

# **APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS AL PERFECCIONAMIENTO DE PINZAS AMPERIMÉTRICAS**

TESIS DOCTORAL PRESENTADA POR

**D. ANTONIO USÓN SARDÁÑA**

DIRIGIDA POR

**DR. D. JESÚS LETOSA FLETA**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA**



## **AGRADECIMIENTOS**

El trabajo que aquí se presenta no hubiese sido posible sin la perseverancia de un grupo de profesores del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Zaragoza, adscritos a la Escuela Universitaria de Ingenieros Técnicos Industriales, quienes creen que el trabajo de investigación es una tarea más dentro de sus responsabilidades universitarias, sea cual sea su titulación o lugar de trabajo.

A Miguel Samplón, a quien se debe la primera propuesta de realizar un trabajo de investigación en el campo de la medida de corrientes eléctricas al detectar la necesidad de estudiar los errores en la calibración de pinzas amperimétricas. Siendo miembro del Subcomité Técnico de Calibración 1 de ENAC realizó el documento "Trazabilidad de bobinas multiplicadoras de corriente para la calibración de pinzas amperimétricas". Debo agradecerle su presencia y consejos en el laboratorio de metrología siempre que fue necesario realizar las medidas, y también su atenta revisión de este documento.

A Jesús Letosa, director de la tesis, quien con su vocación investigadora, capacidad de trabajo y constancia ha mantenido el interés y continuado el trabajo inicial de Miguel, me ha iniciado en las labores de investigación y facilitado el aprendizaje de las herramientas informáticas. Agradecimiento que debo extender a su mujer, Pilar, por el tiempo robado de Jesús y su paciencia.

A Sergio Artal, por su apoyo y confianza en mi trabajo, sus comentarios y su ayuda en las labores de preparación del laboratorio y adquisición de medidas.

A Joaquín Mur, por su ayuda en mis responsabilidades docentes, sus consejos técnicos y sus conocimientos informáticos, "capotes" que me ha echado tantas veces como me ha visto en situaciones apuradas.

A Antonio Pardina, por sus valiosos consejos y revisiones de los documentos de esta tesis.

A Francisco Arcega, a quien se debe la existencia del Laboratorio de Metrología Eléctrica del Departamento, y sin cuyos instrumentos y equipos no hubiese sido posible completar este trabajo. Este agradecimiento lo extiendo a todos los miembros de este laboratorio, que siempre ha estado abierto cuando he necesitado realizar cualquier labor de experimentación.

Al profesor José Luis Huertas, por su ayuda desinteresada y su tiempo, al realizar personalmente las comprobaciones metrológicas de alguna de las probetas con los equipos de metrología dimensional del Instituto de Enseñanzas Medias "Corona de Aragón".

A los ingenieros Antonio Castejón y Adolfo Lucas, por su ayuda en las tareas de preparación de probetas y adquisición de medidas mientras realizaban sus proyectos fin de carrera.

A los estudiantes ERASMUS del Haute Ecole EPHEC (Bélgica), Nicolas Lambert y Renaud Jacquemotte, por su ayuda en la realización de la estructura de madera necesaria para el circuito de corriente auxiliar que necesité para las medidas en el laboratorio.

A Ibercaja, a la Universidad de Zaragoza y al Gobierno de Aragón por su ayuda económica, que nos ha permitido adquirir la licencia del programa informático y sus posteriores renovaciones y ampliaciones.

Zaragoza, febrero de 2007



## **RESUMEN**

En este documento describo el desarrollo de modelos tridimensionales de núcleos y pantallas magnéticas empleados en instrumentos de medida de corriente eléctrica y las soluciones de los campos electromagnéticos obtenidos mediante el Método de Elementos Finitos (MEF) para esos modelos. La finalidad de mi trabajo ha sido determinar las posibilidades de este método numérico para prever posibles fuentes de errores cometidos por los instrumentos y proponer soluciones que los reduzcan sin necesidad de crear modelos reales, reduciendo en lo posible la construcción de prototipos y la utilización del laboratorio.

He limitado el estudio a instrumentos del tipo pinza amperimétrica, constituidos por un núcleo ferromagnético y que emplean como elemento sensor una o varias bobinas, constituyendo un transformador de corriente, o bien sensores de efecto Hall incorporados en los entrehierros. Considero tanto los errores debidos a la posición del conductor interior respecto del núcleo, como a los que aparecen al existir conductores en el exterior y próximos al núcleo del instrumento. He analizado en capítulos independientes los núcleos sin entrehierros y los núcleos con entrehierros de anchura variable. Presento en ambos casos medidas procedentes de núcleos iguales a los empleados para el cálculo numérico, obtenidas en el Laboratorio de Metroología Eléctrica del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Zaragoza, laboratorio acreditado por ENAC.

Para la realización de los modelos y la resolución numérica he empleado el programa comercial *OPERA-3d*, desarrollado por *Vector Fields, Ltd*. En concreto, para dibujar y establecer los materiales y las condiciones de contorno he utilizado el pre-procesador *Modeller* y para el análisis numérico he empleado el módulo TOSCA. Este realiza el análisis magneto-estático, por lo que no tiene en cuenta la influencia de las corrientes parásitas ni los efectos de proximidad entre los conductores por donde circula la corriente. Los conductores se consideran en todos los casos filiformes, rectos y paralelos entre ellos. No se han considerado efectos de histéresis en los materiales ferromagnéticos. Los núcleos se consideran homogéneos y no lineales. Para el tratamiento de los resultados numéricos he empleado el post-procesador incluido en el programa.

Las magnitudes físicas empleadas para el análisis son el vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  (empleado en los núcleos con entrehierros) y el flujo magnético a través de las secciones transversales del núcleo,  $\Phi_B$ , (empleado tanto para los núcleos cerrados como los que incluyen los entrehierros).

He dedicado un capítulo a las propiedades magnéticas de los materiales empleados en la construcción de este tipo de instrumentos, debido a la importancia que el conocimiento de sus características tiene para la obtención de una ajustada solución numérica que pueda ser contrastada con medidas de laboratorio.

Debido a la importancia del apantallamiento magnético aplicado a estos instrumentos, al ser uno de los procedimientos más sencillos y baratos para atenuar los errores tanto de la posición del conductor interior como de la influencia de corrientes exteriores, se han realizado modelos de pantallas cilíndricas de paredes muy delgadas y de material ferromagnético no lineal. Algunos de los resultados procedentes del cálculo numérico se comparan con medidas procedentes de bobinas sensoras y sensores de efecto Hall.

Presento tres casos de estudio al final de los capítulos 3, 4 y 5, donde empleo los resultados obtenidos mediante el MEF para hacer una estimación de la precisión de un modelo concreto de pinza amperimétrica y proponer mejoras constructivas.



## **ABSTRACT**

This document describes the research work of Antonio Usón in the field of Applied Electromagnetics, under the supervision of Mr. J. Letosa, Ph.D. and member of the Electrical Engineering Department of the University of Zaragoza, Spain.

The goal of the project is to determine the origin of errors when measuring electrical current with clamp-on type meters and to suggest ways to avoid or minimise them without the systematic used of physical models and laboratory tests. I have used the Finite Element Method (FEM) as a tool to calculate the electromagnetic fields in 3D numerical models and, from them, the main magnetic variables from which the intensity of the current is deduced: the magnetic flux and the magnetic flux density vector.

Analytic calculations and measured data have been used to verify the simulated results. The measurements were obtained using the resources of the Electrical Metrology Laboratory (LME) of the Electrical Department of the University of Zaragoza. LME is accreditated by ENAC, a member of European Cooperation for Accreditation (EA).

To perform the FEM simulations, TOSCA code included in *OPERA-3d* software package by *Vector Fields, Ltd* is used. I have considered only static fields, neglecting eddy currents and the effects of neighbour conductors. Hysteresis loop of the magnetic materials and steel stacks in the core are also neglected. Electrical currents flowing along straight wire conductors, parallel to each other, are the sources of magnetic fields.

Chapter 1 is an introduction, which includes definitions, standards and description of the FEM. Chapter 2 deals with the characterisation of the magnetic materials used to build the models tested at the laboratory.

Chapter 3 is devoted to the analysis of non-gaped cores, which are common to current transformers and AC clamp-on current meters. Errors due to deviations of magnetic flux values caused by the position of both interior and exterior conductor are studied. A case study is presented at the end of the chapter, reporting the results of FEM analysis of a commercial AC clamp-on current probe. Chapter 4 has similar structure than the former chapter, but it deals with gaped-cores. In this chapter, deviation of the magnetic flux density vector inside the gaps is also considered in parallel with the magnetic flux as cause of error in the determination of the current value. It also presents a case study of a Hall-sensor clamp-on current meter with two air-gaps.

Magnetic shielding with very thin cylindrical layers of magnetic material is studied in Chapter 5. The effects of these structures on the magnetic flux density vector are described for magnetic fields caused by internal and external currents. A case study based on the same device as the one studied in the former chapter is now developed considering a shielding layer surrounding the external face of the core.

The findings and conclusions from the research studies are summarised in Chapter 6, where also future lines of research are stated.



## ÍNDICE

	<u>Página</u>
<i>LISTA DE SÍMBOLOS Y ACRÓNIMOS .....</i>	XIII
<i>LISTA DE FIGURAS .....</i>	XIX
<i>LISTA DE TABLAS.....</i>	XXVII
<b>CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN GENERAL. PINZAS AMPERIMÉTRICAS. EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS.....</b>	1
1.1. <i>INTRODUCCIÓN.....</i>	3
1.2. <i>MODELO EQUIVALENTE DE UNA PINZA AMPERIMÉTRICA .....</i>	4
1.3. <i>ERRORES Y CLASE DE LAS PINZAS AMPERIMÉTRICAS.....</i>	5
1.3.1. DEFINICIÓN DE ERROR Y CLASE DE UNA PINZA AMPERIMÉTRICA.....	5
1.3.2. FUENTES DE ERROR EN LA MEDIDA DE LA CORRIENTE ELÉCTRICA CON PINZAS AMPERIMÉTRICAS.....	9
1.4. <i>EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....</i>	11
1.5. <i>ANÁLISIS MEDIANTE EL MEF DE SISTEMAS MAGNETOSTÁTICOS .....</i>	17
1.6. <i>BREVE DESCRIPCIÓN DEL PRE-PROCESADOR MODELLER DE OPERA-3d .....</i>	20
<b>CAPÍTULO 2 SELECCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE LOS MATERIALES MAGNÉTICOS .....</b>	23
2.1. <i>INTRODUCCIÓN.....</i>	25
2.2. <i>SELECCIÓN Y PROPIEDADES DE LOS MATERIALES MAGNÉTICOS .....</i>	26
2.3. <i>DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LAS CURVAS DE MAGNETIZACIÓN DE LOS     NÚCLEOS DE POLVO DE HIERRO.....</i>	27
2.3.1. DETERMINACIÓN DE LA CURVA DE MAGNETIZACIÓN MEDIANTE LA MEDIDA DEL COEFICIENTE DE AUTOINDUCCIÓN, $L$ .....	27
2.3.2. DETERMINACIÓN DE LA PERMEABILIDAD Y CURVA DE MAGNETIZACIÓN MEDIANTE LA PRUEBA DE FLUJO SENOIDAL.....	34
2.4. <i>DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA CURVAS DE MAGNETIZACIÓN DE LA PANTALLA     FERROMAGNÉTICA .....</i>	36
<b>CAPÍTULO 3 NÚCLEOS SIN ENTREHIERROS. INFLUENCIA DE CORRIENTES EXTERIORES .....</b>	41
3.1. <i>INTRODUCCIÓN.....</i>	43
3.2. <i>ANÁLISIS DE CIRCUITOS MAGNÉTICOS SIN ENTREHIERROS .....</i>	44
3.3. <i>MODELOS Y CÁLCULO NUMÉRICO .....</i>	46
3.3.1. MODELOS NOGAP.I Y NOGAP.II. SIMULACIONES LINEALES .....	46
3.3.2. MODELO NOGAP.I. SIMULACIONES NO LINEALES .....	50
3.3.3. CONCLUSIONES .....	52
3.4. <i>RESULTADOS EXPERIMENTALES Y COMPARACIÓN CON LOS RESULTADOS NUMÉRICOS.....</i>	52
3.4.1. TOROIDE YELLOW-WHITE SIN ENTREHIERRO.....	53

	<u>Página</u>
3.4.2. TOROIDES RED-CLEAR SIN ENTREHIERROS.....	53
3.4.3. CONCLUSIONES .....	53
3.5. <i>EFFECTO DE LA POSICIÓN RELATIVA DEL CABLE INTERIOR RESPECTO DEL NÚCLEO</i> .....	54
3.6. <i>EFFECTOS DE CROSSTALK EN NÚCLEOS SIN ENTREHIERROS DEBIDO A CONDUCTORES EXTERIORES</i> .....	56
3.6.1. NÚCLEOS CERRADOS CERCAOS A CORRIENTES EXTERIORES. PRIMEROS RESULTADOS .....	56
3.6.2. DESARROLLO DE LOS MODELOS, RESULTADOS NUMÉRICOS Y PRECISIÓN DE LAS SIMULACIONES.....	59
3.6.3. ANÁLISIS DE NÚCLEOS DE PERMEABILIDAD LINEAL CON EL CABLE EXTERIOR EN $R_N = 2$ .....	67
3.7. <i>CASO DE ESTUDIO. PINZA AMPERIMÉTRICA COMERCIAL DE 1000 A AC</i> .....	69
3.8. CONCLUSIONES.....	72
<b>CAPÍTULO 4 NÚCLEOS CON ENTREHIERROS. INFLUENCIA DE CORRIENTES EXTERIORES</b> .....	<b>75</b>
4.1. <i>INTRODUCCIÓN</i> .....	77
4.2. <i>ANÁLISIS DE CIRCUITOS MAGNÉTICOS CON ENTREHIERROS</i> .....	78
4.2.1. SOLUCIÓN ANALÍTICA DEL CIRCUITO MAGNÉTICO .....	78
4.2.2. APLICACIÓN DE LA LEY DE HOPKINSON A UN TOROIDES CON ENTREHIERROS Y UN CABLE INTERIOR CENTRADO .....	81
4.3. <i>MODELOS Y CÁLCULO NUMÉRICO</i> .....	82
4.3.1. MODELO CON UN ENTREHIERRO (MOD. GAP01.I).....	82
4.3.2. MODELO CON DOS ENTREHIERROS DE ANCHURA VARIABLE. (MOD. GAP02.I, GAP02.II, GAP02.III) .....	84
4.4. <i>RESULTADOS EXPERIMENTALES Y COMPARACIÓN CON LOS RESULTADOS NUMÉRICOS</i> .....	88
4.4.1. TOROIDES YELLOW-WHITE CON UN ENTREHIERRO DE 0,005 $\mu\mu$ (1 MM). .....	88
4.4.2. TOROIDES YELLOW-WHITE CON DOS ENTREHIERROS .....	89
4.4.3. TOROIDES RED-CLEAR CON DOS ENTREHIERROS .....	93
4.4.4. CONCLUSIONES PARCIALES .....	95
4.5. <i>EFFECTO DE CONDUCTORES EXTERIORES EN NÚCLEOS NO LINEALES CON ENTREHIERROS</i> ....	95
4.6. <i>FLUJO MAGNÉTICO MEDIO EN NÚCLEOS NO LINEALES CON ENTREHIERROS Y CORRIENTE EXTERIOR</i> .....	96
4.6.1. NÚCLEO MAGNÉTICO CON UN ENTREHIERRO DE 0,005 $\mu\mu$ .....	97
4.6.2. NÚCLEO MAGNÉTICO CON DOS ENTREHIERROS SIMÉTRICOS DE 0,005 $\mu\mu$ .....	102
4.6.3. NÚCLEO MAGNÉTICO CON DOS ENTREHIERROS OPUESTOS DE ANCHURA VARIABLE .....	104
4.6.4. CONCLUSIONES .....	111
4.7. <i>COMPONENTE TANGENCIAL DE <math>B</math> EN EL CENTRO DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES DEL ENTREHIERRO. SIMULACIÓN NO LINEAL</i> .....	111
4.7.1. NÚCLEO MAGNÉTICO CON UN ENTREHIERRO DE 0,005 $\mu\mu$ .....	112
4.7.2. NÚCLEO MAGNÉTICO CON DOS ENTREHIERROS SIMÉTRICOS DE 0,005 $\mu\mu$ .....	114
4.7.3. NÚCLEO MAGNÉTICO CON DOS ENTREHIERROS OPUESTOS DE ANCHURA VARIABLE .....	116
4.7.4. CONCLUSIONES PARCIALES .....	118
4.8. <i>FLUJO MAGNÉTICO MEDIO EN NÚCLEOS LINEALES CON ENTREHIERROS Y CORRIENTE EXTERIOR EN FUNCIÓN DE LA PERMEABILIDAD.</i> .....	119
4.9. <i>COMPONENTE TANGENCIAL DE <math>B</math> EN FUNCIÓN DE LA PERMEABILIDAD. SIMULACIÓN LINEAL</i> .....	122

Página

4.9.1.	NÚCLEO MAGNÉTICO CON UN ÚNICO ENTREHIERRO DE 1 MM (0,005 pμ).....	122
4.9.2.	NÚCLEO MAGNÉTICO CON DOS ENTREHIERROS OPUESTOS.....	123
4.10.	<i>CASO DE ESTUDIO. DISEÑO ÓPTIMO DE UNA PINZA AMPERIMÉTRICA CON SENSORES DE CAMPO MAGNÉTICO</i> .....	125
4.11.	<i>CONCLUSIONES</i> .....	130
<b>CAPÍTULO 5 EFECTO DEL APANTALLAMIENTO MAGNÉTICO EN LOS INSTRUMENTOS DE MEDIDA DE CORRIENTE ELÉCTRICA .....</b>		133
5.1.	<i>ANTECEDENTES DEL APANTALLAMIENTO MAGNÉTICO Y SU APLICACIÓN A LOS SENSORES DE CORRIENTE ELÉCTRICA .....</i>	135
5.2.	<i>TEORÍA DEL APANTALLAMIENTO MAGNÉTICO. DEFINICIONES .....</i>	137
5.3.	<i>MODELO INICIAL, ANÁLISIS NUMÉRICO Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS. ....</i>	140
5.4.	<i>PANTALLA DE ALTURA FINITA EN UN CAMPO UNIFORME.....</i>	142
5.4.1.	PANTALLA DE ALTURA FINITA Y PERMEABILIDAD CONSTANTE EN UN CAMPO UNIFORME.....	142
5.4.2.	PANTALLA DE ALTURA FINITA Y PERMEABILIDAD NO LINEAL EN UN CAMPO UNIFORME.....	150
5.5.	<i>APANTALLAMIENTO DE CAMPOS MAGNÉTICOS PROCEDENTES DE CORRIENTES INTERIORES A LA PANTALLA .....</i>	153
5.6.	<i>APANTALLAMIENTO DE CAMPOS MAGNÉTICOS PROCEDENTES DE CORRIENTES EXTERIORES.....</i>	157
5.6.1.	SIMULACIÓN DE UNA PANTALLA CILÍNDRICA FINITA DE MATERIAL NO LINEAL .....	157
5.6.2.	COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL DE LAS SIMULACIONES NUMÉRICAS .....	160
5.6.3.	CONCLUSIONES PARCIALES .....	163
5.7.	<i>FACTOR DE APANTALLAMIENTO TANGENCIAL .....</i>	163
5.8.	<i>CASO DE ESTUDIO. APANTALLAMIENTO APLICADO A UNA PINZA AMPERIMÉTRICA CON SENSORES DE CAMPO MAGNÉTICO .....</i>	165
5.9.	<i>CONCLUSIONES .....</i>	168
<b>CAPÍTULO 6 CONCLUSIONES GENERALES .....</b>		169
6.1.	<i>RESULTADOS DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN.....</i>	171
6.2.	<i>APORTACIONES DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN .....</i>	174
6.3.	<i>LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS.....</i>	175
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>		177
<b>ANEXOS .....</b>		187
I.	<i>DESCRIPCIÓN DE LOS CIRCUITOS DE CORRIENTE ELÉCTRICA EMPLEADOS PARA REALIZAR LAS MEDIDAS EN EL LME .....</i>	189
II.	<i>MODELOS DE OPERA-3D NOMBRADOS EN EL DOCUMENTO .....</i>	193



## LISTA DE SÍMBOLOS Y ACRÓNIMOS

### Letras Mayúsculas

<i>AENOR</i>	Asociación Española de Normalización y Certificación
<i>ANSI</i>	Instituto Americano de Normalización (American National Standards Institute)
$\mathbf{B}$ , $\vec{B}$	Vector inducción magnética o densidad de flujo magnético. Unidades S.I.: Tesla [T]
$B$ , $ \vec{B} $	Módulo del vector inducción magnética o densidad de flujo magnético. Unidades S.I.: Tesla [T]
$B_{tang}$	Módulo de la proyección del vector $\mathbf{B}$ sobre la recta tangente a la línea media del núcleo magnético. Unidades S.I.: Tesla [T]
$\bar{B}$	Valor promedio del módulo de la proyección del vector $\mathbf{B}$ sobre la recta tangente a la línea media del núcleo magnético en los entrehierros. Unidades S.I.: Tesla [T]
<i>CAD</i>	Diseño Asistido por Ordenador (Computer Aided Desing)
<i>CEI</i>	Comisión Electrotécnica Internacional
<i>CPU</i>	Unidad Central de Proceso (Central Processing Unit)
$CTK_B$	Error de <i>crosstalk</i> o error debido a la presencia de corrientes eléctricas circulando a través de conductores exteriores, calculado mediante el valor del módulo del vector inducción magnética en el entrehierro
$\overline{CTK}_B$	Error medio de <i>crosstalk</i> o error medio debido a la presencia de corrientes eléctricas circulando a través de conductores exteriores, calculado mediante los valores del módulo del vector inducción magnética en los entrehierros
$CTK_\phi$	Error de <i>crosstalk</i> o error debido a la presencia de corrientes eléctricas circulando a través de conductores exteriores, calculado mediante los valores del flujo magnético en las secciones transversales del núcleo
$\mathbf{D}$ , $\vec{D}$	Vector desplazamiento eléctrico. Unidades S.I.: [C/m <sup>2</sup> ]
<i>DL</i>	Etiqueta del conductor incluido en el modelo desarrollado en <i>Modeller</i>
<i>DSL</i>	Nivel de almacenamiento de datos del volumen contenido en el modelo desarrollado con <i>Modeller</i>
$\mathbf{E}_I$ , $\vec{E}_I$	Vector intensidad de campo eléctrico inducido. Unidades S.I.: [N/C]
<i>ET</i>	Tipo de elemento del modelo numérico desarrollado con <i>Modeller</i>

<i>ENAC</i>	Entidad Nacional de Acreditación
<i>EMTP-ATP</i>	Programa para transitorios elecromagnéticos-Programa alternativo para transitorios (Electromagnetic Transients Program-Alternative Transients Program)
$\mathcal{F}_{mm}$	Fuerza magnetomotriz de un circuito magnético. Unidades S.I.: [A]
$\mathbf{H}, \vec{\mathbf{H}}$	Vector intensidad de campo magnético. Unidades S.I.: [A/m]
$H,  \vec{H} $	Módulo del vector intensidad de campo magnético. Unidades S.I.: [A/m]
$\mathbf{H}_a$	Vector intensidad de campo magnético auxiliar. Unidades S.I.: [A/m]
$I_p$	Valor eficaz de la intensidad de corriente eléctrica que circula por el primario de un transformador de corriente. Unidades S.I.: Amperio [A]
$I_{pn}$	Valor eficaz de la intensidad de corriente eléctrica nominal que circula por el primario de un transformador de corriente. Unidades S.I.: Amperio [A]
$I_s$	Valor eficaz de la intensidad de corriente eléctrica que circula por el secundario de un transformador de corriente. Unidades S.I.: Amperio [A]
$I_{int}$	Intensidad de corriente eléctrica que circula por el cable que se encuentra en el interior del núcleo magnético. Unidades S.I.: Amperio [A]
$I_{ext}$	Intensidad de corriente eléctrica que circula por el cable que se encuentra en el exterior del núcleo magnético. Unidades S.I.: Amperio [A]
<i>IEEE</i>	Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (Institute of Electrical and Electronics Engineers)
$\mathbf{J}, \vec{\mathbf{J}}$	Vector densidad de corriente eléctrica. Unidades S.I.: [A/m <sup>2</sup> ]
$K_n$	Relación de transformación asignada a un transformador de corriente, cociente entre el valor de la corriente primaria y la corriente secundaria.
$L$	Coeficiente de autoinducción de una bobina. Unidades S.I.: [H]
$\mathcal{L}$	Longitud de los alambres conductores rectos por donde circulan las corrientes eléctricas, fuentes de los campos magnéticos. Unidades S.I.: [m]
<i>LME</i>	Laboratorio de Metrología Eléctrica. Departamento de Ingeniería Eléctrica. Universidad de Zaragoza
$\mathbf{M}, \vec{\mathbf{M}}$	Vector magnetización. Unidades S.I.: [A/m]
$M,  \vec{M} $	Módulo del vector magnetización. Unidades S.I.: [A/m]
<i>MEF</i>	Método de los Elementos Finitos
<i>MES</i>	Tamaño máximo del elemento de un volumen del modelo desarrollado con <i>Modeller</i>

$R_s$	Radio interior de la pantalla magnética. Unidades S.I.: [m]
$\mathcal{R}$	Reluctancia de un circuito magnético. Unidades S.I.: [A/Wb]
$S$	Factor de Apantallamiento
$S_T$	Factor de Apantallamiento tangencial
$RC$	Red-Clear (rojo-translúcido), colores identificativos de un determinado polvo de hierro
$T$	Período de una onda o señal. Unidades S.I.: [s]
$UNE$	Una Norma Española
$YW$	Yellow-White (amarillo-blanco), colores identificativos de un determinado polvo de hierro
$V^*$	Potencial escalar magnético total. Unidades S.I.: Amperio [A]

### **Letras Minúsculas**

$e$	Fuerza electromotriz inducida en una espira o bobina. Unidades S.I.: Voltios [V]
$fem$	Fuerza electromotriz. Unidades S.I.: Voltios [V]
$h$	Altura o longitud de la pantalla magnética. Unidades S.I.: metros [m]
$i_p$	Valor instantáneo de la intensidad de corriente eléctrica que circula por el primario de un transformador de corriente. Unidades S.I.: Amperio [A]
$i_s$	Valor instantáneo de la intensidad de corriente eléctrica que circula por el secundario de un transformador de corriente. Unidades S.I.: Amperio [A]
$\ell, \ell_e$	Longitud o anchura del entrehierro. Unidades S.I.: metros [m]
$\ell_m$	Longitud de la línea media del material magnético en un circuito. Unidades S.I.: metros [m]
$n$	Relación de transformación de un transformador de corriente, igual al cociente entre el número de vueltas del circuito secundario y el número de vueltas del circuito primario
$\mathbf{n}, \vec{n}$	Vector normal unitario, perpendicular a una superficie o elemento diferencial de superficie
$r$	Coordenada radial en un sistema de coordenadas cilíndrico. Distancia desde el origen hasta el punto, contenida en un plano paralelo al OXY. Unidades S.I.: metros [m]
$r_n$	Distancia normalizada a la que se encuentra el cable exterior $n$ desde el centro geométrico del núcleo
$t$	Espesor de la pantalla magnética. Unidades S.I.: metros [m]
$v$	Diferencia de potencial eléctrico. Unidades S.I.: Voltio [V]

$v_{Lef}$  Fuerza electromotriz eficaz en los terminales de la bobina sensora medida con un polímetro.  
Unidades S.I.: Voltio [V]

### Letras Griegas

$\alpha$	Error de intensidad en fase de un transformador de corriente
$\beta$	Error de intensidad en cuadratura de un transformador de corriente
$\delta$	Error de fase de un transformador de corriente. Unidades S.I.: [rad]
$\varepsilon$	Error relativo, en tanto por uno, obtenido dividiendo la diferencia entre el valor medido o estimado y el valor de referencia o exacto entre el valor exacto
$\varepsilon (\%)$	Error relativo, en tanto por ciento, obtenido multiplicando el error relativo por cien
$\varepsilon_c (\%)$	Error compuesto, en tanto por ciento, de un transformador de corriente
$\varepsilon_i$	Error relativo de intensidad de un transformador de corriente o pinza amperimétrica
$\varepsilon_s$	Error relativo del factor de apantallamiento
$\mu$	Permeabilidad magnética. Unidades S.I.: [ $N/A^2$ ]
$\mu_r$	Permeabilidad magnética relativa (adimensional)
$\mu_T$	Permeabilidad magnética de una región donde se ha definido el potencial magnético total. Unidades S.I.: [ $N/A^2$ ]
$\mu_R$	Permeabilidad magnética de una región donde se ha definido el potencial magnético reducido. Unidades S.I.: [ $N/A^2$ ]
$\mu_{REF}$	Permeabilidad magnética de referencia de un núcleo de polvo de hierro. Unidades S.I.: [ $N/A^2$ ]
$\mu_z$	Permeabilidad magnética aparente relativa o <i>impedance permeability</i>
$\mu_0$	Permeabilidad magnética del vacío. Valor S.I.: $4\pi \cdot 10^{-7} N/A^2$
$\xi$	Índice de excentricidad del cable interior a la pantalla magnética
$\rho_M$	Densidad volumétrica de carga magnética. Unidades S.I.: [ $A/m^2$ ]
$\rho\mu$	Símbolo que indica que los valores que lo preceden corresponden a la anchura del entrehierro por unidad de longitud media del núcleo magnético
$\sigma$	Desviación típica de una muestra
$\sigma_M$	Densidad superficial de carga magnética. Unidades S.I.: [ $A/m$ ]

- $\varphi$  Coordenada azimutal o angular en un sistema de coordenadas cilíndrico. Ángulo medido desde el eje X en sentido creciente dextrógiro y contenido en un plano paralelo al plano OXY
- $\varphi^*$  Potencial escalar magnético reducido. Unidades S.I.: Amperio [A]
- $\Phi, \Phi_B$  Flujo de campo magnético. Unidades S.I.: Weber [Wb]
- $\Phi_{ener}$  Flujo de campo magnético calculado numéricamente mediante la energía magnética. Unidades S.I.: Weber [Wb]
- $\Phi_{lab}$  Flujo de campo magnético observado experimentalmente en el laboratorio. Unidades S.I.: Weber [Wb]
- $\Phi_{sim}$  Flujo de campo magnético calculado numéricamente. Unidades S.I.: Weber [Wb]
- $\overline{\Phi}_{teo}$  Flujo medio de campo magnético calculado analíticamente a lo largo de las secciones del núcleo o flujo medio teórico. Unidades S.I.: Weber [Wb]



## **LISTA DE FIGURAS**

	<u>Página</u>
Fig. 1.1 Modelo equivalente de un transformador de corriente para baja frecuencia.....	5
Fig. 1.2 Funciones de aproximación $\varphi_i$ en un problema unidimensional.....	14
Fig. 1.3 Incorporación de un volumen con potencial escalar magnético reducido .....	20
Fig. 2.1 Esquema del circuito equivalente y diagrama vectorial de la señales .....	28
Fig. 2.2 Curvas de magnetización $B$ - $H$ experimental YW03, y teórica YW_1T_MIC .....	31
Fig. 2.3 Curvas <i>Permeabilidad relativa</i> - $B$ experimental YW03, y teórica YW_1T_MIC .....	31
Fig. 2.4 Curvas de magnetización $B$ - $H$ experimental YW04, y teórica YW_1T_MIC .....	32
Fig. 2.5 Curvas <i>Permeabilidad relativa</i> - $B$ experimental YW04 y teórica YW_1T_MIC .....	32
Fig. 2.6 Curvas de magnetización $B$ - $H$ experimental RC03, y teórica RC_0,1T_MIC .....	33
Fig. 2.7 Curvas <i>Permeabilidad relativa</i> - $B$ experimental RC03, y teórica RC_0,1T_MIC.....	33
Fig. 2.8 Curvas de magnetización $B$ - $H$ experimental RC04, y teórica RC_0,1T_MIC .....	33
Fig. 2.9 Curvas <i>Permeabilidad relativa</i> - $B$ experimental RC04, y teórica RC_0,1T_MIC.....	34
Fig. 2.10 Circuito electrónico usado para integrar la señal de la tensión en la bobina .....	35
Fig. 2.11 Curvas <i>Permeabilidad relativa</i> - $B$ experimentales de los toroides YW01, YW02, y teórica YW_1T_MIC .....	36
Fig. 2.12 Curvas de magnetización $B$ - $H$ experimentales de los toroides YW01, YW02, y teórica YW_1T_MIC ...	36
Fig. 2.13 Esquema de la pantalla magnética en la prueba para la determinación de la curva de magnetización.....	37
Fig. 2.14 Curvas de magnetización $B$ - $H$ de la chapa magnética.....	38
Fig. 2.15 Curvas <i>Permeabilidad relativa</i> - $H$ de la chapa magnética .....	39
Fig. 3.1 Circuito magnético elemental.....	44
Fig. 3.2 Mod. NOGAP.I antes de ser mallado. En el interior, en color rojo, se encuentra el toroide .....	48
Fig. 3.3 Detalle del Mod. NOGAP.I. Se observan los diferentes mallados de las celdas definidas en el modelo.....	49
Fig. 3.4 Posiciones relativas del cable respecto del núcleo magnético analizadas en [LET 04_I] .....	55
Fig. 3.5 Flujo magnético a través de la sección del toroide frente a la posición angular de la sección (ángulo $\varphi$ ). El cable se encuentra desplazado 8 mm sobre el eje Y; el núcleo es perpendicular al cable. $I_{int} = 160$ A.....	55

Fig. 3.6 Flujo magnético a través de la sección del toroide frente a la posición angular de la sección (ángulo $\varphi$ ). El cable se encuentra sobre el centro del toroide, pero girado 40° según el eje X. $I_{int} = 160$ A.....	56
Fig. 3.7 Flujo magnético a través de la sección del toroide frente a la posición angular de la sección (ángulo $\varphi$ ). El cable exterior se encuentra sobre el eje X a una distancia $r = 2R_{int} = 50$ mm. $I_{int} = 0$ A, $I_{ext} = 300$ A.....	57
Fig. 3.8 Flujo magnético a través de la sección del toroide enfrentada al cable exterior ( $\varphi = 0^\circ$ ). El cable exterior se encuentra sobre el eje X a una distancia $r$ . $I_{int} = 0$ A, $I_{ext} = 300$ A .....	57
Fig. 3.9 Relación de flujos magnéticos a través de las secciones del toroide en función de la corriente eléctrica que circula por los cables. El cable exterior se encuentra sobre el eje X a una distancia de 89 mm del centro del toroide .....	58
Fig. 3.10 Relación de flujos magnéticos a través de las secciones del toroide en función de la permeabilidad relativa del material. El cable exterior se encuentra sobre el eje X a una distancia de 89 mm del centro del toroide. Las corrientes eléctricas interior y exterior tienen una intensidad de 300 A.....	59
Fig. 3.11 Secundario de un transformador de corriente y diagrama de fasores.....	61
Fig. 3.12 Flujo magnético en la sección i-ésima y sector j-ésimo del núcleo magnético.....	62
Fig. 3.13 Curva de magnetización SH02.....	64
Fig. 3.14 Curva permeabilidad relativa- $B$ SH02 .....	65
Fig. 3.15 Distribución del flujo magnético elemental en las secciones del toroide YW. Mod. NOGAP_2R1. Material no lineal. $I_{int} = 15$ A, $I_{ext} = 300$ A.....	66
Fig. 3.16 Núcleo de la pinza amperimétrica objeto de análisis .....	69
Fig. 3.17 Disposición geométrica del núcleo de la pinza amperimétrica respecto del cable exterior .....	70
Fig. 3.18 Curva <i>Permeabilidad relativa - H</i> del material NETIC® S3-6 .....	70
Fig. 3.19 Errores de <i>crosstalk</i> en función de la permeabilidad relativa para la posición más desfavorable, $\varphi = 0^\circ$ . Cable exterior a $r_n = 2$ ( $I_{int} = 50$ A, $I_{ext} = 1000$ A) .....	71
Fig. 3.20 Errores de <i>crosstalk</i> en función de la posición para una pinza con núcleo de material NETIC S3-6. Cable exterior a $r_n = 2$ ( $I_{int} = 50$ A, $I_{ext} = 1000$ A). .....	72
Fig. 4.1 Circuito magnético elemental con un entrehierro y circuito primario con una sola vuelta.....	80
Fig. 4.2 Esquema del modelo del toroide con un entrehierro.....	83
Fig. 4.3 Distribución del módulo de $\mathbf{B}$ a lo largo de una circunferencia de $r = 31,55$ mm. Entrehierro de 1,0 mm en $\varphi = 90^\circ$ . $I = 300$ A. Curvas YW03, YW_1T_MIC. Mod. GAP01.I. ....	83
Fig. 4.4 Esquema del modelo del toroide con dos entrehierros.....	84
Fig. 4.5 Distribución espacial de $\mathbf{B}$ en el entorno del entrehierro de 1,6 mm y 300 A situado en $\varphi = 90^\circ$ , y $z = 0$ mm. El sector representado está limitado por $23 \text{ mm} < r < 42 \text{ mm}$ y $80^\circ < \varphi < 100^\circ$ .....	85

Fig. 4.6 Distribución espacial de $\mathbf{B}$ en el entorno del entrehierro de 1,6 mm y 300 A situado en $\varphi = 90^\circ$ , y $z = 12,5$ mm. El sector representado está limitado por $23 \text{ mm} < r < 42 \text{ mm}$ y $80^\circ < \varphi < 100^\circ$ .....	85
Fig. 4.7 Distribución del módulo de $B$ en puntos de una circunferencia de $r = 31,55$ mm. Dos entrehierros de 1,6 mm en $\varphi = 90^\circ$ y $\varphi = 270^\circ$ . Mod. GAP02_II, $I = 150$ A. Curvas YW04, YW_1T_MIC .....	86
Fig. 4.8 Distribución del <i>módulo</i> de $B$ en puntos de una circunferencia de $r = 31,55$ mm. Dos entrehierros de 1,6 mm en $\varphi = 90^\circ$ y $\varphi = 270^\circ$ . Mod. GAP02.II. $I = 150$ A. $I = 300$ A. Curva RC_0,1T_MIC .....	87
Fig. 4.9 Esquema del modelo del toroide con dos entrehierros y bobinas de medida empleadas para medir el flujo magnético cuando circula por el cable interior una intensidad de corriente de 15 A .....	90
Fig. 4.10 Flujo magnético obtenido numéricamente y medido. Toroide Yellow-White sin entrehierros, con uno y dos entrehierros. Corriente de 15 A .....	92
Fig. 4.11 Flujo magnético obtenido numéricamente y medido. Toroide Yellow-White sin entrehierros, con uno y dos entrehierros. Corriente de 150 A.....	93
Fig. 4.12 Flujo magnético obtenido numéricamente y medido. Toroide Yellow-White sin entrehierros, con uno y dos entrehierros Corriente de 300 A.....	93
Fig. 4.13 Flujo magnético obtenido numéricamente y medido. Toroides RC con y sin entrehierros.....	94
Fig. 4.14 Errores de <i>crosstalk</i> para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición del cable exterior. $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A .....	97
Fig. 4.15 Errores de <i>crosstalk</i> para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición angular del entrehierro. $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A.....	97
Fig. 4.16 Esquema del toroide con un entrehierro y sistema de bobinas de medida empleadas en el LME.....	98
Fig. 4.17 Flujo magnético en el entrehierro (Bobina I) en función de su posición respecto del cable exterior. Cada serie para cada valor de $r_n$ (2, 3 y 4) se encuentra unida por una línea discontinua. $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A.....	99
Fig. 4.18 Flujo magnético en las tres bobinas obtenido numéricamente y medido. El entrehierro se encuentra fijo en $\varphi = 0^\circ$ . $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A. Series para tres valores de $r_n$ .....	100
Fig. 4.19 Flujo magnético en las tres bobinas obtenido numéricamente y medido. Series para tres valores de $r_n$ . El entrehierro se encuentra fijo en $\varphi = 90^\circ$ . $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A .....	100
Fig. 4.20 Flujo magnético en las tres bobinas obtenido numéricamente y medido. Entrehierro fijo en $\varphi = 180^\circ$ . Series para tres valores de $r_n$ . $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A .....	101
Fig. 4.21 Variación del cociente de flujos medios con la distancia del cable exterior. Series para distintas posiciones angulares del toroide. Un entrehierro de 1 mm y núcleo de material YW. $I_{ext} = 300$ A, $I_{int} = 15$ A .....	102
Fig. 4.22 Esquema de toroide con dos entrehierros simétricos y sistema de ejes usados en la simulación.....	102
Fig. 4.23 Errores de <i>crosstalk</i> para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición del cable exterior. $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A .....	103
Fig. 4.24 Errores de <i>crosstalk</i> para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición angular del entrehierro. $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A.....	103

- Fig. 4.25 Errores relativos (%) de *crosstalk* para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición del cable exterior. Entrehiertos en  $0^\circ$  y  $180^\circ$ .  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A ..... 104
- Fig. 4.26 Errores relativos en % de *crosstalk* para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la anchura del entrehierro. Entrehiertos en  $0^\circ$  y  $180^\circ$ .  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A ..... 105
- Fig. 4.27 Errores relativos de *crosstalk* para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición angular del entrehierro. El conductor exterior se encuentra a una distancia dos veces el radio interior del toroide.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A ..... 105
- Fig. 4.28 Esquema del modelo del toroide con dos entrehierro opuestos y cables interior y exterior. Posición de las bobinas de medida ..... 106
- Fig. 4.29 Flujo magnético en las tres bobinas obtenido numéricamente y medido. Series para tres valores de  $r_n$ .  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A. Entrehiertos en  $\varphi = 0^\circ$  y  $\varphi = 180^\circ$  ..... 106
- Fig. 4.30 Flujo magnético en las tres bobinas obtenido numéricamente y medido. Series para tres valores de  $r_n$ .  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A. Entrehiertos en  $\varphi = 45^\circ$  y  $\varphi = 225^\circ$  ..... 107
- Fig. 4.31 Flujo magnético en las tres bobinas obtenido numéricamente y medido. Series para tres valores de  $r_n$ .  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A. Entrehiertos en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$  ..... 107
- Fig. 4.32 Flujo magnético a través de la Bobina I (sección  $270^\circ$ ), obtenidas experimentalmente en LME y calculadas mediante el MEF para las tres anchuras de entrehierro. Dos entrehiertos en  $\varphi = 0^\circ$  y  $\varphi = 180^\circ$ .  $I_{ext} = 300$  A,  $I_{int} = 15$  A ..... 108
- Fig. 4.33 Flujo magnético a través de la Bobina II (sección  $0^\circ$ ), obtenidas experimentalmente en LME y calculadas mediante el MEF para las tres anchuras de entrehierro. Dos entrehiertos en  $\varphi = 45^\circ$  y  $\varphi = 225^\circ$ .  $I_{ext} = 300$  A,  $I_{int} = 15$  A ..... 109
- Fig. 4.34 Flujo magnético a través de la Bobina III (sección  $135^\circ$ ), obtenidas experimentalmente en LME y calculadas mediante el MEF para las tres anchuras de entrehierro. Dos entrehiertos en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ .  $I_{ext} = 300$  A,  $I_{int} = 15$  A ..... 110
- Fig. 4.35 Cambio en la dirección de  $\mathbf{B}$  en el centro de la sección del toroide en contacto con el aire ..... 112
- Fig. 4.36 Errores de *crosstalk* para la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en el entrehierro obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición del cable exterior.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A ..... 113
- Fig. 4.37 Errores de *crosstalk* para la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en el entrehierro obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición angular del entrehierro.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A ..... 113
- Fig. 4.38 Errores relativos de *crosstalk* para la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en el entrehierro obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición del cable exterior.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A ..... 114
- Fig. 4.39 Errores de *crosstalk* para la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en el entrehierro obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición angular del entrehierro.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A ..... 114
- Fig. 4.40 Distribución espacial de  $\mathbf{B}$  en el entorno de uno de los entrehierros simétricos de 1,0 mm situado en  $\varphi = 45^\circ$ , y  $z = 0$  mm.  $I_{ext} = 300$  A situada en  $r_n = 2$ .  $I_{int} = 15$  A ..... 115

Fig. 4.41 Distribución espacial de $\mathbf{B}$ en el entorno de uno de los entrehierros simétricos de 1,0 mm situado en $\varphi = 80^\circ$ , y $z = 0$ mm. $I_{ext} = 300$ A situada en $r_n = 2$ . $I_{int} = 15$ A.....	116
Fig. 4.42 Errores relativos (%) de <i>crosstalk</i> para la componente tangencial de $\mathbf{B}$ en el entrehierro situado en $\varphi = 0^\circ$ obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición del cable exterior. $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A .....	116
Fig. 4.43 Errores relativos en % de <i>crosstalk</i> para la componente tangencial de $\mathbf{B}$ en el entrehierro situado en $\varphi = 0^\circ$ obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la anchura del entrehierro y en series según la distancia normalizada del conductor exterior. $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A .....	117
Fig. 4.44 Errores relativos de <i>crosstalk</i> para la componente tangencial de $\mathbf{B}$ en la sección central del entrehierro obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición angular $\varphi$ del entrehierro. El conductor exterior se encuentra a una distancia dos veces el radio interior del toroide. $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A .....	117
Fig. 4.45 Debilitamiento del valor promedio de la componente tangencial de $\mathbf{B}$ en los entrehierros de 1,6 mm al alejarse el cable exterior. $I_{ext} = 300$ A situada en $r_n = r/R_{in}$ . $I_{int} = 15$ A.....	118
Fig. 4.46 Errores de <i>crosstalk</i> (%) en función de la permeabilidad relativa del núcleo. Series para distintas posiciones del entrehierro de 1 mm respecto del cable exterior situado en $r_n = 2$ . $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A.....	123
Fig. 4.47 Errores de <i>crosstalk</i> (%) en función de la permeabilidad relativa del núcleo. Cable exterior en $r_n = 2$ . Series para distintas posiciones de los entrehierros respecto del cable exterior. Entrehierros de 0,008 $\mu\Omega$ . $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A. La señal de $B_{tang}$ es el promedio de las que existen en cada entrehierro .....	124
Fig. 4.48 Errores de <i>crosstalk</i> (%) en función de la anchura del entrehierro. Series para distintos valores de permeabilidad relativa del núcleo. Entrehierros en $\varphi = 90^\circ$ y $\varphi = 270^\circ$ . $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A. La señal de $B_{tang}$ es el promedio de las que existen en cada entrehierro .....	125
Fig. 4.49 Curva <i>Permeabilidad relativa-B</i> del material NETIC S3-6 .....	126
Fig. 4.50 Curva <i>B-H</i> NETIC S3-6.....	127
Fig. 4.51 Relación $B_{tang}$ - $I_{int}$ obtenida mediante simulación y recta de regresión .....	128
Fig. 4.52 Variación de la permeabilidad relativa en puntos centrales de la sección del núcleo magnético. Dos entrehierros de 1,6 mm en $\varphi = 0^\circ$ - $180^\circ$ y material magnético NETIC®S3-6 cuando circula una corriente interior de 50 A y otra exterior de 1000 A situada en $r_n = 2$ .....	129
Fig. 4.53 Errores de <i>crosstalk</i> de la pinza amperimétrica con y sin corrección de los valores medidos por los sensores. $I_{int} = 50$ A, $I_{ext} = 1000$ A.....	130
Fig. 5.1 Pantalla magnética de longitud infinita, permeabilidad constante y espesor $R_2-R_1$ en el interior de un campo magnético uniforme $\mathbf{H}_0$ .....	137
Fig. 5.2 Factor de apantallamiento calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y 250 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY, $z = 0$ mm.....	141
Fig. 5.3 Factor de apantallamiento calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y 462 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY, $z = 0$ mm.....	142

Fig. 5.4 Mod. SH.III. La pantalla se encuentra en el centro. Las superficies oscuras son cuerpos sin propiedades específicas usadas para reducir los grados de libertad en el mallado del modelo.....	143
Fig. 5.5 Mod. SH.III. Detalle del mallado en la pantalla y en las celdas adyacentes .....	143
Fig. 5.6 Factor de apantallamiento calculado numéricamente en puntos de radios en el plano OXY para una pantalla de longitud finita de permeabilidad constante.....	144
Fig. 5.7 Módulo del vector intensidad de campo magnético $\mathbf{H}$ en puntos de circunferencias concéntricas interiores centradas en el eje de la pantalla, contenidas en el plano OXY de radios 20 mm, 34,29 mm y 52 mm. $H_0 = 236 \text{ A/m}$ .....	144
Fig. 5.8 Factor de apantallamiento calculado numéricamente en puntos de coordenadas $(0; 0; z)$ , $(26 \text{ mm}, 0, z)$ y $(52 \text{ mm}, 0, z)$ para una pantalla cilíndrica de longitud finita (38 mm), centrada en el origen de coordenadas y permeabilidad constante.....	145
Fig. 5.9 Factor de apantallamiento calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y 38 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY, $z = 0 \text{ mm}$ . $H_0 = 236 \text{ A/m}$ .....	145
Fig. 5.10 Vector inducción magnética $\mathbf{B}$ calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y 250 mm de altura. Valores para puntos del plano OXZ, $y = 0 \text{ mm}$ .....	146
Fig. 5.11 Vector inducción magnética $\mathbf{B}$ calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y de 38 mm de altura. Valores para puntos del plano OXZ, $y = 0 \text{ mm}$ .....	146
Fig. 5.12 Vector intensidad de campo magnético $\mathbf{H}$ calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y de 38 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY, $z = 0 \text{ mm}$ . Campo magnético exterior $H_0 = 236 \text{ A/m}$ , $\mu_r = 13280$ . La circunferencia de color rojo tiene un radio de 34,29 mm .....	147
Fig. 5.13 Factor de apantallamiento $S$ en puntos del eje X para varios valores de $H_0$ . La pantalla magnética se considera lineal de permeabilidad relativa constante de valor 13280.....	147
Fig. 5.14 Factor de apantallamiento $S$ en puntos del eje X para varios valores de permeabilidad magnética de la pantalla. El campo magnético exterior es constante de valor 236 A/m.....	148
Fig. 5.15 Desplazamiento de la coordenada de mínimo valor del módulo de $\mathbf{H}$ en función de la permeabilidad de la pantalla.....	149
Fig. 5.16 Vector inducción magnética $\mathbf{B}$ calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y de 38 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY, $z = 0 \text{ mm}$ . Campo magnético exterior $H_0 = 236 \text{ A/m}$ , $\mu_r = 2500$ .....	149
Fig. 5.17 Variación del factor de apantallamiento $S$ en el centro de la pantalla cilíndrica de radio interior 53 mm y espesor 0,265 mm al aumentar la altura de la pantalla. El material magnético se considera lineal de permeabilidad relativa constante de valor 13280. El campo magnético exterior vale $H_0 = 236 \text{ A/m}$ .....	150
Fig. 5.18 Curva Permeabilidad relativa- $H$ SH02 .....	150
Fig. 5.19 Factor de apantallamiento en el interior de la pantalla ferromagnética no lineal a lo largo del eje X para distintos valores del módulo de $\mathbf{H}_0$ .....	151
Fig. 5.20 Valores de la permeabilidad relativa en puntos de una circunferencia de radio $R_m$ , contenida en el plano OXY, para distintos valores de $H_0$ .....	152

Fig. 5.21 Desplazamiento de la coordenada de mínimo valor del módulo de $\mathbf{H}$ en función del módulo de $\mathbf{H}_0$ .....	152
Fig. 5.22 Factor de apantallamiento en el interior de la pantalla ferromagnética (puntos del eje Z) para distintos valores de módulo del campo magnético exterior .....	153
Fig. 5.23 Disposición geométrica con un cable interior excéntrico.....	154
Fig. 5.24 Variación de la desviación típica del cociente $H_{tang}/H_{60\ mm}$ en función de la excentricidad del cable interior con y sin pantalla magnética no lineal. Intensidad de corriente $I_{int} = 15$ A .....	155
Fig. 5.25 Variación de la desviación típica del cociente $H_{tang}/H_{60\ mm}$ en función de la excentricidad del cable interior con y sin pantalla magnética no lineal. Intensidad de corriente $I_{int} = 150$ A .....	156
Fig. 5.26 Disposición geométrica de la pantalla de $L = 38$ mm, $t = 0,265$ mm y $R_s = 53$ mm, junto a un cable exterior recto, paralelo al eje Z y situado en $R_{ext} = 73,5$ mm .....	157
Fig. 5.27 Variación de la permeabilidad relativa en el interior de la pantalla ferromagnética. Series para $I_{ext} = 30$ A e $I_{ext} = 300$ A .....	158
Fig. 5.28 Vector $\mathbf{H}$ calculado numéricamente en el interior y exterior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y de 38 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY, $z = 0$ mm. El cable exterior se encuentra en $x = 73,5$ mm. $I_{ext} = 30$ A. ....	158
Fig. 5.29 Módulo del vector intensidad de campo magnético $\mathbf{H}$ , en puntos de circunferencias concéntricas interiores centradas en el eje de la pantalla. En la gráfica superior, $I_{ext} = 30$ A. En la gráfica inferior, $I_{ext} = 300$ A.....	159
Fig. 5.30 Factor de apantallamiento calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y 38 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY, $z = 0$ mm, $I_{ext} = 30$ A en $x = 73,5$ mm .....	160
Fig. 5.31 Factor de apantallamiento calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y 38 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY, $z = 0$ mm, $I_{ext} = 300$ A en $x = 73,5$ mm .....	160
Fig. 5.32 Curva Permeabilidad relativa-H Si-Iron .....	161
Fig. 5.33 Valores de $B_{tang}$ en el interior de la pantalla ferromagnética. Serie de medidas (LAB) y dos series de resultados numéricos (SIM). $I_{int} = 0$ A, $I_{ext} = 300$ A sobre el eje X a 73,5 mm del centro de la pantalla .....	162
Fig. 5.34 Valores de flujo magnético, $\Phi$ , en el interior de la pantalla ferromagnética. Toroide de metacrilato. Serie de medidas (LAB) y serie de resultados numéricos (SIM). $I_{int} = 0$ A, $I_{ext} = 300$ A sobre el eje X a 73,5 mm del centro de la pantalla.....	162
Fig. 5.35 Valores de flujo magnético, $\Phi$ , en el interior de un núcleo de polvo de hierro YW centrado en el interior de la pantalla ferromagnética. Serie de medidas (LAB) y serie de resultados numéricos (SIM). $I_{int} = 0$ A, $I_{ext} = 300$ A sobre el eje X a 73,5 mm del centro de la pantalla.....	163
Fig. 5.36 Vector inducción magnética $\mathbf{B}$ y su componente tangencial en el interior de una pantalla cilíndrica procedente de una corriente exterior $I_{ext}$ .....	164
Fig. 5.37 Núcleo magnético con dos entrehierros, rodeado de una cubierta de material no magnético y apantallado con una lámina de material magnético de 1 mm de espesor .....	165

Fig. 5.38 Vista de la superficie de uno de los entrehierros del Mod. GAP.II_2R1_FI45_SH01. Se observa el mallado de cada una de las celdas.....	166
Fig. 5.39 Errores de crosstalk de la pinza ampermétrica con y sin corrección de los valores medidos por los sensores. $I_{int} = 50 \text{ A}$ , $I_{ext} = 1000 \text{ A}$ .....	167
Fig. 5.40 Errores de <i>crosstalk</i> de la pinza ampermétrica al incrementar la intensidad de corriente interior. $I_{ext} = 1000 \text{ A}$ .....	168
Fig. AI.1 Esquema del circuito principal de corriente perteneciente al LME .....	189
Fig. AI.2 Esquema del circuito secundario del circuito empleado para las medidas en el LME.....	190
Fig. AI.3 Disposición de los circuitos de corriente durante la realización de las medidas en el LME.....	191

## LISTA DE TABLAS

	<u>Página</u>
Tabla 1.1 Límites de los errores de intensidad de los transformadores de corriente para medida [UNE 00]. Clase de precisión 0,1-0,2-0,5-1,0.....	7
Tabla 1.2 Límites de los errores de intensidad de los transformadores de corriente para medida [UNE 00]. Clase de precisión 3-5 .....	7
Tabla 1.3 Límites de los errores de intensidad de los transformadores de corriente para aplicaciones especiales [UNE 00]. Clase de precisión 0,2S-0,5S .....	7
Tabla 1.4 Límites de los errores de intensidad de los transformadores de corriente para medida según la norma IEEE/ANSI. Clase de precisión 0,3-0,6-1,2 .....	8
Tabla 1.5 Guía de aplicación para los transformadores de corriente según la clase de precisión.....	8
Tabla 2.1 Número de vueltas de las bobinas de los toroides en los ensayos con integrador .....	34
Tabla 3.1 Valor medio del módulo de $\mathbf{B}$ calculado analíticamente para cuatro curvas de magnetización .....	46
Tabla 3.2 Flujo magnético $\Phi$ calculado analíticamente para cuatro curvas de magnetización.....	46
Tabla 3.3 Desviación de valores del módulo del vector $\mathbf{B}$ en la aproximación del hilo infinito .....	47
Tabla 3.4 Valores medios de módulo de $\mathbf{B}$ para simulaciones con condición de contorno tangencial y condición de contorno normal, Mod. NOGAP.I. Para ambos casos la frontera se encuentra en una superficie cilíndrica de radio 1 m.....	48
Tabla 3.5 Errores medios y máximos en el módulo del vector inducción magnética $\mathbf{B}$ . $I = 300 \text{ A}$ , $\mu_r = 210$ , Mod. NOGAP.I .....	48
Tabla 3.6 Errores en el flujo magnético a lo largo de una sección transversal del toroide Mod. NOGAP.I .....	49
Tabla 3.7 Errores en el módulo del vector inducción magnética $\mathbf{B}$ , Mod. NOGAP.II .....	50
Tabla 3.8 Errores en el flujo del vector inducción en una sección transversal del toroide Mod. NOGAP.II .....	50
Tabla 3.9 Errores en el módulo del vector inducción magnética $\mathbf{B}$ en simulaciones no lineales. Mod. NOGAP.I .....	51
Tabla 3.10 Módulo del vector inducción magnética $\mathbf{B}$ obtenido en simulaciones no lineales (Mod. NOGAP.I) y errores en % respecto a los valores calculados analíticamente (#) .....	51
Tabla 3.11 Flujo magnético obtenido en simulaciones no lineales (Mod. NOGAP.I) y errores en % respecto a los valores calculados analíticamente (#).....	51
Tabla 3.12 Flujo magnético obtenido en el LME y errores respecto a valores numéricos (Mod. NOGAP.I). Corrientes de 15 A, 150 A y 300 A .....	53
Tabla 3.13 Flujo magnético obtenido en el LME y simulado (Mod. NOGAP.I). Curva RC_0,1T_MIC. Corrientes de 150 A y 300 A.....	53
Tabla 3.14 Límites de los errores de intensidad de los transformadores de corriente para medida de clase 0,1 .....	59
Tabla 3.15 Errores en el módulo del vector inducción magnética $\mathbf{B}$ . Mod. NOGAP_2R1. $I_{int} = 300 \text{ A}$ .....	60

Tabla 3.16	Errores en el flujo del vector inducción en una sección transversal del toroide. $I_{int} = 300$ A. Mod. NOGAP_2R1.....	60
Tabla 3.17	Flujo medio [ $\mu$ Wb] en el interior del toroide YW. Mod. NOGAP_2R1. $I_{int} = 15$ A. Comparación de simulaciones lineales con no lineales .....	64
Tabla 3.18	Flujo medio [ $\mu$ Wb] en el interior del toroide. Mod. NOGAP_2R1 con la curva de magnetización SH02. Comparación de simulaciones lineales con no lineales.....	65
Tabla 3.19	Flujo medio [ $\mu$ Wb] en el interior del toroide. Mod. NOGAP_2R1 con la curva de magnetización Si-Iron. Comparación de simulaciones lineales con no lineales. ....	65
Tabla 3.20	Flujos medios en el interior del toroide, Mod. NOGAP_2R1, calculados a partir de 72 y 360 muestras. Simulaciones lineales.....	66
Tabla 3.21	Valores de flujo medio obtenidos numéricamente para las parejas de corrientes ( $I_{int} = 15$ A, $I_{ext} = 300$ A) y ( $I_{int} = 300$ A, $I_{ext} = 300$ A) con $r_n = 2$ , y errores en % (#) respecto al valor obtenido en simulaciones con $I_{ext} = 0$ A. Mod. NOGAP_2R1.....	68
Tabla 3.22	Valores de flujo medio en $\mu$ Wb obtenidos numéricamente en tres simulaciones lineales con la corriente exterior en $r_n = 2$ y sin corriente interior. Mod. NOGAP_2R1.....	69
Tabla 3.23	Intervalo angular para el promedio de flujos elementales en el cálculo de errores de crosstalk con la corriente exterior en $r_n = 2$ . ( $I_{int} = 50$ A, $I_{ext} = 1000$ A).....	71
Tabla 4.1	Valores del módulo de $\mathbf{B}$ y flujo magnético obtenidos mediante la ley de Hopkinson .....	82
Tabla 4.2	Flujo magnético a través de la sección $\varphi = 270^\circ$ , y $\varphi = 90^\circ$ (#) calculado numéricamente. Entrehierro de 1,0 mm en $\varphi = 90^\circ$ . Mod. GAP01.I.....	84
Tabla 4.3	Flujo magnético $\Phi_{sim}$ en $\mu$ Wb a través de las secciones $\varphi = 0^\circ$ y $\varphi = 90^\circ$ (#) calculado numéricamente. Curvas YW04 y YW_1T_MIC.....	86
Tabla 4.4	Flujo magnético calculado numéricamente $\Phi_{sim}$ a través de las secciones $\varphi = 0^\circ$ y $\varphi = 90^\circ$ (#). Curva RC_0,1T_MIC .....	88
Tabla 4.5	Flujo magnético y errores a través de la sección $\varphi = 270^\circ$ , obtenidas experimentalmente en el LME. Un entrehierro de 1 mm situado en $\varphi = 90^\circ$ . Corrientes de 15 A, 150 A y 300 A. Curvas YW03, YW_1T_MIC (#).....	89
Tabla 4.6	Flujo magnético a través de la sección $\varphi = 0^\circ$ , obtenidas experimentalmente en LME. Dos entrehierros en $\varphi = 90^\circ$ y $\varphi = 270^\circ$ . Corriente de 150 A. Curvas YW04, YW_1T_MIC (#).....	89
Tabla 4.7	Flujo magnético a través de la sección $\varphi = 0^\circ$ , obtenidas experimentalmente en LME. Dos entrehierros en $\varphi = 90^\circ$ y $\varphi = 270^\circ$ . Corriente de 300 A. Curvas YW04, YW_1T_MIC (#) .....	90
Tabla 4.8	Flujo magnético a través de la Bobina I ( $\varphi = 0^\circ$ ) obtenido experimentalmente en el LME. Corriente de 15 A. Curvas YW04 y YW_1T_MIC (#).....	91
Tabla 4.9	Flujo magnético a través de la Bobina II ( $\varphi = 45^\circ$ ), obtenidas experimentalmente en LME. Corriente de 15 A. Curvas YW04 y YW_1T_MIC (#).....	91
Tabla 4.10	Flujo magnético a través de la Bobina III ( $\varphi = 135^\circ$ ), obtenidos experimentalmente en LME. Corriente de 15 A. Curvas YW04 y YW_1T_MIC (#).....	91

Tabla 4.11	Flujo magnético a través de la sección $\varphi = 0^\circ$ , obtenidas experimentalmente en LME. Dos entrehierros en $\varphi = 90^\circ$ y $\varphi = 270^\circ$ . Corriente de 150 A. Curva RC_0,1T_MIC .....	94
Tabla 4.12	Flujo magnético a través de la sección $\varphi = 0^\circ$ , obtenidas experimentalmente en LME. Dos entrehierros en $\varphi = 90^\circ$ y $\varphi = 270^\circ$ . Corriente de 300 A. Curva RC_0,1T_MIC .....	94
Tabla 4.13	Flujo magnético a través de la Bobina I (entrehierro), obtenidas experimentalmente en el LME y calculadas mediante el MEF. (#) es el error según la exp. 4.15. $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A .....	98
Tabla 4.14	Flujo magnético a través de la Bobina I (sección 270°), obtenidas experimentalmente en LME y calculadas mediante el MEF. (#) es el error $\varepsilon$ según la exp. 4.15. Dos entrehierros en $\varphi = 0^\circ$ y $\varphi = 180^\circ$ . $I_{ext} = 300$ A, $I_{int} = 15$ A.....	108
Tabla 4.15	Flujo magnético a través de la Bobina II (sección 0°), obtenidas experimentalmente en LME y calculadas mediante el MEF. (#) es el error $\varepsilon$ según la exp. 4.15. Dos entrehierros en $\varphi = 45^\circ$ y $\varphi = 225^\circ$ . $I_{ext} = 300$ A. $I_{int} = 15$ A.....	109
Tabla 4.16	Flujo magnético a través de la Bobina III (sección 135°), obtenidas experimentalmente en LME y calculadas mediante el MEF. (#) es el error $\varepsilon$ según la exp. 4.15. Dos entrehierros en $\varphi = 90^\circ$ y $\varphi = 270^\circ$ . $I_{ext} = 300$ A, $I_{int} = 15$ A.....	110
Tabla 4.17	Valores de $B_{tang}$ y errores de crosstalk obtenidos en simulaciones no lineales (YW) para dos entrehierros de 0,008 $\mu\text{m}$ y el cable exterior situado en $r_n = 2$ . ....	119
Tabla 4.18	Flujo magnético medio ( $\mu\text{Wb}$ ) a través de las secciones transversales del toroide para distintos valores de la permeabilidad del material cuando circula una única corriente interior de 15 A y cuando circulan las dos corrientes simultáneamente. $r_n = 2$ . Un único entrehierro de 1 mm situado en $\varphi = 0^\circ$ .....	121
Tabla 4.19	Flujo magnético medio ( $\mu\text{Wb}$ ) a través de las secciones transversales del toroide para distintos valores de la permeabilidad del material cuando circula una única corriente interior de 15 A y cuando circulan las dos corrientes simultáneamente. $r_n = 2$ . Dos entrehierros de 1,6 mm situados en $\varphi = 0^\circ$ y $\varphi = 180^\circ$ .....	121
Tabla 4.20	Errores de crosstalk para un núcleo con un único entrehierro de 1 mm y distintos valores de la permeabilidad del material cuando circula una corriente interior de 15 A y otra exterior de 300 A situada en $r_n = 2$ .....	122
Tabla 4.21	Errores de crosstalk (%) para un núcleo con dos entrehierros y distintos valores de la permeabilidad del material cuando circula una corriente interior de 15 A y otra exterior de 300 A situada en $r_n = 2$ . La señal de $B_{tang}$ es el promedio de la que existe en cada entrehierro.....	123
Tabla 4.22	Errores de crosstalk (%) para un núcleo con dos entrehierros de 1,6 mm y distintos valores de la permeabilidad del material cuando circula una corriente interior de 15 A y otra exterior de 300 A situada en $r_n = 2$ . La señal de $B_{tang}$ es el promedio de las que existen en cada entrehierro.....	124
Tabla 4.23	Componente tangencial de $\mathbf{B}$ en los entrehierros y errores en % de la intensidad de corriente eléctrica obtenida a partir del valor de $B_{tang}$ para un núcleo con dos entrehierros de 1,6 mm y material magnético NETIC®S3-6 .....	128
Tabla 4.24	Valores de $B_{tang}$ , permeabilidad magnética relativa media y errores de crosstalk (%) para un núcleo con dos entrehierros de 1,6 mm y material magnético NETIC®S3-6 cuando circula una corriente interior de 50 A y otra exterior de 1000 A situada en $r_n = 2$ .....	129

Tabla 4.25	Errores de <i>crosstalk</i> (%) para un núcleo con dos entrehierros de 1,6 mm y material magnético NETIC®S3-6 cuando circula una corriente interior de 50 A y otra exterior de 1000 A situada en $r_n = 2$ . La señal de $B_{tang}$ es el promedio de la que existe en cada entrehierro y se encuentra corregida por la recta $I_{int} = 2,5776 B_{tang} + 3,4393$ .....	130
Tabla 5.1	Valores de la coordenada $x$ para los que el vector $\mathbf{H}$ se anula (factor de apantallamiento infinito) en el interior de la pantalla. Campo magnético exterior $H_0 = 236$ A/m.....	148
Tabla 5.2	Valores de la coordenada $x$ y campo magnético exterior $\mathbf{H}_\theta$ para los que el vector $\mathbf{H}$ se anula (factor de apantallamiento infinito) en el interior de la pantalla.....	151
Tabla 5.3	Valores de la desviación típica de los cocientes $H_{tang}/H_{60\text{ mm}}$ para distintos valores de excentricidad con y sin pantalla magnética. Intensidad de corriente $I_{int} = 15$ A .....	154
Tabla 5.4	Valores de la desviación típica de los cocientes $H_{tang}/H_{60\text{ mm}}$ para distintos valores de excentricidad con y sin pantalla magnética no lineal. Intensidad de corriente 150 A .....	155
Tabla 5.5	Comparación entre los errores (%) en la medida de $B_{tang}$ con pantalla y sin pantalla magnética (valores entre corchetes) calculados numéricamente en cinco puntos de una circunferencia de 60 mm de radio centrada en el origen y contenida en el plano OXY .....	156
Tabla 5.6	Comparación del factor de apantallamiento convencional y el factor de apantallamiento tangencial, valores entre corchetes, calculados numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y 36 mm de altura. Valores para puntos de circunferencias centradas en el origen, contenidas en el plano OXY, de radios 24,5 mm y 49 mm.....	164
Tabla 5.7	Valores de la componente tangencial de $\mathbf{B}$ (mT) en la sección central de los entrehierros y $r = 31,55$ mm. $I_{int} = 15$ A. Mod GAP.II_2R1_FI45_SH01. Entre paréntesis, errores en % respecto de los valores obtenidos en las simulaciones con el modelo de origen Mod. GAP.II_2R1_FI45. Núcleo con material lineal $\mu_r = 5000$ .....	166
Tabla 5.8	Errores de <i>crosstalk</i> (%) para un núcleo apantallado con dos entrehierros de 1,6 mm y material magnético NETIC®S3-6 cuando circula una corriente interior de 50 A y otra exterior de 1000 A situada en $r_n = 2$ . La señal de $B_{tang}$ es el promedio de la que existe en cada entrehierro y el valor de la corriente se encuentra corregida por la recta $I_{int} = 2,5776 B_{tang} + 3,4393$ .....	167

CAPÍTULO 1

**INTRODUCCIÓN GENERAL. PINZAS AMPERIMÉTRICAS.  
EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS**



## 1.1. INTRODUCCIÓN

Desde los primitivos coulómetros, que permitían medir los amperios que circulaban a través de un baño electrolítico en función de la materia depositada por unidad de tiempo, los instrumentos de medida de corriente eléctrica han evolucionado paralelamente a como lo ha hecho la tecnología eléctrica desde la segunda mitad del siglo XIX.

Esta evolución afecta tanto a las características propias de la corriente eléctrica como a los métodos y sensores usados para medirla. La existencia de dos tipos de corriente eléctrica, corriente continua y corriente alterna, ha dado lugar al desarrollo de instrumentos específicos para cada tipo de corriente. Dentro de estos dos grandes grupos, la magnitud de la corriente a medir ha sido la otra razón para la concepción de diferentes tipos de amperímetros.

Debido a la relación causa-efecto existente entre la corriente eléctrica, ya sea continua o alterna, y el campo magnético asociado a ella a través de la ley de Ampère, el desarrollo de algunos de los instrumentos de medida de corriente ha estado condicionado al de los sensores de campo magnético. Estos últimos se han beneficiado de los avances en materiales semiconductores realizados desde la segunda mitad del siglo XX.

La corriente continua, usada en el inicio de la aplicación industrial de la energía eléctrica, era medida habitualmente mediante resistencias o shunts que, conectadas en serie con los conductores por donde circulaba la corriente, permitía medir una diferencia de potencial directamente proporcional al valor de la intensidad de la corriente. La lectura se realizaba mediante instrumentos de bobina móvil. Cuando la corriente alterna se impuso en las aplicaciones industriales, el transformador de corriente sustituyó a la resistencia y pasó a ser el instrumento más utilizado. Este transformador puede medir la corriente eléctrica alterna incluso sin modificar el circuito primario, haciendo posible el aislamiento galvánico y aplicando la ley de Ohm para medir la corriente que circula por el secundario, aproximadamente proporcional a la que se pretende medir. Desarrollos posteriores del transformador de corriente permitieron su aplicación para la medida de corriente continua. Un caso particular de estos instrumentos empleados para medir corriente continua y alterna son los basados en el efecto *Fluxgate*.

Los avances en el conocimiento de los materiales y su aplicación al desarrollo de sensores capaces de medir el módulo del campo magnético, como los sensores de efecto Hall, los sensores magnetoresistivos, o los basados en la magnetoresistencia gigante, por una parte, y la posibilidad de medir el cambio de dirección sufrido por un haz luminoso debido al campo magnético ha permitido el abaratamiento y el uso generalizado de instrumentos externamente similares a los transformadores de corriente, capaces de aislar galvánicamente los circuitos principal y de medida y evitando acondicionamientos posteriores de las señales.

La progresiva incorporación de dispositivos semiconductores trabajando como interruptores a frecuencias muy por encima de la frecuencia industrial en equipos electrónicos de potencia es la principal razón de la distorsión armónica observada actualmente en la corriente eléctrica, mucho más elevada que la que aparece en las formas de onda de la tensión. Para poder medir estas señales tan distorsionadas o incluso pulsantes se han desarrollado nuevos sensores de corriente eléctrica, como los transformadores coaxiales, las series (*array*) de sensores de efecto Hall o las bobinas Rogowski.

Plantear un trabajo cuyo objetivo es el perfeccionamiento de los instrumentos de medida de corriente eléctrica exige inicialmente:

- a) especificar la aplicación a la que va dirigida el instrumento, y
- b) concretar la magnitud física que servirá de referencia para determinar el valor de la intensidad de la corriente a medir.

Respecto a las herramientas de cálculo a utilizar, la generalización del uso del ordenador y la implementación de métodos matemáticos para resolver numéricamente todo tipo de problemas, tanto eléctricos como magnéticos, han ido arrinconando a métodos tradicionales basados en combinar la teoría de circuitos con el uso de tablas y ábacos obtenidos empíricamente. Y esto a pesar de que, como afirman C.W. Trowbridge y J.K. Sykulski [TRO 06], *los ingenieros eléctricos entienden de forma intuitiva el funcionamiento de los circuitos eléctricos y se encuentran frecuentemente más cómodos con modelos circuitales que con las más abstractas matemáticas normalmente usadas en el estudio de los campos electromagnéticos*.

La labor investigadora que he realizado está centrada en instrumentos portátiles del tipo pinza ampermétrica que emplean el módulo del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  o su flujo  $\Phi_B$  a través de secciones transversales de núcleos ferromagnéticos como señal para medir la intensidad de corriente eléctrica. Por lo tanto, el conocimiento del campo magnético creado por la corriente eléctrica cuya intensidad se pretende medir y todos aquellos factores que pueden distorsionarlo, tanto en su módulo como en su distribución espacial, es un objetivo básico de mi trabajo, ya que serán de gran utilidad para mejorar la precisión de los instrumentos. Para el cálculo numérico de los campos magnéticos y su análisis posterior empleo el Método de los Elementos Finitos (MEF), que describiré en un apartado posterior de este capítulo.

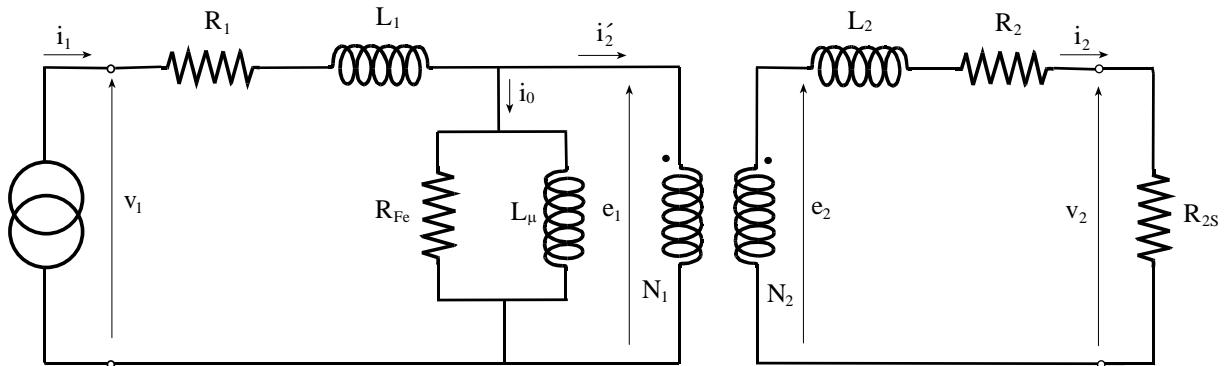
## 1.2. MODELO EQUIVALENTE DE UNA PINZA AMPERIMÉTRICA

Las pinzas ampermétricas empleadas únicamente para la medida de corriente eléctrica alterna emplean el mismo principio de funcionamiento que el transformador de corriente. Dos son las diferencias constructivas respecto a los transformadores de corriente:

- El número de vueltas del circuito primario de una pinza ampermétrica es generalmente la unidad, ya que se abraza un único cable o pletina.
- Existen dos pequeños entrehierros, necesarios para abrir el núcleo magnético y abrazar al conductor cuya intensidad de corriente se debe medir.

Los métodos tradicionales de estudio de los transformadores de corriente se basan en modelos circuitales en régimen estacionario senoidal, conocidos como circuitos equivalentes, Fig. 1.1. Este modelo es idéntico al empleado para el transformador monofásico de potencia, con la diferencia de que la impedancia conectada en el secundario es de muy bajo valor (idealmente se trataría de un cortocircuito). Mediante ensayos pueden obtenerse los valores de las impedancias de que consta el circuito y, posteriormente, analizar su comportamiento. Las variaciones constructivas del transformador, ya sean de geometría o de material, dan lugar a cambios en los valores de las impedancias y, por lo tanto, a cambios en las señales calculadas analíticamente. Estas variaciones en las impedancias tienen su origen en:

- cambios en el campo magnético creado en el núcleo magnético por la corriente primaria y en su interacción con el campo magnético que, a su vez, crea la corriente inducida que circula por el secundario y,
- cambios en las propiedades y geometrías de los materiales empleados, cobre y acero principalmente.



**Fig. 1.1** Modelo equivalente de un transformador de corriente para baja frecuencia.

El valor eficaz de  $v_2$  es la señal empleada para conocer el valor de la corriente primaria  $i_1$ .  $R_{2s}$  es el valor de la carga en el secundario, de valor cercano a cero.  $v_2$  es, a su vez, una señal procedente del flujo magnético mutuo concatenado por el conductor del primario y la bobina del secundario. Este flujo magnético  $\Phi_B$  puede deducirse de la fuerza electromotriz inducida en la bobina del circuito secundario,  $e_2$ . En estas condiciones, el valor de la inducción magnética  $\mathbf{B}$  en el interior del núcleo magnético es muy bajo, ya que al encontrarse el secundario prácticamente cortocircuitado, el valor de  $\Phi_B$  es mínimo, y dependerá del valor de  $i_1$ . De acuerdo con la ley de Ampère, el vector intensidad de campo magnético  $\mathbf{H}$  es proporcional a la corriente abrazada, al considerarse homogeneidad en el medio magnético.  $i_0$  es la corriente de magnetización, responsable de la existencia de  $\mathbf{B}$  en el núcleo magnético, que también dependerá de  $i_1$  [RAS 85].

Cuando la pinza amperimétrica incorpora uno o varios sensores de campo magnético, es capaz de medir tanto señales procedentes de corriente alterna como de corriente continua. El funcionamiento ya no es el mismo que el del transformador de corriente convencional. El entrehierro deja de ser despreciable, ya que debe alojar el sensor que mide el módulo o una componente del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  en el entrehierro, y no su flujo  $\Phi_B$  a través de la sección transversal del núcleo. El análisis de estos instrumentos se realiza aplicando la ley de Ampère, conocida como ley de Hopkinson [FRA 95] en la teoría de los circuitos magnéticos. En esta situación, y despreciando los efectos de dispersión de líneas de campo magnético debido a los entrehierros, el vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  se supone constante a lo largo del núcleo magnético de sección transversal constante.

### 1.3. ERRORES Y CLASE DE LAS PINZAS AMPERIMÉTRICAS

#### 1.3.1. Definición de error y clase de una pinza amperimétrica

El error de intensidad en instrumentos de medida de corriente eléctrica se define en la Norma UNE-EN 60044-1 [UNE 00] como *el error que el transformador introduce en la medida de una intensidad y que proviene del hecho de que la relación de transformación real no es igual a la relación de transformación asignada*. El error de intensidad, expresado en tanto por ciento, viene dado por la fórmula

$$\text{Error de intensidad (\%)} = \frac{(K_n \cdot I_s - I_p)}{I_p} \cdot 100 \quad (1.1)$$

donde  $K_n$  es la relación de transformación asignada,  $I_p$  es la intensidad primaria real e  $I_s$  es la intensidad secundaria real correspondiente a la intensidad  $I_p$  en las condiciones de la medida.

La misma norma define el desfase o error de fase como *la diferencia de fase entre los vectores de la intensidad primaria y secundaria, con el sentido de los vectores elegidos de forma que este ángulo sea cero para un transformador perfecto. (definición exacta solo para intensidades sinusoidales)*. Se suele representar con el símbolo  $\delta$ , y viene dado en radianes.

Otra forma de especificar el error [SOE 93, SOE 97], es separándolo en las componentes real e imaginaria cuando las corrientes se consideran fasores en su representación simbólica, proyectados en el campo complejo

$$\alpha + j\beta = \frac{(n \cdot \bar{I}_s - \bar{I}_p)}{\bar{I}_p} \quad (1.2)$$

denominando a la componente real  $\alpha$  como error en fase, a la componente imaginaria  $\beta$  como el error en cuadratura y siendo  $n$  la relación de transformación del transformador.

El error compuesto, importante cuando la corriente secundaria presenta una elevada distorsión armónica (debida a la saturación del núcleo), (la norma considera la corriente primaria senoidal pura) y empleado en [DAN 01], se define como *el valor eficaz de la diferencia entre los valores instantáneos de la intensidad primaria, y el producto de la relación de transformación asignada por los valores instantáneos de la intensidad secundaria, correspondiendo los sentidos positivos de las intensidades primarias y secundarias a la convención admitida para el marcado de bornes*. Su valor se expresa en tanto por ciento del valor eficaz de la corriente primaria de acuerdo con la expresión

$$\varepsilon_c (\%) = \frac{100}{I_p} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (K_n i_s(t) - i_p(t))^2 dt} \quad (1.3)$$

donde  $i_s$  e  $i_p$  son los valores instantáneos de las corrientes del secundario y del primario,  $I_p$  es el valor eficaz de la corriente por el primario y  $T$  el periodo de la señal senoidal.

En función del límite superior del error de intensidad de corriente admisible, el transformador será de una clase de precisión u otra. La clase de precisión está asociada a un número, que coincide con el error máximo en % cuando el instrumento mide el 100% de la intensidad de corriente nominal primaria y con la carga de precisión. Por lo tanto, cuanto menor es la clase de precisión, mejor es el instrumento de medida.

Los límites del error de intensidad en función de la clase de precisión según la norma UNE-EN 60044-1 se muestran en las Tablas 1.1, 1.2 y 1.3.

Clase de precisión	Error de intensidad en %, $\pm$ , para los valores de intensidad expresados en % de la intensidad asignada			
	5% de $I_p$	20% de $I_p$	100% de $I_p$	120% de $I_p$
0,1	0,4	0,2	0,1	0,1
0,2	0,75	0,35	0,2	0,2
0,5	1,5	0,75	0,5	0,5
1,0	3,0	1,5	1,0	1,0

**Tabla 1.1** Límites de los errores de intensidad de los transformadores de corriente para medida [UNE 00]. Clase de precisión 0,1-0,2-0,5-1,0.

Clase de precisión	Error de intensidad en %, $\pm$ , para los valores de intensidad expresados en % de la intensidad asignada	
	50% de $I_p$	120% de $I_p$
3	3	3
5	5	5

**Tabla 1.2** Límites de los errores de intensidad de los transformadores de corriente para medida [UNE 00]. Clase de precisión 3-5.

Clase de precisión	Error de intensidad en %, $\pm$ , para los valores de intensidad expresados en % de la intensidad asignada				
	1% de $I_p$	5% de $I_p$	20% de $I_p$	100% de $I_p$	120% de $I_p$
0,2S	0,75	0,35	0,2	0,2	0,2
0,5S	1,5	0,75	0,5	0,5	0,5

**Tabla 1.3** Límites de los errores de intensidad de los transformadores de corriente para aplicaciones especiales [UNE 00]. Clase de precisión 0,2S-0,5S.

En los transformadores de clase de precisión 0,1-0,2-0,5-1,0 y 0,2S-0,5S la norma especifica también los límites del desfase a la frecuencia asignada, entendiendo por desfase la diferencia de fase entre los vectores de corriente primaria y secundaria. Estos límites de desfase no se especifican para los instrumentos de clase 3 y 5.

Para los transformadores de corriente para protección, la norma considera dos tipos de clase de precisión, 5P ( $\pm 1\%$ ) y 10P ( $\pm 3\%$ ). P. Niewczas et al. [NIE 01] considera de clase 5P30 un transformador de

protección que presenta un error máximo de  $\pm 1\%$  cuando se mide la corriente nominal (en su caso 1000 A) pudiendo circular por conductores vecinos una corriente de 30 kA en el instante de la falta.

Las normas IEEE/ANSI correspondientes a transformadores de corriente son la IEEE C57.13-1993 y la ANSI C.12.11-1987 [ABB 05, RAM 96]. La norma UNE-EN 60044-1 coincide con la norma CEI 60044-1:1996 modificada. Las clases de precisión en la norma IEEE/ANSI [BERR 06] son 0,3-0,6-1,2. Los errores admisibles se muestran en la Tabla 1.4.

En [RAM 96] se afirma que las pinzas ampermétricas presentan errores entre el 1% y el 5%. No distingue entre aquellas que pueden considerarse transformadores de corriente con núcleo partido para permitir la introducción en su interior del cable o pletina conductora de las que incorporan sensores de campo magnético en entrehierros. En [SLO 00] se cita una pinza ampermétrica que presenta un error para las condiciones nominales del 1%.

Clase de precisión	Error de intensidad en %, $\pm$ , para los valores de intensidad expresados en % de la intensidad asignada	
	100% de $I_p$	10% de $I_p$
0,3	0,3	0,6
0,6	0,6	1,2
1,2	1,2	2,4

**Tabla 1.4** Límites de los errores de intensidad de los transformadores de corriente para medida según la norma IEEE/ANSI. Clase de precisión 0,3-0,6-1,2.

Las aplicaciones de los transformadores en función de su clase [BERR 06], se muestran en la Tabla 1.5

CLASE DE PRECISIÓN	GUÍA DE APLICACIÓN
0,1	Laboratorio
0,2	Laboratorio, patrones portátiles, contadores de gran precisión
0,5	Contadores normales y aparatos de medida
1,0	Aparatos de cuadro
3,0	Para usos en los que no se requiere una mayor precisión

**Tabla 1.5** Guía de aplicación para los transformadores de corriente según la clase de precisión.

### 1.3.2. Fuentes de error en la medida de la corriente eléctrica con pinzas amperimétricas

Las fuentes principales de error asociadas a las pinzas amperimétricas son comunes a las que provocan los errores en los transformadores de corriente, a excepción de aquellos procedentes de los entrehierros. En [BERR 06] y partiendo del circuito equivalente mostrado en la Fig. 1.1, se deduce la siguiente expresión para el error de intensidad en tanto por ciento,  $\varepsilon_i$  (%)

$$\varepsilon_i(\%) = 0,45 \cdot 10^6 \frac{\ell_m Z_t}{N_s^2 S \mu} \quad (1.4)$$

donde  $\ell_m$  es la longitud media del circuito magnético en cm,  $Z_t$  representa la impedancia total del secundario en  $\Omega$ ,  $N_s$  es el número de espiras de la bobina secundaria,  $S$  es la sección del núcleo magnético en  $\text{cm}^2$  y  $\mu$  la permeabilidad del núcleo en [ $\text{Gs cm/A}$ ].

De la exp. 1.4 se deduce que los núcleos más adecuados para la construcción de los transformadores de corriente son aquellos que presentan poca longitud, alta sección transversal y alta permeabilidad, junto con secundarios de muchas espiras.

En la literatura científica consultada y desde una observación más electromagnética del transformador de corriente, las principales fuentes de error citadas son:

#### A.- Corriente de Magnetización.

Esta es la más importante fuente de error en los transformadores de corriente funcionando en régimen estacionario senoidal. Se cita explícitamente en la literatura consultada por autores como J. Ramboz [RAM 96], E. So et al. [SOE 93, SOE 97], D. Slomovitz et al. [SLO 00, SLO 05], N. Locci et al. [LOC 01], P. Miljanic et al. [MIL 91]. La corriente de magnetización circula por la bobina o conductor formando parte de la corriente del primario, pero no se transforma en corriente por la bobina del secundario. El vector densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$  es proporcional a la intensidad de esa corriente primaria y al número de vueltas de la bobina primaria (suponiendo el material magnético trabajando en la parte lineal de su curva de magnetización). El flujo magnético a través de la sección del núcleo en los transformadores de corriente ya no viene impuesto por la amplitud y la frecuencia de la tensión aplicada en los terminales del primario, como ocurre en los transformadores de potencia y de tensión. Es la corriente del primario junto con la del secundario las que, actuando conjuntamente, dan lugar al campo magnético en el interior del núcleo. Según la ley de Faraday-Lenz, la corriente del secundario actúa como una reacción del inducido, debilitando el campo creado por el inductor o primario. Esta reacción del inducido nunca podrá ser igual a la acción del primario, ya que entonces dejaría de existir campo magnético y acoplamiento electromagnético entre las bobinas. Por lo tanto, el transformador de corriente trabaja con flujos magnéticos muy débiles, pero nunca nulos, siendo la corriente de magnetización la responsable de mantener ese flujo común al primario y secundario. Cualquier variación en el valor del flujo magnético (debido, por ejemplo, a variaciones en la corriente del primario o en la carga conectada en el secundario) provoca un cambio en la corriente de magnetización y, como consecuencia, en el error de medida del instrumento.

Una forma empleada para compensar este error es sumar a la corriente del secundario una corriente eléctrica idéntica a la corriente de magnetización transformada al secundario. Esto puede realizarse de forma pasiva, mediante bobinas y núcleos magnéticos auxiliares, o de forma activa, mediante circuitos electrónicos que generen esa corriente auxiliar [SLO 00, LOC 01]. Otros sistemas, los transformadores de corriente de dos etapas, actúan compensando el flujo magnético, de manera que la corriente auxiliar no se suma a la del secundario sino que, circulando por bobinas independientes arrolladas sobre el núcleo común a primario y secundario, hacen la función de corrientes de magnetización, por lo que ya no debe

ser aportada por el primario. Un núcleo magnético mejorado electrónicamente de dos etapas está descrito en [MIL 91] con un rango de frecuencias válido para la medida entre los 50 Hz y los 5 kHz y en [SOE 97] se desarrolla otro también activo, de tres etapas, con el núcleo partido para poder rodear al conductor primario que presenta un error menor de 0,005% (50  $\mu$ A/A). En [COR 01], el transformador de dos etapas presenta errores de 0,032 partes en  $10^6$  (30  $\mu$ A/A) construido con un núcleo de tiras de super-mumetal de 0,025 mm de espesor.

J. Ramboz describe en [RAM 96] una pinza ampermétrica de 4,5 kg que contiene un núcleo interior detector rodeado de otro núcleo hueco. La bobina arrollada en el núcleo interior junto con una bobina auxiliar generan una flujo magnético adicional que corrige el defecto debido a la corriente de magnetización. Presenta errores inferiores a 0,05% (500  $\mu$ A/A) en un rango de frecuencias de 25 Hz a 5000 Hz.

Métodos más recientes, como los descritos en [LOC 01], digitalizan la corriente del secundario y, determinando el ciclo de histéresis, son capaces de reproducir el flujo magnético en el núcleo. Conocido el flujo magnético, estiman el valor instantáneo de la corriente de magnetización. Aunque se afirma que con este método se pueden medir corrientes muy distorsionadas, no se habla del rango de frecuencias para las que el método resulta válido. En otros casos, como el descrito en [GHI 99], se emplean tres bobinas arrolladas sobre un núcleo para la construcción de un transformador de corriente continua capaz de medir corrientes de 5 A con errores inferiores al 1%.

#### B.- Posición del circuito primario respecto del núcleo y de la bobina del secundario.

En muchas ocasiones, el primario de un transformador de corriente tiene una única vuelta, lo que implica que el conductor por donde circula la corriente que se quiere medir atraviesa una sola vez el núcleo magnético. Esto ocurre siempre en una pinza ampermétrica. La posición de ese conductor, sea un cable o una barra, puede cambiar de una medida a otra, o de un emplazamiento del instrumento a otro. La forma más eficaz, descrita por la literatura científica [KUS\_II 64, MIL 91, SOE 93, RAM 96, POU 03] de evitar este error es utilizando pantallas magnéticas e incluso separando en núcleos distintos el primario y el secundario. Un problema importante asociado a la efectividad de estas pantallas magnéticas son las altas corrientes de primario que pueden saturar el material magnético. En alguna ocasión se construyen con un pequeño entrehierro que evite esa saturación.

#### C.- Existencia de corrientes exteriores al núcleo y su posición respecto del circuito primario y secundario (fenómenos de *crosstalk*).

Los errores procedentes de campos magnéticos exteriores (los más comunes son los procedentes de corrientes exteriores al núcleo) se conocen en la literatura científica como errores de *crosstalk* [NIE 01]. Esta fuente de errores queda también amortiguada mediante el mismo procedimiento que el caso anterior. En los transformadores de dos etapas, se apantalla la bobina que se emplea para generar la corriente de magnetización; en otros casos, se apantalla el núcleo junto con el secundario.

