



Proyecto Fin de Carrera

Caracterización y diseño de la estrategia de control
del sistema de actuación de una etapa de
nanoposicionado 2D de largo alcance

Autor

Guillermo Camacho Híjar

Director y codirector

José Antonio Yagüe Fabra
Marta Torralba Gracia

Escuela de Ingeniería y Arquitectura
2014

Resumen

El objetivo principal de este proyecto se basa en la definición de la estrategia de control de una plataforma de posicionado bidimensional con aplicaciones en el campo de la nanotecnología.

De este modo, son tareas a realizar en el trabajo:

Análisis del equipo que acopla el sistema de actuación analizado. El estudio del estado del arte estará, así, enfocado tanto en la síntesis de características de la plataforma ya diseñada, como en la justificación del tipo de actuador utilizado: motor lineal tipo Halbach.

Caracterización de los motores lineales instalados: estudio teórico y resultados experimentales. Un total de cuatro motores encargados del desplazamiento XY del sistema serán ensayados con el fin de obtener las curvas de comportamiento Fuerza-Posición consecuencia de la interacción electromagnética entre el camino magnético y el estator, cuando por este último circula una corriente.

Determinación del bucle de control necesario para el desplazamiento 1D de un motor de forma individual. De este modo, de nuevo de forma experimental se caracterizará la función de transferencia del esquema lineal propuesto y se analizarán y propondrán posibles soluciones de control en relación con la aplicación de posicionado a escala nanométrica. Mediante simulación y construcción del esquema propuesto se analizará la viabilidad de la solución propuesta.

Por último, se concluirá con la propuesta de control para el caso global de posicionado 2D, así como con las tareas y pautas a continuar en trabajos futuros.

Contenidos

1	Introducción	1
1.1	Objetivo y alcance del proyecto	1
1.2	Contexto y antecedentes	2
1.3	Descripción del contenido	3
2	Análisis de la etapa de nanoposicionado	5
2.1	Requisitos de operación y aplicaciones	5
2.1.1	Requisitos de operación	5
2.1.2	Aplicaciones	6
2.2	Definición del sistema de actuación	8
2.3	Características de los motores lineales utilizados	12
2.3.1	Estructura	12
2.3.2	Funcionamiento	16
2.3.3	Parámetros del motor	17
2.3.4	Comportamiento teórico	18
3	Caracterización de los motores lineales	21
3.1	Objetivo	21
3.2	Descripción de los ensayos realizados	22
3.3	Metodología de tratamiento de datos y presentación de resultados	29

4 Determinación del control de un motor: 1D	33
4.1 Esquema del sistema a controlar	33
4.2 Determinación de la planta	37
4.2.1 Descripción de los ensayos realizados.	37
4.2.2 Tratamiento de datos.	41
4.3 Determinación de las leyes de comutación	44
4.4 Determinación del control	47
4.4.1 Previsión de la intensidad.	47
4.4.2 Diseño del control.	51
5 Propuesta de control para los cuatro motores: 2D	57
5.1 Esquema del sistema a controlar	57
5.2 Determinación del bloque asignación de fuerzas	60
6 Estudio económico	65
6.1 Motores magnéticos	65
6.2 Hardware y software de control	69
7 Conclusiones y propuesta de trabajo	73
7.1 Conclusiones	73
7.2 Propuesta de trabajo futuro	74
A Caracterización de los motores lineales	77
A.1 Ensayos realizados	77
A.1.1 Selección del sistema para mover una de las partes del motor	77
A.1.2 Dinamómetro (sensor de fuerza)	82
A.2 Metodología de recogida y tratamiento de datos	88
A.2.1 Recogida de datos	88
A.2.2 Criterio de Chauvenet	90

A.2.3	Obtención de las ecuaciones con MATLAB	95
B	Determinación del control de un motor: 1D	103
B.1	Determinación de la planta	103
B.1.1	Ensayos realizados y herramientas usadas para ello	103
B.1.2	Tratamiento de datos	106
B.2	Leyes de conmutación	115
B.3	Determinación del bloque control	118
B.3.1	Previsión de la intensidad	118
B.3.2	Diseño del control	127
Bibliografía		133

Capítulo 1

Introducción

En esta breve introducción hablaremos de los aspectos generales que vamos a tratar en este Proyecto Final de Carrera, con título Caracterización y diseño de la estrategia de control del sistema de actuación de una etapa de nanoposicionado 2D de largo alcance. Trataremos el objetivo y el alcance el proyecto, así como del contexto que lo rodea y sus antecedentes. Por último, explicaremos la distribución de los contenidos que se incluyen en esta memoria.

1.1 Objetivo y alcance del proyecto

Como el propio título del proyecto indica existen dos objetivos principales a desarrollar, que son: la caracterización experimental de los motores magnéticos, y el desarrollo de una propuesta de control para su utilización dentro de una plataforma de nanoposicionado con movimiento 2D. Estos dos grandes objetivos, pueden dividirse en tareas más concretas, como las citadas a continuación:

- **Análisis de la etapa de nanoposicionado que vamos a desarrollar:** requisitos necesarios que deberá cumplir nuestro sistema y las características generales, así como una definición general del sistema elegido para dicha tarea y una revisión exhaustiva de las características del modelo de motores que usaremos en nuestro caso.
- **Caracterización de los motores magnéticos:** para ello se analizarán diferentes estrategias, se elegirá la mejor y basándonos en ella se realizarán los ensayos donde se medirán las fuerzas verticales y horizontales que generan los motores

respecto de la posición en la que se encuentran. Con los datos recogidos en dichos ensayos, se realizará un proceso de tratamiento de datos para calcular las ecuaciones características de los mismos del modo más correcto posible.

- **Determinación del esquema y elementos de control para la variable de la fuerza horizontal en un solo motor (control 1D):** este es el objetivo en el que principalmente se centra este trabajo. Se deberá analizar el sistema que tenemos ante nosotros y especificar todos los bloques de los que está formado. Asimismo, se deberán definir algunos de estos bloques como son: la planta del sistema (equivalente dinámico), las leyes de conmutación y el control del sistema.
- **Propuesta de la estrategia de control de los cuatro motores que se integran en la etapa de posicionado 2D:** con los resultados obtenidos en el control de un solo motor lineal, se propondrá un esquema de control para la plataforma con aplicaciones en el campo de la nanotecnología que permita un movimiento en dos dimensiones. También se diseñará uno de los bloques que para el control de los cuatro motores resulta necesario, el bloque de asignación de fuerzas.
- **Estudio económico:** que analizará los motores magnéticos elegidos y las posibles opciones para la etapa de control. Se presupuestará un sistema de control que incluya tanto la parte correspondiente al controlador como los módulos auxiliares necesarios para realizar la función de conmutación y las transformaciones correspondientes entre fuerza e intensidad.

1.2 Contexto y antecedentes

En primer lugar, hay que contextualizar el marco de este Proyecto Fin de Carrera. Este trabajo se realiza en el Departamento de Ingeniería de Diseño y Fabricación de la Universidad de Zaragoza, concretamente en el área de Ingeniería de los Procesos de Fabricación. Dentro de esta área, el proyecto se enmarcaría dentro del campo de Metrología de precisión, ya que este es su fin último.

Este proyecto forma parte de una de las líneas de investigación que están abiertas en el departamento, y a su vez contribuye junto con otros trabajos ya realizados al desarrollo de un proyecto global. Este proyecto global se centra en el diseño y fabricación de una posicionadora 2D de amplio rango, con resolución nanométrica y capaz de integrar un microscopio de fuerzas atómicas. En particular, este TFG contribuye analizando el sistema de actuación de la posicionadora y su estrategia de control.

El uso de este tipo de motores para el movimiento de plataformas con fines metrológicos u otros fines pero con las mismas necesidades, queda reflejado en los diferentes desarrollos llevados a cabo por diferentes grupos de investigación. Significativos son los estudios realizados en la Universidad de Carolina del Norte en Charlotte (EE.UU.), de donde proceden los motores usados en este proyecto. Un ejemplo de los proyectos realizados allí y que nos servirán de guía para el nuestro son: “**A multi-scale alignment and positioning system: MAP**” [FES06] y “**Analysis and design of a long range scanning stage**” [HOL98](MAPS). Ambos trabajos que han servido como apoyo teórico, desarrollan dos plataformas diferentes en rango y arquitectura, pero nos ayudarán a resolver algunos de los detalles de nuestro sistema. También en EE.UU. un proyecto desarrollado en la Universidad de California (Los Angeles, EE.UU.): “**Modeling, Control, and Real-Time Optimization for a Nano-Precision Syste**” [SHA10], que trata sobre el control y optimización de la plataforma MAPS, nos servirá como referencia.

Igualmente, gracias a la línea de investigación del Departamento de Ingeniería de Diseño y Fabricación, existen diversos documentos que servirán como base de este trabajo. Uno de los más importantes y al que más acudiremos será: “**Diseño de una posicionadora 2D para su integración con sistemas de medición nanométrico**” [TOR10], ya que es en la plataforma diseñada en este proyecto (obviando posibles modificaciones futuras) donde se deberá de integrar el sistema de actuación analizado.

1.3 Descripción del contenido

La documentación recogida relativa a este proyecto va a estar dividida en dos grandes bloques, una memoria y dos anexos. Así pues estas son la partes en las que queda dividido este documento:

- **Memoria:** Resumen de lo realizado en el Proyecto Fin de Carrera.
- **Anexo A:** Caracterización de los motores lineales.
- **Anexo B:** Determinación del control de un motor.

En la memoria se realizará una explicación general resumida, autocontenido y concisa del desarrollo del proyecto. Constará de varios capítulos en los que se irán explicando

los pasos más importantes llevados a cabo, así como diferentes ejemplos de los resultados alcanzados.

Por otra parte están los anexos. En estos anexos se incluirá toda la información recopilada a lo largo de la realización de este proyecto, pero que no es de vital importancia ni de relevancia suficiente para la compresión del proyecto en sí, aunque sigue siendo importante su para posibles trabajos futuro o consultas.

El primer anexo contendrá información relativa al capítulo 3 de la memoria: Caracterización de los motores lineales. En él se incluirá diversa información como las características del dinamómetro usado en los ensayos y los documentos de estudio de pros y contras para la elección del tipo de ensayo. También se explicará de manera más profunda el criterio de Chauvenet, así como el proceso de tratamiento de datos en MATLAB. Por último, se mostrarán todos los resultados obtenidos de las diferentes relaciones fuerza-posición e intensidad de cada una de las fases en los cuatro motores utilizados.

El segundo anexo hace referencia al cuarto capítulo de la memoria: Determinación del control de un motor. En él se explicará con más detalle el proceso llevado a cabo para la obtención de la planta de bucle, ensayos mecánicos y tratamiento de datos con MATLAB. Se expondrán todos los resultados obtenidos, así como el proceso realizado para obtener los valores finales de la ecuación. También se demostrarán matemáticamente las ecuaciones halladas para las leyes de conmutación. Se explicarán las características de los controles PID y se volverán a detallar de forma más precisa los criterios utilizados para el desarrollo del control, así como una explicación más exhaustiva de los resultados obtenidos en la simulación.

Capítulo 2

Análisis de la etapa de nanoposicionado

Una vez hecha una breve introducción donde se han especificado los objetivos del proyecto así como su alcance, pasaremos a hacer una descripción de la etapa de nanoposicionado, explicando los requisitos técnicos que se le van a requerir, los detalles del tipo de sistema previamente elegido para la actuación y las características de nuestro sistema de movimiento en particular.

2.1 Requisitos de operación y aplicaciones

A continuación nos centraremos en los requisitos de operación y las posibles aplicaciones para nuestro sistema de posicionamiento bidimensional.

2.1.1 Requisitos de operación

Como ya hemos explicado en la introducción, en este proyecto no centramos en la etapa de posicionamiento 2D de largo alcance de una etapa con fines metrológicos. Los requisitos técnicos de dicha etapa orientada a aplicaciones en el campo de la nanotecnología son:

- ***Rango de medición (X and Y Travel):** 50x50 mm. Este amplio rango de medición es la principal característica respecto a la utilidad de la posicionadora en proyecto frente a otros sistemas.

- ***Resolución de posición (X and Y Positioning Resolution):** alrededor de 1 nm.
- ***Estabilidad (stability):** aproximadamente 1 nm. Esto significa que la plataforma, debido a causas externas, cuando no se encuentre en movimiento no se desplazará más de 1 nm.
- ***Precisión de posicionamiento (X and Y Positioning Error):** alrededor de 10 nm.
- ***Velocidad de posicionamiento y escaneado (X and Y Scanning Speed):** superior a 2 mm/s.

(*)*Datos recogidos del trabajo previo [12].*

De todos estos requisitos tan exigentes, el rango de medición es seguro que se cumplirá, debido a los motores que poseemos, como se verá más adelante. En un principio haremos pruebas con un solo motor así que el rango será de 50 mm en 1D. Cuando se pase a la estrategia de los cuatro motores, entonces el rango sí que será de 50x50 mm en 2D.

En cuanto a la resolución, la estabilidad, la precisión y la velocidad de posicionado, los motores que ya tenemos están en capacidad técnica de cumplir los requisitos. Es objetivo de este trabajo desarrollar un sistema de control que permita que estos requisitos se cumplan a la vez que los motores funcionan correctamente. Es decir, con los motores lineales ya disponibles se va a diseñar un sistema de control basado en la monitorización de diferentes parámetros y comprobación experimental de su correcto funcionamiento lo que supone un reto metrológico dada la exigencia de la aplicación final de plataforma diseñada orientada al campo de la nanotecnología como se explica a continuación.

2.1.2 Aplicaciones

Las aplicaciones para esta etapa de posicionado, por sus características particulares, hacen que se concentren en el campo de la nanotecnología, campo de investigación en auge en los últimos años.

En este caso, la herramienta integrada en el primer prototipo de la etapa va a ser un microscopio de fuerzas atómicas (AFM, Atomic Force Microscopy). Un microscopio de fuerzas atómicas es un instrumento mecano-óptico capaz de detectar fuerzas del orden de los nanonewtons. Al rastrear una muestra, es capaz de registrar continuamente su

topografía mediante una sonda o punta afilada de forma piramidal o cónica. La sonda va acoplada a un listón o palanca microscópica muy flexible de sólo unos $200\ \mu\text{m}$. Un esquema básico de la estructura de un AFM es el que puede observarse en la Figura 2.1.

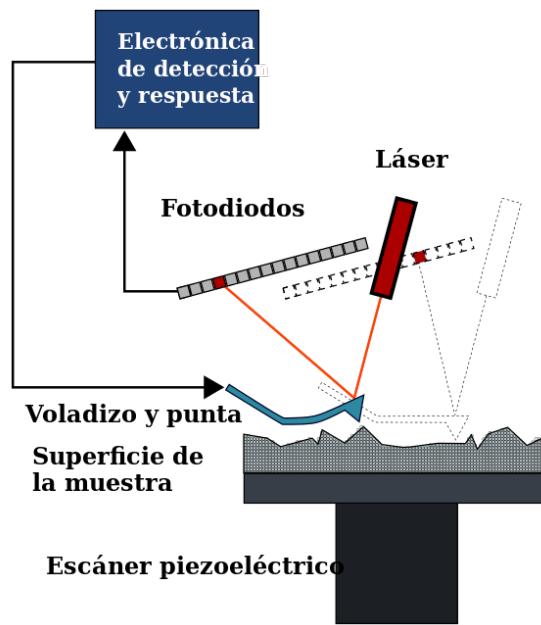


Figura 2.1: Esquema básico de un microscopio de fuerzas atómicas. **Fuente:** [1]

El funcionamiento es el siguiente. El voladizo se mueve sobre la superficie de una muestra. Este voladizo posee una punta muy fina, que puede llegar a tener tan solo $5\ \text{nm}$ de espesor. Dicha punta es la que hace contacto con la muestra.

Estas puntas suelen tener en su parte posterior un material reflectante, normalmente oro. Un láser está apuntando a esta parte y el haz es reflejado a una zona con fotodiodos (normalmente un fotodiode de cuatro cuadrantes). Conforme se va desplazando la punta a lo largo de la superficie de la muestra, el voladizo donde está colocada irá flectándose según la forma del perfil escaneado. Así pues, el rayo que incide en la parte reflectante también irá cambiando su dirección con respecto al voladizo. Los fotodiodos captan esa variación de la dirección y la transforman en el perfil de la muestra analizada.

Debido a la precisión de este tipo de aparatos, su rango de medición es reducido, y depende de la etapa de posicionado que posea el equipo. Por ejemplo, en la mayoría de sistemas comerciales y apenas superan los pocos cientos de micrómetros, de ahí que si se quieren caracterizar muestras más grandes, se debe hacer por partes y lo que se hace normalmente es partir la muestra, con la consiguiente pérdida de tiempo y precisión en

los resultados.

Así pues con nuestro sistema, mediante el cual podemos mover la muestra con alta precisión, el objetivo será ampliar el rango de medición de nuestro microscopio al de la mesa propia, en este caso 50x50 mm, dotándolo de mayor libertad de movimientos y agilizando el proceso de caracterización topográfica a la vez que se mantiene su precisión característica.

Dado el diseño de sistema que se plantea son muchas las aplicaciones a las cuales puede ser orientado. Además de para caracterización de superficies con requisitos a nivel nanométrico (AFM como primera herramienta integrada), la plataforma puede ser utilizada en procesos de nanolitografía y calibración de otros sistemas de medición 2D. Asimismo, el uso de componentes comerciales, siempre que sea posible, hace que el equipo pueda orientarse a un futuro uso industrial.

2.2 Definición del sistema de actuación

Una vez explicadas las características técnicas que debe tener nuestra mesa, continuaremos con la explicación técnica del sistema actuador que hemos seleccionado para dicha función.

Tomando el estudio realizado en [12], sobre idoneidad del tipo de motor a elegir para el sistema de actuación y las características de nuestro proyecto, el sistema elegido para mover la plataforma utilizará motores lineales de tipo Halbach.

Un motor lineal es un motor eléctrico que posee su estator y su rotor “distribuidos” a lo largo de una superficie, de forma tal que en vez de producir un torque (rotación) produce una fuerza lineal en el sentido de su longitud. Un ejemplo de la equivalencia entre un motor rotatorio y uno lineal puede observarse en la Figura 2.2. En nuestro caso el motor usado es de tipo síncrono. Los imanes, también recibe el nombre de camino magnético y se colocan de forma paralela al bobinado. Este tipo de motores basan su funcionamiento en la levitación magnética, es decir, no hay rozamiento entre sus diferentes partes, lo que permite una gran precisión y convierte la energía eléctrica en energía mecánica lineal con un alto nivel de eficiencia.

La característica principal de nuestro motor, es que en el camino magnético usamos una matriz de imanes tipo Halbach. Un ejemplo de la disposición de los imanes en una matriz de tipo Halbach, puede observarse en la Figura 2.3.

Lo que tiene de especial la matriz Halbach, es que su combinación espacial de imanes

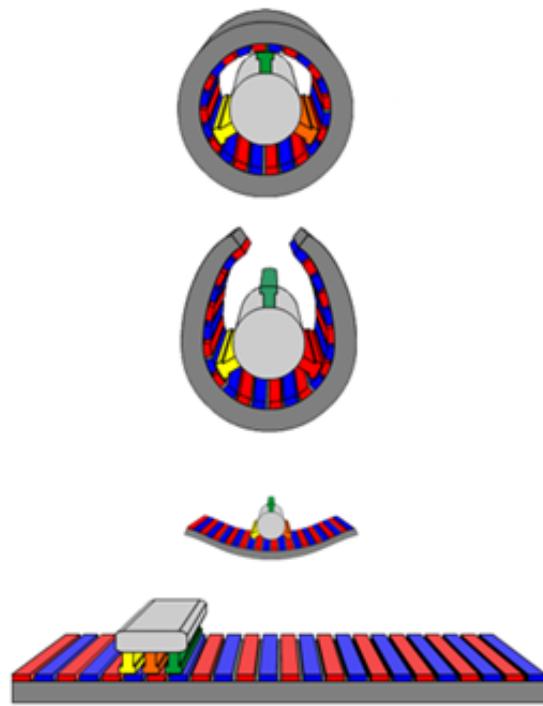


Figura 2.2: Transformación de un motor rotatorio a un motor lineal. **Fuente:** [1]

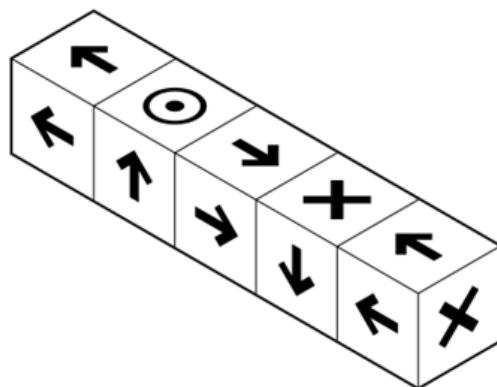


Figura 2.3: Disposición de los imanes en una matriz Halbach. **Fuente:** [1]

permanentes, permite reforzar el campo magnético a un lado de la matriz mientras que elimina por interferencia el campo magnético en el lado opuesto. Aproximadamente, el campo en lado donde se incrementa, lo hace entorno a $\sqrt{2}$ veces.

En la Figura 2.4 podemos observar la diferencia entre un campo magnético creado por camino magnético normal y un camino magnético Halbach.

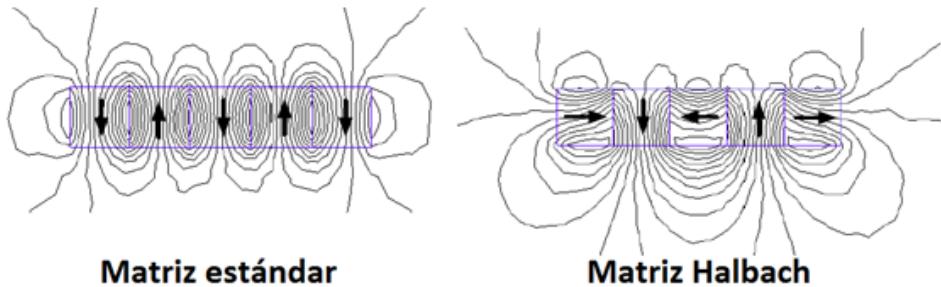


Figura 2.4: Comparación entre matriz normal y Halbach. **Fuente:** Elaboración propia a partir de [10]

Esta característica es muy útil, ya que al concentrar el campo magnético en un lado del camino magnético, nos permite tener un campo mayor, lo cual nos permitirá usar una menor intensidad en el bobinado, lo cual reduce el consumo eléctrico del sistema, el calor generado por los diversos componentes y mejora el rendimiento del motor.

Tenemos que tener en cuenta que en metrología de precisión, los gradientes térmicos han de ser mínimos o casi nulos, ya que la presencia de éstos generaría dilataciones o contracciones en diversas partes de los componentes, lo cual podría transformarse en errores en la medición final. Por lo tanto, la elección de este tipo de camino magnético nos ayudará en esta dirección.

Otro punto a favor es que al reducir el flujo magnético de la cara opuesta, éste deja de interferir con otros componentes eléctricos del sistema, los cuales podrían ver afectado su comportamiento con campos magnéticos elevados.

Otra ventaja muy importante de las matrices Halbach, es que gracias al campo que desarrollan, permiten generar a parte de fuerza vertical o fuerza de levitación, también fuerza horizontal, indispensable para el movimiento de la plataforma.

Una vez que ya sabemos la descripción física de un motor lineal con matriz Halbach, pasaremos a explicar de forma genérica su funcionamiento.

Como hemos explicado al inicio del apartado, los motores lineales síncronos se comportan como un motor síncrono trifásico estándar, donde el estator ha sido desarrollado sobre una superficie.

Los parámetros de los imanes no se pueden modificar una vez construido el motor, así pues el único parámetro significativo que se puede modificar es la intensidad de corriente que circula por el bobinado.

$$f_k = \begin{bmatrix} f_{xk} \\ f_{zk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{xk}^T(x_k) \\ S_{zk}^T(x_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1k} \\ i_{2k} \\ i_{3k} \end{bmatrix} = B_k i_k \quad (2.1)$$

La ecuación 2.1, representa las ecuaciones generales que rigen este tipo de motores lineales. Por un lado tenemos la fuerza (f_k), donde k es un numero entre 1 y 4 que representa al motor, que como vemos tiene componente vertical (f_{zk}) y horizontal (f_{xk}), característica lograda, como ya hemos dicho, gracias a la matriz Halbach. Esta fuerza que generará el motor es directamente proporcional a la intensidad que circule por sus fases (i_{1k} , i_{2k} y i_{3k}) multiplicada por una serie de parámetros característicos del conjunto del motor ($S_{xk}^T(x_k)$ y $S_{zk}^T(x_k)$) o lo que es lo mismo, el campo magnético generado (B_k). En este caso, están representadas solo tres fases, el modelo de motor más sencillo, pero podrían ser 6 fases o cualquier múltiplo de 3.

Siguiendo con la explicación del comportamiento del motor, sabemos ahora que la fuerza que generarán los motores, será equivalente a la de la intensidad de sus fases multiplicada por una serie de parámetros característicos, que dependerán de la estructura del motor, como de su diseño y los materiales que lo conforman.

$$S_{xk} = \begin{bmatrix} a \sin(\omega x_k) \\ a \sin(\omega x_k + \frac{\pi}{3}) \\ a \sin(\omega x_k + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$S_{zk} = \begin{bmatrix} a \sin(\omega x_k - \frac{\pi}{2}) \\ a \sin(\omega x_k + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}) \\ a \sin(\omega x_k + \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

En las ecuaciones 2.2 y 2.3, podemos observar dichos parámetros que multiplican las intensidades. a es el término que engloba los diferentes términos característicos del motor, tanto por su diseño como por los materiales usados. ω es un término que depende de la longitud que tienen los ciclos de imanes en la matriz Halbach y x_k es la posición relativa del camino magnético respecto del bobinado.

Se puede observar que las componentes de las fuerzas variarán de forma sinusoidal. También se puede observar, como cabría de esperar, que las tres curvas de fuerza estarán desfasadas cada una respecto de la otra por $\pi/3$ radianes.

2.3 Características de los motores lineales utilizados

Una vez explicado el comportamiento general de los motores lineales con matriz Halbach, procederemos a explicar las características concretas que poseen nuestros motores, así como una breve descripción de su proceso de producción, su funcionamiento y sus ecuaciones características. Hay que mencionar que los motores usados en este trabajo han sido fabricados en la universidad de North Carolina en Charlotte, EE.UU, expresamente para esta plataforma y que no son comerciales, ya que solo se han fabricado cuatro motores como éstos. El porqué de no sean motores comerciales, que explicaremos más detalladamente en el capítulo 6, es que ninguno de los motores comerciales que existen actualmente en el mercado tienen las características necesarias para el uso en nuestro proyecto.

2.3.1 Estructura

Matriz de imanes

La matriz de imanes, es una matriz tipo Halbach, formada por 8 imanes N5064 de Neodimio Hierro Boro sinterizado, es decir 2 periodos. En una matriz Halbach, cada periodo está formado por cuatro imanes, cada uno en las 4 direcciones principales para eliminar el campo magnético de una de las caras.

Cada imán tiene las siguientes medidas: 40 mm x 7.44 mm x 7.44 mm . Están unidos mediante un adhesivo de epoxi 3M DP420 y protegidos de la corrosión por una resina fenólica (PR1010) curada a temperatura ambiente.

La matriz está alojada en una capsula de aluminio por varias razones: para protegerla y facilitar su acople, y al no ser un material ferromagnético, no interaccionará con el campo magnético de los imanes. Debido a su gran conductividad térmica podrá disipar rápidamente el calor. En la Figura 2.5 puede observarse una representación de la matriz de imanes.

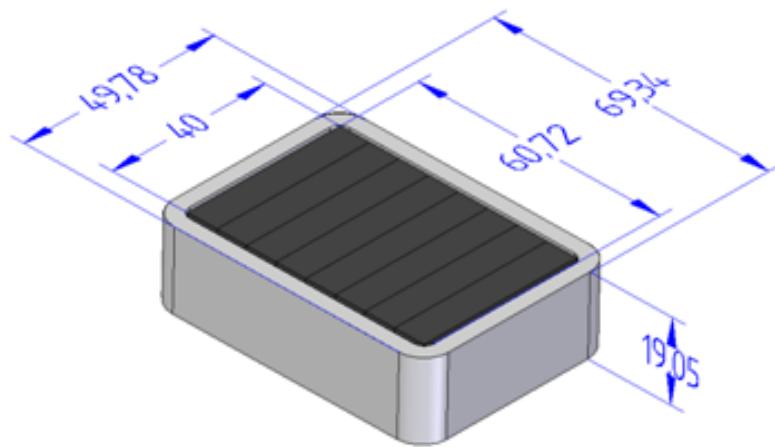


Figura 2.5: Matriz de imanes. **Fuente:** NanoPla, documento interno.

Estator (bobinado)

El estator está compuesto por un núcleo de aluminio anodizado, en cuyos extremos esta reforzado por unas tapas de aluminio, cubierto por 24 bobinas individuales de forma ovalada. Los laterales y la parte inferior están cubiertos por un compuesto conductor del calor llamado Durapot 865, fabricado por Cotronics Corporation pensado para disipar el calor que se generará en el bobinado. Además el núcleo esta anodizado para proteger las bobinas de posibles cortocircuitos. En la Figura 2.6 puede verse el estator y todas las partes que lo componen.

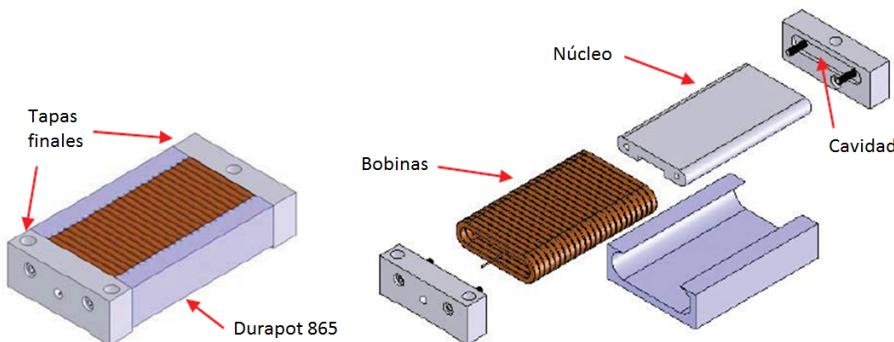


Figura 2.6: Estructura del bobinado del motor. **Fuente:** [8]

La elección del aluminio para el núcleo y las tapas de sus extremos se debe a las mismas

razones que para el caso de la capsula de la matriz de imanes pero con una ventaja añadida. La ausencia de hierro en el núcleo previene de la aparición de “coggin” en el motor. Este es un efecto completamente indeseable que repercute en el movimiento del motor, haciendo que no sea de manera continua y uniforme.

Cada una de las 24 bobinas individuales que forman el bobinado ha sido fabricada mediante 20 vueltas de cable de cobre del calibre 18. El cable está cubierto de una resina aislante para evitar el contacto y ha sido enrollado en sentido contrario a las agujas del reloj. En la parte inferior central de la bobina es donde están los dos extremos del cable que se ha usado para el enrollamiento, necesarios para la futura conexión de las fases del motor. En la Figura 2.7 puede observarse una bobina y su corte.

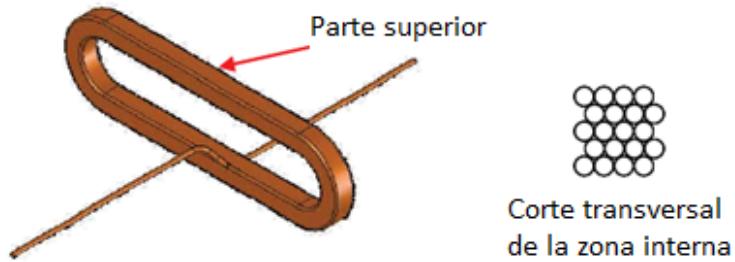


Figura 2.7: Bobina y su corte transversal. **Fuente:** [8]

Una vez que se tienen las 24 bobinas, se introducen en el núcleo de aluminio. Las bobinas se unen de ocho en ocho, formando así las tres fases del estator. Cada bobina se une a la siguiente con los extremos de cable de la bobina, prensando las dos partes de cable con un conector de aluminio (Molex#191600146). Posteriormente se coloca un tubo termoretráctil para aislar la conexión. En la Figura 2.7 se puede ver el esquema de montaje.

Una vez realizado el cableado de las bobinas, se colocan las tapas de los extremos del núcleo, para fijar las bobinas individuales y así proceder a la colocación de la resina epoxi. Para poder proceder a recubrir el bobinado con la resina epoxi, éste se debe colocar boca abajo en un molde de acero. Previamente el molde de acero habrá tenido que ser rociado con un espray especial antiadherente frente a la resina epoxi para su futura extracción. El estator se coloca boca abajo para evitar que la resina cubra la parte superior y así queden descubiertas las bobinas en esta zona. Una vez colocado así, simplemente se vierte la resina y se deja curar 24 horas a temperatura ambiente, como se puede observar en la

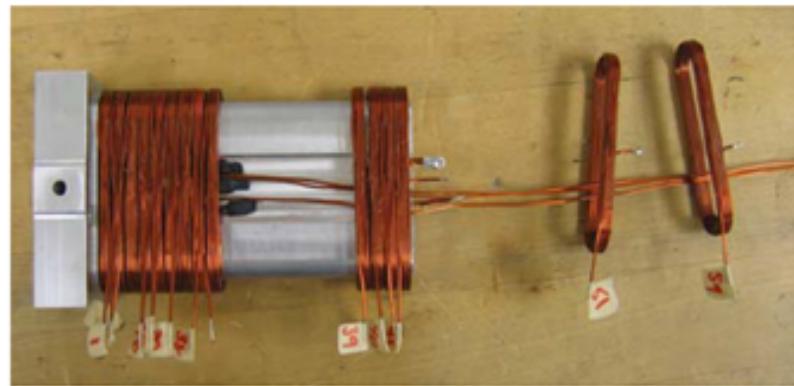


Figura 2.8: Proceso de la colocación de las bobinas en un motor del mismo tipo que el nuestro. **Fuente:** [8]

Figura 2.9. Una vez pasado ese tiempo solo queda retirar el molde y el estator está listo para su funcionamiento.

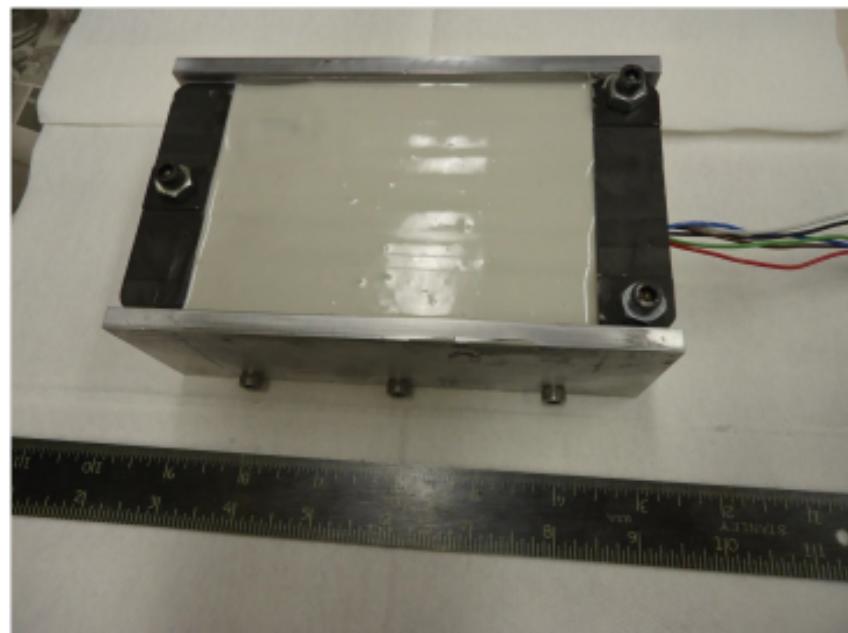


Figura 2.9: Molde para la curación. **Fuente:** NanoPla, documento interno.

2.3.2 Funcionamiento

Como ya hemos explicado en el apartado 2.2, la fuerza que generará el motor vendrá dada de la multiplicación de la intensidad que circule por las bobinas por el campo magnético que generen los imanes. Como se puede recordar en la ecuación 2.1.

El campo magnético y la intensidad de corriente son dos vectores y como resultado de su multiplicación resulta la fuerza con la que se moverá el motor, por tanto será otro vector. Para saber la dirección que tendrá dicha fuerza, basta con usar la regla de la mano derecha como se puede observar en la Figura 2.10.

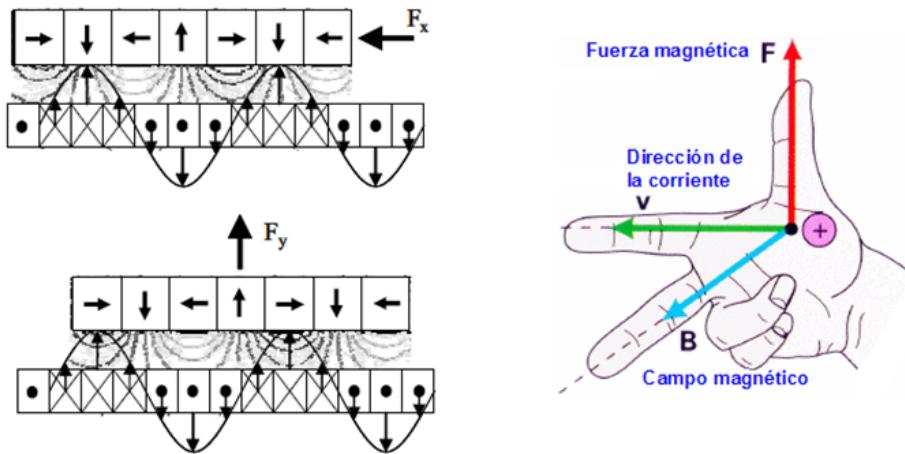


Figura 2.10: Fuerzas creadas entre bobinado e imanes. **Fuente:** Elaboración propia a partir de [2] y [8]

Sabemos también que esta fuerza dependerá de la intensidad de las bobinas y de una serie de parámetros característicos del motor, como ya pudimos observar en las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.3, donde explicamos sin profundizar demasiado en los términos de dicha expresión. Ahora explicaremos más en detalle los componentes de dicha expresión, que se puede ver desarrollada en la ecuación 2.4.

