

Trabajo Fin de Máster

Estudio de la resistencia y evolución de la unión de carpintería en llave o rayo de Júpiter en dos pecios de los siglos VI a.C. y III a.C.

Autor/es

Omar Mateos Ausín

Director/es

José Antonio Bea Cascarosa

Universidad de Zaragoza
2014

Índice

	Página
Índice	1
Objeto	2
Contexto	3
Referencias históricas y constructivas	6
Marco teórico para un material ortótropo	12
Características elásticas de la madera utilizada	20
Subrutina de usuario UMAT para determinar los modos de fallo	23
Modelado en Abaqus	26
Análisis del hinchamiento higroscópico	34
Análisis de flexión por arrufo	58
Análisis de flexión por quebranto	68
Análisis de torsión	78
Conclusiones	91
Bibliografía	92

Objeto

El presente Proyecto Fin de Máster tiene como objeto el estudio de dos ejemplos primitivos de unión en llave o rayo de Júpiter en la arquitectura naval, a partir de los datos arqueológicos de los pecios *Jules Verne 7* y *Tour Fondue*, recogidos en la Tesis doctoral “Los veleros de comercio romano del Mediterráneo occidental. Análisis de familias y firmas arquitecturales (s.III a.C. – s.II d.C.)” presentada por D. Carlos de Juan Fuertes.

Se pretende realizar un análisis del comportamiento mecánico de estos primeros estadios de la evolución de la unión en rayo de Júpiter y, de esta manera, valorar la idoneidad del proceso de optimización que se dio en la antigüedad fruto únicamente de la intuición y experiencia de los constructores navales de la época.

Para ello se han modelado en el programa de elementos finitos Abaqus ambos ensamblajes de carpintería, reproduciendo el comportamiento ortótropo y heterogéneo de la madera, el modelado del contacto y fricción entre las superficies, para someter los modelos a distintos esfuerzos y estudiar su resistencia y sus diferentes mecanismos de fallo. Dicho proceso se ha repetido en sendas piezas macizas como elemento de control a fin obtener un valor objetivo del grado de optimización.

Contexto

La unión tradicional de elementos de madera en Llave o Rayo de Júpiter permite el ensamblaje entre dos perfiles longitudinales colineales de madera solicitados a tracción, flexión y/o torsión por sus testas. Tuvo una importancia capital hasta la introducción de los elementos de unión de acero o el uso de otros materiales estructurales.

De este modo se han solventado aquellos elementos barra que, debido a su longitud, no podían ser resueltos con una única pieza de madera. Son casos de importancia en edificación, los tirantes en las cerchas de grandes cubiertas de madera o, en construcción naval, por tener una importancia vital en la resistencia del barco, la unión de la quilla con la roda y con el codaste se ha resuelto tradicionalmente con este tipo de ensamblaje.

Por otra parte, este tipo de unión ha sufrido una evolución en el tiempo, fruto de la pericia, intuición y experiencia de los constructores que, lógicamente, debieron preferir aquellos tipos de unión que mejor resultado daban una vez puesta la estructura en servicio.

Actualmente este tipo de unión ha caído en desuso, tanto arquitectura naval, debido al empleo de otros materiales (acero, compuestos, etc.) frente a la madera, como en edificación por la utilización de elementos metálicos en las uniones de las estructuras de madera.

Estructuralmente, su eficacia reside en el éxito de la geometría empleada para transmitir el esfuerzo a la dirección principal de ortotropía de la madera por medio del contacto entre las diferentes piezas que la componen. La sección eficaz queda reducida a menos de la mitad de la sección completa. En el empalme en rayo de Júpiter, el escalonado entre piezas es oblicuo y suele precisar bridas o pernos para asegurar la unión y evitar que se separen a causa de la tensión.

Izda. Unión del tirante de una cercha, bajo el pendolón. Dcha. Unión entre quilla y roda en una maqueta de L'Ambiteux, un buque de línea botado en 1680.



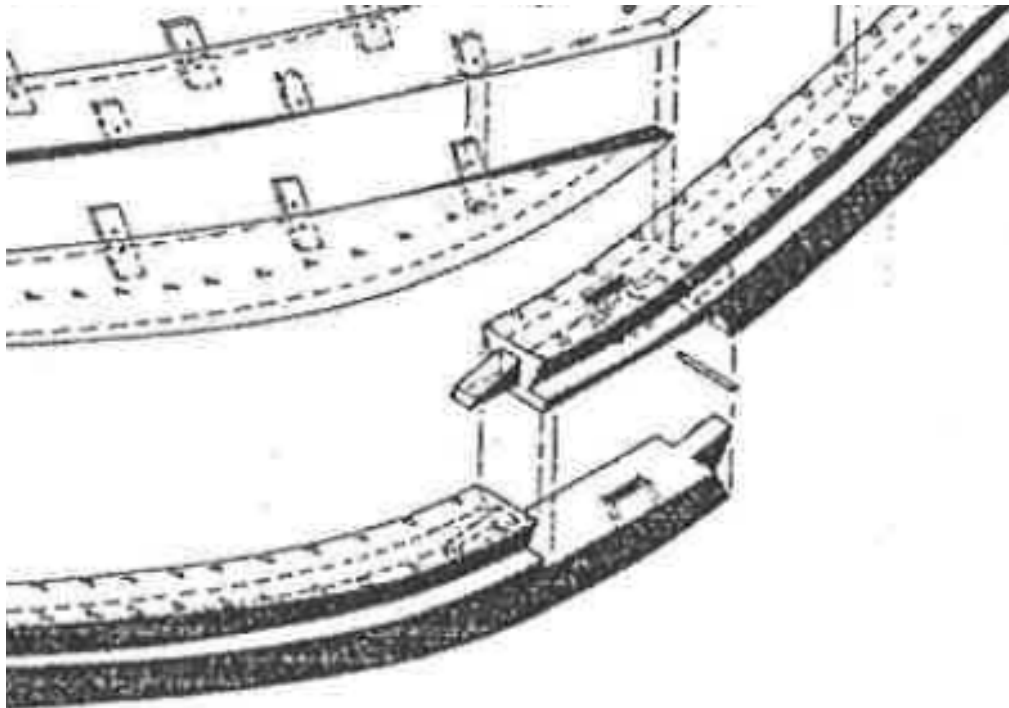
Para determinar la evolución histórica de este empalme, resulta conveniente tomar dos ejemplos primitivos, datados en épocas diferentes, sobre los que podemos tener información suficiente sobre los elementos, materiales y geometría que componen estas uniones.

En la tesis doctoral “Los veleros de comercio romano del Mediterráneo occidental. Análisis de familias y firmas arquitecturales (s.III a.C. – s.II d.C.)” presentada por D. Carlos de Juan Fuertes, en el Programa de doctorado en prehistoria y arqueología del Mediterráneo (Departament de Prehistòria i Arqueologia, Facultat de Geografia e Història, Universitat de València), se hace una extensa descripción de distintos pecios hallados en la zona de ámbito y periodo de dicha tesis, incluyendo otros yacimientos (*Uluburun: Kas, Turquía; 1310 a.C. – Dramont: Saint Raphael, Francia; Inicio s. V d.C.*) que amplían la perspectiva sobre la evolución de la construcción naval en la antigüedad.

El primero de los pecios estudiados es el **Jules Verne 7**, abandonado a finales del siglo VI a.C. y encontrado en Marsella (Francia).

Su quilla fue realizada en encina *Quercus ilex* (encina) con una sección de 100x110 mm. y clavija vertical de olivo *Olea europea* (olivo), disponiendo de una hendidura o alefriz que se alargaba 1 m. a cada lado de la unión para el encaje de las tracas de aparadura.

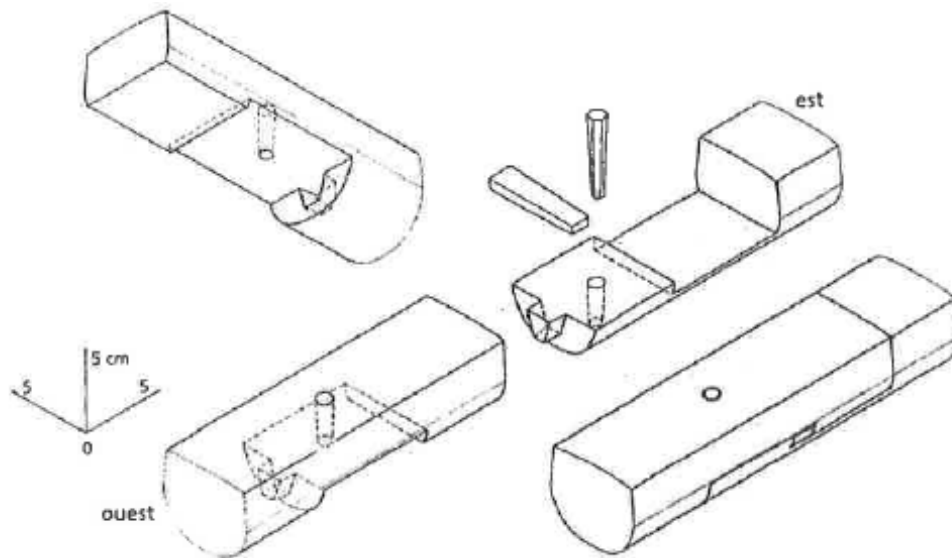
Reconstrucción axonométrica de la unión de la quilla y la roda del Jules Verne 7.



El siguiente pecio del que disponemos de información suficiente sobre su unión en rayo de Júpiter es el **Tour Fondue**, encontrado a 20 m. de profundidad frente a las costas de Giens (Francia). Su naufragio ha sido datado entre los años 250 y 225 a.C.

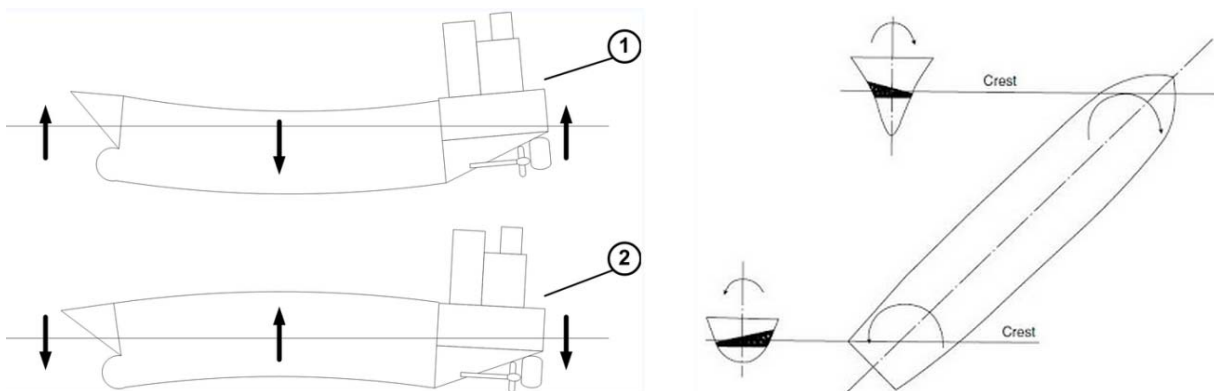
Su quilla de 72x58 mm. de sección es poco convencional ya que está compuesta por dos tramos de diferente madera, uno en encina *Quercus ilex* (encina) y otro en pino *Pinus halepensis* (pino de Alepo), con una unión prácticamente central, reforzada por una pieza de 1100x100x70 mm. dispuesta a modo de sobrequilla en ese punto. En este estudio, no se considera la resistencia de esta pieza de sobrequilla.

Detalle del empalme entre dos tramos de la quilla del Tour Fondue.



Se pretende estudiar la resistencia de estas uniones frente a los esfuerzos de arrufo, quebranto y torsión que se dan en cualquier buque.

A la izquierda, esfuerzos de arrufo (1), y quebranto (2). A la derecha, esfuerzo de torsión.



Se simula inicialmente y en todos los casos, la variación volumétrica o hinchamiento producida por la hidratación de la madera al pasar de una humedad de en torno al 20 % (madera seca aserrada) al 30 % o humedad de máximo hinchamiento (madera sumergida).

A continuación, se somete a cada unión a los esfuerzos de flexión en arrufo, flexión en quebranto, y torsión, imponiendo los desplazamientos. En cada una de estas simulaciones se consideran los materiales con un comportamiento ortótropo elástico lineal. No obstante, se evalúan los distintos criterios de fallo de la madera por medio de una subrutina. De esta manera es posible determinar cuando la sección alcanza su límite de servicio en el momento en que se alcance la tensión de rotura en una zona significativa en la unión. Por otra parte, se idealiza la madera como un sólido ortótropo ideal (sin defectos, ni variaciones estadísticas de la rigidez o resistencia, grietas ni efectos de fatiga), no se ha simulado la presencia de pernos o bridas ni otros elementos adyacentes a la unión como tracas de aparadura, cuadernas ni otros elementos propios del casco de las naves.

Referencias históricas y constructivas

Jules Verne 7

Descubierto en las excavaciones arqueológicas terrestres realizadas en la ciudad de Marsella, entre los años 1992 y 1993, en las inmediaciones del *Vieux Port*, junto a otro barco (*Jules Verne 9*), se determina que fueron abandonados en el mismo momento a escasa distancia de la orilla.

Ambas naves están datadas a finales del s. VI a.C. y se adscriben a la cultura focea-massaliota. Fueron trasladadas tras su medición y documentación estereofotogramétrica al *ARC-Nucléart* de Grenoble para su restauración.

El barco *Jules Verne 7* fue abandonado hacia finales del s. VI a.C., por lo que teniendo en cuenta la longevidad de las embarcaciones en la antigüedad, ésta debió navegar en la segunda mitad del s. VI a.C. (*Pomey 1998:147*), por lo tanto, menos de un siglo después de la fundación de la colonia focea en el 600 a.C.

El barco *Jules Verne 7* estaba destinado a la navegación de comercio de cabotaje, tenía 15 m. de eslora y 3 m. de manga, con líneas del casco de sección redondeada, pero muy angulosa o pinzada en proa y popa. Los restos conservados tienen 14 m. de longitud y cerca de 4 m. de anchura. La quilla se conserva en buen estado, con 10,70 m. de longitud, 11 cm. de altura y 10 cm. de anchura. No han aparecido ni la roda ni el codaste aunque se ha podido determinar que su unión era mediante rayo de Júpiter con la clavija (chaveta o llave) de fijación en posición vertical.

Las especies vegetales documentadas para la construcción del barco indican que la quilla está fabricada en encina (*Quercus ilex*), las tracas de casco en pino de Alepo (*Pinus halapensis*), las varengas en aliso (*Alnus glutinosa*) y las clavijas y espigas en olivo (*Olea europea*).

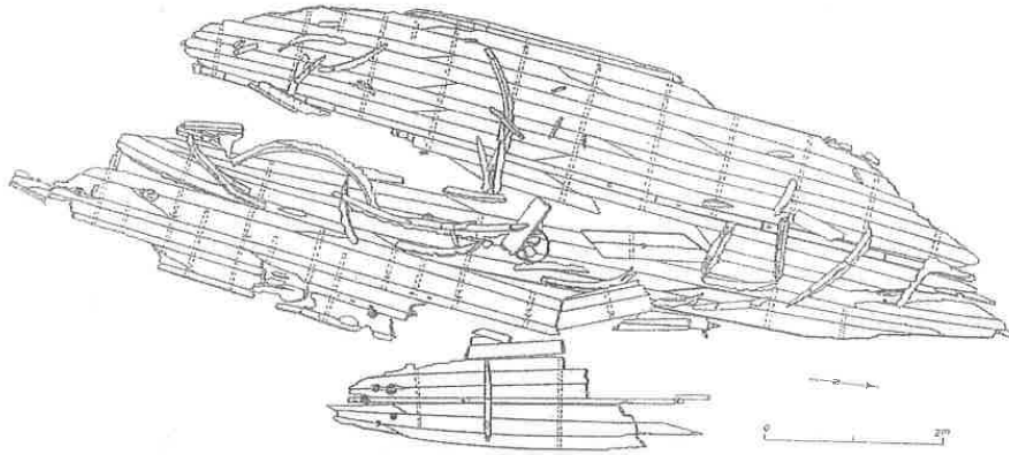
La quilla no presenta alefriz en el tramo central aunque aparece a un metro de ambos extremos, antes de las uniones a la roda y codaste. Fue posible determinar las formas del casco en la proa y popa gracias a los extremos distales de las tracas de forro conservadas y los ángulos descritos por una varenga de ese sector. Poseía tres cintas de carena de sección poligonal o semicircular, estrechas y gruesas, documentadas en el costado mejor preservado. Las varengas, muy largas donde los genoles, quedaban separadas unos 90 cm. unas de otras.

Las cuadernas presentan una sección redondeada/trapezoidal con la base algo estrecha y con numerosos encajes como los que se documentan en la carpintería transversal de los barcos cosidos de tradición griega, para evitar el contacto en las juntas. Si bien están fijadas al casco mediante clavos de hierro.

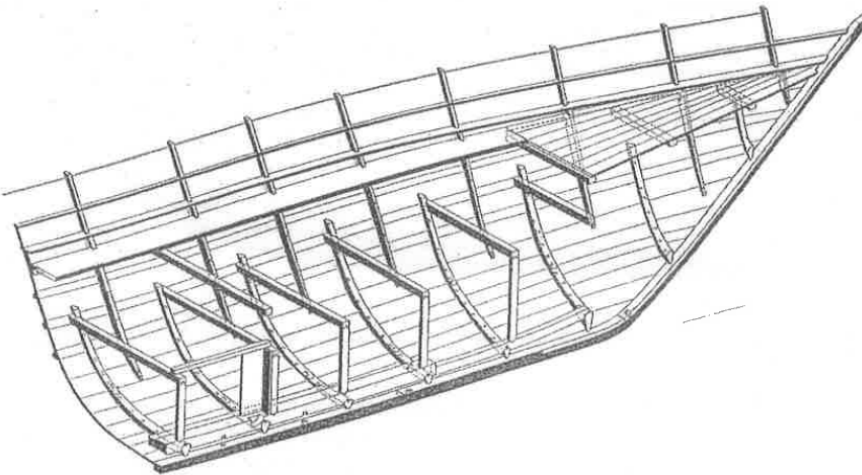
Las tracas de forro están dispuestas a tope y tienen un grosor que oscila entre los 2,5 y 3 cm. con anchuras variables entre los 14 y los 28 cm. La unión de las tracas con la quilla y entre ellas, presenta la combinación de dos técnicas: *punicana coagmenta* (en la mayor parte del casco) y cosidos. Las espigas son alargadas y estrechas (14 x 3 cm.) con un espaciado entre las mortajas de 20 cm. de media y presentan en comparación con otras naves del s. IV a.C. un aspecto primitivo y todavía poco evolucionado. Los cosidos forman parte de un proceso de construcción de la nave y los utilizan para solventar la unión angulosa de la roda y el codaste, con el final del recorrido de las tracas de forro. Se han

documentado cosidos en otras partes del casco, dispuestos de forma aleatoria, tratándose de reparaciones de uniones que inicialmente estaban construidas mediante espigas y mortajas fijadas por clavijas.

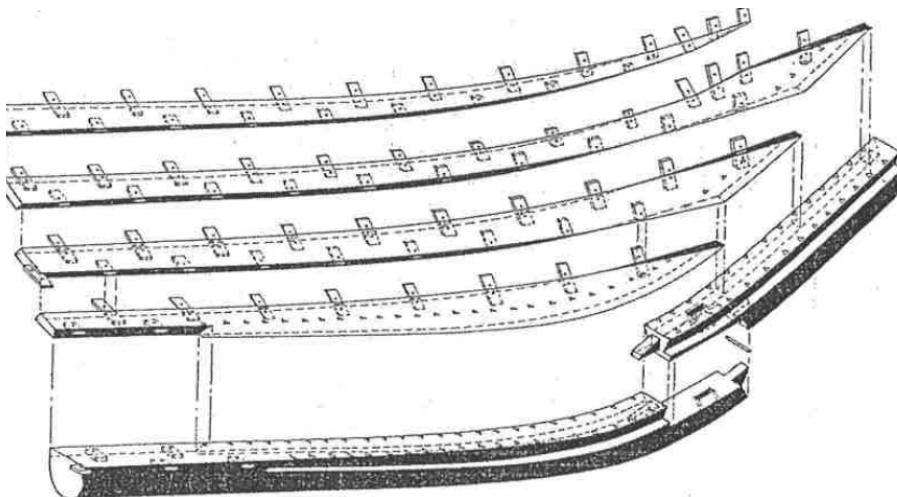
Planimetría del Jules Verne 7 (M.Rival CCJ-CNRS; Pomey 1998:149):



Representación axonométrica de la proa hasta la carlinga del mástil:



Reconstrucción y despiece axonométrico de la proa (quilla y roda con su unión en rayo de Jupiter, y tracas ensambladas mediante espigas y mortajas), sin cuadernas, varengas ni genoles:



Tour Fondue:

El pecio de la *Tour Fondue* se encuentra a 20 m. de profundidad frente a la península de Giens (Francia), en las proximidades de una construcción ruinosa que le da su nombre. Descubierto en 1975, los restos del casco fueron objeto de actuaciones arqueológicas entre 1993 y 1997 por Dangréaux, con el apoyo del Centre Camille Jullian.

Se trataba de un pequeño barco de cabotaje, de redistribución en un espacio náutico costero, culturalmente griego massiliota.

Tenía unos 10 m. de eslora y 10 Tm de porte. Transportaba un cargamento estimado en 100-120 ánforas. Se conserva un fragmento del casco de 4,45 x 1,50 m. coincidente con la parte central del barco. El estudio de las ánforas así como los materiales asociados al cargamento, permitieron a Cibecchini (2008:485) datar el naufragio entre el 250 – 225 a.C.

La quilla es de sección rectangular, más ancha (7,2 cm.) que alta (5,8 cm.), con un alefriz en bisel muy suave en la parte central que queda con encaje hacia las partes distales. Las espigas de unión con la traca de aparadura atraviesan completamente la quilla. Presenta un rayo de Júpiter poco complejo prácticamente central para unir dos tramos de quilla, uno en *Quercus ilex* y otro en *Pinus halepensis*, siendo ésta una práctica de astillero sin otro paralelo conocido.

Entre los restos conservados no se cuenta con la carlinga y/o sobrequilla, aunque existe una pieza en madera de dimensiones reducidas (110 x 10 x 7 cm.) situada justo en el tramo donde se sitúa el rayo de Júpiter que une ambos tramos de la quilla, quizás con la función de reforzar esta poco convencional quilla.

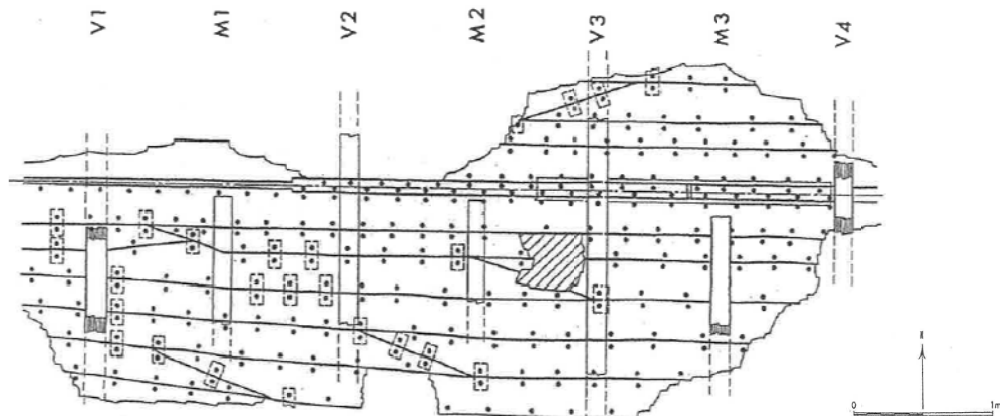
La roda y el codaste no se han conservado. La traca de aparadura tenía una anchura de 14 cm. que se contrapone con la segunda traca de 10 cm. El resto de tablas del casco tienen una media de 15 cm. de anchura y 2,9 cm. de espesor con mortajas de 14 x 5 x 0,7-0,8 cm. equidistantes a 6 – 7 cm. las clavijas tienen un diámetro de 0,8 cm. en la cara interna del casco.

La carpintería transversal está compuesta por varengas y semicuernas de sección cuadrada de 7 cm. de lado, en alternancia regular y con formas rectilíneas separadas una media de 40 cm. Ambos tipos de piezas presentan imbornales de sección rectangular y nunca tienen contacto directo con la quilla.

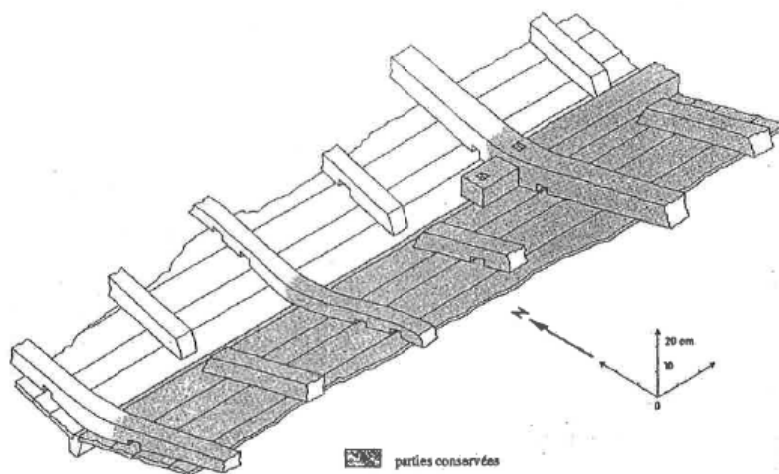
El pecio de la *Tour Fondue* es paradigmático en cuanto a la realización de reparaciones en el casco por lo que su vida útil debió ser dilatada. Cinco tracas de forro fueron sustituidas, así como 25 espigas de reparación, que aprovechan las mortajas existentes. Por todo el pecio están dispersas las reparaciones de tracas donde ya no era posible utilizar las espigas convencionales. Llama la atención 2 tracas de la parte oeste de los restos que rompen la linealidad clásica de estas piezas, quizás motivado por el saneamiento de una de ellas que requirió modificaciones en la traca adyacente.

Se interpreta también la técnica de ligaduras internas, con un atado mediante la realización de dos perforaciones separadas por algunos centímetros en el eje longitudinal de las cuernas, reaparecida tras el caso del *Jules Verne 9* (pecio vecino al otro estudiado en este documento), en un barco de contexto cultural griego, y de la que no se habían encontrado evidencias en pecios datados entre éste y la *Tour Fondue*.

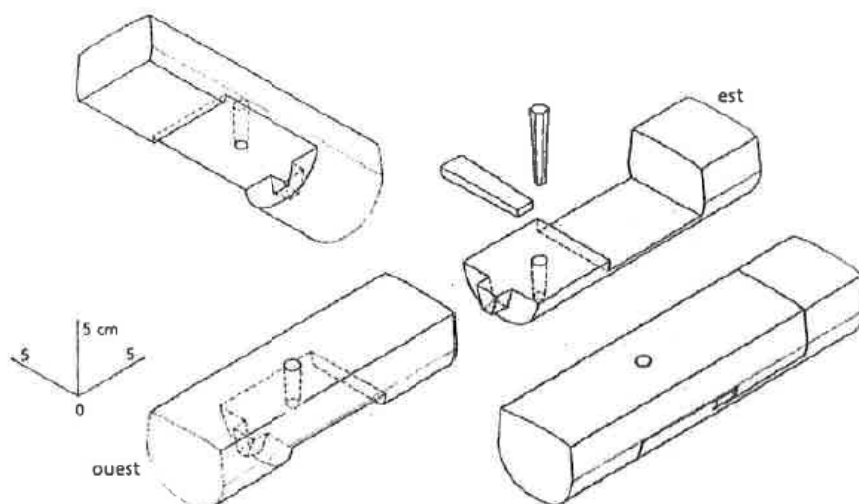
Planimetría de los restos conservados. Las espigas identificadas como tales se corresponden con las de reparación, así como las tracas sombreadas (Danquéaux 1997).



Vista axonométrica del casco (en gris la parte conservada). La quilla queda oculta; en la esquina superior derecha queda la pieza de refuerzo del rayo de Júpiter.



Detalle del empalme en rayo de Júpiter entre dos tramos de quilla



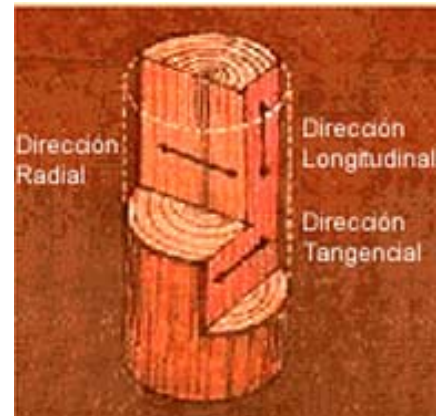
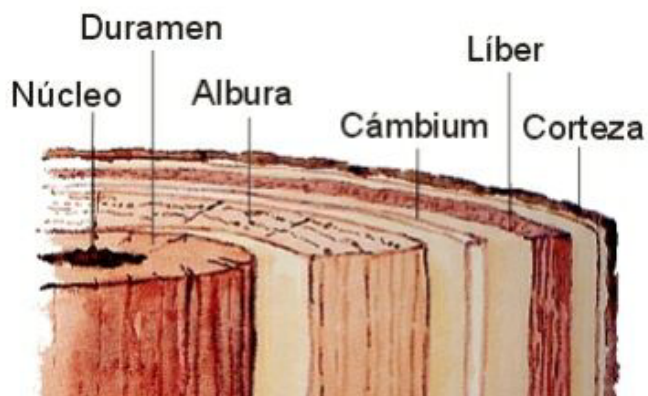
Obsérvese que, si bien el tramo oeste de la quilla tiene mortaja, el tramo este carece de ella. Desde el punto de vista estructural esto representa una importante debilidad, ya que esta mitad de la unión trabaja únicamente por rozamiento frente al esfuerzo de quebranto; no obstante, de esta manera se permite el ensamblaje del segundo tramo de quilla sin desmontar el resto del casco, a modo de reparación. A pesar de indicar que ambos tramos de la quilla son diferentes (no monoxila), no se indica de qué material es cada tramo. Si el tramo encontrado en el lado este fuese de *Pinus halapensis*, madera de peor calidad, podría indicar que esta mitad de la quilla fue sustituida a posteriori a modo de reparación, explicando la excepcionalidad de este caso.

Marco teórico para un material ortótropo

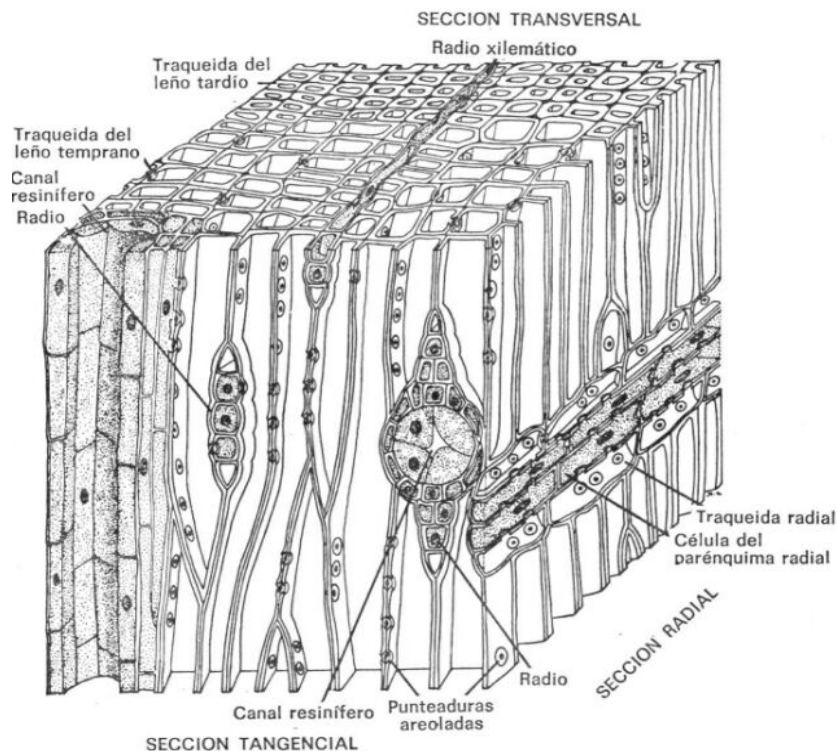
La madera es un material anisótropo cuyas propiedades físicas dependen de la orientación de las fibras. En concreto, como material ideal, la madera presenta tres direcciones principales de anisotropía perpendiculares entre sí bajo un sistema de coordenadas cilíndrico centrado en el eje del árbol del que se extrae.

Dirección axial	Paralela al eje de crecimiento del árbol
Dirección radial	Perpendicular a la primera cortando al eje del árbol
Dirección tangencial	Normal a las anteriores, sigue los anillos de crecimiento

Capas del tronco del árbol, cada una con una función específica para su desarrollo



Estructura celular de la madera, que le confiere sus propiedades físicas:



De esta ortotropía estructural se desprende unos valores de resistencia que, si en la dirección axial tiene un valor porcentual de 100, en la dirección radial disminuye hasta el 15% y en la tangencial hasta el 9%. De la misma forma, bajo la acción de la humedad, si en la dirección longitudinal se deforma una unidad, en las direcciones radial y tangencial se deforma 20 y 40, respectivamente.

Estas relaciones son meramente estadísticas y reflejan una tendencia general. Los porcentajes son variables para cada uno de los tipos de madera existentes en la naturaleza e, incluso evaluando únicamente una sola especie arbórea, existe una enorme dispersión en sus propiedades físicas.

Por otra parte, si bien la dirección longitudinal que es la de mayor resistencia y módulo elástico es fácilmente identificable, las direcciones normales dependen de la escuadría o corte del árbol en secciones aprovechables, por lo que resulta imposible asignar unos valores a una dirección fuera del marco exclusivamente teórico. Es por esto que todas las normativas de construcción en madera definen la resistencia transversal como la más desfavorable entre la radial y la tangencial.

Determinación del comportamiento elástico

La madera en este análisis se comporta como un material elástico lineal ortótropo hasta su límite elástico en cualquiera de las direcciones principales, momento en el cual se considerará que se produce la fractura o fallo, local si se da de forma aislada o global si este daño es generalizado.

Siendo σ_{ij} el tensor de tensiones de segundo orden, ϵ_{kl} el tensor de deformaciones de segundo orden y D_{ijkl} el tensor elástico de cuarto orden, la relación entre éstos es:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (f.1)$$

Puesto que la tensión y la deformación son simétricos y su relación o relación de comportamiento puede ser obtenida como la derivada de la función de densidad de energía en la deformación dos veces se dan las siguientes simetrías en el tensor D_{ijkl}

$$D_{ijkl} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \epsilon_{kl}} = \rho \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \epsilon_{ij} \partial \epsilon_{kl}} \quad (f.2)$$

$$D_{ijkl} = D_{jilk} = D_{jikl} = D_{klji} = D_{jilk} \quad (f.3)$$

Tensor de cuarto orden con 81 funciones de x que, debido a sus simetrías, se quedan en 21 funciones independientes, para cualquier material anisótropo. En un material ortótropo orientado según sus direcciones principales, estas 21 funciones se reducen a 9 parámetros independientes de rigidez.

Así pues, con objeto de disminuir la complejidad inherente a trabajar con un ente matemático de cuatro dimensiones, la relación dispuesta en la fórmula (f.1) se puede expresar de forma compacta como (pág. siguiente):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{1111} & D_{1122} & D_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ & D_{2222} & D_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{1212} & 0 & 0 \\ & sym & & & D_{1313} & 0 \\ & & & & & D_{2323} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} \quad (f.4)$$

Los tensores de tensión y deformación, de segundo orden se compactan en pseudovectores de 6 dimensiones mientras que el tensor de elasticidad lineal de cuarto orden se compacta en una matriz 6x6.

Los parámetros independientes que forman la matriz del tensor elástico compactado son:

$$\begin{aligned} D_{1111} &= E_1(1 - \nu_{23}\nu_{32})\Upsilon, \\ D_{2222} &= E_2(1 - \nu_{13}\nu_{31})\Upsilon, \\ D_{3333} &= E_3(1 - \nu_{12}\nu_{21})\Upsilon, \\ D_{1122} &= E_1(\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23})\Upsilon = E_2(\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13})\Upsilon, \\ D_{1133} &= E_1(\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32})\Upsilon = E_3(\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23})\Upsilon, \\ D_{2233} &= E_2(\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31})\Upsilon = E_3(\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13})\Upsilon, \\ D_{1212} &= G_{12}, \\ D_{1313} &= G_{13}, \\ D_{2323} &= G_{23}, \end{aligned}$$

Donde:

$$\Upsilon = \frac{1}{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}. \quad (f.5)$$

E_i *Módulo elástico longitudinal o Módulo de Young*
 G_i *Módulo de elasticidad transversal o Módulo de Cizalladura*
 ν_{ij} *Coefficiente de Poisson*

Han de cumplirse también las siguientes restricciones para garantizar la estabilidad del material:

$$\begin{aligned}
 &D_{1111}, D_{2222}, D_{3333}, D_{1212}, D_{1313}, D_{2323} > 0, \\
 &|D_{1122}| < (D_{1111} D_{2222})^{1/2}, \\
 &|D_{1133}| < (D_{1111} D_{3333})^{1/2}, \\
 &|D_{2233}| < (D_{2222} D_{3333})^{1/2}, \\
 &\det(D^{el}) > 0.
 \end{aligned} \tag{f.6}$$

La última relación implica que:

$$\begin{aligned}
 &D_{1111} D_{2222} D_{3333} + 2D_{1122} D_{1133} D_{2233} - D_{2222} D_{1133}^2 - D_{1111} D_{2233}^2 - \\
 &- D_{3333} D_{1122}^2 > 0.
 \end{aligned}$$

Determinación de los criterios de fallo de la madera

Los criterios de fallo del material se han extraído fundamentalmente de “*Constitutive model for wood based on continuum damage mechanics*”, de Carmen Sandhaas, Jan-Willen van de Kuilen y Hans Joachim Blass, publicado en el *World Conference on Timber Engineering* el 16 – 19 de julio de 2012 y que a su vez se basa en “*Mechanical behaviour of timber joints with slotted-in steel plates*”. Tesis doctoral de D^a. Carmen Sandhaas, 2012, en la *Technische Universiteit Delft*.

Esta publicación, basada en la teoría de la mecánica del daño continuo, desarrolla un modelo constitutivo que simula para un único material un comportamiento dúctil y frágil de la madera. La cualidad predictiva del modelo ha sido tasada comparando las curvas de carga-desplazamiento y fallo de las probetas ensayadas con el resultado numérico encontrando una gran similitud en la que se podía predecir el crecimiento de grieta de una forma acertada.

La teoría clásica de plasticidad, generalmente basada en una única superficie de fallo, no es capaz de reproducir un material fallando en distintas direcciones de ortotropía una vez se ha superado la tensión límite. Por tanto, para reconocer distintos modos de fallo, la superficie única ha sido dividida de forma que sea posible asignar distintas tensiones límite a cada cuadrante respectivo de tensión-deformación.

Para la implementación esto significa que en cada incremento se debe verificar los respectivos criterios de fallo en función del cuadrante en que se encuentre.

El material presenta tres direcciones de ortotropía con distintas rigideces y tensiones límite. La dirección longitudinal presenta unos valores muy superiores a las otras dos. Por otra parte, debido a las propias características biológicas del material, es de una enorme dificultad predecir la orientación de las direcciones transversales. A efectos de cálculo siempre se considera la tensión límite transversal como la menor de las tensiones radial y tangencial; es decir, la tangencial.

Criterio I: $\sigma_L \geq 0$:

Fallo en tracción en la dirección paralela a la fibra o longitudinal. Se asume que las otras componentes no influyen en la resistencia. Presenta un modo de rotura frágil superada la tensión límite $\sigma_{L\text{tracción}}$ siendo el criterio de fallo el siguiente:

$$F_{t,0}(\sigma) = \frac{\sigma_L}{f_{t,0}} \leq 1 \quad (\text{f.7})$$

Criterio II: $\sigma_L < 0$:

Fallo en compresión en la dirección paralela a la fibra o longitudinal. Se asume que las otras componentes no influyen en la resistencia. El material se comporta de manera dúctil superada la tensión límite $\sigma_{L\text{Compresión}}$, siendo el criterio de tensión límite:

$$F_{c,0}(\sigma) = \frac{-\sigma_L}{f_{c,0}} \leq 1 \quad (\text{f.8})$$

Los modos de tensión en las direcciones perpendiculares a la fibra así como las tensiones de cizalladura (cortante) deben ser combinados. No resulta posible separar modos de fallo para componente debido a que la degradación de una implica la degradación de las demás componentes. Esto implica entre otros, que el daño debido al cortante longitudinal también implica un daño en las componentes perpendiculares a la fibra.

Criterio III y IV: $\sigma_R \geq 0 / \sigma_T \geq 0$:

Fallo en tracción perpendicular a la fibra distinguiendo el plano longitudinal radial del plano longitudinal-tangencial. Produce una rotura frágil causada por tensiones de tracción σ_R / σ_T y tensiones tangenciales $\sigma_{LR} / \sigma_{LT}$ y σ_{RT} . Para obtener la tensión límite se aplica el criterio cuadrático:

$$F_{t,90R/T}(\sigma) = \frac{\sigma_{R/T}^2}{f_{t,90}^2} + \frac{\sigma_{LT/LR}^2}{f_v^2} + \frac{\sigma_{RT}^2}{f_{roll}^2} \leq 1 \quad (f.9)$$

Criterio V - VIII: $\sigma_R < 0 / \sigma_T < 0$:

Se dan dos modos de fallo bajo condiciones de compresión transversal. El fallo por compresión perpendicular a la fibra es un modo de fallo dúctil de la madera causado solo por compresión en la dirección radial σ_R . El fallo por rotura frágil puede ocurrir si la carga de compresión es aplicada con un ángulo a la fibra tal que cree elevadas tensiones de cortante. Se introduce un criterio de fallo por altas tensiones transversales bajo cargas de compresión perpendiculares a la fibra.

Fallo por compresión

$$F_{c,90R/T}(\sigma) = \frac{-\sigma_{R/T}}{f_{c,90}} \leq 1 \quad (f.10)$$

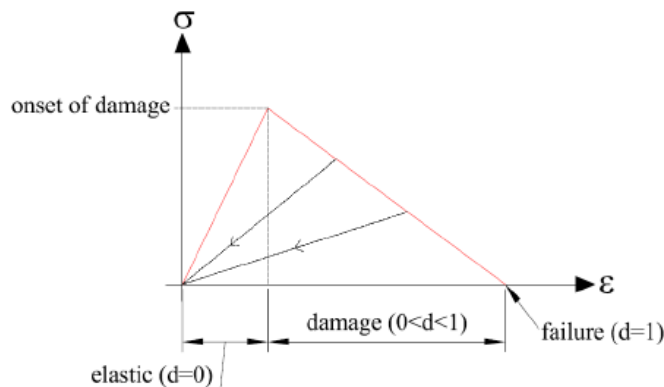
Fallo por cortante

$$F_{v,R/T}(\sigma) = \frac{\sigma_{LT/LR}^2}{f_v^2} + \frac{\sigma_{RT}^2}{f_{roll}^2} \leq 1 \quad (f.11)$$

De forma clásica, se propone una evolución del daño a base de modificar la matriz de rigidez del material.

$$\sigma_{ij} = (1 - d) \mathbf{D}_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (f.12)$$

Si $d = 0$, no existe daño; si $d = 1$, el material ha fallado. Este principio de la mecánica del daño en medio continuo se representa según la siguiente gráfica:



Sin embargo, el daño anisótropo observado en la madera implica que se deben definir distintos tipos de daño.

La superación de la resistencia límite a compresión dispara un comportamiento de tensión-deformación dúctil donde la variable de daño sigue un comportamiento de plasticidad perfecta:

$$d(k) = 1 - \frac{1}{k} \quad (\text{f.13})$$

Por otra parte, el criterio de fallo para tracción y cortante implica un reblandecimiento lineal en la relación tensión-deformación:

$$d(k) = 1 - \frac{1}{f_{max}^2 - 2G_f E} \left(f_{max}^2 - \frac{2G_f E}{k} \right) \quad (\text{f.14})$$

Donde:

f_{max} = resistencia máxima o tensión límite

E = módulo de elasticidad

G_f = energía de fractura

k = variable de estado dependiente de si el incremento supera la tensión límite. $k^t = \max \{1, \max_{incr=0,t} (F^{incr})\}$

Las variables de daño introducidas se han de combinar en el modelo constitutivo modificando las componentes de la matriz de consistencia \mathbf{C} (C. Sandhaas).

$$\mathbf{D}^{dam} = (\mathbf{C}^{dam})^{-1}$$

$$\mathbf{C}^{dam} = \begin{pmatrix} \frac{1}{(1-d_0)E_{11}} & -\frac{\nu_{21}}{E_{22}} & -\frac{\nu_{31}}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{(1-d_{90R})E_{22}} & \frac{\nu_{32}}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{13}}{E_{11}} & \frac{\nu_{23}}{E_{22}} & \frac{1}{(1-d_{90T})E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_{vR})G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_{vT})G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_{roll})G_{23}} \end{pmatrix}$$

Debe recordarse que en el presente Trabajo Fin de Máster, únicamente se identifica el modo de fallo de la madera, sin modificar el modelo constitutivo, que permanece en el ámbito elástico lineal.