#### D.- Saturación del núcleo magnético y posibles magnetizaciones permanentes debidas tanto a las corrientes de primario y secundario como a las corrientes exteriores.

En los transformadores convencionales de corriente, la componente de corriente continua que puede aparecer junto con la senoidal da lugar a errores no despreciables. Un fenómeno relacionado con corrientes unipolares y que puede llegar a inutilizar el transformador es la magnetización permanente del núcleo magnético descrita en [BOZ 90]. Una forma de evitar estos errores es realizando entrehierros en el núcleo magnético cuando no son propios de la construcción del instrumento como ocurre en las pinzas ampermétricas o transformadores que incorporen un sensor de campo magnético como el descrito por P. Pouliche en [POU 03]. En los transformadores activos, al poder acceder a la forma de onda de la

corriente de magnetización, pueden detectarse los armónicos de orden par procedentes de corrientes continuas o magnetizaciones permanentes del núcleo, y compensarlas electrónicamente.

Son también causa de errores pequeñas corrientes continuas que aparecen por efecto de la oxidación electrolítica y que pueden afectar a la medida [RAM 96]. Estas corrientes tienen muy poca influencia en la precisión de transformadores activos.

#### E.- Entrehierros en el núcleo magnético.

En la literatura consultada se distinguen dos tipos de entrehierros. Por una parte se tratan aquellos que necesariamente aparecen cuando el núcleo se divide en dos partes para poder introducir en el interior el conductor cuya corriente se pretende medir. A estos entrehierros se les asigna una anchura de 0,25 mm. Su efecto se asocia al incremento de la corriente de magnetización debido al descenso de la permeabilidad efectiva del circuito magnético [SOE 93]. En los transformadores de corriente empleados para la protección de sistemas de potencia y que alimentan a relés, el entrehierro se introduce para linealizar la curva de magnetización del material, evitando así la saturación en condiciones de altas corrientes circulando por el circuito primario [BOZ 90]. Los otros entrehierros son los que deben mecanizarse para introducir un sensor de efecto Hall en la sección del núcleo magnético. No he encontrado datos sobre el error asociado a estos entrehierros ni descripciones de métodos para minimizarlo, aunque P. Pouliche en [POU 03] advierte del efecto que tienen sobre los valores de la inductancia de dispersión.

#### F.- Distorsión de la formas de onda de la corriente de línea.

Cuando las corrientes de línea se encuentran muy distorsionadas, los transformadores de corriente tradicionales no pueden usarse al presentar errores muy elevados, como afirma L. Cristaldi et al. en [CRI 01]. Para P. Pouliche [POU 03] las razones para desarrollar nuevos transformadores de corriente válidos en electrónica de potencia son:

- a) Frecuencias de interrupción desde 100 Hz hasta 1 MHz, de manera que la frecuencia de corte del transformador debe alcanzar 10 MHz.
- b) Formas de onda no senoidales y pulsantes conteniendo componentes continuas o con mucho rizado.
- c) Generación de altos valores de  $dI/dt$  por transistores MOSFET e IGBT, que pueden alcanzar varios kiloamperios por microsegundo, dando lugar a importantes interferencias electromagnéticas (EMI).

### 1.4. EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

Como he señalado en los apartados anteriores, los métodos convencionales de análisis de las pinzas amperimétricas únicamente permiten obtener soluciones exactas en situaciones ideales de medida, muy difíciles de obtener en la práctica. Correcciones hechas mediante resultados experimentales a las soluciones generales permiten el análisis de problemas más complejos, pero siempre de forma aproximada.

Los problemas de optimización y perfeccionamiento de los sistemas físicos en ingeniería eléctrica están ligados al análisis de las cuatro ecuaciones de Maxwell, que rigen el comportamiento de los campos eléctricos y magnéticos presentes en dichos sistemas. La aplicación de estas ecuaciones a casos particulares con una geometría, material y evolución espacial y temporal únicos, da lugar a ecuaciones diferenciales no lineales en derivadas parciales muy complicadas de resolver analíticamente.

Un procedimiento alternativo al analítico para resolver estas ecuaciones diferenciales es mediante su resolución numérica. La viabilidad de este método ha dependido de la capacidad de cálculo de las

máquinas que el ingeniero ha tenido a su alcance. En [TRO 06] C.W. Trowbridge y J.K. Sykulska hacen un resumen de la evolución de los métodos empleados para el cálculo mediante ordenador de los campos electromagnéticos desde los años sesenta del siglo pasado hasta la actualidad.

La descripción de un problema electromagnético como los analizados en este trabajo puede hacerse de dos formas [SIL 96]:

A.- Mediante un planteamiento local o formulación fuerte, caracterizado por una ecuación diferencial y sus condiciones de contorno, que se resuelve numéricamente mediante diferencias finitas.

B.- Mediante un planteamiento global o formulación débil, al que pertenece el método de los elementos finitos (MEF). Existen varios procedimientos para resolver las ecuaciones diferenciales mediante el MEF, siendo los más empleados:

I.- El método variacional, que consiste en la búsqueda de una función extrema sujeta a unas condiciones de contorno que debe minimizar un funcional determinado, generalmente una cantidad relacionada con la energía del sistema físico analizado.

II.- El método de los residuos ponderados. Consiste en proponer una función inicial que no cumple exactamente la ecuación diferencial, y aproximarla a la solución exacta mediante la minimización del error o residuo. El residuo es la diferencia entre el valor obtenido al introducir la función propuesta en la ecuación diferencial y el valor exacto de la ecuación.

Desde el punto de vista matemático, los aspectos generales del MEF [ZIE 80, ZIE 94] son:

- Partiendo de la formulación débil, el MEF consiste en transformar la ecuación diferencial que define el problema electromagnético en un sistema de ecuaciones algebraicas. En este proceso matemático se manejan los conceptos de solución aproximada y funciones de aproximación.
- Definidas las funciones de aproximación, aparecen los conceptos de nudo y elemento, así como el de aproximación a nivel elemental, todo ello en el dominio matemático de validez de la ecuación diferencial.
- Obtenido el sistema de ecuaciones, se debe realizar la imposición de las condiciones de contorno.

En los últimos años el método de los residuos ponderados se ha ido imponiendo al variacional, y dentro del primer método el más empleado es el método de Galerkin, que describo a continuación.

Partimos de una ecuación diferencial de orden dos, y se trata de obtener el valor de la función  $\mathbf{u}$  que cumple

$$\mathbf{A} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad \text{válida en el dominio } \Omega \quad (1.5)$$

junto con las condiciones de contorno

$$\mathbf{C} \mathbf{u} = \mathbf{g} \quad \text{válida en la frontera del dominio } \delta\Omega \quad (1.6)$$

donde  $\mathbf{A}$  es un operador diferencial de orden 2 y  $\mathbf{C}$  el operador diferencial de contorno, ambos lineales.  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{f}$  y  $\mathbf{g}$  son cantidades vectoriales y  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{C}$  son operadores matriciales.  $\delta\Omega$  es el contorno del dominio  $\Omega$ .

Si  $\hat{\mathbf{u}}$  no es la solución exacta, se cumplirá

$$\mathbf{A} \hat{\mathbf{u}} - \mathbf{f} = \mathbf{r} \quad (1.7)$$

donde  $\mathbf{r}$  es el residuo, valor que se pretende minimizar. Para ello, se multiplica  $\mathbf{r}$  por una función conocida  $\Psi$ , llamada función de ponderación, y se impone la condición de que el promedio ponderado se anule en el dominio  $\Omega$

$$\int_{\Omega} \mathbf{r} \cdot \Psi \cdot d\Omega = \int_{\Omega} (\mathbf{A}\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{f}) \cdot \Psi \cdot d\Omega = 0 \quad (1.8)$$

Integrando por partes la exp. 1.8, se obtiene [SIL 96]

$$\int_{\Omega} (\mathbf{S} \hat{\mathbf{u}}) \cdot (\mathbf{S} \Psi) \cdot d\Omega - \int_{\partial\Omega} \Psi (\mathbf{G} \hat{\mathbf{u}}) \cdot \mathbf{1}_n \cdot d(\partial\Omega) = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \Psi \cdot d\Omega \quad (1.9)$$

donde  $\mathbf{S}$  y  $\mathbf{G}$  son operadores diferenciales lineales de orden 1.  $\mathbf{1}_n$  representa al vector normal saliente del contorno  $\partial\Omega$ .

En cada trozo del contorno  $\partial\Omega$  se conoce  $\hat{\mathbf{u}}$  o alguna de sus componentes, y  $\mathbf{G} \hat{\mathbf{u}}$  o algunas de sus componentes. Es decir, se puede dividir el contorno en dos partes:  $\partial\Omega_1$  en la que se conoce  $\hat{\mathbf{u}}$  y  $\partial\Omega_2$  en la que se conoce  $\mathbf{G} \hat{\mathbf{u}}$ .

Una de las ventajas de este método radica en que, mientras en la ecuación diferencial de partida a la función incógnita  $\mathbf{u}$  se le exige ser derivable de orden 2, en esta formulación solo se exige que tenga derivada de orden 1, y que ésta sea integrable.

La solución exacta  $\mathbf{u}$  se aproxima por una función  $\mathbf{u}^N$  tal que

$$\mathbf{u}^N = \sum_{i=1}^N a_i \boldsymbol{\varphi}_i \quad (1.10)$$

donde  $a_i$  son las coordenadas de la función en la base de funciones de aproximación  $\boldsymbol{\varphi}_i$ . El problema queda ahora reducido a la definición de  $\boldsymbol{\varphi}_i$  y a la búsqueda de las coordenadas  $a_i$ . Cuanto mayor sea el valor de  $N$ , más próxima estará la solución aproximada a la real.

Sustituyendo en la expresión de la formulación débil, exp. 1.9, el valor de la función incógnita  $\mathbf{u}$  por su valor aproximado  $\mathbf{u}^N$  y teniendo en cuenta que  $\mathbf{S}$  y la integral son operadores lineales, se obtiene

$$\sum_{i=1}^N a_i \int_{\Omega} (\mathbf{S} \boldsymbol{\varphi}_i) \cdot (\mathbf{S} \Psi) \cdot d\Omega - \sum_{i=1}^N a_i \int_{\partial\Omega} (\mathbf{G} \boldsymbol{\varphi}_i) \cdot \Psi \cdot \mathbf{1}_n \cdot d(\partial\Omega) = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \Psi \cdot d\Omega \quad (1.11)$$

que constituye una ecuación con  $N$  incógnitas, correspondientes a las coordenadas  $a_i$  de la solución aproximada  $\mathbf{u}^N$  en la base de funciones  $\boldsymbol{\varphi}_i$ . Pero esta ecuación debe cumplirse para cualquier función  $\Psi$ , por lo que se puede plantear para  $N$  funciones  $\Psi_j$ , linealmente independientes, obteniendo un sistema de  $N$  ecuaciones con  $N$  incógnitas. Las ecuaciones del sistema serán de la forma

$$\sum_{i=1}^N a_i \int_{\Omega} (\mathbf{S} \boldsymbol{\varphi}_i) \cdot (\mathbf{S} \Psi_j) \cdot d\Omega - \sum_{i=1}^N a_i \int_{\partial\Omega} (\mathbf{G} \boldsymbol{\varphi}_i) \cdot \Psi_j \cdot \mathbf{1}_n \cdot d(\partial\Omega) = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \Psi_j \cdot d\Omega, \quad j = 1, \dots, N \quad (1.12)$$

Las características de las funciones de aproximación  $\boldsymbol{\varphi}_i$  y de las funciones de ponderación  $\Psi_j$ , y las consecuencias que de ellas se derivan son:

I.- Las  $N$  funciones de aproximación y de ponderación son idénticas,

$$\varphi_i = \Psi_i \quad \forall i = 1, \dots, N. \quad (1.13)$$

Como consecuencia, los elementos  $(i, j)$  de la primera integral son simétricos. Denominando  $\kappa_{ij}$  al elemento  $i$  de la ecuación  $j$  de esa integral en la exp. 1.12, se tiene

$$\kappa_{ij} = \int_{\Omega} (\mathbf{S} \varphi_i) \cdot (\mathbf{S} \varphi_j) \cdot d\Omega = \kappa_{ji} \quad (1.14)$$

II.- Las funciones de aproximación son polinómicas.

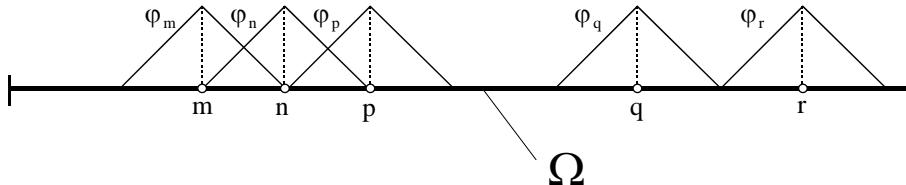
III.- Cada función  $\varphi_i$  se considera adscrita a un punto  $P$  del dominio  $\Omega$ , que se denomina nudo, de tal forma que  $\varphi_i$  toma el valor 1 en el nudo al cual está adscrita,  $\varphi_i(P) = 1$ , y todos los valores de  $\varphi_i$  son cero en el resto de los nudos.

Ello supone dotar de sentido físico a los coeficientes  $a_i$ , ya que el valor de  $\mathbf{u}^N$  en el nudo  $P$  viene dado por la expresión

$$\mathbf{u}^N(P) = \sum_{i=1}^N a_i \varphi_i(P) = a_i \varphi_i(P) = a_i(P) \quad (1.15)$$

es decir,  $a_i$  coincide con el valor de la función en el punto  $P$ .

Como las funciones  $\varphi_i$  tienen que ser continuas, si se escogen polinomios de bajo grado, las funciones serán distintas de cero tan solo en las proximidades del nudo al cual están adscritas, para poder asegurar que toman el valor 0 en el resto de los nudos. Esta propiedad da lugar a que muchos términos  $\kappa_{ij}$  sean nulos, tal como se observa en la siguiente figura, donde se representan las funciones de aproximación en un dominio unidimensional.



**Fig. 1.2.** Funciones de aproximación  $\varphi_i$  en un problema unidimensional.

Un elemento es un subdominio de  $\Omega$  que corresponde al soporte del mismo conjunto de funciones de aproximación. En la Fig. 1.2, todos los puntos situados entre los nudos  $m$  y  $n$  pertenecen tan solo a los soportes de las mismas funciones  $\varphi_m$  y  $\varphi_n$ , constituyendo un elemento. En el interior de un elemento las únicas funciones distintas de cero son las correspondientes a los nudos que pertenecen a dicho elemento. Ello conduce a una nueva interpretación de la aproximación realizada, en el sentido de que el valor de la función  $\mathbf{u}^N$  en cualquier punto  $Q$  interior a un elemento genérico  $e$  viene dado por la expresión

$$\mathbf{u}_e^N(Q) = \sum_{i=1}^{Nne} a_i^e \varphi_i^e(Q) \quad (1.16)$$

con  $N_{ne}$  el número de nudos del elemento (2 en caso de una dimensión -rectas-, 3 en caso de dos dimensiones -triángulos-, 4 en caso de tres dimensiones -tetraedros-). Se ha pasado, por lo tanto, de realizar una aproximación global de  $\mathbf{u}^N$  sobre todo el dominio  $\Omega$  a una aproximación de  $\mathbf{u}^N$  en cada elemento, siendo ambas idénticas debido a las condiciones impuestas a las funciones  $\varphi_i$ .

IV.- De entre las funciones de ponderación tan solo se considerarán aquellas  $\varphi_i$  que cumplan que  $\varphi_i = 0$  en los trozos del contorno donde se conoce  $\mathbf{u}$ , que equivale a decir que se considerarán únicamente las funciones de ponderación que cumplen las condiciones esenciales homogéneas [BAS 03]. De aquí que la integral de contorno que aparece en la exp. 1.12 queda extendida únicamente a  $\delta\Omega_2$ .

Puede pasarse al segundo miembro de la exp. 1.12 la integral de contorno, obteniéndose la expresión

$$\sum_{i=1}^N a_i \int_{\Omega} (\mathbf{S} \varphi_i) \cdot (\mathbf{S} \varphi_j) \cdot d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{f} \varphi_j \cdot d\Omega + \int_{\delta\Omega_2} \mathbf{g} \varphi_j \cdot d(\delta\Omega), \quad j = 1, \dots, N \quad (1.17)$$

y si se denomina al segundo término por  $h_j$

$$h_j = \int_{\Omega} \mathbf{f} \varphi_j \cdot d\Omega + \int_{\delta\Omega_2} \mathbf{g} \varphi_j \cdot d(\delta\Omega), \quad j = 1, \dots, N \quad (1.18)$$

la formulación aproximada del problema queda reducida a un sistema de ecuaciones lineales, expresado como

$$\sum_{i=1}^N \kappa_{ij} a_i = h_j \quad j = 1, \dots, N \quad (1.19)$$

o bien, en notación matricial

$$\mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{h} \quad (1.20)$$

que una vez resuelto permite obtener las incógnitas  $a_i$  del problema.

Considerando el dominio  $\Omega$  dividido en elementos, las integrales sobre todo el dominio se pueden calcular como suma de las mismas integrales realizadas sobre cada uno de los elementos. Para calcular  $\kappa_{ij}$  y  $h_j$  se podrán usar las expresiones

$$\kappa_{ij} = \sum_{e=1}^{Ne} \int_{\Omega_e} (\mathbf{S} \varphi_i) \cdot (\mathbf{S} \varphi_j) \cdot d\Omega_e \quad (1.21)$$

$$h_j = \sum_{e=1}^{Ne} [\int_{\Omega_e} \mathbf{f} \varphi_j \cdot d\Omega_e + \int_{\delta\Omega_e} \mathbf{g} \varphi_j \cdot d(\delta\Omega_e)] \quad (1.22)$$

con  $N_e$  el número de elementos de la discretización del dominio  $\Omega$ .

Las integrales correspondientes a  $\mathbf{K}$  que no son nulas sobre el elemento genérico  $e$  vendrán dadas de forma condensada por la expresión

$$\mathbf{K}^e \equiv \kappa_{ij}^e = \int_{\Omega_e} (\mathbf{S} \varphi_i^e) \cdot (\mathbf{S} \varphi_j^e) \cdot d\Omega_e \quad i, j = 1, \dots, N_e \quad (1.23)$$

y las integrales correspondientes a  $\mathbf{h}$  sobre el elemento  $e$  serán

$$\mathbf{h}^e \equiv h_j^e = \int_{\Omega_e} \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\varphi}_j^e \cdot d\Omega_e + \int_{\partial\Omega_e} \mathbf{g} \cdot \boldsymbol{\varphi}_j^e \cdot d(\partial\Omega_e) \quad j = 1, \dots, Ne \quad (1.24)$$

Los coeficientes  $\kappa_{ij}^e$  multiplicarán a las incógnitas  $a_i^e$  correspondientes a los nudos del elemento, por lo que a la hora de sumarlos al resto de matrices elementales para conformar la matriz  $\mathbf{K}$  será necesario incluirlos en los lugares apropiados. Del mismo modo, los coeficientes  $h_j^e$  se incluirán en las ecuaciones según la numeración global. A este proceso de suma de matrices y vectores elementales para configurar la matriz  $\mathbf{K}$  y el vector  $\mathbf{h}$  se le denomina ensamblaje.

Cuando los elementos tienen la misma geometría, la restricción de las funciones de aproximación a cada uno de ellos es la misma y, por lo tanto, las matrices  $\mathbf{K}^e$  serán todas iguales. Esta es la razón por la que se emplea unos tipos de elementos de geometría sencilla, en los que se determinan los valores elementales. De estos elementos ficticios se pasa a los elementos reales mediante una transformación coordinada, regida por una matriz jacobiana.

La matriz  $\mathbf{K}$  presenta las siguientes propiedades:

- Es simétrica
- Es definida positiva
- Es una matriz en banda, es decir, los términos distintos de cero se agrupan en una banda centrada en la diagonal principal de la matriz. Esto se debe a que los únicos términos distintos de cero de la matriz corresponden a los elementos  $(i, j)$  cuyas funciones tengan soportes con intersección no vacía.

El resultado de la resolución del sistema de ecuaciones, exp. 1.20, es el vector  $\mathbf{u}$ , que incorpora los valores en cada nudo. En algunos casos, interesa obtener los valores en puntos distintos de los nudos. Esto se consigue incorporando en la formulación los valores de las funciones  $\varphi_i$  en el punto de interés. Para calcular resultados auxiliares en un punto tan solo es necesario utilizar los valores  $u_i$  y  $\varphi_i$  correspondientes a los nudos del elemento en el interior del cual se encuentra el punto, ya que el resto de funciones  $\varphi_i$  toman el valor cero en dicho punto.

El procedimiento de análisis del MEF puede resumirse en las siguientes etapas:

1º Discretización del espacio mediante la utilización de una serie de elementos adecuados, dispuestos en forma apropiada según la naturaleza del problema. Debe decidirse el número, tamaño, tipo (que incluye el número de nudos y el grado de las funciones de aproximación) y situación de los elementos a utilizar.

2º Una vez definido el tipo de elemento, quedan determinadas las matrices elementales asociadas al elemento, por lo que es posible obtener estas sin tener en cuenta el resto de elementos de la discretización.

3º Ensamblaje de las matrices y vectores elementales para obtener la matriz y el vector globales.

4º Imposición de las condiciones de contorno esenciales.

5º Solución del sistema de ecuaciones y obtención de los valores  $a_i$  en los nudos.

6º Cálculo de valores auxiliares en puntos no coincidentes con los nudos.

En la actualidad, los programas de elementos finitos comerciales se componen de tres partes de software independientes:

- Preprocesador, que permite realizar el modelo en dos o tres dimensiones, o importarlo de uno ya realizado en CAD, mallarlo (definiendo el tipo de elemento en cada subdominio) y establecer las condiciones de contorno.
- Programa de análisis o código de resolución del sistema de ecuaciones, diferentes en función del número de variables espaciales y dependencias temporales, y
- Postprocesador, que permite realizar los cálculos posteriores necesarios para el análisis final del problema partiendo de las soluciones originales.

## 1.5. ANÁLISIS MEDIANTE EL MEF DE SISTEMAS MAGNETOSTÁTICOS

Para el desarrollo de los trabajos aquí presentados, los sistemas electromagnéticos se han analizado únicamente considerando la distribución espacial tridimensional del campo magnético estático creado por corrientes eléctricas. Esta aproximación es exacta si las corrientes eléctricas, fuentes del campo magnético analizado, son constantes en el tiempo (corriente continua) o bien son variables en el tiempo, de baja frecuencia (50 ó 60 Hz), se consideran en régimen estacionario senoidal y se desprecian los efectos que puedan tener sobre otros conductores próximos.

Existen actualmente varias empresas que desarrollan programas comerciales para el cálculo numérico de los campos electromagnéticos basados en el MEF. Una de ellas es la británica *Vector Fields, Ltd.* cuyo programa para el análisis magnetostático es conocido como *TOSCA*. Fue inicialmente desarrollado en el Laboratorio Rutherford Appleton (Reino Unido). Puede usarse para el cálculo de flujos de corriente eléctrica en la materia, campos magnetostáticos y electrostáticos tridimensionales en medios lineales y no lineales. En el caso de problemas magnetostáticos, *TOSCA* calcula mediante el MEF la distribución del potencial magnético escalar en el espacio de estudio, que exige conocer únicamente un valor en cada nodo [SIM 80]. A partir del potencial magnético escalar calcula, mediante operaciones matemáticas incluidas en el post-procesador, el valor de los vectores  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{B}$ , así como la energía magnética en los diversos volúmenes y materiales.

Los problemas magnetostáticos [SIM 79, LOW 86, SIM 91, SIL 96] en los que no existe densidad de corriente  $\mathbf{J}$  y las variaciones temporales del vector desplazamiento eléctrico  $\mathbf{D}$  son despreciables, pueden resolverse de la misma forma que un problema electrostático, ya que en medios magnéticos donde no existe corriente real se cumple

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{0} \quad (1.25)$$

y el vector  $\mathbf{H}$  puede considerarse procedente de un único potencial escalar magnético  $V^*$ , llamado potencial escalar magnético total. El vector  $\mathbf{H}$  puede calcularse a través de  $V^*$  mediante la relación

$$\vec{H} = -\vec{\nabla} V^* \quad (1.26)$$

que combinada con la ecuación de Maxwell para la divergencia del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.27)$$

da lugar a la siguiente ecuación para el potencial escalar magnético total

$$\vec{\nabla} \cdot \mu \vec{\nabla} \cdot V^* = 0 \quad (1.28)$$

ecuación que describe el campo magnetoestático en regiones libres de corriente eléctrica y que se resuelve numéricamente mediante el MEF.

La restricción de que la región de estudio esté libre de corrientes reales o de magnetización limita de forma importante el uso del potencial magnético escalar para resolver los problemas magnetostáticos, ya que la mayoría de los casos de estudio incluyen la corriente como fuente de  $\mathbf{B}$ . Para resolver estas situaciones se propone un problema auxiliar, que consiste en prescindir de los materiales magnéticos que rodean a las corrientes eléctricas. Este problema no puede resolverse tampoco mediante el denominado potencial escalar magnético, ya que siguen apareciendo las corrientes, pero es más sencillo de calcular al no existir materiales magnéticos. Si el vector intensidad de campo magnético auxiliar procedente únicamente de las corrientes reales o corrientes de transporte en ausencia de materiales magnéticos lo llamamos  $\mathbf{H}_a$ , cumplirá

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_a = \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \quad (1.29)$$

ya que las fuentes rotacionales (corrientes eléctricas) son comunes para ambos vectores.

La diferencia entre el vector total  $\mathbf{H}$  y el vector  $\mathbf{H}_a$  cumplirá

$$\vec{\nabla} \times (\vec{H} - \vec{H}_a) = \vec{\nabla} \times \vec{H} - \vec{\nabla} \times \vec{H}_a = \vec{J} - \vec{J} = \vec{0} \quad (1.30)$$

De aquí que el vector  $\mathbf{H} - \mathbf{H}_a$  puede determinarse mediante el potencial escalar magnético reducido,  $\varphi^*$ , ya que ambos están relacionados mediante la expresión [SIM 79]

$$\vec{H} - \vec{H}_a = -\vec{\nabla} \varphi^* \quad (1.31)$$

El vector  $\mathbf{H}_a$  se puede calcular directamente mediante su relación con el vector densidad de corriente  $\mathbf{J}$ , [REI 96]

$$\vec{H}_a = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \cdot d\tau \quad (1.32)$$

Este valor lo calcula *TOSCA* en el postprocesador, y cumple [SIL 96]

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}_a = \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \cdot d\tau \right) = 0 \quad (1.33)$$

A partir de la exp. 1.27 y la relación de los vectores  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{H}$  mediante la permeabilidad magnética  $\mu$ ,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\mu \cdot \vec{H}) = 0 \quad (1.34)$$

se obtiene la siguiente ecuación diferencial en derivadas parciales, ecuación de Poisson no lineal,

$$\vec{\nabla} \cdot \mu (\vec{H} - \vec{H}_a) + \vec{\nabla} \cdot \mu \left( \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \cdot d\tau \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\mu \vec{\nabla} \varphi^*) = -\vec{\nabla}(\mu \vec{H}_a) = -(\vec{H}_a \vec{\nabla} \mu + \mu \vec{\nabla} \vec{H}_a) = -\vec{H}_a \vec{\nabla} \mu \quad (1.35)$$

que debe resolverse mediante el MEF para obtener el valor de  $\varphi^*$ . Esta forma particular de plantear el cálculo de los campos magnéticos a partir de los potenciales totales y reducidos se debe a Tozoni y Mayergoz [SIL 96].

Cuando el material magnético presenta una alta permeabilidad magnética, el vector  $\mathbf{H}$  en el interior del material es mucho más pequeño que el que existiría en ausencia de ese material,  $\mathbf{H} \ll \mathbf{H}_a$ . Esto implica que el vector  $\mathbf{H}_a$  es del mismo orden de magnitud que el vector procedente del potencial escalar reducido

$$\vec{H} - \vec{H}_a = -\vec{\nabla} \varphi^* \cong -\vec{H}_a \quad (1.36)$$

dando lugar a errores importantes en el valor del vector  $\mathbf{H}$  así calculado, incluso cuando tanto  $\mathbf{H}_a$  como  $\varphi^*$  hayan sido calculados con mucha precisión [SIL 96].

El procedimiento empleado para evitar soluciones con errores muy altos en *TOSCA* es combinar los potenciales magnéticos escalares reducido y total en los diferentes volúmenes del espacio que se está analizando. Todos los conductores deben rodearse de volúmenes donde se resuelva la ecuación para  $\varphi^*$ , así como en los volúmenes de material magnético en los que exista corriente eléctrica. En el resto de volúmenes puede usarse el potencial magnético total  $V^*$ .

En la superficie común a dos volúmenes donde se han definido potencial magnético total (con permeabilidad magnética  $\mu_T$ ) y reducido (permeabilidad magnética  $\mu_R$ ), ambos valores pueden conectarse a través de las condiciones de contorno para los vectores  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{H}$ . Siendo  $\mathbf{n}$  el vector normal a la superficie que separa los dos volúmenes, para las componentes normales de  $\mathbf{B}$  se cumplirá

$$\vec{n} \cdot \mu_R (\vec{H}_a - \vec{\nabla} \cdot \varphi^*) = \vec{n} \cdot \mu_T (-\vec{\nabla} \cdot V^*) \Rightarrow \vec{n} \cdot (\mu_R \vec{\nabla} \varphi^* - \mu_T \vec{\nabla} \cdot V^*) = \vec{n} \cdot \mu_R \vec{H}_a \quad (1.37)$$

y para las componentes tangenciales de  $\mathbf{H}$ , la condición será

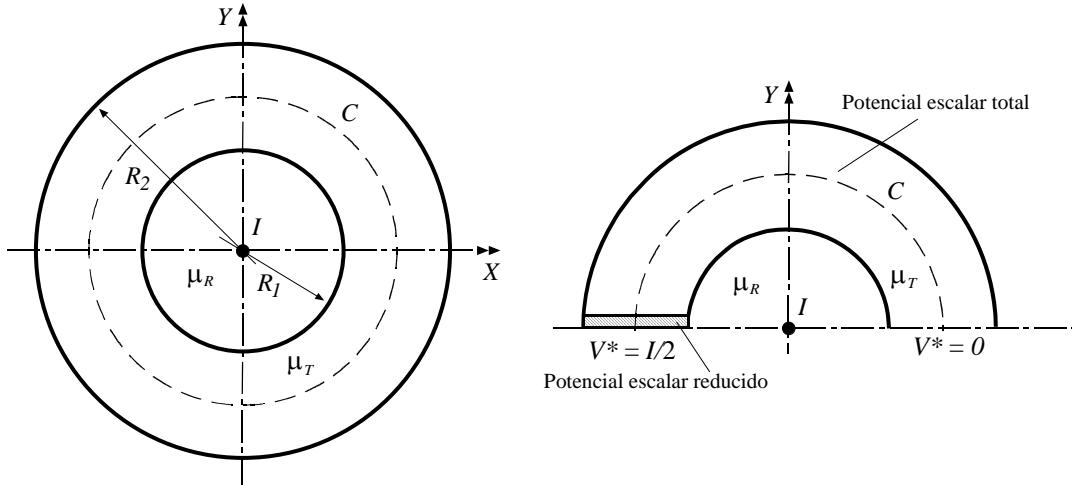
$$(\vec{H}_a - \vec{\nabla} \cdot \varphi^*) \times \vec{n} = (-\vec{\nabla} V^*) \times \vec{n} \Rightarrow \vec{\nabla} (\varphi^* - V^*) \times \vec{n} = \vec{H}_a \times \vec{n} \quad (1.38)$$

Una dificultad al emplear el potencial escalar magnético total aparece cuando un volumen del espacio en el que se ha empleado ese potencial rodea un conductor por donde circula corriente eléctrica. En estos casos, la circulación del gradiente de  $V^*$  es siempre cero, incluso cuando abraza corriente real, vulnerando la ley de Ampère. C.W. Trowbridge y J. Simkin denominan a ese problema como *multiply connected regions*, [SIM 79]. A continuación, describo un ejemplo que presenta este problema y cuya geometría es común a la mayoría de los casos analizados en mi trabajo de investigación.

Se trata de un conductor filiforme, recto, y muy largo situado en el eje Z. La corriente eléctrica que circula tiene una intensidad  $I$  y su sentido es positivo. Este conductor está rodeado de un volumen cilíndrico de material magnético de permeabilidad  $\mu_R$  y radio  $R_1$ . Este volumen está rodeado de otro volumen cilíndrico de radios  $R_1$  y  $R_2$ , de material magnético de permeabilidad  $\mu_T$  (Fig. 1.3). El campo magnético en el volumen interior que contiene al conductor se calcula mediante el potencial escalar reducido  $\varphi^*$ . En el volumen exterior, que no contiene corrientes eléctricas, el campo magnético se obtiene a través del potencial magnético total  $V^*$ . Si en este volumen calculamos la circulación del vector  $\mathbf{H}$  obtenido mediante el gradiente de  $V^*$  a lo largo de la circunferencia  $C$ , el valor obtenido será cero. Para evitar esta contradicción con la ley de Ampère, se define dentro del volumen exterior un volumen de potencial magnético reducido. El problema tiene simetría respecto del plano OXZ, por lo que en ese plano el vector  $\mathbf{H}$  es perpendicular, imponiéndose en esos puntos el valor cero para el potencial escalar total. Junto a los puntos del plano comprendidos entre  $R_1$  y  $R_2$  se crea una región muy estrecha de potencial

magnético reducido, en cuya segunda superficie se impone al potencial magnético total el valor de la intensidad de corriente  $I/2$ . De esta manera, la diferencia de potencial magnético total entre el extremo y el origen de la circunferencia  $C$  será  $I$ , corriente eléctrica abrazada por  $C$ .

$$\int_{\varphi=0}^{\varphi=\pi} \vec{H} \cdot d\vec{l} = V^*(\varphi=\pi) - V^*(\varphi=0) = \frac{I}{2} \quad (1.39)$$



**Fig. 1.3** Incorporación de un volumen con potencial escalar magnético reducido.

## 1.6. BREVE DESCRIPCIÓN DEL PRE-PROCESADOR MODELLER DE OPERA-3D

La creación de una base de datos preparada para ser analizada (o *simulada*) mediante el MEF con cualquiera de los módulos de OPERA-3d se realiza mediante varias etapas consecutivas:

1º Se realiza el modelo geométrico, al que se le asignan propiedades tales como tipos de materiales, tipo de potencial escalar (reducido o total), condiciones de contorno, tipo de mallado, posición y geometría de los conductores. Este modelo se guarda como un fichero con la extensión \*.OPC. El tamaño de estos ficheros empleados en esta tesis ocupa un máximo de 500 kB.

2º Se realiza el mallado de forma automática. Primero se dividen las superficies de las celdas en triángulos y posteriormente el volumen queda dividido en elementos tetraédricos. Este proceso no siempre converge, debiéndose rectificar en muchas ocasiones los parámetros de mallado de las distintas celdas del modelo. Existen diversos métodos para facilitar el mallado automático; generalmente se trata siempre de reducir el volumen de las distintas celdas, manteniendo constantes el mayor número de sus parámetros. Este modelo se guarda como un fichero con la extensión \*.OPCB. La memoria ocupada por cada uno de estos ficheros depende del número final de elementos del modelo, que a su vez está condicionado por el tipo de mallado escogido para cada una de las celdas y de la posibilidad de reducir el modelo por razones de simetría. Los empleados en esta tesis ocupan un máximo de 50 MB.

3º Una vez mallado el modelo, se definen los parámetros para el cálculo numérico que se incorporarán a la base de datos. Estos parámetros hacen referencia a los materiales magnéticos, condiciones de contorno, intensidad de corriente eléctrica que circula por los distintos conductores definidos en el modelo, unidades físicas de las distintas magnitudes espaciales y electromagnéticas, módulo de cálculo que se empleará para el cálculo numérico (TOSCA, ELEKTRA, etc.). La base de datos queda almacenada en un fichero con la extensión \*.OP3 y puede contener instrucciones para que se realicen varias simulaciones. Por ejemplo, se puede almacenar en una misma base de datos simulaciones donde de una a otra cambie el valor de la intensidad de corriente eléctrica que circula por los conductores o cambie las propiedades

magnéticas de alguno de los materiales. Una base de datos procedente de un fichero \*.OPCB de 25 MB puede pasar a ocupar antes de ejecutar las simulaciones alrededor de 100 MB.

4º De forma individual o de manera consecutiva se pueden ejecutar las distintas bases de datos, permitiendo un mejor aprovechamiento del tiempo de uso del ordenador. Una base de datos de 100 MB (modelo constituido por  $850 \cdot 10^3$  elementos) con una única simulación ejecutada puede pasar a ocupar 174 MB, memoria que pasa a ser de 240 MB si la base de datos contiene dos simulaciones. Cuando en una única base de datos se almacenan los resultados de varias simulaciones, el tamaño de los ficheros puede alcanzar los GB, haciéndose muy laborioso su tratamiento con ordenadores personales convencionales.

Como pre-procesador incorporado en el software de *Vector Fields* he empleado la aplicación *Modeller*. Este programa permite realizar los modelos físicos que se quieren analizar mediante el MEF utilizando una técnica muy parecida a la usada en programas de CAD.

Con el módulo *Modeller* las distintas formas de los modelos se crean a partir de volúmenes elementales (cubos, cilindros, esferas) que se denominan cuerpos (*body*), cuyas únicas propiedades son geométricas. Para proceder al mallado y a la imposición de las condiciones de contorno en las superficies de los modelos, a los distintos cuerpos o secciones de ellos se les pasa a denominar celda (*cell*). A cada celda se le pueden asignar los siguientes parámetros:

- Etiqueta de Material (*Material Label*): a cada material se le asocia su curva de magnetización mediante una etiqueta. La curva de magnetización *B-H* queda definida por un conjunto de parejas de valores (máximo de 50) almacenadas en un fichero cuya extensión es \*.bh. Este fichero, realizado con anterioridad y almacenado en memoria, debe incorporarse posteriormente a la base de datos.
- Tipo de Potencial (*Potential Type*): a cada celda se le puede asignar un potencial escalar total o un potencial escalar reducido. Existen situaciones en las que la asignación de un tipo de potencial a una celda determinada viene impuesta por las condiciones que se han descrito en el apartado 1.5, pero en otras ocasiones existe libertad para asignar uno u otro potencial a cada una de las celdas. Mediante pruebas puede determinarse cuales son los potenciales más adecuados a asignar a cada celda del modelo.
- Tipo de Elemento (*Element Type*): el mallado da lugar a un conjunto de elementos tetraédricos de distinto tamaño en los que se aplicará el MEF durante las simulaciones. Estos elementos pueden seleccionarse como elementos lineales (*linear element*) o elementos cuadráticos (*quadratic element*), según el orden del polinomio que describe la dependencia espacial de las variables dentro del propio elemento (funciones de aproximación  $\phi_i$  definidas en el apartado 1.4.1) [JIN 02]. En un mismo modelo pueden coexistir celdas con elementos lineales y celdas con elementos cuadráticos.
- Parámetros de Control del Mallado (*Mesh Control Parameters*): para poder mallar variando el tamaño de la retícula, en cada celda pueden asignarse tres parámetros:
  - a) Tamaño Máximo del Elemento (*Maximun element size*), que es el más importante o prioritario, al condicionar el valor del resto de parámetros del mallado.
  - b) Ángulo máximo entre elementos (*Maximun angle between elements*)
  - c) Máxima desviación de la superficie (*Maximun deviation from surface*)

Para cada superficie, lado y vértices de cada celda pueden también asignarse valores a parámetros que afectan al tamaño de la retícula en el entorno de estos elementos. Un parámetro específico de la superficie es el *Layering*, que permite crear volúmenes muy delgados a cada lado de la superficie.

- Nivel de Almacenamiento de Datos (*Data Storage Level*): las celdas pueden tener puntos del espacio comunes, que coinciden con los volúmenes de intersección de los cuerpos de los que proceden. Para asignar prioridades de las propiedades de una celda respecto a otra cuando existen puntos comunes se le asigna a cada celda un nivel de almacenamiento. Por ejemplo, los puntos comunes de dos celdas A y B mantendrán las propiedades de la celda a la que se le haya asignado un nivel mayor. Si la celda A tiene un nivel de almacenamiento 1 y la B se le asigna un nivel de almacenamiento 2, los puntos comunes mantendrán las propiedades de la celda B.
- Etiqueta de Datos del Volumen (*Volumen Data Label*): permite asignar un nombre a cada una de las celdas, para facilitar operaciones posteriores con ellas y asignarles características gráficas particulares. Un nombre o etiqueta preasignado a un volumen y necesario cuando el modelo tiene algún tipo de simetría que pueda reducir el espacio en que deben realizarse los cálculos matemáticos es el *Background*, ya que cuando se crea el modelo matemático solo se seleccionan para el cálculo numérico las celdas interiores a ese volumen.

CAPÍTULO 2

**SELECCIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE LOS MATERIALES  
MAGNÉTICOS**



## 2.1. INTRODUCCIÓN

Para que los resultados obtenidos en simulaciones mediante el MEF de modelos que incluyen materiales ferromagnéticos puedan usarse en el diseño de máquinas, instrumentos y equipos eléctricos, y poder ser comparados posteriormente con resultados experimentales, deben incluir curvas de magnetización lo más exactas posibles. No es objetivo de este trabajo discutir o perfeccionar los procedimientos de obtención de las curvas de magnetización [ANS 91, NAK 02, NAK 03], ni analizar las posibles curvas de magnetización, inicial y normal [BUL 01], que puedan asociarse a los materiales magnéticos, pero sí se ha intentado contrastar los datos facilitados por los fabricantes con los obtenidos mediante medidas en el LME y observar cómo se ven afectados los resultados de las simulaciones por las diferencias entre las distintas curvas de magnetización.

La correcta caracterización de los materiales magnéticos y su representación para un tratamiento numérico no afecta únicamente al MEF. D.A. Lowther y P.P. Silvester [LOW 86] dedican un capítulo a la representación de los materiales magnéticos, de forma que sus propiedades puedan ser introducidas en ficheros legibles para un ordenador. Para estos autores la dificultad de esta tarea radica tanto en la forma de la curva como en los procesos experimentales empleados. Sobre la forma de la curva destacan las diferencias en la pendiente de una misma curva, que puede diferir en un factor de  $10^4$ , sin considerar la región de Rayleigh, próxima al origen. En [TZI 00], el grupo de trabajo dirigido por D.A. Tziouvaras describe y discute los modelos usados en programas capaces de analizar el comportamiento transitorio de sistemas eléctricos y electromagnéticos, como EMTP-ATP [EMT 01]. Tziouvaras afirma que el fenómeno no lineal más importante que afecta a los transformadores de corriente es la saturación; otros fenómenos no lineales como las corrientes parásitas o la ferorresonancia influyen más en el comportamiento de transformadores de tensión convencionales y de capacidad acoplada. También, como ya se ha indicado en el capítulo introductorio, el conocimiento y representación numérica de la curva de magnetización y del ciclo de histéresis del material que constituye el núcleo magnético puede ser usado para compensar electrónicamente la corriente de magnetización de los transformadores de corriente [LOC 01], mejorando así su precisión. A. de Blas dedica su tesis doctoral [BLA 05] a la realización de un modelo numérico del ciclo de histéresis de materiales ferromagnéticos para el cálculo de máquinas eléctricas.

Como forma sistematizada de trabajo a la hora de incorporar una determinada curva de magnetización en un conjunto de simulaciones para, posteriormente, obtener resultados generalizables y contrastables con medidas, se procedió de la siguiente manera:

- Se construye un modelo del sistema físico a simular, partiendo de un sólido (en nuestro caso, un toroide) de medidas y material magnético normalizados. El criterio para la selección de las características del toroide son su semejanza con los sistemas físicos de medida que queremos analizar, en mi caso pinzas amperimétricas.
- Las primeras simulaciones se realizan con permeabilidad constante (valor medio de permeabilidad esperable para los campos magnéticos aplicados) y en unas condiciones tales que los resultados de las simulaciones se puedan comparar con resultados analíticos, haciendo posible determinar y corregir los errores asociados únicamente al cálculo numérico.
- Sobre el modelo ya perfeccionado se incorporan distintas curvas de magnetización (las de los fabricantes cuando sean accesibles y las obtenidas experimentalmente), realizando simulaciones no lineales. Estas simulaciones exigen mayores tiempos de CPU, dependiendo del número de iteraciones que deben ejecutarse hasta converger. El número de iteraciones para un modelo con el mismo números de elementos depende de la forma de la curva de magnetización y de la intensidad de los campos magnéticos que existan, pudiéndose dar casos de curvas y valores de campos para las que la simulación no converja. Una vez obtenidos los datos numéricos, se comparan con los

resultados experimentales. La curva de magnetización usada en aquella simulación cuyos resultados numéricos estén más próximos a los experimentales se usa para realizar las posteriores simulaciones.

- Cuando es posible, resultados de simulaciones en modelos más complejos, cuya solución analítica no existe o no es posible determinar utilizando herramientas matemáticas convencionales, se contrastan con medidas realizadas en el LME.

## 2.2. SELECCIÓN Y PROPIEDADES DE LOS MATERIALES MAGNÉTICOS

Para comprobar los resultados numéricos procedentes de las simulaciones con OPERA 3d, es necesario seleccionar materiales cuya curva de magnetización teórica (aquella que se incluye en la base de datos del programa con la extensión \*.bh) se ajuste a la que el material presenta en aquellas condiciones en las se realizan las medidas, y que servirán para contrastar los resultados de las simulaciones. Entre las distintas formas, dimensiones y materiales ofrecidas por los fabricantes se escogió el núcleo magnético Micrometals T300-#D, [MIC 05], con un tamaño y forma muy semejante al de una pinza amperimétrica convencional capaz de medir hasta 1000 A eficaces. Fabricados en EE.UU., se pueden adquirir directamente en España, ya que son elementos muy usados para construir filtros y reactancias para sistemas de electrónica de potencia. Las propiedades eléctricas y magnéticas de estos materiales están accesibles a través de su página web [MIC 05]. Las dimensiones de los toroides escogidos son las siguientes:

- Toroide de sección rectangular de radio interior  $R_{int} = 24,5$  mm, radio exterior  $R_{ext} = 38,6$  mm, altura  $h = 25,4$  mm.

Para esta geometría, existen 12 distintas mezclas de polvo de hierro, lo que permite seleccionar toroides con propiedades magnéticas muy distintas. Se escogieron las siguientes:

- [Micrometals T300-26D]: Polvo de hierro material nº 26, Permeabilidad de referencia  $\mu_{REF} = 75$ , densidad mísica  $7 \text{ g/cm}^3$ , código de colores amarillo-blanco (YW).
- [Micrometals T300-2D]: Polvo de hierro material nº 2, Permeabilidad de referencia  $\mu_{REF} = 10$ , densidad mísica  $5 \text{ g/cm}^3$ , código de colores rojo-sin color (RC).

La característica magnética de un material depende de forma fundamental de cómo se ha magnetizado inicialmente y de su vida magnética anterior, incluyendo mecanizaciones, variaciones de temperatura, etc. [BUL 01]. Los núcleos de polvo de hierro están formado por granos con diámetros entre  $50 \mu\text{m}$  y  $100 \mu\text{m}$ , cubiertos con un barniz aislante. Ese aislante provoca que se comporte como un material con entrehierro distribuido, lo que da lugar a que su permeabilidad decrezca al aplicar campos magnéticos continuos y crecientes, y que la permeabilidad del conjunto sea menor que la correspondiente al material de cada grano [ROB 88]. Esto hace inútil cualquier caracterización basada en corriente continua y suposiciones de reversibilidad al no presentar temperatura de Curie, ya que el barniz se deteriora de forma irreversible superadas ciertas condiciones de temperatura y tiempo [MIC 05].

En el catálogo on-line se encuentran las expresiones matemáticas de las curvas % Permeabilidad de referencia (%  $\mu_{REF}$ ) vs. Valor pico de densidad de flujo AC en Gauss, ( $B_{pk}$ ), válidas para condiciones normales de temperatura y magnetización. Estas son:

$$\% \mu_{REF} = \left[ \left( \frac{10600 + 37,8 \times B_{pk} - 3,56 \cdot 10^{-3} \times B_{pk}^2}{1 + 7,21 \cdot 10^{-5} \times B_{pk} - 7,74 \cdot 10^{-9} \times B_{pk}^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.1)$$

correspondiente al material 26 (Yellow-White) y

$$\% \mu_{REF} = \left[ \left( \frac{9970 + 7,29 \times B_{pk} - 1,18 \cdot 10^{-3} \times B_{pk}^2}{1 + 5,77 \cdot 10^{-4} \times B_{pk} - 8,96 \cdot 10^{-8} \times B_{pk}^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.2)$$

correspondiente al material 2 (Red-Clear).

A partir de ellas se puede deducir la curva de magnetización teórica del material ya que la permeabilidad relativa se obtiene multiplicando el valor de %  $\mu_{REF}$  por la permeabilidad de referencia  $\mu_{REF}$ . Estas curvas se denominaron en este documento YW # MIC y RC # MIC. El número # indica el valor límite de inducción empleado (en Teslas).

La representación de la curva dibujada a partir de la exp. 2.1 se encuentra en las figuras 2.3 y 2.5, nombrada como YW\_1T\_MIC. La correspondiente a la exp. 2.2 está representada en la figuras 2.7 y 2.9, nombrada como RC\_0,1T\_MIC.

Estas curvas de magnetización son válidas en régimen estacionario senoidal con frecuencias en el rango de 60 Hz hasta 10 kHz. El valor del módulo del vector inducción magnética que hay que incluir en la expresión analítica es el valor máximo en el ciclo. La curva de magnetización así obtenida corresponde al punto extremo en el primer cuadrante del recorrido de las parejas de valores  $B$ - $H$  conforme aumenta la amplitud de la corriente que circula por la bobina de excitación, proporcional al valor del módulo del vector intensidad de campo magnético,  $H$ .

### **2.3. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LAS CURVAS DE MAGNETIZACIÓN DE LOS NÚCLEOS DE POLVO DE HIERRO**

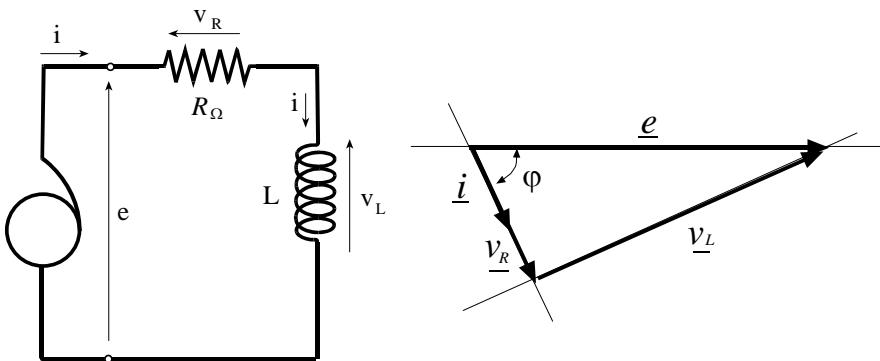
Para determinar experimentalmente la curva de magnetización y poder compararla con la publicada por el fabricante, se realizaron ensayos siguiendo dos métodos que se describen a continuación.

#### **2.3.1. Determinación de la curva de magnetización mediante la medida del coeficiente de autoinducción, $L$**

Este procedimiento permite determinar una curva de magnetización aproximada. Su ventaja es la sencillez de realización, ya que únicamente debe realizarse un bobinado al toroide cuya curva se pretende determinar. Los toroides se bobinaron con 7,95 m de hilo de cobre de  $1 \text{ mm}^2$  de diámetro, longitud correspondiente a 100 vueltas. La resistencia del hilo de cobre,  $R_Q$ , medida a temperatura ambiente fue de  $R_Q = 0,175 \Omega$ . Se construyó un baño isotérmico con aceite dieléctrico refrigerado con células Peltier, para mantener la temperatura de los núcleos constante, y evitar derivas térmicas consecuencia del calor disipado por efecto Joule procedente del hilo de cobre. La alimentación de la bobina se hizo a través de un autotransformador. En todo momento se utilizó directamente la red eléctrica para hacer los ensayos,

por lo que se consideró frecuencia constante de 50 Hz y se despreciaron los efectos capacitivos que a frecuencias mayores aparecen entre las espiras de la bobina y entre la bobina y el núcleo magnético.

Este método utilizando una única bobina arrollada en el toroide viene descrito en la norma IEEE Std 393-1991 [ANS 91] aplicado a la medida de la permeabilidad incremental e inicial, empleando puentes de medida para determinarlas. La medida directa de la fuerza electromotriz que aparece en los extremos de la bobina cuando se hace circular por el hilo una corriente de prueba se utiliza para conocer la permeabilidad pulsante y la permeabilidad aparente  $\mu_Z$  (*impedance permeability*). Esta permeabilidad aparente es la permeabilidad que se obtiene con el método aquí usado, que la norma recomienda cuando la caída de tensión resistiva es despreciable. Si esa condición no se cumple, la fuerza electromotriz debe medirse en una segunda bobina (bobina secundaria) independiente en vacío. No considera la componente de corriente de magnetización en la corriente total absorbida por la bobina ni las componentes armónicas provocadas por la saturación del material.



**Fig. 2.1** Esquema del circuito equivalente y diagrama vectorial de la señales.

Cuando por una bobina circula una corriente eléctrica senoidal de frecuencia  $f$  y valor eficaz  $i_{ef}$ , el valor eficaz de la fuerza electromotriz inducida en los terminales de la bobina,  $v_{L\ eff}$ , viene dada por la expresión

$$v_{L\ eff} = 2 \pi f L i_{ef} \quad (2.3)$$

donde  $L$  es el coeficiente de autoinducción de la bobina, que se considera constante (material lineal). El término  $2 \pi f L$  constituye la impedancia inductiva o reactancia  $X_L$ . El valor de la tensión eficaz aplicada desde el autotransformador,  $e_{ef}$ , es

$$e_{ef} = \left[ R_\Omega^2 + (2 \pi f L)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot i_{ef} = \left[ R_\Omega^2 + (X_L)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot i_{ef} \quad (2.4)$$

Si se desprecia la componente resistiva de la impedancia,  $X_L^2 \gg R_\Omega^2$ , la tensión medida en los extremos de la bobina coincidirá con  $v_{L\ eff}$ . Para materiales que también sean homogéneos e isótropos, el coeficiente de autoinducción de un toroide de sección transversal rectangular de radio interior  $R_{int}$ , radio exterior  $R_{ext}$  y altura  $h$  vale [RES 70]

$$L = N^2 \mu_0 \mu_r h \frac{1}{2 \pi} \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}} \quad (2.5)$$

donde  $N$  es el número total de espiras arrolladas de forma uniforme a lo largo de la superficie del toroide,  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío y  $\mu_r$  la permeabilidad magnética relativa del material. Suponiendo una corriente tal que sitúe el material en puntos de permeabilidad relativa  $\mu_r = 210$ , el coeficiente de autoinducción valdrá  $L = 4,85$  mH. La impedancia reactiva, para una situación estacionaria

senoidal de frecuencia  $f = 50$  Hz, valdrá  $X_L = 1,524 \Omega$ . Este valor es ocho veces superior al de la resistencia, por lo que si se desprecia, la diferencia de potencial medida en los extremos del toroide será aproximadamente igual a la de la bobina  $v \approx v_L$ . Es importante observar que el material presenta esa máxima permeabilidad a valores relativamente altos de  $H$  y, por lo tanto, de corriente. La permeabilidad relativa inicial es de 77; para este valor, la impedancia reactiva valdrá  $X_L = 0,559 \Omega$ , solamente tres veces mayor que la resistencia. Es de esperar que los valores de permeabilidad obtenidos para bajas corrientes sin corregir la caída de tensión resistiva estén afectados por un error no despreciable.

De la integración de la fuerza electromotriz

$$v_L = N \frac{d}{dt} \Phi \Rightarrow \Phi(t) = \frac{1}{N} \int_0^t v_L(t) \cdot dt \quad (2.6)$$

expresión que en régimen estacionario senoidal, sustituyendo el operador  $d/dt$  por  $j\omega$ , se puede escribir como

$$\Phi_{ef} = \frac{1}{N} \frac{1}{2 \pi f} v_{Lef} \quad (2.7)$$

se obtiene el valor eficaz del flujo magnético correspondiente a una espira.

La distribución del módulo del vector densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$  a lo largo de la sección transversal de un toroide no es uniforme. De la aplicación de la ley de Ampère se obtiene

$$B_{ef}(r) = \mu_r \mu_0 \frac{N}{2 \pi r} i_{ef} \quad (2.8)$$

expresión del valor eficaz del módulo de  $\mathbf{B}$  en puntos de la sección y a una distancia  $r$  del centro del toroide.

El valor eficaz del flujo magnético elemental calculado a partir de la exp. 2.8 resulta

$$\Phi_{ef} = \mu_r \mu_0 \frac{N}{2 \pi} \frac{i_{ef}}{r} h \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}} \quad (2.9)$$

De la combinación de las expresiones 2.7, 2.8 y 2.9 se obtiene el valor eficaz del vector inducción magnética o densidad de flujo magnético para un radio  $r$ ,  $B_{ef}(r)$  en función de  $v_{Lef}$

$$B_{ef}(r) = \frac{1}{N 2 \pi f h \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}}} \frac{1}{r} v_{Lef} \quad (2.10)$$

Esta variación inversamente proporcional al radio da lugar a un error cuando el flujo se calcula como el producto del módulo de  $\mathbf{B}$  en el radio medio de la sección por la superficie de esa sección transversal. La diferencia entre el flujo así calculado y el flujo real se hace despreciable cuando la sección es muy estrecha, lo que equivale a relaciones entre el radio interior y el radio exterior cercanas a la unidad. La norma recomienda un valor no inferior a 0,82. El toroide empleado tiene una relación  $R_{int}/R_{ext} = 0,67$ . El radio medio en la sección del toroide escogido es  $R_m = 31,55$  mm.

El valor eficaz del vector intensidad de campo magnético para un radio  $r$ ,  $H_{ef}(r)$ , valdrá

$$H_{ef}(r) = \frac{1}{2} \frac{1}{\pi} N \frac{1}{r} i_{ef} \quad (2.11)$$

expresión deducida de la aplicación de la ley de Ampère y particularizada posteriormente para el radio medio  $R_m = 31,55$  mm.

Para poder comparar los resultados experimentales con los datos del fabricante, hay que transformar los valores  $B_{ef}(r)$  y  $H_{ef}(r)$  a sus correspondientes valores máximos o de pico. Cuando las señales son perfectamente senoidales esta transformación es inmediata, ya que el valor máximo es  $\sqrt{2}$  veces el valor eficaz. En los ensayos realizados, esta condición solo la cumple la señal de  $B_{ef}(r)$ , ya que la forma de onda de  $v_L$  está impuesta por la red. Por lo tanto, el valor de pico del módulo de  $\mathbf{B}$  puede expresarse como

$$B_{pk}(r) = \frac{\sqrt{2}}{N 2 \pi f h \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}}} \frac{1}{r} v_{Lef} \quad (2.12)$$

que corresponde al valor empleado para trazar las curvas de magnetización, particularizado en  $r = 31,55$  mm.

No ocurre lo mismo en el caso de la señal de  $H_{ef}(r)$ . Cuando el material se satura, la forma de onda de la corriente que circula por el circuito de la Fig. 2.1 se deforma, apareciendo armónicos de orden impar, fundamentalmente de orden tres. En este caso,

$$i_{pk} > \sqrt{2} i_{ef} \quad (2.13)$$

No existe, por lo tanto, una relación analítica entre el valor eficaz de la corriente medida en el ensayo y el valor máximo del módulo de  $\mathbf{H}$ . Si comparamos la expresión exacta del valor máximo del módulo de  $\mathbf{H}$ ,

$$H_{pk}(r) = \frac{1}{2} \frac{1}{\pi} N \frac{1}{r} i_{pk} \quad (2.14)$$

con la expresión usada para determinar las curvas de magnetización

$$H_{pk}^{curva}(r) = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1}{\pi} N \frac{1}{r} i_{ef} \quad (2.15)$$

observamos que, al cumplirse la exp. 2.13,

$$H_{pk}^{curva}(r) < H_{pk}(r) \quad (2.16)$$

Este error es la razón de la separación tan pronunciada de los puntos de la curva teórica de magnetización para el material YW con los obtenidos experimentalmente cuando la intensidad de campo magnético supera los 4000 A/m.

Las curvas YW03 y YW04 proceden de ensayos realizados en LME para los toroides yellow-white con el método expuesto en los párrafos anteriores. En el toroide YW03 se mecanizaría posteriormente un entrehierro de 1 mm. El toroide YW04 se dividió en dos partes iguales para hacer los ensayos con dos entrehierros.

Se realizaron medidas en 5 series de 30 muestras (15 desde 0 A hasta 8 A; y 15 desde 8 A hasta 0 A). La corriente se midió con un multímetro digital Yokogawa 7552 F de 5½ dígitos y la fem con un multímetro

digital HP 34401A de 6½ dígitos. En las Fig. 2.2 y Fig. 2.4 se muestran las curvas de magnetización para los toroides YW03 e YW04 respectivamente, y en las figuras Fig. 2.3 y Fig. 2.5 las curvas de permeabilidad relativa frente a  $B$  obtenidas, comparándose con las procedentes de la exp. 2.1.

Los puntos obtenidos experimentalmente en la zona de valores débiles de  $H$  comienzan en torno a 175 A/m; la correspondiente permeabilidad relativa teórica del material es 100, por lo que la impedancia reactiva vale  $X_L = 0,726 \Omega$ , cuatro veces mayor que la impedancia resistiva. El cuarto punto se encuentra en torno a los 700 A/m, que corresponde a una permeabilidad relativa teórica de 175; la impedancia reactiva es 7,25 mayor que la resistiva. Esta es la razón del buen ajuste que se observa entre los valores medidos y los teóricos en el entorno de los 0,1 T (1000 Gs) para los dos toroides yellow-white ensayados.

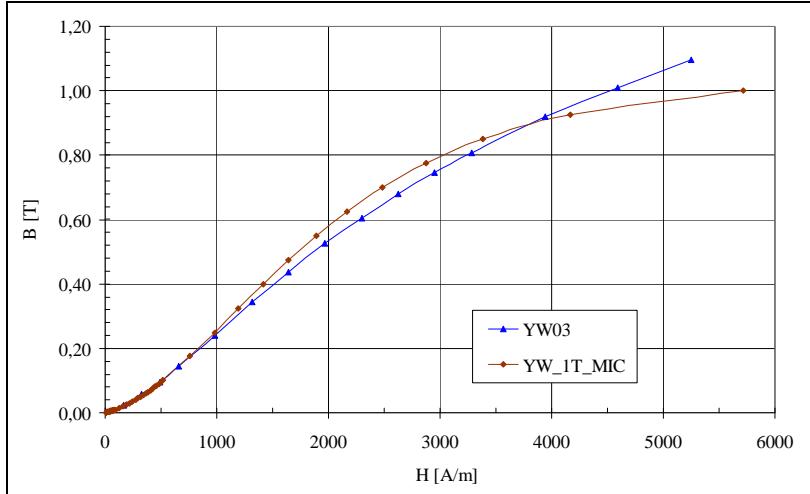


Fig. 2.2 Curvas de magnetización  $B$ - $H$  experimental YW03, y teórica YW\_1T\_MIC.

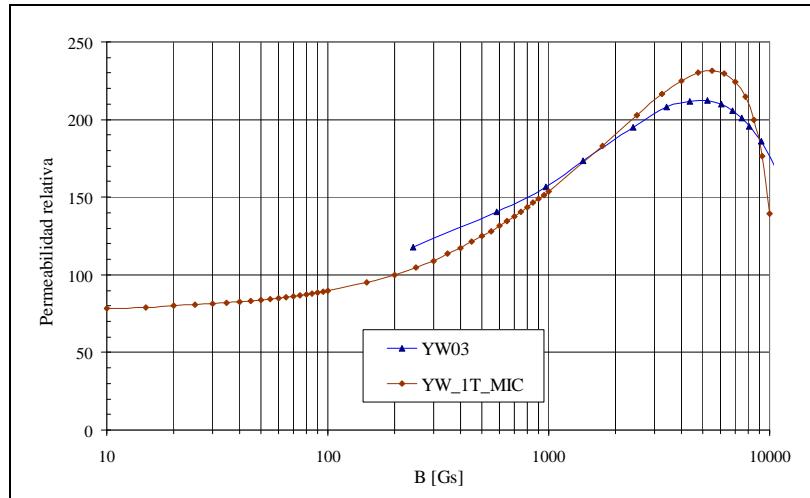


Fig. 2.3 Curvas Permeabilidad relativa- $B$  experimental YW03, y teórica YW\_1T\_MIC.

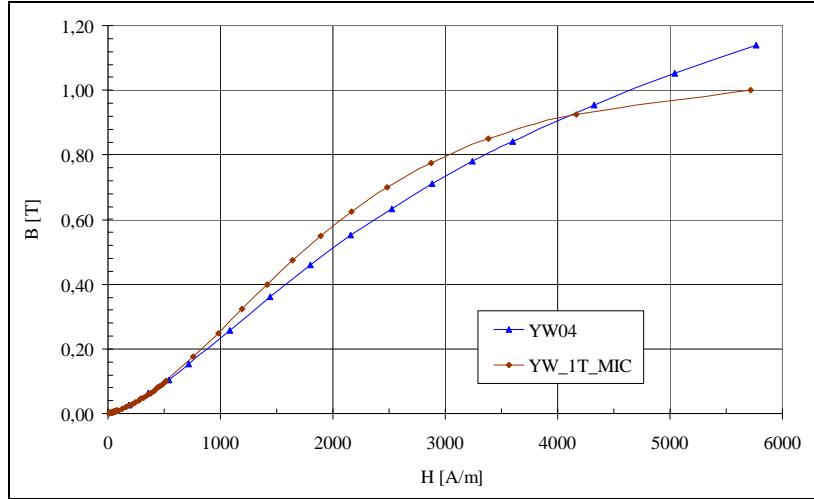


Fig. 2.4 Curvas de magnetización  $B$ - $H$  experimental YW04, y teórica YW\_1T\_MIC.

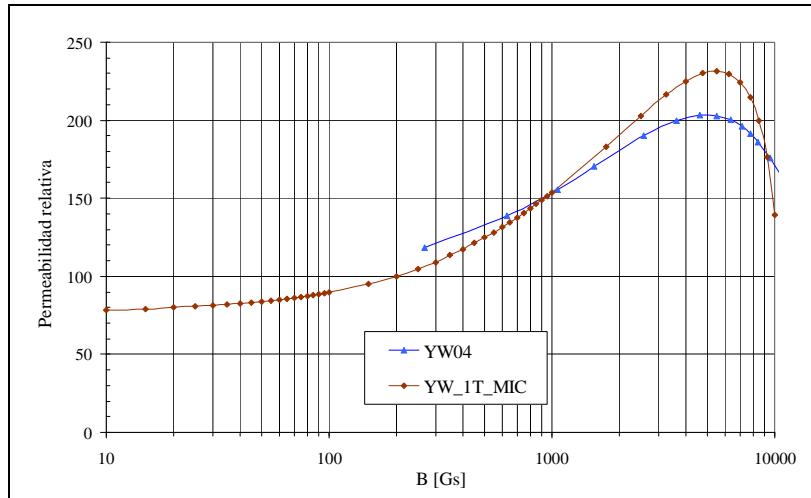


Fig. 2.5 Curvas Permeabilidad relativa- $B$  experimental YW04 y teórica YW\_1T\_MIC.

Las curva RC03 y RC04 se obtuvieron de toroides tipo red-clear que, como en el caso de los YW, se mecanizarían posteriormente para hacer ensayos con uno y dos entrehierros respectivamente. La permeabilidad relativa de este material es muy pequeña (del orden de 10), por lo que la reactancia inductiva  $X_L$  será del orden de  $74,4 \text{ m}\Omega$ , 2,6 veces menor que la resistencia del hilo de cobre. En este caso ya no puede despreciarse el carácter resistivo de la bobina. Las medidas se realizaron como en el caso de los toroides YW. De la exp. (2.4) se deduce el valor eficaz de la fuerza electromotriz inducida en la bobina

$$v_{Lef} = \left[ e_{ef}^2 - v_{R\,ef}^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ e_{ef}^2 - (R_\Omega \cdot i_{ef})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.17)$$

En las figuras Fig. 2.6 y Fig. 2.8 se muestran las curvas de magnetización obtenidas para los toroides RC03 y RC04 respectivamente, y en las Fig. 2.7 y Fig. 2.9 las curvas de permeabilidad relativa frente a  $B$ , comparándose en los cuatro casos con las procedentes de la exp. 2.2.

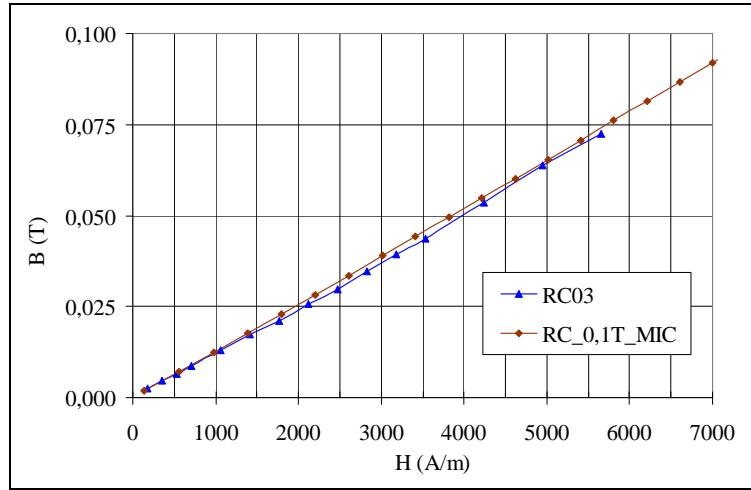


Fig. 2.6 Curvas de magnetización  $B$ - $H$  experimental RC03, y teórica RC\_0,1T\_MIC.

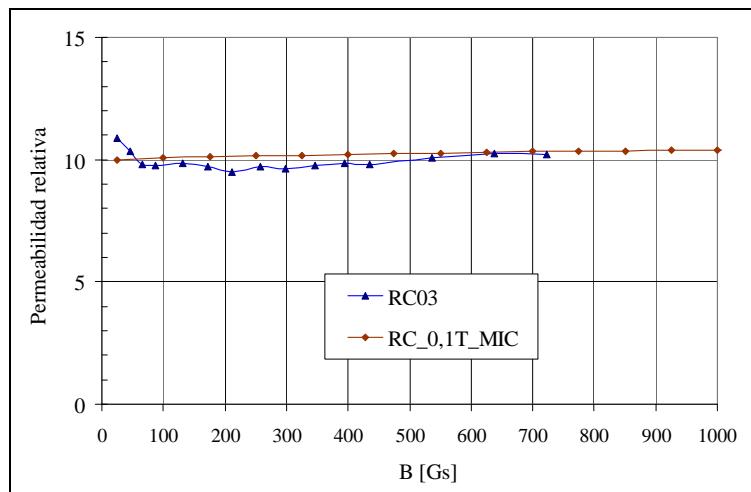


Fig. 2.7 Curvas Permeabilidad relativa- $B$  experimental RC03, y teórica RC\_0,1T\_MIC.

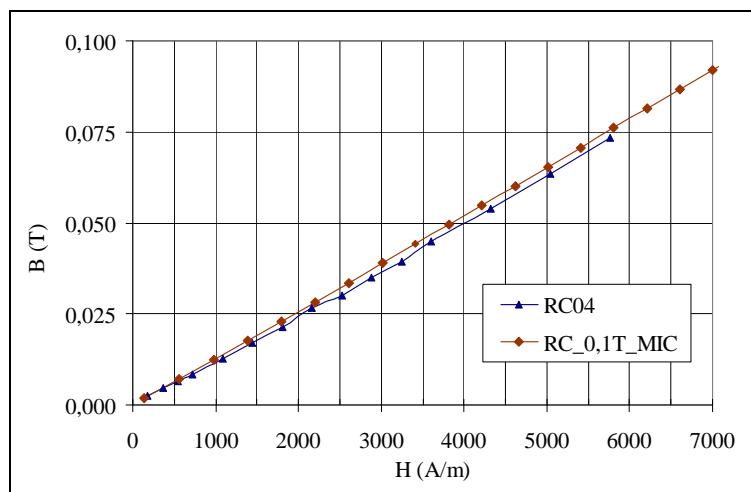


Fig. 2.8 Curvas de magnetización  $B$ - $H$  experimental RC04, y teórica RC\_0,1T\_MIC.

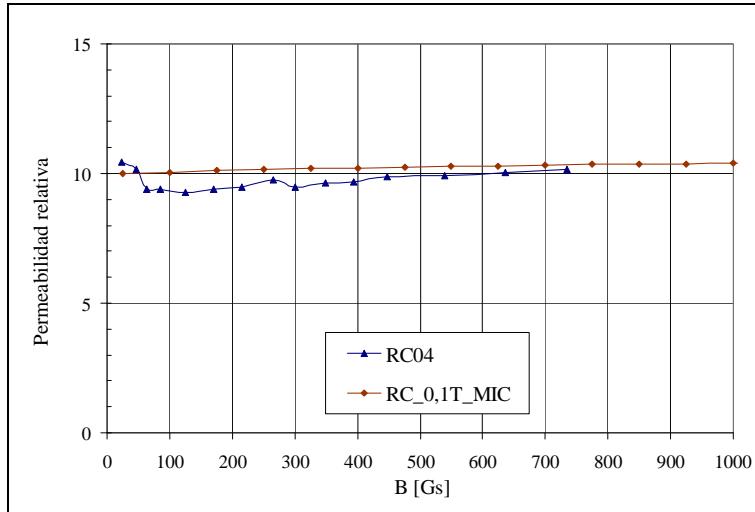


Fig. 2.9 Curvas Permeabilidad relativa-B experimental RC04, y teórica RC\_0,1T\_MIC.

### 2.3.2. Determinación de la permeabilidad y curva de magnetización mediante la prueba de flujo senoidal

Como se ha indicado en el apartado anterior, para realizar una medida correcta de la permeabilidad aparente según la norma y determinar la curva de magnetización, es necesario disponer de un segundo bobinado empleado para medir la diferencia de potencial inducida. La prueba así realizada es denominada en la norma como prueba del flujo senoidal (*Sine-Flux Test*) [ANS 91]. La diferencia de potencial en el bobinado secundario no debe contener más del 5 % de armónicos.

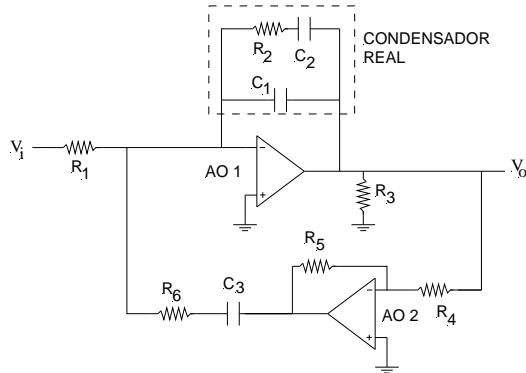
La integración de la señal de fuerza electromotriz en la bobina secundaria mediante un integrador electrónico, permite determinar el flujo magnético a través de la sección de forma más precisa que la indicada en la exp. 2.7. De dicha señal puede deducirse el valor del módulo del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$ , exp. 2.10, en el centro de la sección y junto con el valor del módulo de  $\mathbf{H}$  obtenido de la exp. 2.11 dibujar la curva de magnetización.

Se utilizó un integrador electrónico construido previamente por profesores del Departamento de Ingeniería Eléctrica. Se realizaron pruebas para determinar la permeabilidad y la curva de magnetización de dos toroides Yellow-White, los marcados como YW01 y YW02. En la Tabla 2.1 se indican el número de vueltas de las bobinas primarias y secundarias de cada toroide. Para la bobina secundaria se usó hilo de cobre de 0,3 mm de diámetro. La recomendación de la norma para la bobina secundaria es que el número de vueltas sea suficiente para que la fem inducida en sus extremos pueda medirse con suficiente precisión por el voltímetro empleado en el ensayo.

	Número de vueltas de la bobina primaria ( $N_1$ )	Número de vueltas de la bobina secundaria ( $N_2$ )
Toroide YW01	95	285
Toroide YW02	103	307

Tabla 2.1 Número de vueltas de las bobinas de los toroides en los ensayos con integrador.

El esquema básico del integrador es el siguiente (Fig. 2.10):



**Fig. 2.10** Circuito electrónico usado para integrar la señal de la tensión en la bobina.

donde el AO 1 junto con  $R_1$  y  $C_1$  constituyen el esquema básico. Si bien se ha elegido como  $C_1$  un condensador de buena calidad (polipropileno), la presencia del efecto de *soakage* (modelizado por  $R_2$  y  $C_2$ ) pueden degradar la calidad del integrador por lo que se ha empleado el AO 2 configurado como inversor junto con la red  $R_6$  y  $C_3$  para la compensación de dicho efecto. Suponiendo una compensación completa, la relación de la tensión de salida con respecto a la entrada es:

$$v_o(t) = \frac{1}{R_1 C_1} \int_0^t v_i(\tau) d\tau = \frac{1}{R_1 C_1} N_2 \Phi(t) \quad (2.18)$$

El valor de  $C_1$  es de 150 nF nominales y  $R_1 = 47 \text{ k}\Omega$ . El efecto de *soakage* parásito, modelizado por  $R_2$  y  $C_2$ , se midió excitando el condensador con corriente alterna mediante una fuente de corriente. Se tomaron medidas a las frecuencias de 45, 95 y 145 Hz dado que estaban en el entorno de la frecuencia fundamental de trabajo lo que arrojó los siguientes resultados:  $C_1 = 154,1 \text{ nF}$ ,  $C_2 = 0,92 \text{ nF}$ ,  $R_2 = 3,98 \text{ M}\Omega$ . La compensación del *soakage* se hizo mediante un amplificador inversor de ganancia -1 ( $R_4 = R_5 = 33 \text{ k}\Omega$ ) y  $R_6 = 3,9 \text{ M}\Omega$  y  $C_3 = 1 \text{ nF}$ . Para el AO<sub>2</sub> se eligió un TL081. La resistencia  $R_3 = 8,2 \text{ k}\Omega$  permite aumentar la linealidad de AO<sub>1</sub> (OP177).

Como fuente de corriente se empleó el calibrador Fluke 5500 A del LME, que pudo alimentar a las bobinas primarias con una señal pura senoidal de 50 Hz en el rango de 0 mA hasta 1000 mA. El valor eficaz de la fem inducida en las bobinas secundarias ya integrada,  $v_o$ , se midió con un polímetro digital Agilent, de 6½ dígitos. En la Fig. 2.11 se muestra las curvas de permeabilidad relativa frente al módulo de  $\mathbf{B}$  obtenida y se compara con la curva del fabricante. En la Fig. 2.12 se representan las curvas de magnetización. En las dos gráficas se incluyen puntos de las curvas experimentales YW03 (♦) e YW04 (●).

Estas medidas se complementan con las obtenidas con los ensayos del coeficiente de autoinducción. El valor del módulo de  $\mathbf{B}$  ya no se ve afectado del error debido a la componente resistiva de la impedancia, al medirse la señal a través de una bobina independiente por la que no circula corriente. La señal de corriente eléctrica es senoidal pura, por lo que en caso de no linealidad sería la señal de  $\mathbf{B}$  la que resultase deformada. Ahora bien, este error queda muy reducido debido al empleo del integrador y a que los puntos medidos están situados en la parte más baja de la curva de magnetización. Se observa en las gráficas de las Fig. 2.11 y Fig. 2.12 que los resultados del método usando un integrador electrónico se separan de la curva teórica del fabricante en los valores comprendidos entre 0 A/m y 200 A/m, encontrándose los valores obtenidos más próximos a los medidos mediante el coeficiente de autoinducción para los toroides YW03 y YW04. Conforme aumenta la intensidad de campo aplicada, los valores teóricos y experimentales obtenidos mediante los dos procedimientos van aproximándose.

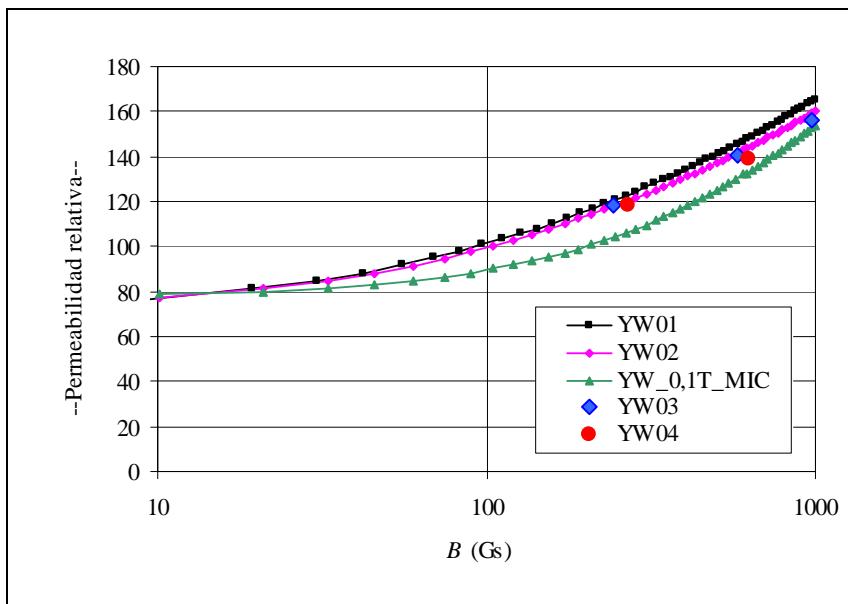


Fig. 2.11 Curvas Permeabilidad relativa- $B$  experimentales de los toroides YW01, YW02, y teórica YW\_1T\_MIC.

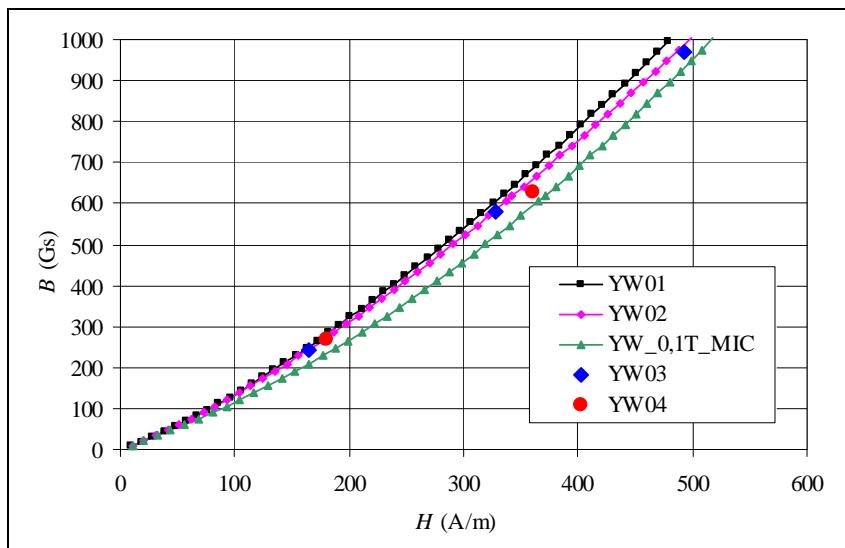


Fig. 2.12 Curvas de magnetización  $B$ - $H$  experimentales de los toroides YW01, YW02, y teórica YW\_1T\_MIC.

## 2.4. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE LA CURVAS DE MAGNETIZACIÓN DE LA PANTALLA FERROMAGNÉTICA

La comprobación experimental de los resultados obtenidos mediante el MEF de los efectos de apantallamiento magnético, desarrollado en el capítulo 5 de este documento, exigía conocer las dimensiones y el material de la pantalla antes de realizar los modelos. Las medidas venían impuestas por:

- los toroides empleados en los capítulos precedentes y las distancias normalizadas empleadas para situar los cables exteriores,
- las medidas con las que se comercializan los materiales ferromagnéticos.

La existencia en el Departamento de Ingeniería Eléctrica de retales de chapa de acero al silicio de grano orientado empleado para la fabricación de núcleos de pequeños transformadores fue la razón para escoger este material. Las chapas tiene un espesor de una centésima de pulgada, 0,265 mm, aislada con capas de barniz de 0,005 mm. Se encuentra mecanizada en cintas de 50 cm de largo y 38 mm de ancho. Esta anchura fue la que impuso la altura de la pantalla magnética.

La simetría cilíndrica quedaba impuesta por la geometría de los instrumentos que se están analizando. Para conseguir que la chapa adquiriese esa forma se adherió a la pared interna de un tubo de PVC de la misma altura que la chapa, de radio interior 53 mm y espesor 3 mm. La unión de los dos extremos de la chapa da lugar a una sección de aire muy delgada que, al actuar como un entrehierro, puede provocar cierta linealización en la curva magnética del material.

Un cable de cobre de 6 mm de diámetro, recto de 2 m de longitud centrado en la pantalla se utilizó como primario de una única vuelta. Este cable cierra el circuito que, para la calibración de instrumentos de medida de corriente eléctrica, hay instalado en el LME. Para obtener la curva de magnetización, se bobinó un arrollamiento secundario de  $N = 200$  vueltas de hilo de cobre de 0,1 mm de diámetro alrededor de una sección de la chapa y limitada por una ranura de anchura 2 mm que se realizó en la pared de PVC. La sección total de la bobina rodeando la chapa se estimó en  $120 \text{ mm}^2$ , de los cuales  $9,625 \text{ mm}^2$  (8 %) correspondían a material ferromagnético y el resto a aire (ver Fig. 2.13).

Con esta estructura, la señal integrada de la fem inducida en la bobina secundaria,  $v$ , puede ser transformada en el valor de inducción magnética en la sección del núcleo, al ser los radios interior y exterior casi iguales y, por lo tanto, poder considerar el módulo de  $\mathbf{B}$  constante a lo largo de la sección (la relación entre los radios interior y exterior es en este caso de 0,995). Al circular la corriente eléctrica senoidal por el cable central,  $i$ , esta crea un campo magnético en el espacio que lo rodea cuyas líneas de fuerza son circunferencias concéntricas. Las componentes tangenciales de  $\mathbf{H}$  en el aire y en la pantalla (las únicas que existen) se conservan al pasar de un medio a otro. El vector  $\mathbf{B}$  en el material será paralelo a  $\mathbf{H}$ , y su módulo el de  $\mathbf{H}$  por la permeabilidad del material para ese valor de  $\mathbf{H}$ . Sigue existiendo el error asociado a la deformación de la forma de onda de la fem en la bobina secundaria al alcanzarse los puntos del codo de saturación del material.

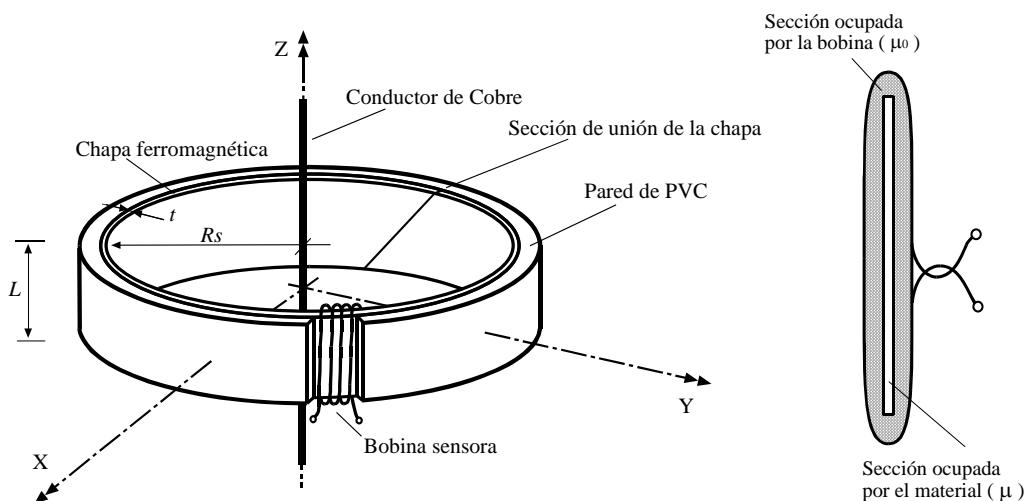


Fig. 2.13 Esquema de la pantalla magnética en la prueba para la determinación de la curva de magnetización.

El valor eficaz de la corriente eléctrica es, en este ensayo, senoidal sin contenidos armónicos, ya que se trata de la corriente que circula por el circuito de calibración del LME. El valor máximo del vector  $\mathbf{H}$  vendrá dado en este ensayo por la expresión

$$H_{pk}(r) = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1}{\pi r} i_{ef} \quad (2.19)$$

Al alcanzarse los puntos del codo de saturación, la fem en la bobina se deforma cumpliéndose en este caso

$$v_{pk} < \sqrt{2} v_{ef} \quad (2.20)$$

En este ensayo, no existe relación analítica entre el valor máximo del módulo de  $\mathbf{B}$  y el valor eficaz de  $v$ . Si comparamos las expresiones exactas para el valor máximo de  $\mathbf{B}$

$$B_{pk}(r) = \frac{1}{N 2 \pi f h \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}}} \frac{1}{r} v_{pk} \quad (2.21)$$

con el empleado para determinar la curva de magnetización de la chapa magnética

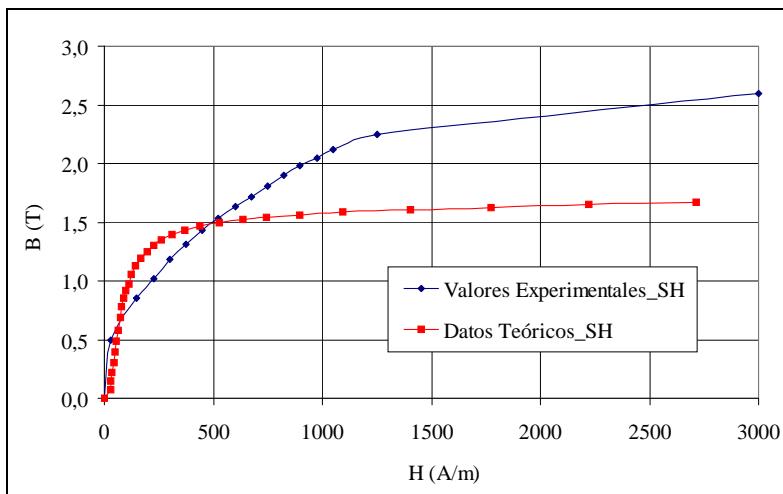
$$B_{pk}^{curva}(r) = \frac{\sqrt{2}}{N 2 \pi f h \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}}} \frac{1}{r} v_{ef} \quad (2.22)$$

se comprueba que, cumpliéndose la exp. 2.20,

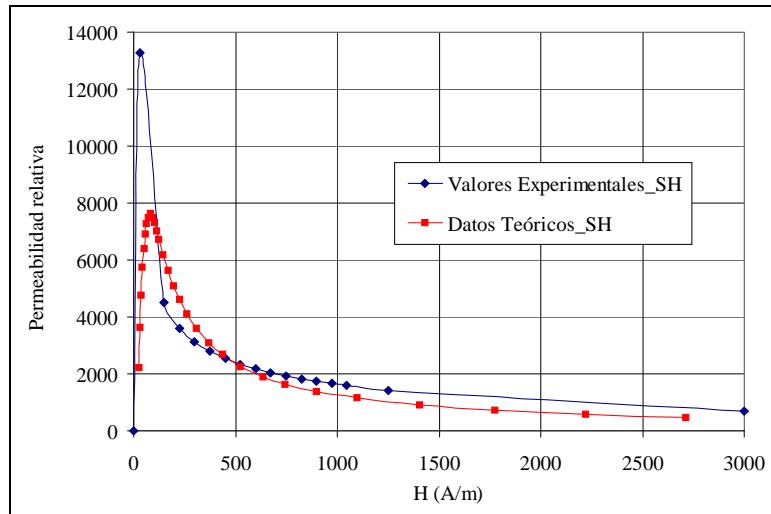
$$B_{pk}(r) < B_{pk}^{curva}(r) \quad (2.23)$$

La corriente eléctrica se midió con un transformador de corriente Hartmann & Braun clase 0,2 y un multímetro digital Yokogawa 7552 de 5½ dígitos. La fem en la bobina se midió con un multímetro Agilent 34401A de 6½ dígitos. Se obtuvieron 16 valores de la fem a partir de 16 valores de corriente desde 10 A hasta 650 A.

Los valores obtenidos en estos ensayos se compararon con datos de una chapa de acero al silicio comercial diferente de la usada en este trabajo, Figuras 2.14 y 2.15.



**Fig. 2.14** Curvas de magnetización  $B$ - $H$  de la chapa magnética. Los datos teóricos proceden de una chapa comercial diferente a la empleada en los ensayos.



**Fig. 2.15** Curvas Permeabilidad relativa- $H$  de la chapa magnética. Los datos teóricos proceden de una chapa comercial diferente a la empleada en los ensayos.

La permeabilidad relativa máxima obtenida en los ensayos es superior al valor teórico, y los valores de permeabilidad relativa coinciden en el entorno de 500 A/m, que corresponde a una intensidad de corriente eléctrica circulando por el cable central de 110 A. Cuando la intensidad de corriente supera ese valor, el error debido a la exp. 2.23 provoca una diferencia entre los valores experimentales y los teóricos que aumenta al aumentar la intensidad de corriente eléctrica. Se pueden, por lo tanto, considerar como correctos únicamente los valores experimentales obtenidos hasta alcanzar una intensidad de corriente de 100 A, ya que a partir de ese valor el nivel de saturación del material da lugar a que los valores de  $\mathbf{B}$  obtenidos mediante la exp. 2.22 estén muy por encima de los máximos valores de  $\mathbf{B}$  que presenta este material. También debe descartarse el valor de permeabilidad relativa obtenido para el mínimo valor de corriente eficaz, 10 A, correspondiente a un valor de intensidad de campo de 30 A/m. Ese valor de permeabilidad es demasiado alto, y el error en su estimación procede de ser puntos de la curva de magnetización de variaciones bruscas de pendiente, que dificultan la medida exacta del valor eficaz del módulo de  $\mathbf{B}$ .

