

Facultad de Educación

Universidad de Zaragoza

Grado en Magisterio en Educación Primaria

Trabajo Fin de Grado

INTEGRACIÓN DE GEOGEBRA PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN EL 2º CURSO DE PRIMARIA

Autor: CRISTIAN VALLADARES JOVEN

Director: ALBERTO ARNAL BAILERA

Diciembre de 2014



Universidad
Zaragoza

RESUMEN

En este Trabajo Fin de Grado se lleva a cabo una experimentación en un aula de 2º de Primaria sobre la enseñanza y aprendizaje del cálculo del perímetro en polígonos, el cálculo y justificación de la fórmula del área del rectángulo, así como el reconocimiento en objetos e imágenes de su entorno de figuras planas a través de GeoGebra. Para ello, se utiliza una metodología más habitual de la educación infantil como es el "rincón del ordenador".

Esta experimentación viene precedida de un análisis del currículo de Primaria, especialmente en lo que se refiere a la Geometría en el Primer Ciclo de Primaria, así como de bibliografía sobre la enseñanza y aprendizaje de la Geometría y el uso de GeoGebra. También se realiza una revisión de páginas Web en busca de actividades ya creadas para GeoGebra, las cuales pueden ser útiles.

Presentaremos una propuesta de actividades inicial para la enseñanza y aprendizaje de dichos tópicos mediante GeoGebra. En base tanto a lo investigado como a lo aprendido durante la experimentación y su posterior análisis, se propondrá una secuencia didáctica mejorada

Palabras clave: GeoGebra, Primaria, geometría, perímetro, área.

ABSTRACT

In this Final Degree Project an experimentation in a second year in primary education about teaching and learning polygons perimeter calculation, calculation and justification of the formula for the area of the rectangle, and the recognition of triangles and quadrilaterals in some environment objects through GeoGebra is carried out. To do this, the "computer corner" methodology, which is more usual in pre-school education, is used.

This experimentation is preceded by an analysis of the primary school curriculum,

especially as it relates to Geometry in the first years in primary education. We have read some bibliography on the teaching of Geometry and the use of GeoGebra, reviewed some Web pages and also searched appropriate GeoGebra activities already created.

We will experiment with some activities on our students so that they learn these topics with GeoGebra. On the basis of our initial research and the subsequent experimentation we will present an improved didactic sequence.

Keywords: GeoGebra, Primary, geometry, perimeter, area.

ÍNDICE

	Página
0. INTRODUCCIÓN	5
1. MARCO TEÓRICO	12
1.1 Currículo de Educación Primaria	12
1.2 Teoría de la Enseñanza y Aprendizaje de la geometría	14
2. MARCO PRÁCTICO	21
3. EXPERIMENTACIÓN EN EL AULA	23
3.1 Contextualización y diseño de las sesiones.	23
3.1.1 Contexto en el que se realiza la experimentación.	23
3.1.2 Temporalización y metodología de implementación prevista.	26
3.1.3 Elaboración de actividades propuestas	30
3.2 Experimentación y evaluación	38
3.2.1 Actividad 1	39
3.2.2 Actividad 2	39
3.2.3 Actividad 3	40
3.2.4 Actividad 4	41
3.2.5 Actividad 5	42
3.2.6 Propuesta de mejora	43
3.3 Secuencia didáctica construida a partir de la experimentación	47
3.3.1 Contribución de la experimentación a la mejora de la secuencia didáctica	47

3.3.2 Secuencia con las actividades mejoradas y otras que las complementan	49
4. CONCLUSIONES	53
4.1 Conclusiones del Marco Teórico	53
4.2 Conclusiones del Marco Práctico	54
4.3 Conclusiones de la experimentación	55
BIBLIOGRAFÍA	60
ANEXOS	59

INTRODUCCIÓN

El rol del maestro en el aula de Educación Primaria está cambiando. Tradicionalmente, se ha considerado al profesor como el centro del proceso de Enseñanza-Aprendizaje, como un mero transmisor de conocimientos y única fuente de acceso a estos frente a un alumno pasivo. En esta sociedad cambiante en la que vivimos, el alumno ha pasado a ser el eje de todo proceso educativo, en el que participa como un agente activo que construye su propio conocimiento. Esta perspectiva educativa de tipo constructivista viene arropada por la irrupción de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), que abren una infinidad de oportunidades en casi todos los ámbitos de la sociedad, y como no podía ser menos, de la educación.

La introducción de las TIC en las aulas hace necesario redefinir el rol del maestro en esta nueva manera de entender la enseñanza y el aprendizaje. El profesor debe actuar como guía del aprendizaje del alumno, facilitando su implicación en la construcción de su propio conocimiento.

Sin embargo, el hecho de introducir y utilizar las nuevas tecnologías en las aulas no asegura que se mejoren ni faciliten los procesos de aprendizaje del alumnado. Debe existir un planteamiento coherente, así como una planificación y un diseño pedagógico y curricular previos para que el uso de estos recursos sea verdaderamente útil. Por tanto, si queremos sacar el máximo provecho de las TIC, los profesores debemos adaptar también los contenidos, la metodología y los sistemas de evaluación.

A lo largo de este trabajo, trataremos de llevar a la práctica, en la medida de nuestras posibilidades actuales, todas estas ideas en un aula de Educación Primaria, mediante la utilización del programa de ordenador de geometría dinámica GeoGebra. Podremos observar la investigación previa sobre el programa, el diseño y desarrollo de las actividades y la puesta en práctica de la experimentación en clase y su evaluación. El análisis posterior del trabajo realizado nos dará la posibilidad de descubrir que pueden aportar programas como GeoGebra a la metodología tradicional de enseñanza de las Matemáticas y de la geometría en particular, y como podemos extrapolar la información obtenida en esta experimentación para llevarla a un aula real de manera útil y efectiva.

Para dotar de sentido a esta temática de trabajo, se hace necesario contextualizarla tanto dentro de las competencias básicas del Grado de Maestro en Educación Primaria que hemos estudiado, como del propio Grado.

A continuación, se detallan las competencias generales del Grado que más relación guardan con este TFG, así como una pequeña contextualización en la que se detallan aquellos aspectos del trabajo que creemos que más nos aportan a la consecución de cada una de estas competencias.

(CG 2) Diseñar, planificar y evaluar procesos de enseñanza - aprendizaje, tanto individualmente como en colaboración con otros docentes y profesionales del centro. Considerar la evaluación no solamente en su función acreditativa, sino en su función pedagógica como elemento regulador y promotor de la mejora de la enseñanza y el aprendizaje.

Esta es una de las competencias del Grado de Primaria que más vamos a desarrollar con la elaboración de este trabajo. Esto se debe a que la parte central del trabajo consiste en el diseño y planificación de una sesión que llevaremos a la práctica en el aula, para su posterior evaluación. Esta evaluación no solo estará tan centrada en los resultados obtenidos por los alumnos, sino que su objetivo fundamental será valorar el propio proceso de enseñanza-aprendizaje y la metodología de trabajo utilizada. De esta forma, trataremos de buscar soluciones a los problemas que puedan surgir tanto en las actividades propuestas a los alumnos como en la propia metodología, y así poder mejorar el propio proceso. Finalmente, esta evaluación dará como resultado el diseño de una secuencia didáctica completa, en la que se integrarán tanto las actividades que hayamos utilizado con los alumnos, y posteriormente mejorado, como otras que las complementen para dar sentido al global de la secuencia.

(CG 10) Reflexionar sobre las prácticas de aula para innovar y mejorar la labor docente. Adquirir hábitos y destrezas para el aprendizaje autónomo y cooperativo y promoverlo entre sus futuros alumnos. Asumir la necesidad del desarrollo profesional continuo mediante la reflexión, la autoevaluación y la investigación sobre la propia práctica.

Esta competencia también se encuentra muy relacionada con este trabajo pues el propio hecho de investigar sobre un programa de ordenador como GeoGebra, para posteriormente tratar de introducirlo de forma significativa en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, o como apoyo a otros contenidos de las matemáticas, como serían las operaciones aritméticas de la suma y la multiplicación, supone un intento por innovar y mejorar la labor docente.

Además, debido al tipo de metodología de trabajo con los alumnos que se propone durante su puesta en práctica en el aula, se fomenta el trabajo cooperativo de los niños, pues al realizar las tareas por parejas, estos deben cooperar con su compañero completarlas de forma exitosa.

Por último, con el desarrollo de este trabajo también estamos realizando una labor de desarrollo profesional continuo, pues además de la revisión e investigación previa sobre el tema, tanto en los referente a la enseñanza y aprendizaje de la geometría, como a los propios softwares de geometría dinámica, también realizaremos una evaluación de la propuesta que hemos implementado en el aula y de la propia metodología utilizada, para descubrir cuales son los puntos en los que hemos fallado y así poder mejorarlos. Y por tanto, poder mejorar nuestra actividad docente.

(CG 11) Conocer y aplicar en las aulas las tecnologías de la información y de la

comunicación como valor añadido a las actividades de enseñanza-aprendizaje guiado y autónomo. Discernir selectivamente la información audiovisual que contribuya a los aprendizajes, a la formación cívica y a la riqueza cultural.

Este Trabajo Fin de Grado se encuentra muy estrechamente relacionado con esta competencia, pues la idea central del mismo es el diseño y aplicación en una clase de una secuencia de aprendizaje utilizando para ello un programa informático como es GeoGebra. A lo largo del desarrollo del mismo, vamos a realizar en primer lugar una revisión teórica, tanto sobre la enseñanza y aprendizaje de la geometría, como sobre las posibilidades de trabajo que aportan los SGD (software de geometría dinámica) al aprendizaje en el aula de la misma y los aspectos a tener en cuenta para su correcta puesta en marcha. De esta forma, buscaremos conocer cual puede ser la mejor forma de aplicar este tipo de tecnologías en el aula, de una forma que resulte provechosa y significativa en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Una vez analizadas las competencias básicas del Grado de Primaria que desarrollaremos con este trabajo, llega el momento de describir los objetivos del mismo, que son comunes a esta línea de trabajo.

Objetivo 1: Realizar una aproximación a la situación de la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría en Educación Primaria con la ayuda de GeoGebra mediante una revisión de la bibliografía de investigación educativa referida a dicho tópico.

Este objetivo será el que trabajemos fundamentalmente durante el capítulo 1. Para alcanzarlo, leeremos y resumiremos una serie de artículos sobre la enseñanza de la geometría en la actualidad, sobre el uso de los software de geometría dinámica y de GeoGebra más específicamente, que nos permitirán, además de conocer la situación actual de la geometría en el aula de Primaria, las pautas y consejos que los expertos sobre la materia dan para poder aplicar estos programas en clase de forma satisfactoria.

Dada la corta edad de los alumnos con los que realizaremos la experimentación (2° de Primaria), sumado a la situación de que no conocen el programa GeoGebra, debemos prestar especial atención a las indicaciones que podamos encontrar en la bibliografía acerca de la primera aproximación de los alumnos con este tipo de software.

Objetivo 2a: Explorar las actividades que la red oferta y que puedan ser apropiadas para su aprovechamiento en los distintos ciclos de Educación Primaria.

Una vez que conozcamos la situación de la geometría y de GeoGebra en el aula de Educación Primaria, pasaremos a la búsqueda de actividades ya diseñadas que puedan sernos de utilidad durante la puesta en práctica de la experimentación con los alumnos.

Este será el objetivo que trabajaremos fundamentalmente durante el capítulo 2.

Como ya hemos indicado, la puesta en práctica la realizaremos en 2° de Primaria, por lo que las actividades que busquemos deberían estar dirigidas a ese curso, o incluso al 2° ciclo de primaria, en cuyo caso podríamos tratar de adaptarlas al nivel y contenidos que trabajamos con nuestros alumnos.

Sin embargo, este punto se antoja un poco complicado, debido a que en la red existen pocas actividades ya realizadas para los primeros ciclos de Primaria, siendo estas en general para el último ciclo de Primaria, o en la mayoría de los casos, para etapas superiores como Secundaria o Bachillerato. Estas, debido a la gran diferencia de contenidos, se presentan muy difíciles o imposibles de adaptar.

Objetivo 2b: Diseñar actividades propias que complementen lo que la red ofrece.

Para alcanzar esta segunda parte del objetivo, el cual trabajaremos principalmente en el capítulo 3, debemos pasar a diseñar nuestras propias actividades que propondremos a los alumnos durante la experimentación. Debido a la dificultad de encontrar materiales ya elaborados para el curso en el que trabajaremos, situación ya comentada en el objetivo anterior, este pasa a convertirse en un objetivo fundamental del trabajo para que este tenga éxito.

A la hora de diseñar estos materiales, debemos tener muy en cuenta, en primer lugar,

que es lo que queremos hagan, ya sea un repaso de lo visto el curso anterior, aprender un contenido nuevo o un refuerzo de un contenido ya visto en clase, no necesariamente de geometría. En este caso, pensamos que la mejor manera de hacerlo es en consenso con el profesor de Matemáticas del grupo, con el cual llegamos a la conclusión de que realizaremos un refuerzo de los conceptos de perímetro y área, trabajando con ellos la suma y la multiplicación, además de repasar las formas geométricas básicas que los alumnos vieron el año anterior.

A partir de estas premisas, y siempre teniendo en cuenta la edad de los alumnos, adaptando tanto las actividades como la propia interfaz y la presentación de estas a su nivel, podremos comenzar a elaborar las actividades.

Objetivo 3: Diseño, experimentación y evaluación de unas sesiones con GeoGebra en el aula de Educación Primaria para contextualizar en la práctica lo conocido a través de la teoría.

Una vez hayamos diseñado las actividades que utilizaremos para la experimentación, llega el momento de elegir la batería de ejercicios definitiva que propondremos a los alumnos, así como la propia puesta en marcha de la práctica y su evaluación. Este objetivo lo desarrollamos principalmente en el capítulo 3.

En nuestro caso, debido a las características del grupo y las posibilidades tecnológicas, o mejor dicho dificultades, que encontramos para su realización, la secuencia constará de una única sesión, que los alumnos realizarán por parejas. Esto se debe a que no disponemos de una sala de ordenadores en la que todos los alumnos pudieran trabajar de forma simultánea, a la vez que queremos que todos los alumnos puedan realizar con GeoGebra todas las actividades propuestas. De este modo, crearemos un "Rincón del ordenador", por el que los alumnos pasarán por parejas para realizar la sesión propuesta, siempre que no perjudique a la clase que esté realizando el tutor en ese momento.

