



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Máster

Máster Universitario en Energías Renovables y Eficiencia Energética

Modelado térmico de cavidades para Disco Stirling con cubierta transparente

Autor

Rubén Gil Gil

Director

Carlos Monné Bailo

Escuela de Ingeniería y Arquitectura
Junio 2014

RESUMEN

El Disco Stirling es un sistema de concentración solar en fase de desarrollo, compuesto por un concentrador, un conjunto cavidad-absorbedor y un motor Stirling. El concentrador focaliza la energía solar en un punto, el cual es el foco caliente del motor Stirling; el papel de la cavidad en este sistema es el de hacer que el intercambio de energía entre el concentrador y el motor sea lo mejor posible.

Hasta el momento, los estudios llevados a cabo no reportan resultados concluyentes en cuanto a una geometría óptima, existiendo multitud de variantes que influyen en el diseño de la misma (condiciones climáticas de operación, potencia del sistema, propiedades de los materiales...). Algunos de ellos proponen la inclusión de una cubierta transparente que cubra la cavidad, constituyendo ésta una alteración del funcionamiento de la cavidad, tanto a nivel de convección, como de conducción y radiación.

Tras realizar una revisión de los conceptos que rigen la transferencia de calor en una cavidad y los estudios realizados hasta el momento, se parte de una geometría de cavidad con cubierta transparente para realizar un modelo térmico. Éste ha de permitir la variación geométrica de la misma, así como la variación de las propiedades de los materiales de los que está construida, con el objeto de poder realizar así un amplio análisis del comportamiento del sistema.

La herramienta utilizada para desarrollar el modelo térmico es Matlab, la cual no presenta ningún tipo de limitación de variables y constituye un potente instrumento de simulación. Para el desarrollo del modelo se utiliza el método de las diferencias finitas, incluyendo intercambio de calor por conducción, convección y radiación. El intercambio de calor por radiación se evalúa utilizando el método de las radiosidades, y se contemplan dos espectros en su desarrollo, uno referente a la radiación de onda larga (radiación emitida por la cavidad y la cubierta) y otro referente a la radiación de onda corta (radiación emitida por el Sol). Para implementar el modelo de cubierta se ha utilizado el método de la radiación neta y los balances de energía que a partir de él se pueden plantear. La fuente solar, que incide sobre la cubierta transparente se divide en diferentes zonas con valores de irradiación distintos para que la situación se asemeje a la real en la medida de lo posible.

Las principales dificultades que surgen al desarrollar el modelo están relacionadas con el hecho de que la geometría sea variable, teniendo que definir de forma “dinámica”, tanto los balances de energía, como la evaluación de radiosidades, como de factores de vista (calculados de manera exacta), ya que el número de superficies sobre las que éstos se evalúan dependen de la geometría y la precisión deseadas para resolver el problema (variables de entrada).

La principal ventaja y resultado del trabajo es que se ha desarrollado una potente herramienta que evalúa de forma conjunta todas las pérdidas que tienen lugar en la cavidad, y que puede desempeñar un papel muy útil en el diseño de cavidades para disco Stirling (tanto con cubierta transparente como abiertas). Esta herramienta se ha utilizado para obtener unas pautas de diseño geométrico y de selección de materiales a utilizar, así como analizar los beneficios de inclusión de una cubierta transparente en el modelo.

INDICE DE CONTENIDOS

1. ESTRUCTURA, OBJETIVOS Y CONTEXTO	17
1.1. Introducción	17
1.2. Contexto.....	18
1.3. Objetivos y Alcance	19
1.4. Estructura.....	19
1.5. Contexto. Energía solar térmica.	20
1.5.1. Sistema de concentración de Disco Stirling	22
2. DESCRIPCIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	23
3. CONCEPTOS BÁSICOS Y REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	29
3.1. Modelado térmico de la cavidad del Disco Stirling	29
3.2. Pérdidas en la cavidad del Disco Stirling	31
3.2.1. Pérdidas por conducción	31
3.2.2. Pérdidas por convección	33
3.2.3. Pérdidas por radiación	38
4. CARACTERÍSTICAS DE LA CAVIDAD EN RELACIÓN AL MODELO TÉRMICO ..	43
5. MODELADO DE UNA CUBIERTA TRANSPARENTE-TRANSLÚCIDA	45
5.1. Método de la radiación neta para evaluación de propiedades radiantes	45
5.2. Balance energético sobre cubierta transparente-translúcida y fuente solar.....	54
6. MODELO TÉRMICO.....	59
6.1. Método de las diferencias finitas, discretización y mallado	59
6.1.1. Hipótesis y aproximaciones	62
6.2. Condiciones de contorno y balances de energía.....	63
6.3. Transferencia de calor por radiación	67
6.3.1. Método de las radiosidades	67
6.4. Cálculo de factores de vista	70
7. DESCRIPCIÓN DE LA HERRAMIENTA EN MATLAB	71
8. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS	73
8.1. Análisis geométrico.....	73
8.1.1. Relación entre radios	74
8.1.2. Relación altura-radio	75
8.1.3. Espesor de la cubierta	79

8.2.	Análisis de propiedades de los materiales	81
8.2.1.	Propiedades radiantes del absorbedor	81
8.2.2.	Propiedades radiantes de la cavidad	83
8.2.3.	Propiedades radiantes de cubierta.....	84
8.2.4.	Conductividad de la cavidad	85
8.3.	Creación de vacío en la cavidad.....	86
8.4.	Comparación entre geometría abierta y geometría con cubierta transparente	88
9.	CONCLUSIONES	91
ANEXO I. DISCRETIZACIÓN Y BALANCES DE ENERGÍA		95
I.	Método de diferencias finitas.....	95
II.	Ecuaciones del método de diferencias finitas	97
III.	Intercambio radiante y balances de energía	105
IV.	Variables de resultados de la herramienta programada	113
ANEXO II. CÁLCULO DE FACTORES DE VISTA		119
I.	Planteamiento.....	119
II.	Situaciones a considerar en el cálculo de factores de vista.....	123
III.	Cálculo de factores de vista	125
REFERENCIAS		137

INDICE DE FIGURAS

Figura 1	Inversión global en energías renovables desde el año 2004 hasta el año 2012[1] ...	17
Figura 2	Capacidad de producción mundial de energía solar térmica hasta el año 2012 [1] .	21
Figura 3	Disco Stirling Cleanergy [7].....	22
Figura 4	Geometría problema.....	23
Figura 5	Geometría problema con cubierta transparente.	23
Figura 6	Variaciones geométricas en la zona inferior de la cavidad (zona del absorbedor). .	24
Figura 7	Comportamiento cavidad sin cubierta transparente.	26
Figura 8	Comportamiento cavidad con cubierta transparente.	27
Figura 9	Esquema básico de pérdidas en una cavidad abierta.....	29
Figura 10	Diagrama de pérdidas en un Disco Stirling [11].....	30
Figura 11	Pérdidas por conducción en la cavidad de un Disco Stirling en función de su espesor(L_{ins}) para situación estacionaria interior de aire a 1023 K [9].....	31
Figura 12	Creación de zonas de estancamiento y convección en función de la orientación de una cavidad abierta [9].....	35
Figura 13	Características de la circulación de flujo de aire en el interior de una cavidad inclinada [16].....	35
Figura 14	Sistema de Disco Stirling con receptor fijo y concentrador móvil [17]	36
Figura 15	Intercambio de calor por radiación entre dos superficies [12]	39
Figura 16	Diagrama de evaluación de propiedades radiantes globales en aplicación del método de Montecarlo [32]	41
Figura 17	Cavidad modelada con cubierta transparente y absorbedor.	43
Figura 18	Reflexión y transmisión de radiación sobre una superficie	45
Figura 19	Método de aplicación de radiación neta.	46
Figura 20	Coeficientes de refracción y absorción para el SiO_2 en función de longitud de onda de radiación (rango de variación desde 0 μm hasta 1 μm) [35].....	48
Figura 21	Coeficientes de refracción y absorción para el SiO_2 en función de longitud de onda de radiación (rango de variación desde 1 μm hasta 15 μm) [35].....	49
Figura 22	Propiedades de intercambio radiante en el cristal de cuarzo para longitud de onda larga.	53
Figura 23	Propiedades de intercambio radiante en el cristal de cuarzo para longitud de onda corta.	53
Figura 24	Esquema de cavidad con superficies parcialmente transparentes.	54
Figura 25	Distribución de temperaturas sobre un absorbedor hexagonal [11].	55
Figura 26	Discretización de un dominio para aplicación del método de las diferencias finitas... ..	59
Figura 27	Detalle de nodo en discretización para aplicación del método de las diferencias finitas	60
Figura 28	Detalle de volúmenes de control para aplicación del método de las diferencias finitas	60
Figura 29	Coordenadas cilíndricas	60
Figura 30	Discretización aplicada en el método de las diferencias finitas para la cavidad.....	61
Figura 31	Detalle de unión de cavidad y cubierta transparente.....	61
Figura 32	Discretización de la cubierta transparente.....	62
Figura 33	Condiciones de contorno en cada zona del modelo.	63

Figura 34	Divisiones en superficie lateral y superficies planas en modelo térmico.	65
Figura 35	Divisiones en superficies planas en modelo térmico.	65
Figura 36	Intercambio térmico por radiación entre diferentes superficies.	67
Figura 37	Nomenclatura de introducción de datos geométricos de cavidad.	71
Figura 38	Nomenclatura de dimensiones de cavidad para análisis geométrico.	73
Figura 39	Variación de la relación entre radios.	74
Figura 40	Rendimiento en función del radio del absorbedor.	75
Figura 41	Variación de altura de la cavidad.	75
Figura 42	Rendimiento en función de la altura “h1” para diferentes radios de absorbedor.	76
Figura 43	Pérdidas radiantes en función de la altura “h1” para radio de absorbedor 24 cm.	76
Figura 44	Pérdidas radiantes en función de la altura “h1” para radio de absorbedor 20 cm.	77
Figura 45	Pérdidas radiantes en función de la altura “h1” para radio de absorbedor 16 cm.	77
Figura 46	Posición del ángulo óptimo.	78
Figura 47	Rendimiento en función del espesor de la cubierta.	79
Figura 48	Pérdidas radiantes y rendimiento en función de la absorptividad del absorbedor.	82
Figura 49	Pérdidas radiantes y rendimiento en función de la emisividad del absorbedor.	82
Figura 50	Pérdidas y rendimiento en función de la absorptividad de la cavidad.	83
Figura 51	Pérdidas y rendimiento en función de la emisividad de la cavidad.	83
Figura 52	Pérdidas y rendimiento en función de la reflectividad de cubierta en espectro de onda corta.	84
Figura 53	Pérdidas y rendimiento en función de la reflectividad de cubierta en espectro de onda larga.	84
Figura 54	Pérdidas y rendimiento en función del coeficiente de conductividad de la cavidad.	85
Figura 55	Rendimiento en función de la altura para diferentes valores de convección interior y situación de vacío.	86
Figura 56	Rendimiento en función de la altura para diferentes valores de convección interior y situación de vacío.	87
Figura 57	Radiación incidente sobre el absorbedor respecto de la incidente sobre la cavidad en el modelo sin cubierta.	88
Figura 58	Comparación entre cavidad con cubierta transparente y cavidad abierta con diferentes valores de convección interior.	89
Figura 59	Transferencia de calor por conducción en un nodo interior.	95
Figura 60	Transferencia de calor por conducción y convección en un nodo frontera.	96
Figura 61	Nodo ejemplo tipología interior o frontera F1, F2, F3.	97
Figura 62	Nodo ejemplo tipología frontera F5.	97
Figura 63	Nodo ejemplo tipología N1.	97
Figura 64	Volúmenes de control de cada nodo con diferentes alturas.	98
Figura 65	Esquema radiante simplificado en espectro de onda larga (tanto zona superior como inferior de la cavidad)	107
Figura 66	Intercambio radiante entre dos superficies.	119
Figura 67	Discos coaxiales y paralelos.	120
Figura 68	Emisión difusa en superficie plana.	120
Figura 69	Emisión difusa en superficie cóncava.	121
Figura 70	Superficie lateral tronco de cono sobre sí misma.	125
Figura 71	Superficie lateral de un tronco de cono en dos secciones horizontales.	127

Figura 72	Superficie lateral de un tronco de cono en tres secciones horizontales.....	127
Figura 73	Base inferior sobre superficie lateral de un tronco de cono en dos secciones.	128
Figura 74	Base superior sobre superficie lateral de un tronco de cono en dos secciones.	128
Figura 75	Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono.	129
Figura 76	Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono.	129
Figura 77	Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono dividido en dos secciones horizontales.	130
Figura 78	Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono.	130
Figura 79	Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono.	131
Figura 80	Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono dividido en dos secciones horizontales.	131
Figura 81	Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono.	132
Figura 82	Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono.	132
Figura 83	Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono dividido en dos secciones horizontales.	133
Figura 84	Divisiones en base superior e inferior de un tronco de cono.	134
Figura 85	Divisiones en base superior e inferior de un tronco de cono.	134
Figura 86	Divisiones en base superior e inferior de un tronco de cono.	135
Figura 87	Divisiones en base superior e inferior de un tronco de cono.	136

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	Clasificación de los sistemas de aprovechamiento de energía solar térmica	20
Tabla 2	Variables de simulación en estudio geométrico	74
Tabla 3	Variables de simulación en estudio de cubierta.....	79
Tabla 4	Variables de simulación en estudio de materiales	81
Tabla 5	Cálculo de factores de vista en una estructura troncocónica.	126

NOMENCLATURA

A	Área
a	Absortividad superficial en desarrollo bibliográfico de cubierta
C	Concentración
c_p	Calor específico a presión constante
D_{A-B}	Coeficiente de difusión binaria en una mezcla A-B
F_{ij}	Factor de vista entre superficies i-j
G	Irradiación
h	Coeficiente de convección
J	Radiosidad
k	Coeficiente de extinción
L	Longitud
n	Coeficiente de refracción
N_A	Flujo másico de una especie A
Nu	Número de Nusselt
Q, q	Calor transferido
\dot{Q}	Calor generado
R_T	Resistencia térmica
r	Coordenada cilíndrica (reflectividad superficial en desarrollo bibliográfico cubierta)
T	Temperatura
u	Velocidad en dirección tangencial a la superficie
v	Velocidad en dirección normal a la superficie
W	Vatio
x	Coordenada cartesiana
y	Coordenada cartesiana
z	Coordenada cartesiana (espesor en modelo de cubierta)

Letras Griegas

α	Absortividad
ε	Emisividad
η	Rendimiento
θ	Ángulo
λ	Conductividad térmica
ρ	Reflectividad (densidad en el desarrollo de convección)
σ	Coeficiente de Stefan-Boltzmann
τ	Transmisividad (tensor de esfuerzos viscosos en planteamiento convectivo)
φ	Flujo solar
ΔR	Paso en eje “r” en MDF
ΔH	Paso en eje “z” en MDF

Subíndices

A	Especie química
cond	Conductivo
e	Valor superficial
f	Fluido
i	Incidente
k	Cuerpo
l	Pérdida
λ	Longitud de onda
max	Máximo
o	Expulsado
ol	Espectro de emisión de onda larga
oc	Espectro de emisión de onda corta
rad	radiante
s	Sólido
w	Valor en la pared (dirección en desarrollo de modelo radiante)
∞	En un intercambio fluido-sólido, valor donde no hay influencia del sólido

1. ESTRUCTURA, OBJETIVOS Y CONTEXTO

1.1.Introducción

El desarrollo de las tecnologías de aprovechamiento de energías renovables constituye actualmente uno de los principales motores de la actividad investigadora en todo el mundo. La mayoría de las empresas, ya sean de gran o pequeño tamaño, enfocan su actividad de I+D en este tipo de proyectos, y en aquello que queda dentro del marco de la eficiencia energética, estudiando alternativas de mejora en su producto, líneas de producción, o incluso realizando análisis de ciclo de vida. Este hecho hace que las energías renovables y la eficiencia energética sean buque insignia de la imagen de marketing, áreas de interés y crecimiento mostrada por las empresas.

Las revistas de investigación especializadas en este tema crecen y crecen cada año, así como las publicaciones y la actividad de grupos investigadores en universidades de todo el mundo, existiendo dentro de la propia universidad de Zaragoza algunos importantes.

Según datos de “Bloomberg New Energy Finance”, la inversión mundial en proyectos de biomasa, energía geotérmica, eólica de más de 1 MW, energía hidroeléctrica de entre 1 y 50 MW, proyectos de energía solar, energía oceánica y biocombustibles creció de 227 billones de dólares americanos en el año 2010, a 279 billones en el año 2011, para reducirse en el año 2012 a 250 y en el año 2013 a 214 por motivos económicos evidentes (Figura 1). En el año 2012 se estimó que el 19 % del consumo de energía final tuvo su origen en energías renovables. De todos los sistemas, el que experimenta un mayor crecimiento es el de concentración solar térmica (un 48% de crecimiento desde el año 2008 al 2013) y el de solar fotovoltaica (un 55 % de crecimiento desde el año 2008 al 2013). Aunque presenten crecimientos más moderados, su capacidad instalada y su fiabilidad hacen que los sistemas de generación eólica sean los más sólidos y prometedores [1].



Figura 1 Inversión global en energías renovables desde el año 2004 hasta el año 2012[1]

Esta explosión de los sistemas de aprovechamiento de energías renovables y eficiencia energética está íntimamente ligada a la más que necesaria intervención en la gestión de la energía con el fin de limitar las emisiones de gases contaminantes. Con este objetivo se han firmado diferentes tratados, entre los que destacan el por todos conocido Protocolo de Kioto del 11 de diciembre de 1997, o el objetivo del 20-20-20 de la Unión Europea, por el cual los estados miembros se comprometían a reducir para el año 2020 el 20 % del consumo de energía primaria, el 20 % de las emisiones de gases de efecto invernadero, e incrementar la contribución de las energías renovables al 20 % del consumo final.

Sin profundizar demasiado en el tema, se podría decir que el funcionamiento del mercado eléctrico exige la existencia de diferentes sistemas de producción en paralelo para permitir cubrir la demanda en cualquier situación, y es por esto que es cada vez más interesante la combinación de diferentes tecnologías (producción eléctrica a partir de energía solar térmica, eólica, sistemas de captura de CO₂...). Existen también situaciones en las que el acceso a red es imposible o muy complicado, pero existe una demanda eléctrica, lo cual modifica los valores de rentabilidad que se puedan establecer de forma tradicional.

Así pues, en este contexto se puede valorar que los sistemas de concentración solar, y por tanto el Disco Stirling y el desarrollo del presente proyecto, entran con fuerza en el parque de desarrollo de los sistemas de producción eléctrica a partir de energías renovables, pues la energía solar, al margen de sus problemas, es la fuente energética renovable más abundante en el planeta Tierra.

1.2.Contexto

El Disco Stirling es un sistema de concentración solar de producción eléctrica de poca potencia (entre 3 y 25 kW). Actualmente existen diferentes líneas de desarrollo de estos equipos en varios centros en el mundo, entre los que destacan las plataformas existentes en Odeillo [2], Würzburg [3], Milan [4], Sevilla [5] o Albuquerque [6], o empresas privadas como Cleanergy [7], o Abengoa Solar. Las partes principales del Disco Stirling son el receptor, el concentrador y el motor Stirling. Actualmente, la mayoría de los estudios están tratando de mejorar la eficiencia del sistema cavidad-receptor, incluyendo en determinados de ellos una cubierta transparente.

Se podría decir que el Disco Stirling es un equipo en fase de desarrollo que en cuestión de no mucho tiempo ha de saltar de forma masiva al mercado.

Este proyecto se centra en el estudio del conjunto cavidad-receptor, principal potencial de mejora en estos equipos, dentro de la línea de investigación que dirige Carlos Monné en el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Zaragoza.

1.3.Objetivos y Alcance

Como ya se ha comentado, el Disco Stirling es un dispositivo en fase de desarrollo. El principal potencial de mejora de este sistema lo constituye la cavidad del mismo, elemento que se verá con mayor detalle en sucesivos apartados. La mayor parte de los diseños de cavidad que se han desarrollado son abiertos, incorporando en algunos casos una cubierta transparente que puede tener efectos, tanto positivos como negativos en función de las condiciones de trabajo o la geometría de este elemento.

El principal objetivo de este proyecto es realizar un modelo térmico teórico en Matlab para una cavidad con cubierta transparente, que permita conocer el funcionamiento de este sistema, poder compararlo con un modelo sin cubierta y evaluar la idoneidad del mismo (valorando los intercambios de calor por conducción, convección y radiación).

Para conseguir llevar a cabo el objetivo global del sistema se han definido varios objetivos intermedios respecto del modelo, en los cuales reside la mayor complejidad de desarrollo del mismo. Se trata de establecer un modelo en el que están conectados la fuente solar, la cubierta transparente, la cavidad y el receptor (modelado de forma aproximada), de forma que respondan de forma correcta a modificaciones de la geometría del modelo. Así pues, el objetivo es la obtención de un modelo teórico para una cavidad de geometría variable con cubierta transparente que incluya el intercambio de calor por radiación, convección y radiación.

Como objetivo complementario, y con el fin de poder enmarcar este trabajo en las líneas de investigación abiertas en torno al Disco Stirling en la actualidad, se realiza una revisión bibliográfica de los estudios referentes a la cavidad o al conjunto cavidad-receptor del disco.

1.4.Estructura

La estructura del presente proyecto va a estar constituida por tres bloques principales, el primero servirá para introducir el Disco Stirling, realizando una descripción básica del sistema y describiendo las principales aportaciones al desarrollo del mismo que han tenido lugar hasta la actualidad, tanto a nivel de modelo térmico y de evaluación de pérdidas, como a nivel de modelos o dispositivos experimentales con cubierta transparente.

El segundo bloque va a consistir en la descripción del modelo implementado en Matlab [8].

El tercer y último bloque va a consistir en el análisis de los resultados que se han podido obtener con la herramienta/modelo desarrollada en Matlab.

1.5.Contexto. Energía solar térmica.

Dentro de los sistemas de aprovechamiento de energía solar, se puede establecer un grupo para los sistemas fotovoltaicos y otro para los térmicos, dentro de los cuales se pueden citar los sistemas pasivos y los activos de captación. En el grupo que comprende estos sistemas activos de captación es donde se podría situar el Disco Stirling, tal y como se muestra en la Tabla 1:

ENERGÍA SOLAR				
ENERGÍA SOLAR TÉRMICA				
SISTEMAS ACTIVOS DE CAPTACIÓN				
	BAJA TEMPERATURA			
	AGUA CALIENTE SANITARIA			
		Colectores solares planos		
		Colectores solares de vacío		
		Colectores sin cubierta		
		Colectores termodinámicos		
		CALENTAMIENTO DE PISCINAS		
		Colectores solares planos		
		Colectores solares de vacío		
		Colectores sin cubierta		
		Colectores termodinámicos		
		MEDIA TEMPERATURA		
			Chimenea solar	
		ALTA TEMPERATURA		
		SISTEMAS DE CONCENTRACIÓN DE TORRE		
			Centrales Torre	
		SISTEMAS DE CONCENTRACIÓN LINEAL		
			Fresnel	
			Colectores Cilíndrico-Parabólicos	
		SISTEMAS PARABÓLICOS		
		<i>Disco Stirling</i>		
		Hornos Solares		
SISTEMAS PASIVOS				
	Arquitectura Bioclimática			
ENERGÍA SOLAR FOTOVOLTAICA				
			Sistemas convencionales	
			Sistemas con concentración	

Tabla 1 Clasificación de los sistemas de aprovechamiento de energía solar térmica

El ritmo de crecimiento de la energía solar es importante, pero el rendimiento y/o la fiabilidad actual de los sistemas de concentración en los que mayores esperanzas se albergan (sistemas de concentración fotovoltaicos y sistemas de concentración de alta temperatura) no es todavía suficientemente elevado como para irrumpir de manera masiva en el mercado. Es de esperar que ligada a la recuperación económica se encuentren soluciones a los problemas que presentan estos sistemas, tal y como se han encontrado en años anteriores para los equipos de aprovechamiento de energía solar térmica de baja temperatura, los cuales presentan unos rendimientos elevados y los resultados se están viendo cada día en las muchas instalaciones en las que se cuenta con ellos.

Algunos datos de crecimiento de producción y demanda de energía son realmente ilustrativos sobre la evolución mundial de las tecnologías. Tal y como ilustra el informe de 2013 del boletín anual “Renewable Energy Policy Network for the 21st Century” [1], en la Unión Europea, el 70% de la producción que se volcó a la red en el año 2012 fue de origen renovable (siendo la mayor parte solar fotovoltaica y eólica), y en países como Alemania, las energías renovables supusieron en este año una 22,9 % del consumo energético, un 10,4 % del uso de calor y un 12,6 % del total de la demanda de energía final.