CAPÍTULO 3

**NÚCLEOS SIN ENTREHIERROS. INFLUENCIA DE CORRIENTES  
EXTERIORES**



### 3.1. INTRODUCCIÓN

La posición del cable interior respecto del núcleo magnético en donde se encuentra el arrollamiento o bobina sensora es un posible fuente de error analizada en varios trabajos. P. Miljanic hace referencia a este error en su contribución sobre la inductancia mutua (*mutual inductor*) empleada para medir una alta corriente eléctrica en presencia de campos eléctricos y magnéticos muy intensos [MIL 97]. P. Pouliche et al. documenta con detalle este efecto al describir el diseño de un transformador de corriente eléctrica de alta frecuencia [POU 01, POU 03].

Las distorsiones en los campos magnéticos debidas a corrientes eléctricas que circulan por conductores exteriores a los núcleos o a los sensores magnéticos situados en torno al conductor cuya corriente se pretende medir (denominadas en la literatura anglosajona como *magnetic crosstalk*) han sido objeto de numerosos trabajos en los últimos años. Ello se debe a la aparición de sensores de campo magnético (sensores de efecto Hall, sensores magnetorresistivos, sensores ópticos) que, combinados o no con núcleos de material magnético, pueden competir en precio y características con los transformadores de corriente convencionales. Al carecer muchos de ellos de núcleos de alta permeabilidad para evitar no linealidades, son más vulnerables a campos magnéticos externos.

Usando los sistemas convencionales, R. Shiyan estima en no más de 40  $\mu\text{A}/\text{A}$  el error relativo debido a corrientes exteriores o a cambios de posición del conductor interior en un calibrador para muy altas corrientes descrito en [SHI 90]. S.C. Bera et al. utiliza en [BER 03\_I] un sistema de medida de corriente continua con dos núcleos toroidales conectados en serie. Afirma que los errores debidos a campos magnéticos exteriores quedan compensados en la señal de salida diferencial.

M. Imamura estudia en [IMA 98] la influencia que, para el diseño de un transformador de corriente basado en sensores ópticos, tienen las tres pletinas conductoras que forman parte de un sistema trifásico de 3-6 kV y 600-1200 A, aportando soluciones para reducir los efectos de *crosstalk* debidos tanto a las corrientes reales como a las corrientes parásitas inducidas en las pletinas. También en un trabajo para la optimización de un transductor óptico de corriente P. Niewczas et al. [NIE 01] utiliza el MEF con el programa *Oersted* para calcular en 2D los campos magnéticos creados por conductores próximos al sensor considerando el efecto pelicular en conductores. Analiza conductores con distintas secciones transversales por los que circula una corriente de 1000 A de intensidad eficaz de 50 Hz, y comprueba si el sensor afectado por el campo magnético creado por estos conductores exteriores cumpliría las especificaciones de la norma para instrumentos de clase 0,1 y 5P30.

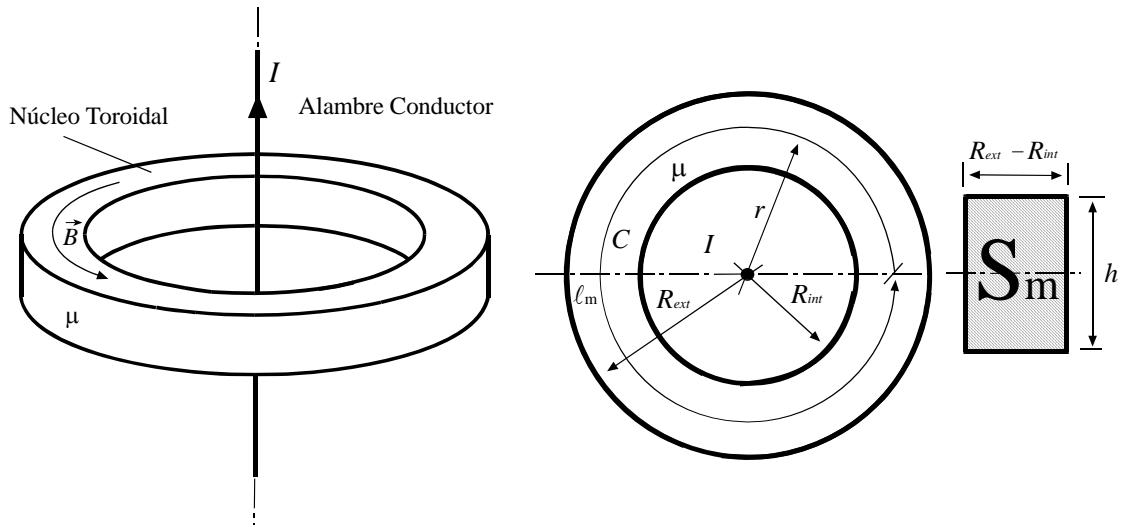
Otra aportación interesante al estudio de las perturbaciones procedentes de corrientes exteriores es la desarrollada por los miembros del Departamento de Electrotecnia del Politécnico de Milán. Partiendo de la idea de medir la corriente eléctrica con un conjunto de sensores de campo magnético distribuidos uniformemente en puntos de una circunferencia concéntrica con el conductor cuya intensidad de corriente se quiere medir, desarrollan en [BAZ 00] (con cuatro sensores magnetorresistivos) y en [DIR 01] (con ocho sensores de efecto Hall) algoritmos para filtrar digitalmente la señal, descartando aquella parte que no se corresponde con la del conductor central. En [DAN 01] desarrollan un algoritmo para la medida de corriente de un sistema trifásico de conductores rectangulares de 3200 A basándose en seis sensores de efecto Hall. Para determinar los coeficientes del algoritmo utilizan dos métodos, el MEF y las medidas en el laboratorio, que posteriormente comparan.

En este capítulo describo el procedimiento analítico de cálculo de campos magnéticos mediante la teoría de circuitos magnéticos y la aplico a los casos particulares de estudio. Estos resultados se comparan posteriormente con los obtenidos mediante el MEF. A continuación muestro el desarrollo de los modelos empleados en el cálculo numérico, determinando su precisión y comparando los resultados con los obtenidos analíticamente. Se incluyen un conjunto de medidas obtenidas en el LME con objeto de establecer la validez de los modelos y de las curvas de magnetización incluidas en las simulaciones no

lineales. Posteriormente determino la influencia de corrientes circulando a través de cables exteriores sobre las señales procedentes de la corriente que circula por el cable interior. Para ello describo los modelos creados, que combinan cuatro posiciones del cable exterior. Se muestran los resultados numéricos en simulaciones lineales del flujo magnético y se emplean para tratar de determinar la precisión de los resultados para los modelos desarrollados y si pueden aplicarse para establecer una determinada clase del instrumento construido con la geometría del toroide y diferentes materiales magnéticos. Por último, propongo alternativas constructivas que mejoran la precisión del instrumento.

### 3.2. ANÁLISIS DE CIRCUITOS MAGNÉTICOS SIN ENTREHIERROS

El cálculo analítico de los campos magnéticos en materiales no lineales se ha realizado mediante la teoría de los circuitos magnéticos. Esta se basa en aplicar la ley de Ampère de forma integral a trayectorias cerradas que pueden o no abrazar corriente, calculando el flujo magnético de forma aproximada, como el producto de la sección transversal por el valor medio del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  en la sección. El vector intensidad de campo  $\mathbf{H}$  se supone constante en módulo y tangente en dirección a lo largo de una trayectoria media en cada uno de los materiales.



**Fig. 3.1** Circuito magnético elemental.

Partiendo de las ecuaciones de Maxwell en su expresión integral (sin considerar la corriente de desplazamiento) [REI 96]

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (3.1)$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_{\text{Abrazada por } C} \quad (3.2)$$

Para el toroide de la Fig. 3.1 y para una línea media  $C$  (circunferencia de radio medio), considerando la permeabilidad constante en la trayectoria se cumplirá:

$$\left. \begin{aligned} \int_{\ell_m} \vec{H}_m \cdot d\vec{\ell} &= I_{\text{Abr}} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_{\ell_m} \frac{\vec{B}_m}{\mu} \cdot d\vec{\ell} = I_{\text{Abr}} \Rightarrow \frac{B_m}{\mu} \cdot \ell_m = I_{\text{Abr}} \quad (3.3)$$

multiplicando y dividiendo el término de la izquierda de la ecuación anterior por la sección transversal  $S_m$  obtenemos:

$$\frac{B_m \cdot S_m}{\mu \cdot S_m} \cdot \ell_m = I_{Abr} \quad (3.4)$$

El numerador del término de la izquierda es el valor del flujo magnético  $\Phi$  en el circuito, suponiendo el vector  $\mathbf{B}$  uniforme en toda la sección

$$B_m \cdot S_m = \Phi \quad (3.5)$$

De las expresiones (3.4) y (3.5) se obtiene

$$\frac{\Phi}{\mu \cdot S_m} \cdot \ell_m = I_{Abr} \quad (3.6)$$

A los factores que acompañan al flujo magnético se les denomina reluctancia magnética,  $\mathfrak{R}$ , y a la corriente total abrazada por la circulación  $C$ , fuerza magnetomotriz,  $\mathcal{F}_{mm}$ . La exp. 3.6 puede, por lo tanto, resumirse en:

$$\frac{\Phi}{\mu \cdot S_m} \cdot \ell_m = \Phi \mathfrak{R}_m = \mathcal{F}_{mm} \quad (3.7)$$

que se conoce como la ley de Hopkinson [FRA 95].

El valor de la permeabilidad relativa es desconocido, dependiendo su valor de la corriente abrazada. Por ello, para calcular  $B_m$  y  $\Phi$  hay que partir del valor de  $H$  impuesto por la corriente eléctrica y utilizar la curva de magnetización. Se ha realizado este cálculo analítico para las tres curvas de magnetización YW03, YW04 e YW\_1T\_MIC, descritas en el Capítulo 2 y una corriente circulando por el cable central de valores  $I = 15$  A,  $I = 150$  A y  $I = 300$  A. Los resultados para  $B_m$  se muestran en la Tabla 3.1 y los obtenidos para  $\Phi$  en la Tabla 3.2.

Los valores correspondientes de inducción magnética y flujo magnético para un toroide de material Red-Clear pueden calcularse de forma directa, al presentar este material una permeabilidad relativa prácticamente constante de valor  $\mu_r = 10$ . El flujo magnético calculado analíticamente para el campo magnético creado por un cable de longitud infinita viene dado por la expresión [RES 70]

$$\Phi = \mu_0 \mu_r h \frac{1}{2 \pi} I \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}} \quad (3.8)$$

que en el caso de material Red-Clear y para una corriente de 150 A vale  $\Phi = 3,464 \mu\text{Wb}$ . Aplicando la exp. 3.3 se calcula el valor de  $B_m$

$$B_m = \frac{\mu}{\ell_m} \cdot I_{Abr} = 9,509 \text{ mT}$$

	YW03 [mT]	YW04 [mT]	YW_1T_MIC [mT]	RC_0,1T_MIC [mT]
$I = 15 \text{ A}$	11,228	11,264	8,345	0,9509
$I = 150 \text{ A}$	173,24	164,44	174,0	9,509
$I = 300 \text{ A}$	400,8	381,69	433,0	19,018

**Tabla 3.1** Valor medio del módulo de  $\mathbf{B}$  calculado analíticamente para cuatro curvas de magnetización.

	YW03 [ $\mu\text{Wb}$ ]	YW04 [ $\mu\text{Wb}$ ]	YW_1T_MIC [ $\mu\text{Wb}$ ]	RC_0,1T_MIC [ $\mu\text{Wb}$ ]
$I = 15 \text{ A}$	4,02125	4,0343	2,989	0,3463
$I = 150 \text{ A}$	62,044	58,893	62,32	3,464
$I = 300 \text{ A}$	143,5425	136,70	155,07	6,928

**Tabla 3.2** Flujo magnético  $\Phi$  calculado analíticamente para cuatro curvas de magnetización.

### 3.3. MODELOS Y CÁLCULO NUMÉRICO

#### 3.3.1. Modelos NOGAP.I y NOGAP.II. Simulaciones lineales

El propósito del trabajo descrito en este apartado es el desarrollo de un modelo que, simulado mediante el MEF, permita calcular los valores del vector inducción magnética y de su flujo a través de una superficie transversal del toroide, y determinar los errores asociados al cálculo numérico. Parto de un modelo constituido por un cable central recto de sección  $S' = 1 \text{ mm}^2$  y longitud  $\mathcal{L} = 2 \text{ m}$ . El toroide es de sección rectangular de radio interior  $R_{int} = 24,5 \text{ mm}$ , radio exterior  $R_{ext} = 38,6 \text{ mm}$  y altura  $h = 25,4 \text{ mm}$ . El valor de intensidad de corriente eléctrica  $I$  que escogí fue de 300 A. Las diferencias de los valores del módulo del vector inducción magnética en los radios interior y exterior del toroide vacío,  $\mu_r = 1$ , calculados teóricamente mediante la expresión de Biot-Savart (alambre de longitud finita), exp. 3.9 [RES 70]

$$|\vec{B}(r)| = \frac{\mu_r \mu_0}{2\pi} \frac{\mathcal{L}}{r} \frac{1}{(4r^2 + \mathcal{L}^2)^{\frac{1}{2}}} I \quad (3.9)$$

y la ley de Ampère (alambre de longitud infinita), exp. 3.10 [RES 70]

$$|\vec{B}(r)| = \mu_r \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \quad (3.10)$$

para los valores de corriente eléctrica y la longitud del cable usados se muestran en la Tabla 3.3.  $r$  es la distancia desde el eje del cable al punto contenido en un plano bisectriz del cable y  $\mathcal{L}$  es la longitud del cable.

	Biot-Savart ( $\mathcal{L} = 2$ m)	Ampère ( $\mathcal{L} \approx \infty$ )	Error (%)
$B$ ( $r = 24,5$ mm), $I = 300$ A [mT]	2,44824	2,44898	3,0E-02
$B$ ( $r = 38,6$ mm), $I = 300$ A [mT]	1,55325	1,55324	7,4E-02

**Tabla 3.3** Desviación de valores del módulo del vector inducción magnética en la aproximación del hilo infinito.

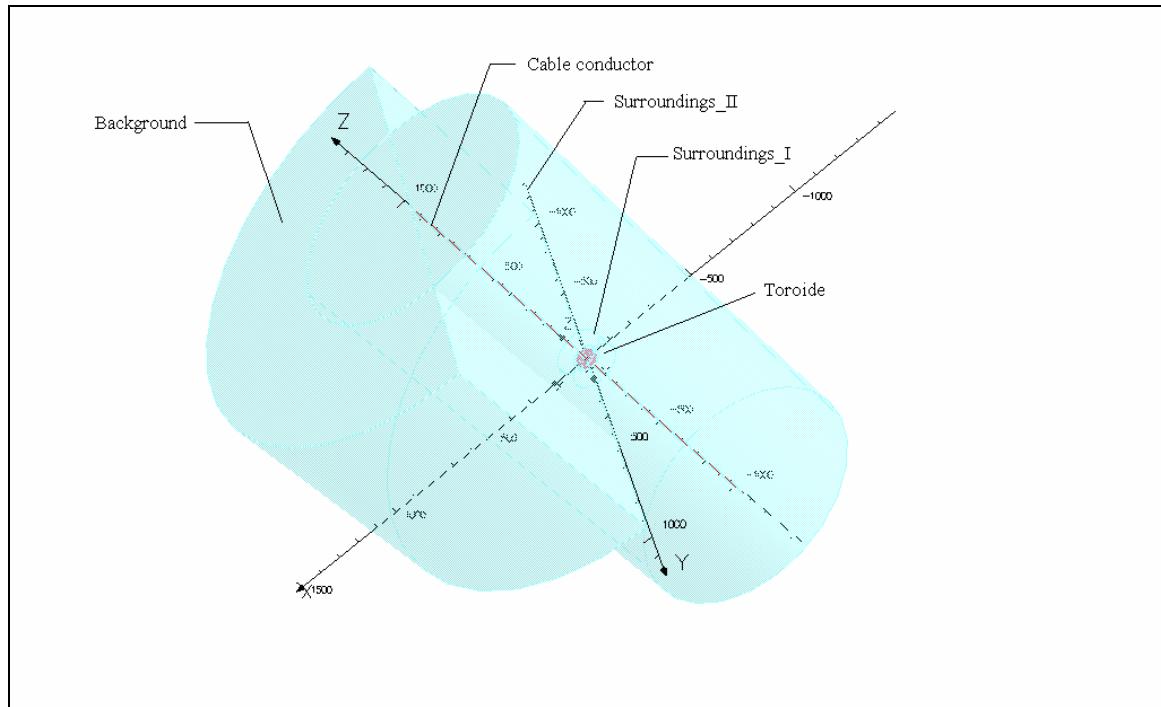
Para poder comparar los valores de la simulación numérica con valores exactos procedentes de la exp. 3.9, el material del toroide se considera en este primer modelo lineal de permeabilidad relativa  $\mu_r = 210$ . Este valor de permeabilidad relativa es el que presenta el material YW para valores de  $\mathbf{H}$  en torno a 1500 A/m. De la exp. 3.9, y para puntos de la circunferencia de radio medio se cumplirá

$$|\vec{H}(r = 31,55 \text{ mm})| = \frac{1}{2\pi} \frac{\mathcal{L}}{r} \frac{1}{(4r^2 + \mathcal{L}^2)^{\frac{1}{2}}} I = 1512,61 \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad (3.11)$$

siendo  $1236,04 \text{ A/m} < H < 1948,2 \text{ A/m}$  el intervalo de variación del módulo de  $\mathbf{H}$  en el interior del toroide y para puntos que se encuentran en el plano bisectriz.

El modelo simulado mediante el método de los elementos finitos, Mod. NOGAP.I, tiene sus fronteras en las superficies de un cilindro de altura 2 m y radio 1 m, Fig. 3.2 y Fig. 3.3. Se ha mantenido el volumen de material magnético con potencial total (por recomendación de Vector Fields), y en el que existen cortes de potencial escalar reducido  $\varphi^*$  añadidos automáticamente. Con potencial reducido se han definido dos volúmenes, el *wire\_case* (volumen cilíndrico que rodea al cable conductor, de altura 2 m y radio 2,5 mm) y el *surroundings\_I* (volumen cilíndrico de altura 0,1 m y radio 0,1 m). Para optimizar tiempo y recursos del ordenador, solamente se ha simulado la mitad del espacio al considerar la simetría respecto del plano OYZ (en ese plano, el vector  $\mathbf{B}$  únicamente tiene componente  $B_x$ ). El *background*, celda que limita el espacio a mallar y en cuyas superficies se imponen las condiciones de contorno, se ha definido como un volumen semicilíndrico de altura 2 m y bases dos semicírculos de radio 1 m comprendidos entre  $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$ . El modelo tiene  $350 \cdot 10^3$  nodos y  $900 \cdot 10^3$  elementos tetraédricos. Esta simulación lineal se ejecuta en tres minutos usando un PC con sistema operativo MS Windows XP, 512 MB RAM y procesador INTEL x86 de 1,6 GHz.

Al tratarse de un problema de fronteras abiertas, las distancias desde los lugares en los que se quiere calcular con exactitud las magnitudes físicas hasta las superficies en donde se imponen las condiciones de contorno deben ser suficientemente grandes como para considerar esas magnitudes de valor despreciable en los puntos extremos del espacio a modelizar. Así, en este modelo, en la superficie lateral del cilindro límite el módulo del vector inducción magnética para una corriente de 300 A es 0,013 % el valor mínimo del módulo del vector inducción magnética en el toroide. También se comprobó que, para esa corriente de 300 A, el cambio de las condiciones de contorno tangenciales por las normales en la superficie lateral no modificaban significativamente los resultados de la simulación (Tabla 3.4), lo que garantiza que el truncamiento en el espacio considerado no introduce un error importante en los resultados para la región de interés.



**Fig. 3.2** Mod. NOGAP.I antes de ser mallado. En el interior, en color rojo, se encuentra el toroide.

	Condición de contorno tangencial	Condición de contorno normal	Error Máximo (%)
$B (r = 31,55 \text{ mm}), I = 300 \text{ A [T]}$	0,39911	0,39912	1,97E-03

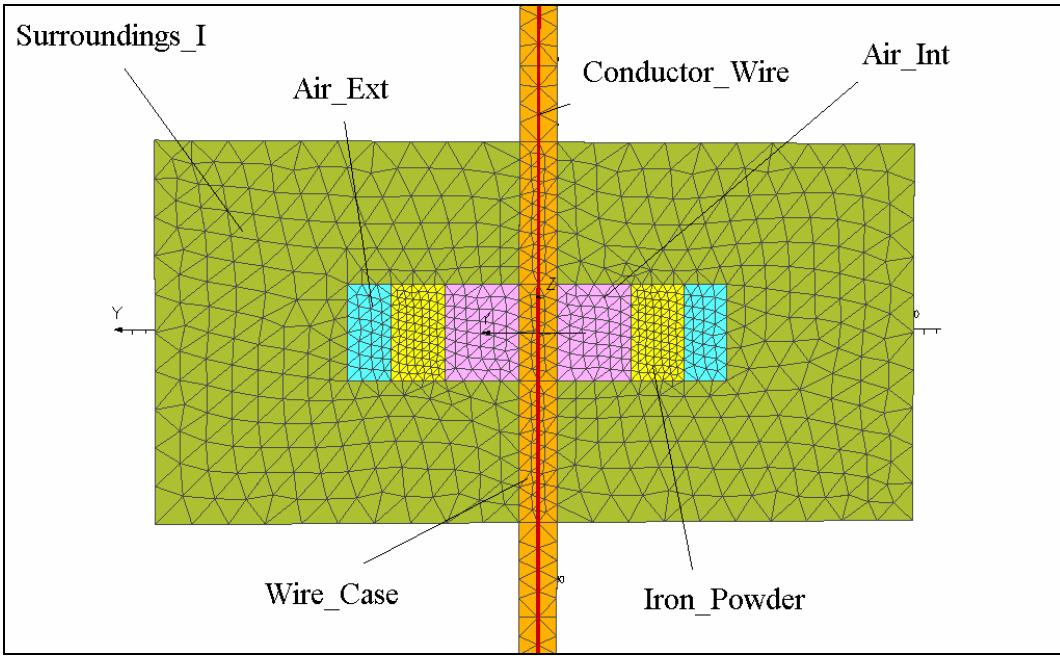
**Tabla 3.4** Valores medios de módulo de  $\mathbf{B}$  para simulaciones con condición de contorno tangencial y condición de contorno normal, Mod. NOGAP.I. El error máximo es la máxima diferencia relativa observada en el valor de  $\mathbf{B}$  entre posiciones idénticas de una circunferencia de centro en el eje Z y radio 31,55 mm. Para ambos casos la frontera se encuentra en una superficie cilíndrica de radio 1 m.

Los resultados de los errores medios obtenidos en la simulación magnetostática (Tosca Mod. NOGAP.I) se exponen en la Tabla 3.5. Para los dos casos, la circunferencia y el tramo radial, se compararon 100 valores teóricos con los correspondientes numéricos.

En este modelo se incluirá posteriormente la curva de magnetización del material no lineal.

	Error medio (%) (Ampère)	Error máximo (%) (Ampère)	Error medio (%) (Biot-Savart)	Error máximo (%) (Biot-Savart)
Circunferencia $r = 31,55 \text{ mm}$	6,3E-02	1,1E-01	1,6E-02	5,7E-02
$25 \text{ mm} < r < 38 \text{ mm}$	7,0E-02	1,2E-01	2,8E-02	8,8E-02

**Tabla 3.5** Errores medios y máximos en el módulo del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$ .  $I = 300 \text{ A}$ ,  $\mu_r = 210$ , Mod. NOGAP.I.



**Fig. 3.3** Detalle del Mod. NOGAP.I. Se observan los diferentes mallados de las celdas definidas en el modelo.

Para las comparaciones de los valores de flujo magnético, se ha tomado como referencia el flujo calculado analíticamente suponiendo los campos vectoriales procedentes de un alambre infinito exp. 3.8,

$$\Phi_{ref} = \mu_r \mu_0 \frac{h}{2\pi} I \ln \frac{R_{ext}}{R_{int}} = 145,48 \mu\text{Wb} \quad (3.12)$$

El valor numérico del flujo magnético se calculó a través de 100 secciones separadas un ángulo  $\varphi = 3,6^\circ$ . En cada sección, la integración numérica se realizó considerando el valor de  $\mathbf{B}$  en  $10^4$  puntos de esa superficie. El valor medio obtenido fue de  $145,36 \mu\text{Wb}$ . En la Tabla 3.6 se muestran las desviaciones medias y máximas obtenidas respecto al flujo de referencia.

Se calculó también el flujo magnético a través de una sección partiendo de la energía magnética obtenida numéricamente. Siendo el material lineal, se cumplirá [RES 70]:

$$W_{MAG} = \int_{Vol} \frac{1}{2} \bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\mathbf{H}} \, d\tau = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \frac{\Phi_{ener}}{I} I^2 \Rightarrow \Phi_{ener} = \frac{2 W_{MAG}}{I} \quad (3.13)$$

Para el valor de energía calculado,  $21,80 \text{ mJ}$ , el valor correspondiente de flujo es  $\Phi_{ener} = 145,30 \mu\text{Wb}$ . El error del valor así obtenido se incluye en la Tabla 3.6.

Error máximo (%) (Integral superficie)	Error medio (%) (Integral superficie)	Error (%) (energía)
-1,0E-01	-8,2E-02	-1,23E-01

**Tabla 3.6** Errores en el flujo magnético a lo largo de una sección transversal del toroide  
Mod. NOGAP.I.  $I = 300 \text{ A}$ ,  $\mu_r = 210$

Posteriormente, y sobre este mismo modelo, reduce el background a la mitad - un cuarto del cilindro - aprovechando la simetría respecto del plano OXY (Mod. NOGAP.II). El espacio de cálculo se limitó a los valores positivos del eje Z, reduciéndose el número de nodos a  $189 \cdot 10^3$  y los elementos tetraédricos a  $490 \cdot 10^3$ . Los errores obtenidos en las simulaciones con este modelo se muestran en la Tabla 3.7 (para los valores del módulo de  $\mathbf{B}$ ) y en la Tabla 3.8 (para el flujo magnético). Se observa un pequeño incremento en los errores respecto al modelo anterior.

	Error medio (%) (Ampère)	Error máximo (Ampère)	Error medio (%) (Biot-Savart)	Error máximo (%) (Biot-Savart)
Circunferencia $r = 31,55$ mm	6,7E-02	1,2E-01	2,1E-02	7,1E-02
Radio entre $r = 25$ mm y $r = 38$ mm	9,3E-02	1,3E-01	4,9E-02	8,9E-02

**Tabla 3.7** Errores en el módulo del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$ , Mod. NOGAP.II.

Error máximo (%) (Integral superficie)	Error medio (%) (Integral superficie)	Error (%) (energía)
-1,1E-1	-9,0E-2	-1,3E-1

**Tabla 3.8** Errores en el flujo del vector inducción en una sección transversal del toroide Mod. NOGAP.II.

### 3.3.2. Modelo NOGAP.I. Simulaciones no lineales

Una primera comprobación de cómo afectaba la introducción de la no linealidad en el cálculo numérico se hizo realizando simulaciones no lineales con valores constantes de permeabilidad para un valor de intensidad de corriente de 300 A. Comparé los valores del módulo de  $\mathbf{B}$  en 100 puntos de la circunferencia de  $r = 31,55$  mm obtenidos en simulaciones que incluían valores diferentes de  $\mu$ , con el correspondiente valor exacto procedente de la ley de Biot-Savart, exp. 3.9. Los resultados numéricos proceden de las simulaciones no lineales (en el módulo Tosca se escoge la opción de material no lineal, a pesar de haber incluido valores constantes de permeabilidad) con permeabilidades relativas de valores  $\mu_r = 1$ ,  $\mu_r = 210$  y una tercera simulación conteniendo la curva de magnetización YW\_1T\_LIN, recta de pendiente igual a  $210\mu_0$  y definida por 15 parejas de valores  $B-H$ . Los resultados se muestran en la Tabla 3.9. Se observa que los errores permanecen iguales a los obtenidos en las simulaciones lineales (Tabla 3.5).

En el Mod. NOGAP.I incluí posteriormente tres curvas de magnetización:

- Las curvas YW03 y YW04, obtenida en los ensayos para los toroides marcados como YW03 e YW04. En el primero se mecanizaría posteriormente un único entrehierro de 1 mm y el segundo se partiría para hacer los ensayos con dos entrehierros variables.
- La curva YW\_1T\_MIC, obtenida del catálogo on-line del fabricante.
- La curva RC\_0,1T\_MIC, que la obtuve como la anterior, de los datos facilitados por el fabricante.

	$\mu_r = 1$		$\mu_r = 210$		YW_1T_LIN	
Circunferencia $r = 31,55 \text{ mm}$	Error medio (%)	Error máximo (%)	Error medio (%)	Error máximo (%)	Error medio (%)	Error máximo (%)
	2,2E-2	6,3E-2	1,6E-2	5,7E-2	1,6E-2	5,7E-2

**Tabla 3.9** Errores en el módulo del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  en simulaciones no lineales. Mod. NOGAP.I.

El tiempo de ejecución de estas simulaciones no lineales con el hardware descrito anteriormente es de seis minutos. Los valores obtenidos para el módulo de  $\mathbf{B}$  en puntos de una circunferencia de radio medio  $r = 31,55 \text{ mm}$  y para los toroides de material Yellow-White y Red-Clear se muestran en la Tabla 3.10. Los obtenidos para el flujo del vector  $\mathbf{B}$  a través de una sección transversal se encuentran en la Tabla 3.11. En ambos casos se comparan con los obtenidos mediante la ley de Hopkinson (Tabla 3.1 y Tabla 3.2); los errores relativos en % se encuentran entre paréntesis (#).

Los mayores errores en los valores del flujo magnético para el toroide YW se deben a que en el cálculo analítico no se integra el vector  $\mathbf{B}$  a lo largo de la sección transversal. En un caso lineal, el error entre el valor exacto obtenido mediante la integración de  $\mathbf{B}$  y el aproximado, calculado multiplicando el módulo de  $\mathbf{B}$  en un punto de la línea media por el valor de la sección transversal es, para esta geometría, del 1,69 %.

	YW03	YW04	YW_1T_MIC	RC_0,1T_MIC
$B (r = 31,55 \text{ mm}), I = 15 \text{ A} [\text{mT}]$	11,22 (-6,2E-2)	11,26 (-6,0E-2)	8,32 (-2,5E-1)	0,95 (-9,0E-2)
$B (r = 31,55 \text{ mm}), I = 150 \text{ A} [\text{mT}]$	172,50 (-4,3E-1)	164,49 (3,0E-2)	173,82 (1,0E-1)	9,55 (4,3E-1)
$B (r = 31,55 \text{ mm}), I = 300 \text{ A} [\text{mT}]$	400,92 (3,0E-2)	381,74 (1,0E-2)	432,57 (-9,9E-2)	19,19 (9,0E-1)

**Tabla 3.10** Módulo del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  obtenido en simulaciones no lineales (Mod. NOGAP.I) y errores en % respecto a los valores calculados analíticamente (#).

	YW03	YW04	YW_1T_MIC	RC_0,1T_MIC
$\Phi_{sim} (I = 15 \text{ A}) [\mu\text{Wb}]$	4,09 (1,63)	4,10 (1,63)	3,04 (1,87)	0,35 (-0,06)
$\Phi_{sim} (I = 150 \text{ A}) [\mu\text{Wb}]$	63,25 (1,94)	60,38 (2,52)	64,03 (2,74)	3,48 (0,43)
$\Phi_{sim} (I = 300 \text{ A}) [\mu\text{Wb}]$	145,79 (1,56)	138,96 (1,65)	157,30 (1,44)	6,99 (0,92)

**Tabla 3.11** Flujo magnético obtenido en simulaciones no lineales (Mod. NOGAP.I) y errores en % respecto a los valores calculados analíticamente (#).

### 3.3.3. Conclusiones

Aunque el análisis anterior se ha realizado considerando el módulo del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  y el flujo magnético, considero únicamente el módulo de  $\mathbf{B}$  para establecer la precisión de los resultados numéricos, ya que los valores de flujo magnético calculados analíticamente están afectados de un error en el cálculo de la integral de superficie, como se ha indicado en el apartado 3.3.2. Por lo tanto, y observando la Tabla 3.7, el error máximo previsible en simulaciones que contengan únicamente una cuarta parte del modelo es inferior al 0,1 %. Este valor puede reducirse incrementando el número de elementos del modelo e incluyendo en la simulación mayor parte del espacio, a costa de un mayor consumo de tiempo y memoria. De la comparación entre los resultados expuestos en la Tabla 3.5 y la Tabla 3.7, así como las características de los modelos NOGAP.I y NOGAP.II deduzco la conveniencia de simplificar los modelos siempre que las condiciones de simetría me lo permitan, reduciendo así el espacio a simular, optimizando recursos y ahorrando tiempo.

Cuando se introducen las curvas de magnetización en los cálculos numéricos, los resultados de estas simulaciones no lineales se comparan con los obtenidos analíticamente. El error máximo obtenido en estas situaciones es del 0,9% para el módulo de  $\mathbf{B}$  y del 2,74% para los valores del flujo en una sección. Como ya he comentado en el párrafo anterior, la causa de esos altos valores del error para el flujo se debe a la imposibilidad de hacer un cálculo analítico más preciso de ese valor.

## 3.4. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y COMPARACIÓN CON LOS RESULTADOS NUMÉRICOS

Para verificar la bondad del MEF aplicado al cálculo del vector  $\mathbf{B}$  y del flujo magnético  $\Phi$ , realicé medidas en el LEM. Las medidas directas de  $\mathbf{B}$  en núcleos magnéticos cerrados no son posibles con los recursos de que disponía en el laboratorio. El flujo magnético sí que puede medirse a través de la fuerza electromotriz inducida en los extremos de una bobina arrollada en la superficie del núcleo. Las medidas se realizan en un rango de intensidades de corriente senoidales de 50 Hz donde el material YW puede considerarse lineal y, por lo tanto, válida la deducción del flujo magnético eficaz  $\Phi_{lab}$  a partir del valor eficaz de la fuerza electromotriz,  $v_{Lef}$  (exp. 2.7).

Para los tres toroides, la bobina sensora se construyó con 200 vueltas de hilo de cobre de 0,1 mm de diámetro, distribuidas en un ángulo de 3°. La corriente eléctrica se midió con un transformador de corriente Hartmann & Braun clase 0,2 y un multímetro digital Yokogawa 7552 de 5½ dígitos. La fem en la bobina se midió con un multímetro Agilent 34401A de 6½ dígitos. Cada valor se calculó a partir de una muestra de 10 medidas [EUA 97].

El error se ha definido como

$$\varepsilon (\%) = 100 \cdot \frac{\Phi_{sim} - \Phi_{lab}}{\Phi_{lab}} \quad (3.14)$$

donde  $\Phi_{sim}$  es el valor del flujo magnético obtenido numéricamente en una simulación con corriente eléctrica continua de intensidad igual a la intensidad eficaz de la corriente alterna senoidal empleada en el laboratorio para medir  $\Phi_{lab}$ .

### 3.4.1. Toroide Yellow-White sin entrehierro

Las medidas sin entrehierro se hicieron posteriormente sobre un toroide distinto a los caracterizados (descritos en el Capítulo 2), pero incluido en el mismo lote que los anteriores. Los errores se refieren a esa única referencia. Se incluyen por su interés.

	$\Phi_{lab}$ [ $\mu$ Wb]	$\varepsilon$ [%] (YW03)	$\varepsilon$ [%] (YW04)	$\varepsilon$ [%] (YW_1T_MIC)
$I = 15$ A	3,33	22,69	23,08	-8,59
$I = 150$ A	64,11	1,33	-5,82	1,56
$I = 300$ A	139,31	4,65	-0,25	12,91

**Tabla 3.12** Flujo magnético obtenido en el LME y errores respecto a valores numéricos (Mod. NOGAP.I). Corrientes de 15 A, 150 A y 300 A.

### 3.4.2. Toroide Red-Clear sin entrehierros

Como en el caso anterior, se utilizó un toroide distinto de los caracterizados y cuyas características magnéticas se incluyen en el Capítulo 2. En la Tabla 3.13 se muestran los resultados obtenidos y los errores calculados según la exp. 3.14.

	$\Phi_{lab}$ [ $\mu$ Wb]	$\Phi_{sim}$ [ $\mu$ Wb]	$\varepsilon$ [%] (RC_0,1T_MIC)
$I = 150$ A	3,45	3,48	0,85
$I = 300$ A	6,95	6,99	0,58

**Tabla 3.13** Flujo magnético obtenido en el LME y simulado (Mod. NOGAP.I). Curva RC\_0,1T\_MIC. Corrientes de 150 A y 300 A.

### 3.4.3. Conclusiones

De la comparación de los resultados numéricos con los experimentales, se concluye que las simulaciones que incluyen la curva YW\_1T\_MIC facilitada por el fabricante se ajustan mejor a las medidas en el rango de valores bajos de  $H$ . Las simulaciones realizadas con las curvas obtenidas en el laboratorio se ajustan muy bien en altos valores de  $H$ , pero dan lugar a errores muy altos para valores débiles de campo magnético. Como ya se ha estudiado en el capítulo 2, si se emplea el coeficiente de autoinducción para determinar la permeabilidad  $\mu_z$ , y la corriente eléctrica es baja ( $H$  es muy débil en el material), el valor de la resistencia de la bobina no puede despreciarse, como sí se puede hacer para altos valores de corriente, en donde la permeabilidad del material es más alta.

El buen ajuste obtenido para el toroide de baja permeabilidad (RC) puede tomarse como referencia de los valores de flujo mínimo que pueden ser medidos en el LME con una precisión aceptable. La diferencia máxima entre el flujo medido y el simulado es de 0,04  $\mu$ Wb con una intensidad de corriente de 300 A.

### 3.5. EFECTO DE LA POSICIÓN RELATIVA DEL CABLE INTERIOR RESPECTO DEL NÚCLEO

En [LET 04\_I] analicé los errores asociados a variaciones en la posición relativa del cable central respecto del núcleo. Cambios en esta posición dan lugar a modificaciones en la reactancia primaria de dispersión. Para E. Ras [RAS 85], este valor no tiene influencia en los errores cuando se refiere a transformadores de corriente en régimen estacionario senoidal, ya que al ser una reactancia introducida en el circuito principal, únicamente provocará una pequeña caída de tensión adicional. P. Pouliche et al. [POU 01, POU 03] emplea el MEF para determinar la variación tanto en la inductancia de excitación,  $L_\mu$ , como en la suma de la inductancia de dispersión del primario,  $L_1$  más la del secundario reducida al primario  $L'_2$ . Para ello calcula la energía magnética de un núcleo toroidal de ferrita con un entrehierro y cable interior, considerando el error asociado al no incluir el hilo de retorno de la corriente. Observa una diferencia máxima del 13,5% para  $L_\mu$  y de 32% para  $L_1+L'_2$  cuando el cable se desplaza hacia la pared del toroide. También afirma que el valor de  $L_1+L'_2$  aumenta cuando el cable central se acerca al entrehierro.

El modelo simulado en [LET 04\_I] tiene las fronteras en un cilindro de radio 1 m y altura 2 m. La longitud del cable es de 0,7 m. Estaba constituido por  $10^5$  elementos. El toroide empleado es de polvo de hierro amarillo-blanco (YW), de dimensiones: radio interior  $R_{int} = 12$  mm, radio exterior  $R_{ext} = 20$  mm, altura  $h = 15$  mm. El tamaño del núcleo es similar al de pinzas amperimétricas comerciales capaces de medir intensidades de corriente hasta 300 A eficaces.

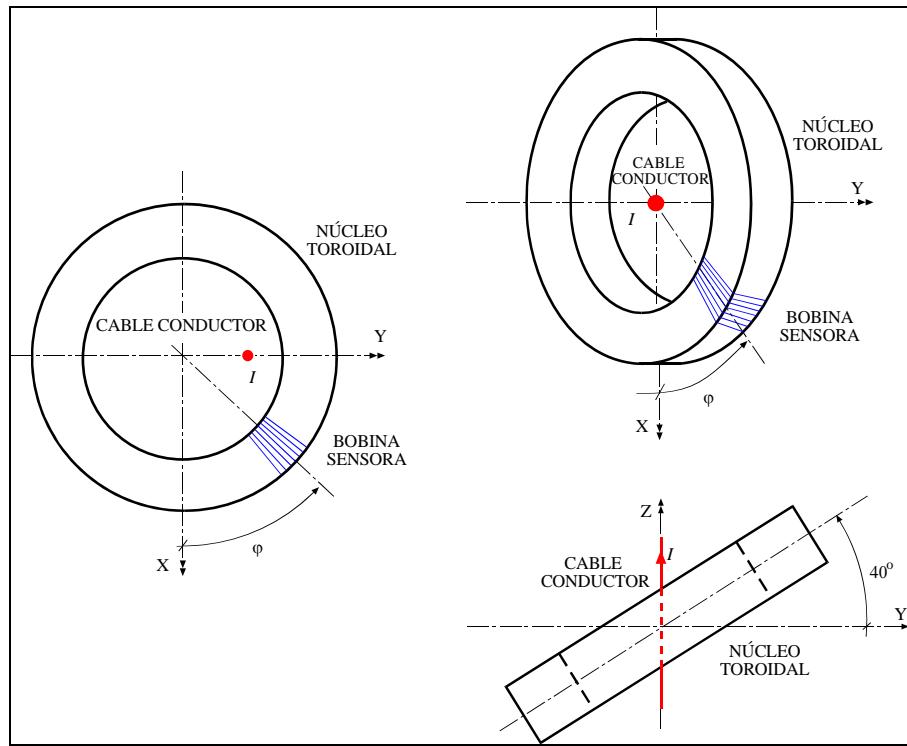
Simulé y comprobé experimentalmente dos situaciones comunes cuando se mide corriente eléctrica con una pinza amperimétrica o transformador de corriente portátil, Fig. 3.4:

- El cable por donde circula la corriente eléctrica es perpendicular al plano del núcleo, pero no se encuentra en el centro del toroide.
- El cable se encuentra centrado pero no es perpendicular al plano del núcleo magnético.

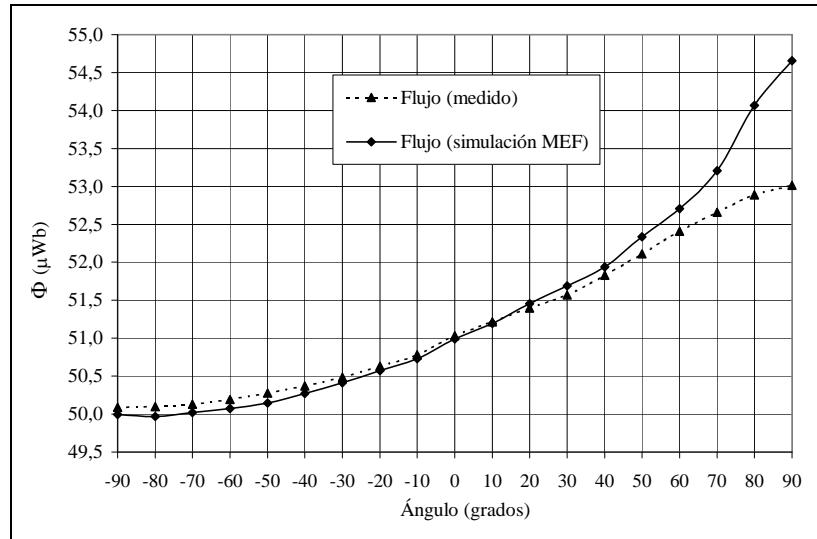
La medida del flujo magnético la realicé mediante la fem inducida en una bobina sensora de 100 vueltas de hilo de cobre de 0,1 mm de diámetro, extendida en un arco de  $6^\circ$ . Las medidas se realizaron en el LME, con una intensidad de corriente  $I_{int} = 160$  A, 50 Hz. En la Fig. 3.5 se muestran los valores de flujo obtenidos mediante simulación y se comparan con los medidos en el primero de los casos descritos, estando el cable sobre el eje Y desplazado 8 mm del centro. Los valores del error  $\varepsilon$ , exp. 3.14, se encuentran entre el valor mínimo de -0,03% para la sección situada en  $\varphi = 10^\circ$  y el valor máximo de 3,1% para la sección situada en  $\varphi = 90^\circ$ . Este alto valor del error en  $\varphi = 90^\circ$  se debe a la dificultad de situar espacialmente la bobina sensora en esa posición angular, ya que ésta estaba rodeada por unas solapas de plástico que limitaban el giro completo del toroide.

En la Fig. 3.6 se muestran los valores de flujo obtenidos mediante simulación y se comparan con los medidos en el segundo de los casos descritos, estando el cable girado  $40^\circ$  según el eje X. Los valores del error  $\varepsilon$ , exp. 3.14, se encuentran entre el valor mínimo de 0,02% para la sección situada en  $\varphi = 30^\circ$  y el valor máximo de 0,75% para la sección situada en  $\varphi = 90^\circ$ . La razón de este valor del error en  $\varphi = 90^\circ$  es la misma que la indicada en el caso anterior.

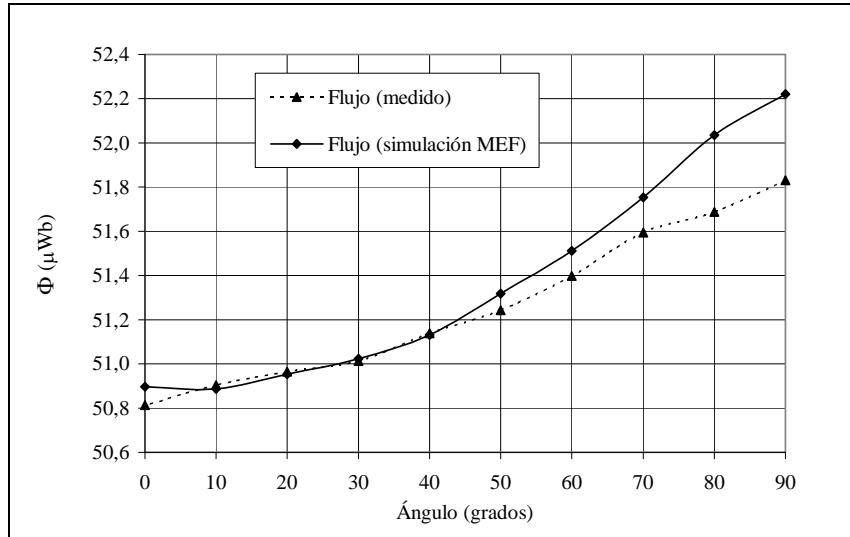
En este trabajo concluí que los errores de un instrumento de medida de corriente eléctrica, cuya señal de referencia para medir la corriente procediese del flujo magnético en el núcleo, eran más sensibles al desplazamiento del cable respecto del centro del núcleo que a variaciones en el ángulo que forman el plano del núcleo con el cable. Se estableció un error del 3% para la primera situación y del 1,3% para la segunda.



**Fig. 3.4** Posiciones relativas del cable respecto del núcleo magnético analizadas en [LET 04\_I].



**Fig. 3.5** Flujo magnético a través de la sección del toroide frente a la posición angular de la sección (ángulo  $\varphi$ ). El cable se encuentra desplazado 8 mm sobre el eje Y; el núcleo es perpendicular al cable. La línea continua une valores obtenidos mediante el MEF; la línea discontinua une valores experimentales.  $I_{int} = 160$  A.



**Fig. 3.6** Flujo magnético a través de la sección del toroide frente a la posición angular de la sección (ángulo  $\varphi$ ). El cable se encuentra sobre el centro del toroide, pero girado 40° según el eje X. La línea continua une valores obtenidos mediante el MEF; la línea discontinua une valores experimentales.  $I_{int} = 160 \text{ A}$ .

### 3.6. EFECTOS DE CROSSTALK EN NÚCLEOS SIN ENTREHIERROS DEBIDO A CONDUCTORES EXTERIORES

#### 3.6.1. Núcleos cerrados cercanos a corrientes exteriores. Primeros resultados

En [LET 04\_II] estudié el caso de núcleos sin entrehierros considerando la perturbación debida a la corriente exterior sobre la señal procedente de una corriente eléctrica interior al núcleo y circulando por un cable centrado y perpendicular al plano del núcleo. El modelo simulado mediante el MEF, y contrastado con medidas en el LME consiste en un toroide de sección rectangular con las siguientes dimensiones:  $R_{int} = 25 \text{ mm}$ , radio exterior  $R_{ext} = 39 \text{ mm}$ , altura  $h = 26 \text{ mm}$ . El material del núcleo es de polvo de hierro amarillo-blanco (YW). El cable exterior se considera paralelo al interior, y las corrientes circulan en el mismo sentido. Este núcleo, de tamaño aproximadamente el doble que el empleado en las anteriores simulaciones, tiene dimensiones similares a los incorporados en pinzas amperimétricas capaces de medir hasta 1000 A eficaces.

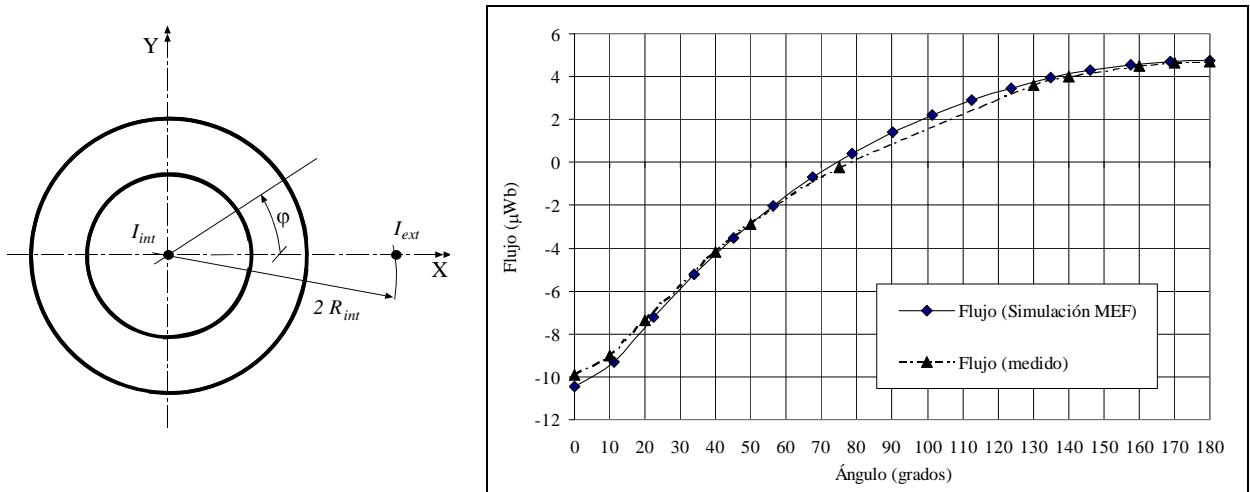
Las medidas presentadas en la Fig. 3.7 se realizaron para una corriente exterior de 300 A,  $I_{ext} = 300 \text{ A}$ , 50 Hz, circulando por un cable perpendicular al plano del toroide y situado a 49 mm de su centro, y sin corriente circulando por el cable interior,  $I_{int} = 0 \text{ A}$ . La bobina sensora era de 200 vueltas abarcando un arco de 3°. El valor máximo de incertidumbre en esta serie de medidas fue de 0,07  $\mu\text{Wb}$ . Las diferencias máximas entre los valores medidos y simulados es de 0,05  $\mu\text{Wb}$ .

Analicé de forma independiente los efectos sobre los errores en flujos magnéticos de: a) la distancia del cable exterior, b) la no linealidad del material y c) la permeabilidad.

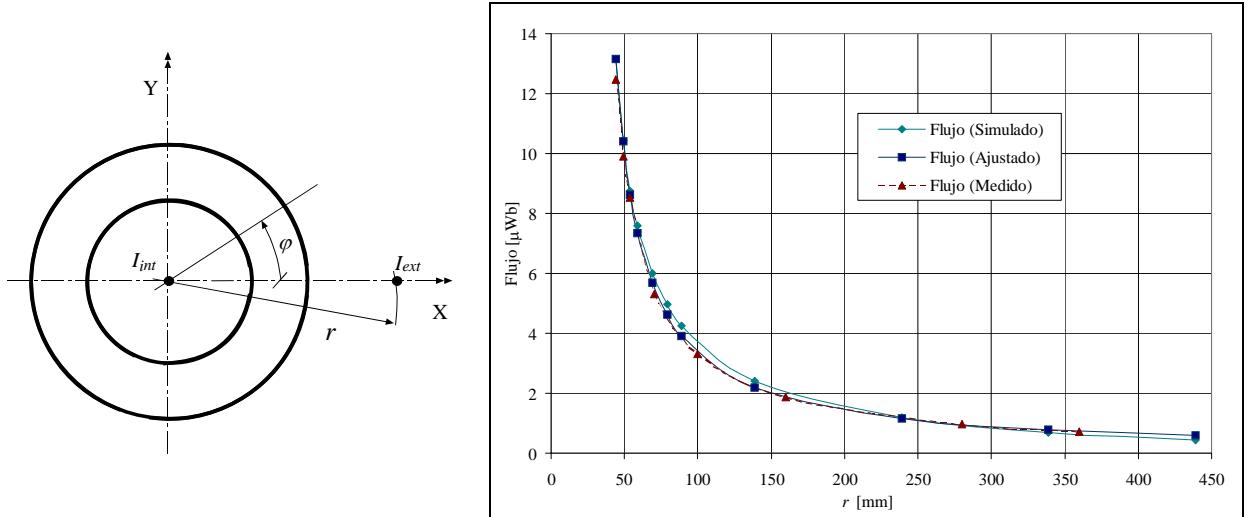
Respecto al primer efecto, los errores descienden al alejarse el conductor exterior, observándose la siguiente relación entre el flujo magnético calculado en la sección del toroide más cercana al cable,  $\Phi_{ext}$ , y la distancia del cable al centro del toroide,  $r$ ,

$$\Phi_{ext} = k \frac{1}{r - R_{int}} = k_1 \frac{1}{\frac{r}{R_{int}} - 1} \quad (3.15)$$

donde  $k$  es el valor medio de los productos  $\Phi_i(r - R_{int})_i$  obtenidos en las simulaciones,  $r$  la distancia desde el centro del toroide al centro del cable exterior y  $k_1 = k/R_{int}$ . En la Fig. 3.8 se muestran la serie de valores obtenidos en las simulaciones (flujo simulado), en las medidas realizadas en LME (flujo medido) y las obtenidas mediante la exp. 3.15 (flujo ajustado con  $k = 249,92 \mu\text{Wb/mm}$ ). La línea de valores experimentales se aproxima más a la de los valores ajustados en todo el rango de distancias; los valores simulados se separan un 8% en distancias en torno a 10 cm, y un 34% en distancias de 45 cm.



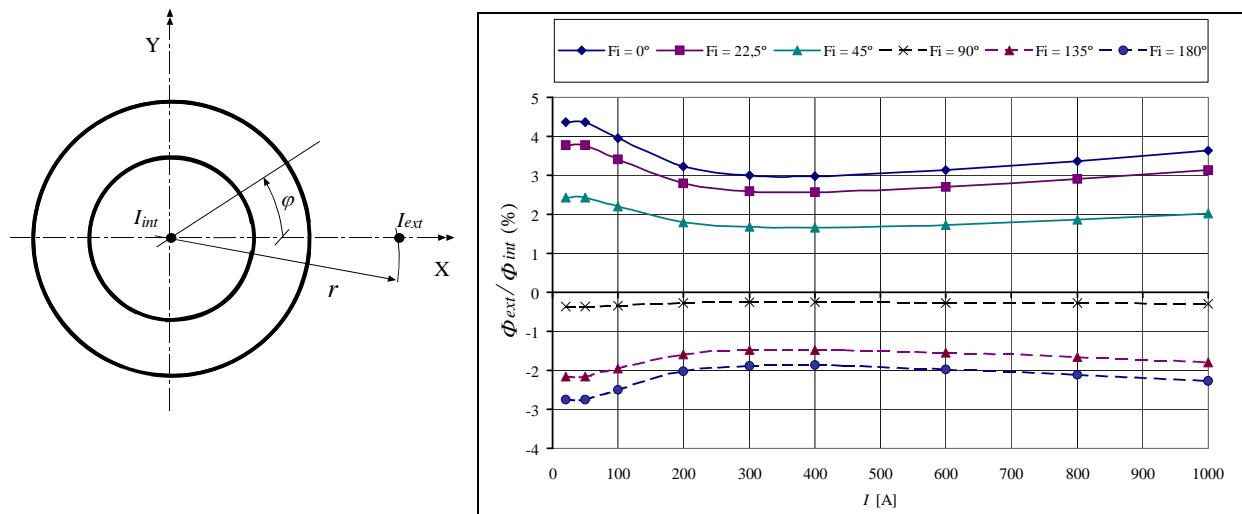
**Fig. 3.7** Flujo magnético a través de la sección del toroide frente a la posición angular de la sección (ángulo  $\varphi$ ). El cable exterior se encuentra sobre el eje X a una distancia  $r = 2R_{int} = 50$  mm. La línea continua une valores obtenidos mediante el MEF; la línea discontinua une valores experimentales.  $I_{int} = 0$  A,  $I_{ext} = 300$  A.



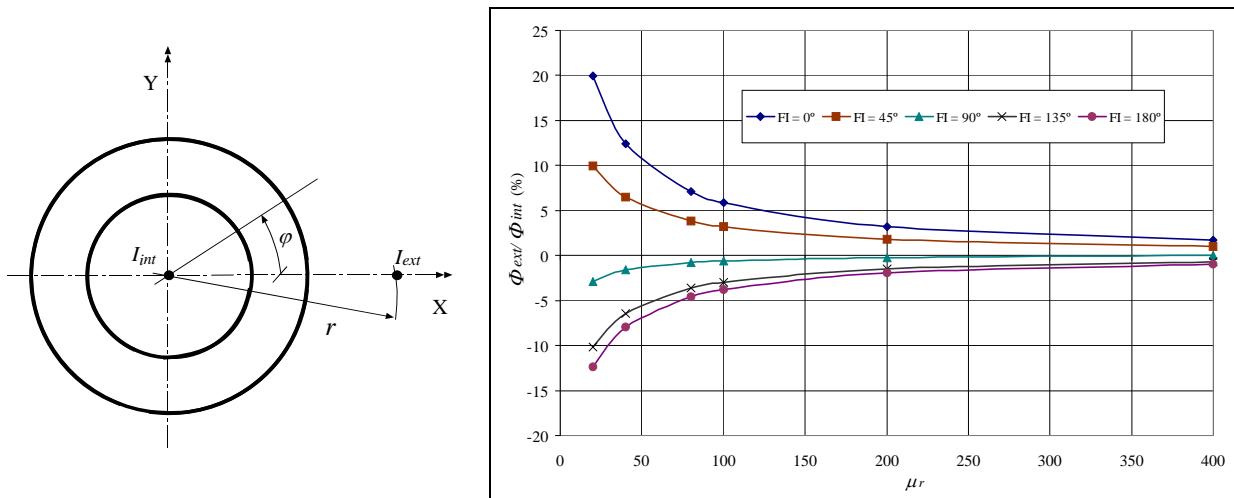
**Fig. 3.8** Flujo magnético a través de la sección del toroide enfrentada al cable exterior ( $\varphi = 0^\circ$ ). El cable exterior se encuentra sobre el eje X a una distancia  $r$ . La línea discontinua une valores experimentales.  $I_{int} = 0$  A,  $I_{ext} = 300$  A.

La no linealidad la estudié fijando la distancia del cable exterior en  $r = 3,56 \cdot R_{int} = 89$  mm (con esta distancia y para  $\varphi = 0^\circ$  el flujo magnético simulado  $\Phi_{ext}$  debido a la corriente exterior de 300 A vale 4,25  $\mu\text{Wb}$  y el flujo magnético debido únicamente a la corriente interior de 300 A es de 141,08  $\mu\text{Wb}$ ), realizando simulaciones con valores de la corriente creciente desde 20 A hasta 1000 A. La curva de magnetización incluida en las simulaciones fue la YW03. En la Fig. 3.9 he representado en abcisas los valores de la intensidad de corriente eléctrica (interior y exterior) en amperios, y en ordenadas los valores (multiplicados por 100) del cociente entre el flujo magnético en la sección cuando circula la corriente únicamente por el cable exterior ( $\Phi_{ext}$ ) y el flujo magnético en la misma sección cuando circula esa misma intensidad de corriente pero únicamente por el cable interior ( $\Phi_{int}$ ). Para la sección más desfavorable, la situada más cerca del cable exterior, la máxima diferencia entre esos valores fue de 1,5.

La variación del cociente  $\Phi_{ext}/\Phi_{int}$  (%) al modificar la permeabilidad del núcleo la comprobé con simulaciones lineales situando el cable exterior a una distancia  $r = 3,56 \cdot R_{int} = 89$  mm y con una intensidad de corriente de 300 A tanto en la situación en la que únicamente circula la corriente exterior ( $\Phi_{ext}$ ) como cuando lo hace únicamente la interior ( $\Phi_{int}$ ). Observé una reducción en los valores en la sección más desfavorable ( $\varphi = 0^\circ$ ) desde 20 para  $\mu_r = 25$  a 2 cuando  $\mu_r = 400$ , Fig. 3.10.



**Fig. 3.9** Relación de flujos magnéticos a través de las secciones del toroide en función de la corriente eléctrica que circula por los cables. El cable exterior se encuentra sobre el eje X a una distancia de 89 mm del centro del toroide.



**Fig. 3.10** Relación de flujos magnéticos a través de las secciones del toroide en función de la permeabilidad relativa del material. El cable exterior se encuentra sobre el eje X a 89 mm del centro del toroide.  $I_{int} = 300$  A,  $I_{ext} = 300$  A.

### 3.6.2. Desarrollo de los modelos, resultados numéricos y precisión de las simulaciones

#### 3.6.2.1. Descripción de los modelos y selección de las intensidades de corriente

Para estudiar los efectos que sobre las magnitudes usadas para medir la corriente eléctrica tiene la presencia de conductores exteriores en las proximidades del instrumento o sensor, se añadieron a los modelos NOGAP.I y NOGAP.II cuatro conductores filiformes, paralelos al cable central, a distancias dos, tres, cuatro y diez veces la longitud del radio interior del toroide medida desde el centro. Basandonos en el análisis descrito en [NIE 01], se tratará de observar en qué condiciones el sistema analizado cumple con las condiciones impuestas por la norma [UNE 00] para ser incluido en una determinada clase. Esta norma ya se ha comentado previamente en el Capítulo 1 de este documento. Transformadores de clase 0,1 presentan errores de  $\pm 0,1\%$  con corriente nominal, incrementándose el error a  $\pm 0,2\%$  con corrientes de intensidades 0,2 veces la nominal (ver Tabla 3.14).

Clase de precisión	Error de intensidad en %, $\pm$ , para los valores de intensidad expresados en % de la intensidad asignada			
	5% de $I_p$	20 de $I_p$	100 de $I_p$	120 de $I_p$
0,1	0,4	0,2	0,1	0,1

**Tabla 3.14** Límites de los errores de intensidad de los transformadores de corriente para medida de clase 0,1.

En la norma, esta tabla va acompañada de una nota en la que se lee "en general, los límites indicados para el error de intensidad son válidos para cualquier posición de un conductor externo situado a una distancia en el aire no inferior a la requerida para el aislamiento en el aire correspondiente a la tensión más elevada para el material ( $U_m$ )."

Para un transformador de clase 0,1 cuando por el cable interior circula una corriente  $I_{int} = 0,05 I_{pn}$  con  $I_{pn}$  la corriente primaria nominal o la corriente nominal que se pretende medir, el error en la señal de salida del transformador o sensor no debe superar el 0,4%. Para el análisis descrito a continuación, escogí una intensidad de corriente nominal  $I_{pn} = 300$  A, ya que es un valor intensidad accesible en el LME y para la

que el toroide YW presenta mayores valores de permeabilidad. En estas condiciones, si el valor de la corriente que circula por el conductor exterior coincide con el valor nominal de la corriente primaria, para verificar la clase del transformador el valor de la corriente interior debe fijarse en  $I_{int} = 15$  A.

Los cables se situaron sobre el eje X. La selección del radio interior del toroide como distancia característica del modelo físico que sirviese de base para una normalización y que posteriormente pudiese usarse como referencia en la escala del modelo, se hizo después de analizar los resultados obtenidos en el estudio de los efectos que una corriente exterior tiene sobre un toroide sin entrehierros desarrollado en [LET 04\_II], exp. 3.15. Estas distancias normalizadas adimensionales las nombro en el documento como variables  $r_n = r/R_{int}$

Se realizó una comprobación de posibles variaciones en la precisión de los modelos debido a la incorporación del cable exterior. En particular, se analizaron la desviaciones en flujo medio y en módulo de  $\mathbf{B}$  en el caso del Mod. NOGAP\_2R1, que corresponde a un toroide sin entrehierro con un cable exterior situado en  $r_n = 2$ . La intensidad de corriente exterior es de 0 A y de 300 A por el cable interior.

Se compararon los valores del módulo de  $\mathbf{B}$  en 100 puntos de la circunferencia de  $r = 31,55$  mm obtenidos en dos simulaciones diferentes con el valor exacto procedente de la ley de Biot-Savart para un valor de intensidad de corriente de 300 A, exp. 3.9. Los resultados numéricos procedían de las simulaciones con permeabilidades relativas de valores  $\mu_r = 1$  y  $\mu_r = 210$ .

Se observa en la Tabla 3.15 como los errores en el módulo de  $\mathbf{B}$  permanecen iguales para el caso de  $\mu_r = 210$  cuando se comparan con los obtenidos para el modelo sin cable exterior (Tabla 3.5). Aumentan ligeramente para  $\mu_r = 1$  pero sin alcanzar el 0,1%.

	$\mu_r = 1$		$\mu_r = 210$	
Circunferencia	Error medio (%)	Error máximo (%)	Error medio (%)	Error máximo (%)
$r = 31,55$ mm	4,5E-2	9,1E-2	1,6E-2	5,7E-2

**Tabla 3.15** Errores en el módulo del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$ . Mod. NOGAP\_2R1.  $I_{int} = 300$  A.

Para el flujo se ha tomado como referencia el calculado analíticamente suponiendo los campos vectoriales procedentes de un alambre infinito, exp. 3.12, de valor 145,48  $\mu$ Wb. En la Tabla 3.16 se muestran los errores medios y máximos. Los errores son algo menores que los obtenidos para el modelo con un único cable para  $\mu_r = 210$  (Tabla 3.6) y son algo mayores en el caso de la simulación con  $\mu_r = 1$ .

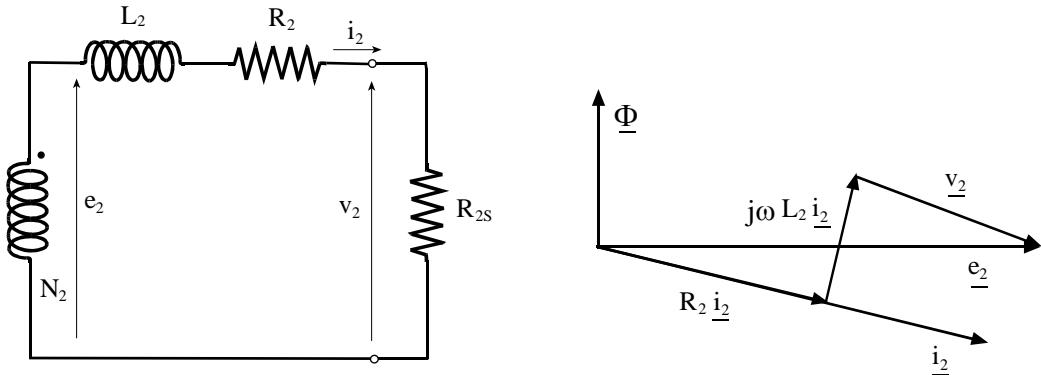
$\mu_r = 1$		$\mu_r = 210$	
Error medio (%)	Error máximo (%)	Error medio (%)	Error máximo (%)
6,4E-2	15,1E-2	6,3E-2	8,7E-2

**Tabla 3.16** Errores en el flujo del vector inducción en una sección transversal del toroide.  $I_{int} = 300$  A. Mod. NOGAP\_2R1.

### 3.6.2.2. Análisis de errores de *crosstalk* en función del flujo magnético medio $\bar{\Phi}$

Como ya se indicó en el Capítulo 1, los transformadores de corriente trabajan con bajos valores de inducción en sus núcleos, que corresponden a zonas lineales de la curva de magnetización en donde la permeabilidad suele ser alta. El secundario se encuentra cerrado con una impedancia en serie, correspondiente a una bobina amperimétrica o resistencia. Si la corriente circulando por el secundario se mide a través de la diferencia de potencial en los terminales de la resistencia  $R_{2S}$  (ver Fig. 3.11) [LOC 01], se cumplirá

$$e_2(t) = R_2 i_2 + L_2 \frac{d}{dt} i_2(t) + v_2(t) = N_2 \frac{d}{dt} \bar{\Phi} \quad (3.16)$$



**Fig. 3.11** Secundario de un transformador de corriente y diagrama de fasores.

Integrando la expresión anterior para calcular el flujo elemental  $\bar{\Phi}$

$$\bar{\Phi}(t) = \frac{1}{N_2} \cdot \int_0^t e_2(\tau) d\tau - \bar{\Phi}_0 = \frac{1}{N_2} \cdot \int_0^t [v_2(\tau) + R_2 i_2(\tau)] d\tau + \frac{L_2}{N_2} i_2(t) - \bar{\Phi}_0 \quad (3.17)$$

con  $\bar{\Phi}_0$  una constante que puede ser calculada en régimen estacionario senoidal. Agrupando la expresión anterior obtenemos

$$\bar{\Phi}(t) = \frac{[R_{2S} + R_2]}{N_2} \cdot \int_0^t i_2(\tau) d\tau + \frac{L_2}{N_2} i_2(t) - \bar{\Phi}_0 \quad (3.18)$$

expresión del flujo magnético instantáneo en una sección del núcleo del transformador. En régimen estacionario senoidal, el valor eficaz de ese flujo instantáneo valdrá

$$\bar{\Phi}_{ef} = \frac{1}{N_2} \left[ L_2^2 + \frac{(R_2 + R_{2S})^2}{\omega^2} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot i_{2ef} \quad (3.19)$$

La fem  $e_2$  procede de la integración a lo largo de todo el circuito secundario del campo eléctrico inducido  $\vec{E}_I$  por la variación temporal del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  en el núcleo magnético [REI 96]. Así la fem inducida en una espira vale

$$e_i = \oint_{C_i} \vec{E}_I \cdot d\vec{\ell}_i = - \int_{S_i} \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s}_i = - \frac{d}{dt} \bar{\Phi}_i \quad (3.20)$$

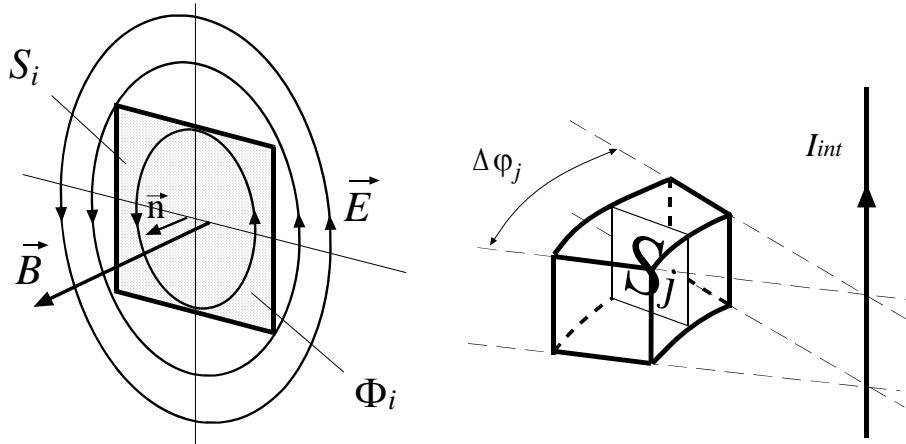
De la exp. 3.20 se deduce que la integración del vector  $\mathbf{E}_I$  a lo largo de la trayectoria definida por cada espira puede expresarse matemáticamente como la variación temporal del flujo del vector  $\mathbf{B}$  a través de la superficie abierta definida por esa espira. La aportación de cada espira a la fem total,  $e_i$ , exp. 3.20, puede, por lo tanto ser positiva o negativa, según lo sea el signo del flujo una vez establecida una referencia para el vector normal  $\mathbf{n}$  (ver Fig. 3.12)

$$e_2 = \sum_{i=1}^N e_i = - \sum_{i=1}^N \frac{d}{dt} \Phi_i = - \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N \Phi_i \quad (3.21)$$

siendo  $N$  el número total de espiras. Podemos definir el flujo medio en el interior de un núcleo magnético,  $\bar{\Phi}$ , según la expresión

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Phi_j \quad (3.22)$$

donde  $\Phi_j$  es el flujo a través de la sección transversal  $S_j$ , y  $N$  es el número de secciones uniformemente distribuidas en la circunferencia media del toroide. En cada sección  $S_j$  se promedia el flujo de las secciones contenidas en arcos de longitud  $\Delta\ell_j = R_m \Delta\varphi_j$  donde  $R_m$  es el radio medio del toroide y  $\Delta\varphi$  el arco elemental, Fig.3.12.



**Fig. 3.12** Flujo magnético en la sección i-ésima y sector j-ésimo del núcleo magnético.

Combinando las expresiones 3.21 y 3.22, se obtiene

$$e_2 = - \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N \Phi_i = - \frac{d}{dt} (N \cdot \bar{\Phi}) \quad (3.23)$$

Observando las expresiones 3.16, 3.19 y 3.23, se puede concluir que el flujo medio obtenido en una simulación puede emplearse como variable para calcular el error previsible en el modelo simulado si se compara con el flujo medio calculado analíticamente en un modelo lineal con un único cable centrado. La corriente exterior no modifica las impedancias del circuito secundario, afectando únicamente al flujo magnético común de primario y secundario. El valor de la fem  $e_2$  cambiará al variar el flujo medio  $\bar{\Phi}$ , y dará lugar a un cambio proporcional en la corriente  $i_2$ .

Este procedimiento es el empleado para calcular los errores en el caso que se estudia en este apartado. El error de *crosstalk*,  $CTK_\phi$ , viene dada por la expresión

$$CTK_\phi (\%) = 100 \cdot \frac{\overline{\Phi} - \overline{\Phi}_{REF}}{\overline{\Phi}_{REF}} \quad (3.24)$$

con  $\overline{\Phi}_{REF}$  el flujo magnético medio cuando únicamente circula corriente eléctrica por el conductor que se encuentra en el interior del núcleo y cuya intensidad se pretende medir.

### **3.6.2.3. Simulaciones lineales y no lineales. Selección de los valores de permeabilidad**

Para los núcleos de los transformadores de corriente [RAS 85, IRI 01] suelen usarse materiales de alta permeabilidad para reducir la corriente de magnetización. Estos materiales pueden llegar a tener permeabilidades relativas de hasta 100 000 pero siempre a muy bajos valores de  $H$ . Los valores de saturación para  $B$  están por debajo de 1,5 T. Los resultados que se presentan en el siguiente apartado para  $r_n = 2$  se realizaron con permeabilidad relativa constante de valores entre 210 y 20 000.

La razón de utilizar resultados procedentes de simulaciones lineales y no de simulaciones que incluyan curvas de magnetización reales ya ha sido discutida en este apartado: los transformadores de corriente trabajan en zonas de  $B$  débil donde la permeabilidad puede considerarse constante, siendo los tiempos de ejecución de simulaciones lineales menores que los exigidos para simulaciones no lineales.

Ahora bien, esta simplificación en el cálculo numérico puede dar lugar a errores dependiendo de la curva de magnetización del material magnético, como ya se demostró en [LET 04\_II]. Como ejemplo se presentan a continuación los resultados obtenidos en simulaciones lineales y no lineales para tres casos de estudio.

I. La primera curva de magnetización incluida fue la YW\_1T\_MIC. Para una corriente eléctrica interior de intensidad 15 A, el valor del módulo del vector inducción magnética es de 8,32 mT y el material presenta una permeabilidad relativa de 87,8. Cuando la corriente interior alcanza los 300 A, el valor de  $B$  es de 432,6 mT y la permeabilidad relativa aumenta hasta 227,75. El máximo valor de permeabilidad se alcanza cuando la inducción magnética es de 390 mT.

Si consideramos ahora la corriente circulando por el cable exterior a una distancia normalizada de  $r_n = 2$ , esta da lugar a un incremento del módulo de  $B$  en algunas secciones del núcleo y a una disminución en otras, según sea el sentido de giro del campo magnético creado por el cable exterior. Los valores de permeabilidad podrán por lo tanto aumentar o disminuir en las distintas secciones, dando lugar a flujos elementales ligeramente distintos si se considera el material lineal o no lineal. Este efecto sobre la permeabilidad no sucede cuando se considera el material lineal. Las simulaciones realizadas fueron:

- $I_{int} = 15$  A,  $I_{ext} = 300$  A, caso lineal  $\mu = 87,8 \mu_0$  y caso no lineal con la curva YW\_1T\_MIC
- $I_{int} = 300$  A,  $I_{ext} = 300$  A, caso lineal  $\mu = 227,75 \mu_0$  y caso no lineal con la curva YW\_1T\_MIC

Los resultados de las cuatro simulaciones se presentan en la Tabla 3.17. Los valores del módulo de  $B$  en ausencia de corriente exterior proceden de la Tabla 3.10.

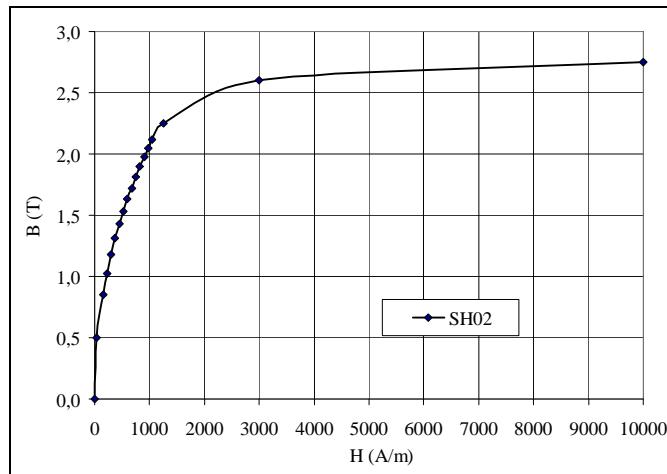
$I_{ext} = 300 \text{ A}, r_n = 2$	$I_{int} = 15 \text{ A}$	$B = 8,32 \text{ mT}$	$I_{int} = 300 \text{ A}$	$B = 432,6 \text{ mT}$
	$\mu = 87,8 \mu_0$	YW_1T_MIC	$\mu = 227,75 \mu_0$	YW_1T_MIC
$\overline{\Phi} (\mu\text{Wb})$	3,01315	3,4132	157,61	157,23

**Tabla 3.17** Flujo medio [ $\mu\text{Wb}$ ] en el interior del toroide YW. Mod. NOGAP\_2R1. Comparación de simulaciones lineales con no lineales.

La diferencia entre las simulaciones lineales y no lineales es del 11,72% en el caso de  $B = 8,32 \text{ mT}$ , mientras que se reduce al 0,24% cuando  $B = 432,6 \text{ mT}$ .

Este análisis se repitió incluyendo en las simulaciones:

II. La curva de magnetización SH02, representada en las Fig. 3.13 y Fig. 3.14. Los valores de  $\mathbf{B}$  y permeabilidad escogidos corresponden a los valores del módulo de  $\mathbf{H}$  en puntos de la línea media del toroide cuando circula únicamente la corriente interior de 15 A ( $H = 75,67 \text{ A/m}$ ) y de 300 A ( $H = 1513,36 \text{ A/m}$ ). En este caso, y para estos valores de  $\mathbf{B}$ , la permeabilidad desciende al aumentar el módulo de  $\mathbf{B}$ . Los cuatro valores de flujo medio se muestran en la Tabla 3.18. La diferencia relativa entre la simulación lineal y no lineal es, en el caso de  $B = 0,67 \text{ T}$ , de 1,62%. La permeabilidad relativa en los puntos de la circunferencia de radio medio  $R_m = 31,55 \text{ mm}$  varía en el intervalo  $6659 < \mu_r < 7844$ . En la simulación que parte del valor de referencia para  $\mathbf{B}$  de  $2,34 \text{ T}$ , la diferencia relativa entre la simulación lineal y no lineal es 1,65%. La permeabilidad relativa en los puntos de la circunferencia de radio medio  $R_m = 31,55 \text{ mm}$  varía en el intervalo  $1220 < \mu_r < 1294$ .



**Fig. 3.13** Curva de magnetización SH02.

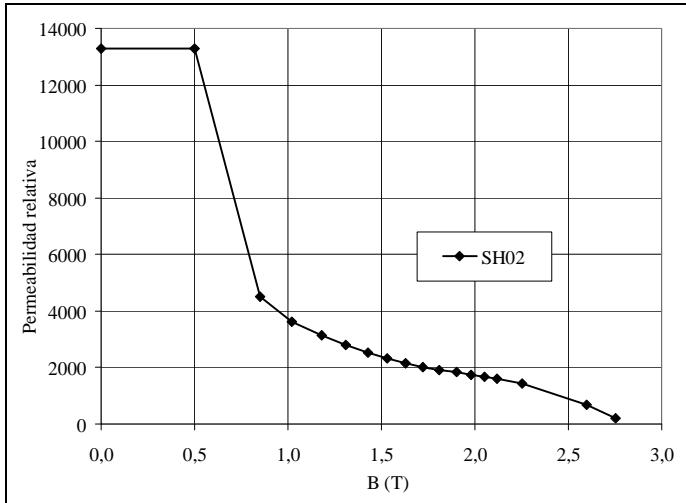


Fig. 3.14 Curva permeabilidad relativa- $B$  SH02.

$I_{ext} = 300 \text{ A}, r_n = 2$	$I_{int} = 15 \text{ A}$	$B = 0,67 \text{ T}$	$I_{int} = 300 \text{ A}$	$B = 2,34 \text{ T}$
	$\mu = 7030 \mu_0$	SH02	$\mu = 1244 \mu_0$	SH02
$\bar{\Phi} (\mu\text{Wb})$	241,24	237,34	860,87	846,67

Tabla 3.18 Flujo medio [ $\mu\text{Wb}$ ] en el interior del toroide. Mod. NOGAP\_2R1 con la curva de magnetización SH02. Comparación de simulaciones lineales con no lineales.

III.La curva de magnetización teórica Si-Iron correspondiente a la chapa magnética de acero al silicio descrita en el capítulo 2, Figuras 2.14 y 2.15. Los valores de  $B$  y permeabilidad se escogieron como en el caso anterior. Los resultados se muestran en la Tabla 3.19. La diferencia relativa entre la simulación lineal y no lineal para el caso de  $B = 0,72 \text{ T}$ , es de 0,89%. La permeabilidad relativa en los puntos de la circunferencia de radio medio  $R_m = 31,55 \text{ mm}$  varía en el intervalo  $7492 < \mu_r < 7564$ . En la simulación que parte de  $B = 1,61 \text{ T}$ , la diferencia relativa entre la simulación lineal y no lineal es del 0,05%. La permeabilidad relativa en los puntos de la circunferencia de radio medio  $R_m = 31,55 \text{ mm}$  varía en el intervalo  $1106 < \mu_r < 756$ .

$I_{ext} = 300 \text{ A}, r_n = 2$	$I_{int} = 15 \text{ A}$	$B = 0,72 \text{ T}$	$I_{int} = 300 \text{ A}$	$B = 1,61 \text{ T}$
	$\mu = 7540 \mu_0$	Si-Iron	$\mu = 850 \mu_0$	Si-Iron
$\bar{\Phi} (\mu\text{Wb})$	258,74	256,44	577,64	577,85

Tabla 3.19 Flujo medio [ $\mu\text{Wb}$ ] en el interior del toroide. Mod. NOGAP\_2R1 con la curva de magnetización Si-Iron. Comparación de simulaciones lineales con no lineales.

El flujo medio se calculó en todos los casos a partir del flujo magnético en 72 secciones separadas uniformemente un ángulo de  $5^\circ$ . Para cada sección elemental, se emplearon  $10^4$  puntos en el cálculo de la integral de superficie. El número de muestras para este caso de estudio puede ser de mayor importancia que en el caso de un único cable interior centrado ya que las variaciones de  $B$  de una sección a otra pueden ser elevadas, dependiendo esa diferencia de la permeabilidad del núcleo y de la posición del cable

exterior. Para comprobar que ese número de muestras era suficiente, se calculó el flujo magnético medio en simulaciones lineales para los casos de menor y mayor permeabilidad a partir de una muestra de 360 secciones separadas  $1^\circ$ . Los valores de flujo medio para los dos números de muestras y dos permeabilidades relativas se muestran en la Tabla 3.20. Las diferencias máximas son de 0,07%.

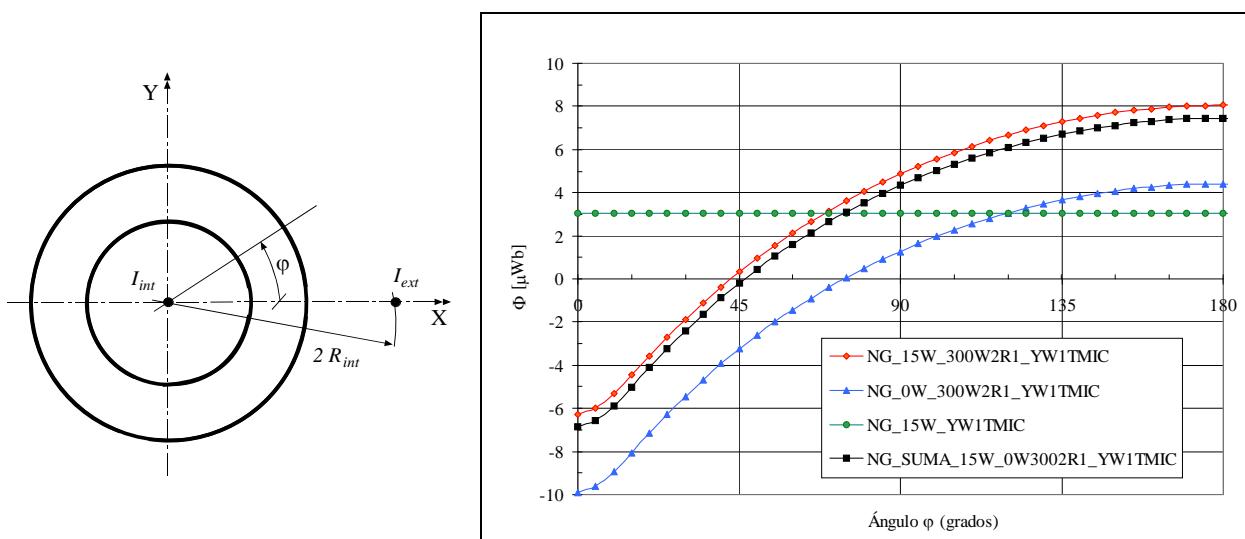
$I_{ext} = 300 \text{ A}, r_n = 2$	$I_{int} = 15 \text{ A}, \mu = 87,8 \mu_0$	$I_{int} = 15 \text{ A}, \mu = 20\,000 \mu_0$		
Número de muestras	72	360	72	360
$\overline{\Phi}$ ( $\mu\text{Wb}$ )	3,01315	3,01295	686,3156	686,3056

**Tabla 3.20** Flujos medios en el interior del toroide, Mod. NOGAP\_2R1, calculados a partir de 72 y 360 muestras. Simulaciones lineales.

### 3.6.2.4. Resultado de las simulaciones no lineales

Las cuatro primeras simulaciones incluyen la curva YW\_1T\_MIC. Estas se realizaron para obtener valores de flujo magnético que se pudiesen comparar con resultados experimentales. Estas medidas no se realizaron al contar ya con las medidas sin cable interior presentadas en [LET 04\_II], Fig. 3.7.

En la Fig. 3.15 se comparan la distribución del flujo elemental obtenido en las tres situaciones estudiadas: único cable interior con corriente de 15 A (NG\_15W), único cable exterior con corriente de 300 A (NG\_0W\_300W2R1) y las dos corrientes circulando paralelas (NG\_15W\_300W2R1). En caso de haberse tratado de material lineal, la suma de las contribuciones al flujo del cable interior más la del cable exterior (NG\_SUMA) hubiesen resultado en el valor cuando circulan las dos corrientes. Como ya se ha analizado en este capítulo, la curva de magnetización del material provoca las ligeras diferencias observadas en los valores de flujo, -5,9% en promedio, que son coherentes con lo ya afirmado (incremento de permeabilidad cuando  $B$  aumenta al estar presente la corriente interior) y que dan lugar al ligero aumento en los valores de flujo cuando están presentes ambas corrientes. Cuando se trata de núcleos de material lineal,  $\mu_r = 7030$ , la suma del flujo medio por separado difiere en  $1,5 \cdot 10^{-3}\%$  del obtenido cuando circulan las dos corrientes simultáneamente.



**Fig. 3.15** Distribución del flujo magnético elemental en las secciones del toroide YW. Mod. NOGAP\_2R1. Material no lineal.  $I_{int} = 15 \text{ A}$ ,  $I_{ext} = 300 \text{ A}$ .

Respecto a las simulaciones no lineales con la curva Si-Iron correspondiente a la chapa de acero al silicio, el flujo medio obtenido cuando circula únicamente la corriente interior de 15 A es de 258,83  $\mu$ Wb, siendo la diferencia relativa respecto del caso en que circula también la corriente exterior de 300 A (Tabla 3.19) de -0,92%. Esta diferencia relativa en el caso de que ambas intensidades de corriente sean de 300 A es de -0,08%.

### 3.6.3. Análisis de núcleos de permeabilidad lineal con el cable exterior en $r_n = 2$

En [LET 04\_II] se concluyó que los errores descendían de forma notable al aumentar  $r_n$ . Fijado un valor para  $r_n$ , el error de *crosstalk* descendía cuando aumentaba la permeabilidad del núcleo. Por estas razones, el estudio que se describe a continuación se ha realizado únicamente para  $r_n = 2$ .

El modelo que he utilizado en todas las simulaciones de este apartado es el Mod. NOGAP\_2R1. Los resultados del flujo magnético medio obtenidos en las simulaciones lineales variando la permeabilidad y para las corrientes de 15 A y 300 A circulando en el mismo sentido (Z positivo) por el cable interior y exterior respectivamente, junto con los errores respecto al obtenido teóricamente para un único cable interior centrado se muestran en la Tabla 3.21.

Los flujos en el caso de circular una única corriente y cuando circulan las dos simultáneamente son prácticamente iguales e independientes del valor de la permeabilidad relativa. Este resultado era previsible ya que si partimos de la exp. 3.22 para el flujo magnético medio  $\bar{\Phi}$ , este valor puede calcularse también como

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \boldsymbol{\Phi} \cdot d\ell \approx \frac{1}{\ell} \sum_{j=1}^N \boldsymbol{\Phi}_j \cdot \Delta\ell_j \quad (3.25)$$

donde  $\boldsymbol{\Phi}_j$  es el flujo a través de la sección transversal  $S_j$ ,  $\Delta\ell_j = R_m \Delta\varphi_j$  es la longitud del sector de la trayectoria y  $n$  es el número de divisiones de la trayectoria media (ver Fig. 3.12). En el caso ideal de un núcleo de permeabilidad lineal, con un cable interior centrado por donde circula una corriente  $I_{int}$ , se cumplirá

$$\bar{\Phi}_{teo} = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \boldsymbol{\Phi} \cdot d\ell \approx \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} \cdot d\ell = \frac{S}{\ell} \int_0^\ell \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H} \cdot d\ell = \frac{S \cdot \mu}{\ell} \int_0^\ell \mathbf{H} \cdot d\ell = \frac{S \cdot \mu}{\ell} I_{int} = cte \cdot I_{int} \quad (3.26)$$

El flujo medio teórico  $\bar{\Phi}_{teo}$  resulta proporcional a la corriente interior y a la permeabilidad del material, independientemente de la existencia o no de corrientes exteriores al núcleo. Estos valores teóricos están afectados del error asociado a la integración de  $\mathbf{B}$  a lo largo de la sección, error ya tratado en este capítulo. La exp. 3.26 resulta equivalente a la ley de Hopkinson, exp. 3.7, al anularse la contribución de los campos magnéticos creados por conductores exteriores al núcleo.

Los resultados de la simulación lineal con cable exterior deberían, por lo tanto, ser iguales a los obtenidos numéricamente sin esa corriente exterior. Este resultado, que en la práctica exige la construcción de bobinas secundarias uniformemente distribuidas a lo largo del núcleo si quieren evitarse errores de *crosstalk*, está descrito en [MIL 97].

En la Tabla 3.21 se muestran los valores obtenidos en simulaciones lineales para varios valores de permeabilidad relativa y para dos relaciones de corrientes distintas. La precisión de las simulaciones aumenta al disminuir la diferencia entre la intensidad de la corriente interior y la exterior. En la última fila he incluido los valores obtenidos en simulaciones no lineales para el material Si-Iron, resultados ya descritos en el apartado 3.6.2.4.

$\mu_r$	$\overline{\Phi}_{sim}$ ( $\mu$ Wb)	$\overline{\Phi}_{sim}$ ( $\mu$ Wb)
	$I_{int} = 15$ A, $I_{ext} = 300$ A	$I_{int} = 300$ A, $I_{ext} = 300$ A
1	0,03437 (-6,0E-1)	0,69206 (-1,8E-2)
87,8	3,0129 (-7,5E-1)	60,758337 (-2,6E-2)
210	7,2063 (-7,6E-1)	145,3214 (-2,7E-2)
1000	34,3157 (-7,6E-1)	692,0053 (-2,7E-2)
7030	241,2401 (-7,6E-1)	4864,7955 (-2,7E-2)
10000	343,1579 (-7,6E-1)	6920,0505 (-2,7E-2)
13280	455,7136 (-7,6E-1)	9189,8270 (-2,7E-2)
20000	686,3156 (-7,6E-1)	13840,10 (-2,7E-2)
Si-Iron	256,44 (-9,2E-1)	577,85 (-8,1E-2)

**Tabla 3.21** Valores de flujo medio obtenidos numéricamente para las parejas de corrientes ( $I_{int} = 15$  A,  $I_{ext} = 300$  A) y ( $I_{int} = 300$  A,  $I_{ext} = 300$  A) con  $r_n = 2$ , y errores en % (#) respecto al valor obtenido en simulaciones con  $I_{ext} = 0$  A. Mod. NOGAP\_2R1.