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_z \end{bmatrix} = N_m \eta_0 \mu_0 M_0 G e^{-kz_0} \begin{bmatrix} \cos(kx_0) & \cos(kx_0 - \frac{\pi}{3}) & \cos(kx_0 - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(kx_0) & \sin(kx_0 - \frac{\pi}{3}) & \sin(kx_0 - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

- N_m : es el número de espacios de longitud l que hay en la matriz de imanes, siendo l la

longitud de un ciclo de imanes en una matriz Halbach, y como ya hemos mencionado anteriormente, un ciclo está formado por cuatro imanes. En definitiva, es el número de series de 4 imanes que hay en la matriz.

- $\mu_0 M_0$: es la remanencia magnética de los imanes usados.
- η_0 : es la densidad de bobinado del estator y es igual al número de giros del cable por metro cuadrado.
- k : es el numero de onda espacial y es igual a $2\pi/l$.
- z_0 y x_0 : representan la posición de la matriz de imanes respecto del estator.
- G : es igual a:

$$G = G_0(1 - e^{-k\Delta})(1 - e^{-k\Gamma}) \quad (2.5)$$

donde Δ es igual al grosor de la matriz de imanes y Γ es el grosor del bobinado. G_0 es una constante que representa la distribución de las corrientes de fase en las ranuras rectangulares indicadas y es igual a:

$$G_0 = \frac{\sqrt{2}\omega l^2}{\pi^2} \quad (2.6)$$

donde ω a la anchura de la matriz de imanes.

Por último, teniendo en cuenta N_s como el número total de periodos de longitud l en el estator y σ como la conductividad de las bobinas del estator, tenemos que la potencia consumida por el motor será:

$$P_t = \frac{3N_s\pi^4\Gamma e^{2kz_0}(F_{xd}^2 + F_{zd}^2)}{N_m^2\sigma(\mu_0 M_0)^2\omega l^3(1 - e^{-k\Gamma})^2(1 - e^{-k\Delta})^2} \quad (2.7)$$

2.3.3 Parámetros del motor

Uno de los parámetros que a priori no se puede medir de forma directa u obtener de tablas de propiedades es la remanencia magnética de los imanes. Para poder hallar dicha

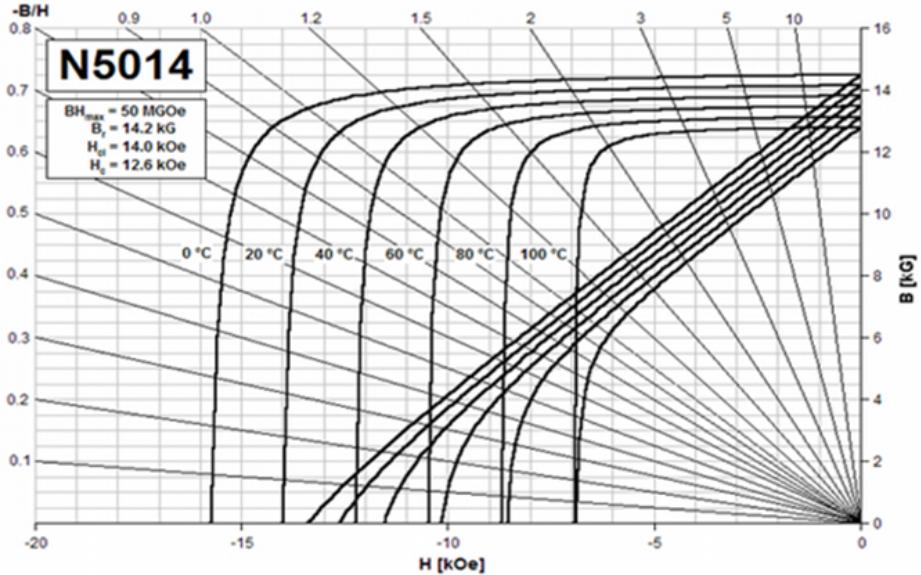


Figura 2.11: Curvas BH del material N5014. **Fuente:** [6]

remanencia debemos usar la tabla de curvas BH (Figura 2.11) de dicho material para determinar el punto donde corte la línea de carga con la curva normal.

La línea de carga se calcula como:

$$\text{Línea de carga} = \frac{t}{\sqrt{\frac{4LW}{\pi}}} \quad (2.8)$$

Donde t grosor del imán, L es la longitud y W es la anchura. La línea de carga para estos imanes es de aproximadamente 0.4. En la Figura 2.11 se puede observar como la línea de carga (negra) cruza la curva normal en el valor de 4 Kg (0.4 T). Así pues ese es el valor que usaremos como el valor de remanencia.

Este valor junto con el resto de parámetros de los motores, vienen recogidos en la Tabla 2.1.

2.3.4 Comportamiento teórico

Sabiendo ya las ecuaciones que rigen el comportamiento de los motores y conociendo también los parámetros específicos de los motores, estamos en capacidad para poder predecir el comportamiento teórico que tendrán.

Tabla 2.1: Parámetros de los motores

Parámetros	
Peso plataforma	≈ 13 Kg
Fases	3
Flujo magnético BR	1.42 Tesla
Remanente de los imanes $\mu_0 M_0$	0.4 T
Anchura de los imanes W_m (3/2 de la anchura de una bobina)	7.44×10^{-3} m
Longitud de los imanes L_m	40×10^{-3} m
Espesor de los imanes Δ	7.44×10^{-3} m
Longitud del ciclo de imanes de la matriz l	29.8 mm
Número de imanes #	8
Número de ciclos l de la matriz N_m	2
Anchura de la matriz de imanes ω	40×10^{-3} m
Longitud de la matriz de imanes LMA	5.95 cm
American Wire Gauge AWG	20
Diámetro del núcleo d	1.07 mm
Conductividad eléctrica de los devanados (cobre) σ Siemens/m	5.96×10^7 S/m
Grosor del estator Γ	4.98 mm
Anchura de las bobinas W_c	4.98 mm
Vueltas del cable en una bobina N_t	832400 vueltas/m ²
Densidad de bobinado η_0	7.44×10^{-3} m
Número total de ciclos l del estator N_s	4
Número de bobinas N_c	24
Separación entre el estator y la matriz de imanes z_o	400 μ m

Así pues el fabricante nos ha provisto de las curvas teóricas, tanto de fuerza en z como de fuerza en x, que tendría el motor, alimentando una de las fases con una intensidad de 1 A. En la Figura 2.12 se puede observar la fuerza en el eje horizontal respecto a la posición relativa de la matriz de imanes respecto del estator.

Es esperable que el comportamiento real de los motores no diste mucho del teórico, ya que en un principio se ha seguido un meticulooso proceso de fabricación y porque las ecuaciones matemáticas que rigen su comportamiento han sido calculadas y probadas ya en otro motores del mismo tipo en el lugar de fabricación, la Universidad de North Carolina en Charlotte, EE.UU. Si así lo hiciese, indicaría algún fallo en de fabricación y de ser así, se debería reemplazar dicho motor.

En el siguiente capítulo se podrán ver los diferentes ensayos que hemos realizado para comprobar si el comportamiento real se adecua al esperado y poder determinar las curvas de funcionamiento real de cada motor.

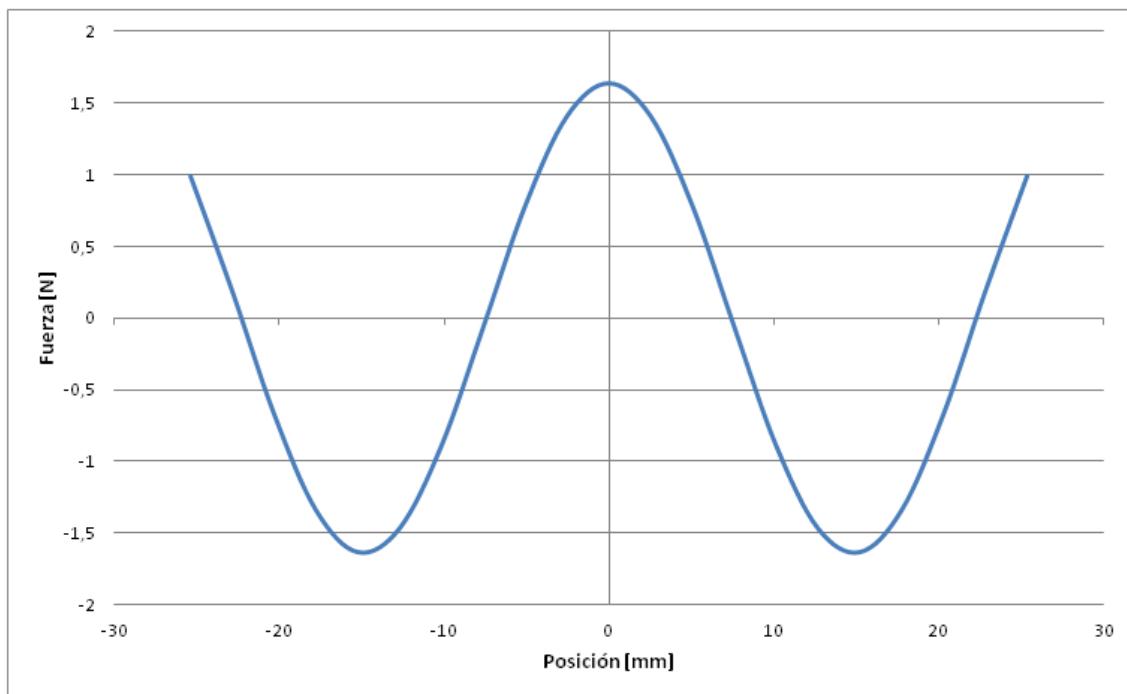


Figura 2.12: Fuerza teórica horizontal de la fase 1 que realizará el motor según su posición relativa cuando circule 1 A. **Fuente:** NanoPla, documento interno.

Capítulo 3

Caracterización de los motores lineales

Una vez que ya sabemos los requisitos respecto al movimiento de nuestra plataforma y las características de los motores que utilizaremos para tal cometido, es hora de que realicemos su caracterización, sin la cual no podríamos realizar ningún tipo de control futuro. Todos los detalles de este apartado, pueden encontrarse en el **Anexo A**.

3.1 Objetivo

Como el título del apartado indica, el objetivo de éste es el de la caracterización de los motores de tipo Halbach que utilizaremos en nuestro proyecto, que en este caso serán un total de cuatro.

Como ya sabemos, los motores que vamos a utilizar, no son comerciales. Es decir, son de fabricación artesanal. Por tanto, como todo proceso artesanal, ningún motor es exactamente igual a otro y ninguno de los motores se comportará de la misma manera. Por tanto, se hace indispensable una caracterización de cada uno de los motores.

La caracterización de un motor, es la obtención de sus ecuaciones o curvas características. Es decir, una serie de ecuaciones que detallan su comportamiento. Para ello disponemos de las características físicas de cada motor y de las curvas características de fuerza-posición generales, dispuestas por el fabricante, que nos servirán como referencia (comportamiento teórico mostrado en el apartado previo). Hay que tener en cuenta que los motores lineales realizan una fuerza que tiene dos componentes, una vertical

y otra horizontal. Así pues, cada motor, que tiene tres fases, tendrá seis ecuaciones características, dos (vertical y horizontal) por fase.

Por tanto, es nuestro objetivo analizar tanto el comportamiento de las fuerzas horizontales como verticales en relación con la posición relativa entre partes del motor, que es lo que explicaremos a continuación.

3.2 Descripción de los ensayos realizados

Como acabamos de explicar, tenemos que medir las fuerzas verticales y horizontales del motor. Para ello, hemos realizado dos montajes diferentes, dadas las diferentes direcciones de las fuerzas. Así pues explicaremos ambos montajes, aunque hay que tener en cuenta que el tratamiento de datos es completamente igual en ambos casos.

Para realizar los ensayos debemos estimar ciertas consideraciones. Tenemos que tener una idea de cómo más o menos se van a comportar los motores, para saber la cantidad y el número de repeticiones de medidas que vamos a tomar. Para ello echaremos un vistazo a las curvas características generales teóricas que nos adjunta el proveedor de los motores para hacernos una idea de su comportamiento (Figura 2.12, apartado anterior), ya que no estará muy alejado.

Una vez que sabemos la magnitud de la fuerza, podemos elegir el tipo de sensor que utilizaremos para medirla. En nuestro caso hemos utilizado un dinamómetro **CTCA5K5** de la marca “AEP transducers”, cuya carga nominal es de 5 newtons. Para la visualización de los valores del dinamómetro usaremos un display tipo **DFI** de la misma marca. Elegimos este dinamómetro porque sabíamos que las fuerzas solicitadas en los ensayos serían menores de 5 newtons y porque su rango de precisión, tolerancia, linealidad, histéresis y repetibilidad son muy buenos. Aunque lo que marcó su selección fue el rango de operación y la resolución. A parte de todo esto posee un display y un software que permite captar las medidas en tiempo real, lo que resultará ya no solo útil para este trabajo, si no para otros futuros. Una descripción detallada de dicho dinamómetro y su display se encuentran en el **Anexo A**.

También, con el rango de movimiento de los motores, que es de cincuenta milímetros, y viendo el tipo de curva característica que poseen, debemos decidir cuál es el numero de mediciones que debemos realizar a lo largo del recorrido del motor para poder realizar una caracterización que se ajuste a la realidad. Si tomamos pocos puntos de medición, la curva que calcularemos será poco representativa. Si por el contrario tomamos en exceso,

no mejoraremos relevantemente la calidad de nuestra representación, pero debido al gran numero de medidas, se hará largo y tedioso tanto el proceso de toma de datos como el de procesamiento de datos. Así pues es necesario tomar las medidas necesarias para poder realizar una curva realista, pero sin medir más puntos de los necesarios.

Como podemos observar, la curva característica tiene forma sinusoidal, con una longitud de onda muy cercana a los 30 milímetros. Por ello, realizaremos medidas cada 2 milímetros, lo que, teniendo en cuenta la longitud de 50 milímetros que pueden recorrer los motores y que nosotros vamos a medir, nos da un total de treinta puntos a medir.

Para asegurarnos de que los posibles fallos realizados durante la realización de los experimentos no invaliden los resultados y con el fin de tener suficientes medidas, realizaremos las series de mediciones tres veces cada una. Así nos aseguraremos tener datos suficientes para tener unas curvas características razonablemente representativas.

Una vez fijadas las mediciones a tomar y elegidos el dinamómetro y el display, solo queda pensar en el montaje para medir tanto la fuerza horizontal como la fuerza vertical. Para ambos ensayos debemos contar con ciertas cosas en común, aunque la colocación del sensor de fuerza y su acople variarán, así como el hecho de que en el ensayo de fuerzas horizontales el camino magnético se mantendrá estático y en el ensayo de fuerzas verticales será el bobinado lo que se mantenga quieto.

Para empezar necesitaremos que una de las dos partes del motor lineal (camino magnético y bobinado), se mueva libremente. En este caso hemos elegido el bobinado, y para que pueda moverse libremente, lo hemos colocado en un guía que gracias al aire comprimido permite libre movimiento en una dirección. La razón por la que hemos colocado el bobinado en la guía y no los imanes es porque era más pesada y voluminosa que los imanes.

También necesitaremos una fuente de intensidad que alimente al motor, en nuestro caso que sea capaz de suministrar 3 amperios de corriente continua. En las graficas teóricas que nos adjuntó el fabricante, se suministraba un amperio a al menos una fase, así que como nosotros solo podemos alimentar una, la alimentaremos con tres amperios para que resulte una fuerza equivalente al caso de tener tres fases a las que se les suministra 1 A.

Todo esto es la parte común que tienen ambos ensayos. Ahora describiremos cada uno por separado.

- Ensayo de fuerzas horizontales

Para la realización de este ensayo se barajaron dos opciones: la utilización de una guía lineal o el uso de una máquina de medición por coordenadas (MMC).

La primera opción consistía en colocar el dinamómetro mediante una pieza de acople en una guía lineal. Esta guía que permitía movimientos precisos a nivel micrométrico iría colocada al lado de la guía donde estaba la otra guía del bobinado con movimiento libre, e iría desplazando al sensor de fuerza, que a su vez movería el bobinado para poder ir tomado los diferentes datos. La fuerza la tomaríamos del dinamómetro y la posición de la guía lineal. Una imagen de esta guía lineal pude verse en la Figura 3.1.

La otra opción era colocar el sensor de fuerza en la MMC, y que ésta empujase con el dinamómetro al bobinado. La fuerza como en el caso anterior nos la daría el dinamómetro y la posición la propia MMC.

Finalmente se optó por la MMC ya que con ella podíamos también realizar los ensayos de fuerza vertical y en cambio con la guía lineal solo podíamos realizar los horizontales. Para más información el **Anexo A** incluye la justificación más detallada en relación con esta decisión.



Figura 3.1: Guía lineal. **Fuente:** Elaboración propia.

A continuación, detallamos el método elegido para los ensayos. En primer lugar, colocaremos la otra parte del motor, el camino magnético, en una estructura de tipo

pórtico de tal manera que nos permitirá colocar el camino magnético encima del bobinado. El camino magnético irá atornillado a la estructura pórtico y ésta tendrá las medidas necesarias para que después de colocado el camino magnético y situado el pórtico en la guía, solo haya 0,4 milímetros de distancia entre ellos (gap). Este montaje se puede observar en la Figura 3.2.

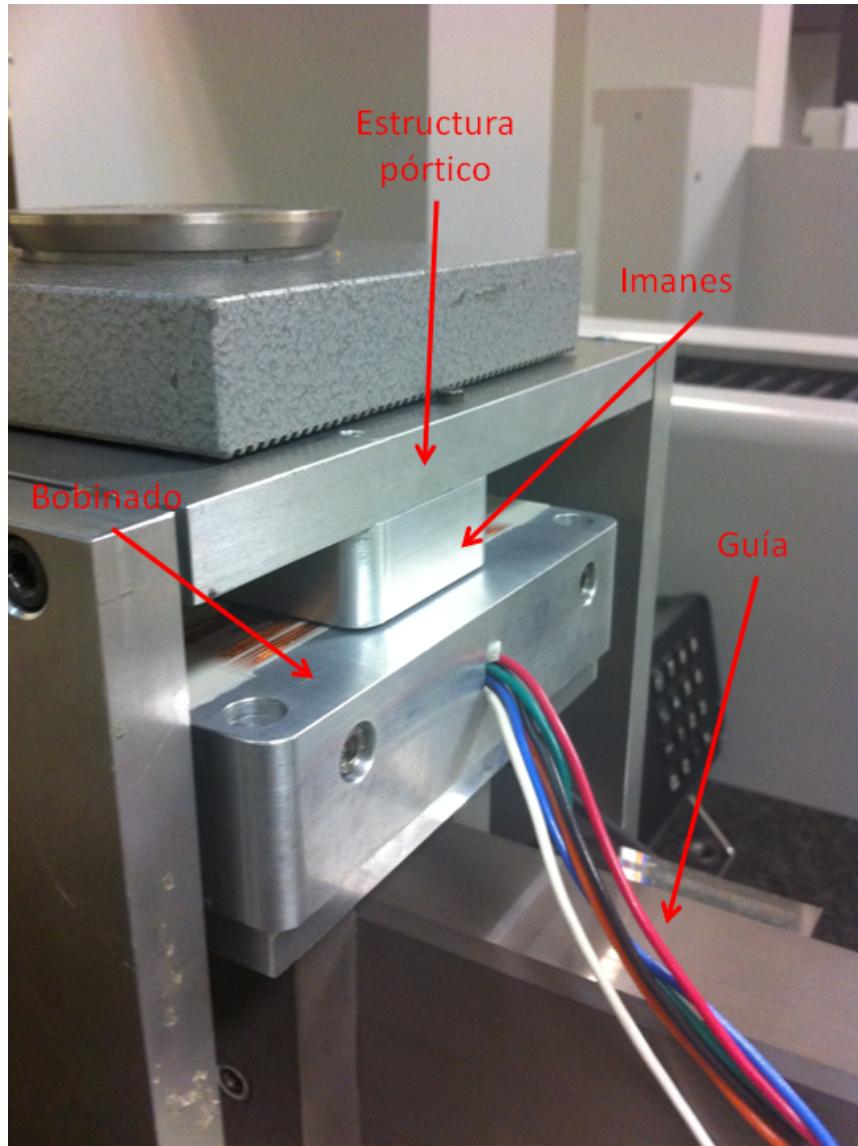


Figura 3.2: Detalle de la estructura pórtico. **Fuente:** Elaboración propia.

Una vez colocadas las dos partes del motor solo nos queda la parte del dinamómetro. En nuestro caso, decidimos colocarlo mediante una pieza de acople en la MMC. De este modo a parte de darnos la fuerza generada por el motor nos podría decir la posición del

devanado.

Para realizar los ensayos de cada motor, debemos caracterizar las tres fases que posee, y cada serie de medidas las repetiremos tres veces, como ya habíamos explicado. Para ello alimentaremos la fase que queramos medir, con 3 amperios de corriente continua, por razones que también hemos explicado anteriormente.

El funcionamiento del ensayo será el siguiente:

- Colocaremos el bobinado, que en nuestro caso es la parte móvil ya que el camino magnético está fijado a la estructura pórtico, en una posición de equilibrio, cercana a uno de los extremos del bobinado. Para ello, haremos circular corriente por el motor y dejaremos que libremente se coloque en ella. Ese será nuestro punto de partida para las mediciones.
- En esta posición del motor, acercaremos la MMC con el sensor de fuerza acoplado, hasta que haya un ligero contacto determinado por la lectura del propio sensor. En ese preciso momento, haremos cero en la MMC y estará todo dispuesto para comenzar la medición.
- La MMC irá avanzando de dos en dos milímetros y de tal manera que empujará al devanado. Éste ejercerá fuerza sobre el dinamómetro que será proporcional al desplazamiento respecto de la posición de equilibrio y a la corriente que circule por él. Véase la Figura 3.3 para el detalle del empuje.

Habrá que tener en cuenta que debido al carácter sinusoidal de las fuerza, llegará un momento que dicha fuerza será de signo negativo, lo que conllevaría que el devanado comenzaría a alejarse del sensor de fuerza y perderíamos el contacto y la medición de la fuerza. Por ello cada cierto número de medidas tendremos que cambiar la polaridad de la corriente para evitar dicho suceso. En estos casos habrá que tener en cuenta que las medidas de fuerza que estemos midiendo, debido al cambio de signo en la intensidad, en la realidad tendrán el signo contrario.

Para ello, creamos un pequeño programa en el software que maneja la MMC, que nos permitía mover el cabezal de dos en dos milímetros, parando entre desplazamiento y desplazamiento para poder recoger los datos de posición y fuerza y que también nos avisaba de cuando cambiar la polaridad de la corriente.

Así pues, mediante este método se fueron tomando datos de fuerza y posición para las todas las fases de todos los motores y este proceso fue repetido hasta alcanzar tres

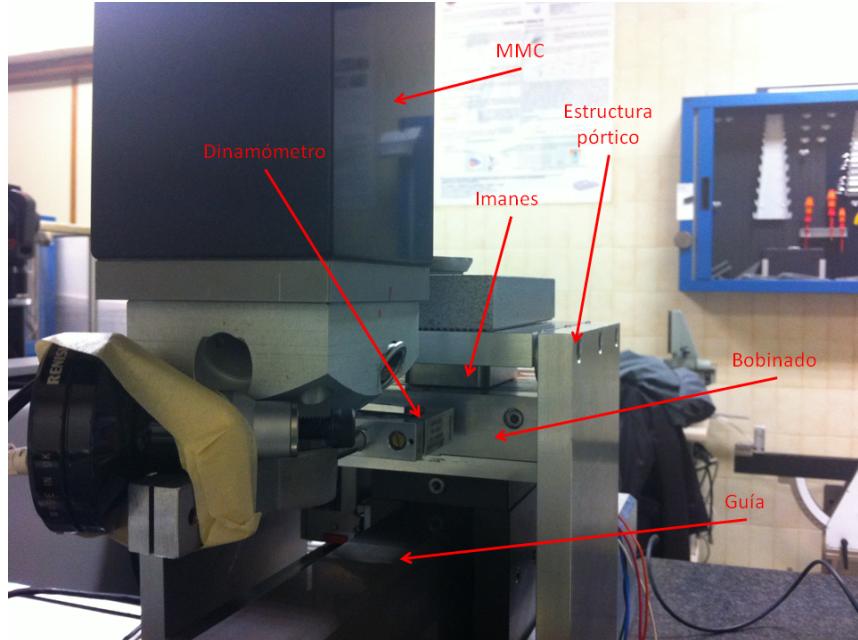


Figura 3.3: Detalle del dinamómetro y acoplado a la MMC. **Fuente:** Elaboración propia.

repeticiones de todas la medidas.

El devanado es bastante más ancho que el camino magnético, así que durante la fase de utilización de los motores, estos trabajarían a lo largo de todo el ancho del devanado, no solo en la parte central. Así que para asegurarnos de que los motores se comportaban de la misma manera, estuvieran donde estuvieran los caminos magnéticos, realizamos estos ensayos de recorrido en tres posiciones distintas: a lo largo de la parte izquierda, a lo largo de la parte central y a lo largo de la parte derecha.

- Ensayo de fuerzas verticales

Para realizar el ensayo de las fuerzas verticales, al igual que en el ensayo de las fuerzas horizontales, aplicaremos al motor una intensidad de 3 amperios. También realizaremos los ensayos en tres posiciones a lo largo de toda la anchura del bobinado (izquierda, centro y derecha), para asegurarnos de su buen comportamiento en todas las posiciones posibles.

En este ensayo cambiarán algunas cosas:

No utilizaremos la estructura pórtico para la sujeción del camino magnético, ya que en este caso la parte que estará fija, será el devanado.

Mediante una nueva pieza de acople uniremos el sensor de fuerza al cabezal de la

MMC, al que acoplaremos el camino magnético y el cual colocaremos a 0,4 milímetros del bobinado como el ensayo anterior. Todo este montaje puede observarse en la Figura 3.4.

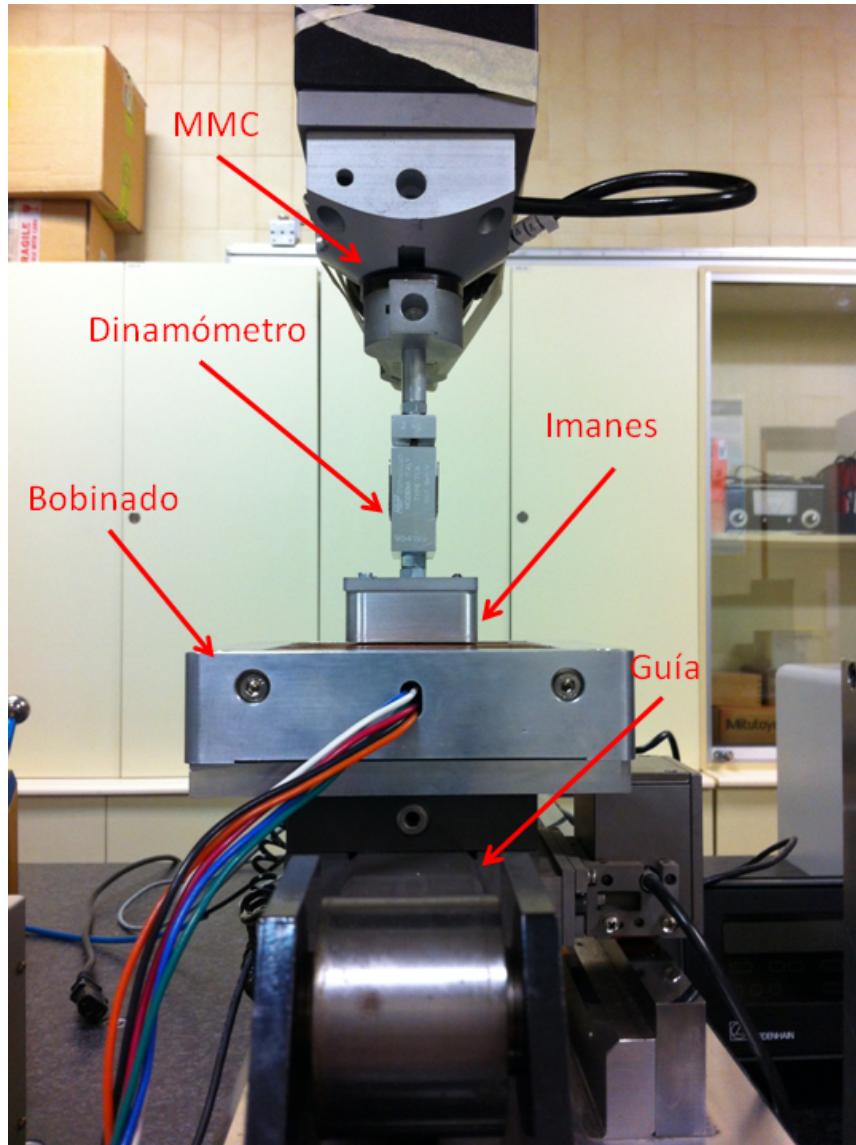


Figura 3.4: Montaje del ensayo de fuerzas verticales. **Fuente:** Elaboración propia.

Cuando esté colocado a la altura deseada, dejaremos que mediante la guía de aire comprimido el bobinado se coloque en una posición de equilibrio cercana a uno de los extremos. Una vez que llegue al equilibrio, cerraremos el flujo de aire. De este modo el devanado quedará inmóvil y ese será nuestro punto de inicio para las mediciones.

Llegados a este punto, haremos cero en la MMC y con el mismo programa que en los

ensayos de fuerzas horizontales la MMC irá moviendo el camino magnético respecto del devanado, y así iremos tomando datos. La única diferencia es que en este caso no hará falta cambiar la polaridad de la intensidad, ya que el camino magnético está unido al dinamómetro y puede directamente medir fuerzas en ambos sentidos.

3.3 Metodología de tratamiento de datos y presentación de resultados

Una vez que tenemos todos los datos de los respectivos motores, resta solo su tratamiento para asegurarnos la eliminación de cualquiera que sea erróneo.

Primero de todo se graficaron los resultados, con el fin de poder ver los resultados de forma visual. Gracias a esto se pudieron observar, a simple vista, los fallos más relevantes en la recogida de datos, como pueden ser el introducir el signo de la fuerza contrario o introducir algún número con la coma decimal en posición incorrecta.

Una vez corregidos los fallos más obvios, debe aplicarse a los mismos algún criterio estadístico para eliminación de datos espurios no detectables a simple vista y determinar, de este modo, si cada uno de ellos es significativamente estadístico. Los datos espurios aparecen cuando se reitera una medida, pudiendo cometer errores gruesos en la propia medición o a la hora de introducir los datos en la hoja de cálculo.

Para la eliminación de estos datos espurios, se utilizó el criterio de Chauvenet, el cual indica que deben rechazarse todas las medidas cuya probabilidad de aparición sea inferior a $1/(2n)$, siendo n el número de medidas realizadas. En este caso particular, esto supone que una vez calculada la media (\bar{x}) y la desviación típica (σ) de todas las mediciones (x_1, x_2, \dots, x_i), han de rechazarse aquellas medidas en las que se cumpla:

$$\frac{|x_i - \bar{x}|}{\sigma} > k \quad (3.1)$$

Siendo σ y k :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.2)$$

$$k = \frac{0.435 - 0.862 \cdot a}{1 - 3.604 \cdot a + 3.213 \cdot a^2} \leftarrow a = \frac{2 \cdot n - 1}{4 \cdot n} \quad (3.3)$$

Hay que tener en cuenta que esta metodología hay que realizarla con las series de datos adecuadas. En nuestro caso tenemos que comparar la medida de la fuerza, que es la relevante, ya que la de posición apenas varía al usar la MMC. Y en tal caso, nuestras series de datos estarán formadas por la diferentes medidas de fuerza que hemos tomado para un mismo punto, que son tres repeticiones que realizamos de cada lado en las tres posiciones diferentes por las que medimos (izquierda, centro y derecha), nos da un total de 9 datos a tratar por serie.

Para poder aplicar el criterio hay que tener en cuenta las siguientes consideraciones:

1. El criterio de Chauvenet se aplica de forma continuada hasta que no se rechace ninguna medida.
2. El número de rechazos que se aceptan en cada aplicación de la ecuación 3.1 si el número de reiteraciones de la medida es menor o igual a 10 y 2 si se encuentra entre 10 y 20. Si hubiese más rechazos, la serie de medidas debe ser anulada y revisado el método empleado.

Así pues una vez aplicado este criterio y eliminados los datos espurios, estamos en poder de una serie de datos que ya podemos decir que no resultarán inválidos por errores de medición o registro.

El siguiente paso es con los datos de las 24 ecuaciones características que poseemos (3 fases por cuatro motores y fuerzas horizontales y verticales), analizarlos matemáticamente para poder deducir de ellos la ecuación matemática que lo rige, es decir, la ecuación más próxima a su distribución y para ello utilizaremos el programa matemático MATLAB.

Iremos introduciendo en MATLAB los diferentes datos de cada fase. Primero debemos introducir dos vectores. Uno con los datos de posición y otro con los datos de fuerza. Hay que poner cuidado en no introducir los datos eliminados mediante el criterio de Chauvenet.

Una vez introducidos, utilizaremos la función “**cftool(x,y)**”, la cual nos permite representar los diferentes datos en una gráfica y además nos permite aproximar dichos datos al tipo de ecuación que queramos.

Este proceso podría ser un poco complicado si no supiésemos que ecuación se supone que tiene que ser de forma teórica, pero en nuestro caso poseemos los datos teóricos del

proveedor, así que solo debemos ajustar los datos para que nos aproxime la nube de datos a la ecuación teórica y nos dará el resultado.

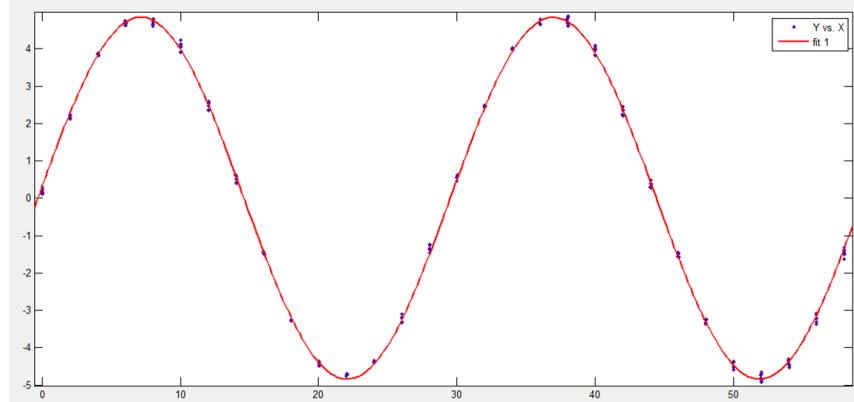


Figura 3.5: Ejemplo de una fase con los puntos medidos y la ecuación de aproximación.

Fuente: Elaboración propia a partir de MATLAB.

En la Figura 3.5, se puede observar los puntos introducidos (azul) y la ecuación que el programa ajusta como la más óptima.

A parte de una respuesta gráfica, el programa nos da otra serie de datos, como la formula de la ecuación, con un intervalo de confianza del 95%, además de varios índices de la bondad en el ajuste. En el extracto siguiente, obtenido del programa MATLAB, se pueden observar los datos obtenidos de la gráfica de la Figura 3.5:

General model:

$$f(x) = a * 2.99 * \sin(k * x / 1000 + F_i)$$

Coefficients (with 95% confidence bounds):

$$F_i = 0.06768 \ (0.06106, \ 0.0743)$$

$$a = 1.62 \ (1.614, \ 1.626)$$

$$k = 210.5 \ (210.3, \ 210.7)$$

Goodness of fit:

SSE: 2.507

R-square: 0.9992

Adjusted R-square: 0.9992

RMSE: 0.09858

De la ecuación general introducida ($f(x)$), que hace referencia a la posición del motor en milímetros, decir que a es igual a $N_m \eta_0 \mu_0 M_0 G e^{-kz_0}$ y k a $2\pi/l$, procedentes de la ecuación 2.1. La constante igual a 2.99 multiplica a a porque nosotros alimentábamos las fases con 2.99 amperios y no con uno y F_i es el desfase.

Como se puede observar, la ecuación dada por programa se ajusta a los datos introducidos en un 99,92%, que es un dato muy bueno.

Este proceso se repetirá con cada una de las tres fases de los cuatro motores. Cabe destacar que el peor coeficiente de ajuste estuvo en el 99,45%, lo cual nos lleva a pensar que las curvas están ajustadas en nivel más que satisfactorio.

Ahora que ya sabemos cada una de las ecuaciones características de todas las fases de los motores, podremos pasar a la siguiente fase del proyecto.

Capítulo 4

Determinación del control de un motor: 1D

Una vez que ya disponemos de las ecuaciones características de cada motor podemos empezar a pensar en el control de la plataforma. Como ya sabemos la plataforma consta de 4 motores, así que el control definitivo será uno que controle los 4 de manera conjunta.

Pero para llegar hasta allí debemos ir paso a paso, y lo primero que haremos será realizar el control de un solo motor. Cuando ya tengamos dicho control, nos será mucho más fácil afrontar el control de los cuatro a la vez.

4.1 Esquema del sistema a controlar

Lo primero de todo, para poder controlar un sistema, debemos saber su esquema, es decir los componentes que posee y también las ecuaciones que rigen el comportamiento de dichos componentes. El esquema que representa con más detalle el sistema que será la plataforma, se puede ver en la Figura 4.1.

Si bien, todas las partes tienen su finalidad, y en el montaje final será necesaria su presencia, en el desarrollo de los controles, algunas partes se pueden obviar, ya que no interfieren directamente en el desarrollo del control.

Para realizar el control de un motor, tenemos que controlar dos parámetros, la fuerza en X y la fuerza en Z. En teoría tendríamos que estar monitorizando tanto la posición del motor en Z como en X. Para ello serían necesarios dos controladores, que realizarían las mismas funciones. Para simplificar el estudio y solo en este caso de un solo motor,

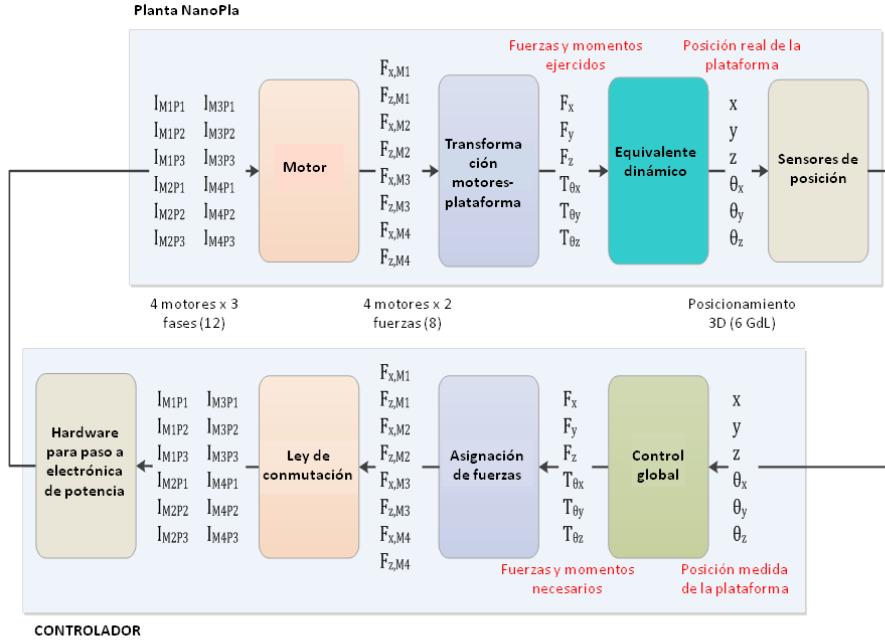


Figura 4.1: Esquema general del sistema completo de NanoPla. **Fuente:** NanoPla, documento interno.

supondremos que la posición en Z no sufre de agentes externos, por lo tanto se mantendrá constante, sensores en Z y actuadores en Z para corregir el movimiento. Así pues le aplicaremos un valor constante y no tendremos que estar controlándola. De esta forma nos centraremos en la posición en X.