Respecto a la evaluación, esta forma de trabajar nos brinda la posibilidad de poder observar más detalladamente como trabaja cada alumno, o en este caso, cada pareja a la hora de abordar los ejercicios propuesto, por lo que podremos conseguir muchos datos acerca de como se enfrentan a los diferentes ejercicios y situaciones que les proponemos.

Objetivo 4: *Extensión de las sesiones con GeoGebra hasta construir una secuencia didáctica completa.*

Este objetivo lo desarrollaremos fundamentalmente en el capítulo 3. Para alcanzarlo, en primer lugar, atenderemos a la evaluación que realicemos de las actividades propuestas a los alumnos dentro de la experimentación. Mediante esta evaluación, podremos descubrir en que fallaban estas actividades, así como la metodología utilizada, para poder realizar unas nuevas propuestas de mejora a las mismas. En ese momento, con todo lo aprendido durante el desarrollo de la experimentación y su posterior evaluación, nos dispondremos a crear una secuencia didáctica, la cual estará formada tanto por las actividades utilizadas en la propuesta inicial ya mejoradas, como por nuevos ejercicios que complementen a los anteriores, hasta formar una secencia didáctica completa.

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se realizará una revisión de todos aquellos aspectos teóricos en los cuales se sustenta este trabajo y que deben ser tenidos en cuenta para la elaboración del mismo. En primer lugar vamos a revisar el currículo de Primaria en el área de Matemáticas, y más concretamente en lo referente a la geometría en el Primer Ciclo. A continuación, se realizará una revisión teórica de una serie de artículos sobre la enseñanza de la geometría en Primaria, sobre GeoGebra y el uso de programas de geometría dinámica en el aula, tanto propuestos por el director del trabajo como aportados por el autor del trabajo.

1.1 Currículo de Educación Primaria

Para localizar el currículo de Matemáticas en la Educación Primaria, debemos acudir a la Orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad autónoma de Aragón.

Dentro del área de Matemáticas, podemos observar como los contenidos se encuentran divididos en cuatro bloques, siendo el tercero de ellos dedicado íntegramente a la geometría. En la explicación de dicho bloque, se dan unas sugerencias didácticas sobre como trabajarlo con los alumnos:

"La intencionalidad de la formación geométrica en esta etapa se centrará en la construcción de conceptos, en la búsqueda de relaciones y en el desarrollo de la intuición geométrica. Y para alcanzar esta finalidad hay que fomentar la exploración, la experimentación y la investigación sobre objetos de uso cotidiano, sobre materiales específicos que se pueden manipular y sobre programas informáticos."

De esta forma, podemos observar como en el propio currículo de Primaria se anima a los profesores a fomentar el trabajo de la geometría a través de programas informáticos, tal y como es nuestro caso, con GeoGebra.

En cuanto a los objetivos del área de Matemáticas a conseguir por los alumnos a lo

largo de la etapa de Primaria, también nos encontramos con uno que hace referencia directa al bloque de geometría. En concreto, el número 7:

7. Identificar formas geométricas del entorno natural y cultural, utilizando el conocimiento de sus elementos y propiedades para describir la realidad y desarrollar nuevas posibilidades de acción.

Además, encontramos otros dos objetivos que también se encuentran estrechamente relacionados con la geometría y con el tipo de actividades que se propondrán a los alumnos con este trabajo, bien porque hacen referencia a la utilización de habilidades de cálculo y medida, o bien porque proponen la utilización de recursos tales como programas informáticos para mejorar la comprensión de conceptos. Estos son los siguientes:

5. Elaborar y utilizar estrategias personales de estimación, cálculo, medida y orientación en el espacio para la resolución de problemas, valorando en cada caso las ventajas de su uso y la coherencia de los resultados y modificándolas si fuese necesario.

6. Utilizar algunos recursos (textos, materiales, instrumentos de dibujo, calculadoras, ábaco, ordenadores, etc.) para la mejor comprensión de conceptos matemáticos, la realización de tareas de cálculo, la resolución de problemas y el tratamiento de la información.

Respecto a los criterios de evaluación del Primer Ciclo en el área de Matemáticas, también encontramos uno que hace referencia directa a la geometría, que valora la capacidad de los alumnos para reconocer en el entorno las figuras geométricas planas o espaciales más elementales:

6. Reconocer en el entorno inmediato formas y cuerpos geométricos (triángulos, cuadrados, rectángulos, círculos, cubos, prismas, cilindros, esferas).

Por último, en el currículo de Matemáticas también se ofrecen una serie de orientaciones didácticas para garantizar que el alumno alcance un alto grado de competencia matemática al finalizar la Educación Primaria. Dentro de este apartado

podemos encontrar orientaciones sobre los propios contenidos, sobre las capacidades, sobre la metodología, sobre los materiales y recursos y sobre la evaluación.

En las orientaciones sobre los contenidos, un apartado hace referencia de nuevo al bloque de geometría. En él, se insiste en la necesidad de no separar la geometría del resto de las matemáticas, sino de aprovecharla para realizar actividades que la relacionen con la aritmética y la medida. De esta forma, los niños podrán percibir la utilidad de la geometría pero resolver cuestiones surgidas en otros ámbitos de las matemáticas o de su vida cotidiana.

En el apartado sobre los materiales y recursos, de nuevo, se hace hincapié en las posibilidades que el empleo de recursos como los ordenadores ofrecen a la enseñanza de las matemáticas y de la geometría, y que sin la utilización de estos, no serían posibles, o en todo caso estarían mucho más limitadas con los métodos tradicionales de enseñanza y aprendizaje. También se propone el empleo de elementos cercanos al alumno, así como de figuras utilizadas por pintores, escultores o arquitectos para el estudio de la geometría.

1.2 Teoría de la Enseñanza y Aprendizaje de la geometría

Durante las últimas décadas, numerosos marcos teóricos se han popularizado dentro del campo de la didáctica de las matemáticas, tales como el constructivismo, la fenomenología didáctica, los modelos teóricos locales, la teoría de situaciones, las matemáticas realistas o el modelo de razonamiento matemático de Van Hiele, entre otros. Todas estas teorías pueden ser aplicadas a la enseñanza y el aprendizaje de cualquier área de las matemáticas escolares, aunque generalmente solo están desarrolladas en algún área concreta. Dentro de la didáctica de la geometría, el modelo de razonamiento matemático de Van Hiele es uno de los marcos teóricos más utilizado en la actualidad.

El modelo de Van Hiele supone una secuenciación del aprendizaje, en el que se considera que existen varios niveles de razonamiento matemático, desde el más básico propio de Infantil y los primeros cursos de Primaria, hasta las formas de razonamiento propias de los profesionales de las matemáticas. Además, los alumnos han de pasar por

todos y cada uno de los niveles en el orden establecido.

Las principales características de estos niveles son las siguientes:

- *Nivel 1.* Los estudiantes tienen una percepción global de las figuras geométricas, prestando atención casi exclusiva a sus propiedades visuales o físicas.
- *Nivel 2.* Los estudiantes reconocen que las figuras geométricas están dotadas de elementos y propiedades matemáticos, si bien perciben las propiedades como independientes de las otras.
- *Nivel 3.* Los estudiantes perciben las relaciones de implicación que ligan las propiedades de las figuras geométricas. También son capaces de usar correctamente las diferentes partículas lógicas y de realizar implicaciones sencillas en un contexto abstracto.
- *Nivel 4.* Los estudiantes son capaces de usar el razonamiento matemático formal y, por tanto, de realizar y comprender demostraciones formales de manera autónoma. Admiten la existencia de definiciones equivalentes de un concepto y de distintas demostraciones del mismo teorema.

Durante la etapa de Educación Primaria, los alumnos se encuentran en el primer nivel, mientras que durante los últimos cursos de esta, deberían iniciar el paso al segundo nivel, el cual se producirá totalmente en la ESO.

Además, cada nivel tiene un lenguaje propio, en el que determinados términos tienen significados diferentes de los que tienen en otros niveles. Por este motivo, si un profesor y sus alumnos se sitúan en niveles diferentes, surgirán problemas de comunicación entre ellos.

Para ayudar a los profesores a crear contextos, el modelo de Van Hiele propone organizar la actividad de los estudiantes en cinco fases de aprendizaje : 1. Información, 2. orientación dirigida, 3. explicitación, 4. orientación libre, 5. integración.

La utilidad del modelo de Van Hiele para los profesores es doble. Por una parte, los niveles de razonamiento sirven de guía para valorar el progreso de los alumnos en sus

estrategias de pensamiento. Por otra parte, los niveles y las fases constituyen un marco de referencia para la organización de las clases de geometría.

De acuerdo con Alsina (2008) educar geoméricamente es un objetivo docente clave cuya finalidad debe ser facilitar el conocimiento del espacio tridimensional, desarrollando con ello la creatividad y los procesos de matematización. Sin embargo, la geometría no acaba de encontrar su desarrollo efectivo en las aulas de los centros educativos, a diferencia de otros contenidos matemáticos.

A la hora de enseñar matemáticas, y geometría, debemos alejarnos de la tendencia a falsear la realidad creando una ficción en la que se desarrollan los problemas, para centrarnos en elegir problemas interesantes y en contextos adecuados, más cercanos a la realidad del niño. Dentro de la propia geometría, podemos contextualizar los problemas que planteamos a los alumnos estableciendo relación entre una forma geométrica y un elemento cercano a la realidad del alumno que generalmente se corresponda con dicha forma. Por ejemplo, podemos hacer corresponder un triángulo con una señal de tráfico, o con el instrumento musical, un cuadrilátero con una hoja de papel, o un cubo con un dado.

De acuerdo con el mismo autor, para trabajar correctamente la geometría, también se antojan necesarios laboratorios específicos de geometría con materiales adecuados a tal fin. La estructura de laboratorio es un modelo pedagógico de utilización del material. Podemos encontrar tres formas de organizar una tarea docente a partir de una estructura de laboratorio: el aula taller, la propia aula como laboratorio móvil y el trabajo de campo. De estas tres, la opción de la propia aula como laboratorio móvil es la más usada por los profesores y la más accesible.

Como ejemplo, en el centro escolar en el que realizamos esta experimentación, aunque este cuenta con un sala de ordenadores, la cual podría ser utilizada como aula taller trabajando la geometría con programas informáticos, debido a la imposibilidad de usarla en nuestro caso recurriremos a la opción de la propia aula como taller móvil, en la que crearemos un "Rincón del ordenador" en el que los alumnos trabajarán con GeoGebra.

Es importante resaltar la existencia de software como Cabri II, Kaleidomania! o Geometry sketch-pack, que podrían integrarse en todos los laboratorios geoméricos. De

esta forma aparecen los SGD (softwares de geometría dinámica), tales como Cabri o GeoGebra. Ambos tienen una base común, que es la capacidad de realizar construcciones geométricas a partir de objetos elementales y acciones matemáticas, y de transformar esas construcciones en tiempo real mediante arrastre con el cursor de alguno de los elementos de la construcción, de manera que las propiedades matemáticas usadas para realizar la construcción se mantienen. Esto permite trabajar una noción central de la geometría, como es la conservación.

Por ejemplo, en nuestro trabajo esto lo podremos observar en la actividad 3 que propondremos a los alumnos, en la que deben rotar un rectángulo, y comprobar si su perímetro y su área han variado.

Según Gutierrez (2006), esta manera de actuar de los SGD ha dado lugar a la distinción entre los conceptos de figura y dibujo, que es fundamental para entender y usar adecuadamente estos programas. Figura es un objeto matemático creado por el ordenador que está caracterizado por las propiedades matemáticas usadas en su construcción, y un dibujo es una representación particular de una figura en la pantalla del ordenador, es decir un ejemplo de esa figura.

A la hora de implementar uno de estos SGD en el aula, hay tener en cuenta la necesidad de que los estudiantes sepan usar correctamente el software antes de empezar a realizar actividades con él, por lo que puede ser necesario un periodo introductorio para estudiantes sin experiencia previa.

Por su parte, Jones (1999) dice que el aprendizaje de ideas geométricas a través de un SGD no se puede realizar de forma totalmente “directa”, sino que las características propias de estos programas exigen antes que se priorice la práctica humana y el aprendizaje del funcionamiento de la herramienta.

En nuestro caso, este periodo introductorio se reducirá a una breve explicación a los alumnos sobre el funcionamiento de GeoGebra, concretamente sobre el funcionamiento de las herramientas que van a utilizar, las cuales serán un número muy pequeño en comparación con todas las posibilidades que ofrece el programa.

Como señala Jones (1999), es evidente que los alumnos desarrollan sus propias interpretaciones de las imágenes que ellos ven y de lo que ellos oyen. Sin embargo, en ocasiones, particularmente en las ideas abstractas de las matemáticas, estas

interpretaciones no coinciden con las intenciones del profesor. Estas diferencias se suelen entender como errores o conceptos erróneos, aunque no siempre es la única interpretación.

Las ideas que los alumnos se forman dependen de los aspectos del ambiente de aprendizaje en el que están trabajando, por tanto, los errores dentro de un SGD, serían una mezcla de errores propios de la geometría, y otros relacionados con la comprensión del alumno del funcionamiento del propio programa.

Como ejemplo de un error propio de la geometría, en nuestro trabajo podríamos señalar a una pareja que confundió la fórmula de calcular el perímetro con la del área.

Por su lado, como ejemplo de error relacionado con el propio funcionamiento del programa, tenemos el de una pareja que tuvo muchos problemas para poder construir la figura que se le pedía por medio de la herramienta "Polígono" de GeoGebra.

Estudios como los de Kreis (2009) o Jones (1999) nos permiten demostrar si verdaderamente la aplicación de estos SGD en el aula suponen una mejora frente a la metodología tradicional de aprendizaje de la geometría.

Para realizar su estudio, Jones (1999) utilizó a cinco parejas de alumnos de 12 años, a través de una secuencia de tareas de diseño especial que requieren la construcción de diversos cuadriláteros utilizando Cabri, durante un periodo de nueve meses.

Una de los primeros aspectos que se observan en el estudio, es que los alumnos tienden a inventar sus propios términos para resolver las situaciones que se les plantean. También se observa que en ocasiones, aunque pueda parecer que los estudiantes están utilizando términos apropiados de la manera apropiada, ellos no lo entienden de la misma forma que el profesor espera.

Por último, a la hora de trabajar con ordenadores, hay que tener en cuenta que los niños pueden centrarse más en el producto que aparece en la pantalla, que en la construcción de su propio aprendizaje, además de que pueden modificar datos, “para que el producto quede bien”, devaluando el proceso de construcción. Además, después de una generalización inductiva, los alumnos tienden a fallar al aplicar esto a una nueva situación.