En la Tabla 3.22 se observa el flujo medio a través de 360 secciones del toroide debido únicamente a la corriente exterior. Esa cantidad debería ser nula para cualquier caso, y su contribución al flujo medio debido a la corriente interior es la causa del error observado. Se han comparado los resultados obtenidos en tres simulaciones. La primera, tomada como referencia, calcula el flujo medio para una corriente exterior de 300 A y el núcleo magnético con  $\mu_r = 7030$ . Este valor se compara con:

- el valor medio del flujo en el toroide obtenido cuando, manteniendo constante la permeabilidad, la intensidad de la corriente exterior es veinte veces menor,  $I_{ext} = 15$  A.
- el valor medio del flujo en el toroide cuando se mantiene el valor de la intensidad de la corriente exterior y se reduce en veinte veces la permeabilidad,  $\mu_r = 351,5$ .

Se observa que la reducción del flujo medio al reducirse la corriente exterior en el caso de permeabilidad constante es más lineal (20,006) que cuando, con corriente exterior constante, se reduce la permeabilidad (20,06).

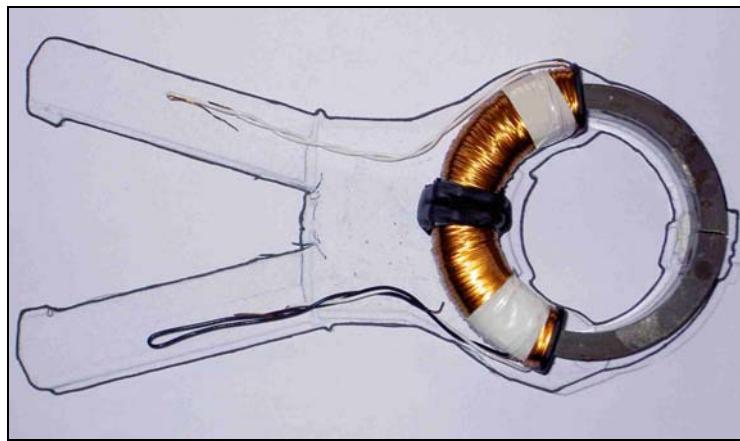
$I_{int} = 0$ A, $I_{ext} = 300$ A, $\mu_r = 7030$	$I_{int} = 0$ A, $I_{ext} = 15$ A, $\mu_r = 7030$	$I_{int} = 0$ A, $I_{ext} = 300$ A, $\mu_r = 351,5$
-2,1086	-0,10543	-0,10513

**Tabla 3.22** Valores de flujo medio en  $\mu$ Wb obtenidos numéricamente en tres simulaciones lineales con la corriente exterior en  $r_n = 2$  y sin corriente interior. Mod. NOGAP\_2R1.

De estos resultados puede concluirse que es la deformación de las líneas de campo magnético procedente del cable exterior en las superficies del toroide, deformación que no sufren las líneas procedentes del conductor interior, la razón del error observado. Mallados más finos en las zonas próximas a las superficies exteriores del toroide junto con el alejamiento de las fronteras del modelo mejorarían el resultado numérico.

### 3.7. CASO DE ESTUDIO. PINZA AMPERIMÉTRICA COMERCIAL DE 1000 A AC

La pinza amperimétrica está construida a partir de un núcleo en forma de toroide circular de sección rectangular partido por la mitad. El material del núcleo es chapa ferromagnética apilada cuya curva de magnetización es desconocida. Su funcionamiento es el mismo que el de un transformador de corriente, al no incluir sensor de campo magnético y cerrarse idealmente sin entrehierros. Las dimensiones son:  $R_{int} = 35$  mm, radio exterior  $R_{ext} = 43$  mm, altura  $h = 16$  mm. El valor de la longitud media del circuito magnético es de  $\ell_m = 245,04$  mm y la sección transversal vale  $S_m = 128 \text{ mm}^2$ .



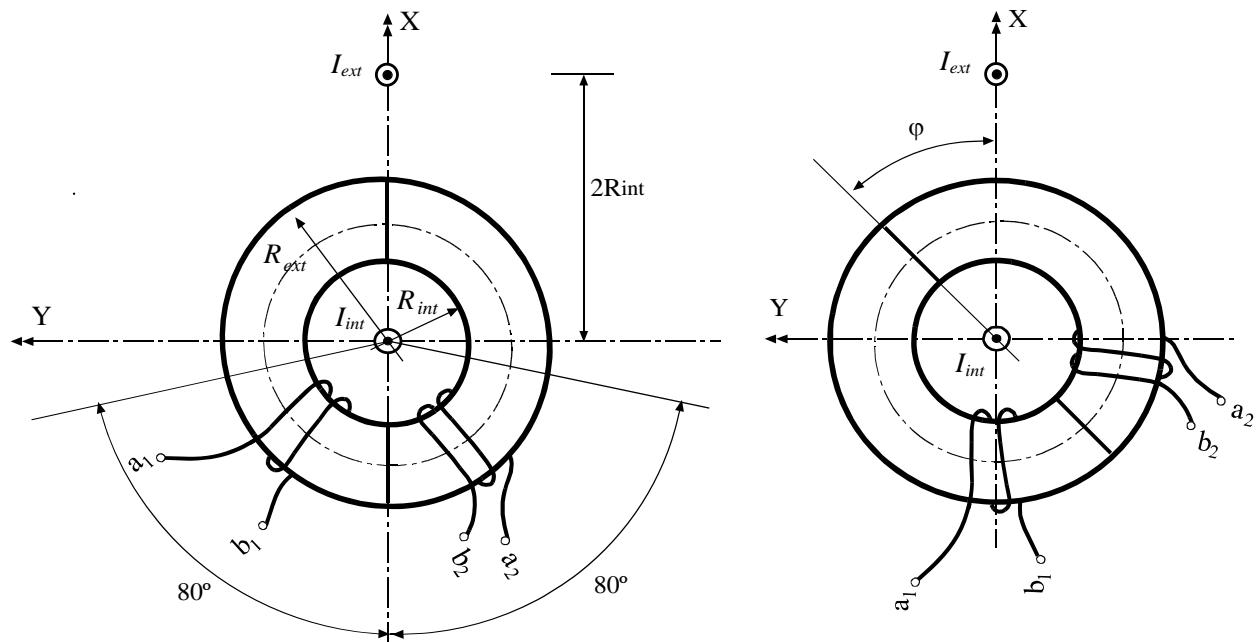
**Fig. 3.16** Núcleo de la pinza amperimétrica objeto de análisis.

El circuito secundario está formado por dos bobinas conectadas en serie y distribuidas simétricamente en arcos de  $80^\circ$  a cada lado de uno de los cortes del núcleo, Fig. 3.16 y Fig. 3.17. La carga del circuito secundario lo constituye una resistencia de  $2 \Omega$ . Para 1000 A, la tensión en los extremos de la resistencia es de 2 V, lo que indica una relación de transformación para las corrientes de 1000 A / 1 A.

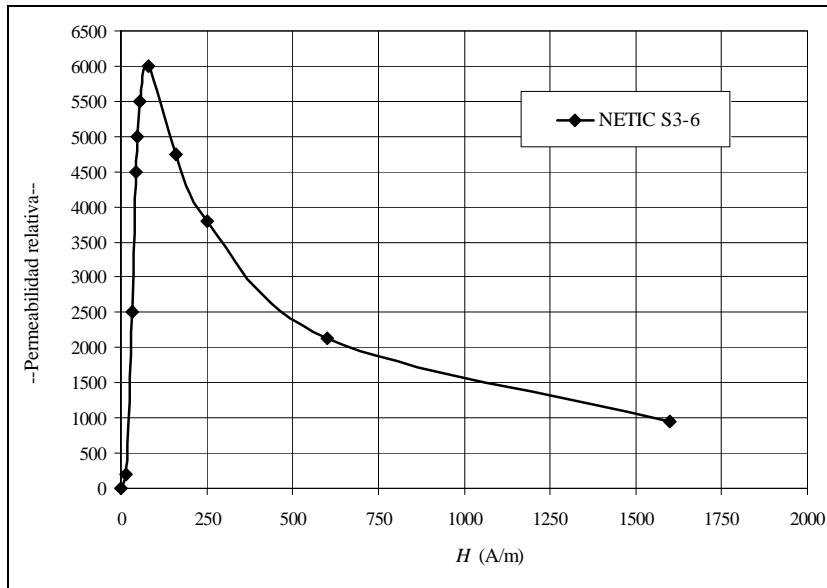
De lo concluido hasta ahora en este capítulo, es de esperar que la falta de uniformidad de las bobinas de lugar a errores de *crosstalk*, haciendo descender la clase de la pinza amperimétrica. Para analizar mediante el MEF la precisión de esta pinza, usaré los datos procedentes de la simulación del toroide sin entrehierros con cable interior centrado, cable exterior a  $r_n = 2$  (Mod. NOGAP\_2R1) y cinco valores de permeabilidad relativa constante  $\mu_r = 500$ ,  $\mu_r = 1000$ ,  $\mu_r = 2500$ ,  $\mu_r = 5000$  y  $\mu_r = 10000$ . La corriente interior la he considerado de 50 A, el 5% de la corriente exterior de 1000 A.

En estas simulaciones vuelven a observarse los errores numéricos en el cálculo del flujo medio cuando existe una corriente exterior (apartado 3.6.3). La situación más desfavorable se produce cuando la permeabilidad relativa es máxima,  $\mu_r = 10000$ . La diferencia relativa entre el valor de flujo medio calculado cuando circulan las corrientes de 50 A y 1000 A y el flujo medio creado exclusivamente por la corriente interior de 50 A es de -0,85%, algo más elevado que los calculados para corrientes más débiles (ver Tabla 3.21).

Realicé otras simulaciones en esas condiciones pero usando un material magnético comercial no lineal NETIC® S3-6 [MSC 00], cuya curva de magnetización facilitada por el fabricante está representada en la Fig. 3.18.



**Fig. 3.17** Disposición geométrica del núcleo de la pinza amperimétrica respecto del cable exterior.



**Fig. 3.18** Curva Permeabilidad magnética -  $H$  del material NETIC® S3-6.

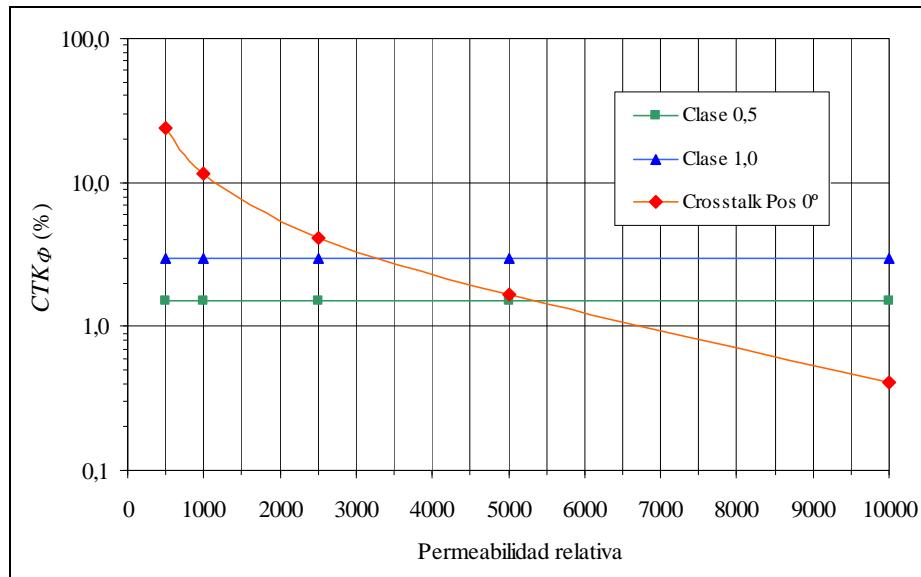
Conocida la distribución del flujo magnético a través de 360 secciones del núcleo separadas  $1^\circ$ , el flujo medio para cada posición angular de la pinza respecto del cable exterior (<ángulo  $\phi$ ) lo calculo considerando las secciones contenidas en los intervalos angulares incluidos en la Tabla 3.23. Las bobinas

giran solidarias a la pinza, por lo que ocupan posiciones cuyo campo magnético varía debido a la influencia de la corriente exterior.

Una conclusión que se obtiene de los resultados de las simulaciones con material lineal es que la posición más desfavorable para los cuatro valores de permeabilidad es la de  $\varphi = 0^\circ$ , con valores de errores muy semejantes a los obtenidos para  $135^\circ$ . Los resultados se muestran en la Fig. 3.19 y se comparan con los exigidos por la norma para las clases 0,5 y 1.

Posición angular del núcleo	Intervalo angular para el promedio de flujos elementales
$\varphi = 0^\circ$	$100^\circ < \varphi < 260^\circ$
$\varphi = 45^\circ$	$145^\circ < \varphi < 305^\circ$
$\varphi = 90^\circ$	$190^\circ < \varphi < 350^\circ$
$\varphi = 135^\circ$	$235^\circ < \varphi < 395^\circ (35^\circ)$

**Tabla 3.23** Intervalo angular para el promedio de flujos elementales en el cálculo de errores de *crosstalk* con la corriente exterior en  $r_n = 2$ . ( $I_{int} = 50$  A,  $I_{ext} = 1000$  A). Bobinas distribuidas en dos arcos simétricos de  $80^\circ$ .

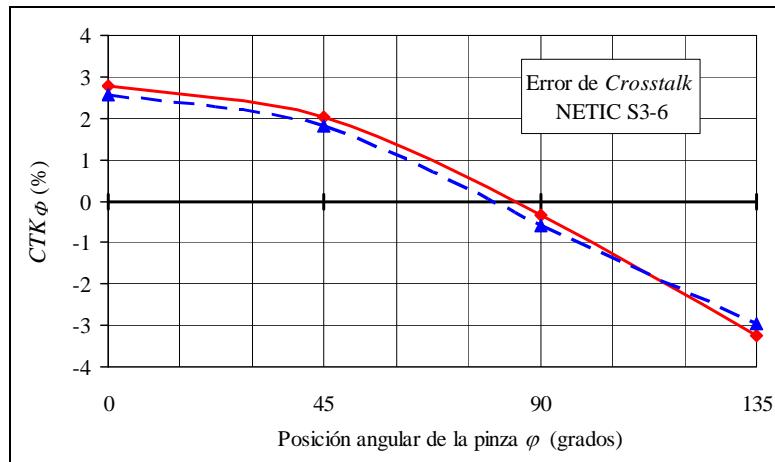


**Fig. 3.19** Errores de *crosstalk* en función de la permeabilidad relativa para la posición más desfavorable,  $\varphi = 0^\circ$ . Cable exterior a  $r_n = 2$  ( $I_{int} = 50$  A,  $I_{ext} = 1000$  A).

Los errores manteniendo la permeabilidad constante descenden al girar la pinza, hasta llegar a valores mínimos en torno a una posición angular de  $\varphi = 80^\circ$  para los cuatro valores de permeabilidad.

En la Fig. 3.20 se representan los errores de *crosstalk* para las cuatro posiciones en el caso de un núcleo de material NETIC® S3-6 con las bobinas distribuidas en dos arcos simétricos de  $80^\circ$ . El instrumento no

alcanza la clase 1,0 ya que el error máximo en la posición más desfavorable (en este caso la posición  $\varphi = 135^\circ$ ) es de -3,26%. Este error descendería a -2,97% si las bobinas del secundario se distribuyesen en arcos de  $90^\circ$ .



**Fig. 3.20** Errores de *crosstalk* en función de la posición para una pinza con núcleo de material NETIC® S3-6. Cable exterior a  $r_n = 2$  ( $I_{int} = 50$  A,  $I_{ext} = 1000$  A). La línea discontinua representa los errores si las bobinas estuviesen distribuidas en dos arcos de  $90^\circ$ .

Hay que indicar que las posiciones de la pinza cuando se mide la corriente eléctrica en un cable o pletina que se encuentra rodeado de otros conductores cercanos a distancias normalizadas de  $r_n = 2$  y contenidos en armarios o envolventes, quedan restringidas por limitaciones espaciales. Es habitual que la pinza se encuentre rodeada solamente por cables conductores en las posiciones perpendiculares a los ejes de los entrehierros, situación en la que he observado menores errores de *crosstalk*.

### 3.8. CONCLUSIONES

El MEF se ha empleado para determinar el valor del campo magnético y del flujo en el interior de toroides cerrados que constituyen el núcleo de transformadores de corriente o pinzas amperimétricas sin entrehierros. Los resultados obtenidos han sido validados tanto por valores calculados teóricamente como por medidas realizadas en el LME. He estimado en un 0,1% el error asociado al cálculo numérico de los campos magnéticos creados por la corriente central.

El efecto de *crosstalk* lo he analizado apoyándome en resultados previos ya publicados y desarrollando nuevos modelos para simular. He concluido que la precisión del cálculo numérico varía dependiendo de la relación de corrientes empleada. Se ha determinado un límite del 0,9% en la precisión de los modelos, cuando la corriente interior es el 5% de la corriente exterior, por encima del 0,4% impuesto por la norma para transformadores de clase 0,1. Este límite no nos permite el estudio exacto de instrumentos de esa clase, aunque sí conocer tendencias que pueden mejorarlo.

La aplicación concreta al estudio del efecto de corrientes exteriores sobre la precisión de un determinado transformador con una única vuelta del conductor primario confirma la validez del MEF. En este caso, el conocimiento detallado de las distribuciones del flujo magnético elemental en las secciones del núcleo permite establecer los errores asociados a bobinas secundarias cuyas espiras no se encuentren uniformemente distribuidas, ya sea por razones de fabricación o por la necesidad de partir el núcleo en dos mitades para poder introducir el conductor primario.

También he verificado la utilidad del MEF para conocer el efecto de la no linealidad de los materiales magnéticos empleados en los núcleos sobre la precisión del instrumento. Aunque de menor trascendencia

en transformadores de medida, el conocimiento de la respuesta no lineal de instrumentos aplicados a la protección de sistemas eléctricos ante intensidades de corriente transitorias mucho más elevadas que la nominal es de gran importancia y de difícil evaluación con métodos convencionales [TZI 00].

CAPÍTULO 4

**NÚCLEOS CON ENTREHIERROS. INFLUENCIA DE CORRIENTES  
EXTERIORES**



## 4.1. INTRODUCCIÓN

El entrehierro en las máquinas eléctricas rotativas está ampliamente documentado y ha sido objeto desde el origen de la ingeniería eléctrica de una especial atención por su importancia en las características de la máquina y su eficiencia energética. Lo mismo ocurre con los entrehierros debidos a las juntas de las chapas magnéticas en los núcleo de los transformadores de potencia, de anchuras en torno a 0,05 mm [COR 45]. El ruido sonoro provocado por estas discontinuidades en el núcleo magnético ha sido estudiado por A.Ilo et al. en [ILO 96]. Por otro lado, muy pocas referencias se han encontrado sobre estudios de los efectos de entrehierros en núcleos magnéticos aplicados a las protecciones de sistemas eléctricos o incorporados en instrumentos de medida. R. Gans, en su trabajo sobre la susceptibilidad reversible [GAN 11] realiza un estudio del efecto que los entrehierros tienen en la permeabilidad de núcleos magnéticos. Este trabajo lo cita posteriormente D. Lange en [LAN 97], quien describe un método para calcular la permeabilidad reversible en núcleos con entrehierros. El estudio más completo al que he tenido acceso ha sido el realizado por B. Bozoki et al. [BOZ 90] dedicado a los transformadores de corriente con entrehierros. La anchura de los entrehierros la refiere por unidad de longitud de la línea media de la trayectoria cerrada del circuito magnético. Ese valor adimensional lo acompaña de las letras griegas  $\rho\mu$ , convención que se seguirá en el presente documento. Analiza aquellos transformadores con entrehierros entre 0,0001  $\rho\mu$  y 0,0003  $\rho\mu$ . Se afirma que en estado estacionario, el análisis de estos transformadores es fundamental para los instrumentos de medida, pero no para los transformadores de protección. El entrehierro da lugar a una pequeña disminución en la precisión del transformador; una de las razones de esa pérdida de precisión se encuentra en la exigencia de una mayor corriente de magnetización. La ventaja para este autor de incorporar entrehierros es la reducción del flujo remanente o remanencia, mejorando así el comportamiento en régimen transitorio. Este hecho es también incluido dentro de las ventajas del transformador de corriente portátil de núcleo partido descrito por J.D. Ramboz en [RAM 96], aunque en este caso como en el descrito en [SOE 93], la existencia del entrehierro es consecuencia de un mal ajuste mecánico, y no de un diseño planificado como en [BOZ 90]. Los entrehierros considerados por E. So et al. en el transformador para altas corrientes de alta precisión con núcleo partido que describe en [SOE 93] son de 0,25 mm de anchura (el espesor de una hoja de papel); afirma que el efecto de estos entrehierros en los errores en fase ( $\alpha$ ) es despreciable, mientras que los errores en cuadratura ( $\beta$ ) varían en 100  $\mu\text{A}/\text{A}$ .

P. Pouliche et al. [POU 01] [POU 03] describe un sensor de corriente para altas frecuencias ( 100 kHz - 50 MHz ) basado en el efecto de acoplamiento magnético del transformador, pero en cuyo núcleo se inserta un sensor de efecto Hall para la medida de corriente continua. Utiliza el MEF en 3D (ANSYS 3D) para calcular la energía magnética, a partir de la cual deduce los coeficientes de autoinducción e inducción mutua. Estos valores los traslada posteriormente a otro programa (SPICE) para simular el comportamiento frecuencial del modelo. En el documento de tesis [POU 01] se analiza un circuito magnético mediante ANSYS 3D, constituido por un núcleo toroidal de ferrita de permeabilidad constante ( $\mu_r = 1000$  y  $\mu_r = 3000$ ) de sección rectangular con un único entrehierro de anchura 2 mm y 3 mm. La corriente circula por un único conductor recto centrado en el eje del toroide. Se muestran los valores obtenidos para el vector  $\mathbf{B}$  en el entrehierro. La anchura de 2 mm para el entrehierro se selecciona para alojar dos sensores de efecto Hall en el mismo entrehierro conectados en oposición para mejorar la inmunidad de la sonda. Estos mismos autores amplían y perfeccionan las sondas descritas anteriormente, trabajo que describen en [POU 05]. Las mejoras radican fundamentalmente en la incorporación de un segundo transformador sin entrehierro conectado en serie con el primero, lo que incrementa el rango de frecuencias en las que el sensor puede medir con suficiente precisión.

Otra aportación es el trabajo de Y. Benshun et al. en [BEN 00]. Este autor parte de un transformador de corriente 1200 A/5 A con una bobina primaria de 234 vueltas. En el núcleo de ese transformador se abre un entrehierro de 20 mm, en donde se aloja un prisma que sirve para medir el cambio en la dirección de un haz de luz procedente de un laser He-Ne.

Y. Le Floch et. al. describen en [LEF 03] el desarrollo con el MEF de un modelo de transformador de corriente con entrehierro. El primario está constituido por una barra de sección rectangular por donde circula una corriente de 11,137 kA eficaces de intensidad en régimen estacionario senoidal de 50 Hz. Muestran los resultados obtenidos para una simulación de 40 ms, indicando problemas de convergencia al resolver el sistema no lineal, lo que provoca incrementos notables en el tiempo de cálculo empleado para obtener una solución.

A. Irigoyen et al., del Departamento de Física de la Universidad Pública de Navarra, describe en [IRI 01] la construcción de un transformador de corriente empleando un núcleo de cintas de metal amorfio ( $\text{Fe}_{73,5}\text{Si}_{13,5}\text{B}_9\text{Cu}_1\text{Nb}_3$ ). El núcleo tiene forma toroidal de radio 30 mm con un entrehierro de anchura 4 mm (0,0212  $\mu\text{m}$ ). Afirma que el entrehierro da lugar a un descenso en la sensibilidad del transformador de 190 a 30 mV/A. Una vez introducido el cable en el interior del núcleo, el entrehierro se cierra con una pieza completando el circuito magnético evitando así la pérdida de sensibilidad. La precisión obtenida es comparable a la de una pinza amperimétrica comercial.

Este capítulo lo estructuro de forma análoga al anterior dedicado a los núcleos sin entrehierros. Comienzo aplicando la teoría de los circuitos magnéticos para calcular el valor promedio del flujo magnético y de  $\mathbf{B}$  en el interior de núcleos con entrehierros para unos casos concretos que se compararan con los obtenidos posteriormente mediante el MEF. Paso a describir los modelos desarrollados con un único cable interior centrado en el toroide, junto con los resultados de simulaciones no lineales para tres valores de corriente. Estos resultados los comparo con los obtenidos experimentalmente en el LME.

A continuación, determino mediante el MEF la influencia de corrientes circulando a través de cables exteriores sobre las señales procedentes de la corriente que circula por el cable interior. Se describen los modelos creados, que vuelven a combinar cuatro posiciones del cable exterior con diversas posiciones angulares de los entrehierros. Incluyo un conjunto de medidas realizadas en el LME con objeto de establecer la validez de los modelos desarrollados.

El análisis para establecer la clase de precisión del instrumento y observar las tendencias de los errores en función de las posiciones relativas del núcleo respecto del cable exterior y de las anchuras del entrehierro se lleva a cabo empleando de forma independiente dos magnitudes obtenidas numéricamente en cada simulación: el flujo magnético medio en las secciones del núcleo y la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  a la línea media del núcleo magnético. Esta última magnitud es accesible al existir los entrehierros y puede ser medida mediante sensores de campo magnético. Termino el capítulo con un caso de estudio consistente en un núcleo con dos entrehierros; aplicando el MEF determino la clase del instrumento y propongo cambios que mejoran su precisión.

## 4.2. ANÁLISIS DE CIRCUITOS MAGNÉTICOS CON ENTREHIERROS

### 4.2.1. Solución analítica del circuito magnético

El estudio de los efectos que sobre un sistema electromagnético tiene la aparición de discontinuidades en los materiales magnéticos que forman el núcleo de alta permeabilidad en el que se concentran las líneas de fuerza del campo magnético se ha realizado tradicionalmente mediante la teoría de los circuitos magnéticos. Este método, que puede resumirse en la ley de Hopkinson, se describió en el Capítulo 3. Aquí lo aplico a los núcleos con entrehierros, en los que una solución directa mediante la aplicación de la ley de Ampère ya no es posible debido a las discontinuidades en la materia que forma el núcleo. El flujo del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  en secciones transversales del núcleo correspondientes a distintos materiales se considera constante como consecuencia de la aplicación de la ley de Gauss para el campo magnético, exp. 3.1. Si, como ocurre en los casos que analizo, la sección permanece constante, el vector  $\mathbf{B}$  también permanece constante en todas las secciones del núcleo. En ocasiones, los efectos del

debilitamiento del módulo de  $\mathbf{B}$  al disminuir la permeabilidad magnética en alguna parte del núcleo (que en términos de líneas de fuerza equivale a su dispersión en áreas transversales mayores) se compensa aumentando en un pequeño tanto por ciento la sección transversal que se ve atravesada por las líneas de fuerza.

La discontinuidad en los valores de permeabilidad de los materiales que constituyen el núcleo da lugar a la aparición de carga magnética superficial  $\sigma_M$  en las secciones transversales comunes a dos materiales diferentes [REI 96]. El origen de esa carga se encuentra en el vector magnetización,  $\mathbf{M}$ , presente siempre que existe materia magnetizada. Su relación con los vectores  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{H}$  viene dada por la expresión

$$\vec{M} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{H} \quad (4.1)$$

La carga magnética superficial se define como

$$\sigma_M = \vec{M} \cdot \vec{n} \quad (4.2)$$

siendo  $\mathbf{n}$  el vector normal a la superficie y saliente del volumen ocupado por  $\mathbf{M}$ .

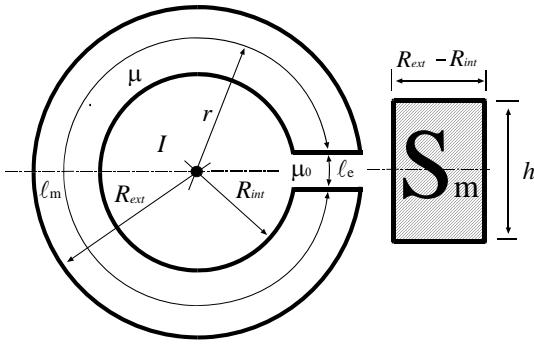
Esta carga magnética es fuente de  $\mathbf{H}$ , y es la razón del cambio en el valor del módulo de ese vector a lo largo de la línea media del circuito magnético. El módulo del vector  $\mathbf{B}$  en cualquier punto de la sección de un núcleo magnético con un entrehierro muy delgado considerando la contribución del vector  $\mathbf{M}$ , se calcula mediante la expresión [REI 96]

$$B = \frac{\mu_0 I_{Abr}}{\ell_m + \ell_e} + \mu_0 M \left( 1 - \frac{\ell_e}{\ell_m + \ell_e} \right) \quad (4.3)$$

donde  $\ell_m$  es la longitud del circuito magnético ocupado por el material,  $\ell_e$  es la anchura del entrehierro, e  $I_{Abr}$  es la corriente abrazada por la línea media cerrada, Fig. 4.1. Los vectores  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{M}$ , están relacionados según la expresión

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (4.4)$$

con  $\chi_m$  la susceptibilidad magnética. De aquí se deduce que, para materiales isótropos, la exp. 4.3 es equivalente a la ley de Hopkinson. El cociente  $\frac{\ell_e}{\ell_m + \ell_e}$  es la anchura del entrehierro por unidad de longitud del circuito magnético.



**Fig. 4.1** Circuito magnético elemental con un entrehierro y circuito primario con una sola vuelta.

Repitiendo el desarrollo descrito en el capítulo anterior y despreciando los efectos de dispersión de las líneas de  $\mathbf{B}$  en el entorno del entrehierro, para el toroide de la Fig. 4.1 se cumplirá para una línea media (circunferencia de radio medio)

$$\int_{\ell_m} \vec{H}_m \cdot d\vec{\ell} + \int_{\ell_e} \vec{H}_e \cdot d\vec{\ell} = I_{Abr} \quad (4.5)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (4.6)$$

$$\int_{\ell_m} \frac{\vec{B}_m}{\mu} \cdot d\vec{\ell} + \int_{\ell_e} \frac{\vec{B}_e}{\mu_0} \cdot d\vec{\ell} = I_{Abr} \quad (4.7)$$

$$\frac{B_m}{\mu} \cdot \ell_m + \frac{B_e}{\mu_0} \cdot \ell_e = I_{Abr} \quad (4.8)$$

multiplicando y dividiendo los dos sumandos del término de la izquierda de la ecuación anterior por la sección transversal obtenemos:

$$\frac{B_m \cdot S_m}{\mu \cdot S_m} \cdot \ell_m + \frac{B_e \cdot S_e}{\mu_0 \cdot S_e} \cdot \ell_e = I_{Abr} \quad (4.9)$$

Si el valor del flujo magnético  $\Phi$

$$B_m \cdot S_m \approx B_e \cdot S_e = \Phi \quad \text{donde} \quad S_m \approx S_e \quad (4.10)$$

se sustituye en la exp. 4.9, obtenemos

$$\frac{\Phi}{\mu \cdot S_m} \cdot \ell_m + \frac{\Phi}{\mu_0 \cdot S_e} \cdot \ell_e = I_{Abr} \quad (4.11)$$

La exp. 4.11, ley de Hopkinson, puede expresarse en este caso como:

$$\frac{\Phi}{\mu \cdot S_m} \cdot \ell_m + \frac{\Phi}{\mu_0 \cdot S_e} \cdot \ell_e = \Phi \mathcal{R}_m + \Phi \mathcal{R}_e = I_{Abr} = \mathcal{F}_{mm} \quad (4.12)$$

En ocasiones [LAN 97] [MIC 05] estas situaciones de núcleos magnéticos con entrehierros se analizan de forma simplificada cuando en la exp. 4.8 se consideran iguales los valores  $B_m$  y  $B_e$  y se prescinde del entrehierro, pero asignando al núcleo una permeabilidad media menor que la real que presenta el material magnético, conocida como permeabilidad efectiva.

#### 4.2.2. Aplicación de la ley de Hopkinson a un toroide con entrehierros y un cable interior centrado

##### 4.2.2.1. Toroide con un entrehierro de 1 mm (0,005 pμ). Curva de magnetización YW03

La dimensiones del toroide son las siguientes: sección rectangular de radio interior  $R_{int} = 24,5$  mm, radio exterior  $R_{ext} = 38,6$  mm, altura  $h = 25,4$  mm y material magnético de polvo de hierro cuya curva de magnetización es la YW03. La corriente eléctrica que circula por el conductor es de 300 A. La longitud del entrehierro es  $\ell_e = 1$  mm. La longitud media del circuito magnético, incluyendo el entrehierro vale 198,23 mm, por lo que la anchura normalizada del entrehierro es de 0,005 pμ. La sección transversal es de  $S_m = 358,14 \text{ mm}^2$ .

La longitud media del núcleo magnético,  $\ell_m$ , valdrá

$$\ell_m = 2\pi \left( R_{int} + \frac{R_{ext} - R_{int}}{2} \right) - \ell_e = 2\pi \cdot 31,55 - 1 = 197,23 \text{ mm}$$

Mediante el método de Newton-Raphson puede encontrarse la solución de la función no lineal  $f(\mu) = g$ , exp. 4.12, partiendo de un valor inicial de permeabilidad  $'\mu = 210,3 \mu_0$  correspondiente a  $'H_m = 1513,4 \text{ A/m}$ . Este valor del módulo de  $\mathbf{H}$  es el calculado a partir de la ley de Ampère, exp. 3.2, suponiendo que no existen entrehierros en el núcleo. El valor de  $\mu$  converge progresivamente al valor de  $\mu = 182,13 \mu_0$  que corresponde a  $B_m = 0,1821 \text{ T}$ .

##### 4.2.2.2. Resumen de los resultados obtenidos

Siguiendo este mismo procedimiento, se calculó el valor de  $\mathbf{B}$  y del flujo magnético en el entrehierro para otros casos cuyos resultados se muestran en la Tabla 4.1.

Para el toroide Red-Clear, la aplicación de la ley de Hopkinson se simplifica al poder considerar las reluctancias constantes e independientes de la corriente que circula por el interior. Este hecho permite también comparar estos resultados con los obtenidos según la exp. 4.3.

La permeabilidad de un material magnético se relaciona con la susceptibilidad magnética según la expresión

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m) \quad (4.13)$$

Si se supone una permeabilidad relativa de 10 para el material Red-Clear, la susceptibilidad será 9. La exp. 4.3 se podrá escribir

$$B = \frac{\mu_0 I_{Abr}}{\ell_m + \ell_e} + \mu_0 9 H \left( 1 - \frac{\ell_e}{\ell_m + \ell_e} \right) = \frac{\mu_0 I_{Abr}}{\ell_m + \ell_e} + \mu_0 9 \frac{B}{10\mu_0} \left( 1 - \frac{\ell_e}{\ell_m + \ell_e} \right) \quad (4.14)$$

El valor de  $B$  obtenido para una corriente de 300 A y un entrehierro de 1 mm aplicando la exp. 4.14 es de 18,19 mT, que coincide con el obtenido mediante la ley de Hopkinson.

Entrehierros	Anchura del entrehierro [ $\rho\mu$ ]	Curva de Magnetización	$I$ [A]	$B$ [mT]	$\Phi$ [ $\mu$ Wb]
1	0,005 (1 mm)	YW03	300 A	182,1	65,22
1	0,005 (1 mm)	YW_1T_MIC	300 A	182,9	65,50
1	0,005 (1 mm)	RC_1T_MIC	300 A	18,19	6,515
2	0,008 (1,6 mm)	YW04	150 A	44,01	15,76
2	0,008 (1,6 mm)	YW_1T_MIC	150 A	42,70	15,29
2	0,008 (1,6 mm)	RC_0,1T_MIC	150 A	8,2	2,94
2	0,008 (1,6 mm)	RC_0,1T_MIC	300 A	16,4	5,87

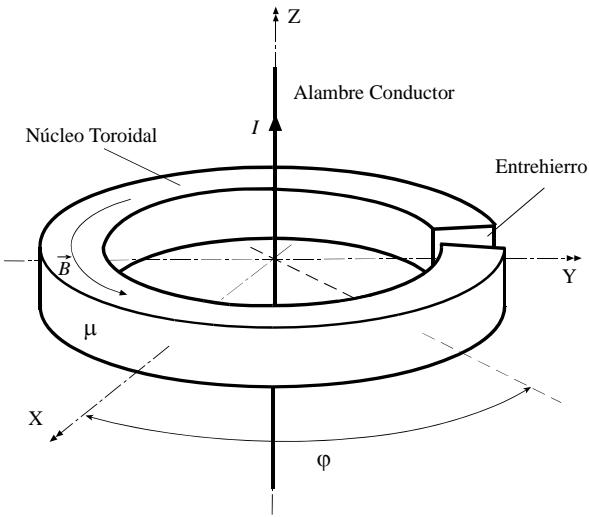
**Tabla 4.1** Valores del módulo de  $\mathbf{B}$  y flujo magnético obtenidos mediante la ley de Hopkinson.

## 4.3. MODELOS Y CÁLCULO NUMÉRICO

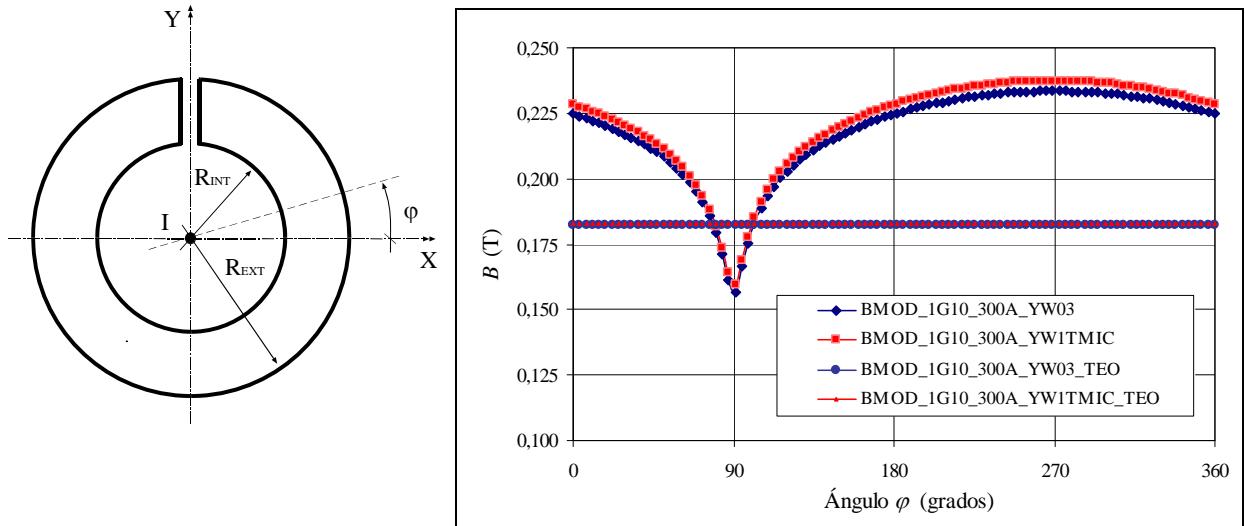
### 4.3.1. Modelo con un entrehierro (Mod. GAP01.I)

Partiendo del modelo NOGAP.I, desarrollé otro incluyendo un único entrehierro de anchura  $0,005 \rho\mu$  (1 mm), Mod. GAP01.I. La anchura del entrehierro coincide con el espesor de la sierra empleada en la mecanización del entrehierro. Esta se realizó en los talleres de Mecánica de Precisión del Centro Politécnico Superior de la Universidad de Zaragoza. Este entrehierro lo situé sobre el eje Y ( $\varphi = 90^\circ$ ) y el modelo lo consideré simétrico respecto del plano OYZ, Fig. 4.2. Esta simetría impone condiciones de contorno normales en la superficie del entrehierro contenida en el plano OYZ. Hice seis simulaciones, con 15 A, 150 A, y 300 A que incluían las curvas YW03 y YW\_1T\_MIC. La curva YW03 se obtuvo experimentalmente en el LME antes de mecanizar el toroide. En la Fig. 4.3 se muestra la variación del módulo de  $\mathbf{B}$  en puntos de una circunferencia de  $r = 31,55$  mm para una intensidad de corriente de 300 A, incluyéndose el valor medio obtenido analíticamente en el apartado 4.2. El modelo tiene  $360 \cdot 10^3$  nodos.

Los resultados analíticos, BMOD\_1G10\_300A\_YW03\_TEO y BMOD\_1G10\_300A\_YW1TMIC\_TEO, se encuentran en el rango de variación de los obtenidos en las simulaciones, tanto para la curva YW03 como para la YW\_1T\_MIC. Los valores son más altos para esta última curva, lo que también ocurría en el caso de un núcleo sin entrehierros. La variación de  $\mathbf{B}$  a lo largo de los puntos de la circunferencia puede interpretarse como el efecto de la dispersión real de las líneas de  $\mathbf{B}$  en el núcleo. Esta es mínima en la sección opuesta al entrehierro, y máxima en el entrehierro. El valor teórico del módulo de  $\mathbf{B}$  para  $I = 300$  A y curva YW03 es menor en 35,2 mT que el valor medio obtenido en la simulación. Para los resultados con la curva YW\_1T\_MIC, el valor teórico de  $\mathbf{B}$  es menor en 37,8 mT que el equivalente calculado mediante el MEF.



**Fig. 4.2** Esquema del modelo del toroide con un entrehierro.



**Fig. 4.3** Distribución del módulo de  $\mathbf{B}$  a lo largo de una circunferencia de  $r = 31,55$  mm. Entrehierro de 1,0 mm en  $\varphi = 90^\circ$ .  $I = 300$  A. Curvas YW03, YW\_1T\_MIC. Mod. GAP01.I. Se presentan junto con los valores obtenidos analíticamente.

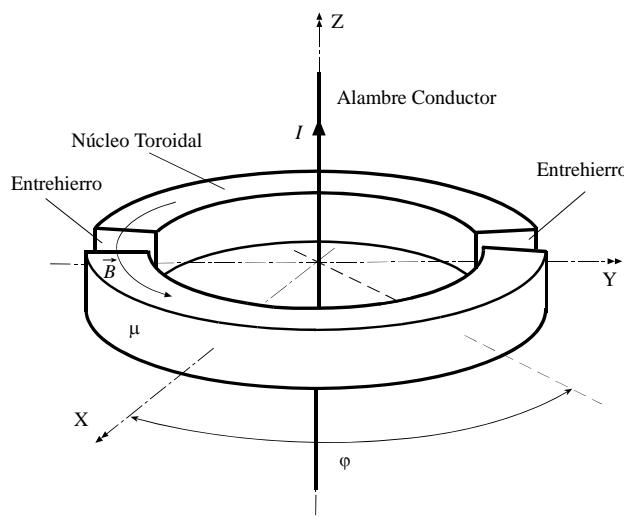
Los resultados del flujo magnético para las secciones de mayor y menor valor del módulo de  $\mathbf{B}$  se muestran en la Tabla 4.2. Los valores entre paréntesis (#) corresponden a la sección  $\varphi = 90^\circ$ . El flujo en la sección central del entrehierro llega a reducirse un 38% respecto del que existe en la sección opuesta. Los valores calculados analíticamente están contenidos en el intervalo de variación del flujo obtenido en las simulaciones. Para  $I = 300$  A y curva YW03, ese valor es inferior en 15,09  $\mu\text{Wb}$  al valor medio del flujo calculado con el MEF. El valor teórico calculado mediante la ley de Hopkinson para la curva YW\_1T\_MIC es también inferior al valor medio del flujo obtenido en la simulación en 12,34  $\mu\text{Wb}$ .

	$\ell = 1,0 \text{ mm YW03}$	$\ell = 1,0 \text{ mm YW_1T_MIC}$
$\Phi_{sim} [\mu\text{Wb}], I = 15 \text{ A}$	3,084 (1,95)	2,420 (1,54)
$\Phi_{sim} [\mu\text{Wb}], I = 150 \text{ A}$	37,87 (23,70)	37,06 (23,18)
$\Phi_{sim} [\mu\text{Wb}], I = 300 \text{ A}$	85,58 (53,41)	87,18 (54,34)

**Tabla 4.2** Flujo magnético a través de la sección  $\varphi = 270^\circ$ , y  $\varphi = 90^\circ$  (#) calculado numéricamente. Entrehierro de 1,0 mm en  $\varphi = 90^\circ$ . Mod. GAP01.I.

#### 4.3.2. Modelo con dos entrehierros de anchura variable. (Mod. GAP02.I, GAP02.II, GAP02.III)

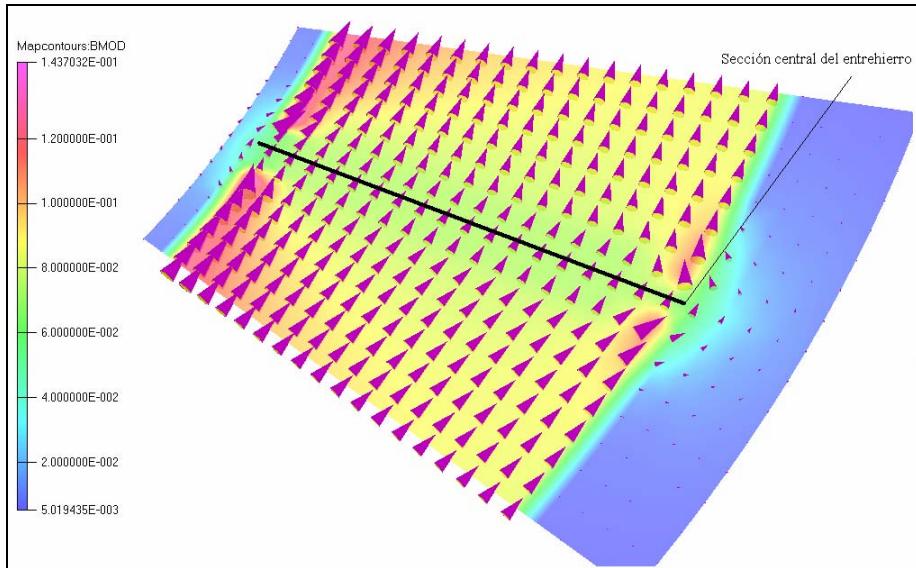
Sobre el modelo anterior realicé tres variaciones incluyendo dos entrehierros opuestos de anchura 0,004  $\rho\mu$  (0,8 mm), Mod. GAP02.I, 0,008  $\rho\mu$  (1,6 mm), Mod. GAP02.II, y 0,012  $\rho\mu$  (2,4 mm), Mod. GAP02.III. La primera de las anchuras del entrehierro coincide con el espesor de la lámina de material no magnético empleada para llenar el entrehierro durante los ensayos. Los cortes se realizaron en el mismo taller en el que se mecanizó el entrehierro de 1 mm. Los entrehierros los situé sobre el eje Y. Los modelos se han considerado simétricos respecto del plano OXZ, para evitar imponer condiciones de contorno en superficies contenidas en el entrehierro. En los modelos GAP02.II y GAP02.III, los dos volúmenes de material se desplazaron en el eje X para, manteniendo su radio, poder incluir entrehierros más anchos. La razón de desplazar los volúmenes en vez de acortar parte de ellos se debe a que para la verificación experimental, las dos partes del núcleo permanecen iguales en forma y dimensiones separándose una respecto de la otra al aumentar la anchura del entrehierro. El modelo GAP02.I tiene  $360 \cdot 10^3$  nodos. Los otros dos modelos tienen  $450 \cdot 10^3$  nodos.



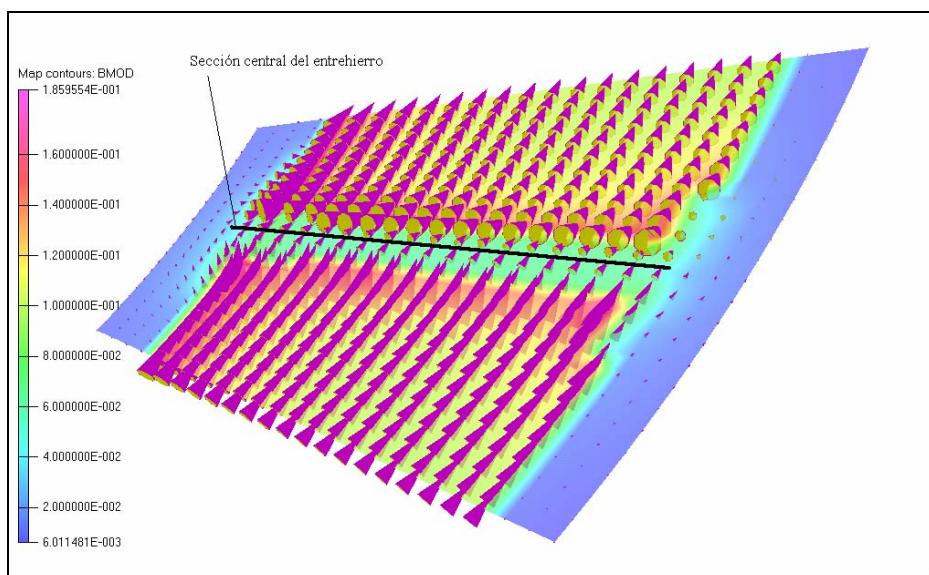
**Fig. 4.4** Esquema del modelo del toroide con dos entrehierros.

La distribución espacial del vector  $\mathbf{B}$  en la simulación con dos entrehierros de 0,012  $\rho\mu$  y para una intensidad de corriente de 300 A se muestran en las Fig. 4.5 y Fig. 4.6. En la primera, que representa el

campo magnético en el plano bisectriz contenido en OXY, se observa la deformación de las líneas de  $\mathbf{B}$ , que afecta únicamente a sus componentes  $B_x$  y  $B_y$ . En la siguiente figura, en la que el plano es paralelo al anterior pero se encuentra en  $z = 12,5$  mm, esta deformación afecta también a la componente  $B_z$ . Estos fenómenos no se consideran cuando los cálculos se realizan analíticamente, al ser de difícil evaluación con métodos matemáticos convencionales.



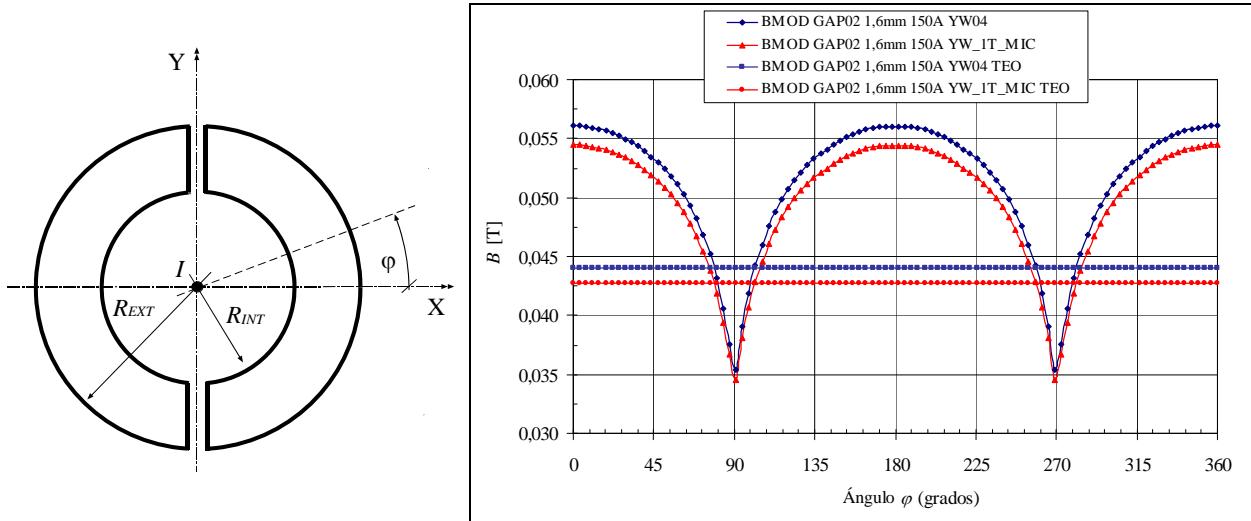
**Fig. 4.5** Distribución espacial de  $\mathbf{B}$  en el entorno del entrehierro de 1,6 mm y 300 A situado en  $\varphi = 90^\circ$ , y  $z = 0$  mm. Se observa la aparición de la componente normal del vector en la superficie lateral del entrehierro y el efecto del incremento del módulo del vector en las esquinas del entrehierro. El sector representado está limitado por  $23 \text{ mm} < r < 42 \text{ mm}$  y  $80^\circ < \varphi < 100^\circ$ .



**Fig. 4.6** Distribución espacial de  $\mathbf{B}$  en el entorno del entrehierro de 1,6 mm y 300 A situado en  $\varphi = 90^\circ$ , y  $z = 12,5$  mm. Se observa la aparición de la componente  $B_z$  del vector en la superficie superior del entrehierro. El sector representado está limitado por  $23 \text{ mm} < r < 42 \text{ mm}$  y  $80^\circ < \varphi < 100^\circ$ .

Realicé dieciocho simulaciones con intensidades de corriente de 15 A, 150 A y 300 A incluyendo las curvas de magnetización YW04 e YW\_1T\_MIC. La curva YW04 se determinó experimentalmente en el

LME antes de cortar el toroide. A continuación muestro los resultados numéricos para el módulo de  $\mathbf{B}$  en los puntos de una circunferencia de radio  $r = 31,55$  mm contenida en el plano OXY, obtenidos en las simulaciones con el modelo Mod. GAP02.II y una intensidad de corriente de 150 A, Fig. 4.7. Los valores se comparan con los obtenidos teóricamente, BMOD GAP02 1,6mm 150A YW04 TEO y BMOD GAP02 1,6mm 150A YW\_1T\_MIC TEO. Para la simulación con la curva YW04, el valor teórico es menor en 7,21 mT al valor medio obtenido numéricamente, encontrándose en el intervalo de variación de los valores simulados. En el caso de la simulación con la curva YW\_1T\_MIC, aunque el valor teórico sigue encontrándose en el intervalo de valores simulados, está más próximo al valor en el entrehierro, siendo su diferencia con el valor medio de los resultados simulados de 7,01 mT.



**Fig. 4.7** Distribución del módulo de  $\mathbf{B}$  en puntos de una circunferencia de  $r = 31,55$  mm. Dos entrehierros de 1,6 mm en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ . Mod. GAP02\_II,  $I = 150$  A. Curvas YW04, YW\_1T\_MIC. Se presentan junto con los valores obtenidos analíticamente.

En la Tabla 4.3 muestro los valores de flujo del vector inducción magnética  $\Phi_{sim}$  a través de la superficie transversal del toroide que se encuentra en el eje X ( $\varphi = 0^\circ$ ) y en la sección central del entrehierro, eje Y ( $\varphi = 90^\circ$ ), valores entre paréntesis (#), para tres valores de intensidad de corriente y tres anchuras de entrehierros.

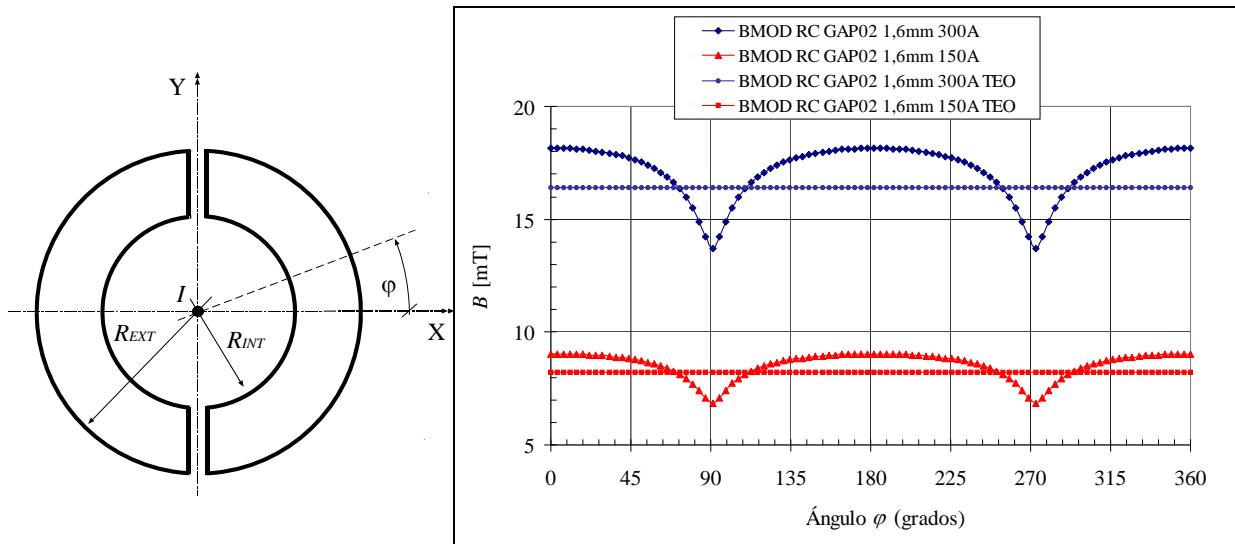
$\Phi_{sim}$ ( $\mu\text{Wb}$ )	0,004 $\mu\text{m}$ YW04	0,004 $\mu\text{m}$ YW_1T_MIC	0,008 $\mu\text{m}$ YW04	0,008 $\mu\text{m}$ YW_1T_MIC	0,012 $\mu\text{m}$ YW04	0,012 $\mu\text{m}$ YW_1T_MIC
$I = 15$ A	2,472 (1,335)	2,000 (1,429)	1,922 (1,168)	1,613 (0,986)	1,646 (0,8762)	1,409 (0,768)
$I = 150$ A	26,60 (18,403)	27,19 (17,97)	20,25 (11,50)	19,82 (11,22)	17,03 (9,033)	16,57 (8,794)
$I = 300$ A	57,83 (40,06)	61,79 (40,87)	43,23 (24,50)	43,63 (24,63)	35,92 (19,00)	35,90 (18,97)

**Tabla 4.3** Flujo magnético  $\Phi_{sim}$  en  $\mu\text{Wb}$  a través de las secciones  $\varphi = 0^\circ$  y  $\varphi = 90^\circ$  (#) calculado numéricamente. Curvas YW04 y YW\_1T\_MIC.

De estos resultados se concluye la importancia creciente de los efectos de la dispersión del campo magnético al aumentar el entrehierro. Los valores teóricos del flujo magnético para el caso de 150 A y una anchura de entrehierro de 0,008  $\mu\text{m}$  siguen encontrándose en el intervalo de valores de flujo

calculados mediante el MEF. El flujo teórico para la curva YW04 es  $2,57 \mu\text{Wb}$  menor que el flujo medio simulado. Esa diferencia es de  $2,63 \mu\text{Wb}$  para los resultados con la curva YW\_1T\_MIC. Las diferencias entre los valores obtenidos para cada una de las curvas varía según sea el valor de la corriente y la longitud del entrehierro. Coincidirán para una corriente de 300 A y dos entrehierros de  $0,012 \mu\text{m}$ . Este hecho es lógico al cambiar el rango de valores de la permeabilidad según el valor medio de  $\mathbf{B}$  que existe en el interior del núcleo. Para la simulación en la que los flujos coinciden, el valor medio del módulo de  $\mathbf{B}$  calculado mediante el MEF es de 109,15 mT. En las curvas de permeabilidad relativa frente al módulo de  $\mathbf{B}$  de la Fig. 2.5 se observa que las dos curvas presentan la misma permeabilidad para valores de inducción de 1000 Gs (100 mT). La reducción del flujo en el entrehierro comparado con el flujo máximo en el núcleo depende tanto de la anchura del entrehierro como de la intensidad de corriente que circula. Ambos factores influyen en el valor de  $\mathbf{B}$  que existe en el núcleo y, por lo tanto, en su permeabilidad. Esta reducción del flujo está en torno al 33% para un núcleo de dos entrehierros de  $0,004 \mu\text{m}$ , es del 43% para entrehierros de  $0,008 \mu\text{m}$  y del 47% para entrehierros de  $0,012 \mu\text{m}$ .

Por su carácter lineal, presento también los resultados obtenidos para las simulaciones que incluían la curva RC\_0,1T\_MIC. Los valores del módulo de  $\mathbf{B}$  en puntos de la circunferencia de radio  $r = 31,55 \text{ mm}$  contenida en el plano OXY obtenidos mediante el MEF se muestran en la Fig. 4.8, donde se comparan con los analíticos, BMOD RC GAP02 1,6mm 300A TEO y BMOD RC GAP02 1,6mm 150A TEO.



**Fig. 4.8** Distribución del módulo de  $\mathbf{B}$  en puntos de una circunferencia de  $r = 31,55 \text{ mm}$ . Dos entrehierros de  $1,6 \text{ mm}$  en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ . Mod. GAP02.II.  $I = 150 \text{ A}$ .  $I = 300 \text{ A}$ . Curva RC\_0,1T\_MIC.

El valor medio de los valores de  $\mathbf{B}$  para una corriente de 150 A calculados mediante el MEF es de 17,17 mT, frente a 16,4 mT calculado teóricamente. Para una corriente de 300 A, el valor medio obtenido en la simulación es 8,55 mT, y el calculado teóricamente es 8,2 mT.

En la Tabla 4.4 se muestran los valores de flujo del vector inducción magnética  $\Phi_{sim}$  a través de la superficie transversal del toroide que se encuentra en el eje X ( $\varphi = 0^\circ$ ) y entre paréntesis (#) los valores en la sección central del entrehierro ( $\varphi = 90^\circ$ ).

$\ell (\rho\mu)$	0,004	0,008	0,012
$\Phi_{sim}$ [ $\mu\text{Wb}$ ], $I = 150 \text{ A}$	3,37 (2,64)	3,26 (2,27)	3,16 (2,00)
$\Phi_{sim}$ [ $\mu\text{Wb}$ ], $I = 300 \text{ A}$	6,77 (5,30)	6,54 (4,56)	6,35 (4,01)

**Tabla 4.4** Flujo magnético calculado numéricamente  $\Phi_{sim}$  a través de las secciones  $\varphi = 0^\circ$  y  $\varphi = 90^\circ$  (#). Curva RC\_0,1T\_MIC.

La proporcionalidad de los flujos respecto del valor de la intensidad de corriente se mantiene para las tres anchuras de entrehierros. La reducción del flujo en el entrehierro respecto al valor máximo en el núcleo es del 21,7% cuando los entrehierros son de  $0,004 \text{ }\rho\mu$ , del 30,3% para entrehierros de  $0,008 \text{ }\rho\mu$  y del 36,7% para los entrehierros de anchura  $0,012 \text{ }\rho\mu$ . Comparando este resultado con el obtenido para el material Yellow-White, se observa unas menores diferencias entre el flujo máximo y el mínimo para el caso lineal de baja permeabilidad, resultado lógico ya que cuando no exista diferencia en la permeabilidad ( $\mu = \mu_0$ ), el flujo permanecerá constante en todas las secciones (desaparece el fenómeno de dispersión de líneas).

#### 4.4. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y COMPARACIÓN CON LOS RESULTADOS NUMÉRICOS

Los ensayos se hicieron en el LME. La corriente eléctrica se midió con un transformador de corriente Hartmann & Braun clase 0,2 y un multímetro digital Yokogawa 7552 de  $5\frac{1}{2}$  dígitos. La fem en las bobinas se midió con un multímetro Agilent 34401A de  $6\frac{1}{2}$  dígitos. Para todos los casos, el error se ha definido como en el Capítulo 3 (exp. 3.14),

$$\varepsilon (\%) = 100 \cdot \frac{\Phi_{sim} - \Phi_{lab}}{\Phi_{lab}} \quad (4.15)$$

##### 4.4.1. Toroides Yellow-White con un entrehierro de $0,005 \text{ }\rho\mu$ (1 mm)

Para el toroide YW03, la bobina sensora se construyó con 200 vueltas de hilo de cobre de 0,1 mm de diámetro distribuidas en un ángulo de  $3^\circ$  y situada a  $180^\circ$  del entrehierro. Los resultados se muestran en las Tabla 4.5, donde los valores entre paréntesis (#) corresponden a los errores respecto del flujo calculado numéricamente ( $\Phi_{sim}$ ) con la curva YW\_1T\_MIC.

Se observa un buen ajuste entre los valores simulados con la curva experimental YW03 y las medidas para corrientes de 150 A y 300 A. El resultado de la simulación con esa curva pero con una intensidad de 15 A se separa mucho del valor experimental. Los errores en el caso de las simulaciones con la curva YW\_1T\_MIC son más uniformes, aunque más altos para las intensidades de 150 A y 300 A.

$\ell = 1,0 \text{ mm}$	$\Phi_{lab} [\mu\text{Wb}]$	$\varepsilon [\%]$
$I = 15 \text{ A}$	2,53	21,8 (-4,4)
$I = 150 \text{ A}$	38,49	-1,61 (-3,7)
$I = 300 \text{ A}$	85,25	0,39 (2,3)

**Tabla 4.5** Flujo magnético y errores a través de la sección  $\varphi = 270^\circ$ , obtenidas experimentalmente en el LME. Un entrehierro de 1 mm situado en  $\varphi = 90^\circ$ . Corrientes de 15 A, 150 A y 300 A. Curvas YW03, YW\_1T\_MIC (#).

#### 4.4.2. Toroide Yellow-White con dos entrehierros

Para el primero de los ensayos realizados en el LME, este espacio se llenó con material no magnético, de 0,8 mm de espesor, 0,2 mm más estrecho que la sierra empleada para el corte. Los dos ensayos posteriores se realizaron con dos y tres capas de ese mismo material. Los resultados los expongo en dos grupos distintos, ya que la forma de realizar las medidas fue distinta según se tratase de las intensidades de 150 A y 300 A, o la de 15 A.

##### 4.4.2.1. Corrientes de 150 A y 300 A

La bobina sensora está situada sobre una de las mitades del toroide, a  $90^\circ$  del entrehiero, posición angular de  $\varphi = 0^\circ$ . Se hizo con 200 vueltas de hilo de cobre de 0,1 mm de diámetro. Los resultados se muestran en la Tabla 4.6 para la corriente de 150 A y la Tabla 4.7 para la corriente de 300 A. En ambas tablas los valores entre paréntesis (#) corresponden al flujo calculado numéricamente ( $\Phi_{sim}$ ) con la curva YW\_1T\_MIC.

Las diferencias entre los valores simulados y los medidos son muy pequeñas cuando la curva empleada en la simulación es la YW04 y algo más altos cuando los valores experimentales se comparan con los obtenidos con la curva YW\_1T\_MIC. Se observa también que mientras los valores del error obtenidos con las simulaciones con la curva YW04 permanecen estables para las dos corrientes y los tres entrehierros, en el caso de los errores respecto de los valores de flujo obtenidos con la curva YW\_1T\_MIC para una corriente de 300 A, estos van descendiendo conforme aumenta el entrehierro. Estos resultados confirman la convergencia en las curvas YW04 e YW\_1T\_MIC cuando el vector  $\mathbf{B}$  se debilita y que ya se ha comentado en el apartado 4.3.2. La máxima diferencia observada en términos absolutos de flujo es de 0,82  $\mu\text{Wb}$ .

$I = 150 \text{ A}$	$\Phi_{sim} [\mu\text{Wb}]$	$\Phi_{lab} [\mu\text{Wb}]$	$\varepsilon (\%)$
$\ell = 0,8 \text{ mm}$	26,60 ( 27,19 )	27,12	-1,9 ( 0,3 )
$\ell = 1,6 \text{ mm}$	20,25 ( 19,82 )	20,08	0,8 ( -1,3 )
$\ell = 2,4 \text{ mm}$	17,03 ( 16,57 )	16,99	0,2 ( -2,5 )

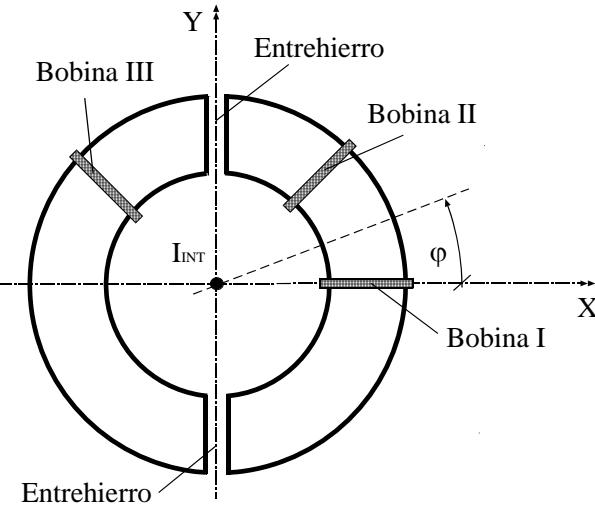
**Tabla 4.6** Flujo magnético a través de la sección  $\varphi = 0^\circ$ , obtenidas experimentalmente en LME. Dos entrehierros en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ . Corriente de 150 A. Curvas YW04, YW\_1T\_MIC (#).

$I = 300 \text{ A}$	$\Phi_{sim} [\mu\text{Wb}]$	$\Phi_{lab} [\mu\text{Wb}]$	$\varepsilon [\%]$
$\ell = 0,8 \text{ mm}$	57,83 ( 61,79 )	58,30	-0,8 ( 6,0 )
$\ell = 1,6 \text{ mm}$	43,23 ( 43,63 )	42,41	1,9 ( 2,9 )
$\ell = 2,4 \text{ mm}$	35,92 ( 35,90 )	35,52	1,1 ( 1,1 )

**Tabla 4.7** Flujo magnético a través de la sección  $\varphi = 0^\circ$ , obtenidas experimentalmente en LME. Dos entrehierros en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ . Corriente de 300 A. Curvas YW04, YW\_1T\_MIC (#).

#### 4.4.2.2. Corriente de 15 A

Las medidas de flujo magnético en el toroide cuando por el cable interior circulaban 15 A se realizaron con el esquema de bobinas sensoras mostrado en la Fig. 4.9. Esta disposición está pensada para usarla en la comprobación experimental de las simulaciones con dos conductores, uno interior centrado en el toroide y otro exterior. El estudio del efecto de la corriente exterior sobre el campo magnético creado por la corriente interior se desarrolla en los siguientes apartados del capítulo. La Bobina I se encuentra sobre el eje X ( $\varphi = 0^\circ$ ), la misma posición que la de la bobina usada para las corrientes de 150 A y 300 A. La Bobina II se encuentra en  $\varphi = 45^\circ$  y la Bobina III en  $\varphi = 135^\circ$ . Las tres bobinas tienen 300 vueltas de hilo de cobre de 0,1 mm de diámetro distribuidas en un ángulo de  $3^\circ$ . Los resultados se muestran en la Tabla 4.8 para la Bobina I, en la Tabla 4.9 para la Bobina II y en la Tabla 4.10 los medidas en la Bobina III. En las tres tablas, los valores entre paréntesis (#) corresponden al flujo calculado numéricamente ( $\Phi_{sim}$ ) con la curva YW\_1T\_MIC.



**Fig. 4.9** Esquema del modelo del toroide con dos entrehierros y bobinas de medida empleadas para medir el flujo magnético cuando circula por el cable interior una intensidad de corriente de 15 A.

$I = 15 \text{ A}$ Bobina I	$\Phi_{sim} [\mu\text{Wb}]$	$\Phi_{lab} [\mu\text{Wb}]$	$\varepsilon (\%)$
$\ell = 0,8 \text{ mm}$	2,47 ( 2,00 )	1,98	25,0 ( 1,2 )
$\ell = 1,6 \text{ mm}$	1,92 ( 1,61 )	1,60	20,1 ( 0,8 )
$\ell = 2,4 \text{ mm}$	1,65 ( 1,41 )	1,39	20,0 ( 1,0 )

**Tabla 4.8** Flujo magnético a través de la Bobina I ( $\varphi = 0^\circ$ ) obtenido experimentalmente en el LME. Corriente de 15 A. Curvas YW04 y YW\_1T\_MIC (#).

$I = 15 \text{ A}$ Bobina II	$\Phi_{sim} [\mu\text{Wb}]$	$\Phi_{lab} [\mu\text{Wb}]$	$\varepsilon (\%)$
$\ell = 0,8 \text{ mm}$	2,41 ( 1,95 )	1,94	24,3 ( 0,7 )
$\ell = 1,6 \text{ mm}$	1,84 ( 1,55 )	1,55	19,0 ( 0,0 )
$\ell = 2,4 \text{ mm}$	1,56 ( 1,34 )	1,33	17,6 ( 0,8 )

**Tabla 4.9** Flujo magnético a través de la Bobina II ( $\varphi = 45^\circ$ ), obtenidas experimentalmente en LME. Corriente de 15 A. Curvas YW04 y YW\_1T\_MIC (#).

$I = 15 \text{ A}$ Bobina III	$\Phi_{sim} [\mu\text{Wb}]$	$\Phi_{lab} [\mu\text{Wb}]$	$\varepsilon (\%)$
$\ell = 0,8 \text{ mm}$	2,41 ( 1,95 )	1,93	24,6 ( 0,6 )
$\ell = 1,6 \text{ mm}$	1,84 ( 1,55 )	1,56	17,9 ( -1,0 )
$\ell = 2,4 \text{ mm}$	1,56 ( 1,34 )	1,34	16,6 ( 0,0 )

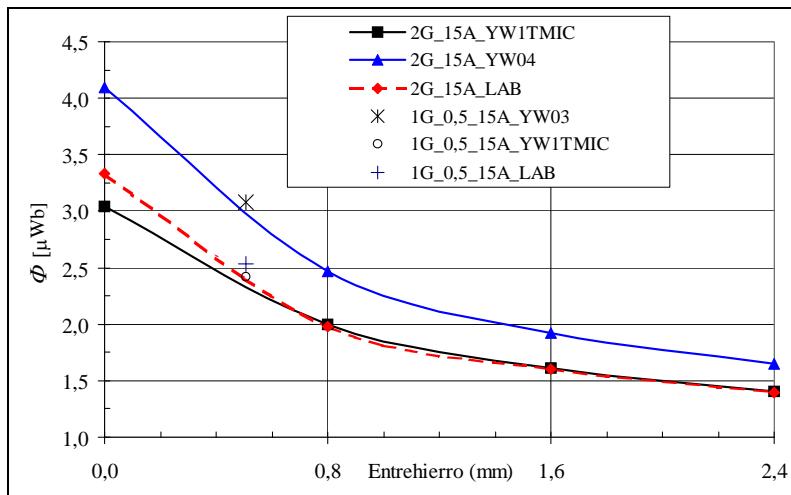
**Tabla 4.10** Flujo magnético a través de la Bobina III ( $\varphi = 135^\circ$ ), obtenidos experimentalmente en LME. Corriente de 15 A. Curvas YW04 y YW\_1T\_MIC (#).

Observados los resultados anteriores, se concluye que las simulaciones que incluyen la curva YW\_1T\_MIC facilitada por el fabricante se ajustan mejor a las medidas en el rango de valores débiles de flujo magnético. Las simulaciones realizadas con las curvas obtenidas en el laboratorio se ajustan muy bien para altas intensidades, pero dan lugar a errores muy significativos para bajos valores de intensidad. Como ya se discutió en el capítulo dedicado a las propiedades magnéticas, la no linealidad del material Yellow-White da lugar a que, usando el coeficiente de autoinducción para determinar la permeabilidad  $\mu_z$ , cuando la corriente eléctrica es baja ( $H$  es muy débil en el material), el valor de la resistencia de la

bobina no pueda despreciarse, como sí se puede hacer para altos valores de intensidad de corriente, en donde la permeabilidad del material es más alta. Por tanto, este error puede asociarse a un defecto en la caracterización experimental del material en este rango de valores del módulo de  $B$ .

Los errores algo más altos obtenidos en las medidas procedentes de la Bobina I se deben a un pequeño error en la posición angular del eje de la bobina respecto del ángulo  $\varphi = 0^\circ$ . Este hecho se analiza más detalladamente en el apartado 4.6.3.

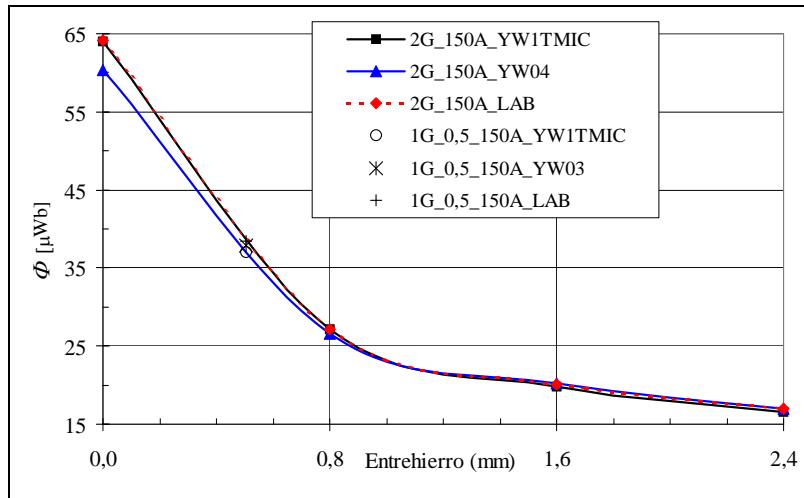
En las Fig. 4.10, Fig. 4.11 y Fig. 4.12 se representan gráficamente los valores de flujo magnético en aquella sección en la que es máximo ( $\varphi = 0^\circ$ ), obtenidos numéricamente y observados para las intensidades de 15 A, 150 A y 300 A respectivamente. Se incluyen los valores obtenidos con el núcleo sin entrehierros y los resultados de un entrehierro de 1 mm, estos últimos como dos de anchura 0,5 mm situados en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ . Los resultados para la corriente de 15 A son los medidos en la Bobina I, ya que su posición angular permite comparar esas medidas con las obtenidas para un entrehierro de 1 mm.



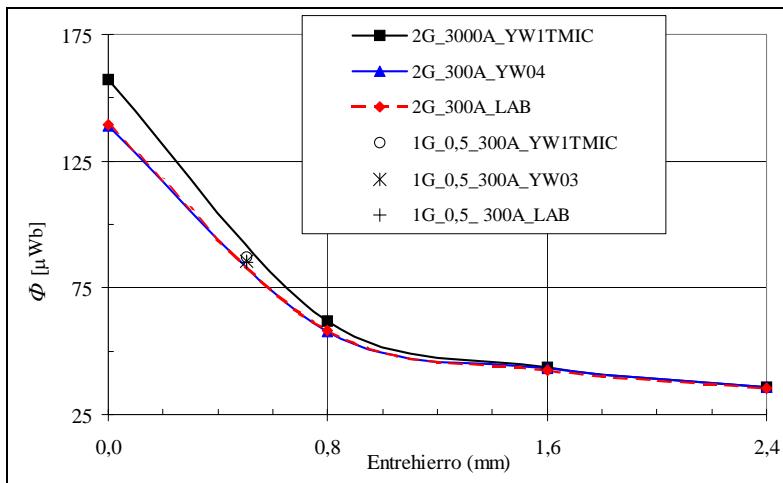
**Fig. 4.10** Flujo magnético obtenido numéricamente y medido en la sección  $\varphi = 0^\circ$ . Toroide Yellow-White sin entrehierros, con uno y dos entrehierros. Corriente de 15 A.

En la Fig. 4.10 se comprueba la proximidad de valores desde un núcleo sin entrehierros hasta el núcleo con dos entrehierros de  $0,012 \mu\text{m}$  (2,4 mm), de los valores experimentales con los obtenidos con una simulación que incluye la curva YW1T\_MIC. Los valores simulados para la curva YW04, línea 2G\_15A\_YW04 se encuentran muy separados, claramente sobrevalorados. Ocurre lo mismo con los valores del núcleo con un único entrehierro de 1 mm, considerado como dos entrehierros de 0,5 mm. El valor procedente de la simulación con la curva YW03, 1G\_0,5\_15A\_YW03, está muy próximo a la línea definida por los valores correspondientes a la curva YW04, mientras que el experimental y el calculado con la curva YW1T\_MIC están más próximos a la curva experimental de los entrehierros.

En la Fig. 4.11 se observa como al aumentar la corriente, las tres curvas se aproximan, ajustándose mejor a los valores experimentales la correspondiente a valores simulados con la curva YW1T\_MIC, 2G\_150A\_YW1TMIC, que la de los valores obtenidos con la curva YW04, 2G\_150A\_YW04, que está subvalorada en el primer tramo sin entrehierros. El valor experimental de flujo obtenido en el núcleo con un único entrehierro, considerado como dos de 0,5 mm, está sobre la línea de los valores experimentales obtenida para dos entrehierros, 2G\_150A\_LAB.



**Fig. 4.11** Flujo magnético obtenido numéricamente y medido en la sección  $\varphi = 0^\circ$ . Toroide Yellow-White sin entrehierros, con uno y dos entrehierros. Corriente de 150 A.



**Fig. 4.12** Flujo magnético obtenido numéricamente y medido en la sección  $\varphi = 0^\circ$ . Toroide Yellow-White sin entrehierros, con uno y dos entrehierros. Corriente de 300 A.

En la Fig. 4.12, los valores de flujo calculados con la curva teórica YW\_1T\_MIC, 2G\_300A\_YW1TMIC, aparecen sobrevalorados respecto a los experimentales, que en este caso se ajustan mejor a los obtenidos en simulaciones con la curva experimental YW04, 2G\_300A\_LAB. Las diferencias descienden al aumentar la anchura de los entrehierros, como ocurría en las figuras anteriores. Los valores procedentes del núcleo de un único entrehierro se encuentran más próximos a la curva experimental, aunque el obtenido con la curva YW\_1T\_MIC, 1G\_0,5\_300A\_YW1TMIC, se separa acercándose a la curva teórica YW\_1T\_MIC.

#### 4.4.3. Toroide Red-Clear con dos entrehierros

La bobina sensora la construyó con 200 vueltas distribuidas en un ángulo de  $3^\circ$  y situada a  $90^\circ$  de los entrehierros. Los resultados se muestran en la Tabla 4.11 para una intensidad de corriente de 150 A y en la Tabla 4.12 para una intensidad de 300 A.

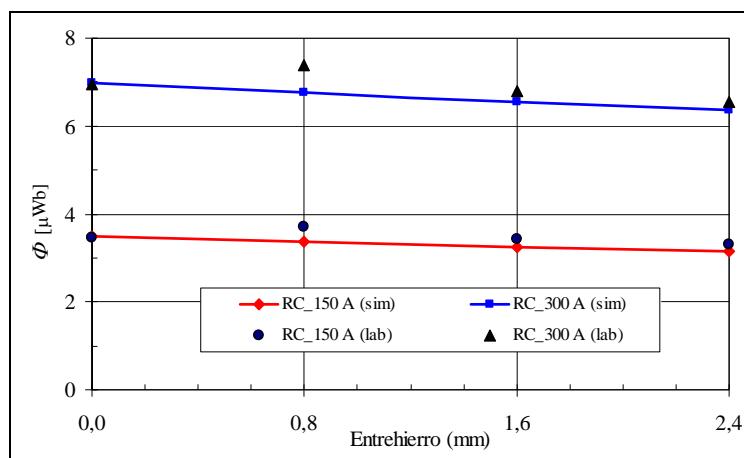
El buen ajuste de los resultados experimentales para las dos intensidades de corriente en el caso extremo con el núcleo sin entrehierros y el descenso de los errores conforme aumenta la anchura del entrehierro no puede explicarse fácilmente. La capacidad de medir con precisión flujos magnéticos de esta magnitud ya se ha demostrado en otras series de medida. Por otra parte, el material presenta una permeabilidad constante en un intervalo muy amplio de valores de  $B$  y los entrehierros modifican muy ligeramente su valor. La razón más probable es un error en la posición del toroide respecto del cable interior. La mordaza de metacrilato empleada para unir las dos mitades del toroide no era fácil de colocar sin provocar ligeras excentricidades. Esta falta de simetría es más crítica en este caso al ser la permeabilidad del material tan baja. Estos resultados los muestro gráficamente en la Fig. 4.13.

$I = 150 \text{ A}$	$\Phi_{sim} [\mu\text{Wb}]$	$\Phi_{lab} [\mu\text{Wb}]$	$\varepsilon (\%)$
$\ell = 0,8 \text{ mm}$	3,37	3,70	-9,8
$\ell = 1,6 \text{ mm}$	3,26	3,44	-5,5
$\ell = 2,4 \text{ mm}$	3,16	3,30	-4,3

**Tabla 4.11** Flujo magnético a través de la sección  $\varphi = 0^\circ$ , obtenidas experimentalmente en LME. Dos entrehierros en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ . Corriente de 150 A. Curva RC\_0,1T\_MIC.

$I = 300 \text{ A}$	$\Phi_{sim} [\mu\text{Wb}]$	$\Phi_{lab} [\mu\text{Wb}]$	$\varepsilon (\%)$
$\ell = 0,8 \text{ mm}$	6,77	7,39	-9,2
$\ell = 1,6 \text{ mm}$	6,54	6,80	-3,9
$\ell = 2,4 \text{ mm}$	6,35	6,53	-2,8

**Tabla 4.12** Flujo magnético a través de la sección  $\varphi = 0^\circ$ , obtenidas experimentalmente en LME. Dos entrehierros en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ . Corriente de 300 A. Curva RC\_0,1T\_MIC.



**Fig. 4.13** Flujo magnético obtenido numéricamente y medido. Toroides RC con y sin entrehierros.

#### 4.4.4. Conclusiones parciales

He descrito los modelos desarrollados de núcleos magnéticos con uno y dos entrehierros, calculando el campo magnético y el flujo mediante la teoría de los circuitos magnéticos cuya solución ha sido comparada con los obtenidos mediante el MEF. He observado que los valores analíticos están dentro del intervalo de variación de los obtenidos con las simulaciones. Estos resultados se han verificado experimentalmente, y demuestran que las simplificaciones de los procedimientos de cálculo teórico despreciando los efectos de dispersión de las líneas de campo magnético dan lugar a la obtención de valores promedio de  $\mathbf{B}$  que se encuentran dentro de los valores máximos y mínimos que realmente se han medido y simulado numéricamente.

Las medidas confirman la validez de los modelos numéricos desarrollados. Respecto al comportamiento real del material usado en la verificación experimental, se ha concluido que en presencia de fuentes débiles de  $\mathbf{H}$ , la curva que mejor se ajusta es la facilitada por el fabricante. Esta curva de magnetización es la que incluyo en las simulaciones que se describen a continuación.

### 4.5. EFECTO DE CONDUCTORES EXTERIORES EN NÚCLEOS NO LINEALES CON ENTREHIERROS

Para estudiar los efectos que sobre las magnitudes empleadas para medir la corriente eléctrica tiene la presencia de conductores exteriores en las proximidades del instrumento o sensor, y cómo la existencia de entrehierros puede modificar esa perturbación, añadí en los modelos descritos en el apartado 4.3 cuatro conductores filiformes, paralelos al cable central, a distancias dos, tres, cuatro y diez veces la longitud del radio interior del toroide medida desde el centro y situados a lo largo del eje X.

Para el caso de un único entrehierro de  $0,005 \mu\text{m}$ , y para cada una de cuatro distancias normalizadas, realicé inicialmente modelos para cinco posiciones angulares del entrehierro,  $\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$  y  $180^\circ$  (Fig. 4.14). Para el núcleo con dos entrehierros simétricos realicé modelos con entrehierros de  $0,005 \mu\text{m}$  en  $\varphi = \pm 45^\circ, \pm 80^\circ, \pm 90^\circ, \pm 100^\circ, \pm 135^\circ$  (Fig. 4.23). En el núcleo con dos entrehierros opuestos, para cada pareja de entrehierros de  $0,004 \mu\text{m}, 0,008 \mu\text{m}$  y  $0,012 \mu\text{m}$  y para cada una de las cuatro distancias normalizadas, desarrollé inicialmente modelos para posiciones angulares de  $\varphi = 0^\circ-180^\circ, 45^\circ-225^\circ$  y  $90^\circ-270^\circ$  (Fig. 4.25).

Los modelos empleados para las simulaciones numéricas los construí a partir de los descritos en el apartado anterior. Las diferencias más importantes hacen referencia al desplazamiento del *background*, de forma que su eje coincida con el conductor por el que circula mayor intensidad de corriente eléctrica, y a la simetría de los modelos, que cambia al cambiar la posición relativa de los entrehierros respecto al conductor exterior. En todos los modelos se empleó la simetría respecto del plano OXY para reducir el número final de nodos del modelo y ahorrar tiempo de simulación. Cuando fue posible se empleó también la simetría respecto de los planos OXZ ó OYZ, de manera que el modelo quedara reducido a una cuarta parte del espacio total.

Para poder comparar los valores de las simulaciones con los obtenidos en el laboratorio, la intensidad de corriente eléctrica que circula por el alambre interior la consideré de 15 A, y de 300 A la intensidad de corriente eléctrica que circula por el alambre exterior. Las corrientes las considero circulando en el mismo sentido o en fase (corrientes paralelas). Los modelos incluyen la curva facilitada por el fabricante del núcleo, YW\_1T\_MIC, ya que los valores de campo magnético en el núcleo toroidal vienen impuestos fundamentalmente por la corriente interior. Como ya se indicó en el apartado precedente, los valores numéricos obtenidos de las simulaciones que incluían esta curva y para ese nivel de magnetización (correspondiente a una corriente de intensidad 15 A) se ajustaban mejor a los obtenidos experimentalmente.

Las medidas en el LME solo se hicieron para determinar el flujo del campo magnético en secciones concretas, en los casos del núcleo con un único entrehierro y núcleo con dos entrehierros opuestos. El valor medido del flujo corresponde a su valor absoluto, ya que procede de los valores eficaces de la fem inducida en las bobinas. Como se observa en los resultados obtenidos con el MEF, existen secciones de flujo negativo (las más cercanas al cable exterior) al haber considerado las corrientes paralelas. En ellas, el vector  $\mathbf{B}$  tiene sentido opuesto al campo creado por la corriente interior.

El estudio lo divido en dos partes, al considerar de forma independiente las dos señales a partir de las cuales puede obtenerse el valor de la corriente que se quiere medir:

- el flujo magnético medio a través de secciones transversales del núcleo,  $\bar{\Phi}$ , y
- la componente tangencial del vector  $\mathbf{B}$  a la línea media del núcleo en los entrehierros,  $B_{tang}$

En el primer caso, el secundario está constituido por una bobina distribuida de forma uniforme en las paredes del toroide. En el segundo caso, sensores de efecto Hall o magnetoresistivos se instalan en el interior de uno o ambos entrehierros.

#### **4.6. FLUJO MAGNÉTICO MEDIO EN NÚCLEOS NO LINEALES CON ENTREHIERROS Y CORRIENTE EXTERIOR**

Este apartado lo he estructurado en tres subapartados correspondientes a: el núcleo con un entrehierro, el núcleo con dos entrehierros simétricos y el núcleo con dos entrehierros opuestos. Debido al número de modelos y a las variables consideradas (anchura del entrehierro, distancia del cable exterior, posición angular de los entrehierros y permeabilidad), las situaciones analizadas son muchas y sería muy largo describir en este documento todos los resultados obtenidos. Por ello, expongo en los siguientes párrafos únicamente los resultados que considero fundamentales para determinar las situaciones más favorables y desfavorables respecto a la magnitud de los errores de *crosstalk*, de forma que posteriormente pueda centrar mi análisis en combinaciones de variables más reducidas. En este apartado, los errores de *crosstalk* se refieren al valor  $CTK_{\phi}$ , exp. 3.24, que hace referencia al valor medio del flujo magnético en todas las secciones del toroide.

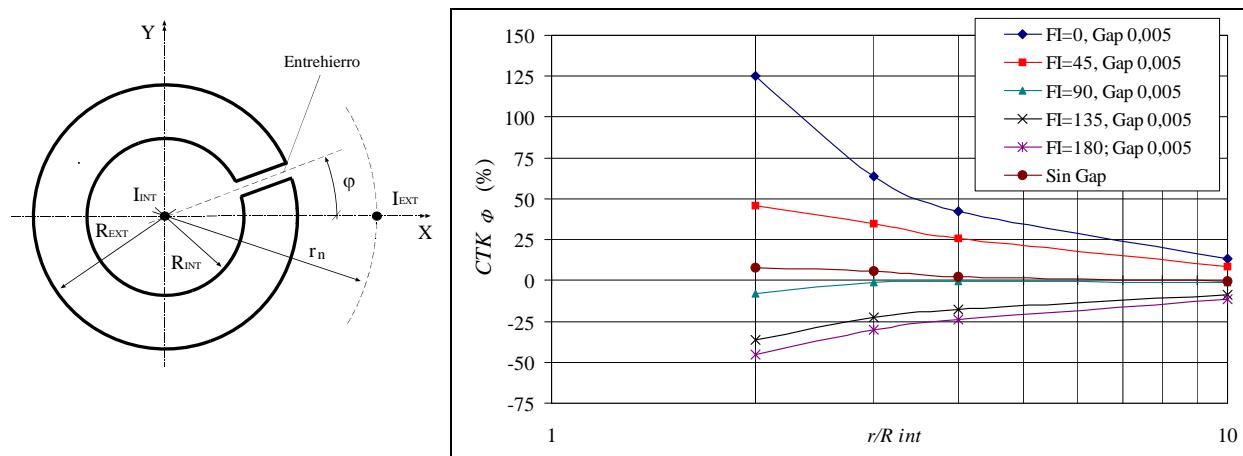
Todos los ensayos se hicieron en el LME. Las bobinas, que permiten medir el flujo magnético en secciones concretas del núcleo, son de 300 vueltas de hilo de cobre de 0,1 mm. Se construyeron sobre la superficie del toroide quedando adheridas a la pared y siendo, por lo tanto, solidarias a él. Al bucle principal de corriente del LME, que se empleó para hacer circular la corriente exterior de 300 A, se añadió un segundo bucle de las mismas dimensiones, situado junto al primero, por el que circulaba la corriente interior de 15 A. La corriente exterior se midió con un transformador de corriente Hartmann & Braun clase 0,2 y un multímetro digital Yokogawa 7552 de 5½ dígitos. La fem en las bobinas se midió con un multímetro HP 34401A de 6½ dígitos. La corriente interior de 15 A se midió a través de un shunt de 20 A/300 mV y un multímetro Fluke 45. Cada valor se calculó mediante la media de una muestra de diez medidas.