En cuanto a la energía de concentración solar, del total de la potencia instalada de energías renovables en el mundo en el año 2012, que asciende a 560 GW (la mayor parte se encuentra en China con 118 GW, España se encuentra en el cuarto lugar con 32 GW instalados), solamente 3,4 GW correspondían a esta tecnología, pero la tendencia es más que exponencial, creciendo respecto del año anterior (Figura 2), y siendo España el país en el que se instalaron la mayor parte de las plantas.

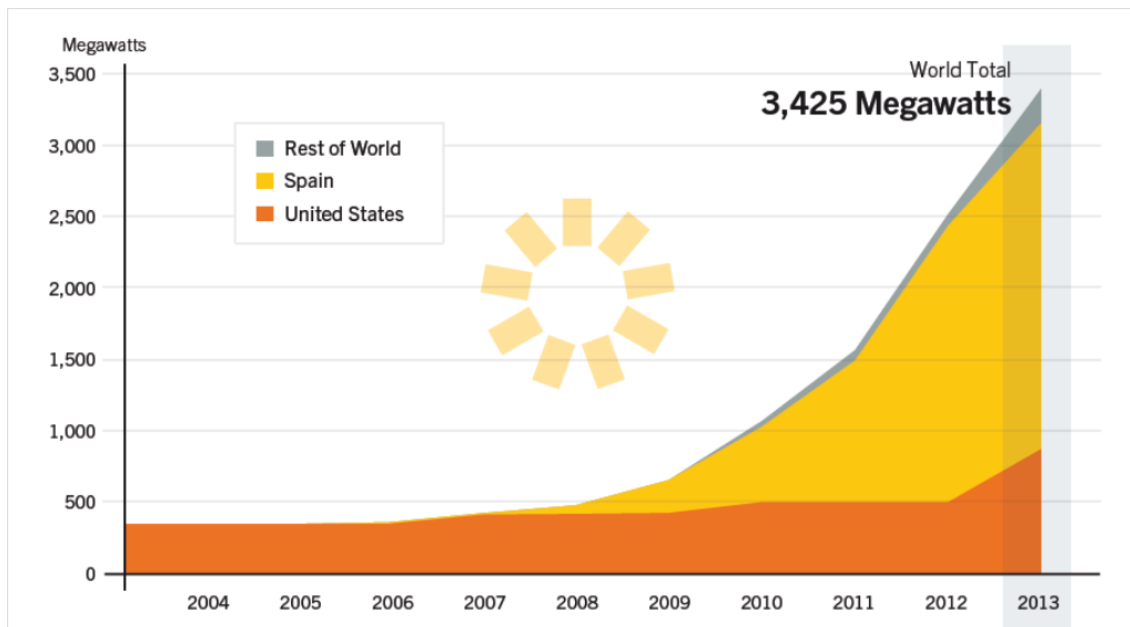


Figura 2 Capacidad de producción mundial de energía solar térmica hasta el año 2012 [1]

1.5.1. Sistema de concentración de Disco Stirling

El Disco Stirling (Figura 3), en pruebas realizadas hace ya más de 10 años podía alcanzar rendimientos superiores al 29 % de forma global. Cada uno de los sistemas produce electricidad por sí mismo, y las unidades actuales varían su potencia entre 3 kWe y 25 kWe, siendo el Disco Stirling de 10 kWe el estándar [9].



Figura 3 Disco Stirling Cleanergy [7]

El Disco Stirling consta de tres partes principales:

- Espejo Parabólico – Concentrador Solar: Se encarga de concentrar la energía solar en un punto, alcanzando factores de concentración de alrededor de 13000 soles (en función de la potencia del equipo).
- Cavidad – Receptor Solar: Esta parte del equipo se encarga de recibir la energía solar concentrada por el espejo parabólico y transformarla en energía térmica útil constituyendo el foco caliente del motor Stirling. Los niveles de energía que se manejan en esta parte del sistema son extremadamente elevados, constituyendo un elemento crítico del sistema. El absorbedor es la parte de este componente que actúa como un intercambiador que cede energía al fluido de trabajo, siendo un “heat pipe” en receptores volumétricos. La cavidad constituye el cuerpo que rodea al absorbedor y se encarga de que las pérdidas por radiación, convección y conducción sean lo menores posibles.
- Motor Stirling: El motor Stirling es un motor de combustión externa que basa su funcionamiento en el ciclo del mismo nombre, siendo éste de una eficiencia bastante elevada y presentando una ventaja clara respecto de los motores de combustión interna, y es que la energía térmica puede aportarse mediante otro tipo de sistemas que no son necesariamente sistemas de combustión, y que en el caso del Disco Stirling es energía solar.

2. DESCRIPCIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En este Trabajo Fin de Máster se pretende realizar un estudio de cavidades de disco Stirling. En el apartado 3 se plantean algunos conceptos básicos sobre cavidades y la transferencia de calor que tiene lugar en ellas, así como una revisión bibliográfica de las mismas y los modelos llevados a cabo para su solución.

En cuanto a las cavidades de disco Stirling existen diferentes opciones de desarrollo, entre las que se encuentran:

- Cavidades abiertas
- Cavidades cerradas con cubierta transparente

En este trabajo se parte de una cavidad cuya geometría cilíndrica queda descrita en el apartado 5 del trabajo (ya utilizada en trabajos previos en la línea de investigación en la que se enmarca el trabajo). Esta geometría tiene dos partes diferenciadas, las cuales se asemejan a dos troncos de cono invertidos unidos (tal y como muestra la Figura 4), siendo el más pequeño un reconcentrador para disminuir las pérdidas por desenfoque, y el mayor la zona principal de intercambio térmico de la cavidad. En esta cavidad, cuyo objetivo es hacer que el intercambio térmico entre disco solar parabólico y motor Stirling sea lo mejor posible, la energía solar incide por la zona del reconcentrador y llega hasta el absorbedor, donde se cede energía al fluido de trabajo del disco Stirling.

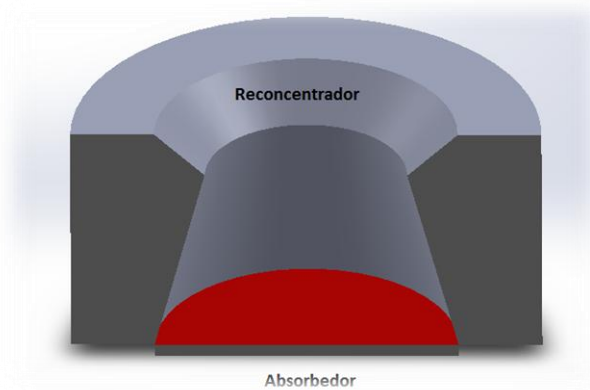


Figura 4 Geometría problema.

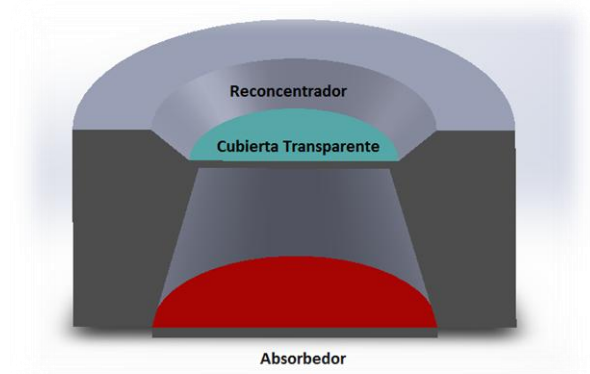


Figura 5 Geometría problema con cubierta transparente.

El hecho de introducir una cubierta (Figura 5) entre la zona principal de intercambio de la cavidad y la zona de reconcentrador (arista de unión de los dos troncos de cono) hace que se modifique la transferencia de calor, pudiendo ser beneficiosa o no en función de una serie de condiciones (se verá en el estudio de resultados de este trabajo).

La forma de realizar un estudio del modo más amplio posible es la de desarrollar un modelo térmico que incluya transferencia de calor por conducción, convección y radiación, y que permita modificar las dimensiones de la cavidad para así poder estudiar los valores de pérdidas y rendimiento en función de variaciones geométricas de la cavidad (Figura 6).

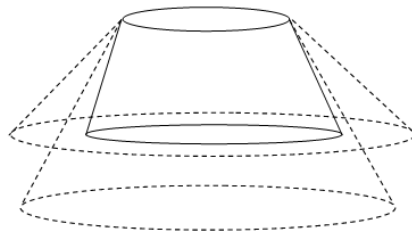


Figura 6 Variaciones geométricas en la zona inferior de la cavidad (zona del absorbedor).

Además de permitir realizar variaciones de geometría en la cavidad, el modelo térmico desarrollado ha de permitir modificar las propiedades de los materiales, para así poder valorar la construcción de la cavidad con unos materiales u otros.

El método para realizar este modelo térmico es el de las diferencias finitas aplicando simetría cilíndrica y resolviendo en una sección de la cavidad, tal y como se verá en el apartado 6. La utilización del método de diferencias finitas ha sido seleccionado por sus ventajas, aunque también presenta ciertos inconvenientes. Las principales ventajas de este método consisten en la claridad para expresar el intercambio de calor por conducción y la facilidad para incluir el intercambio de calor por convección y radiación en los balances energéticos. Los principales inconvenientes están relacionados con desarrollar un mallado consistente que permita realizar variaciones geométricas en la cavidad, ya que exige la generación de variables y ecuaciones de forma “automática”, y siendo especialmente complejo el desarrollo de las mismas en las zonas con inclinación, tal y como se indicará en el apartado 6 y en el Anexo I. Estos inconvenientes dan lugar a la toma de una serie de aproximaciones que se ven reflejados en el apartado 6.

La forma de incluir la transferencia de calor por convección es a partir de la Ley de Enfriamiento de Newton para poder contemplar las diferentes situaciones de convección que se pueden dar en función de las diferentes situaciones de trabajo del equipo con un único coeficiente, tal y como se indica en el apartado 6.

La forma de incluir la transferencia de calor por radiación es la de trabajar en dos espectros, uno relacionado con la radiación solar (longitud de onda corta), y otro relacionado con la radiación emitida por la propia cavidad debida a su elevada temperatura (longitud de onda larga). Para implementarla en el modelo se utiliza el método de las radiosidades, el cual exige la definición de factores de vista, trabajados y obtenidos de forma exacta. Otro de los inconvenientes asociados a la posibilidad de modificar la geometría es el hecho de generar de forma “automática” un número de factores de vista acorde al número de divisiones contempladas en el mallado (que es variable por el usuario del programa que lo implementa). El intercambio de

calor por radiación se puede ver de forma detallada en el apartado 6, así como la definición de la incidencia solar, la cual se define de forma irregular asemejándose a la situación real (mancha solar).

En resumen, partiendo de una geometría que puede ser variable, se desarrolla un modelo térmico que incluye conducción, convección y radiación, que permite la selección de los materiales, y siendo desarrollado a partir del método de las diferencias finitas.

La herramienta que se ha escogido para desarrollar el trabajo descrito e implementar el modelo térmico es Matlab, y su funcionamiento se describe de forma breve en el apartado 7.

Este método desarrolla sobre una geometría con o sin cubierta transparente:

- Geometría abierta (Figura 4): El estudio descrito se realizó sobre esta tipología de geometría por el autor en un PFC [10]. La herramienta utilizada para este desarrollo fue EES (Engineering Equation Solver). Durante el desarrollo del trabajo se observaron ciertos problemas relacionados con las limitaciones del software; el número máximo de variables que permite EES es de 12000, siendo imposible en muchos casos resolver el modelo aplicando una precisión elevada. Debido a estas limitaciones se ha implementado el mismo modelo de nuevo utilizando la herramienta de programación Matlab, la cual no presenta problemas de límite de variables, aunque presenta otros de funcionalidad como el tiempo de simulación.

La Figura 7 describe el comportamiento de la cavidad sin cubierta transparente. Como puede apreciarse, la radiación solar incide directamente sobre el absorbedor, debajo del cual se ha establecido un coeficiente y una temperatura de fluido equivalentes al funcionamiento del motor Stirling. En el interior de la cavidad, tanto en la zona superior como inferior se producen pérdidas por convección interior. Las pérdidas por conducción en estacionario son las mismas que las de convección exterior, ya que es el calor que través de la cavidad se cede al ambiente.

El planteamiento de pérdidas en dos espectros permite distinguir entre pérdidas de calor por reflexión (espectro de onda corta donde las superficies no absorben energía) y por emisión (espectro de onda larga donde las superficies emiten energía). Las pérdidas por emisión se consideran en toda la superficie interior de la cavidad, mientras que las pérdidas por reflexión hacen referencia a la zona donde se ha modelado este espectro, es decir, la parte inferior de la cavidad (ya que debido a la dificultad de cuantificar el desenfoque no se ha incluido éste en el reconcentrador).

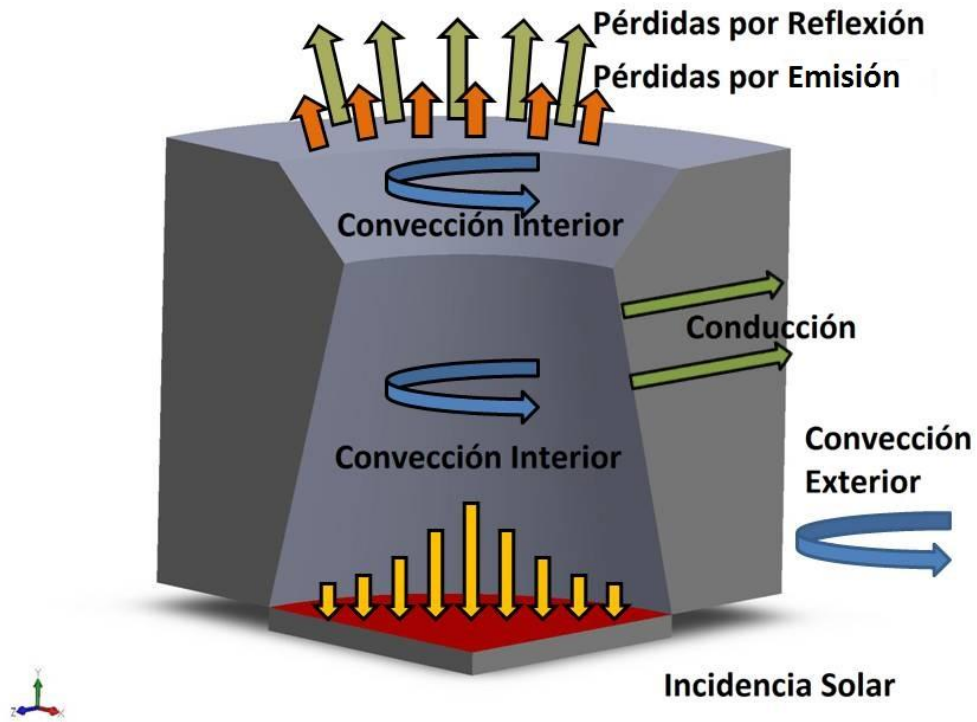


Figura 7 Comportamiento cavidad sin cubierta transparente.

- Geometría con cubierta transparente (Figura 5): Este estudio es el objetivo principal de este trabajo. En base al modelo abierto se ha desarrollado el modelo térmico que incluye la cubierta transparente utilizando Matlab. El modelo de cubierta se ha implementado en base a las propiedades del cuarzo (como cubierta transparente) y utilizando el método de radiación neta, el cual aparece descrito con detalle en el apartado 5.

La Figura 8 describe el comportamiento de la cavidad con cubierta transparente. Como se puede apreciar, la radiación solar incide directamente sobre la cubierta transparente, desde la cual se distribuye de forma difusa al resto de la cavidad en su parte inferior y al absorbedor, debajo del cual se ha establecido un coeficiente convectivo y una temperatura de fluido equivalentes al funcionamiento del motor Stirling. En el interior de la cavidad, la zona bajo la cubierta presenta una convección interior de un valor relativamente bajo, que será inexistente en el caso de que se haga vacío, y en la parte superior a la cubierta existirá una convección diferente de la exterior.

El planteamiento de pérdidas en dos espectros, de nuevo permite distinguir entre pérdidas por reflexión y emisión. Las pérdidas por emisión de nuevo se corresponden con toda la cavidad y por reflexión únicamente a donde se ha modelado el espectro de onda corta (situación correcta despreciando las situaciones de desenfoque no cuantificables).

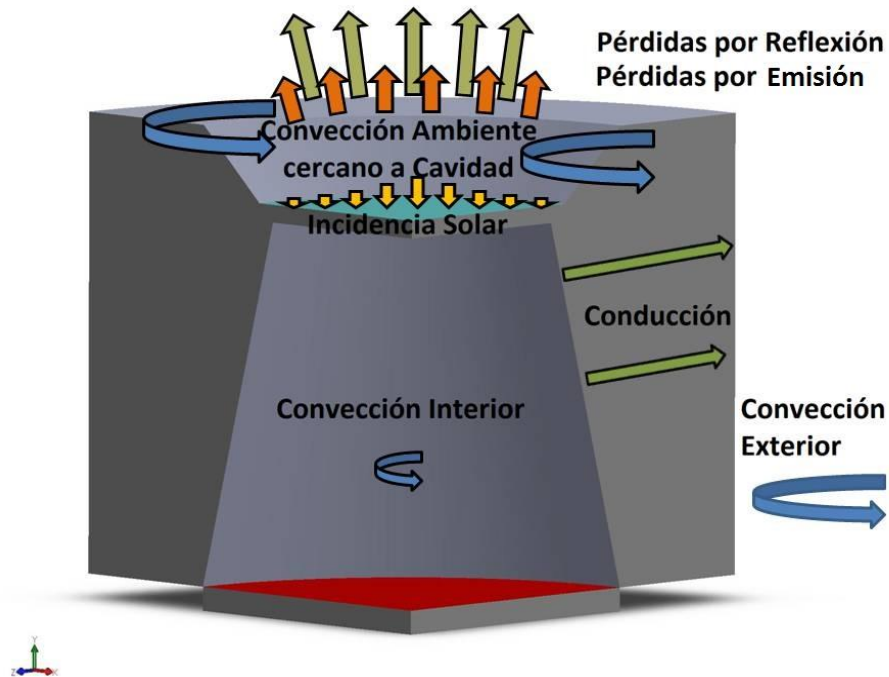


Figura 8 Comportamiento cavidad con cubierta transparente.

La estructura de este trabajo que detalla en cada uno de los siguientes puntos de la memoria:

- *Conceptos básicos y revisión bibliográfica de cavidades (apartado 3)*: Se presenta la cavidad frente a un modelo térmico y una serie de conceptos básicos sobre intercambio de calor por conducción convección y radiación, así como una revisión bibliográfica de los estudios llevados a cabo, tanto de cavidades abiertas como con cubierta transparente.
- *Descripción de cavidad con cubierta transparente en referencia a modelo térmico y materiales base (apartado 4)*: Se presenta la cavidad, sus características frente al modelo térmico y radiante, y los materiales base escogidos para su desarrollo (modificables en el modelo).
- *Modelado de una cubierta transparente-translúcida (apartado 5)*: Se presenta el modelo de cubierta, los balances energéticos que se implementan en el modelo térmico y las características de la fuente solar.
- *Modelo térmico (apartado 6)*:
 - Método de las diferencias finitas. Discretización y mallado. Hipótesis y aproximaciones
 - Transferencia de calor por radiación.
 - Condiciones de contorno y balances de energía.
- *Descripción de la herramienta programada en Matlab (apartado 7)*.

3. CONCEPTOS BÁSICOS Y REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

3.1. Modelado térmico de la cavidad del Disco Stirling

Como ya se ha comentado en apartados previos, el Disco Stirling consta de una cavidad que constituye el nexo de unión entre la energía incidente desde el concentrador solar y un intercambiador de calor, el cual ejerce de foco caliente de un motor Stirling. En esta parte del sistema existen pérdidas por conducción, convección y radiación, y su peso en el global de pérdidas del equipo puede llegar a ser realmente elevado (Figura 10). Las pérdidas por conducción dependen de la temperatura de la cavidad, la temperatura ambiente y las propiedades térmicas de los materiales; las pérdidas por radiación dependen de la geometría, factores de vista, emisividad, absorptividad de las paredes y absorbedor y propiedades de la cubierta transparente (en caso de que exista); y las pérdidas por convección, además de las condiciones de diseño de la cavidad, dependen de las condiciones de trabajo de la misma, incluyendo el campo de temperaturas, dimensiones, inclinación...

La Figura 9 muestra un esquema general de las pérdidas que tendrían lugar en una cavidad abierta.

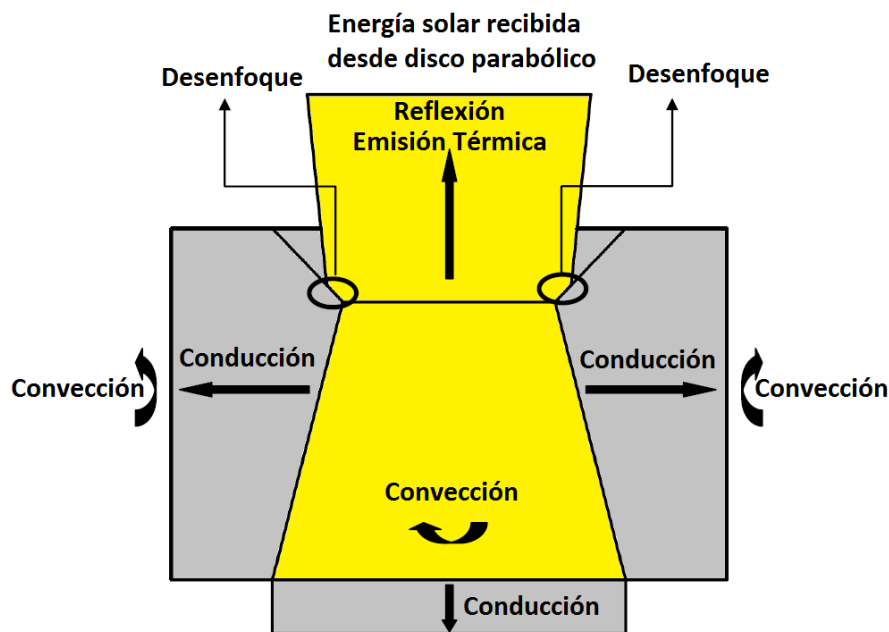


Figura 9 Esquema básico de pérdidas en una cavidad abierta

El diseño de la cavidad puede llegar a ser realmente complejo, existiendo una fuerte influencia en el resultado final de rendimiento. La selección de una geometría para la cavidad y los materiales a utilizar son un tema complicado de resolver, actualmente se están llevando a cabo investigaciones importantes en este frente, y se estudian diferentes alternativas, entre las que se encuentra incorporar una cubierta transparente en la apertura de la cavidad hacia el ambiente.

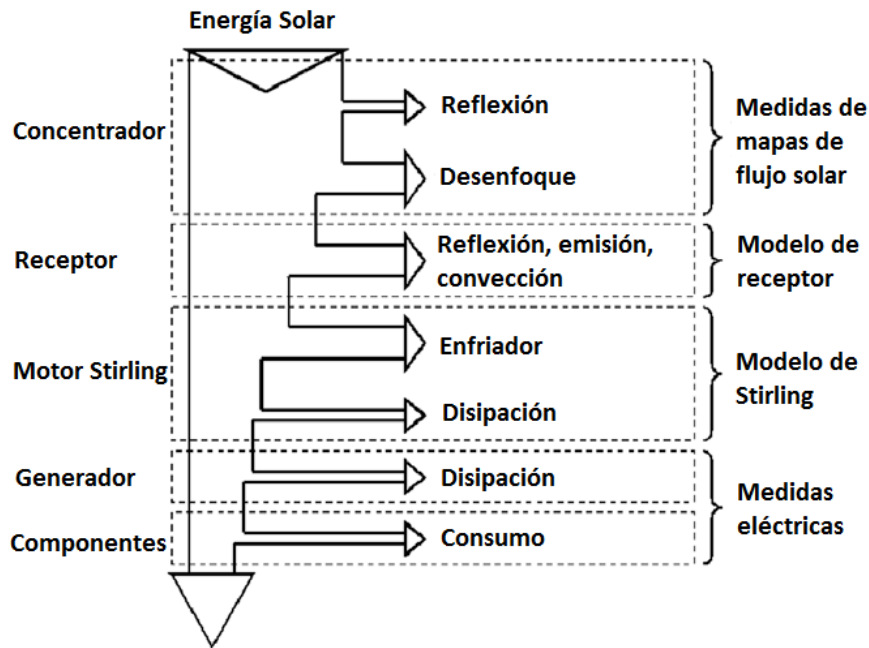


Figura 10 Diagrama de pérdidas en un Disco Stirling [11]

En el diagrama de pérdidas mostrado en la Figura 10, se pueden apreciar las pérdidas asociadas al conjunto de Disco Stirling. En cuanto a las pérdidas relativas al motor, las debidas a desenfoques y las inherentes al concentrador, las soluciones a aportar son reducidas, es por ello que las pérdidas en el receptor son un motivo interesante de estudio, y por ello se centra en la cavidad una de las partes fundamentales de la actividad investigadora.