Por su parte, Kreis (2009) utilizó para su estudio unos 200 alumnos de un colegio de Primaria de Luxemburgo. La mitad de ellos siguió un estilo de aprendizaje tradicional con papel y lápiz, mientras que la otra mitad integró en sus lecciones experiencias con el ordenador. Este estudio se dividió en un pre-test en el que los alumnos debían demostrar lo que habían aprendido de geometría en el curso anterior, y los resultados fueron muy pobres. La siguiente parte del estudio consistió en una fase de enseñanza, en la que la mitad de los alumnos siguieron un estilo tradicional, mientras que la otra mitad trabajó con el programa GeoGebra, participando el alumno de forma más activa y proporcionándole autonomía y motivación. Los alumnos que trabajaron con GeoGebra también utilizaron el papel y el lápiz, pues es muy importante que en las primeras aproximaciones a la geometría los niños sepan dibujar líneas perpendiculares y paralelas correctamente.

Tras esto, se realizó un post-test escrito a todos los alumnos participantes, además de uno con ordenador a los que utilizaron GeoGebra.

Los resultados del estudio demuestran que la integración en las clases de geometría en Primaria de programas de ordenador como GeoGebra ayuda a que los niños asuman un papel más activo en sus procesos de aprendizaje, lo que da lugar a una mejor consolidación de los contenidos, provocando que incluso niños de 9 años comiencen a elaborar sus propias conjeturas.

Sin embargo, para que la aplicación de un SGD en el aula sea efectiva debemos evitar caer en los problemas o errores más comunes a los que se enfrentan los docentes al emplear este tipo de programas, los cuales son detallados por De Villiers (2007).

El primer problema del que habla de Villiers (2007) es que muchos profesores que utilizan Sketchpad o Cabri, siguiendo una metodología tradicional de trabajo, simplemente los usan como si fueran una pizarra. Se debe cambiar la mentalidad hacia esta tecnología, para aprender a usarla de forma que transforme la actividad matemática en el aula, pues permiten estos programas hacer cosas que en el papel no hubiera sido posible.

El siguiente problema común que observa De Villiers, es que muchos autores indican que antes de utilizar de forma efectiva el programa en el aula, los estudiantes y niños

deben dominar su uso. Sin embargo, este autor indica que los programas como Sketchpad o Cabri permiten que los alumnos puedan manejar solo unas pocas instrucciones sencillas, con las que ya pueden trabajar de forma efectiva, así como se les pueden facilitar construcciones o bocetos que solo exijan el arrastre o hacer un click.

Otro error común al utilizar los SGD en el aula, es pedir que los alumnos realicen figuras geométricas dinámicas, antes de explorar las propiedades de estas. Para construir cualquier figura geométrica dinámica, se requiere una sólida comprensión de las condiciones necesarias, que de acuerdo con la teoría de Van Hiele ocurre en el Nivel 3, mientras que el de la visualización y la exploración de las propiedades geométricas de objetos se encuentran en los niveles 1 y 2.

Por último, otros problemas o errores con los que nos podemos encontrar es pensar que la visualización en pantalla lo hace todo más fácil, aunque esto no tiene por que ser así, pues la sobrecarga de datos a veces puede llevar a olvidar o no ver lo importante de la tarea, así como el insuficiente feedback y evaluación que encontramos al utilizar estos programas.

MARCO PRÁCTICO

En este capítulo se va a realizar una búsqueda por Internet de actividades ya creadas para GeoGebra que otros profesores o centros utilizan en sus clases. Con esta revisión, nuestro objetivo es encontrar actividades que puedan sernos de utilidad a la hora de llevar a cabo nuestra experimentación, o que sean susceptibles de ser modificadas. Así mismo, esta revisión de páginas web dedicadas a GeoGebra nos permitirá observar como otros maestros trabajan con este programa y como lo implementan en sus clases.

Al realizar esta búsqueda por la web, descubrimos como, pese a encontrar gran cantidad de material para GeoGebra destinado tanto a la Educación Secundaria como a los últimos cursos de Primaria, apenas hay actividades creadas para el Primer Ciclo de Primaria. Y dentro de ese pequeño grupo, no hemos encontrado ninguna actividad que nos pueda resultar útil para incluirla en nuestra propuesta de ejercicios, por lo que nos vemos en la necesidad de diseñar nosotros mismos aquellas que usaremos durante la experimentación.

Sin embargo, si que hemos encontrado algunas actividades en algunas páginas que podemos considerar cercanas a nuestra propuesta, las cuales no serán incluidas debido al objetivo que trabajan o al curso al que están dirigidas, pero que pueden ser interesantes de comentar.

- La primera página en la que hemos encontrado una actividad interesante ha sido en la página del INTEF (Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado), y más concretamente dentro de su Proyecto Gauss, el cual ofrece varios centenares de items didácticos para GeoGebra, para su utilización en Primaria y Secundaria.

La actividad que hemos encontrado, según indica la página está dirigida a alumnos de 4º de Primaria. Esta consiste en estimar la medida de los perímetros de diferentes polígonos, para ordenarlos de mayor a menor, y posteriormente medir esos perímetros utilizando una regla creada dentro del propio programa, como podemos observar en la *Figura 1*.

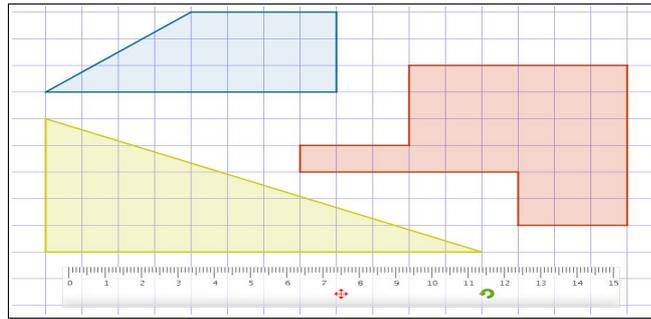


Figura 1

Aunque esta actividad podría resultar interesante debido a que se pide a los alumnos que estimen cual será el mayor perímetro y el menor antes de medirlas, creemos que resulta más útil que aprenda a manejar una regla manipulándola ellos mismos que a través de GeoGebra. Además, los alumnos ya han utilizado la regla para medir las medidas de algunos polígonos en sus propios libros de texto.

- Otra de las páginas en la que hemos encontrado una actividad interesante ha sido en www.geogebra.org. En esta ocasión la actividad consiste en un Tangram, un juego chino formado por siete piezas (cinco triángulos, un cuadrado y un romboide), el cual podemos observar en la *Figura 2*, en el que los alumnos deben colocar esas piezas en el lugar correcto para formar distintas imágenes, las cuales aparecen sombreadas. Para colocarlas, los alumnos pueden tanto trasladar las piezas como rotarlas.



Figura 2

Lo interesante de esta actividad es que permite a los alumnos trabajar el reconocimiento de diferentes figuras planas, así como la eliminación de estereotipos en geometría, los cuales suponen que una determinada figura siempre se le presenta de la misma manera a los niños.

EXPERIMENTACIÓN EN EL AULA

3.1 Contextualización y diseño de las sesiones.

3.1.1 Contexto en el que se realiza la experimentación.

Esta experimentación se va a llevar a cabo en un aula de 2º de Primaria del Colegio Escuelas Pías de Zaragoza. Se trata de un colegio ubicado en el mismo centro de la capital aragonesa, en el Barrio de San Pablo, con acceso por las Avenidas Cesar Augusto y Conde Aranda.

El centro pertenece a la Orden de las Escuelas Pías de Aragón, cuyo lema “Piedad y letras” guía toda la vida escolar. Se trata de un colegio católico, de Iglesia y concertado. El centro está regido por la ideología calasancia, en la línea que comenzó San José de Calasanz en el siglo XVII:

- Educar en la fe y en la cultura.
- Educar con métodos didácticos sencillos, breves y actuales.
- Educar como vehículo capaz de transformar a sociedad formando personas críticas y comprometidas con los valores del Evangelio.
- Aceptar a todos los alumnos sin distinción.
- Dedicarnos a los más necesitados.

El centro cuenta con alrededor de 1000 alumnos repartidos en 13 niveles con 3 vías cada uno.

Como instalaciones podemos destacar que el colegio cuenta con más de 50 aulas, cuatro patios de recreo, pabellón polideportivo, biblioteca, comedor, una iglesia adosada y comunicada con el colegio al ser un centro concertado religioso y varias salas de oración.

Por último, es interesante destacar que el colegio está introduciendo algunos programas novedosos de aprendizaje, tales como el método EntusiasMat en el área de matemáticas, o el método AMCO en Inglés, avalado por la San Diego State University, en los que prima la participación activa del niño, así como un aprendizaje más lúdico.

El método EntusiasMat está diseñado para formar y dar estrategias al alumnado para

que sea competente a la hora de analizar y solucionar situaciones matemáticas en un contexto particular y práctico, y que a partir del análisis de ese contexto sean capaces de movilizar todos sus recursos (saberes) para resolver eficazmente el problema. Con EntusiasMAT todos los alumnos pueden aprender los diferentes conceptos matemáticos adaptados a su edad, siempre a partir de la manipulación, la observación y la experimentación. El objetivo es que los niños poco a poco pasen del pensamiento concreto al pensamiento abstracto.

Para ponerlo en práctica, en todas las clases de matemáticas se sigue la misma rutina de trabajo. Los primeros 5 o 10 minutos son de trabajo conjunto. El profesor lee en primer lugar el "Problema del día", el cual deben pensar mentalmente los alumnos, y uno de ellos lo resolverá en la pizarra. A continuación, se practica el cálculo mental, en el que el profesor propone distintas operaciones, y los alumnos muestran con unos cubos numerados su resultado. Por último, se realizan unos cuantos problemas orales. Para la realización de estos problemas y del cálculo mental, los alumnos disponen de distintos materiales que son usados si el profesor lo indica, tales como cubos numerados, calculadora, fichas de colores, monedas o barras.

En la segunda parte de la clase, el profesor explica en la pizarra el contenido o el tipo de actividad de esa sesión, y posteriormente los alumnos realizan individualmente las páginas correspondientes a ese día en su libro. Si queda tiempo al final de la clase, los alumnos que terminan sus tareas disponen de juegos de mesa de unos 4 o 5 participantes, en los que se repasa lo aprendido en la sesión a la vez que juegan.

Como ya se ha indicado, la experimentación se realizará en un aula de 2º de Primaria, concretamente en 2º C. Uno de los aspectos que más rápido llama la atención al entrar en esta clase, y que debemos tener en cuenta a la hora de seleccionar y elaborar las actividades, es la gran heterogeneidad presente en el aula. Esta heterogeneidad se presenta tanto a nivel cognitivo y de ritmo de trabajo por parte de los niños, como de la procedencia, etnia o religión de los mismos, así como en la estructura de sus propias familias.

El alumnado de la clase está formado por 20 niños, diez de los cuales son chicos y diez chicas. Enseguida nos damos cuenta de que en ella podemos encontrar hasta tres alumnos, dos chicos y una chica, de etnia gitana, siendo los dos chicos primos-hermanos. También podemos observar la presencia de dos alumnas chinas, una de ellas

nacida en España, mientras que la otra nació en China, viniendo a vivir a Zaragoza a los 4 años. A continuación, podemos ver a una niña de origen nepalí, adoptada por una familia española, así como un chico nacido en Marruecos, y otro de origen rumano.

También es importante que destaquemos, que hasta cinco padres de los niños están separados, además de que dos chicos no tienen padre, y viven solo con su madre.

Respecto a los conocimientos matemáticos previos de los alumnos, podemos decir que estos ya conocen los números naturales entre 0 y 999, saben sumar y restar números con decenas, así como realizar sumas cuyo resultado sea superior a 100. Respecto a la multiplicación, la cual están aprendiendo, conocen hasta la tabla del 4, pero saben que pueden multiplicar números más grandes sumando el multiplicando tantas veces como indique el multiplicador. Además, conocen conceptos como mayor, menor o igual, unidades de medida de longitud, como los centímetros y los metros, y unidades de medida de tiempo, como los minutos y las horas.

En cuanto a la geometría, del curso anterior los alumnos saben distinguir diferentes figuras planas como cuadrados, rectángulos, triángulos y círculos. Además, saben calcular el perímetro de polígonos mediante la suma de las medidas de sus lados, y acaban de aprender a calcular el área del rectángulo mediante su fórmula.

También es importante destacar que han realizado alguna actividad de medida con el profesor de matemáticas, utilizando la regla para medir los lados de algunas figuras en su libro.

Sin embargo, este grupo de alumnos nunca ha realizado ningún tipo de actividad con ordenador. Aunque posiblemente la mayoría de ellos tengan ordenador en casa y lo hayan usado alguna vez, es posible que debido a esta situación nos encontremos algún

niño que nunca haya utilizado uno. Por ello, es interesante el realizar una experimentación de este tipo, pues permitirá descubrir a los alumnos que también se pueden usar los ordenadores de forma lúdica

A la hora de preparar la experimentación, hemos de llegar a un acuerdo con el tutor del colegio, en asuntos tales como el tipo de metodología a utilizar, el tiempo y espacio disponible, así como los recursos de que disponemos.

Al consistir esta actividad en unos ejercicios de ampliación, no están incluidos dentro de la programación del profesor, por lo que necesitamos pedirle tiempo de clase para realizarla.

Es importante destacar que en el aula no se cuenta con ningún ordenador, y el uso de la sala de ordenadores no está disponible para el Primer Ciclo de Primaria, por lo que en consenso con el tutor, se decide que la experimentación se realizará desde nuestro propio ordenador portátil.

Otro de los factores a tener en cuenta a la hora de realizar la experimentación, es la necesidad de llegar a un acuerdo con el tutor sobre el tiempo disponible para realizarla, puesto que este tiene todas sus horas programadas. Al consistir esta actividad en unos ejercicios de ampliación, no están incluidos dentro de la programación del profesor, por lo que necesitamos pedirle tiempo de clase para realizarla.

3.1.2 Temporalización y metodología de implementación prevista.

Las particularidades del contexto de la clase en la que se va a llevar a cabo la experimentación, tales como la imposibilidad de usar la sala de ordenadores, o de tener

un ordenador para cada alumno o pareja, así como las características cognitivas de los niños a esta edad, nos condicionan a la hora de seleccionar la metodología para ponerla en práctica.