Determinación de las retracciones longitudinales debidas a cambios de humedad

El agua puede estar presente en la madera de estas tres formas:

Agua combinada o de constitución: Aquella que forma parte de los compuestos químicos que constituyen la madera. Forma parte integrante de la materia leñosa y no se puede eliminar salvo destruyendo el material (p.ej.: quemándola).

Agua de impregnación o saturación: Impregna los espacios microscópicos de las paredes celulares de la madera siendo la causa de la variación volumétrica de la madera en función de la humedad. Se absorbe por higroscopicidad y se elimina por secado al horno a 100 – 110 °C.

Agua libre: Llena el lumen de las células o tubos (vasos, traqueidas, etc.). Apenas contribuye a la variación volumétrica de la madera. Se absorbe por capilaridad o inmersión y se puede eliminar por secado natural al aire libre.

El contenido de humedad se puede determinar a partir del peso de la madera en estado anhidrido o seco, o en estado verde. Este último valor es el que nosotros tomaremos como referencia y corresponde al peso de la madera recién cortada a pie de monte.

$$\text{Contenido de humedad}_{base\ verde} = \frac{\text{Peso agua en la madera}}{\text{Peso húmedo de la madera}} \cdot 100 \quad (f.15)$$

Estado según humedad	Rango	Media	Condiciones
Empapada:	H = 100% - 400%.	150%	Sumergida
Verde:	H = 60% - 70%.	60%	Cortada a pie de monte
Saturada:	H = 24% - 32%	30%	Sin agua libre
Comercialmente seca	H = 18% - 23%.	20%	
Secada al aire	H = 13% – 18%	15%	
Anhidrida	H = 0 %	0%	Secada con estufa a 110 °C

Sea un cubo de volumen unidad $V_0 = L_0 \cdot R_0 \cdot T_0 = 1 \cdot 1 \cdot 1$ con una humedad del 30 % siendo esta la cantidad de agua que determina el volumen máximo de la madera y tomando este mismo volumen una vez seco $V_s = L_s \cdot R_s \cdot T_s$; La contracción volumétrica queda determinada por:

$$C_v = \frac{V_s - V_0}{V_0} \cdot 100 \quad (f.16)$$

Por otro lado, las contracciones longitudinales se definen como:

$$C_L = \frac{L_s - L_0}{L_0} \cdot 100 \quad C_R = \frac{R_s - R_0}{R_0} \cdot 100 \quad C_T = \frac{T_s - T_0}{T_0} \cdot 100 \quad (f.17)$$

No obstante, debido a que la madera no se trabaja deshidratada sino que siempre tiene una humedad residual o humedad de trabajo, es necesario dividir las contracciones anteriores entre el valor de la humedad para obtener los coeficientes de contracción que se aplicarán a la variación de humedad dada en la pieza.

Los datos se han obtenido de la “Descripción de los caracteres culturales de las principales especies forestales de España”, redactado por Andrés Bravo Oviedo y Gregorio Montero Gonzalez, y que forma parte de la obra “Compendio de la Selvicultura Aplicada en España. 2008”, Servicio de Publicaciones de la Universidad Politécnica de Madrid; así como de las fichas tecnológicas de www.infomadera.net , www.especiesforestales.com y www.secforestales.org

De esta forma, tomamos como válidos los datos de (<0,8 ; 3,1 ; 4,3) para las retracciones longitudinal, radial y tangencial de la madera de Encina,(-- ; 3,8 ; 6,4) para el Pino de Alepo y (-- ; 5,4 ; 8,8).

Coeficientes de contracción:

		Quercus ilex	Pinus halapensis	Olea europaea
Coeficiente de contracción por humedad	Longitudinal	0,000266667	0,000266667	0,000260871
	Radial	0,001033333	0,001266667	0,0018
	Tangencial	0,001433333	0,002266667	0,002933333

Fricción o rozamiento:

Debido a que se trata de una unión en la que permanecen en contacto libre tres piezas de madera, se va a producir una fuerza de rozamiento que, por lo general, tenderá a incrementar la resistencia de la unión.

$$F_r = \mu \cdot N \quad \text{donde:} \quad (\text{f.18})$$

N Fuerza normal a la superficie

μ Coeficiente de rozamiento:

0.48 entre fibras paralelas

0.32 entre fibras perpendiculares

Características elásticas de la madera utilizada

Las especies vegetales identificadas en las uniones a estudiar son *Quercus ilex* (Encina), *Pinus halapensis* (Pino de Alepo) y *Olea europaea* (Olivo). Debido a la ausencia de información sobre las constantes elásticas ortótropas de estas especies arbóreas, se buscan datos de otras similares cuyas constantes elásticas sean lo más cercanas posibles. La información de dichas constantes se obtiene de la publicación del Laboratorio de Mecánica de la madera “*Características elásticas de la madera mejicana*” por J.R. Sotomayor Castellanos y S. A. Hernández Maldonado, en 2012, que a su vez está extraído de la tesis doctoral de S.A. Hernández Maldonado: “*Comportamiento elástico de la madera. Teoría y aplicaciones*”, de 2010, documentos ambos respaldados por la *Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo*, en México.

En equivalencia a la Encina se toma el *Quercus sartorii* o Roble Rojo, por tener gran similitud en apariencia y tamaño así como un módulo elástico longitudinal similar de 11850 N/mm².

Para el Pino de Alepo o Pino Carrasco se toma el *Pinus jeffreyi*, *Pino de Jeffrey*, especie cercana también al Pino Ponderosa. En ambas especies el módulo elástico longitudinal ronda los 10000 - 10600 N/mm².

Para el Olivo ha sido imposible encontrar una especie vegetal de similar rigidez, de modo que se toma la de la *Forestiera tomentosa*, aplicando a todas las constantes elásticas un factor (1,7269) de modo que igualen al Olivo mediterráneo en rigidez longitudinal (17700 N/mm²), los valores obtenidos presentan gran similitud con los de otras variedades de *Quercus* por lo que se dan por válidos.

Constantes elásticas ortótropas de las especies arbóreas utilizadas:

Código	Nombre científico	ρ g/cm ³	CTF	E_R MPa	E_T MPa	E_L MPa	G_{TL} MPa	G_{LR} MPa	G_{RT} MPa	ν_{RT}	ν_{TR}	ν_{RL}	ν_{LR}	ν_{TL}	ν_{LT}
AER017	<i>Quercus sartorii</i>	0.530	ME	1428	820	11856	735	975	312	0.616	0.316	0.041	0.338	0.028	0.43
GPD015	<i>Pinus jeffreyi</i>	0.381	BA	836	525	10688	651	701	72	0.445	0.288	0.032	0.366	0.022	0.417
ATE033	<i>Forestiera tomentosa</i>	0.460	ME	1240	712	10290	638	846	270	0.534	0.274	0.035	0.293	0.024	0.381
Datos utilizados para el Olivo				2141	1230	17770	1102	1461	466	0,922	0,473	0,060	0,506	0,041	0,658

Aplicando la fórmula (f.5) obtenemos los valores de las componentes del tensor elástico o tensor de rigidez.

		Quercus ilex	Pinus halapensis	Olea europaea
Constantes elásticas	D1111	12435,43471	11050,13769	21394,4168
	D2222	1836,953371	982,2863875	4449,28708
	D3333	1053,160742	615,2863486	2546,050029
	D1122	899,4159027	529,6674323	3744,938246
	D1133	632,407597	395,6472497	2658,728892
	D2233	605,302571	293,5004225	2260,238249
	D1212	975	701	1460,973761
	D1313	735	651	1101,774538
	D2323	312	72	466,2682216

Características resistentes de la madera utilizada

Cada especie vegetal tiene sus propias resistencias características; no obstante, debido a que se va a aplicar una subrutina de usuario para todo el modelo numérico, no resulta posible distinguir las distintas resistencias de cada una de las maderas.

Por otra parte, la implantación de esta subrutina de usuario precisa el conocimiento de 6 valores de resistencia:

f_{0t}	Tensión máxima a tracción en la dirección paralela a la fibra
f_{0c}	Tensión máxima a compresión en la dirección paralela a la fibra
f_{90t}	Tensión máxima a tracción en la dirección perpendicular a la fibra
f_{90c}	Tensión máxima a compresión en la dirección perpendicular a la fibra
f_v	Tensión de cizalladura máxima en el plano cuya normal es perpendicular a la fibra
f_{roll}	Tensión de cizalladura máxima en el plano cuya normal es paralela a la fibra

Existe muy poca información acerca de la tensión de cizalladura máxima en el plano cuya normal es paralela a la fibra; es decir, el plano delimitado por las direcciones radial y tangencial, también llamada en inglés *f roll* o fuerza de enrollamiento.

Se toman los valores de resistencia más desfavorables de las especies vegetales estudiadas en la tesis de C. Sandhaas, correspondiente a la variedad *Spruce (Picea Abies)* o *Picea común*. Los valores de resistencia de más amplia difusión, y por tanto, contrastables de las especies estudiadas en este Trabajo Fin de Máster son superiores a los delimitados por Sandhaas, por lo que el cálculo numérico estará siempre del lado de la seguridad.

Valores de resistencia máxima para la especie Picea Abies tomados como valor de referencia para las especies Quercus ilex, Pinus halepensis y Olea europaea en el estudio numérico.

f_{0t}	24 N/mm ²
f_{0c}	36 N/mm ²
f_{90t}	0,7 N/mm ²
f_{90c}	4,3 N/mm ²
f_v	6,9 N/mm ²
f_{roll}	0,5 N/mm ²

En la madera, macroscópicamente, no se da una plasticidad relevante. Aparte de los distintos defectos estructurales y micro-estructurales derivados de ser un elemento biológico (concentricidad, regularidad y otros defectos en los anillos de crecimiento, nudos, desalineamiento en las fibras ...), las diferentes tensiones de rotura a tracción y compresión en sus direcciones de ortotropía implica distintos tipos de fracturas (fendas, acebolladuras, patas de gallina...) debido a acciones mecánicas e incluso sin ellas que, si bien no necesariamente implican un fallo del elemento, disminuyen su resistencia final.

Por esta razón, que se supere la tensión de rotura en un punto concreto no debe implicar el fallo del elemento ya que la tensión se reparte por las fibras adyacentes en un mecanismo similar a la plastificación.

Subrutina de usuario UMAT para determinar los modos de fallo

A continuación se desarrolla la subrutina de usuario, programada en Fortran, que deberá identificar los modos de fallo que se produjesen al superar las respectivas tensiones límite durante el análisis numérico efectuado por Abaqus.

Esta subrutina simula el comportamiento elástico lineal de la madera a la vez que chequea, en cada incremento si se superan las tensiones límite según los modos de fallo propuestos en el apartado “Determinación de los criterios de fallo de la madera”, anteriormente.

Los dos primeros modos de fallo tratan, respectivamente, el agotamiento a tracción y compresión en la dirección de las fibras principales de la madera (f.7 y f.8). Compara de forma lineal la tensión existente en cada incremento con la tensión límite. En caso de superarla, se anota en el vector STATEV (variables dependientes del estado), Statev (1) en caso de fallo a tracción que implicaría una rotura frágil; y Statev (2) en caso de fallo a compresión, que implicaría un fallo dúctil o plastificación. En la realidad, en este último caso, suele ser común que microscópicamente, se produzcan modos de pandeo de las fibras principales que lleven a la pieza a fallar por medio de una rotura transversal o por cortante, en este caso, si bien a nivel local se produce la plastificación, a nivel global la rotura debería ser frágil.

Si bien *Carmen Sandhaas* propone en su Tesis separar las tensiones en los planos radial y tangencial y tratarlas de modo diferente. Ante la imposibilidad de conocer la geometría biológica de las piezas a ensayar y por tanto la orientación de los vectores radial y tangencial en cada elemento, proponemos buscar una componente resultante de combinar las tensiones en ambas direcciones (radial y transversal), y compararla con las tensiones transversales máximas.

Teniendo un plano de tensiones formado por la dirección de la fibra y la resultante transversal se realizan los siguientes chequeos:

Se comprueba si en ambas direcciones transversales se trabaja a tracción; en ese caso se realiza un análisis cuadrático, correspondiente a una envolvente elipsoidal (formula f.9) y si se supera dicha envolvente, se anota en la variable Statev(3).

Si en ambas direcciones se trabajase a compresión, se verifica que la tensión transversal resultante supera la máxima tensión a compresión con un análisis lineal (fórmula f.10), anotándose en ese caso en la variable Statev(4).

Si ambas componentes transversales trabajan con distinto signo, se debe verificar el cortante, según un modelo cuadrático (fórmula f.11), que de superarse se anota en la variable Statev(5)

Código de la subrutina en Fortran:

```
SUBROUTINE UMAT(STRESS,STATEV,DDSDDE,SSE,SPD,SCD,  
1 RPL,DDSDDT,DRPLDE,DRPLDT,  
2 STRAN,DSTRAN,TIME,DTIME,TEMP,DTEMP,PREDEF,DPRED,CMNAME,  
3 NDI,NSHR,NTENS,NSTATV,PROPS,NPROPS,COORDS,DROT,PNEWDT,  
4 CELENT,DFGRD0,DFGRD1,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,KSTEP,KINC)  
  
C  
    INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'  
  
C  
    CHARACTER*80 CMNAME  
    DIMENSION STRESS(NTENS),STATEV(NSTATV),  
1 DDSDDE(NTENS,NTENS),DDSDDT(NTENS),DRPLDE(NTENS),  
2 STRAN(NTENS),DSTRAN(NTENS),TIME(2),PREDEF(1),DPRED(1),  
3 PROPS(NPROPS),COORDS(3),DROT(3,3),DFGRD0(3,3),DFGRD1(3,3)  
  
    REAL*8 FPT, FPC, F90T, F90C, FV, FROLL, TTANGENCIAL, TTANGTLONG,  
1 C1, C2, C3, TTRANS, CHECK, SHEAR  
  
C    LÍMITES DE SERVICIO DEL MATERIAL  
  
    FPT = 24  
    FPC = -26  
    F90T = 0.7  
    F90C = 4.3  
    FV = 6.9  
    FROLL = 0.5  
  
C    DDSDDE  
    DDSDDE=0.  
    DDSDDE(1,1)=PROPS(1)  
    DDSDDE(1,2)=PROPS(2)  
    DDSDDE(2,1)=PROPS(2)  
    DDSDDE(2,2)=PROPS(3)  
    DDSDDE(1,3)=PROPS(4)  
    DDSDDE(3,1)=PROPS(4)  
    DDSDDE(2,3)=PROPS(5)  
    DDSDDE(3,2)=PROPS(5)  
    DDSDDE(3,3)=PROPS(6)  
    DDSDDE(4,4)=PROPS(7)  
    DDSDDE(5,5)=PROPS(8)  
    DDSDDE(6,6)=PROPS(9)  
  
    STRESS=STRESS+matmul(DDSDDE,DSTRAN)  
  
C    CRITERIO FALLO 1 TRACCIÓN LONGITUDINAL  
    IF (STRESS(1) .GE.0.) THEN  
        IF (STRESS(1) .GT.FPT) THEN  
            STATEV(1)=STRESS(1)/FPT  
        END IF  
    END IF  
  
C    CRITERIO FALLO 2 COMPRESIÓN LONGITUDINAL  
    ELSE  
        IF (STRESS(1) .LT.FPC) THEN  
            STATEV(2) = STRESS(1)/FPC  
        END IF  
    END IF
```

```

C      TRANSFORMO LAS TENSIONES TRANSVERSALES 2 Y 3 A UN PLANO DE TENSIÓN TANGENCIAL MÁXIMA

      TTANGENCIAL = SQRT(STRESS(2)*STRESS(2) + STRESS(3)*STRESS(3))
      TTANGTLONG = SQRT(STRESS(4)*STRESS(4) + STRESS(5)*STRESS(5))
      C1 = ((TTANGENCIAL)**2)/((F90T)**2)
      C2 = ((TTANGTLONG)**2)/((FV)**2)
      C3 = ((STRESS(6))**2)/((FROLL)**2)
      CHECK = STRESS(2)*STRESS(3)

C      CRITERIO DE FALLO 3 TRACCIÓN TRANSVERSAL
      IF (CHECK .GT. 0. .AND. STRESS(2) .GT. 0. .AND. STRESS(3) .GT. 0.) THEN
        TTRANS = C1+C2+C3

        IF (TTRANS .GT. 1.) THEN
          STATEV(3) = TTRANS
        END IF

C      CRITERIO DE FALLO 4 COMPRESIÓN TRANSVERSAL
      ELSE IF (CHECK .GT. 0. .AND. STRESS(2) .LE. 0. .AND. STRESS(3) .LE. 0.) THEN

        IF (TTANGENCIAL .GT. F90C) THEN
          STATEV(4) = TTANGENCIAL / F90C
        END IF
      ELSE

C      CRITERIO DE FALLO 5 CORTANTE
        SHEAR = C2+C3
        IF (SHEAR .GT. 1.) THEN
          STATEV(5) = SHEAR
        END IF
      END IF

      RETURN
      END

```

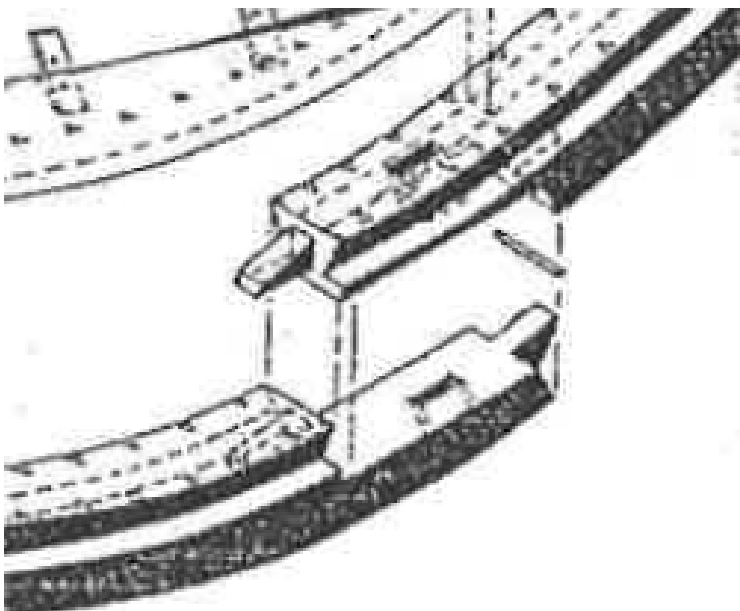
Modelado en Abaqus

Jules Verne 7

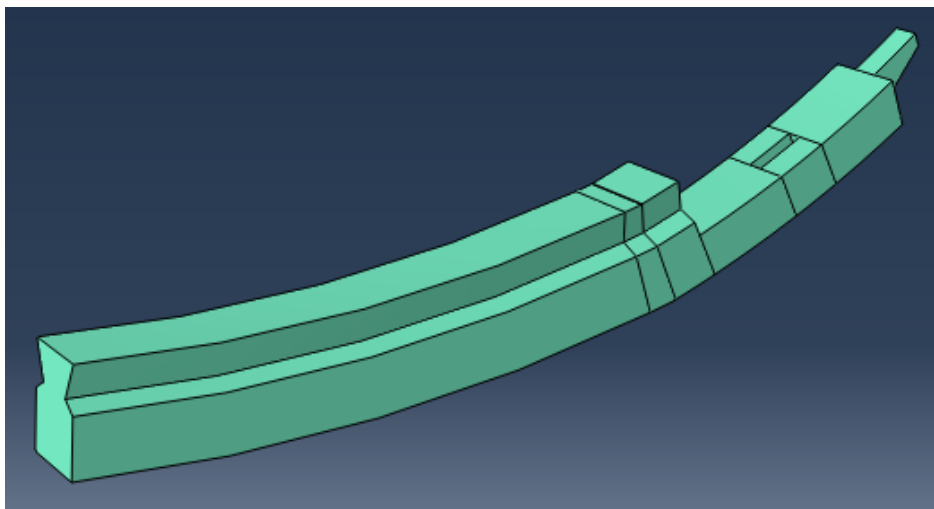
Las tres piezas de madera que forman la unión se modelan en 3 dimensiones en Autocad según la axonometría de la Tesis de *Juan Fuertes*, con unas dimensiones de 100x110 mm. en sección, formando la curva en el arranque de la roda y con la geometría del alefriz en la parte superior a ambos lados. Posteriormente se exportan como bloque 3D en un archivo .sat desde el cual se importarán a Abaqus como partes independientes (sólido 3D deformable) para ser ensambladas como partes independientes.

Se repite el proceso en un archivo independiente o de control, con las tres piezas fusionadas en una única, que se someterá a las mismas acciones a fin de comprobar la idoneidad de la unión.

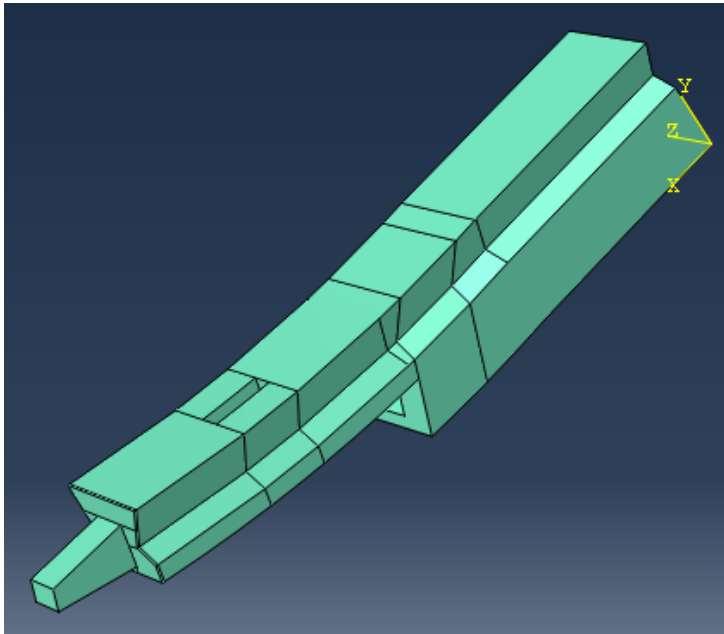
Rayo de unión de la roda del Jules Verne 7. Axonometría de la Tesis de Juan Fuertes:



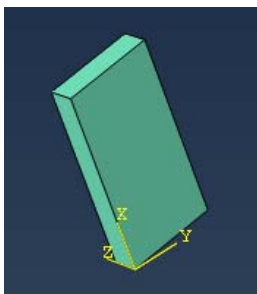
Pieza de Quilla. Modelo en Abaqus importado de Autocad:



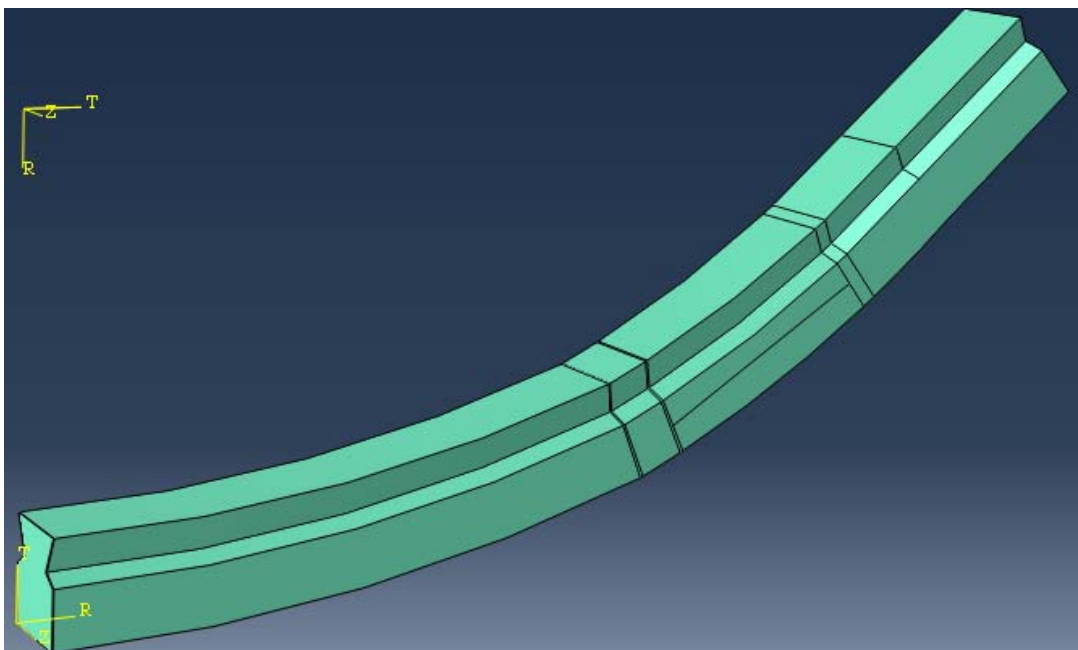
Pieza de Roda. Modelo en Abaqus importado de Autocad:



Taco o llave. Modelo en Abaqus importado de Autocad:



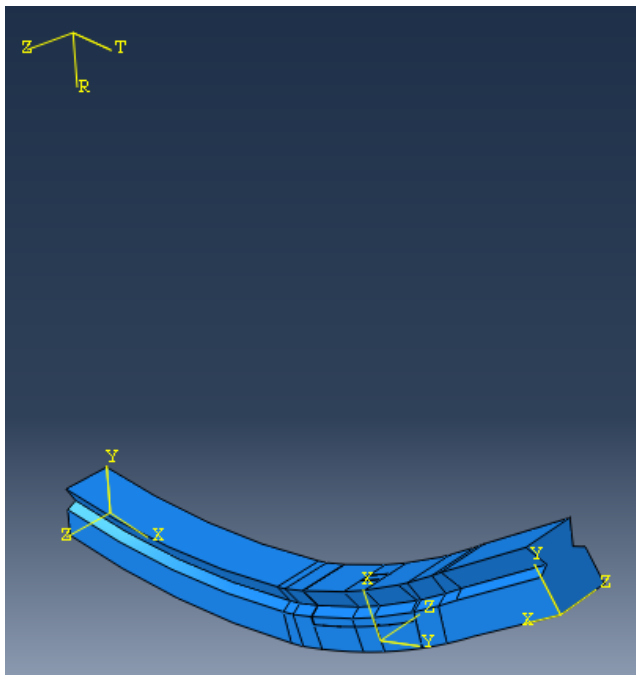
Pieza control, equivalente a las tres anteriores fusionadas. Modelo en Abaqus importado de Autocad:



En el apartado Material se introducen las propiedades de la madera, encina para la quilla y la roda y olivo para el taco, con las constantes elásticas y de contracción volumétrica definidas en apartados anteriores. Debido a la inexistencia de un módulo específico que trate la variación volumétrica debida a los cambios de humedad, ésta se modela como dilatación térmica, tomando como coeficientes *alpha* los de contracción.

Se asignan las propiedades del material a las partes importadas teniendo en cuenta se debe asignar una orientación a cada pieza. Tanto en la quilla como la roda y la pieza de control, las fibras se orientan de forma longitudinal; para paliar la desviación de la curvatura de dichas piezas se crean sistemas de coordenadas cilíndricos con el origen en el centro aproximado de la curvatura de las piezas.

Conjunto ensamblado con los sistemas de coordenadas locales:



El cálculo constará de 2 Steps, cada uno de 1 ud. de tiempo con incrementos de 0,05 (5% del Step). Un primer Step en el que se producirá el hinchamiento higroscópico y el segundo en el que se someterá a la unión, en cálculos alternativos, a un esfuerzo de flexión en arrufo, flexión en quebranto y torsión.

Puesto que las tres piezas se mueven libremente entre sí, se generan hasta 15 superficies de contacto superficie-superficie donde la pieza hembra siempre es la esclava, y a la unión entre el taco y cada una de las dos piezas le corresponde otro contacto superficie-superficie en el que el taco es la superficie maestra.

Estas cuatro interacciones se realizan con pequeño deslizamiento, uso selectivo de puntos de contacto suplementarios, ajuste para eliminar penetración (overclosure) y suavizado de geometría 3D. El resto de opciones quedan por defecto.

Las propiedades del contacto incluyen:

Comportamiento Normal de presión o “Hard” Contact donde se impone una restricción tipo Lagrangiano Aumentado y se permite la separación tras el contacto.

Comportamiento Tangencial penalizado con los coeficientes de rozamiento mencionados en apartados anteriores para fibras paralelas y perpendiculares.

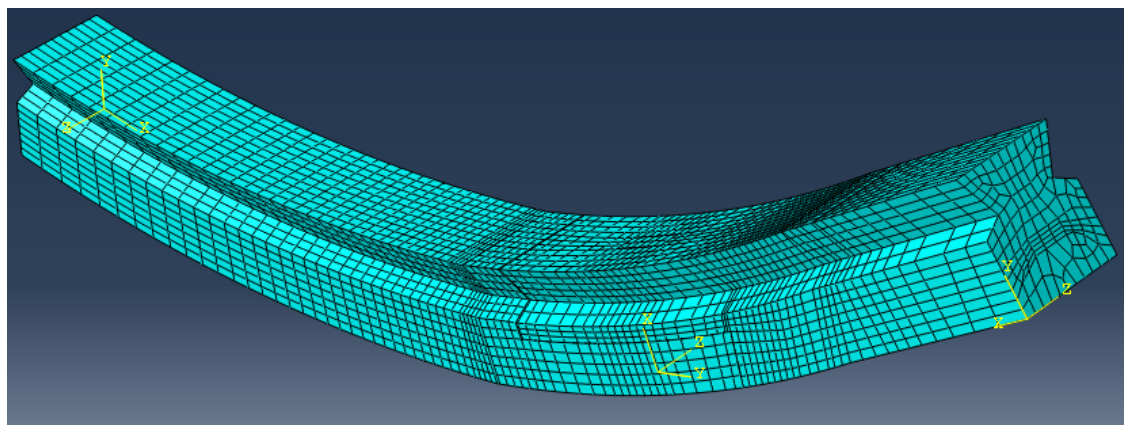
En las condiciones predefinidas se simulará el hinchamiento producido en la madera al pasar de una humedad del 20 % (madera aserrada) al 30 % (máximo hinchamiento o saturación sin agua libre) al ser sumergida en agua. En el caso del taco, se simula una pequeña holgura entre piezas dándole a éste una humedad inicial del 25 %. Este incremento se realiza en el Step 1.

Como condiciones de contorno, se bloquea el desplazamiento de la testa de la quilla en el eje x; se impide el movimiento como sólido rígido encastrando un nodo en el eje del conjunto y la rotación como sólido rígido bloqueando el movimiento en z de un nodo en la vertical del eje del conjunto. Para evitar el movimiento de la roda, se impide el desplazamiento en horizontal de un nodo en su extremo (guiador) y de la arista inferior en vertical (tirante). No se ha podido simular el efecto de encastre que existiría cuando el resto de las piezas del casco estuviesen fijadas.

En el Step 2, se impone un desplazamiento de 100 mm. en la testa de la roda, tangente a dicha superficie, hacia arriba para simular el efecto de arrufo, hacia abajo para simular el quebranto y hacia un lateral para simular la torsión. Igualmente, en este Step, se eliminan las restricciones de guiador y tirante y se impide el desplazamiento en vertical (horizontal en torsión) de toda la testa de la quilla.

El elemento utilizado para el mallado es C3D8 o hexaedro 3D lineal con un tamaño máximo de 10 mm. que se aumenta hasta 35 mm. en las zonas alejadas de las uniones.

Mallado de elementos finitos:

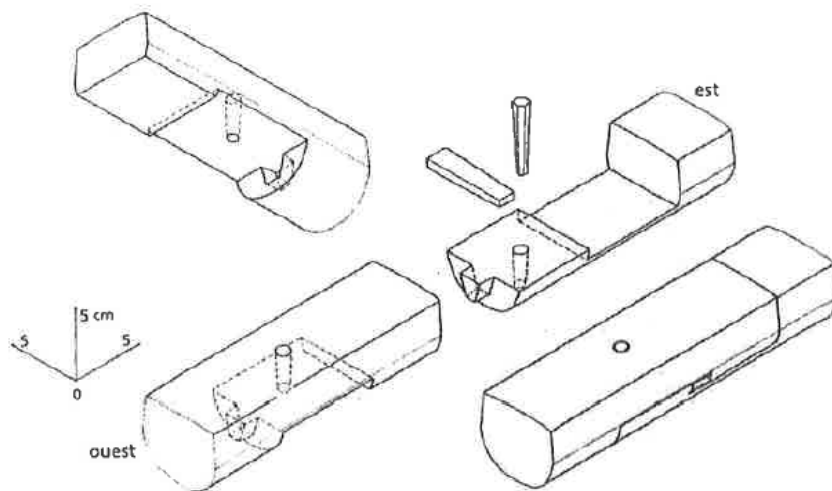


Tour Fondue

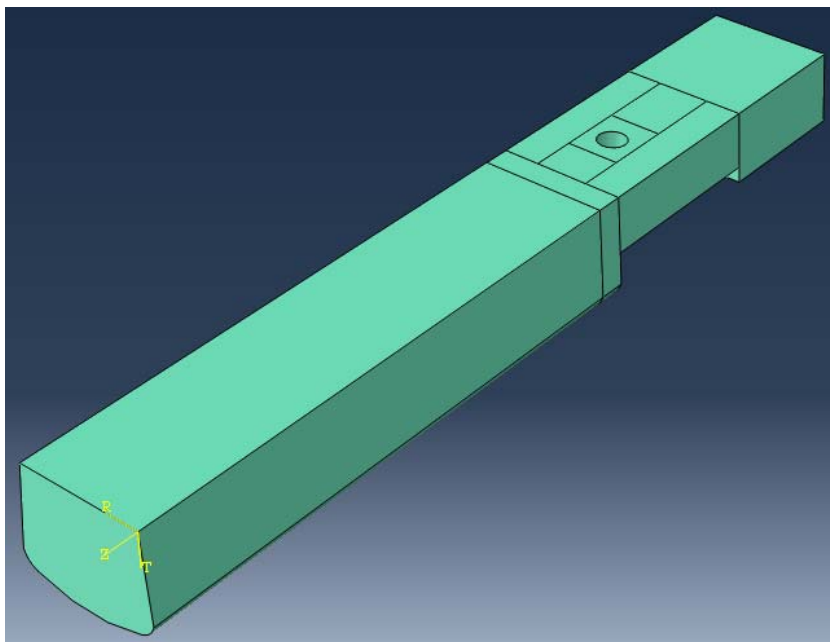
Las 4 piezas de madera que forman la unión se modelan en 3 dimensiones en Autocad según la axonometría de la Tesis de *Juan Fuertes*, con unas dimensiones de 72 x 58 mm. en sección con fondo curvo y alefriz suave, en prolongación recta entre los dos tramos de la quilla. Posteriormente se exportan como bloque 3D en un archivo .sat desde el cual se importarán a Abaqus como partes independientes (sólido 3D deformable) para ser ensambladas como partes independientes.

Se repite el proceso en un archivo independiente o de control, con las cuatro piezas fusionadas en una única, que se someterá a las mismas acciones a fin de comprobar la idoneidad de la unión.

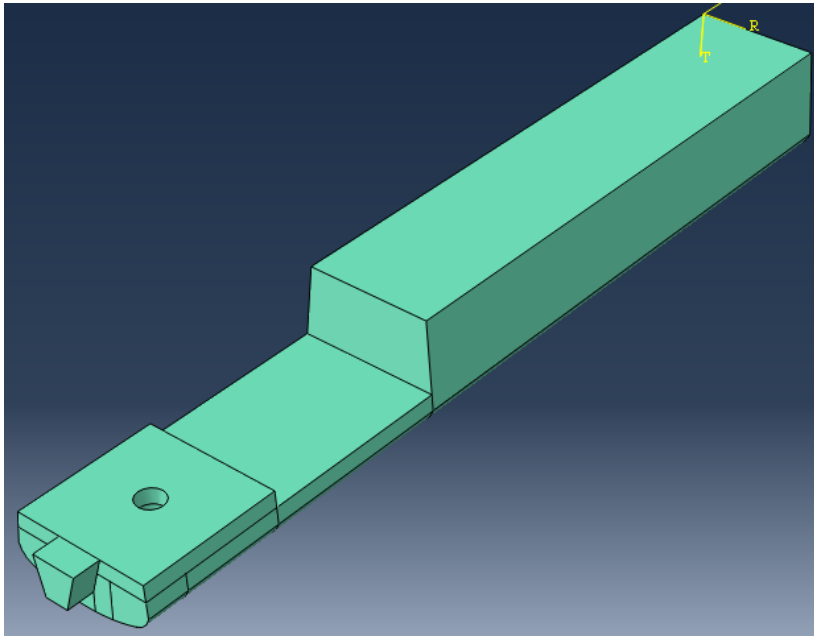
Rayo de unión de la roda de la Tour Fondue. Detalle de la Tesis de Juan Fuertes:



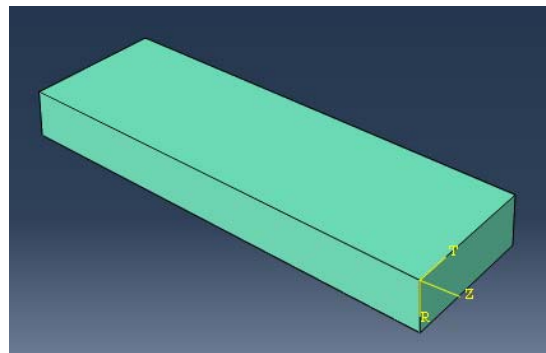
Pieza de Quilla oeste, en madera de encino. Modelo en Abaqus importado de Autocad:



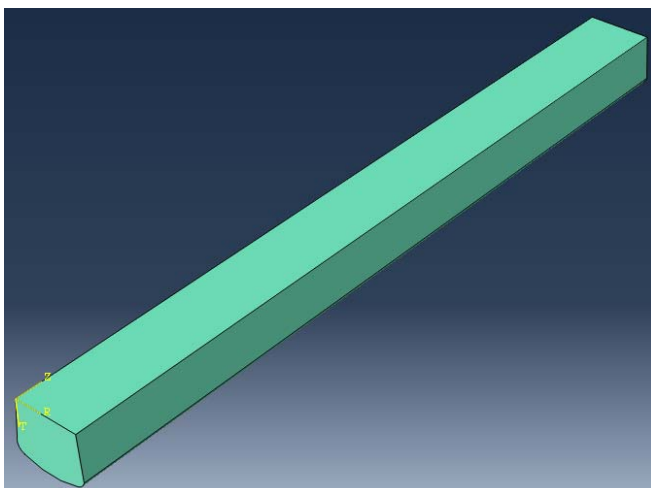
Pieza de Quilla este, en madera de pino de Aleppo. Modelo en Abaqus importado de Autocad:



Clavija (izda.), Taco o llave (dcha.), en madera de olivo. Modelo en Abaqus importado de Autocad:



Pieza control, equivalente a las cuatro anteriores fusionadas en madera de pino de Aleppo. Modelo en Abaqus importado de Autocad:

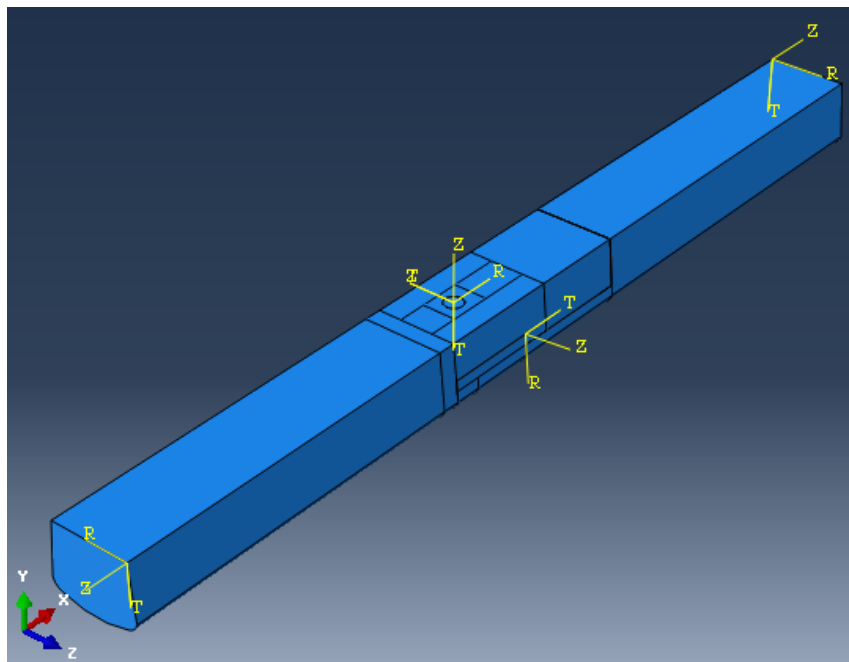


Obsérvese, que la hembra de la quilla este no dispone del orificio o caja donde se debería introducir la espiga de la pieza oeste de la quilla, como sí sucede a la inversa. Esta asimetría permitiría el montaje de la pieza este de forma posterior al resto del casco o lo que es lo mismo, una posible sustitución o reparación de este tramo de quilla; por contra, presenta una importante merma en la resistencia a los esfuerzos de quebranto y torsión.

En el apartado Material se introducen las propiedades de la madera, encina para el tramo oeste de la quilla, pino de Alepo para la parte este de la quilla y olivo para el taco y la clavija, con las constantes elásticas y de contracción volumétrica definidas en apartados anteriores. Debido a la inexistencia de un módulo específico que trate la variación volumétrica debida a los cambios de humedad, ésta se modela como dilatación térmica, tomando como coeficientes *alpha* los de contracción.

Se asignan las propiedades del material a las partes. En este caso, no se da el problema de la curvatura de las piezas, no obstante, se trata de simular la escuadría de la pieza imponiendo un sistema de coordenadas cilíndrico con el eje en una de las aristas de la quilla. Las fibras se orientan de forma longitudinal.

Conjunto ensamblado con los sistemas de coordenadas locales:



El cálculo constará de 2 Steps, cada uno de 1 ud de tiempo con incrementos de 0,05 (5% del Step). Un primer Step en el que se producirá el hinchamiento higroscópico y el segundo en el que se someterá a la unión, en cálculos alternativos, a un esfuerzo de flexión en arrufo, flexión en quebranto y torsión.

Puesto que las tres piezas se mueven libremente entre sí, se generan hasta 14 superficies de contacto superficie-superficie donde la pieza hembra siempre es la esclava, y a la unión entre el taco y cada una de las dos piezas le corresponde otro contacto superficie-superficie en el que el taco es la superficie maestra.

Estas cuatro interacciones se realizan con pequeño deslizamiento, uso selectivo de puntos

de contacto suplementarios, ajuste para eliminar penetración (overclosure) y suavizado de geometría 3D. El resto de opciones quedan por defecto.

Las propiedades del contacto incluyen:

Comportamiento Normal de presión o “Hard” Contact donde se impone una restricción tipo Lagrangiano Aumentado y se permite la separación tras el contacto.

Comportamiento Tangencial penalizado con los coeficientes de rozamiento mencionados en apartados anteriores para fibras paralelas y perpendiculares.

En las condiciones predefinidas se simulará el hinchamiento producido en la madera al pasar de una humedad del 20 % (madera aserrada) al 30 % (máximo hinchamiento o saturación sin agua libre) al ser sumergida en agua. En el caso del taco, se simula una pequeña holgura entre piezas dándole a éste una humedad inicial del 25 %. Este incremento se realiza en el Step 1.

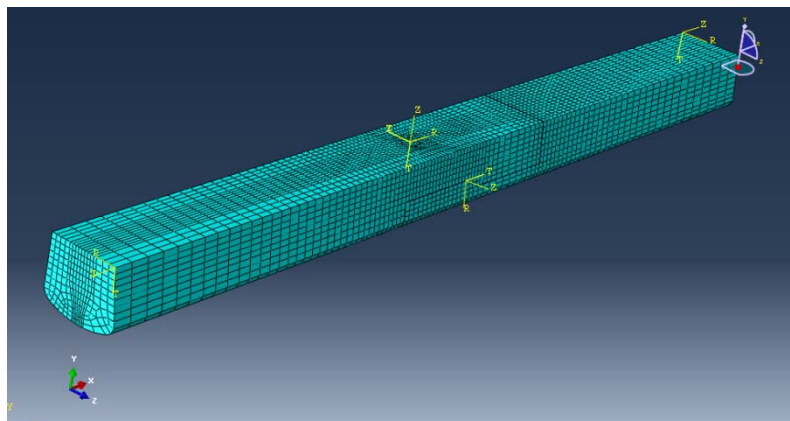
Como condiciones de contorno, se bloquea el desplazamiento de la testa de la quilla oeste en el eje x; se impide el movimiento como sólido rígido encastrando un nodo en el eje del conjunto y la rotación como sólido rígido bloqueando el movimiento en z de un nodo en la vertical del eje del conjunto. Para evitar el movimiento de la quilla este, se impide el desplazamiento en horizontal de un nodo en su extremo (guiador). No se ha podido simular el efecto o tensiones que existiría cuando el resto de las piezas estuviesen fijadas.