3.2. Pérdidas en la cavidad del Disco Stirling

A continuación se van a comentar las referencias conceptuales básicas y los resultados bibliográficos a los que se ha llegado respecto de las pérdidas de calor, tanto por conducción, como por convección, como por radiación.

3.2.1. Pérdidas por conducción

A través de las paredes de la cavidad se experimenta transferencia de calor por conducción, que se puede describir a partir de la ley de Fourier, la cual indica que la transferencia de calor en un sólido es directamente proporcional al gradiente de temperaturas al que está sometido [12]:

$$\mathbf{q} = -\lambda \cdot \nabla T = -\lambda \left(\mathbf{i} \frac{\partial T}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial T}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

Resolviendo la ecuación diferencial y aplicando como condiciones de contorno las temperaturas en la cara interior del volumen “ T_1 ” y en la cara exterior del mismo “ T_2 ”, se puede presentar la siguiente expresión:

$$q_r = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{t,cond}}$$

$$R_{t,cond} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi L\lambda}$$

Así pues, se puede determinar que las pérdidas por conducción dependen, por un lado del área de transferencia, por otro lado del espesor y por último de la conductividad térmica. Se trata de un desarrollo matemático bastante bien definido, convergiendo la mayoría de los estudios hacia unos resultados similares a los presentados en la Figura 11.

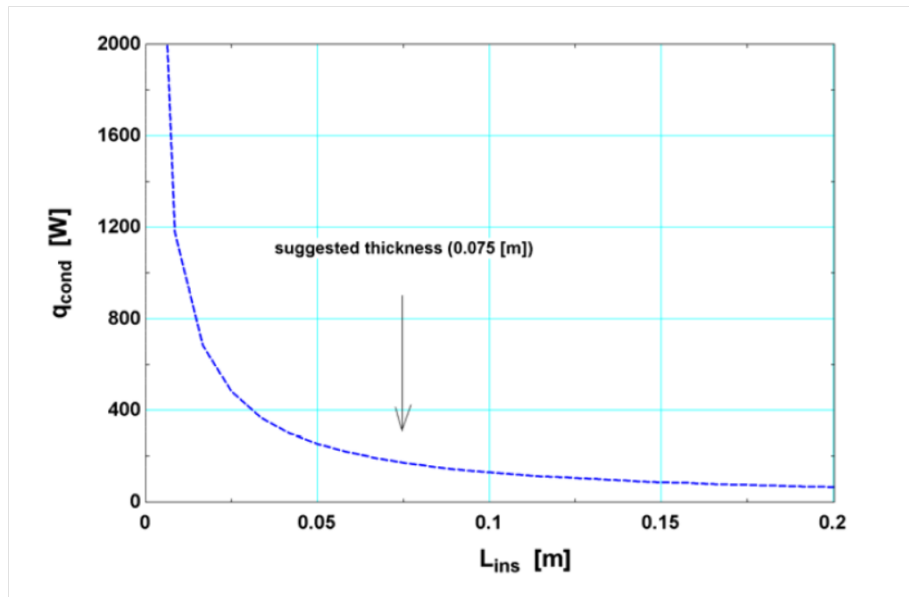


Figura 11 Pérdidas por conducción en la cavidad de un Disco Stirling en función de su espesor (L_{ins}) para situación estacionaria interior de aire a 1023 K [9]

El receptor SES para un motor de 24 kW_e, de geometría cilíndrica presenta una conductividad de 0,06 W/mK, el cuál presenta unas pérdidas por convección que pueden variar desde unos valores prácticamente despreciables hasta más de 2 kW_t [9]. Algunos estudios presentan que para determinadas condiciones geométricas, estas pérdidas pueden alcanzar valores del mismo orden de magnitud que las pérdidas por convección y radiación [13].

3.2.2. Pérdidas por convección

Las pérdidas por convección se pueden resolver de varias maneras, presentando todas ellas cierto grado de aproximación a la solución real.

Aplicando una serie de consideraciones teóricas que parten de la definición de entropía, los teoremas de transporte de Reynolds, y la ley de Fick, y tras la aplicación de una serie de aproximaciones y el concepto de capa límite, se pueden obtener unas ecuaciones que permiten resolver de forma teórica el problema de la convección. Las suposiciones que aplican en el desarrollo matemático con las que siguen [14]:

- Situación estacionaria.
- Propiedades constantes con la temperatura
- Ausencia de fuerzas volumétricas
- Ausencia de generación de calor
- Disipación viscosa despreciable

Las ecuaciones que llevan a la solución teórica del problema son las siguientes [12]:

- Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

- Ecuación de momento:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

- Energía térmica:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\nu}{C_p} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

- Especies químicas:

$$u \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + v \frac{\partial \rho_A}{\partial y} = D_{AB} \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial y^2}$$

A partir de estas expresiones se puede obtener la temperatura en la zona de contacto sólido-líquido y por tanto poder aplicar la ecuación que permite obtener la transferencia de calor y masa (dada por la ley de Fick y existente en desequilibrios térmicos o químicos como fenómeno de difusión) por convección en la capa límite.

$$q = -\lambda_f \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0}$$

$$N_A'' = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial y}$$

Históricamente se ha determinado de forma experimental el fenómeno de la convección, a partir de un coeficiente de convección que determina la transferencia de calor entre un sólido y un fluido en contacto a partir de la siguiente expresión:

$$q = h (T_f - T_s)$$

El estudio de la convección, siguiendo este procedimiento, puede exigir la creación de modelos demasiado caros y voluminosos, de modo que se suele recurrir al análisis dimensional, permitiendo el estudio a pequeña escala de prototipos y la obtención de la transferencia de calor para los elementos reales. La transferencia de calor por convección viene determinada por el número adimensional de Nusselt, el cual se obtiene a partir del coeficiente de convección “h”, la dimensión característica del alojamiento del fluido “L”, y la conductividad térmica del mismo:

$$Nu = \frac{hL}{\lambda_f}$$

Además de lo ya comentado, se pueden utilizar métodos numéricos para resolver las complejas ecuaciones diferenciales que representan el problema de convección-difusión [15].

En relación a los estudios llevados a cabo sobre la cavidad del Disco Stirling, existen trabajos realmente interesantes. Muchos autores han obtenido correlaciones para coeficientes de convección para sus geometrías en función de diferentes condiciones relativas al flujo de aire, su temperatura y su velocidad.

La revisión llevada a cabo por Wu [16] en 2009 recoge gran parte de los resultados semi-empíricos conseguidos hasta el momento. Los resultados obtenidos no son concluyentes, ya que es realmente complejo extrapolar una solución para geometrías diferentes, pero sí que se han concretado una serie de tendencias que se repiten en la práctica totalidad de los estudios. Para cavidades abiertas, tal y como muestra la Figura 12, se pueden distinguir dos zonas, una sería la zona convectiva, donde existe intercambio de calor aire-sólido, y la otra sería la zona de estancamiento, donde debido a la inclinación de la cavidad tiene lugar una estratificación estable de temperaturas que propicia que no exista intercambio de calor por convección. En la Figura 12 se puede apreciar que cuando el Sol está en lo más alto es cuando las pérdidas por convección serán menores, ya que la zona de estancamiento ocupa el total de la cavidad.

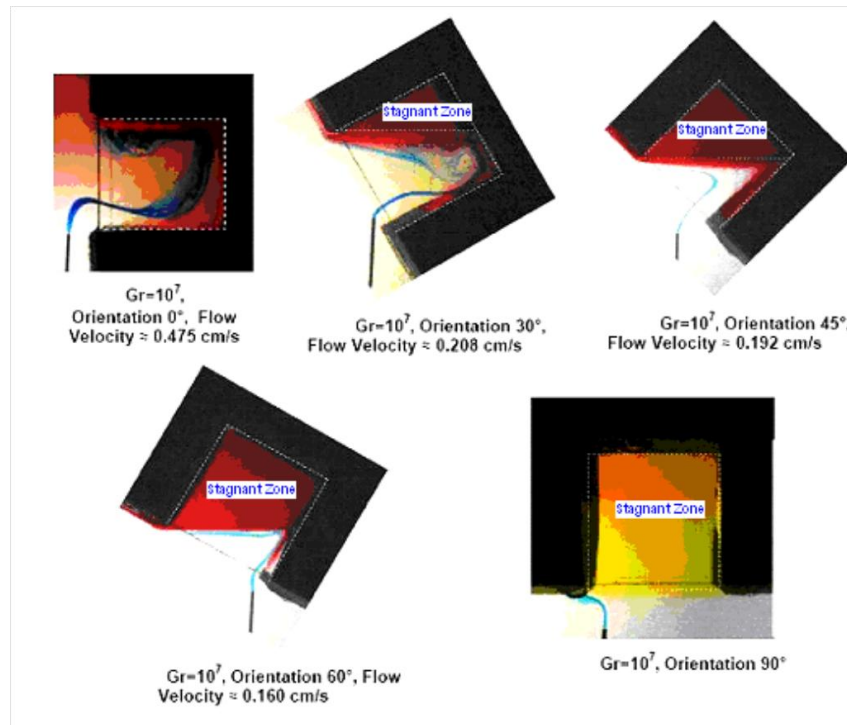


Figura 12 Creación de zonas de estancamiento y convección en función de la orientación de una cavidad abierta [9]

En la Figura 13 se pueden apreciar más detalles sobre el flujo en el interior de la cavidad, mostrando sus direcciones de desplazamiento, y los diferentes “remolinos” que tienen lugar en función de la posición del mismo. Como se puede apreciar, el diámetro de apertura va a propiciar que la distribución de flujo sea una u otra.

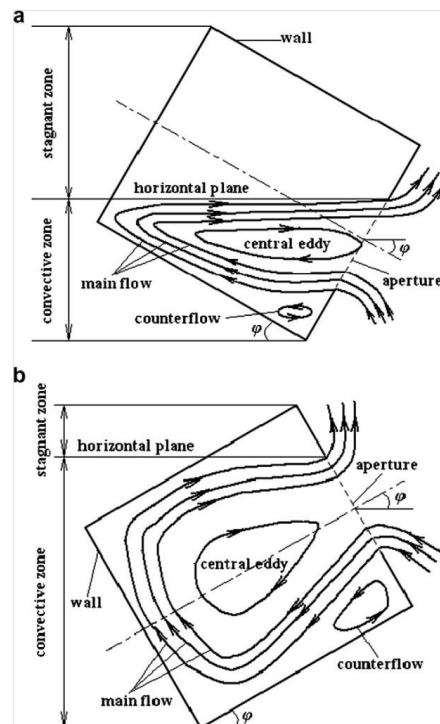


Figura 13 Características de la circulación de flujo de aire en el interior de una cavidad inclinada [16]

Para intentar aprovechar esta situación de mínimas pérdidas por convección se llevan a cabo diseños alternativos [17], como el mostrado en la Figura 14, que comprendería un sistema de receptor fijo con una zona de estancamiento que siempre ocuparía la totalidad de la cavidad:

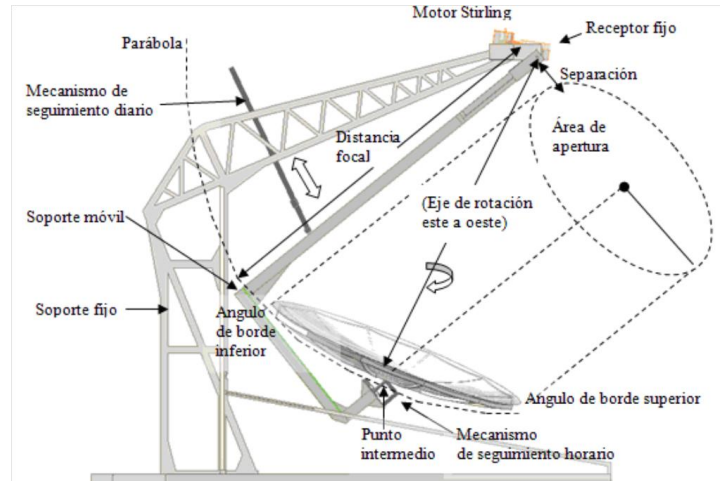


Figura 14 Sistema de Disco Stirling con receptor fijo y concentrador móvil [17]

Esta solución puede presentar problemas de estabilidad del Disco parabólico, e incluso problemas mecánicos de control.

El viento también presenta una influencia en las pérdidas por convección en la cavidad. Como se ha podido apreciar en la Figura 13, existe una circulación de fluido en el interior de la cavidad, de modo que si el viento es tal que favorece esa circulación, éstas aumentarán, mientras que si no es así, disminuirán. Para inclinaciones pequeñas, con velocidades bajas se pueden reducir las pérdidas. Con la apertura de la cavidad hacia abajo, si el viento es perpendicular al plano de apertura, las pérdidas aumentan, mientras que si es paralelo, éstas pueden disminuir. Con la apertura de la cavidad mirando hacia arriba, con viento paralelo al plano de apertura se da la misma situación que con la inclinación opuesta, mientras que si la dirección del viento torna a perpendicular al plano de apertura, éste con velocidades bajas puede entorpecer la circulación natural y hacer que se reduzcan las pérdidas [16].

Leibfried y Ortjohann obtuvieron resultados en los que el viento podría reducir las pérdidas de cavidades abiertas en hasta un 11 %. Paitoonsurikarn y Lovergrove obtuvieron datos que indicaban que para viento paralelo al plano de apertura, si este es menor de 7 m/s existe reducción de pérdidas, y si es perpendicular y tiene un valor de 6 m/s se obtiene un mínimo de pérdidas para la cavidad analizada [16].

Unos de los últimos estudios publicados, por Xiao [18] indicará que para cualquier velocidad del viento, inclinaciones menores a 30°-45° daban lugar a reducción de los valores de pérdidas. Las velocidades superiores a 8 m/s con viento horizontal dan lugar a un aumento de pérdidas para cualquier inclinación diferente de la horizontal y superior a 30°-45°.

Hasta el momento, diferentes autores han presentado correlaciones semi-empíricas, entre las que destacan las de Le Quere, Siebers y Kraabek, y Clausen para geometrías rectangulares; las de Stine y McDonald, Lovergrove y Pitoonsurikarn para geometrías cilíndricas; y las de Yasuaki, Khubeiz, Sendhil Kumar y Reddy para geometrías semiesféricas [16].

En el caso de la existencia de una cubierta transparente, las pérdidas por convección se ven disminuidas, en primer lugar por el aumento de la temperatura del aire, y en segundo lugar por la disminución del coeficiente de convección debido a la disminución de la circulación de fluido interior y la situación favorable para crear una situación de estancamiento. En caso de existir una cubierta, también es importante anotar la posibilidad de crear el vacío en el interior de la cavidad, eliminando de forma total las pérdidas por convección. Dependiendo de las condiciones de operación del sistema, esta situación puede llegar a ser rentable o no. Con el modelo realizado en Matlab se podrán valorar las diferentes alternativas pudiendo variar el coeficiente de convección utilizado en las diferentes zonas de la cavidad modelada.

3.2.3. Pérdidas por radiación

Las propiedades de un cuerpo que definen su intercambio radiante son las que se presentan a continuación, junto con unos conceptos básicos de radiación que permiten definirlos [12]:

- Cuerpo negro: Es aquel que absorbe toda la radiación incidente. Un cuerpo negro es un emisor y receptor perfecto. Su emisividad vale 1.
- Radiación difusa: Radiación emitida en todas las direcciones.
- Radiación emitida por un cuerpo negro:

$$Q_{\text{cuerpo negro}} = A_{\text{emisión}} \sigma T_{\text{cuerpo negro}}^4$$

es decir el área de emisión por la constante de Stefan-Boltzmann por la temperatura del cuerpo elevada a la cuarta. Esta es la llamada Ley de Stefan Boltzmann.

- Cuerpo gris: Es aquel cuya emisividad es independiente de la longitud de onda de la radiación con la que interacciona.
- Emisividad (ε): Propiedad, que salvo para un cuerpo gris, depende de la longitud de onda y que representa la radiación emitida por un cuerpo, entre la radiación que emitiría si fuese un cuerpo negro (por tanto la emisividad de un cuerpo negro es 1). El calor emitido por un cuerpo que no sea cuerpo negro es:

$$Q = \varepsilon A_{\text{emisión}} \sigma T_{\text{cuerpo negro}}^4$$

- Absortividad (α): Propiedad que representa el valor de radiación que absorbe un cuerpo respecto del total de la radiación incidente.
- Transmisividad (τ): Propiedad que representa el valor de radiación que atraviesa un cuerpo respecto del total de la radiación incidente.
- Reflectividad (ρ): Propiedad que representa el valor de radiación que se refleja en un cuerpo respecto del total de radiación incidente.
- Radiosidad (J): Flujo de calor radiante que abandona una superficie. Comprende la radiación emitida por encontrarse a una temperatura mayor que 0 K, la radiación reflejada y la transmitida. Se puede definir de forma espectral (para una determinada longitud de onda), o de forma total.
- Se pueden establecer unas relaciones algebraicas en las que λ representa la longitud de onda para la que se define la propiedad, y ω la dirección de la radiación:

$$\begin{aligned}\alpha_{\lambda\omega} + \rho_{\lambda\omega} + \tau_{\lambda\omega} &= 1 \\ \alpha_{\omega} + \rho_{\omega} + \tau_{\omega} &= 1 \\ \alpha_{\lambda} + \rho_{\lambda} + \tau_{\lambda} &= 1 \\ \alpha + \rho + \tau &= 1\end{aligned}$$

Es decir, toda la radiación que se absorbe, más toda la radiación que se refleja, más toda la radiación que se transmite es la radiación incidente.

Además, en una situación estacionaria para un cuerpo, se puede escribir la siguiente relación:

$$\varepsilon = \alpha$$

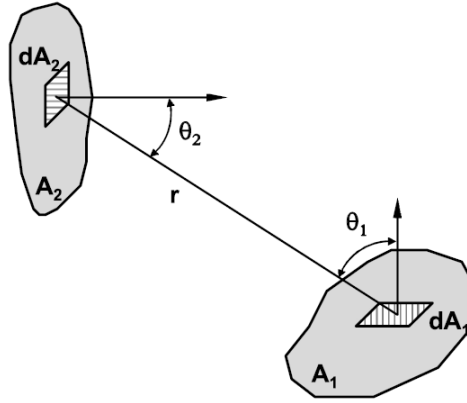


Figura 15 Intercambio de calor por radiación entre dos superficies [12]

A partir de la Figura 15 se puede definir el intercambio neto de calor entre dos superficies “1” y “2” de la siguiente manera, siendo q_{12} el calor cedido de la superficie “1” a la superficie “2”:

$$q_{1 \rightarrow 2} = A_1 \cdot F_{12} \cdot (J_1 - J_2)$$

El factor de vista F_{12} se define como la fracción de radiación que abandona la superficie “1” y llega a la superficie “2”.

$$F_{12} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$

Como en el caso de este trabajo, cuando las superficies son más de dos (pueden llegar hasta alrededor 200 en este proyecto dependiendo de la precisión de la solución), la expresión que evalúa el intercambio de calor entre una superficie “i” y todas las demás (siendo un total de “n”) viene dado por la siguiente expresión:

$$q_{ij} = A_i \cdot \sum_j^n F_{ij} \cdot (J_i - J_j)$$

Tal y como se ha indicado previamente, las propiedades de los materiales tienen una dependencia con la longitud de onda de la radiación con la que interactúan, es por esto que en el presente proyecto, así como en otros como el de Nepveu [11], se utiliza un planteamiento en el cual se estudian por separado dos intercambios radiantes:

- Intercambio en espectro de onda corta (radiación solar). Espectro OC.
- Intercambio en espectro de emisión de onda larga (radiación a temperatura de la cavidad). Espectro OL.

En la explicación del modelo se tratará este tema con mayor detalle y se comentarán las relaciones a aplicar. En el Disco Stirling, de todo el flujo de calor que parte del espejo concentrador, datos experimentales demuestran que aproximadamente el 80 % es el que llega de forma directa sobre el absorbedor, siendo una parte del restante desenfocado y otra dirigido hacia las paredes de la cavidad [11].

Así pues, a la hora de desarrollar el trabajo existen varias formas de llevarlo a cabo. En primer lugar se ha de tener en cuenta el planteamiento que se puede realizar modelando la cavidad con y sin cristal. Si no se incluye una cubierta, la radiación se puede dirigir hacia el absorbedor y la cavidad, o únicamente hacia el absorbedor, mientras que si se incluye cubierta, la aproximación más correcta es la de modelar la radiación como difusa a partir de la misma [19].

Para modelar cavidades sin cristal, lo más habitual en las investigaciones desarrolladas hasta el momento ha sido realizar estudios a partir de la teoría del trazado de rayos, basado en el método estadístico de Montecarlo [20]. Shuai [21] realizó una predicción del rendimiento radiante del receptor de un Disco Stirling usando el método de trazado de rayos de Montecarlo. Li [22] estudió la distribución de flujo solar en el receptor del Disco Stirling. Müller [23] modeló un reactor químico para disociación de ZnO aplicando este método. Las principales desventajas de este método de trazado de rayos son, el tiempo de computación necesario para obtener resultados con un nivel de precisión adecuado y la imposibilidad de realizar un modelo donde sean variables las dimensiones y la precisión en la simulación de la cavidad. Existen otro tipo de métodos numéricos también basados en geometrías fijas, como los desarrollados por Hogan [24] o Diver [25], con los que se llegaron a predecir los rendimientos térmicos con un error inferior al 4,1%.

La aplicación del método de las radiosidades parece una alternativa válida al método de trazado de rayos, ya que ajusta bien a la realidad los sistemas cavidades compuestas por superficies semi-grises. Este método fue aplicado por Nepveu [11] para obtener un modelo térmico de un Disco Stirling, realizando una división de la cavidad en 11 volúmenes de control. Montiel González [26] aplicó también el modelo en un estudio sobre convección natural y radiación en una cavidad abierta. Natarajan [27] realizó un estudio en una cavidad trapezoidal usando también el método de las radiosidades. Teichel [28] mostró una alternativa a este método con una serie de variantes a la hora de evaluar el intercambio radiante en una cavidad formada por superficies que se comportan como superficies grises y difusas; éste consistió en expresar un método más sencillo para reducir el tiempo de computación necesario para resolver el sistema de ecuaciones. Martinek [29] utilizó el método de las diferencias finitas combinando el método de las radiosidades con el trazado de rayos para reducir el tiempo de computación necesario.

En aquellos modelos en los que se incluye una cubierta transparente, la suposición de la misma como una conversión a difusa de la radiación directa fue probada y publicada por Siegel [19]. No obstante, existen modelos recientes en los que igualmente se utiliza el trazado de rayos para modelar estos sistemas. Dai [30] realizó una comparación de transmisividad de cubiertas transparentes utilizadas en sistemas de concentración solar utilizando el método de trazado de rayos de Montecarlo. Shuai [31] realizó un estudio de la distribución de flujo sobre la cavidad utilizando una ventana de cuarzo plano convexa, aplicando unas relaciones que permiten hallar la reflectividad, transmisividad y absorptividad equivalentes de una superficie con un determinado índice de refracción y las propiedades superficiales (Figura 16):

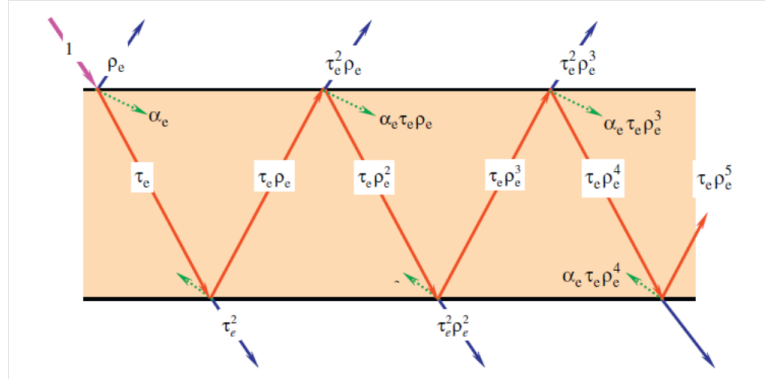


Figura 16 Diagrama de evaluación de propiedades radiantes globales en aplicación del método de Montecarlo [32]

$$\rho = \rho_e + \tau_e^2 \rho_e + \tau_e^2 \rho_e^3 + \dots = \rho_e + \tau_e^2 \rho_e / (1 - \rho_e^2)$$

$$\alpha = \alpha_e + \alpha_e \tau_e + \alpha_e \tau_e \rho_e + \alpha_e \tau_e \rho_e^2 + \alpha_e \tau_e \rho_e^3 + \dots = \alpha_e + \alpha_e \tau_e / (1 - \rho_e)$$

$$\tau_e = \tau_e^2 + \tau_e^2 \rho_e^2 + \tau_e^2 \rho_e^4 + \tau_e^2 \rho_e^6 + \dots = \tau_e^2 [1 + \rho_e^2 + \rho_e^4 + \dots] = \tau_e^2 / (1 - \rho_e^2)$$

$$\rho = \rho_e + \tau_e^2 \rho_e / (1 - \rho_e^2) = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2$$

Estas mismas ecuaciones fueron utilizadas posteriormente por Wang [32] en su trabajo de análisis de un reactor con una ventana de cuarzo para concentración, también utilizando el método de Montecarlo.