Estas particularidades, por tanto, impiden que todos los alumnos puedan desarrollar las actividades a la vez, cada uno en su ordenador, mientras nosotros les vamos guiando desde el ordenador del profesor y supervisando su trabajo. También es desaconsejable utilizar una metodología del tipo "clase magistral", pues estaríamos desaprovechando las posibilidades que GeoGebra nos ofrece, ya que solo utilizaríamos nosotros y, puntualmente, los alumnos, por lo que no podrían vivenciar por si mismos las actividades y contenidos propuestos mediante el programa. Además, la capacidad de atención de los alumnos a esta edad no es muy alta, por lo que rápidamente se despistarían de la actividad.

Por ello, elegimos una forma de puesta en práctica que permita que todos los alumnos puedan utilizar GeoGebra y además nos sirva para analizar y observar como trabaja cada alumno, y el razonamiento que sigue para resolver las distintas situaciones que se le presentan en las actividades. Los alumnos realizarán, por parejas, la batería de actividades propuestas en nuestro propio ordenador portátil, en una mesa situada en una esquina de la clase, a la que llamaremos "El rincón del ordenador".

Cada pareja dispondrá de una sesión de clase para realizar su batería de actividades, por lo que realizaremos una única sesión varias veces, cada vez con una pareja distinta. Para ello, recibirán una ficha con los enunciados de los ejercicios (Anexo 1), en la que deberán anotar el resultado o la respuesta a cada uno, y en la que también podrán realizar las operaciones que precisen. Sin embargo, el desarrollo de las actividades lo realizarán en el ordenador, con el programa GeoGebra. Para facilitar a los alumnos el uso del programa, y además evitar que se despisten, en los ejercicios se eliminará de la interfaz del programa todos aquellos botones y funciones que no sean necesarios para la realización de los mismos.

Al comienzo de cada sesión, daremos una breve explicación a los alumnos sobre el funcionamiento de GeoGebra y lo que van a hacer, y leeremos con ellos los enunciados de las actividades. A continuación, abriremos el "Ejercicio 1" en el programa y los alumnos comenzarán a trabajar. Nosotros nos colocaremos cerca, observando y analizando como afrontan las distintas situaciones que se les plantean, pero sin

intervenir en ellos. Sin embargo, si que atenderemos a las posibles dudas que puedan surgir durante la realización de estos, fundamentalmente de tipo tecnológicas, relacionadas con GeoGebra, más que matemáticas.

Cada vez que los alumnos finalicen un ejercicio, deberán avisarnos para que lo guardemos, y mostremos el siguiente en el ordenador. Aunque sería mucho más cómodo pasar de un ejercicio a otro sin cerrar el programa, GeoGebra no permite crear este tipo de secuencias, por lo que creemos que esta es la mejor forma. Además, nos aseguramos que los ejercicios se guarden correctamente en el ordenador.

Además de nuestra observación directa sobre como abordan los problemas los alumnos, también es interesante ver lo que ocurre en la pantalla. Por ello, intentaremos grabar mediante un software de grabado de pantalla, como CamStudio, si nuestro ordenador nos lo permite.

Una vez que una pareja de alumnos haya finalizado su batería de ejercicios, nos entregarán su ficha con los resultados, las cuales, junto con las observaciones directas que realicemos, serán analizadas posteriormente para la evaluación.

La batería de actividades que se propondrá a los alumnos durante la puesta en práctica de la experimentación, estará compuesta por cinco ejercicios. Con su realización, los alumnos trabajarán el cálculo del perímetro en polígonos, el cálculo y justificación de la fórmula del área del rectángulo, así como el reconocimiento en objetos e imágenes de su entorno de figuras planas. Además, estas actividades también supondrán un refuerzo para la operación aritmética de la suma con números que incluyen decenas, y cuyo resultado es mayor a 100, así como de la multiplicación de los números naturales entre 1 y 9, la cual acaban de aprender a realizar.

Así, las actividades quedarán de la siguiente forma:

- Actividad 1: en esta actividad los alumnos trabajarán el cálculo del perímetro, así como la variación del mismo en el caso de mover uno de los vértices deformando la figura. Adicionalmente, los alumnos estarán reforzando la suma con números que incluyen decenas incompletas.
- Actividad 2: el objetivo de esta actividad será el de construir una figura, para

calcular tanto su perímetro como su área. Además, al calcular el área los alumnos lo realizarán tanto contando "cuadrados" de la trama como mediante la fórmula para el cálculo del área de rectángulos. Al realizar estas operaciones, los alumnos también estarán reforzando las operaciones de la suma y de la multiplicación de unidades.

– Actividad 3: para esta actividad, los alumnos también construirán una figura en GeoGebra, un rectángulo en este caso, con objeto de calcular su área y su perímetro. Posteriormente, los alumnos rotarán la pieza, para volver a calcular las magnitudes anteriores, descubriendo así el principio de conservación del área. De nuevo, con estos cálculos también se estará reforzando las operaciones aritméticas de la suma y la multiplicación de unidades.

– Actividad 4: en esta actividad, el objetivo será calcular los perímetros de varios polígonos para ordenarlos de mayor a menor. Tras esto, los alumnos formarán un tercer polígono, de forma que la medida de su perímetro se encuentre entre las medidas de los perímetros anteriores. Además, del cálculo de perímetros, los alumnos estarán reforzando la suma de unidades y decenas incompletas con esta actividad.

– Actividad 5: por último, en este ejercicio los alumnos trabajarán el reconocimiento de figuras planas en objetos e imágenes de su entorno. Concretamente, deberán reconocer todos los triángulos posibles en la fotografía de unas escaleras del centro escolar.

En el momento de realizar la experimentación en el aula, los alumnos se encuentran comenzando el tercer trimestre del curso. Con el profesor, acaban de aprender a multiplicar recientemente. De esta forma, los niños ya conocen hasta la tabla del 4, aunque son capaces de multiplicar números más grandes, hasta el 9. Para ello, suman el multiplicando tantas veces como indique el multiplicador. Aprovechando la multiplicación, los alumnos también han aprendido a calcular el área del rectángulo, mediante su fórmula de "base x altura", pero no han realizado el paso previo a esta, de calcular el área midiéndola con unidades arbitrarias.

En el segundo trimestre, los niños ya aprendieron cómo calcular el perímetro de polígonos, sumando las medidas de sus lados. Sin embargo, apenas realizaron actividades sobre este contenido, ya que generalmente no trabajan mucho la geometría.

En el primer curso, además, los alumnos vieron algunos tipos de figuras planas, como los cuadrados, rectángulos, triángulos o círculos.

Debido a la característica particular de este trabajo, de que realizaremos la misma sesión una vez con cada pareja, puede transcurrir un tiempo significativo desde que la realice la primera hasta que lo realice la última pareja, lo que podría provocar que en ese periodo de tiempo, los alumnos trabajaran en clase algún contenido que influyera en el resultado de las actividades. De esta forma podríamos pensar que los resultados que obtendrían los últimos en realizarla serían mejores que los de las primeras parejas. Sin embargo, en las tres semanas que está previsto que pasen desde la primera hasta la última pareja, el profesor nos ha comentado que los contenidos que trabajarán en clase durante ese tiempo no influyen en los objetivos que se buscan con esta experimentación, por lo que esto no debería influir en los resultados.

3.1.3 Elaboración de actividades propuestas

Al efectuar la búsqueda por Internet de actividades que otros Centros y profesores utilizan para trabajar con GeoGebra, descubrimos como apenas hay material destinado al ciclo en el que vamos a llevar a cabo la experimentación, el Primer Ciclo de Primaria. Por tanto, la situación nos exige que seamos nosotros mismos quienes elaborem todas las actividades necesarias, de las cuales saldrá la batería de ejercicios que propondremos a los alumnos finalmente.

En este punto, se relata el proceso seguido para la elaboración de todos los materiales que serán utilizados para la puesta en práctica del experimento con los alumnos.

Como ya hemos indicado anteriormente, GeoGebra no permite la creación de una secuencia de actividades, que nos permita pasar de una a otra pulsando un botón de "Siguiente". Por ello, cada actividad la crearemos como un archivo independiente de GeoGebra, llamado "Ejercicio 1", "Ejercicio 2", "Ejercicio...". Estos archivos se alojarán en una carpeta, formando la batería de actividades propuesta a los alumnos. Cada vez que una pareja vaya a realizar la batería de ejercicios, se copiará la carpeta, y se le llamará con el nombre de los componentes de la pareja, con el fin de tener todas

las evidencias ordenadas.

Debido a la corta edad de los alumnos a los que va dirigida esta experimentación, y a que estos no conocen GeoGebra, ni han usado nunca ningún programa similar, debemos asegurarnos de que las actividades que vayan a realizar en el ordenador sean claras y estén bien explicadas. Por ello, nos interesa que en pantalla aparezcan el menor número de elementos posible, y que estos sean grandes y fácilmente visibles para los alumnos. Esto lo podemos conseguir utilizando colores y rótulos con un tamaño de letra grande, que sea fácil de distinguir.

En primer lugar, hay que destacar que en los ejercicios que presentamos a los alumnos, solo aparecerán en la interfaz de GeoGebra los botones necesarios para su realización, es decir, "Elige y mueve", "Polígono" y "Polígono rígido", según corresponda a cada ejercicio. Para eliminar o modificar de la interfaz las funciones que no nos interesan, debemos seguir la siguiente ruta: Herramientas > Confección de barra de herramientas particular.

En la **actividad 1** se pretende que los alumnos calculen el perímetro de un rectángulo, y que descubran si esta medida varía cuando se mueve uno de los vértices de la figura. En la *Figura 3* podemos observar el rectángulo con sus medidas. Además, mediante el cálculo del perímetro, también se busca trabajar la suma con números con decenas cuyo resultado es mayor que 100.

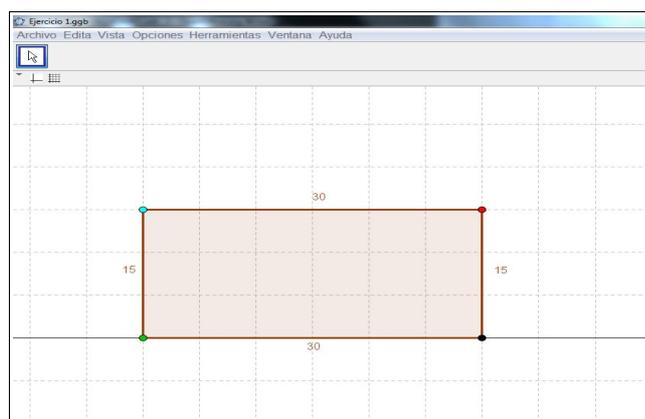


Figura 3

Enunciado:

1. Calcula el perímetro de esta figura.

-Selecciona el punto de color negro y arrastralo hacia la derecha. ¿Ha cambiado el perímetro? ¿Cuánto es ahora?

-Mueve el punto negro hasta que el perímetro de la figura sea de 120 centímetros.

Para realizar esta actividad, los alumnos ya saben como calcular el perímetro de un polígono sumando las medidas de todos sus lados, así como realizar sumas con números que incluyen decenas cuyo resultado sea superior a 100.

A la hora de preparar esta actividad, en primer lugar colocamos la cuadrícula. Debemos tener cuidado de que los alumnos no confundan la cuadrícula con el polígono, por lo que el trazo de esta será discontinuo y de un color gris claro. Para ello seguimos la siguiente ruta: Opciones > Avanzado.. > Preferencias – Vista Gráfica > Cuadrícula. Aquí podemos seleccionar tanto el estilo de trazo como el color que nos interesa para la cuadrícula.

Para simplificar el ejercicio y ayudar a los alumnos a su realización con GeoGebra, seleccionamos la función de atracción a la cuadrícula. De esta forma, los alumnos solo podrán arrastrar el vértice del polígono que deben mover a las intersecciones de la cuadrícula. Para ello seguimos la siguiente ruta: Opciones > Atracción de Punto a Cuadrícula > Fijado a Cuadrícula.

A continuación, trazamos la recta horizontal que pasa por dos puntos, los cuales también serán dos de los vértices del rectángulo. Esta será la recta por la que los alumnos deberán arrastrar el vértice del polígono. Una vez tenemos la recta, usamos la función de "Polígono" para formar un rectángulo, aprovechando los dos puntos que ya tenemos de la recta. Al realizar el polígono, debemos hacerlo en el sentido contrario a las agujas del reloj, ya que de esta forma, cuando seleccionemos que aparezcan los rótulos que indican la medida de cada lado, estos aparecerán fuera del rectángulo y no dentro. Para que aparezcan las medidas de los lados debemos hacer click con el botón derecho del ratón, sobre uno de los segmentos que formen el polígono, y seguir la siguiente ruta: Propiedades de Objeto... > Segmento > Básico > Muestra rótulo > Valor.

Las medidas del rectángulo son de 15x30 cm. Para que los alumnos sepan cual es el

punto que deben arrastrar en el ejercicio, ponemos cada vértice de un color distinto. El punto que deberán arrastrar los alumnos será el de color negro, el cual está especificado en el enunciado. Para cambiar el color de los vértices, debemos hacer click con el botón derecho en uno de los vértices, y seguir la siguiente ruta: Propiedades de Objeto... > Punto > Color. De esta forma, nos aseguramos de que cada vértice tenga un color distinto, siendo el de color negro el inferior derecho, que será el que los alumnos deban arrastrar. Además, también aumentamos el tamaño de los puntos, para facilitar la visión de estos a los alumnos. Para ello, debemos seguir la ruta: Propiedades de Objeto... > Punto > Estilo > Tamaño del Punto.

En la **actividad 2**, se pretende que los alumnos calculen el perímetro y el área de un cuadrado, el cual han de construir con GeoGebra previamente. En la *Figura 4* podemos ver un ejemplo de ese cuadrado ya construido. Además, se busca que los niños descubran que el área de una figura también lo pueden calcular utilizando un elemento intermedio, como los "cuadraditos" de la cuadrícula en este caso. Adicionalmente, también se busca reforzar la suma con llevadas, y la multiplicación.

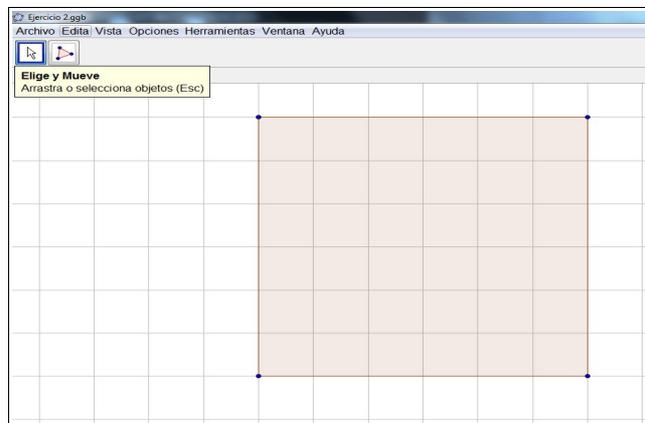


Figura 4

Enunciado:

2. Construye en el ordenador un cuadrado que mida 6 cuadrados de lado.

-¿Cuanto mide su perímetro?

