56:** Comparación entre la evolución de la eficiencia con el factor de reflexión  $R_2$  medida experimentalmente (puntos) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico, para la configuración láser Bragg - aluminio y longitudes de fibra dopada  $L = 6.70$  (línea rayada ●)  $L = 13.5$  (punteada □) y  $L = 19.6$  m (continua ■).



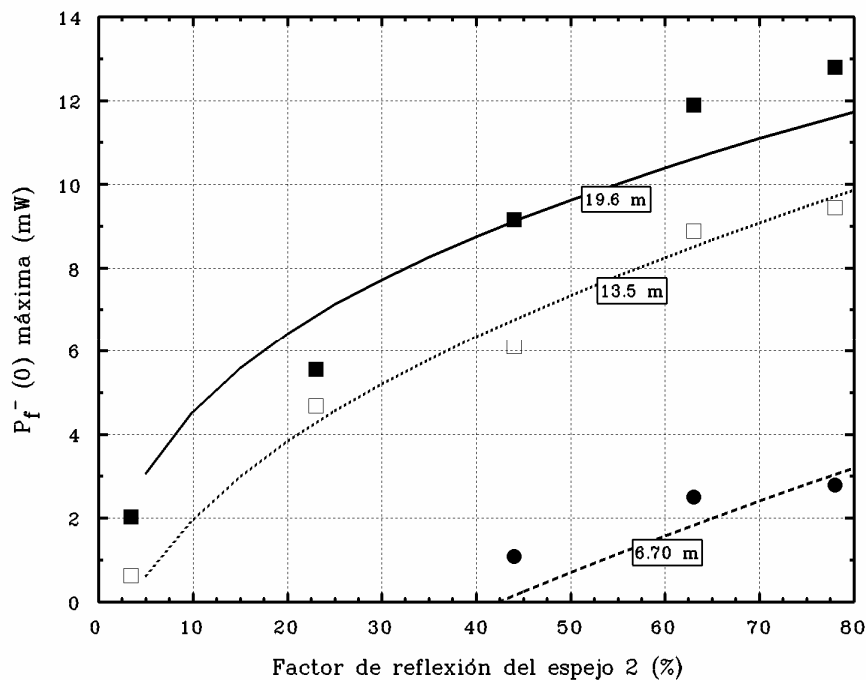
**Figura 6.57:** Comparación entre la evolución de la eficiencia con el factor de reflexión  $R_2$  medida experimentalmente (puntos) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico, para la configuración láser Bragg - aluminio y longitudes de fibra dopada  $L = 26.4$  (línea rayada ●)  $L = 33.3$  (punteada □) y  $L = 39.5$  m (continua ■).



**Figura 6.58:** Comparación entre la evolución de la potencia umbral con el factor de reflexión  $R_2$  medida experimentalmente (puntos) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico, para la configuración láser Bragg - aluminio y longitudes de fibra dopada  $L = 6.70$  (línea rayada ●)  $L = 13.5$  (punteada □) y  $L = 19.6$  m (continua ■).

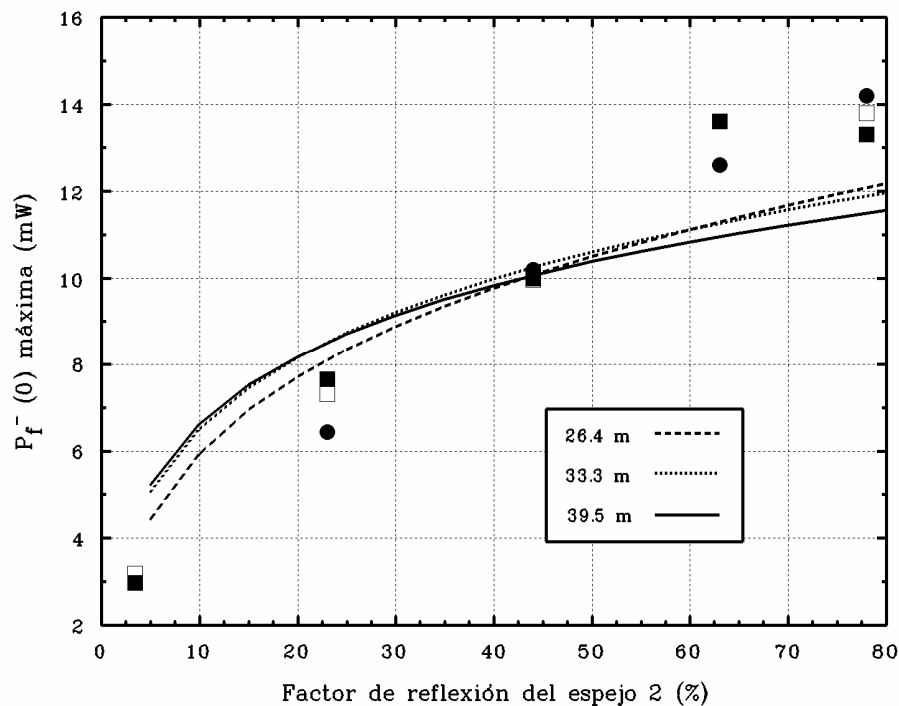


**Figura 6.59:** Comparación entre la evolución de la potencia umbral con el factor de reflexión  $R_2$  medida experimentalmente (puntos) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico, para la configuración láser Bragg - aluminio y longitudes de fibra dopada  $L = 26.4$  (línea continua ■)  $L = 33.3$  (punteada □) y  $L = 39.5$  m (rayada ●).



**Figura 6.60:** Comportamiento experimental para bombeo máximo de la potencia de fluorescencia con el factor de reflexión  $R_2$  (puntos), y evolución teórica obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico para la misma configuración láser y longitudes de fibra dopada  $L = 6.70$  (línea rayada ●)  $L = 13.5$  (punteada □) y  $L = 19.6$  m (continua ■).



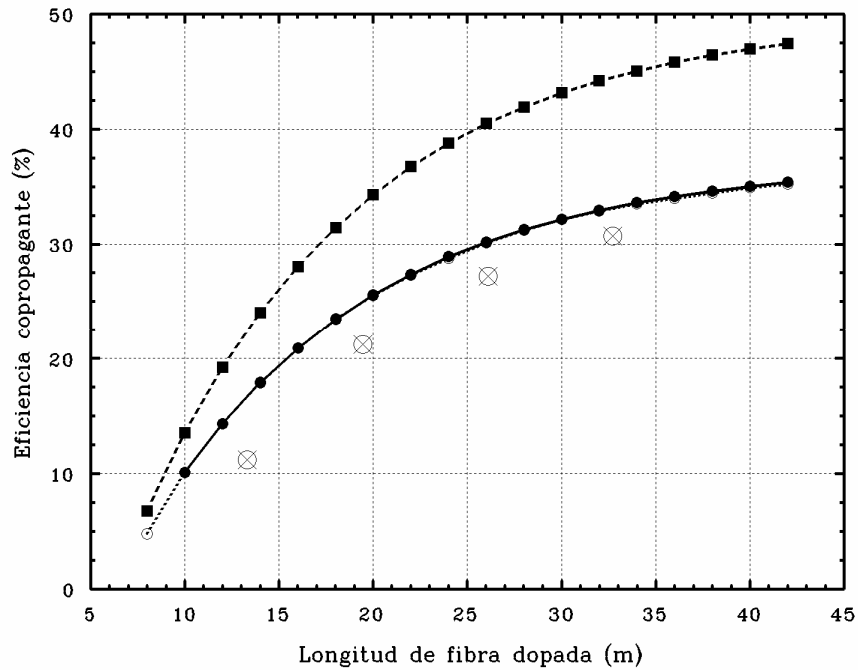


**Figura 6.61:** Comportamiento experimental para bombeo máximo de la potencia de fluorescencia con el factor de reflexión  $R_2$  (puntos), y evolución teórica obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico para la misma configuración láser y longitudes de fibra dopada  $L = 26.4$  (línea rayada ●)  $L = 33.3$  (punteada □) y  $L = 39.5$  m (continua ■).

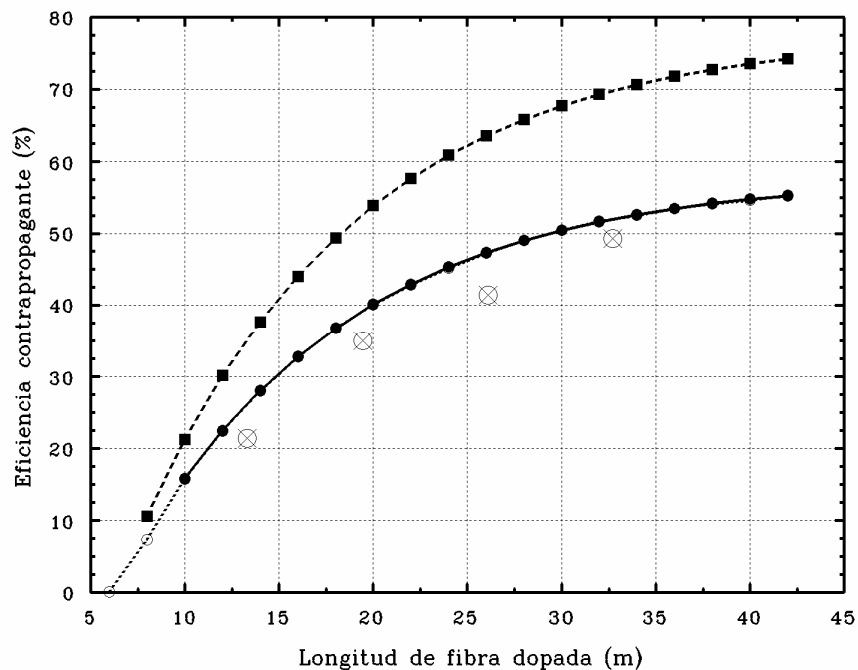
#### □ Láser con espejos red de Bragg - todo fibra

Con este montaje y después de los problemas surgidos con la configuración desarrollada en el Apartado 5.3.1, quisimos introducir de nuevo el espejo todo fibra como espejo de la cavidad láser. Para ello nos basamos en los esquemas anteriores en los que el primer espejo estaba constituido por una red de Bragg, introduciendo además un acoplador que permitiera extraer el bombeo residual de la cavidad.

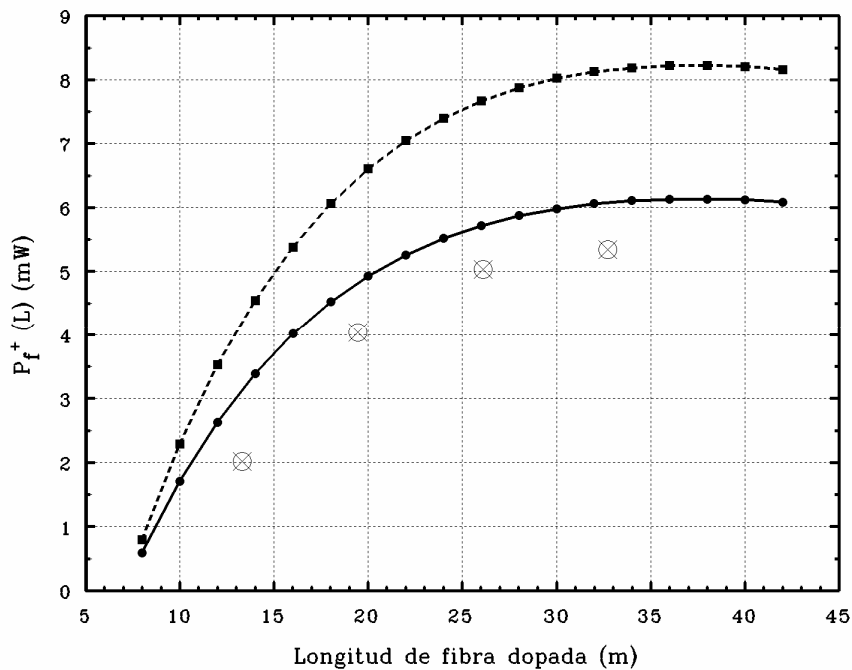
Este montaje se ha situado en último lugar dentro de los bombeados en 1480 nm porque fue el utilizado para obtener los valores de referencia (6.4) de  $\beta$  y  $\gamma$  y en principio debería ser la configuración en la que se produjera el mejor ajuste entre el modelo teórico y las medidas experimentales.



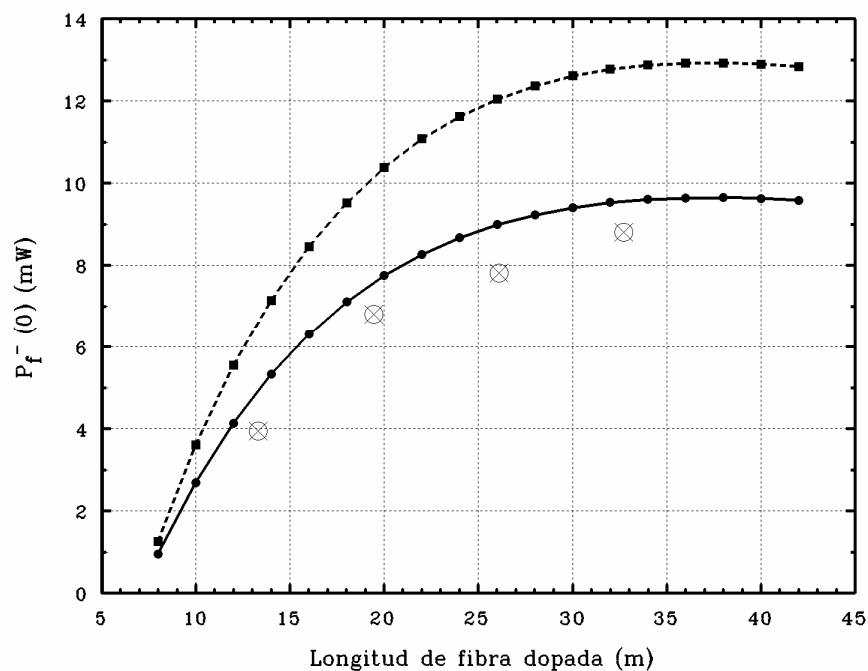
**Figura 6.62:** Comparación entre la eficiencia copropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo modal- $\eta_0$  (línea punteada), el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - todo fibra.



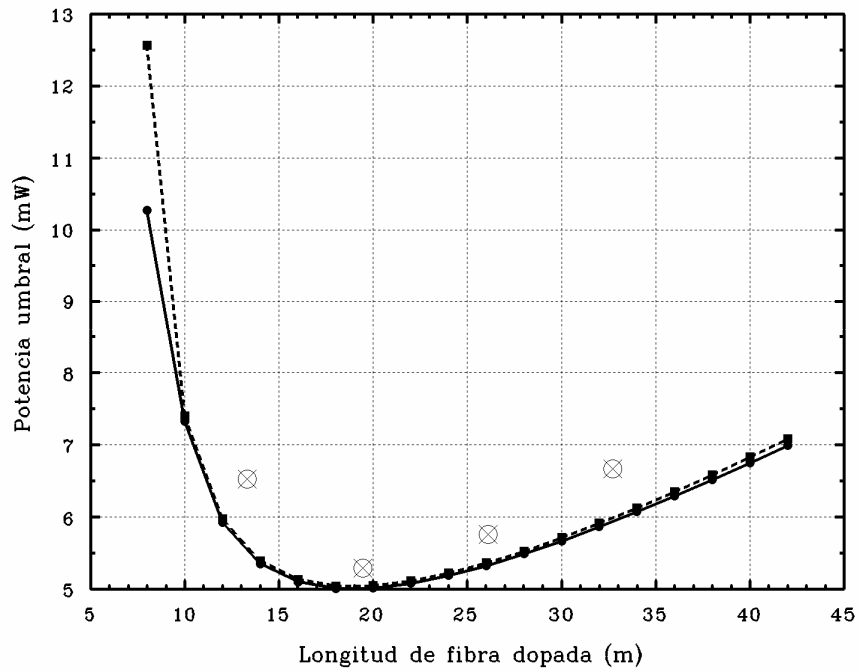
**Figura 6.63:** Comparación entre la eficiencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo modal- $\eta_0$  (línea punteada), el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - todo fibra.