En el Step 2 se impone un desplazamiento de 100 mm. en la testa de la parte este de la quilla, vertical y hacia arriba para simular el efecto de arrufo y hacia abajo para simular el quebranto.

En el modelo empleado para simular el efecto de torsión se ha procedido de una manera diferente, tanto en la unión como el elemento de control se han creado sendos puntos de anclaje a una distancia de 500 mm. sobre el fondo de la quilla. A continuación se crea un emparejamiento (coupling) del tipo distribución continua entre dicho punto y la testa de la parte este de la quilla, quedando restringidos los movimientos en x, y, z. Finalmente, es a dicho punto de anclaje al que se le impone el desplazamiento de 100 m. hacia un lateral provocando el efecto torsión en la quilla que no puede dejarse arrastrar en dicho movimiento.

El elemento utilizado para el mallado es C3D8 o hexaedro 3D lineal con un tamaño máximo de 5 mm. que se aumenta hasta 15 mm. en las zonas alejadas de las uniones.

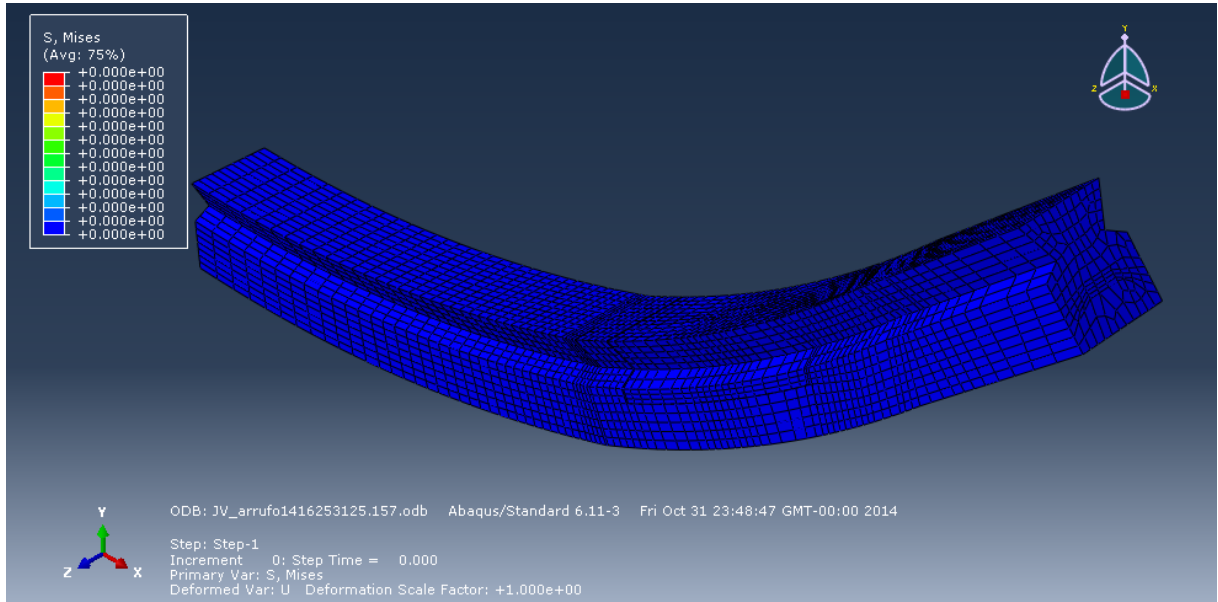
Mallado de elementos finitos:



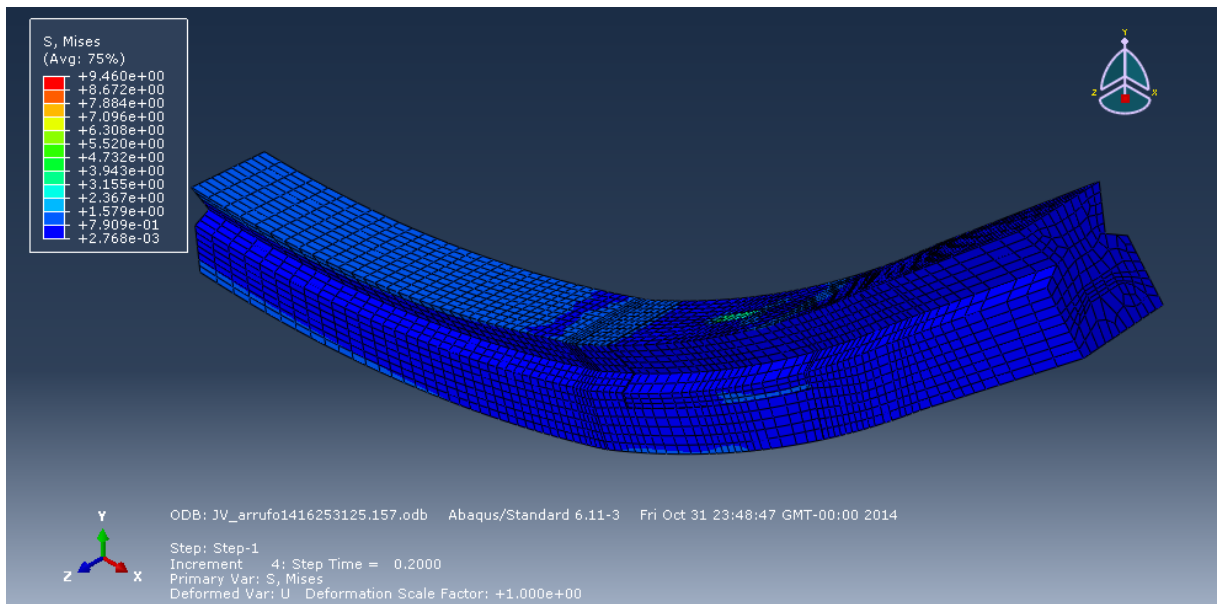
Análisis hinchamiento higroscópico:

Jules Verne 7

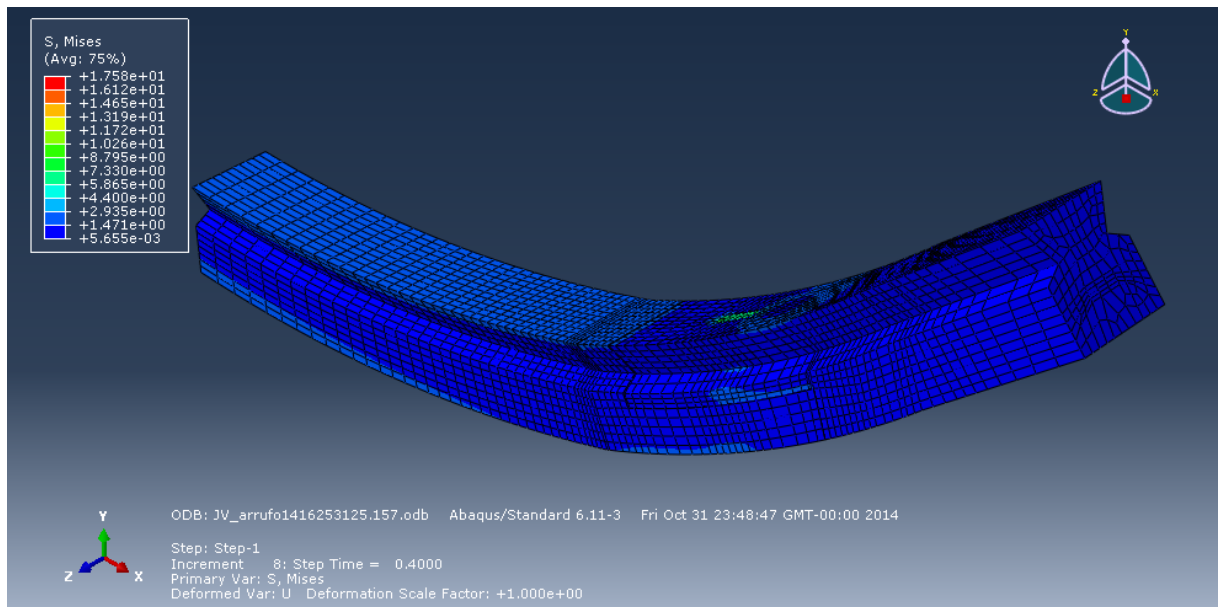
Hinchamiento, Step 1, $t=0$. Tensión Von Mises:



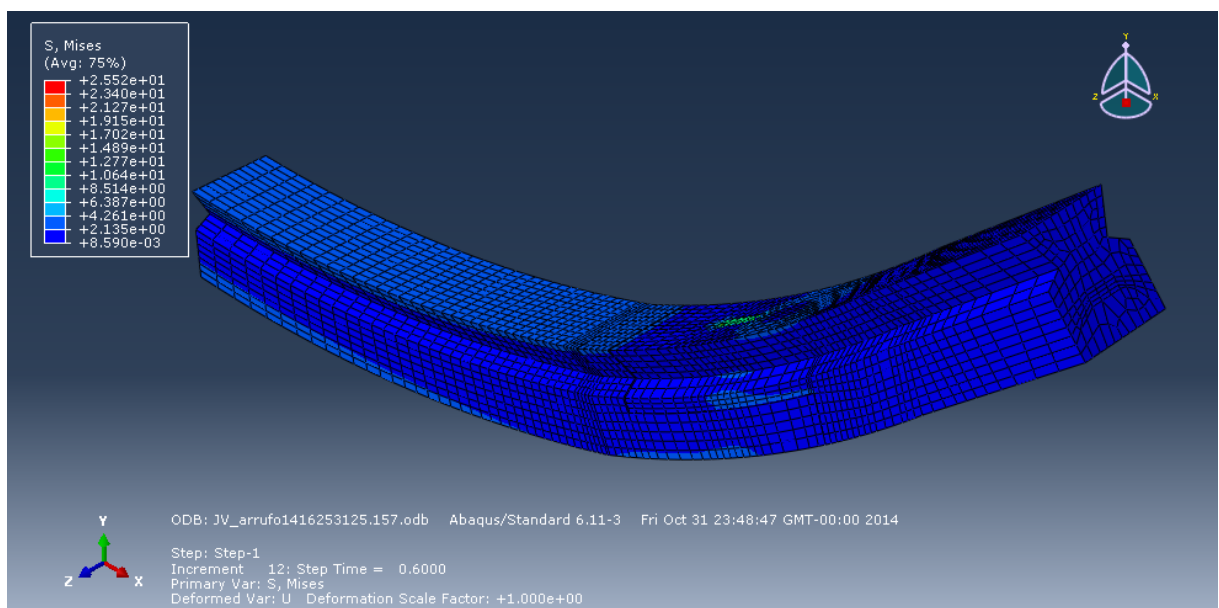
Hinchamiento, Step 1, $t=0,2$. Tensión Von Mises:



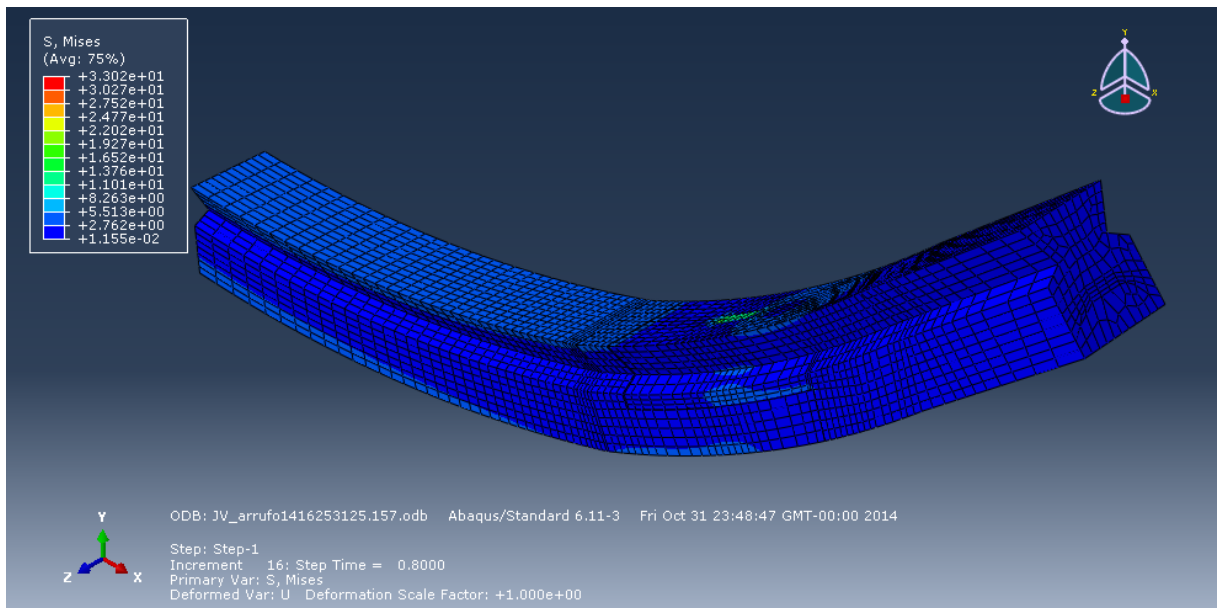
Hinchamiento, Step 1, $t=0,4$. Tensión Von Mises:



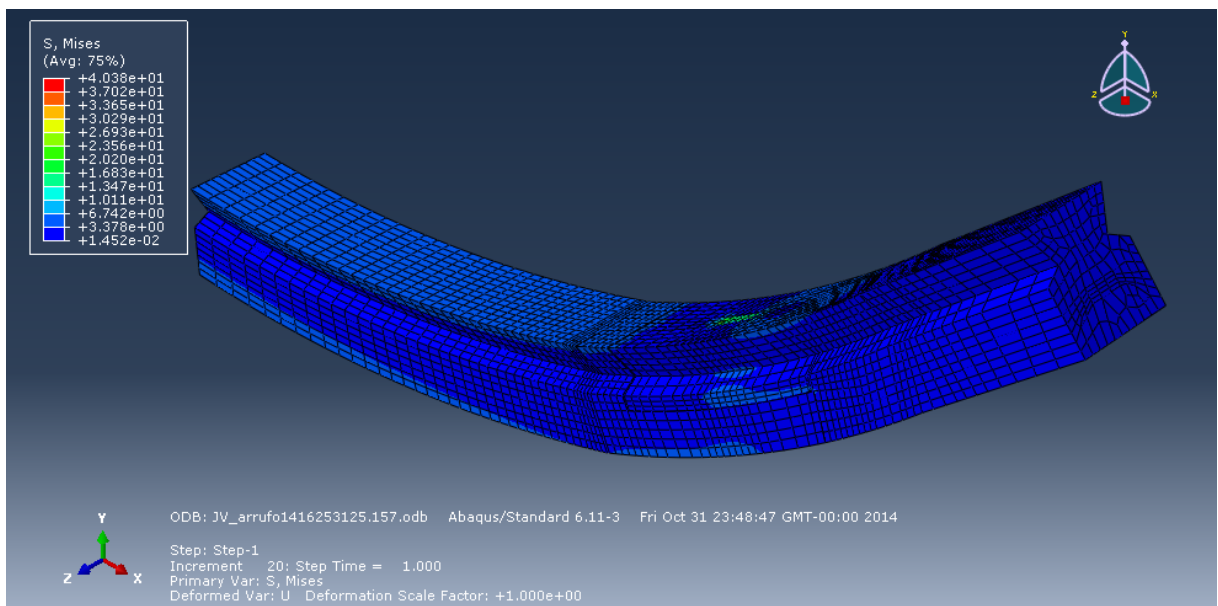
Hinchamiento, Step 1, $t=0,6$. Tensión Von Mises:



Hinchamiento, Step 1, $t=0,8$. Tensión Von Mises:

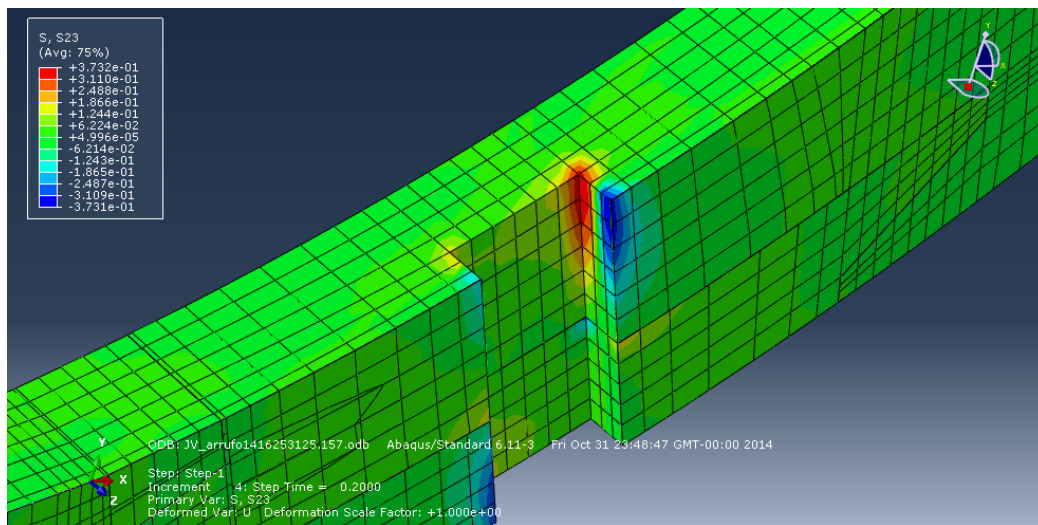


Hinchamiento, Step 1, $t=1$ (final). Tensión Von Mises:

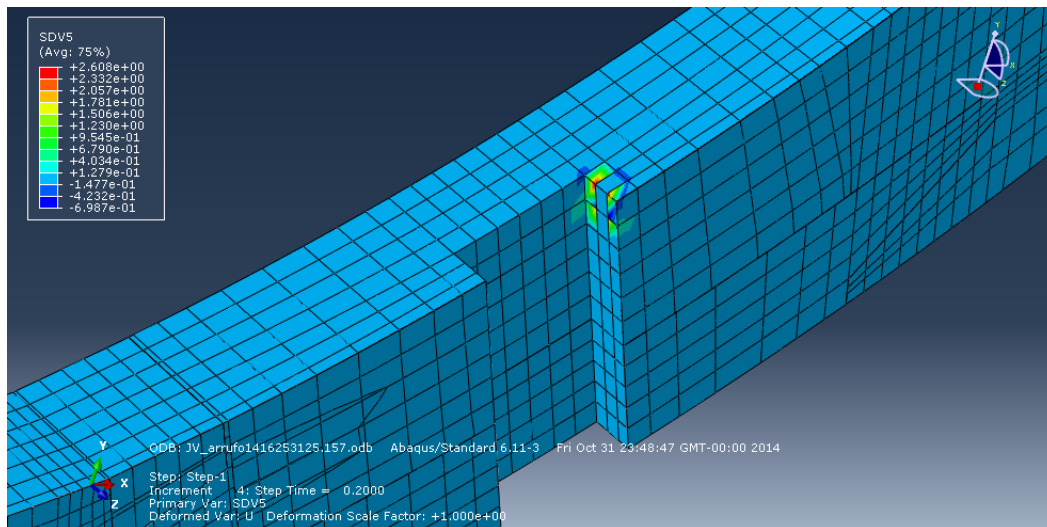


Observamos en este proceso que se están produciendo unas tensiones muy importantes en el entorno del taco, a pesar de la holgura. Vemos que ya en el incremento 20% se da un fallo por cortante en la quilla, en las esquinas del orificio de la clavija. En $t=0,3$, la clavija empieza a fallar por compresión en su parte superior; en $t=0,35$ se supera la tensión de rotura transversal a tracción en la quilla en el entorno de la clavija; al 80% del hinchamiento ya se ha superado la tensión de rotura longitudinal en las fibras exteriores de la clavija.

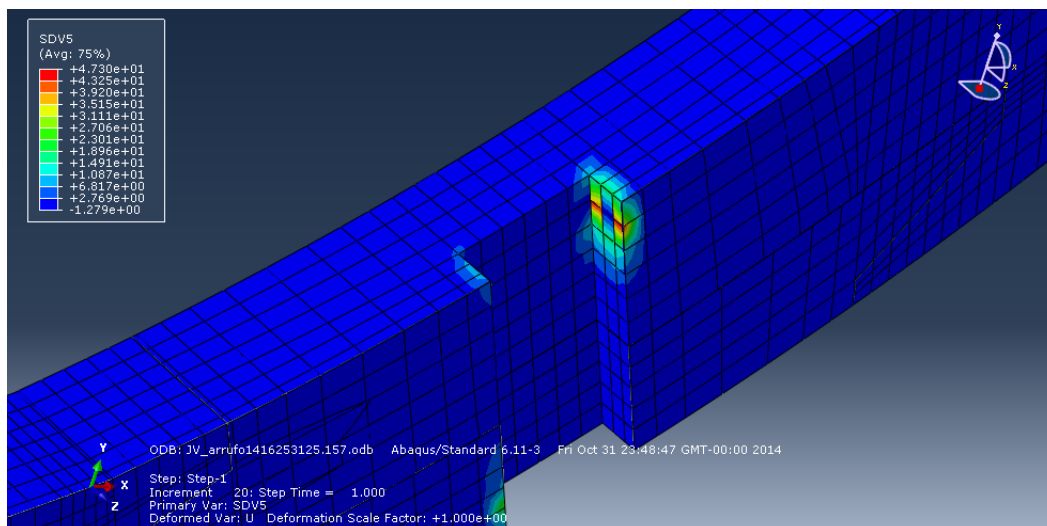
Hinchamiento, Step 1, $t=0,2$. Tensión S23 Cizalladura:



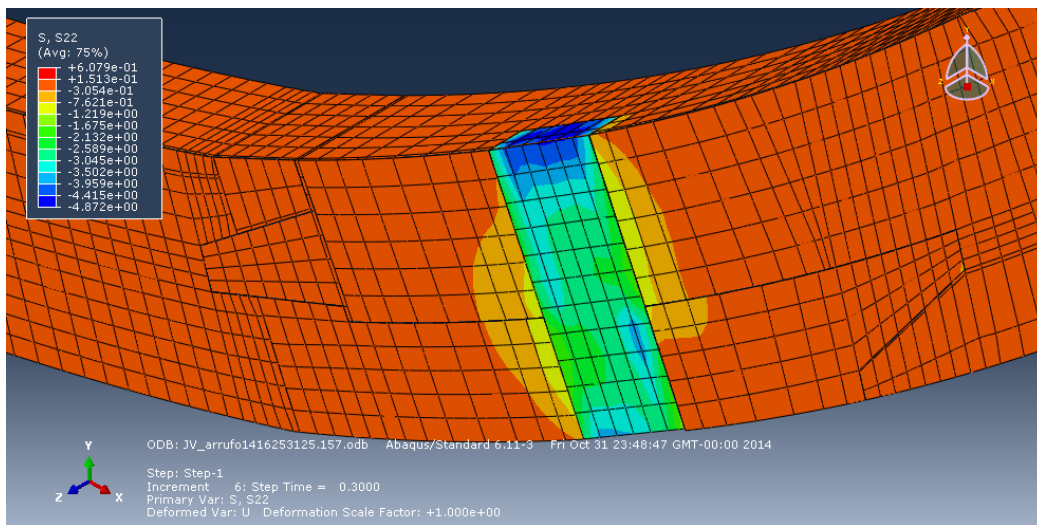
Hinchamiento, Step 1, $t=0,2$. Fallo por cortante (acebolladura o separación de anillos de crecimiento):



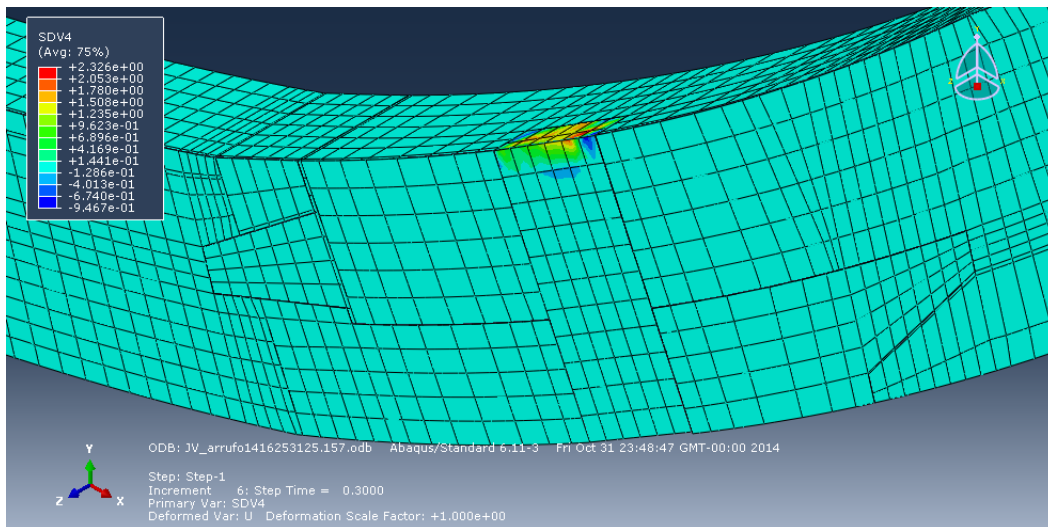
Hinchamiento, Step 1, $t=1$ (final). Fallo por compresión transversal:



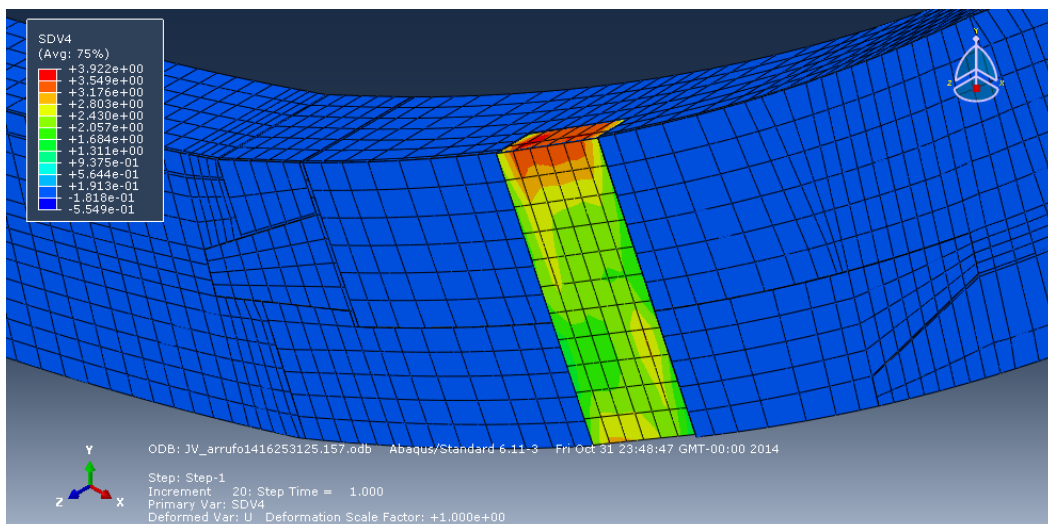
Hinchamiento, Step 1, $t=0,3$. Tensión S33 Tangencial:



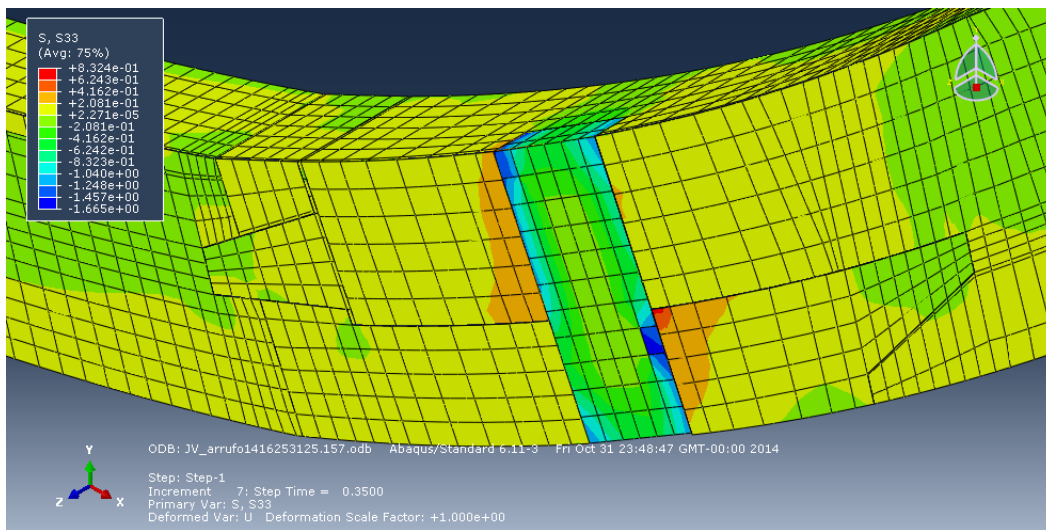
Hinchamiento, Step 1, $t=0,3$. Fallo por compresión transversal (rotura dúctil / plastificación):



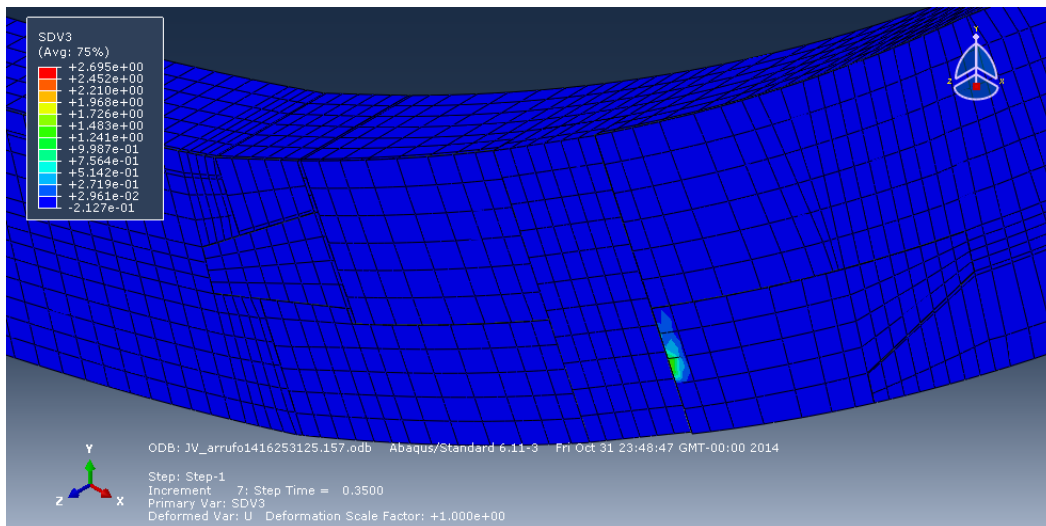
Hinchamiento, Step 1, $t=1$ (final). Fallo por compresión transversal:



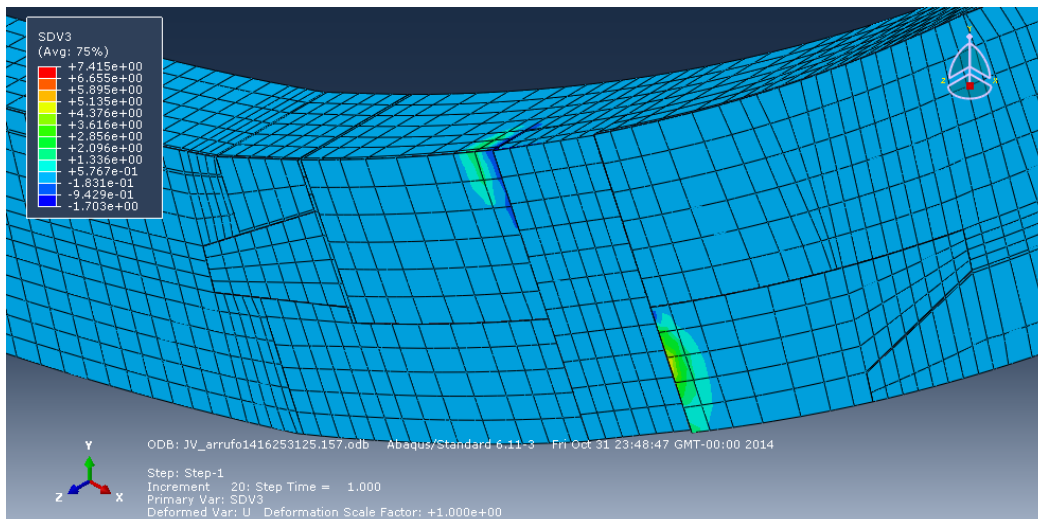
Hinchamiento, Step 1, $t=0,35$. Tensión S33 Tangencial:



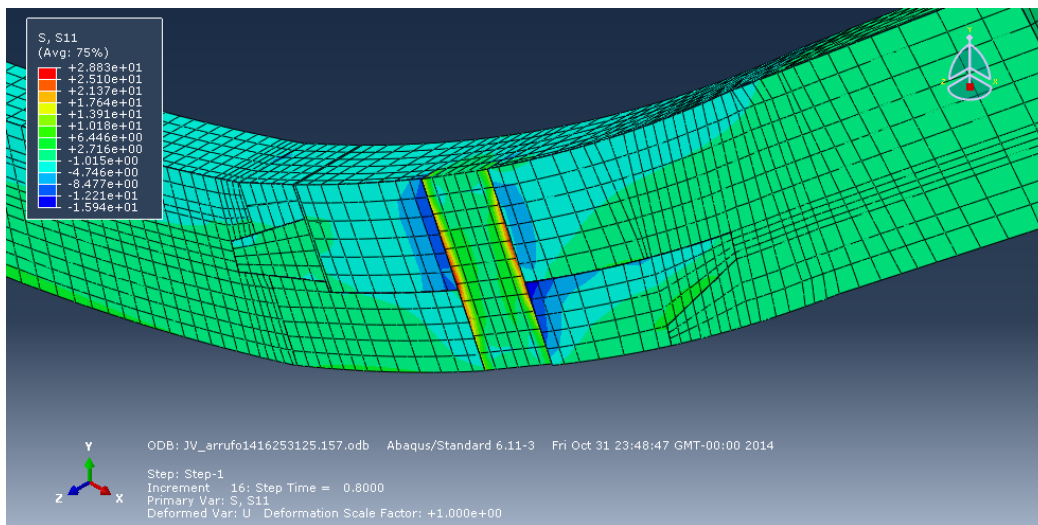
Hinchamiento, Step 1, $t=0,35$. Fallo por tracción transversal (se abriría una fenda):



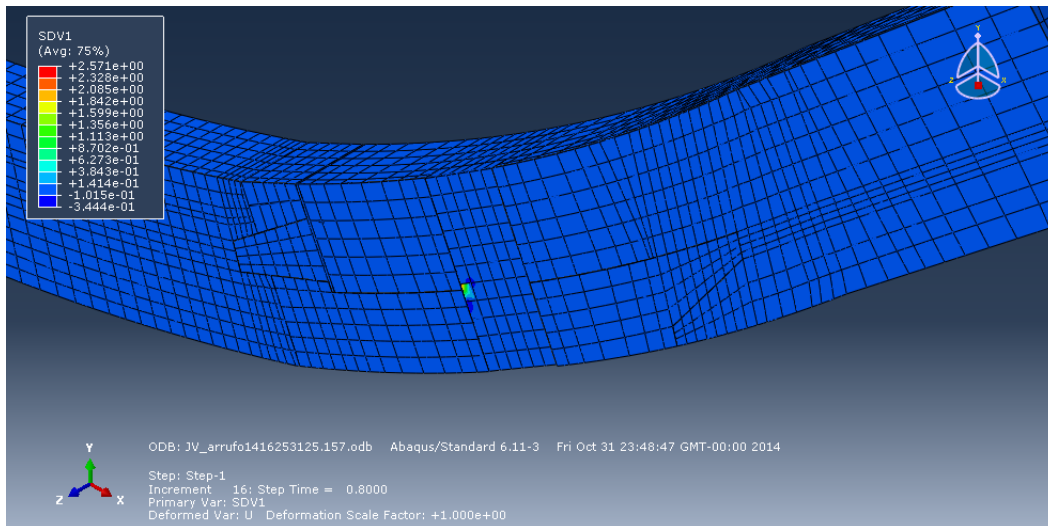
Hinchamiento, Step 1, $t=1$ (final). Fallo por tracción transversal (se abriría una fenda):



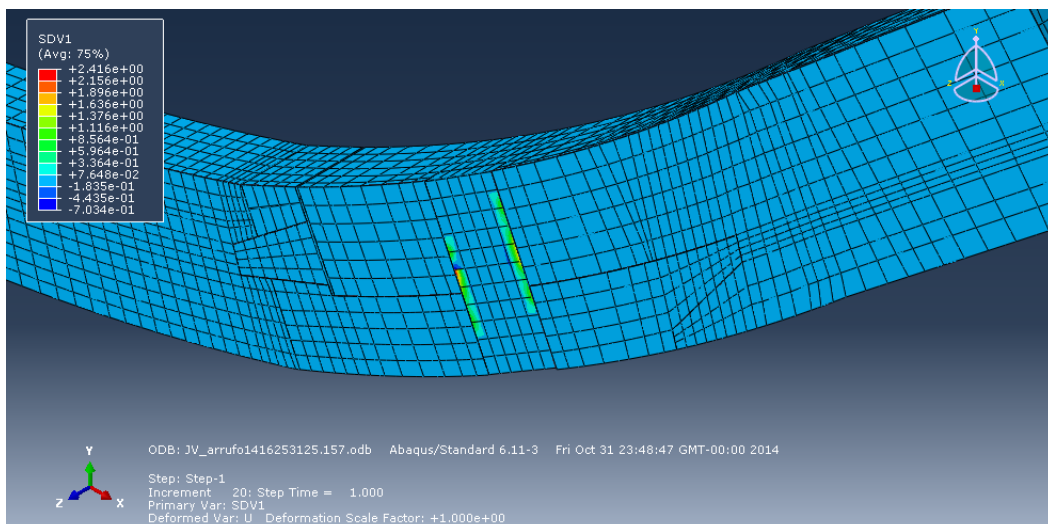
Hinchamiento, Step 1, $t=0,8$. Tensión S11:



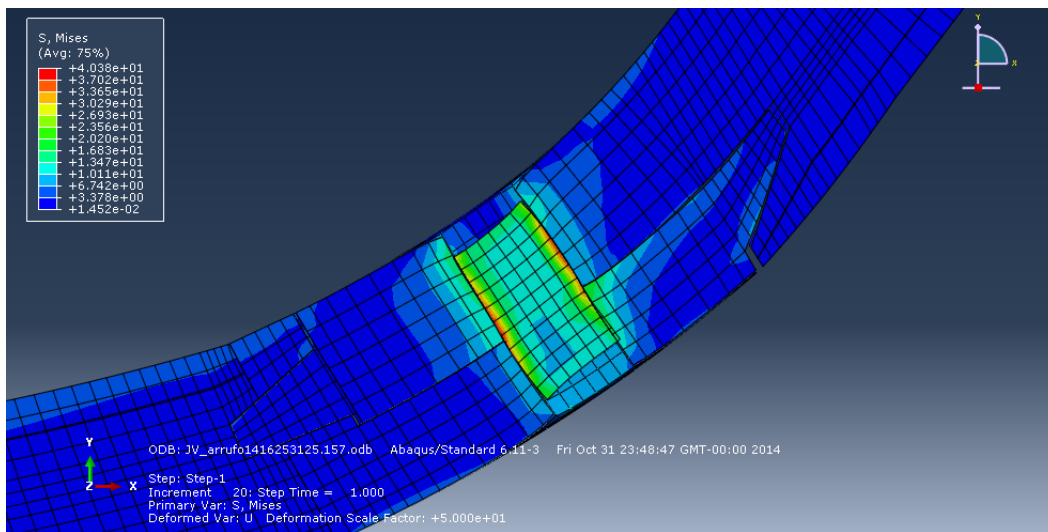
Hinchamiento, Step 1, $t=0,8$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil en la clavija):



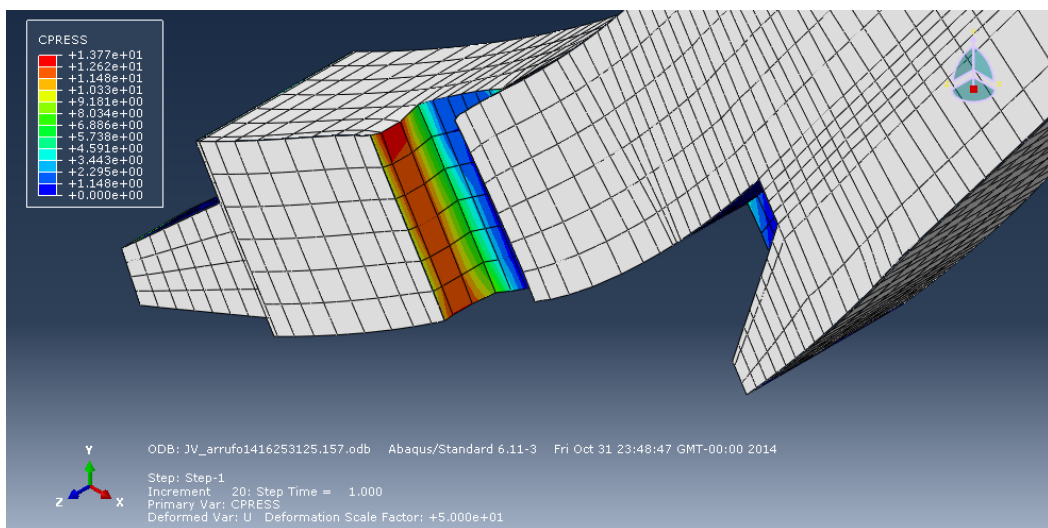
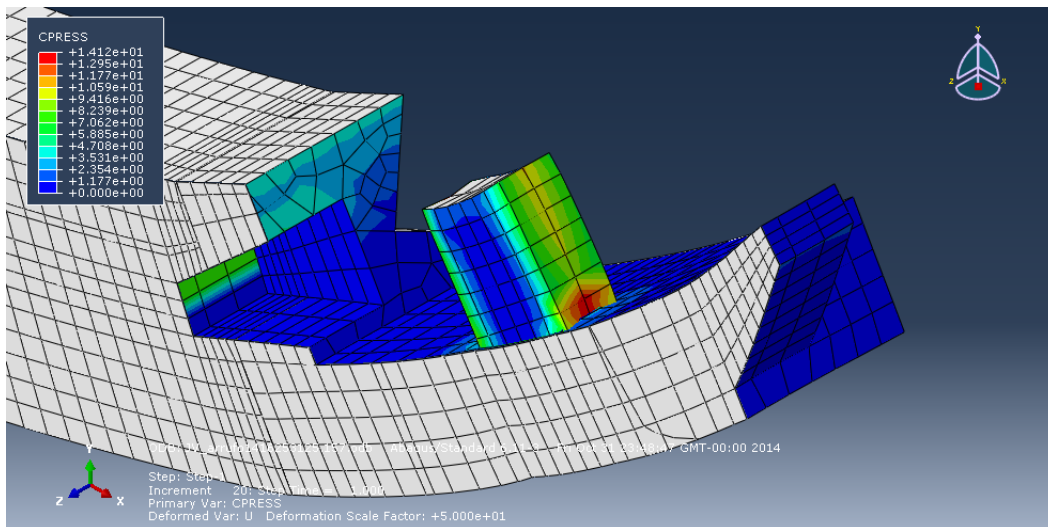
Hinchamiento, Step 1, $t=1$ (final). Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil en la clavija):



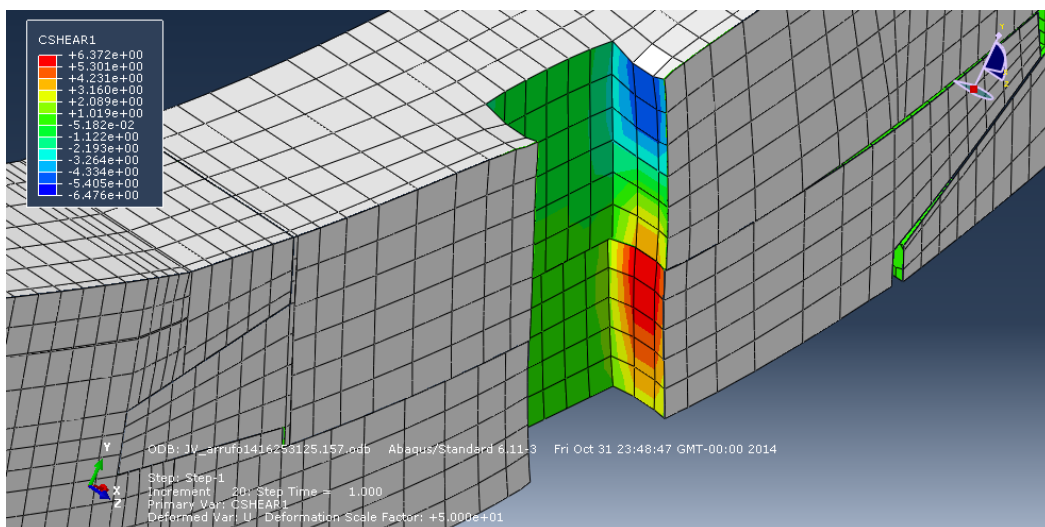
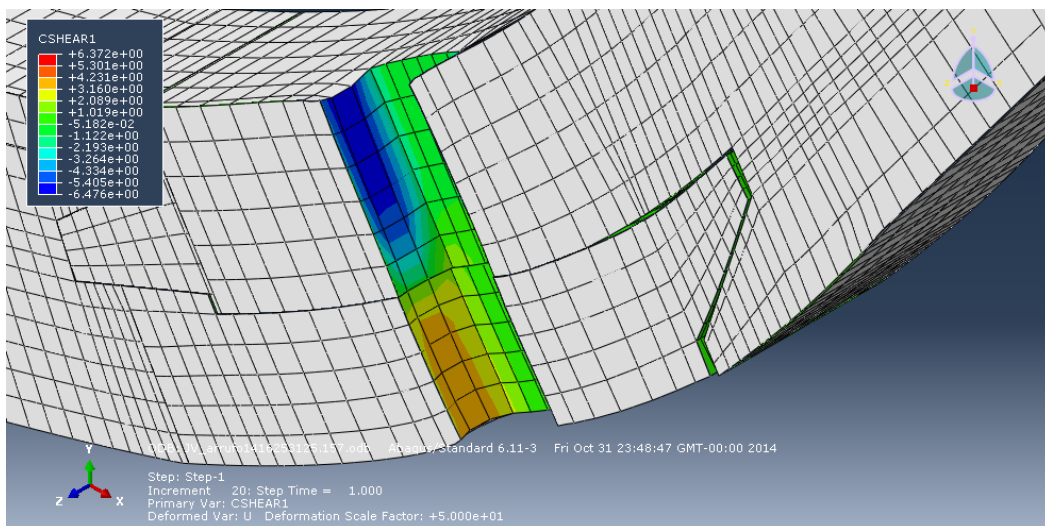
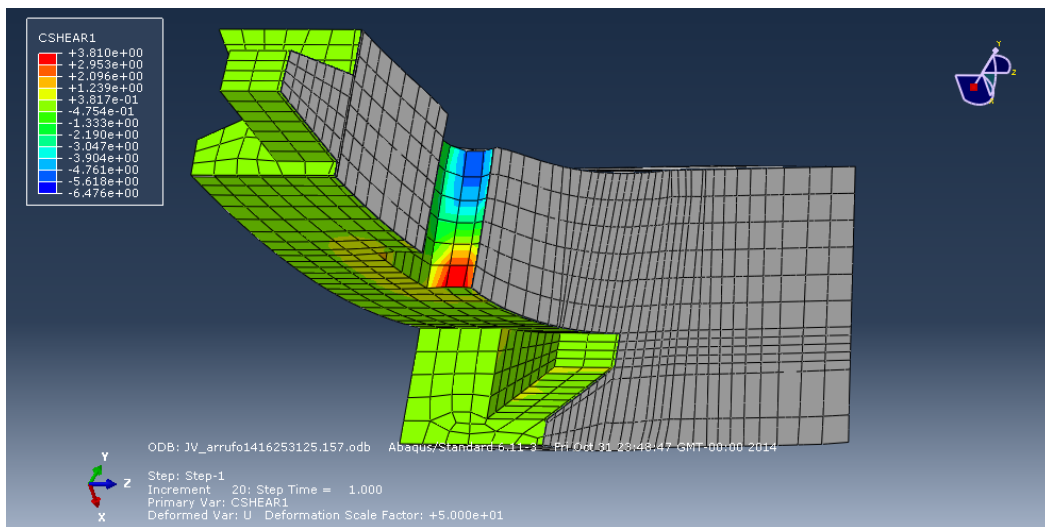
Hinchamiento, Step 1, t=1 (final). Tensión Von Mises (Deformación x50)



Hinchamiento, Step 1, t=1 (final). Presión de contacto (Deformación x50):

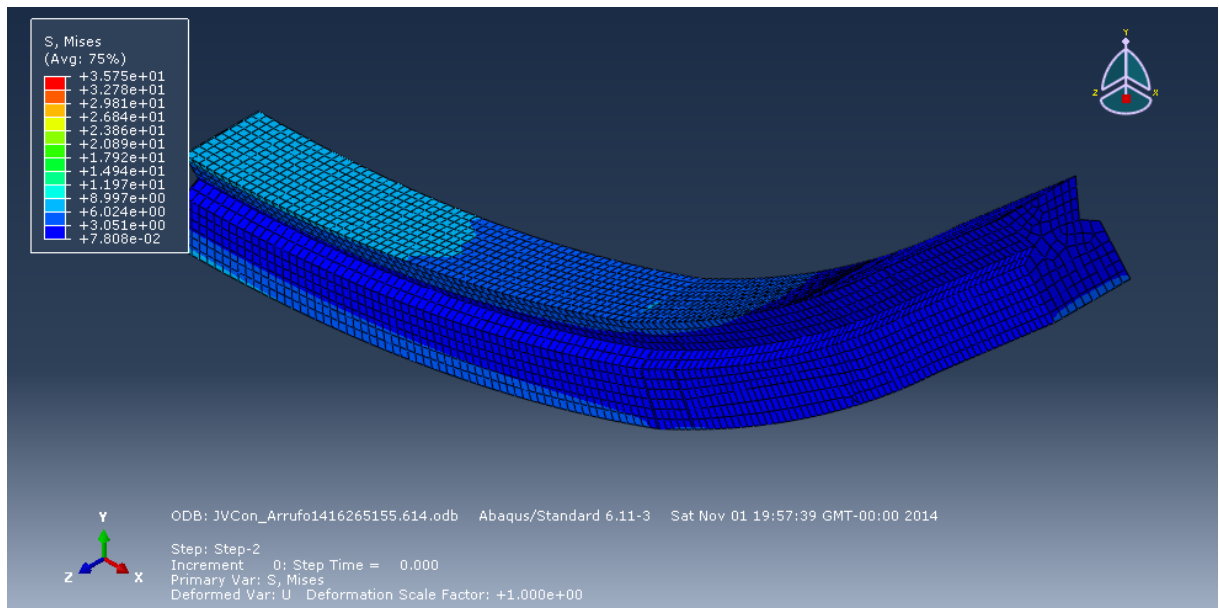


Hinchamiento, Step 1, t=1 (final). Fuerza tangencial de contacto (Deformación x50):



Jules Verne 7 Pieza Control.