-Calcula el área de la figura.

-Cuenta los cuadrados que hay en su interior.

Para realizar esta actividad, los alumnos conocen las fórmulas para calcular tanto el perímetro como el área de un cuadrado. Así mismo, saben realizar sumas de números con llevadas, y multiplicar dos números menores a 10, aunque en este caso no conocen la tabla del 4, por lo que este tipo de operaciones lo realizan sumando el multiplicando tantas veces como indique el multiplicador. Por último, pese a que conocen la fórmula del área de los rectángulos, los alumnos no han realizado el paso anterior de calcularla utilizando un elemento intermedio, como serían los cuadrados de la cuadrícula.

Como en esta actividad serán los propios alumnos y no nosotros los que construirán la figura, colocaremos la cuadrícula para que les sirva de guía a la hora de construirla, pues deben usar los "cuadrados" de esta como medida. Es importante tener cuidado de colocar la cuadrícula de modo que los alumnos puedan tomar las medidas para construir la figura fácilmente.

Además, como en el resto de actividades, eliminaremos de la barra de herramientas todas aquellas funciones que los alumnos no necesitan para la realización de este ejercicio. De esta forma, seguiremos la ruta: Herramientas > Confección de barra de herramientas particular, y seleccionaremos únicamente "Elige y mueve" y "Polígono" como elementos visibles para los alumnos.

En la **actividad 3**, buscamos que los alumnos calculen el perímetro y el área de un rectángulo, así como que descubran la conservación de estas medidas al mover una figura. Adicionalmente, también volvemos a trabajar el cálculo del área de un rectángulo utilizando un elemento intermedio, y por último mediante el cálculo del perímetro y el área, la suma con llevadas y la multiplicación. En la *Figura 5* podemos ver un ejemplo del rectángulo ya construido.

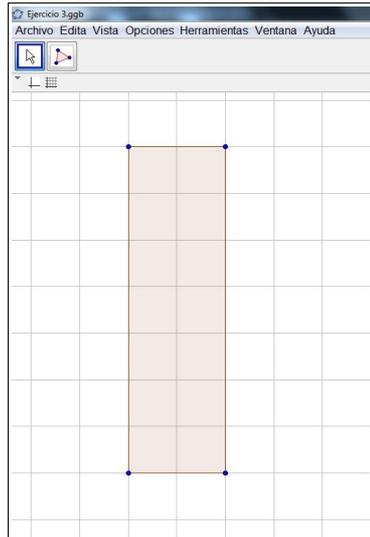


Figura 5

Enunciado:

3. Dibuja un rectángulo en el ordenador cuyos lados midan 7 cuadrados de alto y 2 de ancho.

-¿Cuanto mide su perímetro?

-Calcula el área de la figura.

-¿Cuántos cuadrados hay en su interior?

-Ahora selecciona uno de los puntos del rectángulo y gíralo hasta quedar así:



-¿Ha cambiado su perímetro? Vuelve a calcularlo.

-¿Y su área?

Para la realización de este ejercicio, los alumnos conocen las fórmulas para el cálculo del perímetro y el área en rectángulos, así como saben sumar con llevadas y conocen la tabla del 2. Sin embargo, no conocen la conservación del perímetro ni del área, por lo que es nuestro objetivo que lo descubran con esta actividad. Además, aunque conocen la

fórmula del área de los rectángulos, como ya hemos indicado en la actividad anterior, los alumnos no han realizado el paso anterior de calcularla utilizando un elemento intermedio.

Debido a que en esta actividad son los propios alumnos los que deben construir la figura, la elaboración de la misma se limita a colocar la cuadrícula de tal modo que los alumnos tengan espacio para realizar la actividad que se les plantea, y eliminar de la interfaz que les presentamos todos aquellos elementos que no necesitan para realizar este ejercicio. Así, siguiendo la ruta: Herramientas > Confección de barra de herramientas particular, seleccionaremos únicamente "Elige y mueve" y "Polígono rígido" como elementos que los alumnos pueden utilizar. Para este ejercicio, elegimos "Polígono rígido" en lugar de "Polígono", porque al seleccionar uno de sus vértices, nos permite rotar la figura sin deformarla.

En la **actividad 4**, pretendemos que los alumnos calculen perímetro de diferentes figuras, como rectángulos y triángulos, y que comparen sus medidas. Además, también se busca que los alumnos sean capaces de construir sus propias figuras en base a los parámetros que se les proporcionan. Adicionalmente, con el cálculo del perímetro también se busca reforzar la suma con llevadas. En la *Figura 6* podemos observar como se presenta la actividad a los alumnos.

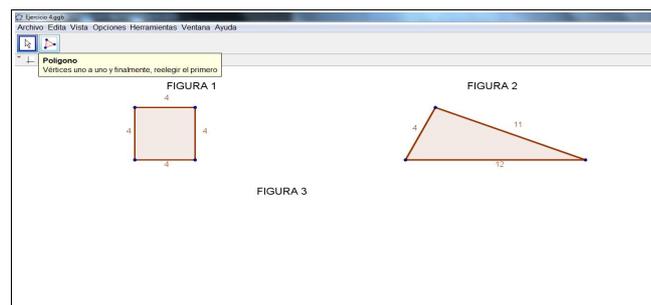


Figura 6

Enunciado:

4. Ordena de mayor a menos los perímetros de las siguientes figuras.

-Dibuja en el ordenador la figura 3. La medida de su perímetro debe estar entre los perímetros de las figuras anteriores.

-¿Cuánto miden sus lados? ¿Y su perímetro?

Para la realización de esta actividad, los alumnos saben calcular el perímetro de polígonos mediante la suma de las medidas de sus lados, así como comparar diferentes números y ordenarlos de mayor a menor. Además, también saben como realizar sumas con llevadas.

Sobre su desarrollo, en primer lugar debemos indicar que para esta actividad decidimos prescindir de la cuadrícula, ya que en este ejercicio aparecen varias figuras en pantalla, por lo que la presencia de la cuadrícula podría confundir a los alumnos.

Para elaborarla, en primer lugar realizamos las dos figuras que los alumnos verán al abrir la actividad, con la función de "Polígono". Estas dos figuras son un cuadrado de 4 centímetros de lado, y un triángulo escaleno, cuyas medidas de sus lados son de 4, 11 y 12 centímetros. Para que los alumnos puedan distinguir que figura es cada una, colocamos sobre ellas un rótulo con su nombre.

Para ello, debemos seguir la siguiente ruta: Barra de Herramientas > Inserta Texto. Así nombraremos a la Figura 1 y Figura 2. Además, para indicar donde deben construir los alumnos la tercera figura, lo señalaremos con el rótulo "Figura 3" , proporcionando el espacio suficiente para esta.

En la **actividad 5**, pretendemos que los alumnos aprendan a reconocer figuras planas, como triángulos en este caso, en objetos y elementos de su entorno. En la *figura 7* podemos observar la imagen con la que deberán realizar la actividad.



Figura 7

Enunciado:

5. Señala todos los triángulos que encuentres en esta foto.

-¿Cuántos has encontrado la primera vez?

-¿Y la segunda?

Para poder realizar esta actividad, los alumnos saben que es un triángulo y son capaces de nombrar objetos con forma de triángulo.

Para la elaboración de esta actividad, en primer lugar hemos buscado un lugar conocido para los alumnos en el que encontremos un buen número de figuras geométricas, dando así con una de las escaleras del colegio, y la hemos fotografiado. Para mostrar esta fotografía en el archivo de GeoGebra, seguimos la siguiente ruta: Edita > Inserta imagen desde > Archivo. Una vez aquí, buscamos en nuestro ordenador la imagen que deseamos insertar, y seleccionamos "Abre".

Finalmente, en la barra de herramientas de esta actividad, seleccionaremos únicamente "Elige y mueve" y "Polígono" como elementos que los alumnos pueden utilizar, para que estos puedan señalar los diferentes triángulos que localicen en la imagen.

3.2 Experimentación y evaluación

A lo largo del siguiente punto, se van a analizar, una por una, todas las actividades realizadas por los alumnos, prestando especial atención a la forma en la que las han abordado y a las dificultades que han encontrado los alumnos en su realización, especialmente a las de tipo matemático, y valorando el éxito o fracaso de estas actividades, así como proponiendo posibles mejoras a las mismas.

3.2.1 Actividad 1

Esta actividad se componía de tres partes: en primer lugar los alumnos debían hallar el perímetro de un rectángulo, para a continuación arrastrar de forma guiada uno de sus vértices y descubrir si el perímetro ha cambiado; por último debían arrastrar ese vértices hasta que el perímetro de la figura fuese de 120 centímetros.

En la primera parte de la actividad, observamos como los alumnos calcularon el perímetro sin problemas, algunos de ellos realizando la suma de forma mental y otros escrita.

En cuanto a la segunda parte de la actividad, el principal problema que se observa en los alumnos a la hora de resolver la actividad es que, al mover el vértice indicado sobre una recta horizontal, solo se fijaban en que cambiaba la medida de un de los lados de la figura. Sin embargo, al mover un vértice, son dos lados los que varían su longitud. De esta forma, cuando calculaban el nuevo perímetro, solo tenían en cuenta que había cambiado uno de los lados. Tan solo dos de las parejas observaron a la primera que dos de los lados de la figura habían cambiado de medida.

En el punto c) de esta actividad, observamos como algunas parejas buscaron estrategias para encontrar más rápido el punto en el que debían situar el vértice y así resolver el problema. Por ejemplo, dos de las parejas, se dieron cuenta de que como 120 acaba en 0, si al realizar la suma de las medidas las unidades no dan 0, no necesitan seguir sumando, ya que esa no será la solución y podían pasar a probar otro punto rápidamente. Otras parejas se dieron cuenta de que cuando movían el vértice de un punto al consecutivo, la medida del perímetro no aumentaba mucho, por lo que probaban a saltar varios puntos para así acercarse más rápido al resultado.

3.2.2 Actividad 2

En esta actividad, los alumnos debían contruir un cuadrado que tuviera 6 unidades de lado, y a continuación calcular su perímetro y su área. Por último, se les pedía que

contaran el número de cuadraditos que había en el interior del cuadrado construido, para que observarían que este resultado era el mismo que obtenían al calcular el área con la fórmula que ya habían aprendido en clase.

A la hora de construir la figura, las dos parejas que la realizaron confundieron que la medida de sus lados debía de ser de 6 cuadrados con que en su interior tuviera 6 cuadrados, por lo que fue necesario aclarárselo. Al siguiente intento ambas parejas lo realizaron correctamente.

Para calcular el perímetro, una de las parejas lo realizó contando cuadraditos, mientras que la otra lo calculó sumando $6+6+6+6$, aunque al principio esta pareja confundió el perímetro con el área. Por último, ambas calcularon el área correctamente, y se dieron cuenta de que contando los cuadraditos que se encuentran en el interior obtienen el mismo resultado.

Cabe destacar que esta actividad solo la realizaron dos de las parejas participantes, ya que después decidimos eliminarla de la propuesta, puesto que observamos que se les hacía muy larga la batería de actividades y apenas les daba tiempo a terminarla. Además esta era bastante similar a otras de las actividades propuestas, por lo que consideramos que era la más adecuada para eliminar.

3.2.3 Actividad 3

En esta actividad, se pedía a los alumnos que construyeran un rectángulo de 7 cuadrados de alto y 2 de ancho, para calcular su perímetro y su área. Posteriormente, debían arrastrar uno de los vértices para rotar el rectángulo hasta quedar en posición horizontal., para descubrir si el perímetro o el área de la figura cambian al moverla.

En cuanto a la primera parte de la actividad, la mayoría de las parejas no tuvo problemas para construir la figura, aunque una de las parejas confundió el alto con el ancho. Por otra parte, otra de las parejas tuvo problemas con el manejo de la aplicación a la hora de dibujar la figura, por lo que tuvimos que guiarles para que no se quedasen atascados.

A la hora de calcular el perímetro, pudimos observar como los alumnos seguían distintas estrategias. La mayoría de las parejas lo calcularon sumando los datos que se les daba en el enunciado, sumando dos veces 2 y dos veces 7, mientras que otras lo hallaron contando los cuadraditos que había en cada lado del rectángulo. Para calcular el área, casi todos los alumnos utilizaron la fórmula que ya conocían, multiplicando directamente 7×2 , fijándose en los datos del enunciado. Sin embargo, una pareja, se aseguró contando los cuadraditos que había en uno de los lados (7), y los multiplicó por dos.

Más dificultad encontraron los alumnos tras girar la figura, pues solo dos parejas se dieron cuenta de que seguía siendo la misma y sus medidas no habían cambiado, y por ello, tanto el perímetro como el área seguirían siendo los mismos. El resto de parejas, por su parte, volvieron a calcular el perímetro y el área, obteniendo el mismo resultado que antes. A aquellos que no hacían ningún comentario al respecto, les preguntábamos porque creían que obtenían los mismos resultados que antes. Como podemos observar, en este apartado de la actividad los alumnos están adquiriendo el principio de conservación del área y de la longitud. El principio de conservación del área es el convencimiento de que si cortamos un folio de papel en varios trozos, la cantidad de papel no varía aunque cambie la distribución de los trozos. De la misma forma, si trasladamos o rotamos un figura de posición, su área no cambia. Según Piaget, es a partir de los 7 años cuando puede comenzar a tener sentido para el niño la conservación del área. Sin embargo, otros investigadores, como Hutton, retrasan la conservación hasta edades cercanas a los 12 años. Por su parte, el principio de conservación de la longitud, supone que al rotar o trasladar un segmento de lugar, su longitud no varía.

3.2.4 Actividad 4

La cuarta actividad constaba de dos partes diferenciadas a realizar por los alumnos. En primer lugar, observaban dos figuras, las cuales debían ordenar de mayor a menor según la medida de sus perímetros. Después, tenían que construir una figura, cuyo perímetro se situase entre las medidas de los perímetros de las figuras anteriores. Por último, se les pedía que calculasen el perímetro y el área de la figura que habían construido.