En el ya comentado trabajo de Siegel [19] se dan una serie de nociones a serie de cómo evaluar el intercambio radiante en una cavidad de superficies opacas y cubierta transparente a partir de unos valores de reflectividad, emisividad y transmisividad. Mediante el método de radiación neta, una técnica que es más conveniente que el método de trazado de rayos para evaluar este tipo de sistemas (consiste en la resolución simultánea de un sistema de ecuaciones que modelan el intercambio de calor en una capa de la cubierta transparente), se obtienen unas relaciones para obtener los valores globales de absorptividad, reflectividad y transmisividad del sistema a partir de los superficiales:

$$\rho = \frac{r [1 + (1 - 2r)(1 - a)^2]}{1 - r^2(1 - a)}$$

$$\tau = \frac{r [1 + (1 - 2r)(1 - a)^2]}{1 - r^2(1 - a)}$$

$$\alpha = \frac{a(1 - r)}{1 - r(1 - a)}$$

En estas relaciones, “r” y “a” son la reflectividad superficial y la absorptividad del material. Por tratarse de un método especialmente adecuado para este tipo de sistemas, se utilizan estas relaciones en el desarrollo del presente proyecto, con una ligera modificación respecto de la situación planteada en la publicación de Siegel, y es que se aplican una temperatura diferente a la zona superior y a la zona inferior de la cavidad, modificando así su emisión de energía en espectro de onda larga por zonas (no dejando de ser las temperaturas muy similares en todo el campo de aplicación por tener la cubierta una conductividad muy elevada).

4. CARACTERÍSTICAS DE LA CAVIDAD EN RELACIÓN AL MODELO TÉRMICO

Como ya se ha comentado en el apartado 2, para desarrollar el presente trabajo se ha escogido una tipología de cavidad perteneciente a un estudio previo de la línea de investigación en la que se enmarca este proyecto. La cavidad modelada, y de la cual la Figura 17 muestra una sección, tiene una estructura troncocónica entre cristal y absorbedor, presentando en su zona superior un pequeño reconcentrador para que disminuyan las pérdidas por posibles desenfoques o irregularidades en el espejo concentrador (tal y como se ha comentado en el apartado 2).

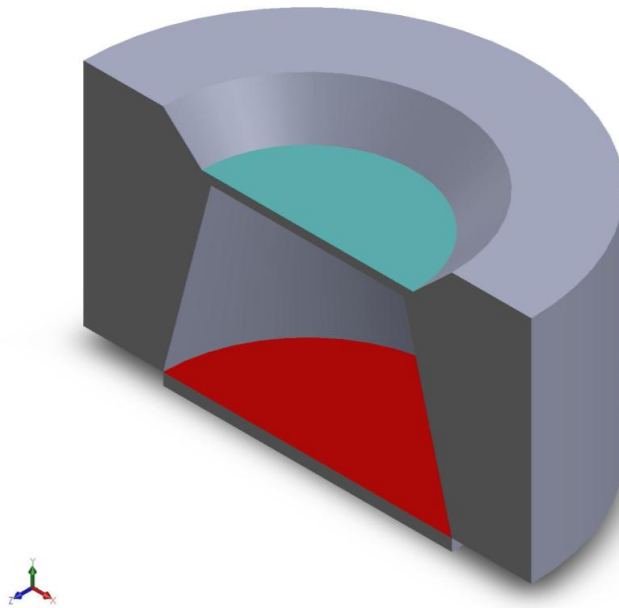


Figura 17 Cavidad modelada con cubierta transparente y absorbedor.

El objetivo del modelo es, por un lado trabajar la optimización de la cavidad, incorporando una cubierta transparente en sistema, la cual disminuirá las pérdidas por convección, y tendrá un efecto a estudiar sobre la radiación. Considerando la cavidad como abierta, el hecho de que la estructura sea troncocónica favorece la creación de una zona de estancamiento respecto de una estructura cilíndrica (ver Figura 12), siendo ésta una de las razones de que ésta sea su forma.

En cuanto a los materiales utilizados, el modelo implementado permite variar las propiedades de los mismos, de forma que pueden ser unos u otros e incluirlos en el modelo (el cual, además de esto permite definir la precisión de cálculo y variar las dimensiones de todos y cada uno de los parámetros geométricos que definen el diseño, y así poder optimizar). El hecho de que el modelo presente una posibilidad de variación de precisión y dimensiones, y la evaluación de temperaturas por diferencias finitas en cada una de las zonas de la cavidad, exige realizar múltiples divisiones en la cavidad, absorbedor y cubierta (las cuales se modifican en número al variar la precisión, y en tamaño al variar la geometría) en base a simetría cilíndrica, estando todas ellas conectadas y programadas de forma “dinámica”, es decir, generándose un mayor o menor número de ecuaciones a resolver en base a parámetros de entrada de geometría y precisión.

En principio, la cavidad será un material aislante (un compuesto de alúmina), el absorbedor será de inconel, y la cubierta transparente será de cuarzo (SiO_2).

En el interior de la cavidad se produce intercambio radiante, además de intercambio convectivo con el fluido interior (en este modelo también se analizará la posibilidad crear vacío en el interior de la cavidad). En la parte exterior de la cavidad se produce intercambio de calor por convección con el ambiente.

El intercambio de calor por radiación, al igual que en trabajos previos como el de Nepveu [11], se lleva a cabo en dos espectros diferentes, cuyos efectos se suman a la hora de plantear los balances de energía. La razón, como se verá a lo largo de los siguientes apartados está en el comportamiento radiante que experimentan los materiales ante longitudes de onda emitidas a temperatura solar y a temperatura alrededor de 1000-1500 K. El espectro que comprende la longitud de onda corta (emisión solar) se plantea desde la cubierta hasta el absorbedor, mientras que el espectro de onda larga (emisión cavidad) se plantea en todo el conjunto, incluyendo el reconcentrador superior. Esto es así debido a la simplificación del modelo y a la dificultad de cuantificar la dispersión de la radiación por desenfoque. Cada zona de la cavidad presenta un comportamiento relativo al intercambio radiante:

- Superficies que forman la cavidad: Cuerpo gris en dos espectros diferentes (onda corta y onda larga, donde en el primer únicamente absorben energía y en el segundo absorben y emiten energía). Superficies difusas. Superficies opacas.
- Superficies que forman el absorbedor: Cuerpo gris en dos espectros diferentes de forma similar a las paredes de la cavidad pero con diferentes propiedades. Superficies difusas. Superficies opacas. Se ha simulado como cinco capas del mismo material en las que se intercambia calor por conducción desde el proveniente de la cavidad hasta el que se cede al motor Stirling según un coeficiente de convección y temperaturas equivalentes (dato de la investigación previa).
- Ambiente: Cuerpo negro a temperatura ambiente cuya radiosidad viene dada por la Ley de Stefan-Boltzmann. Radiación difusa.
- Cubierta transparente: Cuerpo gris en dos espectros diferentes de forma similar al resto de la cavidad. Superficies difusas. Superficies parcialmente transparentes.
- Fuente de radiación solar: Como se verá más adelante, las dos etapas de desarrollo del proyecto se pueden definir como dos herramientas, una como cavidad sin cubierta y otra con cubierta. En cuanto a la cavidad sin cubierta, la fuente solar se sitúa sobre el absorbedor de forma directa, despreciando la dispersión de la radiación proveniente del concentrador (aproximadamente un 10 % de la radiación llega a las paredes de la cavidad en una situación real [11]). En cuanto a la cavidad con cubierta, como se verá también posteriormente, la fuente solar se sitúa sobre la cubierta transparente, convirtiéndose en radiación difusa más allá de ella y existiendo por tanto una dispersión importante de la radiación hacia las paredes de la cavidad respecto del caso sin cubierta.

5. MODELADO DE UNA CUBIERTA TRANSPARENTE-TRANSLÚCIDA

5.1. Método de la radiación neta para evaluación de propiedades radiantes

Cuando una radiación incide sobre la superficie de la cubierta, ésta sufre reflexión y refracción, tal y como muestra la Figura 18.

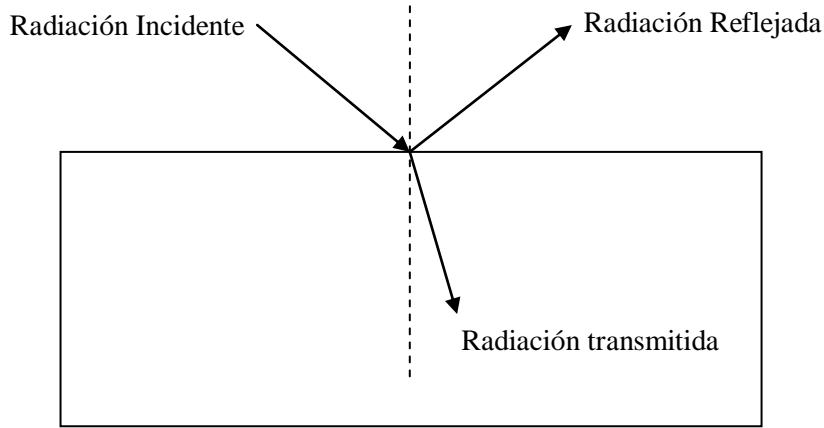


Figura 18 Reflexión y transmisión de radiación sobre una superficie

En el caso que se está analizando, el espesor de la cubierta es superior a la longitud de onda de la radiación incidente, de manera que no hay efectos importantes de interferencia que anulen la situación que se presenta. Respecto a las posibles formas de analizar el paso de la radiación a través de una cubierta, ya se ha comentado que se puede considerar el método de trazado de rayos o el método de la radiación neta. Algunos estudios, como el ya visto por Shuai [31], presentan las ecuaciones aplicar según su desarrollo teórico; en cambio existen en la bibliografía otras maneras de analizar este tipo de situaciones, como la expuesta por el propio Siegel [33], obteniendo las siguientes expresiones a aplicar según trazado de rayos:

$$\rho = \rho_e [1 + (1 - \rho_e)^2 \tau_e^2 (1 + \rho_e^2 \tau_e^2 + \rho_e^4 \tau_e^4 + \dots)] = \rho_e \left[1 + \frac{(1 - \rho_e)^2 \tau_e^2}{1 - \rho_e^2 \tau_e^2} \right]$$

$$\tau = \tau_e (1 - \rho_e)^2 (1 + \rho_e^2 \tau_e^2 + \rho_e^4 \tau_e^4 + \dots) = \tau_e \frac{1 - \rho_e}{1 + \rho_e} \frac{1 - \rho_e^2}{1 - \rho_e^2 \tau_e^2}$$

$$\alpha = (1 - \rho_e)(1 - \tau_e)(1 + \rho_e \tau_e + \rho_e^2 \tau_e^2 + \rho_e^3 \tau_e^3 + \dots) = \frac{(1 - \rho_e)(1 - \tau_e)}{1 - \tau_e \rho_e}$$

El método de la radiación neta es un modelo muy potente, que en muchas situaciones puede presentar mucha menos dificultad de aplicación que el método de trazado de rayos. En una ventana se pueden escribir una serie de ecuaciones que relacionan los flujos de entrada y salida, como muestran las siguientes ecuaciones:

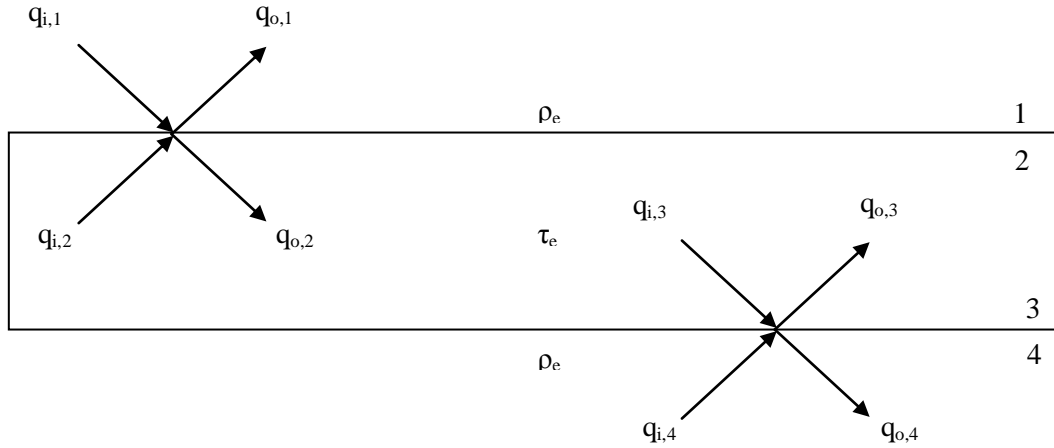


Figura 19 Método de aplicación de radiación neta.

Los balances energéticos que se aplican son los siguientes [33]:

$$q_{o,1} = \rho_e q_{i,1} + (1 - \rho_e) q_{i,2}$$

$$q_{o,2} = (1 - \rho_e) q_{i,1} + \rho_e q_{i,2}$$

$$q_{o,3} = \rho_e q_{i,3} + (1 - \rho_e) q_{i,4}$$

$$q_{o,4} = (1 - \rho_e) q_{i,3} + \rho_e q_{i,4}$$

Además de estos balances, la transmisividad de la capa permite hallar una relación más [33]:

$$q_{o,3} = q_{o,2} \tau_e$$

Con estas expresiones se pueden obtener las siguientes relaciones para absorptividad, transmisividad y reflectividad para cada flujo de incidencia de radiación sobre cubierta:

$$\rho = \rho_e (1 + \tau_e) \tau$$

$$\tau = \tau_e \frac{1 - \rho_e}{1 + \rho_e} \frac{1 - \rho_e^2}{1 - \rho_e^2 \tau_e^2}$$

$$\alpha = \frac{(1 - \rho_e)(1 - \tau_e)}{1 - \tau_e \rho_e}$$

En relación a cada uno de los parámetros, para una radiación incidente normal (como sería el caso de un Disco Stirling, en el que la radiación proviene del concentrador solar), a partir del índice de refracción y el coeficiente de extinción del material se puede obtener el valor de reflectividad y de transmisividad [33][34]:

$$\rho_e = \frac{(n - 1)^2 + k^2}{(n + 1)^2 + k^2}$$

$$\tau_e = e^{-\alpha z}$$

$$\alpha_e = \frac{4 \pi k}{\lambda}$$

Siendo “z” el espesor de la capa y “λ” la longitud de onda.

Como se ha podido comprobar, existe una fuerte dependencia entre las propiedades que determinan la transferencia de radiación a través del cristal, y la longitud de onda de la radiación con la que interaccionan. Un estudio de Kitamura [35] muestra un resumen de toda la información sobre los coeficientes de refracción y el coeficiente de extinción del material para diferentes longitudes de onda. En el rango de longitudes de onda en el que se está trabajando en la cavidad, los coeficientes “n” y “α” varían de la manera que muestran la Figura 20 y la Figura 21:

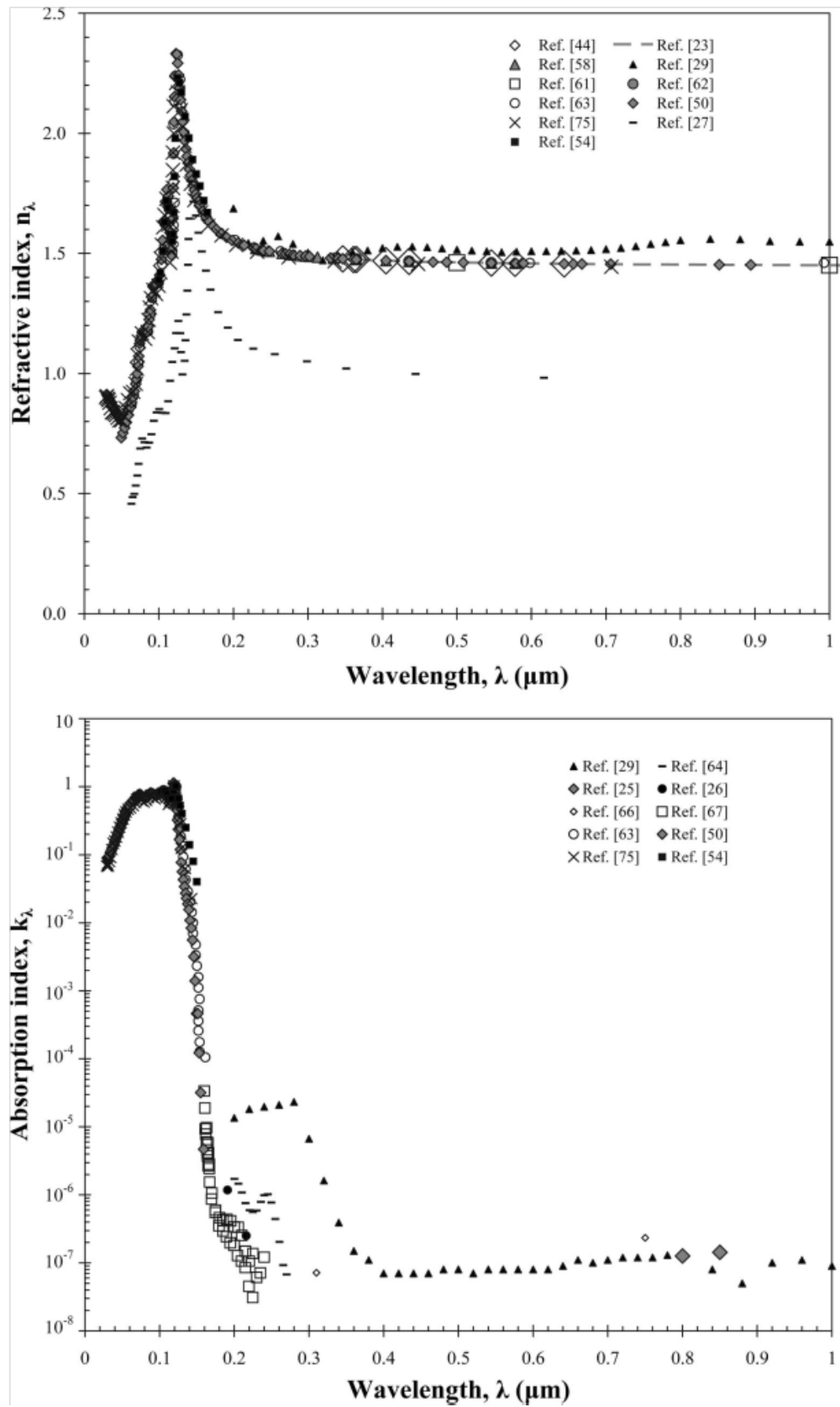


Figura 20 Coeficientes de refracción y absorción para el SiO_2 en función de longitud de onda de radiación (rango de variación desde 0 μm hasta 1 μm) [35]

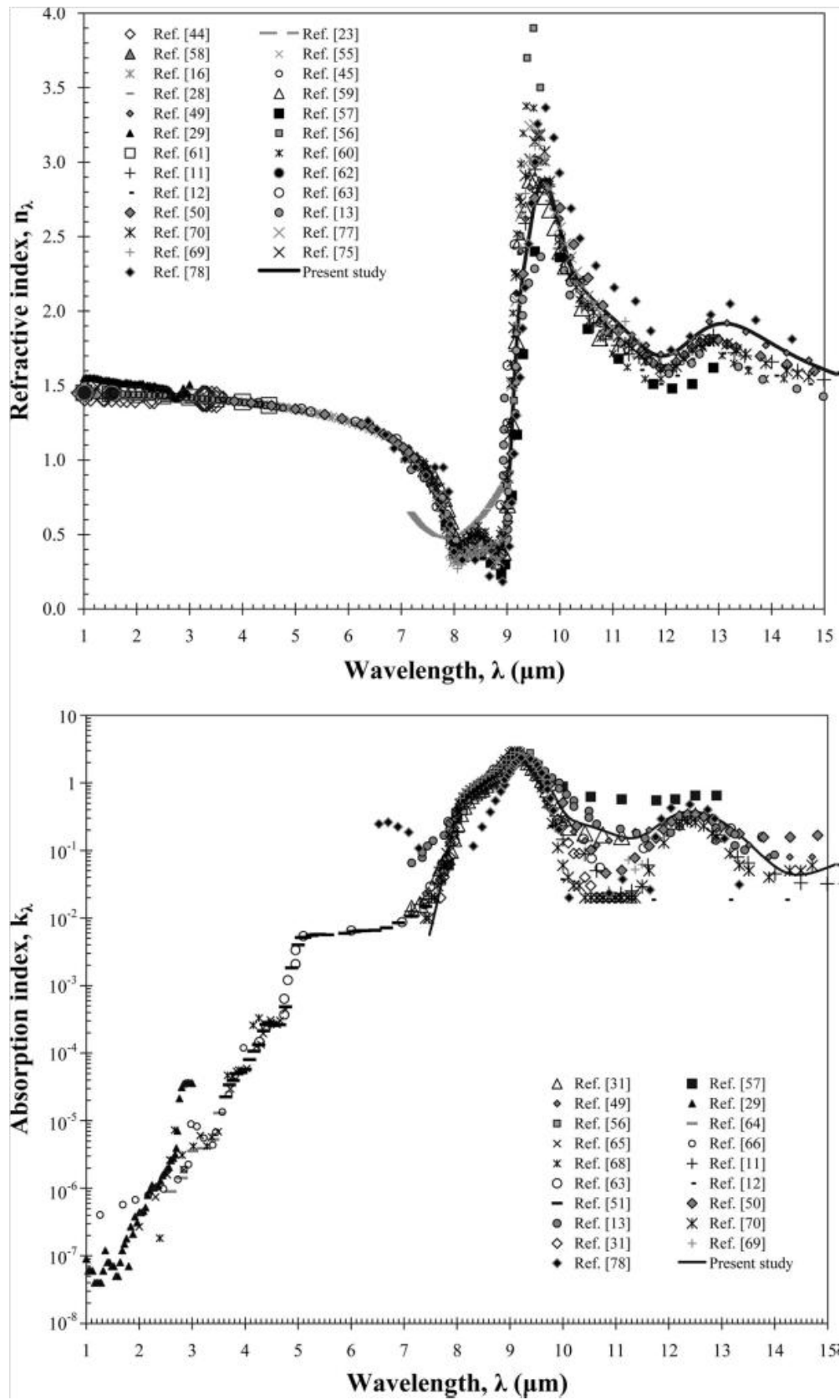


Figura 21 Coeficientes de refracción y absorción para el SiO_2 en función de longitud de onda de radiación (rango de variación desde 1 μm hasta 15 μm) [35]

A partir de la ley de desplazamiento de Wien [33] se puede establecer dónde se encuentra el pico máximo de emisión para diferentes temperaturas de los cuerpos, y así hallar cuáles son las propiedades que definen el comportamiento del cristal de cuarzo.

$$\lambda_{max}T = Cte$$

$$Cte = 2897,8 \mu m K$$

La temperatura superficial del Sol es de 5778 K, de modo que el pico máximo de emisión se encuentra en una longitud de onda de 0,50 μm . La temperatura de la cavidad (tras la realización de diferentes simulaciones) se encuentra entre 1000 K y 1600 K (teniendo en cuenta todas las partes de la misma, siendo éstas absorbedor, cavidad y cubierta), de modo que el pico máximo de emisión se encuentra en una longitud de onda entre 2,90 μm y 1,81 μm .

Los valores de índice de refracción y coeficiente de extinción, que en la Figura 20 y la Figura 21 vienen representados por “ n_λ ” y “ k_λ ”, son los siguientes:

- Espectro de emisión a temperatura del Sol:

$$n = 1,5$$

$$k = 10^{-7}$$

- Espectro de emisión a temperatura de cavidad, absorbedor y cubierta ($\lambda=1,81 \mu m$):

$$n = 1,48$$

$$k = 6 \cdot 10^{-7}$$

- Espectro de emisión a temperatura de cavidad, absorbedor y cubierta ($\lambda=2,90 \mu m$):

$$n = 1,46$$

$$k = 10^{-6}$$

En el modelo programado en Matlab, estos valores toman función del espesor de la cubierta introducido. A modo de ejemplo y como interpretación de la solución, se toma un espesor de 5 cm para analizar los resultados.