Hinchamiento, Step 1, t=1 (final). Tensión de Von Mises



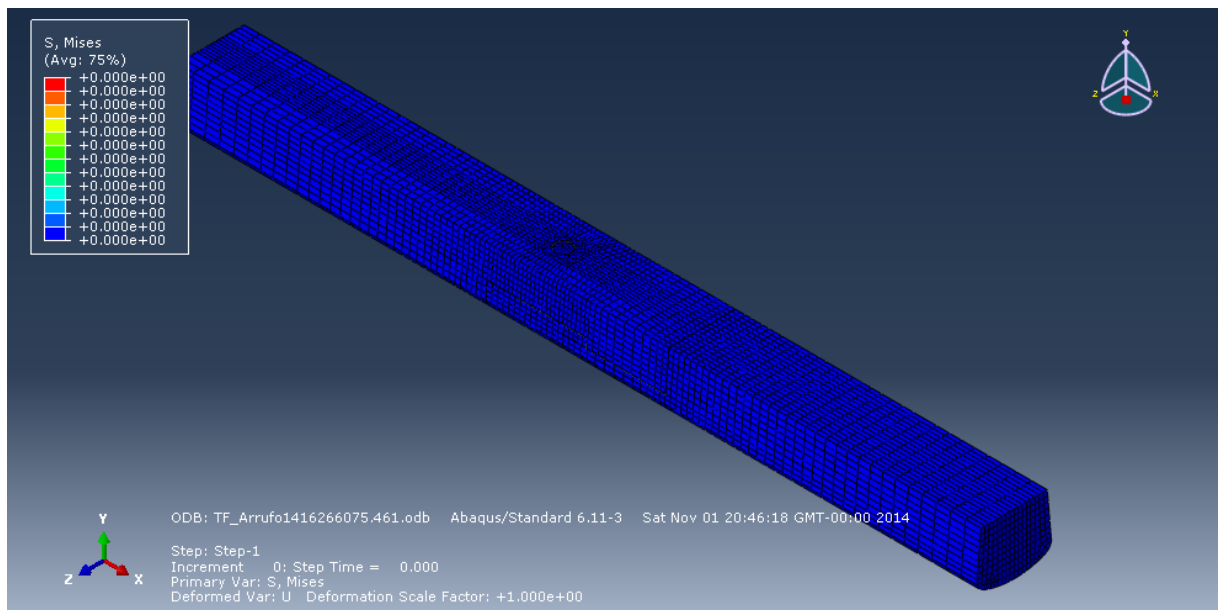
Hemos visto que a lo largo de la fase de hinchamiento, y a pesar de la holgura dada al taco, este supera rápidamente la tensión de rotura transversal, tanto a compresión como a cortante, mientras que en las piezas de la quilla, alrededor del hueco para dicha clavija se dan altas tensiones a tracción transversal.

Es muy probable que se diese un proceso de plastificación en la clavija que aliviase dichas tensiones, disminuyendo a la larga la resistencia y efectividad del taco en esta posición.

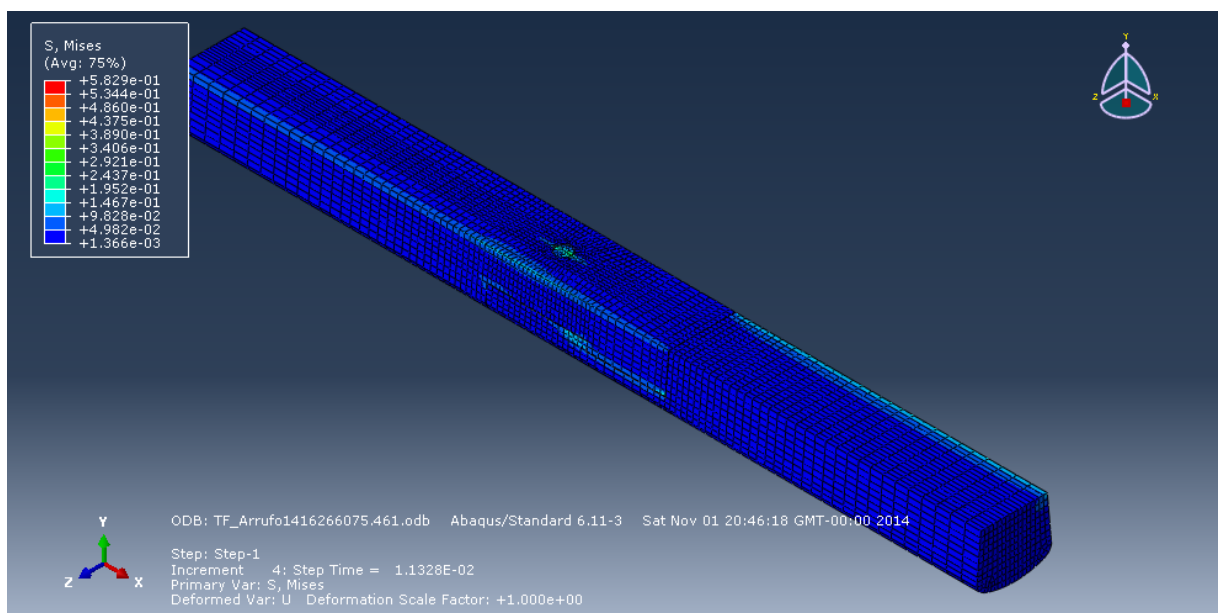
La rotura por tracción longitudinal vista en el taco debe ser despreciada ya que se darían antes otros procesos de fallo que la impedirían.

Tour Fondue

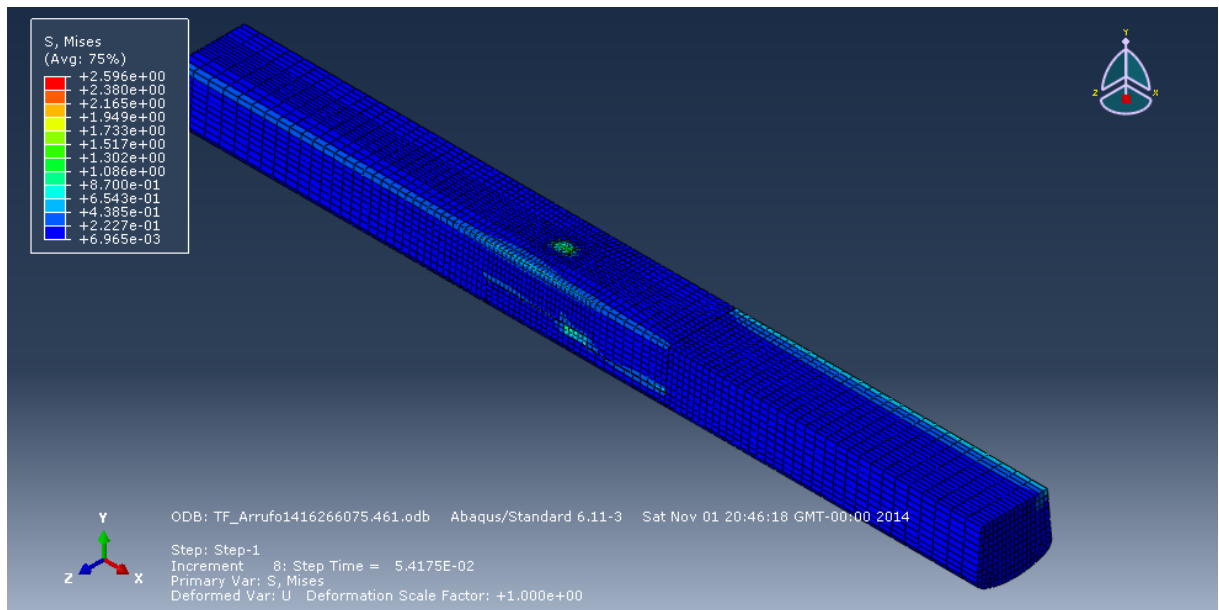
Hinchamiento, Step 1, $t=0$. Tensión Von Mises:



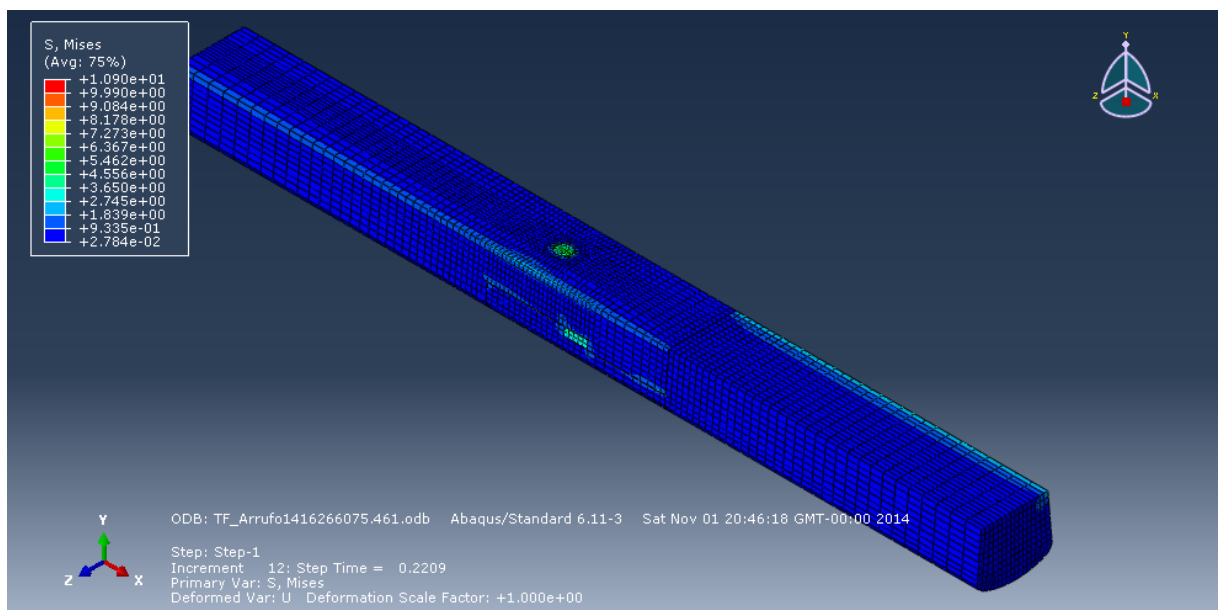
Hinchamiento, Step 1, $t=0,011$. Tensión Von Mises:



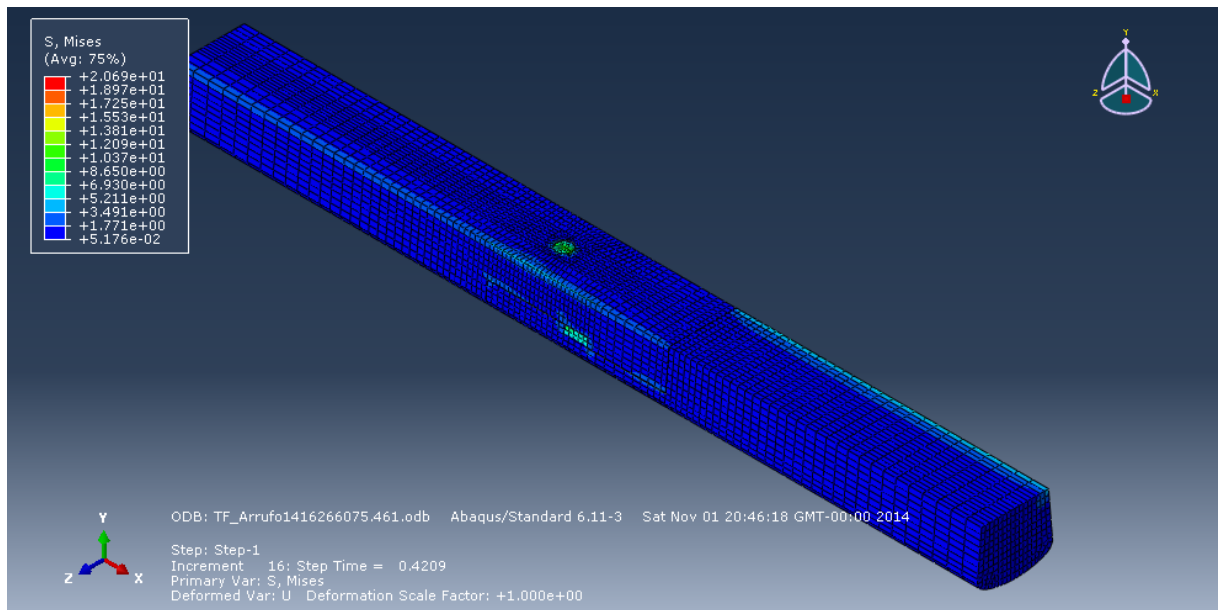
Hinchamiento, Step 1, $t=0,054$. Tensión Von Mises:



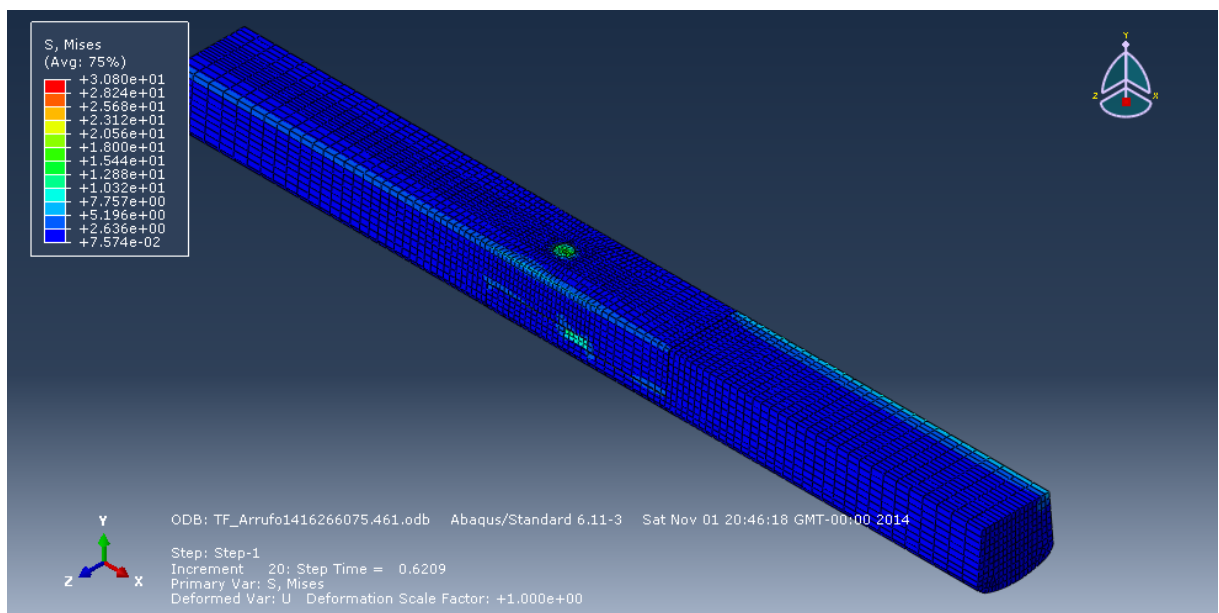
Hinchamiento, Step 1, $t=0,22$. Tensión Von Mises:



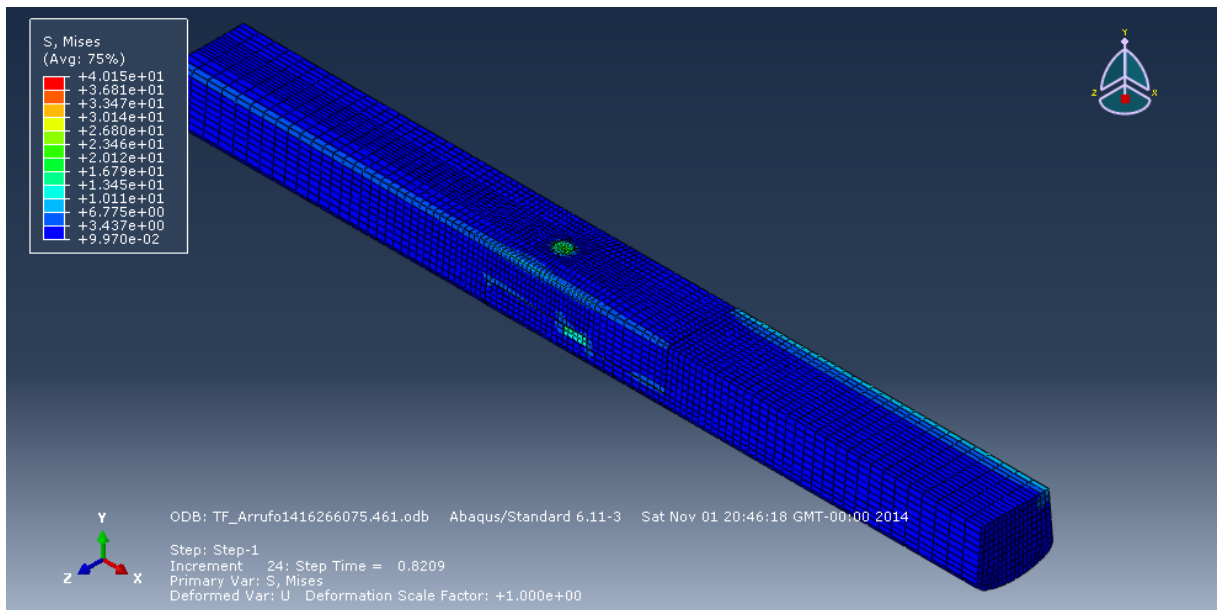
Hinchamiento, Step 1, $t=0,42$. Tensión Von Mises:



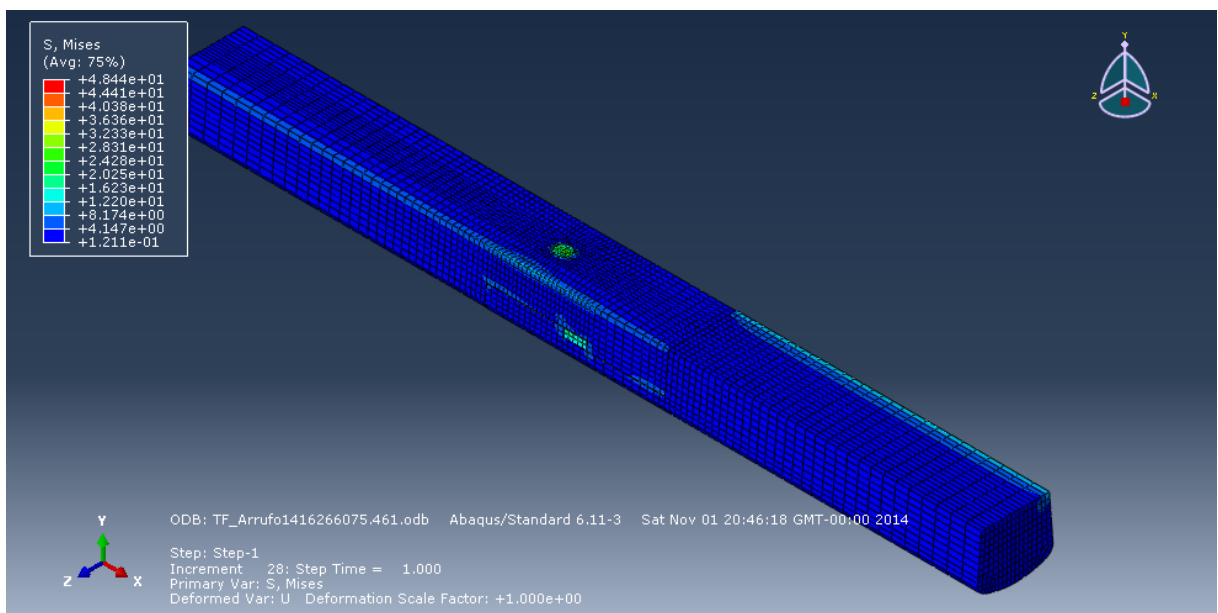
Hinchamiento, Step 1, $t=0,62$. Tensión Von Mises:



Hinchamiento, Step 1, $t=0,82$. Tensión Von Mises:



Hinchamiento, Step 1, $t=1$ (final). Tensión Von Mises:

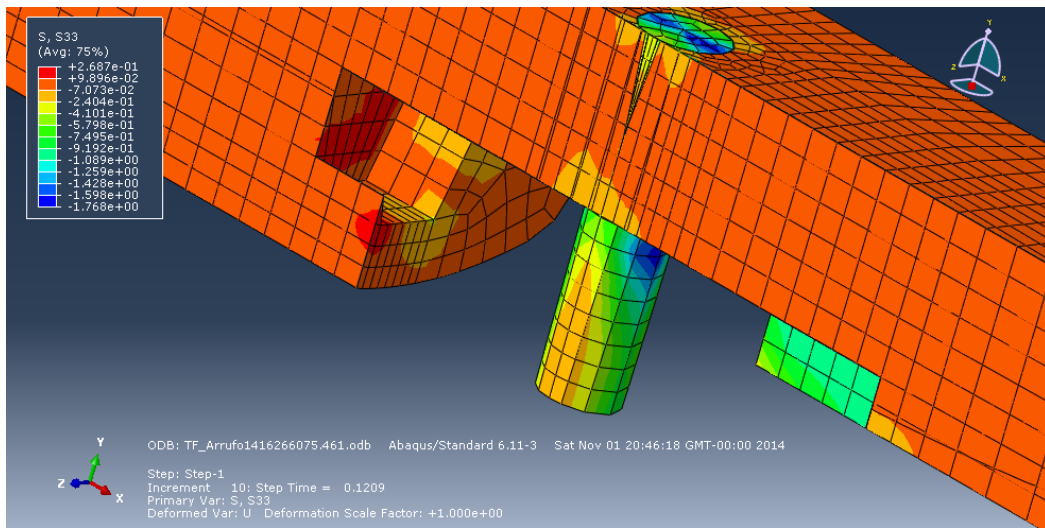


Nuevamente, se producen tensiones importantes en el entorno, esta vez no del taco sino de la clavija que, recordemos, ésta está en la misma posición que el taco vertical del Jules Verne 7. También se concentran tensiones aunque en menor grado en el taco dispuesto de forma horizontal.

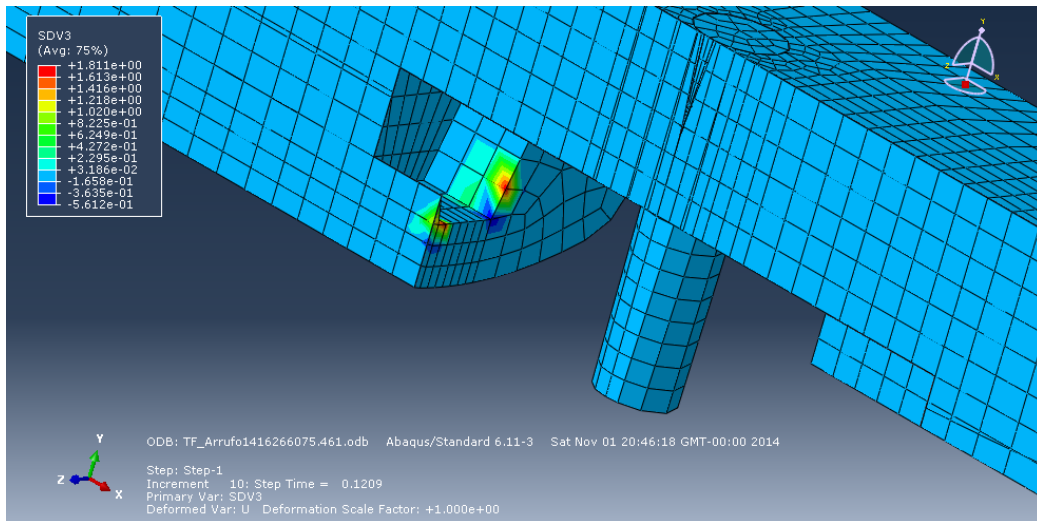
Al inicio, prácticamente al 12% de incremento, se da un fallo a tracción transversal en la mortaja, en la parte de la quilla oeste, que no evoluciona. En el siguiente incremento, se producen simultáneamente un fallo a compresión transversal y a cortante en la clavija y sólo a cortante en el taco, que fallará a compresión transversal en el incremento $t=0,3709$.

En el incremento 18 (52 %) se produce un fallo a tracción longitudinal muy localizado en la clavija, mientras que el taco tendrá el mismo fallo en $t=0,6709$. En $t=0,8709$ se da otro fallo localizado a compresión longitudinal en la hembra alrededor de la clavija, que tampoco evoluciona.

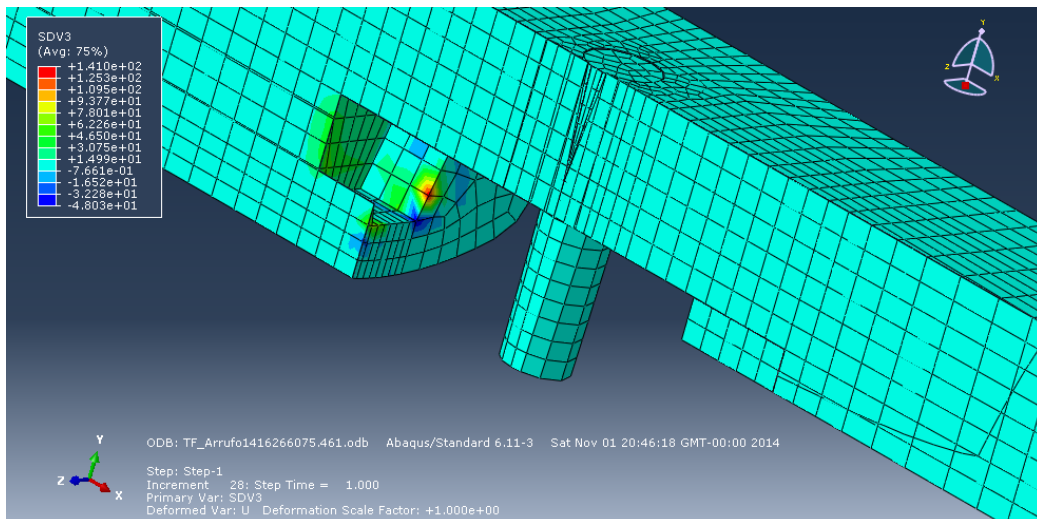
Hinchamiento, Step 1, t=0,1209. Tensión S33 Tangencial:



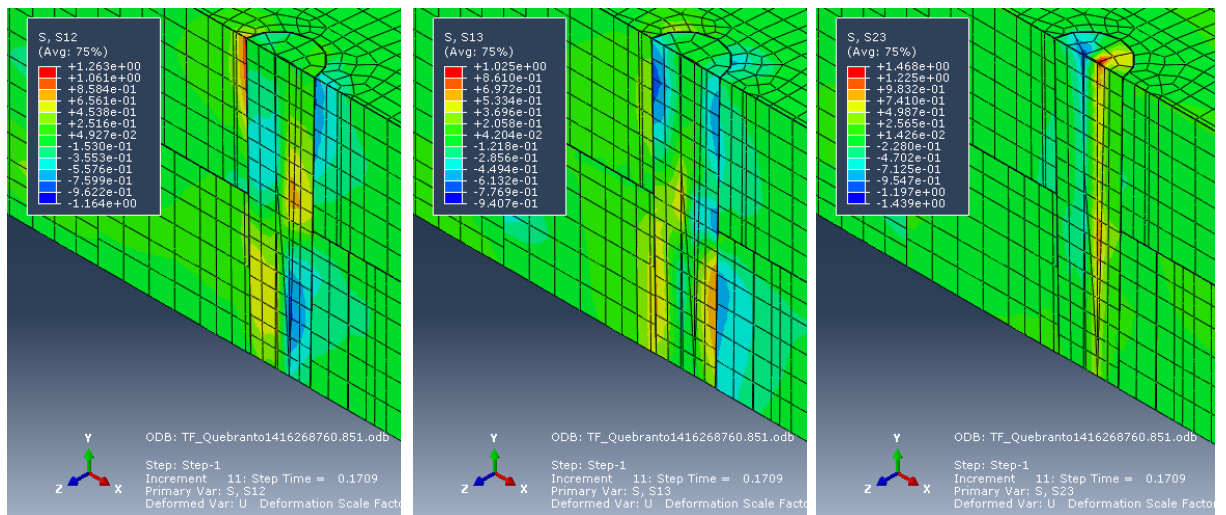
Hinchamiento, Step 1, t=0,1209. Fallo por tracción transversal (se abriría una fenda o acebolladura):



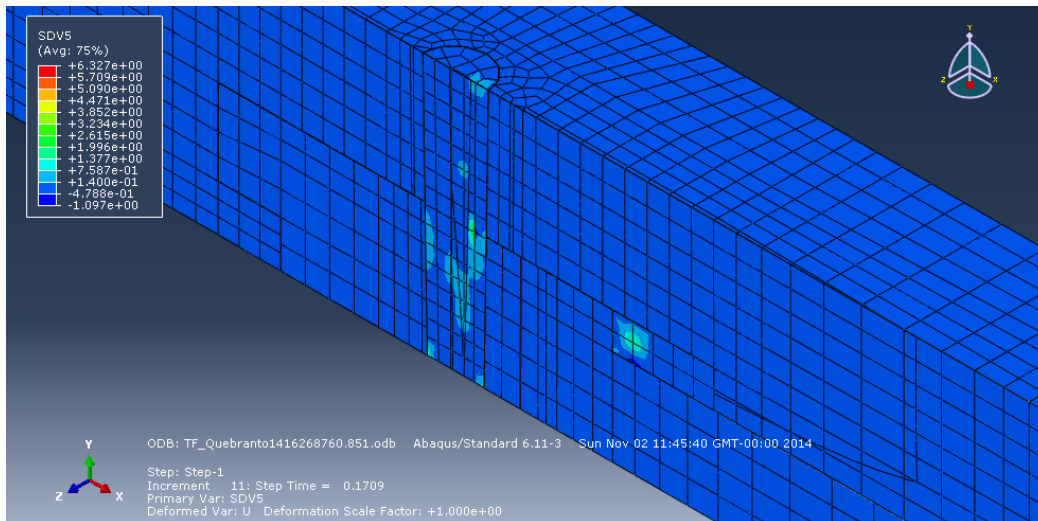
Hinchamiento, Step 1, t=0,1209. Fallo por tracción transversal (se abriría una fenda o acebolladura):



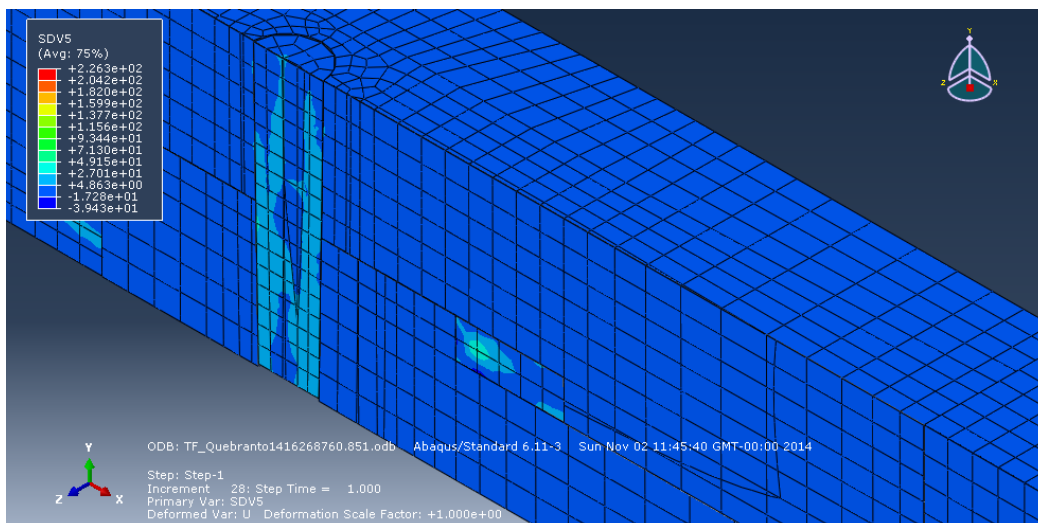
Hinchamiento, Step 1, $t=0,1709$. Tensión de cizalladura S12, S13 y S23, de izda. a dcha.:



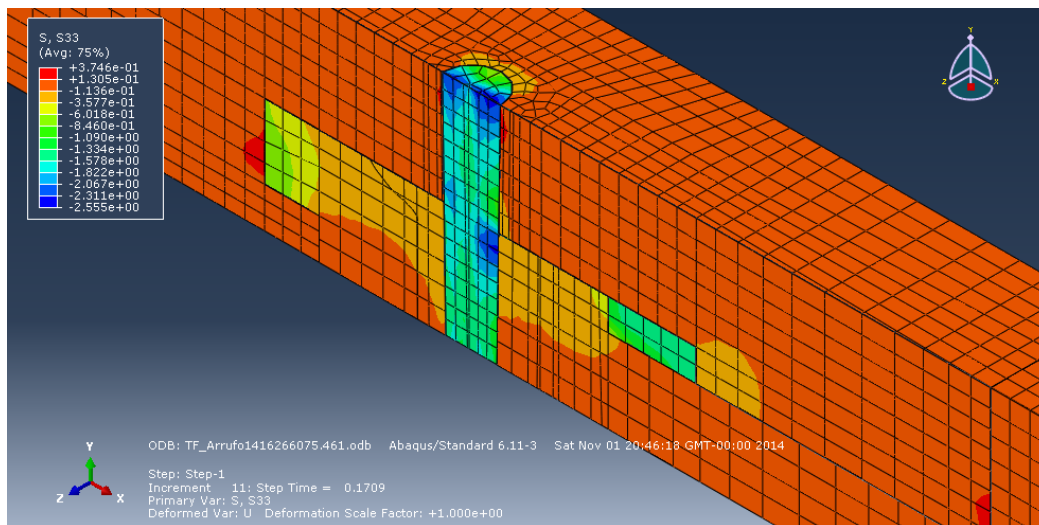
Hinchamiento, Step 1, $t=0,1709$. Fallo por cizalladura:



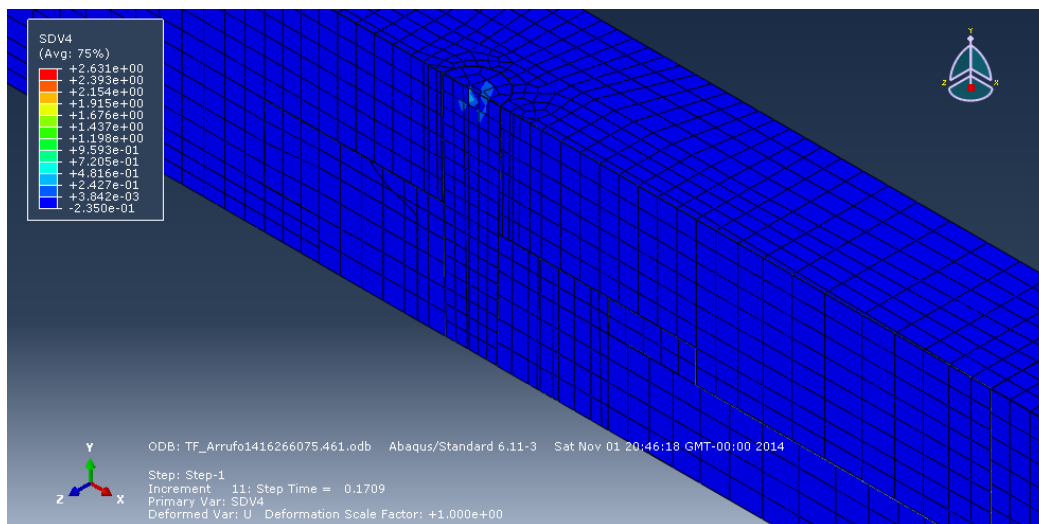
Hinchamiento, Step 1, $t=1$ (final). Fallo por cizalladura:



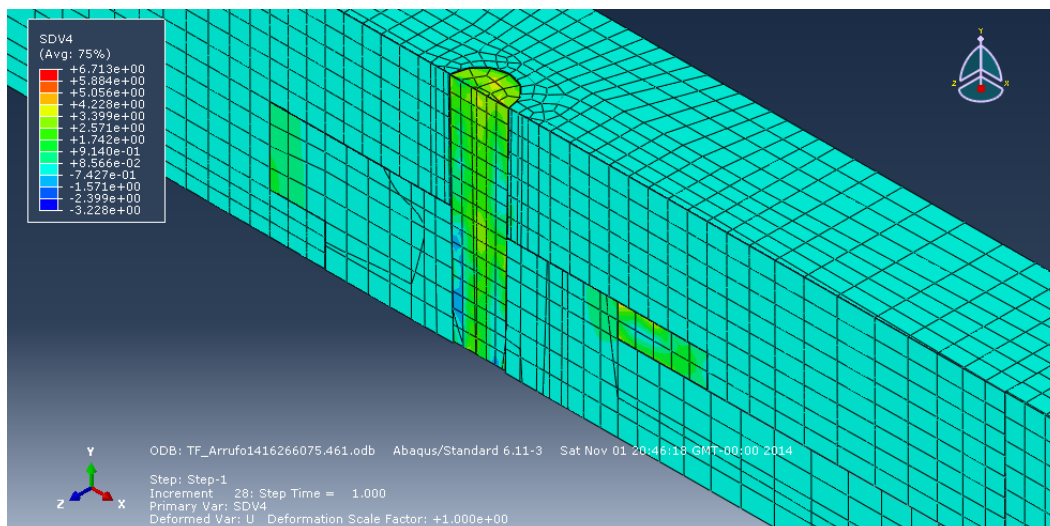
Hinchamiento, Step 1, $t=0,1709$. Tensión S33 Tangencial