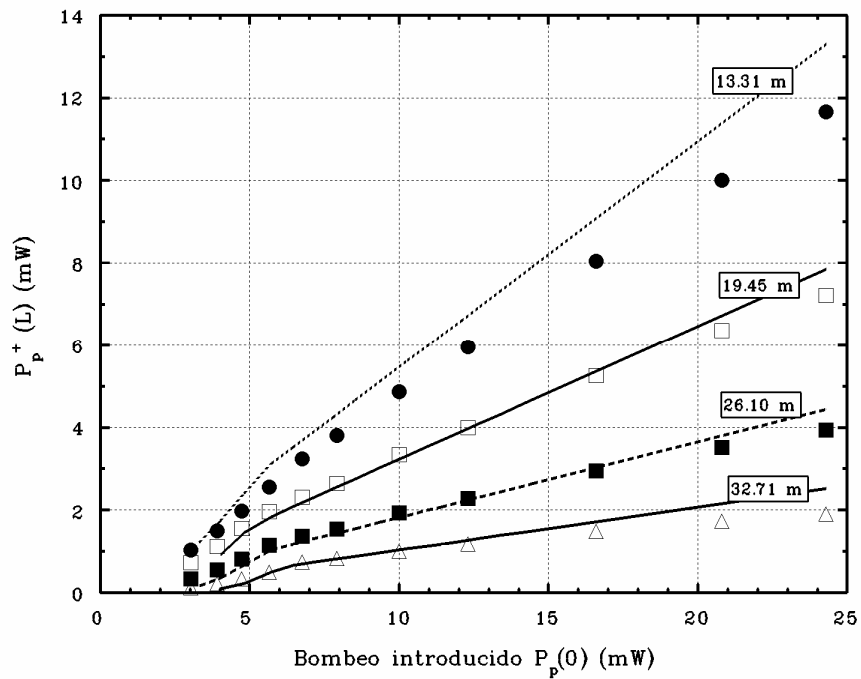
**Figura 6.64:** Comparación entre la potencia de fluorescencia copropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - todo fibra.



**Figura 6.65:** Comparación entre la potencia de fluorescencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - todo fibra.



**Figura 6.66:** Comparación entre la potencia umbral experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser Bragg - todo fibra.



**Figura 6.67:** Comparación entre la potencia de bombeo residual experimental (puntos) y la teórica (líneas), obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico para la configuración láser Bragg - todo fibra y longitudes de fibra dopada  $L = 13.3$  (punteada ●)  $L = 19.5$  (continua □)  $L = 26.1$  (rayada ■) y  $L = 32.7$  m (continua Δ).

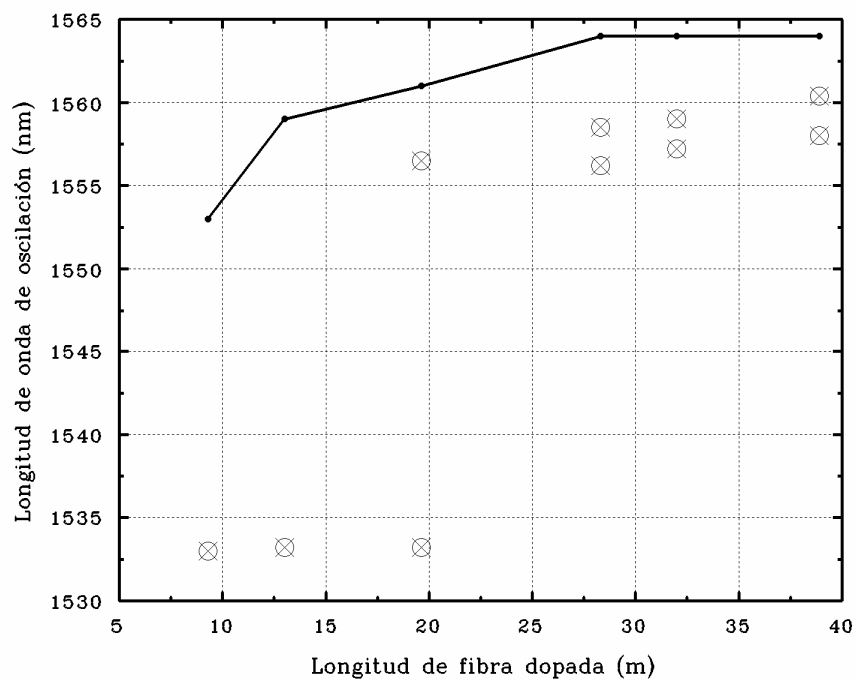
En esta última gráfica se muestra la evolución del bombeo residual frente al introducido. En ella, apreciamos cómo el cociente de bombeo es constante por encima del umbral y cómo el nuevo modelo  $\eta_0$ -analítico marca perfectamente esta tendencia.

### 6.3.2 Láseres bombeados en 980 nm

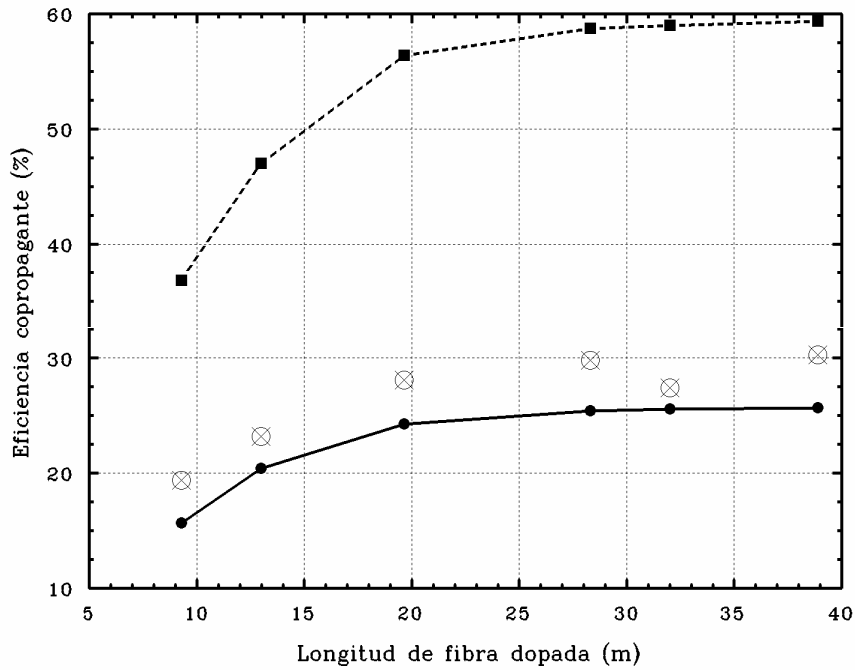
Simplemente recordaremos que para obtener las curvas teóricas que se muestran en este apartado, se han introducido en los programas de cálculo los perfiles espectrales de  $\beta$  y  $\gamma$  deducidos para 1480 nm reescalados a los valores (6.5), los cuales fueron obtenidos para bombeo en 980 nm con  $\lambda_l = 1556 \text{ nm}$ .

#### □ Láser con espejos de depósito de aluminio - multicapas

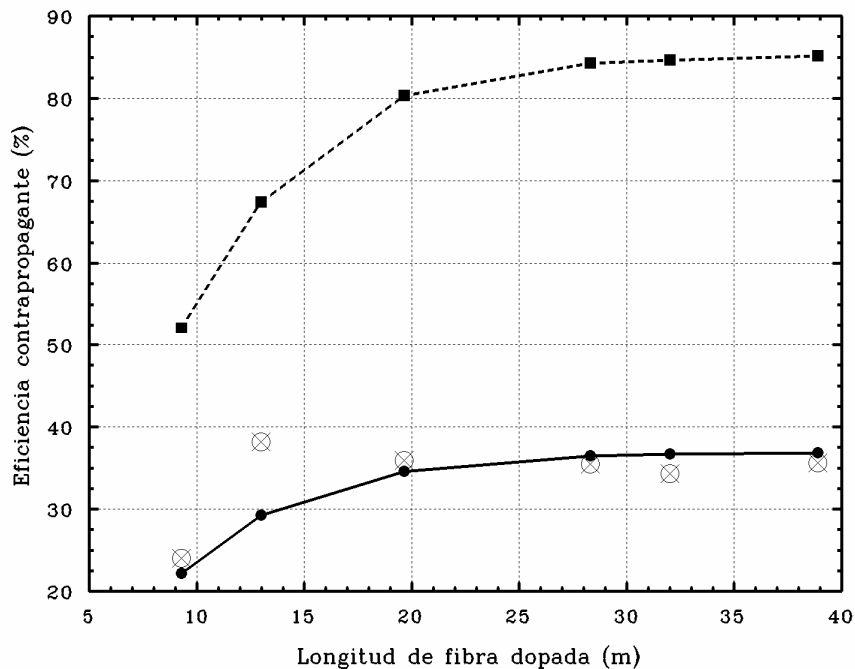
Esta configuración ofrece como característica principal la libre oscilación y por tanto permite chequear los nuevos perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  en la siguiente figura:



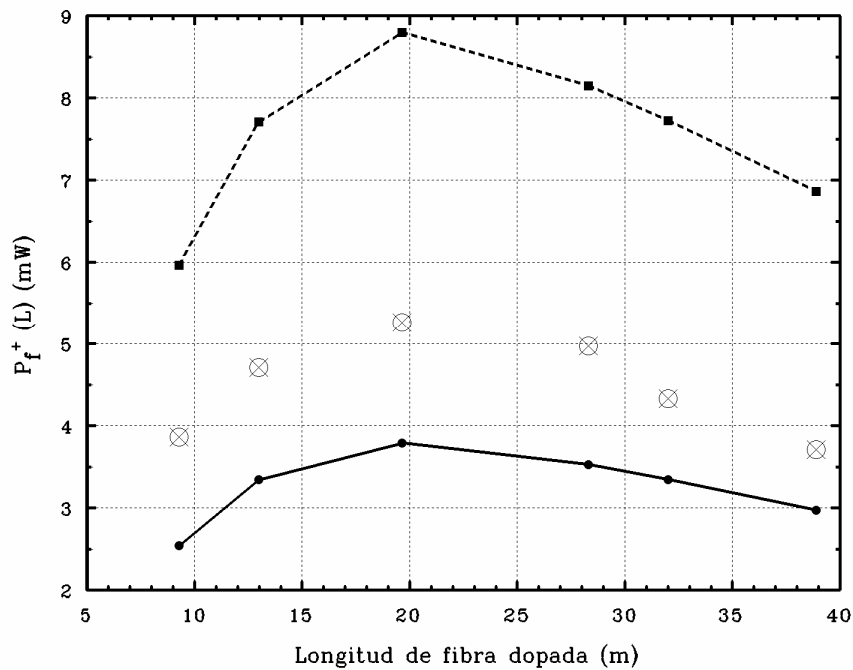
**Figura 6.68:** Comparación entre las longitudes de onda de oscilación experimentales (círculos tachados) y las teóricas (línea), obtenidas con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico para la configuración láser depósito de aluminio - multicapas.



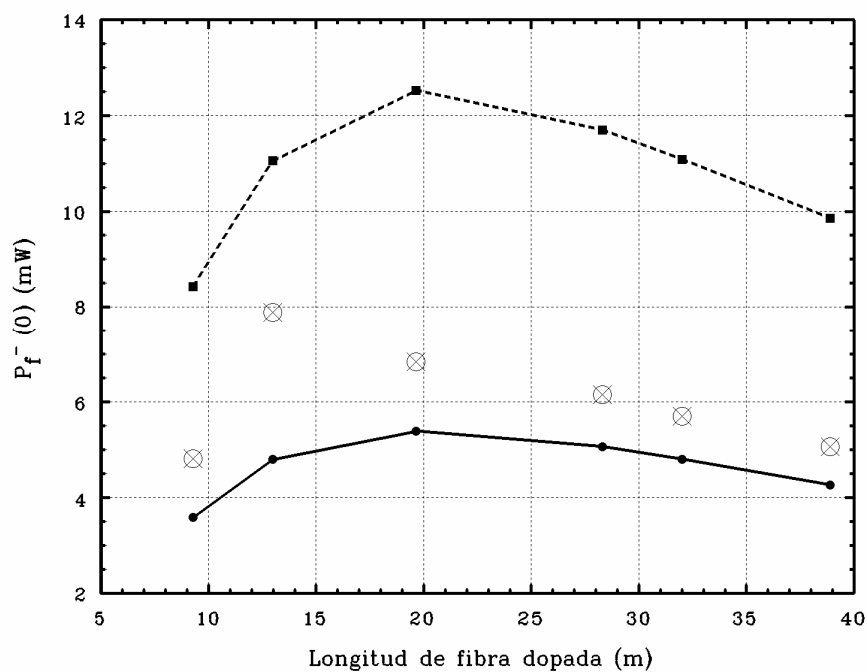
**Figura 6.69:** Comparación entre la eficiencia copropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser depósito de aluminio - multicapas.



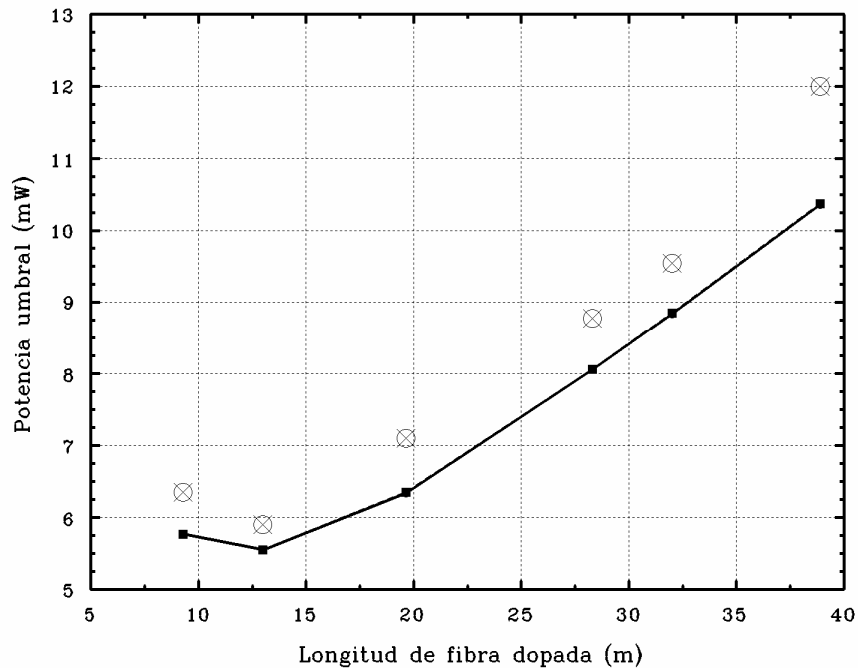
**Figura 6.70:** Comparación entre la eficiencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser depósito de aluminio - multicapas.



**Figura 6.71:** Comparación entre la potencia de fluorescencia copropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser depósito de aluminio - multicapas.



**Figura 6.72:** Comparación entre la potencia de fluorescencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser depósito de aluminio - multicapas.



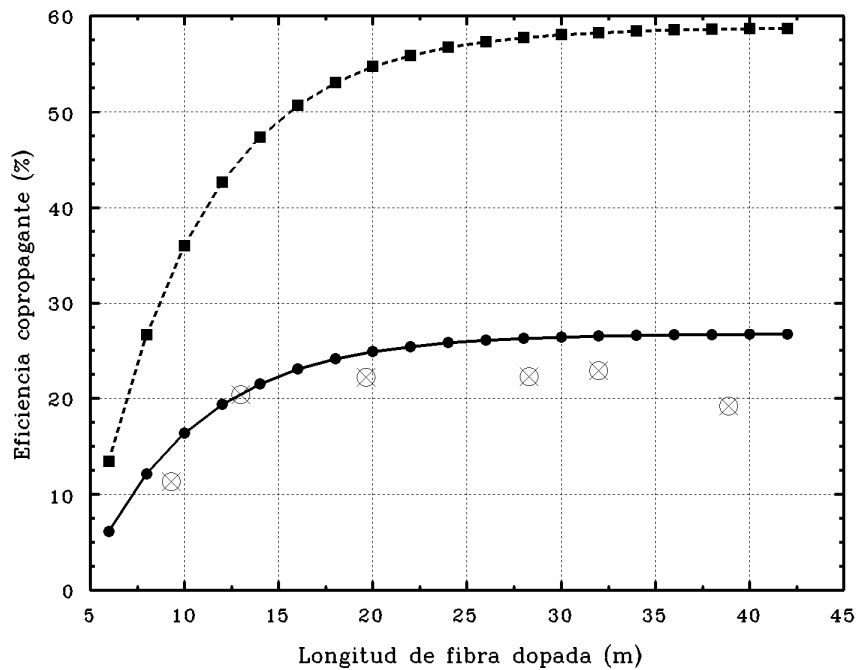
**Figura 6.73:** Comparación entre la potencia umbral experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la misma configuración láser.

La adaptación a esta configuración de los perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  de 1480 nm reescalados, no ofrece resultados tan buenos en la predicción de longitudes de onda como la que vimos en la Figura 6.8, correspondiente al montaje de espejos de *depósito de aluminio* bombeado en 1480 nm. Sin embargo, como su influencia no es determinante para la eficiencia y el umbral, observamos un buen ajuste cualitativo para el resto de magnitudes características del láser.