Posteriormente comprobé las posiciones geométricas de las bobinas y de los entrehierros en los dos toroides utilizados para obtener los resultados experimentales con una máquina de medición de coordenadas Mitutoyo EURO C544, que se encuentra en el Instituto de Enseñanzas Medias "Corona de Aragón" de Zaragoza. Las medidas las realicé bajo la supervisión del profesor José Luis Huertas.

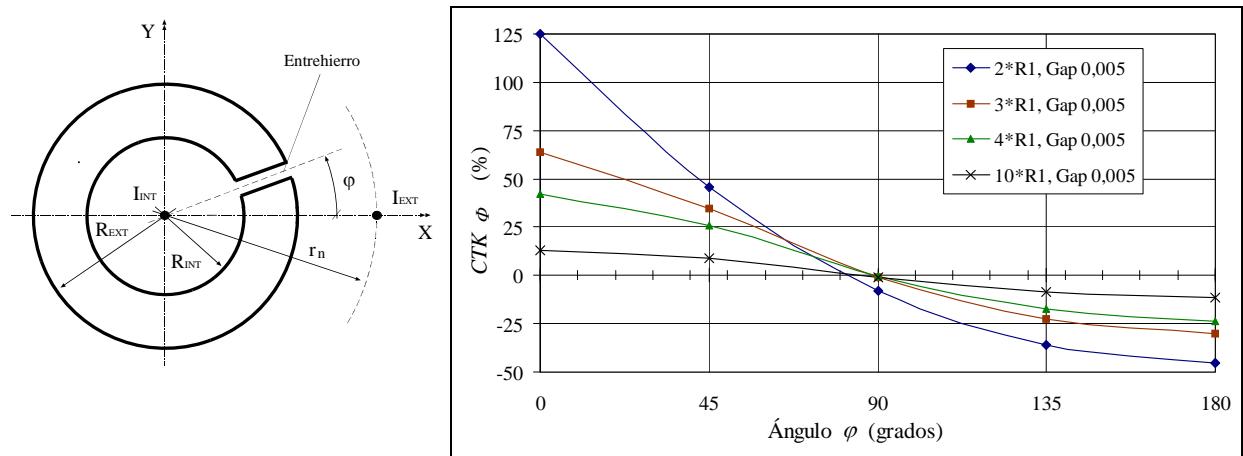
#### 4.6.1. Núcleo magnético con un entrehierro de $0,005 \mu\text{p}$

##### 4.6.1.1. Resultados de las simulaciones no lineales

En las Figuras 4.14 y 4.15 muestro los valores de  $CTK_\phi$  obtenidos en las simulaciones no lineales con material YW. En la Fig. 4.14 esos valores se encuentran representados frente a la distancia del cable exterior y en series para cada posición angular del entrehierro analizada. En la Fig. 4.15 los errores están representados frente a las posiciones angulares, en series correspondientes a las distancias del cable exterior estudiadas. El valor del flujo medio cuando circula únicamente la corriente interior de 15 A,  $\bar{\Phi}_{REF}$ , es de  $2,28 \mu\text{Wb}$ .



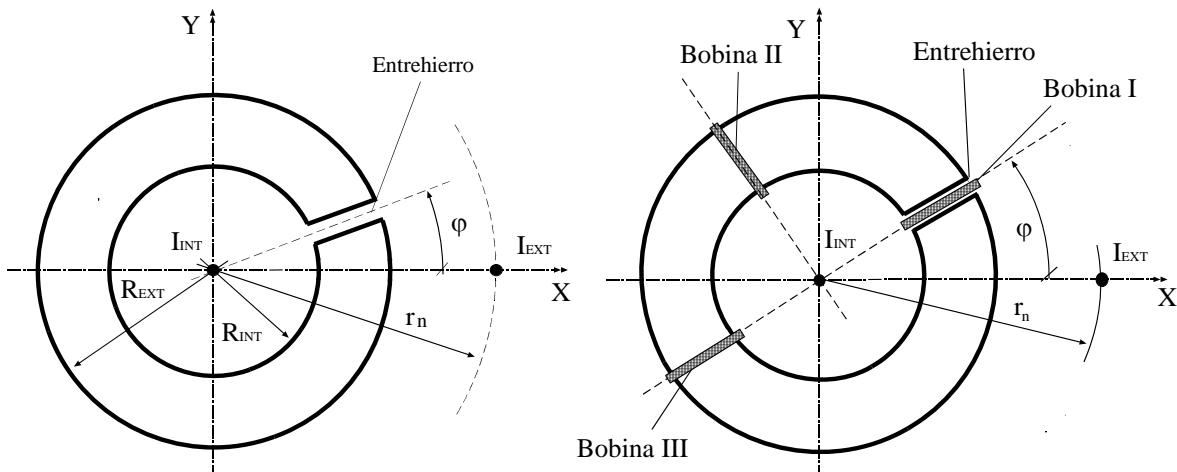
**Fig. 4.14** Errores de *crosstalk* para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición del cable exterior.  $I_{ext} = 300 \text{ A}$ .  $I_{int} = 15 \text{ A}$ .



**Fig. 4.15** Errores de *crosstalk* para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición angular del entrehierro.  $I_{ext} = 300 \text{ A}$ .  $I_{int} = 15 \text{ A}$ .

#### 4.6.1.2. Comprobación experimental de los resultados obtenidos en las simulaciones no lineales

Para esta serie de medidas utilicé el sistema de bobinas mostrado en la Fig. 4.16. La Bobina I está construida alrededor del entrehierro. Las Bobinas II y III están separadas  $90^\circ$  y  $180^\circ$  respectivamente de la anterior, Fig 4.16. Medí la fem en las tres bobinas para las posiciones de  $\varphi = 0^\circ$ ,  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 180^\circ$  y para las tres distancias normalizadas  $r_n = 2$ ,  $r_n = 3$  y  $r_n = 4$ . Los valores de los errores,  $\varepsilon$ , están calculados según la exp. 4.15.



**Fig. 4.16** Esquema del toroide con un entrehierro (izquierda) y sistema de bobinas de medida empleadas en el LME (derecha).

En la Tabla 4.13 se muestran los valores de flujo medidos en la Bobina I ( $\mu\text{Wb}$ ) para tres posiciones angulares del entrehierro y tres distancias del cable exterior, donde los valores entre paréntesis (#) corresponden a los errores calculados mediante la exp. 4.15. La Fig. 4.17 corresponde a la representación gráfica de estos resultados. La línea discontinua 1G\_1mm\_2R1\_BI\_SIM corresponde a los valores de flujo obtenidos en la simulación cuando el cable exterior se encuentra en  $r_n=2$  y los puntos 1G\_1mm\_2R1\_BI\_LAB son los valores medidos.

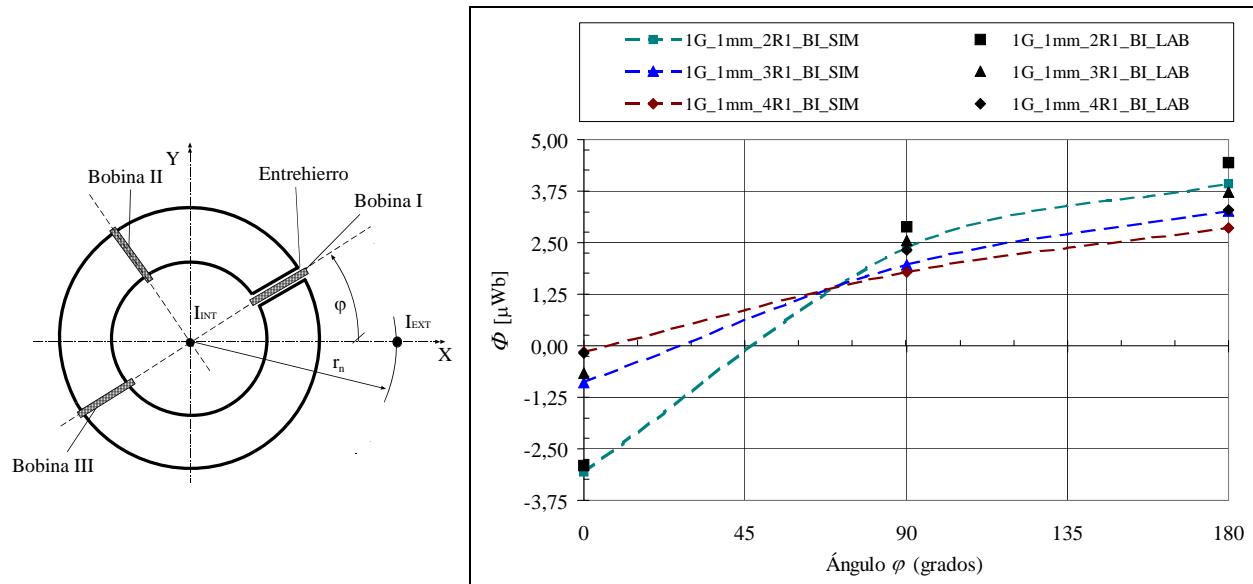
$0,005 \rho\mu$	$r_n = 2$ LAB	$r_n = 2$ SIM	$r_n = 3$ LAB	$r_n = 3$ SIM	$r_n = 4$ LAB	$r_n = 4$ SIM
$\varphi = 0^\circ$	2,90	-3,07 (-5,9)	0,66	-0,90 (36,9)	0,17	-0,16 (-5,8)
$\varphi = 90^\circ$	2,89	2,37 (-18,1)	2,55	1,97 (-22,8)	2,33	1,79 (-23,0)
$\varphi = 180^\circ$	4,45	3,93 (-11,7)	3,74	3,26 (-12,7)	3,29	2,87 (-12,7)

**Tabla 4.13** Flujo magnético ( $\mu\text{Wb}$ ) a través de la Bobina I (entrehierro), obtenidos experimentalmente en el LME y calculados mediante el MEF para tres situaciones angulares del entrehierro. (#) es el error según la exp. 4.15.

$$I_{ext} = 300 \text{ A. } I_{int} = 15 \text{ A.}$$

Los errores relativos asociados a estos resultados son altos, debido a la fuerte variación del flujo respecto a la posición angular en algunas de las secciones del toroide, a la dificultad de situar exactamente el toroide en su posición geométrica respecto de los cables y a la dispersión provocada por el entrehierro. A

pesar de ello, las medidas siguen la misma tendencia que los valores simulados, tanto al separar el cable exterior como al girar el toroide.

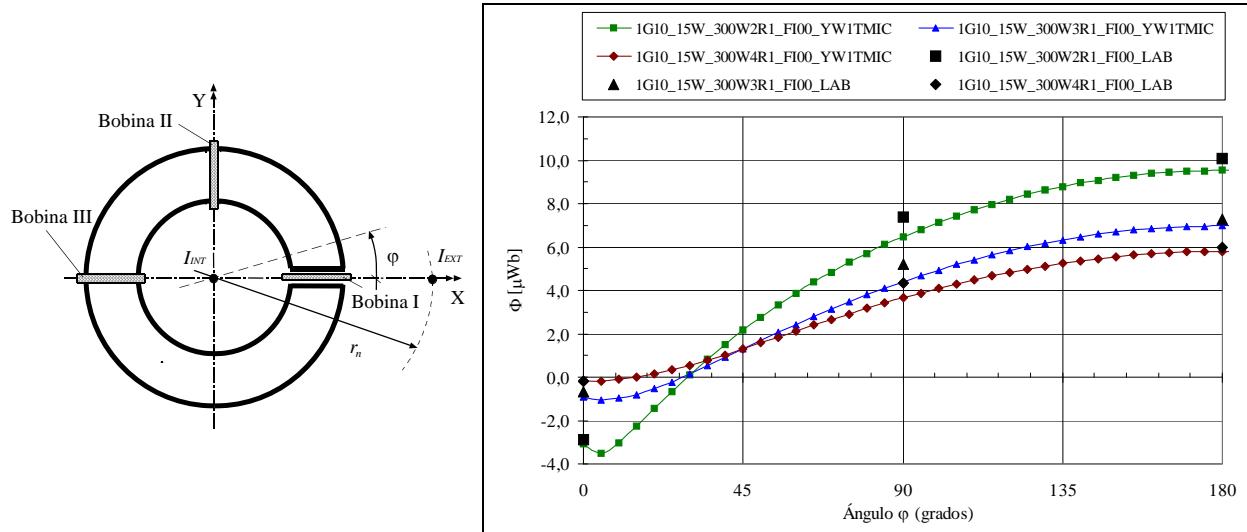


**Fig. 4.17** Flujo magnético en el entrehierro (Bobina I) en función de su posición respecto del cable exterior. Cada serie para cada valor de  $r_n$  (2, 3 y 4) se encuentra unida por una línea discontinua. Los valores obtenidos en el laboratorio se muestran en negro.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.

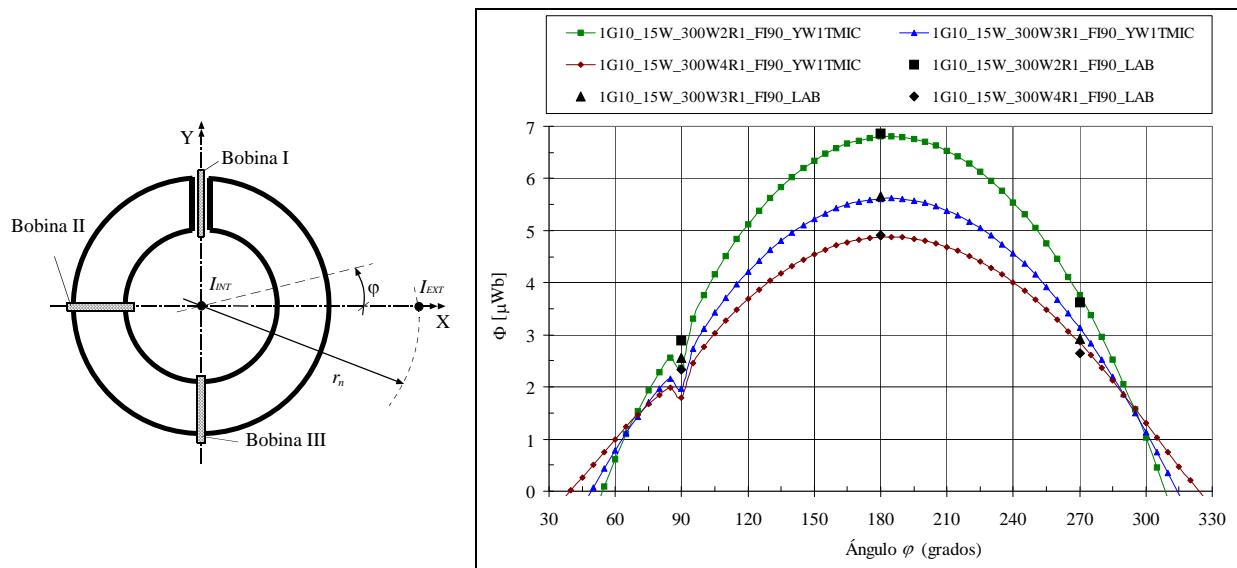
En la Fig. 4.18 se muestran los valores obtenidos experimentalmente en las tres bobinas para una posición fija del toroide con el entrehierro en  $\varphi = 0^\circ$ , y el cable exterior situado a las tres distancias normalizadas. En negro se señalan las medidas del flujo y en línea continua los resultados de las simulaciones. La línea 1G10\_15W\_300W2R1\_FI00\_YW1TMIC corresponde a los valores de flujo simulado cuando el conductor exterior por donde circula la corriente de 300 A se encuentra en  $r_n = 2$ ; los correspondientes valores experimentales se nombran en la figura como 1G10\_15W\_300W2R1\_FI00\_LAB. Para la Bobina I (entrehierro), que se encuentra en la sección  $\varphi = 0^\circ$ , el error máximo es  $\varepsilon = 36,9\%$  aunque el error medio para las tres situaciones es  $\varepsilon = 16,2\%$ . En la Bobina II ( $\varphi = 90^\circ$ ) el error máximo es  $\varepsilon = 7,4\%$ . En la Bobina III ( $\varphi = 180^\circ$ ) el error máximo es  $\varepsilon = 10,1\%$ . El error relativo en la Bobina I es alto cuando el cable exterior se encuentra en  $r_n = 3$ , a pesar de que la posición geométrica de esa bobina está muy ajustada, así como la posición del cable. Ese error es debido a una defectuosa posición del conjunto del toroide, a la fuerte variación que, respecto al ángulo  $\varphi$ , tienen los valores del flujo magnético en las secciones del entrehierro y al pequeño valor de flujo magnético que existe en esas secciones. Los errores en las Bobina II y Bobina III son menores ya que, aunque el toroide no esté perfectamente situado respecto de los dos cables, el valor del flujo es mayor, sus variaciones respecto del ángulo menores y la dispersión menor que en la sección del entrehierro.

En la Fig. 4.19 se muestran los valores obtenidos experimentalmente en las tres bobinas para una posición fija del toroide con el entrehierro en  $\varphi = 90^\circ$ , y el cable exterior situado a las tres distancias normalizadas. En negro se señalan las medidas del flujo y en línea continua los resultados de las simulaciones. La línea 1G10\_15W\_300W2R1\_FI90\_YW1TMIC corresponde a los valores de flujo cuando el conductor exterior por donde circula la corriente de 300 A se encuentra en  $r_n = 2$ ; los correspondientes valores experimentales se nombran en la figura como 1G10\_15W\_300W2R1\_FI90\_LAB. Se observa un buen ajuste (error máximo  $\varepsilon = 0,9\%$ ) para la Bobina II que se encuentra en la sección  $\varphi = 180^\circ$ . El error máximo en la Bobina III ( $\varphi = 270^\circ$ ) es  $\varepsilon = -7,1\%$  y parece indicar un error en la posición de la bobina, que podría encontrarse en un ángulo de  $270^\circ + 2^\circ$ . Los errores relativos en la Bobina I son elevados, como se

observa también en la Tabla 4.13 debido a la fuerte variación que, respecto al ángulo  $\varphi$ , tienen los valores del flujo magnético en las secciones del entrehierro, a lo que se une la dispersión del flujo magnético en el entrehierro.



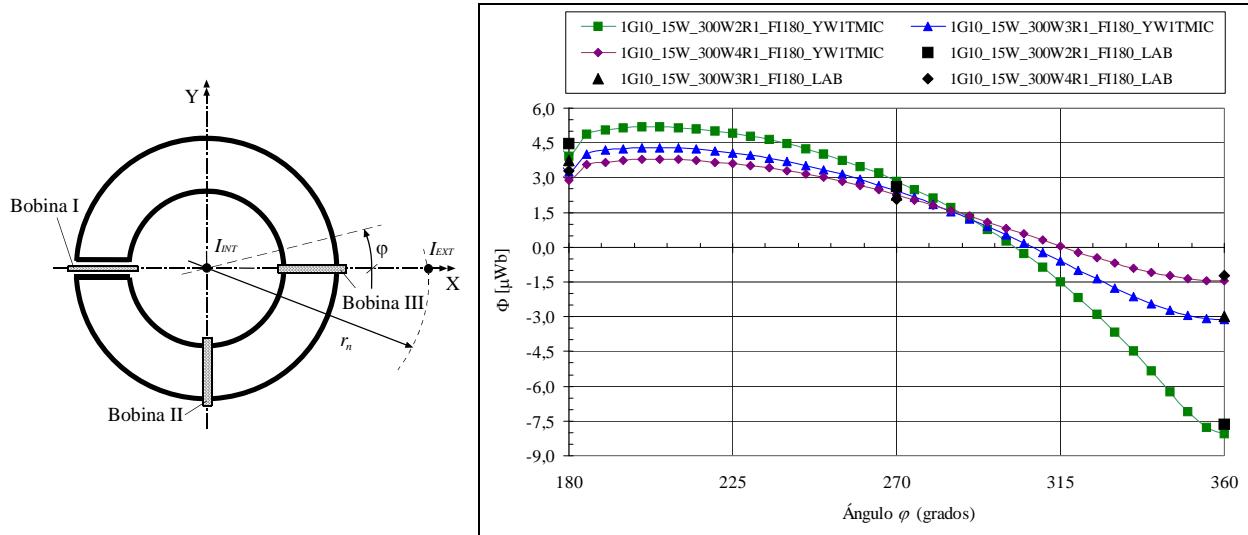
**Fig. 4.18** Flujo magnético en las tres bobinas obtenido numéricamente y medido. El entrehierro se encuentra fijo en  $\varphi = 0^\circ$ . Los valores experimentales se muestran en negro.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A. Series para tres valores de  $r_n$ .



**Fig. 4.19** Flujo magnético en las tres bobinas obtenido numéricamente y medido. Series para tres valores de  $r_n$ . El entrehierro se encuentra fijo en  $\varphi = 90^\circ$ . Los valores experimentales se muestran en negro.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.

En la Fig. 4.20 se muestran los valores obtenidos experimentalmente en las tres bobinas para una posición fija del toroide con el entrehierro en  $\varphi = 180^\circ$ , y el cable exterior situado a las tres distancias normalizadas. En negro se señalan las medidas del flujo y en línea continua los resultados de las simulaciones. La línea 1G10\_15W\_300W2R1\_FI180\_YW1TMIC corresponde a los valores de flujo cuando el conductor exterior por donde circula la corriente de 300 A se encuentra en  $r_n = 2$ ; los correspondientes valores experimentales se nombran en la figura como

1G10\_15W\_300W2R1\_FI180\_LAB. Para la Bobina III, que se encuentra en la sección  $\varphi = 360^\circ$ , el error máximo es  $\varepsilon = 14.9\%$ . En la Bobina II ( $\varphi = 270^\circ$ ) el error máximo es  $\varepsilon = 8.7\%$ . En la Bobina I ( $\varphi = 180^\circ$ ) el error máximo (Tabla 4.13) es de  $\varepsilon = -12.7\%$ .



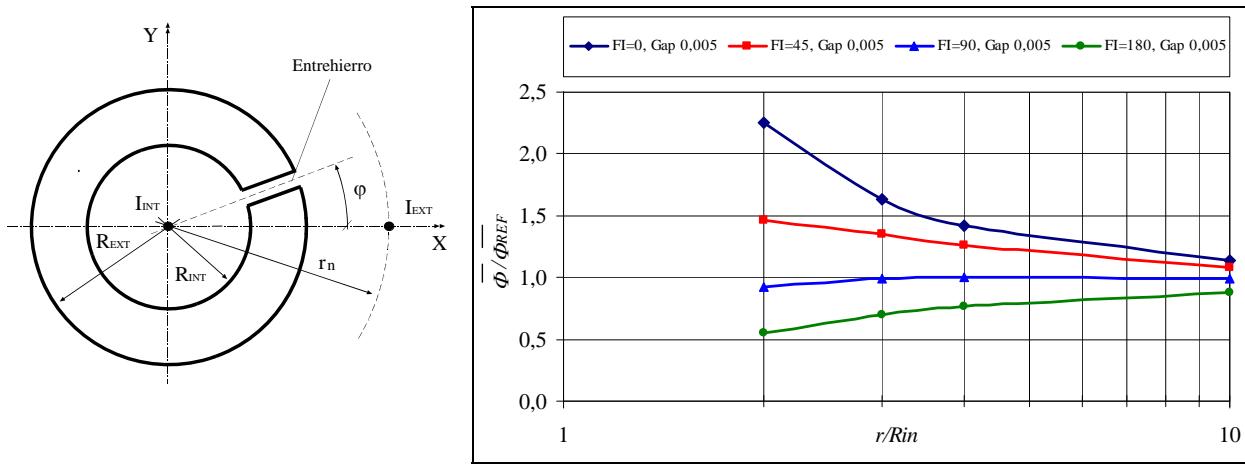
**Fig. 4.20** Flujo magnético en las tres bobinas obtenido numéricamente y medido. Entrehierro fijo en  $\varphi = 180^\circ$ . Series para tres valores de  $r_n$ . Los valores experimentales se muestran en negro.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.

Los resultados mostrados en las Figuras 4.17, 4.18, 4.19 y 4.20 confirman la validez del MEF como herramienta para el cálculo de los campos magnéticos en los sistemas analizados. A pesar de existir diferencias entre algunos de los valores experimentales con los correspondientes simulados, las tendencias coinciden en todos los casos.

#### 4.6.1.3. Conclusiones sobre los errores de *crosstalk*

De la observación de los resultados mostrados en las Figuras 4.14, 4.15 y 4.21 se puede concluir:

- Al introducir un entrehierro en el núcleo, aparecen errores de *crosstalk* que alcanzan en el caso de  $r_n = 2$  el valor máximo de 125% para  $\varphi = 0^\circ$ . La magnitud de los errores es muy sensible a la posición angular del entrehierro, lo que indica ya la importancia de esta variable para el diseño óptimo de los instrumentos.
- Los errores disminuyen al aumentar  $r_n$ , sin excepciones. La variación del flujo medio en las secciones del toroide se muestra en la Fig. 4.21. En ordenadas está representado el cociente entre el flujo medio debido a la circulación de la corriente interior y exterior ( $\bar{\Phi}$ ) y el flujo medio cuando únicamente circula la corriente interior ( $\bar{\Phi}_{REF}$ ). En abcisas está representado el valor de las distancias normalizadas a las que se encuentra el cable exterior. Se observa que para algunas de las posiciones del toroide ( $\varphi = 45^\circ$ ,  $\varphi = 180^\circ$ ) el descenso del cociente de los flujos es proporcional al logaritmo neperiano de  $r_n$ .
- La posición angular del entrehierro respecto del cable exterior es crítica a la hora de minimizar los errores de *crosstalk*, ya que existe una única posición del entrehierro en la que ese error para el flujo medio se hace cero. Para  $r_n = 2$ , esta posición está en torno a  $\varphi = 80^\circ$ . Para  $r_n > 2$ , esta posición permanece fija en  $\varphi = 90^\circ$ , como se observa en la Fig. 4.15.

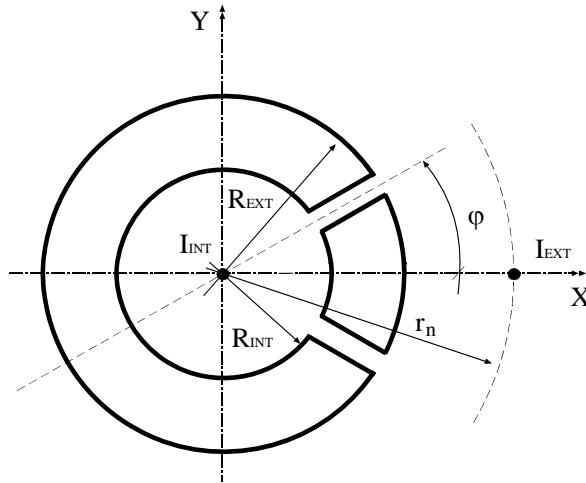


**Fig. 4.21** Variación del cociente de fluxos medios con la distancia del cable exterior. Series para distintas posiciones angulares del toroide. Un entrehierro de 1 mm y núcleo de material YW.  $I_{ext} = 300$  A,  $I_{int} = 15$  A.

#### 4.6.2. Núcleo magnético con dos entrehierros simétricos de $0,005 \mu\text{p}$

##### 4.6.2.1. Resultados de las simulaciones no lineales

Para este estudio, la pinza se consideró fija en la posición que se muestra en la Fig. 4.22. Los modelos incorporaban en el núcleo dos entrehierros de anchura fija de  $0,005 \mu\text{p}$  (1 mm) y la curva YW\_1T\_MIC. La posición angular de las parejas de entrehierros son,  $\varphi = \pm 45^\circ$ ,  $\varphi = \pm 80^\circ$ ,  $\varphi = \pm 90^\circ$ ,  $\varphi = \pm 100^\circ$ ,  $\varphi = \pm 135^\circ$  (Fig. 4.22). Cada modelo incorporaba cuatro conductores exteriores a distancias normalizadas de  $r_n = 2$ ,  $r_n = 3$ ,  $r_n = 4$  y  $r_n = 10$ . Los modelos se nombraron como Mod. GAP02S.I



**Fig. 4.22** Esquema de toroide con dos entrehierros simétricos y sistema de ejes usados en la simulación.

Los resultados de las simulaciones de estos modelos se muestran en las Fig. 4.23 y 4.24. En la primera de ellas, los errores relativos se representan frente a la distancia del cable exterior, e incluye el error en el caso de no existir entrehierro. En la segunda, el error relativo de *crosstalk* se representa frente a la posición angular de los dos entrehierros, en cuatro series correspondientes a las cuatro distancias normalizadas del cable exterior.

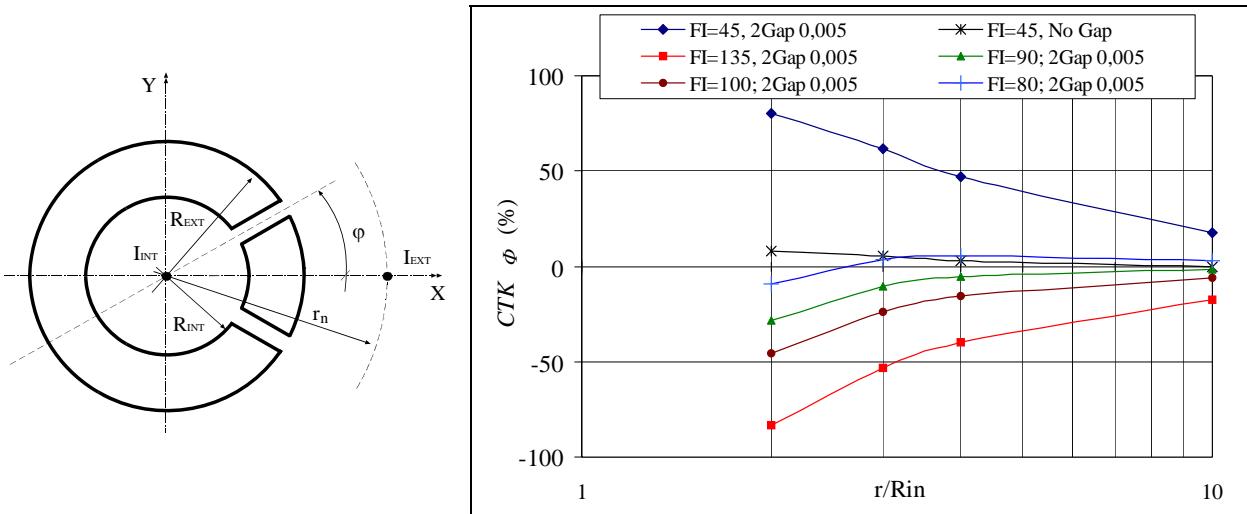


Fig. 4.23 Errores de *crosstalk* para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición del cable exterior.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.

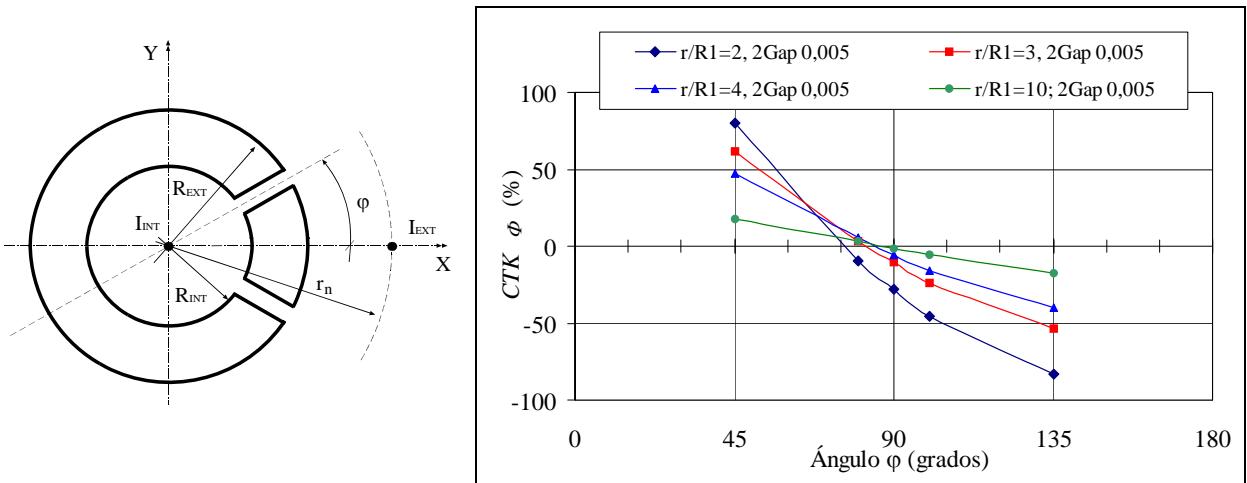


Fig. 4.24 Errores de *crosstalk* para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición angular del entrehierro.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.

#### 4.6.2.2. Conclusiones sobre los errores de *crosstalk*

De la observación de los resultados numéricos, concluyo que:

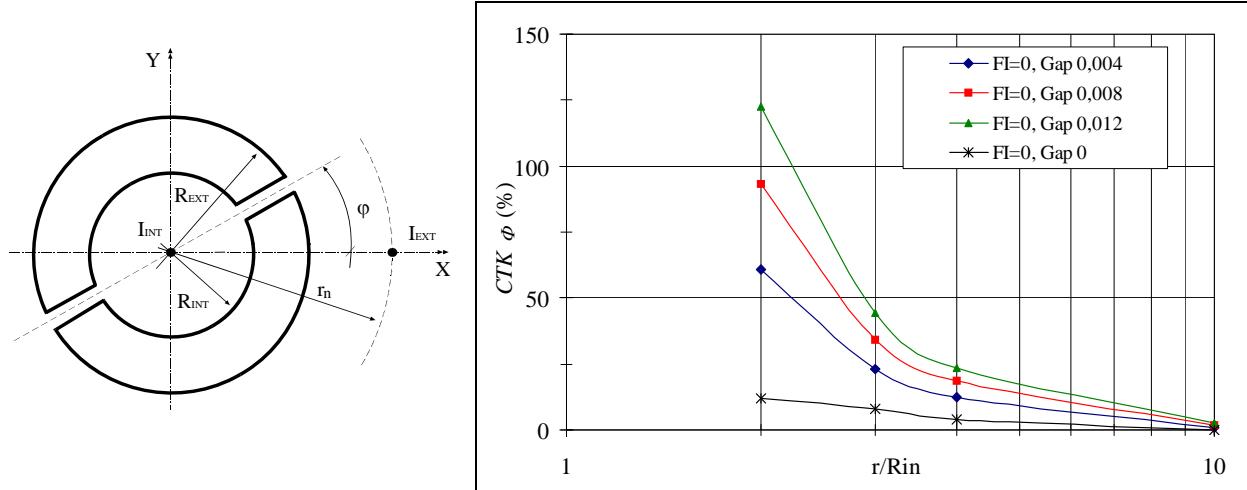
- Los errores de *crosstalk* son menores que en el caso de un único entrehierro de la misma anchura ocupando la posición angular de uno de ellos. Para el peor de los casos analizados,  $r_n = 2$ , el valor máximo de ese error es de -83,09% para  $\varphi = 135^\circ$ . Como en el caso de un entrehierro, los errores son muy sensibles a la posición angular del entrehierro.
- Los errores de *crosstalk* disminuyen al aumentar  $r_n$ , sin excepciones.
- Para el peor de los casos, cable exterior a  $r_n = 2$ , la posición angular en la que se produce el error de *crosstalk* mínimo se encuentra en  $\varphi = 75^\circ$ . Los errores de *crosstalk* mínimos para los otros valores de  $r_n$  se encuentran en el intervalo  $80^\circ < \varphi < 90^\circ$ . Los errores de *crosstalk* en  $\varphi = 90^\circ$  son mayores de los que se producían para un único entrehierro.

El distinto comportamiento frente a los errores de *crosstalk* de estos modelos respecto de los que incluyen un único entrehierro de la misma anchura se puede justificar mediante la teoría de los circuitos magnéticos, ya que los entrehierros dan lugar a reluctancias cuya influencia en la reluctancia equivalente del circuito magnético depende de la posición angular que ocupan.

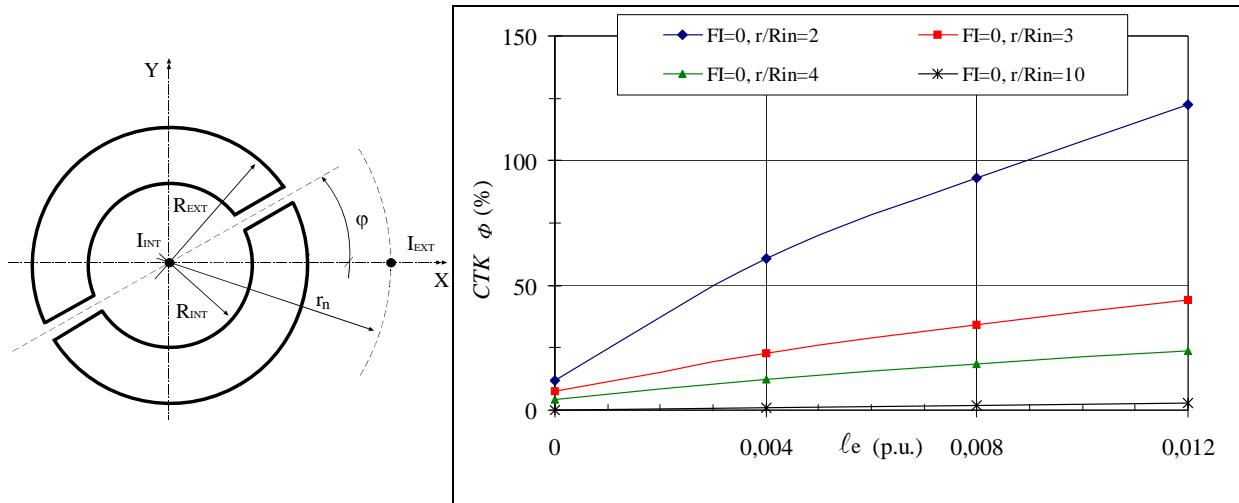
#### 4.6.3. Núcleo magnético con dos entrehierros opuestos de anchura variable

##### 4.6.3.1. Resultados de las simulaciones no lineales

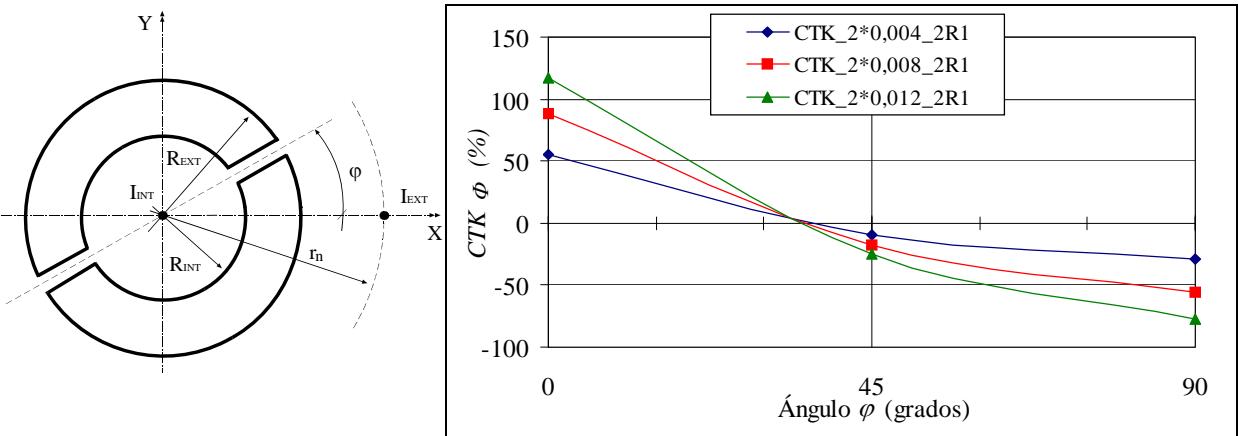
En las Figuras 4.25, 4.26 y 4.27 muestro los valores de  $CTK\phi$  obtenidos en las simulaciones no lineales con material YW. En la Fig. 4.25 los errores corresponden a la posición en que uno de los entrehierros está enfrentado al cable exterior y se encuentran representados frente a la distancia del cable exterior y en series para cada anchura del entrehierro analizada. En la Fig. 4.26 los errores están representados frente a las anchuras de los entrehierros, con los entrehierros en la misma posición angular del caso anterior ( $0^\circ$ - $180^\circ$ ) y en series correspondientes a las distancias del cable exterior estudiadas. En la Fig. 4.27 se representa la variación del error relativo en función de la posición angular de los entrehierros, con tres series correspondientes a las tres anchuras de entrehierros y cuando el conductor se encuentra a una distancia igual a dos veces el radio interior del núcleo.



**Fig. 4.25** Errores relativos (%) de *crosstalk* para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición del cable exterior. Entrehierros en  $0^\circ$  y  $180^\circ$ .  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.



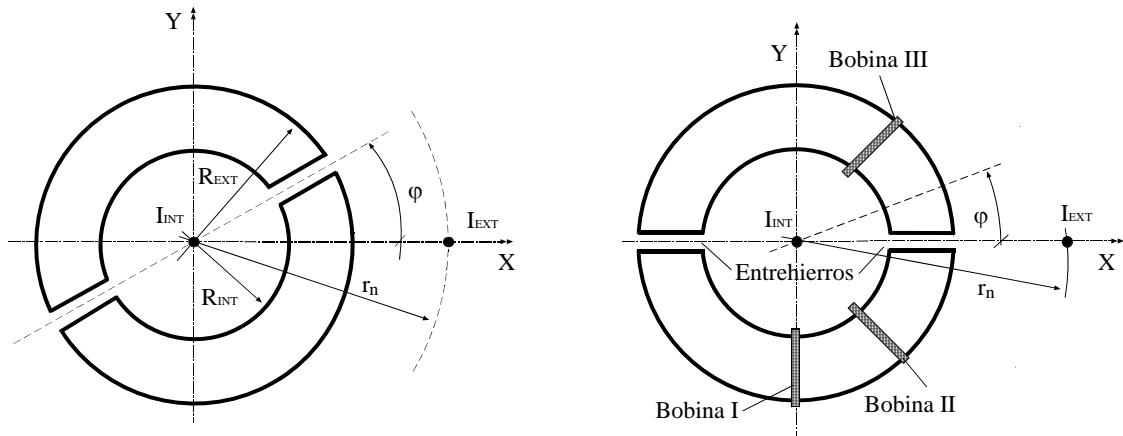
**Fig. 4.26** Errores relativos en % de *crosstalk* para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la anchura del entrehierro. Entrehierros en  $0^\circ$  y  $180^\circ$ .  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.



**Fig. 4.27** Errores relativos de *crosstalk* para el flujo magnético medio obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición angular del entrehierro. El conductor exterior se encuentra a una distancia dos veces el radio interior del toroide.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.

#### 4.6.3.2. Comprobación experimental de los resultados obtenidos en las simulaciones

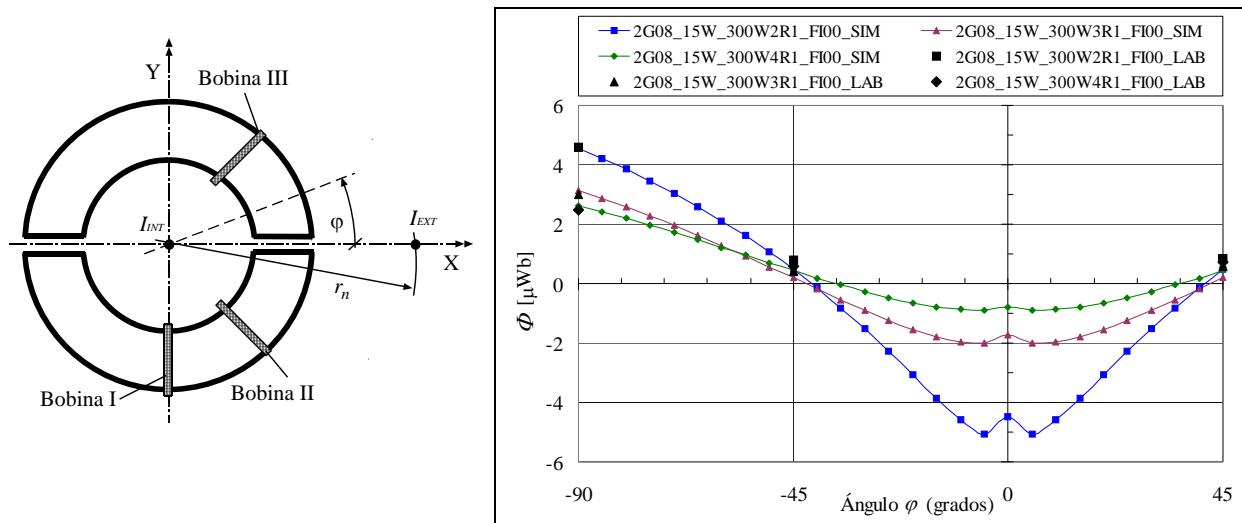
En la Fig. 4.28 he dibujado esquemáticamente el toroide con las tres bobinas sensoras que construí para la medida del flujo magnético. Las tres bobinas están formadas por 300 vueltas de hilo de cobre de 0,1 mm de diámetro. Como en el caso de un único entrehierro, las bobinas son solidarias al toroide, de manera que cambian su posición angular cuando lo hacen los entrehierros.



**Fig. 4.28** Esquema del modelo del toroide con dos entrehierro opuestos y cables interior y exterior. Posición de las bobinas de medida.

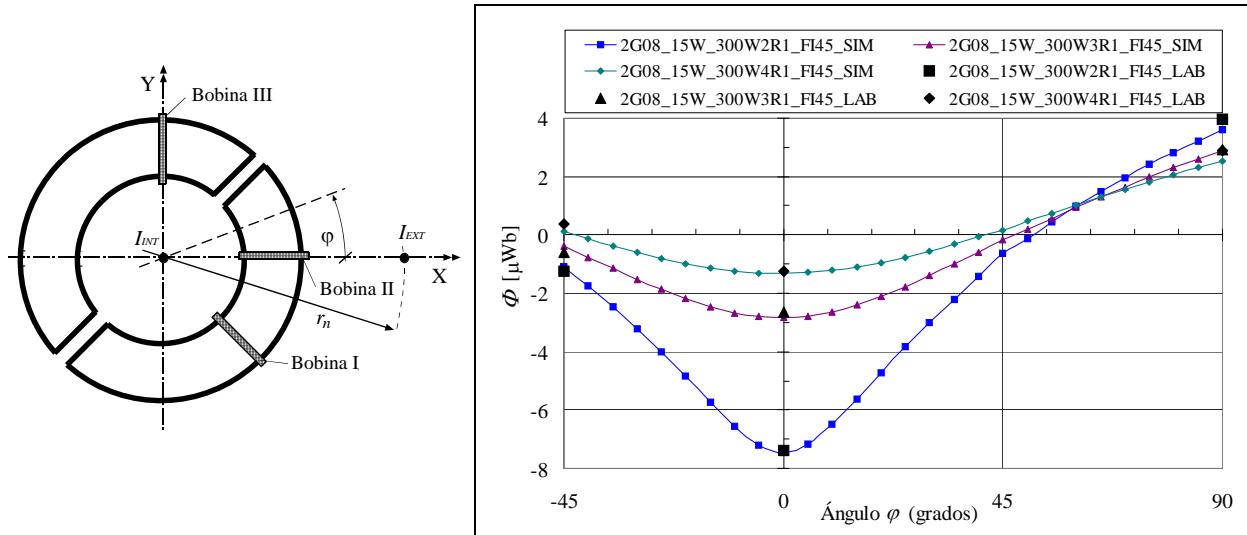
En las siguientes gráficas, comparo los valores obtenidos simultáneamente para las tres bobinas en una posición fija del toroide, con entrehierros de  $0,004 \mu\text{m}$  ( $0,8 \text{ mm}$ ) y con el cable exterior en tres distancias normalizadas. Las figuras muestran los valores obtenidos en las simulaciones (unidos mediante una línea continua) y las medidas del flujo procedente de las bobinas (valores en negro). Para  $r_n = 2$ , y entrehierros en  $\varphi = 0^\circ-180^\circ$ , la línea de valores simulados se identifica en la Fig. 4.29 con la leyenda 2G08\_15W\_300W2R1\_FI00\_SIM. Los valores medidos se identifican con la leyenda 2G08\_15W\_300W2R1\_FI00\_LAB.

- Entrehierros en  $\varphi = 0^\circ$  y  $\varphi = 180^\circ$ , Fig. 4.29: El error máximo en la Bobina I, que se encuentra en la sección  $\varphi = -90^\circ$ , es  $\varepsilon = -5,6\%$ . El error máximo en la Bobina II ( $\varphi = -45^\circ$ ) es  $\varepsilon = -53,3\%$ . Los errores en las medidas procedentes de la Bobina III ( $\varphi = 45^\circ$ ) es  $\varepsilon = 67,6\%$ . El flujo en las Bobinas II y III es inferior a  $1 \mu\text{Wb}$ , lo que unido a ligeros errores en la posición del núcleo justifica el error relativo obtenido. No obstante, como se observa en la Fig. 4.29, la aproximación en estos puntos es razonablemente buena.



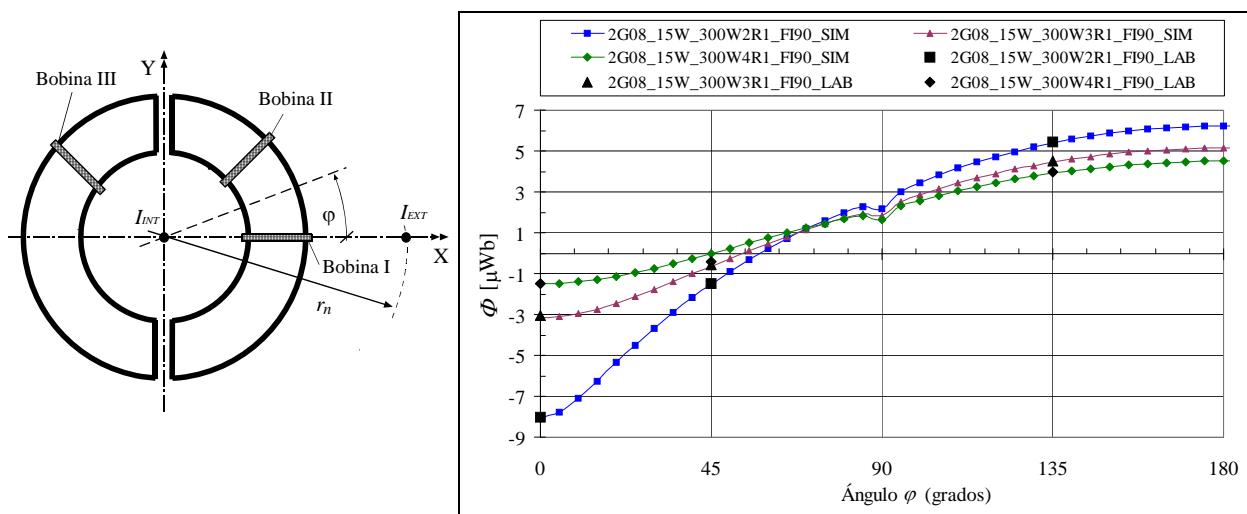
**Fig. 4.29** Flujo magnético en las tres bobinas obtenido numéricamente y medido. Series para tres valores de  $r_n$ . Los valores experimentales se muestran en negro.  $I_{ext} = 300 \text{ A}$ .  $I_{int} = 15 \text{ A}$ . Entrehierros en  $\varphi = 0^\circ$  y  $\varphi = 180^\circ$ .

- Entrehierros en  $\varphi = 45^\circ$  y  $\varphi = 225^\circ$ , Fig. 4.30: el error máximo en la Bobina I que se encuentra en la sección  $\varphi = -45^\circ$  es  $\varepsilon = -70,15\%$  (el valor medido para  $4R_I$  es de  $-0,38 \mu\text{Wb}$  y  $-0,11 \mu\text{Wb}$  el simulado). El error máximo en la Bobina II ( $\varphi = 0^\circ$ ) es  $\varepsilon = 6,8\%$ . El error en las medidas procedentes de la Bobina III ( $\varphi = 90^\circ$ ) es  $\varepsilon = 14,13\%$ .



**Fig. 4.30** Flujo magnético en las tres bobinas obtenido numéricamente y medido. Series para tres valores de  $r_n$ . Los valores experimentales se muestran en negro.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A. Entrehierros en  $\varphi = 45^\circ$  y  $\varphi = 225^\circ$ .

- Entrehierros en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ , Fig. 4.31: se observa un buen ajuste (error máximo de  $\varepsilon = -3,54\%$ ) para la Bobina I que se encuentra en la sección  $\varphi = 0^\circ$ . El error máximo en la Bobina III ( $\varphi = 135^\circ$ ) es  $\varepsilon = 1,44\%$ . Los errores en las medidas procedentes de la Bobina II aumentan al acercarse el flujo en la sección a cero. Así, cuando el cable exterior está en  $r_n = 4$ , el flujo medido en esa bobina fue de  $-0,407 \mu\text{Wb}$ , mientras que el valor obtenido en la simulación fue de  $-0,022 \mu\text{Wb}$ , alcanzando el error el valor de  $\varepsilon = -94,58\%$ .



**Fig. 4.31** Flujo magnético en las tres bobinas obtenido numéricamente y medido. Series para tres valores de  $r_n$ . Los valores experimentales se muestran en negro.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A. Entrehierros en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ .

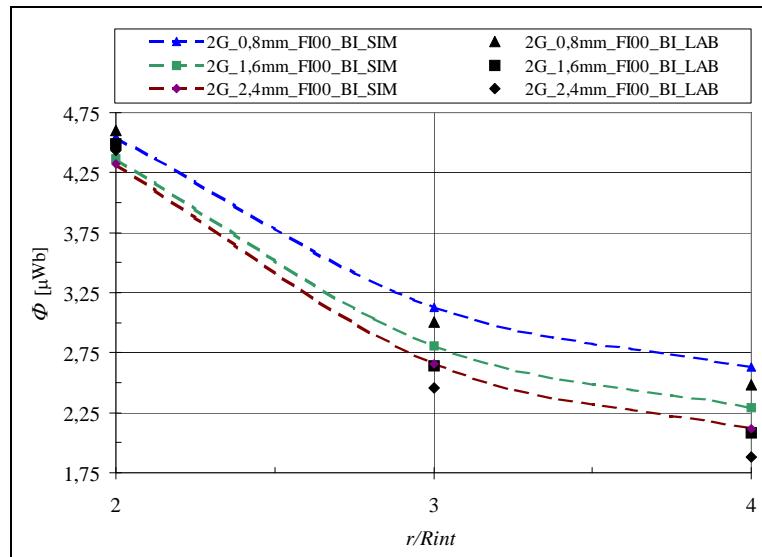
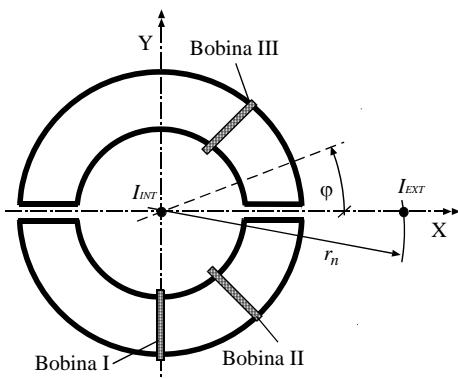
A continuación expongo en tres tablas y tres figuras las medidas obtenidas en cada una de las bobinas para distintas posiciones del núcleo. Las posiciones angulares las he seleccionado de forma que el flujo magnético en las secciones en las que se encontraba la bobina sensora fuese mayor de  $1 \mu\text{Wb}$  ya que, como se ha observado en los párrafos precedentes, el error relativo de las medidas en secciones en donde el flujo magnético es menor de  $1 \mu\text{Wb}$  es muy alta. Los valores de la Tabla 4.14 y la Fig. 4.32 corresponden a la Bobina I, cuando los entrehierros se encuentran en  $\varphi = 0^\circ$ - $180^\circ$ . Los nueve valores de flujo simulado y medido proceden de las tres anchuras del entrehierro y las tres distancias normalizadas del cable exterior. En la Fig. 4.32, los valores simulados para un entrehierro de  $0,004 \mu\text{m}$  están unidos mediante la línea  $2G\_0,8\text{mm\_FI00\_BI\_SIM}$  y los correspondientes valores medidos son los puntos con la leyenda  $2G\_0,8\text{mm\_FI00\_BI\_LAB}$ . Tabla 4.15 y la Fig. 4.27 corresponden a la Bobina II y la Tabla 4.16 y la Fig. 4.28 corresponden a la Bobina III. En las tres tablas los valores entre paréntesis (#) corresponden a los errores relativos calculados mediante la exp. 4.15.

- Resultados para la Bobina I: Los entrehierros se encuentran sobre el eje X, y las series de medidas corresponden a las tres anchuras del entrehierro analizadas y a las tres posiciones del cable exterior (valores de  $r_n$  igual a 2, 3 y 4).

Sección $\varphi = 270^\circ$	$r_n = 2$ LAB	$r_n = 2$ SIM	$r_n = 3$ LAB	$r_n = 3$ SIM	$r_n = 4$ LAB	$r_n = 4$ SIM
$0,004 \mu\text{m}$	4,59	4,54 (-1,2)	3,00	3,13 (4,0)	2,48	2,63 (6,0)
$0,008 \mu\text{m}$	4,48	4,36 (-2,8)	2,63	2,80 (6,2)	2,08	2,29 (9,8)
$0,012 \mu\text{m}$	4,43	4,32 (-2,5)	2,46	2,65 (8,1)	1,88	2,11 (12,4)

**Tabla 4.14** Flujo magnético a través de la Bobina I (sección  $270^\circ$ ), obtenidas experimentalmente en LME y calculadas mediante el MEF. (#) es el error  $\varepsilon$  según la exp. 4.15. Dos entrehierros en  $\varphi = 0^\circ$  y  $\varphi = 180^\circ$ .

$$I_{ext} = 300 \text{ A}, I_{int} = 15 \text{ A}.$$



**Fig. 4.32** Flujo magnético a través de la Bobina I (sección  $270^\circ$ ), obtenidas experimentalmente en LME y calculadas mediante el MEF (líneas discontinuas) para las tres anchuras de entrehierro. Dos entrehierros en  $\varphi = 0^\circ$  y  $\varphi = 180^\circ$ .  $I_{ext} = 300 \text{ A}, I_{int} = 15 \text{ A}$ .

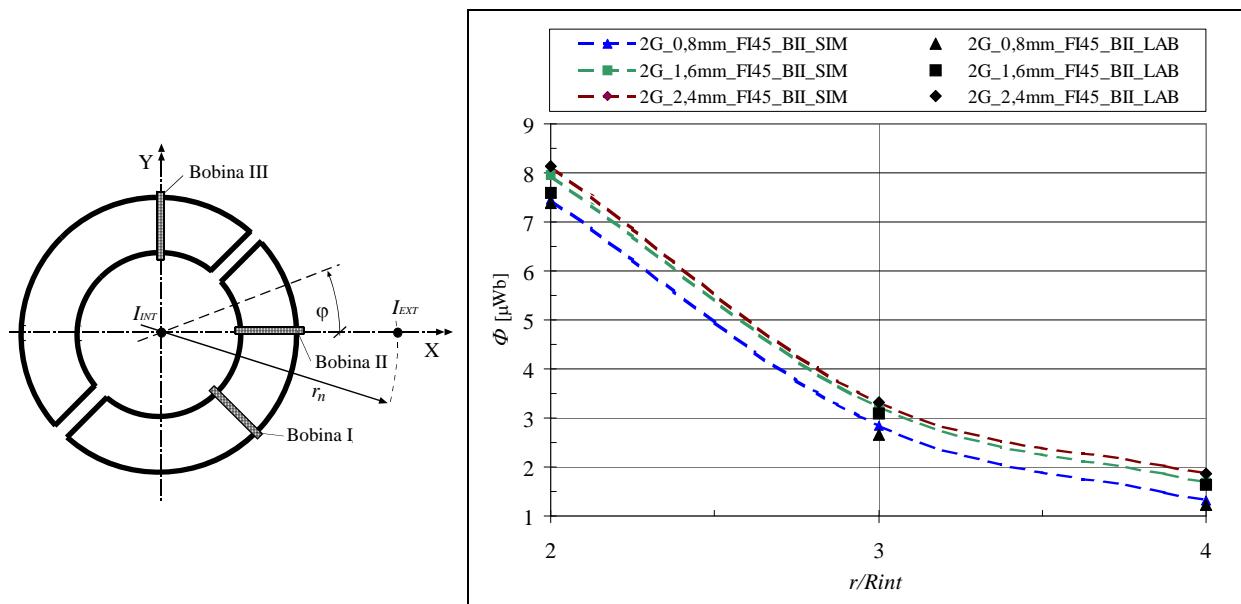
Se observa un buen ajuste de las medidas para la distancia  $r_n = 2$ , aumentando los errores conforme se aleja el cable exterior. Los errores para  $r_n = 3$  y  $r_n = 4$ , son positivos, indicando una posible desviación en la posición geométrica del toroide, provocando un alejamiento de la Bobina I que se acentúa al aumentar la distancia del cable exterior. Los errores también aumentan al aumentar la anchura del entrehierro para un valor fijo de  $r_n$ , lo que podría ser consecuencia de una desviación en la posición de la Bobina I al ir aumentando la anchura del entrehierro.

- Resultados para la Bobina II: Los entrehierros se encuentran en  $\varphi = 45^\circ$  y  $\varphi = 225^\circ$ , y las series de medidas corresponden a las tres anchuras del entrehierro analizadas y a las tres posiciones del cable exterior (valores de  $r_n$  igual a 2, 3 y 4).

Sección $\varphi = 0^\circ$	$r_n = 2$ LAB	$r_n = 2$ SIM	$r_n = 3$ LAB	$r_n = 3$ SIM	$r_n = 4$ LAB	$r_n = 4$ SIM
0,004 $\mu\text{H}$	-7,38	-7,45 (1,1)	-2,66	-2,84 (6,5)	-1,23	-1,32 (7,3)
0,008 $\mu\text{H}$	-7,59	-7,96 (4,8)	-3,09	-3,22 (4,1)	-1,63	-1,68 (3,3)
0,012 $\mu\text{H}$	-8,13	-8,26 (1,7)	-3,31	-3,43 (3,6)	-1,86	-1,88 (1,2)

**Tabla 4.15** Flujo magnético a través de la Bobina II (sección  $0^\circ$ ), obtenidas experimentalmente en LME y calculadas mediante el MEF. (#) es el error  $\varepsilon$  según la exp. 4.15. Dos entrehierros en  $\varphi = 45^\circ$  y  $\varphi = 225^\circ$ .

$$I_{ext} = 300 \text{ A}, I_{int} = 15 \text{ A}.$$



**Fig. 4.33** Flujo magnético a través de la Bobina II (sección  $0^\circ$ ), obtenidas experimentalmente en LME y calculadas mediante el MEF (líneas discontinuas) para las tres anchuras de entrehierro. Dos entrehierros en  $\varphi = 45^\circ$  y  $\varphi = 225^\circ$ .

$$I_{ext} = 300 \text{ A}, I_{int} = 15 \text{ A}.$$

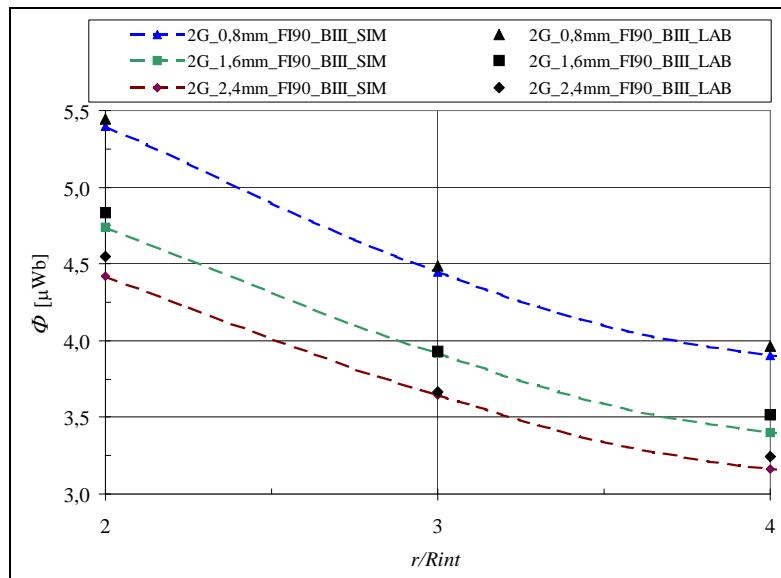
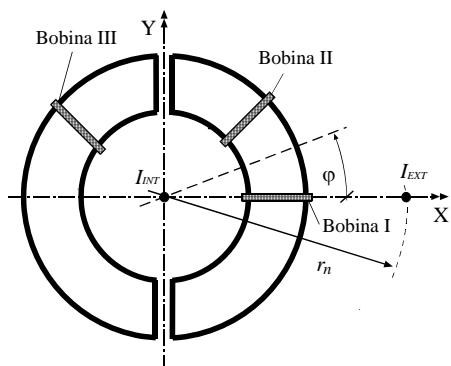
Los errores en este caso son siempre positivos y no se observa ninguna tendencia clara como en el caso anterior. Estos resultados no confirman las desviaciones en las anchuras de los entrehierros ni tampoco una defectuosa posición del cable exterior respecto del toroide. Los valores de  $\varepsilon$  se mantienen en el intervalo de  $\pm 10\%$ , debidos a imprecisiones al situar manualmente el toroide.

- Resultados para la Bobina III: Los entrehierros se encuentran en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ , y las series de medidas corresponden a las tres anchuras del entrehierro analizadas y a las tres posiciones del cable exterior (valores de  $r_n$  igual a 2, 3 y 4).

Sección $\varphi = 135^\circ$	$r_n = 2$ LAB	$r_n = 2$ SIM	$r_n = 3$ LAB	$r_n = 3$ SIM	$r_n = 4$ LAB	$r_n = 4$ SIM
0,004 $\mu\text{A}$	5,44	5,40 (-0,9)	4,49	4,45 (-0,9)	3,96	3,90 (-1,4)
0,008 $\mu\text{A}$	4,84	4,74 (-2,0)	3,93	3,91 (-0,4)	3,51	3,40 (-3,2)
0,012 $\mu\text{A}$	4,55	4,42 (-2,7)	3,66	3,65 (-0,4)	3,24	3,163 (-2,5)

**Tabla 4.16** Flujo magnético a través de la Bobina III (sección 135°), obtenidas experimentalmente en LME y calculadas mediante el MEF. (#) es el error  $\varepsilon$  según la exp. 4.15. Dos entrehierros en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ .

$$I_{ext} = 300 \text{ A}, I_{int} = 15 \text{ A}.$$



**Fig. 4.34** Flujo magnético a través de la Bobina III (sección 135°), obtenidas experimentalmente en LME y calculadas mediante el MEF (líneas discontinuas) para las tres anchuras de entrehierro. Dos entrehierros en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ .  $I_{ext} = 300 \text{ A}, I_{int} = 15 \text{ A}$ .

Los errores en este caso son siempre negativos y tampoco se observa ninguna tendencia clara en los valores para las tres distancias y las tres anchuras del entrehierro. Los errores son inferiores al 3,5%, lo que indica un mejor ajuste en la posición del toroide y de la bobina que en los casos anteriores.

Como ya comenté en el apartado 4.6.1.2, la comparación de las medidas con los resultados de las simulaciones permiten, observando las tendencias en las figuras anteriores, validar el MEF como herramienta válida para el cálculo de los campos magnéticos.

#### 4.6.3.3. Conclusiones sobre los errores de *crosstalk*

- Se confirman las conclusiones obtenidas para el caso de un único entrehierro. Los errores de *crosstalk* disminuyen al alejarse el cable exterior y la posición angular afecta de forma notable en los errores.
- Cuanto mayor es el entrehierro mayor es el error de *crosstalk* en todos los casos.
- El intervalo en la posición angular de mínimo error de *crosstalk* para las tres anchuras del entrehierro y para las cuatro posiciones del cable exterior es muy pequeño  $40^\circ < \varphi < 45^\circ$ . Para el caso más desfavorable de  $r_n = 2$ , cuanto menor es el entrehierro más se aproxima la posición de mínimo error de *crosstalk* a  $\varphi = 45^\circ$ .
- Cuando los entrehierros se encuentran en  $\varphi = 45^\circ - 225^\circ$  y para las tres anchuras de entrehierro, el error de *crosstalk* cambia de signo al alejarse el cable exterior. El error de *crosstalk* es negativo (el flujo medio es menor que el de referencia sin el cable exterior) para  $r_n = 2$  y positivo (el flujo medio es mayor que el de referencia) a partir de  $r_n = 3$ . Existe, por lo tanto, una distancia óptima a la que debería encontrarse el cable exterior en estas condiciones, que varía desde  $r_n = 2,5$  para un entrehierro de  $0,004 \mu\text{m}$  hasta  $r_n = 3$  para un entrehierro de  $0,012 \mu\text{m}$ .
- Este mismo resultado en el cambio de signo del error de *crosstalk* se observa cuando los entrehierros se fijan en  $\varphi = 45^\circ - 225^\circ$  y  $\varphi = 90^\circ - 270^\circ$  y se cambia su anchura para un valor fijo de  $r_n$ . Para la primera posición angular, solo ocurre en  $r_n = 2$ ; la anchura óptima donde el error de *crosstalk* se hace cero es de  $0,003 \mu\text{m}$ . Para la segunda posición angular, la anchura óptima es de  $0,001 \mu\text{m}$  para  $r_n = 2$ , de  $0,0017 \mu\text{m}$  para  $r_n = 3$  y de  $0,0022 \mu\text{m}$  para  $r_n = 4$ . En todos los casos el flujo medio tiende a debilitarse al aumentar el entrehierro.

#### 4.6.4. Conclusiones

Los errores de *crosstalk* para el núcleo magnético considerado (YW) y la relación entre la corriente interior y exterior están muy por encima del 3% exigido por la norma para la clase 1. Solamente en algunas posiciones del toroide respecto del cable exterior la influencia se hace despreciable y el instrumento entraría dentro de la clase 1 e incluso en clases inferiores para el material analizado.

Las medidas realizadas en el laboratorio, aunque afectadas en algunos casos de errores relativos muy altos confirman los resultados numéricos obtenidos mediante el MEF. Las medidas mediante una máquina de medición dimensional de las posiciones angulares de las bobinas y de las anchuras de los entrehierros dieron como resultado un error despreciable en las anchuras de los entrehierros y un error máximo de  $\pm 1^\circ$  en las posiciones angulares de las bobinas y entrehierros. Ahora bien, las dificultades para situar el toroide con exactitud en algunas posiciones, operación que se realizó manualmente, junto con la existencia de posiciones donde la variación del flujo respecto de la posición angular  $\varphi$  presenta un valor muy elevado y una alta dispersión cuando la bobina se encuentra en el entrehierro son las razones de esos altos valores en los errores relativos.

### 4.7. COMPONENTE TANGENCIAL DE $B$ EN EL CENTRO DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES DEL ENTREHIERRO. SIMULACIÓN NO LINEAL

Según la tecnología empleada, los sensores de campo magnético pueden medir el módulo del vector inducción  $\mathbf{B}$  (sensores magnetorresistivos) o la proyección de ese vector en una determinada dirección. (sensores de efecto Hall). Los sensores de efecto Hall suelen situarse de manera que la dirección de máxima sensibilidad coincide con la dirección normal a la sección del entrehierro, midiendo de esta manera la componente tangencial a la línea media del núcleo magnético. Así como los sensores

magnetoresistivos no son capaces de distinguir el sentido de  $\mathbf{B}$ , los sensores de efecto Hall si que lo hacen. Esta es la razón por la que los datos que presento, calculados a partir de las simulaciones no lineales con el material YW, se refieren a la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  a la circunferencia media del núcleo,  $B_{tang}$ , que es positiva o negativa según el vector gire en el mismo sentido o sentido contrario al sentido creciente del ángulo empleado para la integración numérica. Se ha comprobado que el módulo de  $\mathbf{B}$  en el centro de la sección del entrehierro y su componente tangencial  $B_{tang}$  coinciden en valor absoluto sin excepción. Este resultado está justificado teóricamente por las condiciones en la frontera sobre los vectores  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{H}$  [REI 96].

Para la superficie del material de permeabilidad relativa  $\mu_r$  en contacto con el aire del entrehierro, Fig. 4.35, la componente normal de  $\mathbf{B}_1$ ,  $\mathbf{B}'_1$ , se conserva. Esta componente coincide con la componente tangencial a la circunferencia de radio medio  $R_m$ , que yo nombro como  $B_{tang}$ , por lo que se cumplirá

$$|\vec{B}_1'| = B_{1tang} = B_{2tang} \approx |\vec{B}_2| \quad (4.16)$$

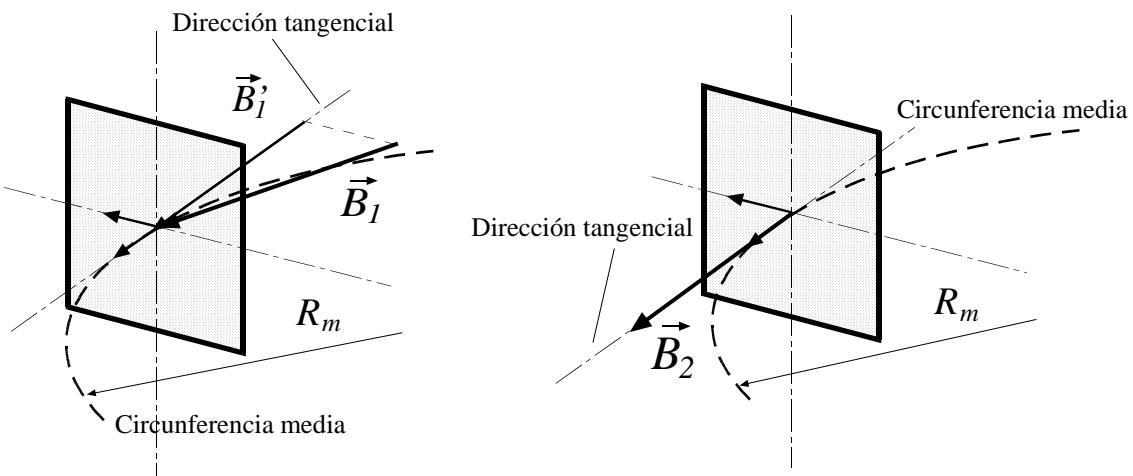


Fig. 4.35 Cambio en la dirección de  $\mathbf{B}$  en el centro de la sección del toroide en contacto con el aire.

El error de *crosstalk*,  $CTK_B$ , viene dado por la expresión

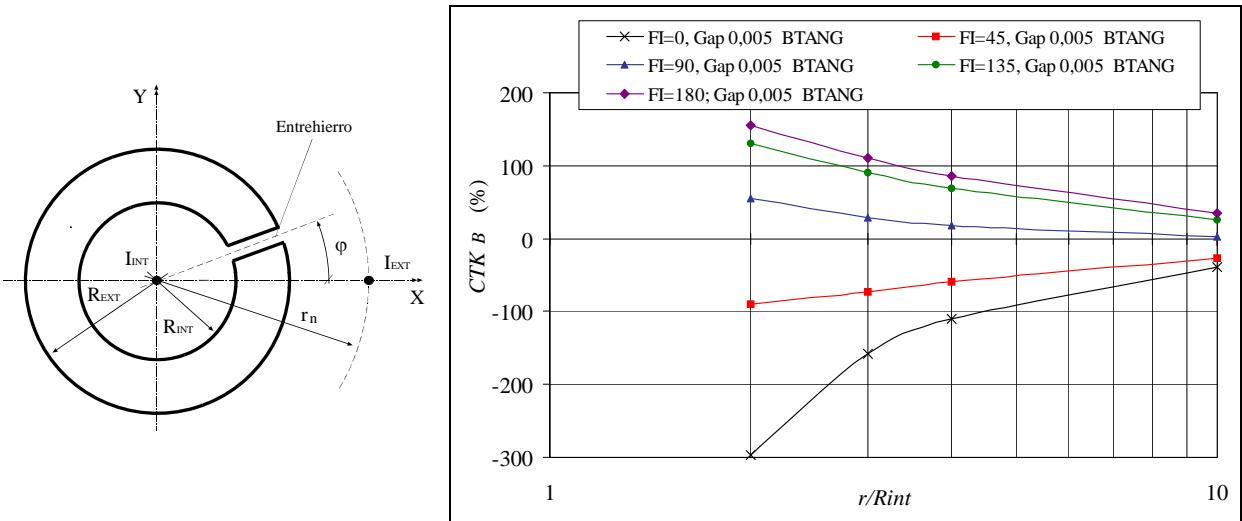
$$CTK_B (\%) = 100 \cdot \frac{B_{tang} - B_{tang\ REF}}{B_{tang\ REF}} \quad (4.17)$$

con  $B_{tang\ REF}$  la componente tangencial a la circunferencia media del vector  $\mathbf{B}$  en el entrehierro (que coincide con la componente normal a la sección) cuando únicamente circula corriente eléctrica por el conductor que se encuentra en el interior del núcleo y cuya intensidad de corriente se pretende medir.

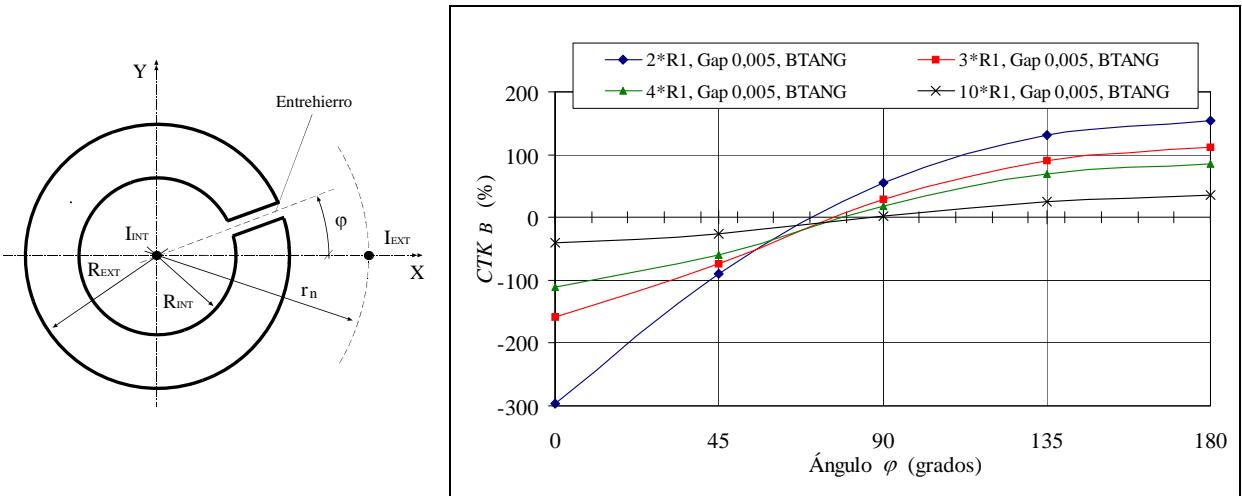
#### 4.7.1. Núcleo magnético con un entrehierro de $0,005 \mu\mu$

##### 4.7.1.1. Resultados de las simulaciones no lineales

En las Figuras 4.36 y 4.37 muestro los valores de  $CTK_B$  obtenidos en las simulaciones no lineales. En la Fig. 4.36 esos valores se encuentran representados frente a la distancia del cable exterior y en series para cada posición angular del entrehierro analizada. En la Fig. 4.37 los errores están representados frente a las posiciones angulares, en series correspondientes a las distancias del cable exterior estudiadas.



**Fig. 4.36** Errores de *crosstalk* para la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en el entrehierro obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición del cable exterior.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.



**Fig. 4.37** Errores de *crosstalk* para la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en el entrehierro obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición angular del entrehierro.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.

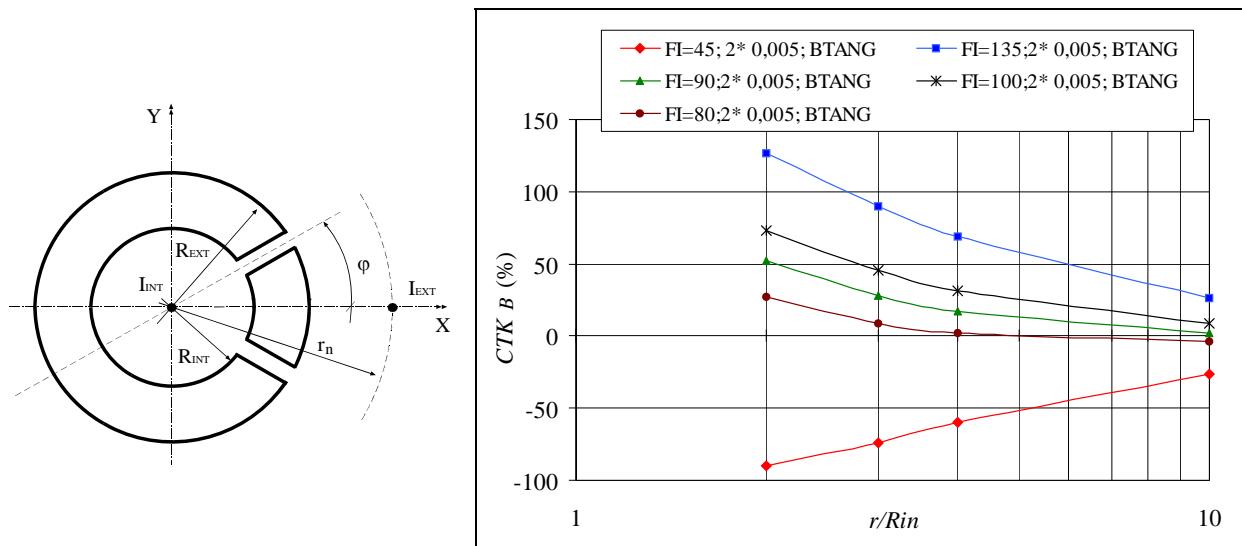
#### 4.7.1.2. Conclusiones sobre los errores de *crosstalk*

- Los errores son más altos que los obtenidos para el flujo magnético medio a lo largo de todas las secciones del núcleo. Para el peor de los casos  $r_n = 2$  y  $\varphi = 0^\circ$ ,  $CTK_B = -296,4\%$ . Se mantienen las tendencias observadas para el caso de flujo medio: los errores aumentan al disminuir  $r_n$  y son muy sensibles a la posición angular del entrehierro.
- Los errores de *crosstalk* se hacen mínimos para posiciones angulares del entrehierro entre  $70^\circ$  y  $90^\circ$ . Para  $r_n = 2$ , la posición de error cero es  $\varphi = 70^\circ$ .

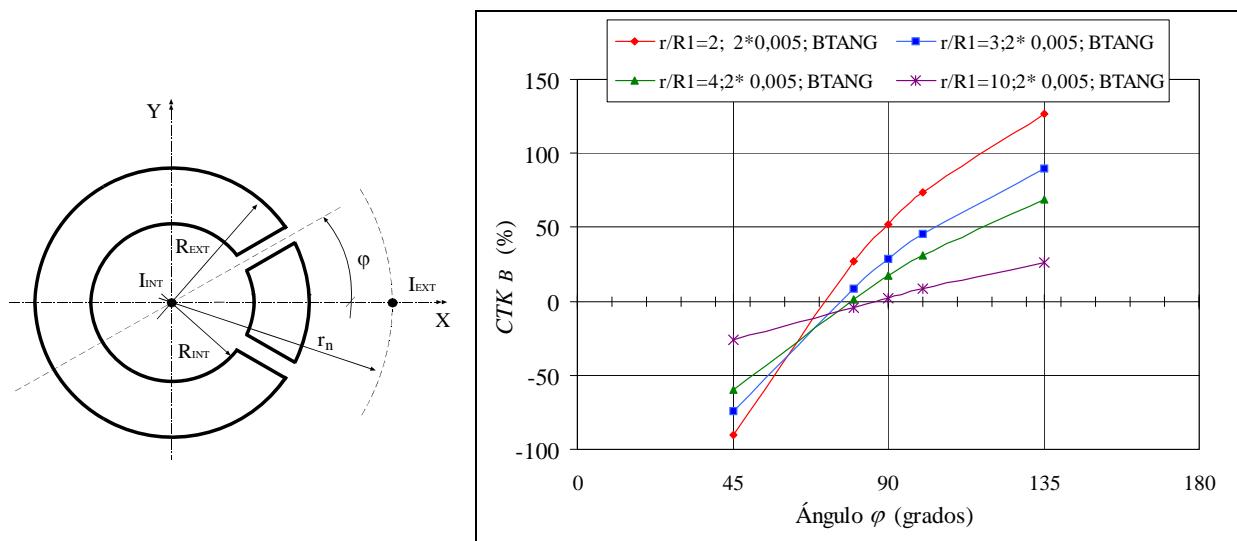
## 4.7.2. Núcleo magnético con dos entrehierros simétricos de $0,005 \mu$

### 4.7.2.1. Resultados de las simulaciones no lineales

Como en el apartado anterior, las Figuras 4.38 y 4.39 muestran los errores relativos obtenidos en las simulaciones para los modelos desarrollados. La serie de curvas representadas en la Fig. 4.38 corresponden a los errores relativos para cada una de las posiciones angulares de los dos entrehierros en función de la distancia normalizada del cable exterior, mientras que las curvas representadas en la Fig. 4.39 se refieren a los errores de *crosstalk* en función de la posición angular del entrehierro para cada una de las distancias normalizadas del conductor exterior. El valor del módulo de  $\mathbf{B}$  es el mismo en los dos entrehierros, por lo que los resultados mostrados en las gráficas son válidos para cada uno de los entrehierros.



**Fig. 4.38** Errores relativos de *crosstalk* para la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en un entrehierro obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición del cable exterior.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.

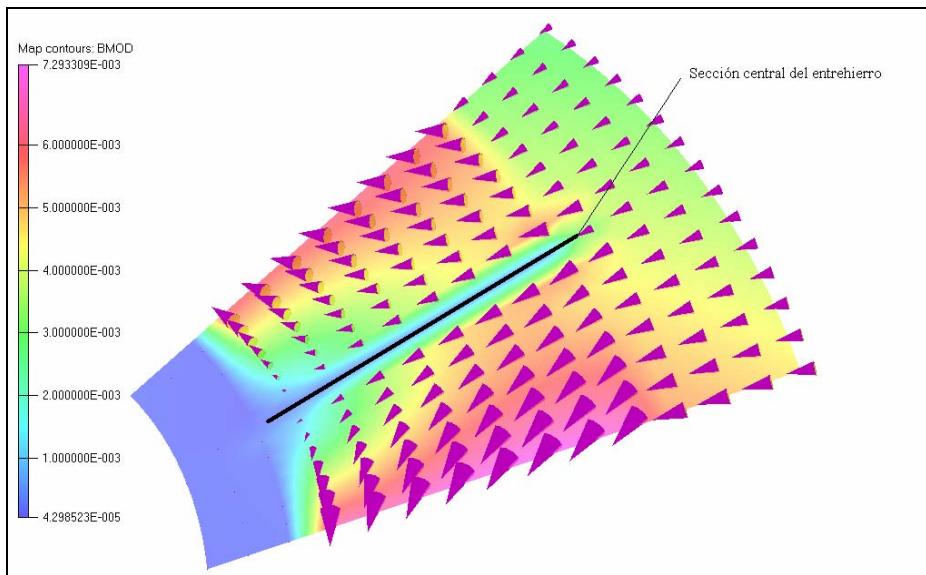


**Fig. 4.39** Errores de *crosstalk* para la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en el entrehierro obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición angular del entrehierro.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.

#### 4.7.2.2. Conclusiones sobre los errores de *crosstalk*

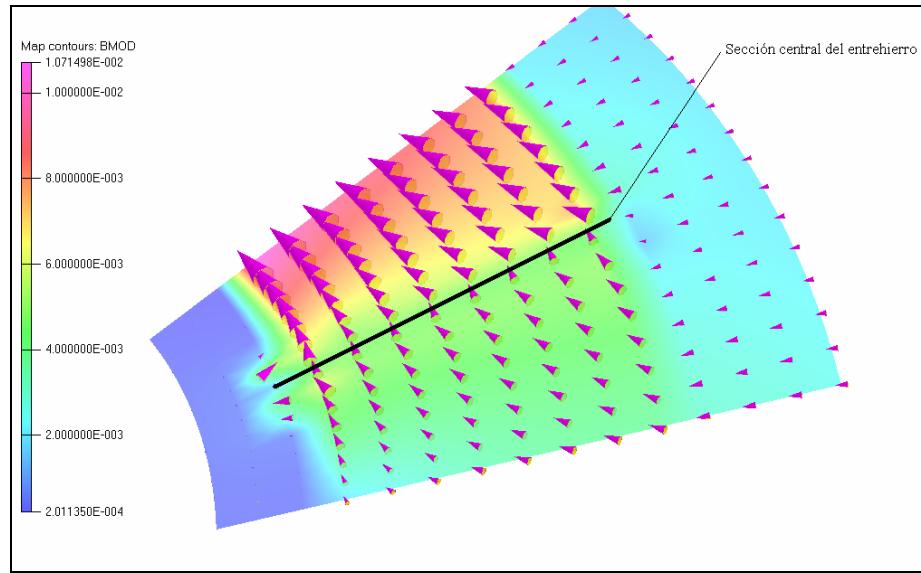
- Los errores de *crosstalk* y sus tendencias son muy similares al caso de un único entrehierro. Para  $r_n = 2$  y  $\varphi = 135^\circ$ , cuando hay un único entrehierro,  $CTK_B = 130,3\%$ , y cuando hay dos entrehierros simétricos  $CTK_B = 126,8\%$ . En la posición  $\varphi = 45^\circ$  y para  $r_n = 2$ , en el caso de dos entrehierros  $CTK_B = -90,32\%$  y cuando solo hay uno  $CTK_B = -90,18\%$ .
- Las posiciones angulares de mínimo error son casi iguales a las obtenidas cuando solo existía un entrehierro. Para  $r_n = 2$ , el valor de ese ángulo es de  $\varphi = 72^\circ$ .

La razón de este comportamiento debe buscarse en las variaciones de la dirección y sentido del vector  $\mathbf{B}$  en los puntos próximos a los entrehierros. Las siguientes figuras, obtenidas del post-procesador de OPERA, representan los resultados para  $\mathbf{B}$  procedentes de simulaciones con los modelos GAP02S.I\_2R1\_FI45 (dos entrehierros simétricos en  $\varphi = \pm 45^\circ$  y el cable exterior situado a una distancia dos veces el radio interior) y GAP02S.I\_2R1\_FI80 (dos entrehierros simétricos en  $\varphi = \pm 80^\circ$  y el cable exterior situado a una distancia dos veces el radio interior). En el primer caso, Fig. 4.40, se encuentra representado el vector  $\mathbf{B}$  en el entorno del entrehierro que se encuentra en  $\varphi = 45^\circ$ . Se observa como las líneas del campo magnético creadas por el cable exterior se bifurcan, girando unas en el sentido del campo magnético creado por la corriente interior, y las otras girando en el sentido contrario accediendo al otro entrehierro por un camino más corto. Este efecto provoca un descenso en el módulo de  $\mathbf{B}$  en la sección central del entrehierro, razón por la cual el error relativo se hace negativo, como se observa en las gráficas de la Figuras 4.38 y 4.39.



**Fig. 4.40** Distribución espacial de  $\mathbf{B}$  en el entorno de uno de los entrehierros simétricos de 1,0 mm situado en  $\varphi = 45^\circ$ , y  $z = 0$  mm. Se observa la bifurcación del campo magnético exterior procedente de la corriente  $I_{ext} = 300$  A situada en  $r_n = 2$ .  $I_{int} = 15$  A. El sector representado está limitado por  $20 \text{ mm} < r < 45 \text{ mm}$  y  $30^\circ < \varphi < 60^\circ$ .

En el segundo caso, Fig. 4.41, la posición del entrehierro es  $\varphi = 80^\circ$ . Todas las líneas de campo magnético en el interior del toroide giran en el mismo sentido que las creadas por la corriente interior, provocando un incremento en el módulo de  $\mathbf{B}$  en la sección del entrehierro y el error de *crosstalk* pasa a ser positivo, tal como se observa en las gráficas de la Figuras 4.38 y 4.39.

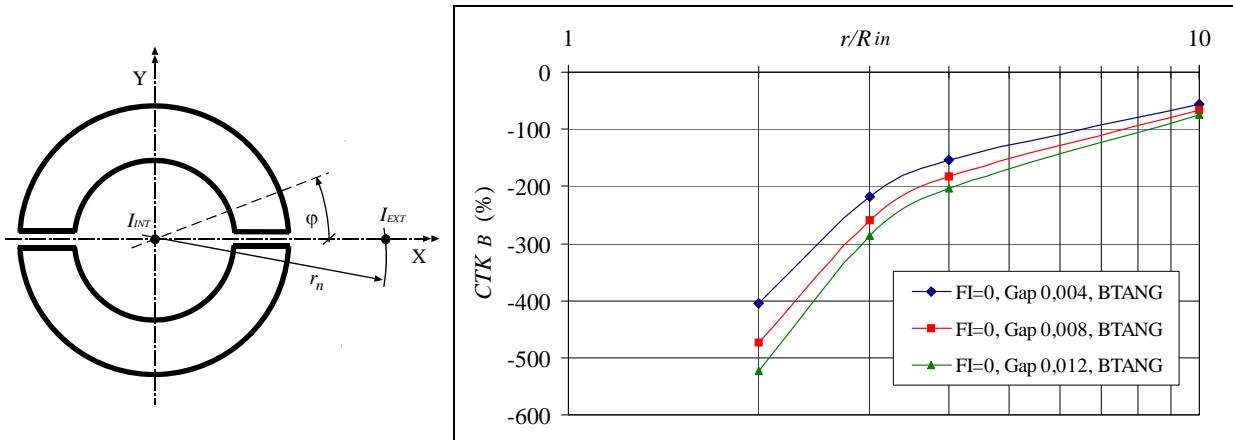


**Fig. 4.41** Distribución espacial de  $\mathbf{B}$  en el entorno de uno de los entrehierros simétricos de 1,0 mm situado en  $\varphi = 80^\circ$ , y  $z = 0$  mm. Se observa el incremento del campo magnético interior debido al campo exterior procedente de la corriente  $I_{ext} = 300$  A situada en  $r_n = 2$ .  $I_{int} = 15$  A. El sector representado está limitado por  $20 \text{ mm} < r < 45 \text{ mm}$  y  $65^\circ < \varphi < 95^\circ$ .