- Espectro de emisión a temperatura del Sol:

$$n = 1,5$$

$$k = 10^{-7}$$

$$\alpha_e = 2,513$$

$$\rho_e = \frac{(1,5 - 1)^2 + (10^{-7})^2}{(1,5 + 1)^2 + (10^{-7})^2} = 0,04$$

$$\alpha = 0,1175$$

$$\tau = 0,8138$$

$$\rho = 0,06871$$

- Espectro de emisión a temperatura de cavidad, absorbedor y cubierta ($\lambda=1,81 \mu\text{m}$):

$$n = 1,48$$

$$k = 6 \cdot 10^{-7}$$

$$\alpha_e = 4,166$$

$$\rho_e = 0,03746$$

$$\alpha = 0,1867$$

$$\tau = 0,753$$

$$\rho = 0,06036$$

- Espectro de emisión a temperatura de cavidad, absorbedor y cubierta ($\lambda=2,9 \mu\text{m}$):

$$n = 1,46$$

$$k = 10^{-6}$$

$$\alpha_e = 4,333$$

$$\rho_e = 0,03497$$

$$\alpha = 0,1934$$

$$\tau = 0,7505$$

$$\rho = 0,0561$$

Como se puede apreciar, las propiedades no varían en exceso, encontrándose la principal utilidad del cuarzo en realizar “efecto invernadero” sobre radiación a temperaturas ambiente, donde alrededor de 322 K el pico de máxima emisión de temperatura se da a una longitud de onda de 9 μm :

$$n = 0,3$$

$$k = 3$$

$$\alpha_e = 1,3 \cdot 10^7$$

$$\rho_e = 0,8877$$

$$\alpha = 0,1123$$

$$\tau = 0$$

$$\rho = 0,8877$$

Así pues, y teniendo en cuenta que la parte de la cavidad (en función de pequeñas variaciones de temperatura por cambios en la geometría del modelo) se encuentra, como se ha indicado entre 1000 K y 1600 K, y que la variación de propiedades en este rango es mínima, se plantea un único espectro de radiación, es decir, un único comportamiento de la cubierta para este rango de temperaturas. El hecho de incluir un espectro para cada nodo es prácticamente imposible de resolver y la mejora alcanzada es mínima.

En el modelo de la cavidad, como se indicará en el posterior apartado y se ha comentado en la parte introductoria de revisión bibliográfica, se trabaja con dos espectros, espectro de onda larga y de onda corta, siendo la razón de esta división las diferentes propiedades de los materiales de la cavidad hacia la radiación emitida por el Sol a más de 5000 K y la radiación emitida por la cavidad a aproximadamente 1000 K – 1600 K. Según razonamiento previo, es lógico extender el análisis de esta manera y el planteamiento del modelo según dos espectros:

- Espectro de onda corta:

$$\alpha = 0,1175$$

$$\tau = 0,8138$$

$$\rho = 0,06871$$

- Espectro de onda larga (promedio de las propiedades de las dos longitudes de onda límite):

$$\alpha = 0,19005$$

$$\tau = 0,75175$$

$$\rho = 0,05823$$

Como anotación al respecto del análisis en dos únicos espectros, el hecho de que la cubierta, a pesar de tener una absorptividad baja y estar en contacto con el ambiente tenga una temperatura elevada, es debido a su conductividad elevada y encontrarse en contacto directo con la cavidad, transfiriendo calor por conducción con ésta.

Por último, en la Figura 22 y la Figura 23 se presentan como resultados las propiedades radiantes que se han obtenido mediante simulación con tablas paramétricas en EES [36] para espectro de onda corta y onda larga en función de diferentes espesores de cubierta (desde 1 mm hasta 10 cm).

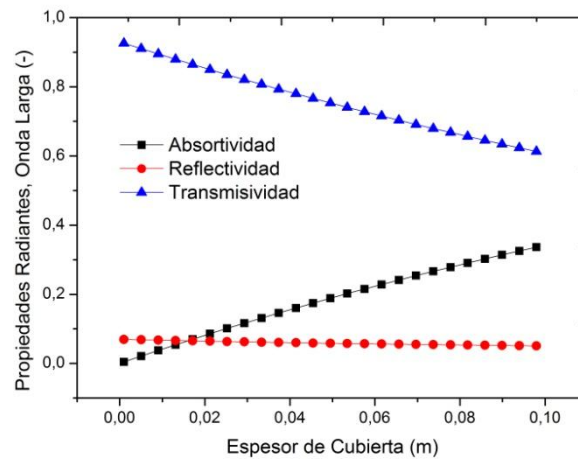


Figura 22 Propiedades de intercambio radiante en el cristal de cuarzo para longitud de onda larga.

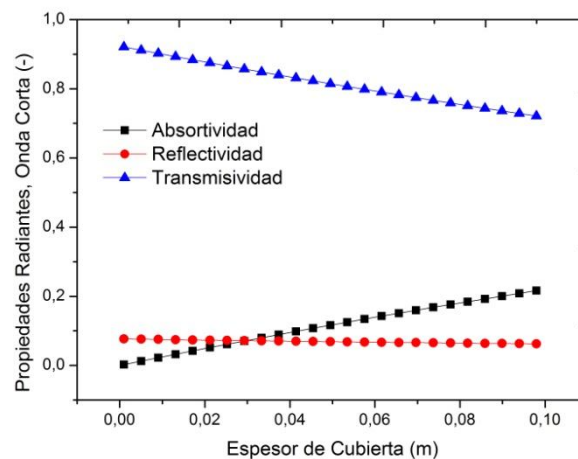


Figura 23 Propiedades de intercambio radiante en el cristal de cuarzo para longitud de onda corta.

La variación de estas propiedades con el espesor de la cubierta está implementada en el modelo programado en Matlab.

5.2. Balance energético sobre cubierta transparente-translúcida y fuente solar

Una vez halladas las propiedades radiantes globales, se sigue el procedimiento indicado por Siegel [33] para evaluar el intercambio energético radiante en una cavidad con superficies transparentes y translúcidas:

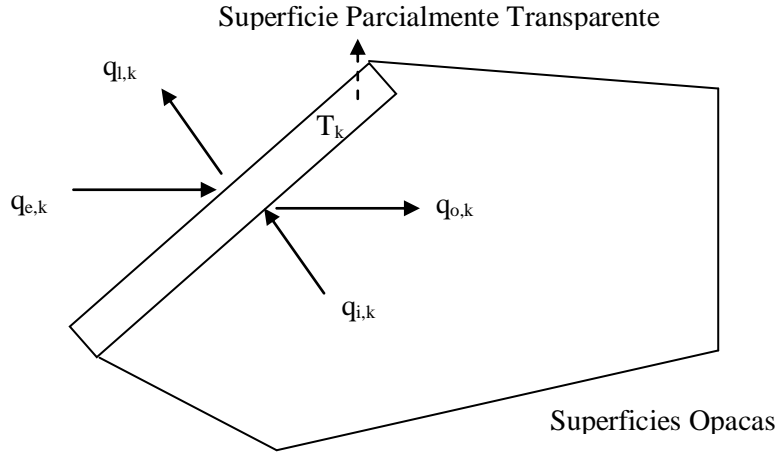


Figura 24 Esquema de cavidad con superficies parcialmente transparentes.

El modelo, al cual hace referencia la Figura 24 es válido para cubiertas con una temperatura suficiente como para emitir energía, las cuales se encuentran a una temperatura uniforme (una buena aproximación para este trabajo). En una ventana del tipo de la que se está trabajando, la reflexión se da de forma especular, de modo que la radiación no saldría de la cavidad de forma difusa. Sin embargo, dentro de una cavidad hay múltiples reflexiones y la direccionalidad de cada reflexión pierde importancia en la contribución a los flujos de energía en las fronteras. Por tanto, la suposición de reflexión y transmisión difusa es satisfactoria en cavidades con múltiples superficies que incluyen cubiertas transparentes. Considerando propiedades similares a ambos lados de la cubierta, las relaciones matemáticas a aplicar son las siguientes:

$$q_{o,k} = \varepsilon_{w,k} \sigma T_k^4 + \rho_{w,k} q_{i,k} + \tau_{w,k} q_{e,k}$$

$$q_{l,k} = \varepsilon_{w,k} \sigma T_k^4 + \rho_{w,k} q_{e,k} + \tau_{w,k} q_{i,k}$$

En el modelo desarrollado, estas ecuaciones se aplican de forma doble, una para el espectro de onda larga y otra para el espectro de onda corta, siendo los calores de una y otra incluidos en los correspondientes balances de energía. Así mismo, se aplican a cada una de las divisiones establecidas en la cubierta, las cuales consisten en un círculo central y diferentes coronas circulares concéntricas a su alrededor.

- En el caso del espectro de onda larga:

$$q_{e,k} = \sum_{j=1}^{N_{superior}} A_j F_{jk} (J_j)$$

$$q_{i,k} = \sum_{j=1}^{N_{inferior}} A_j F_{ik} (J_j)$$

Siendo J_j las radiosidades de cada una de las superficies en el espectro de onda larga.

- En el caso del espectro de onda corta:

$$q_{i,k} = \sum_{j=1}^{N_{inferior}} A_j F_{jk} (J_j)$$

Siendo J_j las radiosidades de cada una de las superficies en el espectro de onda corta. $q_{e,k}$ en este caso es la energía que llega desde el concentrador, la cual se ha aproximado a simetría cilíndrica según valores de un estudio de Nepveu [11] (la Figura 25 muestra la distribución de temperaturas sobre el absorbedor de este estudio):

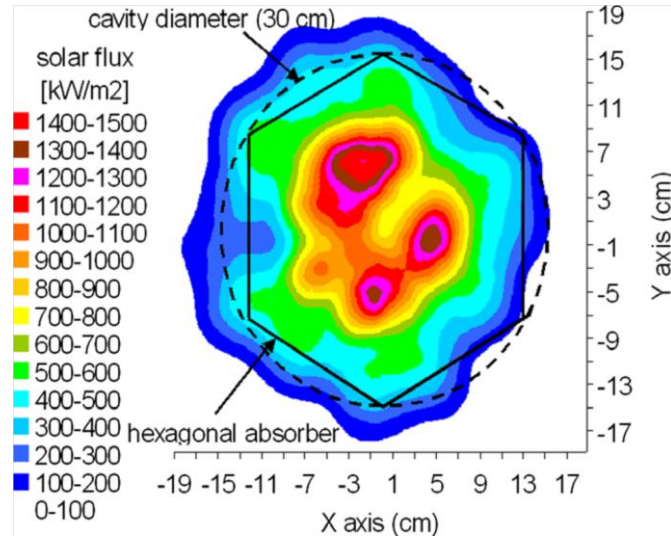


Figura 25 Distribución de temperaturas sobre un absorbedor hexagonal [11].

La “fuente solar” queda dividida en un círculo y varias coronas circulares a su alrededor, y se ha considerado una energía térmica que ronda los 30 kWt en todas las simulaciones, valor estándar que permite obtener una energía eléctrica final de alrededor de 10 kWe con un rendimiento aproximado de un 30 %.

Así mismo, para trabajar con el método de las radiosidades, se definen en el modelo programado en Matlab, para cada una de las superficies, los valores de la siguiente manera:

$$q_{l,k} = A_k J_{l,k}$$

$$q_{o,k} = A_k J_{o,k}$$

De forma que el calor absorbido por la propia superficie será (a aplicar en cada una de las divisiones):

- En la parte exterior de la cavidad:
 - Espectro de onda corta:

$$q_{abs} = \alpha \cdot G_{Sol}$$

- Espectro de onda larga:

$$q_{abs} = \alpha \cdot \sum_{j=1}^{N_{superior}} A_j F_{jk} (J_j)$$

Siendo J_j las radiosidades de cada una de las superficies en el espectro de onda larga, y G_{Sol} la radiación solar incidente.

- En la parte interior de la cavidad:
 - Espectro de onda corta:

$$q_{abs} = \alpha \cdot \sum_{j=1}^{N_{inferior}} A_j F_{jk} (J_j)$$

Siendo J_j las radiosidades de cada una de las superficies en el espectro de onda corta.

- Espectro de onda larga:

$$q_{abs} = \alpha \cdot \sum_{j=1}^{N_{inferior}} A_j F_{jk} (J_j)$$

Siendo J_j las radiosidades de cada una de las superficies en el espectro de onda larga.

Y el balance de calor por radiación será el siguiente (a aplicar en cada una de las divisiones):

- En la parte exterior de la cavidad:
 - Espectro de onda corta:

$$q_{abs} = \alpha \cdot G_{Sol}$$

- Espectro de onda larga:

$$q_{abs} = \alpha \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_{superior}} A_j F_{jk} (J_j) \right) - \varepsilon_{w,k} \sigma T_k^4$$

Siendo J_j las radiosidades de cada una de las superficies en el espectro de onda larga, y G_{Sol} la radiación solar incidente.

- En la parte interior de la cavidad:
 - Espectro de onda corta:

$$q_{abs} = \alpha \cdot \sum_{j=1}^{N_{inferior}} A_j F_{jk} (J_j)$$

Siendo J_j las radiosidades de cada una de las superficies en el espectro de onda corta.

- Espectro de onda larga:

$$q_{abs} = \alpha \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_{inferior}} A_j F_{jk} (J_j) \right) - \varepsilon_{w,k} \sigma T_k^4$$

Siendo J_j las radiosidades de cada una de las superficies en el espectro de onda larga.

Como se puede observar en estos dos espectros, desacoplados en cuanto a propiedades térmicas, en cuanto al espectro de emisión de onda corta, las superficies no emiten energía, sino que únicamente reflejan y absorben (y transmiten en caso no opacidad). En el espectro de emisión en onda larga, las superficies también emiten energía, de ahí que se incluya como una pérdida energética el término de emisividad por constante de Stefan-Boltzmann por el factor de temperatura en Kelvin elevado a la cuarta potencia.

6. MODELO TÉRMICO

El presente modelo se ha programado en dos etapas, pudiendo considerar cada una de ellas una herramienta por separado:

- Modelo de cavidad sin cubierta transparente.
- Modelo de cavidad con cubierta transparente.

Esta forma de desarrollar el código permite poder comparar las dos situaciones, entre otros tipos de análisis posibles. Previamente a las consideraciones tomadas para desarrollar el modelo, se estima conveniente anotar una pequeña introducción al método de las diferencias finitas y la discretización del cuerpo analizado, ya que será la herramienta utilizada para implementar el modelo.

6.1.Método de las diferencias finitas, discretización y mallado

Una ecuación diferencial tiene un dominio continuo (con posibilidad de obtener una solución en cualquier punto de éste); con un método de aproximación numérica, ese dominio continuo se discretiza. En la Figura 26, la forma azul representa el contorno del dominio bidimensional en el que habría que resolver una determinada ecuación diferencial, y como discretización se ha propuesto la red que se observa tras ella. En cada intersección de rectas que hay en el interior del dominio se encuentra un nodo (ver Figura 27 y Figura 28), y es en todos y cada uno de esos nodos donde se da solución a la ecuación diferencial (de forma aproximada).

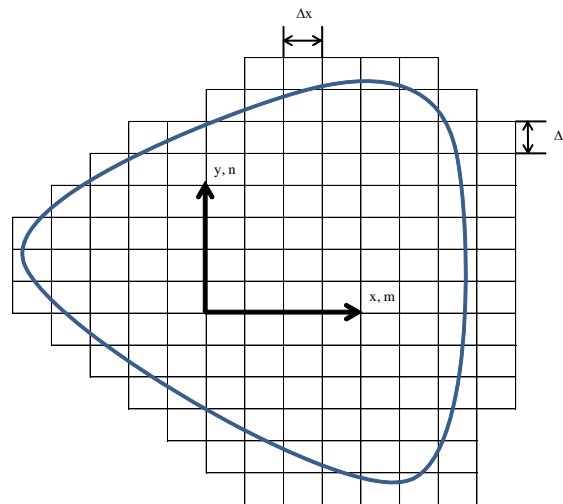


Figura 26 Discretización de un dominio para aplicación del método de las diferencias finitas

En este trabajo se resuelve un problema de transmisión de calor, por lo que en cada uno de los nodos internos se obtiene una temperatura, a partir de diferencias de temperaturas se puede obtener una transferencia de calor entre diferentes nodos, y en los nodos que limitan el contorno, el intercambio de calor con el exterior.

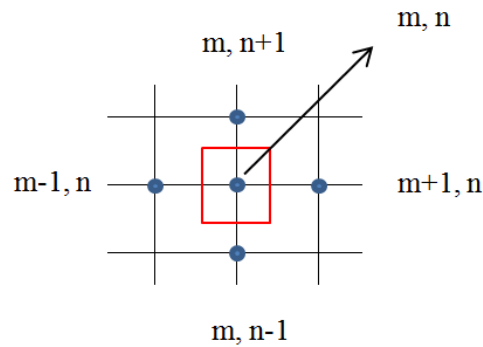


Figura 27 Detalle de nodo en discretización para aplicación del método de las diferencias finitas

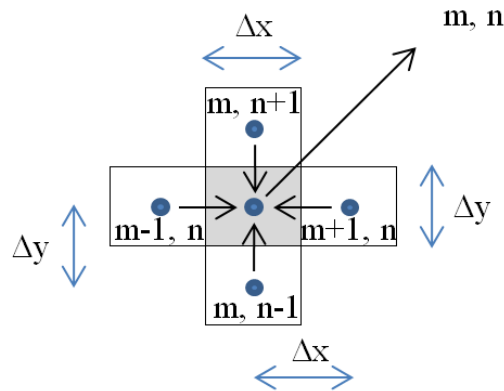


Figura 28 Detalle de volúmenes de control para aplicación del método de las diferencias finitas

Para obtener la ecuación diferencial a resolver se aplica un balance de energía en cada nodo, el cual se puede analizar de forma muy clara en el Anexo I de este proyecto.

Para analizar la cavidad, por existir simetría cilíndrica, los flujos de calor en la coordenada angular (θ en Figura 29) se compensan y son nulos.

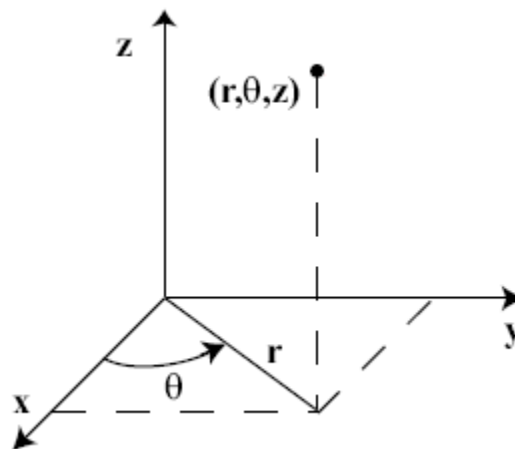


Figura 29 Coordenadas cilíndricas

Así pues, siguiendo este modelo, la discretización de nodos y fronteras utilizada es la que muestra la Figura 30. De los nodos frontera y esquina, la parte que representa el volumen de control del nodo (volumen finito) es la que queda en el interior del contorno rojo, que es el que define la cavidad.

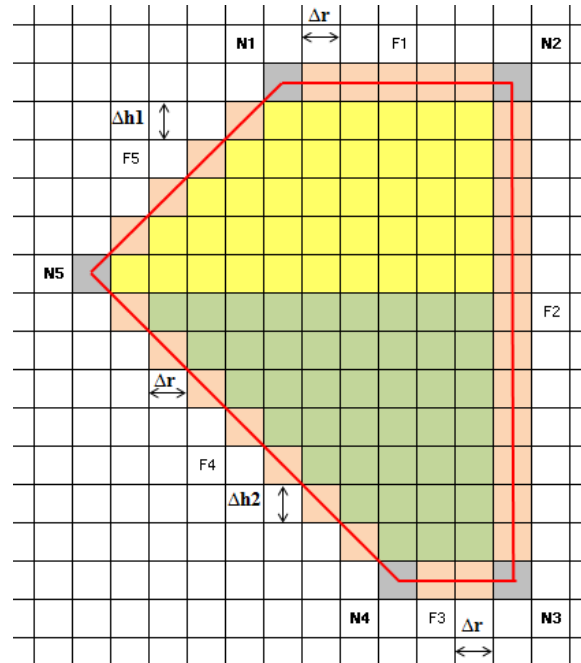


Figura 30 Discretización aplicada en el método de las diferencias finitas para la cavidad.

La cantidad de nodos y sus dimensiones cambian en función de las variables de geometría y precisión introducidas por el usuario.

En cuanto a la discretización de la cubierta, esta consta de dos alturas, como muestran los volúmenes de control de la Figura 31.

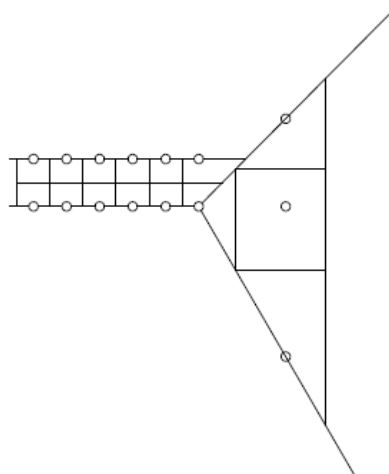


Figura 31 Detalle de unión de cavidad y cubierta transparente.

6.1.1. Hipótesis y aproximaciones

Además de las suposiciones ya indicadas a lo largo de la memoria, referentes a:

- Colocación y simetría cilíndrica de fuente solar: La fuente solar se dirige de forma directa al absorbedor en el caso sin cubierta transparente, y se sitúa en la cubierta transparente cuando ésta se implemente.
- Superficies difusas
- Superficies grises
- Análisis en diferentes espectros
- Intercambio de calor por convección ambientes interior, exterior y motor Stirling

Se han tomado en consideración dos aproximaciones a la hora de aplicar el modelo de diferencias finitas que permiten simplificar su desarrollo y suponen un error global inferior al 0,5 %:

- Como es conocido y se indicará en la descripción de la herramienta, el espesor de la cubierta transparente es variable, de modo que ésta puede cubrir nodos completos o dejar parte de algunos de los nodos (volúmenes de control) sin cubrir. Sobre esta parte de los nodos sin cubrir, se ha supuesto que el factor de vista del resto de superficies es 0, de modo que el intercambio radiante en onda larga en la parte superior de la cavidad no contempla los nodos “semicubiertos” por la cubierta transparente. Esta suposición se ha tomado por la dificultad de programar de forma dinámica un factor de vista dependiente no solo de las dimensiones de cada uno de los nodos y el número de los mismos, sino también por la dificultad de fijar su localización (dependiente del espesor de cubierta) para evaluarlo con la función de cálculo de factor de vista adecuado. El error cometido está por debajo del 0,5 %.
- A la hora de desarrollar el modelo de diferencias finitas, se encuentran en la posición de nodo N5 (Figura 30 y Figura 31) dos nodos diferentes sobre la misma posición, uno perteneciente a la cubierta, y otro perteneciente a la cavidad, ya que la cubierta se ha discretizado según la Figura 32.

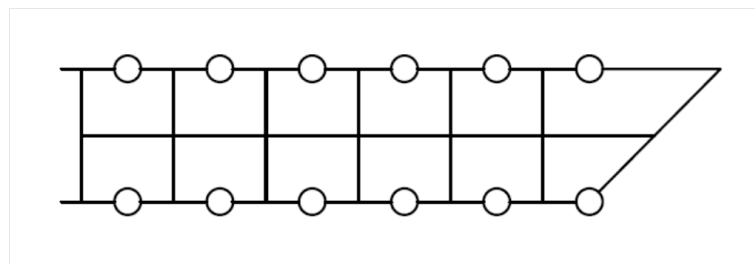


Figura 32 Discretización de la cubierta transparente.

Para poder aplicar el método se ha forzado una distancia Δ_R para que el intercambio de calor no sea infinito en esta zona de contacto, y el nodo de la zona superior de la cubierta en contacto con la cavidad no presenta un patrón geométrico similar al resto. Esta aproximación se ha tomado para poder implementar siguiendo el mismo patrón de mallado que el modelo sin cubierta, definiendo dos alturas en cubierta para aplicar de forma correcta las condiciones de contorno de convección y radiación.

6.2. Condiciones de contorno y balances de energía

Como se puede apreciar en la Figura 31, el intercambio de calor entre nodos de cubierta y nodos de cavidad dependerá de la geometría, pudiendo intercambiar calor un nodo de cubierta con varios de cavidad, o dos nodos de cubierta con uno solo de cavidad entre otras muchas opciones. Este hecho se contempla en el programa realizado en Matlab, generando en cada caso las ecuaciones necesarias de forma automática. En la Figura 30, la zona verde corresponderá con la zona inferior de la cavidad (cercana al absorbedor cuya altura de nodos es, según indica la propia figura " Δh_1 "), y la zona amarilla con la zona superior (cercana al ambiente cuya altura de nodos es, según indica la propia figura " Δh_2 "), así mismo aparecen los diferentes nodos y las fronteras que definen la geometría de la cavidad.

Es igualmente importante asociar cada uno de estos códigos a las condiciones de contorno que sobre él se van a aplicar:

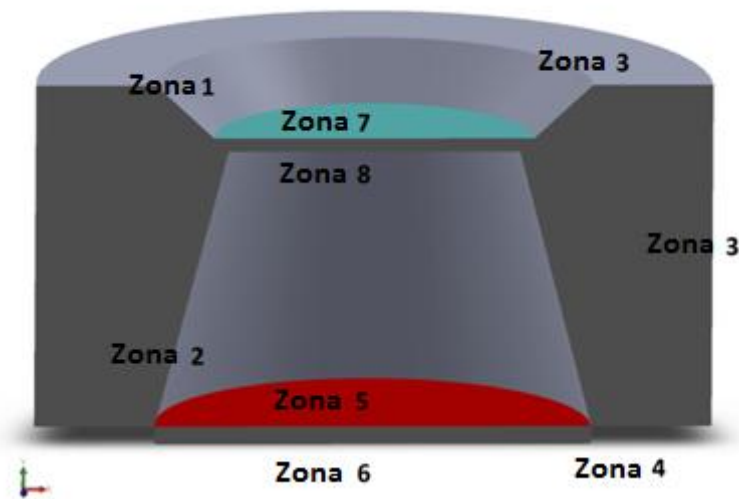


Figura 33 Condiciones de contorno en cada zona del modelo.