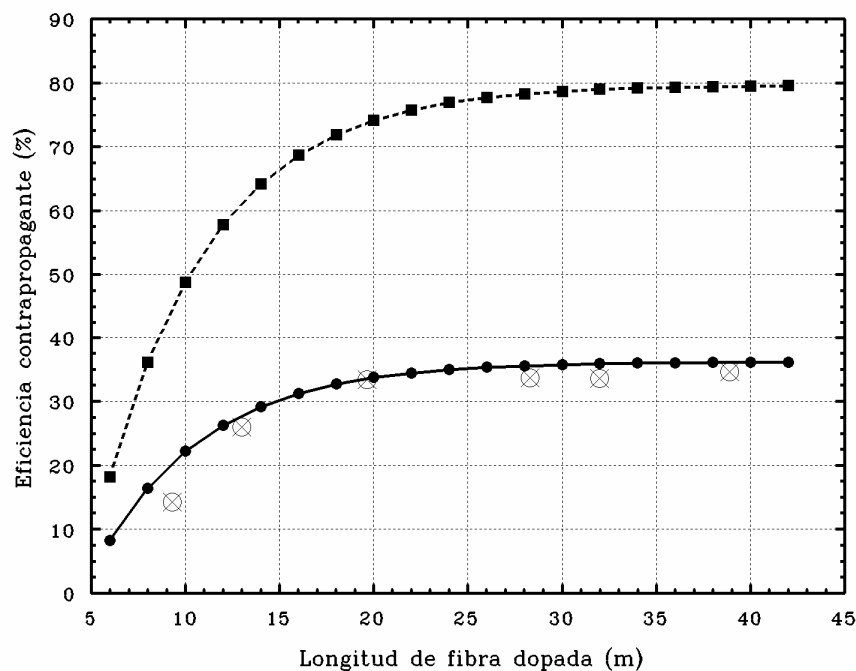
#### □ Láser con espejos de depósito de aluminio - red de Bragg

Con esta configuración tenemos prefijada la longitud de onda de oscilación en 1556.66 nm, y por este motivo fue utilizada para deducir los valores de (6.5) antes referidos. Observando los ajustes teoría - experiencia que se produzcan para este montaje, podremos concluir si estos valores de (6.5) no eran lo suficientemente ajustados, o si, por el contrario, el pequeño desajuste cuantitativo de la configuración anterior se debe a que los perfiles obtenidos para bombeo en 1480 nm no son del todo apropiados para 980 nm.

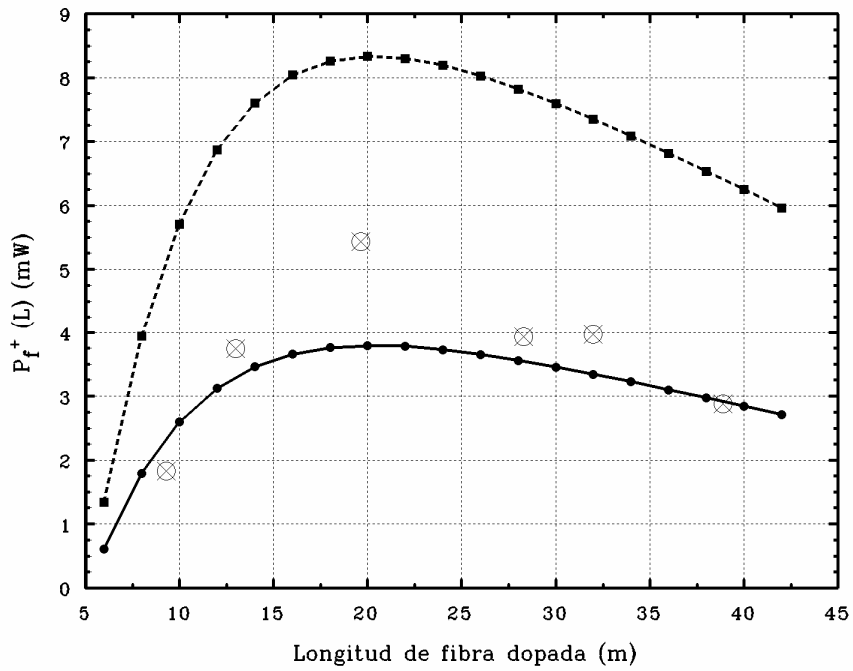




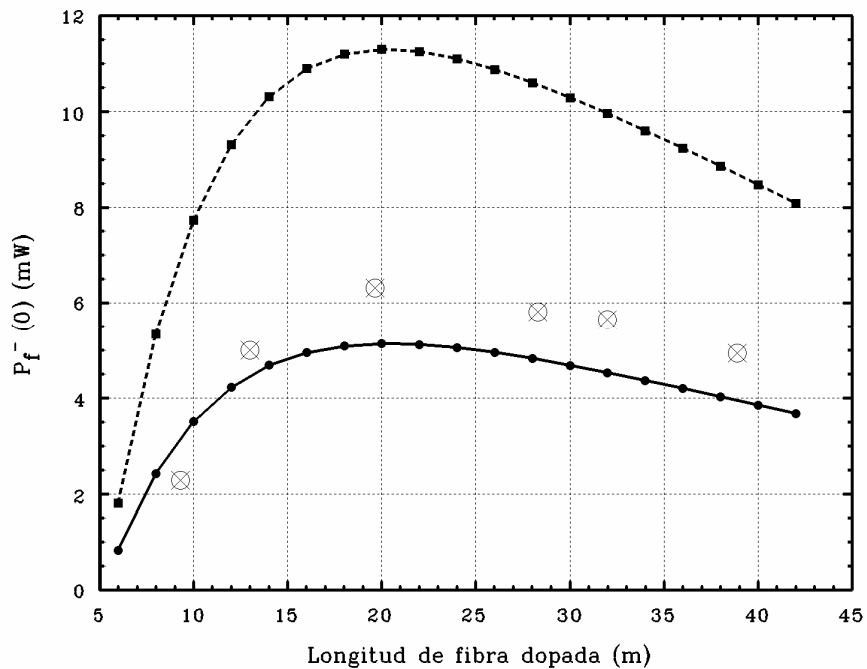
**Figura 6.74:** Comparación entre la eficiencia copropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser depósito de aluminio - red de Bragg.



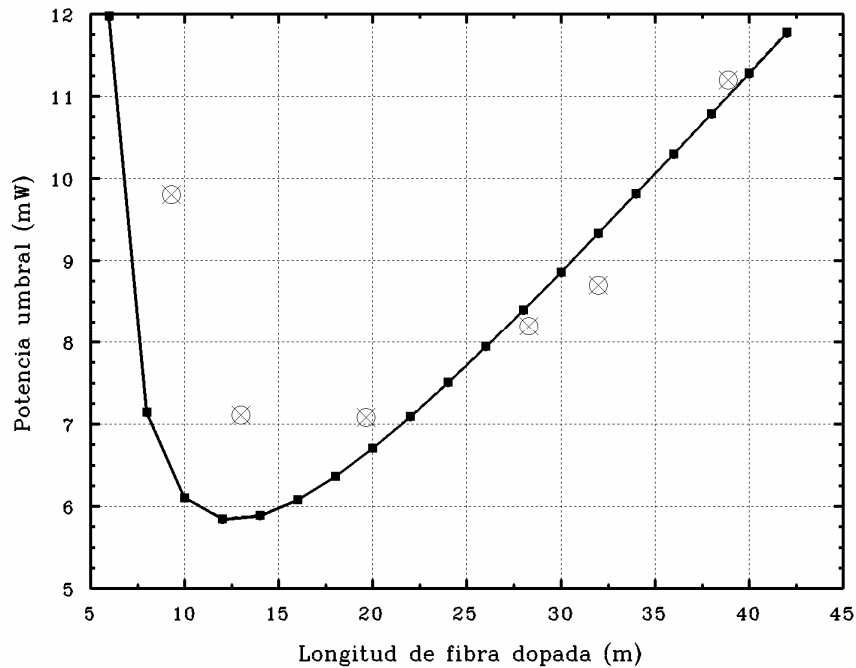
**Figura 6.75:** Comparación entre la eficiencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser depósito de aluminio - red de Bragg.



**Figura 6.76:** Comparación entre la potencia de fluorescencia copropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser depósito de aluminio - red de Bragg.



**Figura 6.77:** Comparación entre la potencia de fluorescencia contrapropagante experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser depósito de aluminio - red de Bragg.



**Figura 6.78:** Comparación entre la potencia umbral experimental (círculos tachados) y la teórica, obtenida con el nuevo modelo  $\eta_0$  analítico (línea continua) y con el modelo estándar  $\eta_0$  analítico (línea rayada) para la configuración láser aluminio - Bragg.

## 6.4 Comentarios sobre las comparaciones

A la vista de las comparaciones entre los modelos teóricos y las medidas experimentales realizadas en este capítulo, podemos obtener una serie de conclusiones que pasamos a enumerar:

- Se confirma que para el oscilador láser, las diferencias entre los modelos con distribución modal y los basados en un factor de solapamiento son mínimas. En estas condiciones, solamente es recomendable la utilización de los modelos denominados  $\eta_0$ -analíticos por las ventajas descritas en capítulos anteriores.
- Tanto la evolución de la potencia umbral con la longitud de fibra dopada como los perfiles espectrales de fluorescencia, son descritos de forma equivalente por los dos modelos  $\eta_0$ -analíticos en litigio (el nuevo y el estándar), consiguiendo en ambos casos unos resultados suficientemente ajustados a las medidas experimentales.

- Sin embargo, el nuevo modelo  $\eta_0$ -analítico que ajusta el balance energético, describe mucho mejor que el modelo estándar el comportamiento experimental de la eficiencia y la potencia de fluorescencia. Lo hace además para cualquier tipo de configuración utilizada, ya sea con bombeo en 1480 ó 980 nm, con filtros espectrales, espejos planos, o combinación de ellos. Incluso cuando han sido posibles las comparaciones con perfiles de ganancia experimentales (láser Bragg - Bragg), el comportamiento del nuevo modelo  $\eta_0$ -analítico ha sido muy bueno.
- En el estudio con el factor de reflexión efectuado con la configuración Bragg - depósitos de aluminio, se confirma también que el nuevo modelo  $\eta_0$ -analítico se comporta mejor que el estándar cuando variamos la reflexión de uno de los espejos. De hecho, en las Figuras 6.56 - 6.61 en las que se muestra la evolución de las principales magnitudes con  $R_2$ , apreciamos que el nuevo modelo sigue la evolución experimental perfectamente para las longitudes de fibra más cortas (Figuras 6.56, 6.58 y 6.60) y que lo hace de forma cualitativa para las más altas, como vemos por ejemplo en el cruce de curvas que se produce en la potencia de fluorescencia para reflexiones elevadas (Figura 6.61).
- En las configuraciones láser bombeadas en 980 nm obtenemos también buenos ajustes cuando empleamos el nuevo modelo  $\eta_0$ -analítico. De hecho, para la configuración láser depósito de aluminio - red de Bragg, continuamos observando la misma tónica que para bombeo en 1480 nm debido a la utilización de los valores de  $\beta$  y  $\gamma$  (6.5) obtenidos en condiciones de oscilación para bombeo en 980 nm. Para el montaje depósito de aluminio - multicapas sin embargo, sorprende más el buen ajuste teoría - experiencia conseguido, ya que los perfiles de  $\beta$  y  $\gamma$  empleados son los obtenidos para 1480 nm. Como sabemos, estos perfiles varían con la banda de bombeo, y prueba de ello es el desajuste que se aprecia en la predicción de longitudes de onda de oscilación de la Figura 6.68. Aún así, el nuevo modelo  $\eta_0$ -analítico predice perfectamente el comportamiento del resto de magnitudes características del láser (Figuras 6.69 - 6.73) lo que da una idea de la precisión que tiene este modelo incluso en condiciones adversas.

## **Bibliografía**

- [1] S. Jarabo, J.M. Álvarez. “*Experimental cross-sections of erbium-doped silica fibers pumped at 1480 nm*”.  
Applied Optics, **37**, pp. 2288-2295 (1998).
- [2] J.C. Martín, J.M. Álvarez, M.A. Rebolledo. “*Simplified EDF characterization method for WDM applications*”.  
Journal of Modern Optics, **48**, pp. 1421-1431 (2001).
- [3] E. Desurvire, J.R. Simpson. “*Amplification of spontaneous emission in erbium-doped single-mode fibres*”.  
Journal of Lightwave Technology, **7**, pp. 835-845 (1989).

# Anexo

---

---

## Líneas de aplicación de los métodos desarrollados: láseres en anillo

---

---

<b>A.1 INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>326</b>
<b>A.2 ADAPTACIÓN DE LOS MODELOS TEÓRICOS DESARROLLADOS.....</b>	<b>326</b>
<i>A.2.1 Modelos teóricos basados en las ecuaciones de evolución de potencia.....</i>	<i>328</i>
<i>A.2.2 Modelos teóricos basados en factores de solapamiento.....</i>	<i>330</i>
<i>A.2.3 Ecuaciones analíticas .....</i>	<i>333</i>
<i>A.2.4 Diseño y optimización de cavidades láser en anillo.....</i>	<i>336</i>
<b>A.3 MEDIDAS EXPERIMENTALES Y COMPARACIÓN .....</b>	<b>343</b>
<b>A.4 COMENTARIOS SOBRE LAS COMPARACIONES .....</b>	<b>350</b>

## A.1 Introducción

Una de las líneas más inmediatas de aplicación de los métodos desarrollados en esta tesis son los láseres en anillo. En este capítulo aprovecharemos los conocimientos adquiridos con láseres del tipo Fabry-Pérot para aplicarlos a este nuevo tipo de configuraciones y de paso descubriremos las limitaciones con que nos encontramos cuando tratamos de aplicar los mismos métodos a una nueva línea de trabajo. Comenzaremos adaptando los modelos teóricos desarrollados a la nueva geometría y mostraremos las ecuaciones analíticas modificadas. A continuación, realizaremos medidas experimentales en varias configuraciones de láser en anillo y por último, compararemos estas medidas con los resultados teóricos obtenidos, analizando su precisión y comentando sus limitaciones.

## A.2 Adaptación de los modelos teóricos desarrollados

Antes de discutir las modificaciones que se deben realizar en los modelos teóricos, comenzaremos por describir la configuración típica de un láser de anillo cuyo esquema se muestra en la siguiente figura:

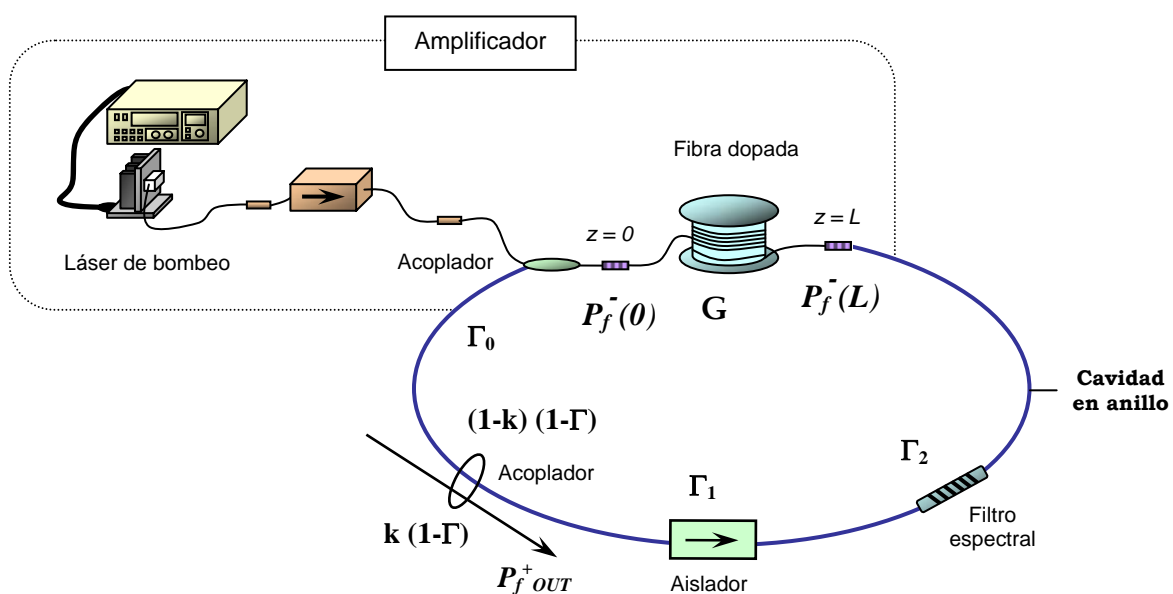


Figura 7.1: Esquema típico de una configuración láser en anillo.

En ella aparece como cuerpo principal del oscilador un amplificador de ganancia  $G$ , en nuestro caso bombeado en la banda de 1480 ó 980 nm, del que se unen ambos extremos con fibra óptica para constituir el anillo que conforma la cavidad. A su lado, debe figurar siempre un acoplador de factor de acoplamiento  $k$  que permita la extracción de parte de la potencia de fluorescencia fuera de la cavidad.