#### 4.7.3. Núcleo magnético con dos entrehierros opuestos de anchura variable

##### 4.7.3.1. Resultados de las simulaciones no lineales

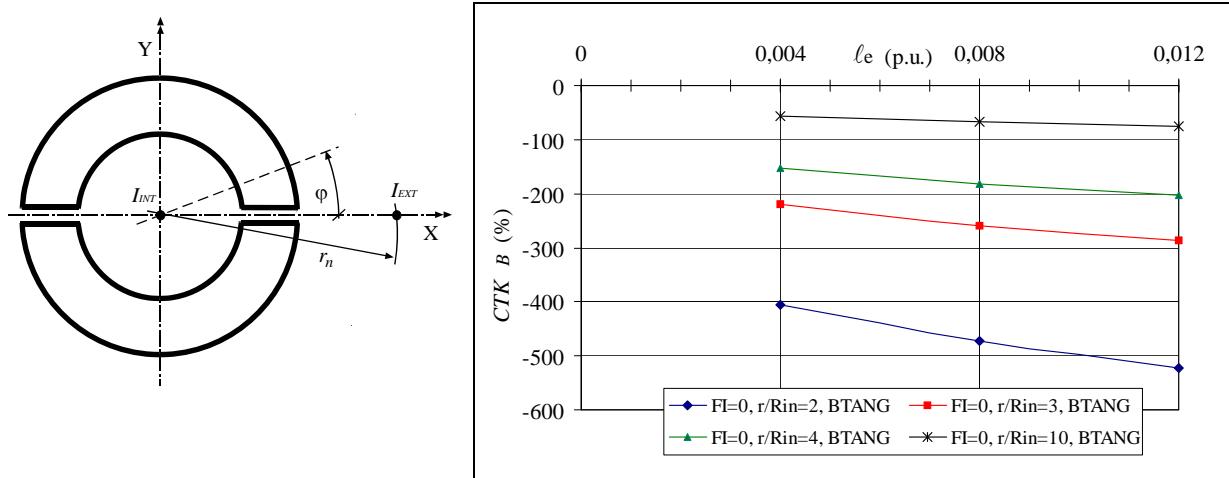
En las Figuras 4.42, 4.43 y 4.44 muestro los valores de  $CTK_B$  obtenidos en las simulaciones no lineales con material YW. En la Fig. 4.42 los errores corresponden al valor de la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en el entrehierro más próximo al cable y en la posición del núcleo en que uno de los entrehierros está enfrentado al cable exterior. Se encuentran representados frente a la distancia del cable exterior y en series para cada anchura del entrehierro analizada.



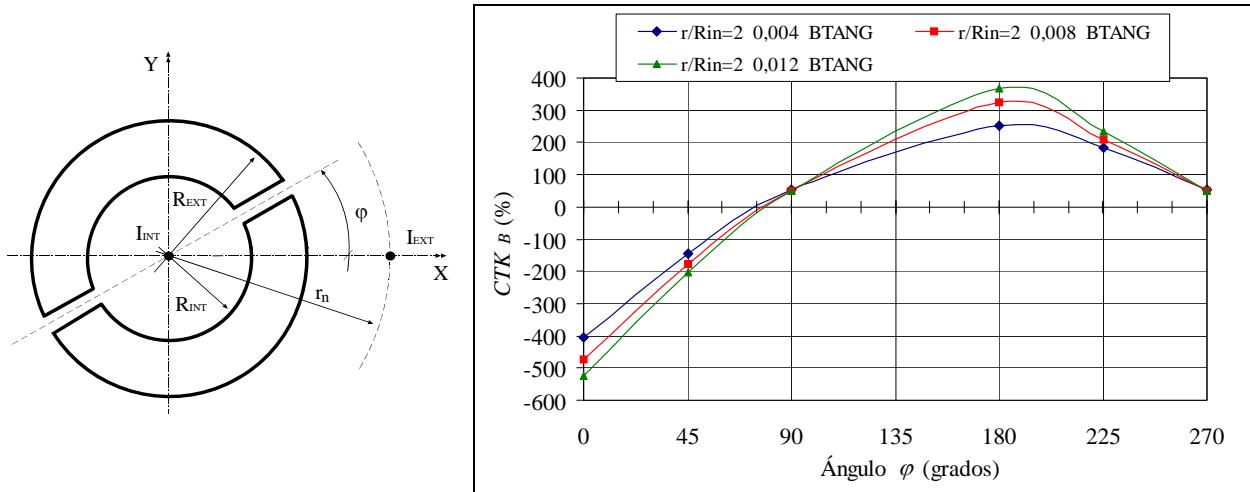
**Fig. 4.42** Errores relativos (%) de crosstalk para la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en el entrehierro situado en  $\varphi = 0^\circ$  obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición del cable exterior.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.

En la Fig. 4.43 están representados los errores relativos frente a las anchuras de los entrehierros, con los entrehierros en la misma posición angular del caso anterior ( $0^\circ$ - $180^\circ$ ) y en series correspondientes a las distancias del cable exterior estudiadas.

En la Fig. 4.44 se representa la variación del error relativo en función de la posición angular de los entrehierros, con tres series correspondientes a las tres anchuras de entrehierro y cuando el conductor exterior se encuentra a una distancia igual a dos veces el radio interior del núcleo.



**Fig. 4.43** Errores relativos en % de *crosstalk* para la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en el entrehierro situado en  $\varphi = 0^\circ$  obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la anchura del entrehierro y en series según la distancia normalizada del conductor exterior.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.



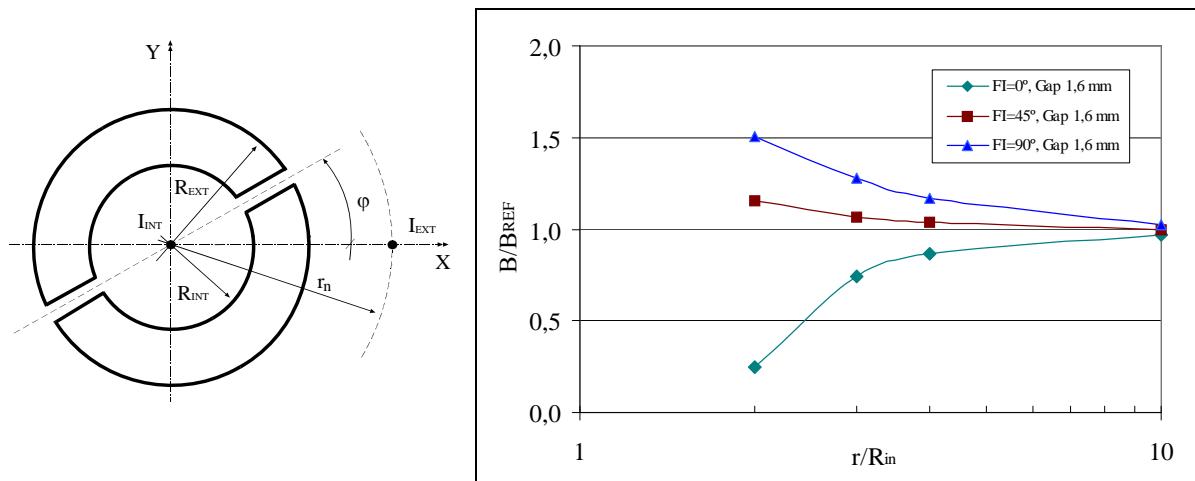
**Fig. 4.44** Errores relativos de *crosstalk* para la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en la sección central del entrehierro obtenidos en simulaciones no lineales (YW) en función de la posición angular  $\varphi$  del entrehierro. El conductor exterior se encuentra a una distancia dos veces el radio interior del toroide.  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.

#### 4.7.3.2. Conclusiones sobre los errores de *crosstalk*

- Los errores de *crosstalk* siguen la misma tendencia que los obtenidos para el flujo medio: aumentan al aumentar la anchura del entrehierro y disminuyen al aumentar  $r_n$ .
- Existe un intervalo en la posición angular del entrehierro más próximo al cable,  $75^\circ < \varphi < 90^\circ$ , en los que los errores se hacen mínimos para cualquier anchura del entrehierro y cualquier distancia del

cable exterior. Este valor se desplaza ligeramente hacia ángulos crecientes al aumentar el entrehierro. Para el caso de  $r_n = 2$ , el ángulo es de  $\varphi = 75^\circ$  para un entrehierro de  $0,004 \mu\text{m}$  y de  $\varphi = 80^\circ$  para un entrehierro de  $0,012 \mu\text{m}$ .

- En  $\varphi = 90^\circ$ , los errores de *crosstalk* son iguales para ambos entrehierros, y permanecen prácticamente constantes para las tres anchuras de entrehierros estudiadas.
- Una ventaja que se observa en esta configuración de entrehierros es la posibilidad de promediar los valores medidos de  $B_{tang}$  en los dos entrehierros ya que para cada pareja de entrehierros, los errores de *crosstalk* tienen signos distintos. Este valor promedio está siempre mucho más cerca al valor que se obtiene sin cable exterior, por lo que este error de *crosstalk*, que denominaré  $\overline{CTK}_B$  (equivalente al promedio de los errores de *crosstalk* en cada entrehierro) es menor que el obtenido en las configuraciones anteriores. En la Fig. 4.45 se muestran los resultados obtenidos para las simulaciones no lineales (YW) con el modelo de dos entrehierros de 1,6 mm de anchura en las tres posiciones angulares estudiadas y con el cable exterior en cuatro distancias normalizadas. En el eje vertical se ha representado el cociente entre el valor promedio de la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en los dos entrehierros cuando circulan la corriente interior y exterior simultáneamente,  $B$ , y el valor promedio de la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en los dos entrehierros cuando únicamente circula la corriente interior,  $B_{REF}$ .



**Fig. 4.45** Debilitamiento del valor promedio de la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en los entrehierros de 1,6 mm al alejarse el cable exterior.  $I_{ext} = 300 \text{ A}$  situada en  $r_n = r/R_{in}$ .  $I_{int} = 15 \text{ A}$ .

- El error sigue siendo muy sensible a la posición angular de los entrehierros. Algunos de los valores son mucho más altos que los obtenidos para el flujo medio; por ejemplo, para  $r_n = 2$  y una anchura de entrehierro de  $0,004 \mu\text{m}$ , en el entrehierro que se encuentra más próximo al cable  $\overline{CTK}_B = -404,9\%$  y en el opuesto ( $\varphi = 180^\circ$ )  $\overline{CTK}_B = 251,2\%$ . Cuando se analiza el flujo medio,  $\overline{CTK}_\varphi = 60,8\%$ . El valor de  $\overline{CTK}_B = -76,9\%$ . Para el caso de un único entrehierro de 1 mm en  $\varphi = 0^\circ$  y para  $r_n = 2$ ,  $\overline{CTK}_B = -296,4\%$ .

#### 4.7.4. Conclusiones parciales

De los resultados del cálculo numérico expuestos en los párrafos anteriores, puede concluirse:

- Los errores de *crosstalk* siguen siendo muy elevados y, como en el caso del flujo magnético medio, sus valores superan los límites de precisión para transformadores de clase 1,0.

- Los errores máximos siguen apareciendo en todos los casos cuando el entrehierro está enfrentado con el cable exterior y muy próximo a él ( $\varphi = 0^\circ$ ,  $r_n = 2$ ).
- El comportamiento de un toroide de un único entrehierro es muy parecido al de dos entrehierros simétricos. Los valores de  $B_{tang}$  no pueden compensarse por ser de igual magnitud en ambos entrehierros.
- El valor promedio de  $B_{tang}$  en los dos entrehierros opuestos para  $\varphi = 45^\circ$ - $225^\circ$  está muy próximo al que existe sin cable exterior. Para  $\varphi = 90^\circ$ - $270^\circ$ , el error de *crosstalk* medido a través de  $B_{tang}$  en los entrehierros opuestos se hace independiente de la anchura del entrehierro.

Como indiqué en el apartado anterior, es necesario a continuación observar las tendencias de los errores de *crosstalk* al modificar la permeabilidad del material magnético. Estos análisis se describen en el apartado 4.9 del presente capítulo.

Otra consecuencia aplicable al diseño que también se deduce de estos análisis es que la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  promediada en dos entrehierros opuestos es una señal más estable respecto de la posición angular del toroide cuando circula una corriente por un cable exterior cercano al núcleo. En la Tabla 4.17 muestro los valores de  $B_{tang}$  y los errores de *crosstalk* obtenidos en simulaciones para dos entrehierros de  $0,008 \text{ p}\mu$  y el cable exterior situado en  $r_n = 2$ . El valor de referencia es de  $2,85 \text{ mT}$ , valor de la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en la sección central de cualquiera de los dos entrehierros cuando circula únicamente la corriente interior de  $15 \text{ A}$ . Un instrumento de medida de corriente eléctrica cuya señal de referencia sea ese valor promedio de  $B_{tang}$  obtenido mediante sensores de efecto Hall presentará mejor inmunidad a los efectos de campo magnéticos exteriores en cualquier posición que los que se basan en la detección del flujo medio o en la medida de  $B_{tang}$  en un único entrehierro.

$\varphi$	$0^\circ$	$45^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$225^\circ$	$270^\circ$
$B_{tang} (\text{mT})$	-10,64	-2,25	4,29	12,04	8,84	4,29
$CTK_B (\%)$	-473,3	-179,9	50,5	322,6	210,2	50,5
$\overline{CTK}_B (\%)$	-75,4	15,6	50,5	-75,4	15,6	50,5

**Tabla 4.17** Valores de  $B_{tang}$  y errores de *crosstalk* obtenidos en simulaciones no lineales (YW) para dos entrehierros de  $0,008 \text{ p}\mu$  y el cable exterior situado en  $r_n = 2$ .

## 4.8. FLUJO MAGNÉTICO MEDIO EN NÚCLEOS LINEALES CON ENTREHIERROS Y CORRIENTE EXTERIOR EN FUNCIÓN DE LA PERMEABILIDAD

Siguiendo con el razonamiento sobre el cálculo teórico del flujo medio en medios lineales, empleado en el capítulo anterior para deducir el error de *crosstalk* debido a cables exteriores en núcleos cerrados, y partiendo de la exp. 3.25 aplicada a un núcleo con un único entrehierro,

$$\overline{\Phi} = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \mathbf{F} \cdot d\ell = \frac{1}{\ell} \left[ \int_0^{\ell_m} \mathbf{B}_m \cdot \mathbf{S} \cdot d\ell + \int_{\ell_m}^{\ell_m + \ell_e} \mathbf{B}_e \cdot \mathbf{S} \cdot d\ell \right] = \frac{S}{\ell} \left[ \int_0^{\ell_m} \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H}_m \cdot d\ell + \int_{\ell_m}^{\ell_m + \ell_e} \boldsymbol{\mu}_0 \cdot \mathbf{H}_e \cdot d\ell \right] \quad (4.18)$$

Sumando y restando el término que completa la circulación de  $\mathbf{H}$  a lo largo de la trayectoria cerrada, se obtiene

$$\bar{\Phi} = \frac{S \cdot \mu}{\ell} \left[ \int_0^{\ell_m} H_m \cdot d\ell + \int_0^{\ell_e} H_e \cdot d\ell \right] + \frac{S}{\ell} \left[ - \int_0^{\ell_e} \mu \cdot H_e \cdot d\ell + \int_0^{\ell_e} \mu_0 \cdot H_e \cdot d\ell \right] \quad (4.19)$$

de donde, finalmente, la expresión para el flujo medio queda de la forma

$$\bar{\Phi} = \frac{S \cdot \mu}{\ell} I_{int} - \frac{S}{\ell} \left[ (\mu - \mu_0) \int_0^{\ell_e} H_e \cdot d\ell \right] \quad (4.20)$$

que indica que el flujo medio cuando se abre un entrehierro varía en una cantidad proporcional por una parte, a la diferencia entre la permeabilidad del núcleo y la del entrehierro y, por otra, al producto de la anchura del entrehierro por la componente tangencial del vector  $\mathbf{H}$  en el entrehierro. En este caso, si la corriente interior es cero puede seguir existiendo un término no nulo si existen corrientes exteriores, que contribuirían a la aparición de  $\mathbf{H}_e$ .

Estos resultados así obtenidos pueden alejarse considerablemente del comportamiento real del núcleo cuando este es de material magnético no lineal, cuando es asimétrico o cuando la anchura del entrehierro es grande. Cuando se cumpla que  $\mu \gg \mu_0$  la expresión del flujo medio puede aproximarse a

$$\bar{\Phi} \approx \frac{S \cdot \mu}{\ell} I_{int} - \frac{S}{\ell} \mu \int_0^{\ell_e} H_e \cdot d\ell = \frac{S}{\ell} \mu (I_{int} - \int_0^{\ell_e} H_e \cdot d\ell) = cte \cdot (I_{int} - \int_0^{\ell_e} H_e \cdot d\ell) \quad (4.21)$$

Para la comprobación de estas expresiones, realicé tres simulaciones lineales con el Mod. GAP02.II\_2R1\_FI00 (dos entrehierros de 1,6 mm de anchura situados en  $\varphi = 0^\circ - 180^\circ$  y con el cable exterior sobre el eje X en  $r_n = 2$ ), fijando el valor de la permeabilidad relativa en 5000:

- En la primera de las simulaciones, la intensidad de la corriente exterior es 0 A y la de la corriente interior de 15 A. El flujo medio obtenido mediante la integración en 72 secciones del núcleo fue de 3,141  $\mu$ Wb. La integral de línea de  $\mathbf{H}dl$  a lo largo de la trayectoria situada en el centro de cada entrehierro fue de 7,363 A, siendo el valor del flujo medio obtenido mediante la exp. 4.21 de 3,109  $\mu$ Wb. La diferencia porcentual resulta del 1,02%.
- En la segunda simulación, la intensidad de corriente interior es 0 A y la exterior de 300 A. El flujo medio obtenido mediante la integración en 72 secciones del núcleo fue de 2,537  $\mu$ Wb (2,5  $\mu$ Wb cuando se calcula para 360 secciones). La integral de línea de  $\mathbf{H}dl$  a lo largo de la trayectoria situada en el centro del entrehierro situado en  $\varphi = 0^\circ$  vale -15,602 A y el valor de la integral en el entrehierro situado en  $\varphi = 180^\circ$  es de 15,258 A. El valor del flujo medio obtenido mediante la exp. 4.21 es de 3,904  $\mu$ Wb. La diferencia porcentual resulta del 53,9%.
- En la tercera simulación, la intensidad de corriente interior es de 15 A y la exterior de 300 A. El flujo medio obtenido mediante la integración en 72 secciones del núcleo fue de 5,626  $\mu$ Wb. La integral de línea de  $\mathbf{H}dl$  a lo largo de la trayectoria situada en el centro del entrehierro situado en  $\varphi = 0^\circ$  fue de -8,249 A y el valor de la integral en el entrehierro situado en  $\varphi = 180^\circ$  de 22,612 A. El valor del flujo medio obtenido mediante la exp. 4.21 es de 7,23  $\mu$ Wb. La diferencia porcentual resulta del 28,65%.

Se observa que las expresiones 4.20 y 4.21 se ajustan bien cuando el campo magnético procede únicamente de la corriente interior, pero dan lugar a desviaciones importantes en el valor del flujo magnético medio cuando existen corrientes exteriores.

Partiendo de las conclusiones procedentes del análisis de los núcleos con material YW, apartado 4.6, he realizado series de simulaciones lineales con valores crecientes de permeabilidad con el modelo de un único entrehierro de 1 mm en  $\varphi = 0^\circ$  y cable exterior en  $r_n = 2$ , y el modelo con dos entrehierros opuestos

de  $0,008 \text{ p}\mu$  en  $\varphi = 0^\circ\text{-}180^\circ$  y cable exterior en  $r_n = 2$ , que corresponden a las situaciones en las que los errores de *crosstalk* observados para el flujo magnético medio eran mayores.

Para el modelo de un toroide con un único entrehierro de 1 mm de anchura ( $0,005 \text{ p}\mu$ ) situado en  $\varphi = 0^\circ$ , y con el cable exterior sobre el eje X en  $r_n = 2$ , Mod. GAP01.I\_2R1\_FI00, los resultados obtenidos en las simulaciones lineales se encuentran en la Tabla 4.18. El error de *crosstalk*,  $CTK_\varphi$  (exp. 3.24) aumenta rápidamente al hacerlo la permeabilidad, alcanzando valores algo superiores al 100%.

Permeabilidad relativa	$I_{int} = 15 \text{ A}, I_{ext} = 0 \text{ A}$	$I_{int} = 15 \text{ A}, I_{ext} = 300 \text{ A}$	$CTK_\varphi (\%)$
1	0,0346	0,0344	-0,6
10	0,3342	0,5246	57,0
100	2,57	5,04	96,0
1000	7,86	15,98	103,2
5000	9,62	19,62	103,9
13280	9,97	20,34	104,1
20000	10,04	20,50	104,1

**Tabla 4.18** Flujo magnético medio ( $\mu\text{Wb}$ ) a través de las secciones transversales del toroide para distintos valores de la permeabilidad del material cuando circula una única corriente interior de 15 A y cuando circulan las dos corrientes simultáneamente.  $r_n = 2$ . Un único entrehierro de 1 mm situado en  $\varphi = 0^\circ$ .

Para el modelo de un toroide con dos entrehierros de 1,6 mm de anchura ( $0,008 \text{ p}\mu$ ) situados en  $\varphi = 0^\circ\text{-}180^\circ$ , y con el cable exterior sobre el eje X en  $r_n = 2$ , Mod. GAP02.II\_2R1\_FI00, los resultados obtenidos en las simulaciones lineales se encuentran en la Tabla 4.19. El error de *crosstalk* no desciende del 75%.

Permeabilidad relativa	$I_{int} = 15 \text{ A}, I_{ext} = 0 \text{ A}$	$I_{int} = 15 \text{ A}, I_{ext} = 300 \text{ A}$	$CTK_\varphi (\%)$
5000	3,16	5,63	77,8
10000	3,19	5,68	77,8

**Tabla 4.19** Flujo magnético medio ( $\mu\text{Wb}$ ) a través de las secciones transversales del toroide para distintos valores de la permeabilidad del material cuando circula una única corriente interior de 15 A y cuando circulan las dos corrientes simultáneamente.  $r_n = 2$ . Dos entrehierros de 1,6 mm situados en  $\varphi = 0^\circ$  y  $\varphi = 180^\circ$ .

Estos resultados pueden justificarse empleando la aproximación de la teoría de los circuitos magnéticos. Los entrehierros actúan como reluctancias de muy alto valor. Al ir incrementándose la permeabilidad del núcleo, descienden rápidamente las reluctancias asociadas al material, reluctancias que se encuentran en paralelo y en serie-paralelo con las correspondientes de aire. El flujo magnético se concentra en las secciones de muy baja reluctancia, efecto que da lugar a los altos errores observados en las Tablas 4.18 y 4.20.

De los resultados anteriores se concluye la dificultad de conseguir la clase de precisión exigida por la norma cuando se emplea el flujo magnético medio como señal para obtener la corriente que circula por el

cable interior y los núcleos de los instrumentos contienen entrehierros de las anchuras contempladas en este estudio.

## 4.9. COMPONENTE TANGENCIAL DE $B$ EN FUNCIÓN DE LA PERMEABILIDAD. SIMULACIONES LINEALES

Como en el estudio del apartado 4.8, realicé una serie de simulaciones lineales variando la permeabilidad en aquellos casos que presentaban mayores errores de *crosstalk* cuando la señal de referencia para medir la intensidad de corriente es la componente tangencial de  $B$  a la circunferencia media en la sección central de los entrehierros (componente que coincide con la componente normal a esa sección). La intensidad de corriente la mantuve en los valores empleados en las simulaciones no lineales, 15 A para la corriente interior y 300 A para la exterior.

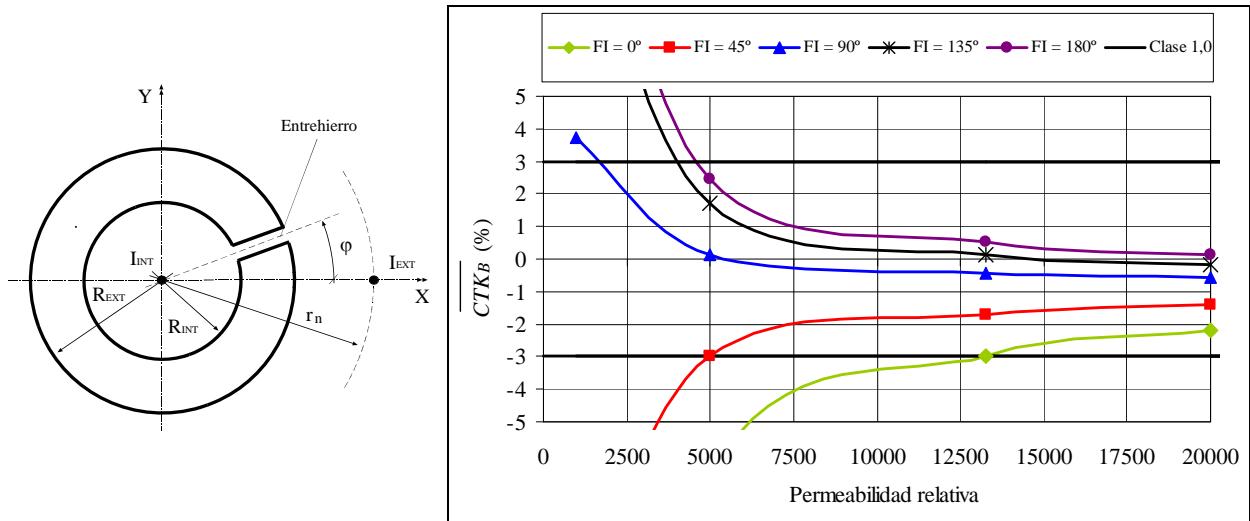
### 4.9.1. Núcleo magnético con un único entrehierro de 1 mm (0,005 $\mu\text{m}$ )

Para estas series de simulaciones empleé el modelo Mod. GAP01.I\_2R1 (un entrehierro de 1 mm y cable exterior en  $r_n = 2$ ), y los resultados se muestran en la Tabla 4.20. Se observa que para la posición más desfavorable del entrehierro,  $r_n = 2$  y  $\varphi = 0^\circ$ , el error de *crosstalk*  $CTK_B$ , exp.4.17, disminuye muy bruscamente al aumentar la permeabilidad relativa del núcleo en el tramo de valores desde 100 hasta 5000. A partir de ese valor, incrementos notables de permeabilidad dan lugar a mejoras menos significativas del error.

		$CTK_B$ (%)				
		0,005 $\mu\text{m}$ ; $r_n = 2$				
		$\varphi = 0^\circ$	$\varphi = 45^\circ$	$\varphi = 90^\circ$	$\varphi = 135^\circ$	$\varphi = 180^\circ$
$\mu_r = 100$	-278,74	-90,60	41,57	110,46	132,65	
$\mu_r = 1000$	-31,13	-11,25	3,75	11,73	14,60	
$\mu_r = 5000$	-6,82	-3,00	0,11	1,72	2,46	
$\mu_r = 13280$	-2,98	-1,69	-0,45	0,15	0,54	
$\mu_r = 20000$	-2,20	-1,42	-0,57	-0,17	0,15	

**Tabla 4.20** Errores de *crosstalk* para un núcleo con un único entrehierro de 1 mm y distintos valores de la permeabilidad del material cuando circula una corriente interior de 15 A y otra exterior de 300 A situada en  $r_n = 2$ .

Los errores de *crosstalk* por debajo del 3% (clase 1,0) aparecen para valores de permeabilidades relativas mayores de 5000 y en posiciones del núcleo en las que el entrehierro se encuentra en  $\varphi \geq 45^\circ$ . Como se observa en la Fig. 4.46, para que el error de *crosstalk* sea inferior al 3% para cualquier posición angular del entrehierro, la permeabilidad relativa del núcleo debe ser mayor de 13000.



**Fig. 4.46** Errores de *crosstalk* (%) en función de la permeabilidad relativa del núcleo. Series para distintas posiciones del entrehierro de 1 mm respecto del cable exterior situado en  $r_n = 2$ .  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A.

#### 4.9.2. Núcleo magnético con dos entrehierros opuestos

Para estas simulaciones utilicé los modelos GAP02.I\_2R1, GAP02.II\_2R1, GAP02.III\_2R1, siendo los valores de permeabilidad relativa los mismos que en el apartado 4.9.1. Cuando la señal que se emplea para la medida de la intensidad de la corriente eléctrica es el promedio de los valores de  $B_{tang}$  en ambos entrehierros, los errores de *crosstalk*,  $\overline{CTK}_B$ , descienden considerablemente, haciéndose muy estables respecto de la anchura de los entrehierros no solo para la posición  $\varphi = 90^\circ\text{-}270^\circ$ , sino para cualquier otra. En la Tabla 4.21 se muestran los errores en función de la permeabilidad relativa para la posición de los entrehierros  $\varphi = 45^\circ\text{-}225^\circ$  y las anchuras normalizadas de 0,004  $\mu\text{m}$ , 0,008  $\mu\text{m}$  y 0,012  $\mu\text{m}$ . Entre paréntesis (#) se encuentra el valor de  $\overline{CTK}_B$  para un entrehierro que se encuentra en  $\varphi = 45^\circ$ . En la Tabla 4.22 se muestran los valores de  $\overline{CTK}_B$  para una anchura de entrehierros de 0,008  $\mu\text{m}$  (1,6 mm), el cable exterior a una distancia normalizada  $r_n = 2$  y para las tres posiciones del núcleo analizadas.

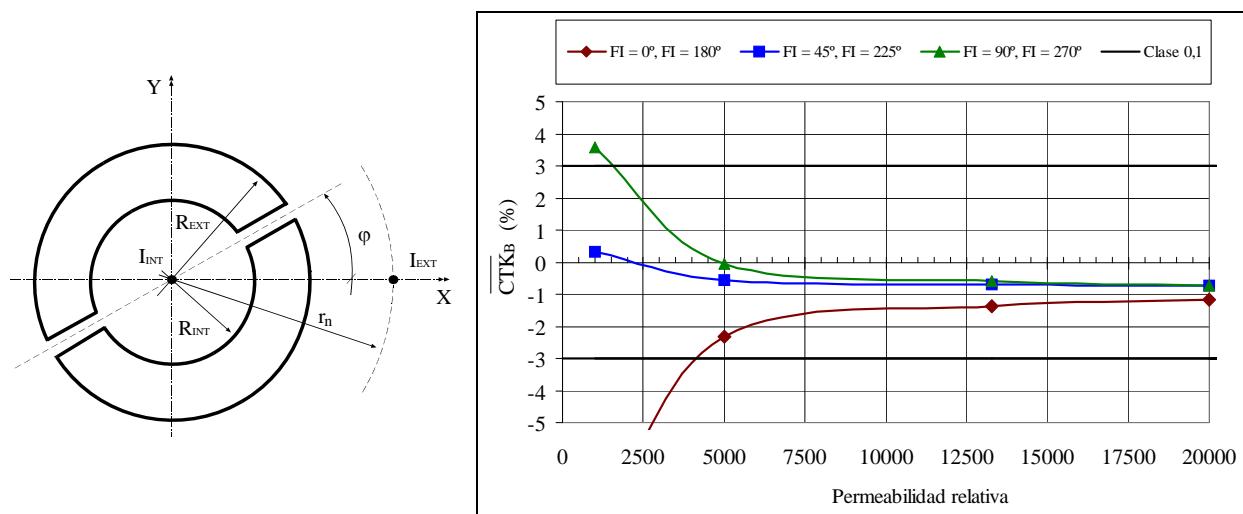
	$\overline{CTK}_B$ (%)	$r_n = 2$	$\varphi = 45^\circ \varphi = 225^\circ$
	0,004 $\mu\text{m}$	0,008 $\mu\text{m}$	0,012 $\mu\text{m}$
$\mu_r = 100$	10,17 (-137,67)	10,16 (-168,52)	10,27 (-192,13)
$\mu_r = 1000$	0,26 (-73,89)	0,34 (-112,28)	0,34 (-140,54)
$\mu_r = 5000$	-0,71 (-67,38)	-0,57 (-106,54)	-0,58 (-135,28)
$\mu_r = 13280$	-0,86 (-66,36)	-0,71 (-105,64)	-0,72 (-134,45)
$\mu_r = 20000$	-0,89 (-66,15)	-0,74 (-105,45)	-0,75 (134,28)

**Tabla 4.21** Errores de *crosstalk* (%) para un núcleo con dos entrehierros y distintos valores de la permeabilidad del material cuando circula una corriente interior de 15 A y otra exterior de 300 A situada en  $r_n = 2$ . La señal de  $B_{tang}$  es el promedio de la que existe en cada entrehierro. Los valores (#) corresponden al error en el valor de  $B_{tang}$  en el entrehierro situado en  $\varphi = 45^\circ$ .

	$\overline{CTK}_B$ (%)	0,008 $\mu\Omega$ ; $r_n = 2$		
	$\varphi = 0^\circ \varphi = 180^\circ$	$\varphi = 45^\circ \varphi = 225^\circ$	$\varphi = 90^\circ \varphi = 270^\circ$	
$\mu_r = 100$	-73,79	10,16	41,68	
$\mu_r = 1000$	-8,46	0,34	3,57	
$\mu_r = 5000$	-2,33	-0,57	-0,03	
$\mu_r = 13280$	-1,37	-0,71	-0,60	
$\mu_r = 20000$	-1,18	-0,74	-0,71	

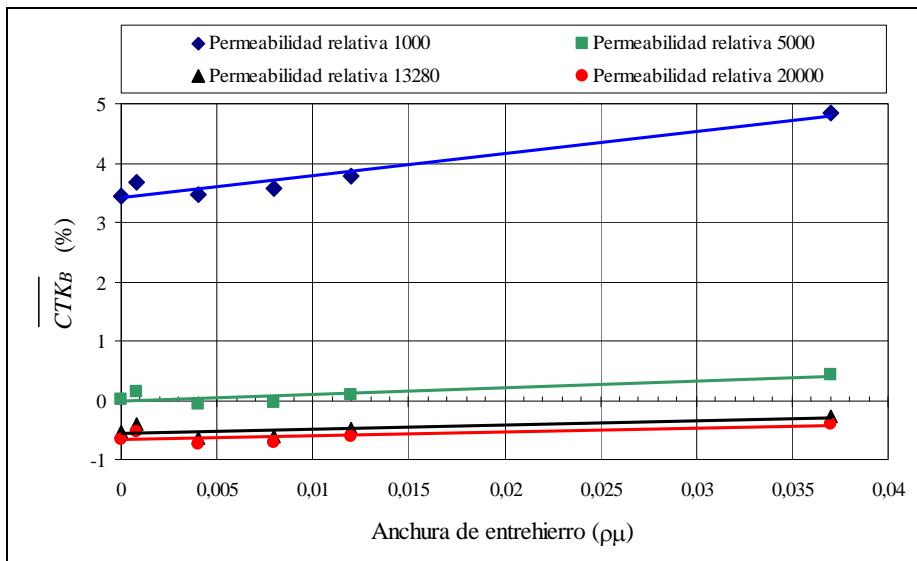
**Tabla 4.22** Errores de *crosstalk* (%) para un núcleo con dos entrehierros de 1,6 mm y distintos valores de la permeabilidad del material cuando circula una corriente interior de 15 A y otra exterior de 300 A situada en  $r_n = 2$ . La señal de  $B_{tang}$  es el promedio de las que existen en cada entrehierro.

Los valores de la Tabla 4.22 se encuentran representados gráficamente en la Fig. 4.47.



**Fig. 4.47** Errores de *crosstalk* (%) en función de la permeabilidad relativa del núcleo. Cable exterior en  $r_n = 2$ . Series para distintas posiciones de los entrehierros respecto del cable exterior. Entrehierros de  $0,008 \mu\Omega$ .  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A. La señal de  $B_{tang}$  es el promedio de las que existen en cada entrehierro.

En las simulaciones no lineales descritas en el apartado 4.7.3 observé la posible independencia de los errores de la anchura del entrehierro cuando su posición es de  $\varphi = 90^\circ-270^\circ$ . Para intentar confirmar esta tendencia, realicé dos nuevos modelos, el GAP02.IV\_2R1 con dos entrehierros opuestos de  $0,0008 \mu\Omega$  (0,16 mm) y el GAP02.V\_2R1 con dos entrehierros opuestos de  $0,037 \mu\Omega$  (8 mm). Los resultados, que se muestran en la Fig. 4.48, incluyen además de las cinco anchuras de entrehierros los valores del error de *crosstalk* en un toroide sin entrehierro (equivalente a dos entrehierros opuestos de anchura 0 mm) obtenidas para las cuatro series de valores.



**Fig. 4.48** Errores de *crosstalk* (%) en función de la anchura del entrehierro. Series para distintos valores de permeabilidad relativa del núcleo. Entrehierros en  $\varphi = 90^\circ - 270^\circ$ .  $I_{ext} = 300$  A.  $I_{int} = 15$  A. La señal de  $B_{tang}$  es el promedio de las que existen en cada entrehierro.

La variación del error es muy pequeña y de tendencia lineal en los cuatro casos, descendiendo la pendiente conforme aumenta la permeabilidad del núcleo. En los cuatro casos, los valores obtenidos para el entrehierro de menor anchura son los que más se separan de esa tendencia lineal. Sería necesario rehacer el Mod. GAP02.IV\_2R1, que incluye el entrehierro de 0,16 mm, modificando el mallado para comparar los resultados y poder confirmarlos, ya que debido a que esta anchura es tres órdenes de magnitud menor que las del modelo, los errores en el cálculo numérico pueden ser la razón de esta desviación.

De los párrafos anteriores puede concluirse:

- para reducir los errores de *crosstalk* es necesario utilizar núcleos magnéticos de alta permeabilidad. El incremento de permeabilidad a partir de unos ciertos valores no compensa debido al reducido descenso en los errores que provoca.
- la señal de  $B_{tang}$  promediada para los dos entrehierros permite una reducción de los errores de *crosstalk* que puede ser inferior al 3% en cualquier posición de la pinza amperimétrica cuando la permeabilidad relativa del núcleo supera el valor de 5000.
- existe una posición del núcleo en la que los errores se hacen mínimos y casi independientes de la anchura del entrehierro (posición en la que los entrehierros se encuentran en  $\varphi = 90^\circ - 270^\circ$ ) incluso para bajos valores de permeabilidad magnética del núcleo.

#### 4.10. CASO DE ESTUDIO. DISEÑO ÓPTIMO DE UNA PINZA AMPERIMÉTRICA CON SENsoRES DE CAMPO MAGNÉTICO

La justificación de un estudio como el realizado en este capítulo se encuentra en la aplicación de los resultados obtenidos al diseño de una pinza amperimétrica cuya clase de precisión pueda acotarse sin necesidad de construir un prototipo real y realizar medidas.

Partiendo de la geometría toroidal que he empleado para el estudio sistemático del campo magnético y de su flujo mediante el MEF, el instrumento que trataré de optimizar debe medir corrientes eléctricas con

intensidades desde 10 A hasta 1000 A, utilizando como señal de referencia la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en uno o dos entrehierros. Esta corriente eléctrica circula por un cable recto, perpendicular al núcleo magnético y se supondrá centrado en el núcleo. Los cables exteriores próximos se encontrarán a una distancia mínima de dos veces su radio interior, y serán paralelos al cable central. La anchura del entrehierro escogida es de 1,6 mm, medida mínima que permite introducir los sensores de campo magnético comerciales en su interior.

La pinza amperimétrica debe poder medir en cualquier posición, independientemente de la existencia o no de cables exteriores que se encuentren cercanos.

Así como en núcleos sin entrehierros, la referencia para estimar la permeabilidad que presenta el material magnético conocidas las fuentes del campo magnético es el módulo de  $\mathbf{H}$ , cuando se tratan núcleos con entrehierros es el valor del módulo de  $\mathbf{B}$  el que permite estimar ese valor. Observando la variación de los errores de *crosstalk* en el apartado 4.9, el material magnético del núcleo debería presentar valores de permeabilidad relativa en torno a 5000 o mayores para los valores de  $\mathbf{B}$  presentes en el núcleo cuando circula la corriente interior. Para una intensidad de corriente eléctrica de 1000 A, utilizando la exp. 4.8 se obtiene un valor del módulo de  $\mathbf{B}$  de 392,22 mT. Entre los materiales magnéticos comerciales a los que tuve acceso, escogí el NETIC® S3-6, fabricado por Magnetic Shield Corporation [MSC 00]. La curva de permeabilidad relativa frente al módulo de  $\mathbf{B}$  de este material se muestra en la Fig. 4.49. Se observa que para ese valor de  $\mathbf{B}$ , el material presenta una permeabilidad cercana a 6000, con la ventaja de que los valores de permeabilidad crecen muy rápidamente desde los valores mínimos del módulo de  $\mathbf{B}$ .

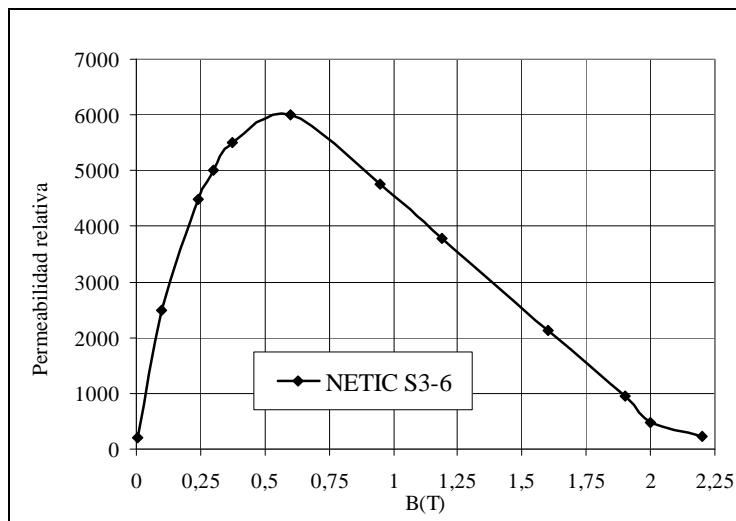


Fig. 4.49 Curva Permeabilidad relativa-B del material NETIC S3-6.

Utilizando el Mod. GAP02.II, realicé simulaciones no lineales incluyendo la curva de magnetización NETIC® S3-6, Fig. 4.50, con intensidades de corriente  $I_{int}$  comprendidos entre 10 A y 1000 A. Los resultados se muestran en la Tabla 4.23.

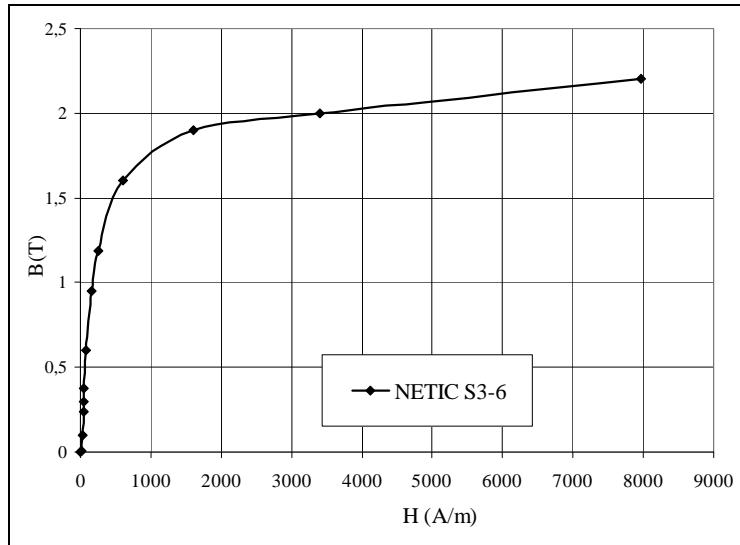


Fig. 4.50 Curva  $B$ - $H$  NETIC S3-6.

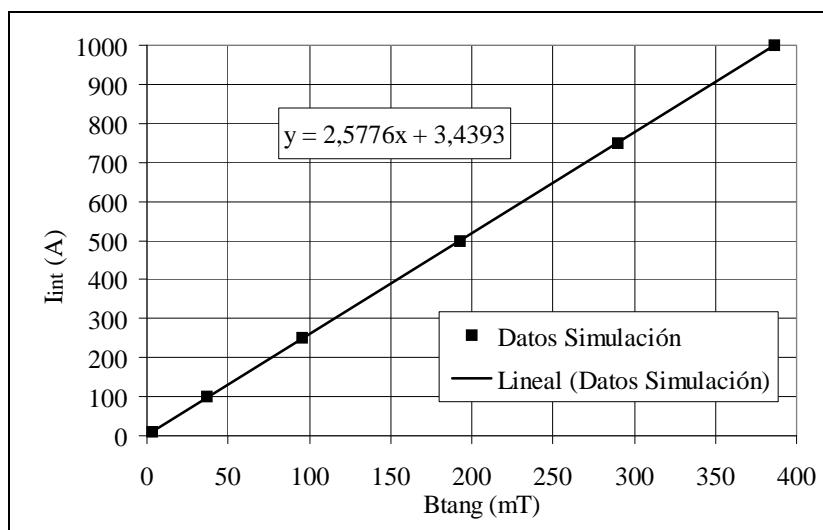
La relación entre los valores de  $B_{tang}$  y la intensidad de corriente eléctrica es prácticamente lineal. Para reducir los errores en el rango de intensidades por debajo de los 50 A, la recta debe desplazarse ligeramente hacia arriba, de manera que en vez de cortar en el origen lo haga en  $I_{int} = 3,38$  A, tal como se muestra en la Fig. 4.51. En las columnas tercera y cuarta de la Tabla 4.23 se muestran los errores cometidos para la aproximación lineal que pasa por el origen y los asociados a la recta de regresión indicada en la Fig. 4.51.

Este instrumento, considerando únicamente la corriente interior y para una corriente nominal de 1000 A, entraría dentro de la clase 0,5, ya que al 100% de su corriente nominal el error es menor del 0,5%, al 20% de su corriente nominal el error es menor del 0,75%, y al 5% de su corriente nominal el error es menor del 1,5%. No alcanzaría la clase 0,1 al superar el error al 20% de la corriente nominal (200 A) el 0,2%, ni la clase 0,2 al superar el error el 0,35% al 20% de la corriente nominal (200 A). La norma exige también la comprobación al 120% de la corriente nominal; en este caso el error no debe superar el 0,5%. Para este valor, y con el valor corregido mediante la recta de regresión, el error obtenido en la simulación es de -0,17%.

Para analizar los efectos que sobre la señal de referencia tienen las corrientes exteriores y acotar la clase del instrumento hice simulaciones con los Mod. GAP02.II\_2R1\_FI00, GAP02.II\_2R1\_FI45 y GAP02.II\_2R1\_FI90. La intensidad de la corriente interior la fijé en el 5% de la corriente nominal,  $I_{int} = 50$  A, y la corriente exterior el 100% de la nominal  $I_{ext} = 1000$  A. De lo observado en el apartado 4.9, si la pinza debe medir en cualquier posición, es necesario incluir dos sensores de  $B_{tang}$ , uno en cada entrehierro, y calcular la media de las dos señales. Los resultados los muestro en la Tabla 4.24. El valor de referencia para  $B_{tang}$  es de 18 mT, obtenido en una simulación sin corriente exterior y con una intensidad de corriente interior de 50 A. Se observa como la tendencia del error de *crosstalk* ha cambiado respecto al caso lineal de permeabilidad más próxima,  $\mu_r = 5000$ . La posición más desfavorable pasa a ser aquella en la que los entrehierros se encuentran sobre el eje Y, haciendo mímico el error cuando uno de los entrehierros está enfrentado al cable exterior.

$I_{int}$ (A)	$B_{tang}$ (mT)	$\mathcal{E}$ (%)	$\mathcal{E}$ (%)
		$I_{int} = 2,766 B_{tang}$	$I_{int} = 2,5776 B_{tang} + 3,4393$
10	2,845637	-21,29	7,72
50	18,0049	-0,40	-0,31
100	37,26748	3,08	-0,51
250	95,47963	5,64	-0,19
500	192,7088	6,61	0,02
750	289,7782	6,87	0,04
1000	386,5536	6,92	-0,03

**Tabla 4.23** Componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en los entrehierros y errores en % de la intensidad de corriente eléctrica obtenida a partir del valor de  $B_{tang}$  para un núcleo con dos entrehierros de 1,6 mm y material NETIC®S3-6.

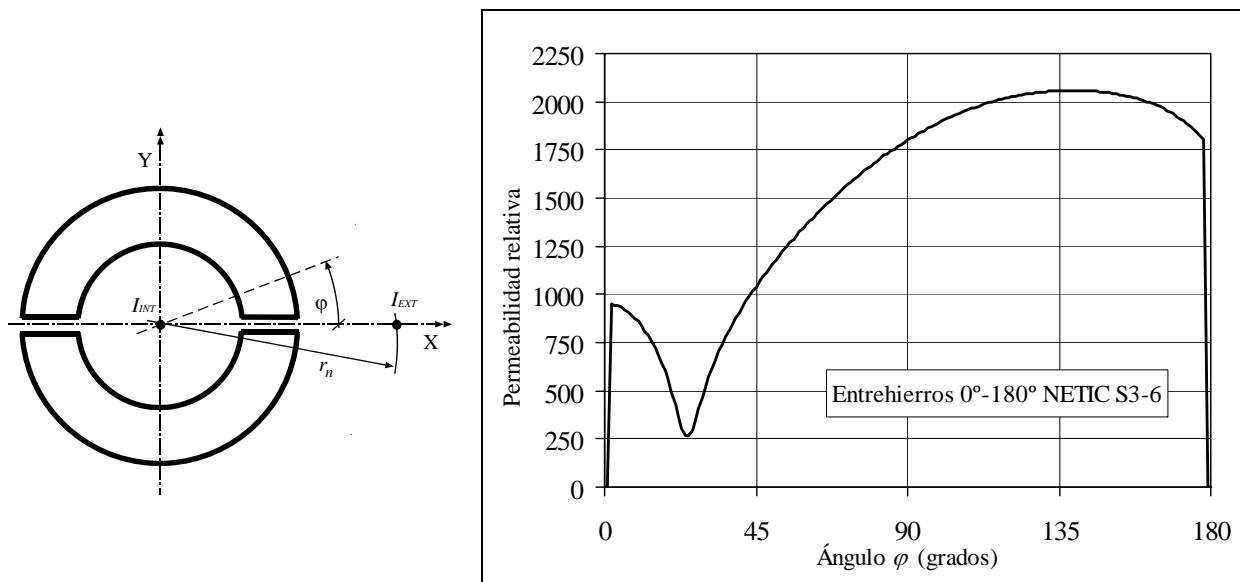


**Fig. 4.51** Relación  $B_{tang}$  -  $I_{int}$  obtenida mediante simulación y recta de regresión.

NETIC®S3-6    0,008 $\rho\mu$ $I_{int} = 15 \text{ A}$ $I_{ext} = 1000 \text{ A}$ $r_n = 2$						
$\varphi$	0°	45°	90°	180°	225°	270°
$B_{tang}$ (mT)	-22,44	-1,75	18,86	58,27	38,91	18,86
$\bar{\mu}_r$	1524	1269	1222	1524	1269	1222
$CTK_B$ (%)	-224,67	-109,72	4,77	223,72	116,17	4,77
$\overline{CTK}_B$ (%)	-0,47	3,22	4,77	-0,47	3,22	4,77

**Tabla 4.24** Valores de  $B_{tang}$ , permeabilidad magnética relativa media y errores de *crosstalk* (%) para un núcleo con dos entrehierros opuestos de 1,6 mm y material magnético NETIC®S3-6 cuando circula una corriente interior de 50 A y otra exterior de 1000 A situada en  $r_n = 2$ .

Si se comparan los resultados de la Tabla 4.24 con los obtenidos para simulaciones lineales, Tabla 4.21 y Fig. 4.47, observamos que los valores obtenidos para  $\overline{CTK}_B$  en el caso no lineal no siguen la evolución prevista para la permeabilidad magnética media que presenta el núcleo, aunque los valores se encuentran próximos. Esto se debe a que la permeabilidad magnética del núcleo varía de forma importante de una sección a otra del núcleo, tal y como se observa en la Fig. 4.52, donde muestro los resultados procedentes de la simulación cuando los entrehierros del núcleo objeto de estudio se encuentran en  $\varphi=0^\circ-180^\circ$ , posición en la que mayor diferencia se observa entre la simulación lineal y la no lineal.



**Fig. 4.52** Variación de la permeabilidad relativa en puntos centrales de la sección del núcleo magnético. Dos entrehierros de 1,6 mm en  $\varphi = 0^\circ-180^\circ$  y material magnético NETIC®S3-6 cuando circula una corriente interior de 50 A y otra exterior de 1000 A situada en  $r_n = 2$ .

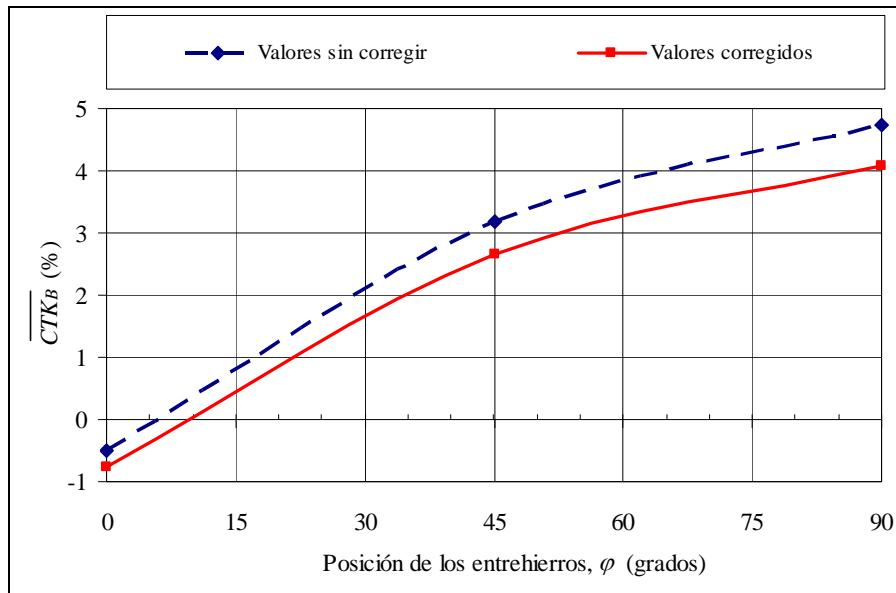
Si se trasladan los valores de  $B_{tang}$  obtenidos en las simulaciones a la recta de regresión que minimiza los errores procedentes únicamente de la corriente interior, obtenemos unos nuevos errores de *crosstalk*, que muestro en la Tabla 4.25.

$0,008 \mu\text{m}; r_n = 2$	$\varphi = 0^\circ \varphi = 180^\circ$	$\varphi = 45^\circ \varphi = 225^\circ$	$\varphi = 90^\circ \varphi = 270^\circ$
Corriente medida (A)	49,61	51,33	52,04
$\overline{CTK}_B$ (%)	-0,78	2,66	4,08

**Tabla 4.25** Errores de *crosstalk* (%) para un núcleo con dos entrehierros de 1,6 mm y material magnético NETIC®S3-6 cuando circula una corriente interior de 50 A y otra exterior de 1000 A situada en  $r_n = 2$ . La señal de  $B_{tang}$  es el promedio de la que existe en cada entrehierro y se encuentra corregida por la recta

$$I_{int} = 2,5776 B_{tang} + 3,4393.$$

En la Fig 4.53 he representado los resultados anteriores, en los que se puede observar la variación de los errores con la posición angular de la pinza amperimétrica en los dos casos, con y sin corrección de los valores de  $B_{tang}$  directamente medidos por los sensores. A pesar de que los errores descienden algo, esta pinza no alcanzaría la clase de precisión 1,0, ya que el error máximo de *crosstalk* en estas condiciones supera el 3%.



**Fig. 4.53** Errores de *crosstalk* de la pinza amperimétrica con y sin corrección de los valores medidos por los sensores.  $I_{int} = 50 \text{ A}$ ,  $I_{ext} = 1000 \text{ A}$ .

Una mejora constructiva muy sencilla y barata que podría reducir los errores de *crosstalk* y mantener la pinza en la clase 1,0 consiste en situar una pantalla magnética alrededor del exterior del núcleo magnético. Esta solución se analiza con detalle al final del capítulo 5 de este documento.

#### 4.11. CONCLUSIONES

He comenzado el capítulo comparando los valores del campo magnético  $\mathbf{B}$  y del flujo magnético obtenidos mediante la teoría de los circuitos magnéticos, con simulaciones del MEF y de medidas en el LEM. Posteriormente he realizado esas mismas comparaciones pero cuando circulaba corriente también por un cable exterior al núcleo, concluyendo que los valores obtenidos mediante el MEF son válidos siempre que la curva de magnetización que se incluya en el modelo proceda de una buena caracterización

de la curva real del material. Este hecho es importante cuando se trata de utilizar el MEF como herramienta para mejorar la clase de un instrumento concreto, ya que los errores que puede cometer el instrumento de medida para ser considerado de una clase pueden ser menores que los cometidos por el programa si la curva no está correctamente determinada.

Los valores analizados numéricamente para un material no lineal corresponden al flujo magnético medio y a la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  a la línea media del núcleo. De la serie de valores obtenidos, deduje unas tendencias que compruebo con series de simulaciones lineales, desecharando la señal procedente del flujo magnético medio debido a la imposibilidad de reducir los errores de *crosstalk* a valores compatibles con los exigidos por la norma. La señal procedente de la componente tangencial a la línea media de  $\mathbf{B}$  en un único entrehierro da lugar a errores de *crosstalk* fuertemente dependientes de la posición angular del núcleo respecto del cable exterior para cualquier valor de permeabilidad del material. Estos errores pueden reducirse tomando el valor promedio en dos entrehierros opuestos.

Estas observaciones, unidas al descenso observado en los errores de *crosstalk* al aumentar la permeabilidad magnética del material empleado para fabricar el núcleo, las he empleado para determinar la clase de un instrumento fabricado con un núcleo de material magnético comercial de alta permeabilidad, con dos entrehierros opuestos donde se alojan sensores de efecto Hall. Así como las simulaciones lineales dan unas indicaciones sobre el comportamiento de los errores útiles para una primera aproximación, he observado cómo pueden cambiar las tendencias de los errores al incorporar curvas no lineales de permeabilidad. Esta observación, junto con las conclusiones obtenidas de las medidas realizadas en el LME, ponen de manifiesto la importancia de utilizar curvas de magnetización lo más precisas posibles si se quiere emplear el MEF para mejorar la clase de instrumentos de medida.

En este estudio he demostrado la utilidad del MEF para el diseño de pinzas amperímetricas y la dificultad de que instrumentos así fabricados puedan incluirse en la clase 1,0 e inferiores. Como mejora constructiva propongo la incorporación de una pantalla magnética. Para observar sus efectos y emplear el MEF para el diseño, realice el trabajo que describo en el próximo capítulo.

CAPÍTULO 5

**EFFECTO DEL APANTALLAMIENTO MAGNÉTICO EN LOS  
INSTRUMENTOS DE MEDIDA DE CORRIENTE ELÉCTRICA**



## 5.1. ANTECEDENTES DEL APANTALLAMIENTO MAGNÉTICO Y SU APLICACIÓN A LOS SENsoRES DE CORRIENTE ELÉCTRICA

El efecto del apantallamiento magnético ha sido aplicado en la construcción de instrumentos de medida desde finales del siglo XIX. En Greenwich, se empleó para proteger un instrumento magnético de las perturbaciones procedentes de una dinamo [CHR 1893], y se empleaba en la construcción de galvanómetros como el de Lord Kelvin. Los primeros análisis matemáticos sobre este fenómeno se deben a J.C. Maxwell, W.H.M. Christie y A.W. Rücker. Este último publica en 1893 un estudio sobre los efectos de debilitación del campo magnético en el centro de coronas esféricas de materiales de permeabilidad constante dispuestas alternativamente con espacios de aire [RÜC 1893]. Su objetivo es determinar la estructura de apantallamiento más económica considerando como variables las características magnéticas del material, el radio interior de las coronas y su espesor. Un año después, J. Perry [PER 1894] analizaba el caso de una pantalla cilíndrica de longitud infinita aplicada al caso de dos alambres conductores por los que circula la misma corriente eléctrica en sentidos opuestos. T.J. Sumner et al. [SUM 87] resume la teoría sobre apantallamiento magnético desarrollada hasta el año 1987, retomándola y proponiendo nuevas definiciones del factor de apantallamiento y fórmulas para su cálculo analítico. Presenta también resultados experimentales para determinadas configuraciones de apantallamiento. J. Malmivuo et al. [MAL 87] describe los antecedentes y el desarrollo de una estructura de apantallamiento, mediante corrientes parásitas, usada en la medida de campos biomagnéticos.

N.L. Kuster, M.P. MacMartin, et al. señalan en [KUS 64\_II, MAC 65] la importancia del apantallamiento magnético al construir comparadores de corriente. R. Shiyan et al. [SHI 90, SHI 91] describen un procedimiento de doble apantallamiento que mejora en diez veces la efectividad de las estructuras de apantallamiento tradicionales y que se aplica en la construcción de calibradores desmontables para corriente continua de muy alta intensidad. La construcción de una pinza amperimétrica (realmente un transformador de corriente con el núcleo partido) de muy alta precisión (diez veces mayor que la de un transformador de corriente clase 0,3) es el objetivo de J.D. Ramboz [RAM 96], en la que el núcleo detector queda apantallado en el interior de un núcleo hueco exterior de permeabilidad relativa mayor de 50 000. P. Miljanic, que participa en la creación de los comparadores de corriente, afirma en [MIL 97] que el uso del apantallamiento magnético permite construir transformadores de dos etapas con precisiones de  $1\mu\text{A}/\text{A}$  y propone un toroide hueco de material magnético en cuyo interior se introduce el bobinado secundario muy poco sensible a la posición de los conductores del primario y a campos magnéticos exteriores. A. Corney [COR 01] utiliza pantallas de Mu-metal de 1 mm de espesor para aislar los devanados auxiliares del secundario en un sistema para la calibración de transformadores de corriente.

A. Canova et al. [CAN 04] describe una aplicación del método de elementos finitos al estudio del apantallamiento magnético para campos magnéticos de baja frecuencia con materiales conductores. En este caso, el debilitamiento del campo magnético se debe a las corrientes parásitas inducidas en las láminas conductoras. Analiza numéricamente el comportamiento de una pantalla de aluminio en forma de U aplicada a una línea eléctrica trifásica, tanto en dos como en tres dimensiones. Resuelve también un problema de optimización de volumen de material conductor necesario para conseguir un factor de apantallamiento determinado.

M. Imamura et al. [IMA 98] analiza mediante el programa FEM 2D pantallas rectangulares aplicadas a sensores de campo magneto-ópticos (MOFS) en la medida de corriente eléctrica trifásica y considera las corrientes parásitas que aparecen en las barras conductoras.

P. Pouliche et al. [POU 03] compara el modelo de un transformador de corriente en alta frecuencia apantallado y sin apantallar, describiendo la variación en los valores simulados de inducción y capacidad, y presentando medidas procedentes de los prototipos construidos. Estas conclusiones las aplica

posteriormente [POU 05] en el diseño de un transformador de corriente activo (ACT), que incorpora un sensor de efecto Hall.

H. Beltrán et al. [BEL 05\_II] estudia los efectos de apantallamiento de campos magnéticos de láminas planas. El propósito de su trabajo es conocer las geometrías y materiales más adecuados para emplear en subestaciones eléctricas de transformación y distribución de energía eléctrica. Las simulaciones tridimensionales las realizaron mediante el MEF, y las comparan con medidas procedentes de un sistema trifásico de corrientes de 500 A eficaces de intensidad circulando por conductores rectos, cilíndricos de cobre de 6 m de longitud. Las láminas empleadas son de cobre, aluminio y un material ferromagnético sin especificar, de permeabilidad relativa constante de valor 4000. Aunque no se concreta si las simulaciones consideran la variación temporal del campo magnético, algunos de los resultados se interpretan como consecuencia de las corrientes parásitas que circulan en el interior de las pantallas metálicas.

A.J. Tsivgouli et al. aplican en [TSI 06] el MEF en dos dimensiones para optimizar la geometría del apantallamiento eléctrico de un transformador de potencia de 1250 kVA, 20 kV/400 V. Afirman que el MEF en dos dimensiones puede combinarse con algoritmos de optimización, lo que permite reducir el tiempo de cálculo para cada iteración. Los cambios en la geometría se combinan con la minimización de las pérdidas de potencia en las pantallas. Establece una función objetivo que incluye el descenso exigido a la impedancia de cortocircuito, el límite en el incremento de las pérdidas de potencia en la pantalla y la minimización del material de la pantalla. Aplica varios métodos de optimización, comparando los resultados obtenidos en cada uno de ellos.

Para la construcción de pantallas magnéticas se han usado aleaciones de acero y níquel como el Mu-metal y Permalloy. Materiales más modernos como el CO-NETIC® AA de Magnetic Shield Corporation [MSC 00] presenta una permeabilidad relativa de 500 000 para un valor de intensidad de campo magnético  $\mathbf{H}$  de 0,8 A/m (7000 Gs). El material NETIC® S3-6, del mismo fabricante, tiene una permeabilidad relativa de 5000 para  $H = 160$  A/m (1 T) [MSC 00]. En [IRI 01] se emplea una banda de 10 mm de anchura compuesta por cintas amorfas de  $\text{Fe}_{8,5}\text{Co}_{65}\text{Si}_{15,5}\text{B}_7\text{Cu}_1\text{Nb}_3$ . Otros materiales comerciales como FINIMET™ y VITROPERM™ pueden también emplearse para el apantallamiento magnético.

En este capítulo parto de un caso de apantallamiento cuya solución analítica es conocida. Muestro los resultados numéricos procedentes de un modelo desarrollado con el MEF y los comparo con los obtenidos analíticamente. Una vez analizados estos resultados, describo el modelo desarrollado de un sistema físico semejante al realizado para el estudio de los efectos de los entrehierros, y cuyos resultados puedan ser contrastados con medidas de laboratorio. El propósito fundamental es observar los efectos de debilitamiento del campo magnético en el interior de una pantalla de material ferromagnético cuando existen corrientes eléctricas exteriores cercanas a la pantalla y cómo se ve afectado este comportamiento con la saturación del material. Posteriormente, adapto los modelos al diseño de una pantalla magnética aplicada a la pinza amperimétrica descrita en el apartado 4.10 del Capítulo 4. Los resultados permiten observar la reducción conseguida en los errores de *crosstalk*, haciendo posible la predicción de la nueva clase del instrumento apantallado.

## 5.2. TEORÍA DEL APANTALLAMIENTO MAGNÉTICO. DEFINICIONES

Las definiciones y desarrollos descritos en este apartado proceden de las publicaciones de T.J. Sumner et al. [SUM 87] y P. Hammond y J.K. Sykulski [HAM 94].

Si se considera una pantalla cilíndrica de longitud infinita, en el interior de un campo magnético  $\mathbf{H}$  uniforme y transversal, con dirección paralela al eje X, Fig. 5.1,

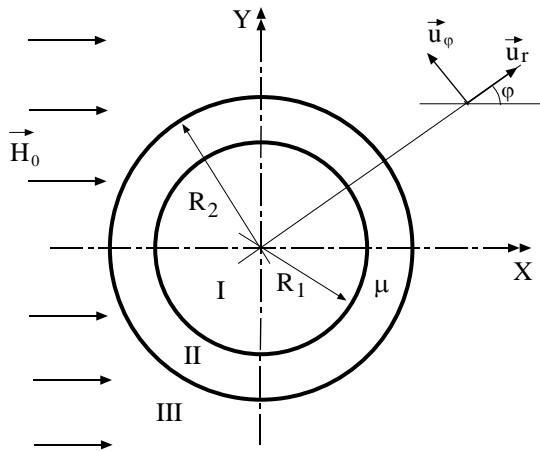
$$\vec{H} = H_0 \vec{\mathbf{u}}_x \quad (5.1)$$

y suponiendo que en ese espacio no existen corrientes reales, entonces  $\mathbf{H}$  puede determinarse a partir del potencial magnético escalar  $V^*$  según la expresión

$$\vec{H} = -\vec{\nabla} V^* \Rightarrow \vec{H}_0 = -\vec{\nabla} V_0^* = -\frac{\delta}{\delta x} V_0^* \vec{u}_x \quad (5.2)$$

Integrando la exp. 5.2 y expresando el resultado en coordenadas cilíndricas

$$V_0^* = -H_0 x = -H_0 r \cos \varphi \quad (5.3)$$



**Fig. 5.1** Pantalla magnética de longitud infinita, permeabilidad constante y espesor  $R_2-R_1$  en el interior de un campo magnético uniforme  $H_0$ .

El gradiente del potencial magnético escalar en un sistema de coordenadas cilíndricas viene dado por la expresión

$$\vec{\nabla} V^* = \frac{\delta}{\delta r} V^* \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta \varphi} V^* \vec{u}_\varphi + \frac{\delta}{\delta z} V^* \vec{u}_z \quad (5.4)$$

siendo su laplaciano

$$\nabla^2 V^* = \frac{\delta^2}{\delta r^2} V^* + \frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta r} V^* + \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2}{\delta \varphi^2} V^* + \frac{\delta^2}{\delta z^2} V^* \quad (5.5)$$

En cada región del espacio, el potencial escalar magnético se puede expresar como

$$V_k^* = \left( C_k r + \frac{D_k}{r} \right) \cos \varphi \quad (5.6)$$

En la región central I, para que  $V_1^*$  se mantenga finito cuando  $r = 0$ ,  $D_k = 0$

$$V_I^* = C_I r \cos \varphi \quad (5.7)$$

En la región II

$$V_2^* = \left( C_2 r + \frac{D_2}{r} \right) \cos \varphi \quad (5.8)$$

En la región III, aplicando la exp. 5.3

$$V_3^* = \left( C_3 r + \frac{D_3}{r} \right) \cos \varphi = \left( H_0 r + \frac{D_3}{r} \right) \cos \varphi \quad (5.9)$$

Las condiciones de contorno que aseguran la continuidad de las componentes normales de  $\mathbf{B}$  y las componentes tangenciales de  $\mathbf{H}$  son

$$\left. \begin{aligned} \mu_k \frac{\delta}{\delta r} V_k^* &= \mu_{k+1} \frac{\delta}{\delta r} V_{k+1}^* \\ \frac{1}{r_k} \frac{\delta}{\delta \varphi} V_k^* &= \frac{1}{r_{k+1}} \frac{\delta}{\delta \varphi} V_{k+1}^* \end{aligned} \right\} \quad (5.10)$$

que aplicadas a las dos fronteras que existen en el caso de estudio dan lugar a un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, donde  $\mu_r = \mu/\mu_0$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta}{\delta r} V_I^* &= \mu_r \frac{\delta}{\delta r} V_2^* \Rightarrow C_I = \mu_r \left( C_2 - \frac{D_2}{R_I^2} \right) \\ \frac{1}{R_I} \frac{\delta}{\delta \varphi} V_I^* &= \frac{1}{R_I} \frac{\delta}{\delta \varphi} V_2^* \Rightarrow C_I = C_2 + \frac{D_2}{R_I^2} \\ \mu_r \frac{\delta}{\delta r} V_2^* &= \frac{\delta}{\delta r} V_3^* \Rightarrow \mu_r \left( C_2 - \frac{D_2}{R_2^2} \right) = -H_0 - \frac{D_3}{R_2^2} \\ \frac{1}{R_2} \frac{\delta}{\delta \varphi} V_2^* &= \frac{1}{R_2} \frac{\delta}{\delta \varphi} V_3^* \Rightarrow C_2 + \frac{D_2}{R_2^2} = -H_0 - \frac{D_3}{R_2^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

cuya solución es

$$\left. \begin{aligned} C_I &= \frac{4 H_0 R_2^2 \mu_r}{\alpha} \\ C_2 &= -\frac{2 H_0 R_2^2 (\mu_r + 1)}{\alpha} \\ D_2 &= -\frac{2 H_0 R_I^2 R_2^2 (\mu_r - 1)}{\alpha} \\ D_3 &= R_2^2 H_0 + R_2^2 C_2 + D_2 \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

con

$$\alpha = R_2^2 (\mu_r + 1)^2 - R_I^2 (\mu_r + 1)^2 \quad (5.13)$$

En la región I, el vector intensidad de campo magnético se obtendrá aplicando la exp. 5.4,

$$\left. \begin{aligned} H_{Ir} &= -\frac{\delta}{\delta r} V^* = -C_I \cos \varphi \\ H_{I\varphi} &= -\frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta \varphi} V^* = C_I \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (5.14)$$

de donde se deduce que el vector inducción magnética en el interior de la pantalla cilíndrica valdrá

$$\vec{B}_I = -\mu_0 C_I (\cos \varphi \vec{u}_r - \sin \varphi \vec{u}_\varphi) = -\mu_0 C_I \vec{u}_x \quad (5.15)$$

campo uniforme en la dirección X y de módulo  $\mu_0 C_I$ .

El factor de apantallamiento, definido como el cociente entre el módulo del vector inducción magnética en el exterior,  $B_0$ , y el que existe en el interior de la pantalla,  $B_I$  valdrá en este caso

$$S = \frac{B_0}{B_I} = \frac{R_2^2 (\mu_r + 1)^2 - R_I^2 (\mu_r - 1)^2}{4 \mu_r R_2^2} \quad (5.16)$$

Considerando  $\mu_r \gg 1$

$$S = \frac{B_0}{B_I} = \frac{R_2^2 \mu_r^2 - R_I^2 \mu_r^2}{4 \mu_r R_2^2} = \frac{\mu_r^2 (R_2^2 - R_I^2)}{4 \mu_r R_2^2} = \frac{\mu_r (R_2^2 - R_I^2)}{4 R_2^2} = \frac{\mu_r (R_2 + R_I)(R_2 - R_I)}{4 R_2^2} \quad (5.17)$$

y si el radio interior,  $R_I$ , es mucho mayor que el espesor de la pantalla,  $t = R_2 - R_I \ll R_I$

$$S = \frac{B_0}{B_I} = \frac{\mu_r (R_2 + R_I)(R_2 - R_I)}{4 R_2^2} = \mu_r R_m \frac{t}{2 R_2^2} \approx \mu_r \frac{t}{2 R_m} \quad (5.18)$$

El valor del factor de apantallamiento obtenido mediante la exp. 5.18 lo empleo en el siguiente apartado para compararlo con el obtenido mediante el MEF, lo que me permitirá conocer los errores cometidos en los modelos desarrollados con *Modeller* y resueltos con *TOSCA*.

### 5.3. MODELO INICIAL, ANÁLISIS NUMÉRICO Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Para comprobar la validez de los modelos resueltos mediante el cálculo numérico, se analizó un caso cuya solución matemática exacta fuese conocida, comparándose posteriormente los resultados de la simulación con los resultados teóricos. J. Simkin y C.W. Trowbridge en [SIM 79] emplearon para la comprobación del programa de elementos finitos que más adelante daría lugar a *TOSCA* los resultados teóricos de un caso bidimensional que consistía en un cilindro hueco de material magnético de permeabilidad relativa constante de valor 1000, longitud infinita, radio interior 0,1 m, radio exterior 0,2 m. Este cilindro se encontraba en el vacío, situándose la frontera (superficies del *background*) a 4 m del centro del cilindro. El campo magnético exterior era constante, de valor 1 T. La solución matemática se ha desarrollado en el apartado anterior.

Para comprobar la precisión de mi modelo de partida, el caso teórico elegido es similar al anterior, aunque más exigente al considerar el espesor de la pantalla mucho menor. Consiste en una pantalla cilíndrica de longitud infinita en el interior de un campo magnético constante. La pantalla escogida tiene un radio interior  $R_{int} = 53$  mm, espesor  $t = 0,265$  mm y permeabilidad relativa para el material  $\mu_r = 13280$ . Estos

valores de las dimensiones geométricas coinciden con las de la probeta empleada posteriormente en el laboratorio. El campo magnético exterior lo consideré constante de valor 296,57 µT. Tanto el pequeño valor del espesor de la pantalla como el alto valor de su permeabilidad magnética pueden dar lugar a que *TOSCA* calcule los valores de los potenciales magnéticos con un error relativo mayor del 0,45% indicado en [SIM 79].

El modelo tridimensional analizado mediante el MEF debe tener una longitud finita, varios órdenes de magnitud mayor que el radio. Se hicieron dos modelos: el primero, Mod. SH.I, de longitud  $h = 250$  mm ( $h/R_{int} = 4,7$ ) y el segundo, Mod. SH.II, de longitud  $h = 462$  mm ( $h/R_{int} = 8,7$ ). En los dos casos la frontera se especifica con un volumen de *background* constituido por un prisma de lados  $-0,5 \text{ m} < x < 0,5 \text{ m}$ ,  $0 \text{ m} < y < 0,5 \text{ m}$ ,  $0 \text{ m} < z < 1 \text{ m}$ .

Estos modelos los realicé utilizando el programa *Modeller*, que ejecuta el mallado automáticamente, aunque tuve alguna dificultad debido a que el radio de la pantalla es 200 veces mayor que su espesor. En estos casos, las diferencias entre las dimensiones de los elementos de volúmenes adyacentes pueden dar lugar a discontinuidades en las superficies que separan los volúmenes, en este caso el aire que rodea la pantalla y la propia pantalla, de manera que existan un mayor número de nodos en la superficie de un volumen que en la del adyacente. El *layering* es una técnica incorporada en *Modeller* para resolver este problema pero tiene el inconveniente de generar un elevado número de elementos que ralentiza mucho el cálculo numérico.

De los resultados analíticos obtenidos en el apartado anterior, el valor del factor de apantallamiento esperado,  $S_{teo}$ , según la exp. 5.18 valdrá

$$S_{teo} = \frac{H_0}{H_s} = \frac{\mu_r t}{2 R_s} = 33,12 \quad (5.19)$$

Modelo SH.I. La capa de material ferromagnético está formada por tres celdas de permeabilidad constante  $\mu_r = 13280$ . La primera celda tiene una altura de 38 mm. Las otras dos están desplazadas  $z = \pm 19$  mm sobre el eje Z, y tienen una altura de 106 mm. La intensidad de campo magnético en el infinito,  $H_0$ , tiene únicamente componente X y su valor es de 236 A/m. Este módulo del vector intensidad de campo es muy débil, correspondiente en el vacío a 296,57 µT, únicamente seis veces mayor que el campo magnético terrestre. Se escogió como mínimo valor ya que correspondía a los valores en los que el material ferromagnético de la pantalla real presenta mayores valores de permeabilidad.

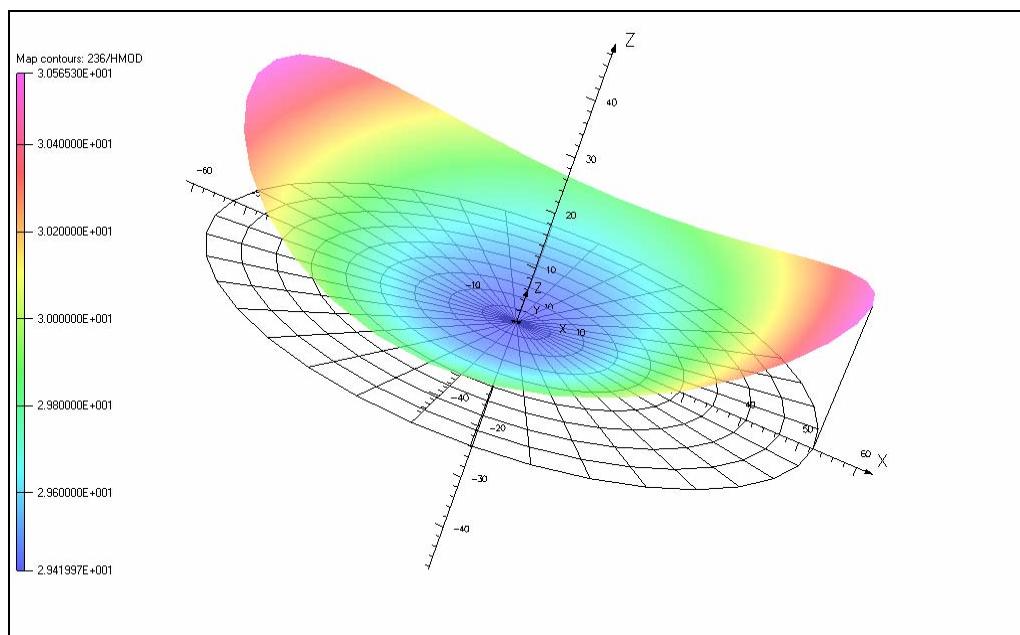
Es un problema abierto, de manera que las condiciones de contorno se imponen en superficies de un volumen (*background*) lo suficientemente grande, cuyos límites son (coordenadas en mm)  $-500 < x < 500$ ;  $0 < y < 500$ ;  $0 < z < 1000$ .

La distribución bidimensional sobre el plano OXY de los valores del factor de apantallamiento obtenido se muestran en la Fig. 5.2.

El valor máximo del error relativo (en tanto por ciento) en el factor de apantallamiento,  $\varepsilon_s$ , definido como

$$\varepsilon_s = \frac{S - S_{teo}}{S_{teo}} \cdot 100 \quad (5.20)$$

para puntos del plano OXY fue en esta simulación de -11,2%. Como se observa en la Fig. 5.2, ese valor aparece en torno al origen de coordenadas, que coincide con el centro de la pantalla.

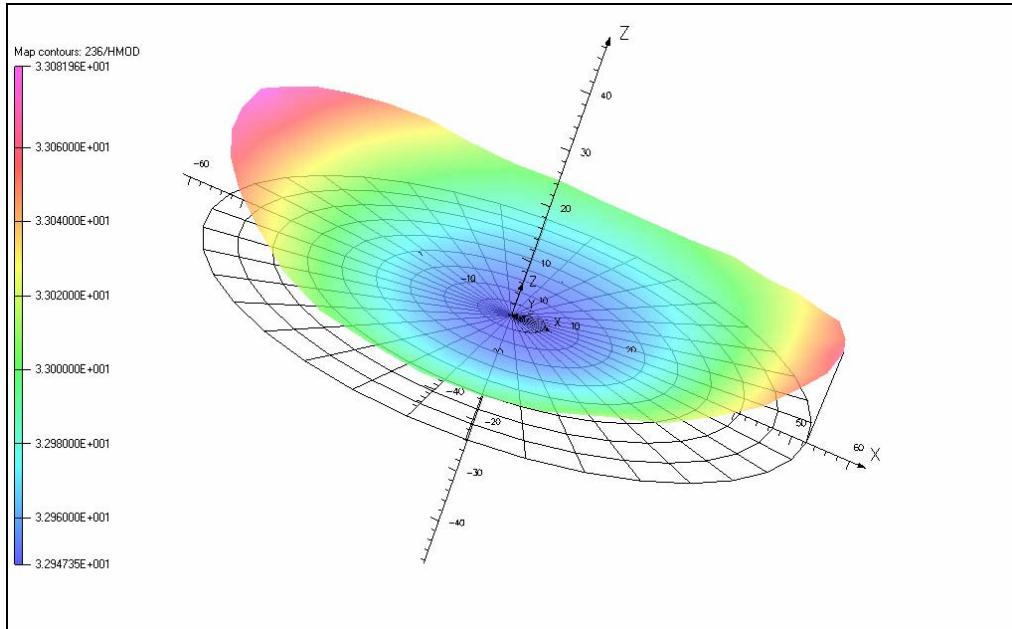


**Fig. 5.2** Factor de apantallamiento calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y 250 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY,  $z = 0$  mm. Mod. SH.I.

Modelo SH.II. La capa de material ferromagnético está formada por cinco celdas de permeabilidad relativa constante  $\mu_r = 13280$ , la primera de altura 38 mm y situadas simétricamente sobre el eje Z, dos de altura 106 mm desplazadas  $z = \pm 19$  mm y otras dos de 106 mm desplazadas  $z = \pm 125$  mm.

La distribución bidimensional sobre el plano OXY de los valores del factor de apantallamiento correspondientes a esta pantalla se muestran en la Fig. 5.3.

El valor máximo del error relativo en el factor de apantallamiento,  $\varepsilon_s$ , exp. 5.20, obtenido en este caso para los puntos del plano OXY fue de -0,51% que, como se observa en la Fig. 5.3, vuelve a encontrarse en el centro de la pantalla. Este valor está muy próximo al obtenido en las simulaciones descritas en [SIM 79].



**Fig. 5.3** Factor de apantallamiento calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y 462 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY,  $z = 0$  mm. Mod. SH.II.

De las observaciones anteriores se deduce una importante dependencia de los resultados numéricos con el valor del cociente  $h/R_{int}$ . Ahora bien, la rápida tendencia de los resultados numéricos tridimensionales a aproximarse a los resultados obtenidos analíticamente en el caso bidimensional ( $h/R_{int} \rightarrow \infty$ ) cuando aumenta ese cociente (el error disminuye 22 veces cuando el cociente se duplica) permiten validar el modelo numérico desarrollado.

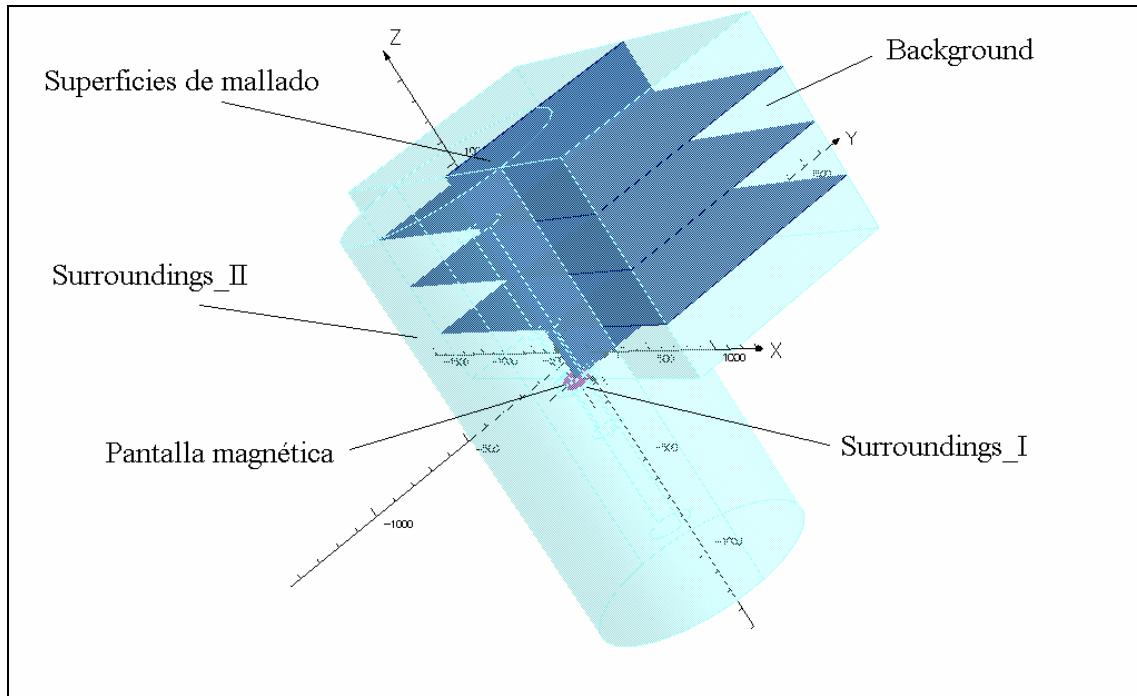
#### 5.4. PANTALLA DE ALTURA FINITA EN UN CAMPO UNIFORME

En este apartado estudio los efectos sobre el factor de apantallamiento del acortamiento de la longitud de la pantalla magnética. El análisis bidimensional no considera los efectos de borde que aparecen en los extremos de la pantalla y que pueden perturbar de forma notable la geometría del campo magnético exterior y provocar la aparición de componentes Z de módulo comparable al que existe en la dirección X. Por otra parte, la complejidad añadida a las ecuaciones diferenciales al incorporar la tercera dimensión hace que no sea posible obtener resultados analíticos mediante la integración de esas ecuaciones diferenciales.

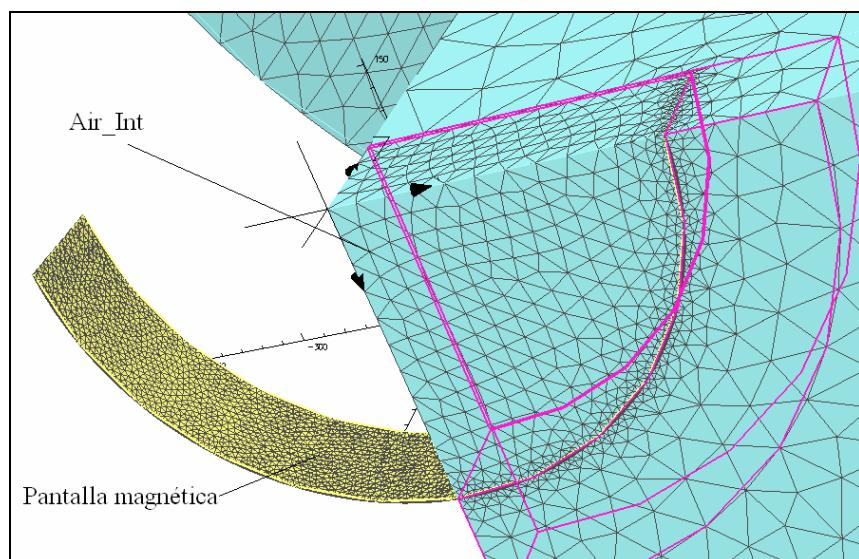
La elección de la geometría y dimensiones para la pantalla que analizo en los siguientes apartados corresponde al material magnético que tenía a mi disposición para las medidas experimentales, y que ya indiqué en el apartado 2.4 del Capítulo 2 de este documento.

##### 5.4.1. Pantalla de altura finita y permeabilidad constante en un campo uniforme

Modelicé una pantalla cilíndrica de radio medio  $R_m = 53,132$  mm, espesor  $t = 0,265$  mm y altura  $h = 38$  mm ( $h/R_m = 0,715$ ). El modelo analizado, Mod. SH.III, Fig. 5.4 y Fig. 5.5, es una versión reducida del Mod. SH.II al que he acortado la altura de la pantalla. El valor de la permeabilidad relativa es de  $\mu_r = 13280$ . El campo magnético en puntos alejados de la pantalla lo consideré igual al del apartado anterior, con dirección X, sentido positivo y de módulo constante  $H_0 = 236$  A/m.

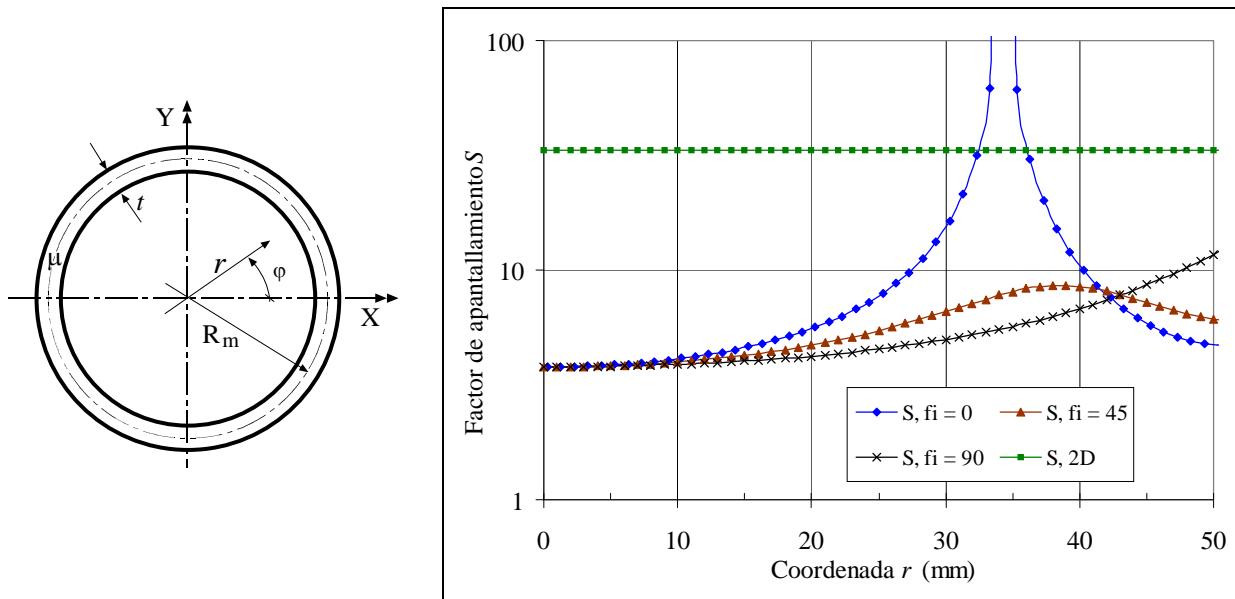


**Fig. 5.4** Mod. SH.III. La pantalla se encuentra en el centro. Las superficies oscuras son cuerpos sin propiedades específicas usadas para reducir los grados de libertad en el mallado del modelo.