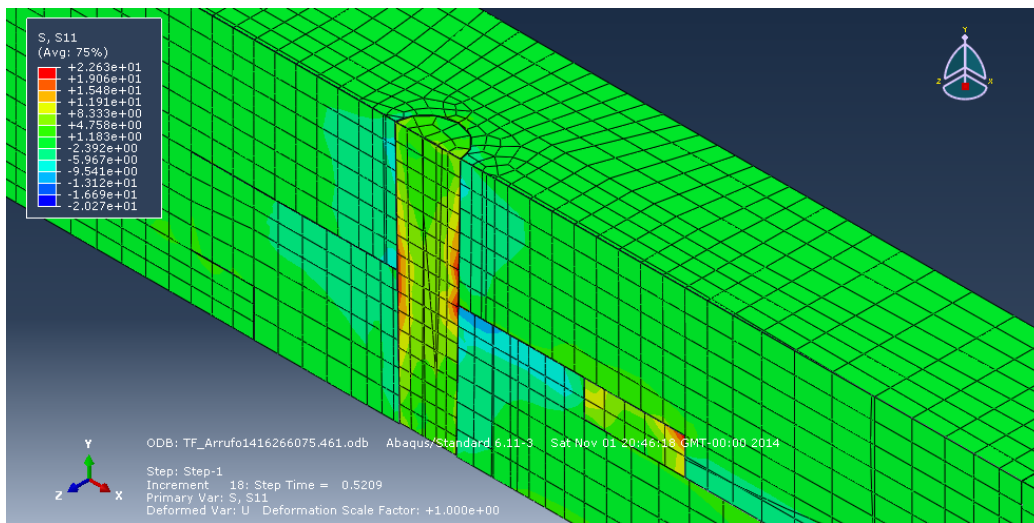
Hinchamiento, Step 1, $t=0,1709$. Fallo por compresión transversal (plastificación o rotura dúctil):



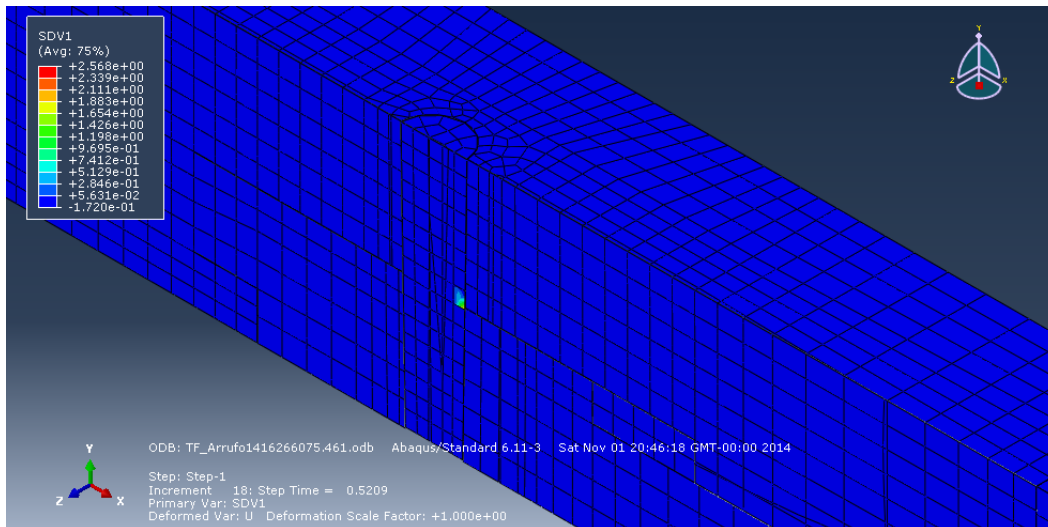
Hinchamiento, Step 1, $t=1$. Fallo por compresión transversal (plastificación o rotura dúctil):



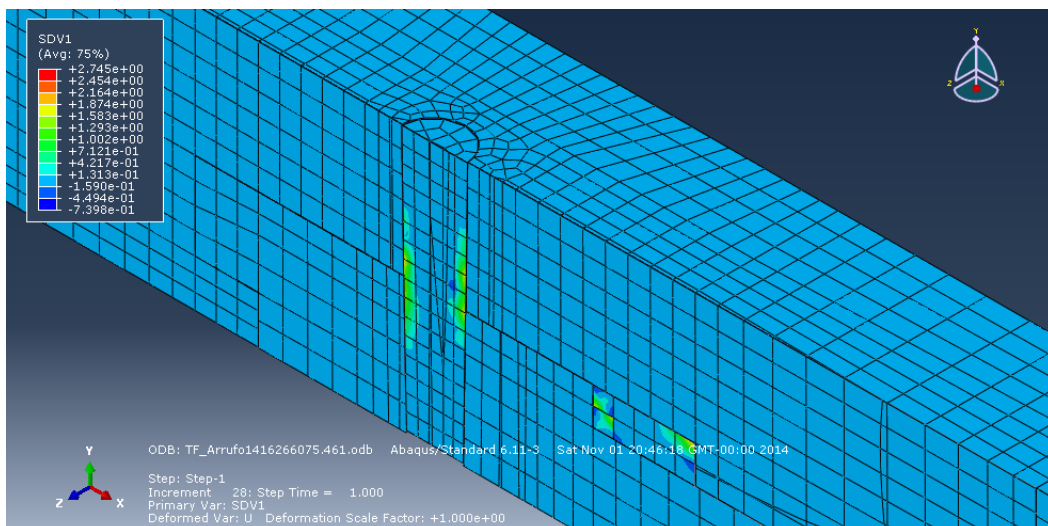
Hinchamiento, Step 1, $t=0,5209$. Tensión S11 Longitudinal:



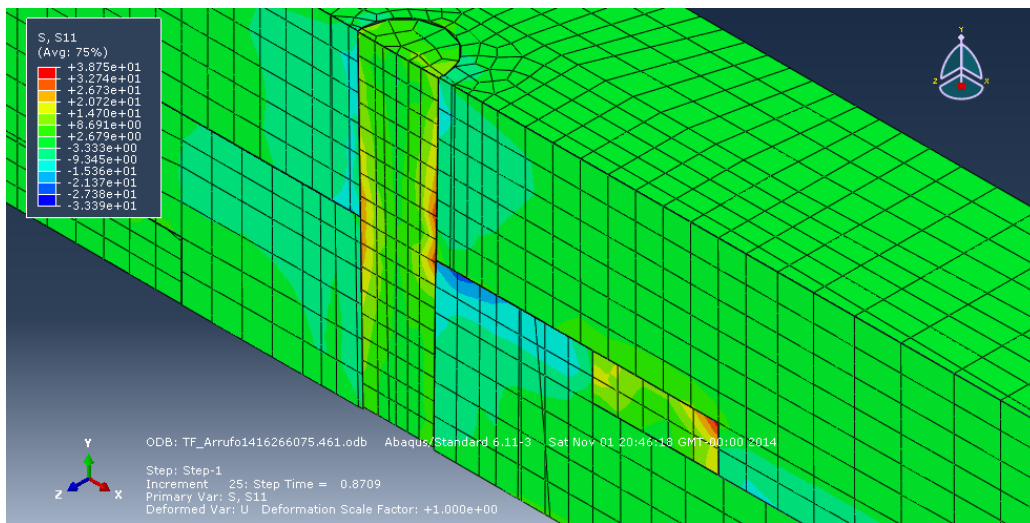
Hinchamiento, Step 1, $t=0,5209$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil)



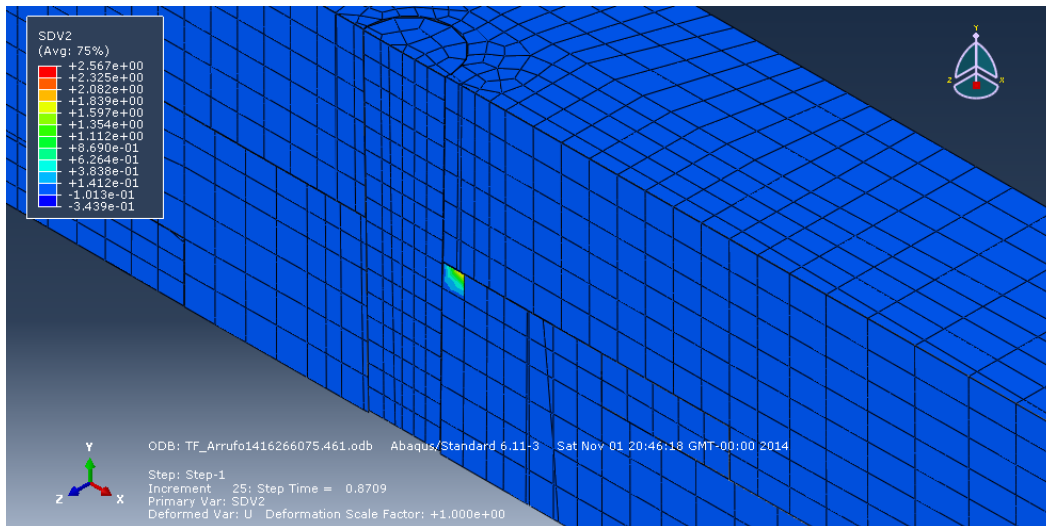
Hinchamiento, Step 1, $t=1$ (final). Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



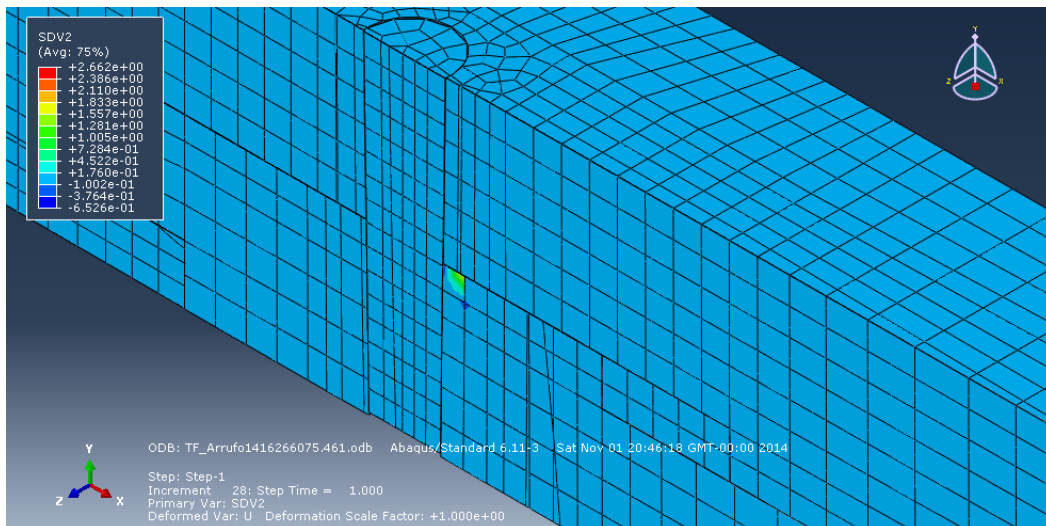
Hinchamiento, Step 1, $t=0,8709$. Tensión S11 longitudinal.



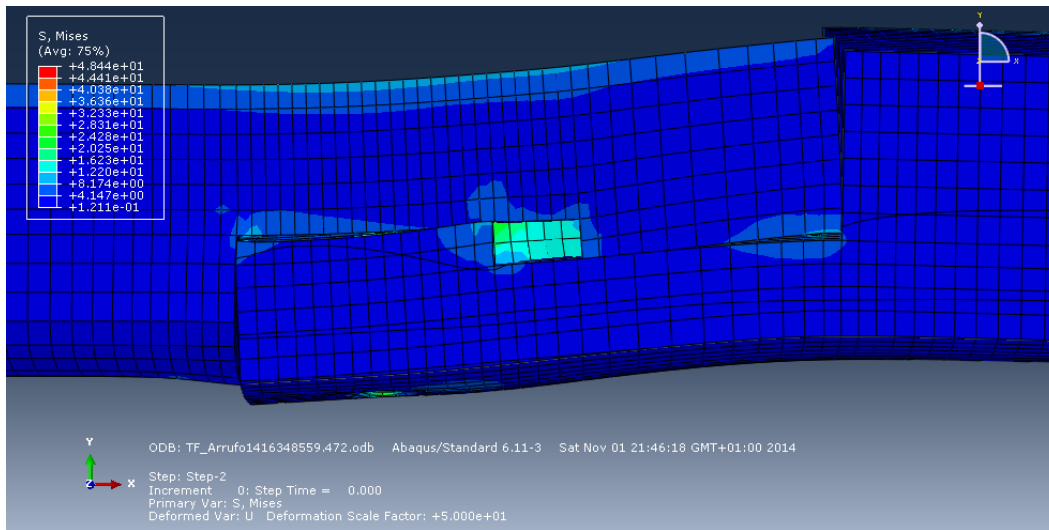
Hinchamiento, Step 1, $t=0,8709$. Fallo por compresión longitudinal (rotura dúctil / plastificación):



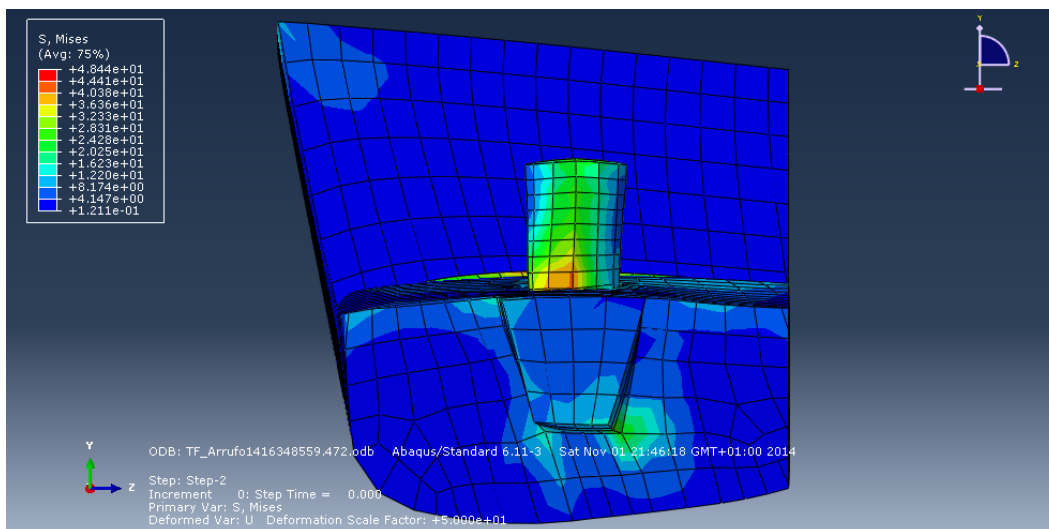
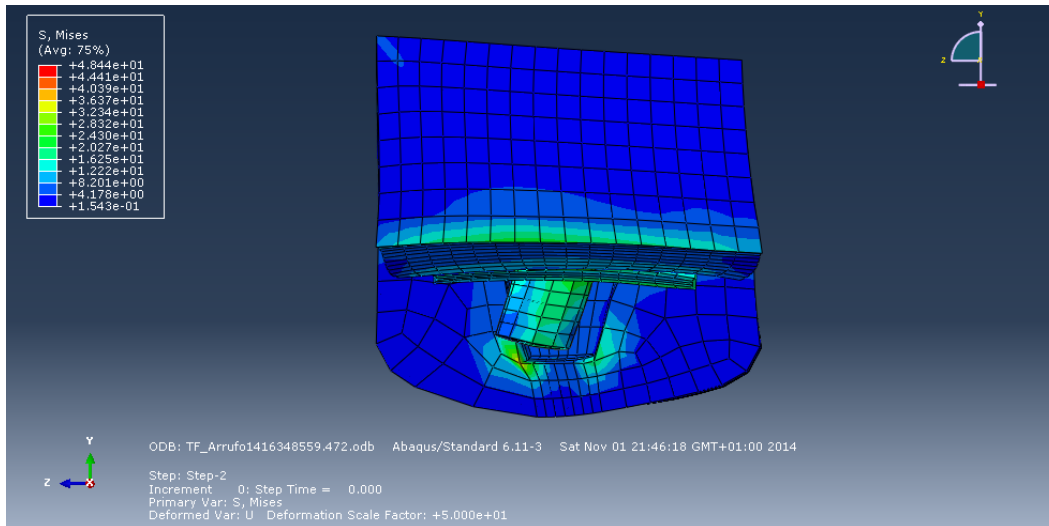
Hinchamiento, Step 1, $t=1$ (final). Fallo por compresión longitudinal (plastificación sin evolución):



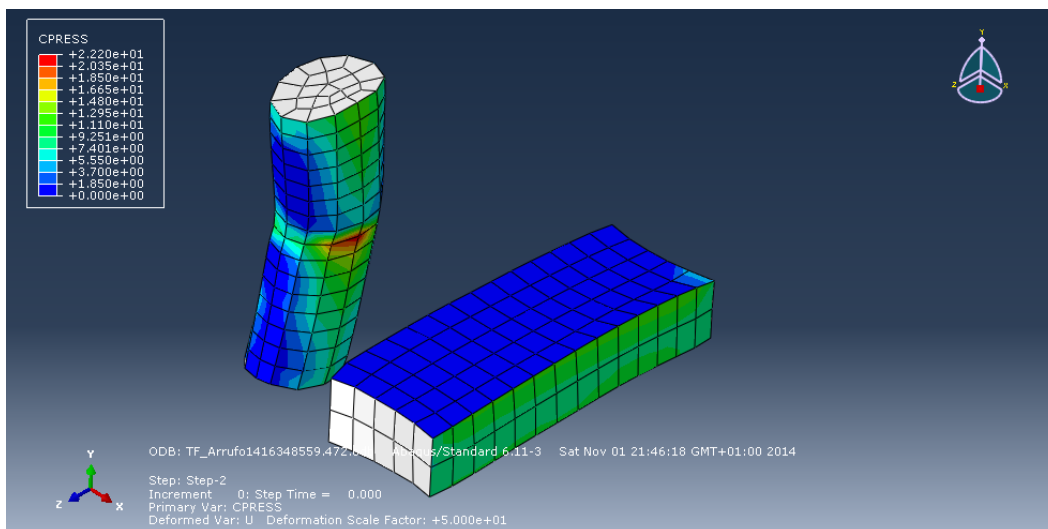
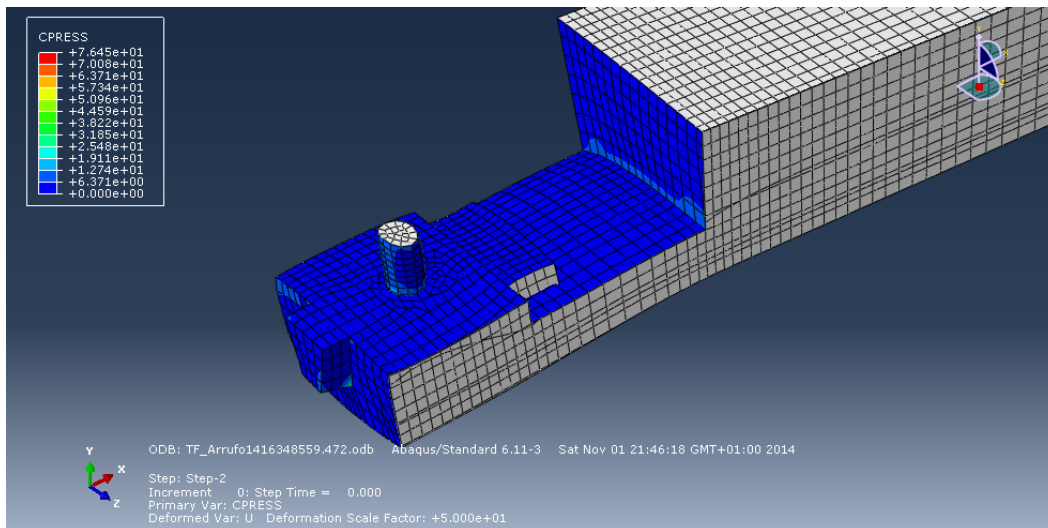
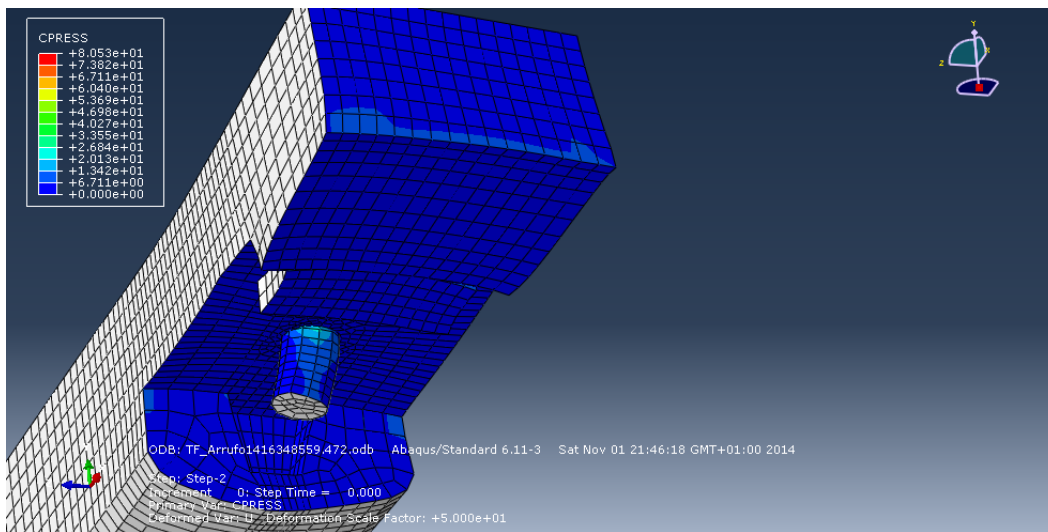
Hinchamiento, Step 1, t=1 (final). Tensión Von Mises (Deformación x50)



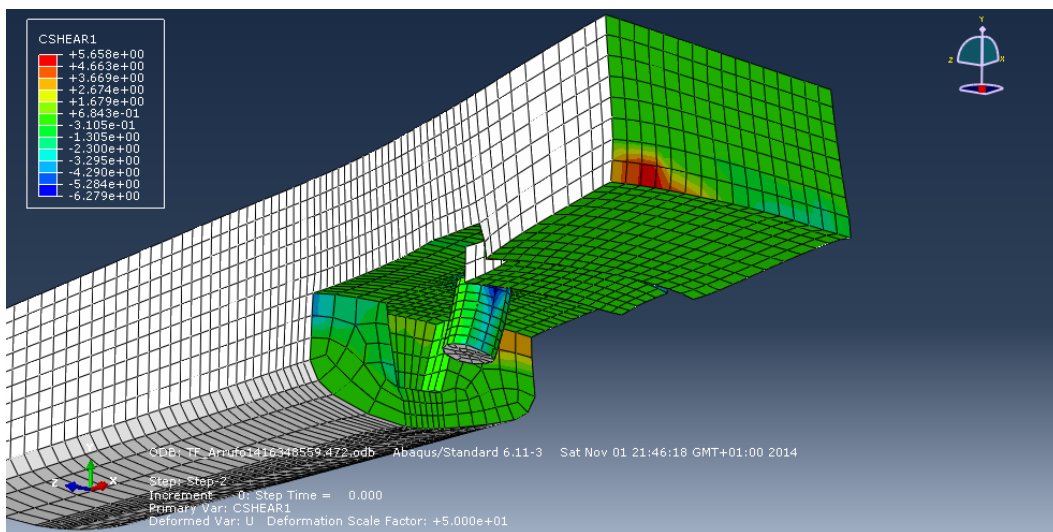
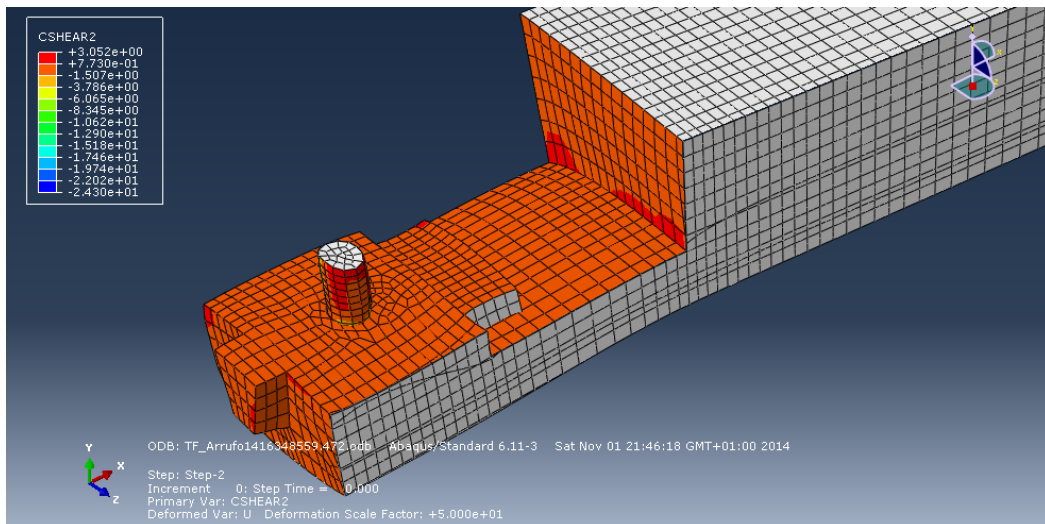
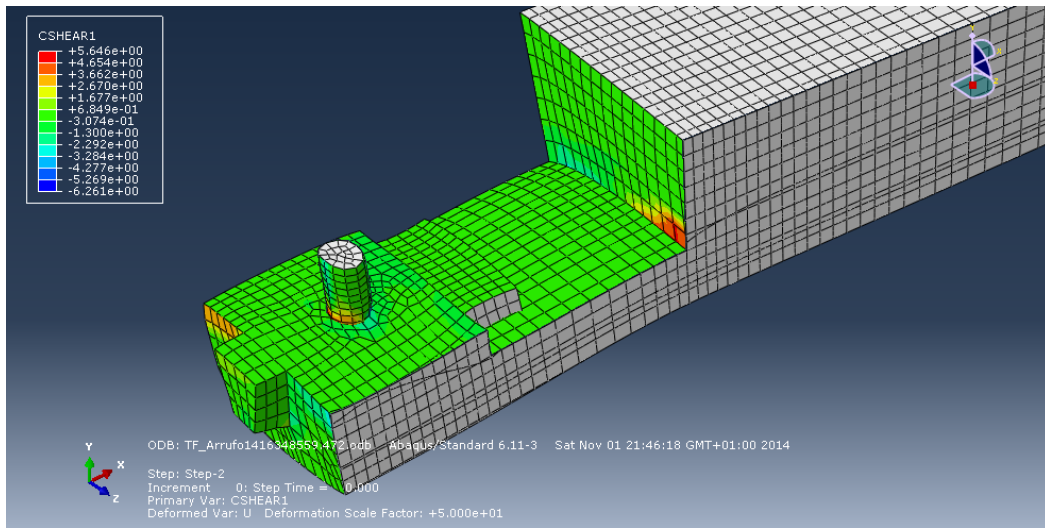
Hinchamiento, Step 1, t=1 (final). Quilla oeste (arriba). Quilla este (abajo). Tensión Von Mises (Def. x50)



Hinchamiento, Step 1, t=1 (final). Presión de contacto, arriba quilla oeste, abajo quilla este (Def. x50):

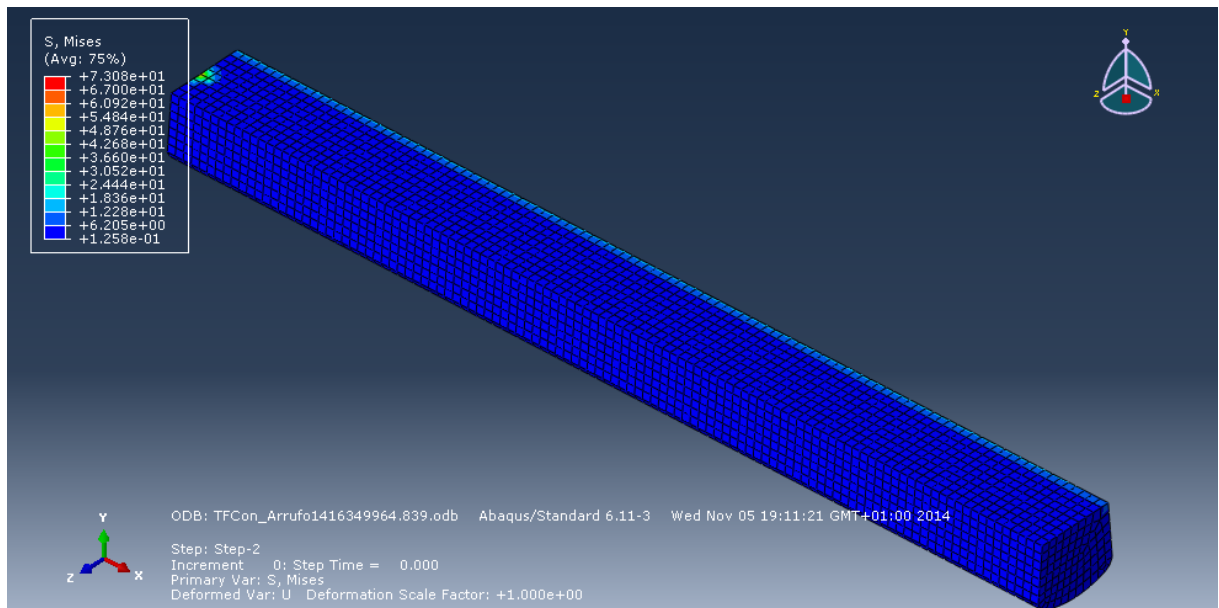


Hinchamiento, Step 1, t=1 (final). Fuerza tangencial de contacto (Deformación x50):



Tour Fondue Pieza Control

Hinchamiento, Step 1, $t=1$ (final). Tensión de Von Mises:



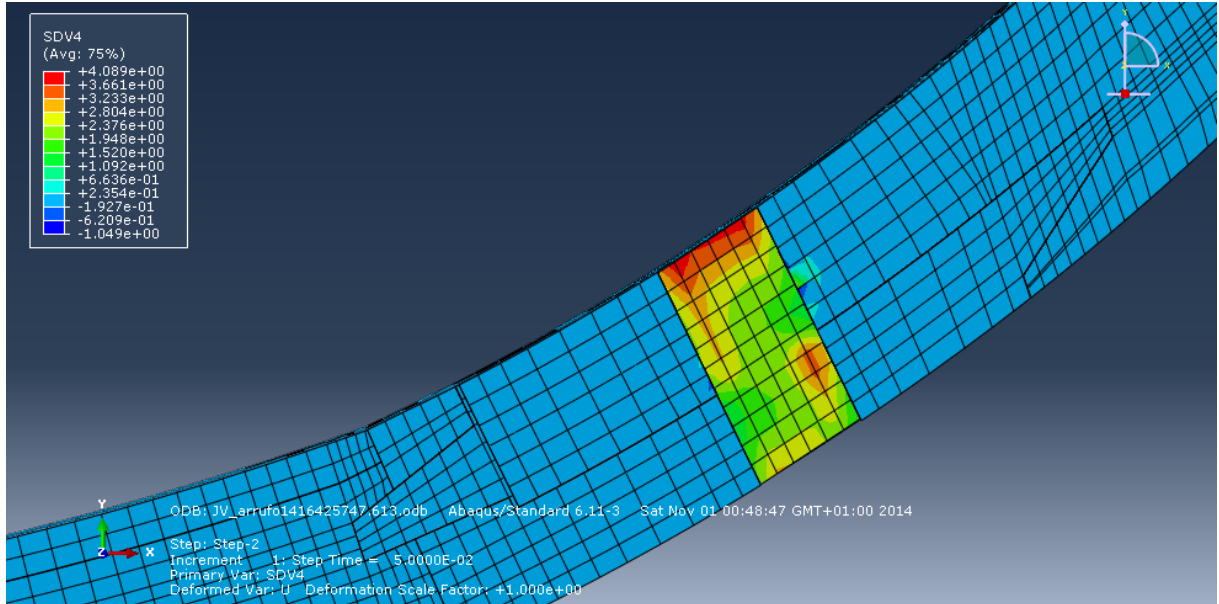
De la misma manera que en el Jules Verne 7, en el Tour Fondue se observa claramente que la resistencia de la clavija tanto a compresión transversal como a cortante se supera ya en la fase de hinchamiento, por lo que se produciría la plastificación de la pieza con un importante menoscabo de su utilidad en servicio.

La introducción de un taco en posición horizontal, evidencia los intentos de los constructores por solventar la debilidad de esta unión. El taco supera la fase de hinchamiento superando ligeramente la tensión límite en el sentido transversal a la fibra. Dada la geometría de la unión, de no estar impedido el movimiento por la clavija, antes de romper se distribuirían las tensiones a lo largo de la unión.

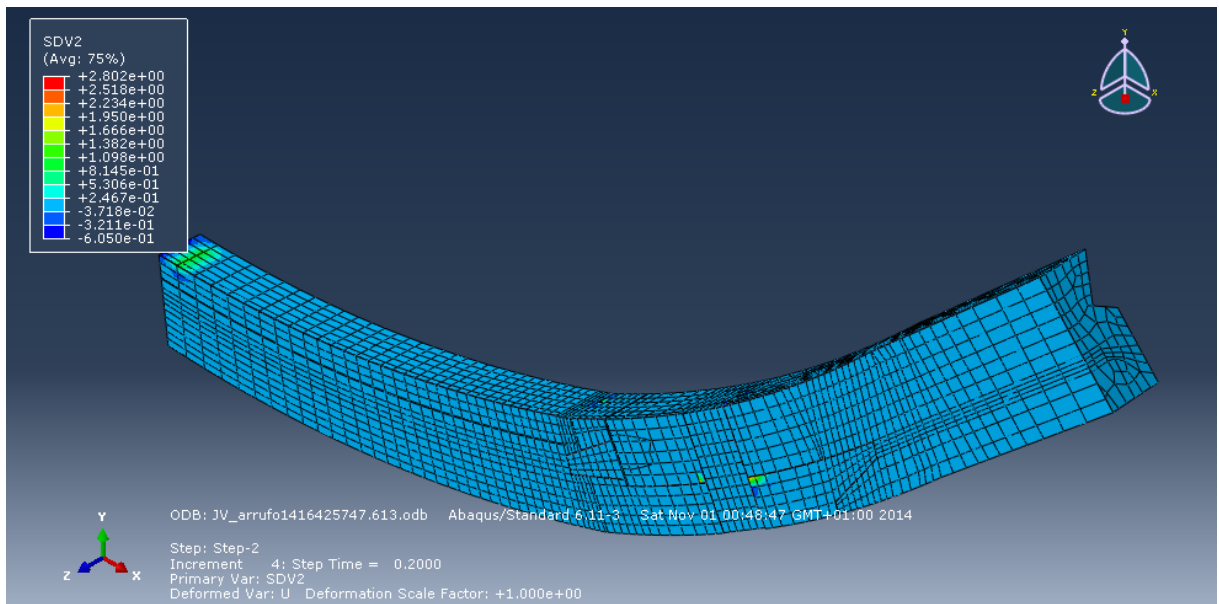
Análisis de flexión por arrufo:

Jules Verne 7

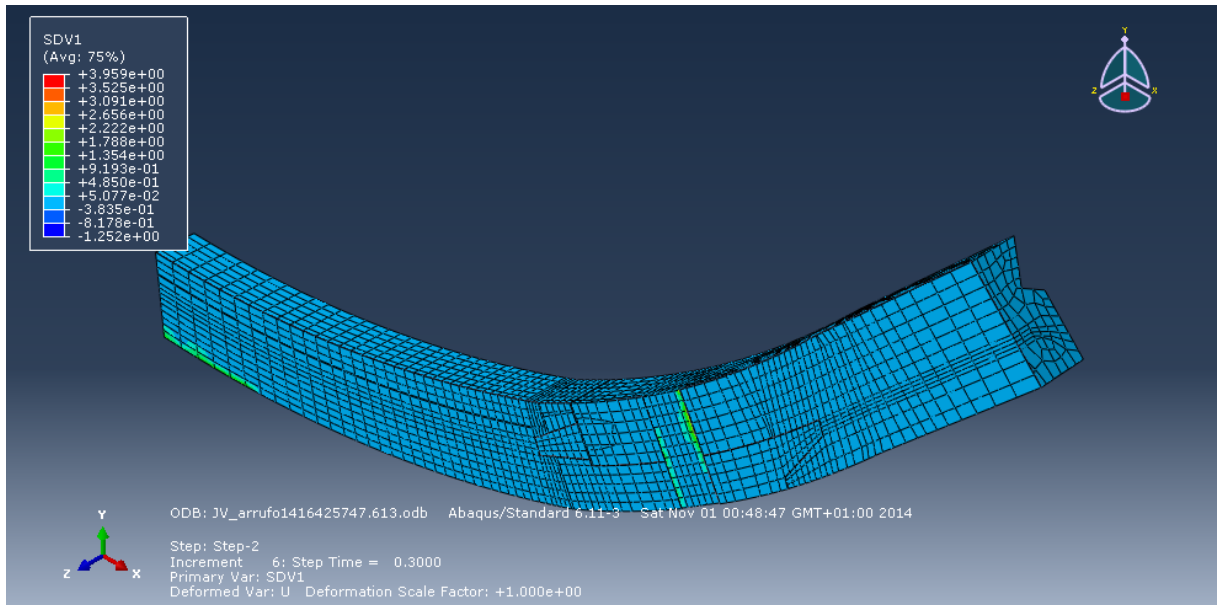
Arrufo, Step 2, $t=0,05$. Fallo por compresión transversal (plastificación):



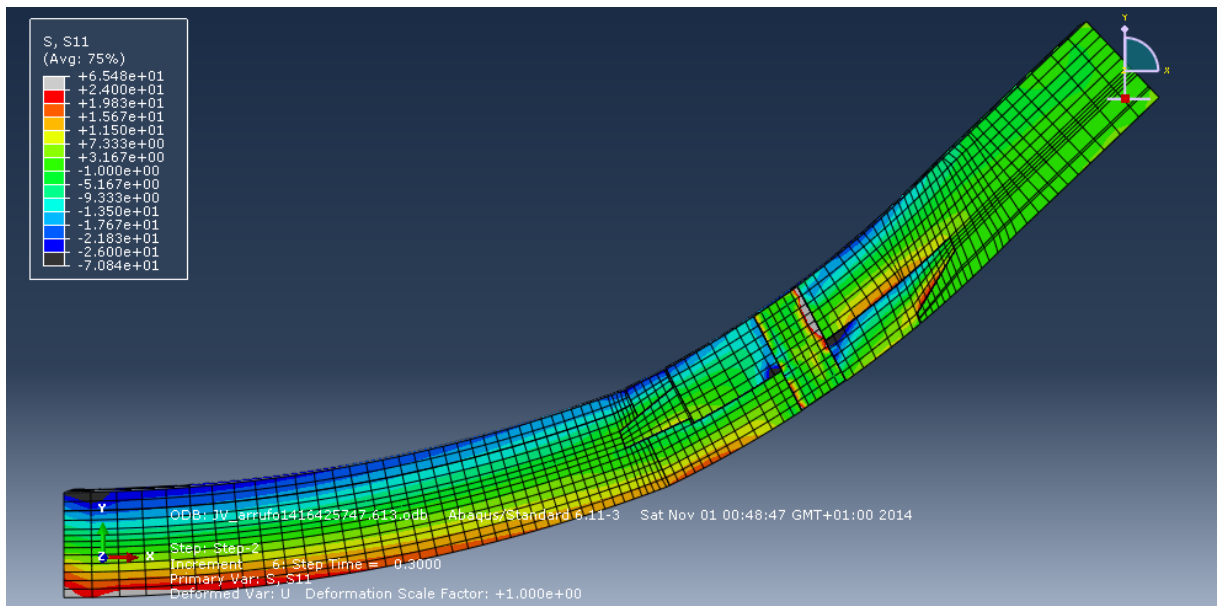
Arrufo, Step 2, $t=0,2$. Fallo por compresión longitudinal (plastificación):



Arrufo, Step 2, $t=0,3$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



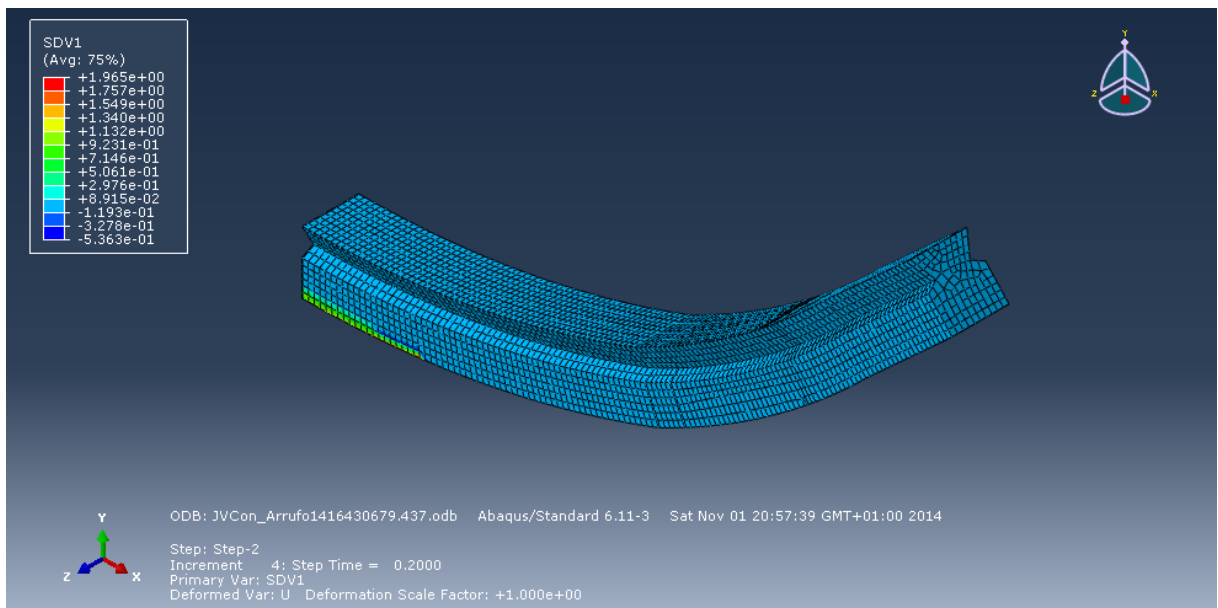
Arrufo, Step 2, $t=0,3$. Tensión S11. Rango limitado (24 MPa ; -26 MPa):



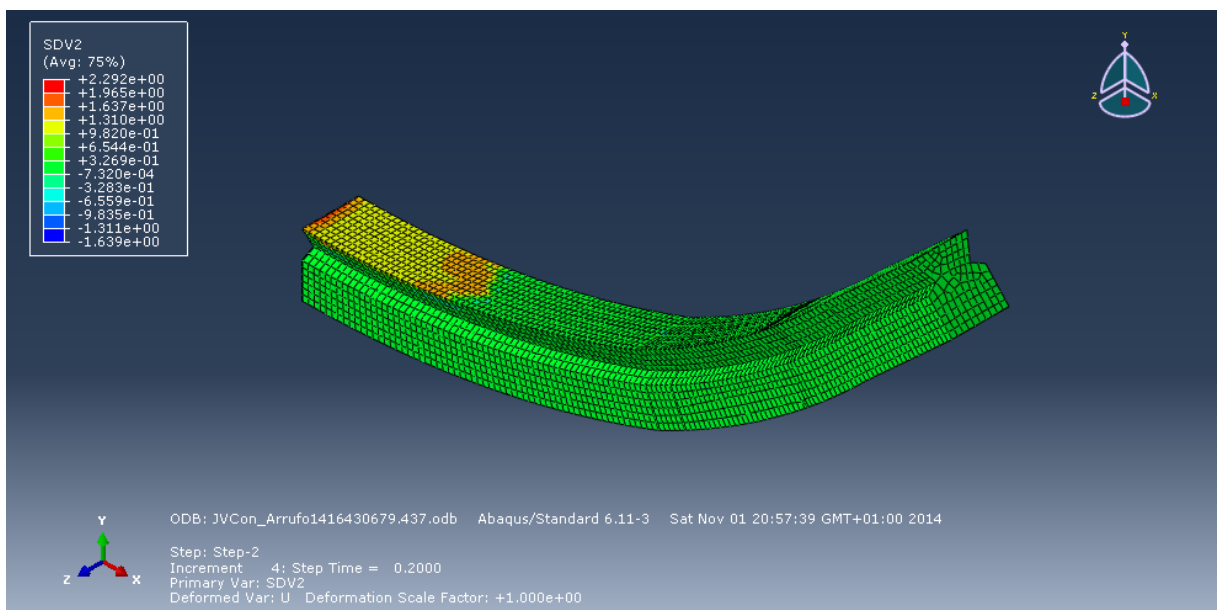
Se supera la tensión en el incremento $t=0,3$ del step 2. Se considera que la unión soporta una tensión de arrufo equivalente a 27 Tm. en vertical hacia arriba en la punta de la unión modelada (Carga soportada en el incremento anterior; $t=0,25$).