La presencia del resto de dispositivos mostrados en la figura es opcional, pero en la práctica siempre se introducen para mejorar el comportamiento del láser. El aislador, por ejemplo, impide la propagación de una de las dos potencias de fluorescencia en la cavidad (en este caso la contrapropagante), lo que evita la aparición de *spatial hole-burning* y confiere mayor estabilidad al sistema. Otros elementos como filtros espectrales o atenuadores de potencia, permiten controlar la longitud de onda de oscilación.

En cuanto a las pérdidas de la cavidad, en la Figura 7.1 hemos denominado  $\Gamma_0$  al factor de pérdidas que se producen en la cavidad entre el amplificador y el acoplador,  $\Gamma$  a las pérdidas de inserción del acoplador,  $\Gamma_1$  a las del aislador y  $\Gamma_2$  a las pérdidas del resto de la cavidad hasta el amplificador (incluyendo otros elementos si los hay). De esta forma, si denominamos  $T_0$  al factor de transmisión de la cavidad, tenemos que:

$$T_0(\lambda) = (1 - \Gamma_0)(1 - k)(1 - \Gamma)(1 - \Gamma_1)(1 - \Gamma_2) \equiv (1 - k)(1 - \Gamma_{total}) \quad (7.1)$$

donde todas las variables que aparecen en la ecuación dependen de la longitud de onda. Una vez determinado el valor de  $T_0$  para un montaje típico, estamos en condiciones de escribir la condición de contorno del láser de anillo, que al igual que las expresiones (2.26) y (2.27) para el oscilador lineal constituye un dato fundamental para asegurar la convergencia y el buen comportamiento de los programas de cálculo. Esta condición, en una estructura con fluorescencia contrapropagante como la de la Figura 7.1, se expresa como:

$$P_f^-(L, \lambda) = P_f^-(0, \lambda) \cdot T_0(\lambda). \quad (7.2)$$



La principal ventaja de las configuraciones con estructura contrapropagante, es que presentan una mayor estabilidad en las medidas experimentales debido a que la dirección de propagación de la fluorescencia y el bombeo no coinciden. De cualquier forma, existe la posibilidad de configurar el láser de anillo con una estructura simétrica a la mostrada hasta ahora, donde la dirección de propagación permitida sea la copropagante. Para ello, deberíamos reordenar el filtro, colocar el aislador en sentido contrario y dar la vuelta al acoplador de potencia de fluorescencia. En cuyo caso, la condición de contorno del sistema sería la siguiente:

$$P_f^+(0, \lambda) = P_f^+(L, \lambda) \cdot T_0(\lambda). \quad (7.3)$$

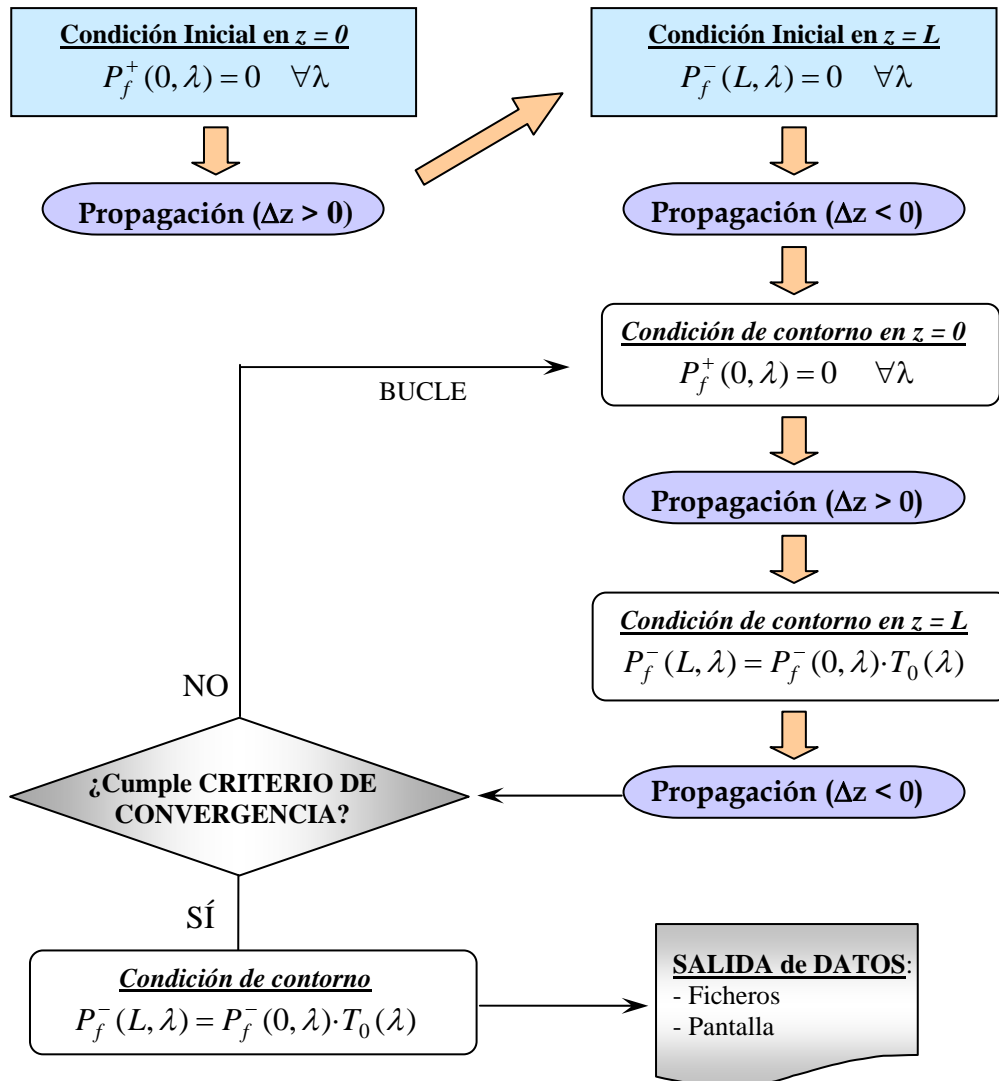
En nuestro estudio y por las razones que veremos más adelante en un apartado dedicado al diseño y optimización de cavidades en anillo, consideramos más apropiada la primera opción, por lo que, de no especificar lo contrario, la ecuación (7.2) constituirá por defecto la condición de contorno de nuestro láser. A partir de aquí y con esta expresión deducida podemos abordar ya las modificaciones a los modelos teóricos.

### **A.2.1 Modelos teóricos basados en las ecuaciones de evolución de potencia**

Comenzaremos aplicando al láser de anillo el modelo con distribución modal descrito en el Capítulo 2. Para ello, partiremos de las ecuaciones de evolución de potencia (2.17), (2.18) y (2.25) y las resolveremos siguiendo un procedimiento basado en el método de relajación, paralelo al ya utilizado en láseres con cavidad lineal. Habrá que tener en cuenta que no hay potencia de señal y que solamente oscilará una de las dos potencias de fluorescencia. Con estos requisitos, las expresiones (2.4), (2.7)-(2.11), (2.17), (2.18) y (2.25) conformarán el modelo basado en ecuaciones de evolución de potencia aplicado al láser de anillo.

Una vez definido el conjunto de ecuaciones que debemos resolver, seguiremos un esquema como el mostrado en la Figura 2.5. Así, partiremos de la suposición inicial de que

$P_f^+(0, \lambda)$  es nula en todo el espectro para aplicar el método numérico Runge-Kutta-Hamming<sup>1</sup> hasta  $z = L$ . En este extremo, se cumple inicialmente que  $P_f^-(L, \lambda)$  también es nula, por lo que iniciaremos el mismo proceso pero esta vez en el sentido negativo del eje axial para cerrar así la primera ida y vuelta en la cavidad (Figura 7.2).



**Figura 7.2:** Esquema del procedimiento seguido para resolver por métodos numéricos las ecuaciones de evolución de potencia en el láser de anillo.

<sup>1</sup> Desarrollado gráficamente en la Figura 2.6.

Una vez completada esta primera vuelta, entraremos en un bucle iterativo en el que ya es posible imponer la condición de contorno (7.2) por haber obtenido del paso anterior una  $P_f^-(0, \lambda)$  no nula. Al igual que en el láser lineal, no será posible salir de este bucle mientras no se cumpla el criterio de convergencia basado en que la diferencia existente entre dos valores consecutivos de  $P_f^-(0, \lambda)$  no difiera de un determinado valor denominado tolerancia. En la Figura 7.2 se representa un esquema del método descrito en este párrafo.

Si queremos adaptar a la configuración en anillo este mismo modelo con distribución modal pero con el término descrito en el Capítulo 4 que ajusta el balance energético, el procedimiento de cálculo será exactamente el mismo, pero tendremos que introducir un término como el (4.15) en la expresión (2.7) antes de iniciar el proceso que acabamos de describir.

### A.2.2 Modelos teóricos basados en factores de solapamiento

En lo que respecta a los modelos basados en factores de solapamiento, la mayoría de las ecuaciones utilizadas en el Capítulo 3 siguen siendo válidas, de hecho, para comenzar nuestro razonamiento partiremos directamente de las expresiones (3.48), (3.49), (3.52) y (3.53) que fueron deducidas con carácter general. De este conjunto de ecuaciones, consideraremos únicamente la pareja correspondiente al tipo de fluorescencia que haya en la cavidad. Así, para la configuración por defecto en la que sólo existe fluorescencia contrapropagante es suficiente con tomar las ecuaciones (3.49) y (3.53), que recordamos a continuación:

$$P_f^-(z, \nu)G(z, \nu) - P_f^-(0, \nu) = -\xi(\nu) \left[ G(z, \nu) - 1 + \gamma_a(\nu) \int_0^z G(z', \nu) dz' \right] \quad (3.49)$$

$$P_f^-(L, \nu)G(L, \nu) - P_f^-(z, \nu)G(z, \nu) = -\xi(\nu) \left[ G(L, \nu) - G(z, \nu) + \gamma_a(\nu) \int_z^L G(z', \nu) dz' \right] \quad (3.53)$$

Si introducimos ahora en la ecuación (3.53) la condición de contorno (7.2) y sustituimos el valor resultante de  $P_f^-(0, \lambda)$  en la expresión (3.49), obtenemos una expresión

que nos proporciona el valor de la potencia de fluorescencia contrapropagante en cualquier punto  $z$  del láser de anillo<sup>2</sup>:

$$P_f^-(z) = -\xi + \frac{\xi}{1-T_0 G(L)} \left[ \frac{G(L)}{G(z)} (1-T_0) + \frac{\gamma_a}{G(z)} \left\{ \int_0^L G(z') dz' + (T_0 G(L) - 1) \int_0^z G(z') dz' \right\} \right] \quad (7.4)$$

de donde considerando ambos extremos de la fibra dopada como caso particular, obtenemos las expresiones:

$$P_f^-(0, \nu) = \frac{\xi(\nu)}{1-T_0(\nu)G(L, \nu)} \left[ G(L, \nu) - 1 + \gamma_a(\nu) \int_0^L G(z', \nu) dz' \right] \quad (7.5)$$

$$P_f^-(L, \nu) = \frac{T_0(\nu)\xi(\nu)}{1-T_0(\nu)G(L, \nu)} \left[ G(L, \nu) - 1 + \gamma_a(\nu) \int_0^L G(z', \nu) dz' \right], \quad (7.6)$$

que cumplen claramente la condición (7.2).

A partir de aquí, para proceder al cálculo de los resultados que ofrece este modelo, debemos obtener necesariamente la nueva ecuación trascendente, para lo cual seguiremos los mismos pasos que en el Capítulo 3, llegando a:

$$\begin{aligned} & \left[ P_p^{th}(\nu_p) - P_p^{sp}(\nu_p) \right] \frac{\gamma_p(\nu_p)}{\alpha_p(\nu_p)} \left\{ \gamma_p(\nu_p) z + \ln \left( \frac{P_p^+(z)}{P_p^+(0)} \right) \right\} + \\ & + \left[ P_p^+(z) - P_p^+(0) \right] + \sum_i \frac{\nu_p}{\nu_i} \left[ P_f^-(0, \nu_i) - P_f^-(z, \nu_i) \right] = 0 \end{aligned} \quad (7.7)$$

Una vez deducida esta ecuación, podemos elegir entre un método de cálculo numérico como el esquematizado en la Figura 7.2 (modelo  $\eta_0$ -numérico) o bien el método analítico desarrollado en el Apartado 3.4.2.2 (modelo  $\eta_0$ -analítico), el cual basado en la

<sup>2</sup>Para simplificar se ha obviado la dependencia con la frecuencia de todas las variables.

optimización de parámetros ofrecía los mejores resultados en cuanto a precisión y tiempo de cálculo (ver comparaciones en Capítulo 3).

Por otra parte, si completamos este modelo con los términos deducidos en el Capítulo 4 que ajustan el balance energético, obtenemos una nueva ecuación trascendente mucho más precisa:

$$\begin{aligned} & \left[ P_p^{th}(\nu_p) - P_p^{sp}(\nu_p) \right] \frac{\gamma_p(\nu_p)}{\alpha_p(\nu_p)} \left\{ \gamma_p(\nu_p)z + \ln \left( \frac{P_p^+(z)}{P_p^+(0)} \right) \right\} + \left[ P_p^+(z) - P_p^+(0) \right] + \\ & + \sum_i \frac{\nu_p}{\nu_i} \left[ P_f^-(0, \nu_i) - P_f^-(z, \nu_i) + \frac{P_f^-(L, \nu_i)}{\ln G(L, \nu_i)} \ln G(z, \nu_i) \right] = 0 \end{aligned} \quad (7.8)$$

cuya resolución sería idéntica a la anterior.

Por último, vamos a considerar la posibilidad de que el aislador estuviera dispuesto en sentido contrario dentro del anillo y solamente tuviéramos fluorescencia copropagante. En este caso, el tratamiento sería idéntico al seguido hasta ahora pero partiendo de (3.48) y (3.52) en vez de (3.49) y (3.53). De esta forma, las expresiones obtenidas equivalentes a (7.4), (7.5) y (7.8) serían las siguientes:

$$P_f^+(z) = -\xi + \frac{\xi G(z)}{1 - T_0 G(L)} \left[ 1 - T_0 + \gamma_a \left\{ \int_0^z \frac{dz'}{G(z')} + T_0 G(L) \int_z^L \frac{dz'}{G(z')} \right\} \right] \quad (7.9)$$

$$P_f^+(L, \nu) = \frac{\xi(\nu)}{1 - T_0(\nu) G(L, \nu)} \left[ G(L, \nu) - 1 + \gamma_a(\nu) G(L, \nu) \int_0^L \frac{dz'}{G(z', \nu)} \right] \quad (7.10)$$

$$\begin{aligned} & \left[ P_p^{th}(\nu_p) - P_p^{sp}(\nu_p) \right] \frac{\gamma_p(\nu_p)}{\alpha_p(\nu_p)} \left\{ \gamma_p(\nu_p)z + \ln \left( \frac{P_p^+(z)}{P_p^+(0)} \right) \right\} + \left[ P_p^+(z) - P_p^+(0) \right] + \\ & + \sum_i \frac{\nu_p}{\nu_i} \left[ P_f^+(z, \nu_i) - P_f^+(0, \nu_i) + \frac{P_f^+(0, \nu_i)}{\ln G(L, \nu_i)} \ln G(z, \nu_i) \right] = 0 \end{aligned} \quad (7.11)$$

### A.2.3 Ecuaciones analíticas

Para obtener expresiones analíticas de la eficiencia y la potencia umbral en el láser de anillo, debemos partir del valor que toma la ecuación trascendente (7.8)<sup>3</sup> en el punto  $z = L$ :

$$\left[ P_p^{th} - P_p^{sp} \right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\} + \left[ P_p^+(L) - P_p^+(0) \right] + \sum_i \frac{\nu_p}{\nu_i} P_f^-(0, \nu_i) = 0 \quad (7.12)$$

De aquí, despejando la potencia de fluorescencia en la frecuencia de oscilación,  $P_f^-(0, \nu_i)$ , e identificando según la ecuación característica de los láseres (4.20), obtenemos el umbral y la eficiencia en  $z = 0$ , que vienen dados por:

$$\eta(L, \nu_l) = \eta^-(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \left[ 1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right] \quad (7.13)$$

$$P_{p,Umbral}(L) = \frac{\left[ P_p^{th} - P_p^{sp} \right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\}}{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}} + \sum_{i \neq l} \frac{\nu_p}{\nu_i} \xi(\nu_i) \frac{\left[ G(L, \nu_i) - 1 + \gamma_a(\nu_i) \int_0^L G(z', \nu_i) dz' \right]}{\left[ 1 - T_0(\nu_i) G(L, \nu_i) \right] \left[ 1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right]} \quad (7.14)$$

donde hemos introducido la expresión (7.5). Debemos advertir, que aunque en estas ecuaciones no aparecen las pérdidas de la cavidad explícitamente, la potencia de bombeo residual depende directamente de ellas como veremos a continuación.

Siguiendo con el desarrollo de las ecuaciones analíticas del modelo, sería interesante deducir una ecuación equivalente a (6.1) que permitiera obtener los perfiles de  $\beta$  y

<sup>3</sup> O en su lugar (7.11) si consideramos que la fluorescencia es copropagante.