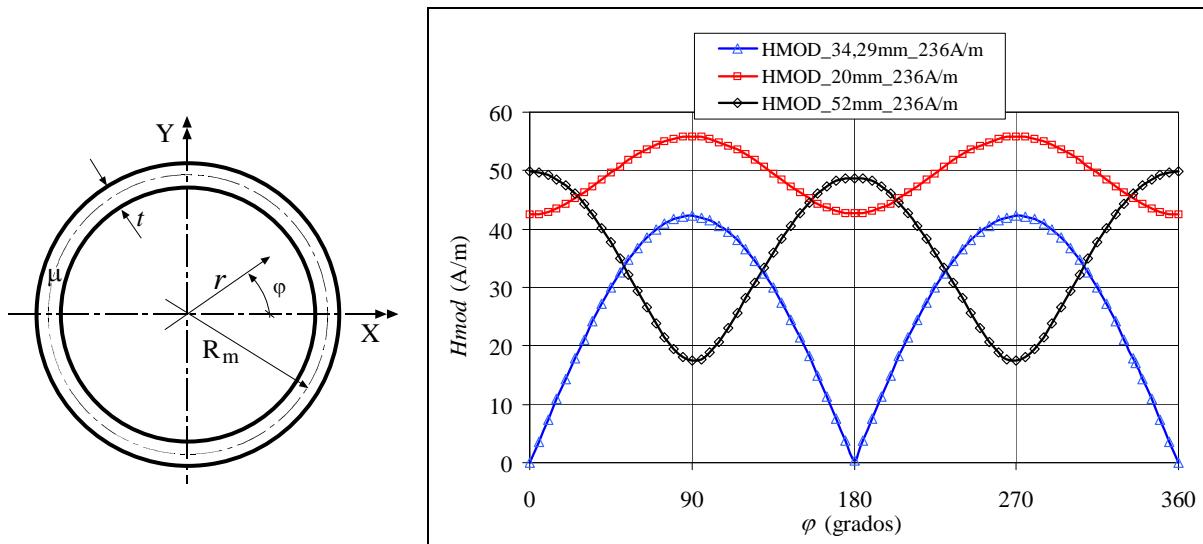
**Fig. 5.5** Mod. SH.III. Detalle del mallado en la pantalla y en las celdas adyacentes.

En la Fig. 5.6 se representa el factor de apantallamiento calculado numéricamente en puntos de radios contenidos en el plano OXY. Puede observarse en esa figura la aparición de dos posiciones en el eje X en las que el vector intensidad de campo magnético  $\mathbf{H}$  se anula, dando lugar a una asíntota en los valores del factor de apantallamiento.



**Fig. 5.6** Factor de apantallamiento calculado numéricamente en puntos de radios contenidos en el plano OXY para una pantalla de longitud finita de permeabilidad constante. Mod. SH.III.

Si se representa el valor del módulo del vector intensidad de campo  $\mathbf{H}$  en puntos de circunferencias concéntricas con centro el origen de coordenadas, Fig. 5.7, se observan variaciones cíclicas según  $\varphi$ . Así, para  $r = 34,29$  mm, en  $\varphi = 0^\circ$  y  $\varphi = 180^\circ$ , la variación de  $\mathbf{H}$  respecto de la posición angular  $\varphi$  es máxima, mientras se hace mínima en  $\varphi = 90^\circ$  y  $\varphi = 270^\circ$ . Existen dos posiciones de campo nulo en  $\varphi = 0^\circ$  y  $\varphi = 180^\circ$ , que dan lugar a valores infinitos para  $S$ . La posición de esta asíntota en los valores positivos se encuentra en  $x = 34,29$  mm, a 18,71 mm de la pared interior de la pantalla. Al tomar radios mayores y hasta llegar al radio interior de la pantalla, el valor medio del módulo del vector  $\mathbf{H}$  a lo largo de la circunferencia aumenta.

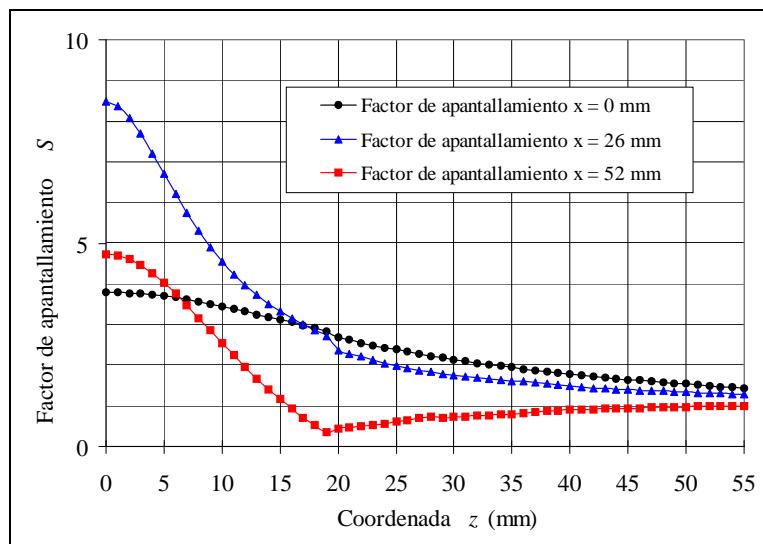


**Fig. 5.7** Módulo del vector intensidad de campo magnético  $\mathbf{H}$  en puntos de circunferencias concéntricas interiores centradas en el eje de la pantalla, contenidas en el plano OXY de radios 20 mm, 34,29 mm y 52 mm.  $H_0 = 236$  A/m.

En la Fig. 5.12 se muestra la dirección y sentido del vector  $\mathbf{H}$  en puntos del plano OXY del interior de la pantalla, y en el que puede observarse el cambio en el módulo del vector indicado en la Fig. 5.7.

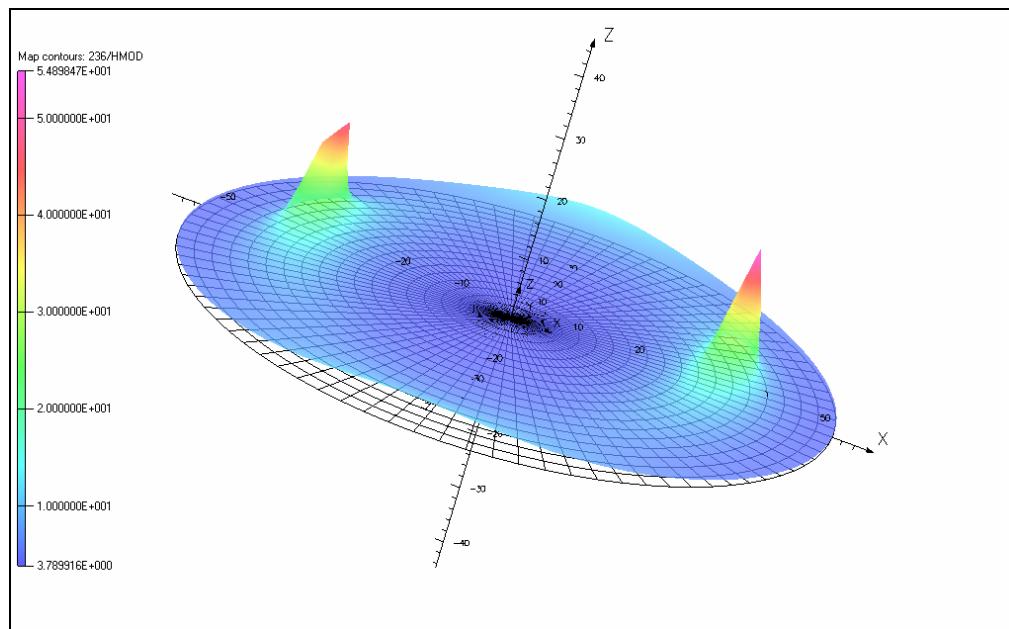
La variación del factor de apantallamiento con la altura está representado en la Fig. 5.8. Se observa que conforme se avanza hacia el extremo superior de la pantalla, el factor de apantallamiento disminuye en

puntos centrales. No ocurre lo mismo en puntos cercanos a la pared interior de la pantalla, donde la deformación de líneas de campo magnético en los extremos de la pantalla provoca un ligero aumento del valor de  $S$ .



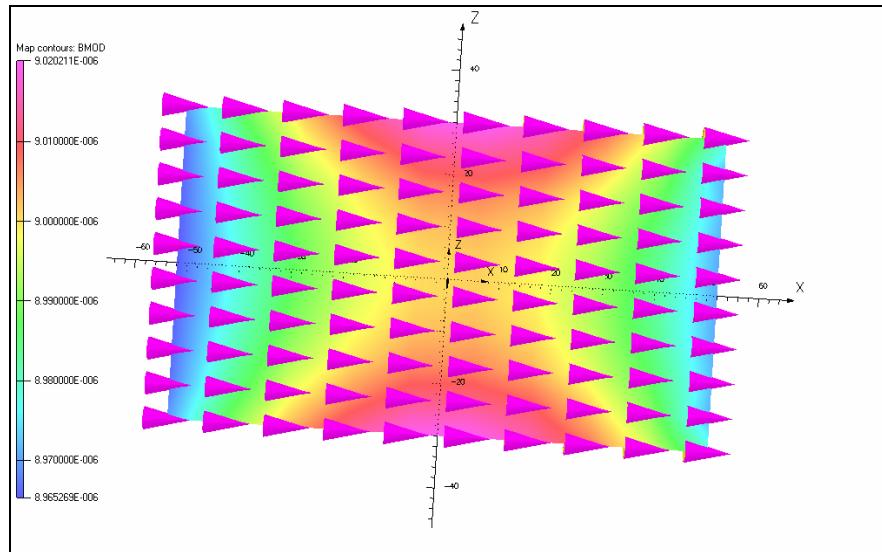
**Fig. 5.8** Factor de apantallamiento calculado numéricamente en puntos de coordenadas  $(0; 0; z)$ ,  $(26 \text{ mm}, 0, z)$  y  $(52 \text{ mm}, 0, z)$  para una pantalla cilíndrica de longitud finita ( $38 \text{ mm}$ ), centrada en el origen de coordenadas y permeabilidad constante.

La distribución bidimensional sobre el plano OXY de los valores del factor de apantallamiento correspondientes a esta pantalla se muestran en la Fig. 5.9. Para poder representar los valores, limité el valor máximo de  $S$  a 55. El mínimo valor vuelve a aparecer en el centro de la pantalla.



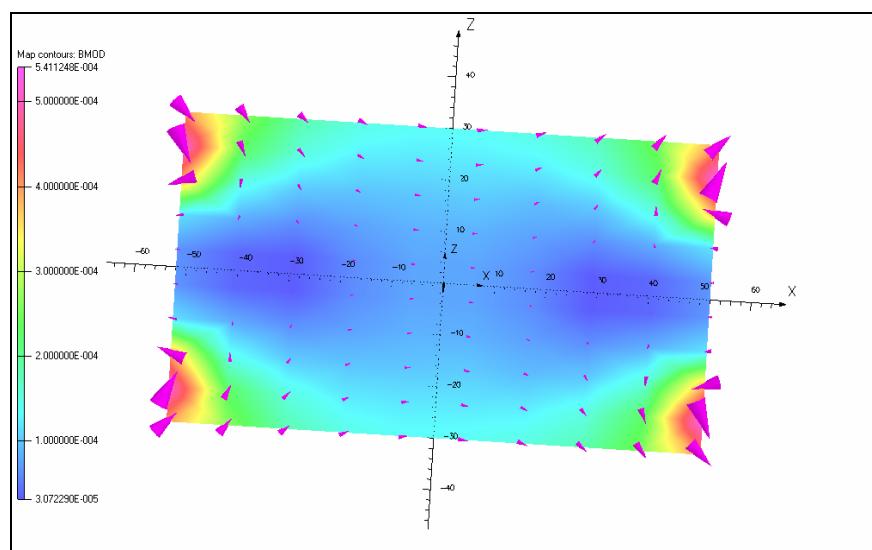
**Fig. 5.9** Factor de apantallamiento calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de  $53 \text{ mm}$  de radio y  $38 \text{ mm}$  de altura. Valores para puntos del plano OXY,  $z = 0 \text{ mm}$ . El valor de  $S = 55$ , no se corresponde con el máximo calculado, ya que tuve que limitarlo para poder representarlo.  $H_0 = 236 \text{ A/m}$ .

El descenso tan notable en el valor medio del factor de apantallamiento, así como el debilitamiento del campo en torno a  $x = \pm 35$  mm se debe a la deformación de las líneas de campo magnético, especialmente en los extremos superior e inferior de la pantalla. En la Fig. 5.10 se muestra el campo magnético en puntos del plano OXZ,  $-30 < z$  (mm)  $< 30$ ;  $-52 < x$  (mm)  $< 52$ , del modelo SH.II (pantalla de 250 mm de altura). El vector  $\mathbf{B}$  en el interior de la pantalla más larga mantiene la dirección paralela al eje X y su módulo varía muy débilmente.



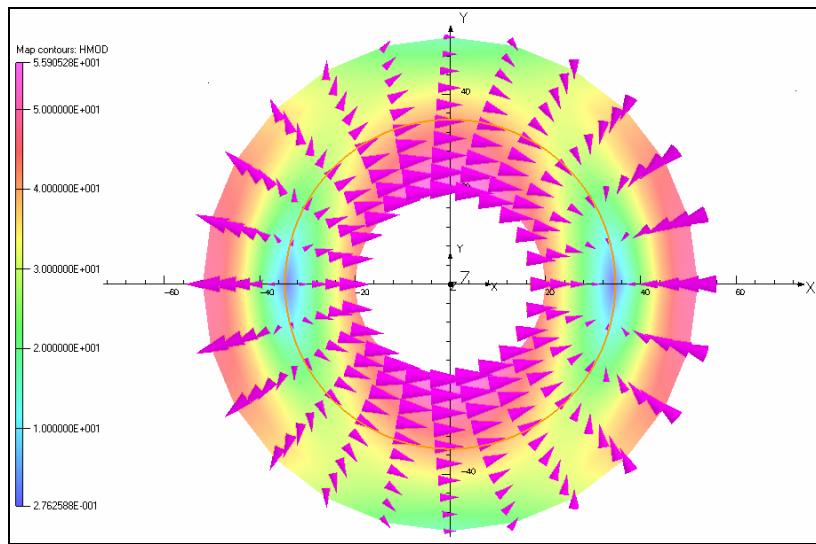
**Fig. 5.10** Vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y 250 mm de altura. Valores para puntos del plano OXZ,  $y = 0$  mm.

En la Fig. 5.11 se muestra el campo magnético en puntos del plano OZX,  $-30 < z$  (mm)  $< 30$ ;  $-52 < x$  (mm)  $< 52$ , del modelo SH.III (pantalla de 38 mm de altura). En esta pantalla más corta, los efectos en los bordes provocan cambios en la dirección y sentido de  $\mathbf{B}$ , así como variaciones importantes en el módulo del vector. Solo en los puntos cercanos al centro de la pantalla, el campo magnético permanece uniforme. Para ambos casos, el módulo del vector inducción magnética en puntos alejados de la pantalla vale  $B_0 = 296,57 \mu\text{T}$  y es paralelo al eje X.



**Fig. 5.11** Vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y de 38 mm de altura. Valores para puntos del plano OXZ,  $y = 0$  mm.

En la Fig. 5.12 se observa que el cambio en el sentido del campo magnético en puntos interiores de la pantalla debido al alto valor de permeabilidad es la razón de la aparición de puntos en el eje X donde el vector  $\mathbf{H}$  se hace cero.

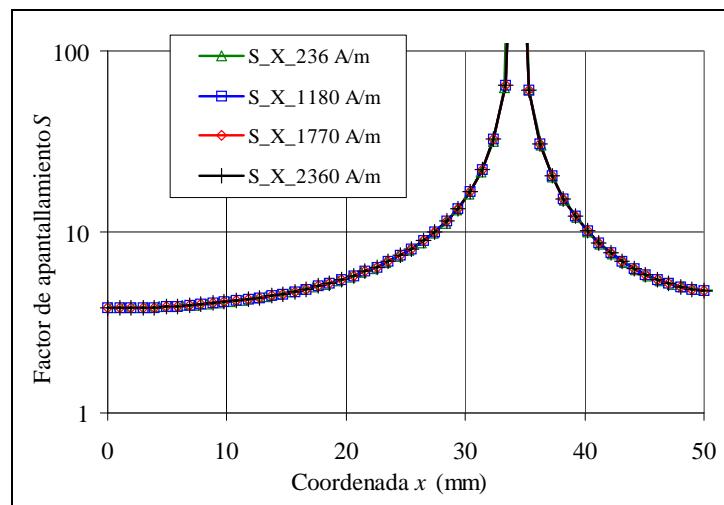


**Fig. 5.12** Vector intensidad de campo magnético  $\mathbf{H}$  calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y de 38 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY,  $z = 0$  mm. Campo magnético exterior  $H_0 = 236$  A/m en dirección X,  $\mu_r = 13280$ . La circunferencia roja tiene un radio de 34,29 mm.

Antes de pasar al estudio de una pantalla de altura finita y permeabilidad no lineal, realicé varias simulaciones con el Mod. SH.III para observar la variación del factor de apantallamiento cuando:

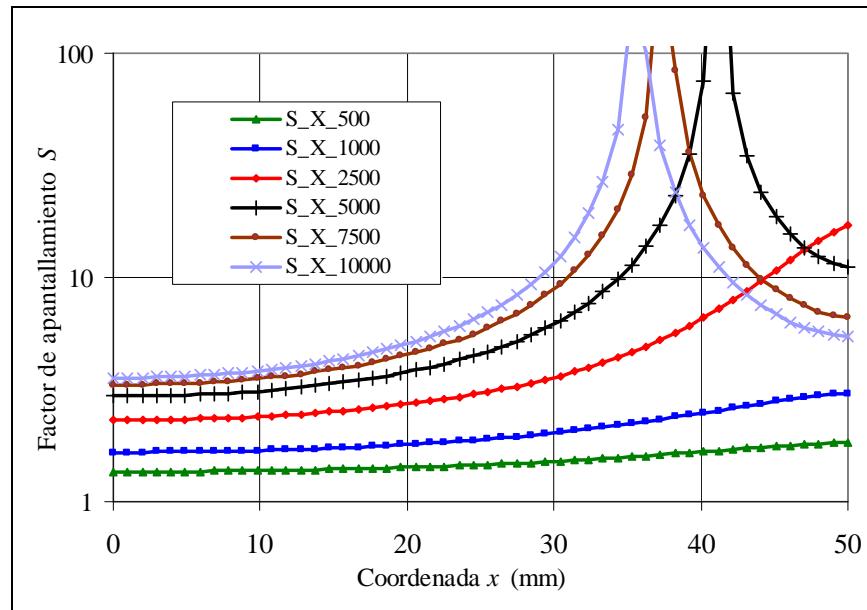
- fijada el valor de la permeabilidad relativa en 13280, aumenta el módulo del campo magnético exterior aplicado,  $H_0$ , y
- fijado el módulo de  $H_0$  en 236 A/m, disminuye el valor de la permeabilidad relativa de la pantalla.

En la Fig. 5.13 muestro el resultado de las simulaciones con permeabilidad constante y módulo del campo magnético exterior creciente. Se observa como el factor de apantallamiento toma el mismo valor en cada punto para cualquier valor de  $H_0$ , coincidiendo con lo observado en la Fig. 5.6.



**Fig. 5.13** Factor de apantallamiento  $S$  en puntos del eje X para varios valores de  $H_0$ . La pantalla magnética se considera lineal de permeabilidad relativa constante de valor 13280.

En la Fig. 5.14 he representado la variación del factor de apantallamiento según la coordenada  $x$  de los puntos del eje X interiores a la pantalla para varios valores de permeabilidad magnética manteniendo el campo magnético exterior constante de valor  $H_0 = 236$  A/m.



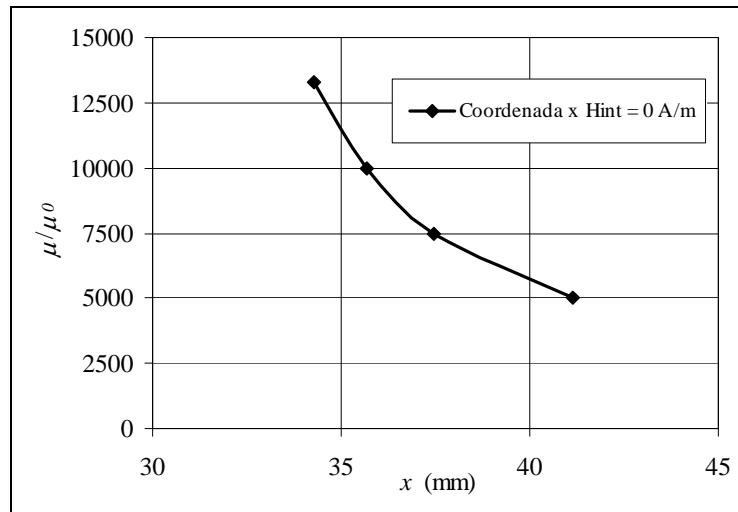
**Fig. 5.14** Factor de apantallamiento  $S$  en puntos del eje X para varios valores de permeabilidad magnética de la pantalla. El campo magnético exterior es constante de valor 236 A/m.

Se observa la tendencia del incremento del factor de apantallamiento al aumentar la permeabilidad, pero en ningún caso se cumple la proporcionalidad de la exp. 5.18 para el caso bidimensional. Solamente a partir de una permeabilidad relativa de 2500 aparece el valor mínimo de  $\mathbf{H}$  que da lugar a la asíntota observada en la Fig. 5.6. La coordenada  $x$  para la que  $\mathbf{H}$  se hace mínimo se desplaza hacia el centro de la pantalla al ir aumentando la permeabilidad. Estos valores se muestran en la Tabla 5.1.

$H_0 = 236$ A/m	
$\mu_r$	Coordenada $x$ (mm)
5000	41,13
7500	37,47
10000	35,67
13280	34,29

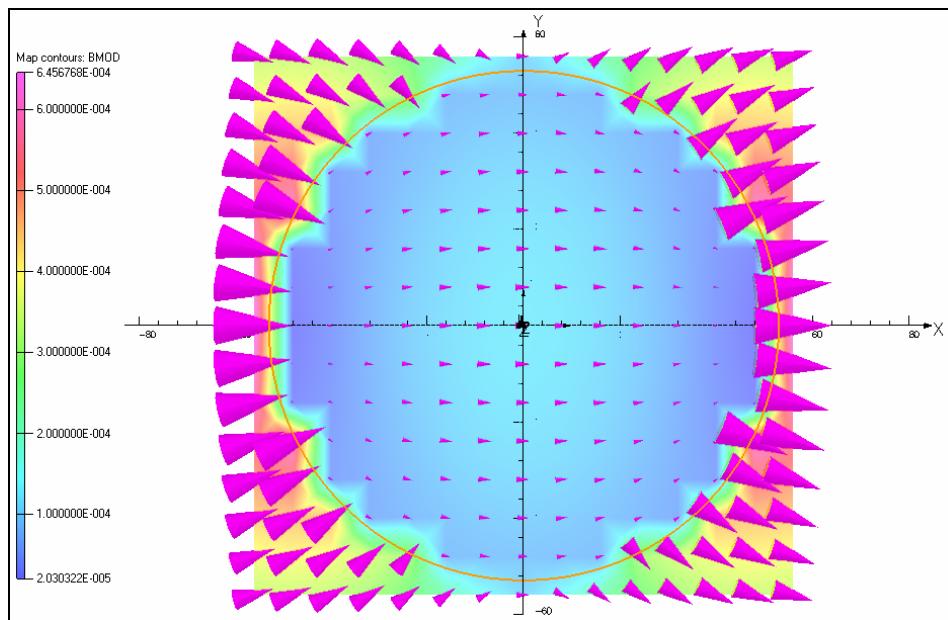
**Tabla 5.1** Valores de la coordenada  $x$  para los que el vector  $\mathbf{H}$  se anula (factor de apantallamiento infinito) en el interior de la pantalla. Campo magnético exterior  $H_0 = 236$  A/m.

Los valores de la Tabla 5.1 están representados en la Fig. 5.15.



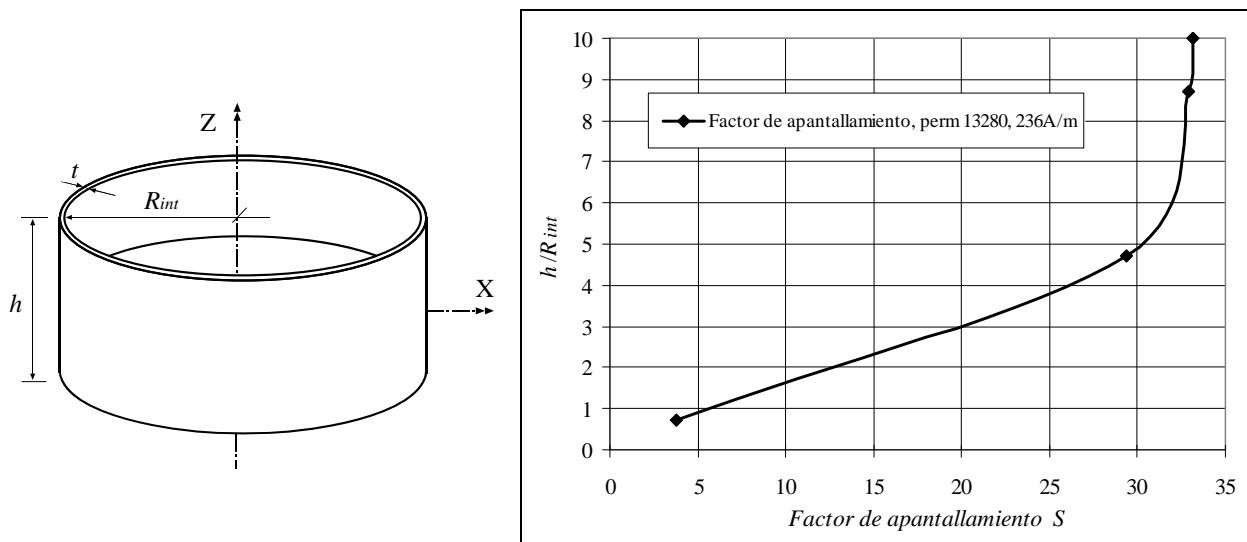
**Fig. 5.15** Desplazamiento de la coordenada de mínimo valor del módulo de  $\mathbf{H}$  en función de la permeabilidad relativa de la pantalla.

En la Fig. 5.16 muestro la distribución del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  en puntos del plano OXY, tanto interiores como exteriores a la pantalla (cuya pared es señalada con una delgada línea roja) cuando el campo exterior aplicado es  $H_0 = 236 \text{ A/m}$  y la permeabilidad relativa del material es 2500. Si se compara con la Fig. 5.12, se observa que el campo magnético no cambia de sentido, lo que da lugar a que no existan puntos de campo magnético nulo en el interior de la pantalla.



**Fig. 5.16** Vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y de 38 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY,  $z = 0 \text{ mm}$ . Campo magnético exterior  $H_0 = 236 \text{ A/m}$  en dirección X,  $\mu_r = 2500$ .

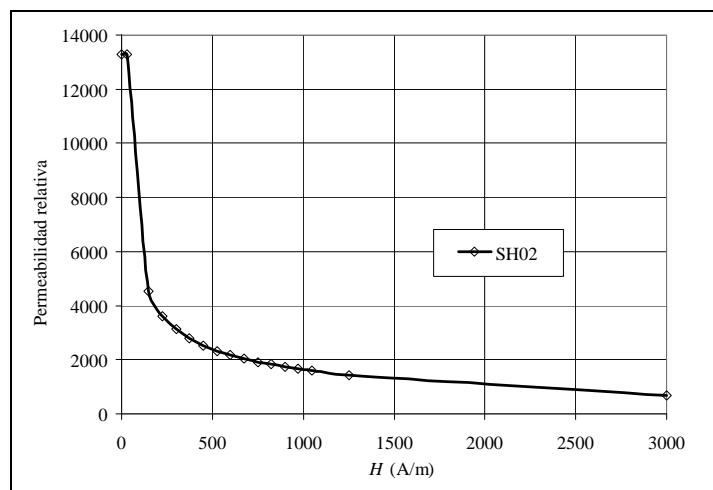
Para terminar este apartado, presento en la Fig. 5.17 la gráfica que muestra la variación del factor de apantallamiento en el centro geométrico al ir acortando la longitud de la pantalla.



**Fig. 5.17** Variación del factor de apantallamiento  $S$  en el centro de la pantalla cilíndrica de radio interior 53 mm y espesor 0,265 mm al aumentar la altura de la pantalla. El material magnético se considera lineal de permeabilidad relativa constante de valor 13280. El campo magnético exterior vale  $H_0 = 236 \text{ A/m}$  y es paralelo al eje X.

#### 5.4.2. Pantalla de altura finita y permeabilidad no lineal en un campo uniforme.

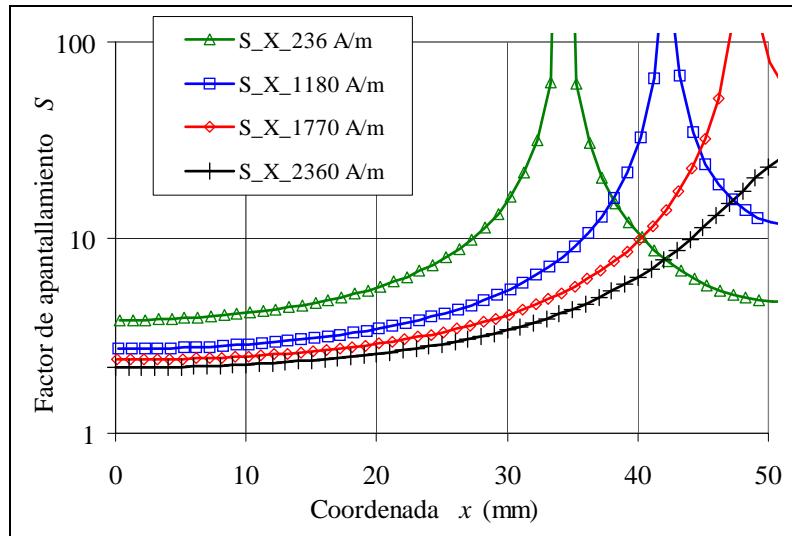
En el Mod. SH.III incorporé la curva de magnetización SH02, basada en los datos experimentales descritos en el apartado 2.4 del Capítulo 2, Fig. 5.18. Aunque esta curva no puede considerarse representativa del material real usado en la pantalla con la que se realizaron las comprobaciones experimentales, presenta una alta permeabilidad para bajos valores de  $H$ , y permite observar los efectos que la no linealidad tiene sobre el factor de apantallamiento. Se realizaron inicialmente simulaciones para módulos de  $H_0$  comprendidos entre 2,36 A/m y 2360 A/m.



**Fig. 5.18** Curva Permeabilidad relativa-H SH02.

En la Fig. 5.19 se representa el factor de apantallamiento calculado numéricamente en puntos del eje X en series para cada valor de campo magnético exterior. Puede observarse en esa figura que el punto de atenuación máxima en el eje X se desplaza hacia la pared de la pantalla conforme aumenta el campo

magnético exterior. Este valor desaparece a partir de una intensidad de campo magnético de unos 2000 A/m.



**Fig. 5.19** Factor de apantallamiento en el interior de la pantalla ferromagnética no lineal a lo largo del eje X para distintos valores del módulo de  $\mathbf{H}_0$ . Curva SH02.

A partir de los resultados obtenidos observé que para los primeros valores de  $\mathbf{H}_0$  el factor de apantallamiento no variaba ni en su valor ni en su distribución espacial respecto a los obtenidos para una pantalla lineal. A partir de un determinado valor del módulo de  $\mathbf{H}_0$ , se produce un desplazamiento en la gráfica del factor de apantallamiento, aproximándose la coordenada  $x$  del valor asintótico a la de la pared de la pantalla. Superados los 1770 A/m, desaparece el valor de campo cero en el interior de la pantalla, pasando a ser las posiciones más cercanas a la pared las que presentan mayor factor de apantallamiento.

En la Tabla 5.2. muestro el valor de la coordenada  $x$  del radio contenido en el eje X, en donde el campo magnético se anula, junto con el vector intensidad de campo magnético  $\mathbf{H}_0$  aplicado.

$H_0$ (A/m)	Coordenada $x$ (mm)
236	34,29
590	35,65
1180	42,21
1770	48,15

**Tabla 5.2** Valores de la coordenada  $x$  y campo magnético exterior  $\mathbf{H}_0$  para los que el vector  $\mathbf{H}$  se anula (factor de apantallamiento infinito) en el interior de la pantalla.

Para poder comparar estos resultados con los obtenidos en el caso de material lineal, he representado en la Fig. 5.20 el valor de la permeabilidad relativa del material magnético en puntos de una circunferencia cuyo radio coincide con el radio medio de la pantalla,  $R_m = 53,13$  mm, y para tres valores de campo magnético externo. Dependiendo de la posición del punto y del módulo de  $\mathbf{H}_0$ , la permeabilidad cambia haciéndose menor en las posiciones donde el vector  $\mathbf{H}$  es más intenso, tal como se deduce de la curva de magnetización de la Fig. 5.18. Son lógicos, por lo tanto, los resultados descritos en la Fig. 5.19, ya que al

aumentar  $H_0$ , la permeabilidad media del material disminuye, desplazándose el valor del factor de apantallamiento tal como se describe en la Fig. 5.14.

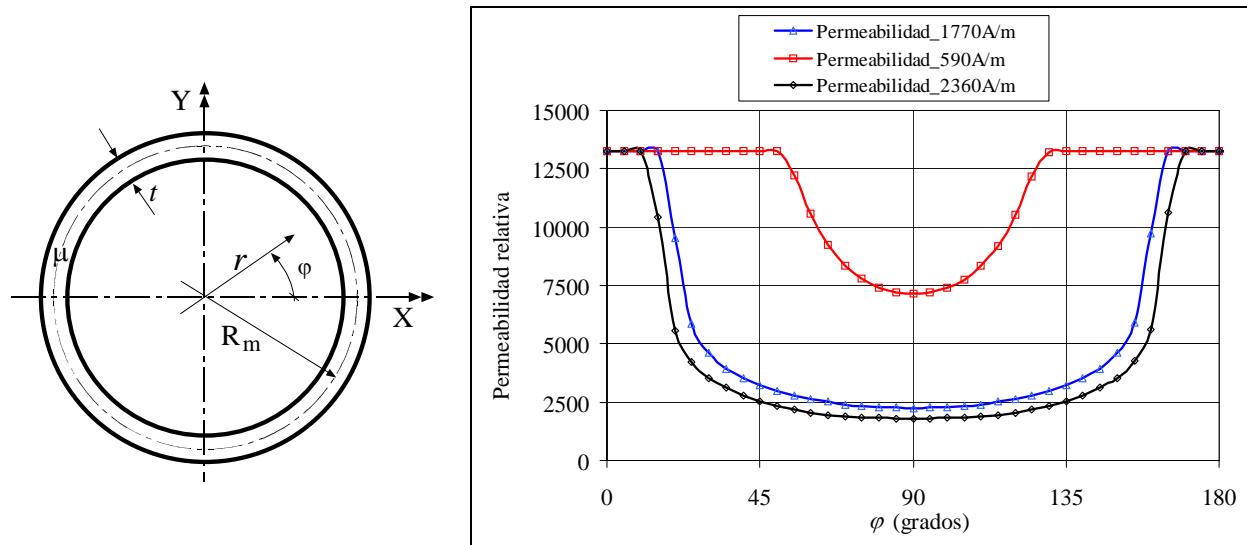


Fig. 5.20 Valores de la permeabilidad relativa en puntos de una circunferencia de radio  $R_m$ , contenida en el plano OXY, para distintos valores de  $H_0$ .

Los valores de la Tabla 5.2 están representados en la Fig. 5.21. Los resultados anteriores permiten establecer un criterio de diseño óptimo para pantallas de material no lineal aplicadas a sensores de campo magnético ya que cuando el campo magnético exterior tiene dirección y módulo constantes, se puede estimar la posición donde el sensor estaría libre de esa perturbación, fijadas las dimensiones y propiedades magnéticas de la pantalla.

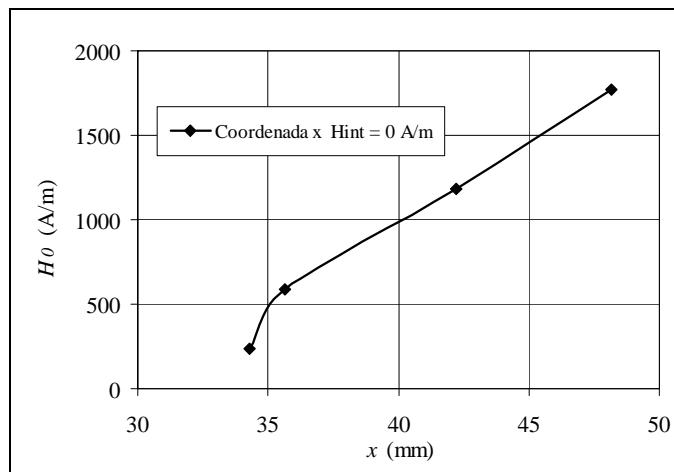
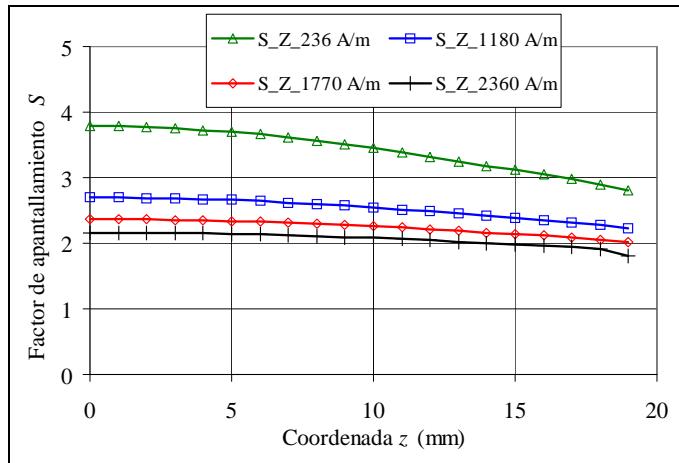


Fig. 5.21 Desplazamiento de la coordenada de mínimo valor del módulo de  $\mathbf{H}$  en función del módulo de  $H_0$ .

La variación del factor de apantallamiento con la altura está representado en la Fig. 5.22, donde los valores corresponden a las coordenadas positivas del eje Z. Las tendencias se repiten respecto a lo que sucedía en los casos anteriores, disminuyendo el factor de apantallamiento conforme aumenta el módulo del campo exterior y más alejado está el punto del centro de la pantalla.



**Fig. 5.22** Factor de apantallamiento en el interior de la pantalla ferromagnética (puntos del eje Z,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ) para distintos valores de módulo del campo magnético exterior.

Los resultados anteriores muestran la importancia que los fenómenos de no linealidad tienen en el análisis del apantallamiento magnético.

## 5.5. APANTALLAMIENTO DE CAMPOS MAGNÉTICOS PROCEDENTES DE CORRIENTES INTERIORES A LA PANTALLA

A las dificultades observadas en los apartados anteriores asociadas a los efectos producidos por los extremos de una pantalla finita y la no linealidad del material magnético, se unen en este caso de estudio la falta de simetría del campo sobre el que se sitúa la pantalla. No se conoce la solución analítica, de manera que el MEF es una herramienta que puede aportar mucha información en estos casos prácticos tan comunes en la medida de corriente eléctrica.

El empleo del término apantallamiento en este caso no es el más adecuado, ya que la ley de Ampère hace imposible el debilitamiento de forma pasiva en posiciones exteriores a la pantalla de campos magnéticos procedentes de corrientes eléctricas circulando por conductores que se encuentren dentro de la pantalla. Lo que si ocurre, tal como lo describe P.N. Miljanic en [MIL 97], es que una pantalla cilíndrica reorienta las líneas de campo creadas por conductores interiores situados fuera del eje de simetría de la pantalla, haciéndolas concéntricas con ella.

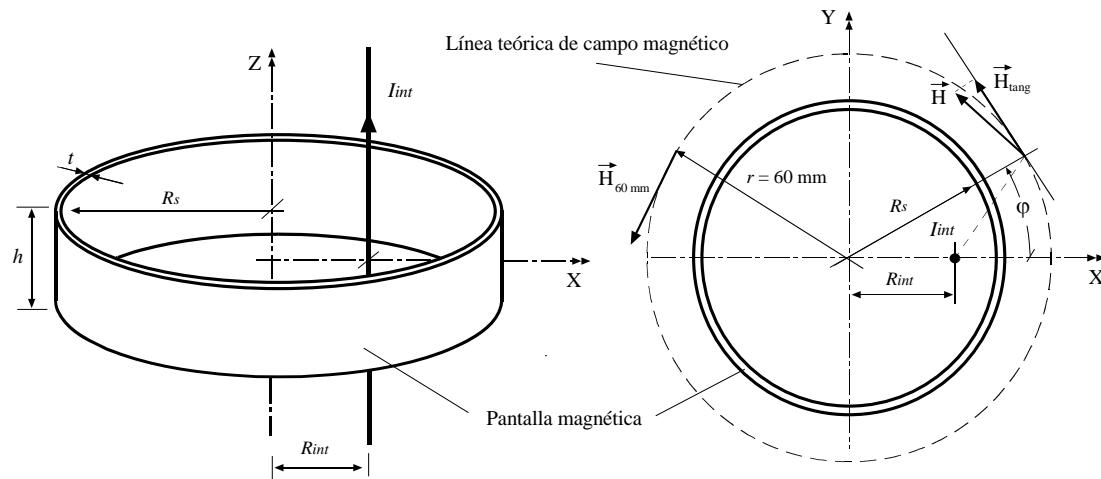
La aplicación del MEF para el cálculo de las distribuciones de campo magnético en el exterior de estas pantallas puede ser muy útil para prever mejoras en los errores de medida de corriente que incorporen pantallas interiores. Estos errores, en núcleos sin entrehierros, fueron analizados en el apartado 3.5 del Capítulo 3 de este documento.

Definiendo el índice de excentricidad,  $\xi$ , como el cociente entre la distancia radial del cable interior,  $R_{int}$  y el radio interior de la pantalla  $R_s$ , ver Fig.5.23,

$$\xi = \frac{R_{int}}{R_s} \quad (5.21)$$

hice simulaciones con el modelo SH.IV (similar al SH.III al que incorporé los conductores interiores) inicialmente con permeabilidad relativa constante  $\mu_r = 13280$  y después incluyendo la curva de magnetización SH02. Los índices de excentricidad escogidos fueron  $\xi = 0,25$ ,  $\xi = 0,5$  y  $\xi = 0,75$ , y las

simulaciones corresponden a corrientes de intensidad 15 A y 150 A. Los valores así obtenidos los comparé con los correspondientes al caso sin pantalla magnética.



**Fig. 5.23** Disposición geométrica con un cable interior excéntrico.

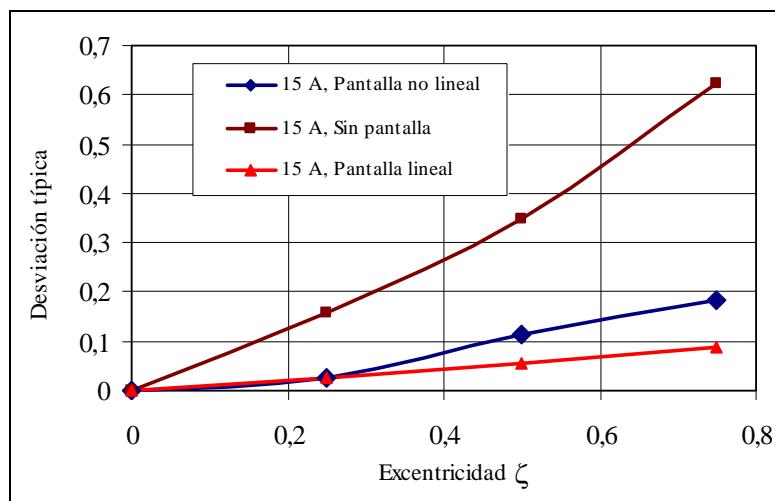
Para evaluar la deformación de la línea de campo magnético respecto de su forma ideal circular al separar el cable del centro, tomé para cada uno de los 12 casos, 100 valores de:

- la componente tangencial a la línea teórica de  $\mathbf{H}$ ,  $H_{tang}$ , creado por la corriente  $I_{int}$ , uniformemente repartidos a lo largo de una circunferencia de radio  $r = 60$  mm centrada en el origen (Fig. 5.23),
- el módulo de  $\mathbf{H}$  creado por una corriente eléctrica de la misma intensidad que  $I_{int}$  circulando por un alambre de longitud infinita centrado en el origen en puntos de una circunferencia de radio 60 mm,  $H_{60\text{ mm}}$ , obtenido mediante la ley de Ampère. Este valor coincide con la componente tangencial de  $\mathbf{H}$  en esa circulación.

El cociente  $H_{tang}/H_{60\text{ mm}}$  se aleja de la unidad al deformarse la línea de campo magnético. En todos los casos, la media de los cien valores de ese cociente  $H_{tang}/H_{60\text{ mm}}$  es igual a 1, resultado coherente con la ley de Ampère, ya que la circunferencia siempre abraza la misma corriente, exista o no pantalla y esté o no descentrado el cable. La desviación típica,  $\sigma$ , de la muestra de los 100 valores de  $H_{tang}/H_{60\text{ mm}}$  la he usado como variable que me permite cuantificar la deformación de la línea respecto de su forma ideal. Cuanto mayor es el valor de  $\sigma$ , mayor es la dispersión de valores del cociente y, por lo tanto, mayor será la deformación. En la Tabla 5.3 y Tabla 5.4 muestro los resultados de  $\sigma$  obtenidos para las dos intensidades de corriente empleadas en las simulaciones. Las Fig. 5.24 y Fig. 5.25 corresponden a la representación gráfica de estos resultados.

Excentricidad $\xi$	$\sigma$ (con pantalla lineal)	$\sigma$ (con pantalla no lineal)	$\sigma$ (sin pantalla)
0	0	0	0
0,25	0,02	0,02	0,16
0,5	0,05	0,11	0,35
0,75	0,09	0,18	0,62

**Tabla 5.3** Valores de la desviación típica de los cocientes  $H_{tang}/H_{60\text{ mm}}$  para distintos valores de excentricidad con y sin pantalla magnética. Intensidad de corriente  $I_{int} = 15$  A.



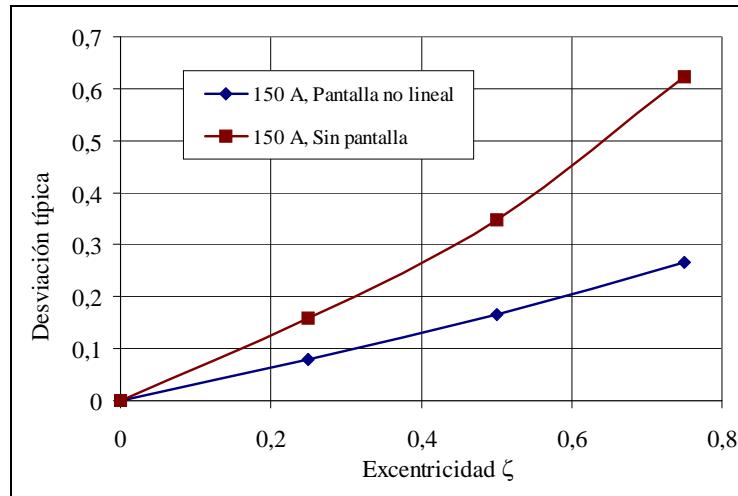
**Fig. 5.24** Variación de la desviación típica del cociente  $H_{\text{tang}}/H_{60 \text{ mm}}$  en función de la excentricidad del cable interior con y sin pantalla magnética no lineal. Intensidad de corriente  $I_{\text{int}} = 15 \text{ A}$ .

Los resultados obtenidos para el valor de intensidad de corriente de 15 A confirman la importancia de la pantalla magnética para reorientar el campo magnético en los puntos exteriores. Los valores de  $\sigma$  se reducen considerablemente para todos los valores de  $\zeta$  cuando se emplea la pantalla. También se observa que al aumentar  $\zeta$  - el cable se va aproximando a la pantalla - aumenta el valor de  $\mathbf{H}$  en el material ferromagnético, provocando un descenso importante en la permeabilidad de la pantalla, que explica la falta de linealidad observada en los valores de  $\sigma$  para las dos intensidades de corriente en presencia de la pantalla no lineal.

Excentricidad $\zeta$	$\sigma$ (con pantalla no lineal)	$\sigma$ (sin pantalla)
0	0	0
0,25	0,08	0,16
0,5	0,17	0,35
0,75	0,27	0,62

**Tabla 5.4** Valores de la desviación típica de los cocientes  $H_{\text{tang}}/H_{60 \text{ mm}}$  para distintos valores de excentricidad con y sin pantalla magnética no lineal. Intensidad de corriente 150 A.

El incremento en el valor de la intensidad de corriente que circula por el cable interior de 15 A a 150 A da lugar a un descenso en el valor de la permeabilidad del material y que justifica los resultados algo peores obtenidos para el caso de 150 A. En la Fig. 5.25 se observa que el efecto de reorientación disminuye linealmente al aumentar el valor de la excentricidad, y es menor al obtenido para una intensidad de corriente de 15 A en todos los casos analizados.



**Fig. 5.25** Variación de la desviación típica del cociente  $H_{\text{tang}}/H_{60 \text{ mm}}$  en función de la excentricidad del cable interior con y sin pantalla magnética no lineal. Intensidad de corriente  $I_{\text{int}} = 150 \text{ A}$ .

Estos resultados se ajustan a las conclusiones de P.N. Miljanic en [MIL 97], y muestran la importancia que tiene la pantalla magnética situada junto a la pared interior del núcleo para reducir los errores asociados a la posición del cable interior respecto del núcleo magnético.

En la Tabla 5.5 muestro los errores relativos en tanto por ciento (exp. 5.22 y 5.23) calculados a partir de los valores de las simulaciones, que se cometerían al medir la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  con un sensor de efecto Hall situado en cinco posiciones de la circunferencia de radio 60 mm (ver Fig. 5.23) debido al descentramiento del cable por el que circula la corriente eléctrica que origina  $\mathbf{B}$ .

$$\varepsilon (\%) = \frac{B_{\text{Cable no Centrado sin Pantalla}} - B_{\text{Cable Centrado}}}{B_{\text{Cable Centrado}}} \cdot 100 \quad (5.22)$$

$$\varepsilon_p (\%) = \frac{B_{\text{Cable no Centrado con Pantalla}} - B_{\text{Cable Centrado}}}{B_{\text{Cable Centrado}}} \cdot 100 \quad (5.23)$$

Posición angular $\varphi$ (grados)	$\varepsilon_p [\varepsilon]$	$\varepsilon_p [\varepsilon]$	$\varepsilon_p [\varepsilon]$
	$\xi = 0,25$	$\xi = 0,5$	$\xi = 0,75$
0	3,95 [27,52]	21,61 [78,73]	41,18 [193,46]
45	2,44 [14,36]	9,62 [20,12]	10,94 [5,69]
90	-0,55 [-4,55]	-3,92 [-16,44]	-7,70 [-30,50]
135	-2,34 [-14,70]	-10,30 [-27,53]	-14,88 [-37,94]
180	-2,98 [-17,66]	-12,36 [-30,35]	-16,74 [-39,50]

**Tabla 5.5** Comparación entre los errores (%) en la medida de  $B_{\text{tang}}$  con pantalla y sin pantalla magnética (valores entre corchetes) calculados numéricamente en cinco puntos de una circunferencia de 60 mm de radio centrada en el origen y contenida en el plano OXY.

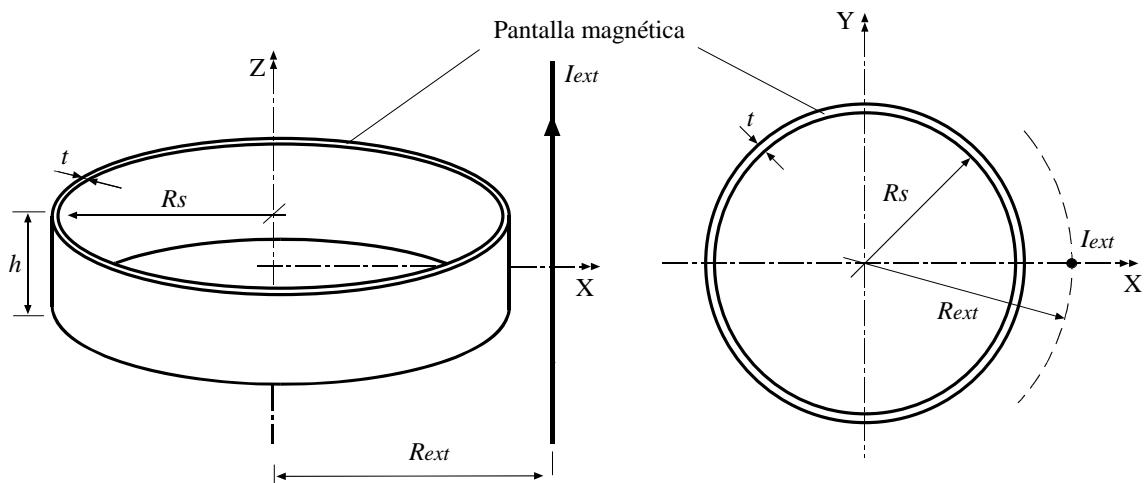
## 5.6. APANTALLAMIENTO DE CAMPOS MAGNÉTICOS PROCEDENTES DE CORRIENTES EXTERIORES

Como he indicado en la introducción del capítulo, la aplicación de pantallas magnéticas para reducir errores en instrumentos de medida de corriente eléctrica se encuentra descrita en la literatura científica, pero no he encontrado estudios específicos sobre la reducción de los errores de *crosstalk* mediante estas pantallas. Como ocurría en el apartado anterior, el problema electromagnético es muy complejo, y no existen soluciones analíticas para casos como los que se contemplan en este trabajo.

En este apartado describo el modelo desarrollado mediante el MEF y los resultados obtenidos para el factor de apantallamiento en el caso de una pantalla corta de material ferromagnético próxima a alambres conductores rectos exteriores. Posteriormente comparo los valores numéricos con las medidas obtenidas en el LME, tanto para el flujo magnético como para la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  medida mediante un sensor de efecto Hall.

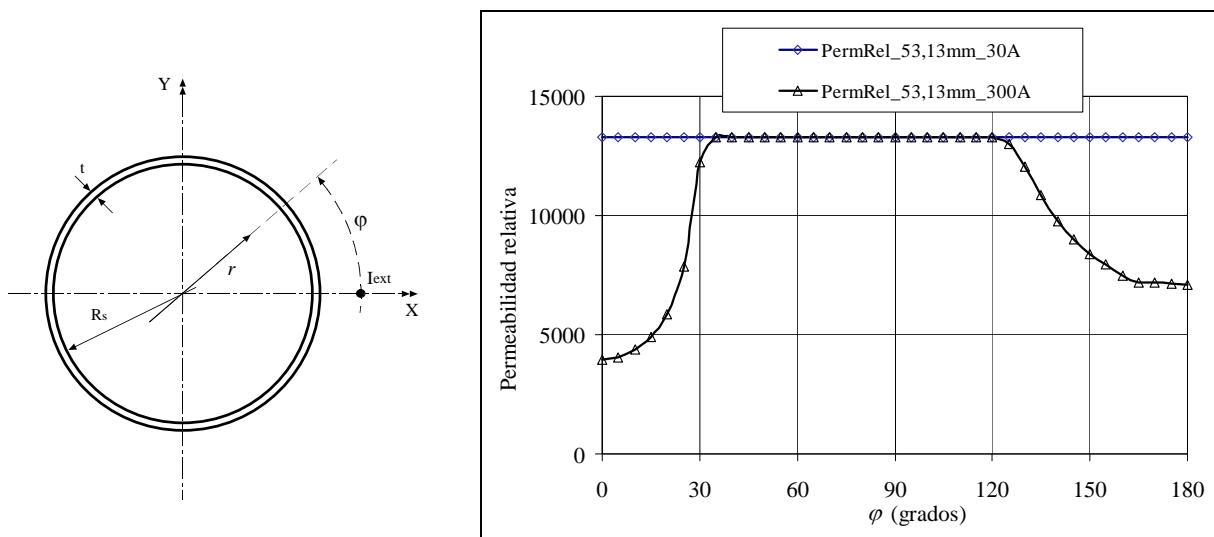
### 5.6.1. Simulación de una pantalla cilíndrica finita de material no lineal

En la Fig. 5.26 se muestran las posiciones espaciales del cable y de la pantalla magnética. El modelo en el que realicé las simulaciones fue el Mod. SH.V (similar al SH.III al que incorporé los conductores exteriores). Las dimensiones geométricas de la pantalla y el material (curva SH02) son los mismos que las utilizadas para los casos anteriores. El cable conductor es paralelo al eje Z y se encuentra a una distancia  $R_{ext} = 73,5$  mm. Una corriente exterior de intensidad 30 A crea en los puntos más próximos a la pantalla un campo magnético cuyo valor es de 233 A/m, lejos de los valores de saturación. Hice dos simulaciones con la corriente exterior de intensidades  $I_{ext} = 30$  A e  $I_{ext} = 300$  A.



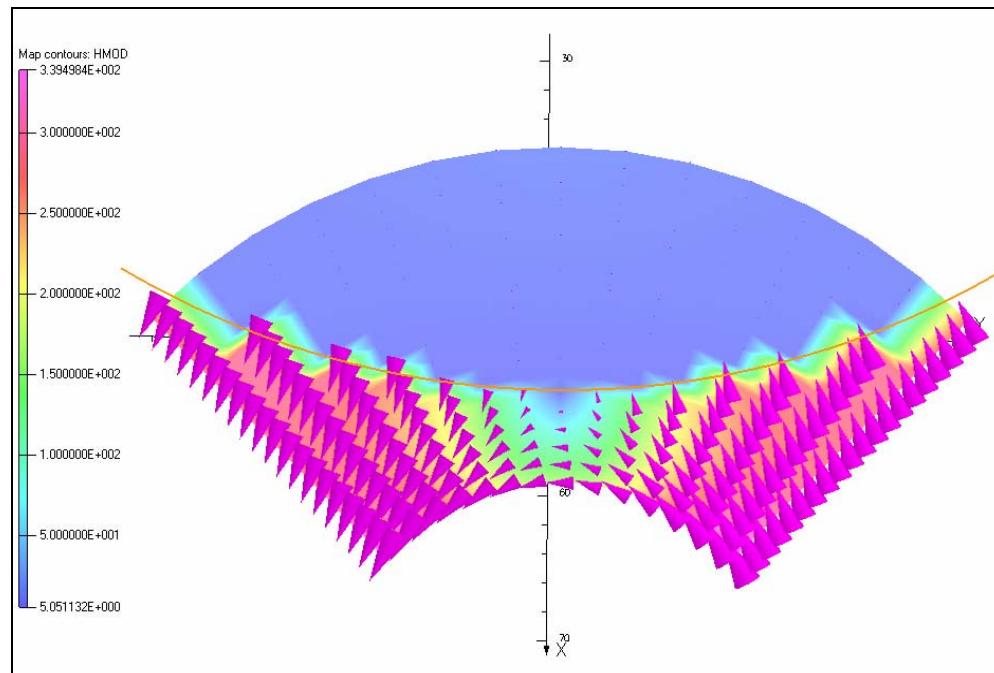
**Fig. 5.26** Disposición geométrica de la pantalla de  $h = 38$  mm,  $t = 0,265$  mm y  $R_s = 53$  mm, junto a un cable exterior recto, paralelo al eje Z y situado en  $R_{ext} = 73,5$  mm.

El primer resultado que observé procedente del cálculo numérico fue la variación de la permeabilidad en los puntos de la pantalla ferromagnética. Estos valores los presento en la Fig. 5.27. Para el caso de una intensidad de corriente débil,  $I_{ext} = 30$  A, el material presenta una permeabilidad constante igual a su valor máximo. En la Fig. 5.28 muestro la distribución del vector  $\mathbf{H}$  en puntos interiores y exteriores de la pantalla más cercanos al cable exterior. Se comprueba la debilitación de la componente tangencial del vector en puntos exteriores muy próximos a la pantalla. El valor teórico sin pantalla en  $x = 53,265$  mm es de 235,6 A/m, mientras que el calculado numéricamente vale 7,16 A/m. En  $x = 53,13$  mm, el valor de la componente Y de  $\mathbf{H}$  es de 6,65 A/m.



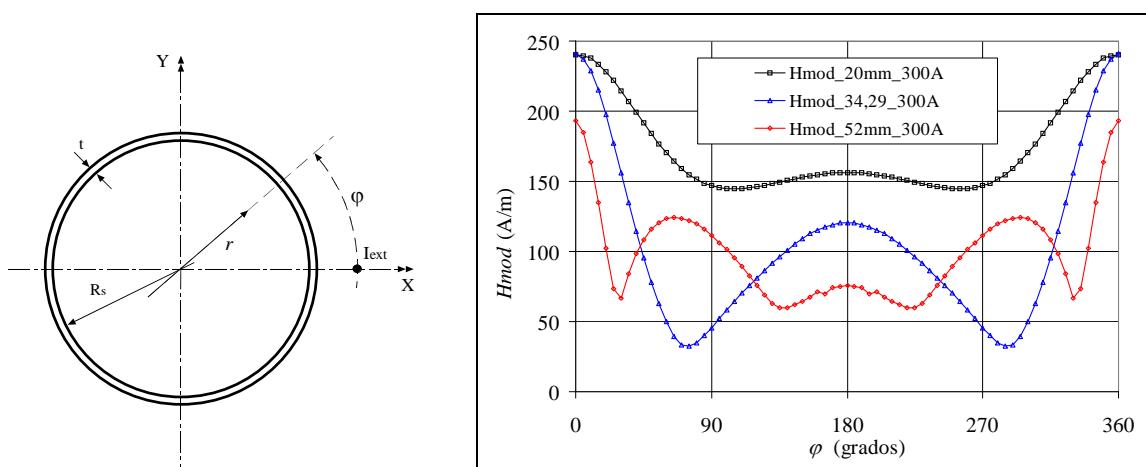
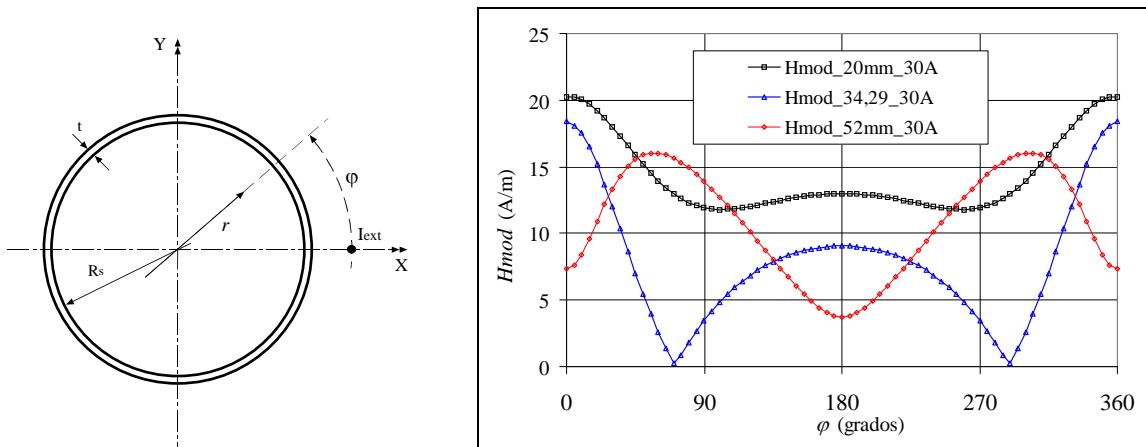
**Fig. 5.27** Variación de la permeabilidad relativa en el interior de la pantalla ferromagnética. Series para  $I_{ext} = 30$  A e  $I_{ext} = 300$  A. Curva SH02.

Cuando la intensidad de la corriente que circula por el exterior es 10 veces mayor, los efectos de la saturación se hacen muy importantes, y la permeabilidad varía de forma acusada de un punto a otro de la pantalla. En las posiciones más cercanas al cable, en donde  $\mathbf{H}$  es más intenso, la permeabilidad se reduce notablemente respecto a los puntos en torno a  $\varphi = 90^\circ$ , donde la permeabilidad presenta su valor máximo. El valor teórico sin pantalla en  $x = 53,265$  mm es de 2350,6 A/m y el calculado numéricamente vale 196,05 A/m. En  $x = 53,13$  mm, el valor de la componente Y de  $\mathbf{H}$  es de 191,73 A/m.



**Fig. 5.28** Vector  $\mathbf{H}$  calculado numéricamente en el interior y exterior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y de 38 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY,  $z = 0$  mm. El cable exterior se encuentra en  $x = 73,5$  mm.  $I_{ext} = 30$  A. La línea roja indica la posición de la superficie interior de la pantalla. Curva SH02.

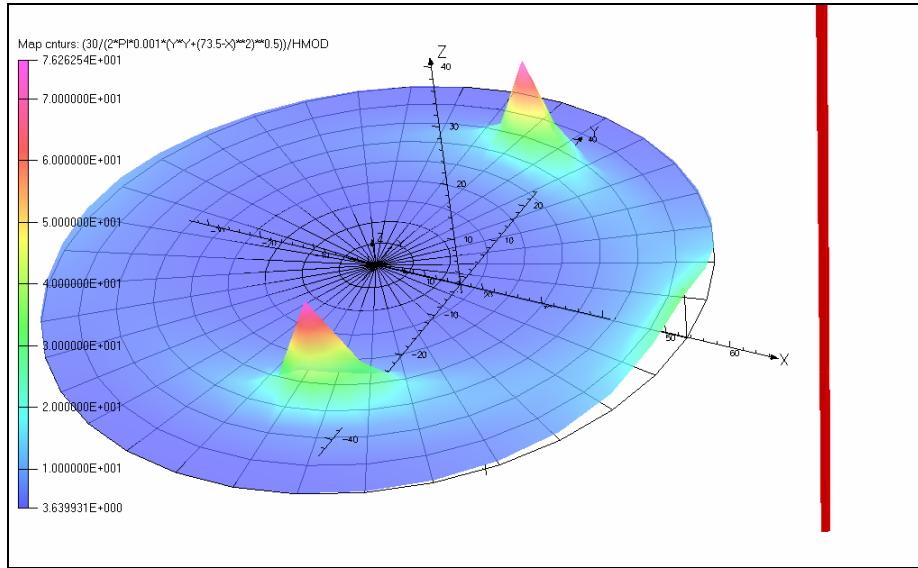
A continuación, presento los valores obtenidos en las simulaciones para el módulo de  $\mathbf{H}$  en puntos del interior de la pantalla y en el plano OXY. En las gráficas de la Fig. 5.29 están representados los valores en tres circunferencias de radios 20 mm, 34,29 mm y 52 mm frente al ángulo  $\varphi$ .



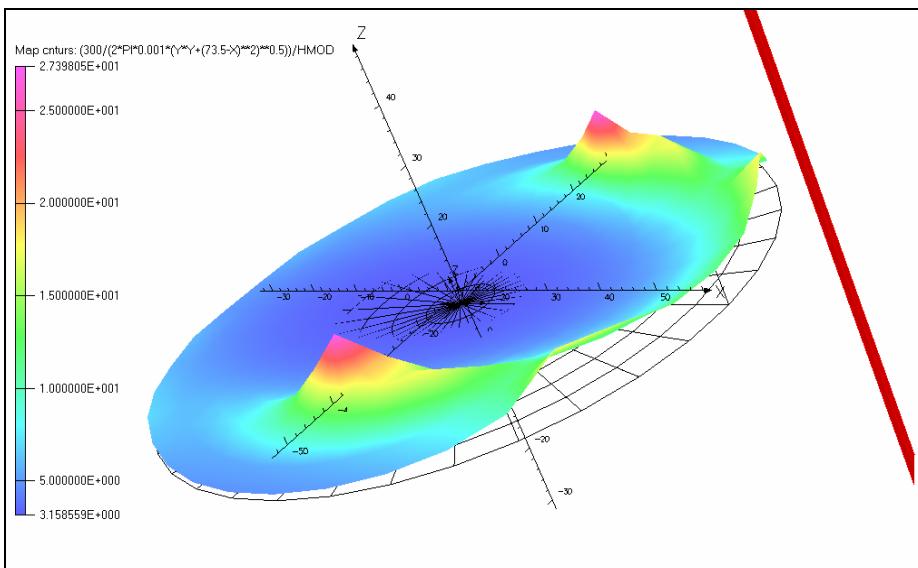
**Fig. 5.29** Módulo del vector intensidad de campo magnético  $\mathbf{H}$ , en puntos de circunferencias concéntricas interiores centradas en el eje de la pantalla. En la gráfica superior,  $I_{ext} = 30$  A. En la gráfica inferior,  $I_{ext} = 300$  A. Curva SH02.

Si se comparan estos valores con los obtenidos cuando el campo magnético exterior era uniforme, Fig. 5.7, observamos tanto el cambio en la distribución del módulo del campo magnético, como el hecho de que los puntos de mínimo  $\mathbf{H}$  en la circunferencia de  $r = 34,29$  mm se han desplazado hacia  $\varphi = 90^\circ$ . Para  $I_{ext} = 30$  A, el valor mínimo es cero, pero para  $I_{ext} = 300$  A ese valor deja de ser nulo.

Las Fig. 5.30 y Fig. 5.31 corresponden a las distribuciones bidimensionales sobre el plano OXY de los valores del factor de apantallamiento para los dos casos simulados. Observando las figuras se aprecia el descenso del factor de apantallamiento al incrementarse la intensidad de corriente, así como las variaciones importantes que aparecen en puntos cercanos a la pantalla en  $\varphi = 0^\circ$ , sobre todo para  $I_{ext} = 300$  A. Para poder representar los valores en la Fig. 5.30, limité el valor máximo de  $S$  a 75. Los valores máximos de  $S$  aparecen ahora muy cerca del eje Y, mientras que cuando el campo exterior era uniforme en la dirección X, estos valores se encontraban sobre el eje X.



**Fig. 5.30** Factor de apantallamiento calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y 38 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY,  $z = 0$  mm,  $I_{ext} = 30$  A en  $x = 73,5$  mm. Curva SH02.



**Fig. 5.31** Factor de apantallamiento calculado numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y 38 mm de altura. Valores para puntos del plano OXY,  $z = 0$  mm,  $I_{ext} = 300$  A en  $x = 73,5$  mm. Curva SH02.

### 5.6.2. Comprobación experimental de las simulaciones numéricas

Para la comprobación experimental en el LME de los resultados obtenidos en las simulaciones con el MEF empleé dos procedimientos: la medida de la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  mediante un sensor de efecto Hall y la medida del flujo magnético a través de una sección normal de un núcleo toroidal. Las medidas las comparé con las obtenidas en simulaciones no lineales con el Mod. SH.V, incluyendo la curva teórica del material ferromagnético Si-Iron descrita en el apartado 2.4, Fig. 5.32. La tensión procedente del sensor de efecto Hall y la fem en las bobinas se midieron con un multímetro Agilent 34401A de 6½ dígitos. La corriente que circulaba por el cable exterior se medió con un transformador de corriente Hartmann & Braun clase 0,2 y un multímetro HP 34401A de 6½ dígitos con un shunt HP.

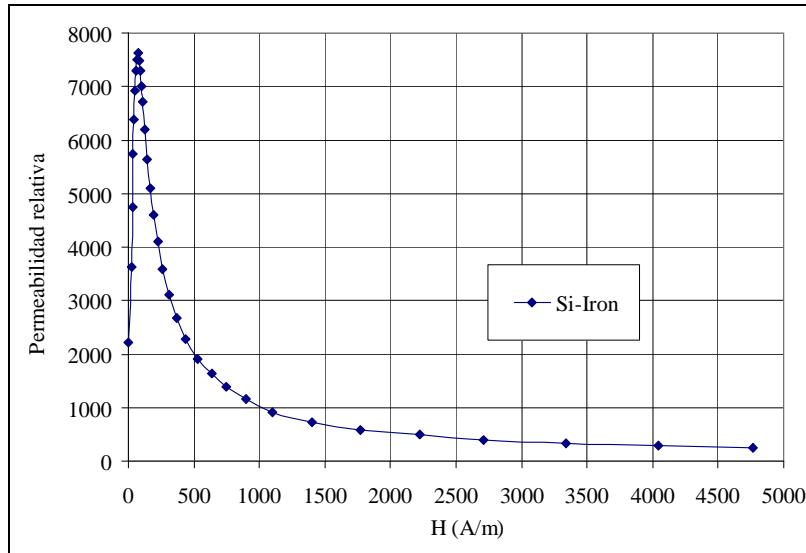


Fig. 5.32 Curva Permeabilidad relativa-H Si-Iron.

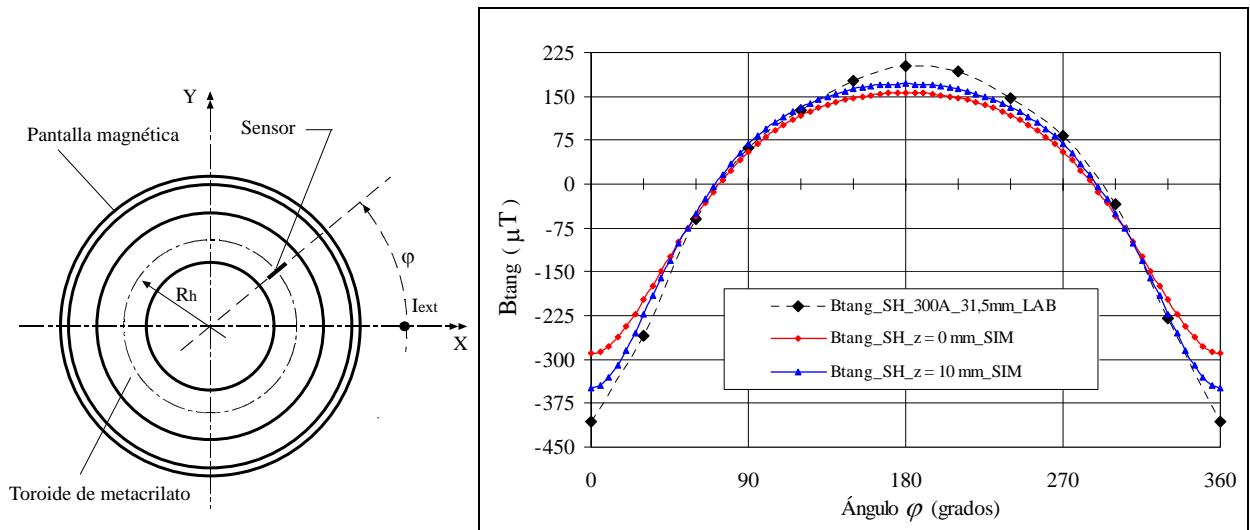
### 5.6.2.1. Medidas de $B_{tang}$ mediante un sensor de efecto Hall

Para estas medidas empleé un sensor Honeywell SS94A1F [HON 06] con una sensibilidad de 25 mV/Gs. Se construyó un toroide de metacrilato de sección rectangular de radio interior  $R_{int} = 24,5$  mm, radio exterior  $R_{ext} = 38,6$  mm y altura  $h = 25,4$  mm (iguales a los de polvo de hierro utilizados previamente), en donde se mecanizaron ranuras de 2 mm de anchura separadas 10° para alojar el sensor. El toroide se fijó centrado en el interior de la pantalla magnética, siendo el valor de la distancia radial del sensor  $R_h = 31,5$  mm. Las medidas obtenidas las muestro en la Fig. 5.33.

Al comparar estos datos experimentales con los obtenidos en la simulación para circunferencias de radio 31,5 mm y alturas  $z = 0$  mm y  $z = 10$  mm (ver Fig. 5.33) observé una mejor concordancia de los valores experimentales con los obtenidos para  $z = 10$  mm. Esto puede ser debido a un error en la posición del sensor, ya que la ranura en el núcleo de metacrilato no permite que el centro del sensor se sitúe en el centro exacto de la sección y el toroide puede estar ligeramente desplazado en su posición respecto a la pantalla. Ahora bien, por las comprobaciones realizadas posteriormente en la maqueta usada para la toma de medidas en el LME, este desplazamiento no supera los  $\pm 5$  mm. El máximo valor del error relativo  $\varepsilon$  definido como

$$\varepsilon (\%) = 100 \cdot \frac{B_{sim} - B_{lab}}{B_{lab}} \quad (5.24)$$

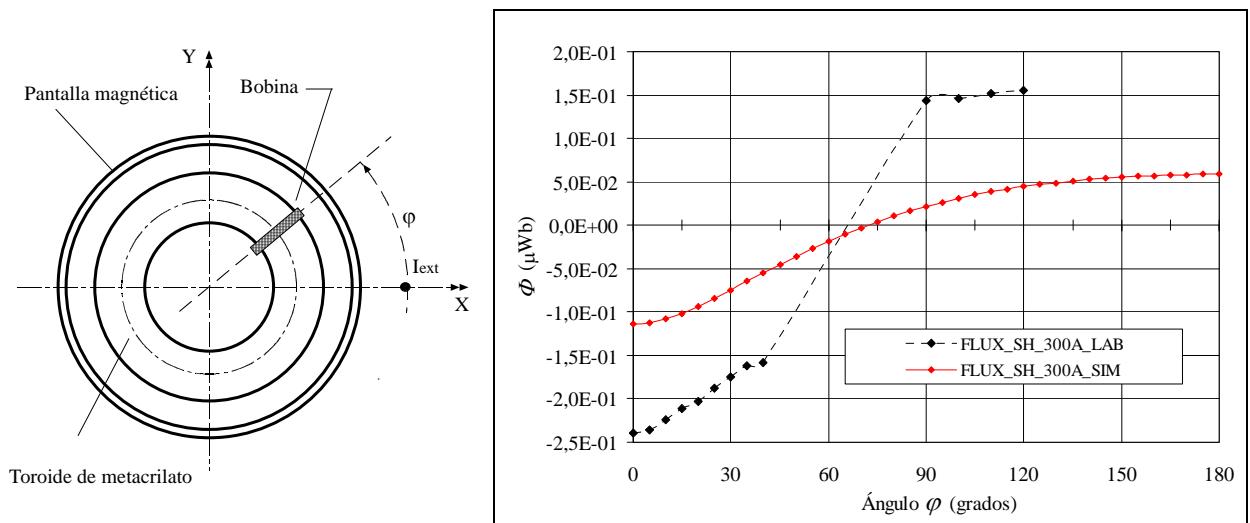
observado entre la serie de valores experimentales y la serie de valores simulados para  $z = 0$  mm es de 59,4% ( $\varphi = 300^\circ$ ), siendo la diferencia máxima entre valores experimentales y numéricos de 116,27 µT. Cuando las medidas se comparan con la serie de valores simulados para  $z = 10$  mm el error es de -56,9% ( $\varphi = 270^\circ$ ), con una diferencia máxima entre valores experimentales y numéricos de 57,37 µT.



**Fig. 5.33** Valores de  $B_{tang}$  en el interior de la pantalla ferromagnética. Serie de medidas (LAB) y dos series de resultados numéricos (SIM).  $I_{int} = 0 \text{ A}$ ,  $I_{ext} = 300 \text{ A}$  sobre el eje X a 73,5 mm del centro de la pantalla.

### 5.6.2.2. Medidas del flujo magnético, $\Phi$

Estas medidas las realicé de la misma forma en que se midieron los flujos magnéticos en los ensayos descritos en los capítulos 3 y 4 de este documento. En una primera serie de medidas, empleé un toroide de metacrilato de sección rectangular de radio interior  $R_{int} = 24,5 \text{ mm}$ , radio exterior  $R_{ext} = 38,6 \text{ mm}$  y altura  $h = 25,4 \text{ mm}$  y como sensor del flujo magnético construí una bobina sensora de 500 vueltas de hilo esmaltado de cobre de 0,1 mm de diámetro ocupando un sector de  $3^\circ$ . Las medidas así obtenidas las muestro en la Fig. 5.34.

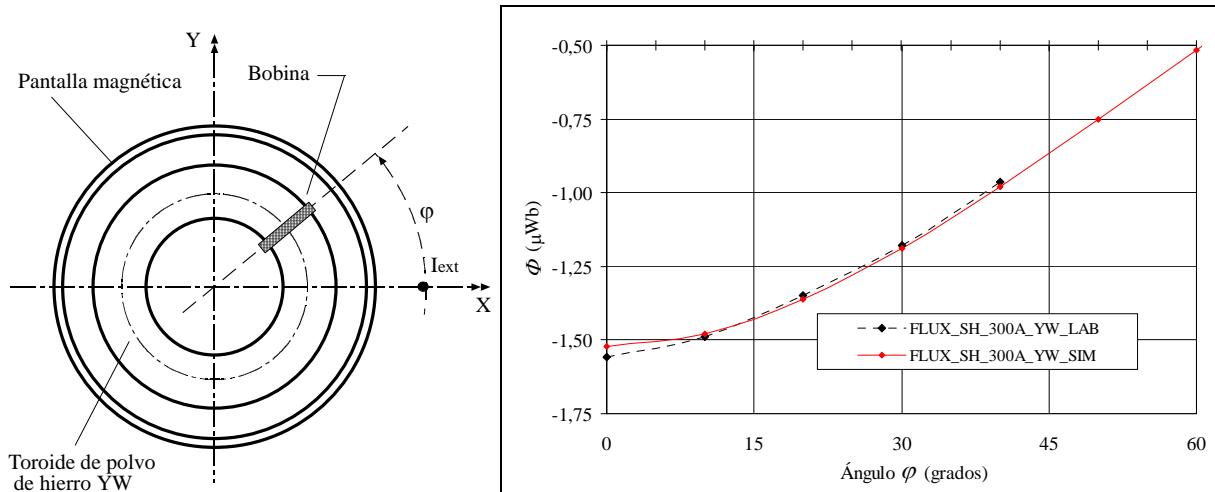


**Fig. 5.34** Valores de flujo magnético,  $\Phi$ , en el interior de la pantalla ferromagnética. Toroide de metacrilato. Serie de medidas (LAB) y serie de resultados numéricos (SIM).  $I_{int} = 0 \text{ A}$ ,  $I_{ext} = 300 \text{ A}$  sobre el eje X a 73,5 mm del centro de la pantalla.

Aunque parecen confirmar la tendencia obtenida en los valores simulados, las diferencias entre los valores medidos y los simulados son muy altas; el valor máximo de  $\varepsilon$  (exp. 3.14) es de -84,8% ( $\phi = 90^\circ$ ). La razón de estas desviaciones puede estar en la fuerte dispersión de líneas de campo magnético que existe en el entorno de la bobina. Esta hipótesis se ve confirmada cuando se observan las medidas

obtenidas con el toroide de polvo de hierro. La discontinuidad que se observa en los valores del flujo magnético de la gráfica en la Fig. 5.34 se debe a limitaciones geométricas de la maqueta que construí para realizar las medidas, que impidió el giro del toroide alrededor de una circunferencia completa.

La segunda serie de medidas del flujo magnético en el interior de la pantalla magnética las obtuve a través del toroide YW y de la bobina sensora descritos en el apartado 3.4.1. Los resultados de los valores experimentales y de los obtenidos en las simulaciones los muestro en la Fig. 5.35. Por razones de restricciones mecánicas solo pude medir valores de flujo en posiciones angulares del primer cuadrante.



**Fig. 5.35** Valores de flujo magnético,  $\Phi$ , en la sección de un núcleo de polvo de hierro YW centrado en el interior de la pantalla ferromagnética. Serie de medidas (LAB) y serie de resultados numéricos (SIM).  $I_{int} = 0$  A,  $I_{ext} = 300$  A sobre el eje X a 73,5 mm del centro de la pantalla.

En este caso, los valores obtenidos en la simulación con la curva YW\_1T\_MIC para el toroide YW y la curva Si-Iron para la pantalla magnética se ajustan mejor a los medidas. El máximo valor de  $\varepsilon$  (exp. 3.14) obtenido en esta serie de medidas es de 1,83% ( $\varphi = 40^\circ$ ).

### 5.6.3. Conclusiones parciales

Los resultados experimentales expuestos en los dos apartados anteriores comparados con los valores numéricos difieren mucho dependiendo del sistema empleado para realizar las medidas. En el caso de la medida de  $B_{tang}$ , la tendencia observada es correcta, aunque los valores no coincidan en todas las posiciones. Al medir el flujo magnético en un núcleo magnético de alta permeabilidad el ajuste entre lo medido y lo simulado es muy bueno. No ocurre así cuando las medidas de flujo magnético se realizan en toroides de muy baja permeabilidad, debido a la alta dispersión de líneas en el entorno de la bobina, aunque sigue observándose una misma tendencia para las dos series de valores.

La dificultad en la adquisición de estas medidas, al requerir dispositivos mecánicos de posicionamiento geométrico que no he tenido a mi alcance, es la razón por la que no presento un mayor número de medidas.

## 5.7. FACTOR DE APANTALLAMIENTO TANGENCIAL

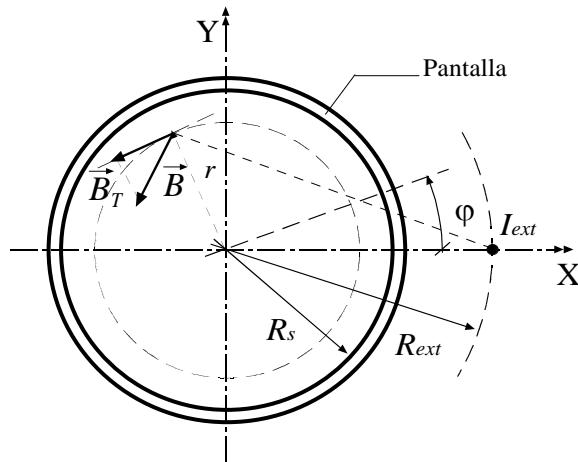
Una configuración de sensores de efecto Hall descrita por Di Rienzo et al. [DIR 01], y utilizada para medir corriente eléctrica sin necesidad de núcleo ferromagnético, consiste en un conjunto de sensores situados a lo largo de una circunferencia concéntrica con el conductor por donde circula la corriente y perpendicular a su eje, de forma que la señal de los sensores puede ser procesada, descartando aquella que

procede de corrientes exteriores. Para este tipo de instrumentos sin núcleo magnético, la definición convencional del factor de apantallamiento definida en la exp. 5.16 resulta insuficiente.

He empleado el MEF para determinar los valores de un nuevo factor de apantallamiento, que he llamado factor de apantallamiento tangencial,  $S_T$ , definido como

$$S_T = \frac{B_{T0}}{B_{TS}} \quad (5.25)$$

con  $B_{T0}$  la componente tangencial del campo magnético en el aire sin la pantalla y  $B_{TS}$  la componente tangencial una vez situada la pantalla, Fig. 5.36. La determinación de estos valores sería muy laborioso experimentalmente, y muy complejo hacerlo de forma analítica.



**Fig. 5.36** Vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  y su componente tangencial en el interior de una pantalla cilíndrica procedente de una corriente exterior  $I_{ext}$

Los valores que presento en la Tabla 5.6 proceden de las simulaciones descritas en el apartado 5.6.1. La curva de magnetización que incluye el modelo es la SH02, Fig. 5.18. Las intensidades de corriente con las que se realizaron las simulaciones fueron de  $I_{ext} = 30$  A e  $I_{ext} = 300$  A, manteniendo en ambos casos sin corriente el cable interior,  $I_{int} = 0$  A. El alambre conductor se encuentra a una distancia del centro de la pantalla de  $R_{ext} = 73,5$  mm.

Posición angular $\varphi$ (grados)	$S [S_T]$ $I_{ext} = 30$ A $r = 24,5$ mm	$S [S_T]$ $I_{ext} = 300$ A $r = 24,5$ mm	$S [S_T]$ $I_{ext} = 30$ A $r = 49$ mm	$S [S_T]$ $I_{ext} = 300$ A $r = 49$ mm
0	4,8 [4,8]	4,0 [4,0]	20,5 [20,5]	9,8 [9,8]
45	5,9 [4,0]	4,8 [3,4]	6,2 [1,6]	9,0 [1,9]
90	6,8 [5,6]	5,2 [5,0]	4,0 [19,2]	5,1 [13,7]
135	4,8 [4,3]	3,9 [3,6]	5,1 [9,7]	6,3 [7,1]
180	4,1 [4,1]	3,3 [3,3]	8,5 [8,6]	4,7 [4,7]

**Tabla 5.6** Comparación del factor de apantallamiento convencional y el factor de apantallamiento tangencial, valores entre corchetes, calculados numéricamente en el interior de una pantalla cilíndrica de 53 mm de radio y 36 mm de altura. Valores para puntos de circunferencias centradas en el origen, contenidas en el plano OXY, de radios 24,5 mm y 49 mm.

Se observa de los datos anteriores como para puntos de una circunferencia de pequeño radio (puntos próximos al centro de la pantalla), los factores de apantallamiento convencional y tangencial no difieren mucho para las dos intensidades de corriente contempladas. Las diferencias son más significativas para los valores de la circunferencia más próxima a la pantalla. Dependiendo de la posición angular, el factor de apantallamiento tangencial aumenta o disminuye respecto del convencional. Para  $\varphi = 90^\circ$ , e  $I_{ext} = 30$  A, el factor de apantallamiento tangencial es 4,8 veces mayor que el convencional; este valor se reduce a 2,69 cuando la intensidad es de  $I_{ext} = 300$  A. Para la posición  $\varphi = 45^\circ$ , ocurre lo contrario: el factor de apantallamiento convencional es 3,87 veces superior al tangencial cuando  $I_{ext} = 30$  A y 4,74 veces superior para  $I_{ext} = 300$  A.

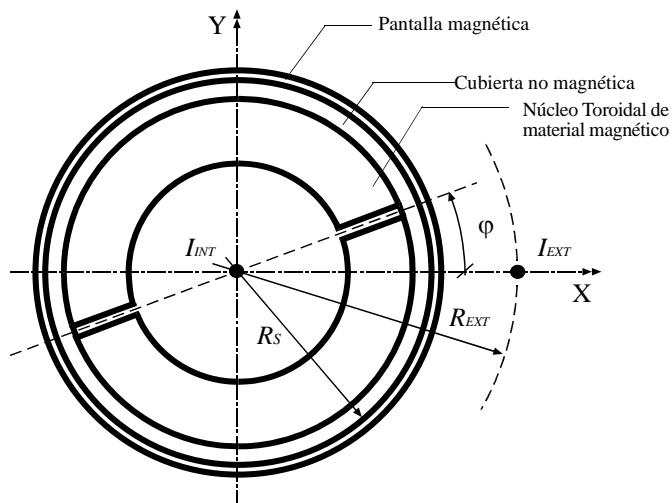
Estos resultados confirman la importancia de considerar la deformación en las líneas del campo magnético en el interior de las pantallas magnéticas cortas y no lineales para prever los efectos del apantallamiento magnético cuando los campos magnéticos proceden de corrientes exteriores, efectos que pueden hacer variar de forma considerable las respuestas de sensores de efecto Hall.

## 5.8. CASO DE ESTUDIO. APANTALLAMIENTO APLICADO A UNA PINZA AMPERIMÉTRICA CON SENSORES DE CAMPO MAGNÉTICO.

En el Capítulo 4 describí el proceso de determinación y mejora de la clase de una pinza ampermétrica con entrehierros mediante el MEF. El modelo consiste en un núcleo con dos entrehierros opuestos de 1,6 mm en cuyo centro se encuentra un cable perpendicular cuya intensidad de corriente eléctrica se quiere medir. En el exterior, y a una distancia de dos veces el radio interior del núcleo está situado el conductor exterior que provoca los errores de *crosstalk*.

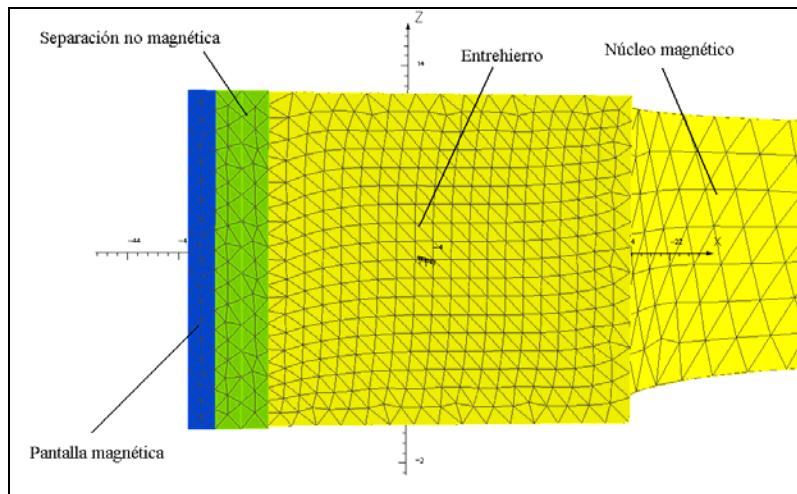
Una vez que he analizado el efecto del apantallamiento de forma general y comprobado que los resultados de los modelos desarrollados se ajustan tanto a los teóricos como a los obtenidos experimentalmente, aplicaré el MEF al diseño de una pantalla de material magnético para la pinza ampermétrica con objeto de reducir los errores de *crosstalk* y mejorar la clase del instrumento.

La pantalla tiene forma cilíndrica, de altura  $h = 25,4$  mm y está formada por una capa interior de material no magnético (PVC o similar), de 2 mm de espesor y radio interior  $R_s = 38,6$  mm, que se sitúa pegada a la cara lateral exterior del núcleo de la pinza, y una capa de material magnético exterior de radio interior  $R_s = 40,6$  mm y  $t = 1$  mm de espesor, ver Fig. 5.37.



**Fig. 5.37** Núcleo magnético con dos entrehierros, rodeado de una cubierta de material no magnético y apantallado con una lámina de material magnético de 1 mm de espesor.

Los modelos los desarrollé partiendo del Mod. GAP02.II\_2R1\_FI45, por lo que tienen únicamente simetría respecto del plano OXY y solo he impuesto condiciones tangenciales en las superficies exteriores del *background*. Estos modelos, que nombré Mod. GAP02.II\_2R1\_FI00\_SH01, Mod. GAP02.II\_2R1\_FI45\_SH01 y Mod. GAP02.II\_2R1\_FI90\_SH01, tienen alrededor de  $900 \cdot 10^3$  nodos, Fig. 5.38. Con el hardware descrito en el Capítulo 3, una simulación lineal se realiza en 20 minutos. Las simulaciones que incluyen un material no lineal se prolongan a 1 hora y 40 minutos, alargándose a 4 horas y 20 minutos las que contienen dos materiales no lineales. Una base de datos con la información de catorce simulaciones ocupa una memoria de 2 GB.



**Fig. 5.38** Vista de la superficie de uno de los entrehierros del Mod. GAP02.II\_2R1\_FI45\_SH01. Se observa el mallado de cada una de las celdas.

En las primeras dos simulaciones consideré la pantalla como material no magnético de  $\mu_r = 1$ , para observar las posibles diferencias de valores respecto al modelo inicial. El material del núcleo es lineal de permeabilidad relativa  $\mu_r = 5000$ . Los resultados los expongo en la Tabla 5.7.