Así pues, eliminando las partes innecesarias o redundantes y obviando la fuerza en Z como ya hemos dicho, el esquema simplificado que utilizaremos para el estudio del control de un motor, será el que se puede observar en la Figura 4.2. Y como se verá conforme vayamos avanzando, al final tendremos que calcular todos los bloques representados en la figura.

A continuación vamos a explicar que es cada uno de los bloques que se observan en el esquema:

- Bloque de entrada: La entrada del sistema corresponderá a la posición en una coordenada. En nuestro caso, al trabajar con un solo motor, se trabajará con una distancia de referencia (X_{ref}). Se puede observar como en el nodo inicial se restan

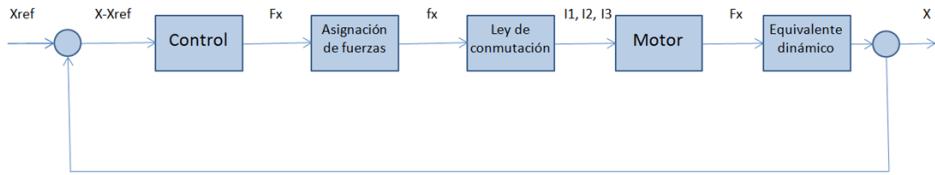


Figura 4.2: Esquema simplificado del sistema NanoPla. **Fuente:** Elaboración propia.

Xref menos **X**, que es la posición actual de la matriz de imanes. Esta operación de resta sirve para saber la distancia restante al objetivo, ya que de otra manera no sabríamos cuando detenernos.

- Bloque Control: Este es el bloque que vamos a diseñar en este apartado. A este bloque le llegará la señal del anterior, que es la distancia que le resta al motor para llegar a su destino. Sabiendo esa distancia, mediante unas ecuaciones que deberemos definir, el control emitirá en respuesta la fuerza total **Fx** y **Fz** que deberá ejercer el motor. En nuestro caso la **Fz** será siempre constante ya que no queremos que sufra oscilaciones en esa dirección, y la **Fx** irá cambiando en función de su posición relativa.
- Bloque Asignación de Fuerzas: Este bloque, que también deberemos de diseñar nosotros, se encarga de una vez sabidas las fuerzas totales que se tienen que ejercer, distribuirlas en los motores necesarios para que se cumpla tal desplazamiento. En nuestro caso solo tenemos un motor, así que esta etapa en la que estamos diseñando el control para un solo motor, este bloque se puede omitir, ya que todas las fuerzas las deberá realizar el único motor que controlamos.
- Bloque Ley de Comutación: En este bloque, se transformarán las necesidades de fuerza en su equivalente de intensidades mediante unas formulas de conmutación que tendremos que definir nosotros.
- Bloque Motor: Este bloque como su nombre indica es el propio motor, a este bloque llegan las intensidades mandadas por el bloque anterior, circulan por el bobinado y transforman esas intensidades en fuerzas. Así que la salida de este bloque son fuerzas. Las ecuaciones de este bloque no hacen falta calcularlas ya que en son sus ecuaciones características, que ya calculamos en el capítulo 3.

- Bloque Equivalente Dinámico: Este último bloque es el que representa el sistema que tenemos que mover. Este es uno de los bloques más importantes ya que de él dependerá el diseño del control. A este bloque llegan las fuerzas generadas por el motor, que harán que se mueva una cierta longitud. Por eso la salida de este bloque es la posición global del sistema (\mathbf{X}).

Como acabamos de explicar líneas arriba, en el caso especial del control de un solo motor, el Bloque Asignación de Fuerzas es irrelevante, así que se puede eliminar ya que no afecta al sistema. También hay que tener en cuenta que el Bloque Ley de Comutación es igual a la inversa del Bloque Motor, lo cual hace que al estar seguidos uno detrás del otro se simplifiquen. Para que se entienda mejor, sería como multiplicar una expresión por su inversa: $A * A^{-1}$, cuyo resultado es 1, así que a efectos de cálculo del control se pueden eliminar ambos bloques. Aunque no intervengan en el estudio del control, los deberemos de considerar, dado que la intensidad que se envía a los motores es uno de los parámetros sobre el que podemos actuar.

Así pues para el cálculo del control, teniendo en cuenta lo que acabamos de explicar, el sistema final que tendríamos que analizar sería algo más sencillo que el primero propuesto. El sistema se puede observar en la Figura 4.3. De acuerdo con el esquema, las partes más importantes que debemos de calcular para poder manejar el motor serán el Bloque Control y el Bloque Equivalente Dinámico. Este último lo llamaremos a partir de ahora planta.

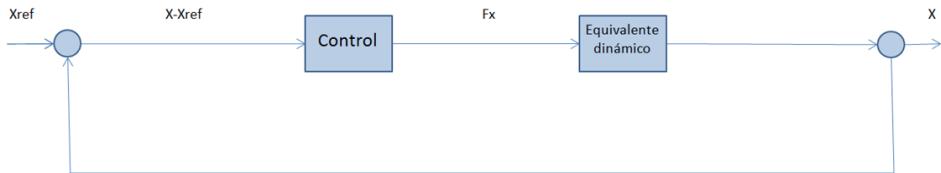


Figura 4.3: Esquema simplificado del control de un solo motor. **Fuente:** Elaboración propia.

4.2 Determinación de la planta

En este apartado vamos a definir el bloque de la planta. Este bloque es muy importante, es sabido que si queremos diseñar un buen control, necesitamos que la planta definida sea lo más próxima a la real. Si por ejemplo diseñamos un control muy bueno, pero la planta está desde el principio mal calculada, los resultados no serán óptimos y el trabajo habrá sido en vano.

Hay que tener en cuenta que nuestra planta es un caso un poco especial, que hace un poco más complicado el cálculo de nuestro control y es que en nuestro sistema, no es estable, es decir, que va variando su ecuación de transferencia.

Eso quiere decir que el control será más complicado de diseñar. La ventaja de las plantas estables es que una vez que diseñas un buen control como la planta no va a variar la respuesta se comportará bien mientras la planta o el propio control no se estropeen o sufran modificaciones externas.

Este tipo de controles por lo general no se comportan bien con plantas variables, y la respuesta suele sufrir bastante cuanto más varíe la ecuación de transferencia de la planta. Así que más adelante veremos qué es lo que tendremos que hacer con el control, pero primero de todo es hacer los cálculos de la planta.

Si bien con los métodos de que disponemos, no podremos calcular con precisión absoluta nuestra planta, intentaremos realizarlo de la mejor manera posible, para que una vez que probemos el control por primera vez estemos lo más cerca posible del control definitivo.

De todas formas, una vez calculado el control teórico, el motor se podrá probar de forma real y mediante la respuesta que nos vaya dando, podríamos ir ajustando los valores de control para ir perfeccionando la respuesta del sistema.

4.2.1 Descripción de los ensayos realizados.

Antes de realizar cualquier tipo de ensayo, lo primero de todo es saber qué es lo que vamos a medir, y para ello tenemos que saber el comportamiento que va a tener nuestro motor para así poder idear un ensayo con el que seamos capaces de medir lo que nos interesa.

Para empezar, tenemos que saber que el sistema dinámico que tenemos en nuestro sistema es un sistema oscilatorio armónico amortiguado. La ecuación 4.1 es la que rige este tipo de sistemas además, también podemos observar su función de transferencia equivalente

(ecuación 4.2).

$$F = m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + k \cdot x \quad (4.1)$$

$$\frac{x(s)}{F(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\epsilon\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4.2)$$

Donde:

$$\omega_n^2 = \frac{k}{m} \quad (4.3)$$

$$2\epsilon\omega_n = \frac{b}{m} \quad (4.4)$$

k es la constante del sistema, k en este caso es definida por el campo magnético generado por el motor, b es el coeficiente de amortiguamiento que depende del fluido en el que se encuentre inmerso el motor (en este caso aire) y m es la masa del móvil.

De la segunda ecuación se puede decir que el término $2\epsilon\omega_n$ es el que hace referencia al amortiguamiento y el término ω_n^2 hace referencia a la frecuencia característica del sistema. Entonces nuestro objetivo será hallar esos dos términos, pues con esos dos términos se define la ecuación característica de nuestra planta.

Como vemos en las ecuaciones, el término ω_n^2 , depende de k , que a su vez depende de la intensidad que circula por el motor. Para poder acelerar y frenar el motor para moverlo, la intensidad que circule por los motores tendrá que ir variando, así que este es el motivo por el que al principio de este apartado hemos dicho que nuestra planta es variable.

Ahora vamos a explicar el proceso que hemos seguido para hallar dichos términos. Primero de todo debemos tener en cuenta la forma que tiene este tipo de movimiento, que se puede observar en la Figura 4.4.

Una vez que sabemos la gráfica de movimiento que seguirá nuestro motor, tenemos que realizar un ensayo dinámico y recoger datos de la posición del motor durante un periodo de tiempo. Para ello utilizaremos un interferómetro laser Renishaw XL-80, con el que seremos capaces de ir registrando los datos necesarios.

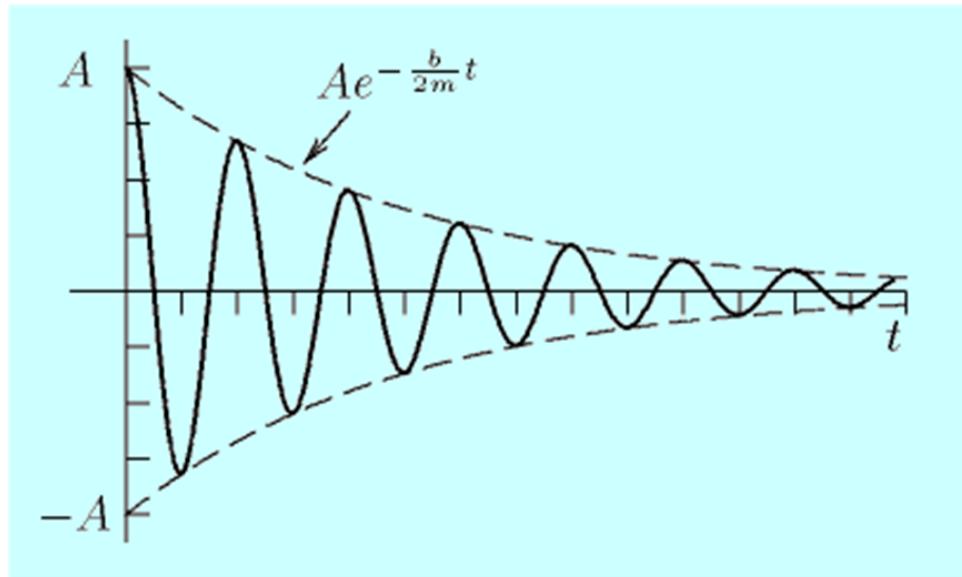


Figura 4.4: Gráfica teórica de un movimiento oscilatorio armónico amortiguado.

Fuente: [1]

Un interferómetro es un instrumento que emplea la interferencia de las ondas de luz para medir distancias con gran precisión. El sistema de interferometría, consta de dos partes principales, un emisor/receptor del rayo láser y los juegos de lentes. Un esquema básico de las partes de un interferómetro láser se puede observar en la Figura 4.5.

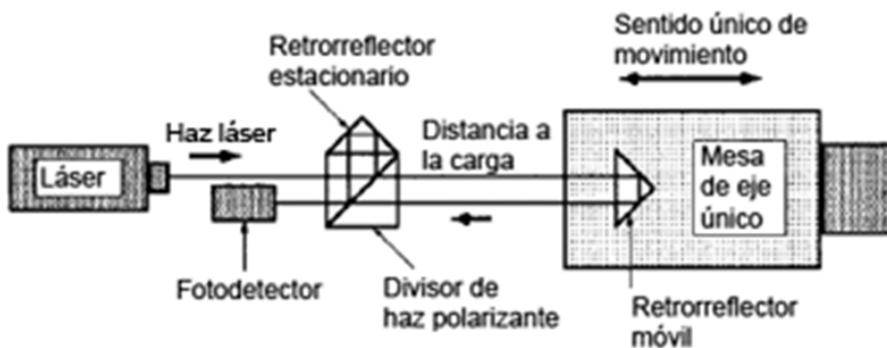


Figura 4.5: Esquema de un interferómetro laser. Fuente: [3]

La luz del láser es dirigida hacia el divisor polarizante de haz, que contiene un espejo parcialmente reflectivo. Parte del haz láser atraviesa el divisor polarizante de haz, y parte del haz láser es reflejado. La parte que atraviesa el divisor polarizante alcanza al

retrorreflector móvil, el que refleja nuevamente el haz, retornándolo hacia el retrorreflector que lo deriva hacia el fotodetector. La otra parte del haz que es reflejada por el divisor de haz incide sobre el retrorreflector estacionario, separado a una distancia fija. El retrorreflector lo vuelve a reflejar al divisor de haz antes de que sea reflejado también hacia el fotodetector.

Como resultado, los dos haces de rayo láser inciden sobre el fotodetector, el que convierte la combinación de los dos haces en una señal eléctrica. Debido a la manera en que los rayos láser interactúan, la salida del detector depende de una diferencia en las distancias recorridas por los dos haces de rayo láser. Dado que ambos rayos de luz viajan a la misma distancia desde el emisor láser al divisor láser, y desde el divisor láser al fotodetector, estas distancias no están involucradas en la medición de posición. El interferómetro láser depende sólo de la diferencia de distancias entre el recorrido cerrado del haz láser desde el divisor de haz hacia el retrorreflector móvil y la distancia del recorrido cerrado fijo del haz láser desde el divisor de haz hasta el retrorreflector estacionario. A partir de ahí es el software del interferómetro el encargado de realizar los cálculos de la distancia recorrida por el retrorreflector móvil, que es lo que se pretende determinar.

Ahora que sabemos cómo funciona un interferómetro, debemos colocar las diferentes partes en una posición adecuada. El emisor/receptor lo colocaremos con un trípode, para asegurar su estabilidad durante la medición. El primer juego de lentes, el divisor de haz polarizante, lo colocaremos entre el emisor/receptor y el objeto que queremos medir de forma también estable. Por último, el retrorreflector móvil, lo colocaremos junto al motor, pues la distancia a este objeto es la que queremos medir. En la Figura 4.6 se puede observar el montaje realizado.

Como puede observarse en el montaje, la matriz de imanes está fijada a la MMC y no puede moverse, mientras que el bobinado queda libre en la guía de aire comprimido. Para realizar las medidas de este sistema oscilatorio armónico amortiguado, deberemos dejar que el bobinado se establezca en una posición de equilibrio. Después de eso, se le forzará a una posición inestable mediante un pequeño desplazamiento y se medirá su posición hasta que definitivamente vuelva a quedarse estático en su posición de equilibrio.

Una vez realizado el montaje, solo queda la fase de captura de datos. Este interferómetro a parte de la medida de distancias fijas es capaz de realizar medidas dinámicas, es decir que es capaz de medir distancias que van variando, que es nuestro caso. Así que usaremos esa especificación.

Como queremos tener datos suficientes para poder realizar medias ponderadas,

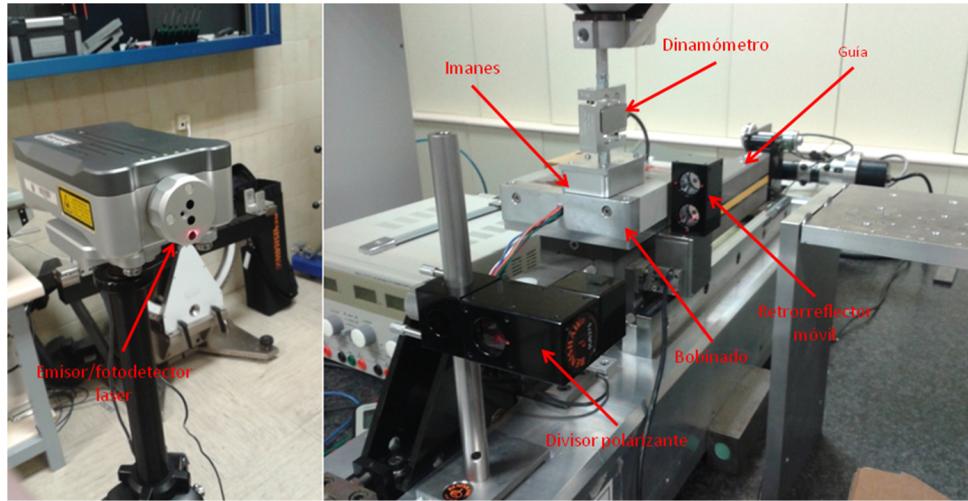


Figura 4.6: Montaje del interferómetro laser. **Fuente:** Elaboración propia.

repetiremos las medidas tomadas tres veces por cada fase. También como sabemos que la ecuación de transferencia de nuestra planta varía conforme a la intensidad que circula por el motor, alimentaremos las fases con 3 y 1 amperios, para poder así obtener dos ecuaciones. En la Figura 4.7 se puede observar la gráfica resultante de uno de los ensayos.

4.2.2 Tratamiento de datos.

Una vez que tenemos las graficas de movimiento y los parámetros que tenemos que calcular, el siguiente paso es el de obtener la ecuación de movimiento que describe nuestro motor. Para ello realizaremos una serie de cálculos.

Primero empezaremos explicando el cálculo del término ω_n^2 . Este término hace referencia a la frecuencia de oscilación del sistema. Como se observa en la Figura 4.4, la forma de la ecuación es de tipo sinusoidal, así que este término hace referencia a la frecuencia de oscilación característica de dicho movimiento.

En teoría, esta frecuencia es igual a lo largo de todo el movimiento del motor, aunque en nuestro caso, ya que no es un sistema perfecto y posiblemente haya algún pequeño rozamiento, esta frecuencia va variando a lo largo del tiempo mientras se desarrolla el movimiento. Esto es un problema ya que no tenemos una misma frecuencia para el mismo movimiento.

Nuestra solución para este problema ha sido calcular todos los intervalos de tiempo

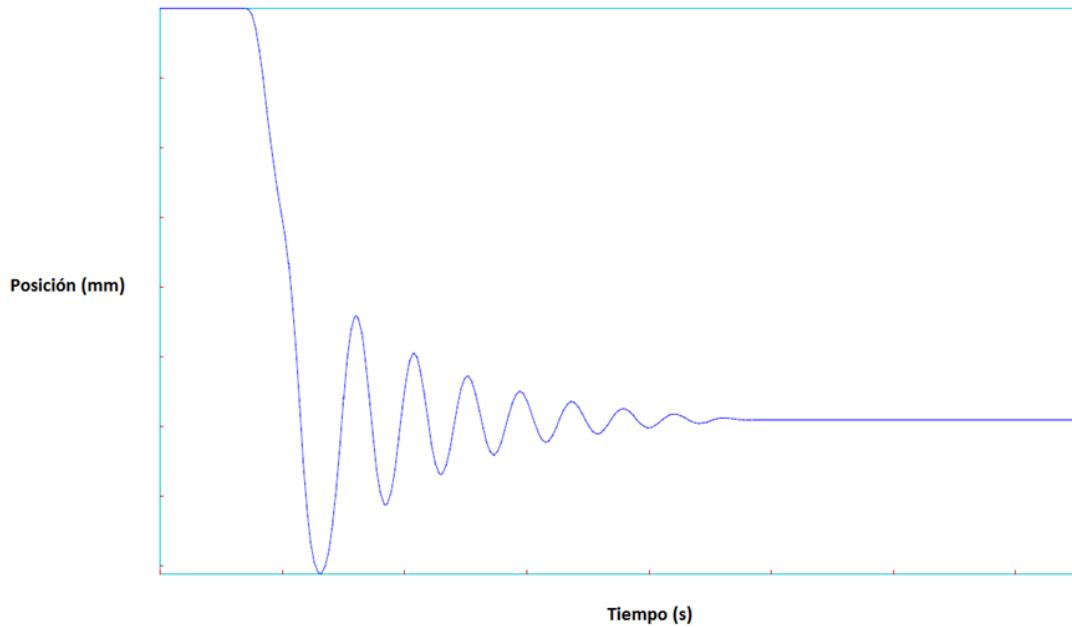


Figura 4.7: Una de las graficas resultantes de los ensayos con el interferómetro laser.

Fuente: Elaboración propia a partir del software de Renishaw.

que hay entre los picos de la gráfica. Esos intervalos son iguales al periodo, así con su inversa calculamos la frecuencia (ω) y ya con elevarlo al cuadrado podemos calcular el término ω_n^2 . El problema es que tenemos muchos términos, así que lo que hemos hecho ha sido realizar la media de estos y el resultado será el valor que pondremos en la ecuación de transferencia.

Como la amplitud de la onda se hace cada vez menor, hemos tenido en cuenta solo los cinco primeros picos de cada gráfica. A continuación seguiremos con el cálculo del segundo término $2\omega_n$. Sabemos que si unimos los puntos de los picos que forman la gráfica, se crea una función exponencial tal que así:

$$f(t) = A * e^{-(\frac{b}{2m})t} + C \quad (4.5)$$

Mediante el programa matemático MATLAB y en concreto la función “**cftool(X,Y)**”, podemos introducir dos vectores, que representan las coordenadas de unos puntos, así como el tipo de ecuación a la que queremos que la asemeje, con esos datos el programa es capaz de devolvernos los valores de la ecuación con unos parámetros de bondad en el ajuste.

Así, hemos introducido en este programa todos los vectores, tanto de la posición como del tiempo de todas las gráficas que poseíamos. El programa nos ha ido dando todos los datos a los que asemejaba las ecuaciones.

A continuación se puede ver en la Figura 4.8, un ejemplo de la curva de ajuste realizada con el programa MATLAB y los datos parámetros característicos de dicha función dados por el programa.

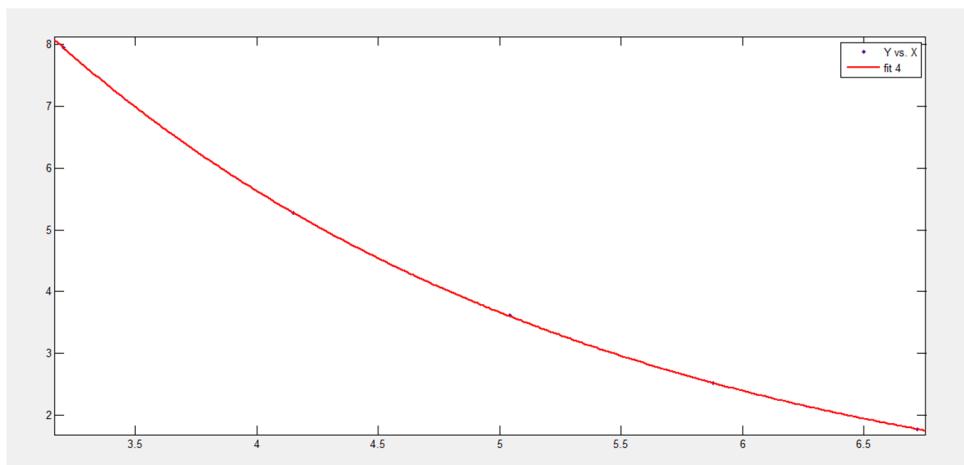


Figura 4.8: Una de las curvas de ajuste realizadas por MATLAB. **Fuente:** Elaboración propia a partir de MATLAB.

General model:

$$f(x) = a * \exp(-b * x) + c$$

Coefficients (with 95% confidence bounds):

$$a = 63.83 \ (44.97, \ 82.69)$$

$$b = 0.5868 \ (0.4664, \ 0.7071)$$

$$c = 2.171 \ (1.113, \ 3.23)$$

Goodness of fit:

$$SSE: 0.004527$$

R-square: 0.9998

Adjusted R-square: 0.9997

RMSE: 0.04757

De los valores de los parámetros que nos proporciona el programa, el que nos interesa es el de b , que en nuestro caso es igual a $\frac{b}{2m}$. Así pues si multiplicamos este valor por 2 podemos obtener el valor de $\frac{b}{m}$. Gracias a este nuevo valor y la ecuación 4.6 sabemos que será igual al valor del término $2\epsilon\omega_n$.

$$2\epsilon\omega_n = \frac{b}{m} \quad (4.6)$$

Consta decir, que por cada ensayo realizado obtenemos un valor del término diferente. Así pues el valor que pondremos finalmente en la ecuación de transferencia de la planta será la media entre los ensayos que realizamos, tres por cada fase.

Finalmente con los cálculos realizados obtenemos dos ecuaciones de transferencia para la planta:

$$3 \text{ amperios} : F(s) = \frac{3,193577}{s^2 + 1,050933s + 3,193555} = \frac{1}{0,31312850762s^2 + 0,329077081905s + 1} \quad (4.7)$$

$$1 \text{ amperio} : F(s) = \frac{1,263325}{s^2 + 07903s + 1,263325} = \frac{1}{0,791561949617s^2 + 0,625571408782s + 1} \quad (4.8)$$

El motivo por el que calculamos la ecuación de transferencia con 3 amperios fue porque hicimos los cálculos de las ecuaciones características de los motores con 3 amperios. Luego, al realizar una previsión de la intensidad que circularía por los bobinados, como se podrá observar mas adelante en la sección 4.4.1, nos dimos cuenta de que el motor nunca llegaría a ese consumo de intensidad, así que también hicimos otros ensayos con una intensidad de 1 amperio.

4.3 Determinación de las leyes de conmutación

Las leyes de conmutación en un principio no son necesarias directamente para el cálculo del control pero si son necesarias para el montaje final, ya que aunque no modifican

directamente la función de transferencia del sistema se deben de calcular, ya que necesitaremos saber las intensidades exactas que suministrar a cada uno de los motores y a cada una de sus respectivas fases. Sin ellas, aunque sabiendo las fuerzas que cada motor debería ejercer, no asignaríamos las correctas intensidades y a la postre, la plataforma o el motor no se comportaría como quisiéramos.

De acuerdo con esto, en este apartado definiremos las leyes de commutación, que como veremos más adelante nos servirán también indirectamente para ciertos detalles del cálculo del control.

Empezamos por explicar el fin de este bloque del sistema. A este bloque llegan las fuerzas resultantes del bloque Asignación de Fuerzas, es decir nos llegan directamente a nuestro motor, las fuerzas en “x” y la Fuerza en “z” que debe realizar.

Con estos datos de entrada, el bloque Leyes de Commutación traduce estas fuerzas requeridas en tres intensidades, una de cada fase del motor, que actuando de manera conjunta obtendrán las fuerzas requeridas.

Para calcular las ecuaciones que regirán estas leyes, lo único que necesitamos es un sistema de ecuaciones que nos permita deducir las tres incógnitas que tenemos que calcular, que no son otras que las salidas de nuestro bloque: I_1 , I_2 e I_3 . Es decir las intensidades que circulan por cada una de las fases de nuestro motor.

En nuestro caso las dos primeras ecuaciones vienen dadas por las ecuaciones características que rigen los motores, cuya fórmula genérica puede observarse en la ecuación 4.9.

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_z \end{bmatrix} = N_m \eta_0 \mu_0 M_0 G e^{-kz_0} \begin{bmatrix} \cos(kx_0) & \cos(kx_0 - \frac{\pi}{3}) & \cos(kx_0 - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(kx_0) & \sin(kx_0 - \frac{\pi}{3}) & \sin(kx_0 - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Estas ecuaciones en realidad ya han sido calculadas en el apartado 3.3, así que no hace falta calcularlas de nuevo. Pero como se puede observar solo tenemos dos ecuaciones para tres incógnitas, eso quiere decir que el sistema no se puede resolver porque nos falta una tercera ecuación.

Podríamos introducir diferentes ecuaciones para cerrar el sistema, pero para hacer un sistema más eficiente hemos usado la misma condición que ya se usa en [9], que les ha dado buenos resultados. Ésta es una ecuación para que la potencia que disipa el motor sea la mínima. Si bien es verdad que la hemos modificado para nuestros motores de 3 fases,

como se puede observar en la ecuación 4.10.

$$f = I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 \quad (4.10)$$

Así pues después de introducir esta tercera condición y realizar unos cálculos que se pueden observar en el **Anexo B**, las ecuaciones resultantes para el bloque Leyes de Comutación, son las siguientes:

$$I_1 = \frac{(C_{x1}V - Cz1S)F_x + (Cz1U - C_{x1}S)F_z}{UV - S^2} \quad (4.11)$$

$$I_2 = \frac{(C_{x2}V - Cz2S)F_x + (Cz2U - C_{x2}S)F_z}{UV - S^2} \quad (4.12)$$

$$I_3 = \frac{(C_{x3}V - Cz3S)F_x + (Cz3U - C_{x3}S)F_z}{UV - S^2} \quad (4.13)$$

Donde:

$$U = \sum_{i=1}^3 (C_{xi})^2 \quad (4.14)$$

$$V = \sum_{i=1}^3 (C_{zi})^2 \quad (4.15)$$

$$S = \sum_{i=1}^3 C_{xi}C_{zi} \quad (4.16)$$

$$C_{xi} = A_{xi} \cos(k_{xi}x + \varphi) \quad (4.17)$$

$$C_{zi} = A_{zi} \sin(k_{zi}x + \varphi) \quad (4.18)$$

Recordar que los términos $A_{x,i}$, $A_{z,i}$, $K_{x,i}$ y $K_{z,i}$ ya han sido calculados de forma experimental en el capítulo 3.3 de la memoria o pueden comprobarse los valores teóricos de sus componentes en la Tabla 2.1.

4.4 Determinación del control

En este apartado vamos a proceder con la parte más importante y delicada de etapa de control, que como es obvio, es el diseño del propio bloque Control.

Como ya hemos dicho en apartados anteriores nuestra planta es variable, es decir varía según una magnitud, que en este caso es la intensidad que circula por el motor. Concretamente el apartado 4.2 hemos calculado dos ecuaciones de transferencia para la planta, así que lo primero que debemos hacer es prever la intensidad que circulará por los motores para saber que ecuación nos ayudará más, ya que cuanto mayor es la diferencia entre la intensidad para la que ha sido diseñado el control y la intensidad que circula por el motor peor es la respuesta.

4.4.1 Previsión de la intensidad.

Según los datos que disponemos, hemos creado un pequeño programa en MATLAB para la simulación del movimiento del motor. En este programa, cuyas líneas de código se pueden observar en el **Anexo B**, se simula el movimiento de un motor.

Los datos que disponemos son los siguientes:

- La plataforma posee 4 motores, los cuatro se reparten la carga en el eje Z y las cargas en los ejes X e Y se las reparten de dos en dos. Podemos observar su disposición en la Figura 4.9.
- Sabemos que la plataforma móvil pesa 13,25 kg y que los cojinetes que la sustentan tienen una carga nominal total de 135 N. Este balance de fuerzas nos dice que la plataforma se ve afectada por una fuerza vertical hacia arriba de 5,15 N.
- Para evitar este exceso de fuerza vertical hacia arriba e intentar reducirla, deberemos realizar una fuerza de repulsión entre ambas partes, que según el criterio de signos acordado para los motores y que se puede ver en la Figura 4.10, será de signo positivo.
- Como es posible que los cojinetes no funcionen a su carga nominal, pues es muy difícil que den justo ese valor, no podremos acercarnos demasiado al valor de 5,15 N de fuerza repulsiva. Así pondremos una fuerza de 2,5 N, que dividida entre los cuatro motores será de 0,625 N por motor.
- Con respecto a la fuerza horizontal, queremos que la respuesta de los motores cuando se muevan, sea la de un segundo orden, sobreamortiguado preferiblemente

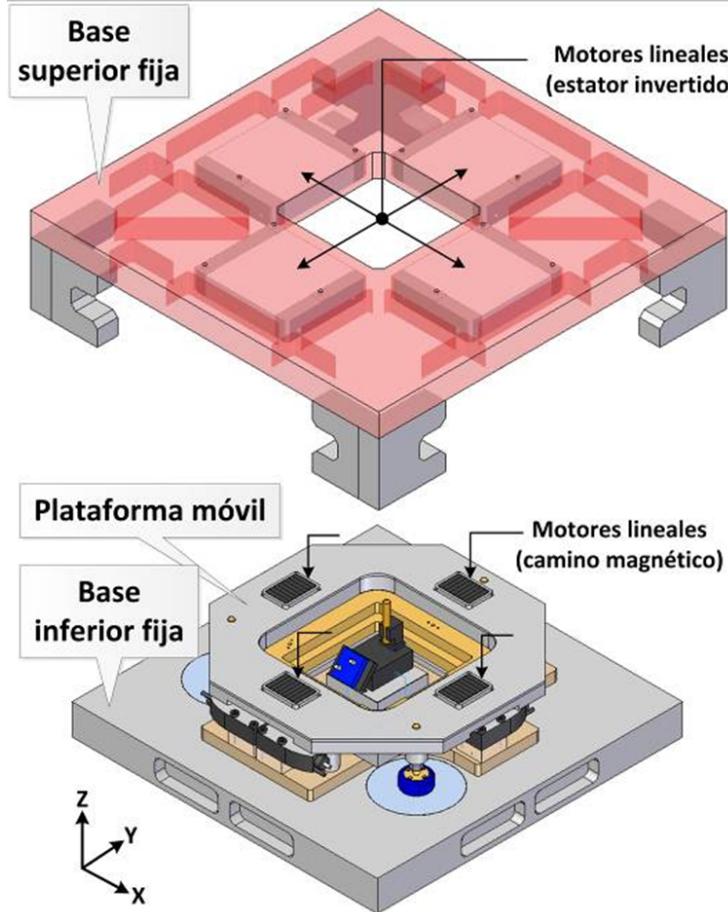


Figura 4.9: Disposición de los motores en la plataforma. **Fuente:** [11]

(en la Figura 4.11 se puede observar la respuesta típica de un sistema de segundo orden sobreamortiguado), ya que de este modo la respuesta será de forma suave y progresiva. Gracias a esto podemos hacernos una idea de donde se encontrará la mayor aceleración, que será la más crítica ya que demandará el pico de fuerza, y también cuánto tiempo durará aproximadamente.

- Vamos a suponer un tiempo máximo de 25 segundos para alcanzar el permanente y una distancia de 2 mm, que es la que se supone que recorrerán normalmente. Teniendo en cuenta la forma que tiene un sistema de segundo orden (ver Figura 4.11), eso nos da una aceleración inicial de $1,7510^{-4} \frac{m}{s^2}$.
- Si sabemos que del desplazamiento en los ejes X e Y se encargan dos motores, la masa de 13,25 kg se la repartirán entre los dos lo que nos da aproximadamente 7 kg

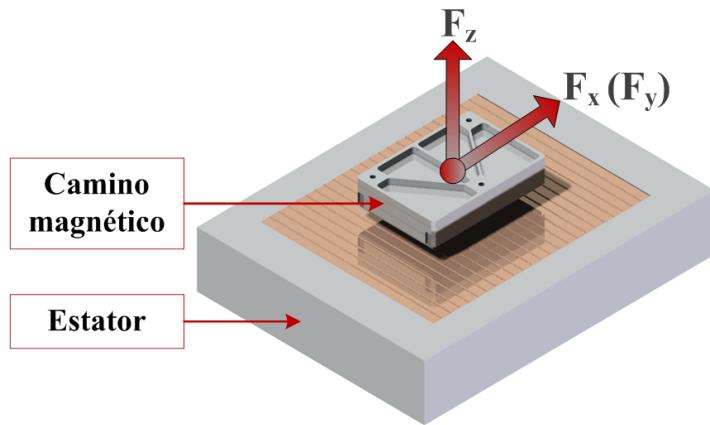


Figura 4.10: Criterio de signos para las fuerzas del motor. **Fuente:** [11]

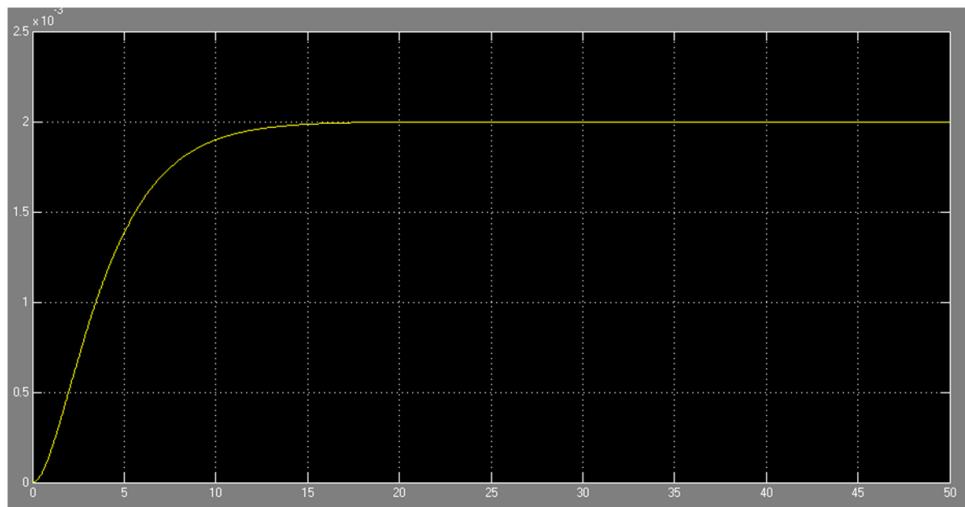


Figura 4.11: Respuesta clásica de un sistema de segundo orden sobreamortiguado. **Fuente:** Elaboración propia a partir de Simulink.

para cada uno. Si tenemos en cuenta la fórmula: $F = m \cdot a$, y sabemos ya la masa y su aceleración, eso nos deja una fuerza horizontal máxima de 0,012 N.