En general, los alumnos no tuvieron demasiados problemas en la parte de ordenar de mayor a menor los perímetros, pues tan solo una pareja realizó mal la actividad al primer intento, que ordenaron los lados en vez de las medidas de los perímetros, mientras que otra pareja no entendía el enunciado, por lo que tuvimos que explicárselo.

Sin embargo, en la segunda parte de la actividad, pudimos observar como casi todas las parejas tuvieron problemas para entender que significaba que la medida del perímetro de la figura que debían construir debía encontrarse entre las medidas de los perímetros de las otras dos figuras, pues tan solo una pareja lo entendió a la primera, ya que parecía no estar demasiado claro en el enunciado. Una vez que comprendieron el enunciado, la mayoría de las parejas consiguió construir rápido una figura de esas dimensiones, y tan solo una de las parejas tuvo problemas en ese sentido, pues trataban de construir una figura de 27 centímetros de lado, cuando esa era la medida máxima que podría haber tenido su perímetro.

Es curioso destacar, que en esta actividad hasta cuatro parejas obtuvieron el mismo resultado, al construir un rectángulo de 6 centímetros de alto y 4 de ancho. En la *Figura 8* podemos comprobar la actividad de una de las parejas que obtuvo este resultado.

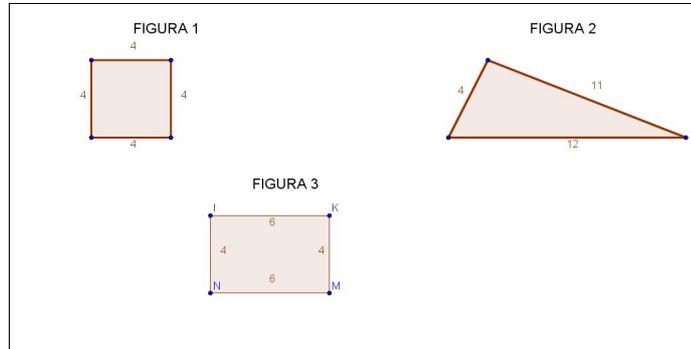


Figura 8

3.2.5 Actividad 5

Por último, en la actividad 5 se les pedía a los alumnos que buscarán todos los triángulos que fueran capaces de encontrar en una fotografía. Tras indicarles que podían encontrar triángulos "ocultos" formados por varios triángulos juntos, en caso de que no los hubieran visto, les pedíamos que volvieran a contar para ver cuántos eran capaces de

localizar.

La mayor dificultad encontrada en la realización de esta actividad fue fundamentalmente encontrar los triángulos "ocultos" formados por varios triángulos, pues en el primer recuento ninguna de las parejas los vio. En el primer recuento los resultados fueron dispares, desde los 18 que encontró la pareja con más éxito, hasta los 9 que localizó la que menos. Tras explicarles como podían encontrar más triángulos, dos parejas encontraron todos los posibles en la imagen, mientras que tan solo una de ellas tuvo problemas para encontrar estos triángulos "ocultos".

Una de las parejas no pudo realizar esta actividad, ya que les costo bastante tiempo realizar las tareas anteriores, por lo que la clase terminó antes de que pudieran comenzar con esta.

3.2.6 Propuesta de mejora

En este apartado, tras haber evaluado y analizado las actividades realizadas con los alumnos, vamos a realizar una propuesta de mejora de las mismas, teniendo en cuenta los problemas que hemos encontrado en ellas durante el análisis. A continuación trataremos analizar la metodología utilizada para descubrir como podría un profesor de Matemáticas aplicarla en una clase, generalizando el tema y las actividades. Para ello, vamos a tratar de seguir en todas las actividades un mismo esquema, sistematizando de esta forma el trabajo.

- En la **actividad 1**, en base a lo observado durante la experimentación, no creemos que sea necesario realizar ningún cambio importante en el ejercicio, pues los alumnos no tuvieron problemas para comprender lo que les pedía el enunciado y fueron capaces de realizarla sin ayuda por nuestra parte. Además, según la forma en que decidiesen abordar los alumnos la actividad, esta les permitía trabajar el cálculo mental, así como desarrollar estrategias para la resolución de problemas.

Respecto a la dificultad de la actividad, pensamos que está bien adaptada al nivel de los

alumnos, tanto en lo que se refiere a sus conocimientos y capacidades matemáticas, pues ya saben como calcular el perímetro de un polígono, así como realizar sumas con decenas cuyo resultado sea mayor que 100, así como a su habilidad con GeoGebra. En caso de que el nivel matemáticos de los alumnos fuera algo mayor, una forma de adaptar el ejercicio sería cambiar las medidas del rectángulo. Por ejemplo, si quisieramos trabajar o reforzar las centenas, podríamos aumentar estas medidas a números que incluyan centenas. De igual forma, si los alumnos ya conocieran los decimales en cursos posteriores, podríamos trabajar la suma con decimales poniendo números de este tipo en los datos del problemas. En caso contrario, si el nivel de los alumnos fuera menor, se podrían rebajar estas medidas a, por ejemplo, números que solo tengan unidades.

En cuanto al nivel de manejo de GeoGebra, los alumnos hacia los que está enfocada esta actividad acaban de aprender a utilizarlo en la misma sesión. Sin embargo, si ya se manejaran con soltura con el programa, una forma de que la actividad supusiera un reto mayor, sería eliminar la opción de "Atracción de Punto a Cuadrícula", e incluso eliminar la cuadrícula, pero manteniendo la recta "guía" por la que desplazan el vértice, para que los alumnos más dificultades a la hora de hallar el punto correcto.

- En la **actividad 2**, el principal problema que observamos en la puesta en práctica fue que el empleo del término "cuadrados" como unidad de medida en el enunciado resultaba confuso para los alumnos, por lo que se plantea necesario realizar una modificación en ese sentido para que se facilite la comprensión. Teniendo en cuenta que uno de los objetivos de esta actividad era que los alumnos descubrieran que al calcular el área, podían obtener el mismo resultado utilizando la fórmula que contando el número de unidades cuadradas ("cuadrados") de su interior, una forma de solucionar esto pasaría por utilizar como unidad de medida el lado de un cuadrado. Por ejemplo, que este midiera 1 centímetro, explicándolo de forma clara en el enunciado. De esta forma, pediríamos a los alumnos que construyeran un cuadrado de 6 centímetros de lado, más sencillo de comprender.

Sin embargo, como hemos indicado anteriormente, esta actividad decidimos eliminarla de la batería de ejercicios propuesta, ya que a los alumnos no les daba tiempo a realizar todas las actividades durante el tiempo establecido, y esta trabajaba aspectos como el

cálculo del perímetro y el área, y por consiguiente también la suma y la multiplicación, que también se desarrollaban en otras presentes en la batería, como la 1 y la 3. En todo caso, si los alumnos necesitasen un refuerzo en alguno de esos contenidos, la actividad podría ser incluida de nuevo como apoyo.

De igual forma que en la actividad anterior, si buscáramos aumentar o disminuir la dificultad de la actividad, podrían realizarse modificaciones en los datos, como introducir decenas o centenas, o en cursos posteriores, incluso que fueran números con decimales.

En cuanto al nivel tecnológico, la única dificultad se les presentaba a los alumnos al construir la figura con GeoGebra, pero tan solo una pareja tuvo problemas para hacerlo, debido a que estaban acostumbradas al manejo del ratón del ordenador. Por tanto, no creemos que sea necesario realizar modificaciones en este aspecto.

- En la **actividad 3**, de nuevo los principales problemas observados durante la experimentación estuvieron relacionados con la comprensión del enunciado y con el manejo del propio programa. En cuanto al enunciado, algunos alumnos confundieron los términos ancho y alto. Según nos indicó el profesor, estos términos ya los conocían los alumnos, por lo que no deberían haber tenido dificultades. Sin embargo, debemos tener en cuenta que según el nivel de conocimientos del grupo al que dirigimos las actividades, quizás no los conozcan, por lo que en estos casos deberíamos tratar de dar los datos de una forma comprensible para los niños.

A la hora de adaptar el nivel de dificultad de la actividad, como en las actividades anteriores, podríamos cambiar los datos, por ejemplo, aumentando el valor de los mismos, o cambiando el tipo de número a números decimales, en el caso de que los alumnos ya los hubieran aprendido, por lo que de esta forma la actividad también nos serviría en cursos posteriores.

Por otro lado, en cuanto a las dificultades respecto al manejo de GeoGebra, una pareja tuvo problemas para construir el rectángulo utilizando la herramienta "Polígono rígido". Sin embargo este fue un caso puntual, y teniendo en cuenta que es la primera vez que estos alumnos se enfrentaban a este programa, no creemos que ese aspecto sea necesario modificarlo, por ejemplo, dando ya el rectángulo hecho a los alumnos para que estos solo tengan que realizar los cálculos oportunos y girarlo.

- En cuanto a la **actividad 4**, los alumnos presentaron problemas durante la experimentación para entender el enunciado, especialmente la segunda parte, en la que se les pide construir una nueva figura cuyo perímetro se encuentre entre los perímetros de las figuras anteriores. Creemos que en esta actividad sería necesario reescribir el enunciado para facilitar su comprensión con mayor claridad, pudiendo quedar del siguiente modo:

4. Calcula los perímetros de las dos figuras que tienes dibujadas en la pantalla.
 - ¿Cuál tiene mayor perímetro?
 - ¿Cuál tiene menor perímetro?
 - Dibuja otra figura y calcula su perímetro.
 - ¿Está ese perímetro entre los otros dos?
 - Si no lo está, modifica la figura que quieras para que los perímetros queden en orden.

Respecto a las posibilidades de adaptación para cambiar la dificultad de la actividad, podríamos hacerla más compleja tanto modificando el valor de los datos, como aumentando la cantidad de polígonos a los cuales haya que calcular su perímetro y ordenarlo.

Por otra parte, el otro problema que hemos encontrado durante la experimentación con este ejercicio, a la hora de construir los alumnos la figura 3, es que GeoGebra no permite fijar la opción de que aparezcan las medidas antes de realizar la figura. Por ello que los alumnos debían construirla primero "a ciegas", para que después nosotros seleccionásemos la opción de "Muestra rótulo" siguiendo la ruta "Propiedades de objeto > Muestra rótulo > Valor", y posteriormente ellos modificaban la figura hasta conseguir el tamaño buscado. Al no hallar la forma directa de resolver este problema, una posibilidad sería proporcionar la cuadrícula en esta actividad, escogiendo como unidad la longitud del lado de un cuadrado de la misma. Sin embargo, esta solución limitaría

mucho las posibilidades de la actividad pues los alumnos no podrían construir un triángulo, por ejemplo, ya que las medidas no serían reales.

- En la **actividad 5**, la mayor dificultad que encontraban los alumnos durante la práctica era que les costaba localizar los triángulos "ocultos" presentes en la imagen, pero creemos que esa dificultad es la que hace interesante a esta actividad, pues ayuda a los alumnos a descubrir no solo las figuras geométricas más visibles a simple vista en su entorno, sino también otras para las que debén prestar más atención o combinar varias figuras geométricas entre sí.

Sin embargo, el principal problema que hemos encontrado en esta actividad durante su puesta en práctica, era que realmente los alumnos no usaban GeoGebra durante su desarrollo, pues en el programa aparecía mostrada la imagen, pero los alumnos no utilizaban ninguna de las herramientas que este ofrece. Por ello una solución podría ser que cada vez que encuentren un triángulo en la imagen, utilicen la herramienta "Polígono" de GeoGebra para dibujarlo encima. De esta forma, además, se facilitará el llevar el recuento de los triángulos, y estos podrán ser visto de forma más clara, especialmente esos "ocultos" formados por la unión de varios triángulos más pequeños.

Para adaptar esta actividad a otros niveles de dificultad, lo más conveniente sería cambiar la imagen a mostrar. De esta forma, podríamos buscar una imagen en la que predominen los círculos, o los rectángulos, o en la que aparezcan varios tipos de figuras geométricas, pidiendo a los alumnos que localicen todas las figuras diferentes que vean. Además, la dificultad también la podremos modificar de acuerdo a la claridad o "abstracción" que muestren estas figuras en la imagen, pudiendo ser así más fáciles o más difíciles de localizar.

En cuanto a dificultades de tipo tecnológico, no hemos encontrado ninguna durante el desarrollo de esta actividad, más allá del propio hecho que ya hemos comentado de que los alumnos no Hacían uso de GeoGebra para su resolución.

3.3 Secuencia didáctica construida a partir de la experimentación

3.3.1 Contribución de la experimentación a la mejora de la secuencia didáctica

En general, podemos observar como la batería de actividades propuesta en la experimentación se centra fundamentalmente en el trabajo del perímetro y el área, y por tanto también en el refuerzo de las operaciones aritméticas de la suma y la multiplicación. Además de esto, también se incluye en la propuesta, en menor medida, el trabajo de las relaciones de orden mediante mayor y menor, así como el reconocimiento de figuras planas en entornos familiares, concretamente de triángulos. Este conjunto de actividades ha sido diseñado para un grupo de alumnos concreto con varios objetivos en mente: por un lado, reforzar algunos contenidos que los alumnos ya conocían o que acababan de aprender, como el caso de la multiplicación y el cálculo del área en rectángulos, en los cuales el profesor de Matemáticas del grupo creía que necesitaban un apoyo; y por otro lado, descubrir algunas de las posibilidades que nos ofrece el empleo de GeoGebra en el Primer Ciclo de Primaria.

Sin embargo, como maestros sabemos que cada grupo-clase tiene contexto diferente, por lo que una actividad o conjunto de actividades válido para una clase, podría no serlo para otra diferente, aunque ambas se encuentren situadas en el mismo curso. Por tanto, si quisiéramos utilizar estas actividades con otro grupo de alumnos, deberíamos tener en cuenta su situación y adaptar nuestros ejercicios en base a las necesidades de ese grupo, o de lo que pretendemos trabajar o reforzar con ellos.

En el caso de querer trabajar contenidos como el área o el perímetro, nos serían útiles las cuatro primeras actividades diseñadas, a las que podríamos añadir más ejercicios de este tipo si fuera necesario. Además, estas también nos servirían en el caso de que pretendieramos realizar un refuerzo de la suma o de la multiplicación. De igual manera, como ya hemos indicado en alguna actividad, estas también podemos aprovecharlas para trabajar aspectos más concretos, como podrían ser la suma con decimales, la suma con centenas o las multiplicaciones con decenas. Para ello, deberíamos cambiar los datos de las medidas de las figuras, de tal forma que fueran números con decimales, con centenas o con decenas, según el caso.