$\gamma$  utilizando un método experimental análogo al mostrado en el Capítulo 6. Con este propósito, partimos de la expresión (7.5) para obtener:

$$T_0(\nu)G(L, \nu) = 1 - \frac{\xi(\nu)}{P_f^-(0, \nu)} \left[ G(L, \nu) - 1 + \gamma_a(\nu) \int_0^L G(z', \nu) dz' \right] \equiv 1 - \Phi(L, \nu) \quad (7.15)$$

donde, sustituyendo la expresión de la ganancia dada por (3.40) y despejando apropiadamente, llegamos a:

$$\ln \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} = -\frac{\gamma(\nu)}{\beta(\nu)} L - \frac{1}{\beta(\nu)} \ln \left[ \frac{T_0(\nu)}{1 - \Phi(L, \nu)} \right]. \quad (7.16)$$

Las ecuaciones (7.15) y (7.16) son generales y válidas para todo el espectro, si bien en la frecuencia de oscilación el término  $\Phi(L, \nu_l)$  se hace especialmente pequeño y es despreciable frente a la unidad. Esta consideración simplifica sobremanera las expresiones de las ecuaciones analíticas, y entra dentro de la aproximación de fluorescencia espontánea despreciable ya aplicada en el Capítulo 4 a los modelos teóricos del láser con cavidad lineal. Con esta aproximación el sistema de ecuaciones analíticas queda como sigue:

$$\eta(L, \nu_l) = \frac{\lambda_p}{\lambda_l} \left[ 1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right] \quad (7.17)$$

$$P_{p,Umbra} (L) = \frac{\left[ P_p^{th} - P_p^{sp} \right] \frac{\gamma_p}{\alpha_p} \left\{ \gamma_p L + \ln \left( \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} \right) \right\}}{1 - \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)}} \quad (7.18)$$

$$T_0(\nu_l)G(L, \nu_l) = 1 \quad (7.19)$$

$$\ln \frac{P_p^+(L)}{P_p^+(0)} = -\frac{\gamma(\nu_l)}{\beta(\nu_l)} L - \frac{1}{\beta(\nu_l)} \ln T_0(\nu_l) \quad (7.20)$$

donde (7.20) es la ecuación antes mencionada que relaciona la potencia de bombeo residual con las pérdidas de la cavidad y la que a su vez permite obtener valores de  $\beta$  y  $\gamma$  a partir de medidas de bombeo residual para varias longitudes de fibra dopada.

Este sistema formado por las expresiones (7.17)-(7.20), al considerar la eficiencia en el interior de la cavidad, tiene la particularidad de regir el comportamiento del láser de anillo independientemente del sentido en que dispongamos el aislador, es decir, es válido tanto para la potencia de fluorescencia copropagante como para la contrapropagante, la única condición es que se introduzca un aislador en la cavidad.

Por otra parte, volviendo a la ecuación (7.15), podemos aprovechar la circunstancia de que la aproximación  $\Phi(L, \nu_l) \approx 0$  sea válida solamente en la frecuencia de oscilación para obtener esta última. El método consistirá en ver qué frecuencia hace que la función (7.15) alcance su máximo valor, muy cercano a la unidad según (7.19), puesto que esa será la frecuencia en la que oscilará el sistema. Para que esta función no dependa del bombeo absorbido a través de la ganancia y podamos calcular su valor directamente, tendremos en cuenta que al tener un máximo absoluto en la frecuencia de oscilación, la derivada de (7.15) será nula en ese punto, y por tanto:

$$\left. \frac{d[T_0(\nu)G(L, \nu)]}{d\nu} = L \frac{d\gamma(\nu)}{d\nu} + \ln \frac{P_p(L)}{P_p(0)} \frac{d\beta(\nu)}{d\nu} + \frac{1}{T_0(\nu)} \frac{dT_0(\nu)}{d\nu} \right|_{\nu=\nu_l} = 0. \quad (7.21)$$

Despejando de aquí el bombeo residual y sustituyendo en (7.20) tenemos:

$$L \left( \frac{d\gamma(\nu)}{d\nu} - \frac{\gamma(\nu)}{\beta(\nu)} \frac{d\beta(\nu)}{d\nu} \right) - \frac{1}{\beta(\nu)} \frac{d\beta(\nu)}{d\nu} \ln T_0(\nu) + \frac{1}{T_0(\nu)} \frac{dT_0(\nu)}{d\nu} \Big|_{\nu=\nu_l} = 0, \quad (7.22)$$

ecuación que permite obtener la frecuencia de oscilación del láser de anillo y que depende únicamente de los perfiles espectrales de  $\beta$  y  $\gamma$  y del factor de transmisión de la cavidad, o lo que es lo mismo de las pérdidas.



### A.2.4 Diseño y optimización de cavidades láser en anillo

Una vez determinada la longitud de onda de oscilación así como el resto de magnitudes importantes mediante (4.20), (7.17)-(7.20) y (7.22), nos centraremos en cuestiones que afectan al diseño y optimización de cavidades láser en anillo.

Empezaremos buscando una expresión para la longitud umbral, parámetro importante en el diseño de configuraciones láser que se definía como la longitud de fibra dopada por debajo de la cual no se produce oscilación sea cual sea la potencia de bombeo introducida. Para ello igualaremos a cero el denominador de la potencia umbral dada por (7.18) y emplearemos (7.20), obteniendo:

$$L_U(\nu_l) \equiv -\frac{\ln T_0(\nu_l)}{\gamma(\nu_l)}. \quad (7.23)$$

Con esta definición podemos simplificar las expresiones (7.17) y (7.18) correspondientes al umbral y la eficiencia, ya que el cociente entre las potencias de bombeo dado por (7.20) se transforma en:

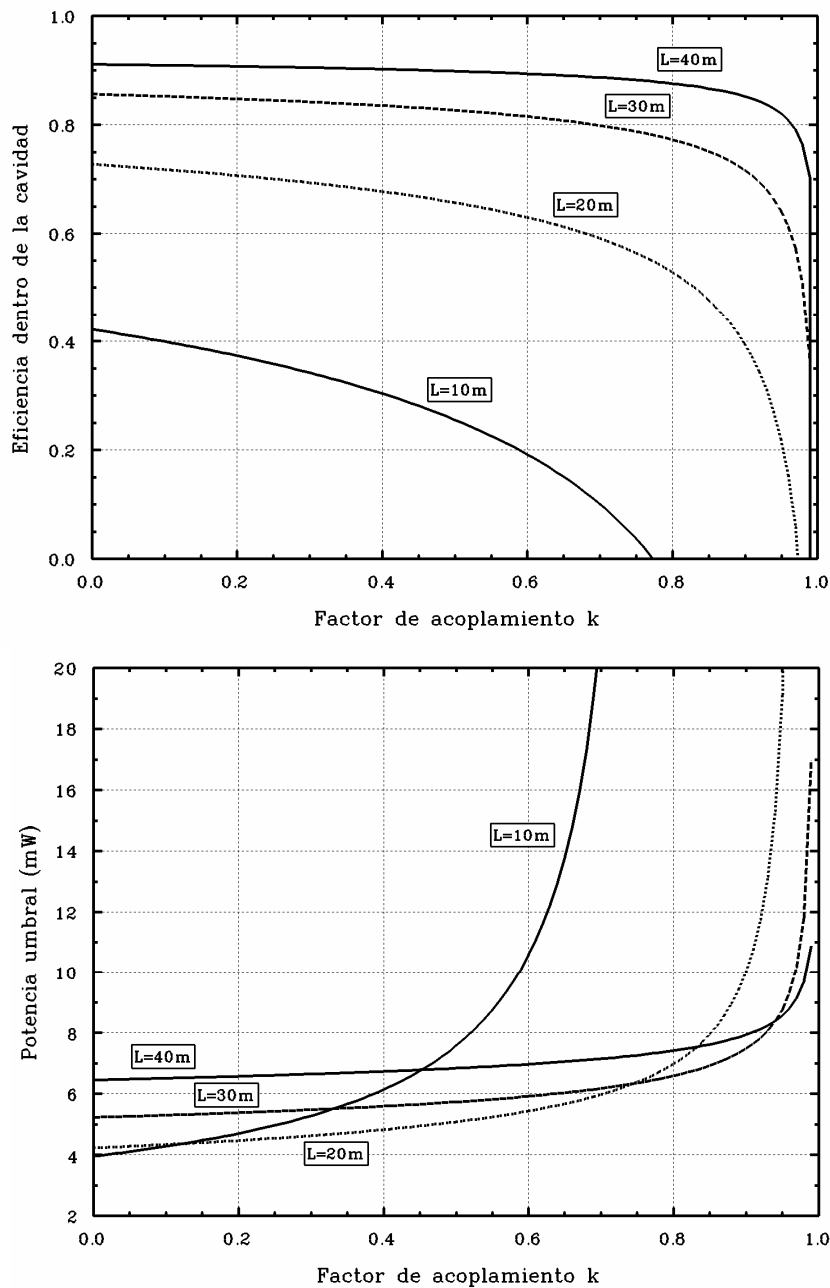
$$\ln \frac{P_p(L)}{P_p(0)} = -\frac{\gamma(\nu_l)}{\beta(\nu_l)}(L - L_U(\nu_l)). \quad (7.24)$$

También la ganancia, que quedaría de la siguiente manera:

$$G(L, \nu_l) = \exp[\gamma(\nu_l)L_U(\nu_l)]. \quad (7.25)$$

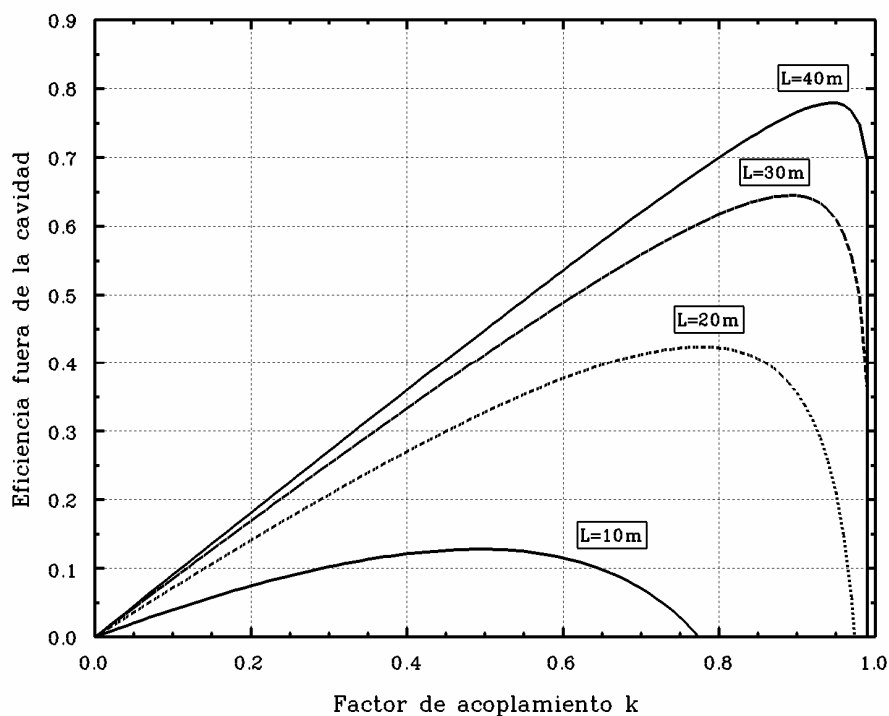
Llegados a este punto, sería conveniente efectuar un análisis de cómo influyen las pérdidas de la cavidad en las magnitudes del láser, con la intención de obtener, si fuera posible, información sobre la disposición óptima de elementos en la cavidad o sobre los valores que algunos parámetros deben tomar (en concreto el factor de acoplamiento  $k$ ). Para ello, comenzaremos recordando que en condiciones de oscilación la ganancia debe compensar, según (7.19) y (7.1), las pérdidas que se producen en la cavidad, por lo que cuanto mayores

sean las pérdidas, mayor será la ganancia que debe proporcionar el amplificador. Además, de acuerdo con esto y conforme a (7.17), (7.18) y (7.20), se cumple que para un factor de transmisión de la cavidad  $T_0$  menor, se obtiene una eficiencia en el láser menor y una potencia umbral mayor (Figura 7.3), lo que repercute directamente en una disminución de la potencia de fluorescencia emitida.



**Figura 7.3:** Comportamiento de la eficiencia láser dentro de la cavidad y de la potencia umbral en función del factor  $k$  para una configuración con pérdidas internas del 50% ( $1-\Gamma_{\text{total}} = 0.5$ ),  $P_p(0) = 20$  mW y varias longitudes de fibra dopada.

Por otra parte, si pensamos en la potencia de fluorescencia que se extrae de la cavidad, sabemos que esta es directamente proporcional al factor  $k$ , así que en este aspecto es interesante que este factor tome valores cercanos a la unidad aun a costa de aumentar considerablemente las pérdidas de la cavidad (ver (7.1)). El hecho de que estas pérdidas sean grandes no supondría ningún problema si la ganancia que puede suministrar un amplificador no estuviera limitada a un valor máximo, sin embargo en la realidad el sistema no puede compensar cualquier valor que tomen las pérdidas y llega un momento que deja de oscilar.

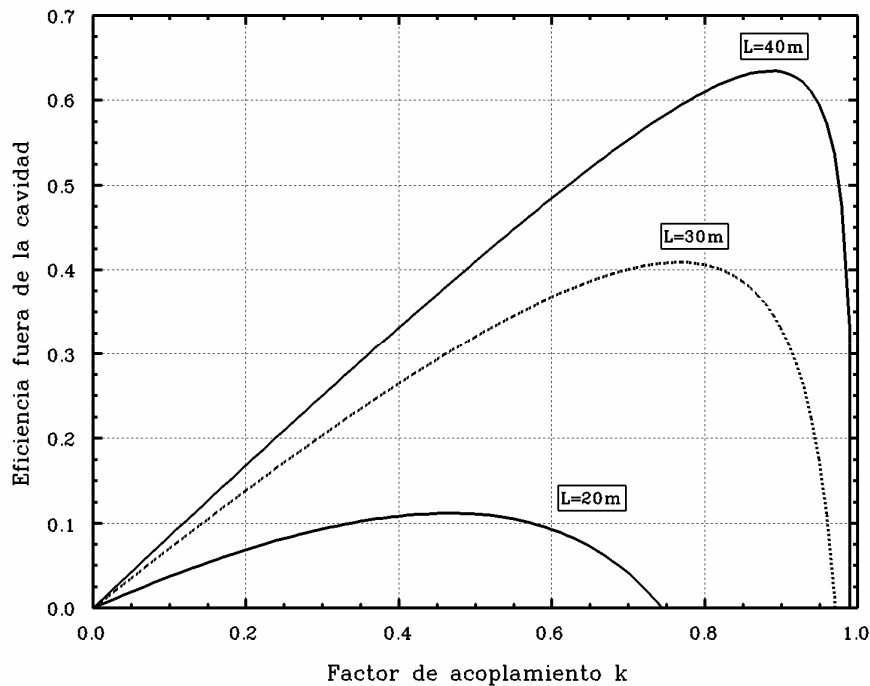


**Figura 7.4:** Evolución de la eficiencia fuera de la cavidad en función del factor  $k$  para una configuración con pérdidas internas del 50% ( $1-\Gamma_{\text{total}} = 0.5$ ),  $P_p(0) = 20\text{ mW}$  y varias longitudes de fibra dopada.

En las Figuras 7.4 y 7.5 podemos observar este comportamiento para cavidades con pérdidas del 50% y del 95% respectivamente, reflejado en la evolución con el factor  $k$  de la eficiencia fuera de la cavidad. En ellas apreciamos la existencia de un valor óptimo del factor de acoplamiento para el cual se alcanza un compromiso entre las pérdidas de la cavidad y la potencia de fluorescencia extraída. El valor de este factor  $k$  óptimo, se obtiene tras hacer la derivada de la expresión (7.17) multiplicada por  $k \cdot \Gamma_0 \cdot (I - I)$ , resultando ser:

$$k_{\text{óptimo}} = \frac{\beta(v_l) \left( 1 - \frac{P_p(L)}{P_p(0)} \right)}{\frac{P_p(L)}{P_p(0)} + \beta(v_l) \left( 1 - \frac{P_p(L)}{P_p(0)} \right)} \quad (7.26)$$

donde hemos de tener en cuenta que hay una dependencia implícita con  $k$  de la potencia de bombeo residual, por lo que la resolución de esta expresión es forzosamente numérica.