Ahora ya sabemos las fuerzas que deberá suministrar el motor. Teniendo en cuenta esas fuerzas, hemos creado un pequeño programa que simula el movimiento del motor, en un proceso de arranque, movimiento sin aceleración y frenada. Sabemos que el motor no se moverá exactamente así, pero como la fuerza de sustentación del motor deberá estar activa aunque el motor no se mueva, será una representación bastante aproximada.

Para representar las intensidades tenemos que usar las leyes de conmutación que ya poseemos. Como queremos una representación aproximada y sabemos que los valores de los coeficientes entre motores apenas varían unas decimas, hemos elegido los valores teóricos por defecto.

Finalmente los resultados que obtenemos de la intensidad de cada una de las fases del motor, de su suma vectorial y de su suma absoluta, son los que se pueden apreciar en la Figura 4.12.

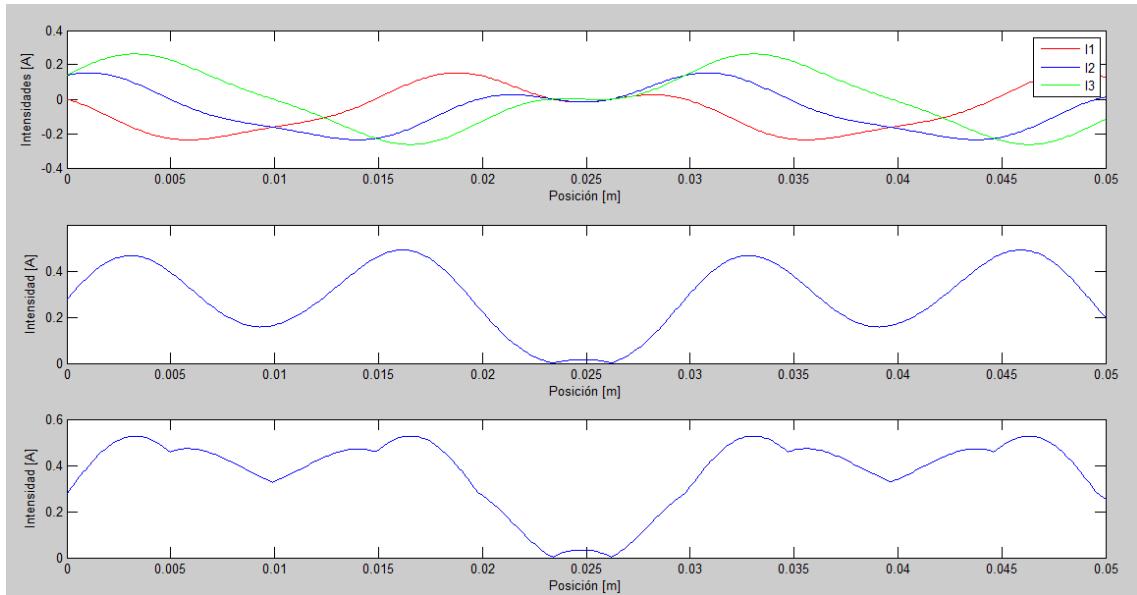


Figura 4.12: Resultados de la simulación de previsión de intensidad. 1 Intensidades de cada fase. 2 Suma vectorial. 3 Suma absoluta. **Fuente:** Elaboración propia a partir de MATLAB.

Sabemos que según la intensidad que circula por el motor, la función de transferencia de éste varía. Pero solo hemos ensayado con corriente en una de sus fases, de ahí que no sepamos exactamente como variaría esa función de transferencia con intensidades de diferentes rangos y signos en cada una de sus fases, por eso hemos decidido de realizar tanto la suma absoluta como vectorial de sus intensidades. En la suma vectorial, solo hemos representado el módulo, ya que el signo no modificaría el comportamiento del motor. Observando ambas gráficas, se puede apreciar que la intensidad total no supera en ningún momento los 0,6 A.

De aquí se deduce que será mejor diseñar el primer control basándonos en la ecuación de transferencia de 1 A, ya que será más próxima en comportamiento que a la de 3 A.

4.4.2 Diseño del control.

Una vez que tenemos la previsión de intensidades que circularan por las bobinas de nuestros motores, podemos empezar con el diseño del control propiamente dicho.

Como sabemos, la ecuación de transferencia de la planta a 1 amperio, se acerca más a la realidad que la de 3 amperios, así que en un principio, diseñaremos el control como si fuese a circular una intensidad de 1 amperio.

Basándonos en la tesis de Shalom, se aconseja el uso del control tipo Proporcional integrador derivativo (PID), así que ese será el que usaremos.

Para simular si este tipo de control funciona correctamente usaremos Simulink, un entorno de programación visual, que funciona sobre el entorno de programación MATLAB, que nos ayudara a visualizar las respuestas del sistema con los diversos controles y plantas que probemos.

Así comenzamos y lo primero que debemos es crear el esquema de nuestro sistema, que se puede observar en la Figura 4.13.

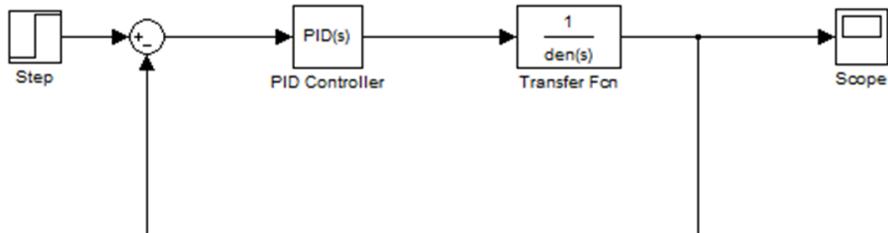


Figura 4.13: Esquema del sistema, generado con MATLAB, para realizar las simulaciones de respuesta. **Fuente:** Elaboración propia a partir de Simulink.

Teniendo en cuenta la función de transferencia de un amperio (ecuación 4.8) y sabiendo que usaremos un control PID ideal en nuestro programa, ajustaremos dicho control para anular los ceros de la planta y así poder tener una respuesta óptima. Los pasos seguidos para la obtención del control pueden analizarse en el **Anexo B**, donde se explican más detalladamente. Así, finalmente llegamos a la siguiente ecuación de transferencia para nuestro control:

$$PID = P \left(1 + I * \frac{1}{s} + D * \frac{N}{1 + N * \frac{1}{s}} \right) \quad (4.19)$$

Donde:

$$I = 1,62450689836$$

$$D = 1,27589784763$$

$$N = 100$$

$$P = 0,5$$

I es el termino integrador, D el termino derivador, N es un coeficiente de filtrado y P es el proporcional. En este caso los parámetros I , D y N deben mantenerse fijos para asegurar la estabilidad de la respuesta ya que han sido calculados para la eliminación de los ceros de la planta y si los modificamos se perdería la estabilidad en la respuesta. En cambio el parámetro P , es el que se puede modificar para ajustar el tiempo de respuesta y las perturbaciones en el permanente.

Con este valor de P en concreto, la respuesta para un impulso de 2 mm respecto al tiempo es la que se puede ver en la Figura 4.14:

Podemos observar más en detalle el permanente en la Figura 4.15. Donde se puede observar que al motor llega a su posición final aproximadamente a los 16 segundos, y queda moviéndose con unas pequeñas oscilaciones de una magnitud aproximada de 0,02 micrómetros o 20 nanómetros.

Esta es una respuesta muy buena, pero sabemos que no siempre va circular la intensidad que exacta para la que diseñamos nuestro control. Así que para prever que pasaría si circulase otra intensidad para la que no está diseñado, haremos otra prueba.

Puesto que solo poseemos, aparte de la función de transferencia a un amperio, la de tres amperios, usaremos esa a modo de prueba.

Así pues, realizaremos el mismo esquema que en la Figura 4.13, pero en este caso, la función de transferencia que pondremos será la de tres amperios. Con este cambio, el resultado es el que aparece en la Figura 4.16:

Podemos observar más en detalle el permanente en la Figura 4.17:

Mirando los resultados obtenidos, podemos ver que el tiempo de respuesta sigue siendo

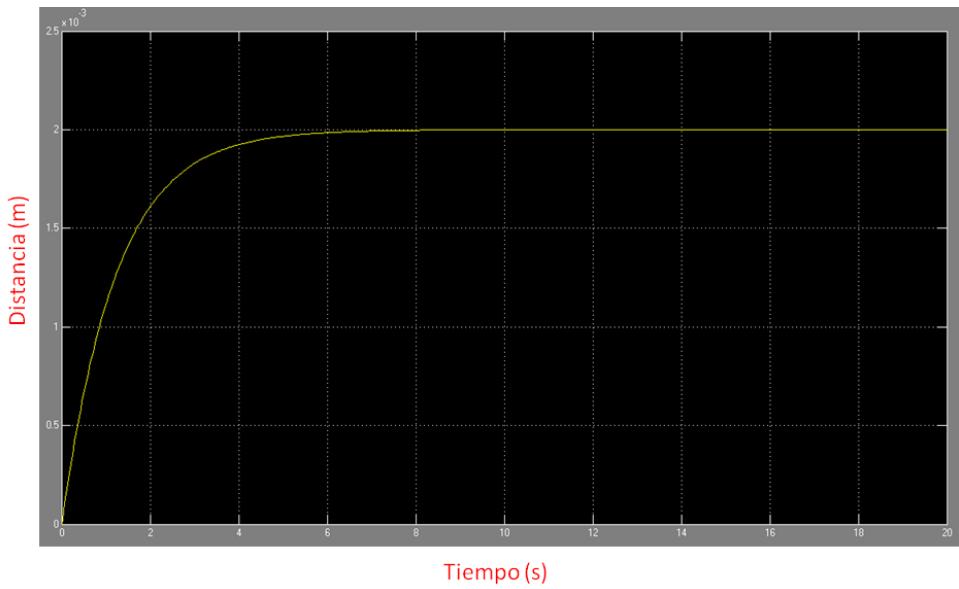


Figura 4.14: Respuesta del sistema con control y planta para 1 amperio. **Fuente:** Elaboración propia a partir de Simulink.

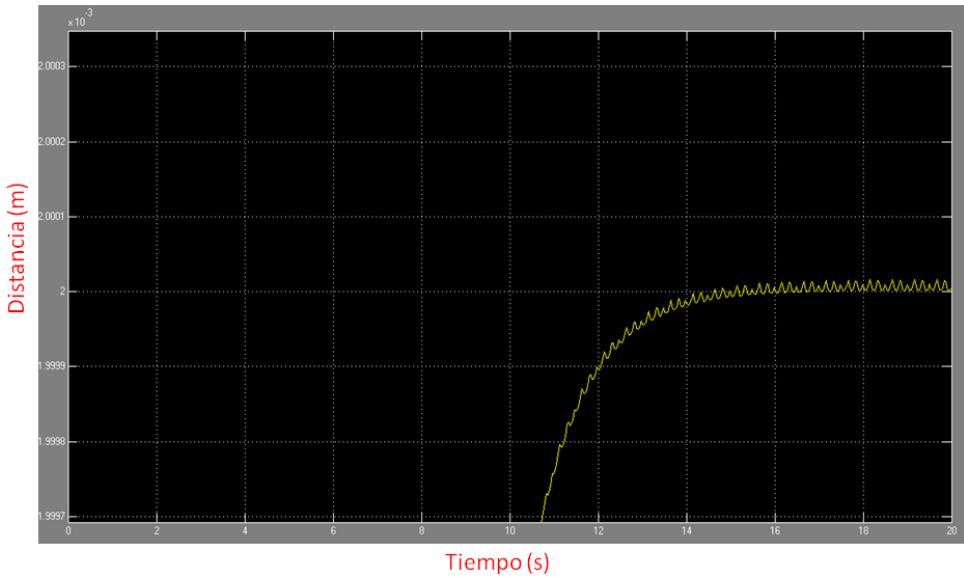


Figura 4.15: Detalle del permanente de la respuesta del sistema con control y planta para 1 amperio. **Fuente:** Elaboración propia a partir de Simulink.

el mismo, lo único que varía un poco es el régimen permanente, ya que en este caso las oscilaciones en él parecen tener el doble de amplitud, es decir de unos 0,04 um o 40 nm.

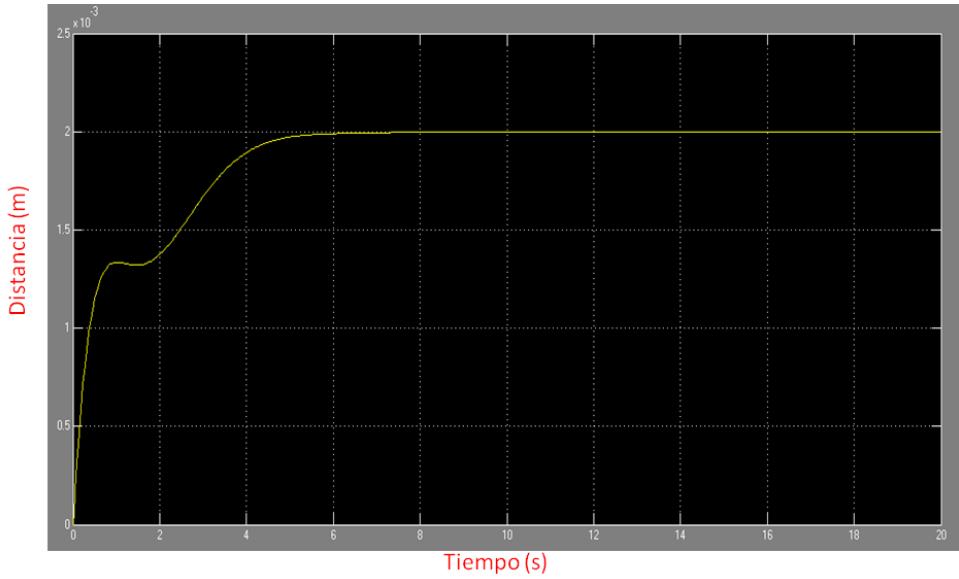


Figura 4.16: Respuesta del sistema con control para 1 amperio y planta para 3 amperios.

Fuente: Elaboración propia a partir de Simulink.

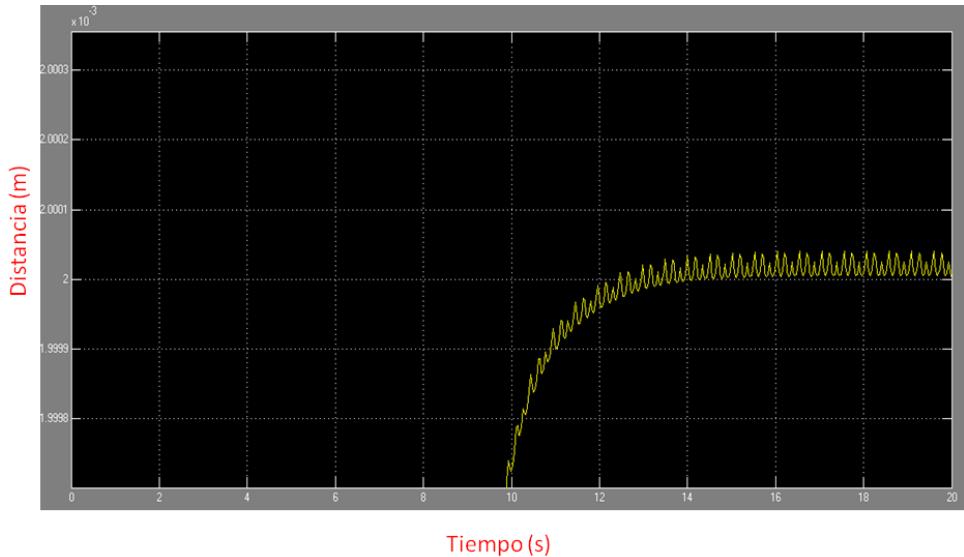


Figura 4.17: Detalle del permanente de la respuesta del sistema con control para 1 amperio y planta para 3 amperios. **Fuente:** Elaboración propia a partir de Simulink.

Así parece un control muy robusto, ya que estamos hablando de una diferencia de dos amperios entre la corriente que circula por la planta y la corriente para la que se diseñó el control. Lo óptimo sería diseñar el control para un valor de intensidad intermedio entre

los valores que adquirirá la intensidad. Como podemos ver en la Figura 4.12, la intensidad varía entre 0 y 0,6, así que una intensidad media podría ser 0,3 A.

Si diseñásemos un control para esa intensidad nos aseguraríamos que la diferencia entre la intensidad real que circula por el motor y la intensidad para la que ha sido diseñado el control, solo sería a lo sumo de 0,3 amperios. Teniendo en cuenta la prueba que hemos hecho, donde la diferencia era de 2 amperios y la respuesta seguía siendo muy buena, podemos decir que con esta pequeña diferencia de intensidades, su comportamiento será casi idéntico.

El problema es que actualmente no podemos calcular la planta para una intensidad tan baja, ya que la fuerza magnética que generaría el motor sería muy baja y tendríamos problemas para realizar los ensayos ya que se necesitaría un impulso muy pequeño y con los ensayos de 1 amperio ya tuvimos problemas. Así que el control final se deberá de realizar experimentando primero con el control de un amperio e ir modificándolo con los resultados obtenidos.

Capítulo 5

Propuesta de control para los cuatro motores: 2D

Una vez resuelto el control de un motor de forma individual queda el último paso, que es el control de la plataforma con los cuatro motores.

El control de un solo motor puede ser relativamente sencillo pues lo único que teníamos que controlar era la fuerza en X y la fuerza en Z. Ahora que tenemos cuatro motores que nos permitirán el movimiento en 2D, aumentan los parámetros que deberemos controlar. Por una lado están las mismas fuerzas que en el caso de un motor, más ahora la fuerza en Y. A todo esto hay que sumar los momentos en X, Y y Z. Lo cual nos lleva a un total de seis parámetros a controlar.

5.1 Esquema del sistema a controlar

El sistema que controlaremos ahora será más complejo que en caso de un motor. Como ya habíamos mostrado en el capítulo anterior, el esquema a controlar ahora será el esquema completo y que recordemos se puede observar en la Figura 4.1.

Lo primero será explicar cada una de las partes que forman parte de este sistema, que se divide en dos grandes bloques: Controlador y Planta NanoPla.

A continuación detallaremos las partes que componen el Controlador:

- Control: Equivale al control del capítulo anterior. La diferencia es que en este caso no solo controla la variable de la fuerza en X sino que controla seis variables: F_x , F_y ,

F_z , T_x , T_y y T_z , por tanto aunque lo englobamos en un solo bloque, realmente serán seis controladores individuales. Este bloque recibe la diferencia entre los parámetros de posición y giro de referencia y los parámetros de posición y giro reales y responde con los parámetros globales de fuerzas y momentos requeridos para alcanzar las referencias.

- Asignación de fuerzas: Este bloque equivaldría al bloque asignación de fuerzas del capítulo anterior. La diferencia está en que a este bloque no le llega solo F_x , si no que le llegan todas las fuerzas y momentos globales. Este bloque se encarga mediante un sistema de ecuaciones de leer estos datos de entrada y calcular las fuerzas f_x y f_z , correspondientes de los cuatro motores para que se generen las fuerzas y momentos globales demandados. La salida de este bloque son las f_x y f_z de los cuatro motores.
- Ley de conmutación: Este bloque es idéntico al bloque ley de conmutación del capítulo anterior salvo por una pequeña diferencia: a este bloque no le llega solo f_x de un motor, sino que le llegan las f_x y f_z de los cuatro motores. Este bloque usa las mismas ecuaciones que las calculadas en el bloque equivalente del capítulo anterior y genera como salida las I_1 , I_2 e I_3 de los cuatro motores.
- Hardware para paso a electrónica de potencia: Este bloque realmente no influye en el bucle de control, simplemente se encarga de convertir la información que llega en unos pocos voltios referida a las I_1 , I_2 e I_3 en corriente real. Es la etapa que pasa de la electrónica digital a la electrónica de potencia.

El siguiente gran bloque es la Planta. Este bloque queda dividido en todos los bloques que se pueden ver en la Figura 4.1. Basta saber que los tres primeros equivaldrían a los motores de la plataforma, que transforman la intensidad que les llega en un desplazamiento y giro de la plataforma. El último pequeño bloque hace referencia a los sensores de posición, que captan la posición o giro de la plataforma y reenvían estos datos de nuevo al controlador.

Como acabamos de ver, el esquema de control será bastante complicado, tendremos pues 6 controladores para las fuerzas y momentos globales, un bloque común de asignación de fuerzas y cuatro bloques para la conmutación. Un pequeño esquema más detallado del bloque Controlador sería el que puede observarse en la Figura 5.1.

Teniendo en cuenta estos esquemas podemos decir que parte de los bloques ya están diseñados en el capítulo anterior. Por ejemplo, todos los bloques de Conmutación serán iguales al diseñado en dicho capítulo.

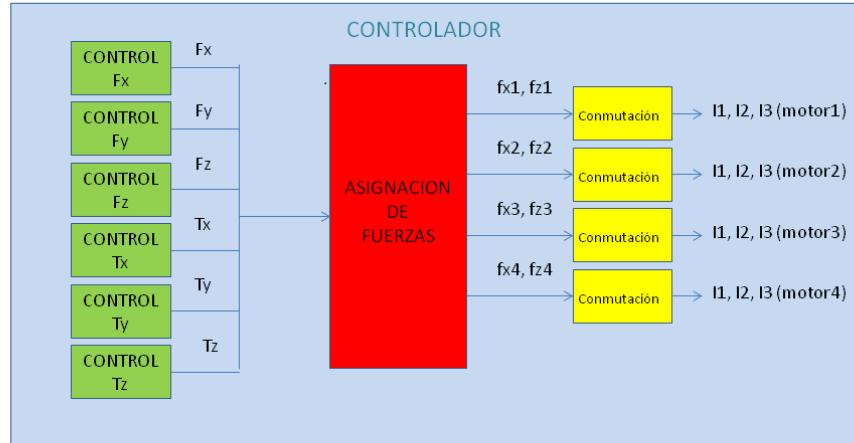


Figura 5.1: Esquema detallado de los componentes que formarán parte del Controlador.

Fuente: Elaboración propia.

Los tres bloques de control de las fuerzas, serán iguales que el diseñado en el capítulo anterior.

Sin embargo los controles de los momentos si deberán ser diseñados. Éstos tendrían un proceso parecido para su desarrollo al de los controles para la fuerza, pero teniendo en cuenta que la función de transferencia que en este caso tendría que regular serían estas:

$$\frac{\Theta_x(s)}{T_{\Theta_x}(s)} = \frac{1}{I_{\Theta_x}s^2 + b_{\Theta_x}s} \quad (5.1)$$

$$\frac{\Theta_y(s)}{T_{\Theta_y}(s)} = \frac{1}{I_{\Theta_y}s^2 + b_{\Theta_y}s} \quad (5.2)$$

$$\frac{\Theta_z(s)}{T_{\Theta_z}(s)} = \frac{1}{I_{\Theta_z}s^2 + b_{\Theta_z}s} \quad (5.3)$$

Donde Θ , son los giros de la plataforma en sus respectivos ejes, T_Θ son los momentos, I_Θ son los momentos de inercia de la plataforma y b_Θ los coeficientes de amortiguamiento.

Así pues, si se realizara un proceso parecido al del capítulo anterior, se podrían obtener las ecuaciones de transferencia arriba descritas, y una vez obtenidas el proceso de obtención del control PID sería el mismo que para el caso de un motor.

Por último, quedaría el bloque común de Asignación de fuerzas. Este bloque no se calculó en el caso de un solo motor, porque su ecuación de transferencia era la unidad. Pero en este caso será necesaria su determinación para el desarrollo del bucle.

Para terminar de enfocar la estrategia de control para los cuatro motores, en el siguiente apartado diseñaremos las ecuaciones del bloque Asignación de fuerzas.

5.2 Determinación del bloque asignación de fuerzas

A continuación vamos a diseñar el bloque de Asignación de fuerzas.

Este bloque recibe los datos generales de fuerzas y momentos del bloque control. El problema es que no tenemos un solo motor para cada dirección del espacio, ni podemos controlar los momentos con un solo motor, así que es mediante una combinación de fuerzas de los cuatro motores con la que conseguiremos las fuerzas y momentos deseados.

Así pues, mediante una serie de ecuaciones integradas dentro de este bloque, se transforman los requisitos de fuerzas y momentos globales en las diferentes F_x y F_z cada uno de los cuatro motores.

Para que resulte más sencillo, será preciso echar un vistazo a la Figura 5.2, donde se puede observar la disposición de los motores en la plataforma, así como la disposición de los ejes de coordenadas en ella.

Las ecuaciones que debemos de definir deben relacionar los parámetros de entrada con los de salida. En este caso los parámetros de entrada son las fuerzas y momentos globales de la plataforma, que llamaremos: F_x , F_y , F_z , T_x , T_y y T_z . Y los parámetros de salida que son las fuerzas F_x y F_z de cada uno de los motores, que llamaremos: f_{x1} , f_{z1} , f_{x2} , f_{z2} , f_{x3} , f_{z3} , f_{x4} y f_{z4} .

Como acabamos de decir, los datos de entrada son los datos que ya sabemos y los datos de salida son nuestras incógnitas. Las ecuaciones que necesitamos, tendrán que salir de un sistema de ecuaciones que plantearemos.

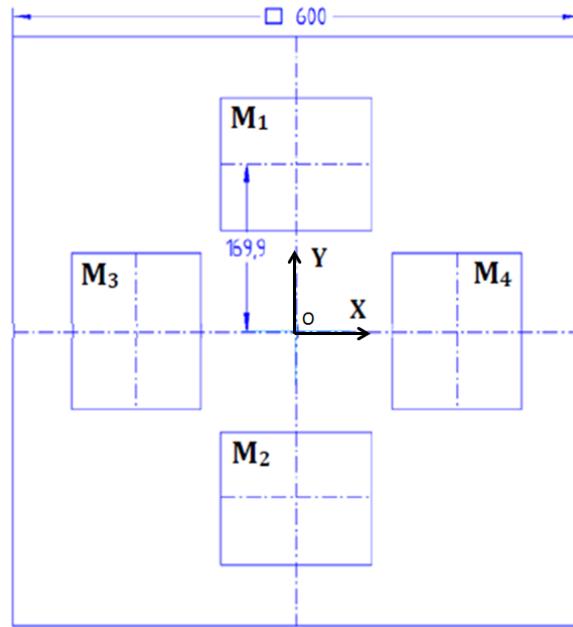


Figura 5.2: Disposición de los motores en la plataforma respecto de los ejes de coordenadas.

Fuente: NanoPla, documento interno.

Como todo sistema mecánico normal, existen seis ecuaciones típicas que relacionan los parámetros de entrada con los de salida. Teniendo en cuenta la disposición de los ejes de coordenadas y los motores, las ecuaciones que resultan son las siguientes:

$$F_x = f_{x1} + f_{x2} \quad (5.4)$$

$$F_y = f_{x3} + f_{x4} \quad (5.5)$$

$$T_z = R_m(-f_{x1} + f_{x2} - f_{x3} + f_{x4}) \quad (5.6)$$

$$F_z = -f_{z1} - f_{z2} - f_{z3} - f_{z4} \quad (5.7)$$

$$T_x = R_m(-f_{z1} + f_{x2}) \quad (5.8)$$

$$T_y = R_m(-f_{z3} + f_{z4}) \quad (5.9)$$

Estas ecuaciones son las que definen las fuerzas y momentos globales del sistema, pero como podemos ver son solo 6, y tenemos 8 incógnitas, lo que quiere decir que todavía nos faltan dos ecuaciones para poder tener un sistema compatible determinado.

Para poder solucionar este pequeño problema, introduciremos dos ecuaciones extras, que lo que harán que nuestro sistema tenga una única solución. Si bien estas dos ecuaciones no pueden contravenir los requisitos prefijados de nuestro sistema.

La primera restricción que usaremos será que la fuerza total de sustentación del sistema (F_z) sea repartida a partes iguales entre los cuatro motores que posee la plataforma. Para ello podríamos definir varias ecuaciones que serían equivalentes, nosotros hemos elegido una:

$$F_{z4} = -4f_{z4} \quad (5.10)$$

La segunda restricción que plantearemos, será que las fuerzas encargadas del desplazamiento en el eje x (f_{x1}, f_{x2}) y las fuerzas encargadas del desplazamiento en el eje y (f_{x3}, f_{x4}) no sean diferentes entre sí, para que no generen momentos o giros indeseados en la plataforma. Podríamos elegir un momento cualquiera de los dos, pero con la siguiente ecuación conseguimos asegurarnos de los momentos:

$$(f_{x2} - f_{x1}) - (f_{x4} - f_{x3}) = 0 \quad (5.11)$$

Así pues, ya disponemos de las 8 ecuaciones, que nos permitirán resolver nuestro sistema. Y resolviendo el sistema, obtenemos las ecuaciones que definirán nuestro bloque Asignación de fuerzas, que son las siguientes:

$$f_{x1} = -\frac{T_z}{4R_m} + \frac{F_x}{2} \quad (5.12)$$

$$f_{x2} = \frac{T_z}{4R_m} + \frac{F_x}{2} \quad (5.13)$$

$$f_{x3} = -\frac{T_z}{4R_m} + \frac{F_y}{2} \quad (5.14)$$

$$f_{x4} = \frac{T_z}{4R_m} + \frac{F_y}{2} \quad (5.15)$$

$$f_{z1} = \frac{-T_x + T_y}{2R_m} - \frac{F_z}{4} \quad (5.16)$$

$$f_{z2} = \frac{T_x + T_y}{2R_m} - \frac{F_z}{4} \quad (5.17)$$

$$f_{z3} = \frac{-T_y}{R_m} - \frac{F_z}{4} \quad (5.18)$$

$$f_{z4} = -\frac{F_z}{4} \quad (5.19)$$

Donde R_m es la distancia del centro de la plataforma, al centro de los respectivos motores.

Así pues con el nuevo bloque de Asignación de fuerzas, y los nuevos controles de los momentos estaría ya preparado el esquema de control para realizar las primeras pruebas con el sistema completo de los cuatro motores.

Capítulo 6

Estudio económico

Uno de los aspectos más importantes dentro de todos los proyectos ingenieriles es el económico. Hoy en día, y aun más en estos tiempos de crisis económica, este aspecto es crucial. Un buen estudio económico evitará gastos extras y aumentará los beneficios.

De todos modos, aunque no sea un proyecto comercial, realizaremos este estudio económico. No como un modo de aumentar beneficios, sino más bien como reducir costes, debido principalmente a que no se poseen recursos ilimitados y a que uno de los objetivos del proyecto es su futura aplicación industrial, y también en una previsión de los gastos que acarrearía hacerse con todo el material para probar lo aquí mencionado, de cara a futuros ensayos.

Así pues dividiremos este capítulo en dos grandes bloques: en el primero hablaremos sobre los motores y en el segundo del software y el hardware necesario para llevar a cabo el control.

6.1 Motores magnéticos

Los motores magnéticos lineales, son una pieza clave en el desarrollo de la plataforma. En la actualidad existen diversas compañías que se dedican al desarrollo y fabricación de dichos motores. Algunas de las más importantes son: Aerotech, ETEL, Yaskawa o Tecnotion. La mayoría de estas empresas se dedican a la fabricación de diversos tipos de motores magnéticos así como de otros componentes, pero a nosotros solo nos interesan los motores magnéticos lineales.

Lo primero que se puede observar mirando el mercado motores lineales, es que hay

dos grandes grupos de motores, los del tipo canal en U y los del tipo suelo plano. En la Figura 6.1 puede observarse las características de ambos tipos.



Figura 6.1: Diversos modelos de motores lineales. **Fuente:** [7]

Como bien se aprecia en la imagen los dos motores de la izquierda, son motores con “Canal en U” y los dos de la derecha son de “suelo plano”. La característica principal de los primeros es que los imanes circulan por una especie de canal en U que forma el estator o bobinado, que rodean a los imanes por dos lados. Mientras que en los segundos, los imanes quedan a un lado del bobinado.

Como ya sabemos, la plataforma que queremos diseñar tiene la particularidad de un alto rango de movimiento, 50x50 mm concretamente. Eso ligado a la característica distribución de los motores, hace que el estator de los motores que necesitamos, aparte de tener que poder desplazarse 50 mm en su dirección principal, deberán poder desplazarse también 50 mm en la dirección perpendicular.

Debido a esta característica de nuestra plataforma, quedan descartados todos los motores de tipo Canal en U, ya que lógicamente, debido a su construcción, solo permiten desplazamiento en una dirección. Además este tipo de motores dan lugar a una estructura de etapas superpuestas (X se mueve sobre Y) y eso trae consigo cadenas cinemáticas más largas, inestabilidad y pérdida de precisión en la tarea metrológica.

Por consiguiente debemos centrarnos en el otro tipo de motores, los de Suelo plano. Este tipo de motor, permitiría que los imanes se movieran en sentido perpendicular al de su movimiento principal, siempre y cuando el bobinado fuese lo suficientemente ancho

como para que no se saliesen. Por lo tanto debemos encontrar un conjunto iman-boinado cuyo bobinado o camino magnético sea al menos 50 mm más ancho que el otro.

Este requisito es indispensable, ya que si no se cumple el motor queda completamente descartado. Una vez que cumpla este requisito, se procederá a comprobar, que se cumplen los demás, que básicamente son la fuerza de atracción que genera o que la refrigeración sea mediante aire.

En la Tabla 6.1 se muestran los motores de las marcas más arriba citadas del tipo de suelo plano. Y se irán comprobando si cumplen las necesidades de nuestra plataforma, de mayor a menos importancia, una vez que fallen una necesidad serán descartados.

Tabla 6.1: Características de los motores.

Marca y modelo	Anchura del bobinado	Pico de fuerza	Refrigeración por aire
 Yasakawa - SGLF	NO	DESESTIMADO	DESESTIMADO
 Aerotech - BLMF	NO	DESESTIMADO	DESESTIMADO
 Aerotech - BLMFS5	NO	DESESTIMADO	DESESTIMADO
 Tecnotion - TBW, TB, TL and TM	NO	DESESTIMADO	DESESTIMADO
 Etel LMS	SI	NO (demasiado alto)	DESESTIMADO
 Etel LMG	SI	NO (demasiado alto)	DESESTIMADO
 Etel LMA	SI	NO (demasiado alto)	DESESTIMADO

Esta tabla resume los modelos de motores lineales que producen las cuatro grandes marcas del mundo. Como se puede observar casi todos fallan en el primer y más importante

factor, la anchura del bobinado para permitir movimiento perpendicular. Y es que la mayoría de estos motores están pensados para el movimiento en una sola dirección y por tanto la mayoría de fabricantes produce unos caminos magnéticos apenas más anchos que los bobinados.

El único fabricante que parece fabricar caminos magnéticos y bobinados de diferentes anchuras, es Etel, suponiendo que se pudiesen intercambiar entre los diferentes modelos. En ese supuesto, y en el supuesto de que permitiesen movimiento en otro eje que no es el principal, serían los únicos que cumpliesen ese requisito.

El problema está en que todos los motores tienen un pico de fuerza muy elevado, debido a que están pensados para uso industrial, como por ejemplo en las maquinas herramienta. En concreto el modelo de Etel con menor pico de fuerza es el LMG05-030, en la Figura 6.2 se puede observar las características de este modelo dentro de su familia.

Motor type	Length [mm]	Width [mm]	Continuous force [N]	Peak force [N]
LMG05-030	95	66	66.4	279
LMG05-050	95	86	104	484
LMG05-070	95	106	137	690
LMG10-030	175	66	122	519
LMG10-050	175	86	189	900
LMG10-070	175	106	258	1270
LMG10-100	175	136	339	1830
LMG15-030	255	66	173	759
LMG15-050	255	86	271	1320
LMG15-070	255	106	366	1860
LMG15-100	255	136	494	2680

Figura 6.2: Parámetros característicos de los motores lineales de tipo LMG. **Fuente:** [7]

Como se puede observar, este modelo posee una fuerza pico de 279 N. Lo que multiplicado por los cuatro motores que necesitaremos da un total de 1116 N. Teniendo en cuenta que poseemos tres cojinetes de aire que producen una fuerza de sustentación

de 45 N cada uno, lo que en total son 135 N y la plataforma pesa 13,25 kg o lo que es lo mismo 129,85 N, nos deja una fuerza total de sustentación de 5,15 N.

Si recordamos que los motores ejercían una fuerza de atracción de 1116 N y los cojinetes solo pueden hacer una fuerza de sustentación extra de 5,15 N, es obvio que no podemos usar estos motores, ya la plataforma sería incapaz de levitar. Esto ya se pudo observar en [12] aunque con otro modelo de motor con aun más pico de fuerza.

Lo que nos lleva a la afirmación hecha al principio del capítulo, que no hay ningún motor comercial capaz de satisfacer todos los requisitos que necesitamos. Lo que finalmente nos ha llevado a tener que encargar unos motores artesanales fabricados exclusivamente para nosotros, capaces de generar tanto fuerzas de atracción como de repulsión y con un bobinado suficientemente ancho como para permitir movimientos de 50x50 mm.

El problema de todo esto es que los productos elaborados a medida suelen ser más caros. En concreto estos cuatro motores fabricados en EE.UU. en la universidad de Carolina del Norte, costaron 13774,30 euros. Pero es la única solución para nuestro sistema.

Podría resultar a primera vista caro, pero hay que tener en cuenta que los motores de Etel cuestan alrededor de unos 14000 euros. Además tendríamos que comprar también el controlador de la misma maca así como las fuentes de alimentación, lo que elevaría el precio bastante. La diferencia está en que el caso de los motores a medida, nosotros podemos diseñar el control (con las ventajas e inconvenientes que eso supone) y comprar las fuentes de alimentación que queramos, disminuyendo el precio global.

6.2 Hardware y software de control

La otra parte importante para el desarrollo de la etapa de nanoposicionado es el sistema de control. Lo primero es recordar el esquema de controlador que tenemos que desarrollar, que se podía ver en la Figura 5.1 del capítulo 5. Nuestra tarea es encontrar tanto el software y el hardware que se encargue de esto.

Hay que tener en cuenta que tenemos cuatro motores que mover y seis parámetros que controlar. Y recordar que en el esquema no aparece la fase de paso de electrónica digital a electrónica de potencia, que también tenemos estudiar.

Para empezar, comenzaremos por el formato físico, el hardware. En la Figura 6.3 se puede ver un esquema que he pensado para el hardware necesario para realizar el montaje.