Jules Verne 7 pieza control

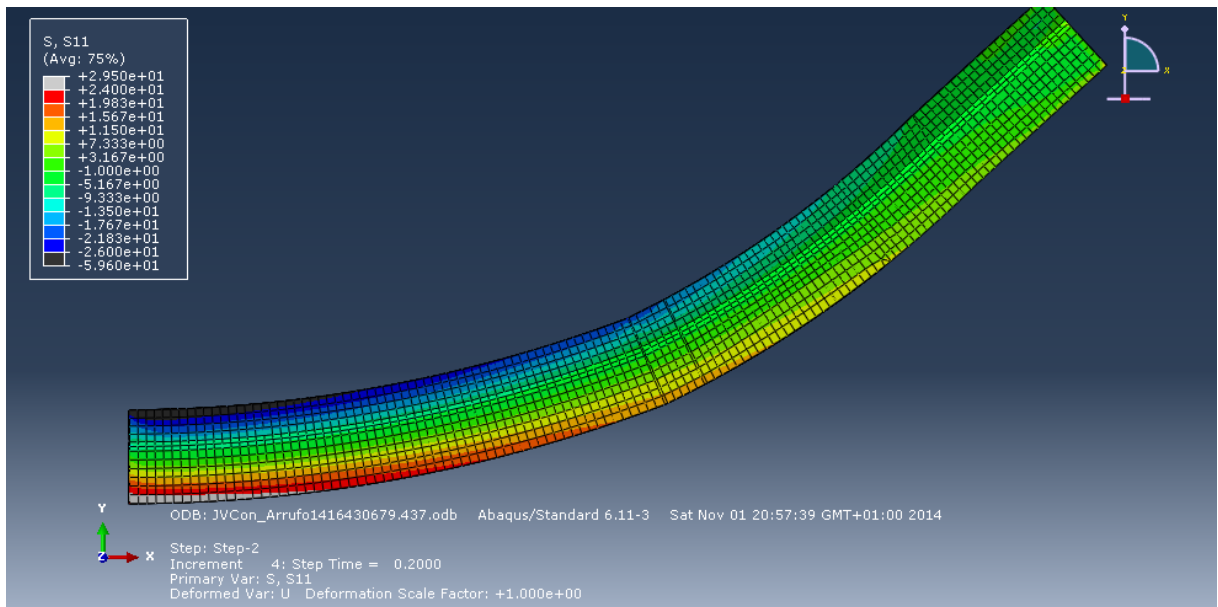
Arrufo, Step 2, $t=0,2$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



Arrufo, Step 2, $t=0,2$. Fallo por compresión longitudinal (plastificación o rotura dúctil):



Arrufo, Step 2, $t=0,2$. Tensión S11. Rango limitado (24 MPa ; -26 MPa):

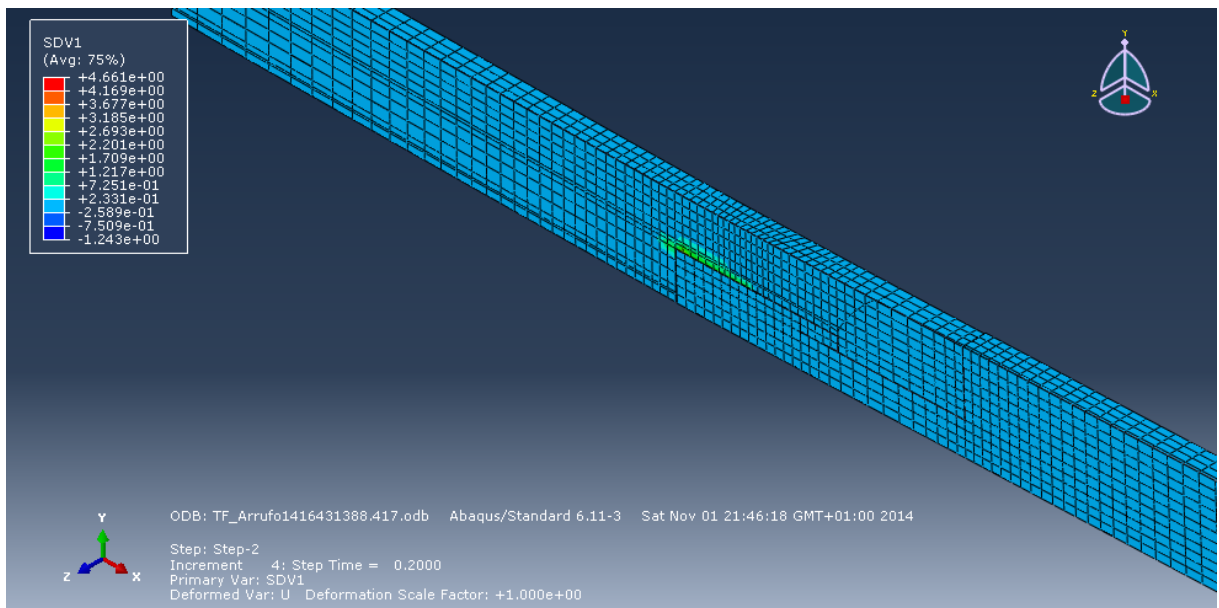


Se supera la tensión de rotura, tanto a tracción como a compresión en el incremento $t=0,2$. Se considera que la pieza de control soporta una tensión en arrufo equivalente a 26,7 Tm. en la punta de la roda (incremento $t=0,15$). Si bien es menor a la de la unión con rayo de Júpiter, se produce la rotura un 10% antes; lo que implica que la unión permite una mayor flexibilidad en el movimiento.

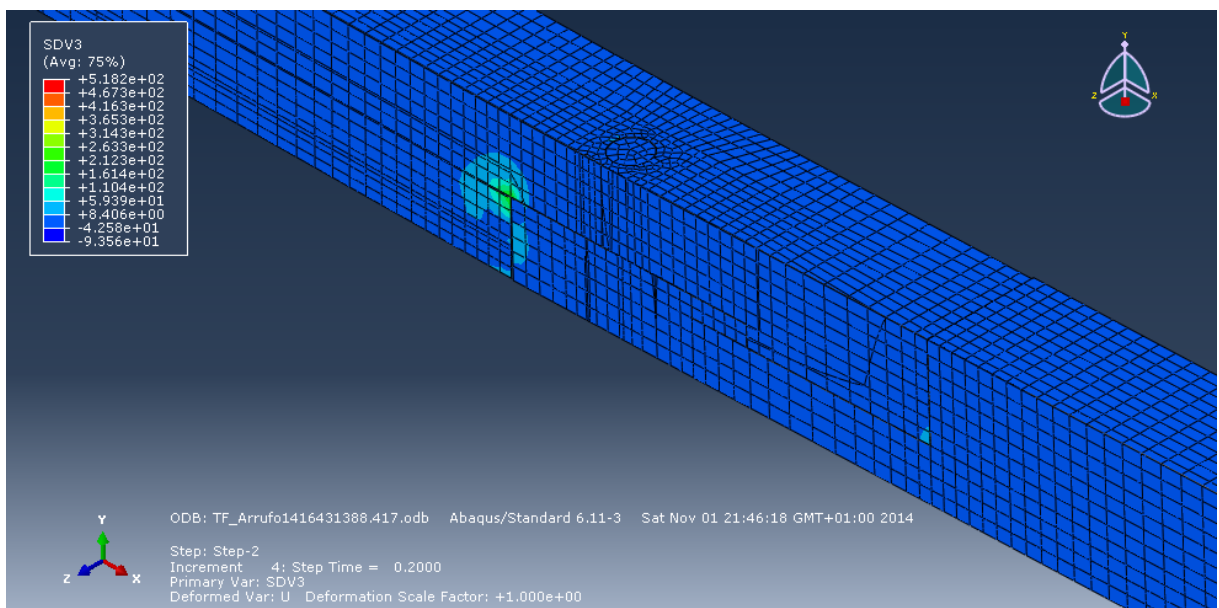
Con el mismo desplazamiento, la unión con rayo de Júpiter alcanza una resistencia de en torno al 60 % respecto a la misma geometría en madera maciza.

Tour Fondue

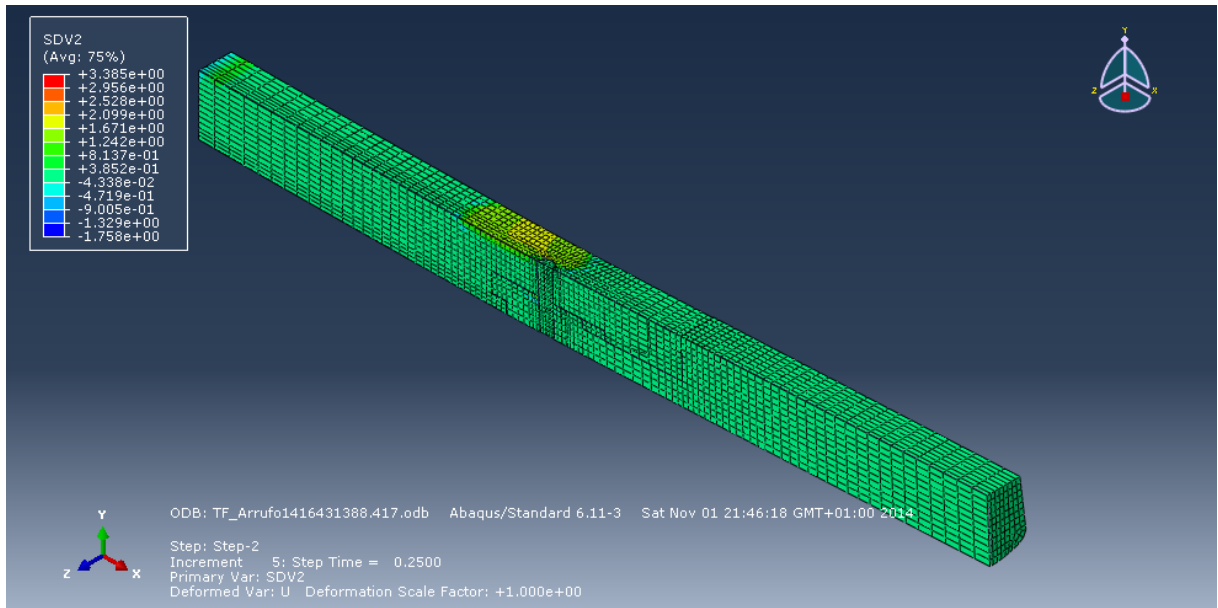
Arrufo, Step 2, $t=0,20$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



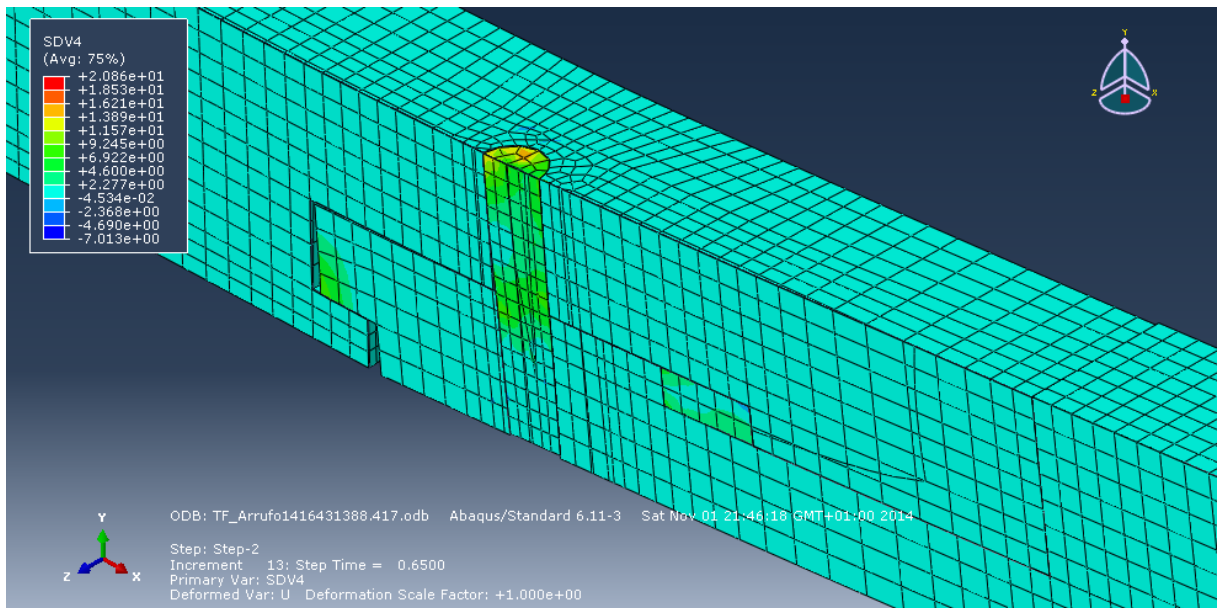
Arrufo, Step 2, $t=0,20$. Fallo por tracción transversal (apertura de fendas y acebolladuras):



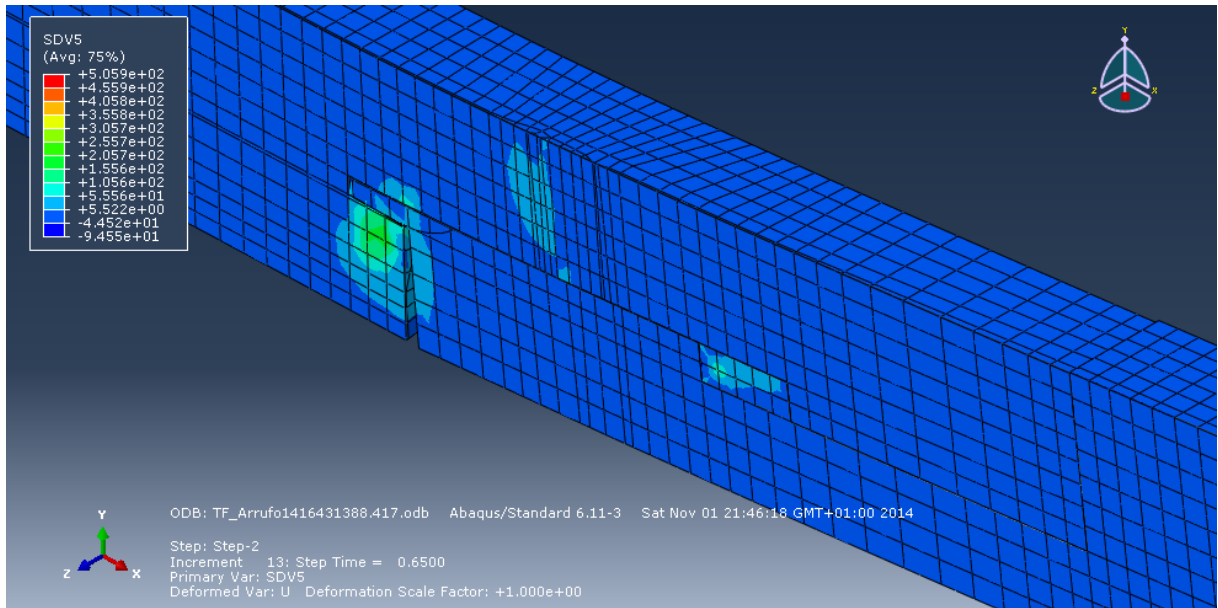
Arrufo, Step 2, $t=0,25$. Fallo por compresión longitudinal (rotura dúctil o plastificación):



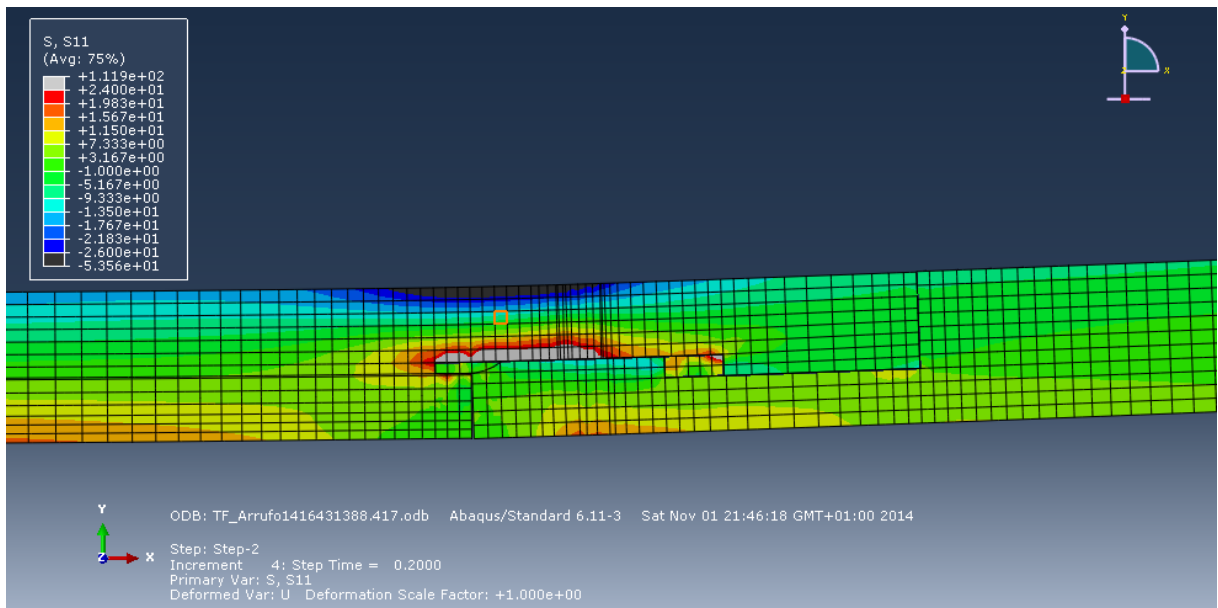
Arrufo, Step 2, $t=0,65$. Fallo por compresión transversal en el taco horizontal y espiga (rotura dúctil):



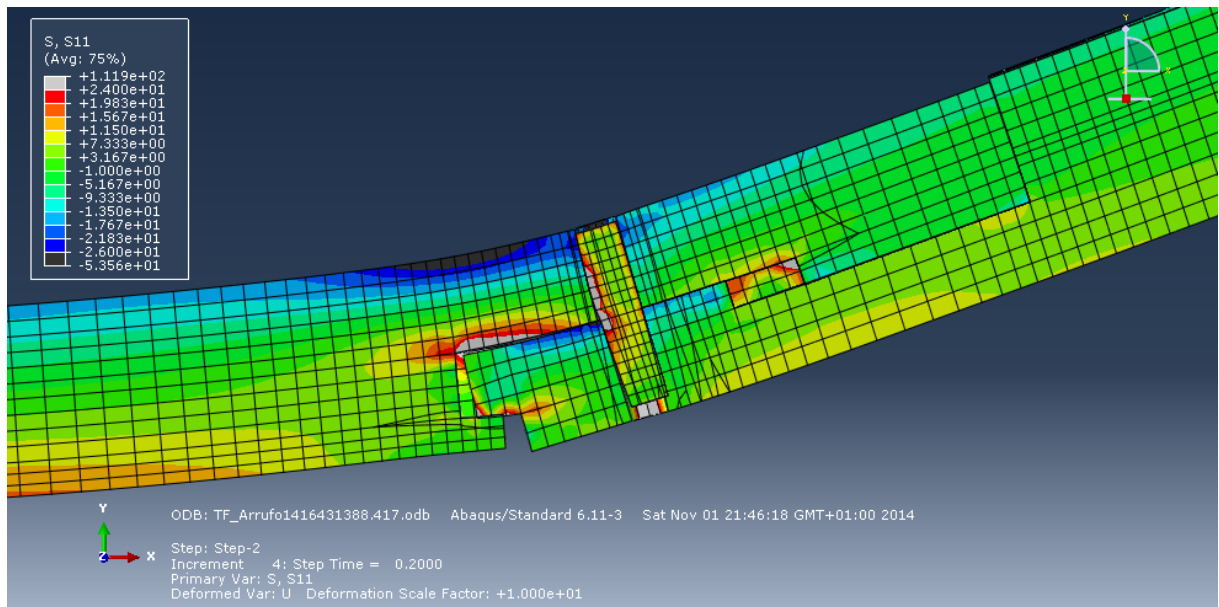
Arrufo, Step 2, $t=0,65$. Fallo por cizalladura en la zona de la mortaja en la quilla oeste:



Arrufo, Step 2, $t=0,2$. Tensión S11. Rango limitado (24 MPa ; -26 MPa):



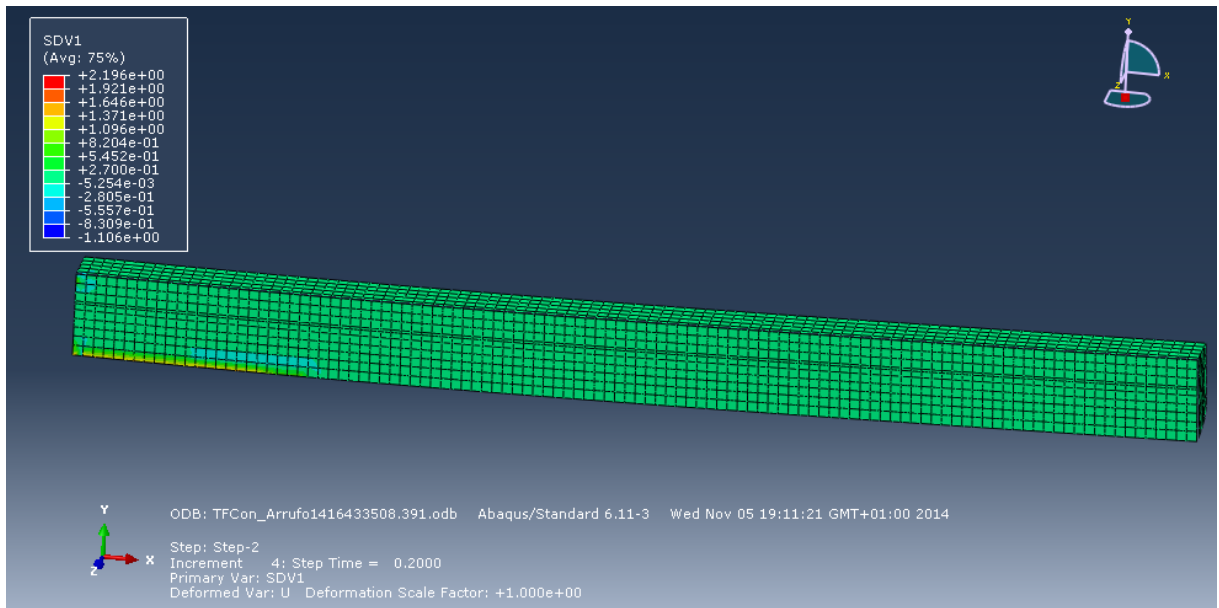
Arrufo, Step 2, $t=0,2$. Tensión S11. Rango limitado (24 MPa ; -26 MPa) (deformación x10):



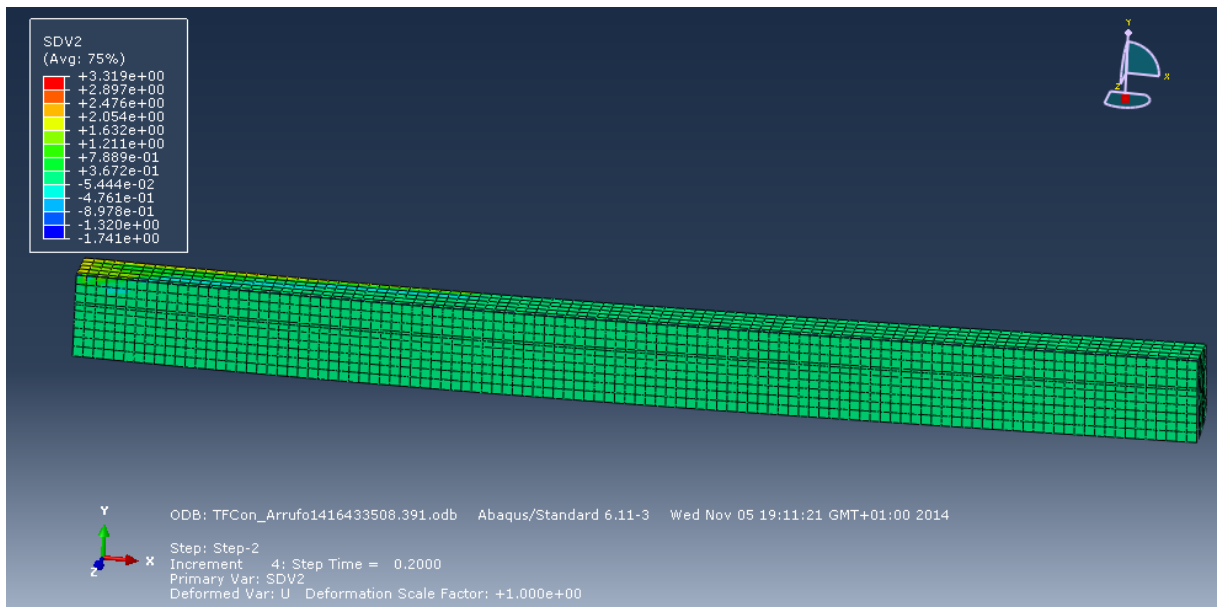
En el incremento $t=0,2$ se superan tanto la tensión a tracción longitudinal máxima como la transversal, por lo que se puede afirmar sin género de dudas que la pieza habría roto, de forma similar a como se aprecia en la imagen anterior. La unión aguanta sin romperse hasta una carga equivalente de 1,34 Tm. vertical y hacia arriba en la punta modelada simulando un esfuerzo de arrufo.

Tour Fondue pieza control

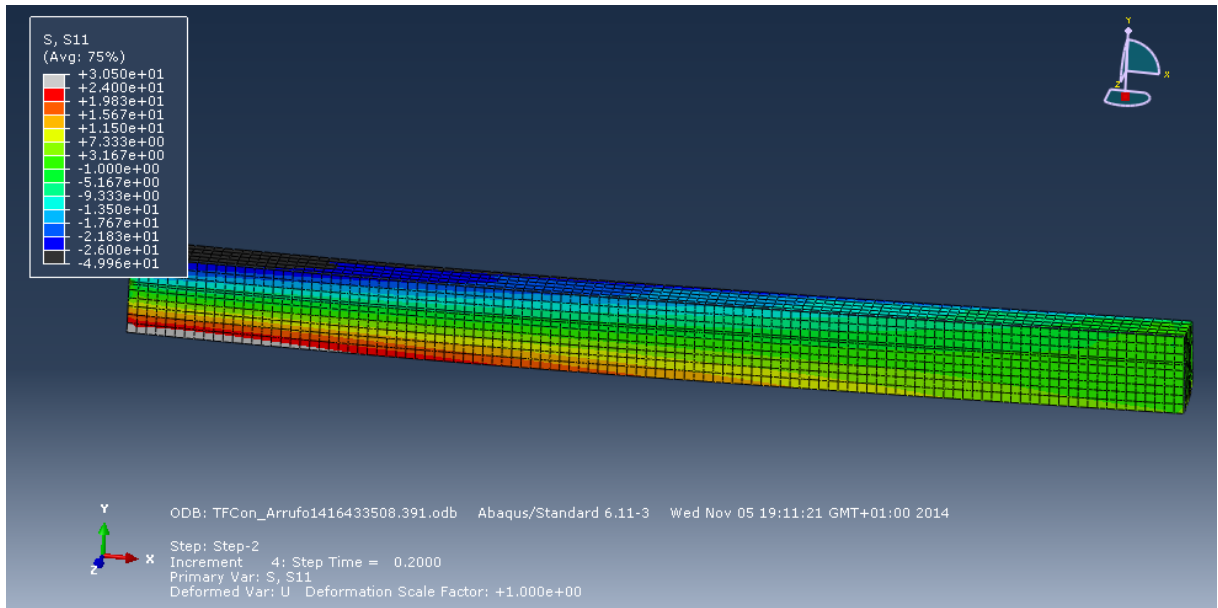
Arrufo, Step 2, $t=0,25$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



Arrufo, Step 2, $t=0,25$. Fallo por compresión longitudinal (plastificación):



Arrufo, Step 2, $t=0,2$. Tensión S11. Rango limitado (24 MPa ; -26 MPa):



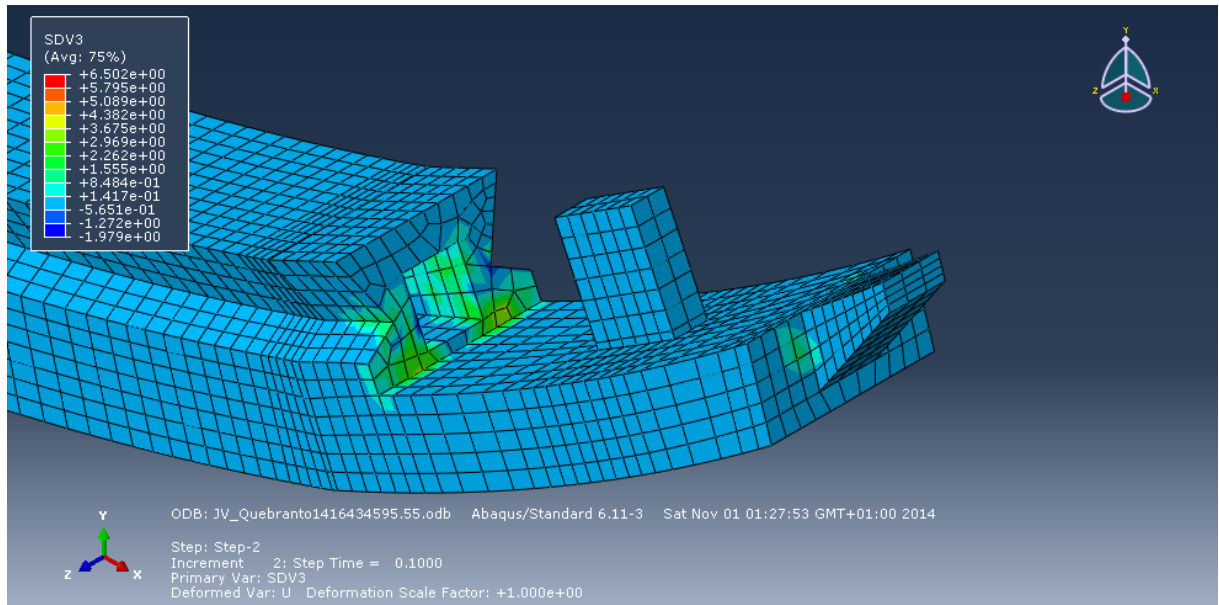
En este caso, si bien se alcanza el fallo por el mismo motivo (rotura por tracción longitudinal), se observa que la pieza ha soportado la tensión correspondiente al incremento $t=0,2$ que equivale a una carga de 4,35 Tm. en la punta simulando un esfuerzo de arrufo.

La efectividad de la unión en rayo de Júpiter con el mismo desplazamiento está en el 40 % aproximadamente respecto a la misma geometría en madera maciza.

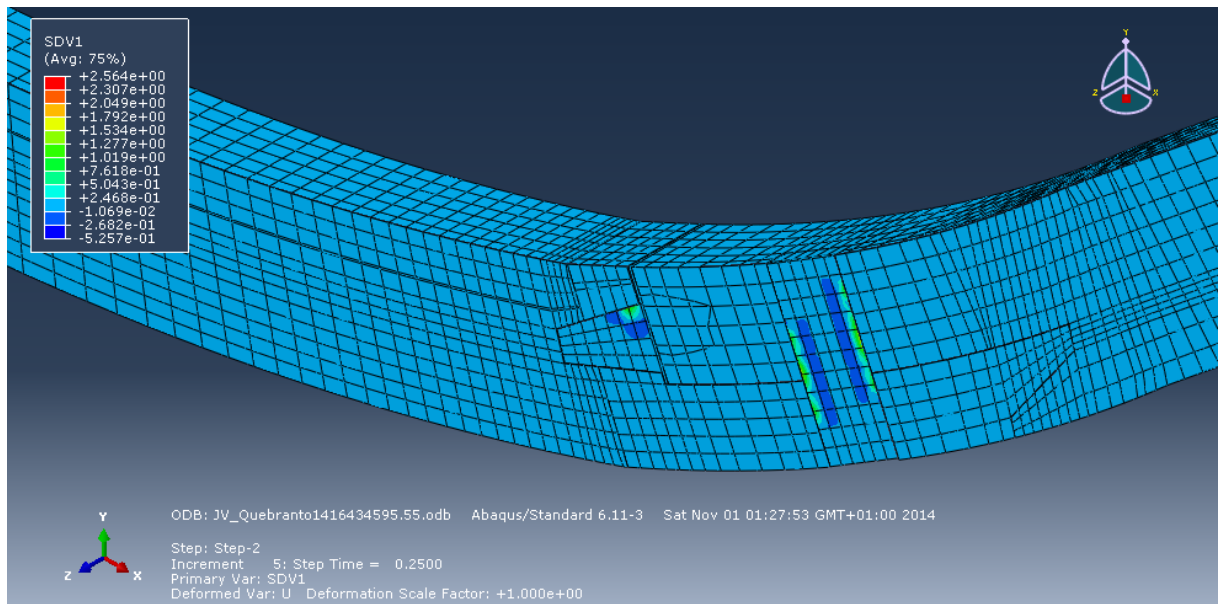
Análisis de flexión por quebranto:

Jules Verne 7

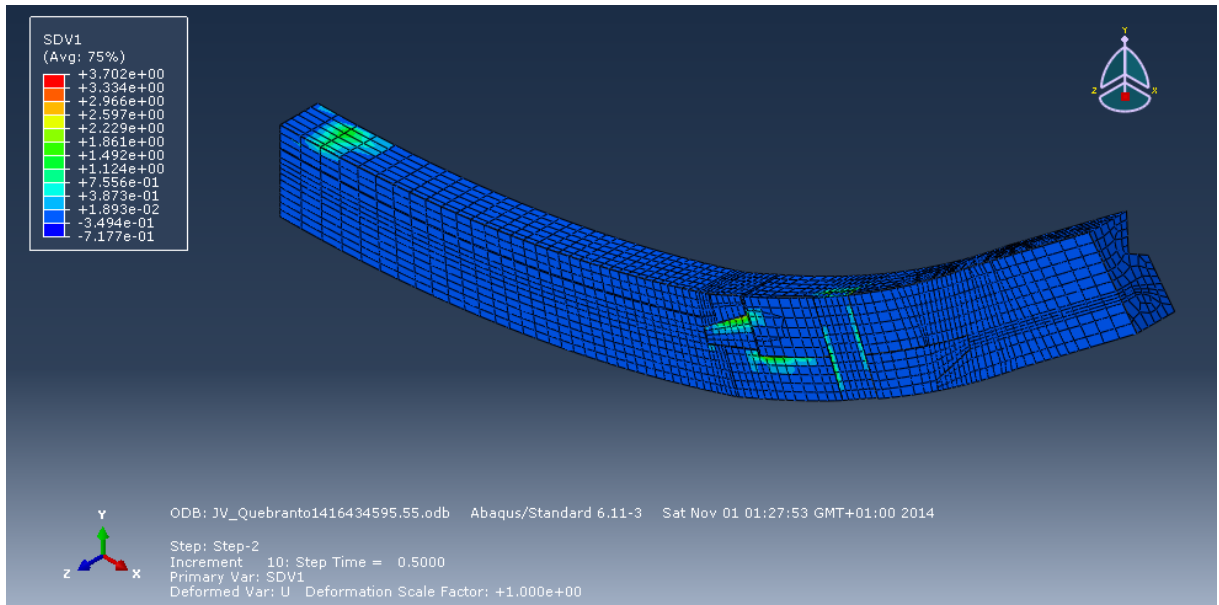
Quebranto, Step 2, $t=0,1$. Fallo por tracción transversal (apertura de fendas y acebolladuras):



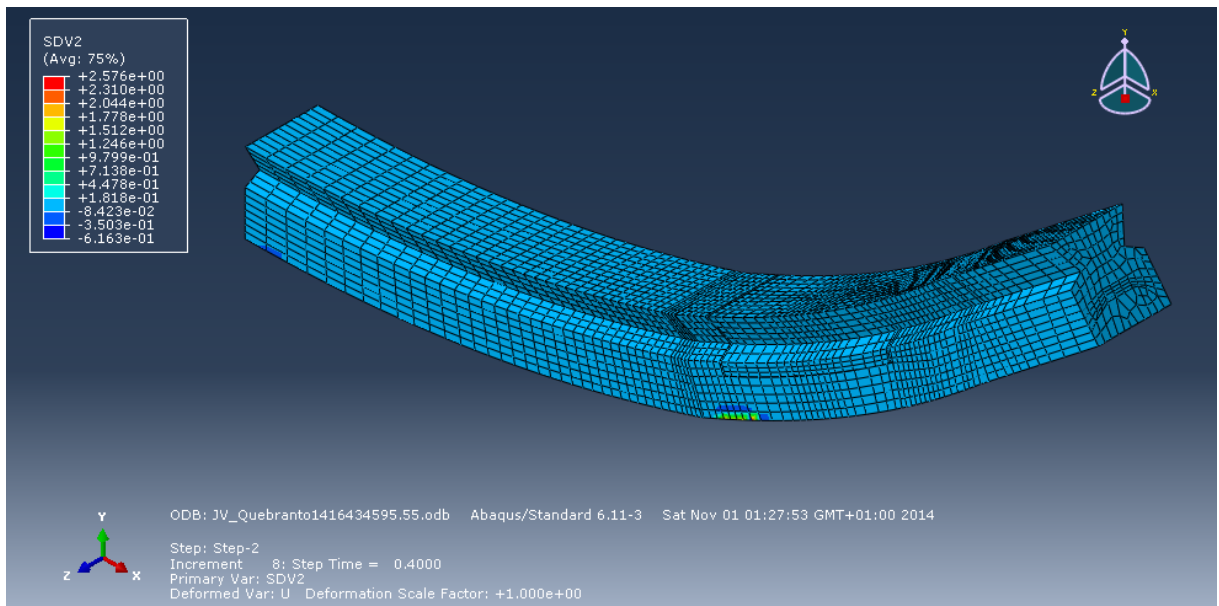
Quebranto, Step 2, $t=0,25$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



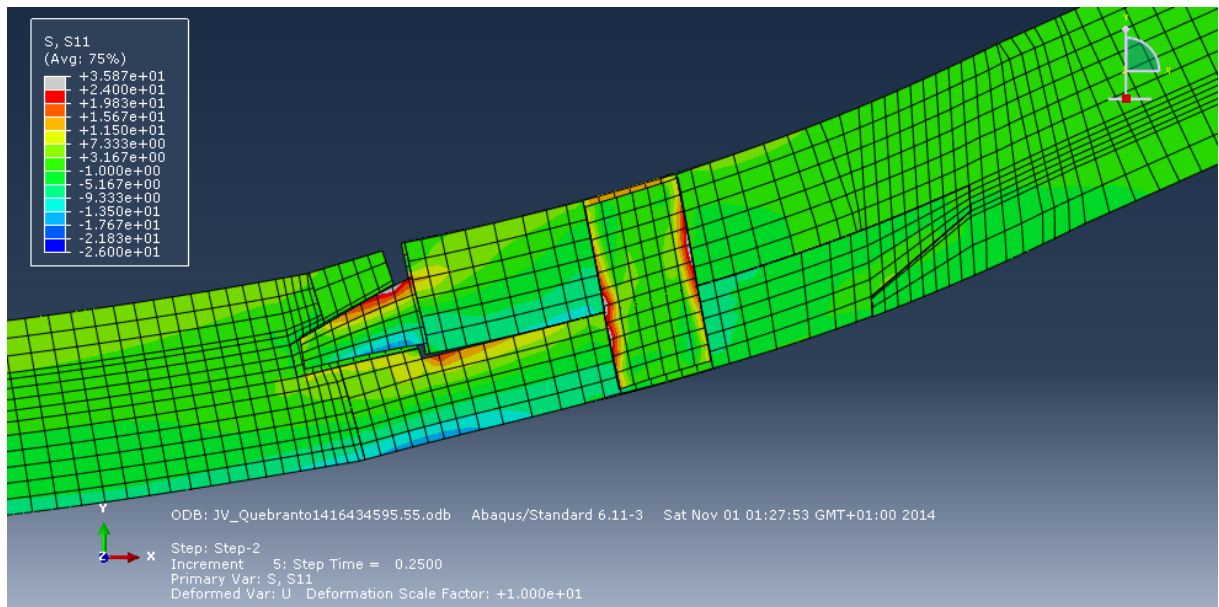
Quebranto, Step 2, $t=0,5$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



Quebranto, Step 2, $t=0,4$. Fallo por compresión longitudinal (plastificación):



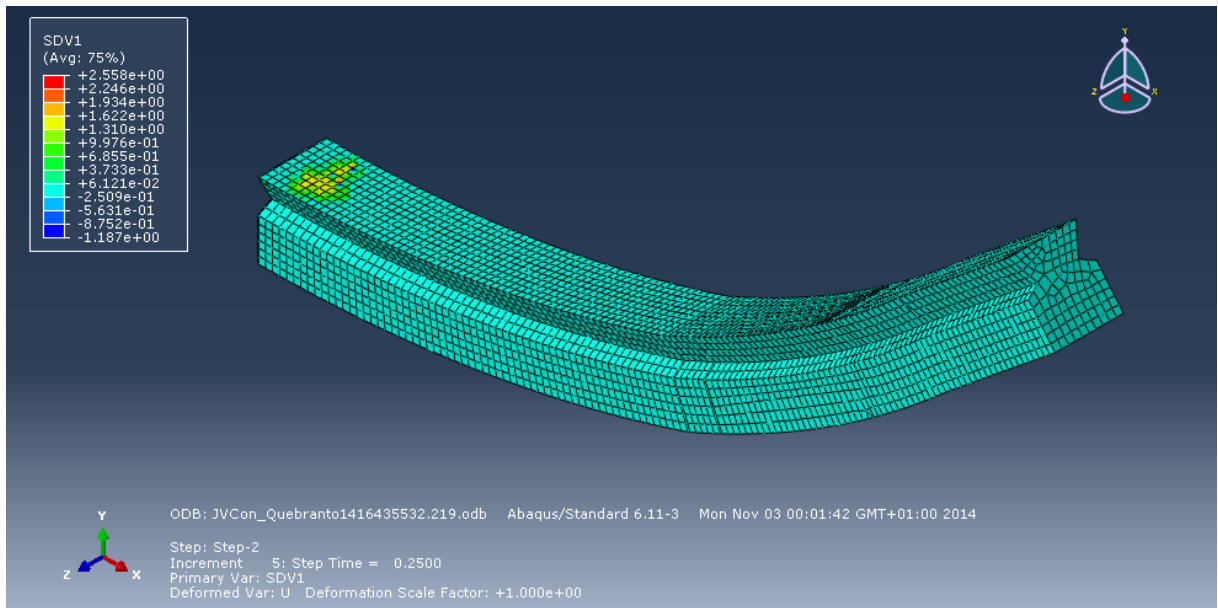
Quebranto, Step 2, $t=0,25$. Tensión S11. Rango limitado (24 MPa ; -26 MPa) (deformación x10):



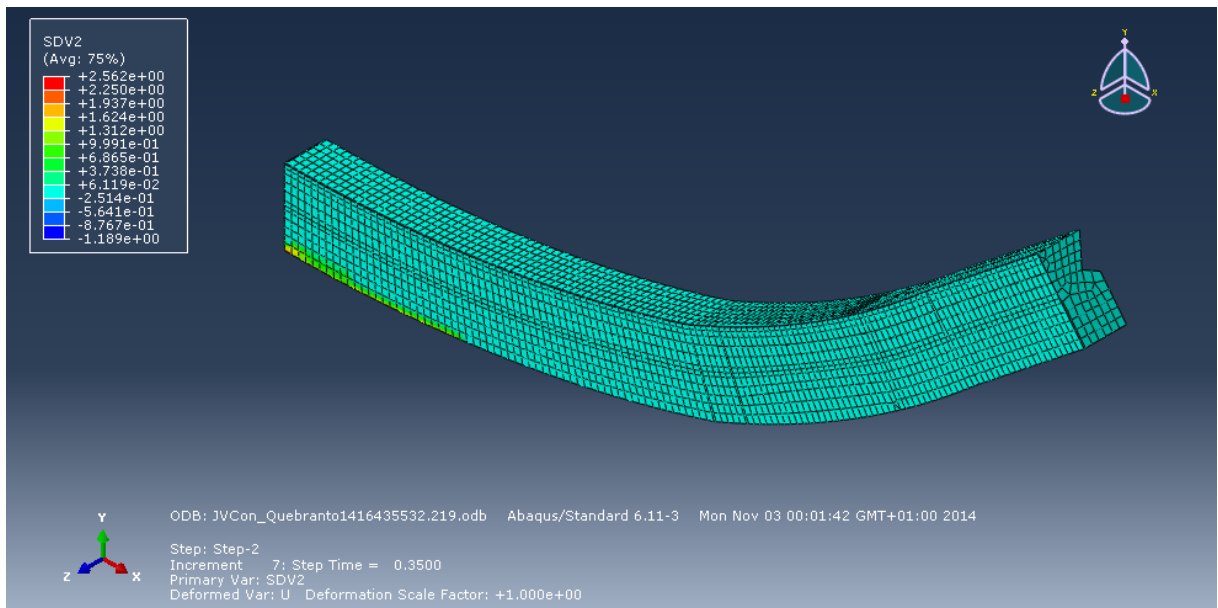
En el incremento correspondiente al 10% del tiempo total del Step se supera el criterio de rotura a tracción transversal, lo que daría a la apertura de fendas (grietas radiales longitudinales), o acebolladuras (separación de los anillos de crecimiento o grietas tangenciales). No implica directamente la rotura de la pieza aunque al reajustarse su geometría disminuye su resistencia. Posteriormente, en el incremento $t=0,25$ se observa la rotura a tracción longitudinal de la espiga que une la quilla con la roda lo que, unido a la rotura por plastificación del taco (fase de hinchamiento) implica inevitablemente la separación de la unión. La resistencia alcanzada sería inferior a los 8,67 Tm vertical y hacia abajo en la punta de la roda, simulando un esfuerzo de quebranto, alcanzados en el incremento $t=0,2$.