La Figura 33 muestra las diferentes zonas donde aplicar las correspondientes condiciones de contorno:

- Zona 1:
 - Transferencia de calor por convección con el ambiente cercano a la cavidad.
 - Transferencia de calor por radiación en el espectro de onda larga:
 - Con la propia parte superior de la cavidad.
 - Con la parte cubierta transparente.
 - Con el ambiente.
 - Transferencia de calor por conducción con la cavidad.
- Zona 2:
 - Transferencia de calor por convección con el ambiente interior (en caso de no haber vacío).
 - Transferencia de calor por radiación en el espectro de onda larga:
 - Con la propia parte inferior de la cavidad.
 - Con la cubierta transparente.
 - Con el absorbedor.

- Transferencia de calor por radiación en el espectro de onda larga:
 - Con la propia parte inferior de la cavidad.
 - Con la cubierta transparente.
 - Con el absorbedor.
 - Transferencia de calor por conducción con la cavidad.
- Zona 3:
 - Transferencia de calor por convección con el ambiente exterior.
 - Transferencia de calor por conducción con la cavidad.
- Zona 4:
 - Transferencia de calor por conducción con la cavidad.
- Zona 5:
 - Transferencia de calor por convección con el ambiente interior.
 - Transferencia de calor por radiación en el espectro de onda larga:
 - Con la parte inferior de la cavidad.
 - Con la cubierta transparente.
 - Transferencia de calor por radiación en el espectro de onda corta:
 - Con la parte inferior de la cavidad.
 - Con la cubierta transparente.
 - Transferencia de calor por conducción en el absorbedor.
- Zona 6:
 - Transferencia de calor por convección equivalente a la cesión de energía al motor Stirling.
 - Transferencia de calor por conducción en el absorbedor.
- Zona 7:
 - Transferencia de calor por convección con el ambiente cercano a la cavidad.
 - Transferencia de calor por conducción en la cubierta.
 - Transferencia de calor por radiación en el espectro de onda larga:
 - Con la parte superior de la cavidad
 - Con el ambiente
 - Incidencia de la fuente solar (espectro de onda corta)
- Zona 8:
 - Transferencia de calor por convección con el ambiente interior.
 - Transferencia de calor por conducción en la cubierta.
 - Transferencia de calor por radiación en el espectro de onda larga:
 - Con la parte inferior de la cavidad
 - Con el absorbedor
 - Transferencia de calor por radiación en el espectro de onda corta:
 - Con la parte inferior de la cavidad
 - Con el absorbedor
- Nodos interiores de cavidad y absorbedor:
 - Transferencia de calor por conducción.

Las divisiones que se vienen comentando hasta el momento se pueden apreciar (no las verticales, que se aprecian en la Figura 30 claramente) en la Figura 34 y la Figura 35.

En el caso en el que no hay cubierta transparente, la zona 8 se convierte en el espectro de onda larga en una superficie ficticia que conecta las dos zonas de la cavidad térmicamente, la convección en la zona superior se unifica con la de la zona inferior, y la fuente solar se sitúa sobre la el absorbedor de forma directa (Zona 5).

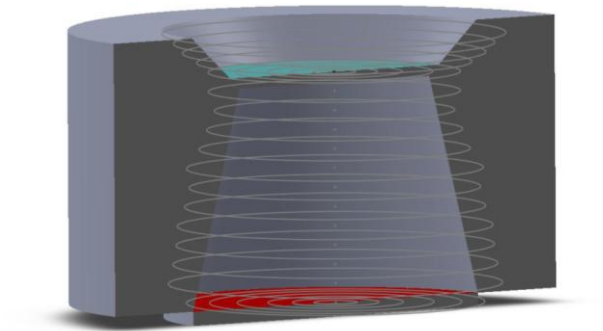


Figura 34 Divisiones en superficie lateral y superficies planas en modelo térmico.

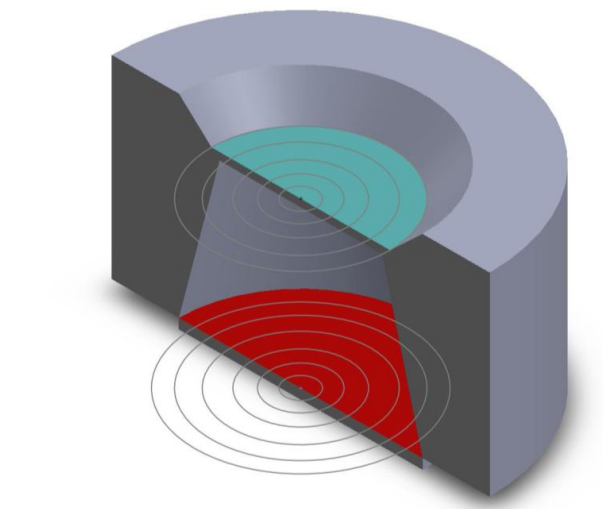


Figura 35 Divisiones en superficies planas en modelo térmico.

Los balances energéticos se calculan en base a las ya comentadas condiciones de contorno y se plantean en el Anexo I. El número de balances energéticos vuelve a ser función del número de nodos y de sus dimensiones, que son definidos como variables de entrada, siendo así necesaria una programación dinámica de los mismos. En los balances energéticos tendrá lugar intercambio de calor por conducción, y según sea el caso, por cada uno de los siguientes o combinación de los mismos:

- Convección interior
- Convección ambiente
- Convección ambiente cercano a cavidad
- Radiación en espectro de onda larga
- Radiación en espectro de onda corta
- Incidencia solar
- Cesión energética al motor Stirling

6.3. Transferencia de calor por radiación

6.3.1. Método de las radiosidades

El intercambio radiante entre dos superficies se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$q_{1 \rightarrow 2} = A_1 \cdot F_{12} \cdot (J_1 - J_2)$$

Si se plantea este fenómeno para más de dos superficies, en este trabajo se resuelve mediante el cálculo de radiosidades. Desde cada superficie se introducen 3N incógnitas (el calor cedido a cada una de las superficies, el calor total, y la radiosidad), y 3N ecuaciones (que son relaciones matemáticas que se resumen en el circuito térmico de la Figura 36):

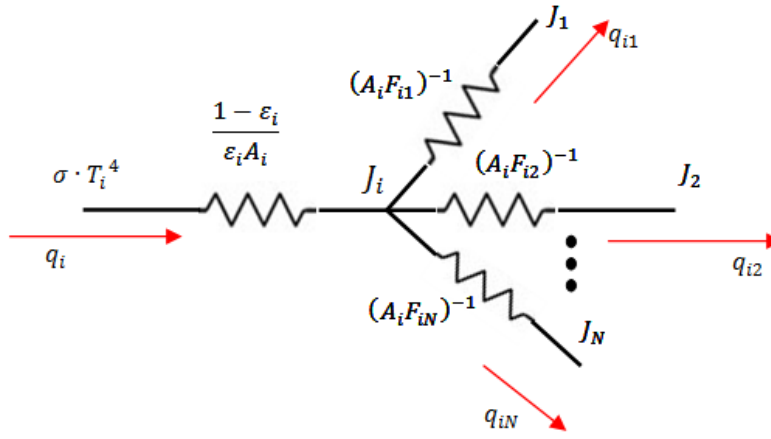


Figura 36 Intercambio térmico por radiación entre diferentes superficies.

$$q_{i1} = A_i \cdot F_{i1} \cdot (J_i - J_1)$$

...

$$q_{iN} = A_i \cdot F_{iN} \cdot (J_i - J_N)$$

Con la relación matemática anterior, y conocidos los factores de vista (cálculo en Anexo II), se tienen N ecuaciones y 2N incógnitas, ya que no se conocen, ni el calor cedido (término a la izquierda de la igualdad), ni la radiosidad de cada uno de los nodos (J_i).

$$q_i = \sum_{j=1; j \neq i}^N q_{ij}$$

...

$$q_i = (\sigma T_i^4 - J_i) \cdot \frac{\varepsilon_i A_i}{1 - \varepsilon_i}$$

...

Aplicando la primera de estas dos ecuaciones a todas y cada una de las superficies, se introducen N ecuaciones y N incógnitas (q_i), de modo que se tienen 2N ecuaciones y 3N incógnitas. En la segunda ecuación (válida en el espectro de emisión de la cavidad), todo lo no

conocido ya se ha contabilizado como incógnita, de manera que se están añadiendo N ecuaciones al ser ésta aplicada en todas las superficies, y ninguna incógnita (emisividades y áreas son conocidas, radiosidad y calor ya se han contabilizado como incógnitas, y la temperatura es precisamente lo que se quiere despejar, quedando el balance de energía en un nodo únicamente en función suyo). Así pues, queda un problema planteado con $3N$ ecuaciones y $3N$ incógnitas.

En este trabajo, el intercambio radiante se calcula entre N superficies, siendo N un valor que depende de la geometría y de la precisión que se ha introducido como variable de entrada, y por tanto se modifica con cada variación de esto. Entre estas superficies existen cuerpos negros ($\epsilon = 1$), superficies grises, y fuentes de radiación.

Este planteamiento se ha de resolver en los dos espectros comentados, con todas y cada una de las superficies que participan en cada uno de los intercambios:

- Superficies que intervienen en el espectro de emisión de onda corta (según Figura 33):
 - o Zona 7
 - o Zona 8
 - o Zona 2
 - o Zona 5
- Superficies que intervienen en el espectro de emisión de onda larga (según Figura 33):
 - o Zona 7
 - o Zona 8
 - o Zona 2
 - o Zona 5
 - o Zona 1
 - o Ambiente

Se ha comentado que en la primera etapa de desarrollo del modelo, éste se realizó sin cubierta transparente, y se puede utilizar para realizar comparaciones. Este modelo consistía en un espectro de emisión de onda corta afectado por las mismas superficies que en el caso de existencia de cubierta, salvo la zona 7 y la zona 8 (evidentemente no existen). El intercambio de emisión de onda larga consistía en las mismas superficies que en el caso con cubierta, pero sustituyendo la zona 7 y la zona 8 por una única superficie ficticia que unía los dos recintos inferior o superior.

El número de ecuaciones se incrementa en el sistema con cubierta, ya que además de los diferentes balances que se han de establecer en cada uno de los nodos (coronas circulares en cubierta), por cada uno de estos nodos se añaden tantas ecuaciones como superficies existen en la zona inferior de la cavidad, y sobre cada una de las superficies de la cavidad se incluyen tantas ecuaciones como nodos existen en la cubierta para que el sistema sea de nuevo coherente.

El cálculo de las radiosidades depende de cada una de las zonas [11]:

- Radiosidad en espectro de longitud de onda corta:
 - o Superficie con incidencia directa de radiación solar:

$$J_{oci} = \rho_i \left(\varphi_i + \sum_j F_{ij} J_{ocj} \right)$$

- Superficie sin incidencia directa de radiación solar:

$$J_{oc_i} = \rho_i \sum_j F_{ij} J_{oc_j}$$

- Radiosidad en espectro de longitud de onda larga (se aplica el método de las radiosidades):

$$J_{ol_i} = \varepsilon \sigma T_i^4 + \rho \sum_j F_{ij} J_{ol_j}$$

- Radiosidad total para una superficie:

$$J_i = J_{oc_i} + J_{ol_i}$$

Estas expresiones se pueden ver en el Anexo I tal y como han sido aplicadas con mayor detalle.

El cálculo de la radiosidad en las superficies de la cubierta transparente ya se ha comentado en su correspondiente apartado, y no sigue el patrón de las superficies anteriores.

6.4. Cálculo de factores de vista

Evaluar el intercambio radiante entre diferentes superficies exige conocer los factores de vista, tal y como se ha comentado en apartados previos. El cálculo de factores de vista en este modelo se hace especialmente complejo, ya que ha de ser un cálculo dinámico. El número de superficies y sus dimensiones cambian en función de una geometría y una precisión introducidas por el usuario, de manera que la programación de factores de vista ha de ser tal que genere tantos como sea necesario en cada una de las simulaciones. En el Anexo II se explica el cálculo de los factores de vista.

Todos los complejos cálculos y la programación que aparecen introducidos en el susodicho Anexo parten de tres reglas fundamentales:

- Regla de la suma. Donde “i” es una superficie de un hipotético recinto cerrado y “j” representa al resto de superficies:

$$\sum_j F_{ij} = 1$$

- Relación de reciprocidad:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

- Factor de vista entre dos discos coaxiales y paralelos [37]. Ver en Anexo II.

En el código programado se han incluido varias funciones para comprobar la regla de la suma en todos y cada uno de los casos, siendo satisfactoria esta revisión.

7. DESCRIPCIÓN DE LA HERRAMIENTA EN MATLAB

La herramienta implementada en Matlab no se ha habilitado con una interfaz “comercial”, sino que, como herramienta teórica de estudio (lo que de momento es), presenta una estructura en diferentes “scripts”, los cuales cumplen distintas funciones.

El script principal se denomina “Simulación_cavidad”, y en él es donde se introducen los valores de dimensiones (Figura 37) para simular (en centímetros):

- Radio de reconcentrador (R1)
- Radio de apertura de la cavidad (R2)
- Radio de absorbedor (R3)
- Radio exterior de la cavidad (R4)
- Altura de la cavidad (h1)
- Altura de cavidad más reconcentrador (h2)
- Espesor de cubierta (e_cub)

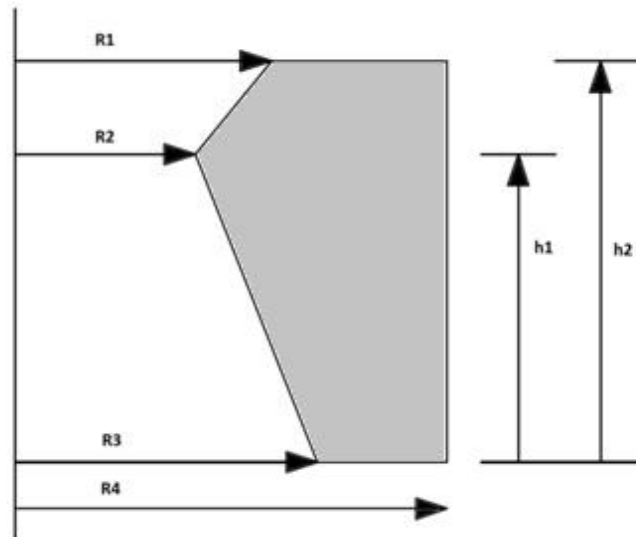


Figura 37 Nomenclatura de introducción de datos geométricos de cavidad.

Posteriormente a los valores dimensionales se han de introducir las propiedades de los materiales:

- Propiedades radiantes en espectro de onda corta (adimensionales)
 - o Cubierta
 - o Cavidad
 - o Absorbedor
- Propiedades radiantes en espectro de onda larga (adimensionales)
 - o Cubierta
 - o Cavidad
 - o Absorbedor
- Propiedades térmicas de conductividad de materiales (W/mK) y coeficientes de convección (W/m²K).

Finalmente se ha de introducir la precisión de la resolución, cuyo valor representa el número de nodos que se quieren establecer entre el radio del absorbedor y el radio exterior de la cavidad. Con este valor de precisión y los valores de geometría introducida, la cantidad de nodos a establecer en el resto de la cavidad se autodimensiona, ajustando los nodos esquina a la malla creada en caso necesario y mostrando en variables los resultados de variación de dimensión real y dimensión ajustada.

Una vez introducidos estos datos, el script principal hace llamada al script mallado, que como su nombre indica establece la malla donde se va a resolver el sistema en base a los parámetros geométricos. Tras mallar el sistema se introducen los valores de incidencia solar, los cuales han sido distribuidos en diferentes zonas para poder establecer una mancha solar no uniforme.

El siguiente paso consiste en, ya conocidas áreas y número de nodos, y situados en la malla, calcular todas las combinaciones de factores de vista necesarios para establecer el intercambio radiante (cuyo número, para un valor de precisión razonable de 10, puede ascender a 650 incógnitas, y para un valor de precisión de 20, puede alcanzar las 3000 combinaciones). Para definir todas las combinaciones son necesarios varios scripts.

El vector de incógnitas se introduce como de una única dimensión, conteniendo éste diferentes temperaturas, radiosidades y calores, lo que permite plantear un sistema de ecuaciones ordenado, pero obliga a desfragmentarlo para obtener unos resultados al final. Por último se utiliza la función “fsolve” para resolver el sistema de ecuaciones que permite obtener como resultados los diferentes valores de pérdidas, temperaturas, potencias, rendimientos... (llamados por diferentes scripts), los cuales se anotarán en el apartado de resultados y se indicarán en el Anexo I.

La forma de obtener resultados sobre la herramienta simulada consiste en, una vez llamada a la función principal “Simulacion_cavidad”, llamar a la incógnita deseada (ya sea temperatura, valor de pérdidas, etc).

Así mismo, como resultados automáticos se han incluido los valores de rendimiento y los resultados de los balances globales (del orden de 10^{-10} W para una entrada de 30 kWt como energía solar).

8. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

Para satisfacer de forma completa los objetivos del modelo, el análisis de resultados se divide en cuatro bloques:

- Análisis geométrico
- Análisis de propiedades de materiales
- Creación del vacío en la cavidad
- Comparación entre geometría abierta y geometría con cubierta transparente

En la presentación de resultados se va a hablar de una serie de valores de pérdidas y de un rendimiento. Las pérdidas ya han sido definidas en los apartados previos y en el Anexo I. El rendimiento se define como la energía que es cedida al motor Stirling entre la energía incidente a la cavidad desde el concentrador:

$$\eta = \frac{\text{Energía Cedida al Motor Stirling}}{\text{Energía Incidente}}$$

8.1. Análisis geométrico

El análisis geométrico de la cavidad con cubierta transparente, a través del modelo programado en Matlab, se lleva a cabo sobre las dimensiones de la zona inferior de la cavidad (R2, R3, R4 y h1), ya que el reconcentrador ha de ser dimensionado en base a las propiedades ópticas del concentrador solar.

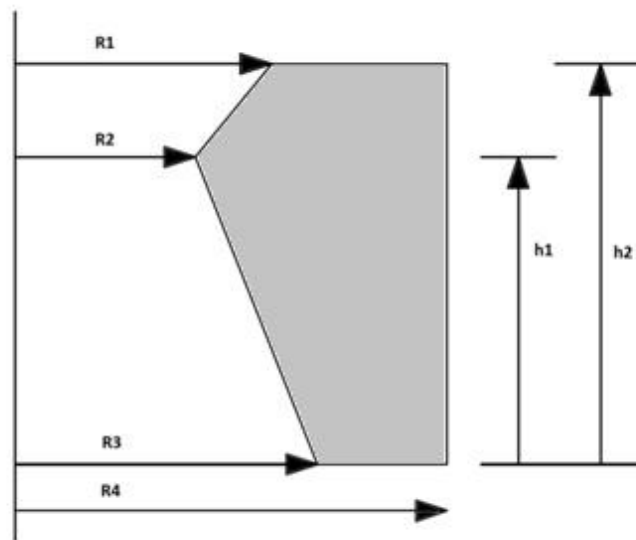


Figura 38 Nomenclatura de dimensiones de cavidad para análisis geométrico.

Para realizar los estudios se mantiene fijo el radio “R2”, ya que sobre él se define la fuente de energía solar, y así se analiza el comportamiento en función de diferentes dimensiones de la cavidad para una misma entrada de energía (asociada al radio “R2”). De esta forma se va a buscar una relación que de un óptimo entre radio “R3” y altura “h1”, estudiando en primer lugar el comportamiento de la cavidad en función del radio, y en segundo lugar el comportamiento de

la cavidad en función de diferentes alturas. Por último se analizará la influencia del espesor de la cubierta.

La Tabla 2 muestra los valores de las variables utilizadas en la simulación referente a estudio geométrico, las cuales se conservarán a no ser que sean la variable a estudiar.

VARIABLES FIJAS EN ESTUDIO GEOMÉTRICO					
Convección ext.	[W/m ² K]	14	Espesor cubierta	[cm]	0,5
Temp. ext.	[K]	298	K_cavidad	[W/mK]	0,005
Convección int.	[W/m ² K]	1	T_Stirling	[K]	823
Temp. int.	[K]	1200	h_Stirling	[W/m ² K]	1000
Convección amb. cav.	[W/m ² K]	10	Altura Absorbedor	[cm]	1
Temp. amb. cav.	[K]	350	k_Inconel	[W/mK]	22
Absort. cavidad Solar		0,965	R1	[cm]	14
Absort. absorbedor Solar		0,834	R2	[cm]	10
Emisiv. cavidad		0,917	R3	[cm]	18
Emisiv. absorbedor		0,73	R4	[cm]	25
Conductividad cubierta	[W/mK]	1,89	h1	[cm]	15
Incidencia solar	[kWt]	≈ 28,5	h2	[cm]	h1+4

Tabla 2 Variables de simulación en estudio geométrico

8.1.1. Relación entre radios

Debido a la discretización llevada a cabo, el estudio de alturas es más claro que el estudio de radios, ya que la malla se puede ajustar de forma exacta a cualquier altura, mientras que la modificación de radios exige la modificación del número de nodos y el ajuste final a la malla de los mismos, es por eso que los resultados expuestos no muestran una tendencia demasiado “limpia”, siendo esto debido a que el radio real no se corresponde con el teórico, y por tanto la fuente solar no es exactamente la misma de una simulación a otra (un valor apenas influyente, ya que se trata de evaluar tendencias sobre rendimientos, no pérdidas en este apartado, no siendo necesario un mayor ajuste de radios). La Figura 39 muestra el estudio llevado a cabo en este apartado.

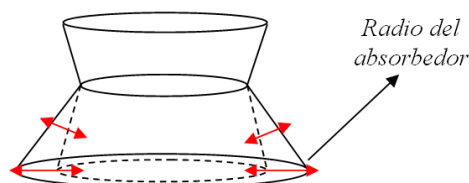


Figura 39 Variación de la relación entre radios

La Figura 40 muestra los resultados, los cuales indican que conforme mayor es el radio del absorbedor, mayor es el rendimiento.

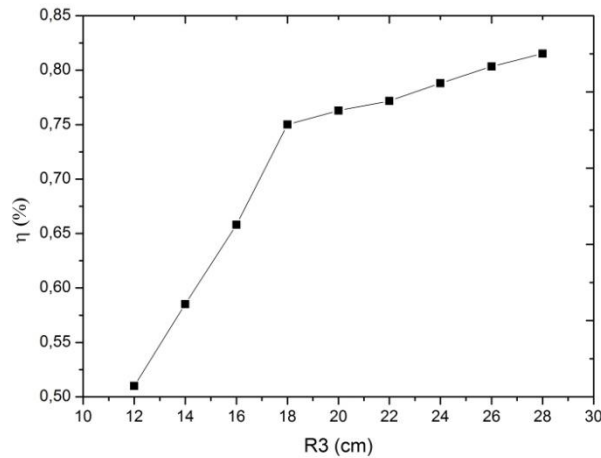


Figura 40 Rendimiento en función del radio del absorbedor.

Este comportamiento es debido a que al aumentar el radio del absorbedor, la energía que parte como difusa desde la cubierta transparente se distribuye en mayor cantidad sobre el absorbedor, ya que un hipotético factor de vista cubierta-absorbedor aumentaría con el radio de éste último manteniendo fijo el primero. Como es lógico, a partir de un determinado radio, el aumento de la energía que se cede al absorbedor va tomando un valor más bajo, y por tanto el incremento de rendimiento disminuye su valor, obteniendo una tendencia rendimiento-radio prácticamente logarítmica.

Así pues, el radio del absorbedor será tan grande como permita el motor. En cualquier caso, una la relación “R2/R3” por debajo de 0,55 no va a mejorar en exceso el rendimiento (debido a la tendencia logarítmica observada en la Figura 40).

8.1.2. Relación altura-radio

Para diferentes radios de absorbedor se ha variado la altura “h1”, obteniendo en todos los casos un óptimo claro. La Figura 42 muestra el estudio llevado a cabo en este apartado.

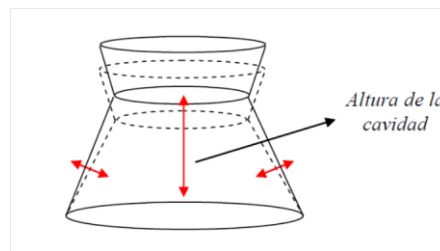


Figura 41 Variación de altura de la cavidad

La Figura 42 muestra que este óptimo se va desplazando. Para radios “R3” mayores, el óptimo se encuentra a una altura de cavidad “h1” mayor. El ángulo óptimo que forman cavidad y absorbedor ronda los 30 ° (disminuyendo ligeramente para radios pequeños y aumentando para radios elevados).