Sería posible englobar todo en un solo terminal, pero esto requeriría un coste muy alto,

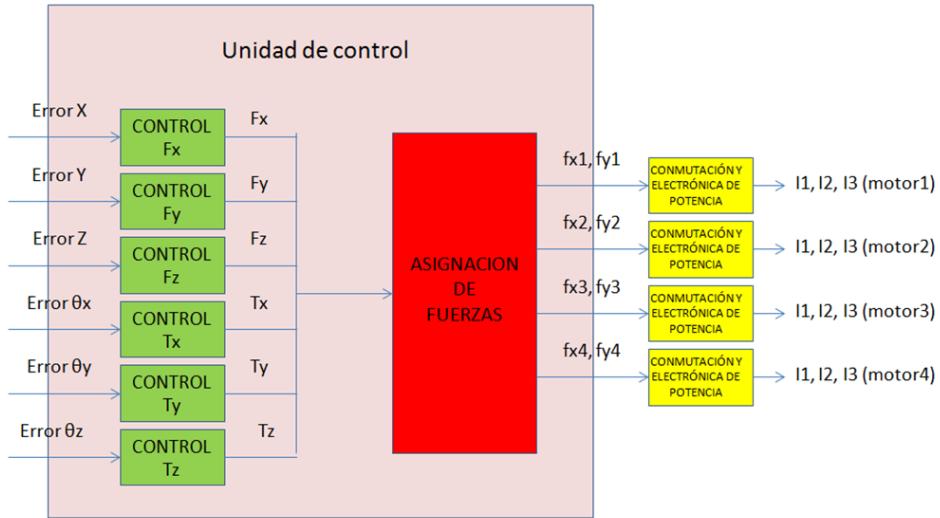


Figura 6.3: Diseño propuesto para el controlador. **Fuente:** Elaboración propia.

debido a que sería necesaria la elaboración exclusiva de este terminal, ya que no existe nada parecido. Se le preguntó a Texas Instruments, por el precio aproximado de algo así, y estaba en torno a los 10000 euros. En cambio, la propuesta anterior intenta ser más económica.

Primero se necesitarían 4 tarjetas de hardware para realizar al menos el paso de electrónica digital a electrónica de potencia. Nosotros ya poseemos una tarjeta de Texas Instruments modelo DRV8302, capaz de ello. Además posee una tarjeta de control con microcontrolador C2000 Piccolo F28035, apta además para realizar la fase de conmutación. Aunque es nuestra tarea introducir las ecuaciones de conmutación en ella, cosa que podemos realizar con el software adjunto que viene incluido con las tarjetas. Lo ideal sería poseer cuatro tarjetas como ésta para poder alimentar a los cuatro motores.

Esta tarjeta costó 500 euros, pero su precio original es de 300 dólares, el resto son gastos de envíos. Así que las otras tres tarjetas costarían más o menos unos 1000 euros.

La salida de estas tarjetas, sería las tres corrientes de cada uno de los motores y deberían estar conectadas con una unidad central de la que recibirían los datos de f_x y f_z correspondientes.

En el esquema propuesto he colocado la misma unidad control los procesos de control y de asignación de fuerzas. El porqué es sencillo, intentamos tener el menor número de

elementos posibles, si pusiéramos el control en un espacio diferente a la asignación de fuerzas necesitaríamos muchos cables para conectarlos, lo que conllevaría mayor gasto económico además de ralentizar el proceso.

No lo he incluido, porque no es parte del control estrictamente hablando, pero dentro de esta unidad podrían realizarse también los cálculos necesarios para obtener los giros de la plataforma a partir de los detectores de posición así como el cálculo del error.

La unidad central podría ser perfectamente un ordenador, ya que esta etapa del control es completamente digital. En cuanto al software, no existe nada parecido en el mercado dado la aplicación particular que se tiene, así que lo deberíamos diseñar nosotros mismos.

Una de las opciones para realizar el software es crearlo nosotros a partir de cualquier lenguaje de programación, pero esto resultaría bastante complicado, a menos que se poseyeran altos conocimientos de programación. Otra posibilidad es pedir un software exclusivo a la compañía que fabrica las tarjetas del paso a electrónica de potencia (Texas Instruments), pero resultaría muy caro al tratarse de un programa específicamente creado para nosotros.

Existe una última posibilidad, y es la de usar un software de ayuda que nos permitiese crear un programa para controlar el sistema. Este tipo de software, se llama plataforma de programación gráfica, y son programas que gracias a una interfaz más intuitiva que los clásicos compiladores de programación, permiten crear pequeños programas para el control de diversos sistemas electrónicos.

Este tipo de programas permiten el monitoreo de datos, simulación de circuitos, control de elementos electrónicos, además de ser fáciles de usar. Algunos programas de ese tipo son **LabVIEW** y **T-Spice**, cualquiera de ellos podría servir. Pero hay que tener en cuenta que las licencias para este tipo de programas son caras, por ejemplo la licencia profesional para **LabVIEW** cuesta 6785 euros durante un periodo de tres años.

Otra opción dentro de este tipo de Software sería **MyOpenLab**, único programa de estas características que es libre. Claro está, este tipo de programas no tienen la atención al cliente que tienen los de pago.

Así que recopilando, tendríamos las siguientes opciones:

- Opción 1: Olvidarnos de las tarjetas de commutación y pedir un bloque control completo y específico a Texas Instruments. Precio: > 10000 euros.
- Opción 2: Utilizar las tarjetas de commutación y un ordenador con algún programa

de pago. Precio: \approx 8500 euros. (habría que renovar licencia a los tres años).

- Opción 3: Utilizar las tarjetas de commutación y un ordenador con **MyOpenLab** o un software creado por nosotros. Precio: 1500 euros.

Todas estas opciones tienen sus ventajas y desventajas, pero quizá la más interesante sería la de intentar utilizar **MyOpenLab**, ya que al ser software libre se ahorraría mucho dinero.

Capítulo 7

Conclusiones y propuesta de trabajo

En este último capítulo vamos a analizar el trabajo desarrollado comparándolo con los objetivos iniciales planteados y comprobaremos si se han satisfecho. También como es proyecto enmarcado dentro de otra línea de investigación, se propondrán los diversos trabajos futuros que se crean convenientes para así establecer un posible camino para futuros estudios.

7.1 Conclusiones

Para poder tener una idea global del resultado de este proyecto, debemos tener en cuenta los objetivos previamente fijados en la introducción de dicho proyecto.

Podemos decir que los objetivos principales se han cumplido ampliamente en su gran mayoría, pues se ha conseguido caracterizar los motores lineales y se ha desarrollado un control para un motor y una estrategia para los cuatro motores.

Para comprobar bien el cumplimiento de los objetivos iremos uno por uno para asegurarnos individualmente de cada uno de ellos.

- Se han estudiado los requisitos del sistema así como el sistema elegido para la etapa de nanoposicionado. También se han estudiado sus características generales y se ha realizado una explicación detallada de las especificaciones concretas de los motores usados así como de su estructura.

- Mediante diferentes tipos de ensayos se ha logrado caracterizar cada una de las tres fases de los cuatro motores, incluyendo la fuerza vertical y horizontal. Para ello a parte de los ensayos ya mencionados, se ha realizado un proceso de tratamiento de datos para intentar obtener unas ecuaciones de comportamiento lo más aproximadas posibles al comportamiento teórico. Lo que en consiguiente será en un futuro el bloque Motor de nuestro bucle de control.
- Con la caracterización de los motores se ha procedido al diseño del bucle de control para un motor. Para ello se han diseñado varios bloques de dicho bucle, concretamente los de Control, Ley de conmutación y Equivalente dinámico. Para la obtención de estos bloques se han necesitado ensayos, simulaciones y demostraciones matemáticas, todo esto ya mostrado en la memoria. Si bien es cierto que se podría haber probado el prototipo de control, problemas con la adaptación al software de las tarjetas de conmutación lo han impedido.
- Se ha propuesto una estrategia a seguir en el desarrollo final de control para los cuatro motores conjuntos. Para ello ha sido necesaria la introducción de un nuevo bloque en el bucle de control, el bloque Asignación de fuerzas. También se han dado ideas generales de cómo debe orientarse el desarrollo del bloque Control.
- Mediante un estudio económico se han comparado por un lado los motores que hemos usado en nuestro trabajo con otros motores comerciales de la misma familia. Por otro lado se ha hecho un esbozo, con varias posibilidades, de los materiales necesarios (hardware y software) para el montaje del sistema de control.

Objetivamente hablando, se han cumplido la mayoría de los objetivos programados en un principio. Ahora con esta evaluación se puede dar paso a las diversas líneas de trabajo futuro que a continuación proponemos.

7.2 Propuesta de trabajo futuro

Este proyecto al estar dentro de una línea de investigación, necesita de una continuación en el futuro. En este apartado propondremos una serie de trabajos ligados a la continuación de lo ya realizado aquí, así como de lo que no se ha podido llegar a realizar.

- Trabajos para un solo motor:

- Primero se debería realizar un montaje para probar el correcto funcionamiento del motor. Para ello se necesitará al menos una tarjeta de control, donde se puedan generar las corrientes necesarias para el motor, un ordenador donde se gestione la información entrante y saliente, así como la realización de algún bloque del bucle de control y por lo menos un sensor de posición.
 - Una vez comprobado que el montaje es correcto, lo segundo sería empezar con movimientos sencillos del motor. De este modo podríamos ver si el bucle diseñado funciona correctamente. En caso contrario se deberá ir acotando el error y averiguar en qué bloque se halla el fallo. Una vez hallado el bloque que da errores, sería cuestión de analizar el origen del fallo.
 - Cuando fuésemos capaces de realizar movimientos sencillos, pasariamos a cosas más complejas como arranques, paradas o ciclos de movimiento.
- Trabajos para los cuatro motores:
 - Lo primero de todo sería realizar un montaje para poder medir los giros que sufriese la plataforma. Si ya disponemos de la estructura final donde se colocaría la plataforma con todos sus detectores de posición, podemos usarla. Si no, tendremos que crear una estructura que permita el registro de las posiciones de dos motores.
 - Lo segundo sería la obtención de la función de transferencia de los diferentes momentos que posee la plataforma. Al igual que para el caso de un solo motor se realizó el estudio de la función de transferencia de la plataforma respecto de la fuerza que sufría, también debería hacerse con los momentos que sufrirá. Es verdad que hallar estas ecuaciones de transferencia no es tarea fácil. Así como para hallar la fuerza de un motor solo se necesita un motor y una guía de aire comprimido, para el ensayo de un momento se necesitarían dos guías y diversos sistemas de capturas de datos. También está la opción de calcular la ecuación de transferencia mediante algún software. Esto se debería hacer con dos motores cuyas funciones de transferencia ya estuviesen definidas correctamente. Entonces a ambos motores se les introduciría una corriente predefinida para que realicen una fuerza que se tradujese en un momento. Sabiendo el momento teórico que introducimos y registrando el giro que sufre la plataforma, podría obtenerse la ecuación de transferencia. Ambos métodos podrían usarse.

- El siguiente paso sería la adquisición de diverso material informático y su integración para su uso. Se requerirían de al menos 6 controles individuales, así como de diversos detectores de posición. El principal problema sería integrar todo esto ya que el número de datos de entrada y salida serían elevados y se necesitaría una gestión global desde algún dispositivo como un PC.
- Una vez que dispusiésemos de todo el equipo necesario, se tendrían que realizar diferentes pruebas, primero sencillas, para detectar los errores del bucle de control. Una vez corregidos los posibles fallos del bucle se realizarían pruebas más complejas para confirmar el funcionamiento en todos los ámbitos posibles.
- Por último, aunque no sería vital para el funcionamiento de la plataforma, cabría la posibilidad de realizar una revisión de todos los sistemas informáticos introducidos con la función de mejorar el sistema dispuesto y conseguir un mayor rendimiento y eficiencia.

Anexo A

Caracterización de los motores lineales

En este anexo se incluirá información referente al capítulo 3 de la memoria del proyecto. Además se aportará información extra referente a los ensayos realizados para la caracterización como la elección de diferentes equipos o características técnicas de diversos elementos usados. También se incluirá información referente al tratamiento de datos que no se ha adjuntado en la memoria a fin de tener poder mejorar el entendimiento de los pasos realizados.

A.1 Ensayos realizados

En este apartado vamos a aportar diversa información referente a los ensayos realizados para la obtención de los datos relativos a las ecuaciones características de los motores. Entre otras cosas se podrá observar el sistema de elección para soporte que permitiría el movimiento de una de las partes del motor, así como el porqué de la elección y las características técnicas del dinamómetro usado.

A.1.1 Selección del sistema para mover una de las partes del motor

Como ya explicamos en la memoria, para poder realizar la caracterización de los motores era necesario poder medir las diferentes fuerzas que aparecen entre imanes y bobinado en diferentes posiciones relativas. Para ello como es obvio necesitábamos de un mecanismo que permitiese poder mover una de las partes, bobinado o imanes respecto de la otra, que

permanecería estática.

Eso no era todo lo necesario, a parte de esta condición, se necesitaba que el método mediante el que movíamos una de las partes fuera preciso. Es decir, nosotros necesitábamos poder desplazar una de las partes una distancia concreta, que debía de ser todo el rato y en todas las repeticiones aproximadamente la misma. Por ello debíamos de encontrar un elemento que no solo permitiese el movimiento, si no que tuviera alguna forma de poder medir ese movimiento con precisión a nivel micrométrico.

Otra característica necesaria era que el elemento elegido, pudiese acoplar de una manera no demasiado complicada el dinamómetro que habíamos encargado, ya que si no era posible su acople con él ese sistema quedaría descartado.

En un principio se pensó en el ensayo de fuerzas horizontales. Para ello se colocó el bobinado en una guía de aire comprimido que permitía su movimiento libre en una dirección. Por otra parte el camino magnético se colocó en una estructura de tipo pórtico de manera fija, así ya estaba claro que parte se quedaría fija y cual se movería. En la Figura A.1, puede observarse la guía de aire comprimido con el bobinado y la estructura pórtico con el camino magnético.

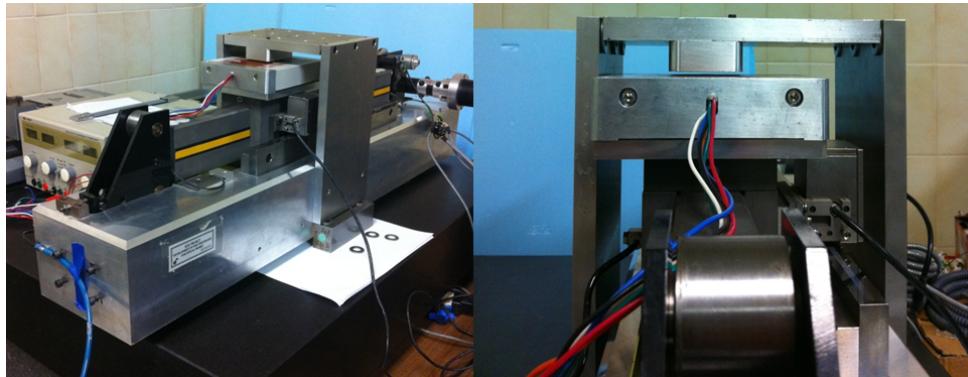


Figura A.1: Detalle de la colocación del pórtico respecto de guía de aire comprimido.

Fuente: Elaboración propia.

Ahora era necesario pensar en el modo de mover el bobinado teniendo en cuenta las restricciones planteadas más arriba.

- **Propuestas:**

Para ello se propusieron dos soluciones: una guía lineal y una MMC.

- Guía lineal:

Una guía lineal, como su nombre indica, es un mecanismo que permite el movimiento en una dirección. En nuestro caso, la guía de la que disponíamos usa un mecanismo de cremallera para realizar el movimiento (véase la Figura A.2, para ver un ejemplo de mecanismo de cremallera).

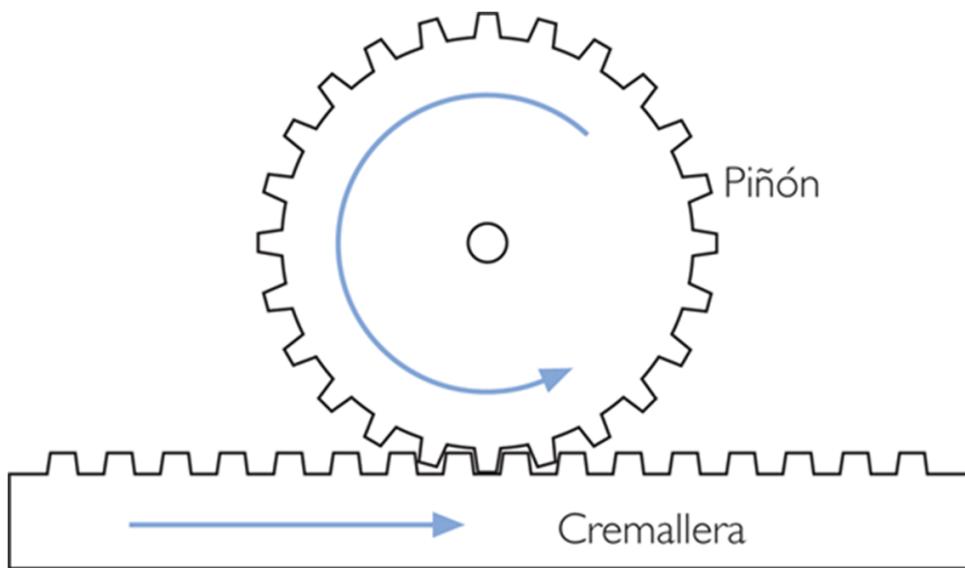


Figura A.2: Mecanismo de cremallera. **Fuente:** [4]

Así que mediante esta guía lineal que posee una resolución micrométrica, moveríamos el estator a las posiciones necesarias.

La guía se mueve en la misma dirección que el estator, así que la única forma de realizar el montaje, sería colocar la guía lineal al lado del estator de forma paralela y que mediante algún acople, lo fuese empujando.

Hay que tener en cuenta la morfología de la estructura pórtico, para pensar en cómo podríamos hacer para empujar el bobinado sin chocar con ella. Es obvio que necesitaríamos algún acople para unir el dinamómetro a la guía.

Como la guía no tiene los acoplos necesarios para este experimento, el acople tendríamos que diseñarlo nosotros mismos. Así pues en un principio se propuso un diseño para un posible acople para la guía. En la Figura A.3, puede observarse la guía lineal y el diseño de acople propuesto respectivamente.

– MMC:

MMC o máquina de medición por coordenadas, es un instrumento de medición directa que utiliza un puntero o palpador físico con el que el operador puede ir tocando el objeto y enviando coordenadas a un fichero de dibujo. El puntero

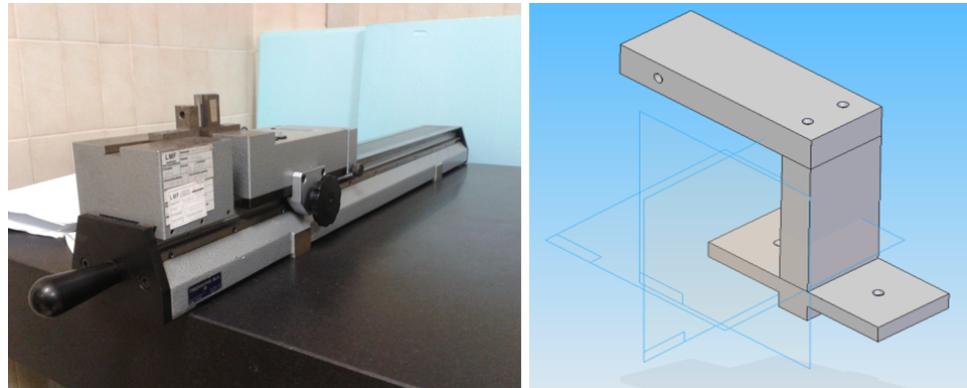


Figura A.3: Guía lineal y su mecanismo de acople diseñado. **Fuente:** Elaboración propia.

suele ir unido al sistema de registro de coordenadas mediante un brazo. Además, las MMC permiten movimiento no solo en una dirección, si no en las tres, pero puede restringirse a una sola dirección.

Como en el caso de la guía, la MMC debería poder mover el bobinado de tal manera que no interfiriese con la estructura pórtico. Además, también sería necesario un acople entre el brazo de la MMC y el dinamómetro, pero en este caso ya disponemos de un elemento de acople propio del cabezal de la MMC utilizada. Una imagen de una MMC genérica y del acople que poseemos se puede observar en la Figura A.4.



Figura A.4: Ejemplo de MMC y el acople para la muestra. **Fuente:** Elaboración propia.

- **Ventajas y desventajas:**

Ahora que tenemos claro cuáles son las dos posibilidades que tenemos para realizar los ensayos, debemos ver cuáles son los pros y los contras de los montajes y a tal fin

elegir el que más nos convenga

– Acoplos necesarios para el sensor:

En el caso de la guía, el sensor lo hemos tenido que diseñar nosotros mismos y al poseer una forma un tanto extraña debemos realizar su montaje mediante la unión de varias piezas. Esta no es la situación ideal ya que lo ideal sería que estuviese fabricado en una sola pieza, ya que cuantas más piezas contenga más fácil es que se creen juegos y desgastes entre ellas y aparezcan errores en la medición de los datos, además de que cuantas más piezas contenga más complicada y costosa será su fabricación. También hay que tener en cuenta que debido a la morfología que posee y la posición de las fuerzas solicitadas, tiene poca rigidez, así que las mediciones estarían abiertas a fallos. Por otra parte el acople del sensor a dicha pieza es relativamente fácil de montar.

El acople diseñado para la MMC, posee la principal ventaja de que ya está fabricado. Además es más robusto ya que contiene en su diseño un menor número de piezas, lo que mejoraría la estabilidad de las mediciones. La unión del sensor al acople se realiza de la misma forma que en el acople de la guía, así que en este aspecto no hay diferencia.

– Flexibilidad de los montajes:

Es posible que debido a diversas causas ya sean humanas o técnicas, debamos realizar un cambio en el montaje o alguna modificación. También hay que pensar en la posibilidad de hacer, con la misma herramienta, los ensayos de fuerza vertical. Así pues sería útil saber que montaje nos permite una mayor flexibilidad.

La guía lineal tiene un gran problema en relación con la posible flexibilidad ante cambios. Prácticamente todo lo que fuese realizar algún cambio en el montaje llevaría una gran cantidad de tiempo tanto por lo pesado de la guía como lo costoso de montaje y desmontaje del acople y el sensor. Además, si quisieramos hacer también los ensayos de fuerza vertical con la guía lineal, se debería fabricar otro acople ya que sería imposible usar el primero. Y teniendo en cuenta la morfología de la guía, sería un acople bastante complejo y difícil de fabricar, con bastante piezas y baja rigidez, lo que no es bueno para la realización de todas las mediciones.

Por el otro lado con la MMC no habría tantos problemas ya que tiene una mayor libertad de movimientos. La capacidad que tiene de moverse en las tres

direcciones XYZ da flexibilidad a la realización de los diferentes ensayos. El hecho de que la MMC pueda moverse en las tres direcciones, haría posible la realización de los ensayos de fuerzas verticales con un acople bastante sencillo, de una sola pieza, lo que sería bueno para la calidad de las mediciones.

Teniendo en cuenta estos cambios obligatorios y otros que puedan suceder imprevistos como ya hemos dicho antes, la MMC resulta mucha más ágil y flexible.

– Otros aspectos a tener en cuenta:

Hay que recordar, que en la guía lineal somos nosotros quien la movemos y tenemos que asegurarnos que se mueva lo que queramos. Recordemos que la guía lineal se mueve mediante un mecanismo de cremallera, pero somos nosotros quienes debemos de accionar ese mecanismo girando el engranaje. Así que depende de nosotros la posición final que adquiera, pudiendo en ese proceso generar errores en la posición del bobinado y con la lentitud que conlleva estar todo el tiempo comprobando la exactitud de la posición, ya que se van a realizar numerosas mediciones. Aunque se evalúa la fuerza ejercida en cada posición, resulta más adecuado para evaluar la repetibilidad del método el hecho de poder tener siempre medidas en las mismas posiciones de desplazamiento.

En cambio la MMC posee una precisión mayor al tener automatizado el desplazamiento. Ya que si queremos que se mueva una distancia específica, se moverá esa distancia y no otra, así que no deberíamos estar comprobando cada vez que se desplazase la posición de ésta. También hay que tener en cuenta, y esto es muy importante en la agilización de las mediciones, que la MMC posee programas de automatización, que nos permitirían automatizar las mediciones y agilizar su proceso.

• **Conclusiones:**

Teniendo en cuenta todo lo expuesto sobre los dos posibles montajes a realizar, por motivos de agilidad, acoples más sencillos y la posibilidad de realizar también los ensayos de fuerzas verticales sin demasiados cambios, se optó finalmente por la elección de la MMC para la realización de los ensayos de fuerzas.

A.1.2 Dinamómetro (sensor de fuerza)

Para realizar los ensayos de fuerza se necesitaba, como es obvio, algún aparato para poder medir dicha fuerza, es decir, un dinamómetro.

La elección del dinamómetro no era banal, pues se necesitaba que cumpliese algunas exigencias. Como parte de una adquisición de la universidad, resultaba útil que el dinamómetro se pudiera usar posteriormente para otros fines, así que no podía tratarse de un dinamómetro muy específico o exclusivo para cierta tipología de medidas.

Un factor que teníamos que tener muy en cuenta era su resolución. Como sabíamos que las fuerzas del motor podían variar en cantidades muy pequeñas, el sensor debía tener una resolución muy buena. Debía ser sensible, capaz de mostrar esos cambios de la fuerza.

Otro de los requisitos principales, era que el dinamómetro tuviera una salida digital, es decir, que no fuera solo analógico. El principal motivo para ello, es que los digitales suelen ser más precisos, además si tiene salida digital es muy probable que tenga algún software para la recogida de datos automatizada.

Otro detalle importante era la carga nominal del dinamómetro. Sabiendo que cuanto mayor sea la carga nominal más caro será, no tenía sentido adquirir un dinamómetro cuya carga nominal fuese muy superior a las fuerzas generadas por los motores. De acuerdo con esto, hicimos un pequeño cálculo de previsión de fuerzas que sufriría el dinamómetro.

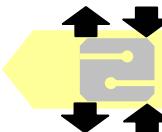
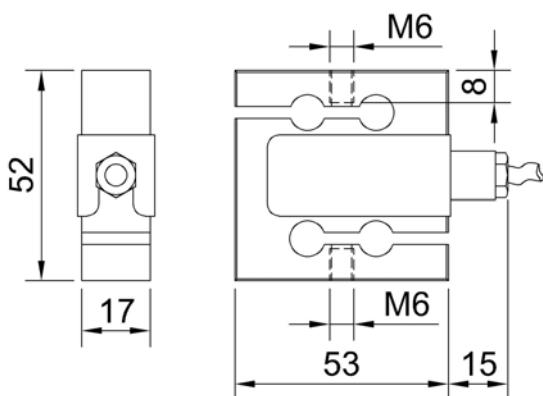
Como poseíamos las ecuaciones teóricas de comportamiento de los motores cuando circulaba por ellos una intensidad total de 3 amperios, y nosotros sabíamos que no íbamos a probarlos con una intensidad mayor, nos fijamos en la fuerza máxima que aparecía en las gráficas de las ecuaciones teóricas, gráfica que puede verse en la Figura 2.12 de la memoria.

Sabíamos entonces que cuando circulase una intensidad de 3 amperios por el motor, la fuerza total máxima sería más o menos, de unos 5 newtons aproximadamente. Por tanto para cubrir algún imprevisto deberíamos adquirir un dinamómetro que pudiese soportar fácilmente esa carga nominal.

Finalmente se decidió comprar un dinamómetro de la marca “AEP Transducers”, concretamente, el modelo **CTCA**, ya que parecía muy versátil y podía medir tanto a tracción como a compresión. Para ser más exactos se compró el modelo **CTCA5K5**, que poseía una carga nominal de 5 kg, suficiente para soportar las fuerzas que generaría el motor y algo más si fuera necesario, además de poseer una alta resolución y sensibilidad. Se eligió este modelo ya que aparte de todo esto, poseía unos valores de precisión, tolerancia, linealidad, histéresis y repetibilidad muy buenos.

El display que se compró junto con el dinamómetro, también de la misma marca, fue el modelo **DFI**, que permitía la captura de datos continuos, concretamente 10 por segundo. En las siguientes páginas se puede observar la ficha técnica del dinamómetro y del display.

Dimensioni Dimensions [mm]

 $\leq \pm 0.03\%$

Linearità - Isteresi

Linearity - Hysteresis

Compressione e Trazione
Di facile applicazione
Dimensioni ridotteCompression and Tension
Easy application
Compact size

Protezione contro i sovraccarichi

Overload protection

CODE:	LOAD	KHz ⁽¹⁾
CTCA1K5	1 kg	0.22
CTCA2K5	2 kg	0.50
CTCA5K5	5 kg	0.75
CTCA10K5	10 kg	1.00
CTCA25K5	25 kg	1.50
CTCA50K5	50 kg	2.00

⁽¹⁾Frequenza naturale / Natural frequency.

Dati Tecnici

Technical Data



CARICO NOMINALE	NOMINAL LOAD	1 ⁽¹⁾ - 2 ⁽¹⁾ - 5 ⁽¹⁾ - 10 - 25 - 50 kg ⁽²⁾
SENSIBILITÀ NOMINALE	NOMINAL SENSITIVITY	2mV/V
TOLLERANZA DI CALIBRAZIONE	SENSITIVITY TOLERANCE	$\leq \pm 0.1\%$
EFFETTO TEMPERATURA (10 °C)	TEMPERATURE EFFECT (10 °C)	
a) sullo zero	a) on zero	$\leq \pm 0.025\%$
b) sulla sensibilità	b) on sensitivity	$\leq \pm 0.021\%$
LINEARITÀ ISTERESI RIPETIBILITÀ	LINEARITY HYSTERESIS REPEATABILITY	$\leq \pm 0.03\%$ $\leq \pm 0.03\%$ $\leq \pm 0.01\%$
RESISTENZA DI INGRESSO	INPUT RESISTANCE	440 \pm 20 Ω
RESISTENZA DI USCITA	OUTPUT RESISTANCE	350 \pm 2 Ω
RESISTENZA DI ISOLAMENTO	INSULATION RESISTANCE	>5 G Ω
BILANCIAMENTO DI ZERO	ZERO BALANCE	$\leq \pm 1\%$
ALIMENTAZIONE DI RIFERIMENTO	RECOMMENDED SUPPLY VOLTAGE	10 V
ALIMENTAZIONE NOMINALE	NOMINAL SUPPLY VOLTAGE	1-15 V
ALIMENTAZIONE MAX.	MAXIMUM SUPPLY VOLTAGE	18 V
VALORI MECCANICI LIMITE RIFERITI AL CARICO NOMINALE :	MECHANICAL LIMIT VALUES REFERRED TO NOMINAL LOAD :	
a) carico di servizio	a) service load	120%
b) carico limite	b) max permissible load	150%
c) carico di rottura	c) breaking load	>300%
d) massimo carico trasversale	d) max transverse load	50%
e) carico dinamico limite	e) max permissible dynamic load	50%
FRECCIA MAX. AL CARICO NOMINALE	DISPLACEMENT AT NOMINAL LOAD	~ 0.3 mm
TEMPERATURA DI RIFERIMENTO	REFERENCE TEMPERATURE	+23°C
CAMPO NOMINALE DI TEMPERATURA	TEMPERATURE NOMINAL RANGE	-10/+40 °C
TEMPERATURA DI ESERCIZIO	SERVICE TEMPERATURE	-20/+70 °C
TEMPERATURA DI STOCCAGGIO	STORAGE TEMPERATURE	-20/+80 °C
PESO	WEIGHT	~ 0.3 kg
CLASSE DI PROTEZIONE (EN 60529)	PROTECTION CLASS (EN 60529)	IP20
MATERIALE DELLA CELLA	EXECUTION MATERIAL	Alluminio / Aluminium
LUNGHEZZA CAVO	CABLE LENGTH	3 m
TESTE A SNODO SFERICO CONSIGLIATE	RECOMMENDED KNUCKLE JOINTS	DURBAL EM6

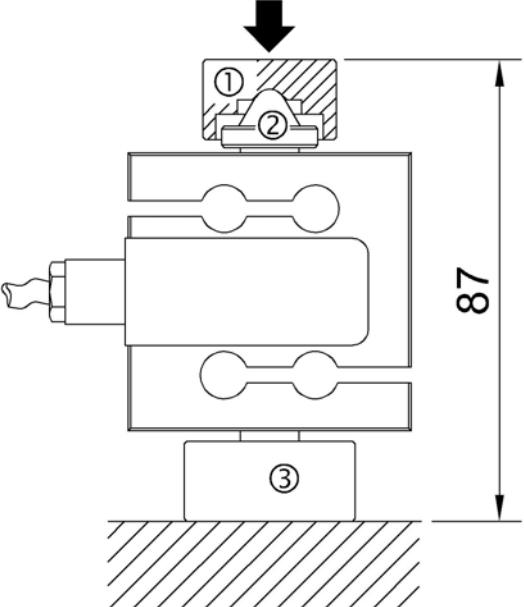
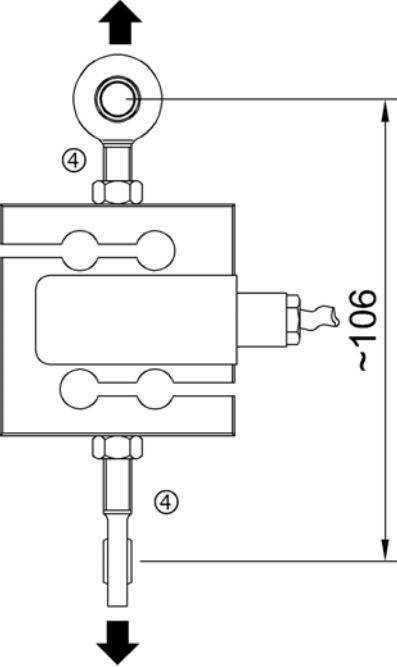
⁽¹⁾ Complete di protezione contro i sovraccarichi in trazione e compressione (Max. 500% F.S.).

Supplied with overload protection tension and compression (Max. 500% F.S.).

⁽²⁾ A richiesta calibrazioni in N.

N calibrations on request

Applicazioni Applications

COMPRESSIONE COMPRESSION	TRAZIONE TENSION
	
ATTENZIONE: <p> Verificare che la forza generata durante il montaggio degli accessori non superi il carico nominale. Il peso del cavo può influire sulla misura, è pertanto consigliabile posizionarlo nella zona fissa, dalla parte opposta al carico.</p>	WARNING: <p> Be sure that the force exerted when assembling accessories does not exceed nominal load Cable weight can influence measurement, it is therefore recommended to place it at the opposite site of the load.</p>

Accessori Accessories

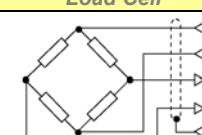
A

CODE:		ACCESSORIES (optional):	ACCESSORI (opzionali):
CTIC13	①	Loading head.	Testa di carico.
CTS18M6	②	Spherical loading head.	Testa di carico sferica.
CBC32M6	③	Mounting plate.	Base di carico.
CACCEM6	④	Knuckle joints.	Teste a snodo sferico.

Collegamenti Elettrici Electrical Connections

Cavo schermato PVC 70°C, Ø 4.2mm a 4 conduttori Ø 0.14mm² stagnati.

PVC 70°C shielded cable, Ø 4.2mm with 4 tinned Ø 0.14mm² conductors.

Load Cell	OUTPUT	CABLE	CAVO
	EXCITATION+ EXCITATION- OUTPUT+ OUTPUT-	Red Black White Yellow ----- Shield*	Rosso Nero Bianco Giallo Schermo*

* Collegato al corpo della cella di carico.
Connected to the body of the load cell.

AEP transducers


Dasa-Rägister
EN ISO 9001 (2000)
IQ-1100-01

JIC
Centro SIT n° 93

ATEX Ex
Production Quality
Assurance Certified n°
TÜV 06 ATEX 553793 Q

41010 Cognento (MODENA) Italy Via Bottego 33/A Tel:+39-(0)59-346441 Fax:+39-(0)59-346437 E-mail: aep@aep.it

Al fine di migliorare le prestazioni tecniche del prodotto, la società si riserva di apportare variazioni senza preavviso.
In order to improve the technical performances of the product, the company reserves the right to make any dynamometer without notice.

Il DFI è un indicatore digitale a microprocessore di nuova concezione completamente autonomo, con ingresso per **dinamometri** (forza) e **celle di carico** (peso) estensimetrici.

E' ideale per essere impiegato nei più moderni sistemi di misura statica e dinamica, come macchine prova materiali, presse per stampaggi, banchi prova, di collaudo e automazione in generale.

L'accuratezza $\pm 0,02\%$ rende possibile il suo impiego anche all'interno dei sistemi di qualità, quale campione di prima o seconda linea periodicamente tarato presso centri SIT.

Il sistema di misura è composto da una sezione analogica particolarmente stabile a lungo termine, da un alimentatore a frequenza portante che minimizza le derive termiche del sistema e da un convertitore A/D a 16 bit che garantisce 65.000 divisioni interne.

Per aumentare il livello di integrazione dei componenti è stata adottata una tecnologia mista (tradizionale e SMT) che rende l'indicatore più resistente alle vibrazioni e alle sollecitazioni meccaniche oltre a garantire la massima affidabilità del circuito.

Le batterie interne garantiscono un'autonomia di 1 anno, grazie anche alla funzione di AUTO POWER OFF che interviene quando non si rilevano variazioni della misura per un tempo di 30 minuti.

L'indicatore è assistito da un menu di programmazione, che permette di selezionare le diverse unità ingegneristiche (kN, daN, N, t, kg), la risoluzione e il filtro digitale in funzione della misura da eseguire.

Sul display è presente una indicazione analogica a barra, attiva anche all'interno del menu di programmazione.

Caratteristiche principali:

- AUTONOMIA 1 ANNO SENZA RICARICA.
- FILTRO DIGITALE.
- FUNZIONE DI PICCO (positivo e negativo).
- USCITA RS232C (opzionale).
- CALIBRAZIONE DIGITALE per il campo positivo e quello negativo, per eliminare la differenza di misura in trazione e in compressione per dinamometri.

DFI is a microprocessor based digital indicator, totally autonomous and with input for strain gauge based dynamometers (force) and load cells (weight).

It is ideal to be used in the most modern static and dynamic measurement systems as materials testing-machines, printing presses, test benches and generally in the automation industrial sector.

A $\pm 0,02\%$ accuracy makes it possible to be used use in quality systems as first or second line sample, periodically calibrated by a SIT center. Measuring system consists of a particularly long-term stable analogue section, of a carrier frequency amplifier which minimises thermal drifts and of a 16 bits A/D converter which ensures 65.000 internal divisions.

In order to increase the level of integration among components, a combined (traditional and SMT) technology has been used, that makes the indicator more resistant against vibrations and mechanical stresses, granting the highest reliability of the electrical circuit.

This indicator has internal batteries with 1 year autonomy, also guaranteed by the AUTO POWER OFF function, which activates if no changes in measurements are detected in the previous 30 minutes.