**Figura 7.5:** Evolución de la eficiencia fuera de la cavidad en función del factor  $k$  para una configuración con pérdidas internas del 95% ( $1-\Gamma_{\text{total}} = 0.05$ ),  $P_p(0) = 20$  mW y varias longitudes de fibra dopada

Otro fenómeno que podemos ver reflejado en estas figuras, es la existencia de un valor máximo del factor de acoplamiento por encima del cual el sistema no oscila, lo que es debido a que la ganancia que proporciona la fibra dopada no puede compensar las pérdidas de la cavidad. Este valor de  $k$  es fácil de obtener a partir de la condición de que la eficiencia es nula en ese punto, lo que implica que:

$$k_{\text{máximo}} = 1 - \frac{\exp[-\gamma(v_l)L]}{1 - \Gamma_{\text{total}}(v_l)} \quad (7.27)$$

de forma que tenemos establecido un limite superior para el valor de  $k$  en un montaje en anillo:

$$0 < k < 1 - \frac{\exp[-\gamma(\nu_l)L]}{1 - \Gamma_{total}(\nu_l)} \quad (7.28)$$

Este valor máximo delimita, a partir de (7.19), la ganancia máxima que puede ofrecer el sistema:

$$G_{\text{máx}}(L, \nu_l) = \exp[\gamma(\nu_l)L], \quad (7.29)$$

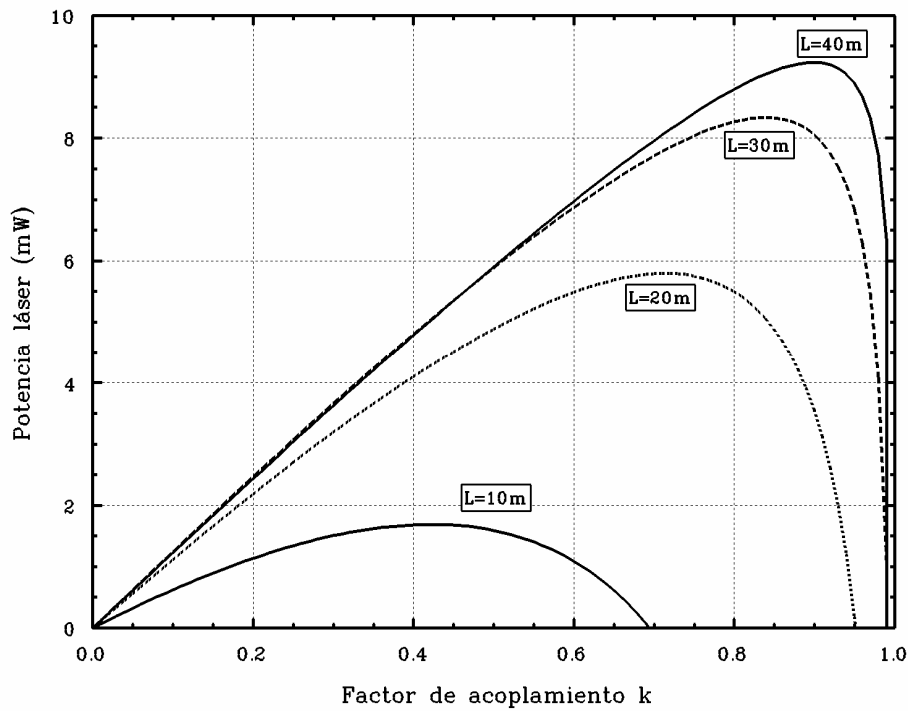
de forma que cuando las pérdidas superan este valor no se produce oscilación láser, como por ejemplo cuando  $L = 10 \text{ m}$  y  $1 - \Gamma_{total} = 0.05$  (por eso no aparece en la Figura 7.5). Esta expresión se corresponde además con la situación límite en la que no existe atenuación del bombeo o aquella en la que el bombeo proporcionado es infinito y es compatible con la definición que hicimos de longitud umbral de oscilación en (7.23). Así, para el ejemplo que acabamos de mencionar, la longitud umbral es en el mejor de los casos<sup>4</sup>  $L_U = 13.7 \text{ m}$ .

Si reflejamos a continuación el comportamiento de la potencia láser con el factor  $k$ , Figuras 7.6 y 7.7, observamos una evolución similar a la de la eficiencia pero con dos diferencias importantes: la primera consiste en un desplazamiento del  $k_{\text{óptimo}}$  hacia valores más bajos, debido al aumento de la potencia umbral conforme el factor de acoplamiento es mayor (Figura 7.3); y la segunda es que el valor de  $k_{\text{máximo}}$  se ve reducido por el hecho de que introducimos una potencia de bombeo limitada, lo que no suponía ninguna restricción para el cálculo de la eficiencia, pero que ahora va a determinar cuando el sistema deja de oscilar debido a que la potencia umbral supera este valor (Figura 7.3).

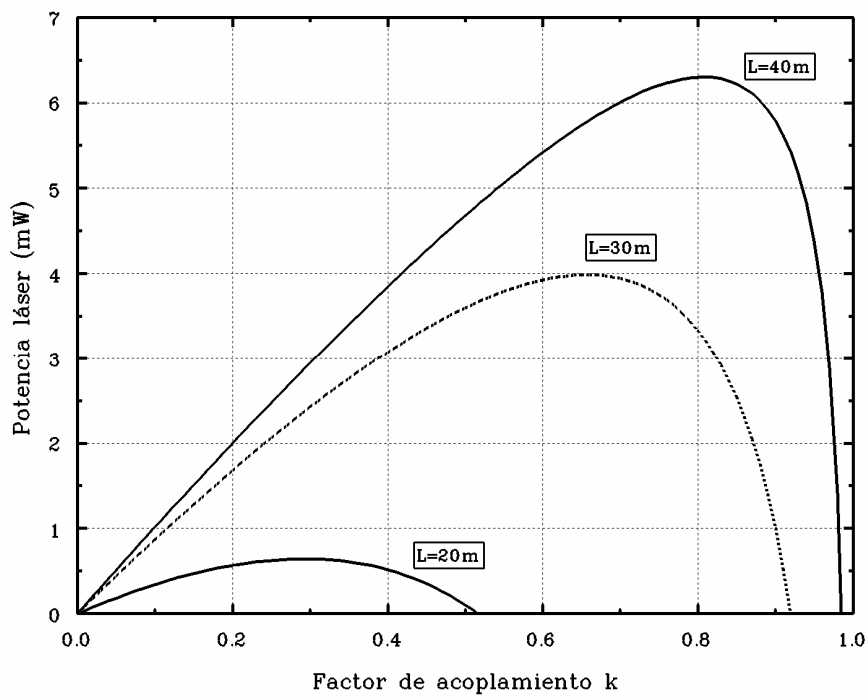
Por otra parte, hemos de tener en cuenta que en los cálculos mostrados en las Figuras (7.3)-(7.7), se ha considerado que en la cavidad existía un filtro que forzaba al sistema a oscilar en  $\lambda_l = 1556 \text{ nm}$ , manteniendo fijos los valores de  $\gamma$  y  $\beta$ , pero que en el caso general la longitud de onda de oscilación varía con las pérdidas de la cavidad según (7.22).

---

<sup>4</sup> Ya que depende del valor que tome el factor de acoplamiento  $k$ .



**Figura 7.6:** Comportamiento de la potencia láser extraída de la cavidad en función del factor de acoplamiento  $k$  para una configuración con pérdidas internas del 50% ( $1-\Gamma_{\text{total}} = 0.5$ ),  $P_p(0) = 20$  mW y varias longitudes de fibra dopada.



**Figura 7.7:** Comportamiento de la potencia láser extraída de la cavidad en función del factor de acoplamiento  $k$  para una configuración con pérdidas internas del 95% ( $1-\Gamma_{\text{total}} = 0.05$ ),  $P_p(0) = 20$  mW y varias longitudes de fibra dopada.

Analizando todos estos datos, podemos hacer una distinción entre dos tipos de pérdidas en la cavidad: las que se corresponden única y exclusivamente con el factor  $k$ , que como hemos visto anteriormente determina la cantidad de potencia que se extrae de la cavidad y que por tanto tiene repercusiones positivas en las magnitudes más importantes de la instalación; y el resto, es decir  $\Gamma$ ,  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_1$ , y  $\Gamma_2$  (Figura 7.1), que afectan de forma negativa al umbral y la eficiencia y que debemos evitar o como mínimo disminuir.

Debemos tener claro además, que de este último grupo no todas afectan por igual al oscilador, de hecho, las que se producen entre el acoplador de salida y la entrada al amplificador en la dirección de propagación de la fluorescencia ( $\Gamma_1$  y  $\Gamma_2$  en el caso de la Figura 7.1), son menos nocivas porque pueden ser compensadas posteriormente con la ganancia del amplificador. Por el contrario, aquéllas que se producen entre la salida de la fibra dopada y el acoplador ( $\Gamma$  y  $\Gamma_0$ ) no pueden ser compensadas y tienen un efecto negativo mayor, porque además de contribuir al aumento de la potencia umbral y a la disminución de la eficiencia como el resto de pérdidas  $\Gamma_i$ , atenúan la potencia de fluorescencia emitida por el amplificador antes de salir de la cavidad, reduciendo la eficiencia por partida doble.

Para concluir este apartado, resumiremos en un esquema sencillo los puntos más importantes que hay que tener en cuenta a la hora de diseñar un oscilador láser en anillo, y que son los siguientes:

- Hay que procurar que las pérdidas internas  $\Gamma_i$  de la cavidad sean lo más pequeñas posible, ya que afectan negativamente al umbral y la eficiencia.
- De entre todas ellas, las que se producen entre la fibra dopada y el acoplador en la dirección de propagación de la fluorescencia son especialmente negativas, y deben ser evitadas por encima del resto.
- El valor del factor  $k$  del acoplador de salida debe cumplir la condición:

$$0 < k < 1 - \frac{\exp[-\gamma(\nu_l)L]}{1 - \Gamma_{total}(\nu_l)} \quad (7.28)$$

y sabemos que existe un  $k_{\text{óptimo}}$  para el cual la potencia láser extraída de la cavidad es máxima.

- Es necesario introducir un aislador en la cavidad para aprovechar la geometría en anillo y evitar así el fenómeno de *spatial hole-burning*, lo que confiere además mayor estabilidad al sistema.
- El sentido de colocación del aislador determina algunas características de la cavidad:
  - Sentido copropagante: produce inestabilidades en las medidas y empeora el cociente señal / ruido al salir el bombeo residual por la salida de la potencia láser. A cambio, el bombeo se aprovecha más porque pasa varias veces por la fibra dopada.
  - Sentido contrapropagante: las medidas de fluorescencia son mucho más estables pero a cambio no podemos evitar las pérdidas producidas por el acoplador de bombeo, que según el segundo punto de este esquema entraría a formar parte de las pérdidas más perjudiciales.

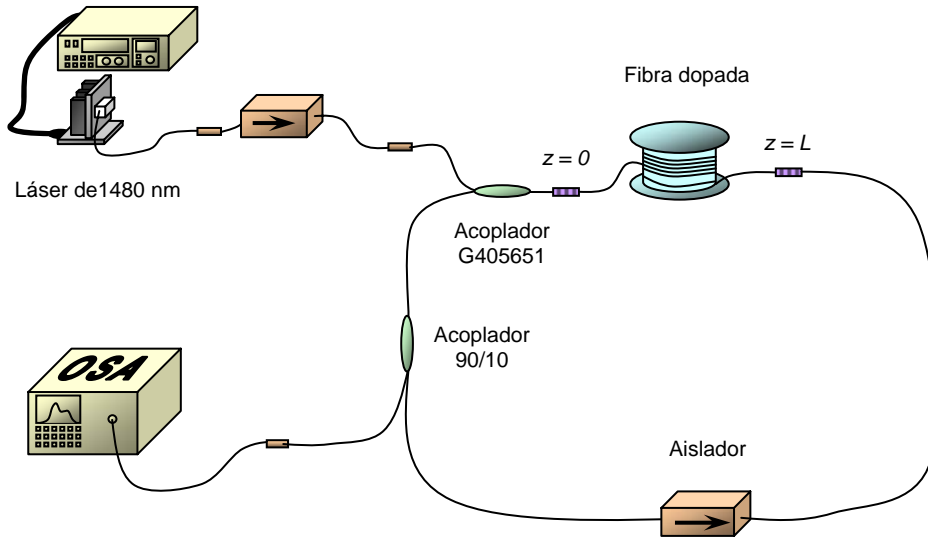
### **A.3 Medidas experimentales y comparación**

En este apartado aplicaremos todos estos datos relativos al diseño de cavidades láser en anillo y mostraremos los montajes experimentales construidos. Seguidamente, describiremos las medidas realizadas y las compararemos con los modelos teóricos ya modificados para este tipo de geometría. Los perfiles espectrales de  $\beta(\nu)$  y  $\gamma(\nu)$  que emplearemos serán los deducidos en el Apartado 6.2.2 a partir de medidas de ganancia en el láser con cavidad lineal y reescalados a los valores de (6.4), es decir, los representados en la Figura 6.6.

Nos centraremos únicamente en instalaciones experimentales con longitud de onda de bombeo en 1480 nm, ya que los perfiles espectrales de  $\beta(\nu)$  y  $\gamma(\nu)$  que vamos a utilizar no

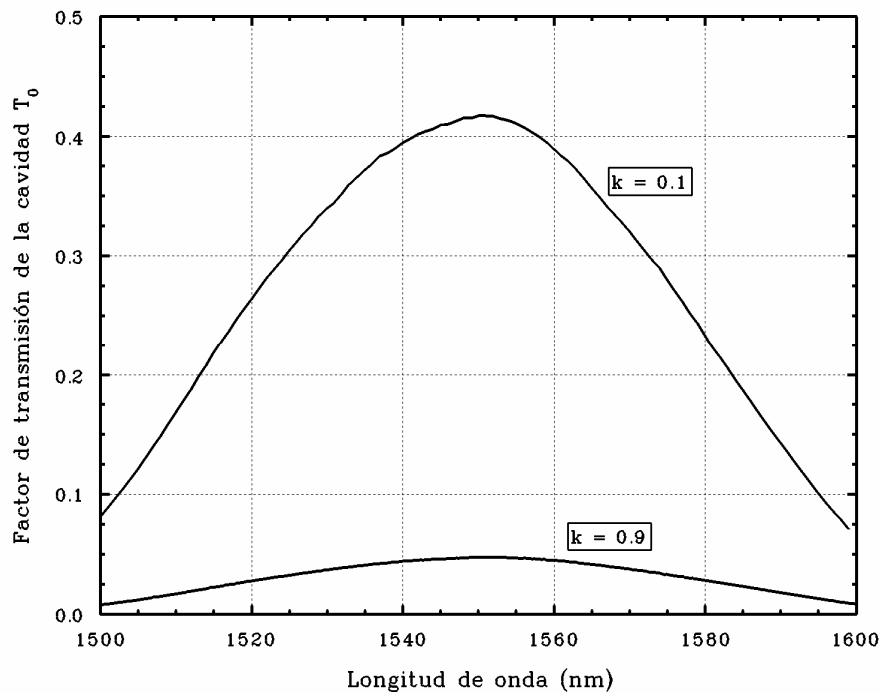


ofrecen resultados tan ajustados cuando los aplicamos a bombeo en 980 nm (Apartado 6.3.2). El esquema de la configuración que vamos a utilizar, es el que se muestra en la siguiente figura:



**Figura 7.8:** Esquema de la configuración láser en anillo diseñada para bombeo en 1480 nm. El factor de acoplamiento  $k$  podrá ser 0.1 o 0.9 dependiendo de la posición en la que coloquemos el acoplador.

En ella hemos optado por un montaje en el que únicamente se propaga la fluorescencia contrapropagante, lo que proporciona un mejor cociente señal / ruido y una mayor estabilidad en las medidas. El aislador se ha colocado detrás del acoplador de fluorescencia para que forme parte de las pérdidas menos perjudiciales, cosa que es inevitable en el caso del acoplador de bombeo. Como no disponemos de un acoplador variable, podremos constituir solamente dos configuraciones distintas dependiendo de la posición en la que coloquemos el acoplador de potencia 90/10: una en la que el factor de acoplamiento  $k$  sea del 10% y otra en la que sea del 90%. Dentro de las limitaciones que esto supone, nos permite chequear el láser de anillo en dos situaciones contrapuestas (Figura 7.9). Los resultados experimentales se cotejarán con los tres modelos más característicos: estándar  $\eta_0$ -analítico, nuevo  $\eta_0$ -analítico y nuevo modal- $\eta_0$  para comprobar si su comportamiento en el láser de anillo es similar al observado en cavidades lineales.