Por otro lado, si nuestro objetivo fuese más encaminado hacia el reconocimiento de las diferentes figuras planas en objetos o contextos cercanos al alumno, podríamos servirnos de la actividad 5. En este caso, tendríamos que desarrollar más actividades de ese tipo, en las cuales no solo trabajemos con triángulos, sino también con cuadrados, rectángulos o círculos.

3.3.2 Secuencia con las actividades mejoradas y otras que las complementan

Una vez realizadas las propuestas de mejora para las actividades que formaban parte de la batería propuesta a los alumnos, procedemos a desarrollar la propuesta de una secuencia didáctica completa y ordenada para trabajar con GeoGebra, que incluye tanto estos ejercicios que ya teníamos, como otros que los complementan.

Así, esta secuencia se desarrollaría a lo largo de tres sesiones, formadas por 3 actividades cada una. En la primera sesión, las actividades que la componen trabajarán el reconocimiento de figuras planas en objetos del entorno de los alumnos, y la eliminación de los estereotipos en geometría. Estos estereotipos suponen, que generalmente, al alumno siempre se le presenta una determinada figura en una determinada posición, por lo que tiende a pensar que siempre ha de presentarse así y que dicha posición forma parte de la definición. Aunque desde el punto de vista geométrico es irrelevante la posición de la figura, un alumno puede pensar que sí lo es. Por tanto, es importante no mostrar siempre al alumno la figura en una posición estereotipada, sino que conozca distintas posiciones.

En la segunda sesión, se trabajará la justificación de la fórmula del área, partiendo desde actividades de calcular el área de otras formas, como podría ser utilizando unidades de longitud arbitrarias, en cuyo caso la unidad de área será un cuadrado cuyo lado mida la unidad de longitud elegida. En nuestro caso, podrían ser los cuadrados de la cuadrícula. Además, se trabajará el ordenar distintas medidas de perímetros y áreas.

En la tercera sesión, por su parte, el trabajo estará centrado hacer que desaparezca la confusión que algunos alumnos suelen presentar entre los conceptos de perímetro y área.

Además, esta secuencia didáctica también servirá como refuerzo para las operaciones aritméticas de la suma y la multiplicación, al utilizar estas los alumnos para resolver las distintas cuestiones de cálculo de perímetro y área que aparecen en las actividades.

Así, la secuencia didáctica quedaría conformada de la siguiente forma:

- Sesión 1:

– Actividad 1: Con esta nueva actividad, se busca que los alumnos comiencen a evitar los estereotipos en la geometría. Para ello, se les presentan en la pantalla una serie

de figuras planas (cuadrados, rectángulos y triángulos), en posiciones diferentes a las que los niños están acostumbrados a ver, y se les pide que coloreen de diferente color cada tipo de figura plana. Por ejemplo, los cuadrados de azul, los rectángulos de rojo, y los triángulos de verde.

– Actividad 2: En esta actividad, también nueva en la secuencia, continuaremos trabajando con los alumnos el reconocimiento de figuras y la eliminación de estereotipos en la geometría, completando un "Tangram" realizado en GeoGebra. El Tangram es un antiguo juego chino en el que mediante el uso de 5 triángulos, un cuadrado y un romboide, pueden formarse cientos de figuras diferentes.

En nuestro caso, en la pantalla aparecerá una figura ya construida de forma sombreada, así como las piezas necesarias para su construcción desordenadas. Utilizando la herramienta "Elige y mueve" de GeoGebra, así como girándolas desde uno de sus vértices, los alumnos deberán colocar cada pieza en su lugar correcto.

– Actividad 3: Para esta actividad, utilizaremos la actividad 5 de nuestra propuesta inicial. Esta actividad consistía en la localización de todos los triángulos posibles en una fotografía, correspondiente a unas escaleras situadas en el colegio. Para esta actividad, se añadirá la modificación de que los alumnos no solo deben contar los triángulos, sino que además deben dibujar sobre la imagen todos aquellos que encuentren, mediante la herramienta de "Polígono".

-Sesión 2:

– Actividad 4: En esta actividad, utilizaremos la actividad 3 de nuestra propuesta inicial, pero eliminando las preguntas referentes a calcular el perímetro de la figura que se construye. De esta forma los alumnos deberán construir un rectángulo y calcular su área, primero utilizando como unidad los "cuadrados" de la cuadrícula, y después, con la fórmula del área. A continuación, girarán el rectángulo para que quede en dirección horizontal, y se les preguntará a los alumnos si creen que el área ha cambiado, para proceder a calcular otra vez mediante los dos métodos anteriores.

– Actividad 5: Para esta actividad, utilizaremos la actividad 4 de la propuesta inicial, con las mejoras realizadas tras el análisis de la experimentación, las cuales

suponen un cambio en el enunciado para que esta se entienda con mayor claridad. En dicha actividad, los alumnos deben calcular los perímetros de dos figuras y ordenarlos de mayor a menor, para posteriormente construir ellos mismos una figura entre las anteriores, y realizar las modificaciones que consideren oportunas, para que los perímetros de las tres figuras queden ordenados de mayor a menor.

– Actividad 6: En esta actividad, nueva en la secuencia, (ver *Figura 9*) se trabajará tanto el cálculo del área de rectángulos, la eliminación de estereotipos respecto a los rectángulos, como la estimación y la ordenación de áreas. Además, esta actividad también servirá para reforzar la multiplicación de unidades. En ella, se presentarán a los alumnos tres rectángulos en la pantalla, contruidos con la herramienta de "Polígono rígido", los cuales deberán mover los alumnos para que queden ordenados de menor a mayor área en la pantalla. Esta primera ordenación la realizarán estimando las medidas, pues no se mostrarán los valores de estas a los alumnos.

A continuación, los alumnos harán click en la casilla "Valor" creada mediante la herramienta de "Casilla de Control". Al activar esta casilla, aparecerán los valores de las medidas de los lados de los tres rectángulos. Entonces, los alumnos procederán a calcular sus áreas, y reordenarlos de menor a mayor en caso de que sus estimaciones hubieran sido erróneas.

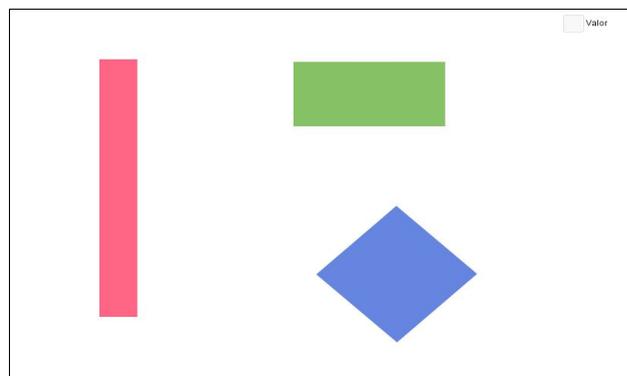


Figura 9

Esta actividad, a pesar de su aparente sencillez, nos ofrece una buena cantidad de variantes, permitiendonos así trabajar diferentes contenidos en función de la que escojamos. Por ejemplo, si hacemos que las tres figuras que presentamos a los alumnos tengan el mismo área, estaremos trabajando la conservación del área. Si la medida de sus áreas es próxima, pero no igual, estaremos trabajando la ordenación de áreas. Mientras que se sus medidas son distantes entre sí a simple vista, con esta actividad

estaríamos trabajando la estimación.

Por otra parte, también podríamos cambiar las formas de las figuras, así como los rangos de los valores de sus medidas, o la presencia o no de la cuadrícula, para aumentar o disminuir la dificultad de la actividad. Por último, si queremos que esta sea una actividad de construcción y no de cálculo, podemos dar la posibilidad a los alumnos de modificar los tamaños de las figuras, pidiéndoles por ejemplo que hagan que todas las figuras tengan el mismo área.

-Sesión 3:

- Actividad 7: Para esta actividad, emplearemos la actividad 1 de la propuesta inicial, en la que trabajaremos con el perímetro. En ella, los alumnos deben calcular el perímetro de un rectángulo, para posteriormente comprobar si este se modifica cuando mueven sobre una recta horizontal uno de sus vértices. Por último, se les pide a los alumnos que, moviendo ese vértice, encuentren el punto concreto en el que el perímetro será de 120 centímetros,
- Actividad 8: En esta actividad, utilizaremos la actividad 2 de la propuesta inicial. En dicha actividad, los alumnos deben de construir una figura de unas medidas determinadas, y calcular su perímetro y su área. Para calcular su área, pediremos a los alumnos que primero cuenten los cuadrados que se encuentran en el interior de la figura, para posteriormente utilizar la fórmula, como refuerzo de la sesión anterior.
- Actividad 9: Esta será una nueva actividad en la secuencia. Con ella buscamos que los alumnos diferencien perímetro de área, y que además, descubran que estas son independientes entre si. Para ello, se mostrará en la pantalla a los alumnos un rectángulo, de dimensiones 6 y 4 centímetros, y se les pedirá que construyan ellos uno con la herramienta de "Polígono", cuya medida del perímetro sea igual, pero que su área sea menor, y otro en el que su área sea mayor.

CONCLUSIONES

En este capítulo vamos a desarrollar, ordenadas según los capítulos del trabajo, todas aquellas conclusiones que hemos ido extrayendo a través de la elaboración, puesta en práctica y análisis de este Trabajo Fin de Grado, así como a exponer finalmente, los que en nuestra opinión son los puntos fuertes y los aspectos a mejorar de la propuesta.

4.1 Conclusiones del Marco Teórico

- Sobre el currículo

De acuerdo con el currículo de matemáticas en Educación Primaria del año 2007, el trabajo de la geometría en esta etapa debe estar centrado en la construcción de conceptos, en la búsqueda de relaciones y en el desarrollo de la intuición geométrica, e incide en la exploración, experimentación e investigación sobre programas informáticos, entre otros, para lograrlo. De esta forma, podemos observar como el propio currículo de matemáticas promueve el uso de programas informáticos, como es GeoGebra, para la enseñanza de la Geometría en Primaria.

Otro de los aspectos que nos parecen importantes en los que insiste el currículo es en la necesidad de no separar la enseñanza de la geometría del resto de las matemáticas, sino de aprovecharla mediante actividades que la relacionen con otros campos. Por ello, en las actividades propuestas tanto en la batería utilizada en la experimentación como en la secuencia didáctica final de este trabajo, hemos intentado que además de trabajar la Geometría, los alumnos también utilizasen otras áreas de las matemáticas, relacionando los bloques de contenidos de Geometría y medida, pues esto puede ayudar a que los niños perciban la utilidad de esta.

- Sobre la bibliografía

Por otra parte, creemos que el rol del maestro esta cambiando, pues como ya hemos indicado anteriormente, ha pasado de ser un mero transmisor de conocimientos, a ser el guía del aprendizaje del alumno. En esta modernización de la educación, pensamos que la enseñanza de la geometría no debería quedarse atrás. Por ello, nos parece muy

interesante la idea que propone Alsina (2008), de que todos los colegios deberían tener laboratorios específicos de geometría con materiales destinados a tal fin. Estos laboratorios, además, integrar softwares de geometría dinámica como GeoGebra.

Estudios como los de Kreis (2009) o Jones (1999), no han parecido también importantes, ya que permiten demostrar si esta modernización de la educación, utilizando los SGD en el aula, supone un verdadero avance frente a la metodología tradicional de lápiz y papel. A su vez, tanto el trabajo de Jones (1999), como el de De Villiers (2007), nos han ayudado a la hora de elaborar la experimentación, gracias a las pautas y consejos que ofrecen a los profesores para trabajar con GeoGebra.

4.2 Conclusiones del Marco Práctico

Mediante la búsqueda de actividades que realizamos por Internet en páginas de otros profesores o centros que también utilizan GeoGebra, pudimos comprobar como apenas hay materiales elaborados para trabajar en el Primer Ciclo de Primaria, y lo poco que encontramos no nos servía para usarlo o adaptarlo para nuestra propuesta inicial.

De esta forma, podemos pensar que la ausencia de actividades en Internet se debe al hecho de que GeoGebra u otros Programas de Geometría Dinámica no son muy usados por los profesores de matemáticas en este ciclo, prefiriendo emplear en su lugar para el aprendizaje de la geometría otras metodologías más tradicionales, como el uso de materiales u objetos que los niños pueden manipular.

Creemos que el hecho de que los profesores no utilicen este tipo de programas en el Primer Ciclo de Primaria, puede estar motivado por su desconocimiento, por la dificultad que entraña el aplicar de forma efectiva este tipo de metodologías, o porque debido al propio nivel de los contenidos que se trabajan en este ciclo y las capacidades cognitivas de los alumnos a esta edad, puede ser más difícil aprovechar el potencial que ofrecen. Sin embargo, este tipo de programas si que pueden ser mucho más explotados posteriormente, cuando el nivel cognitivo de los alumnos es mayor.

4.3 Conclusiones de la experimentación

4.3.1 Matemáticas

Respecto a las matemáticas propiamente dichas, uno de los aspectos que hemos observado durante este trabajo es que los alumnos con los que realizamos la experimentación presentaron muchos problemas en la actividad de ordenar de mayor a menor los perímetros de diferentes figuras, pues en general no comprendían el enunciado. Aunque una de las mejoras que hemos propuesto a esta actividad ha sido una reelaboración del enunciado, nos planteamos que quizás el problema no fuera la claridad de este, sino la necesidad de trabajar más el concepto de orden, por lo que podrían no estar habituados a este tipo de ejercicios.

También hemos podido observar como los alumnos con los que realizamos la experimentación aún no habían adquirido el principio de conservación del área. Esto lo comprobamos en la actividad 3, en la que debían rotar un rectángulo y comprobar si su área había cambiado, pues tan solo un alumno se dio cuenta de que era la misma figura, pero volvió a calcularlo para asegurarse. El resto de parejas, volvieron a calcular el área, y entonces es cuando se dieron cuenta que esta era la misma.

En cuanto a las confusiones entre distintos conceptos, en la actividad 2 observamos como una de las dos parejas que la realizó confundió el perímetro con el área, por lo que puede ser interesante realizar actividades con estos alumnos que hagan hincapié en esa distinción. Por otra parte, otra pareja también confundió el ancho con el alto, quizás porque no estos alumnos no están habituados a emplear estos términos.

Respecto a la identificación de figuras, podemos afirmar que estos alumnos no tienen problemas para distinguir entre cuadrados, rectángulos y triángulos. Además, a la hora de encontrar triángulos en una imagen de su contexto cercano, la mayoría encontró bastantes de los que aparecían en ella, aunque tuvieron dificultades para encontrar esos triángulos más "ocultos", los cuales podemos considerar que aparecen bajo su representación no estereotipada. Por ello, tal y como hemos indicado posteriormente para la secuencia didáctica mejorada, creemos que es muy importante el trabajo de los alumnos con figuras en posiciones no estereotipadas. De esta forma, aprenden a reconocer figuras en cualquier posición, y se elimina la idea que tienen algunos niños de que la posición de la figura también forma parte de la definición de esta.