The indicator is provided with a programming menu which permits to choose different engineering units (kN, daN, N, t, kg), resolution and digital filter, according to measurements to be performed.

The display also shows an analogue indication bar for pressure, that is still on, even in programming menu.

Main features :

- 1 YEAR AUTONOMY WITHOUT RECHARGING.
- DIGITAL FILTER.
- PEAK FUNCTION (positive and negative).
- RS232C OUTPUT (on request).
- DIGITAL CALIBRATION for both positive and negative field, to remove differences between readings for dynamometers in tension and in compression loads.

Dynamometer



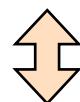
2mV/V

Dynamometer



2mV/V

RS232C



$\pm 0,02\%$

Accuratezza
Accuracy

± 25.000 div

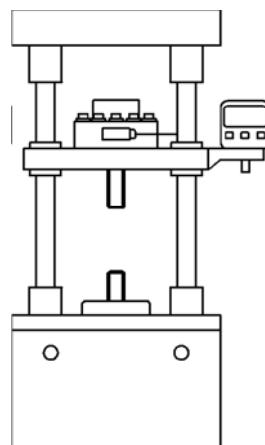
Risoluzione Standard
Standard resolution

Applicazioni:

- Calibratore di forza
- Macchine prova materiali
- Presse per stampaggio
- Banchi prova

Applications:

- Force calibrator
- Material testing machines
- Printing presses
- Testing benches



Dati Tecnici		Technical Data	
TIPO	TYPE	DFI	DFIF
ACCURATEZZA ERRORE DI LINEARITA'	ACCURACY CLASS LINEARITY ERROR	$\leq \pm 0.020\%$ $\leq \pm 0.015\%$	
SEGNALE D'INGRESSO CELLE DI CARICO COLLEGABILI	INPUT SIGNAL CONNECTABLE LOAD CELLS	2 mV/V	1 (350 or 700Ω, 4wires)
ALIMENTAZIONE PONTE FREQUENZA PORTANTE	BRIDGE EXCITATION VOLTAGE CARRIER FREQUENCY	5Vac ±3% 100Hz	
RISOLUZIONE STANDARD (2mV/V) RISOLUZIONE INTERNA CONVERSIONI AL SEC. (filtro 0)	STANDARD RESOLUTION (2mV/V) INTERNAL RESOLUTION READINGS PER SEC. (0 filter)	± 25.000 div 65.000 div. 10 (100ms)	± 4.000 div 65.000 div. 200 (5ms)
TEMP. DI RIFERIMENTO TEMP. DI ESERCIZIO TEMPERATURA DI STOCCAGGIO EFFETTO DELLA TEMPERATURA (10°C): a) sullo zero b) sul fondo scala	REFERENCE TEMPERATURE WORKING TEMPERATURE RANGE STORAGE TEMPERATURE RANGE TEMPERATURE EFFECT (10°C): a) on zero b) on full scale	23°C 0 / +50°C -10 / +60°C	$\leq \pm 0.015\%$ $\leq \pm 0.005\%$
DISPLAY	DISPLAY	custom LCD (H=16mm)	
FONDO SCALA PROGRAMMABILE PUNTO DECIMALE PROGRAMMABILE UNITA' DI MISURA PROGRAMM.	PROGRAMMABLE FULL SCALE PROGRAMMABLE DECIMAL POINT PROGRAMMABLE UNITS OF MEASUREMENT	Max. ± 99 995 div. (Res. 5 div)	
RISOLUZIONE DI MISURA PROG. FILTRI DIGITALI PROGRAMMABILI	PROG. MEASUREMENT RESOLUTION PROGRAMMABLE DIGITAL FILTER	Yes	
FUNZIONE DI ZERO FUNZIONE DI PICCO FUNZIONE DI AUTO SPEGNIMENTO	ZERO FUNCTION PEAK FUNCTION AUTO POWER OFF FUNCTION	kN, daN, N, t, kg 1, 2, 5, 10 0 ÷ 99 50% MIN / MAX 1 ÷ 30 minutes	
ALIMENTAZIONE AUTONOMIA (senza ricarica) BATTERIE ALCALINE	POWER SUPPLY AUTONOMY (without recharging) ALKALINE BATTERIES	BATTERIE / BATTERIES ~1 YEAR ~ 200 h n° 4 to 1,5 V size AA	
GRADO DI PROTEZIONE (EN 60529) CONTENITORE METALLICO DIMENSIONI (HxLxP) PESO	PROTECTION CLASS (EN 60529) METAL CASE DIMENSIONS (HxLxW) WEIGHT	IP40 ALLUMINIO / ALUMINIUM 140 x 80 x 48mm ~ 0.5kg	

Opzioni Options

SEGNALE D'INGRESSO	INPUT SIGNAL	1mV/V or 3mV/V.
USCITA SERIALE	SERIAL OUTPUT	RS232C
CONTENITORE	CASE	ABS

Accessori Accessories



QUICK ANALYZER: programma sviluppato per analizzare, monitorare e registrare l'andamento nel tempo di prove che possono interessare fino a 3 differenti sensori, i segnali dei quali vengono acquisiti contemporaneamente tramite interfacce seriali.

QUICK ANALYZER: this software has been developed to analyze, monitor and record the evolution in a certain time of tests that can involve up to 3 different sensors, whose signals are acquired, at the same time, through the serial interfaces.

DEMO: programma dimostrativo per il collegamento dello strumento al PC completo di **DATA LOGGER** ed esportazione delle misure su file **EXCEL**.

DEMO: demo software for the connection of the instrument to a PC complete with **DATA LOGGER** and transfer of the measured values to an **EXCEL** file



Codice: Code:	EDFI	Contenitore Case	Uscita seriale Serial output
		ABS = ABS	S3 = RS232C

Codice: Code:	EDFIF	200 conversioni al sec. 200 readings per sec.
------------------	--------------	--

AEP
transducers

41010 Cognento (MODENA) Italy Via Bottego 33/A Tel. 059 346441 Fax. 059 346437

E-mail: aep@aep.it Internet: <http://www.aep.it>



Distributore / Distributor:

Al fine di migliorare le prestazioni tecniche del prodotto, la società si riserva di apportare variazioni senza preavviso.
In order to improve the technical performances of the product, the company reserves the right to make any dynamometer without notice.

A.2 Metodología de recogida y tratamiento de datos

En este apartado hablaremos sobre la metodología en la recogida de datos así como del tratamiento de ellos. Mostraremos todos los resultados obtenidos y todo el proceso realizado hasta la obtención final de todas las ecuaciones características de todas las fases de cada uno de los motores, tanto en fuerza vertical como en fuerza horizontal.

A.2.1 Recogida de datos

Como ya explicamos en la memoria, para poder caracterizar todo el motor deberemos recoger medidas en todas las posiciones posibles en las que se pueda encontrar la matriz de imanes sobre el bobinado. En la Figura A.5 puede verse una representación de la matriz de imanes sobre el bobinado, pudiendo observarse la diferencia de tamaños y por consiguiente la necesidad de medir la fuerza en todas las posiciones relativas posibles entre ambos.



Figura A.5: Posiciones relativas en las que puede encontrarse la matriz de imanes respecto del bobinado. **Fuente:** NanoPla, documento interno.

Así pues recorreremos el motor en la longitud principal (la más grande) y realizaremos a lo largo de esta distancia 30 paradas para medir la fuerza. Cada parada estará separada de la otra por 2 mm, a fin de recorrer toda la longitud del motor.

A fin de obtener unos buenos resultados en las mediciones y no tener que repetirlas

y para no contar con solo un ensayo, lo que podría llevar a errores en la medición no detectables, se hicieron 3 pasadas, para asegurar que los datos son correctos, lo que nos daría un total de 90 mediciones de fuerza. En la Figura A.6 pueden verse las tres repeticiones del recorrido con sus mediciones anotadas y sus gráficas respectivas.

Repetición 1				Repetición 2				Repetición 3				
Punto	Offset	Posición medida (mm)	Fuerza (N)	Punto	Offset	Posición medida (mm)	Fuerza (N)	Punto	Offset	Posición medida (mm)	Fuerza (N)	
1	0	0,000	4,883	Centrado	1	0	0,002	4,883	1	0	0,004	4,883
2	0	2,028	4,579		2	0	2,052	4,569	2	0	2,058	4,569
3	0	4,035	3,402		3	0	4,026	3,402	3	0	4,036	3,402
4	0	6,019	1,578		4	0	6,035	1,559	4	0	6,022	1,578
5	0	8,038	-0,411		5	0	8,026	-0,402	5	0	8,039	-0,411
6	0	10,028	-2,343		6	0	9,987	-2,314	6	0	10,026	-2,343
7	0	12,011	-3,932		7	0	12,033	-3,952	7	0	12,012	-3,942
8	0	14,066	-4,716		8	0	14,042	-4,716	8	0	14,049	-4,716
9	0	16,025	-4,687		9	0	16,022	-4,687	9	0	16,031	-4,677
10	0	18,024	-3,824		10	0	18,026	-3,814	10	0	18,022	-3,824
11	0	20,027	-2,128		11	0	20,030	-2,128	11	0	20,029	-2,128
12	0	22,024	-0,166		12	0	22,023	-0,166	12	0	22,015	-0,176
13	0	24,031	1,784		13	0	24,036	1,794	13	0	24,044	1,794
14	0	26,021	3,550		14	0	26,022	3,550	14	0	26,028	3,559
15	0	28,030	4,638		15	0	28,032	4,638	15	0	28,024	4,628
16	0	30,007	4,883		16	0	30,014	4,883	16	0	30,025	4,883
17	0	32,040	4,462		17	0	32,034	4,462	17	0	32,015	4,471
18	0	34,024	3,226		18	0	34,033	3,216	18	0	34,085	3,187
19	0	36,026	1,392		19	0	36,023	1,392	19	0	36,007	1,402
20	0	38,037	-0,549		20	0	38,034	-0,549	20	0	38,062	-0,578
21	0	40,022	-2,471		21	0	40,022	-2,471	21	0	40,008	-2,451
22	0	42,025	-4,020		22	0	42,032	-4,020	22	0	42,051	-4,030
23	0	44,033	-4,726		23	0	44,027	-4,726	23	0	44,019	-4,716
24	0	46,017	-4,648		24	0	46,018	-4,648	24	0	46,022	-4,648
25	0	48,030	-3,755		25	0	48,043	-3,746	25	0	48,034	-3,755
26	0	50,012	-2,118		26	0	50,010	-2,218	26	0	50,021	-2,118
27	0	52,035	-0,196		27	0	52,039	-0,196	27	0	52,027	-0,205
28	0	54,026	1,696		28	0	54,022	1,696	28	0	54,032	1,708
29	0	56,016	3,412		29	0	56,028	3,422	29	0	56,018	3,412
30	0	58,028	4,442		30	0	58,022	4,432	30	0	58,034	4,442

Motor 1 - Fase 1(N/V) - centrado

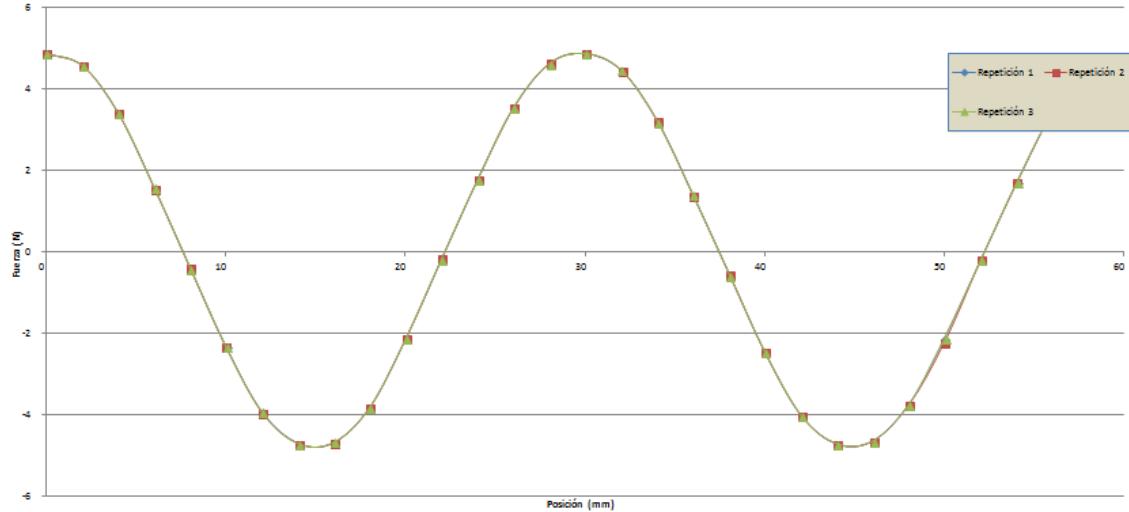


Figura A.6: Gráficas obtenidas para la fase 1 del motor 1 en los ensayos de fuerza vertical.

Fuente: Elaboración propia.

Estas pasadas, las hemos realizado solo por la parte central, así que quedarían zonas por las que la matriz de imanes no ha pasado y por tanto no sabemos cómo se comportaría

en ellas. Para evitar eso, este proceso se realizará por la parte izquierda, central y derecha del motor, para cubrir toda el área del bobinado. Por lo tanto, teniendo en cuenta que en cada lado eran 90 mediciones y lo haremos en tres zonas, nos da un total de 270 mediciones.

Hay que recordar que esto se realiza para caracterizar una de las fases de un motor. Si tenemos en cuenta que cada motor tiene tres fases, y que también las debemos de caracterizar, nos da un total de 810 mediciones por motor.

Como sabemos, tenemos que caracterizar 4 motores así que en total tendremos que hacer 3240 mediciones de fuerza-posición para caracterizar los 4 motores. Pero esto solo es hablando de uno de los ensayos de fuerzas, vertical u horizontal. Teniendo en cuenta que deberemos realizar esto tanto para los ensayos de fuerzas verticales como para los ensayos de fuerzas horizontales, nos dará un total de nada menos que 6480 mediciones.

Todo este conjunto de mediciones de fuerza/posición nos permitirá obtener unas más que representativas ecuaciones características de los motores. En concreto, conseguiremos un total del 24 ecuaciones, 3 por cada fase de los 4 motores tanto de fuerza vertical como de fuerza horizontal.

Después de la recogida de estos datos pasamos a la primera fase de su tratamiento, el criterio de Chauvenet.

A.2.2 Criterio de Chauvenet

Como ya sabemos, siempre que se realizan mediciones, se pueden cometer errores, tanto humanos como debidos al propio proceso de medición (metodología, instrumentos, etc.). Es por eso que debe de aplicarse algún método o criterio estadístico para eliminación de datos espurios no detectables a simple vista. Los datos espurios aparecen cuando se reitera una medida, pudiendo cometer errores gruesos en la propia medición o a la hora de introducir los datos en la hoja de cálculo.

Para la eliminación de estos datos espurios, se utilizó el criterio de Chauvenet, el cual indica que deben rechazarse todas las medidas cuya probabilidad de aparición sea inferior a $1/(2n)$, siendo n el número de medidas realizadas. En este caso particular, esto supone que una vez calculada la media (\bar{x}) y la desviación típica (σ) de todas las mediciones (x_1, x_2, \dots, x_i), han de rechazarse aquellas medidas en las que se cumpla:

$$\frac{|x_i - \bar{x}|}{\sigma} > k \quad (A.1)$$

Siendo σ y k :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (\text{A.2})$$

$$k = \frac{0.435 - 0.862 \cdot a}{1 - 3.604 \cdot a + 3.213 \cdot a^2} \leftarrow a = \frac{2 \cdot n - 1}{4 \cdot n} \quad (\text{A.3})$$

Hay que tener en cuenta que esta metodología hay que realizarla con las series de datos adecuadas. En nuestro caso tenemos que comparar la medida de la fuerza, que es la relevante, ya que la de posición apenas varía al usar la MMC. Y en tal caso, nuestras series de datos estarán formadas por las diferentes medidas de fuerza que hemos tomado para un mismo punto, que son tres repeticiones que realizamos de cada lado por los tres sitios diferentes por los que medimos (izquierda, centro y derecha), nos da un total de 9 datos a tratar por serie. Hay que recordar, que el motor 2, en los ensayos de fuerza horizontal, en la posición central, fue ensayado 5 veces por cada lado en vez de tres, lo que daría un total de 11 datos a tratar en ese caso, lo que modificaría el valor de a y por consiguiente el valor de k .

Para poder aplicar el criterio hay que tener en cuenta las siguientes consideraciones:

1. El criterio de Chauvenet se aplica de forma continuada hasta que no se rechace ninguna medida.
2. El número de rechazos que se aceptan en cada aplicación de la ecuación A.1 si el número de reiteraciones de la medida es menor o igual a 10 y 2 si se encuentra entre 10 y 20. Si hubiese más rechazos, la serie de medidas debe ser anulada y revisado el método empleado.

A continuación se explicará paso a paso como se realiza la eliminación de los datos espurios en una de las fases del motor, en este caso en concreto se trata de la fase 1 del motor 1 de las fuerzas horizontales.

Lo primero es darse cuenta que para cada posición, tenemos nueve medidas ($n = 9$), las tres repeticiones por cada una de las tres zonas que hemos pasado la matriz de imanes. Con este datos calcularemos el valor de a , y con este valor calcularemos k . También será necesario calcular la media de las series de medidas así como su desviación típica, a fin de poder realizar la ecuación A.1.

1	Punto	PROMEDIO	DESVEST	Chauvenet	n =	9	a =	0,47222222	k =	1,91527844
	1	0,185	0,065	0,4683463 1,68810536 1,22490572 0,58157288 0,13381323 0,89037264 1,04477252 0,31394642 1,04477252						
	2	2,192	0,043	0,8031318 1,24902641 1,01434504 0,13559368 0,34680692 0,34680692 1,05085103 0,56845043 1,75489514						
	3	3,848	0,021	0,67980123 0,20181599 0,67980123 1,66232643 0,27616925 0,27616925 1,6357717 1,1843412 0,20181599						
	4	4,682	0,046	1,15979876 1,15979876 1,15979876 1,39560846 0,33446479 0,55102472 0,31521501 1,17904853 0,33446479						
	5	4,721	0,063	1,62695292 0,85129212 1,15205855 1,17492384 0,24096492 0,24096492 0,0826668 1,01662572 0,87415741						
	6	4,052	0,112	1,15278616 1,15278616 1,24168998 0,50082484 0,0148173 0,15040995 1,6387937 0,76753629 0,50082484						
	7	2,487	0,103	1,29738884 1,200649 1,29738884 0,41490646 0,0591188 0,97599757 0,69545201 0,97599757 0,79219186						
	8	0,511	0,086	1,26913733 1,04880994 1,16477172 0,20357736 0,02834621 0,02834621 0,77179011 1,34000287 1,22404108						
	9	-1,461	0,050	0,78912128 0,58906236 0,58906236 0,38900345 0,38900345 0,58906236 2,35180369 0,39122632 0,59128524						
	10	-3,262	0,042	0,07084857 0,77933431 0,5431724 0,77933431 0,07084857 0,30701048 2,47970007 0,37785906 0,30701048						
	11	-4,434	0,035	0,34182172 0,0595836 0,34182172 1,04114505 0,34182172 0,62405983 1,72478849 0,78713075 1,60562128						
	12	-4,750	0,045	0,31368097 0,75479485 0,53423791 0,1274329 0,53423791 0,31368097 0,95329609 1,20816188 2,06833393						
	13	-4,412	0,071	0,95248497 0,81172364 0,95248497 0,12199315 0,26275447 0,12199315 0,00469204 1,25746784 1,96127447						
	14	-3,191	0,085	1,07469842 1,09828936 0,98033466 0,05766674 0,04849249 0,16644719 0,29357615 1,56748694 1,44953226						
	15	-1,342	0,082	0,93642648 1,18000562 1,18000562 0,13532175 0,1082574 0,01353217 0,36672193 1,43847015 1,45064911						
	16	0,558	0,060	1,48386052 0,98550737 1,32147579 0,33036895 0,33036895 0,15678526 1,65184473 0,00559947 0,33036895						
	17	2,462	0,031	0,60716511 0,89476964 0,89476964 0,03195606 0,67107723 0,35151665 2,23692411 0,60716511 0,28760453						
	18	3,981	0,030	0,66560805 0,00371848 0,66560805 0,67304501 0,00371848 0,33838175 1,97079479 1,30890522 0,97424195						
	19	4,725	0,065	1,03148899 0,89316017 0,89316017 1,22788176 1,07418307 0,92048438 0,89316017 0,92048438 0,4320641						
	20	4,757	0,103	1,34158755 1,14824427 0,86789651 1,12353933 0,03653482 0,93986318 0,67455323 0,3695005 0,56284378						
	21	3,959	0,104	1,39277578 1,10527619 1,20110939 1,33847031 0,39930498 0,30347179 0,0159722 0,77305445 0,86888764						
	22	2,333	0,097	1,41137438 1,20600058 1,01089547 0,40618373 0,30349684 0,09812304 0,30349684 1,30982845 1,20714155						
	23	0,378	0,080	1,17892389 1,05320925 1,17892389 0,30450878 0,05307951 0,05307951 0,17879414 1,41079754 1,41079754						
	24	-1,511	0,111	0,54096041 0,69652416 0,542490221 2,40170363 0,52490221 0,69652416 0,27901112 0,52490221 0,25392019						
	25	-3,313	0,050	1,1633787 1,00291268 0,80233014 1,34390299 0,22064079 0,22064079 1,34390299 0,80233014 0,80233014						
	26	-4,509	0,081	1,68401456 0,37712052 0,37712052 1,5605933 0,37712052 0,25369926 0,22764366 1,10530597 0,98188471						
	27	-4,811	0,094	1,74559694 1,18074028 1,08461972 1,11547323 0,56129664 0,56129664 0,69895078 0,03797356 0,13409412						
	28	-4,411	0,075	1,41330106 0,76271049 0,89548407 0,64321426 0,27292348 0,27292348 0,40569707 1,18906122 1,57410462						
	29	-3,226	0,103	1,32537782 0,94777424 0,94777424 0,28939885 0,00107579 0,00107579 0,75628296 1,32752941 1,42435084						
	30	-1,470	0,111	1,40346867 0,61401754 0,52430719 0,88314861 0,08572323 0,00398713 0,3548543 1,49417581 1,49417581						

Figura A.7: Primer paso del criterio de Chauvenet. **Fuente:** Elaboración propia.

En la Figura A.7 puede observarse la primera tabla realizada para tal objetivo. En la parte superior, puede observarse el valor de n (número de repeticiones) así como el valor de a y k . En la parte izquierda se puede observar el número de las series de datos, en este caso 30, ya que se realizaron 30 en cada pasada, junto con el valor medio de la serie de las 9 medidas y su desviación típica.

En lo que es el cuerpo de la tabla se puede observar el cálculo realizado a cada una de las 9 mediadas con la primera parte de la ecuación A.1 ($\frac{|x_i - \bar{x}|}{\sigma}$) cuyos componentes a excepción claro está de la propia medida tomada están en esta tabla. Las medidas de fuerza realizadas se encuentran en otras tablas aparte.

Se puede ver, que en el cuerpo de la matriz, aparecen una serie de valores sombreados de rojo. Estos son los valores de la primera parte de la ecuación A.1 que son mayores que k . Se debe recordar que para series de datos menores o iguales a 10, que es nuestro caso (menos para el caso de fuerzas horizontales en el motor 2, que las series de datos poseen 11 elementos) el número máximo de datos desecharables será de 1. Si se diese el caso de más de un dato desecharable, debería de revisarse el método.

Como podemos ver en la Figura A.7, hay siete series que poseen un dato mayor que

k. Lo que tenemos que hacer es eliminar ese dato y volver a repetir el proceso solo en las series en las que hemos eliminado datos, porque al eliminarlos, n pasa a valer 8, y tenemos que volver a calcular a , k , la media y la desviación típica. Y con estos datos volver a calcular $\frac{|x_i - \bar{x}|}{\sigma}$ para ver si es mayor que la nueva k .

2	Punto	PROMEDIO	DESVEST	Chauvenet	n =	8	a =	0,46875	k =	1,86298148
	1	0,185	0,065	0,4683463 1,68810536 1,22490572 0,58157288 0,13381323 0,89037264 1,04477252 0,31394642 1,04477252						
	2	2,192	0,043	0,8031318 1,24902641 1,01434504 0,13559368 0,34680692 0,34680692 1,05085103 0,56845043 1,75489514						
	3	3,848	0,021	0,67980123 0,20181599 0,67980123 1,66232643 0,27616925 0,27616925 1,6357717 1,1843412 0,20181599						
	4	4,682	0,046	1,15979876 1,15979876 1,15979876 1,39560846 0,33446479 0,55102472 0,31521501 1,17904853 0,33446479						
	5	4,721	0,063	1,62695292 0,85129212 1,15205855 1,17492384 0,24096492 0,24096492 0,0826668 1,01662572 0,87415741						
	6	4,052	0,112	1,15278616 1,15278616 1,24168998 0,50082484 0,0148173 0,15409995 1,6387937 0,76753629 0,50082484						
	7	2,487	0,103	1,29738884 1,200649 1,29738884 0,41490646 0,0591188 0,97599757 0,69545201 0,97599757 0,79219186						
	8	0,511	0,086	1,26913733 1,04880994 1,16477172 0,20357736 0,02834621 0,02834621 0,77179011 1,34000287 1,22404108						
	9	-1,475	0,025	0,9825607 0,58556648 0,58556648 0,18857226 0,18857226 0,58556648 1,35970521 1,75669944						
	10	-3,275	0,017	0,60805837 1,19359605 0,59304458 1,19359605 0,60805837 0,00750689 1,74910617 0,00750689						
	11	-4,434	0,035	0,34182172 0,0595836 0,34182172 1,04114505 0,34182172 0,62405983 1,72478849 0,78713075 1,60562128						
	12	-4,739	0,031	0,08171506 0,73543551 0,40857528 0,57200539 0,40857528 0,08171506 1,02960971 2,1736205 0,08171506						
	13	-4,394	0,051	0,97652403 0,78219089 0,97652403 0,1700415 0,02429164 0,1700415 0,34494132 2,07450627 0,34494132						
	14	-3,191	0,085	1,07469842 1,09828936 0,98033466 0,05766674 0,04849249 0,16644719 0,29357615 1,56748696 1,44953226						
	15	-1,342	0,082	0,93642648 1,18000562 1,18000562 0,13532175 0,1082574 0,01353217 0,36672193 1,43847015 1,45064911						
	16	0,558	0,060	1,48386052 0,98550737 1,32147579 0,33036895 0,33036895 0,15678526 1,65184473 0,00559947 0,33036895						
	17	2,471	0,018	0,56284465 1,05704971 1,05704971 0,53538881 1,63362227 1,08450554 0,56284465 0,01372792 0,56284465						
	18	3,988	0,022	1,26631722 0,33691009 1,26631722 0,59249705 0,33691009 0,12779348 1,47543383 1,01073026 1,47543383						
	19	4,725	0,065	1,03148899 0,89316017 0,89316017 1,22788178 1,07418037 0,92048438 0,89316017 0,92048438 0,4320641						
	20	4,757	0,103	1,34158755 1,14824427 0,86789651 1,12353933 1,03653482 0,93986318 0,67455323 0,3695005 0,56284378						
	21	3,959	0,104	1,39277578 1,10527619 1,20110939 1,33847031 0,39930498 0,30347179 0,0159722 0,77305445 0,86888764						
	22	2,333	0,097	1,41137438 1,20600058 1,01089547 0,40618373 0,30349684 0,09812304 0,30349684 1,30982845 1,20714155						
	23	0,378	0,080	1,17892389 1,05320925 1,17892389 0,30450878 0,05307951 0,05307951 0,17879414 1,41079754 1,41079754						
	24	-1,544	0,051	1,81063728 0,85306535 0,48364674 0,48364674 0,48364674 0,85306535 1,24678782 0,48364674 0,09964581						
	25	-3,313	0,050	1,1633787 1,00291268 0,80233014 1,34390299 0,22064079 0,22064079 1,34390299 0,80233014 0,80233014						
	26	-4,509	0,081	1,68401456 0,37712052 0,37712052 1,5605933 0,37712052 0,25369926 0,22764366 1,10530597 0,98188471						
	27	-4,811	0,094	1,74559694 1,18074028 1,08461972 1,11547323 0,56129664 0,56129664 0,69895078 0,03797356 0,13409412						
	28	-4,411	0,075	1,41330106 0,76271049 0,89548407 0,64321426 0,27292348 0,27292348 0,40569707 1,18906122 1,57410462						
	29	-3,226	0,103	1,32537782 0,94777424 0,94777424 0,2893885 0,00107579 0,00107579 0,75628296 1,32752941 1,42435084						
	30	-1,470	0,111	1,40346867 0,61401754 0,52430719 0,88314861 0,08572323 0,00398713 0,3548543 1,49417581 1,49417581						

Figura A.8: Segundo paso del criterio de Chauvenet. **Fuente:** Elaboración propia.

En la Figura A.8 puede observarse la nueva tabla resultante de los cambios. Puede observarse, de color rojo, las filas que han sido modificadas debido a que en el primer paso se habían obtenido datos mayores que k . El resto de filas se han dejado igual. Se puede ver que los datos que eran mayores que k , han sido eliminados y se ha vuelto a calcular de nuevo todos los parámetros necesarios para los nuevos cálculos. Se puede observar que hay dos casillas sombreadas de rojo, éstas son las de los valores mayores de k .

Este proceso de eliminación y recálculo deberá de realizarse hasta que todos los datos sean correctos.

Entonces puede observarse que ahora son dos series de números las que tienen un dato mayor que k , así que eliminaremos ese dato y volveremos a calcular todos los parámetros solo para esas dos series, pero en este caso con n igual a ocho.

En la Figura A.9, puede observarse, con casillas en azul, las filas que han sido

3	Punto	PROMEDIO	DESVEST	Chauvenet	n =	7	a =	0,46428571	k =	1,80120203
	1	0,185	0,065	0,4683463 1,68810536 1,22490572 0,58157288 0,13381323 0,89037264 1,04477252 0,31394642 1,04477252						
	2	2,192	0,043	0,8031318 1,24902641 1,01434504 0,13559368 0,34680692 0,34680692 1,05085103 0,56845043 1,75489514						
	3	3,848	0,021	0,67980123 0,20181599 0,67980123 1,66232643 0,27616925 0,27616925 1,6357717 1,1843412 0,20181599						
	4	4,682	0,046	1,15979876 1,15979876 1,15979876 1,39560846 0,33446479 0,55102472 0,31521501 1,17904853 0,33446479						
	5	4,721	0,063	1,62695292 0,85129212 1,15205855 1,17492384 0,24096492 0,24096492 0,0826668 1,01662572 0,87415741						
	6	4,052	0,112	1,15278616 1,15278616 1,24168998 0,50082484 0,0148173 0,15409995 1,6387937 0,76753629 0,50082484						
	7	2,487	0,103	1,29738884 1,200649 1,29738884 0,41490646 0,0591188 0,97599757 0,69545201 0,97599757 0,79219186						
	8	0,511	0,086	1,26913733 1,04880994 1,16477172 0,20357736 0,02834621 0,02834621 0,77179011 1,34000287 1,22404108						
	9	-1,475	0,025	0,9825607 0,58556648 0,58556648 0,18857226 0,18857226 0,58556648 1,35970521 1,75669944						
	10	-3,275	0,017	0,60805837 1,19359605 0,59304458 1,19359605 0,60805837 0,00750689 1,74910617 0,00750689						
	11	-4,434	0,035	0,34182172 0,0595836 0,34182172 0,04114505 0,34182172 0,62405983 1,72478849 0,78713075 1,60562128						
	12	-4,729	1,672	0,00418656 0,00777504 0,00179424 0,01614815 0,00179424 0,00418656 0,01315775 1,60562128						
	13	-4,379	0,030	1,15475291 0,82482351 1,15475291 0,79183057 0,46190116 0,79183057 1,08876703 1,47543383 1,01073026						
	14	-3,191	0,085	1,07469842 1,09828936 0,98033466 0,05766674 0,04849249 0,16644719 0,29357615 1,56748696 1,44953226						
	15	-1,342	0,082	0,93642648 1,18000562 1,080562 1,080562 0,1082574 0,01353217 0,36672193 1,43847015 1,45064911						
	16	0,558	0,060	1,48386052 0,98550737 1,32147579 0,33036895 0,33036895 0,15678526 1,65184473 0,00559947 0,33036895						
	17	2,471	0,018	0,56284465 1,05704971 1,05704971 0,53538881 1,63362227 1,08450554 0,56284465 0,01372792						
	18	3,988	0,022	1,26631722 0,33691009 1,26631722 0,59249705 0,33691009 0,12779348 1,47543383 1,01073026						
	19	4,725	0,065	1,03148899 0,89316017 0,89316017 1,22788176 1,07418307 0,92048438 0,89316017 0,92048438 0,4320641						
	20	4,757	0,103	1,34158755 1,14824427 0,86789651 1,12353933 1,03653482 0,93986318 0,67455323 0,3695005 0,56284378						
	21	3,959	0,104	1,39277578 1,10527619 1,20110939 1,33847031 0,39930498 0,30347179 0,0159722 0,77305445 0,86888764						
	22	2,333	0,097	1,41137438 1,20600058 1,01089547 0,40618373 0,30349684 0,09812304 0,30349684 1,30982845 1,20714155						
	23	0,378	0,080	1,17892389 1,05320925 1,17892389 0,30450878 0,05307951 0,05307951 0,17879414 1,41079754 1,41079754						
	24	-1,544	0,051	1,81063728 0,85306535 0,48364674 0,48364674 0,48364674 0,85306535 1,24678782 0,48364674 0,09964581						
	25	-3,313	0,050	1,1633787 1,00291268 0,80233014 1,34390299 0,22064079 0,22064079 1,34390299 0,80233014 0,80233014						
	26	-4,509	0,081	1,68401456 0,37712052 0,37712052 1,5605933 0,37712052 0,25369926 0,22764366 1,10530597 0,98188471						
	27	-4,811	0,094	1,74559694 1,18074028 1,08461972 1,11547323 0,56129664 0,56129664 0,69895078 0,03797356 0,13409412						
	28	-4,411	0,075	1,41330106 0,76271049 0,89484807 0,64321426 0,27292348 0,27292348 0,40569707 1,18906122 1,57410462						
	29	-3,226	0,103	1,32537782 0,94777424 0,94777424 0,2893885 0,00107579 0,00107579 0,75628296 1,32752941 1,42435084						
	30	-1,470	0,111	1,40346867 0,61401754 0,52430719 0,88314861 0,08572323 0,00398713 0,3548543 1,49417581 1,49417581						

Figura A.9: Tercer paso del criterio de Chauvenet. **Fuente:** Elaboración propia.

modificadas, y el resto que han permanecido igual que en el paso 2. También puede verse que los valores sombreados de rojo en el paso 2 han sido eliminados y que se han calculado todo los datos para n igual a siete para las dos filas correspondientes.

Por último cabe señalar que ya no hay datos sombreados de rojo, lo que quiere decir que todos son óptimos y menores que k . Con lo cual hemos llegado al fin de los cálculos y los datos que hemos eliminado corresponde a las mediciones que deberemos eliminar cuando vayamos a obtener las ecuaciones características.

Recordamos que este es el proceso para la fase 1 del motor 1 en el caso de las fuerzas horizontales. Habrá que repetir este proceso para todas las fases de todos los motores tanto en fuerzas verticales como en fuerzas verticales.

Ahora que hemos eliminado los datos espurios, pasaremos a calcular las ecuaciones características de los motores.

A.2.3 Obtención de las ecuaciones con MATLAB

Una vez que los datos de las mediciones de fuerza han sido analizados por el criterio de Chauvenet, pasaremos a su análisis matemático para la obtención de las ecuaciones características.

Así pues, el siguiente paso será, con los datos de las 24 ecuaciones características que poseemos (3 fases por cuatro motores y fuerzas horizontales y verticales), analizarlos matemáticamente para poder deducir de ellos la ecuación matemática que lo rige, es decir, la ecuación más próxima a su distribución y para ello utilizaremos el programa matemático MATLAB.

Iremos introduciendo en MATLAB los diferentes datos de cada fase. Primero debemos introducir dos vectores. Uno con los datos de posición y otro con los datos de fuerza. Hay que poner cuidado en no introducir los datos eliminados mediante el criterio de Chauvenet, ya que si no invalidarían los resultados.

Una vez introducidos, utilizaremos la función `cftool(x,y)` (Curve Fitting Tool), la cual nos permite representar los diferentes datos en una gráfica y además nos permite aproximar dichos datos al tipo de ecuación que queramos. En la Figura A.10 pueden verse representados los datos introducidos mediante los vectores de posición y fuerza, generados por la herramienta `cftool(x,y)`.

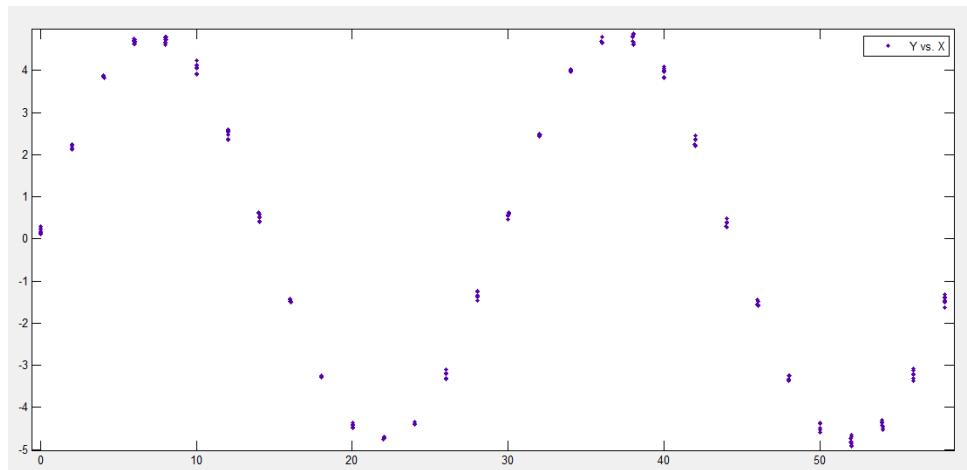


Figura A.10: Nube de puntos introducida en MATLAB. **Fuente:** Elaboración propia a partir de MATLAB.

MATLAB, gracias a esta aplicación nos permite ajustar datos, como los que hemos

introducido nosotros a diferentes tipos de ecuaciones como exponenciales, logarítmicas, polinómicas... Este proceso de ajuste podría ser un poco complicado si no supiésemos cual es la ecuación a la que se asemeja.