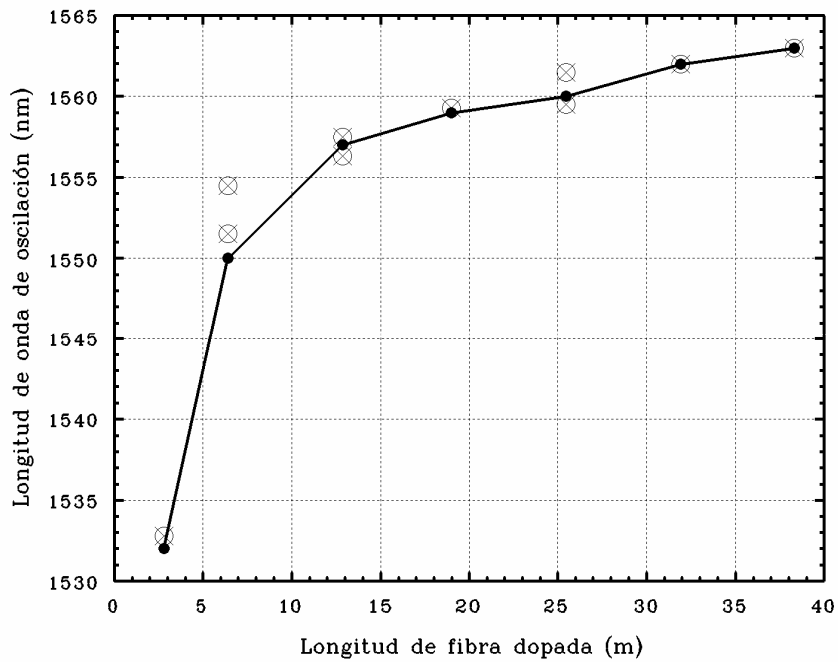


**Figura 7.9:** Factor de transmisión experimental  $T_0$  de la cavidad correspondiente a las configuraciones en las que el factor de acoplamiento  $k$  vale 0.1 y 0.9.

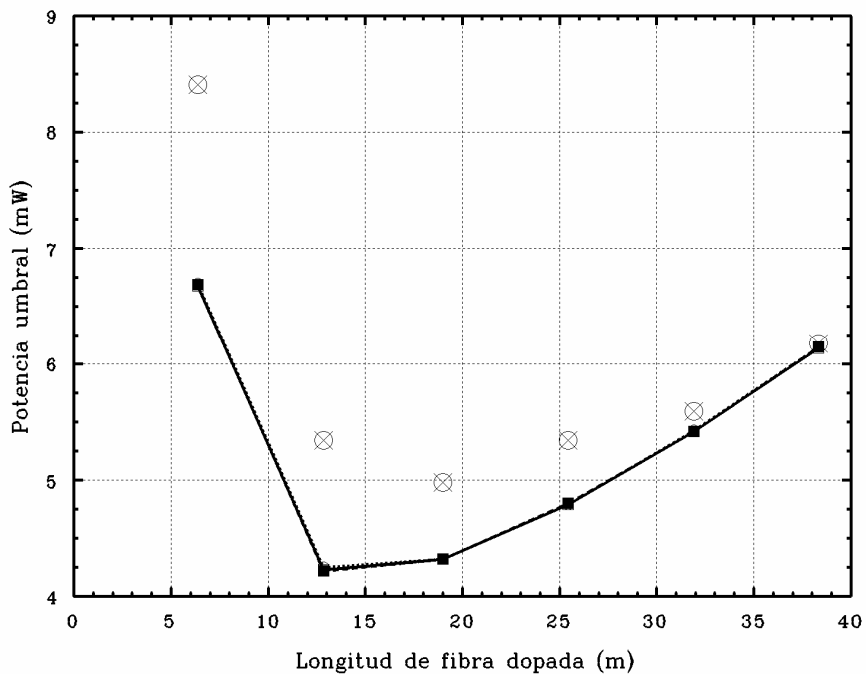
□ **Configuración con acoplador 90/10 y salida 10% ( $k = 0.1$ )**

Tal y como vemos en la Figura 7.9, para esta configuración tenemos una cavidad con un factor de transmisión elevado, más si tenemos en cuenta que solamente las soldaduras involucradas y el acoplador de señal ya ofrecen en conjunto una transmisión de 0.75 y que no hemos introducido un segundo acoplador de bombeo para medir el bombeo residual. Esto nos permite chequear el modelo en una situación con bajas pérdidas.

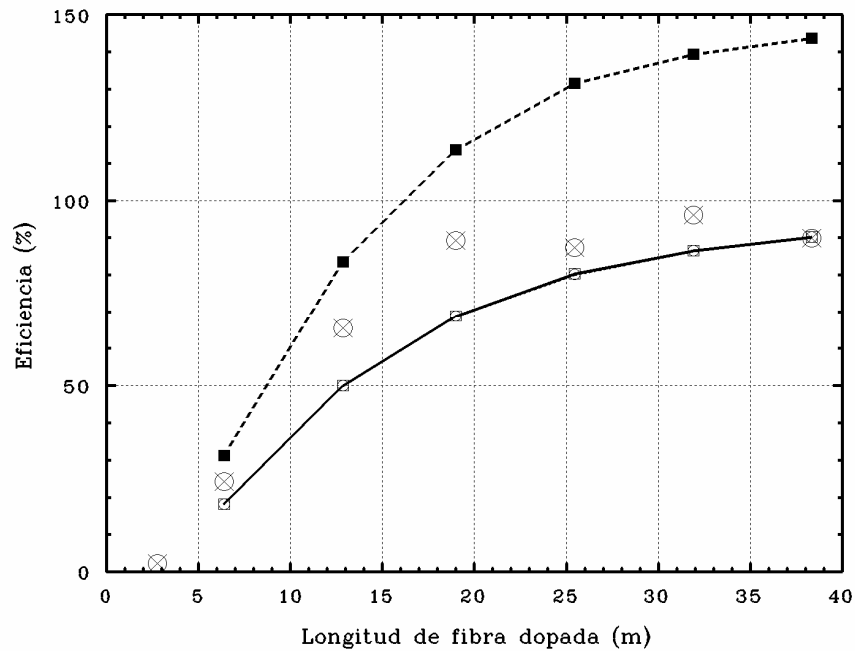
Comenzaremos contrastando las longitudes de onda de oscilación teóricas y experimentales, que ya demostramos es donde más se perciben los desajustes del modelo y de los perfiles  $\beta(\nu)$  y  $\gamma(\nu)$ . En la Figura 7.10 mostramos estos datos, donde solamente aparece una curva teórica porque la predicción es equivalente para cualquier modelo y donde vemos perfectamente el cambio de zona de oscilación al segundo pico de ganancia conforme aumentamos la longitud de fibra dopada. En el resto de figuras se muestra la potencia umbral, la eficiencia y la potencia de fluorescencia, estas dos últimas en el interior de la cavidad.



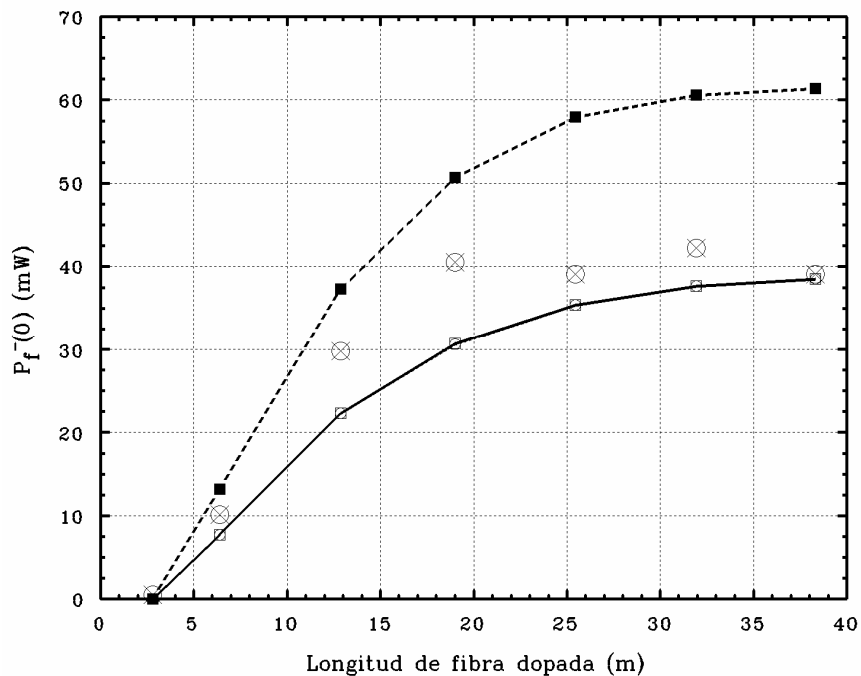
**Figura 7.10:** Comportamiento de la longitud de onda de oscilación experimental (círculos tachados) y la teórica (línea continua) obtenida en función de la longitud de fibra dopada para la configuración en anillo de la Figura 7.8 y constante  $k = 0.1$ .



**Figura 7.11:** Comportamiento de la potencia umbral experimental (puntos) y la teórica (líneas) obtenida con los modelos estándar  $\eta_0$ -analítico (línea rayada ■), nuevo  $\eta_0$ -analítico (continua □) y nuevo modal- $\eta_0$  (punteada ○) para la configuración en anillo de la Figura 7.8 y constante  $k = 0.1$ .



**Figura 7.12:** Comportamiento de la eficiencia contrapropagante experimental (puntos) y la teórica (líneas), obtenida con los modelos estándar  $\eta_0$ -analítico (línea rayada ■), nuevo  $\eta_0$ -analítico (continua □) y nuevo modal- $\eta_0$  (punteada ○) para la configuración en anillo de la Figura 7.8 y constante  $k = 0.1$ .

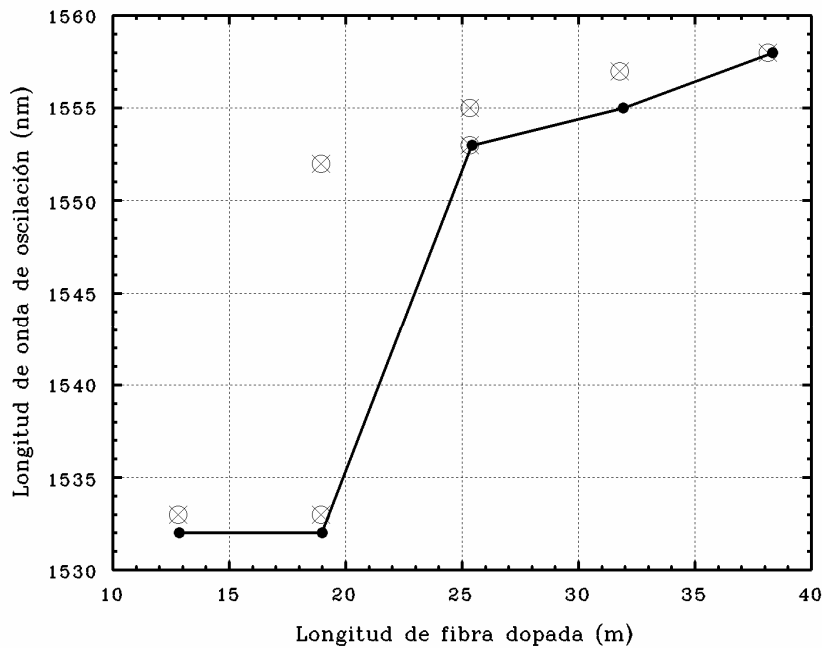


**Figura 7.13:** Comportamiento de la potencia láser experimental (puntos) y teórica (líneas) dentro de la cavidad, esta última obtenida con los modelos estándar  $\eta_0$ -analítico (línea rayada ■), nuevo  $\eta_0$ -analítico (continua □) y nuevo modal- $\eta_0$  (punteada ○) para la configuración en anillo de la Figura 7.8 y constante  $k = 0.1$ .

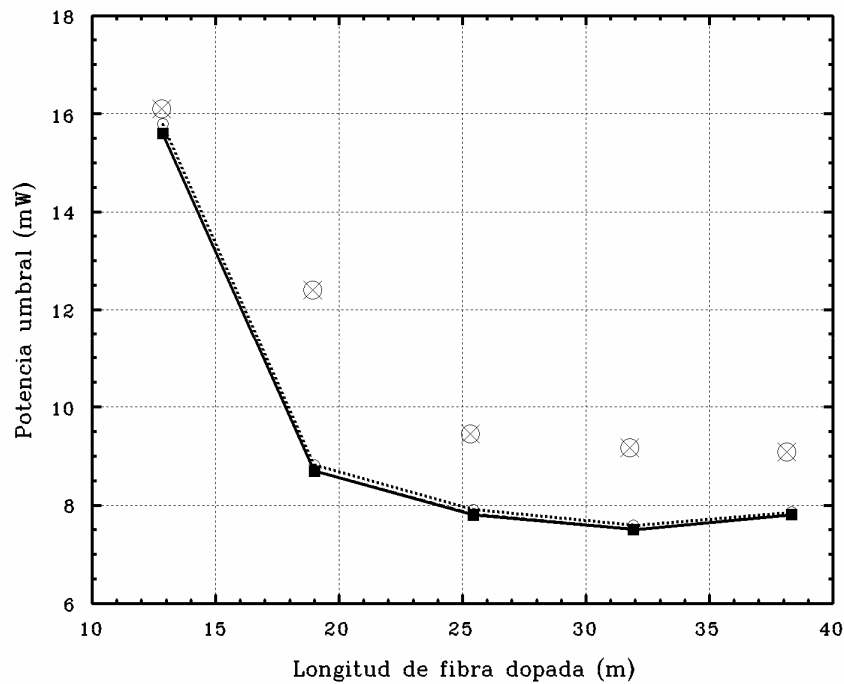
Podemos observar en primer lugar, que para configuraciones en anillo bombeadas en 1480 nm el modelo  $\eta_0$ -analítico continua siendo una muy buena aproximación del modelo con distribución modal, por lo que sus curvas prácticamente se superponen. Además, los nuevos modelos con el término de ajuste del balance energético se acomodan con mayor precisión a la evolución experimental de la eficiencia y la fluorescencia (Fig. 7.12 y 7.13). Por otra parte, la buena predicción de la longitud de onda de oscilación que ofrecen los modelos, indica que los perfiles de  $\beta(\nu)$  y  $\gamma(\nu)$  introducidos encajan perfectamente en esta geometría.

#### □ Configuración con acoplador 90/10 y salida 90% ( $k = 0.9$ )

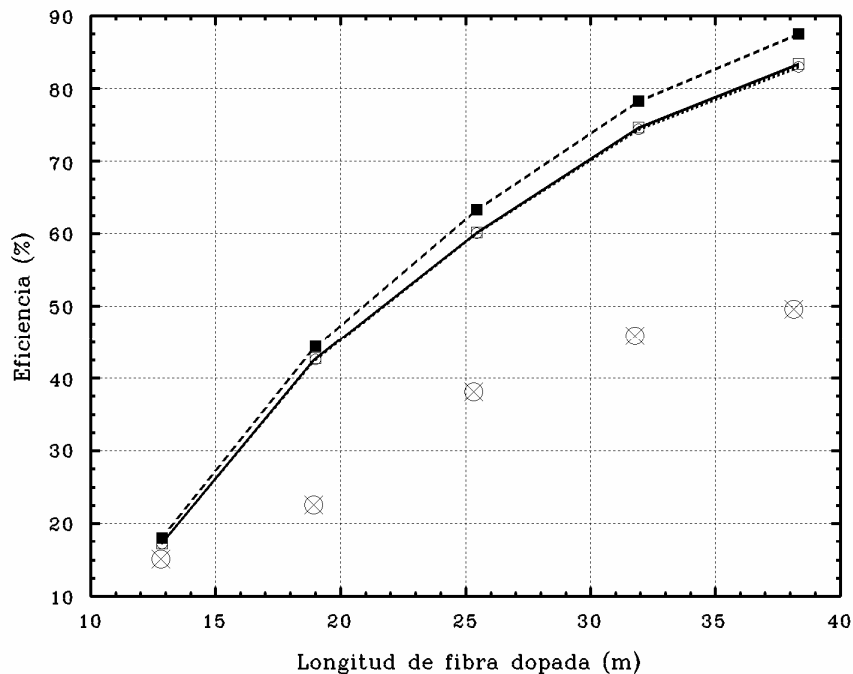
Para esta configuración tenemos prácticamente un factor de transmisión 10 veces menor que para el caso anterior (Figura 7.9), por lo que pondremos a prueba nuestro modelo en un esquema con altas pérdidas. Esta circunstancia provoca que el sistema no oscile para la longitud  $L = 6.40$  m y que la transición hacia el segundo pico de ganancia se produzca para longitudes cercanas a los 20 m (Figura 7.14), a diferencia de lo que ocurría en la configuración precedente.