Jules Verne 7 pieza control

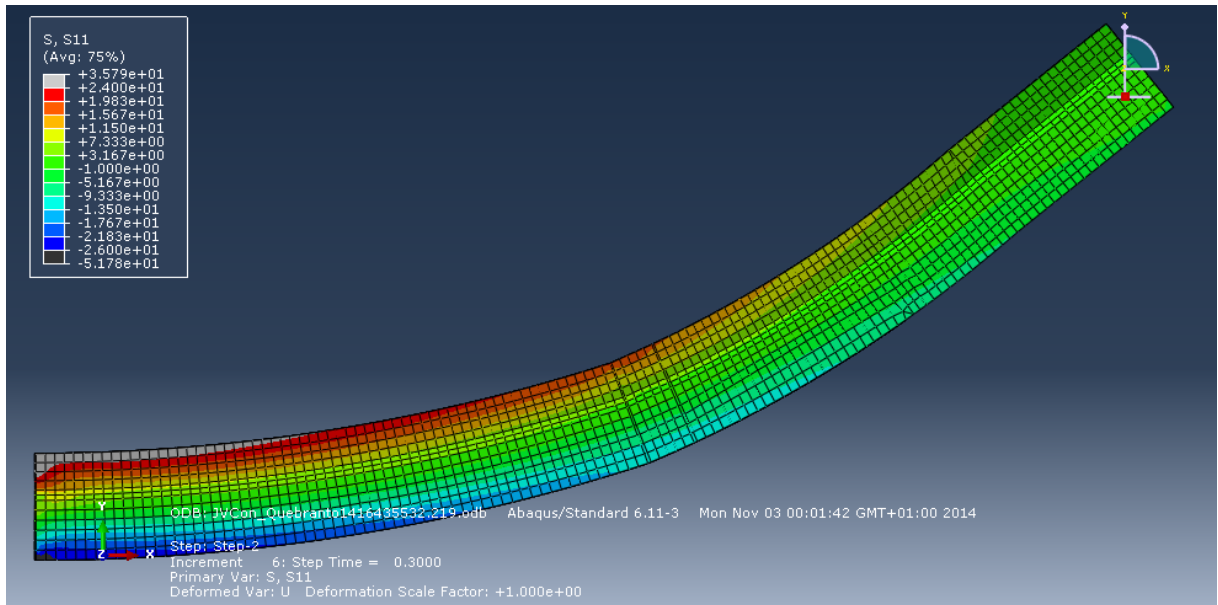
Quebranto, Step 2, $t=0,25$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



Quebranto, Step 2, $t=0,35$. Fallo por compresión longitudinal (plastificación):



Quebranto, Step 2, $t=0,3$. Tensión S11. Rango limitado (24 MPa ; -26 MPa):

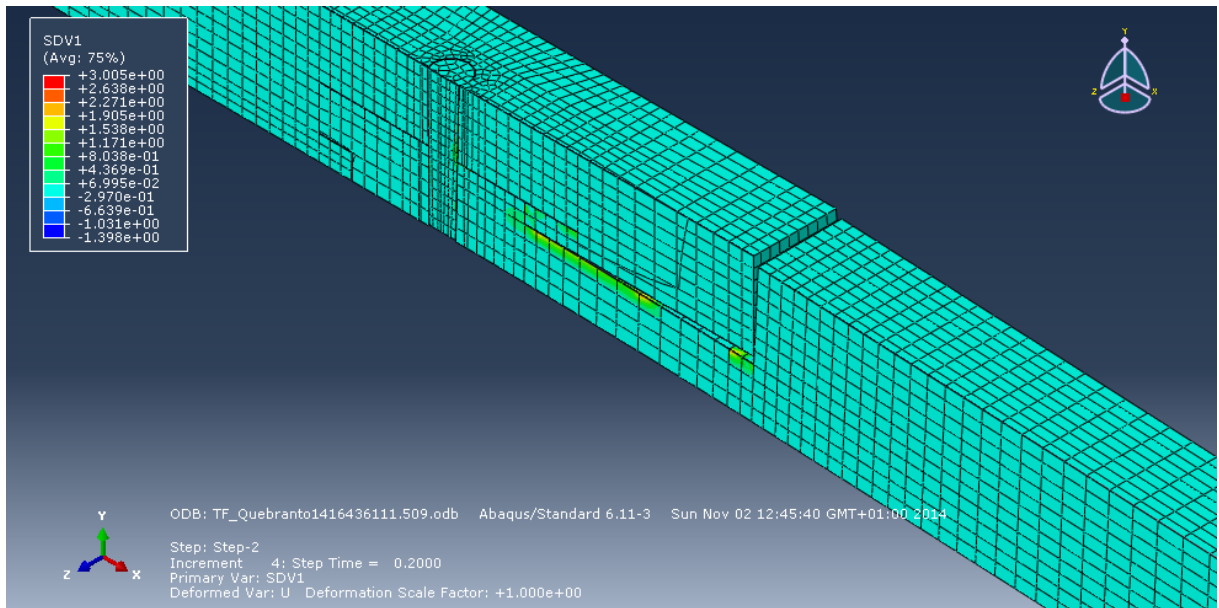


En este caso, se supera la tensión máxima a tracción en el incremento $t=0,25$. La pieza resiste una carga de 35 Tm. equivalente a un esfuerzo de quebranto.

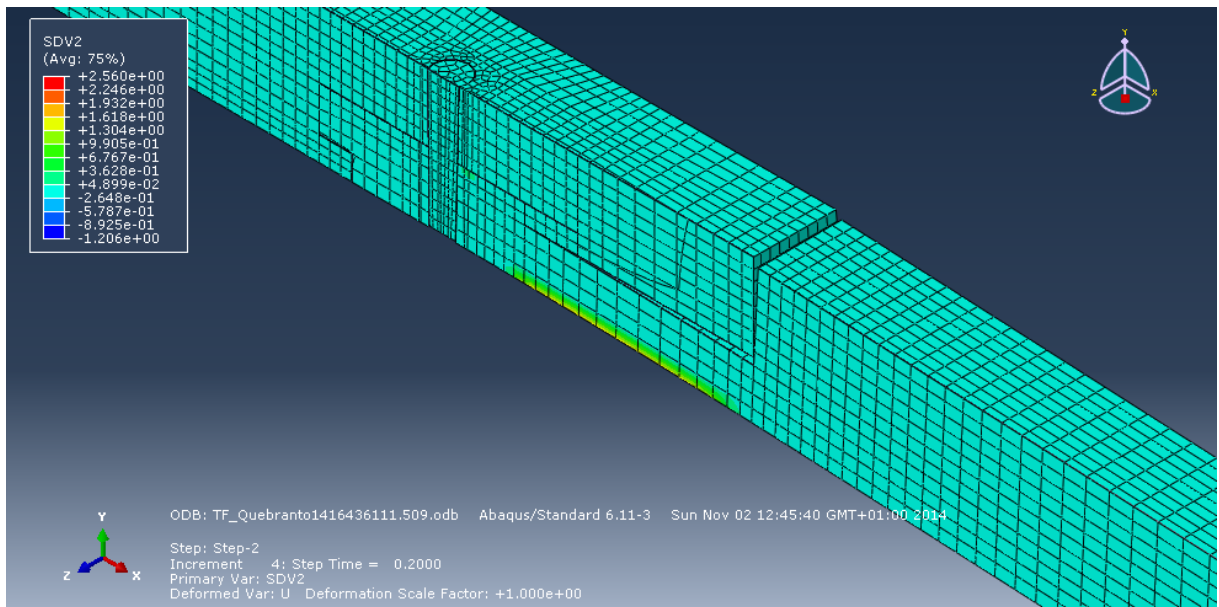
La efectividad de la unión en rayo de Júpiter se sitúa en un 25 % de la pieza maciza.

Tour Fondue

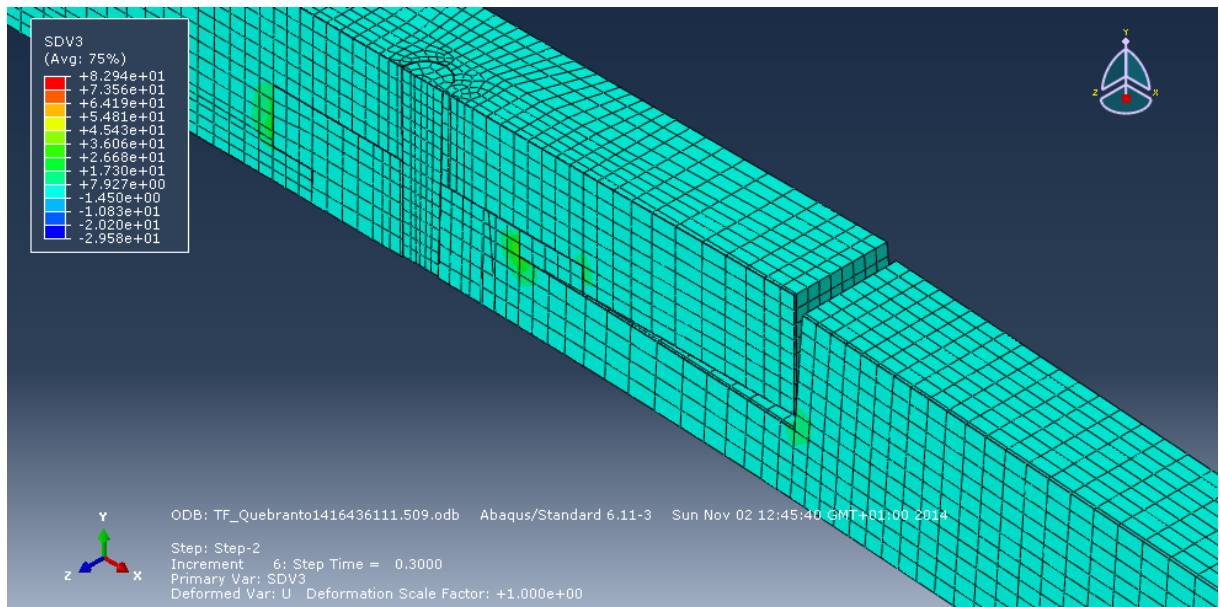
Quebranto, Step 2, $t=0,2$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



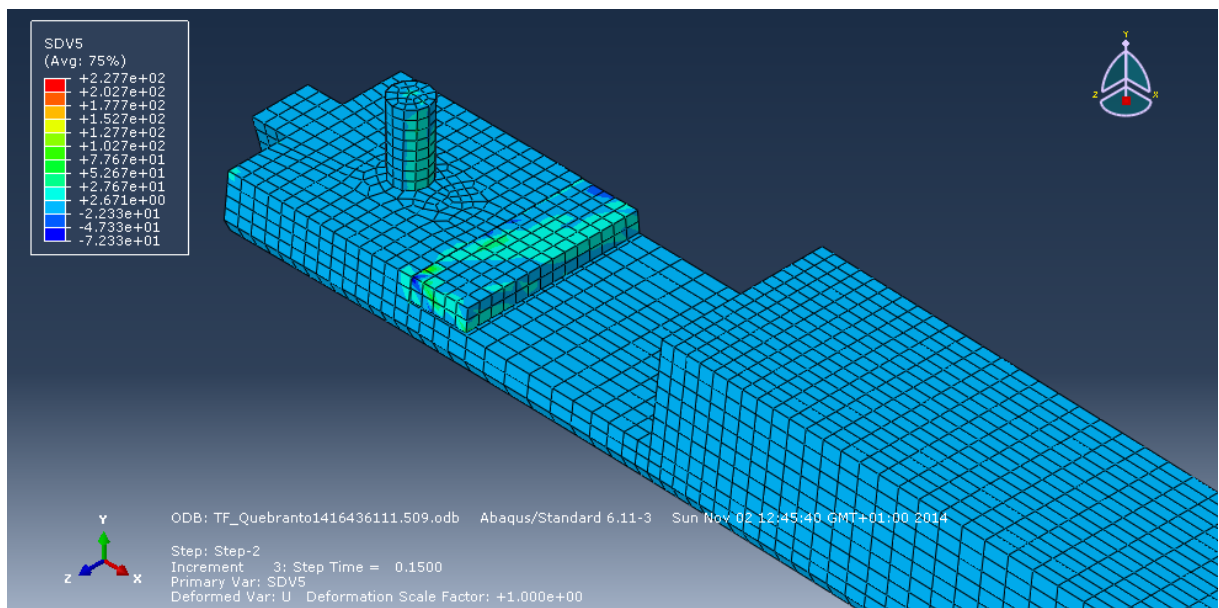
Quebranto, Step 2, $t=0,2$. Fallo por compresión longitudinal (plastificación):



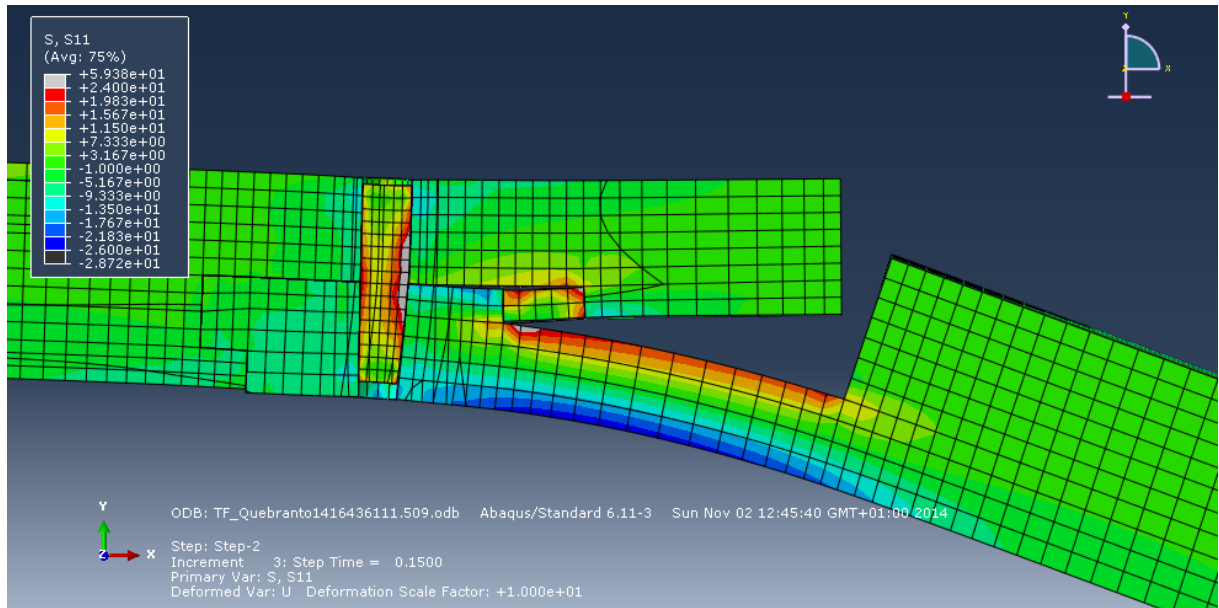
Quebranto, Step 2, $t=0,3$. Fallo por tracción transversal (apertura de fendas y acebolladuras):



Quebranto, Step 2, $t=0,15$. Fallo por cizalladura en el taco horizontal:



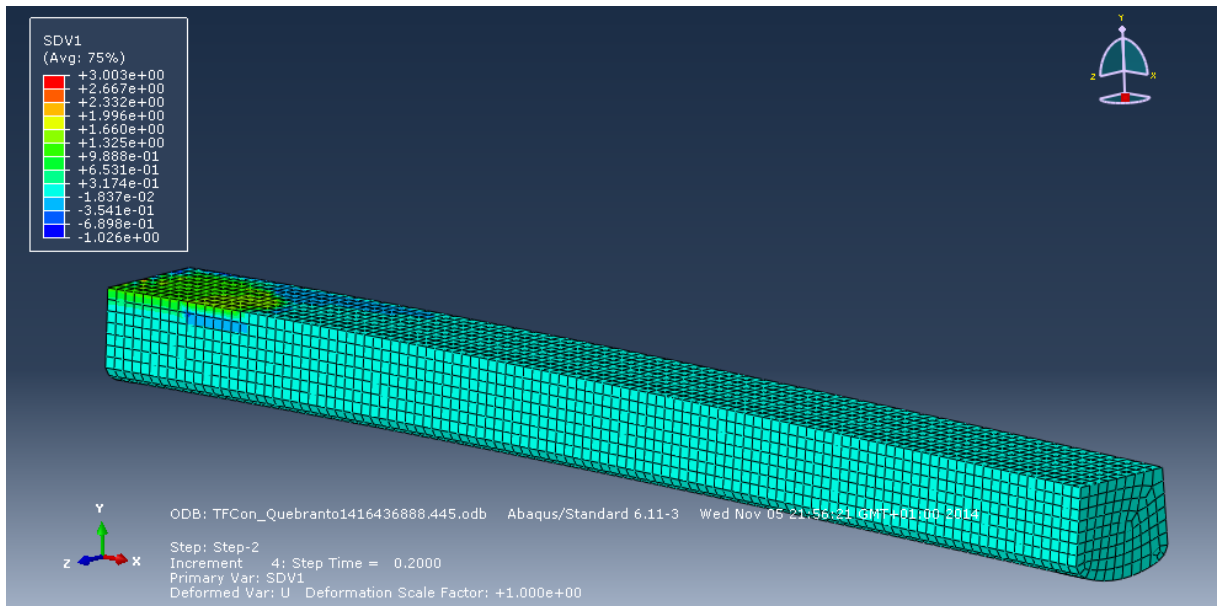
Quebranto, Step 2, $t=0,15$. Tensión S_{11} . Rango limitado (24 MPa ; -26 MPa) (deformación x10):



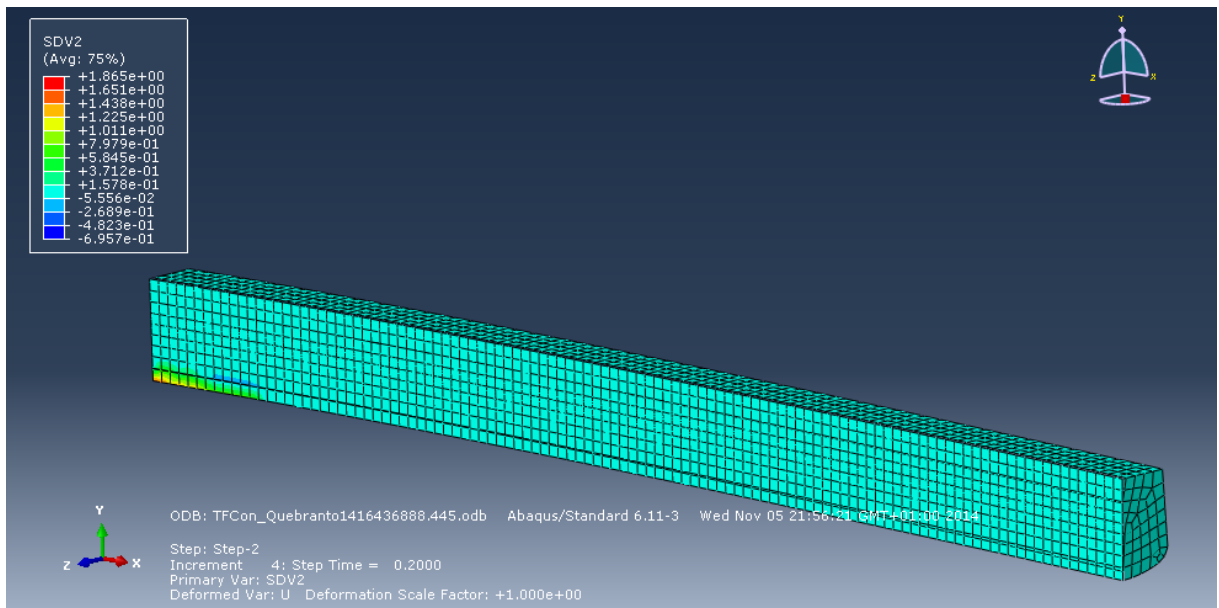
Sometida al esfuerzo de quebranto, se producen la rotura a tracción longitudinal, así como a compresión longitudinal, al 20 % del desplazamiento total impuesto. Anteriormente, la carga de quebranto, vertical hacia abajo que soporta la unión equivale a 0,16 Tm. o 163 kg. Obsérvese, que frente a este esfuerzo, la unión no cuenta con la ayuda de la caja y espiga que si existe en el lado opuesto para soportar la tensión de arrufo.

Tour Fondue pieza control

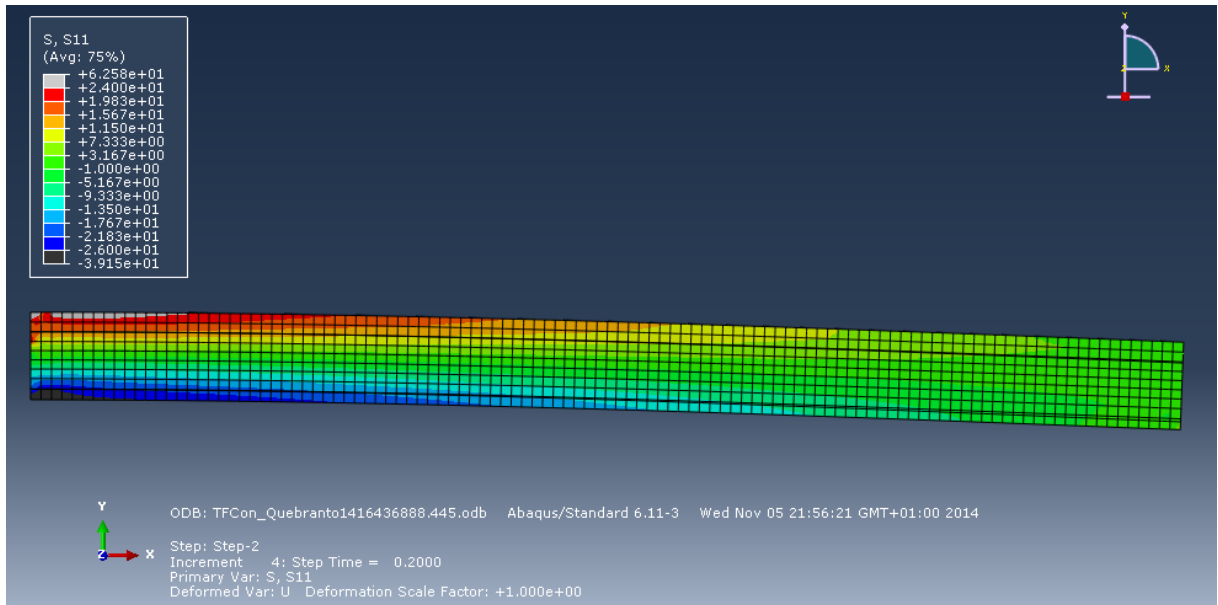
Quebranto, Step 2, $t=0,2$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



Quebranto, Step 2, $t=0,2$. Fallo por compresión longitudinal (plastificación):



Quebranto, Step 2, $t=0,2$. Tensión S11. Rango limitado (24 MPa ; -26 MPa):



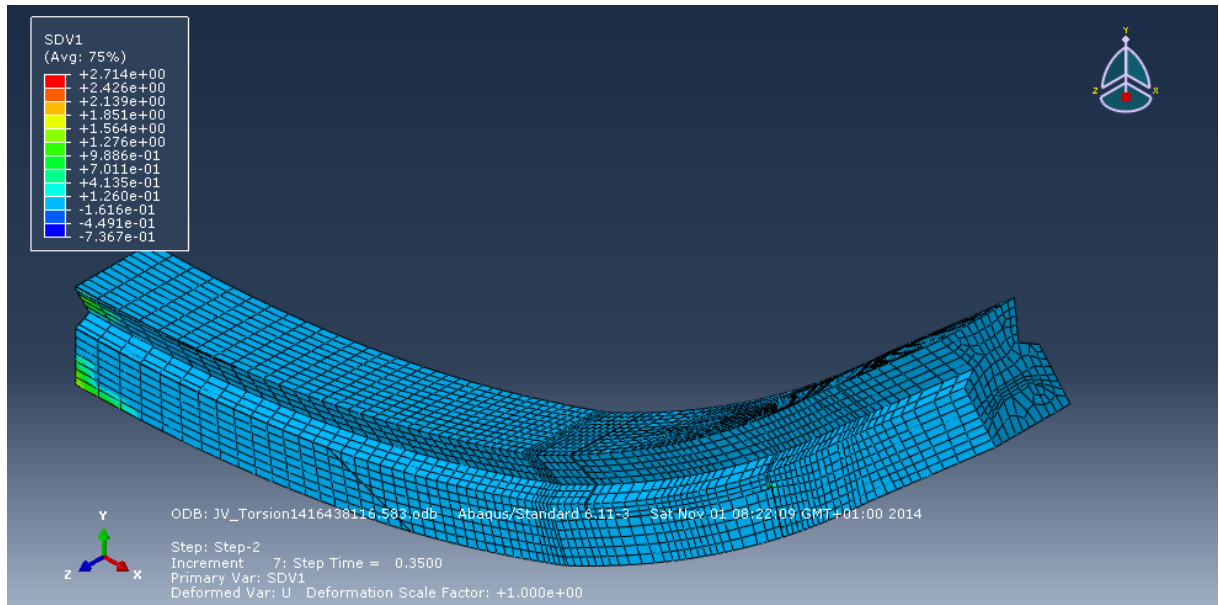
Se superan las tensiones longitudinales máximas en el incremento $t=0,2$, por lo que se considera que la pieza control soporta una carga de 4,4 Tm. equivalente a un esfuerzo de quebranto.

Frente a la pieza control, en madera maciza, esta unión en rayo de Júpiter ha alcanzado una limitada efectividad del 3,6 %.

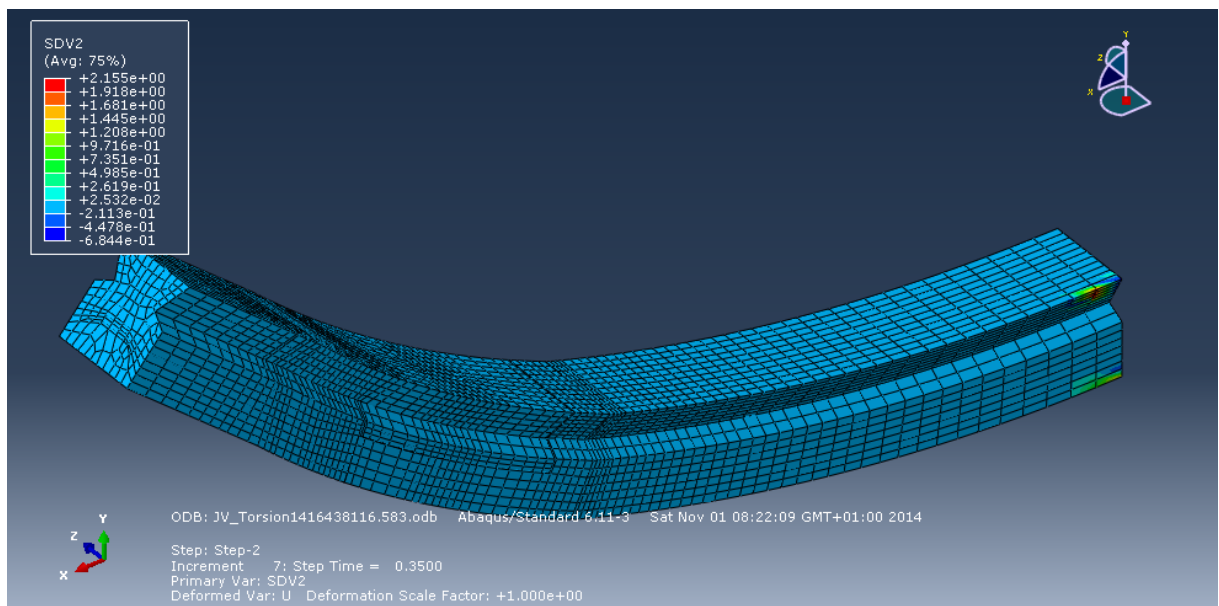
Análisis de torsión:

Jules Verne 7

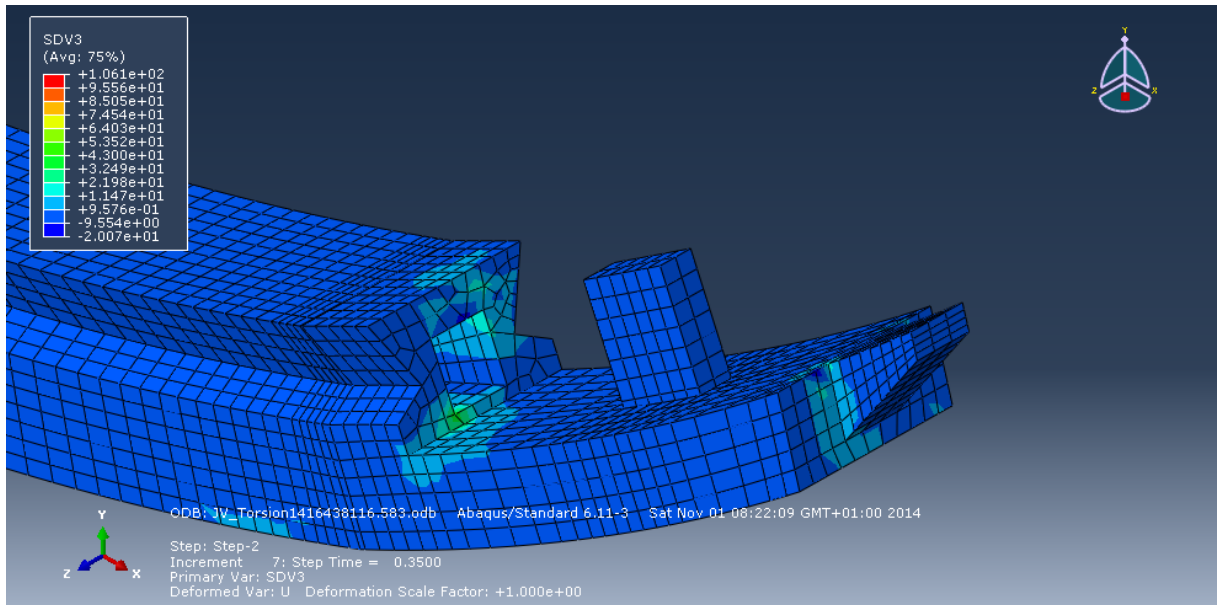
Torsión, Step 2, $t=0,35$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



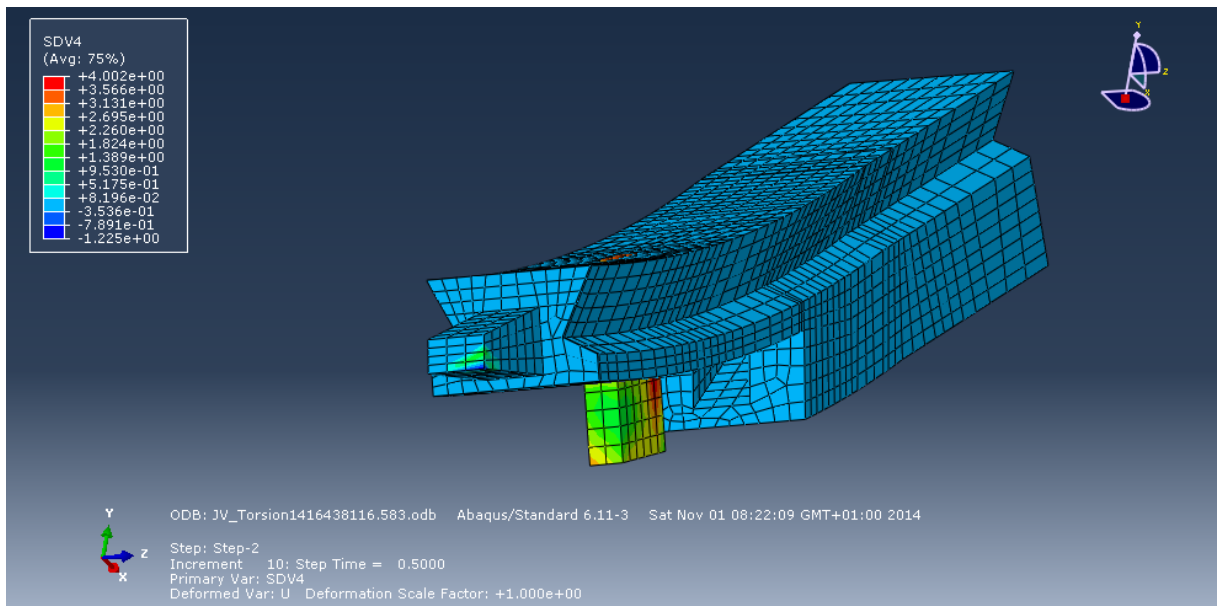
Torsión, Step 2, $t=0,35$. Fallo por compresión longitudinal (plastificación):



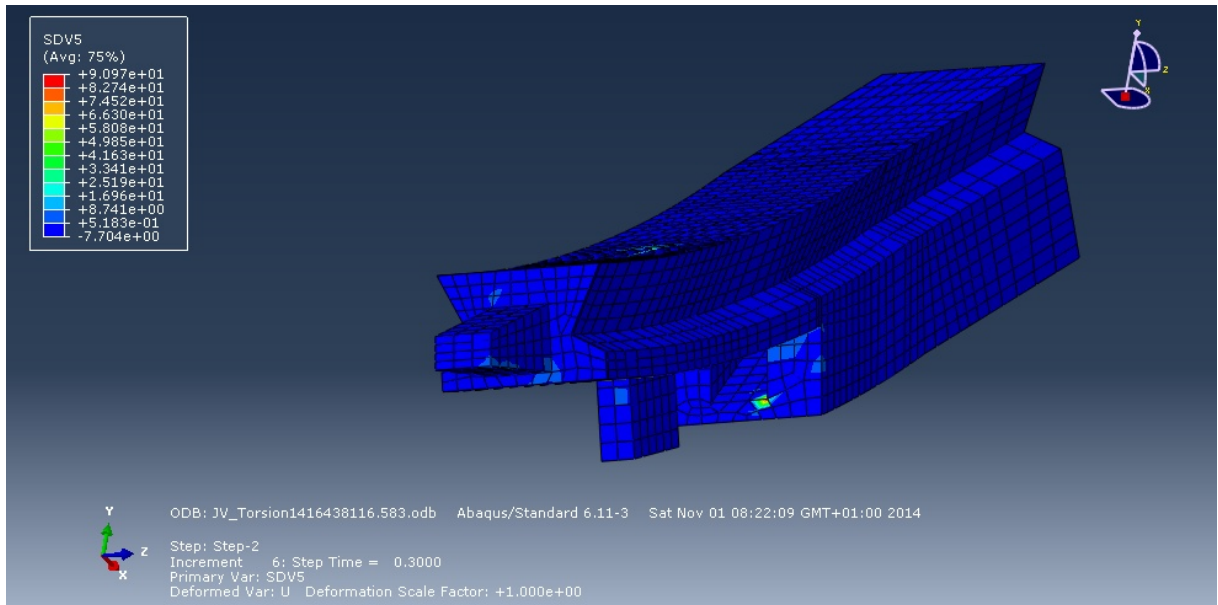
Torsión, Step 2, $t=0,35$. Fallo por tracción transversal (apertura de fendas y acebolladuras):



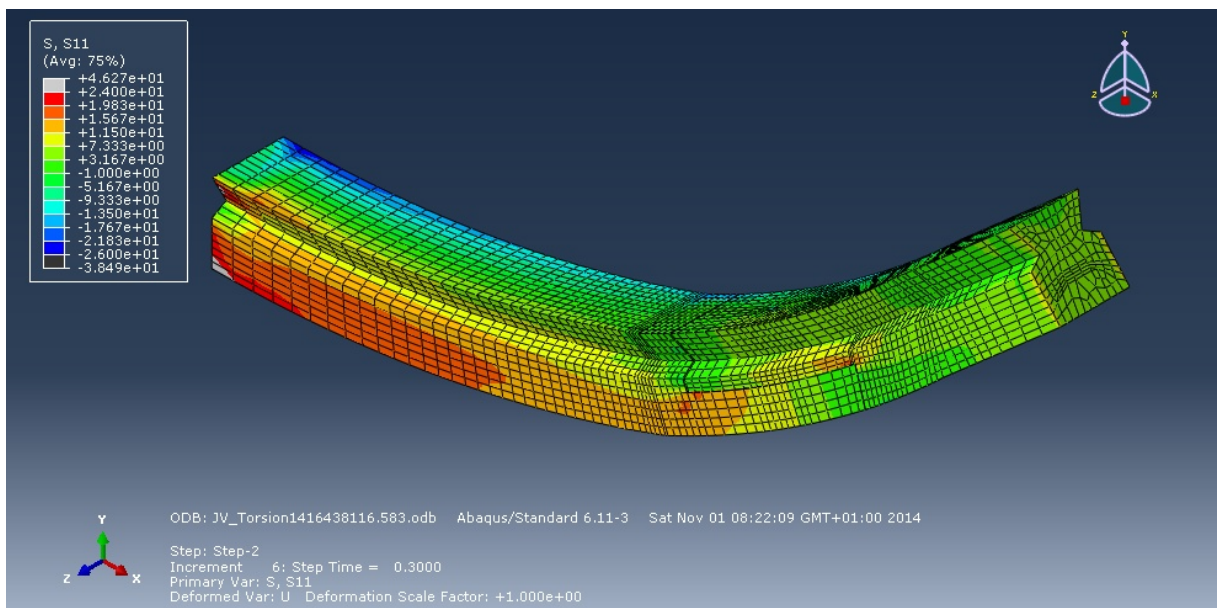
Torsión, Step 2, $t=0,5$. Fallo por compresión transversal (plastificación):



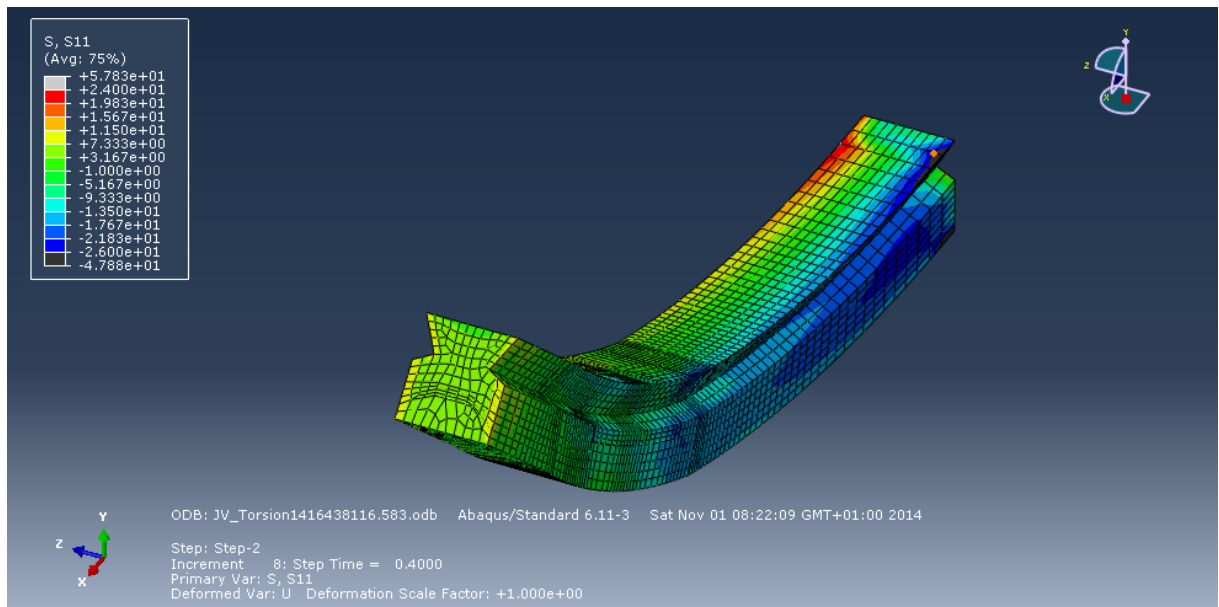
Torsión, Step 2, $t=0,5$. Fallo por cizalladura:



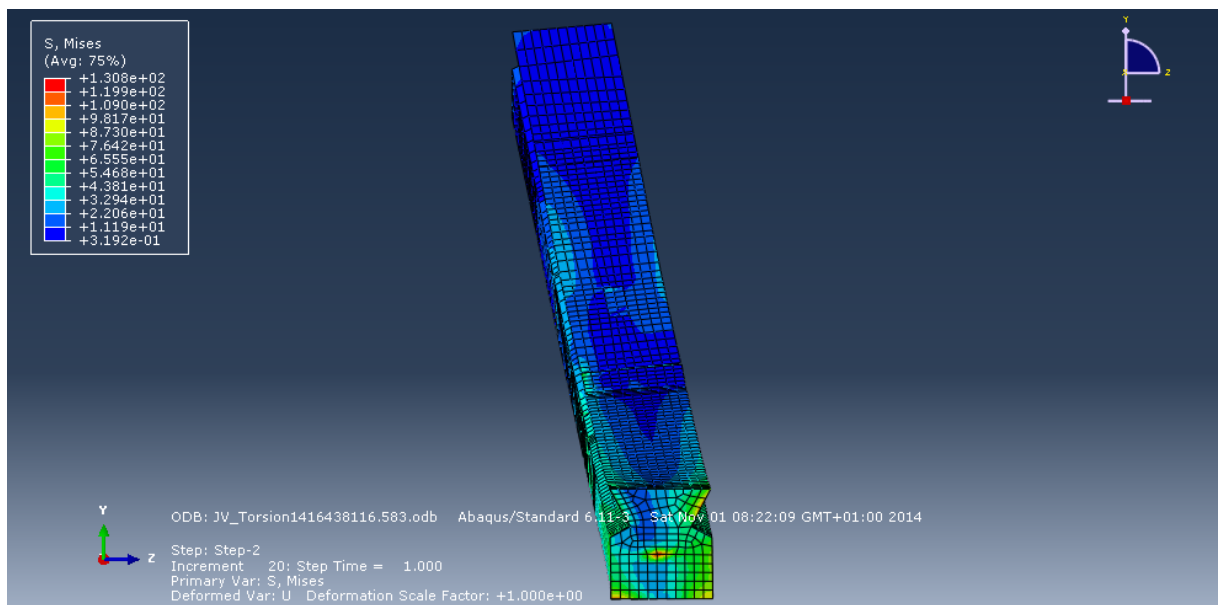
Torsión, Step 2, $t=0,3$. Tensión S11. Rango limitado (24 MPa ; -26 MPa):



Torsión, Step 2, $t=0,4$. Tensión S11. Rango limitado (24 MPa ; -26 MPa):



Torsión, Step 2, $t=1$ (final). Tensión de Von Mises:

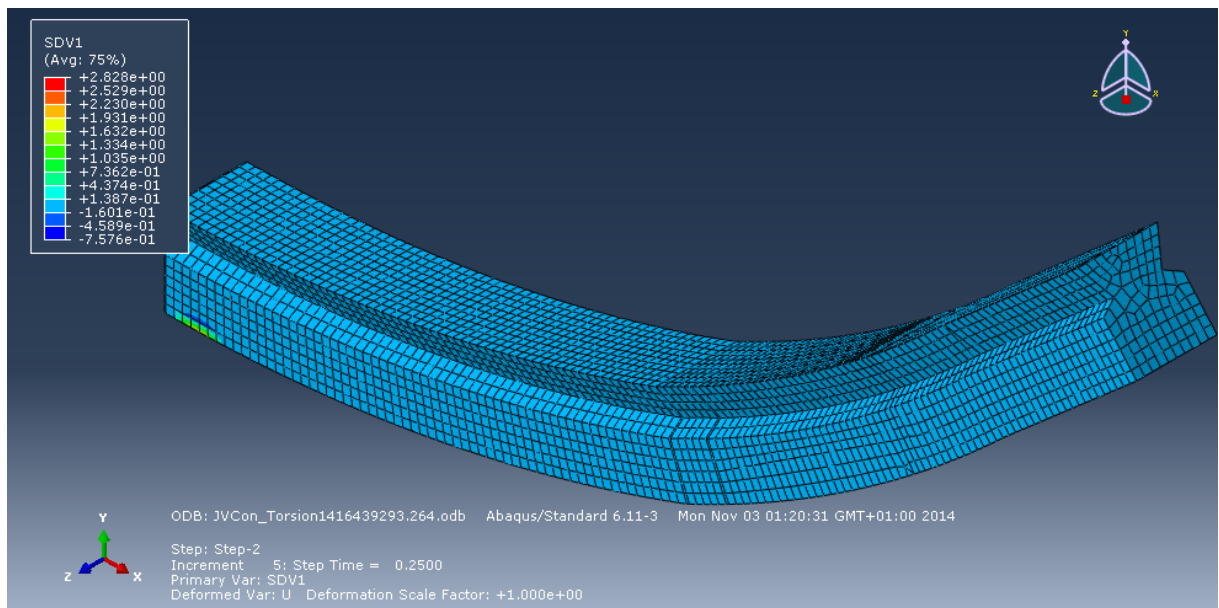


Vemos que es en el incremento $t=0,35$ cuando se superan las tensiones máximas longitudinales en la zona de la quilla lejos de la unión, como la tensión transversal máxima a tracción en la caja o hembra de la quilla donde se encaja la roda. Quedaría, seguramente, en el ámbito de la probabilidad determinar qué parte fallaría antes, ya que un fallo excluye el otro por relajación de tensiones.