Un aspecto positivo a resaltar en lo visto durante la experimentación es la buena realización de todas las operaciones aritméticas que se propusieron a los alumnos en las actividades. En ellas se daba la opción a los alumnos que realizaran las operaciones de forma escrita o mentalmente, como ellos prefirieran, y tanto en uno como en otro caso no presentaron errores. Creemos que esto se debe al trabajo que realizan diariamente con el profesor, el cual está muy centrado en realizar continuamente actividades de cálculo, tanto oral como escrito.

Por último, una de nuestras responsabilidades como futuros docentes es la necesidad de analizar todas las posibles variables didácticas de las actividades que proponemos a nuestros alumnos, para de esta forma descubrir que una misma actividad puede servirnos para trabajar diferentes contenidos simplemente cambiando alguna de sus variables. De la misma forma, podemos descubrir que al cambiar estas también podemos aumentar o disminuir la dificultad de la actividad. Sin embargo, realizar esto con todas las actividades que proponemos resultaría un trabajo muy extenso, pero podemos encontrar un pequeño ejemplo de este análisis en la actividad 6 de la secuencia didáctica mejorada que proponemos.

4.3.2 Metodológicas

Como ya hemos indicado anteriormente, la metodología que hemos implementado para realizar esta experimentación está inspirada en "el rincón del ordenador", más habitual de la Educación Infantil que de Primaria, en el que se selecciona un lugar apartado de la clase donde los niños van pasando a trabajar de forma individual, o en nuestro caso por parejas, con el ordenador. Para nuestra puesta en práctica nos vimos obligados a seleccionar este tipo de metodología, ya que ante la imposibilidad de usar la sala de ordenadores del centro, solamente disponíamos de nuestro portátil. Para nosotros esto, en parte, era una ventaja, ya que mientras el profesor daba clase con el resto del grupo, nosotros podíamos estar pendientes de la pareja que se encontraba trabajando con GeoGebra.

Sin embargo, si un profesor de Primaria quiere trasladar este tipo de metodología a su propia clase, esto puede suponer un problema, ya que el mismo profesor tiene que prestar atención tanto a la clase que está dando con el grupo, como al alumno o pareja que se encuentra en "el rincón" trabajando con GeoGebra. En este punto, hay que tener en cuenta el nivel de habilidad y conocimiento del programa que los alumnos tienen con

GeoGebra. Esto puede influir en la atención que los alumnos que se encuentran trabajando con GeoGebra necesiten por parte del profesor, y por tanto en el éxito que esta metodología pueda tener,

Por ello, creemos que una posible forma de aplicar este tipo de metodología en el aula sin que interrumpa el ritmo de la clase y sin precisar de excesiva atención por parte del profesor, sería proponiendo a los alumnos pequeñas tareas, una o dos a lo sumo, para que las realizaran durante el tiempo de trabajo autónomo de los alumnos en clase. Se podría plantear un orden rotatorio, de modo que todos los alumnos fueran pasando por "el rincón" las mismas veces que sus compañeros, o aquellos que más lo necesiten. Así, el profesor podría impartir la primera parte de la clase de forma normal, con todo el grupo, y durante la parte de trabajo autónomo de los alumnos, podría prestar igual atención tanto a los alumnos que están trabajando con GeoGebra como a los que no.

Otro de los problemas que implica el utilizar este tipo de metodología en el aula, es que normalmente solo daría tiempo a que uno o dos alumnos o parejas, como mucho, lo utilizaran durante la sesión, teniendo en cuenta además, que según la sesión preparada quizás no de tiempo a que ningún alumno pueda pasar por el ordenador. Esto provoca que si queremos que todos nuestros alumnos lo utilicen, quizás necesitemos varias semanas para que todos realicen la misma actividad.

Para evitar que esto ocurra, y que todos los alumnos pudieran realizar la actividad o grupo de actividades propuesto durante la misma sesión, lo ideal sería poder utilizar una sala de ordenadores, en la que los alumnos trabajaran a la vez. De esta forma, podría utilizarse, por ejemplo, la batería de actividades empleada durante nuestra experimentación, o una similar. En este caso, si es la primera vez que los alumnos trabajan con GeoGebra, el profesor debería realizar una pequeña explicación mostrando a los alumnos el funcionamiento de las herramientas que vayan a utilizar, para a continuación explicar de forma clara y detallada los ejercicios que van a realizar. De nuevo, este tipo de metodología implicaría menos problemas y menos necesidad de atención por parte del profesor, cuanto mayor sea la habilidad con GeoGebra y la capacidad de trabajo independiente por parte de los alumnos, pues si estos precisasen de mucha atención el profesor no podría atender a todos. Aunque generalmente, los alumnos de Primer Ciclo no suelen acudir a la sala de ordenadores, y por tanto es posible que algunos de ellos no sepan utilizar un ordenador, por lo que quizás este tipo

de metodología sea mejor aplicarlo a partir del Segundo Ciclo de Primaria.

4.3.3 Tecnológicas

Por otra parte, una de las dificultades que nos encontramos al elaborar e implementar esta experimentación es el hecho de que GeoGebra no permitía crear secuencias de actividades, teniendo que ser estas independientes entre sí, por lo que el profesor debía asegurarse de que todos los alumnos aprendieran a guardar en el ordenador la actividad realizada y abrir la siguiente, o de lo contrario el maestro tendría que hacerlo él mismo cada vez que uno termine un ejercicio. Sin embargo, recientemente se han habilitado los libros GeoGebra, que permiten crear colecciones de materiales, tanto archivos de geogebra como imágenes, videos o texto, pudiendo formar así una secuencia didáctica.

Sin embargo, también podemos destacar algunos aspectos positivos de GeoGebra que nos han ayudado a elaborar y poner en práctica las actividades propuestas. Uno de ellos es la herramienta de "Polígono rígido" que ofrece el programa. Gracias a ella, se pueden crear figuras como la de la actividad 3 de la propuesta inicial, o las del Tangram, que los niños pueden posteriormente rotar o trasladar sin que esta se deforme. Esto nos ha sido especialmente útil para trabajar aspectos como los principios de conservación del área y de la longitud, o la eliminación de los estereotipos en las figuras.

También hemos encontrado muy útil la posibilidad que ofrece GeoGebra de editar su barra de herramientas. De esta forma, podíamos utilizar nosotros una serie de herramientas para la elaboración de la actividad, y posteriormente editar la barra para que los niños solo tuvieran acceso a aquellas herramientas del programa que necesitan para la resolución de dicha actividad. De esta forma, al trabajar con niños de estas edades les facilitamos el trabajo evitando la aparición en pantalla de demasiados elementos que podrían despistarlos.

Otro aspecto positivo que nos brinda GeoGebra es la facilidad para hacer variantes en las actividades que con este creamos. De esta forma, hemos podido observar a la hora de proponer la secuencia didáctica mejorada como el programa permite de forma sencilla cambiar, por ejemplo, los rangos de los valores, o las propias figuras que aparecen en estas, para de esta forma poder trabajar diferentes aspectos matemáticos o variar la dificultad de la actividad.

Por último, como hemos observado en la actividad 5 de la propuesta inicial, la posibilidad de introducir imágenes en las actividades de GeoGebra es un elemento motivador para los alumnos. De esta forma, en dicha actividad pudimos incorporar una imagen de un lugar cercano a los niños, las escaleras del colegio, para que estos buscaran todos los triángulos que en ella aparecen.

BIBLIOGRAFÍA

- Kreis, Y. y Dording, C. (2009). GeoGebraPrim–GeoGebra for Primary School. *In Proceedings of the The Ninth International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT 9)*.
- Alsina, C. (2008). Geometría y realidad. *Sigma: revista de matemáticas= matematika aldizkaria*, (33), 165-179.
- Bagazgoitia, A. (2003). Geometría con Cabri. *Revista Sigma* 22.
- Jones, K. (1999). Student interpretations of a dynamic geometry environment. *Revista Cerme*.
- Gutiérrez, A. (2006). La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría. *Geometría para el siglo XXI*, Síntesis, Madrid.
- De Villiers., M. (2007). Some pitfalls of dynamic geometry software. *Teaching & Learning Mathematics*, No. 4, 46-52.
- Ruiz Ledesma, E.F. y Lupiañez, J.L. (2010). Empleo de la Geometría Dinámica como apoyo en actividades de lápiz y papel, para la comprensión de los tópicos de razón y proporción. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 8(1), 207-234.
- Molas, N., y Roselló, M. (2010). Revolución en las aulas: llegan los profesores del siglo XXI: La introducción de las TIC en las aulas y el nuevo rol del docente. *Revista DIM: Didáctica, Innovación y Multimedia*, No 19.
- Currículo de Educación Primaria para los centros docentes de la Comunidad autónoma de Aragón. (*Orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte*)

ANEXOS

Anexo 1

ACTIVIDADES GEOGEBRA

NOMBRES:

1. Calcula el perímetro de esta figura.

Resultado: _____

Selecciona el punto de color negro y arrástralo hacia la derecha. ¿Ha cambiado el perímetro? ¿Cuánto es ahora?

Resultado: _____

Mueve el punto negro hasta que el perímetro de la figura sea de 120 centímetros.

2. Construye en el ordenador un cuadrado que mida 6 cuadrados de lado.

¿Cuánto mide su perímetro?

Resultado: _____

Calcula el área de la figura.

Resultado: _____

Cuenta los cuadrados que hay en su interior.

3. Dibuja un rectángulo en el ordenador cuyos lados midan 7 y 2 cuadrados.

¿Cuanto mide su perímetro?

Resultado: _____

Calcula el área de la figura.

Resultado: _____

¿Cuántos cuadrados hay en su interior?

4. Ordena de mayor a menos los perímetros de las siguientes figuras.

Dibuja en el ordenador la figura 3. La medida de su perímetro debe estar entre los perímetros de las figuras anteriores.

¿Cuánto miden sus lados? ¿Y su perímetro?

Resultado: _____

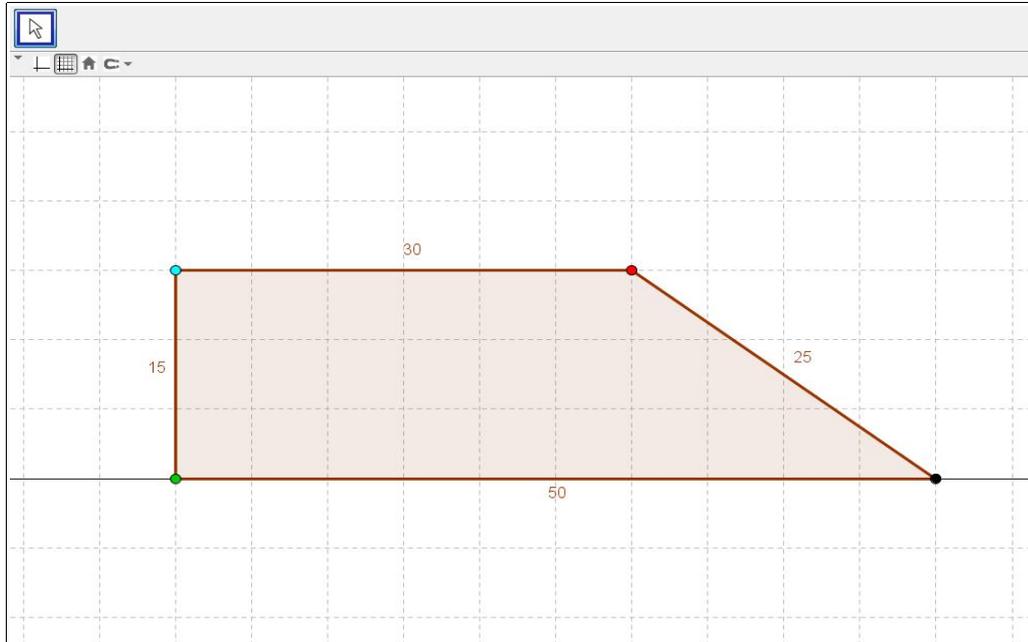
5. Señala todos los triángulos que encuentres en esta foto.

¿Cuántos has encontrado la primera vez?

¿Y la segunda?

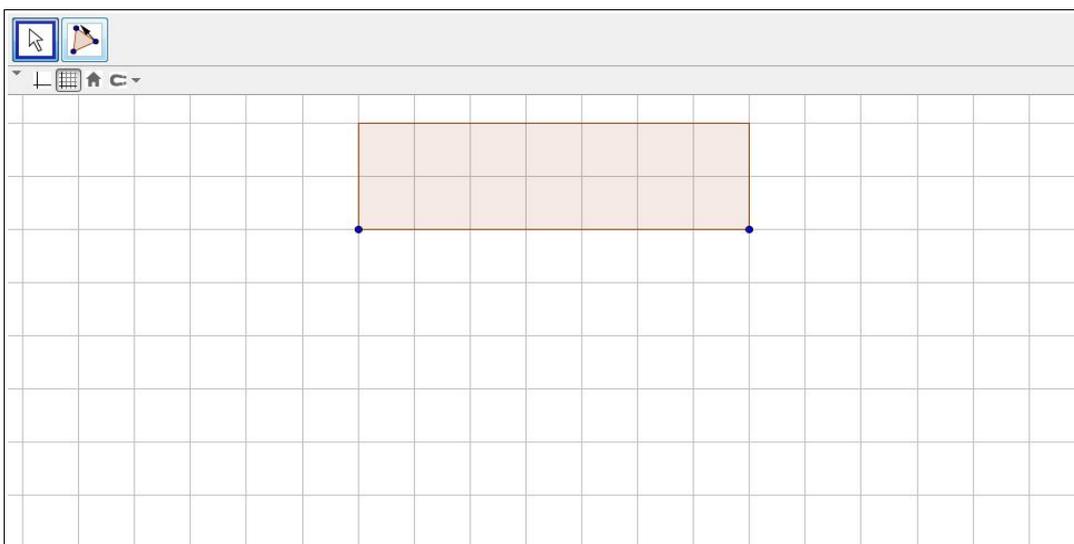
Anexo 2

Resultado final actividad 1.



Anexo 3

Resultado final actividad 3 de la pareja 2.



Anexo 4

Resultado actividad 4 de la pareja 4.