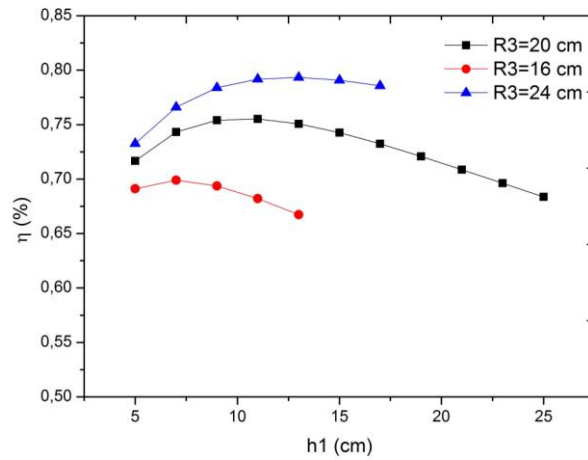


Figura 42 Rendimiento en función de la altura “ h_1 ” para diferentes radios de absorbedor.

Con intención de analizar cuál es la razón de este óptimo se estudia el valor de las pérdidas por emisión (espectro de onda larga) y por reflexión (espectro de onda larga). Estos resultados los muestran la Figura 43, la Figura 44 y la Figura 45.

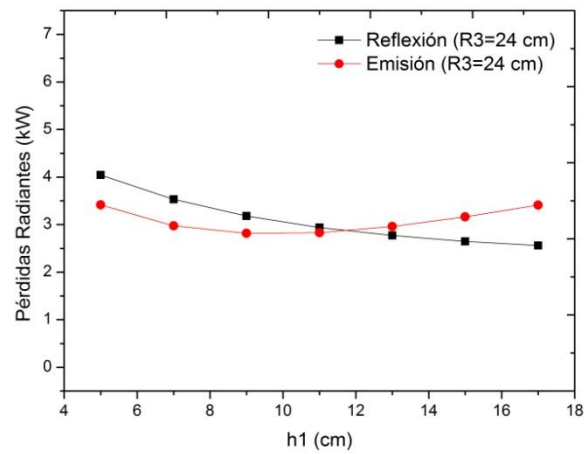


Figura 43 Pérdidas radiantes en función de la altura “ h_1 ” para radio de absorbedor 24 cm.

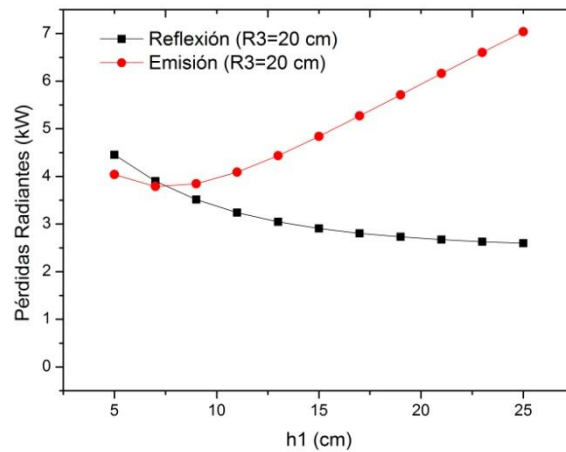


Figura 44 Pérdidas radiantes en función de la altura “h1” para radio de absorbedor 20 cm.

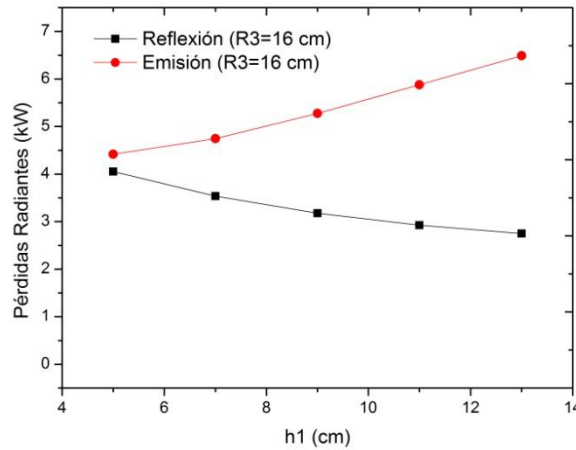


Figura 45 Pérdidas radiantes en función de la altura “h1” para radio de absorbedor 16 cm.

Como se puede apreciar, las pérdidas por reflexión disminuyen al aumentar el radio del absorbedor, ya que al aumentar el tamaño de la cavidad aumenta el número de reflexiones y disminuye la energía que acaba siendo cedida al ambiente. Para alturas pequeñas ocurre lo mismo con las pérdidas por emisión, hasta que la superficie de cavidad es tan elevada que ni las múltiples reflexiones son suficientes para disminuir la energía que ésta emite, aumentando así las pérdidas y compensando la disminución de las pérdidas por reflexión. Las pérdidas por convección también aumentan conforme lo hace la altura (mayor superficie), pero son un término con menor influencia.

Así pues, se entiende la optimización de la cavidad como un compromiso entre altura y radio, siendo más influyente el radio. La dimensión de la apertura “R2” la determina la óptica del concentrador solar, así como la diferencia de alturas “h2-h1” y el radio “R1”. En cuanto al radio del absorbedor, será lo mayor posible, no encontrándose un especial aumento de rendimiento para ratios de apertura menores a 0,55. La altura “h1” será tal que la inclinación entre absorbedor y cavidad se acerque a los 30 ° (Figura 46), un valor que se puede precisar con mayor detalle simulando ya conocidas el resto de las dimensiones de la cavidad.

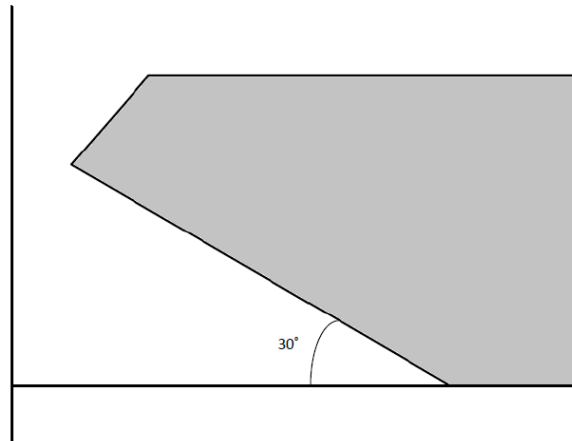


Figura 46 Posición del ángulo óptimo.

8.1.3. Espesor de la cubierta

Como se ha explicado a lo largo del apartado 5 del trabajo, el espesor de la cubierta tiene influencia en su valor de absorción de energía, así como también lo tiene en el intercambio de calor con la cavidad, su temperatura y en consecuencia sobre las pérdidas por convección.

La Tabla 3 muestra los valores de las variables utilizadas en la simulación referente a estudio de cubierta, las cuales se conservarán a no ser que sean la variable a estudio.

VARIABLES FIJAS EN ESTUDIO DE ESPESOR DE CUBIERTA					
Convección ext.	[W/m ² K]	14	Espesor cubierta	[cm]	0,5
Temp. ext.	[K]	298	K_cavidad	[W/mK]	0,005
Convección int.	[W/m ² K]	1	T_Stirling	[K]	823
Temp. int.	[K]	1200	h_Stirling	[W/m ² K]	1000
Convección amb. cav.	[W/m ² K]	10	Altura Absorbedor	[cm]	1
Temp. amb. cav.	[K]	350	k_Inconel	[W/mK]	22
Absort. cavidad Solar		0,965	R1	[cm]	14
Absort. absorbedor Solar		0,834	R2	[cm]	10
Emisiv. cavidad		0,917	R3	[cm]	16
Emisiv. absorbedor		0,73	R4	[cm]	25
Conductividad cubierta	[W/mK]	1,89	h1	[cm]	13
Incidencia solar	[kWt]	28,12	h2	[cm]	h1+4

Tabla 3 Variables de simulación en estudio de cubierta.

La Figura 47 muestra que una cubierta con menor espesor presenta un mejor comportamiento térmico (ya que la transmisividad es mayor y la absortividad menor).

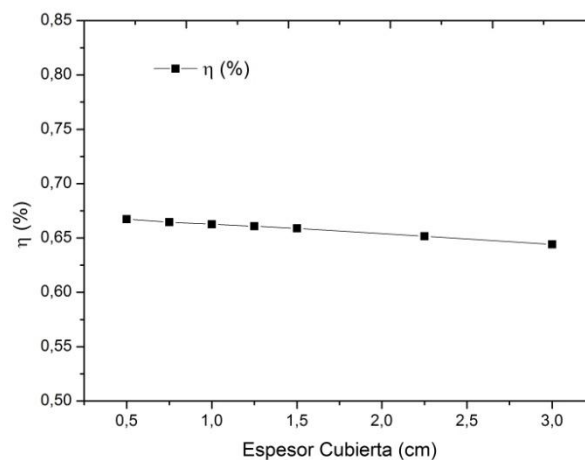


Figura 47 Rendimiento en función del espesor de la cubierta.

De cualquier modo, el espesor de la cubierta no se considera un parámetro relevante por tener una influencia reducida, habiéndose de determinar su espesor en función la seguridad estructural del mismo.

8.2. Análisis de propiedades de los materiales

Las propiedades base de los materiales se han incluido según las indicaciones del apartado 4, pero el modelo térmico permite variarlas, de forma que se puede analizar la influencia de las mismas en el resultado final de rendimiento y los valores de pérdidas. El análisis de propiedades de los materiales se puede llevar a cabo en base a los siguientes parámetros:

- Propiedades radiantes de absorbedor
- Propiedades radiantes de cavidad
- Propiedades radiantes de cubierta
- Conductividad de la cavidad

La Tabla 4 muestra los valores de las variables utilizadas en la simulación referentes a estudio de materiales, las cuales se conservarán a no ser que sean la variable a estudio.

VARIABLES FIJAS EN ESTUDIO DE MATERIALES					
Convección ext.	[W/m ² K]	14	Espesor cubierta	[cm]	0,5
Temp. ext.	[K]	298	K_cavidad	[W/mK]	0,005
Convección int.	[W/m ² K]	1	T_Stirling	[K]	823
Temp. int.	[K]	1200	h_Stirling	[W/m ² K]	1000
Convección amb. cav.	[W/m ² K]	10	Altura Absorbedor	[cm]	1
Temp. amb. cav.	[K]	350	k_Inconel	[W/mK]	22
Absort. cavidad Solar		0,965	R1	[cm]	14
Absort. absorbedor Solar		0,834	R2	[cm]	10
Emisiv. cavidad		0,917	R3	[cm]	16
Emisiv. absorbedor		0,73	R4	[cm]	25
Conductividad cubierta	[W/mK]	1,89	h1	[cm]	13
Incidencia solar	[kWt]	28,12	h2	[cm]	h1+4

Tabla 4 Variables de simulación en estudio de materiales

8.2.1. Propiedades radiantes del absorbedor

Las propiedades que definen el comportamiento radiante del absorbedor son, su emisividad (definida en espectro de onda larga) y su absortividad (definida en espectro de onda corta), pudiendo variar estas entre 0 y 1.

La Figura 48 y la Figura 49 muestran el comportamiento de la cavidad en cuanto a pérdidas radiantes y rendimiento para los diferentes valores que pueden tomar las propiedades a estudio en este apartado.

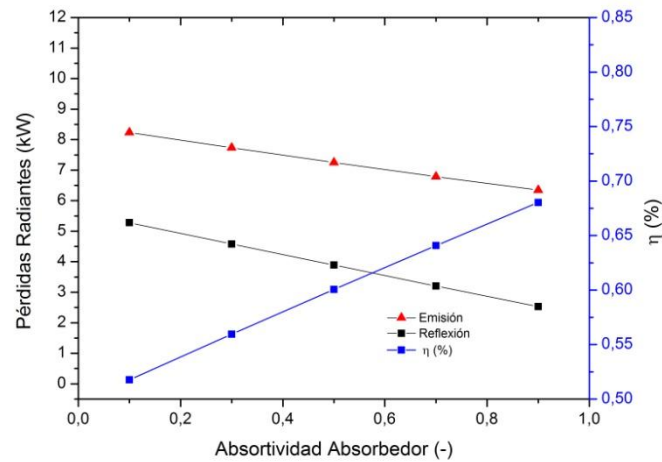


Figura 48 Pérdidas radiantes y rendimiento en función de la absorptividad del absorbedor.

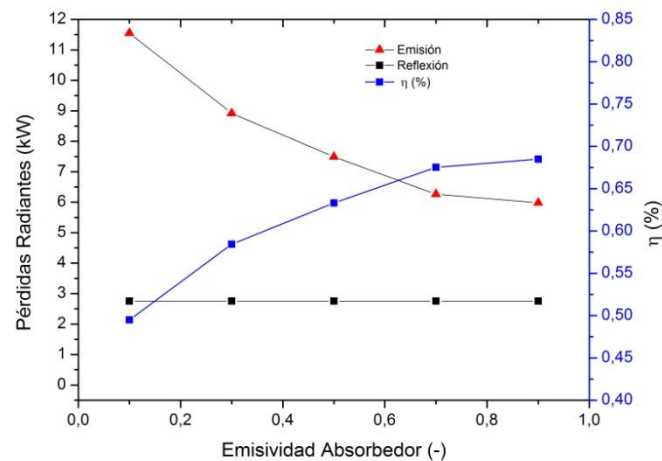


Figura 49 Pérdidas radiantes y rendimiento en función de la emisividad del absorbedor.

El rendimiento aumenta conforme aumenta la absorptividad del absorbedor debido a que las pérdidas por reflexión disminuyen, y las pérdidas por emisión también lo hacen dado que hay menos energía que se refleja hacia las paredes de la cavidad.

Al disminuir la emisividad del absorbedor se refleja más energía a las paredes de la cavidad y la cubierta, las cuales absorben y emiten energía, de modo que las pérdidas por emisión aumentan. La cubierta es la principal causante de estas pérdidas por emisión en este estudio. Las pérdidas por reflexión en este caso apenas varían, ya que el absorbedor sí es el principal causante de las mismas (recibe y refleja la mayor parte de la radiación de onda larga).

8.2.2. Propiedades radiantes de la cavidad

Las propiedades que definen el comportamiento radiante del absorbedor son, su emisividad (espectro de onda larga) y su absorptividad (espectro de onda corta), pudiendo variar estas entre 0 y 1.

La Figura 50 y la Figura 51 muestran el comportamiento de la cavidad, representando las pérdidas radiantes y el rendimiento para los diferentes valores que pueden tomar absorptividad y emisividad.

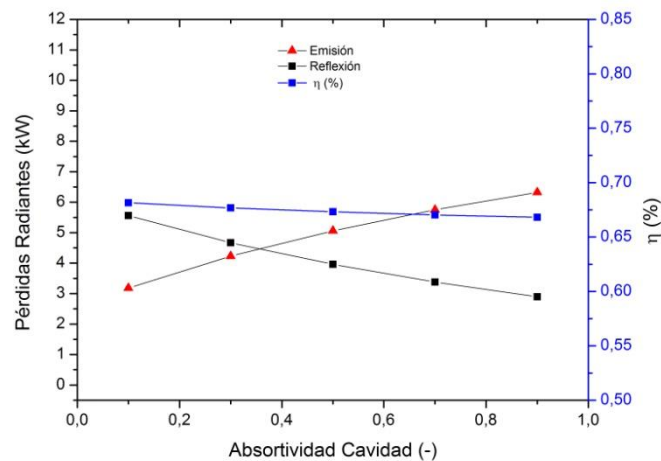


Figura 50 Pérdidas y rendimiento en función de la absorptividad de la cavidad

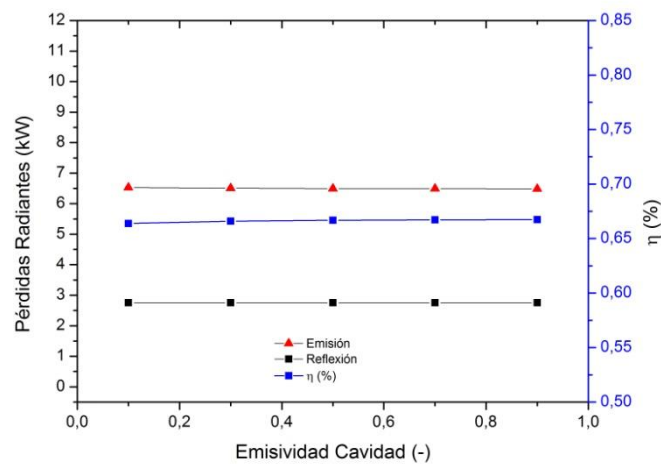


Figura 51 Pérdidas y rendimiento en función de la emisividad de la cavidad

La absorptividad de la cavidad está relacionada con las pérdidas por reflexión. Conforme aumenta la absorptividad disminuyen las pérdidas por reflexión y aumentan las pérdidas por emisión por el aumento de temperatura de la cavidad y la cubierta. En cuanto a la emisividad, apenas cambian los valores de pérdidas, siendo la principal causante de estas pérdidas la cubierta, donde toda la energía es cedida al ambiente por su zona superior.

8.2.3. Propiedades radiantes de cubierta

Las propiedades radiantes de la cubierta transparente son francamente importantes, ya que es el primer elemento de contacto con la radiación incidente desde el concentrador solar. En este caso, las propiedades que definen su comportamiento son, su transmisividad, su reflectividad y su absorptividad. Considerando una absorptividad fija (dada por el espesor de la misma), y variando transmisividad y reflectividad hasta hacer sumar 1 estas tres variables, se analiza el comportamiento de la cavidad tal y como muestran la Figura 52 y la Figura 53.

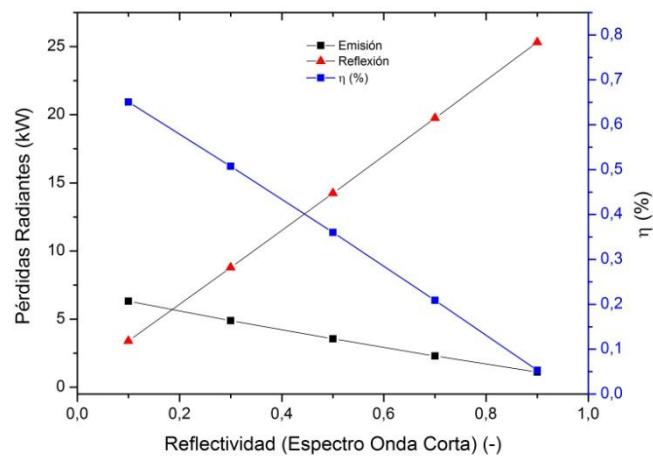


Figura 52 Pérdidas y rendimiento en función de la reflectividad de cubierta en espectro de onda corta.

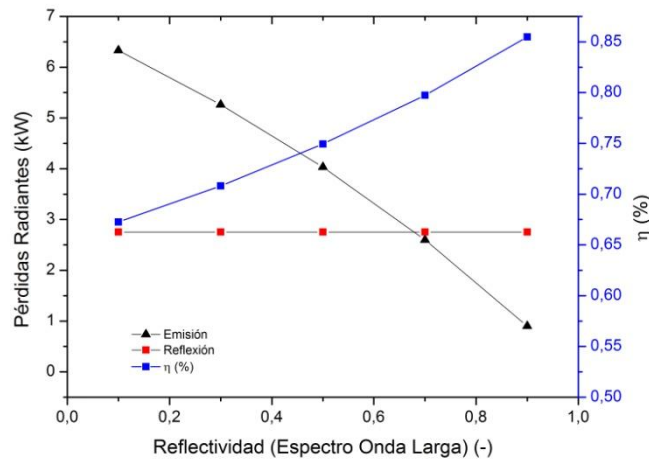


Figura 53 Pérdidas y rendimiento en función de la reflectividad de cubierta en espectro de onda larga.

El aumento de la reflexión en el espectro de onda larga da lugar a un aumento muy elevado de las pérdidas por reflexión, hasta el punto de disminuir el rendimiento a valores cercanos a 0 %, ya que apenas entra energía a la cavidad para reflectividad cercana a 0,9. En cuanto al aumento de reflexión en el espectro de onda corta, este da lugar a un aumento del rendimiento, ya que la energía emitida por la cavidad no sale a través de la cubierta, y la propia cubierta apenas emite energía.

8.2.4. Conductividad de la cavidad

La conductividad de la cubierta, determina la transferencia de calor entre el interior y el exterior de la misma. La Figura 54 muestra el resultado de este estudio.

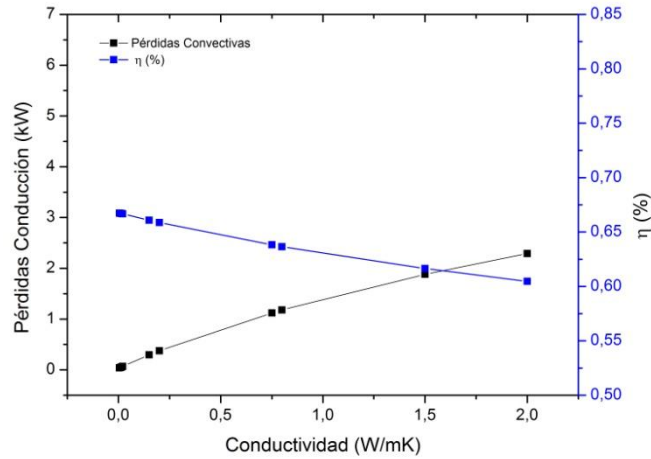


Figura 54 Pérdidas y rendimiento en función del coeficiente de conductividad de la cavidad.

Modificar la conductividad a través de la cubierta apenas supone una variación del rendimiento tratándose de materiales aislantes (entre 0 y 0,5 W/mK el rendimiento varía alrededor de un 1%).

8.3. Creación de vacío en la cavidad

Crear vacío en el interior de la cavidad supone disminuir el coeficiente de convección interior a un valor 0, de manera que las pérdidas desaparecen en esta zona.

Las variables de simulación son similares a las del estudio de materiales. Simulando para diferentes valores de altura y unos radios fijos, se han obtenido los resultados que muestra la Figura 55, donde el radio óptimo no cambia.

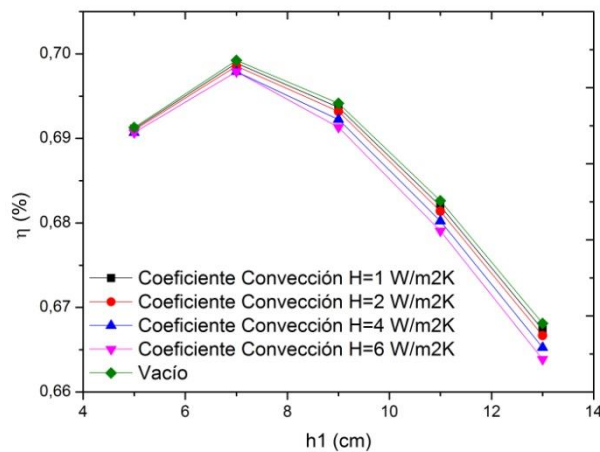


Figura 55 Rendimiento en función de la altura para diferentes valores de convección interior y situación de vacío.

Al disminuir el coeficiente de convección hasta la situación de vacío se observa un aumento del rendimiento de la cavidad, el cual tiene un valor muy bajo, ya que la temperatura del aire interior está a una temperatura muy cercana a la de las paredes, y por tanto los valores de pérdidas por convección interior son inicialmente ya muy bajos. Mostrando estos mismos resultados según la escala del eje de rendimiento que se viene utilizando hasta aquí se puede observar la ínfima mejora que se consigue modificando la convección interior hasta el vacío (Figura 56).

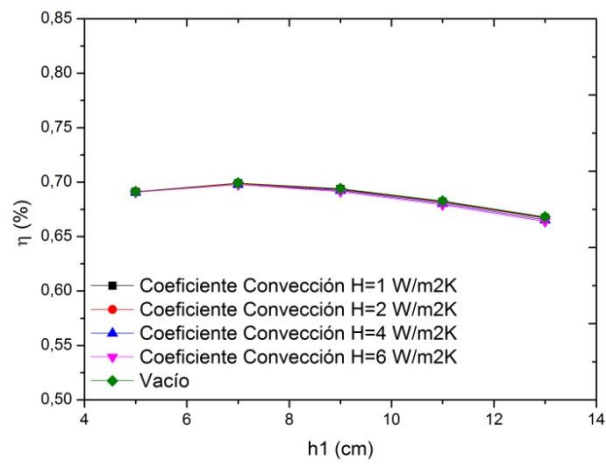


Figura 56 Rendimiento en función de la altura para diferentes valores de convección interior y situación de vacío.