Si introdujésemos una ecuación que no se pareciese demasiado a la distribución de los datos obtenidos, el programa al intentar ajustarla, nos daría unos resultados de similitud muy pobres. Si no incluimos ningún parámetro para que el programa ajuste, podríamos obtener ecuaciones diferentes a la que realmente se ajusta más. Así que lo que tenemos que hacer es ayudar al programa e introducirle unos valores aproximados a la ecuación que realmente se asemeja.

Gracias a los datos que poseemos del fabricante, sabemos la ecuación teórica de comportamiento de los motores. Aunque no será idéntica a la que hemos medido, se asemejará mucho, así que como punto de partida para que el programa ajuste nuestros datos, será muy bueno. En la Figura A.11 puede observarse la ecuación introducida para su ajuste y sus valores iniciales, así como la ecuación resultado y el valor de sus parámetros.

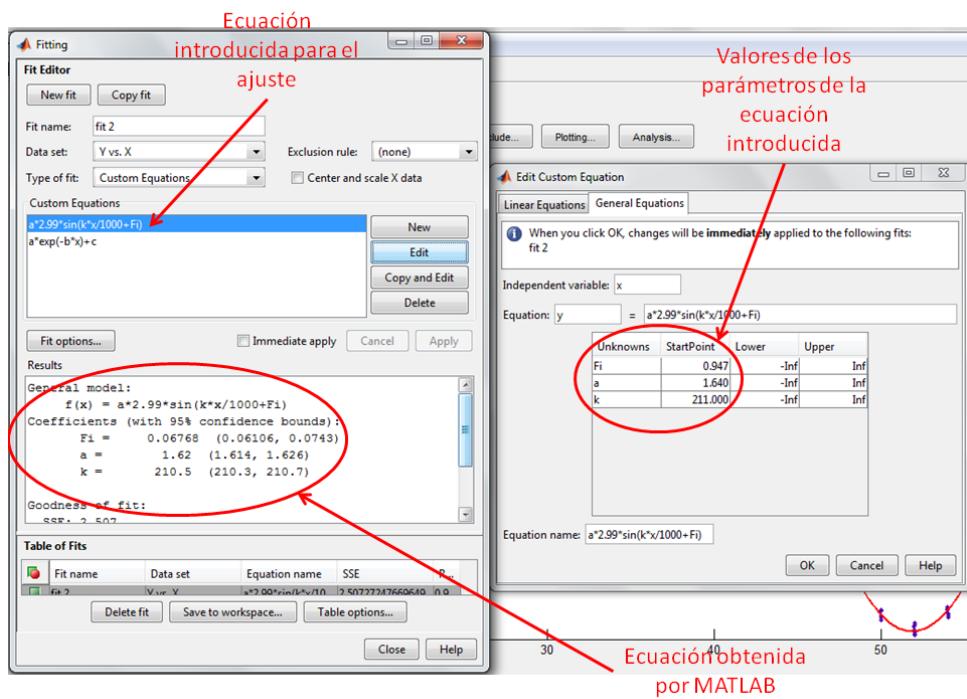


Figura A.11: Ecuación inicial de ajuste introducida en MATLAB. **Fuente:** Elaboración propia a partir de MATLAB.

También puede observarse en la Figura A.12, la ecuación generada mediante el ajuste

junto con los puntos introducidos inicialmente, y podemos ver como se ajusta de manera óptima.

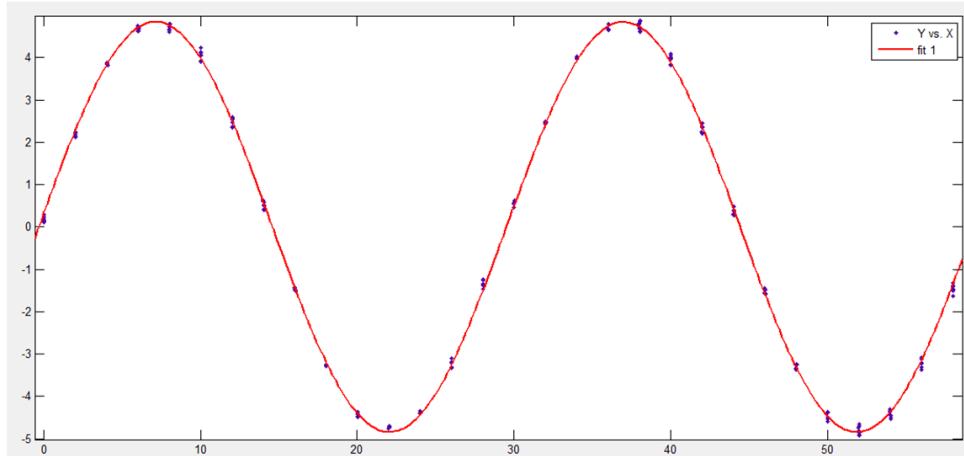


Figura A.12: Ecuación de ajuste propuesta por MATLAB. **Fuente:** Elaboración propia a partir de MATLAB.

A parte de una respuesta gráfica, el programa nos da otra serie de datos, como la formula de la ecuación, con un intervalo de confianza del 95%, además de varios índices de la bondad en el ajuste. En el extracto siguiente, obtenido del programa Matlab, se pueden observar los datos obtenidos de la gráfica de la Figura A.12:

General model:

$$f(x) = a * 2.99 * \sin(k * x / 1000 + F_i)$$

Coefficients (with 95% confidence bounds):

$$F_i = 0.06768 \ (0.06106, 0.0743)$$

$$a = 1.62 \ (1.614, 1.626)$$

$$k = 210.5 \ (210.3, 210.7)$$

Goodness of fit:

$$SSE: 2.507$$

R-square: 0.9992

Adjusted R-square: 0.9992

RMSE: 0.09858

De la ecuación general introducida ($f(x)$), que hace referencia a la posición del motor en milímetros, decir que a es igual a $N_m \eta_0 \mu_0 M_0 G e^{-kz_0}$ y k a $2\pi/l$, procedentes de la ecuación 2.1. La constante igual a 2.99 multiplica a a porque nosotros alimentábamos las fases con 2.99 amperios y no con uno y F_i es el desfase.

Como se puede observar, la ecuación dada por programa se ajusta a los datos introducidos en un 99,92%, que es un dato muy bueno.

Este proceso se repetirá con cada una de las tres fases de los cuatro motores y tanto con las fuerzas verticales como las fuerzas horizontales. Cabe destacar que el peor coeficiente de ajuste estuvo en el 99,45%, lo cual nos lleva a pensar que las curvas están ajustadas en nivel más que satisfactorio.

Las ecuaciones características de cada uno de los motores se presentan a continuación.

Ecuaciones de fuerza horizontal:

Motor 1

Fase 1

$$f(x) = 1.62 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.5}{1000} \cdot x + 0.06768 \right) \quad (\text{A.4})$$

Fase 2

$$f(x) = 1.574 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{211.4}{1000} \cdot x + 2.151 \right) \quad (\text{A.5})$$

Fase 3

$$f(x) = 1.619 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{211.2}{1000} \cdot x + 1.1 \right) \quad (\text{A.6})$$

Motor 2

Fase 1

$$f(x) = 1.684 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.6}{1000} \cdot x + 0.06971 \right) \quad (\text{A.7})$$

Fase 2

$$f(x) = 1.712 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.2}{1000} \cdot x - 0.9827 \right) \quad (\text{A.8})$$

Fase 3

$$f(x) = 1.705 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.9}{1000} \cdot x + 1.1 \right) \quad (\text{A.9})$$

Motor 3

Fase 1

$$f(x) = 1.566 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{209.9}{1000} \cdot x + 0.07304 \right) \quad (\text{A.10})$$

Fase 2

$$f(x) = 1.585 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{211.1}{1000} \cdot x - 1.014 \right) \quad (\text{A.11})$$

Fase 3

$$f(x) = 1.583 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.8}{1000} \cdot x + 1.099 \right) \quad (\text{A.12})$$

Motor 4

Fase 1

$$f(x) = 1.62 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.5}{1000} \cdot x + 0.06768 \right) \quad (\text{A.13})$$

Fase 2

$$f(x) = 1.592 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.4}{1000} \cdot x + 0.07832 \right) \quad (\text{A.14})$$

Fase 3

$$f(x) = 1.606 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.3}{1000} \cdot x - 0.9613 \right) \quad (\text{A.15})$$

Ecuaciones de fuerza vertical:

Motor 1

Fase 1

$$f(x) = 1.614 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.6}{1000} \cdot x + 1.569 \right) \quad (\text{A.16})$$

Fase 2

$$f(x) = -1.559 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.9}{1000} \cdot x + 0.5143 \right) \quad (\text{A.17})$$

Fase 3

$$f(x) = 1.615 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{211.8}{1000} \cdot x - 3,68 \right) \quad (\text{A.18})$$

Motor 2

Fase 1

$$f(x) = 1.566 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{211.5}{1000} \cdot x + 1.566 \right) \quad (\text{A.19})$$

Fase 2

$$f(x) = 1.619 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{211.3}{1000} \cdot x + 0.4915 \right) \quad (\text{A.20})$$

Fase 3

$$f(x) = 1.627 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.7}{1000} \cdot x - 6.832 \right) \quad (\text{A.21})$$

Motor 3

Fase 1

$$f(x) = 1.546 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.5}{1000} \cdot x + 1.546 \right) \quad (\text{A.22})$$

Fase 2

$$f(x) = 1.58 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{211.5}{1000} \cdot x + 0.5195 \right) \quad (\text{A.23})$$

Fase 3

$$f(x) = 1.584 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{211.1}{1000} \cdot x - 3.665 \right) \quad (\text{A.24})$$

Motor 4

Fase 1

$$f(x) = 1.59 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.9}{1000} \cdot x + 1.572 \right) \quad (\text{A.25})$$

Fase 2

$$f(x) = 1.595 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.5}{1000} \cdot x + 0.5713 \right) \quad (\text{A.26})$$

Fase 3

$$f(x) = 1.591 \cdot 2.99 \sin \left(\frac{210.4}{1000} \cdot x - 3.634 \right) \quad (\text{A.27})$$

Anexo B

Determinación del control de un motor: 1D

En esta segunda parte de los anexos, se incluirá información relativa al cuarto capítulo de la memoria. Entre otras cosas se hablará del sistema laser usado en los ensayos para la obtención de la planta, se explicará de manera más profunda la obtención de los parámetros con MATLAB y del proceso seguido para la obtención final de las ecuaciones.

También se expondrá de manera más detallada los pasos seguidos para la obtención de las ecuaciones de conmutación y se explicará con más detalle la previsión de intensidad para el cálculo del control, así como una explicación pormenorizada de los pasos para su cálculo.

B.1 Determinación de la planta

En este apartado expondremos los datos de las herramientas usadas para la medición de los datos necesarios para la obtención de las ecuaciones de la planta, así como de una explicación detallada del proceso de los ensayos y del proceso seguido para el tratamiento de esos datos hasta transformarlos en dichas ecuaciones.

B.1.1 Ensayos realizados y herramientas usadas para ello

Como ya explicamos en la memoria, para realizar el cálculo de la ecuación de transferencia de la planta, necesitamos realizar algunos ensayos.

Como ya sabíamos, nuestro sistema se comporta como un sistema oscilatorio armónico amortiguado. La ecuación que rige este tipo de sistemas y su equivalente ecuación de transferencia, son las que se pueden observar a continuación.

$$F = m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + k \cdot x \quad (B.1)$$

$$\frac{x(s)}{F(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\epsilon\omega_n s + \omega_n^2} \quad (B.2)$$

Donde:

$$\omega_n^2 = \frac{k}{m} \quad (B.3)$$

$$2\epsilon\omega_n = \frac{b}{m} \quad (B.4)$$

k es la constante del sistema, k en este caso es definida por el campo magnético generado por el motor, b es el coeficiente de amortiguamiento que depende del fluido en el que se encuentre inmerso el motor (en este caso aire) y m es la masa del móvil.

De la segunda ecuación se puede decir que el término $2\epsilon\omega_n$ es el que hace referencia al amortiguamiento y el término ω_n^2 hace referencia a la frecuencia característica del sistema. Entonces nuestro objetivo será hallar esos dos términos, pues con esos dos términos se define la ecuación característica de nuestra planta.

Sabíamos entonces que el movimiento característico de este tipo de sistemas es de tipo sinusoidal y exponencial. Un gráfica donde se puede ver el desarrollo del movimiento puede verse en la Figura B.1.

Para poder realizar las mediciones de un movimiento como este, había que dejar una de las partes del motor, ya fuese el bobinado o el camino magnético fija y la otra libre, mientras obviamente circulaba corriente por ellas. Se debía empujar a la parte que quedaba libre y registrar el movimiento hasta que esta se parase.

Con la MMC no éramos capaces de poder realizar este ensayo, ya que una de las partes al tener que tener movimiento libre y la MMC realizar las medidas por contacto, contravenía este método.

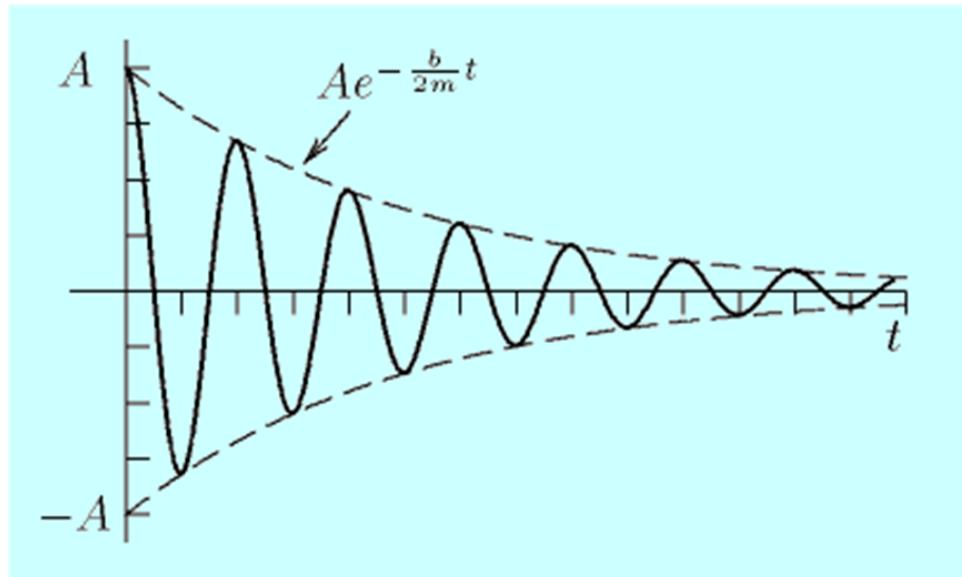


Figura B.1: Gráfica teórica de un movimiento oscilatorio armónico amortiguado.

Fuente: [1]

Así que debíamos pensar en algún sistema capaz de realizar medidas sin que mantuviese contacto con el objeto a medir. Y la solución fue un interferómetro láser.

Un interferómetro es un instrumento que emplea la interferencia de las ondas de luz para medir distancias con gran precisión. El sistema de interferometría, consta de dos partes principales, un emisor/receptor del rayo laser y los juegos de lentes. Un esquema básico de las partes de un interferómetro láser se puede observar en la Figura B.2.

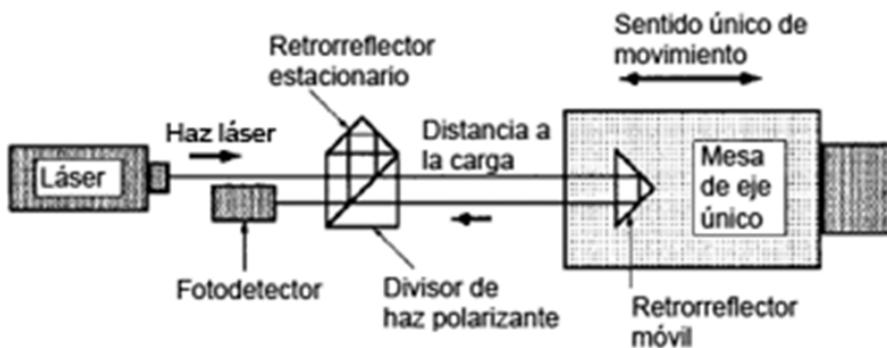


Figura B.2: Esquema de un interferómetro láser. Fuente: [3]

La luz del láser es dirigida hacia el divisor polarizante de haz, que contiene un espejo

parcialmente reflectivo. Parte del haz láser atraviesa el divisor polarizante de haz, y parte del haz láser es reflejado. La parte que atraviesa el divisor polarizante alcanza al retrorreflector móvil, el que refleja nuevamente el haz, retornándolo hacia el retrorreflector que lo deriva hacia el fotodetector. La otra parte del haz que es reflejada por el divisor de haz incide sobre el retrorreflector estacionario, separado a una distancia fija. El retrorreflector lo vuelve a reflejar al divisor de haz antes de que sea reflejado también hacia el fotodetector.

Como resultado, los dos haces de rayo láser inciden sobre el fotodetector, el que convierte la combinación de los dos haces en una señal eléctrica. Debido a la manera en que los rayos láser interactúan, la salida del detector depende de una diferencia en las distancias recorridas por los dos haces de rayo láser. Dado que ambos rayos de luz viajan a la misma distancia desde el emisor láser al divisor láser, y desde el divisor láser al fotodetector, estas distancias no están involucradas en la medición de posición. El interferómetro láser depende sólo de la diferencia de distancias entre el recorrido cerrado del haz láser desde el divisor de haz hacia el retrorreflector móvil y la distancia del recorrido cerrado fijo del haz láser desde el divisor de haz hasta el retrorreflector estacionario. A partir de ahí es el software del interferómetro el encargado de realizar los cálculos de la distancia.

Nosotros en concreto usamos un interferómetro laser Renishaw XL-80, cuya ficha técnica puede verse en la Figura B.3.

Y que concretamente para la medición lineal que nosotros hicimos tiene las especificaciones que pueden verse en la Figura B.4.

Después de la elección del sistema, se procedió a la toma de datos como se explica en la memoria y una vez hechas las mediciones, se prosiguió con el tratamiento de ellas.

B.1.2 Tratamiento de datos

En este apartado se procederá a explicar detalladamente los pasos para la obtención de los parámetros de la ecuación de transferencia de la planta. En concreto se debían de obtener dos parámetros de la ecuación de transferencia: ω_n^2 y $2\epsilon\omega_n$. Un ejemplo de gráfica tomada en uno de los ensayos es la que se puede ver en la Figura B.5.

Rendimiento del sistema		
		
Alcance de medición lineal	80 m	
Precisión de la medición lineal	$\pm 0,5$ ppm	
Precisión de la frecuencia del láser	$\pm 0,05$ ppm	
Resolución	1 nm	
Velocidad de recorrido máxima	4 m/s*	
Frecuencia de captura dinámica	10 Hz - 50 kHz**	
Tiempo de precalentamiento	<6 6 minutos	
Campo de precisión especificada	0 °C - 40 °C	
Sensores ambientales		
	Alcance	Precisión
Temperatura del material	0 °C - 55 °C	$\pm 0,1$ °C
Temperatura del aire	0 °C - 40 °C	$\pm 0,2$ °C
Presión del aire	650 mbares - 1150 mbares	± 1 mbar
Humedad relativa (%)	0% - 95% sin condensación	$\pm 6\%$ HR
* 1,6 m/s (80 nm cuadratura); 0,2 m/s (10 nm cuadratura)		
** 20 MHz en modo cuadratura		

Figura B.3: Ficha técnica del interferómetro laser Renishaw XL-80. **Fuente:** [5]

Cálculo de ω_n^2

El término ω_n^2 hace referencia a la frecuencia de oscilación del sistema y sabemos que en teoría, aunque la amplitud de las oscilaciones vaya menguando, la frecuencia debería de

Especificación	Sistema métrico
Alcance de medición lineal	0 m – 80 m
Precisión de medición (con unidad de compensación XC-80)	$\pm 0,5 \text{ ppm}$ (partes por millón)
Resolución	0,001 μm
Para mediciones superiores a 40 m, se recomienda emplear el juego de accesorios lineales de largo alcance. Las especificaciones de rendimiento de los modos lineal (abajo) y otros modos de medición (abajo) tienen una precisión del sistema marcada con un nivel de fiabilidad del 95% ($k = 2$), válida para toda la gama ambiental de funcionamiento.	

Figura B.4: Especificaciones técnicas para la medición lineal con el interferómetro laser Renishaw XL-80. **Fuente:** [5]

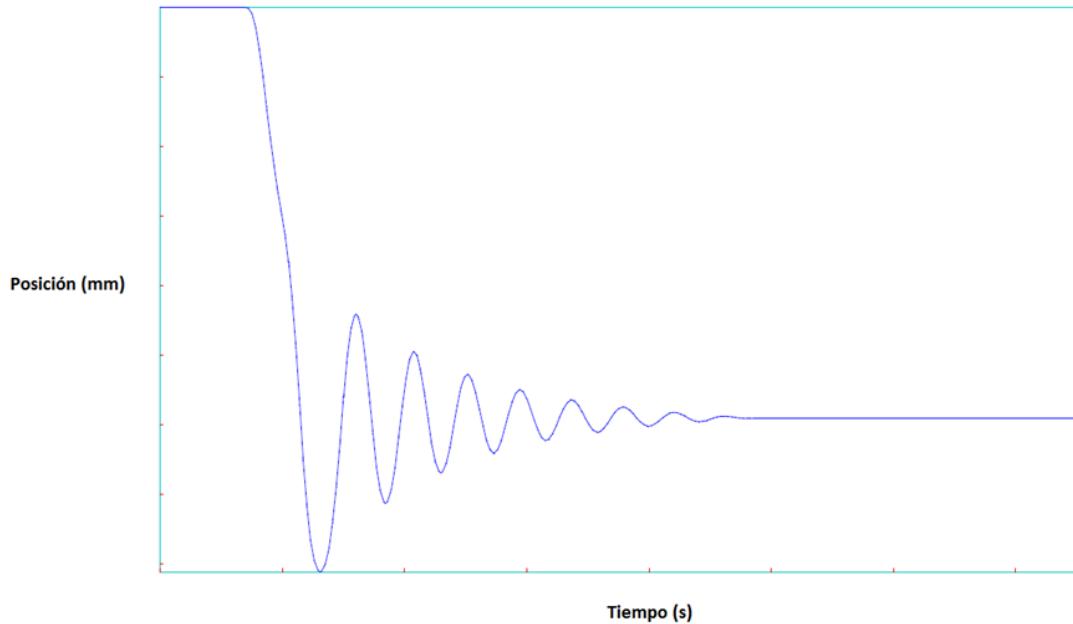


Figura B.5: Una de las gráficas resultantes de los ensayos con el interferómetro laser. **Fuente:** Elaboración propia a partir del software de Renishaw.

ser la misma.

Al realizar las medidas de las gráficas resultantes, nos dimos cuenta que en nuestros

ensayos, aparte de la amplitud de la señal, la frecuencia también variaba respecto del tiempo. Esto posiblemente se debiese algún rozamiento que hubiese en la guía o a las características magnéticas de los motores.

Sea como fuere nosotros no poseíamos de un valor de la frecuencia uniforme a lo largo del ensayo, así que la solución que adoptamos fue la de medir las cinco primeras frecuencias de cada ensayo. En la Tabla B.1 pueden verse los datos recogidos referentes ω_n^2 a para el primer ensayo de la primera fase.

Tabla B.1: Datos referentes a ω_n^2 para el primer ensayo de la primera fase.

$t(s)$	Periodo	Frecuencia	ω_n^2
3,2798	0,6468	1,54607297	2,390341643
3,9266	0,5684	1,75932442	3,095222413
4,495	0,536	1,86567164	3,480730675
5,031	0,5192	1,92604006	3,709630319
5,5502			

En la tabla puede observarse en la columna de la izquierda una serie de tiempos. Esos tiempos son los tiempos correspondientes a los picos superiores de las gráficas de movimiento, como la que puede observarse en la Figura B.5.

Como ya sabemos, el tiempo entre dos picos o dos valles es equivalente al periodo, así pues, en la siguiente columna de la tabla, calculamos el periodo entre los diferentes picos. Una vez que tenemos los periodos, y sabiendo que la frecuencia es la inversa del periodo, podemos calcularla, lo que aparece en la siguiente columna de la tabla.

Por último una vez que ya sabemos la frecuencia, si la elevamos al cuadrado, calculamos por fin el término ω_n^2 , que aparece en la última columna de la tabla. Este proceso se repitió tres veces por cada fase, con dos fases de uno de los motores. Y se hizo mientras circulaban 3 y 1 amperios.

Por consiguiente teníamos diferentes términos de ω_n^2 , así que lo que hicimos fue calcular una media para obtener su definitivo valor. En la Tabla B.2 pueden observarse todos los valores de ω_n^2 recogidos en una tabla y calculada su media.

En la tabla pueden observarse que se han calculado los valore medios de ω_n^2 tanto para 3 como para 1 amperio, que luego se usarán en las ecuaciones de transferencia de la planta.

Tabla B.2: Todos los datos referentes a ω_n^2 recogidos.

ω_n^2	3A	1A
	2,390342	1,364748
	3,095222	1,261333
	3,480731	1,417571
	3,70963	1,417234
	2,607341	1,078096
	3,220904	1,1939
	3,5573	1,364429
	3,754329	1,331873
	2,374895	1,141427
	3,007812	1,26816
	3,429355	1,31603
	3,862832	1,334953
	2,61409	1,113653
	3,132587	1,201239
	3,45747	1,341765
	3,653125	1,326051
	2,64221	1,088468
	3,152642	1,234568
	3,470364	1,287515
	3,559986	1,326662
	2,473768	1,099222
	3,141477	1,234568
	3,429355	1,251195
	3,428086	1,325136
Media	3,193577	1,263325
Desviación típica	0,455466704	0,101869218

Cálculo de $2\epsilon\omega_n$

El segundo parámetro de la ecuación de transferencia de la planta que calcularemos a partir de los datos obtenidos en las mediciones es $2\epsilon\omega_n$. Dicho parámetro hace referencia al amortiguamiento del movimiento.

Si nos fijamos en la Figura B.5, podemos observar que si uniésemos los puntos situados en las crestas del movimiento sinusoidal, se formaría una ecuación del tipo exponencial, cuyo exponente sería $\frac{-b}{2m}$. Si también observamos la ecuación que aparece en la Figura B.1, podemos ver que el término que estamos buscando es igual $\frac{b}{m}$, por tanto, si hayamos el valor del exponente de la función creada con los picos de las ondas del movimiento, podremos hallar su valor.

Para hallar la función exponencial, recurriremos a la función ya usada para la obtención de las ecuaciones características de los motores **cftool(X,Y)** de MATLAB. En este caso, lo que debemos hacer es algo muy parecido a lo que hicimos en el **Anexo A**.

Primero introduciremos dos vectores en MATLAB, uno con la posición de los puntos obtenidos en los ensayos y otro con el tiempo en el que fue registrado dicho punto. A continuación, la herramienta **cftool(X,Y)** nos representará los puntos en unos ejes de coordenadas. En la Figura B.6 puede verse dicha representación.

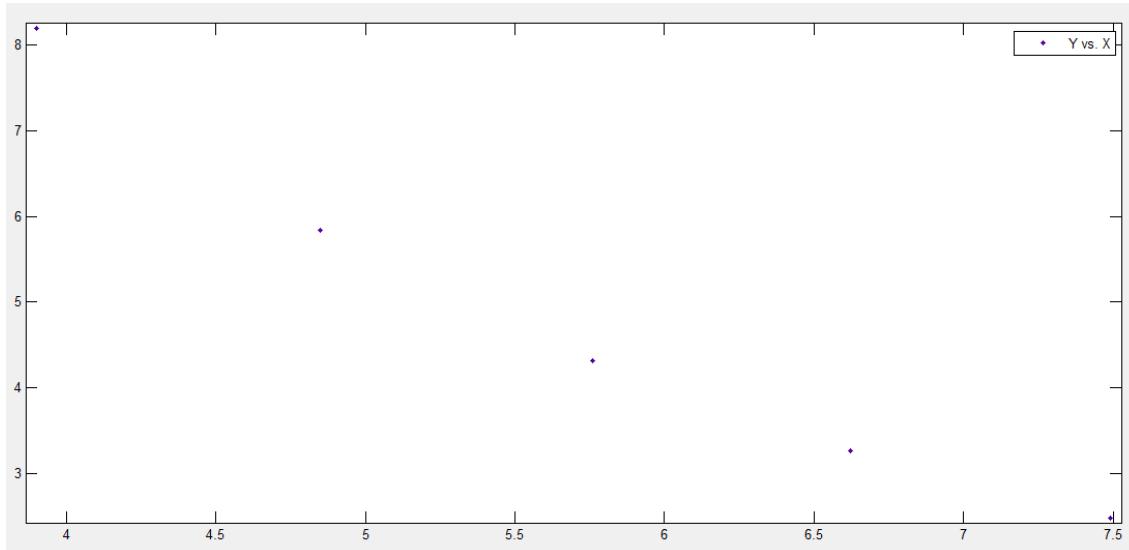


Figura B.6: Nube de puntos introducida en MATLAB. **Fuente:** Elaboración propia a partir de MATLAB.

Ahora también como en el caso de las ecuaciones características de los motores, debemos calcular la ecuación que más se aproxime a esos puntos. Para ello debemos introducir un tipo de ecuación a la que queremos que aproxime, y unos valores iniciales desde los que inicie la búsqueda.

En este caso, a diferencia del visto en el **Anexo A**, no poseemos una ecuación de referencia, pero sabemos que será de tipo exponencial. En cuanto a los datos de inicio, le daremos unos genéricos pero que sean reales para que empiece a hacer la aproximación.

Ahora será el programa el que calcule la ecuación a la que más se asemeja la nube de puntos que hemos introducido. En la Figura B.7 puede observarse la ecuación de aproximación introducida, los valores iniciales de dicha ecuación y la ecuación resultado que ha calculado el programa. Hay que prestar especial atención a que hemos incluido un signo negativo delante del término del exponente para que el resultado nos de directamente $\frac{b}{2m}$.

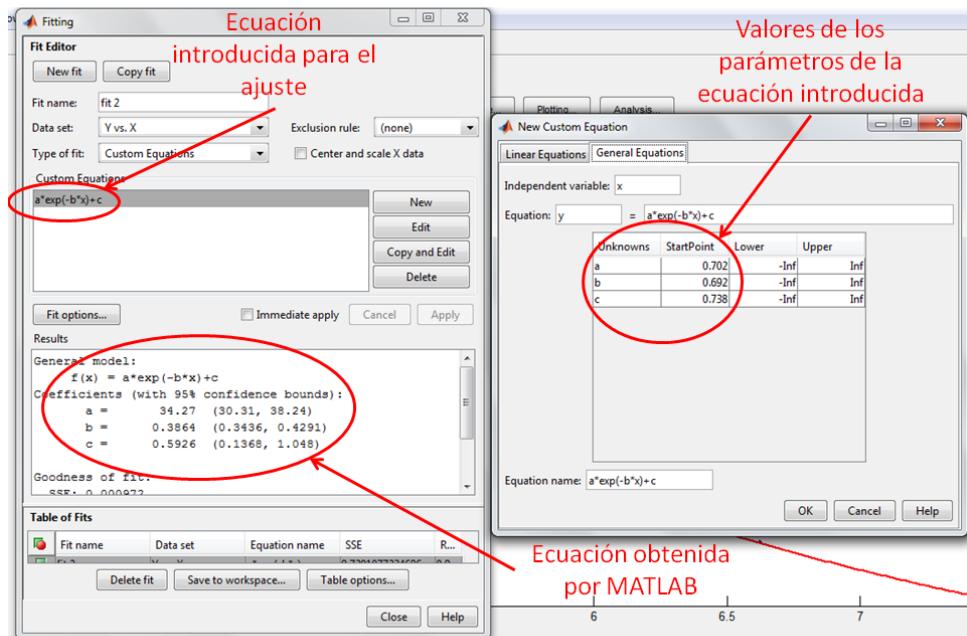


Figura B.7: Ecuación inicial de ajuste introducida en MATLAB. **Fuente:** Elaboración propia a partir de MATLAB.

Después de esto, el programa incluirá junto con la nube de puntos introducida previamente, la ecuación que acaba de dar como resultado. En la Figura B.8 podemos ver

dicha ecuación, y como se amolda relativamente bien a los puntos introducidos.

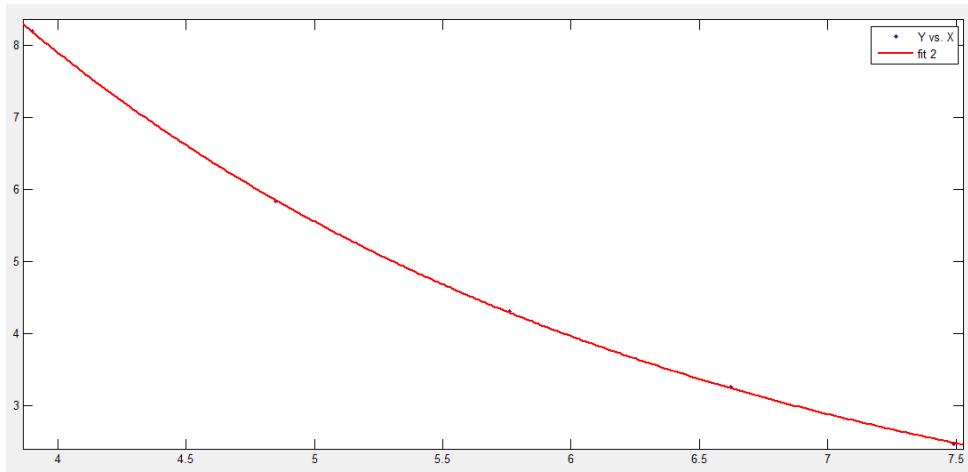


Figura B.8: Ecuación de ajuste propuesta por MATLAB. **Fuente:** Elaboración propia a partir de MATLAB.

A parte de una respuesta gráfica, el programa nos da otra serie de datos, como la fórmula de la ecuación, con un intervalo de confianza del 95%, además de varios índices de la bondad en el ajuste. En el extracto siguiente, obtenido del programa MATLAB, se pueden observar los datos obtenidos de la gráfica de la Figura B.8.

Coefficients (with 95% confidence bounds):

$$a = 63.83 \ (44.97, \ 82.69)$$

$$b = 0.5868 \ (0.4664, \ 0.7071)$$

$$c = 2.171 \ (1.113, \ 3.23)$$

Goodness of fit:

$$SSE: 0.004527$$

$$R\text{-square: } 0.9998$$

$$Adjusted \ R\text{-square: } 0.9997$$

RMSE: 0.04757

Este proceso, se deberá repetir con las otras 11 series de mediciones que hemos hecho. Cabe destacar que en el peor de los casos, nos salió un ajuste del 99,98%, así que las ecuaciones se ajustan casi a la perfección.

Ahora que tenemos los datos del exponente de la función que era lo que nos interesaba, procederemos al tratamiento de los datos. El primer paso de este proceso puede apreciarse en la Tabla B.3.

Tabla B.3: Obtención de $b/2m$ y $2\epsilon\omega_n$ para cada fase.

	Fase R-A(3A)	Fase N-V(3A)	Fase R-A(1A)	Fase N-V(1A)
	0,5868	0,4682	0,4385	0,3864
Término $b/2m$	0,5285	0,4646	0,3769	0,3913
	0,5885	0,5162	0,365	0,4128
	1,1736	0,9364	0,877	0,7728
Término $2\epsilon\omega_n$	1,057	0,9292	0,7538	0,7826
	1,177	1,0324	0,73	0,8256
Media	1,13586667	0,966	0,78693333	0,793666667
Desviación típica	0,06832169	0,057616664	0,07890256	0,028085821

* R-A: rojo-azul. N-V: negro-verde.

En las tres primeras filas, puede observarse los términos del exponente obtenidos de las aproximaciones realizadas en MATLAB, que como sabemos son iguales a $\frac{b}{2m}$.

A partir de esto y gracias a la ecuación B.4, si multiplicamos estos valores por 2, podremos obtener el término $2\epsilon\omega_n$, que se pueden observar en las 3 siguientes filas. Ahora debemos hacer una media de estos valores, para así conseguir unos valores óptimos del término.

En la Tabla B.4 se calculan los términos medios de $2\epsilon\omega_n$, tanto para 3 como para 1 amperios.

Gracias a estos cálculos se consiguió determinar las ecuaciones de transferencia de la planta para 3 y 1 amperios, que son las que siguen a continuación:

$$3 \text{ amperios} : F(s) = \frac{3,193577}{s^2 + 1,050933s + 3,193555} = \frac{1}{0,31312850762s^2 + 0,329077081905s + 1} \quad (B.5)$$

Tabla B.4: Obtención de los términos de amortiguamiento medios.

Término de amortiguamiento	3 amperios	1 amperio
	1,1736	0,877
	1,057	0,7538
	1,177	0,73
	0,9364	0,7728
	0,9292	0,7826
	1,0324	0,8256
Media	1,0509	0,7903
Desviación típica	0,0683	0,0531

$$1 \text{ amperio} : F(s) = \frac{1,263325}{s^2 + 07903s + 1,263325} = \frac{1}{0,791561949617s^2 + 0,625571408782s + 1} \quad (\text{B.6})$$

B.2 Leyes de conmutación

En este apartado se va explicar más detalladamente que en la memoria los pasos realizados para la obtención de las leyes de conmutación de un motor, que serán iguales para cada uno de los motores. Esta es una parte importante del sistema de control ya que el bloque de las leyes de conmutación se encarga de transformar los requisitos de fuerzas demandados a los motores en requisitos de intensidad. Eso quiere decir que nuestro objetivo es el cálculo de un sistema de ecuaciones que nos permita obtener como resultado I_1 , I_2 e I_3 , las corrientes de cada una de las fases del motor.

Como recordaremos de la memoria, para calcular las ecuaciones de conmutación, partíamos del sistema que puede observarse en la ecuación B.7.

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_z \end{bmatrix} = N_m \eta_0 \mu_0 M_0 G e^{-kz_0} \begin{bmatrix} \cos(kx_0) & \cos(kx_0 - \frac{\pi}{3}) & \cos(kx_0 - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(kx_0) & \sin(kx_0 - \frac{\pi}{3}) & \sin(kx_0 - \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

Gracias a este sistema podemos obtener las dos primeras ecuaciones de nuestro sistema.

$$F_x = I_1 c_{x,1} + I_2 c_{x,2} + I_3 c_{x,3} \quad (\text{B.8})$$

$$F_z = I_1 c_{z,1} + I_2 c_{z,2} + I_3 c_{z,3} \quad (B.9)$$

Donde F_x e F_z son los requisitos de fuerza de nuestro motor e I_1 , I_2 e I_3 las corrientes de las respectivas fases del motor. Y $c_{x,i}$ y $c_{z,i}$ son las siguientes ecuaciones:

$$c_{x,i} = A_{x,i} \cos(K_{x,i}x - P_{x,i}) \quad (B.10)$$

$$c_{z,i} = A_{z,i} \sin(K_{z,i}x - P_{z,i}) \quad (B.11)$$

Donde i (i=1, 2,3) hace referencia a la fase del motor, $P_{x,i}$ y $P_{z,i}$ hacen referencia a los desfases que pueden observarse en la cc y:

$$A_x = A_z = N_m \mu_0 \eta_0 M_0 G e^{-k z_0} \quad (B.12)$$

$$K_x = K_z = cte \quad (B.13)$$

Recordar que los términos $A_{x,i}$, $A_{z,i}$, $K_{x,i}$ y $K_{z,i}$ ya han sido calculados de forma experimental en el capítulo 3.3 de la memoria o pueden comprobarse los valores teóricos de sus componentes en la Tabla 2.1.