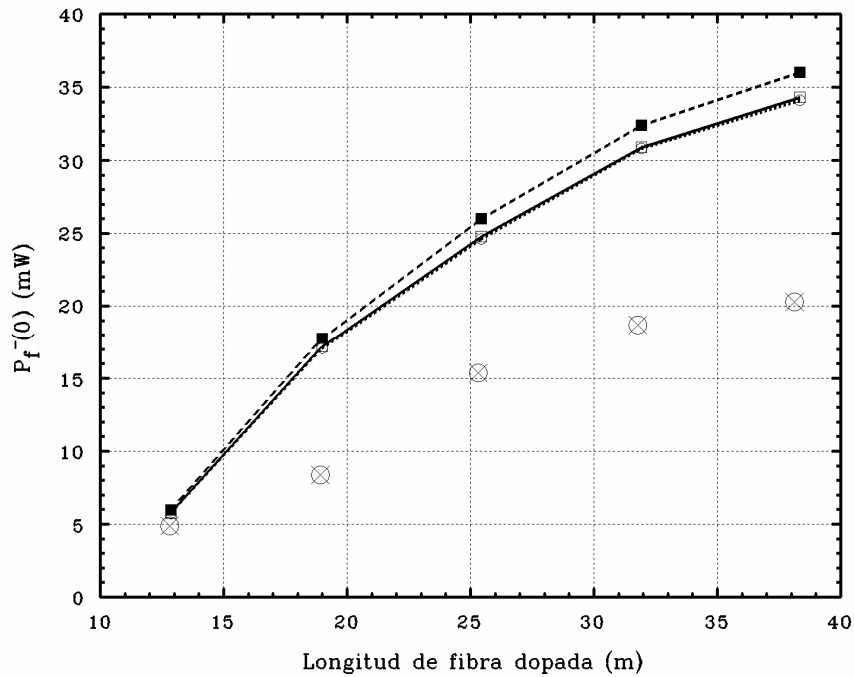
**Figura 7.14:** Comportamiento de la longitud de onda de oscilación experimental (círculos tachados) y la teórica (línea continua) obtenida en función de la longitud de fibra dopada para la configuración en anillo de la Figura 7.8 y constante  $k = 0.9$ .



**Figura 7.15:** Comportamiento de la potencia umbral experimental (puntos) y la teórica (líneas) obtenida con los modelos estándar  $\eta_0$ -analítico (línea rayada ■), nuevo  $\eta_0$ -analítico (continua □) y nuevo modal- $\eta_0$  (punteada ○) para la configuración en anillo de la Figura 7.8 y constante  $k = 0.9$ .



**Figura 7.16:** Comportamiento de la eficiencia contrapropagante experimental (puntos) y la teórica (líneas), obtenida con los modelos estándar  $\eta_0$ -analítico (línea rayada ■), nuevo  $\eta_0$ -analítico (continua □) y nuevo modal- $\eta_0$  (punteada ○) para la configuración en anillo de la Figura 7.8 y constante  $k = 0.9$ .



**Figura 7.17:** Comportamiento de la potencia láser experimental (puntos) y teórica (líneas) dentro de la cavidad, esta última obtenida con los modelos estándar  $\eta_0$ -analítico (línea rayada ■), nuevo  $\eta_0$ -analítico (continua □) y nuevo modal- $\eta_0$  (punteada ○) para la configuración en anillo de la Figura 7.8 y constante  $k = 0.9$ .

En esta ocasión, nos encontramos con que los nuevos modelos, aunque mejoran el comportamiento del estándar, no conducen a mejoras tan notables como en montajes en los que las pérdidas son menores. Esta circunstancia ya fue observada para los láseres Fabry-Pérot en los que el factor de calidad de la cavidad no era bueno (Figura 6.43 y 6.51). Por lo demás, la potencia umbral se ajusta razonablemente y el gran acuerdo existente entre las longitudes de onda de oscilación teóricas y experimentales confirma la adecuación de los perfiles  $\beta(\nu)$  y  $\gamma(\nu)$  utilizados.

#### A.4 Comentarios sobre las comparaciones

A la vista de los resultados mostrados en este capítulo, podemos concluir que la adaptación a la geometría en anillo de los modelos teóricos desarrollados para láseres Fabry-

Pèrot es buena aunque con puntualizaciones. Así, tal y como se ha venido observando desde el capítulo anterior, los modelos teóricos desarrollados (inclusive los que introducen el término de ajuste del balance energético), se ajustan peor a las medidas experimentales cuando las pérdidas de la cavidad son altas, es decir cuando los factores de reflexión son bajos en el caso de cavidades lineales o cuando los factores de acoplamiento son elevados para cavidades en anillo. Esto es debido a que en estos casos la ganancia debe ser mayor para compensar las altas pérdidas y permitir que el sistema continúe oscilando, lo que ocasiona que los errores se propaguen con mayor magnitud. Así por ejemplo, para factor  $k = 0.9$  y bombeo en 1480 nm se observan diferencias notables entre los valores teóricos y los experimentales de la eficiencia y la potencia láser (Figuras 7.16 y 7.17), en contraposición a los buenos ajustes obtenidos para factor  $k = 0.1$  (Figuras 7.12 y 7.13).



---

---

## **Conclusiones**

---

---

Se ha desarrollado un modelo teórico del láser de fibra dopada con erbio, partiendo de las ecuaciones de evolución de potencia y de la dinámica de poblaciones del erbio en sílice. En él, se considera la distribución modal de potencia en la fibra dopada y no se desprecia la potencia de fluorescencia generada por emisión espontánea. Con este modelo se consigue determinar el espectro de la emisión láser, prediciendo además la longitud de onda de oscilación.

Se ha simplificado este modelo con la inclusión de un factor de solapamiento (modelo  $\eta_0$ ), permitiendo, sin apenas pérdidas de precisión, una resolución más rápida del sistema. A partir de este modelo se han obtenido ecuaciones cuasi-analíticas que relacionan las magnitudes características del láser y que facilitan la interpretación de la fenomenología en estudio.

Estas ecuaciones han permitido establecer un nuevo método de resolución basado en la optimización de parámetros, con el que los tiempos de cálculo se reducen en varios órdenes de magnitud y con el que podemos obtener perfiles espectrales de fluorescencia más ajustados a la experiencia. El único inconveniente de este nuevo método es que presenta problemas de convergencia con reflexiones superiores al 80%.

Para solventar este problema, han sido desarrollados los modelos combinados modal- $\eta_0$  y  $\eta_0$ - $\eta_0$ , que permiten resolver con mayor eficacia el modelo con distribución modal y proporcionan soluciones para cualquier factor de reflexión de los espejos, mejorando además los resultados en la mayoría de las configuraciones láser.

Todos los modelos mencionados hasta el momento, aunque novedosos, siguen las directrices de la literatura, con la salvedad de que los modelos que se han desarrollado aquí son mucho más completos. A pesar de ello, conducen a un desajuste en el balance energético, razón por la cual se han modificado los modelos modal y  $\eta_0$  introduciendo nuevos términos en la dinámica de las poblaciones. De esta forma, se han establecido dos nuevos modelos con las mismas características que los anteriores pero con el balance energético ajustado para

cualquier configuración láser. Dichos modelos, convergen además para cualquier factor de reflexión, por lo que se hace innecesaria la introducción de los modelos combinados.

Una vez desarrollados los modelos definitivos, se ha aplicado sobre ellos la aproximación de fluorescencia despreciable. Con esta aproximación, se han deducido unas ecuaciones analíticas que posibilitan con suficiente precisión la caracterización, el diseño y la optimización de láseres de fibra dopada con erbio con cavidad lineal.

En el apartado experimental, se han diseñado diez grupos de configuraciones distintas con bombeo en 1480 nm y dos con bombeo en 980 nm, diferenciadas entre sí mediante la combinación de diferentes tipos de espejos. Algunos de ellos, como los depositados con aluminio o los de multicapas, han sido diseñados y construidos en nuestro propio departamento. Teniendo en cuenta además, que todas estas configuraciones quedan diversificadas por la introducción de distintas longitudes de fibra dopada, nos encontramos con un total de 80 configuraciones láser construidas que conforman un amplio espectro en cuanto a las medidas experimentales obtenidas.

Se ha desarrollado, a partir de medidas experimentales y de las ecuaciones analíticas deducidas, un nuevo método de caracterización de láseres que permite obtener de manera sencilla los perfiles espectrales de  $\beta(\nu)$  y  $\gamma(\nu)$  y, por tanto, las secciones eficaces de absorción y emisión del erbio en condiciones de oscilación. Empleando este método se han medido dichos perfiles para bombeo en 1480 nm y se han introducido en los modelos desarrollados.

Se ha procedido a la comparación entre los modelos teóricos desarrollados y las medidas experimentales, contrastando los resultados para los espectros de fluorescencia co- y contrapropagante, potencia láser co- y contrapropagante, eficiencia láser, potencia umbral, longitud de onda de oscilación, ganancia y potencia de bombeo residual.

De esta forma, se ha comprobado que los últimos modelos desarrollados describen cuantitativa y cualitativamente el comportamiento de las principales magnitudes del láser y que lo hacen con mayor precisión que los modelos estándar modal y  $\eta_0$ , en los que no se ajusta el balance energético. Este comportamiento ha sido observado sin excepción para todas las configuraciones láser evaluadas. No obstante, debemos anotar que al utilizar los perfiles de  $\beta(\nu)$  y  $\gamma(\nu)$  obtenidos con bombeo en 1480 nm en las configuraciones bombeadas con 980 nm, aparecen desajustes en la predicción de las longitudes de onda de oscilación, ya que para esta magnitud los modelos son más sensibles a ligeras modificaciones en los perfiles.

Como proyección futura de este tema de investigación, se ha iniciado la adaptación de los modelos teóricos y de los métodos experimentales desarrollados a láseres de fibra con geometría en anillo. Así, se han obtenido modelos equivalentes a partir de los cuales se han deducido expresiones analíticas que permiten el diseño, caracterización y optimización de este tipo de cavidades. Además, se ha llevado a cabo un conjunto de medidas preliminares y comprobado una buena concordancia con los resultados teóricos obtenidos.

# Apéndice

---

---

## Características de los dispositivos experimentales utilizados

---

---

<b>I</b>	<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>358</b>
<b>II</b>	<b>APARATOS DE MEDIDA Y DISPOSITIVOS EXPERIMENTALES .....</b>	<b>358</b>
<b>III</b>	<b>FIBRAS ÓPTICAS DE SÍLICE .....</b>	<b>359</b>
	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>361</b>

## **I Introducción**

En este apéndice describiremos brevemente las características más importantes de algunos dispositivos que intervienen en las instalaciones experimentales y que no han sido calibrados por ser equipos comerciales cuyos datos originales de fabricación no hemos podido contrastar.

## **II Aparatos de medida y dispositivos experimentales**

□ LED (*light emitting diode*) de *MRV Communications* con alimentación de 8 V. Su espectro de emisión se puede ver en la Figura 5.2 y fue utilizado, además de en calibrados, en medidas de ganancia y caracterizaciones de parámetros.

□ Generador de señales eléctricas GFG-8019 de *Good Will Instrument Co Ltd.* Fue utilizado para modular el LED y obtener espectros de ganancia.

□ Monocromador modelo 1680 de *Spex Industries Inc.*, de focal 220 mm y dispersión 3.6 nm/mm, con dos redes de difracción de 600 líneas/mm y longitud de onda de “*blaze*” 1000 nm. Fue empleado para obtener espectros de ganancia.

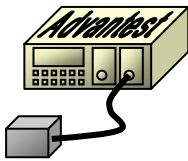
□ Detector *lock-in* (amplificador síncrono) modelo 5209 de *EG&G Princeton Applied Research* con una precisión del 3%. Fue utilizado en medidas de ganancia.

□ Osciloscopio digital PM3320A de *Philips*, velocidad máxima de muestreo  $250 \cdot 10^6$  muestras/s y anchura de banda 200 MHz. Fue utilizado en medidas de ganancia.

□ OSA (*optical spectrum analyser*) modelo HP70950A de *Hewlett Packard*, sensible en el rango espectral de 600 a 1700 nm, sensibilidad máxima de -90 dBm, resolución espectral máxima de 0.1 nm. Utilizado para obtener espectros de potencia en tiempo real con la resolución y rango espectral empleados.

□ Atenuador modelo VA6505-L de JDS Fitel, con pérdidas de inserción - 0.6 dB, atenuación máxima controlada de hasta 60 dB y multimodo para 980 nm. Se utilizó para obtener potencias de bombeo menores sin que se produjeran desplazamientos en el espectro de emisión.

□ Detector de potencia *Advantest OMPM (Optical Multi Power Meter)*; el cuerpo principal con “display” es el modelo Q8221, en él podemos acoplar tres cabezales distintos dependiendo de las características de la luz cuya potencia queremos medir:



- OPH (*Optical Sensor Head*) TQ82226; cabezal de Ge de potencia máxima +27 dBm (500 mW), sensibilidad máxima -57 dBm (2 nW) y rango espectral 800-1750 nm.
- OPH TQ82032A; de InGaAs con potencia máxima +5 dBm (3 mW), sensibilidad máxima -90 dBm (1 pW) y rango espectral 800-1650 nm.
- OPH TQ82014; cabezal de Si de potencia máxima +17 dBm (50 mW), sensibilidad máxima -60 dBm (1 nW) y rango espectral 400-1100 nm.

### III Fibras ópticas de sílice

A continuación detallaremos las características de las tres clases de fibra óptica utilizadas en nuestro estudio, dos pasivas (monomodo para bombeo en 980 y 1480 nm respectivamente) y una activa (monomodo para ambas longitudes de onda de bombeo):

□ Fibra Flexcor 1060 de la empresa *CORNING*; fibra de núcleo circular con perfil salto de índice. Diámetro del núcleo 5  $\mu\text{m}$ , altura del perfil de índice

$$\Delta = \frac{n_{co}^2 - n_{cl}^2}{2n_{co}^2} = 0.0045, \text{ y apertura numérica } 0.14. \text{ La longitud de onda de corte es } 920 \text{ nm y}$$

la atenuación máxima es de 2.1 dB/km en 980 nm.

□ Fibra Corguide SMF-21 CSB3 de la empresa *CORNING*; fibra pasiva de núcleo circular con perfil salto de índice. Diámetro del núcleo 8.7  $\mu\text{m}$ , apertura numérica 0.11 y altura del perfil de índice 0.0030. La longitud de onda de corte es  $1210 \pm 70$  nm y las atenuaciones son las siguientes:

- 1.76 dB/km en 850 nm
- 0.35 dB/km en 1300 nm
- 0.60 dB/km en 1380 nm
- 0.19 dB/km en 1550 nm

□ Fibra dopada con erbio proporcionada por la *DBK (Deutsche Bundespost Telekom)* en el marco del proyecto europeo COST-241. Incluye como codopantes en el núcleo Al, Ge y P y la concentración de iones de erbio ( $\text{Er}^{3+}$ ) es de  $170 \pm 50$  ppm ( $\approx 3.4 \cdot 10^{24}$  iones/ $\text{m}^3$ ). El diámetro del núcleo es de 3.8  $\mu\text{m}$  y la apertura numérica 0.17. La longitud de onda de corte es de 950 nm y las atenuaciones son las siguientes:

- 1.4 dB/m en 796 nm
- 3.9 dB/m en 978 nm
- 2.0 dB/km en 1100 nm.

En las fibras pasivas, salvo las longitudes de onda de corte, no hay parámetros especialmente relevantes. Es cierto que tanto el radio como la apertura numérica pueden influir en el factor de transmisión de las soldaduras con la fibra dopada, pero el calibrado realizado en el Apartado 5.2.1 es suficiente si consideramos estos parámetros como homogéneos a lo largo de la longitud de la fibra.

En la fibra dopada sin embargo, tanto la longitud  $L$ , como el radio  $r$  y la distribución de concentración  $N_i(r, z, \varphi)$ , son parámetros que intervienen en muchas de las ecuaciones de los modelos desarrollados (ver anteriores capítulos). La longitud  $L$  no supone ningún problema, puesto que puede ser medida en cualquier momento de manera no perturbativa y con una precisión elevada; en cambio, el radio y el perfil de dopante son parámetros que podemos medir exclusivamente sobre cortes de fibra y por métodos complejos.



Además, dadas las características del proceso de fabricación de las fibras dopadas, no podemos asegurar que el valor de esta medida (obtenida necesariamente en un extremo) se mantenga estable a lo largo de la fibra dopada, lo que complica todavía más el procedimiento.

Para solucionar el problema con el perfil de dopante, se suele efectuar una normalización en la que se considera un perfil tipo salto y se calcula la concentración media del perfil equivalente  $\bar{N}_t$  [1]. Por otra parte, este parámetro aparece siempre multiplicando al radio en las ecuaciones más importantes del modelo: ecuación trascendente y potencia umbral (3.66), (3.72), (4.16), (4.23), (4.24); dinámica de poblaciones (3.9), (3.10), etc. en la forma  $A_d \bar{N}_t$  o lo que es lo mismo  $\pi r^2 \bar{N}_t$ . Por este motivo, al hacer los ajustes experimentales no es posible discernir qué parámetro es el que difiere del dato del fabricante, con lo que el ajuste se realiza sobre el propio producto  $A_d \bar{N}_t$ , que será considerado como un único parámetro.

### **Bibliografía**

- [1] P.C. Becker, N.A. Olsson, J.R. Simpson. *“Erbium-doped fiber amplifiers: fundamentals and technology”*. Edited by P.L. Kelly, I. Kaminow, G. Agrawal, pp. 141-143 (Academic Press, 1997).