	$\varphi = 0^\circ$	$\varphi = 180^\circ$
$I_{ext} = 0 \text{ A}, r_n = 2$	5,78 (-2,3E-2)	5,78 (-2,9E-2)
$I_{ext} = 300 \text{ A}, r_n = 2$	-6,39 (-1,43)	17,65 (-0,71)

**Tabla 5.7** Valores de la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  (mT) en la sección central de los entrehierros y  $r = 31,55 \text{ mm}$ .  $I_{int} = 15 \text{ A}$ . Mod GAP02.II\_2R1\_FI45\_SH01. Entre paréntesis, errores en % respecto de los valores obtenidos en las simulaciones con el modelo de origen Mod. GAP02.II\_2R1\_FI45. Núcleo con material lineal  $\mu_r = 5000$ .

Las diferencias entre los valores obtenidos para los dos modelos son muy pequeñas en el caso en que la corriente solo circule por el cable interior, resultado lógico ya que el mallado no afecta sensiblemente a esa zona del modelo que se mantiene con la simetría cilíndrica. En cambio, las diferencias cuando también circula la corriente exterior son más significativas, superando el 1,4%. Las razones son tanto el cambio en el mallado en zonas que afectan al cálculo de  $\mathbf{B}$  creado por la corriente exterior como la no aplicación de la condición de contorno normal al modificar las simetrías del modelo. El primer efecto ya lo observé en el Capítulo 3 al analizar el flujo magnético en núcleos sin entrehierros.

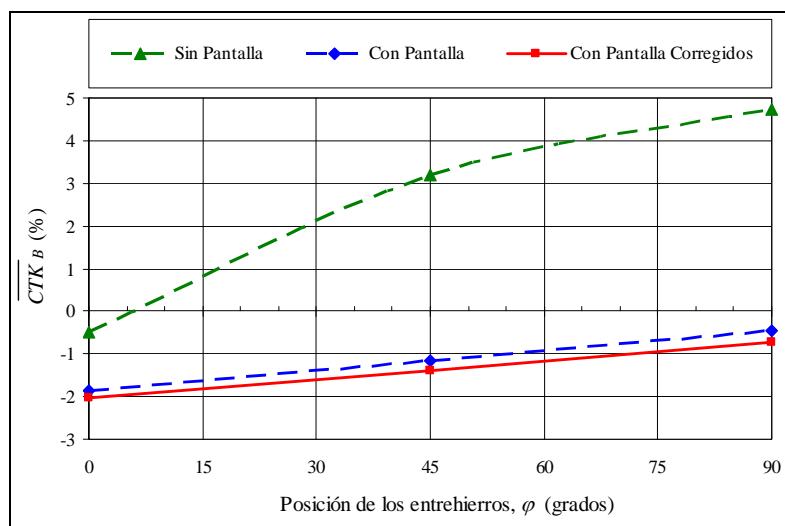
La corriente nominal de la pinza analizada en el Capítulo 4 es de 1000 A. Utilizando el modelo con pantalla magnética de material no lineal NETIC® S6-3, cubierta no magnética de permeabilidad igual a la

del vacío y núcleo magnético de material no lineal NETIC® S6-3, realicé una primera simulación con corriente interior de 50 A (5% de la corriente interior nominal) cuando por el exterior no circula corriente. Posteriormente realicé tres simulaciones para las tres posiciones del entrehierro con la misma corriente interior y circulando una corriente de 1000 A por el cable exterior. Los resultados para los errores de *crosstalk* los muestro en la Tabla 5.8. La señal tomada como referencia sigue siendo la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  promediada en ambos entrehierros.

		Posición angular de los entrehierros		
0,008 $\rho\mu$ ; $r_n = 2$	$\varphi = 0^\circ \varphi = 180^\circ$	$\varphi = 45^\circ \varphi = 225^\circ$	$\varphi = 90^\circ \varphi = 270^\circ$	
Corriente medida (A)	48,98	49,31	49,64	
$\overline{CTK}_B$ (%)	-2,03	-1,38	-0,71	

**Tabla 5.8** Errores de *crosstalk* (%) para un núcleo apantallado con dos entrehierros de 1,6 mm y material magnético NETIC® S3-6 cuando circula una corriente interior de 50 A y otra exterior de 1000 A situada en  $r_n = 2$ . La señal de  $B_{tang}$  es el promedio de la que existe en cada entrehierro y el valor de la corriente se encuentra corregida por la recta  $I_{int} = 2,58 B_{tang} + 3,44$ .

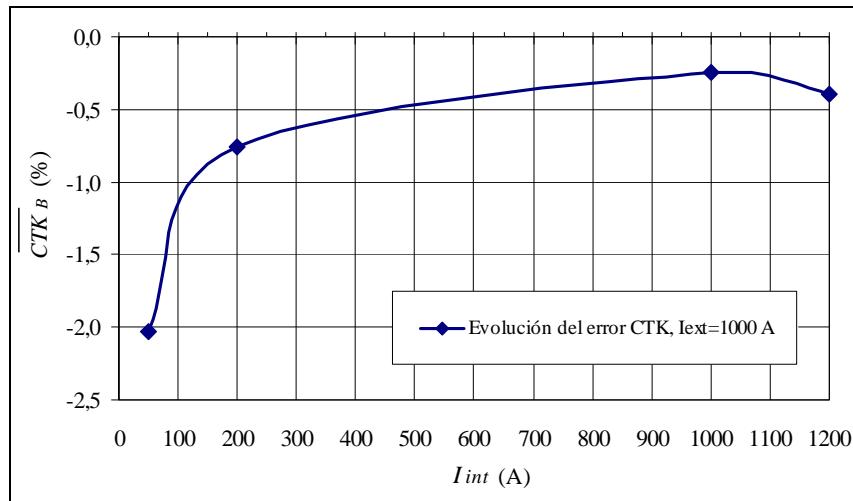
En la Fig 5.39 he representado los resultados anteriores, en los que se puede observar la variación de los errores con la posición angular de la pinza ampermétrica en tres casos: sin pantalla magnética sin corregir, con pantalla magnética sin corrección de los valores de  $B_{tang}$  y con pantalla magnética corrigiendo los valores numéricos mediante la recta  $I_{int} = 2,5776 B_{tang} + 3,4393$ .



**Fig. 5.39** Errores de *crosstalk* de la pinza ampermétrica con y sin corrección de los valores medidos por los sensores.  $I_{int} = 50$  A,  $I_{ext} = 1000$  A.

Los errores pasan a ser negativos en las tres posiciones angulares analizadas, y la corrección mediante la recta provoca en este caso un ligero aumento de los errores de *crosstalk*, que queda limitado al 2%. La pinza, con esta nueva estructura, entra dentro de la clase 1, ya que los errores al 5% de la corriente nominal son inferiores al 3%. Para comprobar que la corriente interior no saturaba en ningún momento la pantalla magnética, y que los errores de *crosstalk* se mantenían por debajo de lo exigido por la norma cuando la corriente interior es del 20%, del 100% y del 120% de la nominal, realicé tres simulaciones manteniendo la intensidad de la corriente exterior en 1000 A, e incrementando la corriente interior a

200 A, 1000 A y 1200 A. Los resultados para la posición más desfavorable,  $\varphi = 0^\circ - 180^\circ$ , se muestran en la Fig. 5.40; en ningún caso los errores de *crosstalk* superan el 2%.



**Fig. 5.40** Errores de *crosstalk* de la pinza amperimétrica al incrementar la intensidad de la corriente interior.  
 $I_{ext} = 1000$  A.

## 5.9. CONCLUSIONES

En los apartados anteriores he empleado el MEF para calcular el factor de apantallamiento para distintas geometrías y materiales magnéticos. He comparado algunos de los resultados numéricos con medidas en el LME, observando un buen ajuste entre ambos valores. Posteriormente he aplicado los resultados al caso práctico de una pantalla para una pinza amperimétrica con dos sensores de efecto Hall y núcleo magnético de alta permeabilidad, observando los efectos sobre los valores de los errores de *crosstalk* debidos a la circulación de corrientes exteriores al núcleo.

El MEF me ha permitido determinar el factor de apantallamiento en todos los puntos del interior de la pantalla cuando el campo magnético procede de una fuente exterior, observando las variaciones de dicho valor y permitiendo estimar lugares óptimos de mínimo campo magnético. Cuando el campo magnético procede tanto del interior como del exterior de la pantalla, las simulaciones con materiales no lineales permiten determinar los efectos que la saturación del material tiene en el factor de apantallamiento.

He definido y calculado numéricamente un nuevo factor de apantallamiento, que he denominado tangencial, útil en sistemas de medida con sensores de efecto Hall. Los resultados de las simulaciones permiten observar las diferencias entre el factor de apantallamiento convencional y tangencial, así como determinar las posiciones en el interior de la pantalla donde las diferencias entre ambos son mayores.

Por último, he observado como mejora la clase de un instrumento con sensores de efecto Hall situados en dos entrehierros opuestos cuando se utiliza una pantalla magnética. La pantalla la he considerado muy delgada, con el propósito de observar el resultado de una mejora del instrumento barata y de fácil ejecución mecánica. Los errores de *crosstalk* procedentes del cable exterior se reducen para todas las posiciones angulares de la pinza, permitiendo al instrumento entrar en la clase de precisión 1,0.

## CAPÍTULO 6

### **CONCLUSIONES GENERALES**



## 6.1. RESULTADOS DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN.

El trabajo presentado en este documento desarrolla modelos numéricos de núcleos magnéticos toroidales incorporados en pinzas amperimétricas que, simulados mediante el MEF y contrastados con resultados experimentales, permiten conocer la distribución de los campos magnéticos procedentes de las corrientes eléctricas y sus variaciones según los cambios geométricos y los diversos materiales considerados. El conocimiento de los valores del flujo magnético en secciones del núcleo,  $\Phi$ , y del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  me permiten:

- hacer una predicción de los errores que presentarían las pinzas amperimétricas construidas con núcleos magnéticos como los analizados, y
- proponer variaciones constructivas para mejorarlas

sin necesidad de construir las pinzas y hacer las verificaciones experimentales.

He dedicado un capítulo a la caracterización de los materiales magnéticos, determinando las curvas de magnetización reales de los materiales empleados para la comprobación experimental de los resultados obtenidos numéricamente. He constatado la dificultad de realizar una caracterización precisa de los materiales magnéticos con instrumentación convencional y, en los capítulos posteriores, he observado la importancia de tener esa caracterización realizada de forma precisa para poder usar el MEF con el propósito descrito en el párrafo anterior.

Las simulaciones consideran los efectos de la no linealidad de los materiales magnéticos, pero no tienen en cuenta efectos asociados a la histéresis de los materiales. Tampoco se tienen en cuenta fenómenos asociados a la variación temporal (frecuencia) de las corrientes eléctricas como las corrientes parásitas inducidas en el núcleo y los efectos de proximidad entre conductores. Los núcleos se consideran homogéneos.

El trabajo se estructura mediante modelos numéricos progresivamente más complejos en su geometría, comprobando de forma secuencial su validez mediante medidas. Las conclusiones procedentes de los modelos más sencillos se emplean para reducir los casos analizados en los modelos más complejos.

I.- El proceso de creación de los modelos lo inicio con un núcleo cerrado y un único alambre recto y muy largo situado en su interior, trabajo publicado en [LET 04\_I] y descrito en el capítulo 3. El tamaño de este núcleo es semejante al que incorporan pinzas amperimétricas comerciales empleadas para medir corrientes de hasta 300 A. Partiendo de la posición ideal de medida, alambre centrado en el núcleo cerrado y perpendicular a su plano, estudié el cambio en la distribución del flujo magnético cuando:

a) El alambre permanece perpendicular al plano del núcleo pero se encuentra fuera del centro geométrico, observando errores relativos máximos del flujo magnético en secciones concretas del 3%. La validez de las simulaciones no lineales la contrasté con medidas en el laboratorio, observando un error relativo máximo entre los valores simulados y los medidos de 3,1%.

b) El alambre se encuentra centrado en el núcleo pero ya no es perpendicular a su plano. En esta situación, observé errores relativos máximos del flujo magnético en secciones concretas del 1,3%. En el laboratorio, el error relativo máximo observado para estas posiciones fue de 0,75%.

En ambos casos, el error relativo máximo asociado a las simulaciones numéricas se estableció en el 0,3%.

II.- El siguiente modelo consistió en un núcleo cerrado, mayor que el anterior y de dimensiones semejantes al incorporado en una pinza amperimétrica real capaz de medir corrientes hasta 1000 A, junto a un alambre recto y perpendicular exterior al núcleo, trabajo publicado en [LET 04\_II] e incluido

también en el capítulo 3. El estudio analiza el flujo magnético en secciones concretas del núcleo y creado únicamente por la corriente exterior. Como en el trabajo anterior, los valores obtenidos en las simulaciones están confirmados por medidas realizadas en el laboratorio. La incertidumbre asociada a esa serie de medidas se estableció en 0,07  $\mu\text{Wb}$ . Se midieron flujos magnéticos desde -4  $\mu\text{Wb}$  hasta 10  $\mu\text{Wb}$ , observándose una diferencia máxima entre los valores experimentales y los simulados de 0,05  $\mu\text{Wb}$ . Procedente de este modelo, se presentan los siguientes resultados:

- a) Variación del flujo magnético en las sección del núcleo más cercana al cable cuando aumenta la distancia entre el centro del núcleo y el eje del alambre, observándose una reducción del valor del flujo que puede aproximarse a una relación inversamente proporcional a la separación del cable.
- b) Influencia de la no linealidad del material magnético, concluyendo que el incremento de la intensidad de corriente provoca un desplazamiento del valor de la permeabilidad, haciéndose menores los errores para aquellos valores de corriente que sitúan al material trabajando en los máximos valores de permeabilidad y que no coinciden con los máximos valores de intensidad de corriente.
- c) Variación del flujo magnético en secciones individuales del núcleo al modificar el valor de la permeabilidad, utilizando resultados procedentes de simulaciones lineales. Se concluyó que el cociente entre el flujo magnético en una sección determinada del núcleo (la más desfavorable) creado por la intensidad de corriente exterior,  $\Phi_{ext}$  y el flujo magnético creado por esa misma intensidad de corriente circulando únicamente por el cable interior,  $\Phi_{int}$ , se reducía desde 20 para una valor de permeabilidad relativa de 25 a 2 cuando la permeabilidad relativa aumentaba a 400.

III.- El modelo siguiente se describe detalladamente en el capítulo 3 del documento, y consiste en un núcleo de las mismas dimensiones que el anterior pero que incluye los cables interior y exterior en el mismo modelo. Los resultados analizados se centran en el cálculo del flujo magnético medio a través de todas o parte de las secciones del núcleo debido a la contribución de las dos corrientes circulando simultáneamente. Cuando el flujo magnético se calcula como el promedio del que existe en todas las secciones de un núcleo de permeabilidad lineal, la contribución debida a la corriente exterior se anula. De este resultado, consecuencia de la aplicación de ley de Ampère a núcleos lineales sin discontinuidades de material, se concluye:

- a) que el error relativo máximo en el cálculo del flujo medio asociado a las simulaciones numéricas con este modelo es del 0,76%, lo que limita el análisis a instrumentos de clase de precisión 0,5 o mayores, y
- b) que una corriente exterior no afecta al valor medio del flujo magnético creado por una intensidad de corriente circulando únicamente por el cable interior. Este resultado es importante, ya que para hacer mínimo el error debido a la corriente exterior - error de *crosstalk* - es necesario que la bobina secundaria del instrumento esté uniformemente distribuida.

Este modelo se emplea para estimar la clase de precisión de una pinza amperimétrica comercial, de material no lineal - aleación comercial cuya curva de magnetización viene determinada por el fabricante - cuya bobina secundaria no se encuentra uniformemente distribuida. Concluyo que los errores de *crosstalk* serían superiores al 3% con el bobinado original, por lo que no entraría en la clase 1. Una modificación propuesta del bobinado secundario, aumentando el arco en el que distribuye, haría descender el error a 2,97%, entrando en la clase de precisión 1,0.

IV.- Los siguientes modelos, descritos en el capítulo 4 y basados en el modelo anterior, incluyen un entrehierro de anchura fija o parejas de entrehierros de varias anchuras. Contienen inicialmente un único conductor central, a los que se le añaden conductores exteriores paralelos y a distintas distancias del centro del núcleo. El análisis se hace considerando el flujo magnético medio, como se hace en los modelos anteriores, y el valor del vector inducción magnética  $\mathbf{B}$  en los entrehierros. La comprobación

experimental se realiza únicamente mediante la comparación del valor del flujo magnético en secciones específicas de los núcleos reales y simulados. Las series de medidas, aunque afectadas en algunos casos de altos errores relativos, confirman la validez de los modelos desarrollados. Los resultados obtenidos son muy diferentes, dependiendo de la magnitud que se analiza:

- a) Cuando la cantidad a partir de la cual se deducen los errores de *crosstalk* es el flujo medio a lo largo de las secciones del núcleo, se observa la imposibilidad de reducir ese error a valores compatibles con los descritos en la norma en la situación geométrica más desfavorable. Para un núcleo de permeabilidad relativa constante de valor 20000 con un único entrehierro, el error de *crosstalk* es de 104,1% y para un núcleo de permeabilidad relativa constante de valor 10000 con dos entrehierros, el error es de 77,8% (en ambos casos el entrehierro se encuentra enfrentado al cable exterior y la intensidad de corriente que circula por el cable interior es el 5% de la que circula por el exterior).
- b) Si la magnitud de referencia es la componente tangencial del vector  $\mathbf{B}$  en el centro del entrehierro de un núcleo con un único entrehierro, el error de *crosstalk* en la posición más desfavorable desciende del 3% a partir de permeabilidades constantes mayores de 13000 (la situación más desfavorable coincide con la descrita en el párrafo anterior).
- c) Si la magnitud de referencia es el promedio de las componentes tangenciales del vector  $\mathbf{B}$  en el centro de dos entrehierros opuestos de la misma anchura, el error de *crosstalk* en la posición más desfavorable (la misma que en los casos anteriores) es de 2,33% para una permeabilidad relativa constante de 5000 y de 1,18% cuando el valor de permeabilidad es de 20000. También he observado la existencia de una posición del núcleo (entrehierros opuestos y equidistantes del cable exterior) en el que el error de *crosstalk* se hace prácticamente independiente del espesor de los entrehierros (para permeabilidades relativas constantes superiores a 5000).

El modelo del núcleo con dos entrehierros opuestos de anchura 1,6 mm lo empleo para determinar la clase de una pinza amperimétrica que mide la corriente mediante la señal promediada de la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  en los entrehierros. Esta señal puede proceder de sensores de efecto Hall situados en los entrehierros. El material es el mismo que el empleado en el modelo de pinza comercial cerrada de 1000 A. Los resultados me permiten conocer los errores que presentaría la pinza en ausencia de campos magnéticos exteriores y proponer una corrección mediante una recta de regresión que ajusta mejor la relación lineal que existe entre la señal procedente de los sensores de efecto Hall y la intensidad de corriente que circula por el cable interior. El máximo error de *crosstalk*, determinado en la posición más desfavorable observada en las simulaciones lineales, y corregido por la recta de regresión es de 4,08%, por lo que la pinza no alcanza la clase de precisión 1,0.

V.- El apantallamiento magnético mediante materiales de alta permeabilidad es la manera más sencilla y barata para atenuar campos magnéticos. Esta es la razón por lo que realicé el modelo de una pantalla magnética, proceso descrito en el capítulo 5, que posteriormente empleo para reducir los errores de *crosstalk* del modelo de pinza empleado como ejemplo en el apartado anterior. La validez del modelo lineal la verifico comparando los valores del factor de apantallamiento obtenido en el modelo modificado de pantalla (incremento de la altura) con los valores analíticos de una pantalla del mismo espesor y radio, pero de longitud infinita (caso bidimensional). Cuando el cociente entre la longitud y el radio de la pantalla simulada es de 8,7, el error relativo del factor de apantallamiento es de 0,5%. Los resultados del modelo de la pantalla corta no lineal los comparo con medidas procedentes de sensores de efecto Hall y de bobinas sensoras. Los valores de  $\mathbf{B}$  medidos presentan la misma tendencia que los simulados, aunque los errores relativos alcanzan el 60%. Los valores experimentales observados de flujo en núcleos magnéticos están más ajustados (el máximo valor del error relativo es de 1,83%) y permiten validar el modelo.

De lo analizado puedo concluir:

- a) La importancia de una simulación tridimensional de pantallas cortas (relación altura-radio pequeña) debido a la distorsión observada en la simetría de las líneas de campo magnético provocado por el acortamiento de la pantalla y la aparición de puntos interiores de la pantalla en los que se anula el vector  $\mathbf{B}$ .
- b) La posibilidad de reorientar las líneas de campo magnético en el exterior de la pantalla procedentes de corriente eléctricas interiores a la pantalla, efecto que permite reducir los errores procedentes del descentramiento del cable interior, analizados en [LET 04\_I].
- c) La definición del factor de apantallamiento tangencial, que se ajusta mejor al apantallamiento efectivo de una pantalla cuando se emplea la componente tangencial de  $\mathbf{B}$  como valor para deducir la intensidad de corriente eléctrica.

Una vez comprobada la validez de los modelos de pantallas no lineales, añado al modelo de la pinza ampermétrica comercial de dos entrehierros opuestos y 1000 A una pantalla magnética del mismo material que el empleado para el núcleo, que me permite observar su efecto sobre los errores de *crosstalk* y determinar la nueva clase del instrumento. El máximo error de *crosstalk* para la nueva pinza en la posición más desfavorable desciende al 2% cuando por el cable interior circula el 5% de la corriente exterior, cuyo valor es el 100% de la nominal del instrumento. Una pinza con esta estructura de núcleo apantallado pasaría a entrar en la clase de precisión 1,0.

## 6.2. APORTEACIONES DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

Los resultados de este trabajo permiten mejorar el conocimiento que hasta ahora teníamos de:

- las fuentes de errores en la pinzas ampermétricas, y
- los campos magnéticos de baja frecuencia en presencia de materiales magnéticos no lineales.

I.- Se ha realizado un estudio sistemático de la distribución de campos magnéticos procedentes de corrientes eléctricas en núcleos toroidales de materiales magnéticos empleando el MEF. Se ha estudiado la variación de los campos magnéticos en función de la permeabilidad magnética, de la intensidad de las corrientes eléctricas y de la posición de los conductores por donde circula. Estos resultados confirman los obtenidos mediante cálculos analíticos basados en la teoría de los circuitos magnéticos, permitiendo observar sus limitaciones y analizar situaciones que, por su geometría, no habían sido desarrolladas anteriormente.

II.- Se han analizado la influencia de los entrehierros en núcleos magnéticos toroidales, observando como afectaba su anchura, su posición respecto de conductores exteriores y el número de ellos en los campos magnéticos en el interior de los núcleos y en el entorno de los entrehierros. Los estudios sobre el efecto de los entrehierros en núcleos son poco frecuentes y difíciles de obtener, por lo que los datos que se aportan en este trabajo suponen una valiosa contribución, al contemplar geometrías poco frecuentes y haber sido contrastadas con medidas.

III.- Son también escasos los estudios tridimensionales de pantallas magnéticas cilíndricas aplicadas a los instrumentos de medida de corriente eléctrica. Se ha desarrollado un modelo numérico de pantalla magnética corta y muy delgada, cuyos resultados he podido comparar con medidas y valores analíticos. Estos datos me han permitido conocer las limitaciones de este método de atenuación de los campos magnéticos y la importancia del comportamiento no lineal del material. He observado la variación del factor de apantallamiento en función de la altura de la pantalla y de la permeabilidad del material, tanto

ante campos magnéticos exteriores uniformes como ante campos procedentes de corrientes eléctricas interiores y exteriores a la pantalla.

IV.- Se ha demostrado la validez del procedimiento seguido para proponer cambios geométricos y de materiales en pinzas amperimétricas ya construidas, que permiten mejorar su clase sin necesidad de realizar prototipos ni medidas en el laboratorio, ahorrando recursos y tiempo durante la fase de I+D.

V.- El estudio realizado complementa la teoría clásica de los circuitos magnéticos, ya que analiza con precisión casos prácticos que la teoría procedente de la ley de Ampère solo puede resolver de forma aproximada. También permite una mejor interpretación de los cambios que las líneas del campo magnético sufren en presencia de materiales magnéticos no lineales y de alta permeabilidad, cambios difíciles de imaginar partiendo solamente de las expresiones matemáticas procedentes de las ecuaciones de Maxwell.

### 6.3. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS

Respecto al futuro de este trabajo de investigación, expongo a continuación una serie de actividades que pueden - realizadas de forma progresiva - continuar la labor de interpretación de los campos magnéticos creados por conductores de corriente eléctrica en entornos industriales y de perfeccionamiento de los instrumentos para medirla.

*I.- Análisis de los núcleos y las pantallas magnéticas considerando las corrientes parásitas y los efectos de proximidad de los conductores*

Empleando la opción de modelar los núcleos magnéticos mediante láminas apiladas y aisladas eléctricamente, se reharían con *Modeller* los modelos de núcleos que presentan mayores errores de *crosstalk*. Para la simulación numérica emplearíamos el módulo *Elektra SS*, que considera el efecto de la variación temporal de la corriente en régimen estacionario senoidal. La comparación de los errores obtenidos en estas simulaciones se compararían con los presentados en este trabajo, permitiendo conocer el alcance que tienen estos efectos sobre la estimación inicial de los errores de *crosstalk*.

*II.- Sustitución de conductores filiformes por pletinas conductoras, modificando la geometría del núcleo.*

Cuando por los conductores debe circular una alta intensidad de corriente, su sección es demasiado grande como para suponerlos filiformes, tal y como yo los he estado considerando. Además, su geometría deja de ser circular, siendo más comunes las secciones rectangulares. Esta es la razón por la que muchas pinzas amperimétricas comerciales empleadas para medir altas intensidades de corriente tengan formas diferentes a las que yo he estudiado.

Partiendo de las conclusiones de este trabajo y de los ya realizados descritos en [USO 03], se podrían realizar modelos constituidos por pletinas conductoras y núcleos cuya forma se adaptara mejor a esa geometría rectangular de la sección.

*III.- Estudiar la posibilidad de crear un único modelo a partir del cual puedan inferirse conclusiones sobre el comportamiento de pinzas mayores o menores.*

Las leyes de semejanza y la definición de los números adimensionales se han aplicado en Mecánica de Fluidos para el desarrollo de modelos a escala que permiten experimentar únicamente con un prototipo a escala reducida de la máquina hidráulica o series de máquinas semejantes que se quieren desarrollar [MAT 86].

En el caso que me ocupa, he empleado ya valores adimensionales relativos a las distancias entre el núcleo y los conductores exteriores ( $r_n$ ), y a la anchura del entrehierro. También he realizado dos modelos de núcleos semejantes, uno aplicado a la medida de corrientes de intensidad nominal máxima de 300 A y otro de intensidades hasta 1000 A. La relación dimensional entre estos modelos es aproximadamente de 2. Sobre el modelo de menores dimensiones se podrían añadir conductores e introducir entrehierros para posteriormente comparar los resultados con los obtenidos en el modelo dos veces mayor y observar cuáles de los resultados pueden escalarse y si se pueden establecer algunas relaciones de semejanza.

*IV.- Determinación de las inductancias de vacío y de dispersión y de las capacidades parásitas del modelo circuital del transformador de corriente para realizar el estudio en función de la frecuencia.*

Un método para el estudio del comportamiento de núcleos magnéticos semejantes a los que he analizado en función de la frecuencia y apoyado en resultados procedentes del MEF se describe en [POU 01]. Básicamente se trata de utilizar el MEF para el cálculo de la energía electrostática y magnética en un determinado volumen para, a partir de ellas, determinar los valores de inductancia y capacidad. Estos valores se trasladan al circuito equivalente, que se analiza mediante técnicas de teoría de circuitos.

*V.- Algoritmos de optimización y diseño basados en unos pocos resultados del cálculo con MEF.*

La búsqueda de una función objetivo  $F(\mathbf{X}_i)$ , con  $\mathbf{X}_i$  el vector de las variables de diseño propuestas, y su posterior minimización es el procedimiento empleado en [TSI 06] para diseñar la pantalla eléctrica en un transformador de potencia. Este procedimiento emplea resultados del MEF para conocer las variaciones en las pérdidas de potencia que se producen en la pantalla al modificar su geometría. Este mismo método podría emplearse para mejorar el diseño de las pinzas amperimétricas, tratando de reducir en lo posible el volumen de material empleado en la construcción del instrumento sin perder sus propiedades metrológicas.

**BIBLIOGRAFÍA**



- \* [ABB 05] "Instrument Transformer Reference" Publicación 1VAP420001-TG, rev. E, Marzo 2005. ABB Inc. [www.abb.com](http://www.abb.com). (On-Line).
- \* [AEM 02] "Selection guide to Clamp-On Current Probes" AEMC Instruments. [www.aemc.com/techinfo/](http://www.aemc.com/techinfo/) (On-Line).
- \* [ANS 91] IEEE Std 393-1991 (revision of IEEE Std 393-1977) "IEEE Standard for Test Procedures for Magnetic cores". IEEE Power Electronics Society.
- \* [ARC 97] Arcas, J. Gómez-Polo, C. Vázquez, M. Hernando, A. "Sensors applications based on induced magnetic anisotropy in toroidal cores" Sensors and Actuators A 59 (1997) pp. 101-104.
- \* [BAC 99] Backström, G. "Fields of Physics by Finite Element Analysis - An Introduction", Studentlitteratur 1998.
- \* [BAN 04] Banos, M. "New Developments in Current Sensors" Power Electronics Europe. Issue 3 pp. 23-25. 2004.
- \* [BAR 70] Bardell, P.R. "Los materiales magnéticos en la industria eléctrica". Ediciones Urmo. 1970.
- \* [BAS 03] Bastos, J.P. Sadowski, N. "Electromagnetic Modelling by Finite Element Methods", Marcel Dekker, Inc. Nueva York. 2003.
- \* [BAZ 00] Bazzocchi, R., Di Renzo, L. "Interference rejection algorithm for current measurement using magnetic sensor arrays" Sensor and Actuators 85 (2000) pp. 38-41.
- \* [BEL 05\_I] Bell, F.W. Drafts, B. "A tutorial on the new magnetoresistive technology current sensors" (On-Line) [www.sypris.com](http://www.sypris.com). 2005.
- \* [BEL 05\_II] Beltran, H. Fuster, V. Quijano, A. "Optimal shielding thickness of low frequency magnetic fields" XII International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering. Baiona, Spain, September 2005.
- \* [BEN 00] Benshun, Y. Chu, C.B. Chiang, K.S. Chung H.S.H. "New Design of Optical Electric-Current Sensor for Sensitivity Improvement", IEEE Trans. Instrumentation and Measurement. Vol. 49, No.º2, pp. 418-423. April 2000.
- \* [BER 03\_I] Bera, S.C. Chattopadhyay, S. "Study of an accurate dc busbar current measurement technique by using a transductor based network", Measurement, Vol. 34, pp. 255-261, 2003.
- \* [BER 03\_II] Berleze, S. Robert, R. "Skin and Proximity Effects in Nonmagnetic Conductors" IEEE Transactions on Education, Vol. 46, No. 3, pp 368-372. August 2003.
- \* [BERR 06] Berrosteguieta, J. "Introducción a los transformadores de medida", Electrotécnia Arteche Hnos., S.A. [www.arteche.com/castellano/soluciones\\_equipos/transfo\\_interior.html](http://www.arteche.com/castellano/soluciones_equipos/transfo_interior.html). (On-Line).
- \* [BLA 05] Blas, A. de "Modelización de la histéresis magnética y su aplicación al cálculo numérico en máquinas eléctricas" Tesis Doctoral. Departamento de Ingeniería Eléctrica. UPC. Barcelona. Nov. 2005 [www.tesisenxarxa.net/ESIS\\_UPC](http://www.tesisenxarxa.net/ESIS_UPC). (On - Line).
- \* [BOZ 90] Bozoki, B. et al."Gapped core current transformer characteristics and performances" IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 5, No. 4, pp. 1732-1740, Nov. 1990.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- \* [BRA 93] Brauer, J.R. "What every engineer should know about Finite Element Analysis" 2<sup>a</sup> Edición. Marcel Dekker, Inc. Nueva York 1993.
- \* [BUL 01] Bulte, D. Langman, R. "Comparison of the Normal and Initial Induction Curves" IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 37, No. 6, pp. 3892-3899. Nov. 2001.
- \* [CAN 04] Canova, A. Gruosso, G. Repetto, M. "Optimal shielding of low frequency fields". COMPEL Vol. 23, No. 1, pp. 173-186, 2004.
- \* [CAR 97] Carod, E.S. Ruiz, I. Apuntes para el curso de doctorado "El Método de los Elementos Finitos en Problemas Eléctricos y Magnéticos." Departamento de Ingeniería Eléctrica. Universidad de Zaragoza. Curso 1996-1997.
- \* [CAR 05] Carsten, B "Inductor designs for High Frequencies". Disponible en [http://www.micrometals.com/appnotes\\_index.html](http://www.micrometals.com/appnotes_index.html) (On-Line).
- \* [CHR 1893] Christie, W.H.M "Dynamo Shielding". The Observatory. Vol. 16, No. 206, pp. 345-348. October 1893.
- \* [COR 01] Corney, A.C. "Simple absolute method for current transformer calibration". IEEE Trans. Instrumentation and Measurement. Vol. 50, No. 2, pp. 278-281. April 2001.
- \* [COR 45] Corrales, J. "Teoría, Cálculo y Construcción de Transformadores" Editorial Labor, S.A. Barcelona 1945.
- \* [CRI 01] Cristaldi, L. Ferrero, A. Lazzaroni, M. Ottoboni, R. "A Linearization Method for Commercial Hall-Effect Current Transducers." IEEE Trans. Instrumentation and Measurement. Vol. 50, No. 5, pp. 1149-1153. Oct. 2001.
- \* [CRU 98] Cruden, A. Michie, C. Madden, I. Niewczas, P. McDonald, J.R. Andonovic, I. "Optical current measurement system for high-voltage applications". Measurement 24 (1998), pp. 97-102.
- \* [DAN 01] D'Antona, G. Di Rienzo, L. Ottoboni, R. Manara, A. "Processing magnetic sensor array data for AC current measurement in multiconductor systems" IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, Vol. 50, No. 5, pp. 1289-1295, Oct. 2001.
- \* [DIC 05] Dickinson, R. "Managing External Magnetic Field Interference When Using the ACS704". <http://www.allegromicro.com/techpub2/an/an26030.pdf>. 2005. On-line.
- \* [DIR 01] Di Rienzo, L. Bazzocchi, R. Manara, A. "Circular Arrays of Magnetic Sensors for Current Measurement." IEEE Trans. Instrumentation and Measurement. Vol. 50, No. 5, pp 1093-1096. 2001.
- \* [DOW 66] Dowell, P.L. "Effects of eddy currents on transformer windings", Proc. IEEE, vol. 113, No. 8, pp. 1387-1394, 1966.
- \* [DRA 99] Draxler, K. Styblíková, R. "Sources of additional errors of the instrument current transformers", Proc. of XV IMEKO World Congres, Osaka, Japan, June 13-18, 1999.
- \* [DUC 03] Ducharme, B. Masson, J.P. Scoretti, R. Lefebvre, B. "Modelling of a current sensor" International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics. 18, pp. 1-4. (2003).
- \* [DWI 19] Dwight, H. B. "Some New Formulas for Reactance Coils" Trans. A.I.E.E., 1919, pag. 1688.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- \* [EMT 01] "Alternative Transients Program". [www.emtp.org](http://www.emtp.org) (On-Line).
- \* [EUA 97] European Accreditation, "Expression of the uncertainty of measurement in calibration." Publication reference EA-4/02, 1<sup>a</sup> Ed, 1997.
- \* [FRA 95] Fraile, J.J. "Máquinas Eléctricas", Colegio de Ingenieros, Canales y Puertos. Colección Escuelas. 3<sup>a</sup> Edición. 1995.
- \* [GAN 11] Gans, R. "The measurement of the curve of reversible susceptibility" Physikalische Zeitschrift 12 pp. 1053-1054. 1911.
- \* [GHI 99] Ghislanzoni, L. Carrasco, J.A. "A DC Current Transformer for Large Bandwidth and High Common-Mode Rejection" IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 46, No. 3, pp. 631-636, June 1999.
- \* [HAM 94] Hammond, P. Sykulski, J.K. "Engineering Electromagnetism. Physical Processes and Computation". Oxford Science Publications. Oxford University Press. Nueva York. 1994.
- \* [HIT 04] Hitachi Metals Ltd. "FINIMET<sup>TM</sup> Nanocrystalline soft magnetic material" Catalog No. HL-FM10-B. [www.hitachi-metals.co.jp](http://www.hitachi-metals.co.jp).
- \* [HON 02] "Magnetic current sensing AN-209 overview", [www.ssec.honeywell.com/magnetic/datasheets/an209.pdf](http://www.ssec.honeywell.com/magnetic/datasheets/an209.pdf). 2002 (Online).
- \* [HON 06] [www.honeywell.com/sites/honeywell/](http://www.honeywell.com/sites/honeywell/), <http://catalog.sensing.honeywell.com/>. Catálogo de sensores. 2006 (Online).
- \* [HUB 03] Hubin, M. "Traité sur les capteurs et la conception instrumentale." <http://membres.lycos.fr/michelhubin/>. 2003.
- \* [ILO 96] Ilo, A. Weiser, B. Booth, T. Pfützner, H. "Influence of geometric parameters on the magnetic properties of model transformer cores" Journal of Magnetism and Magnetic Materials 160 (1996) 38-40.
- \* [IMA 98] Imamura, M. Nakahara, M. Yamaguchi, T. Tamura, S. "Analysis of magnetic fields due to three-phase bus bar currents for the design of an optical current transformer", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 34, No. 4, July 1998.
- \* [IRI 01] Irigoyen, A. Gómez-Polo, C. Pérez-Conde, J. "New current transformer device based on non-magnetostrictive amorphous ribbons", Sensors and Actuators A 91, pp. 76-79, 2001.
- \* [JIN 02] Jin, J. "The finite element method in electromagnetics", Second edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2002.
- \* [KAR 11] Karapetoff, V. "The Magnetic Circuit", pp. 27-31 and Chaps. V y VI. McGraw-Hill Book Company. New York. 1911.
- \* [KNO 41] Knowlton, A.E. "Standard Handbook for Electrical Engineers" 7<sup>a</sup> Ed. McGraw-Hill Book Company. 1941.
- \* [KUS 64\_I] Kusters, N.L. "The precise measurement of current ratios" IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. Vol. IM-13, pp. 197-209, Dec. 1964.

- \* [KUS 64\_II] Kusters, N.L. Moore, W.J.M. Miljanic, P.N. "A Current Comparator for the Precision Measurement of D-C Ratios". IEEE Trans. Commun. Elect., Vol. CE-70, pp. 22-27, January 1964.
- \* [KUT 98] Kutkut, N.H. Divan, D.M. "Optimal Air-Gap Desing in High-Frequency Foil Windings". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 13, No. 5, pp. 942-949. Sep. 1998.
- \* [LAN 97] Lange, D. "Calculation of the reversible permeability of gapped cores from measured ring core data", Journal de Physique IV 7 (C1), pp. 137-138. Mar. 1997.
- \* [LEF 03] Le Floch, Y. Meunier, G. Guérin, C. Labie, P. Brunotte, X. Boudaud, D. "Coupled Problem Computation of 3-D Multiply Connected Magnetic Circuits and Electric Circuits". IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 39, No. 3, pp. 1725-1728. May 1998.
- \* [LET 04\_I] Letosa, J. Artal, J.S. Samplón, M. Usón, A. Arcega, F.J. "Modelization of current sensors by finite elements method". Measurement, Vol. 35, (2004). pp 233-241. April 2004.
- \* [LET 04\_II] Letosa, J. Usón, A. Artal, J.S. Samplón, M. Arcega, F.J. "Uncertainties associated with current measurements. Analysis by the finite element method". International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics. Vol. 19, pp. 159-164. 2004.
- \* [LIN 04] Lindblom, A. Isberg, J. Bernhoff, H. "Calculating the coupling factor in a multilayer coaxial transformer with air core". IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 40, No. 5, pp. 3244-3248. Sep. 2004.
- \* [LOC 01] Locci, N. Muscas, C. "Hysteresis and Eddy Currents Compensation in Current Transformers". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 16, No. 2, pp. 154-159, April 2001.
- \* [LOW 86] Lowther, D.A. Silvester, P.P. "Computer-Aided Design in Magnetics" Springer-Verlag. Nueva York. 1986.
- \* [MAC 65] MacMartin, M.P. Kusters, N.L. "A self-balancing direct current comparator for 20 000 amperes" IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-1, No. 4, pp. 396-402. Dec. 1965.
- \* [MAL 87] Malmivuo, J. Lekkala, J. Kontro, P. Suomaa, L. Vihinen, H. "Improvement of the properties of an eddy current magnetic shield with active compensation". J. Phys. E: Sci. Instrum. 20 (1987).
- \* [MAT 86] Mataix, C. "Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas" 2<sup>a</sup> Edición. Ediciones del Castillo, S.A. Madrid. 1986.
- \* [MIC 05] Micrometal, Inc., Catálogo On-line de material. [www.micrometal.com](http://www.micrometal.com).
- \* [MIL 91] Miljanic, P.N. So, E. Moore, J.M. "An electronically Enhanced Magnetic Core for Current Transformers". IEEE Trans. Instrumentation and Measurement. Vol. 40, No. 2, pp. 410-414. April 1991.
- \* [MIL 97] Miljanic, P.N. "Mutual Inductance Highly Independent of Primary Winding Position and Ambient Fields" IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 46. No. 2 pp. 471-473. April 1997.
- \* [MOO 88] Moore, W.J.M. Miljanic, P.N., "The current comparator", Inst. Elec. Eng. Electrical Measurement Series, Vol .4, London U.K. Peter Peregrinus, 1988.
- \* [MSC 00] Magnetic Shield Corporation. "Co-Netic & Netic magnetic shielding alloys". Catálogo MG-7A.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- \* [MUT 01] Muthumuni, D. McLaren, P.G. Chandrasena, W. Parker, A. "Simulation model of an air gapped current transformer" Power Engineering Society Winter Meeting, 2001. IEEE.
- \* [NAK 02] Nakmahachalasint, P. Ngo, K.D.T. "Generalized formulation for the description of hysteresis in soft magnetic materials" IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 38. No. 1 pp. 200-204. January 2002.
- \* [NAK 03] Nakmahachalasint, P. Ngo, K.D.T. "High-temperature, high-frequency characterization system for power ferrites" IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 52. No. 3 pp. 804-808. June 2003.
- \* [NAS 98] Nasser, H.K. Deepak, M.D. "Optimal Air-Gap Design in High-Frequency Foil Windings", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 13, No. 5, September 1998.
- \* [NIE 01] Niewczas, P. Madden, W. L. Michie, W.C. Cruden, A. McDonald, J.M. "Magnetic Crosstalk Compensation for an Optical Current Transducer." IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, Vol. 50, No. 5, pp. 1071-1075. October 2001.
- \* [OPE 02] OPERA-3d User Guide. Version 8.7. Chapter 6, pp. 9-18. Vector Fields Limited.
- \* [PER 1894] Perry, J. "Magnetic shielding by a hollow iron cylinder. Simplest case". Proceedings of the Physical Society of London, Vol. 13, pp. 462-501, 1894.
- \* [POU 01] Pouliche, P. "Modélisation, conception et réalisation de capteurs de courant performants". Ph.D. dissertation, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, Octubre 2001.
- \* [POU 03] Pouliche, P. Costa, F. Labouré, E. "High-Frequency Modeling of a Current Transformer by Finite-Element Simulation" IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 39, No. 2, pp. 998-1007. March 2003.
- \* [POU 05] Pouliche, P. Costa, F. "A New High-Current Large-Bandwidth DC Active Current Probe for Power Electronics Measurements" IEEE Transactions on Industrial Electronics", Vol. 52, No. 1, pp. 243-254. February 2005.
- \* [RAM 96] Ramboz, J.D. "A Highly Accurate, Hand Held Clamp-on Current Transformer" IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 45, No. 45, April 1996.
- \* [RAS 85] Ras, E. "Transformadores de Potencia, de Medida y de Protección" 6<sup>a</sup> Ed. Marcombo-Boixareu. 1985.
- \* [REI 96] Reitz, J.R., Milford, F.J., Christy, R.W. "Fundamentos de la teoría electromagnética" 4<sup>a</sup> Ed. Addison-Wesley Iberoamericana. 1996.
- \* [REE 00] Reece, A.B. Preston, T.W. "Finite Element Methods in Electrical Power Engineering" Oxford University Press. Oxford. 2000.
- \* [RES 70] Resnick, R., Halliday, D., "Física, parte II" 2<sup>a</sup> Edición. Compañía Editorial Continental, S.A. 1970.
- \* [RIP 94] Ripka, P. "Magnetic sensors for industrial and field applications" Sens. Actuators A 41-42 (1994) pp. 394-397.

- \* [RIP 96] Ripka, P. Kejik, P. Kaspar, P. Draxler, K. "Precise DC current sensors." IEEE Instrumentations and Measurement Technology Conference, June 4-6, 1996, pp. 1479-1483.
- \* [RIP 01] Ripka, P. "Magnetic sensors and magnetometers" Artech House, London, U.K. 2001.
- \* [RIP 05] Ripka, P. Kubik, J. Duffy, M. Hurley, W.G., O'Reilly, S. "Current sensor in PCB technology" IEEE Sensors Journal, Vol. 5, No. 3, June 2005, pp. 433-438.
- \* [ROB 88] Robert, P. "Electrical and Magnetic Properties of Materials". Artech House, Inc. 1988.
- \* [ROS 16] Rosa, E. B. Grover, F. W. "Formulas and Tables for the Calculation of Mutual and Selfinductance", Scientific Paper 169 of the Bureau of Standards, Washington, D.C. 1916. Published also as Part 1 of Vol. 8 of the Bulletin of the Bureau of Standards. Contains also skin effect tables.
- \* [ROT 01] Rothwell, E.J. Cloud, M.J. "Electromagnetics" CRC Press. 2001.
- \* [RÜC 1893] Rücker, A. W. "On magnetic shielding of concentric spherical shells"; Proceedings of the Physical Society of London, Vol. 12, pp. 462-501, 1893.
- \* [SCH 97] Schott, C. et al. "High-accuracy analog Hall probe" IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. Vol. 46, No 2, pp. 613-616, April 1997.
- \* [SIE 75] Siemens AG "Técnica de las medidas eléctricas". Editorial Dossat, S.A. 1975.
- \* [SIL 96] Silvestre, P.P. Ferrari, R.L. "Finite Elements for Electrical Engineers" 3<sup>a</sup> edición. Cambridge University Press. 1996.
- \* [SHI 90] Shiyan, R. "A 100 000-A High Precision On-Site Measurement Calibration Device for Heavy Direct Current". IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 39, No. 1, pp. 19-22. February 1990.
- \* [SHI 91] Shiyan, R. Hengchun, D. "A 300 000-A High Precision DC Comparator for On-Line Calibration and Measurement". IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 40, No. 2, pp. 281-283, April 1991.
- \* [SIM 79] Simkin, J. Trowbridge, C.W. "On the use of total scalar potential in the numerical solutions of field problems in Electromagnetics". International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 14, pp. 423-440, 1979.
- \* [SIM 80] Simkin, J. Trowbridge, C.W. "Three-dimensional nonlinear electromagnetic field computations, using scalar potentials". IEE Proceedings-B Electric Power Applications, Vol. 127, No. 6, pp. 368-374. November 1980.
- \* [SIM 91] Simkin, J. Trowbridge, C.W. "Finite Elements and Magnetic Scalar Potentials". Incluido en el libro "The finite element method in the 1990's", Ed. E. Oñate et al., Springer-Verlag, CIMNE, Barcelona, pp. 509 y siguientes, 1991. I.S.B.N. 84-87867-04-9.
- \* [SLO 00] Slomovitz, D. "Electronic Error Reduction System for Clamp-On Probes and Measuring Current Transformers" IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 49, No. 6, pp. 1278-1281, December 2000.
- \* [SLO 05] Slomovitz, D. De Souza, H. "Shielded Electronic Current Transformer" IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 54, No. 2, pp. 500-502, April 2005.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- \* [SOE 93] So, E. Ren, S. Bennett, D.A. "High-Current High-Precision Openable-Core AC and AC/DC Current Transformers" IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 42, No. 2, pp. 571-576. April 1993.
- \* [SOE 97] So, E. Bennett, D.A. "A Low-Current Multistage Clamp-On Current Transformer with Ratio Errors Below  $50 \times 10^{-6}$ " IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 46, No. 2, pp 454-458. April 1997.
- \* [SOU 72] Souders, T.M. "Wide-band two-stage current transformers of high accuracy" IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. IM-21, pp. 340-349. Nov. 1972.
- \* [SUM 87] Sumner, T.J. Pendlebury, J.M. Smith, K.F. "Conventional magnetic shielding" J. Phys. D: Appl. Phys. 20 (1987), pp. 1095-1101.
- \* [TRO 06] Trowbridge, C.W. Sykulski, J.K. "Some key developments in computational Electromagnetics and their attribution". IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 42, No. 4, pp. 503-508. April 2006.
- \* [TSI 06] Tsivgouli, A.J. Tsili, M.A. Kladas, A.G. Georgilakis, P.S. Souflaris, A.T. Skarlatini, A.D. "Geometry optimization of electric shielding in power transformers based on finite element method". Journal of Materials Processing Technology 181 (2007), pp. 159-164. 2006.
- \* [TZI 00] Tziovaras, D.A. et al. "Mathematical Models for Current, Voltage and Coupling Capacitor Voltage Transformers". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 15, No. 1, pp. 62-72. January 2000.
- \* [UNE 00] Transformadores de Instrumentación: Parte I: Transformadores de corriente, Enero 2000. UNE-EN 60044-1 (CEI 60044-1:1996). Aenor 2000.
- \* [USO 03] Usón, A. Artal, J.S. Letosa, J. Samplón, M. Arcega F.J. "An examination of current measurement deviation when using rectangular cross-section conductors". CLEEE, Actas 8<sup>as</sup> Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica. Vilamoura (Portugal). Junio 2003.
- \* [USO 05\_I] Usón, A. Letosa, J. Arcega, F.J. Samplón, M. Artal, J.S. "Study of Measurement Errors in a Current Sensor with Air-Gaps", International Conference of Renewable Energy and Power Quality (ICREPQ'05) Zaragoza, 16-18 of March of 2005.
- \* [USO 05\_II] Usón, A. Letosa, J. Arcega, F.J. Samplón, M. Artal, J.S. "Analysis of Passive Magnetic Shielding for Reducing Crosstalk Errors in Current Sensors", XII International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering. Baiona, Spain, September 2005.
- \* [USO 05\_III] Usón, A. Letosa, J. Arcega, F.J. Samplón, M. Artal, J.S. "Analysis by finite element method of the crosstalk compensation procedures for current transducers", XII International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering. Baiona, Spain, September 2005.
- \* [VAC 05] Vacuumschmelz. Catálogo On-line de productos. [www.vacuumschmelze.de](http://www.vacuumschmelze.de).
- \* [WAK 05] Waki, H., Igarashi, H. Honma, T. "An analysis of magnetic shielding against DC power lines based on homogenization". COMPEL Vol. 24, No. 2, pp. 566-580. 2005.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- \* [WEI 05] Weibo, L. Chengxiong, M. Jiming, L. "Study of the virtual instrumentations applied to measure pulsed heavy currents" IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, Vol. 54, No. 1, pp. 284-288, Feb. 2005.
- \* [WIL 03] Wilde, J., Lai Y. "Design optimization of an eddy current sensor using the finite element method" Microelectronics Reliability 43, pp. 345-349. 2003.
- \* [YIB 00] Yi, B. Chu, B.C.B. Chiang, K.S., Chung, S.H. "New design of optical electric-current sensor for sensitivity improvement" IEEE Trans. Instrumentation and Measurement. Vol. 49, No.º2, pp. 418-423. Apr. 2000.
- \* [ZIE 80] Zienkiewicz, O.C. "El método de los elementos finitos" Ed. Reverté, S.A. Barcelona. 1980.
- \* [ZIE 94] Zienkiewicz, O.C. Taylor, R.L. "El método de los elementos finitos" Volumen 1º. 4ª Edición. McGraw-Hill CIMNE, Barcelona. 1994.
- \* [ZHU 98] Zhu, M. Xu, K. "A Calibrating Device for Large Direct Current Instruments up to 320 kiloamper-turns" IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 47, No. 3, pp. 711-714. June 1998.
- \* [ZUM 04] Zum, W. "Wenn Stromwandler am Anschlag sind". Bulletin SEV/VSE 24/25. 2004.





APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS AL PERFECCIONAMIENTO DE  
PINZAS AMPERIMÉTRICAS

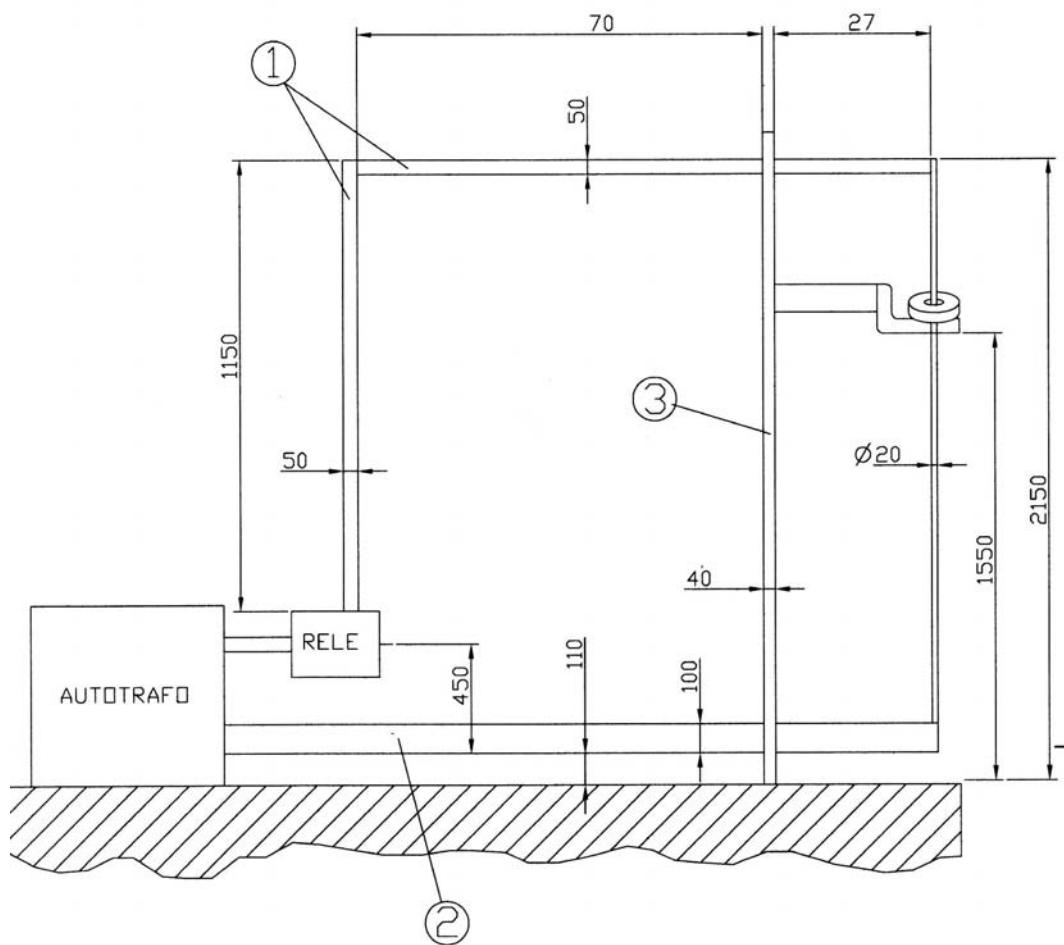
---

**ANEXOS**



## **ANEXO I. DESCRIPCIÓN DE LOS CIRCUITOS DE CORRIENTE ELÉCTRICA EMPLEADOS PARA REALIZAR LAS MEDIDAS EN EL LME**

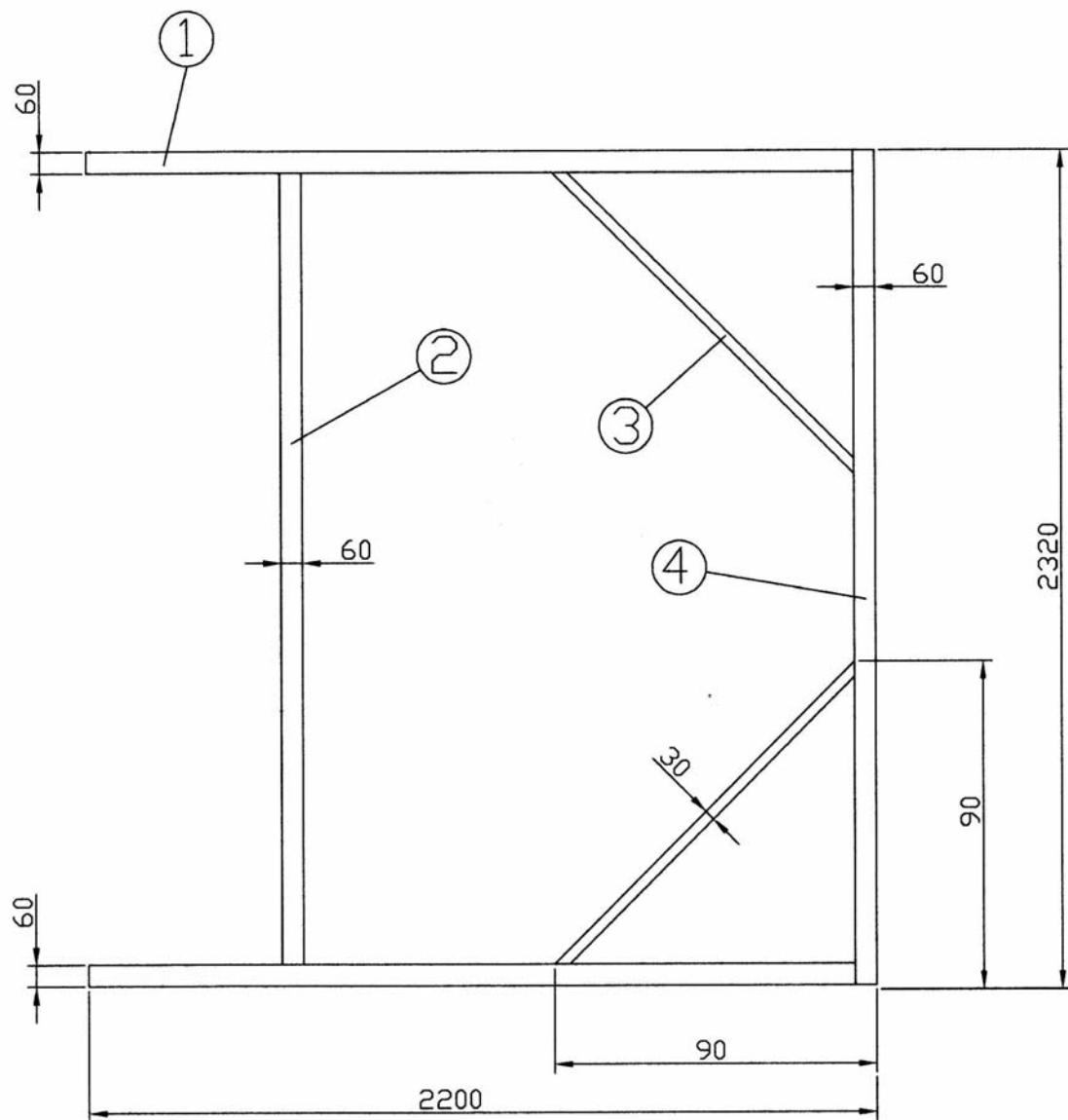
En el LME se encuentra instalado de forma permanente un circuito de corriente eléctrica de 50 Hz, por donde pueden circular corrientes de hasta 1000 A. Está alimentado por un autotransformador, cuyo primario se conecta directamente de la red de baja tensión. La medida de la intensidad de corriente se realiza mediante un transformador corriente Hartmann & Braun de clase 0,2. En la Fig. AI.1 se muestra un esquema de este circuito, formado por dos barras de cobre horizontales que se cortocircuitan con alambre de cobre vertical que se situaba en el exterior y a la distancia normalizada del centro del toroide. Las pletinas nº 1 de cobre tienen una sección de 50 x 10 mm, la pletina nº 2 de cobre tiene una sección 100 x 10 mm. El listón de aluminio nº 3 tiene una sección de 40 x 40 mm. La barra de cobre de 20 mm de diámetro se sustituyó durante las medidas por un alambre de cobre de 6 mm de diámetro.



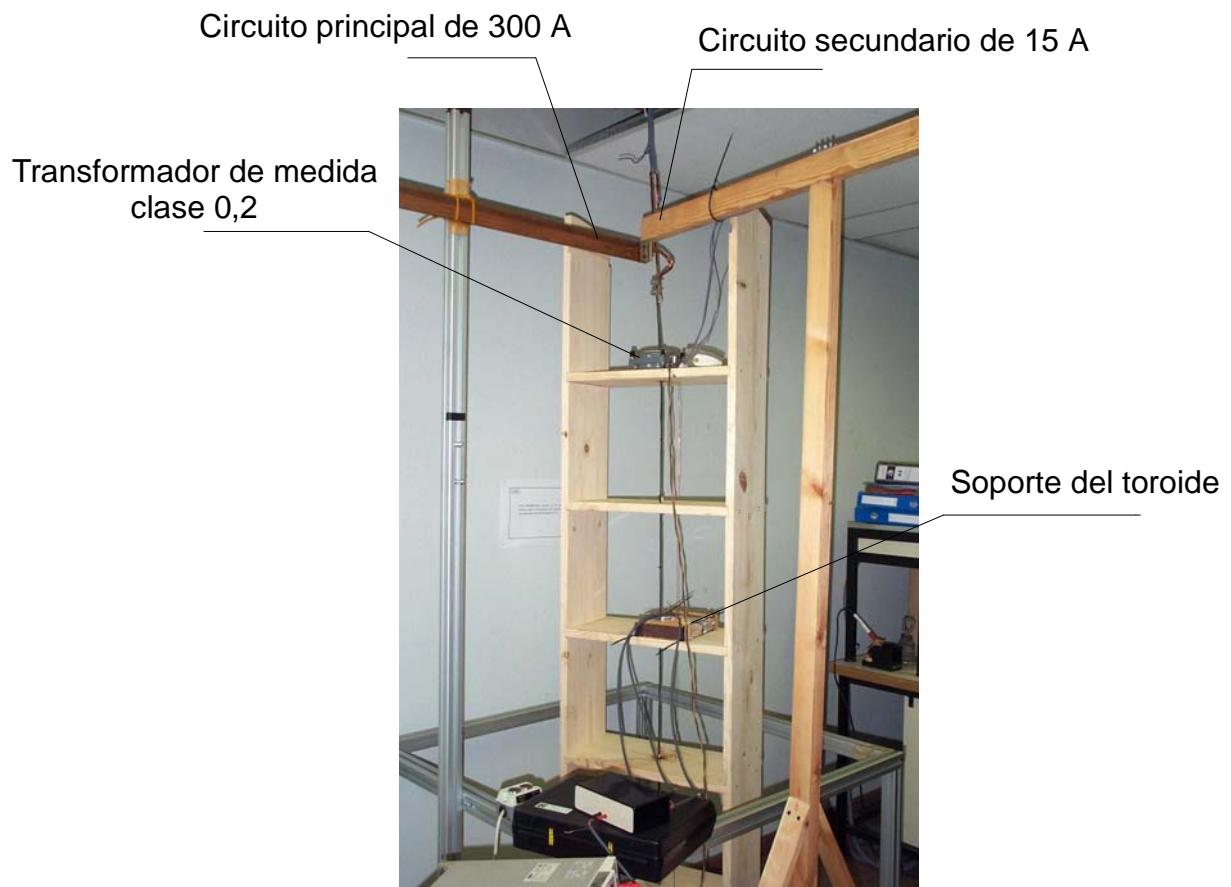
**Fig. AI.1** Esquema del circuito principal de corriente perteneciente al LME.

Para alimentar el circuito de 15 A, cuyo conductor vertical pasa por el centro del toroide, construimos un segundo circuito partiendo de la estructura de madera descrita en la Fig. AI.2. Esta estructura servía de soporte para un cable de cobre aislado con esmalte de  $1,5 \text{ mm}^2$  de sección. El circuito estaba alimentado por un autotransformador que se cortocircuitaba con el alambre vertical de cobre. La medida de la

corriente se realizaba mediante un shunt de 20 A/300 mV. Este circuito se instaló provisionalmente en el LME perpendicularmente al circuito permanente, como se observa en la fotografía de la Fig. AI.3. Los listones de madera nº 1, 2 y 3 tienen una sección de 60 x 30 mm y el nº 3 de 30 x15 mm. Para mantener el paralelismo entre los alambres conductores y fijar la distancia entre ellos, se empleó una estructura de paneles de madera, que permitía también fijar el centro del toroide en el eje del conductor de 15 A.



**Fig. AI.2** Esquema del circuito secundario del circuito empleado para las medidas en el LME



**Fig. AI.3** Disposición de los circuitos de corriente durante la realización de las medidas en el LME

## ANEXO II. MODELOS DE OPERA-3d NOMBRADOS EN EL DOCUMENTO

### CAPÍTULO 3

#### \* Modelo NOGAP.I

Nombre del archivo OPCB: PPA\_YWNL\_NG\_041005\_01.OPCB

*Background:* Potencial total. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 1000 mm, altura = 2000 mm. Data Storage Level (DSL) = 1, Maximun Element Size (MES) = 50, Element type (ET) = lineal. Simetría negativa OXZ.

*Surroundings\_II:* Potencial reducido. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 500 mm, altura = 2000 mm. DSL = 2, MES = 30, ET = lineal.

*Surroundings\_I:* Potencial total. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 100 mm, altura = 100 mm. DSL = 3, MES = 10, ET = lineal.

*Air\_Ext:* Potencial total. Aire. Cilíndro, centrado en el origen, radio = 50 mm, altura = 25,4 mm. DSL = 4, MES = 5, ET = cuadrático.

*Air\_Int:* Potencial total, Aire. Cilíndro, centrado en el origen, radio = 24,5 mm, altura = 25,4 mm DSL = 5, MES = 5, ET = cuadrático.

*Wire\_Case:* Potencial reducido. Aire. Cilíndro, centrado en el origen, radio = 5 mm, altura = 2000 mm. DSL = 6, MES = 5, ET = cuadrático.

*Iron\_Powder\_YW:* Potencial total, Etiqueta del material = Iron\_Powder. Toroide centrado en el orgen de dimensiones DSL = 7, MES = 3, ET = cuadrático.

*Conductor:* Drive Label (DL) = Wire. Sección = cuadrada de 1 mm<sup>2</sup>.

*Número de nodos* 346 436

Database: PPA\_YWNL\_NG\_300W\_041009\_01.OP3, Sim. 03.

*Condiciones de contorno:* en la celda *background* se imponen condiciones de contorno tangenciales en la superficie lateral del cilindro, superficie curva de radio 1000 mm.

*Curva de magnetización:* YW\_1T\_MIC

*Densidad de corriente:* DL = Wire 300 A/mm<sup>2</sup>

*Tiempo de ejecución:* 22 m 33 s en Pentium III, 575 MB, 450 MHz, Windows 98, TOSCA versión 10.017

## CAPÍTULO 3

### \* Modelo NOGAP.II

Nombre del archivo OPCB: PPA\_YWNL\_NG\_041005\_03.OPCB

*Background:* Potencial total. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 1000 mm, altura = 2000 mm. DSL = 1, MES = 50, ET = lineal, Simetría positiva OXY, Simetría negativa OXZ.

*Surroundings\_II:* Potencial reducido. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 500 mm, altura = 2000 mm. DSL = 2, MES = 30, ET = lineal.

*Surroundings\_I:* Potencial total. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 100 mm, altura = 100 mm. DSL = 3, MES = 10, ET = lineal.

*Air\_Ext:* Potencial total. Aire. Cilíndro, centrado en el origen, radio = 50 mm, altura = 25,4 mm. DSL = 4, MES = 5, ET = cuadrático.

*Air\_Int:* Potencial total, Aire. Cilíndro, centrado en el origen, radio = 24,5 mm, altura = 25,4 mm. DSL = 5, MES = 5, ET = cuadrático.

*Wire\_Case:* Potencial reducido. Aire. Cilíndro, centrado el origen, radio = 5 mm, altura = 2000 mm. DSL = 6, MES = 5, ET = cuadrático.

*Iron\_Powder\_YW:* Potencial total, Etiqueta del material = Iron\_Powder. Toroide centrado en el origen de dimensiones  $R_{int} = 24,5$  mm,  $R_{ext} = 38,6$  mm, altura  $h = 25,4$  mm, DSL = 7, MES = 3, ET = cuadrático.

*Conductor:* DL = Wire. Sección = cuadrada de 1 mm<sup>2</sup>.

*Número de nodos* 189 095

Database: PPA\_YWL\_NG\_041005\_03.OP3, Sim. 02.

*Condiciones de contorno:* en la celda *background* se imponen condiciones de contorno tangenciales en la superficie lateral del cilindro, superficie curva de radio 1000 mm.

*Curva de magnetización:* permeabilidad relativa constante de valor 210.

*Densidad de corriente en Wire:* 15 A/mm<sup>2</sup>

*Tiempo de ejecución:* 12 m 30 s en Pentium III, 575 MB, 450 MHz, Windows 98, TOSCA versión 10.017

## CAPÍTULO 3

### \* Modelo NOGAP\_2R1

Nombre del archivo OPCB: PPA\_YWNL\_NG\_15W\_300W2R1\_041224\_01.OPCB

*Background:* Potencial total. Aire. Cilindro centrado en  $x = 49$  mm, radio = 1000 mm, altura = 2000 mm. DSL = 1, MES = 50, ET = lineal, Simetría negativa OXZ. Contiene siete superficies-cuerpos para facilitar el mallado.

*Surroundings\_II:* Potencial reducido. Aire. Cilindro centrado en  $x = 49$  mm, radio = 500 mm, altura = 2000 mm. DSL = 2, MES = 30, ET = lineal.

*Surroundings\_I:* Potencial total. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 100 mm, altura = 100 mm. DSL = 3, MES = 10, ET = lineal.

*Air\_Ext:* Potencial total. Aire. Cilíndro, centrado en el origen, radio = 50 mm, altura = 25,4 mm. DSL = 4, MES = 5, ET = cuadrático.

*Air\_Int:* Potencial total, Aire. Cilíndro, centrado en el origen, radio = 24,5 mm, altura = 25,4 mm DSL = 5, MES = 5, ET = cuadrático.

*Wire\_Case:* Potencial reducido. Aire. Cilíndro, centrado el origen, radio = 5 mm, altura = 2000 mm. DSL = 6, MES = 5, ET = cuadrático.

*Wire\_Ext\_Case\_2R1:* Potencial reducido. Aire. Cilíndro, centrado en  $x = 49$  mm, radio = 5 mm, altura = 2000 mm. DSL = 6, MES = 5, ET = cuadrático.

*Iron\_Powder\_YW:* Potencial total, Etiqueta del material = Iron\_Powder. Toroide centrado en el origen de dimensiones DSL = 7, MES = 3, ET = cuadrático.

*Conductor:* DL = Wire. Sección = cuadrada de  $1 \text{ mm}^2$ .

*Conductor:* DL = Wire\_Ext\_2R1. Sección = cuadrada de  $1 \text{ mm}^2$ .

Número de nodos 502 339

Database: PPA\_YWNL\_NG\_15W\_300W2R1\_050103\_01.OP3, Sim. 01.

*Condiciones de contorno:* en la celda *background* se imponen condiciones de contorno tangenciales en la superficie lateral del cilindro, superficie curva de radio 1000 mm.

*Curva de magnetización:* YW\_1T\_MIC.

*Densidad de corriente en Wire:* 15 A/mm<sup>2</sup>

*Densidad de corriente en Wire\_Ext\_2R1:* 300 A/mm<sup>2</sup>

*Tiempo de ejecución:* 42 m 47s en Pentium III, 575 MB, 450 MHz, Windows 98, TOSCA versión 10.017

## CAPÍTULO 4

### \* Modelo GAP01.I

Nombre del archivo OPCB: PPA\_YWNL\_1G10\_041016\_02.OPCB

*Background:* Potencial total. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 1000 mm, altura = 2000 mm.  
Data Storage Level (DSL) = 1, Maximun Element Size (MES) = 50, Element type (ET) = lineal.  
Simetría negativa OYZ.

*Surroundings\_II:* Potencial reducido. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 500 mm, altura = 2000 mm. DSL = 2, MES = 30, ET = lineal.

*Surroundings\_I:* Potencial total. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 100 mm, altura = 100 mm. DSL = 3, MES = 10, ET = lineal.

*Air\_Ext:* Potencial total. Aire. Cilíndro, centrado en el origen, radio = 50 mm, altura = 25,4 mm. DSL = 4, MES = 5, ET = cuadrático.

*Air\_Int:* Potencial total, Aire. Cilíndro, centrado en el origen, radio = 24,5 mm, altura = 25,4 mm. DSL = 5, MES = 5, ET = cuadrático.

*Wire\_Case:* Potencial reducido. Aire. Cilíndro, centrado el origen, radio = 5 mm, altura = 2000 mm. DSL = 6, MES = 5, ET = cuadrático.

*Iron\_Powder\_YW:* Potencial total, Etiqueta del material = Iron\_Powder. Toroide centrado en el origen de dimensiones DSL = 7, MES = 3, ET = cuadrático.

*Air\_Gap:* Potencial reducido, Volumen prismático situado simétricamente sobre el eje Y, de anchura 1 mm. DSL = 8, MES = 2, ET = cuadrático.

*Conductor:* Drive Label (DL) = Wire. Sección = cuadrada de 1 mm<sup>2</sup>.

Número de nodos 359 624

Database: PPA\_YWNL\_1G10\_300W\_041016\_02.OP3, Sim. 03.

*Condiciones de contorno:* en la celda *background* se imponen condiciones de contorno tangenciales en la superficie lateral del cilindro, superficie curva de radio 1000 mm.

*Curva de magnetización:* YW\_1T\_MIC

*Densidad de corriente en Wire:* 300 A/mm<sup>2</sup>

*Tiempo de ejecución:* 41m 21s en Pentium III, 575 MB, 450 MHz, Windows 98, TOSCA versión 10.017

## CAPÍTULO 4

### \* Modelo GAP02.II

Nombre del archivo OPCB: PPA\_YWNL\_2G16\_300W\_041010\_01.OPCB

*Background:* Potencial total. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 1000 mm, altura = 2000 mm. Data Storage Level (DSL) = 1, Maximun Element Size (MES) = 50, Element type (ET) = lineal. Simetría negativa OXZ.

*Surroundings\_II:* Potencial reducido. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 500 mm, altura = 2000 mm. DSL = 2, MES = 30, ET = lineal.

*Surroundings\_I:* Potencial total. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 100 mm, altura = 100 mm. DSL = 3, MES = 10, ET = lineal.

*Air\_Ex\_Int:* Potencial total. Aire. Cilíndro, centrado en el origen, radio = 60 mm, altura = 60 mm. DSL = 5, MES = 5, ET = cuadrático.

*Wire\_Case:* Potencial reducido. Aire. Cilíndro, centrado el origen, radio = 5 mm, altura = 2000 mm. DSL = 6, MES = 5, ET = cuadrático.

*Iron\_Powder\_{-1}\_XX'*; Potencial total, Etiqueta del material = Iron\_Powder. Mitad del toroide, al que se le ha quitado los dos volúmenes prismáticos de anchura 0,4 mm debidos a la sierra de corte, desplazado 0,4 mm sobre el eje X negativo. DSL = 7, MES = 3, ET = cuadrático.

*Iron\_Powder\_{+1}\_XX'*; Potencial total, Etiqueta del material = Iron\_Powder. Mitad del toroide al que se le ha quitado los dos volúmenes prismáticos de anchura 0,4 mm debidos a la sierra de corte, desplazado 0,4 mm sobre el eje X positivo. DSL = 7, MES = 3, ET = cuadrático.

*Air\_Gap\_{+1}YY'*: Potencial total, Volumen prismático situado simétricamente sobre el eje Y positivo, de anchura 1,6 mm. DSL = 8, MES = 2, ET = cuadrático.

*Air\_Gap\_{-1}YY'*: Potencial total, Volumen prismático situado simétricamente sobre el eje Y negativo, de anchura 1,6 mm. DSL = 8, MES = 2, ET = cuadrático.

*Conductor:* Drive Label (DL) = Wire. Sección = cuadrada de 1 mm<sup>2</sup>.

*Número de nodos:* 449 723

Database: PPA\_YWNL\_2G16\_300W\_041010\_01.OP3, Sim. 02.

*Condiciones de contorno:* en la celda *background* se imponen condiciones de contorno tangenciales en la superficie lateral del cilindro, superficie curva de radio 1000 mm.

*Curva de magnetización:* YW\_1T\_MIC

*Densidad de corriente en Wire:* 300 A/mm<sup>2</sup>

Tiempo de ejecución: 1 h 31 m en Pentium III, 575 MB, 450 MHz, Windows 98, TOSCA versión 10.017

## CAPÍTULO 4

### \* Modelo GAP02.II\_2R1\_FI00

Nombre del archivo OPCB: PPA\_YWNL\_2G16\_300W2R1\_FI00\_041023\_01.OPCB

*Background:* Potencial total. Aire. Cilindro con centro desplazado a x = 49 mm, radio = 1000 mm, altura = 2000 mm. Data Storage Level (DSL) = 1, Maximun Element Size (MES) = 50, Element type (ET) = lineal. Simetría negativa OXZ. Simetría positiva OXY (simulado únicamente ¼ del cilindro).

*Surroundings\_II:* Potencial reducido. Aire. Cilindro con centro desplazado a x = 49 mm, radio = 500 mm, altura = 2000 mm. DSL = 2, MES = 30, ET = lineal.

*Surroundings\_I:* Potencial total. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 100 mm, altura = 100 mm. DSL = 3, MES = 10, ET = lineal.

*Air\_Ex\_Int:* Potencial total. Aire. Cilíndro, centrado en el origen, radio = 60 mm, altura = 60 mm. DSL = 5, MES = 5, ET = cuadrático.

*Wire\_Case:* Potencial reducido. Aire. Cilíndro, centrado el origen, radio = 5 mm, altura = 2000 mm. DSL = 6, MES = 5, ET = cuadrático.

*Wire\_Ext\_Case\_2R1:* Potencial reducido. Aire. Cilíndro, de eje paralelo al eje Z desplazado a x = 49 mm, radio = 5 mm, altura = 2000 mm. DSL = 6, MES = 5, ET = cuadrático.

*Iron\_Powder\_{-1}\_YY:* Potencial total, Etiqueta del material = Iron\_Powder. Mitad del toroide al que se le ha quitado los dos volúmenes prismáticos de anchura 0,4 mm debidos a la sierra de corte, desplazado 0,4 mm sobre el eje Y negativo. DSL = 7, MES = 3, ET = cuadrático.

*Iron\_Powder\_{+1}\_YY:* Potencial total, Etiqueta del material = Iron\_Powder. Mitad del toroide al que se le ha quitado los dos volúmenes prismáticos de anchura 0,4 mm debidos a la sierra de corte, desplazado 0,4 mm sobre el eje Y positivo. DSL = 7, MES = 3, ET = cuadrático.

*Air\_Gap\_{+1}XX:* Potencial total, Volumen prismático situado simétricamente sobre el eje X positivo, de anchura 1,6 mm. DSL = 8, MES = 2, ET = cuadrático.

*Air\_Gap\_{-1}XX:* Potencial total, Volumen prismático situado simétricamente sobre el eje X negativo, de anchura 1,6 mm. DSL = 8, MES = 2, ET = cuadrático.

*Conductor:* Drive Label (DL) = Wire. Sección = cuadrada de 1 mm<sup>2</sup>.

*Conductor:* Drive Label (DL) = Wire\_Ext\_2\*R1. Sección = cuadrada de 1 mm<sup>2</sup>. Situado paralelo al eje X y desplazado a x = 49 mm.

*Número de nodos:* 260 355

Database: PPA\_2G16\_50W\_1000W2R1\_FI00\_051207\_01.OP3, Sim. 01.

*Condiciones de contorno:* en la celda *background* se imponen condiciones de contorno tangenciales en la superficie lateral del cilindro, superficie curva de radio 1000 mm.

*Curva de magnetización:* NETIC\_S3-6

*Densidad de corriente en Wire:* 50 A/mm<sup>2</sup> y en *Wire\_Ext\_2\*R1:* 1000 A/mm<sup>2</sup>

*Tiempo de ejecución:* 21 m 46 s en Pentium IV, 512 MB, 3 GHz, Windows XP, TOSCA version 10.506

## CAPÍTULO 5

### \* Modelo SH.I

Nombre del archivo: PPA\_SS01SHXX\_EXTUNIF\_050720.OPCB

*Background:* Potencial reducido. Aire. Dimensiones (coordenadas en mm) -500 < x < 500; 0 < y < 500 ; 0 < z < 1000. DSL = 1, MES = 50, ET = lineal, Simetrías positiva OXY, negativa OXZ

*Surroundings\_II:* Potencial reducido. Aire. Cilindro centrado en el origen, altura = 2000 mm, radio = 500 mm. DSL = 2, MES = 30, ET = lineal

*Surroundings\_I:* Potencial total. Aire. Cilíndro centrado en el origen, altura = 300 mm, radio = 100 mm. DSL = 3, MES = 10, ET = lineal

*Air\_Int\_Ext,* potencial total, aire, cilíndrica, centrado en el origen, de altura 280 mm y radio 80 mm. DSL = 4, MES = 5, ET = lineal

*Shielding\_01,* potencial total, capa de material ferromagnético cilíndrica, centrada en el origen, radio 53 mm, espesor 0,265 mm, y altura 38 mm. En las dos superficies curvas se define un backward-layering con 1 capa de 0,1\*layer. DSL = 5, MES = 1, ET = lineal

*Shielding\_01\_+X;* potencial total, capa de material ferromagnético cilíndrica, centrada en el z = 19 mm, radio 53 mm, espesor 0,265 mm, y altura 106 mm. En las dos superficies curvas se define un backward-layering con 1 capa de 0,1\*layer. DSL = 5, MES = 1, ET = lineal

*Shielding\_01\_-X;* potencial total, capa de material ferromagnético cilíndrica, centrada en z = -19 mm, radio 53 mm, espesor 0,265 mm, y altura 106 mm. En las dos superficies curvas se define un backward-layering con 1 capa de 0,1\*layer. DSL = 5, MES = 1, ET = lineal

*Número de nodos:* 1 394 043

Database: PPA\_SS01SHXX\_EXTFIELD\_050720.OP3 Sim. 01.

*Condiciones de contorno:* en la celda *background* se imponen condiciones de contorno tangenciales en las caras paralelas a los planos OXY y OXZ, y condiciones de contorno normales para las caras paralelas a OYZ.

*Fuentes de campo magnético.* La intensidad de campo magnético  $\vec{H}$  en el infinito tiene únicamente componente X y su valor es de 236 A/m.

*Curva de magnetización,* el material se supone lineal de permeabilidad 13280.

*Tiempo de ejecución:* 5 h 55 m en Pentium IV, 512 MB, 3 GHz, Windows XP, TOSCA version 10.506

## CAPÍTULO 5

### \* Modelo SH.II

Nombre del archivo: PPA\_SS01SHXXL\_EXTUNIF\_050802.OPCB

*Background* potencial reducido. Aire. Dimensiones (coordenadas en mm)  $-500 < x < 500$ ;  $0 < y < 500$ ;  $0 < z < 1000$ . DSL = 1, MES = 50, ET = lineal, Simetrías positiva OXY, negativa OXZ

*Surroundings\_II*, potencial reducido, aire, cilindro centrado en el origen, de altura 2000 mm y radio 500 mm. DSL = 2, MES = 30, ET = lineal

*Surroundings\_I* de potencial total, aire, tres cilíndricos centrados en el origen, de radio 100 mm, DSL = 3, ET = lineal

- $-20 \text{ mm} < z < 20 \text{ mm}$ , MES = 15,
- $-750 \text{ mm} < z < 20 \text{ mm}$ , MES = 30,
- $20 \text{ mm} < z < 750 \text{ mm}$ , MES = 30,

*Air\_Ext*, potencial total, aire, tres cilíndros centrados en el origen, de radio 75 mm. DSL = 4, ET = lineal

- $-20 \text{ mm} < z < 20 \text{ mm}$ , MES = 10
- $-250 < z < 20 \text{ mm}$ , MES = 20
- $-20 < z < 250 \text{ mm}$ , MES = 20

*Shielding\_01*, potencial total, capa de material ferromagnético cilíndrica, centrada en el origen, radio 53 mm, espesor 0,265 mm, y altura 38 mm, MES = 1, DSL = 5. En las dos superficies curvas se define un backward-layering con 1 capa de 0,1\*layer.

*Shielding\_01\_+X*; potencial total, capa de material ferromagnético cilíndrica, centrada en el  $z = 19 \text{ mm}$ , radio 53 mm, espesor 0,265 mm, y altura 106 mm. MES = 2. En las dos superficies curvas se define un backward-layering con 1 capa de 0,1\*layer.

*Shielding\_01\_-X*; potencial total, capa de material ferromagnético cilíndrica, centrada en el  $z = -19 \text{ mm}$ , radio 53 mm, espesor 0,265 mm, y altura 106 mm, MES = 2. En las dos superficies curvas se define un backward-layering con 1 capa de 0,1\*layer.

*Shielding\_01\_+XX*; potencial total, capa de material ferromagnético cilíndrica, centrada en el  $z = 125 \text{ mm}$ , radio 53 mm, espesor 0,265 mm, y altura 106 mm, MES = 3. En las dos superficies curvas se define un backward-layering con 1 capa de 0,1\*layer.

*Shielding\_01\_-XX*; potencial total, capa de material ferromagnético cilíndrica, centrada en el  $z = -125 \text{ mm}$ , radio 53 mm, espesor 0,265 mm, y altura 106 mm, MES = 3. En las dos superficies curvas se define un backward-layering con 1 capa de 0,1\*layer.

*Número de nodos:* 812 111

Database: PPA\_SS01SHXXL\_EXTUNIF\_050802.OP3 Sim. 01.

*Fuentes de campo magnético.*  $\vec{H}$  en el infinito tiene componente X y su módulo es de 236 A/m.

*Condiciones de contorno:* en la celda background se imponen condiciones de contorno tangenciales en las caras paralelas a los planos OXY y OXZ, y condiciones de contorno normales para las caras paralelas a OYZ.

*Curva de magnetización*, el material se supone lineal de permeabilidad 13280.

*Tiempo de ejecución:* 1 h 34 m en Pentium IV, 512 MB, 3 GHz, Windows XP, TOSCA version 10.506

## CAPÍTULO 5

### \* Modelo SH.III

Nombre del archivo: PPA\_SS01SH\_EXTUNIF\_050803.OPCB.

*Background* potencial reducido. Aire. Dimensiones (coordenadas en mm)  $-500 < x < 500$ ;  $0 < y < 500$ ;  $0 < z < 1000$ . DSL = 1, MES = 50, ET = lineal, Simetrías positiva OXY, negativa OXZ

*Surroundings\_II*, potencial reducido, aire, cilindro centrado en el origen, de altura 2000 mm y radio 500 mm. DSL = 2, MES = 30, ET = lineal

*Surroundings\_I* de potencial total, aire, tres cilíndricos centrados en el origen, de radio 100 mm, DSL = 3, ET = lineal.

- $-20 \text{ mm} < z < 20 \text{ mm}$ , MES = 15,
- $-750 \text{ mm} < z < 20 \text{ mm}$ , MES = 30,
- $20 \text{ mm} < z < 750 \text{ mm}$ , MES = 30,

*Air\_Ext*, potencial total, aire, tres cilíndros centrados en el origen, de radio 75 mm. DSL = 4, ET = lineal

- $-20 \text{ mm} < z < 20 \text{ mm}$ , MES = 10
- $-250 < z < 20 \text{ mm}$ , MES = 20
- $-20 < z < 250 \text{ mm}$ , MES = 20

*Shielding\_01*, potencial total, capa de material ferromagnético cilíndrica, centrada en el origen, radio 53 mm, espesor 0,265 mm, y altura 38 mm, MES = 1, DSL = 5. En las dos superficies curvas se define un backward-layering con 1 capa de 0,1\*layer.

*Número de nodos:* 431766

Database: PPA\_SS01SH\_EXTUNIF\_050803.OP3 Sim. 01

*Condiciones de contorno:* en la celda background se imponen condiciones de contorno tangenciales en las caras paralelas a los planos OXY y OXZ, y condiciones de contorno normales para las caras paralelas a OYZ.

*Fuentes de campo magnético.* La intensidad de campo magnético  $\vec{H}$  en el infinito tiene únicamente componente X y su valor es de 236 A/m.

*Curva de magnetización,* el material se supone lineal de permeabilidad 13280.

*Tiempo de ejecución:* 1 h 34 m en Pentium IV, 512 MB, 3 GHz, Windows XP, TOSCA version 10.506

Database: PPA\_SS01SH\_SH02050226\_EXTUNIF\_050803.OP3 Sim. 01-06

*Condiciones de contorno:* en la celda background se imponen condiciones de contorno tangenciales en las caras paralelas a los planos OXY y OXZ, y condiciones de contorno normales para las caras paralelas a OYZ.

*Fuentes de campo magnético.* La intensidad de campo magnético  $\vec{H}$  en el infinito tiene únicamente componente X y sus valores son de 2,36 A/m, 23,6 A/m, 236 A/m, 2360 A/m, 23600 A/m, 236000 A/m

*Curva de magnetización,* SH02\_050226.

*Tiempo de ejecución:* dependiendo de la simulación, desde 18 m hasta 01 h42 m en Pentium IV, 512 MB, 3 GHz, Windows XP, TOSCA version 10.506

## CAPÍTULO 5

### \* Modelo GAP02.II\_2R1\_FI00\_SH01

Nombre del archivo OPCB: PPA\_SH02\_2G16\_300W2R1\_FI00\_051019.OPCB

*Background:* Potencial total. Aire. Cilindro con centro desplazado a  $x = 49$  mm, radio = 1000 mm, altura = 2000 mm. Data Storage Level (DSL) = 1, Maximun Element Size (MES) = 50, Element type (ET) = lineal. Simetría positiva OXY (simulado únicamente 1/2 del cilindro,  $\forall x > 0$ ).

*Surroundings\_II:* Potencial reducido. Aire. Cilindro con centro desplazado a  $x = 49$  mm, radio = 500 mm, altura = 2000 mm. DSL = 2, MES = 30, ET = lineal.

*Surroundings\_I:* Potencial total. Aire. Cilindro centrado en el origen, radio = 100 mm, altura = 100 mm. DSL = 3, MES = 10, ET = lineal.

*Air\_Ex\_Int:* Potencial total. Aire. Cilíndro, centrado en el origen, radio = 60 mm, altura = 60 mm. DSL = 4, MES = 5, ET = cuadrático.

*Wire\_Case:* Potencial reducido. Aire. Cilíndro, centrado el origen, radio = 5 mm, altura = 2000 mm. DSL = 6, MES = 5, ET = cuadrático.

*Wire\_Ext\_Case\_2R1:* Potencial reducido. Aire. Cilíndro, de eje paralelo al eje Z desplazado a  $x = 49$  mm, radio = 5 mm, altura = 2000 mm. DSL = 6, MES = 5, ET = cuadrático.

*Iron\_Powder\_{-1}\_YY:* Potencial total, Etiqueta del material = Iron\_Powder. Mitad del toroide al que se le ha quitado los dos volúmenes prismáticos de anchura 0,4 mm debidos a la sierra de corte, desplazado 0,4 mm sobre el eje Y negativo. DSL = 7, MES = 3, ET = cuadrático.

*Iron\_Powder\_{+1}\_YY:* Potencial total, Etiqueta del material = Iron\_Powder. Mitad del toroide al que se le ha quitado los dos volúmenes prismáticos de anchura 0,4 mm debidos a la sierra de corte, desplazado 0,4 mm sobre el eje Y positivo. DSL = 7, MES = 3, ET = cuadrático.

*Air\_Gap\_{+1}XX:* Potencial total, Volumen prismático situado simétricamente sobre el eje X positivo, de anchura 1,6 mm. DSL = 8, MES = 2, ET = cuadrático.

*Air\_Gap\_{-1}XX:* Potencial total, Volumen prismático situado simétricamente sobre el eje X negativo, de anchura 1,6 mm. DSL = 8, MES = 2, ET = cuadrático.

*PVC\_Case:* Potencial total, Etiqueta de material = PVC, Volumen cilíndrico de espesor 2 mm altura = 25,4 mm,  $R_{int} = 38,6$  mm, que rodea al toroide y a los entrehierros. DSL = 9, MES = 1, ET = cuadrático.

*Shielding:* Potencial total, Etiqueta de material = SH, Volumen cilíndrico de espesor 1 mm altura = 25,4 mm,  $R_{int} = 40,6$  mm, que rodea al PVC. DSL = 10, MES = 0,75, ET = cuadrático.

*Conductor:* DL = Wire. Sección = cuadrada de  $1 \text{ mm}^2$ .

*Conductor:* DL = Wire\_Ext\_2\*R1. Sección = cuadrada de  $1 \text{ mm}^2$ . Situado paralelo al eje X y desplazado a  $x = 49$  mm.

*Número de nodos:* 916 863

Database: PPA\_SH02\_2G16\_50W\_1000W2R1\_FI00\_051228.OP3, Sim. 01.

*Condiciones de contorno:* en la celda *background* se imponen condiciones de contorno tangenciales en la superficie lateral del cilindro, superficie curva de radio 1000 mm.

*Curva de magnetización:* Iron\_Powder = NETIC\_S3-6, SH = NETIC\_S3-6, PVC = aire ( $\mu = 1$ )

*Densidad de corriente en Wire:* 50 A/mm<sup>2</sup> y *en Wire\_Ext\_2\*RI:* 1000 A/mm<sup>2</sup>

*Tiempo de ejecución:* 2 h 25 m con Pentium IV, 512 MB, 3 GHz, Windows XP, TOSCA version 10.506