Así pues, teniendo en cuenta todo esto, podemos decir que $c_{x,i}$ y $c_{z,i}$ solo dependerán de x y por consiguiente F_x y F_z también solo dependerán de x ya que el resto de valores los conocemos.

Aun así nos falta una tercera ecuación para poder cerrar el sistema. Para ello se seguirá el ejemplo dado en [9] y se utilizará la siguiente ecuación:

$$f = I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 \quad (B.14)$$

Esta condición a parte de completar el sistema de ecuaciones, hará que el motor disipe la menor cantidad de potencia posible.

El siguiente paso será despejar las I_1 e I_2 en función de I_3 , el resultado de esto puede observarse en las siguientes ecuaciones:

$$I_1 = \frac{[c_{z,3}(x)c_{x,2}(x) - c_{z,2}(x)c_{x,3}(x)]I_3 + c_{z,2}F_x - c_{x,2}F_z}{c_{x,1}(x)c_{z,2}(x) - c_{x,2}(x)c_{z,1}(x)} \quad (\text{B.15})$$

$$I_2 = \frac{[c_{z,1}(x)c_{x,3}(x) - c_{z,3}(x)c_{x,1}(x)]I_3 - c_{z,1}F_x + c_{x,1}F_z}{c_{x,1}(x)c_{z,2}(x) - c_{x,2}(x)c_{z,1}(x)} \quad (\text{B.16})$$

Ahora sustituimos estas dos ecuaciones en la ecuación de minimización de la potencia (B.14) y la derivamos respecto de I_3 :

$$\frac{\partial f}{\partial I_3} = 0 \quad (\text{B.17})$$

Resolviendo esta ecuación obtenemos lo siguiente:

$$I_3 = \frac{(c_{x,3}V - c_{z,3}S)F_x + (c_{z,3}U - c_{x,3}S)F_z}{UV - S^2} \quad (\text{B.18})$$

Si ahora sustituimos esta ecuación en las dos ecuaciones anteriores B.15 e B.16 obtenemos:

$$I_1 = \frac{(c_{x,1}V - c_{z,1}S)F_x + (c_{z,1}U - c_{x,1}S)F_z}{UV - S^2} \quad (\text{B.19})$$

$$I_2 = \frac{(c_{x,2}V - c_{z,2}S)F_x + (c_{z,2}U - c_{x,2}S)F_z}{UV - S^2} \quad (\text{B.20})$$

Donde:

$$U = \sum_{i=1}^3 (c_{x,i})^2 \quad (\text{B.21})$$

$$V = \sum_{i=1}^3 (c_{z,i})^2 \quad (\text{B.22})$$

$$S = \sum_{i=1}^3 c_{x,i} c_{z,i} \quad (B.23)$$

Y $c_{x,i}$ y $c_{z,i}$ son las ecuaciones B.10 y B.11.

B.3 Determinación del bloque control

En este último apartado incluiremos información relativa al cálculo del bloque control. Concretamente se explicará un poco más detalladamente el proceso de la previsión de la intensidad que circularía por los motores, importante para aproximar lo más posible la planta del sistema. También se explicará con más profundidad el tipo de control que hemos introducido y los pasos seguidos para su diseño.

B.3.1 Previsión de la intensidad

Como ya explicamos en la memoria, saber o prever la intensidad aproximada que circulará por los bobinados del motor es un aspecto muy importante. Dependiendo de la intensidad que circule por él, la planta del sistema se comportará de manera diferente porque su ecuación de transferencia varía conforme a la intensidad que circula por el motor.

De ahí que si diseñamos un control para un motor alimentado a una intensidad concreta y luego resulta que la intensidad que circulase por él cuando estuviese montado en la mesa fuera muy diferente, el control diseñado no se comportaría como en la teoría.

Por eso es importante saber de alguna manera cual será aproximadamente la intensidad que circule por ellos cuando estén en operación, para poder diseñar un control lo más fiable posible.

Debido a esto, realizamos una previsión de la intensidad que circularía por ellos, y lo primero de todo era saber que fuerzas se les requerirán, porque la intensidad que circula por ellos es directamente proporcional a la fuerza que ejercen.

Ahora recordaremos los pasos descritos en la memoria para la previsión de fuerzas que se le demandará y los explicaremos más detalladamente:

- La plataforma posee 4 motores, los cuatro se reparten la carga en el eje Z y las cargas en los ejes X e Y se las reparten de dos en dos. Podemos observar su disposición en la Figura B.9.

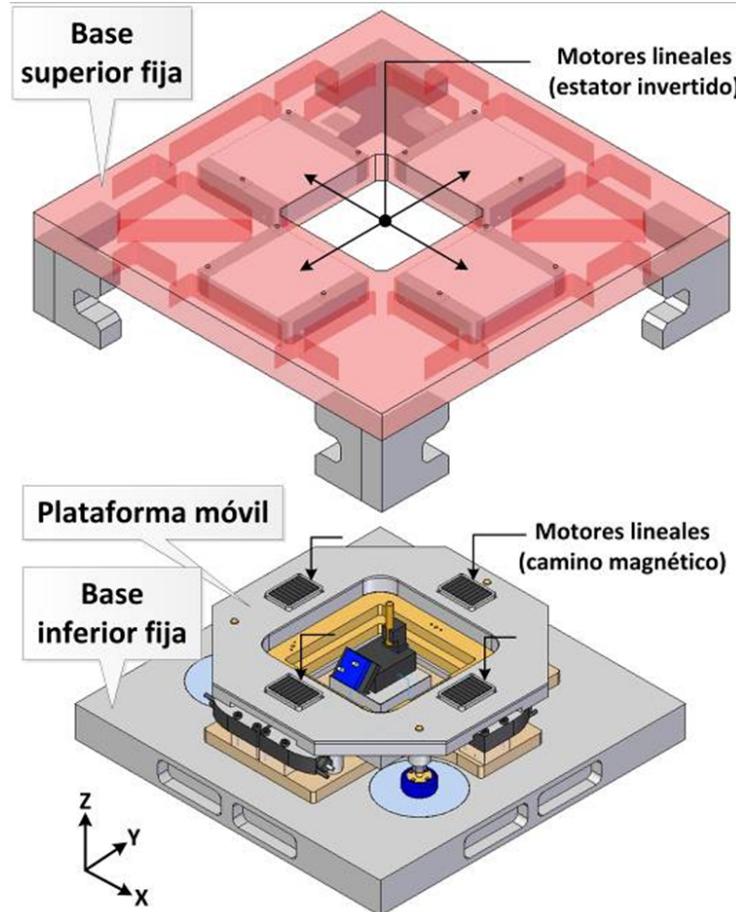


Figura B.9: Disposición de los motores en la plataforma. **Fuente:** [11]

- Sabemos que la plataforma móvil pesa 13,25 kg y que los cojinetes que la sustentan tienen una carga nominal total de 135 N. Este balance de fuerzas nos dice que la plataforma se ve afectada por una fuerza vertical hacia arriba de 5,15 N.
- Para evitar este exceso de fuerza vertical hacia arriba e intentar reducirla, deberemos realizar una fuerza de repulsión entre ambas partes, que según el criterio de signos acordado para los motores y que se puede ver en la Figura B.10, será de signo positivo.
- Para evitar que esa diferencia entre las fuerzas sea tan grande, haremos que los motores ejerzan una fuerza de repulsión. Así que pondremos una fuerza total de 2,5 N, que dividida entre los cuatro motores será de 0,625 N por motor.
- Con respecto a la fuerza horizontal, queremos que la respuesta de los motores

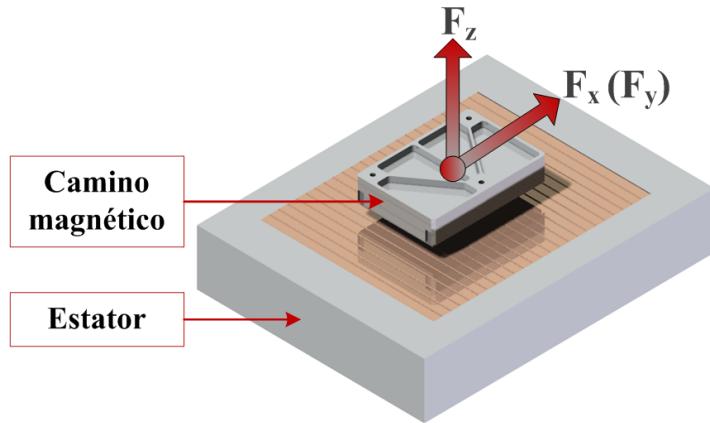


Figura B.10: Criterio de signos para las fuerzas del motor. **Fuente:** [11]

cuando se muevan, sea la de un segundo orden, sobreamortiguado preferiblemente (en la Figura B.11 se puede observar la respuesta típica de un sistema de segundo orden sobreamortiguado), ya que de este modo la respuesta será de forma suave y progresiva. Gracias a esto podemos hacernos una idea de donde se encontrará la mayor aceleración, que será la más crítica ya que demandará el pico de fuerza, y también cuánto tiempo durará aproximadamente.

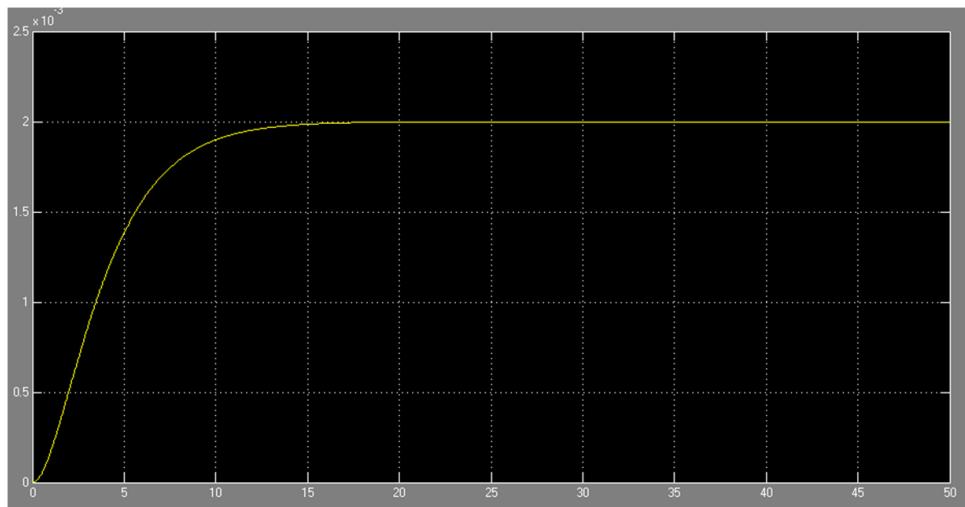


Figura B.11: Respuesta clásica de un sistema de segundo orden sobreamortiguado. **Fuente:** Elaboración propia a partir de Simulink.

- Queremos que nuestro sistema alcance su posición final en unos 25 segundos y

sabemos que la distancia que recorrerán normalmente es de 2 mm. Si derivamos la respuesta de un segundo orden (ver Figura B.11), obtenemos la velocidad con la que se desplazará, esa gráfica puede observarse en la Figura B.12.

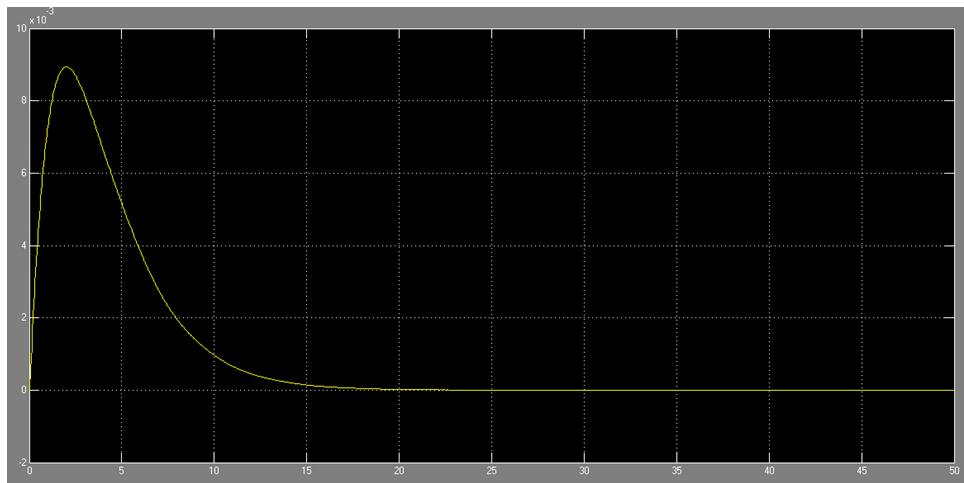


Figura B.12: Velocidad en una respuesta clásica de un sistema de segundo orden sobreamortiguado. **Fuente:** Elaboración propia a partir de Simulink.

Se puede observar que el periodo donde crece o decrece la velocidad más rápidamente (aceleración), es el periodo inicial. Teniendo en cuenta la velocidad que alcanza y el tiempo que le cuesta, se puede calcular que la aceleración será de $1,7510^{-4} \frac{m}{s^2}$ y será la mayor aceleración del movimiento.

- Si sabemos que del desplazamiento en los ejes X e Y se encargan dos motores, la masa de 13,25 kg se la repartirán entre los dos lo que nos da aproximadamente 7 kg para cada uno. Si tenemos en cuenta la fórmula: $F = m \cdot a$, y sabemos ya la masa y su aceleración, eso nos deja una fuerza horizontal máxima de 0,012 N.

Ahora ya sabemos las fuerzas que deberá suministrar el motor. Teniendo en cuenta esas fuerzas, hemos creado un pequeño programa para MATLAB que simula el movimiento del motor, en un proceso de arranque, movimiento sin aceleración y frenada. Sabemos que el motor no se moverá exactamente así, pero como la fuerza de sustentación del motor deberá estar activa aunque el motor no se mueva, será una representación bastante aproximada.

Para representar las intensidades tenemos que usar las leyes de conmutación que ya poseemos. Como queremos una representación aproximada y sabemos que los valores de los coeficientes entre motores apenas varían unas decimas, hemos elegido los valores

teóricos por defecto.

El código del programa principal es el que puede verse a continuación:

```

function [VectorPos] = LinearMotors(x0)

% -> Datos de entrada

%x0=0; % 0 mm

step=0.0001; %10 um

xf=0.050; %20 mm

N=(xf-x0)/step

Pm=122;

Pp=132;

for i=1:N+1

VectorPos(i)=x0+step*(i-1);

end

% -> Asignación de fuerzas

%ARRANQUE

for i=1:Pm

Fx=0.012;

Fz=-0.625; %constante levitación -> fuerza atracción

end

%MOVIMIENTO

for i=Pm:Pp

Fx=0;

Fz=-0.625; %constante levitación -> fuerza atracción

end

%PARADA

for i=Pp:N+1

Fx=-0.00130375; % [N]

```

```

 $Fz=-0.625;$  %constante levitación -> fuerza atracción
end

% -> Intensidades

 $l=0.02976;$  %spatial period of the array wavelength [m]
 $k=2*pi/l;$  %wavenumber of the fundamental spatial period
 $z0=0.0003;$  %separation gap (300 um)
 $M0u0=0.4;$  %magnets remanence
 $n0=832400;$  %stator winding density
 $w=0.04;$ 
 $G0 = sqrt(2) * w * l^2 / (pi^2);$ 
 $D=0.00744;$ 
 $T=0.00498;$ 
 $G = G0 * (1 - exp(-k * D)) * (1 - exp(-k * T));$ 
 $Nm=2;$  %spatial periods magnet array
 $A=exp(-k*z0)*(n0*M0u0*G*Nm);$ 
for  $i=1:N+1$ 
 $Cx1(i)=A * (cos(k*(x0+step*(i-1))));$ 
 $Cx2(i)=A * (cos(k*(x0+step*(i-1))-pi/3));$ 
 $Cx3(i)=A * (cos(k*(x0+step*(i-1))-2*pi/3));$ 
 $Cz1(i)=A * (sin(k*(x0+step*(i-1))));$ 
 $Cz2(i)=A * (sin(k*(x0+step*(i-1))-pi/3));$ 
 $Cz3(i)=A * (sin(k*(x0+step*(i-1))-2*pi/3));$ 
 $I1(i) = (((Cx1(i) * ((Cz1(i)^2) + (Cz2(i)^2) + (Cz3(i)^2)) - (Cz1(i) + (Cx1(i) * Cz1(i)) + Cx2(i) * Cz2(i) + Cx3(i) * Cz3(i))) * Fx) + (((Cz1(i) * ((Cx1(i)^2) + (Cx2(i)^2) + (Cx3(i)^2))) - (Cx1(i) * (Cx1(i) * Cz1(i)) + Cx2(i) * Cz2(i) + Cx3(i) * Cz3(i))) * Fz)) / (((((Cx1(i)^2) + (Cx2(i)^2) + (Cx3(i)^2)) * ((Cz1(i)^2) + (Cz2(i)^2) + (Cz3(i)^2))) - ((Cx1(i) * Cz1(i)) + Cx2(i) * Cz2(i) + Cx3(i) * Cz3(i))^2));$ 
 $I2(i) = (((Cx2(i) * ((Cz1(i)^2) + (Cz2(i)^2) + (Cz3(i)^2)) - (Cz2(i) + (Cx1(i) * Cz1(i)) + Cx3(i) * Cz3(i))) * Fx) + (((Cz2(i) * ((Cx1(i)^2) + (Cx3(i)^2))) - (Cx1(i) * (Cx1(i) * Cz2(i)) + Cx3(i) * Cz3(i))) * Fz)) / (((((Cx2(i)^2) + (Cx3(i)^2)) * ((Cz1(i)^2) + (Cz2(i)^2) + (Cz3(i)^2))) - ((Cx1(i) * Cz2(i)) + (Cx3(i) * Cz3(i))^2));$ 

```

$$Cx2(i)*Cz2(i)+Cx3(i)*Cz3(i)))*Fx)+(((Cz2(i)*((Cx1(i)^2)+(Cx2(i)^2)+(Cx3(i))))-(Cx2(i)*(Cx1(i)*Cz1(i)+Cx2(i)*Cz2(i)+Cx3(i)*Cz3(i)))*Fz))/(((Cx1(i)^2)+(Cx2(i)^2)+(Cx3(i)^2))*((Cz1(i)^2)+(Cz2(i)^2)+(Cz3(i)^2)))-((Cx1(i)*Cz1(i)+Cx2(i)*Cz2(i)+Cx3(i)*Cz3(i))^2);$$

$$I3(i)=(((Cx3(i)*((Cz1(i)^2)+(Cz2(i)^2)+(Cz3(i)^2))-(Cz3(i)+(Cx1(i)*Cz1(i)+Cx2(i)*Cz2(i)+Cx3(i)*Cz3(i)))*Fx)+(((Cz3(i)*((Cx1(i)^2)+(Cx2(i)^2)+(Cx3(i))))-(Cx3(i)*(Cx1(i)*Cz1(i)+Cx2(i)*Cz2(i)+Cx3(i)*Cz3(i)))*Fz))/(((Cx1(i)^2)+(Cx2(i)^2)+(Cx3(i)^2))*((Cz1(i)^2)+(Cz2(i)^2)+(Cz3(i)^2)))-((Cx1(i)*Cz1(i)+Cx2(i)*Cz2(i)+Cx3(i)*Cz3(i))^2));$$

end

m=7; %masa [kg]

%for i=1:N+1

for i=1:Pm

VectorFx(i)=Fx;

VectorFz(i)=Fz;

a(i)=VectorFx(i)/m; %aceleración

v0=0;

*v(i)=sqrt((v0^2)+2*a(i)*(VectorPos(i)-VectorPos(1)));*

v1=v(i);

end

for i=Pm:Pp

VectorFx(i)=Fx;

VectorFz(i)=Fz;

a(i)=VectorFx(i)/m; %aceleración

vPm=v1;

v(i)=vPm;

end

for i=Pp:N+1

VectorFx(i)=Fx;

```

VectorFz(i)=Fz;
a(i)=VectorFx(i)/m; %aceleración
vPp=v1;
v(i) = sqrt((vPp2) + 2 * a(i) * (VectorPos(i) - VectorPos(Pp)));
end
%end

```

En *% -> Datos de entrada*, se introducen algunos datos relativos al movimiento, como hasta cuando acelerará, cuando dejará de acelerar y cuando comenzará a decelerar. Y también el intervalo en el que se irán monitorizando las ecuaciones.

En *% -> Asignación de fuerzas*, se asignan las fuerzas que deberá ejercer el motor en cada una de las fases del movimiento, como se puede observar, se introducen los valores de fuerzas calculados anteriormente en las previsiones de fuerza. Como matiz aclarar que la fuerza para decelerar que se ha introducido es menor que la de aceleración, porque como se puede observar en la Figura B.12, la deceleración de un segundo orden sobreanotiguado es menor que su aceleración.

En *% -> Intensidades*, primero se introducen los valores de varias constantes relativas a los motores, que se pueden encontrar en la Tabla 2.1 de la memoria. Con ellos se calcula el coeficiente “A” y posteriormente las ecuaciones Cx y Cz de cada una de las fases. Ecuaciones que ya se han explicado en el apartado 2 de este anexo.

Con estas ecuaciones se construyen las ecuaciones X, Y y Z, del apartado 2 de este anexo, que son las encargadas de transformar la fuerza que ejercerá el motor en Intensidad. Y el último bloque simula la velocidad y aceleración que adoptaría el motor, pero que no usaremos en esta simulación.

Los resultados de las intensidades de cada fase del motor durante el movimiento de aceleración y desaceleración, pueden observarse en la Figura B.13.

Como podemos ver, las intensidades de las diferentes fases adoptan valores positivos y negativos durante dicho movimiento. Nosotros sabemos que si alimentamos solo una fase del motor y variamos la intensidad, la ecuación de transferencia del motor también varía. Pero no sabemos cómo variaría al introducir intensidades en diferentes fases y de diferentes signos.

Así hemos decidido realizar tanto la suma absoluta como vectorial de sus intensidades, para ver como se comportarían ambas. El resultado de esta simulación puede observarse

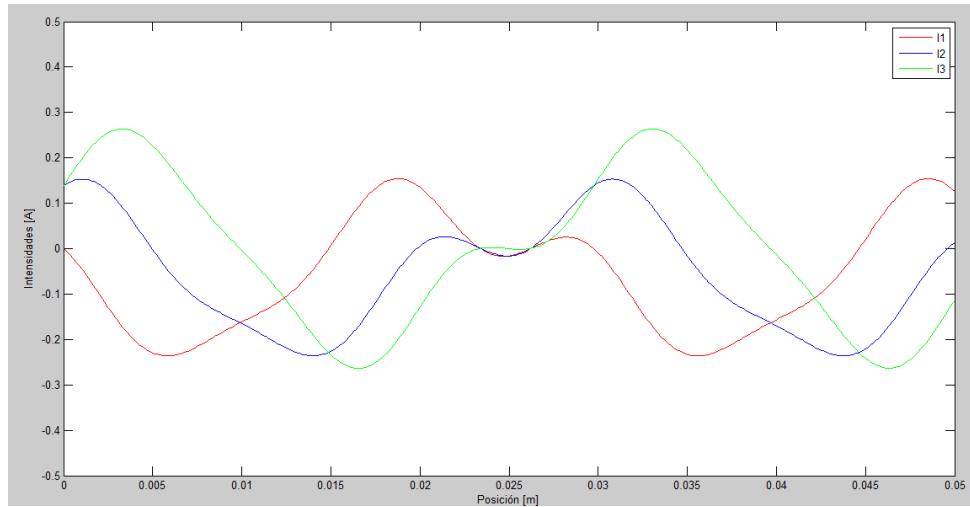


Figura B.13: Intensidades de cada una de las fases del motor durante el movimiento.

Fuente: Elaboración propia a partir de MATLAB.

en las Figuras B.14 y B.15.

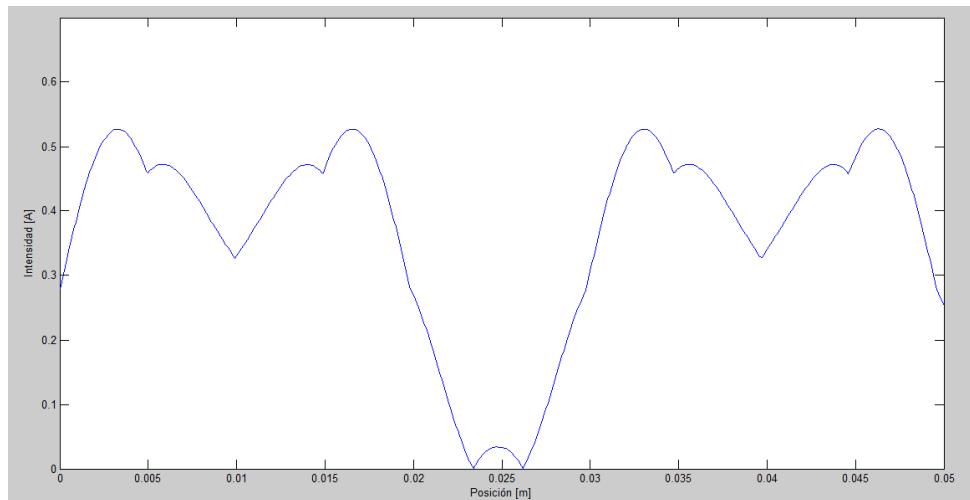


Figura B.14: Suma del módulo de las intensidades del motor durante el movimiento.

Fuente: Elaboración propia a partir de MATLAB.

Observando ambas gráficas, se puede apreciar que la intensidad total, tanto sumada absolutamente como vectorialmente, no supera en ningún momento los 0,6 A. De aquí se deduce que será mejor diseñar el primer control basándonos en la ecuación de transferencia de 1 A, ya que será más próxima en comportamiento que la de 3 A.

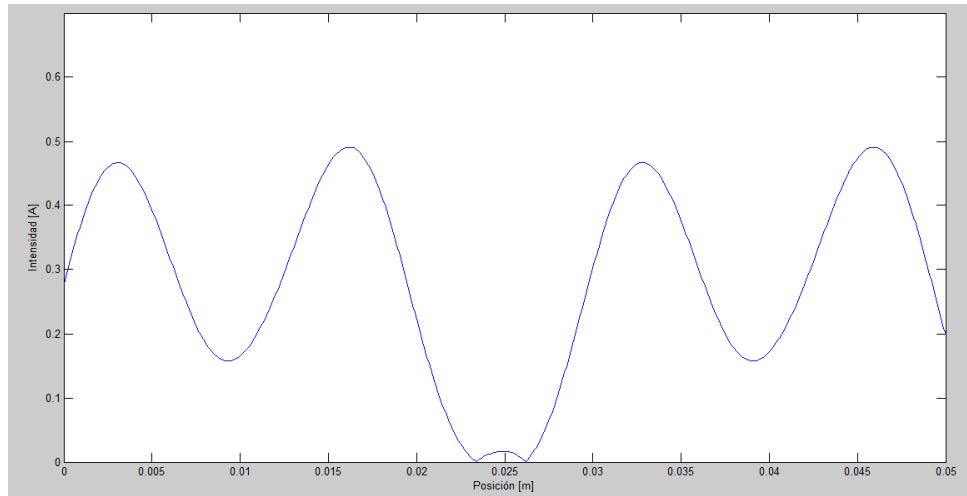


Figura B.15: Suma del vectorial de las intensidades del motor durante el movimiento.
Fuente: Elaboración propia a partir de MATLAB.

B.3.2 Diseño del control

En este apartado explicaremos con mayor precisión el control que hemos elegido y el porqué de su elección y los pasos seguidos para el cálculo de sus parámetros.

Lo primero que hay que decir es que el control elegido para este sistema es un control de tipo PID (Proporcional Integral Derivativo).

Un PID es un mecanismo de control por realimentación que calcula la desviación o error entre un valor medido y el valor que se quiere obtener, para aplicar una acción correctora que ajuste el proceso. El algoritmo de cálculo del control PID se da en tres parámetros distintos: el proporcional, el integral, y el derivativo.

El valor Proporcional determina la reacción del error actual. El Integral genera una corrección proporcional a la integral del error, esto nos asegura que aplicando un esfuerzo de control suficiente, el error de seguimiento se reduce a cero. El Derivativo determina la reacción del tiempo en el que el error se produce. Un esquema de un controlador PID puede observarse en la Figura B.16.

Ahora pasaremos a explicar porque hemos elegido este tipo de control.

El control PID que hemos usado tiene la siguiente función de transferencia:

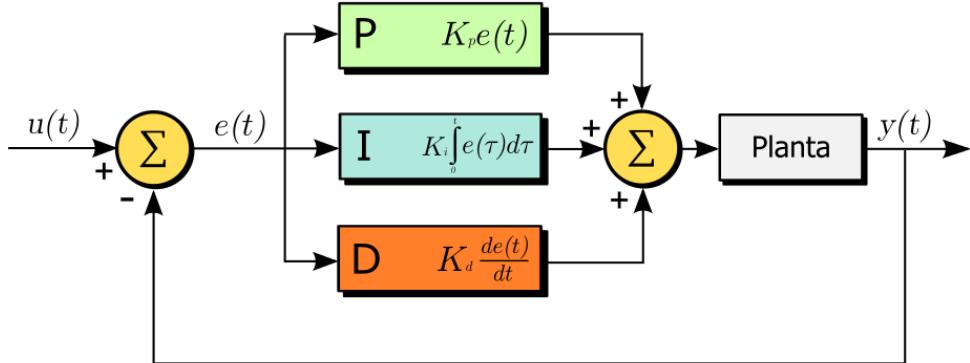


Figura B.16: Esquema teórico de un control PID. **Fuente:** [1]

$$PID = P \left(1 + I * \frac{1}{s} + D * \frac{N}{1 + N * \frac{1}{s}} \right) \quad (B.24)$$

O lo que es lo mismo:

$$PID = P \left(\frac{s^2 \left(\frac{1+DN}{IN} \right) + s \left(\frac{I+N}{IN} \right) + 1}{s^2 \left(\frac{1}{IN} \right) + s \left(\frac{1}{I} \right)} \right) \quad (B.25)$$

Si nos fijamos bien, en la función de transferencia del PID desarrollada, se puede ver que posee dos ceros y dos polos. Si consiguiéramos hacer que los ceros del PID coincidieran con los polos de la ecuación de transferencia fuesen iguales, ambos términos se simplificarían, dejando en la ecuación de transferencia global solo los polos del PID.

Es obvio que no podemos modificar la planta, así que modificaremos los términos del PID para que sus ceros sean iguales a los polos de la planta. Recordemos cómo era la ecuación de transferencia de la planta:

$$F(s) = \frac{1,263325}{s^2 + 07903s + 1,263325} = \frac{1}{0,791561949617s^2 + 0,625571408782s + 1} \quad (B.26)$$

El término independiente se puede observar que es ya igual. Entonces pasamos a igualar el término elevado a uno, y resulta la siguiente ecuación:

$$0.625571408782 = \frac{(I+N)}{IN}$$

El término N es un coeficiente de filtrado y el programa donde simulamos los sistemas de control nos recomienda un valor de 100, así que usaremos ese valor. Con esto podemos resolver la ecuación que nos queda:

$$I = 1.62450689836$$

Ahora que ya sabemos el valor de N e I , podemos pasar al término, el de segundo grado. Igualamos los dos términos como en el caso anterior y obtenemos la siguiente ecuación:

$$0.791561949617 = \frac{(I+DN)}{TN}$$

Teniendo en cuenta lo que valen N e I podemos despejar de la anterior ecuación lo siguiente:

$$D = 1.27589784763$$

Así pues, ya tendríamos todos los valores del bloque control que necesitamos para la simplificación de la planta. Ahora podemos ver como el numerador del bloque control es igual que el denominador de la planta. Como están seguidos uno del otro es como si estuvieran multiplicándose, y al estar multiplicándose se pueden simplificar.

Entonces la ecuación de transferencia equivalente después de la simplificación nos quedaría tal que así:

$$PID = P \left(\frac{1}{s^2(\frac{1}{TN}) + s(\frac{1}{I})} \right) \quad (B.27)$$

$$I = 1,62450689836$$

$$D = 1,27589784763$$

$$N = 100$$

Ahora solo nos queda darle un valor al parámetro P , el valor que le demos jugará un papel importante en la respuesta del sistema. Cuanto mayor sea el valor de P , más rápida será la respuesta, pero mayor será la oscilación en el permanente. Cuanto menos sea el valor de P la respuesta será más lenta pero las oscilaciones en el permanente serán muy

pequeñas. Por eso hay que encontrar un término medio para que la respuesta no sea muy lenta y tenga unas oscilaciones en el permanente despreciables.

En nuestro caso se escogió un valor de P de 0,5, que generaba una respuesta que llegaba al permanente en unos 16 segundos y con unas oscilaciones de menos de 20 nanómetros.

En las Figuras B.17 y B.18 pueden verse unas gráficas de la respuesta del sistema.

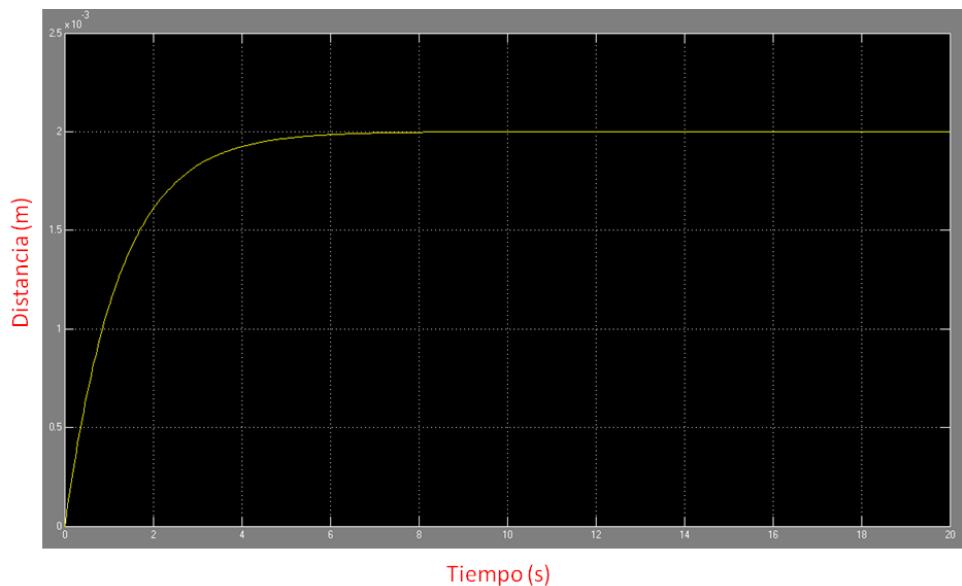


Figura B.17: Respuesta del sistema con control y planta para 1 amperio. **Fuente:** Elaboración propia a partir de Simulink.

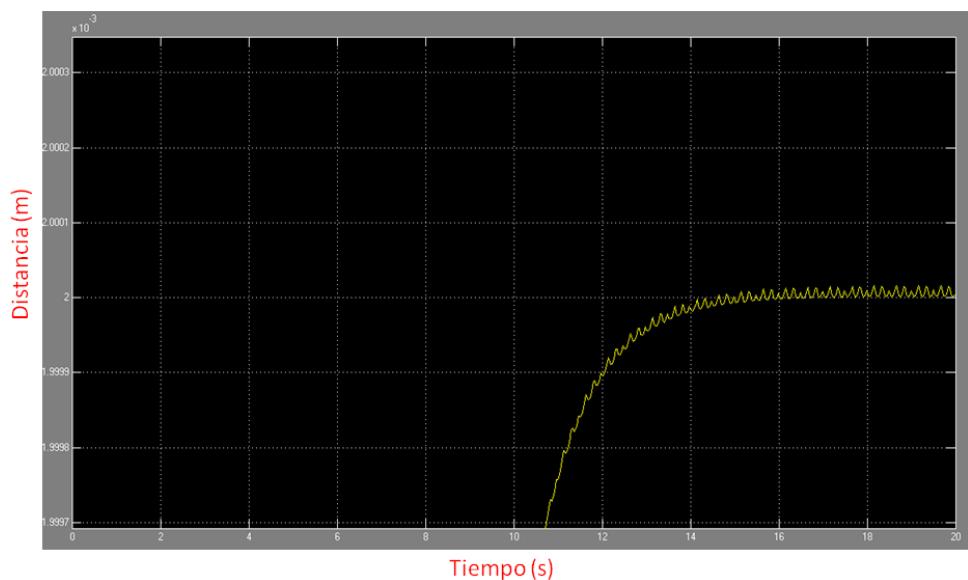


Figura B.18: Detalle del permanente de la respuesta del sistema con control y planta para 1 amperio. **Fuente:** Elaboración propia a partir de Simulink.

Bibliografía

- [1] <http://es.wikipedia.org/>.
- [2] <http://cluster-divulgacioncientifica.blogspot.com.es/>.
- [3] <http://www.tecnoficio.com/>.
- [4] <http://mary-2012.blogspot.com.es/>.
- [5] <http://www.renishaw.es/>.
- [6] Dexter magnetic technologies. <http://www.dextermag.com/>.
- [7] Etel motion technology. <http://www.etel.ch/>.
- [8] R. Fesperman. *A multi-scale alignment and positioning system: MAPS*. PhD thesis, University of North Carolina, 2006.
- [9] R. Hocken, D. Trumpe, and C. Wang. Dynamics and control of the unccmit subatomic measuring machine.
- [10] M. Holmes. *Analysis and design of a long range scanning stage*. PhD thesis, University of North Carolina, 1998.
- [11] M. Torralba Gracia, J.A. Yagüe Fabra, J.A. Albajez García y J.J. Aguilar Martín. Caracterización de motores lineales tipo halbach para aplicaciones de nanoposicionado. *XX Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*, 2014.
- [12] M. Torralba. *Diseño de una posicionadora 2D para su integración con sistemas de medición nanométrico*. PhD thesis, Centro Politécnico Superior, Zaragoza, 2010.