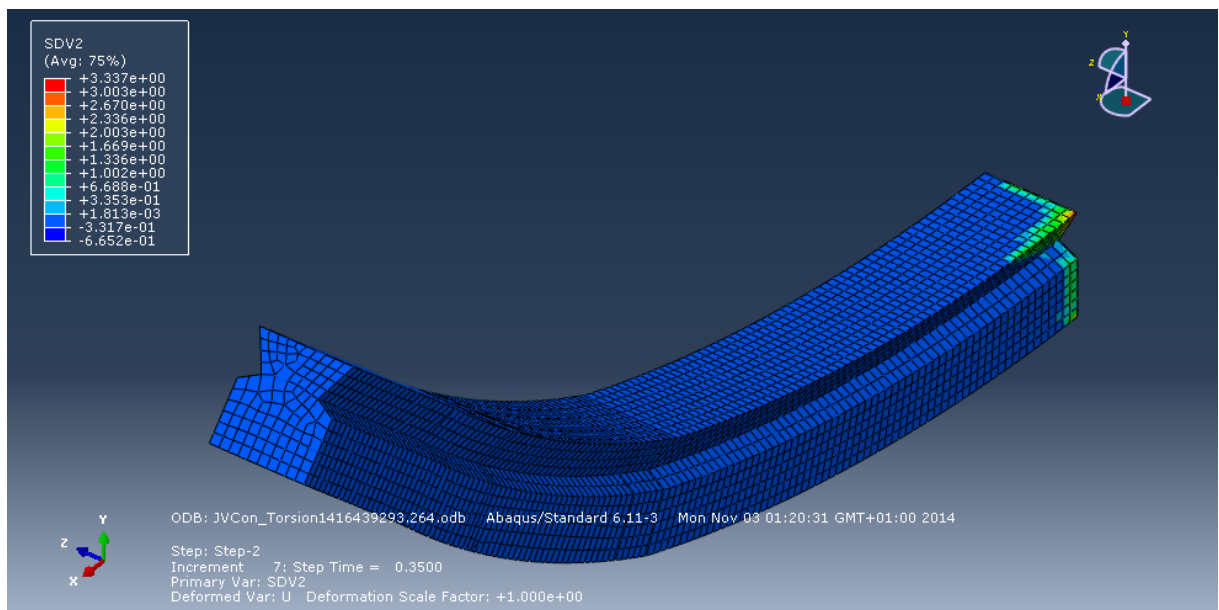
Al 30% de desplazamiento, la unión resiste una carga de 10,6 Tm. en horizontal hacia un lateral en la punta de la roda, equivalentes a un esfuerzo de torsión en el casco.

Jules Verne 7 pieza control

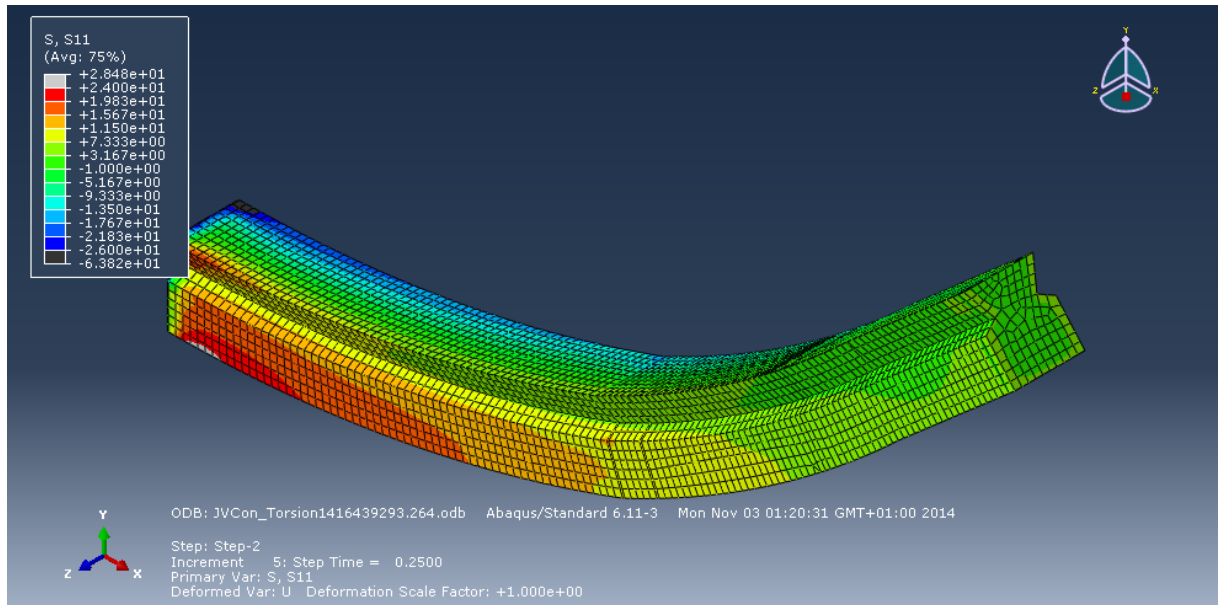
Torsión, Step 2, $t=0,25$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



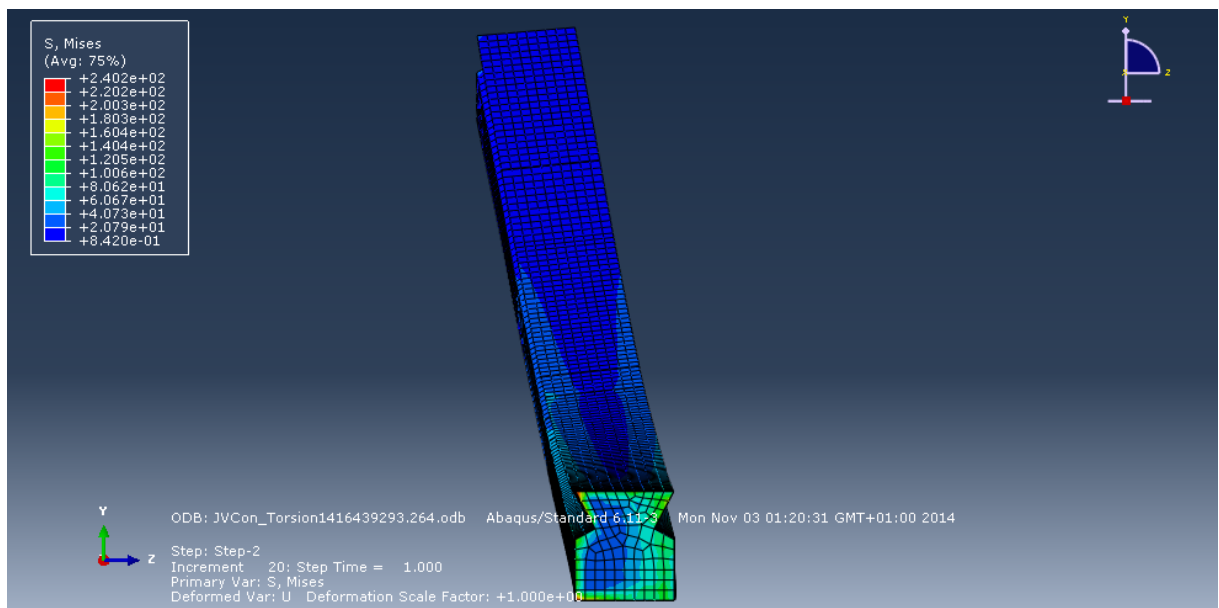
Torsión, Step 2, $t=0,35$. Fallo por compresión longitudinal (plastificación):



Torsión, Step 2, $t=0,4$. Tensión S11. Rango limitado (24 MPa ; -26 MPa):



Torsión, Step 2, $t=1$ (final). Tensión Von Mises:

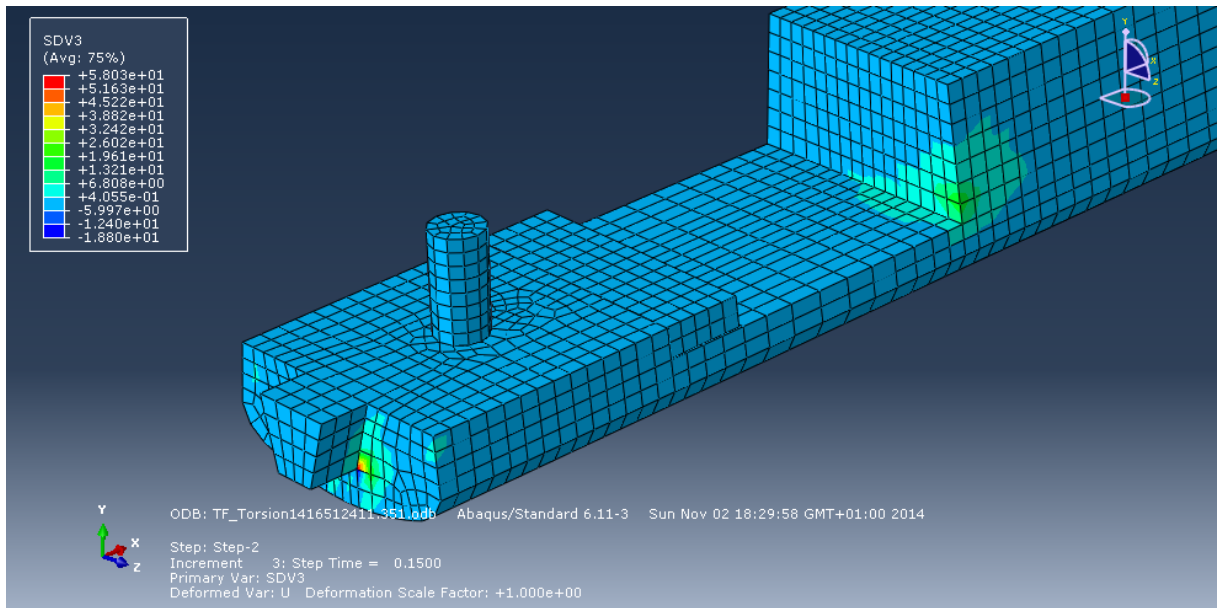


Vemos que la pieza comienza a fallar en el incremento $t=0,25$ aunque de forma local. El daño no se hace generalizado hasta el incremento $t=0,35$ donde también se aprecia una rotura dúctil a compresión. La carga equivalente soportada estaría entre las 33,9 Tm. del incremento $t=0,2$ y las 42,4 Tm. del incremento $t=0,25$ donde el daño se habría generalizado lo suficiente como para que disminuyese la resistencia.

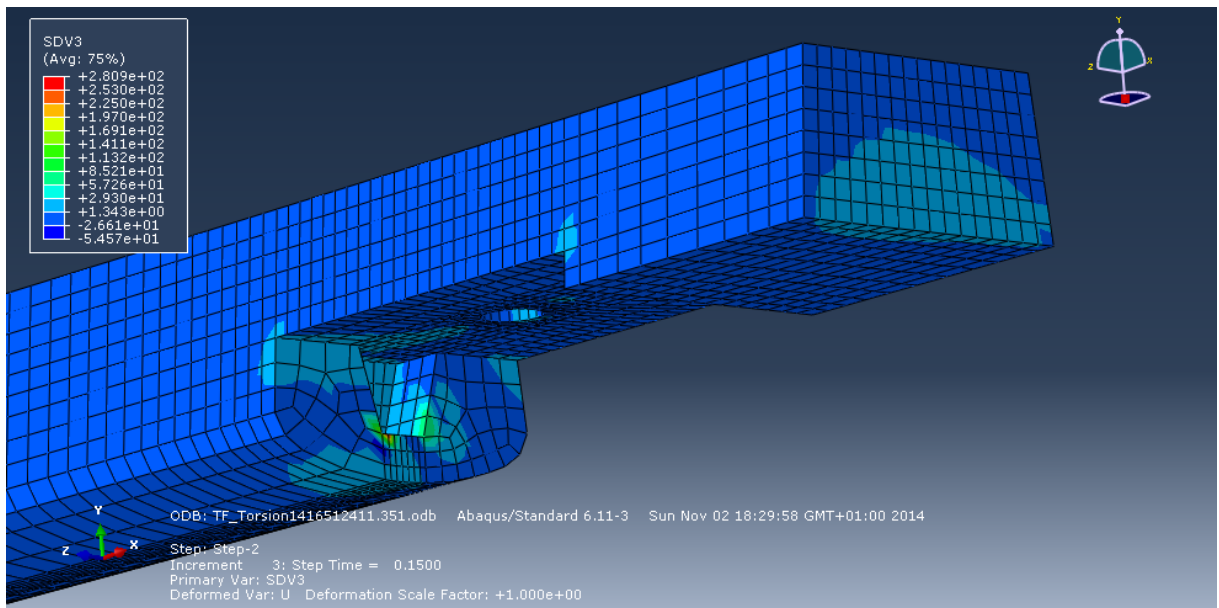
La efectividad de la unión en rayo de Júpiter se sitúa en un 18 % respecto a la misma geometría en madera maciza.

Tour Fondue

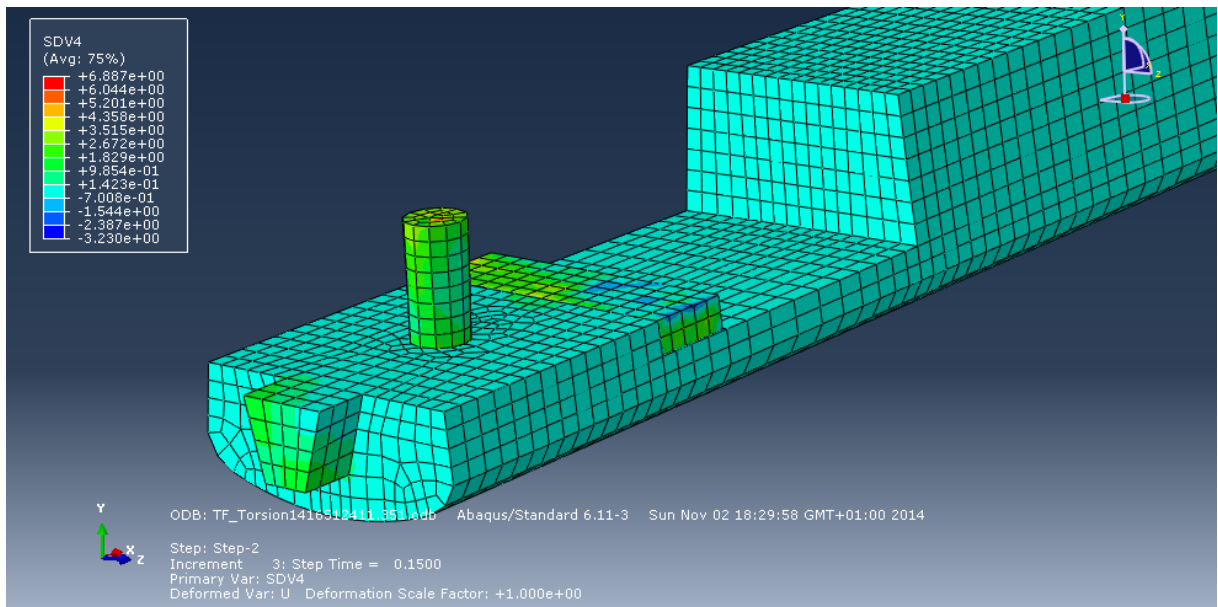
Torsión, Step 2, $t=0,15$. Fallo por tracción transversal (apertura de fendas y acebolladuras):



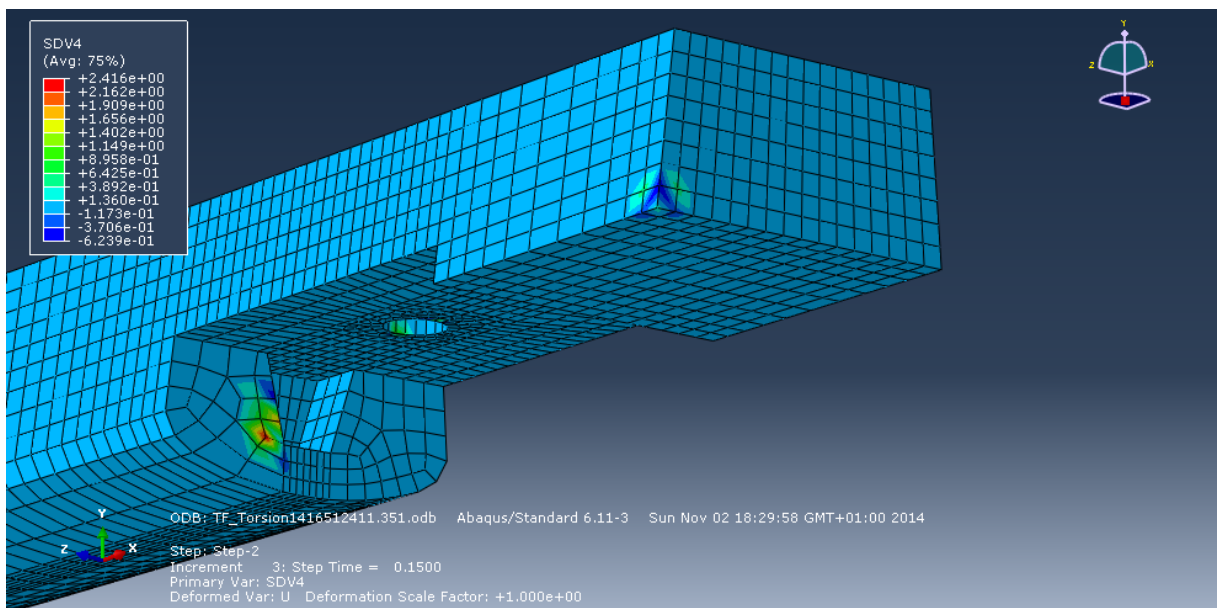
Torsión, Step 2, $t=0,15$. Fallo por tracción transversal (apertura de fendas y acebolladuras):



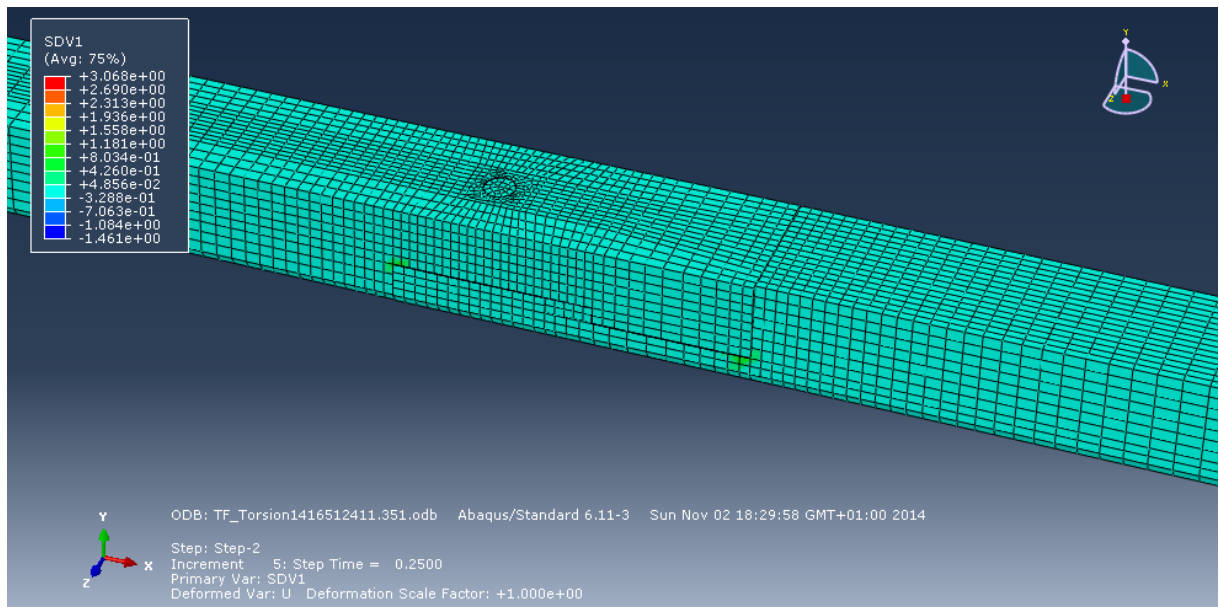
Torsión, Step 2, $t=0,15$. Fallo por compresión transversal (plastificación):



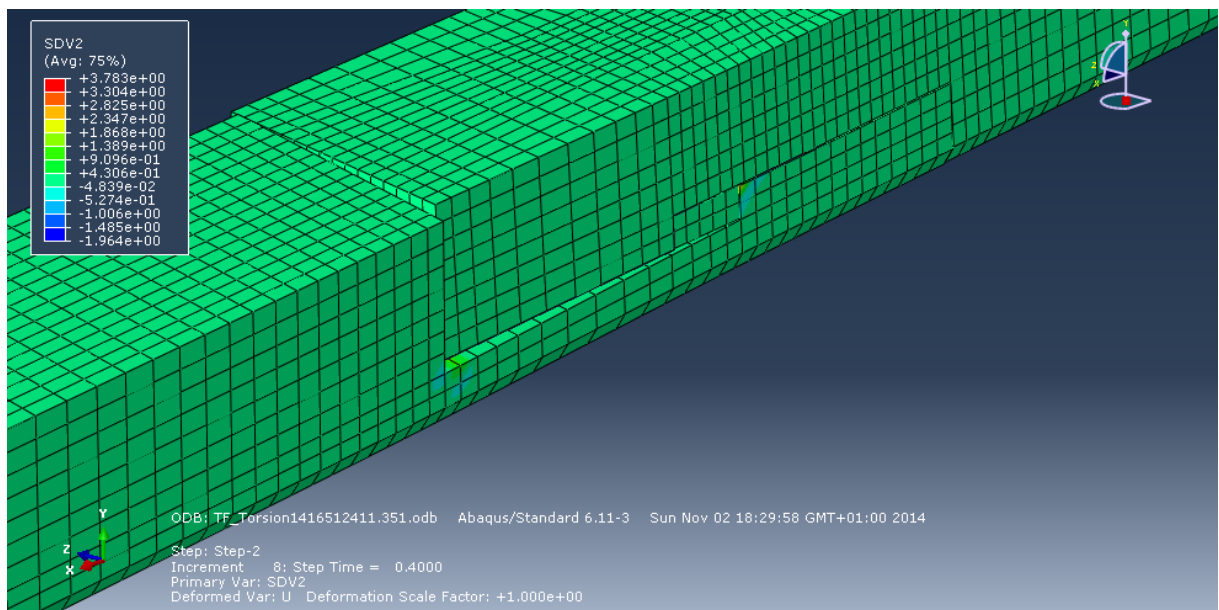
Torsión, Step 2, $t=0,15$. Fallo por compresión transversal (plastificación):



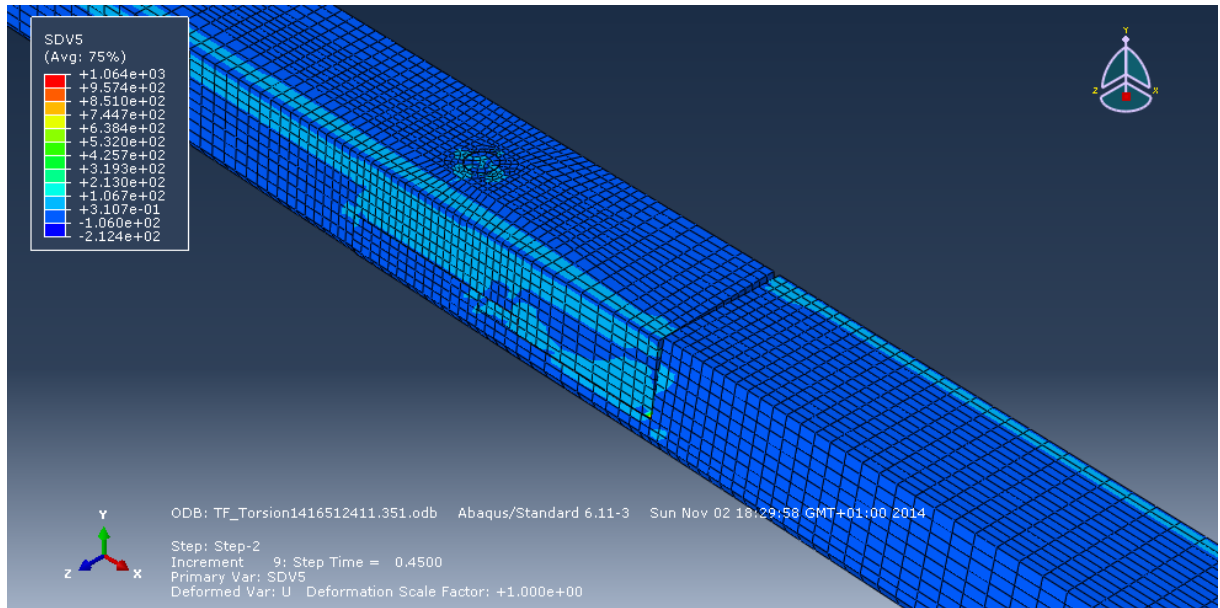
Torsión, Step 2, $t=0,25$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



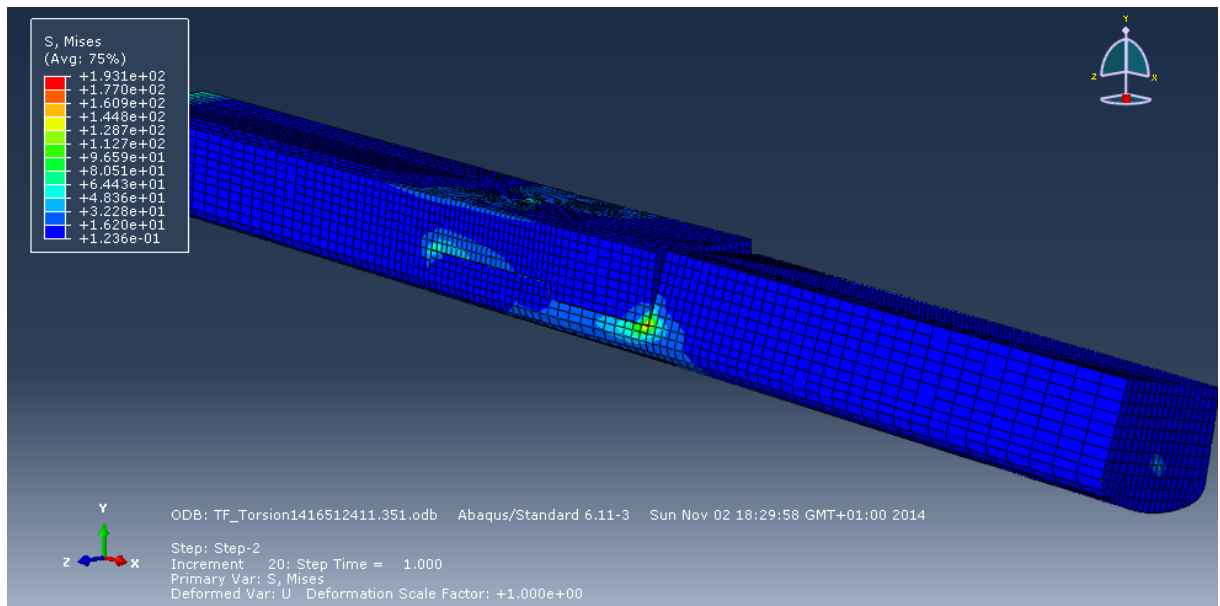
Torsión, Step 2, $t=0,25$. Fallo por compresión longitudinal (plastificación):



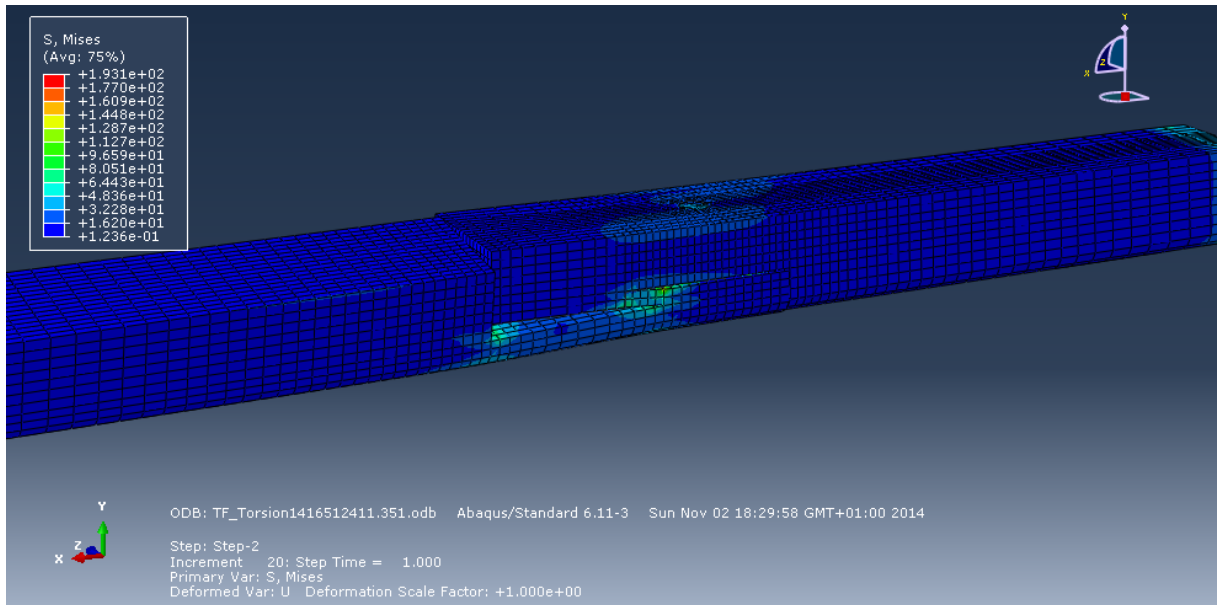
Torsión, Step 2, $t=0,45$. Fallo por cizalladura:



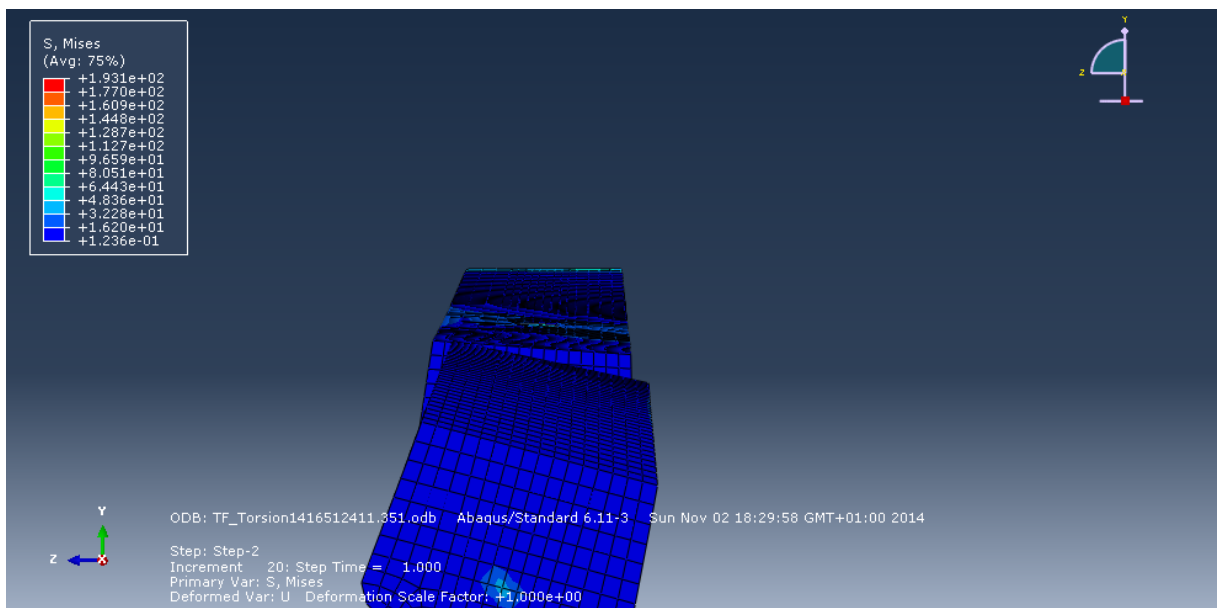
Torsión, Step 2, $t=1$ (final). Tensión de Von Mises:



Torsión, Step 2, t=1 (final). Tensión de Von Mises:



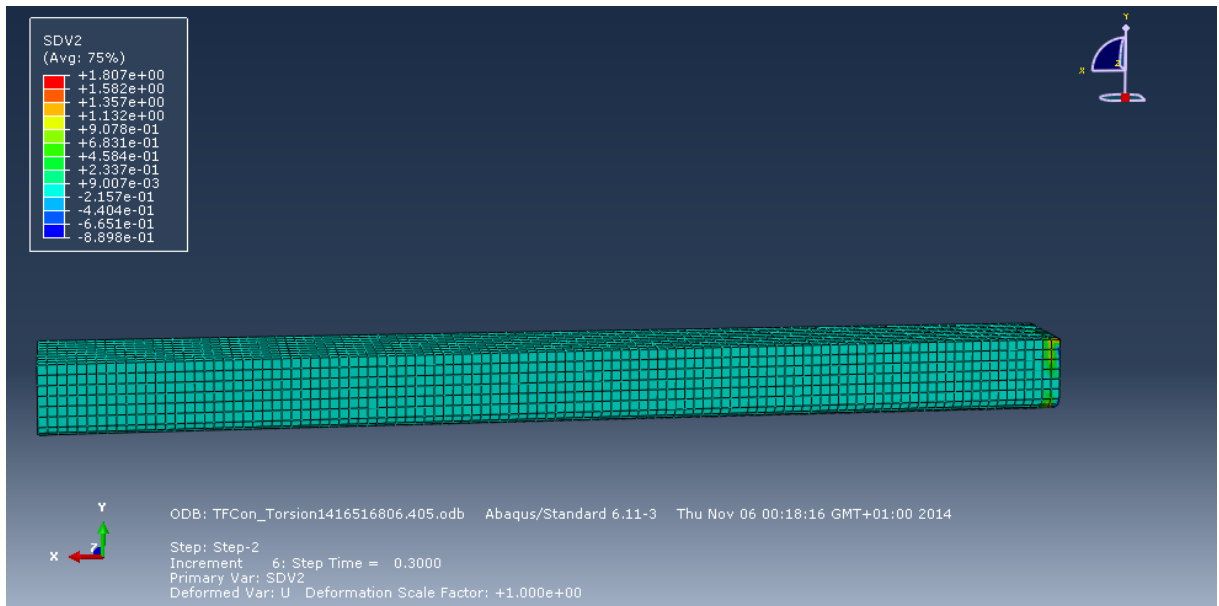
Torsión, Step 2, t=1 (final). Tensión de Von Mises:



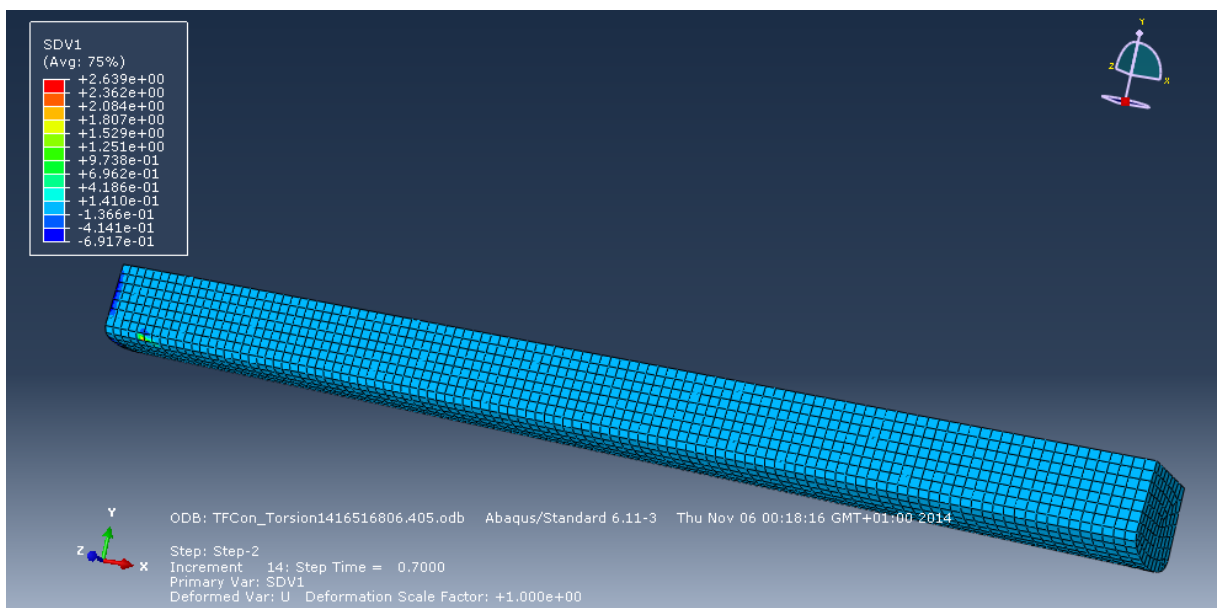
Se observa claramente, que en el incremento $t= 0,15$ se generaliza el fallo en el entorno de la caja y espiga que une ambos tramos de la quilla, así como en el taco horizontal, que también falla por cizalladura. La torsión soportada provocaría la apertura de fendas y acebolladuras que, literalmente, abrirían la sección impidiéndole resistir dicho esfuerzo.

Tour Fondue pieza control

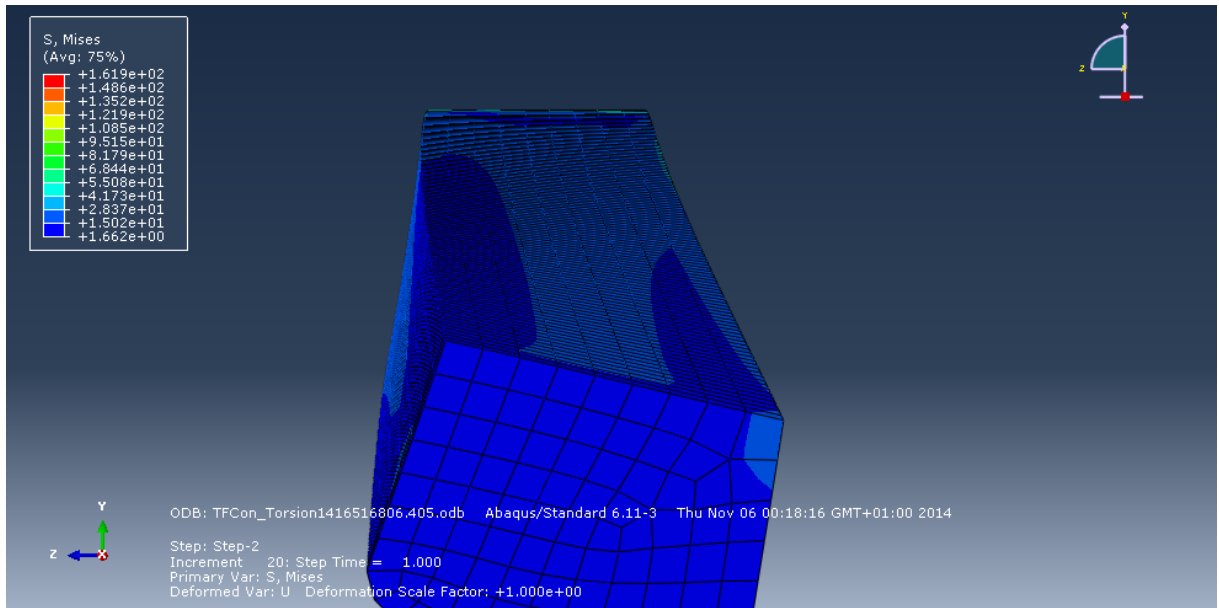
Torsión, Step 2, $t=0,3$. Fallo por compresión longitudinal (plastificación):



Torsión, Step 2, $t=0,7$. Fallo por tracción longitudinal (rotura frágil):



Torsión, Step 2, $t=0,1$ (final). Tensión de Von Mises:



En la pieza control, el fallo se da mucho más tarde; se alcanza la tensión máxima a compresión en el incremento $t=0,3$ mientras que las fibras sometidas a tracción no comienzan a fallar hasta el incremento $t=0,7$.

Conclusiones

A la vista de los resultados obtenidos, se hace evidente que se produjo una fase de evolución en la unión de rayo de Júpiter que terminó en la eliminación del taco o clavija situado de forma vertical, como ya se aprecia en ejemplos datados en fechas posteriores.

Si bien la *Tour Fondue* es cerca de 4 siglos posterior al *Jules Verne 7*, se distinguen en el más reciente la inercia constructiva del primero, ya que conserva una clavija vertical, testigo del taco vertical del *Jules Verne*, aunque de mucha menor entidad respecto al conjunto de la sección. Se observa, no obstante, la aparición del taco horizontal, que proporciona una mejor respuesta a los esfuerzos según el análisis numérico.

Se aprecia también la debilidad de la unión encontrada en la *Tour Fondue*; un ejemplo fuera de lo común como cita el propio *D. Carlos de Juan Fuertes* en su estudio arqueológico. Éste es un caso prácticamente único de quilla realizada en dos materiales distintos. Teniendo esto en cuenta, así como lo extraño de una unión central en la quilla para un barco de 10 m. de eslora (existen árboles de mayor longitud), la cantidad de reparaciones halladas y la inexistencia de una unión en caja y espiga en el lado este de la unión, debe plantearse la teoría de que dicho tramo de la quilla ha sido sustituido en una reparación, que se ha realizado en otro material de inferior calidad y con una geometría que ha facilitado este ensamblaje aún a costa de disminuir la resistencia de la unión, que fue reforzada con el añadido de un tramo de sobrequilla en ese punto.

Bibliografía

- *D. Carlos de Juan Fuertes*. Tesis doctoral “Los veleros de comercio romano del Mediterráneo occidental. Análisis de familias y firmas arquitecturales (s.III a.C. – s.II d.C.)”. Universitat de València. 2013.
- *J. M. Cabrero, J. G. Gebremedhin, J. Elorza*. Criterios de rotura en miembros de madera.
- *C. Sandhaas, J-W. van de Kuilen, H. J. Blass*. Constitutive Model for Wood based on Continuum Damage Mechanics. World Conference on Timber Engineering. 2012.
- *C. Sandhaas*. Proefchrift “Mechanical Behaviour of Timber Joints with slotted-in Steel Plates”. Technische Universiteit Delft. 2012.
- *S. Holmberg, K. Persson, H. Petersson*. Nonlinear Mechanical behavior and analysis of wood and fibre materials. Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden. 1998.
- *J. R. Sotomayor Castellanos, Saúl A. Hernández Maldonado*. Características Elásticas de Maderas Mejicanas. Publicación del Laboratorio de Mecánica de la Madera 2012, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. México
- *S.A. Hernández Maldonado*. Comportamiento elástico de la madera. Teoría y aplicaciones. Tesis de Maestría, 2010. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. México.
- *J. Romero y Fernández de Landa*. Reglamento de Maderas Necesarias para la Fábrica de los Baxeles del Rey. 1783.
- *J.R. Argüelles Álvarez*. Uniones: Un reto para construir con madera. Real Academia de Ingeniería, 2010.
- Código Técnico de la Edificación. Documento Básico Seguridad Estructural, Estructuras de Madera.
- *M. Vilches Casals, E. Correal Mòdol*. Caracterización físico-mecánica de la madera de roble albar, roble cerrioide y roble andaluz de Cataluña. Sociedad Española de Ciencias Forestales, 10-14 junio de 2013.
- *A. Bravo Oviedo, G Montero Gonzalez*. Descripción de los caracteres culturales de las principales especies forestales de España. Compendio de Silvicultura Aplicada en España. 2008. Servicio de Publicaciones de la Universidad Politécnica de Madrid.
- www.secforestales.org
- www.infomadera.net
- <http://velasycanones.webcindario.com/> (fotografía L’Ambitieux)
- <http://almadeherrero.blogspot.pt/2010/11/estructura-del-tejado-de-un-lavadero.html> (fotografía cercha madera)
- http://es.wikipedia.org/wiki/Esfuerzo_de_arrufo_y_quebranto#mediaviewer/File:Ar_rufoquebranto1.PNG (imagen esfuerzos de arrufo y quebranto)
- <http://arquitecturabuque.blogspot.pt/2011/06/esfuerzos-los-cuales-el-buque-esta.html> (imagen esfuerzo torsión)