8.4. Comparación entre geometría abierta y geometría con cubierta transparente

Las propiedades ópticas del cuarzo no provocan un “efecto invernadero” en la cavidad, presentando propiedades parecidas para los dos espectros analizados (longitud de onda larga y longitud de onda corta). Dentro de las posibles líneas de futuro de este trabajo se puede incluir la búsqueda de materiales que favorezcan este “efecto invernadero”, presentando una baja reflectividad a la longitud de onda emitida a aproximadamente 5500 K y una alta reflectividad a la longitud de onda emitida a aproximadamente 1000 K, lo que llevaría a aumentar el rendimiento de forma drástica (como muestran la Figura 52 y la Figura 53).

Además, la inclusión de la cavidad provoca la creación de una fuente de emisión directa de radiación hacia el ambiente debido a su elevada temperatura y su factor de vista elevado respecto al ambiente. Ante esta situación, el principal motivo por el que merece la pena instalar una cubierta en la cavidad es la reducción de las pérdidas por convección interior.

Como ya se ha visto en el apartado 3 de este trabajo, existen múltiples estudios sobre convección, y en función de las condiciones de operación y de viento sobre el sistema, los valores del coeficiente de convección dependen de la geometría en concreto, siendo necesario llevar a cabo un estudio experimental y establecer una correlación para la geometría concreta. Por esta razón, se ha decidido comparar un estudio de rendimiento de cavidad con cubierta transparente en función de diferentes alturas para unos determinados radios “R2”, “R3” y “R4”, con el estudio de esa misma geometría y en una cavidad abierta.

Si se comparan los resultados directamente se puede llegar a obtener una solución engañosa, ya que en el modelo sin cubierta transparente toda la energía se suponía que llegaba directamente al absorbedor, algo diferente con algunos de los valores que se indican en bibliografía (un 7 % de dispersión a las paredes de la cavidad para una altura “h1” de 9 cm) [11]. Así pues, estableciendo una relación lineal entre altura y dispersión, la Figura 57 muestra el tanto por ciento de energía que realmente está llegando al absorbedor respecto del que llega a la cavidad.

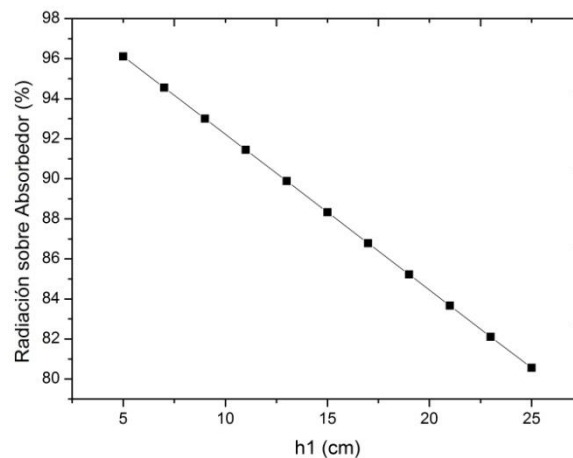


Figura 57 Radiación incidente sobre el absorbedor respecto de la incidente sobre la cavidad en el modelo sin cubierta.

Esta aproximación tomada no se puede validar a no ser que se realice otro tipo de estudio o se tomen datos experimentales, ya que existe una gran dificultad para conocer la dispersión en la cavidad. Ante esta situación, se considera que se trata de una aproximación razonable, variando los valores de dispersión en radiación entre un 20 % y un 4 % para una diferencia de altura de 25 cm.

Modificando pues los valores de rendimiento en el modelo sin cubierta transparente en base a esta dispersión, la Figura 58 muestra una comparación entre modelo con cubierta y modelo sin cubierta para diferentes valores de coeficiente de convección (las variables de simulación son similares a las del estudio geométrico de radios y altura).

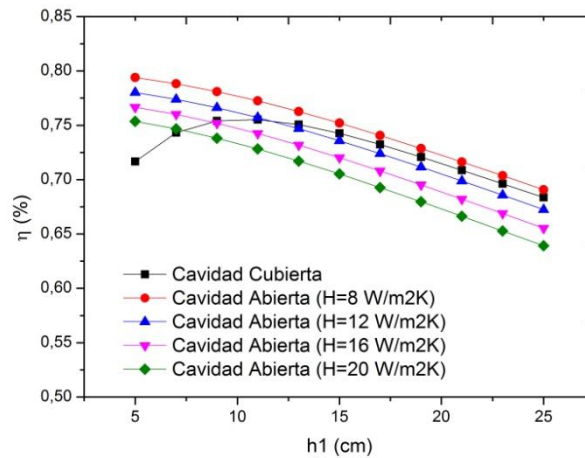


Figura 58 Comparación entre cavidad con cubierta transparente y cavidad abierta con diferentes valores de convección interior.

Analizando la Figura 58 se puede establecer la conclusión, y es que para valores de coeficiente de convección por encima de $7 \text{ W/m}^2\text{K}$, el rendimiento se reduce notablemente con una cubierta transparente (la cual supone un coste añadido reducido). Estos valores de convección superiores a $7 \text{ W/m}^2\text{K}$, tal como indican los estudios comentados en el apartado 3, se pueden alcanzar para determinadas situaciones de viento o situaciones sin viento con la cavidad inclinada (situación que se da lejos del mediodía solar).

En esta Figura 58, los valores de rendimiento para “h1” pueden no ser del todo fieles engañosos, ya que en el modelo abierto, la temperatura interior se simulaba a 600 K para hallar la convección interior, pero cuando la altura es baja, éste temperatura se reduciría (mayor mezcla con el ambiente). Esta reducción de temperatura supondría un mayor peso de la convección en el cómputo de pérdidas y por tanto una reducción de rendimiento que no refleja la Figura 58 (esto haría que las curvas de cavidad abierta no estuviesen por encima de la curva de la cavidad para todos los coeficientes de convección representados).

9. CONCLUSIONES

El Disco Stirling es un sistema de concentración solar que consta de un disco reflector, un sistema cavidad-absorbedor y un motor Stirling. El papel de la cavidad en este sistema es el de hacer que el intercambio de energía entre el concentrador y el motor sea lo mejor posible. Los estudios previos realizados en cuanto a geometrías no son concluyentes, y algunos de ellos proponen la inclusión de una cubierta transparente a la entrada del receptor, siendo esta la razón de que se haya realizado un análisis de cavidades para Disco Stirling.

El estudio realizado ha partido de una geometría cilíndrica para la cavidad, y como principal resultado se ha desarrollado una herramienta en Matlab que implementa un complejo modelo térmico que puede ser utilizado como guía del diseño de cavidades para Disco Stirling, tanto con, como sin cubierta transparente.

Esta herramienta desarrolla un modelo en diferencias finitas que evalúa pérdidas por convección, conducción y radiación del sistema, así como contempla una incidencia de energía a la cavidad no uniforme. Las pérdidas por radiación han sido desarrolladas en dos espectros, ya que las propiedades de los materiales son diferentes ante un espectro de onda larga (radiación emitida por cavidad y cubierta) y un espectro de onda corta (radiación emitida por el Sol); y para su evaluación se han calculado de forma exacta todos los factores de vista necesarios.

Una de las mayores dificultades del proceso ha sido el hecho de crear un modelo que genere un número de nodos, balances, factores de vista... variables con la geometría introducida por el usuario y la precisión de resolución, pero precisamente eso y la posibilidad de modificación de los materiales de la cavidad permite con la herramienta realizada obtener las pautas de diseño geométrico de la cavidad.

En cuanto a nivel de diseño geométrico de la cavidad, se ha observado que el radio del absorbedor es la variable más determinante, interesando que sea lo mayor posible. En cuanto a la altura de la cavidad, su estudio ha dado lugar a observar una inclinación óptima absorbedor-cavidad en torno a los 30° (Figura 46). Respecto a las propiedades de los materiales, se han obtenido aquellas tendencias más beneficiosas, siendo las más influyentes las propiedades radiantes del absorbedor y la cubierta. Por último, se ha comparado una cavidad abierta y una cubierta, llegando a la conclusión de que será beneficiosa la inclusión de la cubierta en aquellas situaciones en las que el viento sea notable, o el tiempo durante el que el sistema esté inclinado sea elevado, lo cual es función principalmente de la latitud de la localización del equipo.

Así pues, se cuenta que una potente herramienta que puede desempeñar un papel francamente útil en el desarrollo de cavidades para disco Stirling (tanto con cubierta como abiertas).

MODELADO TÉRMICO DE CAVIDADES PARA DISCO STIRLING CON CUBIERTA TRANSPARENTE

ANEXO I

DISCRETIZACIÓN Y BALANCES DE ENERGÍA

ANEXO I. DISCRETIZACIÓN Y BALANCES DE ENERGÍA

I. Método de diferencias finitas

Las ecuaciones para utilizar en la resolución de un problema por diferencias finitas se obtienen realizando balances de energía en cada nodo de la malla planteada aplicando las condiciones de contorno correspondientes:

- Nodo en el que existe intercambio de calor por conducción con sus cuatro nodos adyacentes:

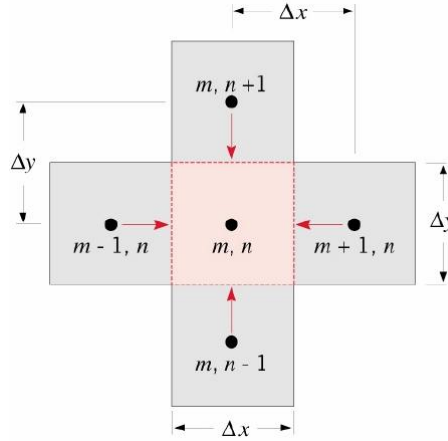


Figura 59 Transferencia de calor por conducción en un nodo interior.

La energía generada más la energía incidente han de sumar 0 (la energía, si es generada, sale del nodo y tiene signo negativo). En caso de que la energía generada sea 0, la suma de todas las energías incidentes (cada una tendrá el signo correspondiente) es 0:

$$\sum_{i=1}^4 q_{(i) \rightarrow (m,n)} + \dot{q} (\Delta x \cdot \Delta y \cdot 1) = 0$$

Este es el balance de energía global para el nodo “m,n” de la Figura 59, el cual es bidimensional con profundidad 1. Los calores incidentes de cada nodo adyacente son los siguientes:

$$q_{(m-1,n) \rightarrow (m,n)} = \lambda (\Delta y \cdot 1) \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x}$$

El término $(\Delta y \cdot 1)$ representa el área de transferencia de calor, mientras que el término $\frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x}$, representa la aproximación al gradiente de temperaturas del método de las diferencias finitas, y λ es la conductividad térmica del material.

$$q_{(m+1,n) \rightarrow (m,n)} = \lambda (\Delta y \cdot 1) \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x}$$

$$q_{(m,n+1) \rightarrow (m,n)} = \lambda (\Delta x \cdot 1) \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

$$q_{(m,n-1) \rightarrow (m,n)} = \lambda (\Delta x \cdot 1) \frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

Si se suman todos los calores incidentes, y se considera que la energía generada en el nodo es 0, se obtiene la siguiente expresión:

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 4T_{m,n} = 0$$

- Nodo en el que existe intercambio de calor por convección y conducción (Figura 60):

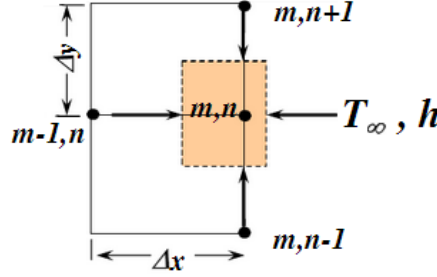


Figura 60 Transferencia de calor por conducción y convección en un nodo frontera.

$$q_{(m-1,n) \rightarrow (m,n)} = \lambda (\Delta y \cdot 1) \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x}$$

$$q_{(m,n+1) \rightarrow (m,n)} = \lambda \left(\frac{\Delta x}{2} \cdot 1 \right) \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

$$q_{(m,n-1) \rightarrow (m,n)} = \lambda \left(\frac{\Delta x}{2} \cdot 1 \right) \frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y}$$

$$q_{(\infty) \rightarrow (m,n)} = h (\Delta y \cdot 1) (T_{\infty} - T_{m,n})$$

El balance en este nodo, suponiendo que no hay energía generada en su interior, queda de la siguiente manera:

$$(2T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1}) + \frac{2h\Delta x}{\lambda} T_{\infty} - 2 \left(\frac{h\Delta x}{\lambda} + 2 \right) T_{m,n} = 0$$

De igual manera se procede si existe además de un aporte de calor por convección, un aporte de calor por radiación.

II. Ecuaciones del método de diferencias finitas

Cada uno de los nodos presenta diferentes áreas sobre las que se establecen los balances energéticos. Además de cambiar el número de nodo, y tener las áreas diferente valor, la forma de calcular las áreas no puede seguir el mismo patrón, ya que existen diferentes tipos de nodos, como los que muestran la Figura 61, la Figura 62 y la Figura 63.

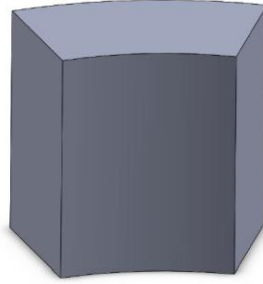


Figura 61 Nodo ejemplo tipología interior o frontera F1, F2, F3.



Figura 62 Nodo ejemplo tipología frontera F5.

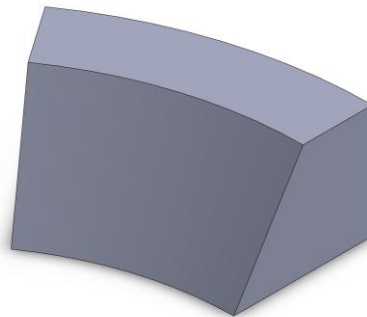


Figura 63 Nodo ejemplo tipología N1.

En cada nodo el balance de energía se calcula de una manera diferente. Según el esquema de la Figura 30, y llamando “A1” al área interior, “A2” al área exterior, “A3” al área superior y “A4” al área inferior se pueden establecer los balances de energía pertinentes. Es importante anotar que las alturas que toman cada uno de los nodos no es la misma, siendo una la de aquellos pertenecientes a la parte inferior, otra la de los nodos pertenecientes a la parte superior y otra diferente la de la fila de nodos que contiene el nodo esquina “N5”. La Figura 64 muestra esta explicación de manera gráfica.

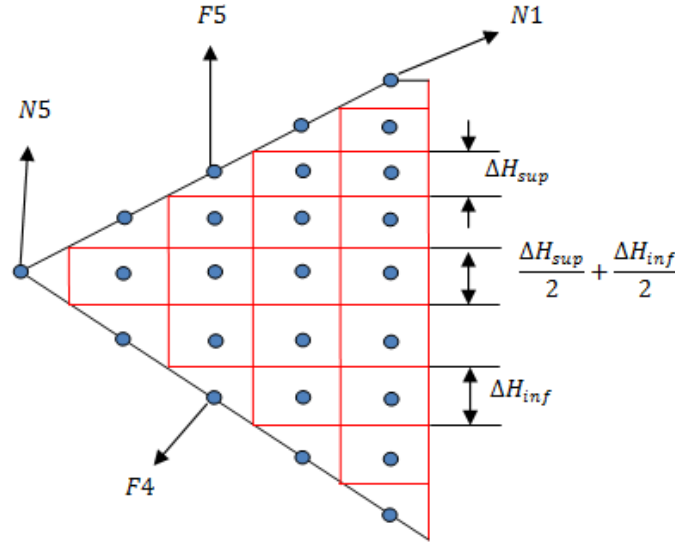


Figura 64 Volúmenes de control de cada nodo con diferentes alturas.

Los balances de energía a aplicar serían los siguientes:

- Nodo esquina N1:

$$A1 \cdot h_{convección_{ambiente\ cavidad}} \cdot (T_{ambiente\ cavidad} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + A3 \cdot h_{convección_{externa}} \cdot (T_{ext} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + Q_{rad_{ol}} = 0$$

Donde $Q_{rad_{ol}}$ representa el calor recibido por el intercambio en el espectro de emisión de la cavidad. En el código, en cada balance se incluye el cálculo de las áreas. Los valores que se reciben por radiación, de modo que se han calculado a partir de áreas, y si todas ellas están seccionadas en θ , se puede eliminar de todos los términos el término que habilita la sección $(\frac{\theta}{360})$, de modo que los valores de calor que se obtienen son asociables a la geometría completa. Esto mismo ocurre en el resto de balances de la cavidad.

- Nodo esquina N2:

$$\lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + A2 \cdot h_{convección_{externa}} \cdot (T_{ext} - T_{m,n}) + A3 \cdot h_{convección_{externa}} \cdot (T_{ext} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} = 0$$

- Nodo esquina N3:

$$\lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + A2 \cdot h_{convección_{externa}} \cdot (T_{ext} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A3 \cdot \frac{(T_{m+1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} = 0$$

- Nodo esquina N4:

$$A1 \cdot h_{convección_{interna}} \cdot (T_{int} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A3 \cdot \frac{(T_{m+1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + Q_{rad_{ol}} + Q_{rad_{oc}} = 0$$

$Q_{rad_{oc}}$ representa el calor recibido por el intercambio en el espectro solar.

- Nodo esquina N5:

$$A1_{inf} \cdot h_{convección_{interna}} \cdot (T_{int} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + Q_{rad_{oc}} + Q_{rad_{ol}} + A1_{sup,des} \cdot h_{convección_{ambiente\ cavidad}} \cdot (T_{ambiente\ cavidad} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A1_{sup,cub} \cdot \frac{(T_{cub} - T_{m,n})}{\Delta R} = 0$$

Este nodo N5 tiene una parte inferior que participa en el intercambio radiante en espectro solar y espectro de emisión de la cavidad. También tiene parte superior que por estar semi tapada por la cubierta (aproximación ya comentada en el apartado de hipótesis) o completamente tapada por la cubierta, no participa en el intercambio radiante, en cambio si lo hace (en caso de estar únicamente semi tapada) como intercambio convectivo. $A1_{sup,des}$ representa la parte de área interior del nodo no tapada por la cubierta transparente (ver Figura 31). El nodo N5, a través del área cubierta por la cubierta transparente $A1_{sup,cub}$ intercambia calor por conducción con la cubierta mediante un coeficiente de conducción equivalente de los dos materiales. La cubierta presenta una estructura de nodos en dos alturas, en función de su espesor, este último término puede duplicarse para evaluar el intercambio existente entre el nodo N5 y cada uno de los dos nodos de cubierta.

- Nodos interiores:

$$\lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A3 \cdot \frac{(T_{m+1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} = 0$$

- Nodos frontera F1:

$$\lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + A3 \cdot h_{convección_{externa}} \cdot (T_{ext} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} = 0$$

- Nodos frontera F2:

$$\lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + A2 \cdot h_{convección_{externa}} \cdot (T_{ext} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A3 \cdot \frac{(T_{m+1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} = 0$$

- Nodos frontera F3:

$$\lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A3 \cdot \frac{(T_{m+1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} = 0$$

- Nodos frontera F4:

$$A1 \cdot h_{convección_{interna}} \cdot (T_{int} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A3 \cdot \frac{(T_{m+1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + Q_{rad_{oc}} + Q_{rad_{ol}} = 0$$

- Nodos frontera F5:

$$A1_{des} \cdot h_{convección_{ambiente\ cavidad}} \cdot (T_{ambiente\ cavidad} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + Q_{rad_{oc}} + Q_{rad_{ol}} + \lambda \cdot A1_{cub} \cdot \frac{(T_{cub} - T_{m,n})}{\Delta R} = 0$$

$A1_{des}$ representa el área interior de cada nodo que no está tapada por la cubierta, siendo de esperar que para elevados valores de precisión, los nodos cercanos al nodo N5 estén total o parcialmente cubiertos, mientras que el resto estén totalmente descubiertos. $A1_{cub}$ intercambia calor por conducción con la cubierta mediante un coeficiente de conducción equivalente de los dos materiales. La cubierta presenta una estructura de nodos en dos alturas, en función de su espesor, este último término puede duplicarse para evaluar el intercambio existente entre el nodo correspondiente de la frontera F5 y cada uno de los dos nodos de cubierta.

- Nodos interiores del absorbedor (capa en contacto con la cavidad):

$$\lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + A3 \cdot h_{convección_{interna}} \cdot (T_{int} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + Q_{rad_{oc}} + Q_{rad_{ol}} = 0$$

En el modelo sin cubierta, en este balance se ha de incluir el calor aportado por la fuente solar.

- Nodo límite interior del absorbedor (capa en contacto con la cavidad):

$$\lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + A3 \cdot h_{convección_{interna}} \cdot (T_{int} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + Q_{rad_{oc}} + Q_{rad_{ol}} = 0$$

En el modelo sin cubierta, en este balance se ha de incluir el calor aportado por la fuente solar.

- Nodo límite exterior del absorbedor (capa en contacto con la cavidad):

$$\lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + A3 \cdot h_{convección_{interna}} \cdot (T_{int} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + Q_{rad_{oc}} + Q_{rad_{ol}} = 0$$

En el modelo sin cubierta, en este balance se incluiría el calor aportado por la fuente solar.

- Nodos interiores del absorbedor (capa intermedia):

$$\lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A3 \cdot \frac{(T_{m+1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} = 0$$

- Nodo límite interior del absorbedor (capa intermedia):

$$\lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A3 \cdot \frac{(T_{m+1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} = 0$$

- Nodo límite exterior del absorbedor (capa intermedia):

$$\lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A3 \cdot \frac{(T_{m+1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} = 0$$

- Nodos interiores del absorbedor (capa contacto con motor Stirling):

$$\lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A3 \cdot \frac{(T_{m+1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + A4 \cdot h_{convección_{eq,Stirling}} \cdot (T_{eq,Stirling} - T_{m,n}) = 0$$

Donde el coeficiente y la temperatura de convección son los equivalentes al intercambio, obtenidos como dato de otra línea de la investigación.

- Nodo límite interior del absorbedor (capa contacto con motor Stirling):

$$\lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A3 \cdot \frac{(T_{m+1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} = 0$$

- Nodo límite exterior del absorbedor (capa contacto con motor Stirling):

$$\lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A3 \cdot \frac{(T_{m+1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} = 0$$

- Nodos interiores de capa superior de cubierta transparente:

$$\begin{aligned} \lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + A3 \cdot h_{\text{convección ambiente cavidad}} \\ \cdot (T_{\text{ambiente cavidad}} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + Q_{\text{rad_oc}} + Q_{\text{rad_ol}} \\ = 0 \end{aligned}$$

$Q_{\text{rad_oc}}$ en este caso incluye la energía proveniente de la fuente solar.

- Nodo límite interior de capa superior de cubierta transparente:

$$\begin{aligned} \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + A3 \cdot h_{\text{convección ambiente cavidad}} \cdot (T_{\text{ambiente cavidad}} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A4 \\ \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + Q_{\text{rad_oc}} + Q_{\text{rad_ol}} = 0 \end{aligned}$$

- Nodo límite exterior de capa superior de cubierta transparente:

$$\begin{aligned} \lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{\text{cav}} - T_{m,n})}{\Delta R} + A3 \cdot h_{\text{convección ambiente cavidad}} \\ \cdot (T_{\text{ambiente cavidad}} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + Q_{\text{rad_oc}} + Q_{\text{rad_ol}} \\ = 0 \end{aligned}$$

Siendo el intercambio con cavidad según coeficiente de conducción equivalente de ambas superficies (tomado como media aritmética).

- Nodos interiores de capa inferior de cubierta transparente:

$$\begin{aligned} \lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + A3 \cdot h_{\text{convección ambiente cavidad}} \\ \cdot (T_{\text{ambiente cavidad}} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + Q_{\text{rad_oc}} + Q_{\text{rad_ol}} \\ = 0 \end{aligned}$$

- Nodo límite interior de capa inferior de cubierta transparente:

$$\lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{m,n+1} - T_{m,n})}{\Delta R} + A3 \cdot h_{convección_{ambiente\ cavidad}} \cdot (T_{ambiente\ cavidad} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + Q_{rad_{oc}} + Q_{rad_{ol}} = 0$$

- Nodo límite exterior de capa inferior de cubierta transparente:

$$\lambda \cdot A1 \cdot \frac{(T_{m,n-1} - T_{m,n})}{\Delta R} + \lambda \cdot A2 \cdot \frac{(T_{cav} - T_{m,n})}{\Delta R} + A3 \cdot h_{convección_{ambiente\ cavidad}} \cdot (T_{ambiente\ cavidad} - T_{m,n}) + \lambda \cdot A4 \cdot \frac{(T_{m-1,n} - T_{m,n})}{\Delta H} + Q_{rad_{oc}} + Q_{rad_{ol}} = 0$$

Siendo el intercambio con cavidad según coeficiente de conducción equivalente de ambas superficies (tomado como media aritmética).

Las unidades de estos balances de energía son $W \frac{cm^2}{m^2}$, de manera que para obtener valores de potencia en kW, se observa en las expresiones programadas para pérdidas que se divide entre 10^7 , ya que $kW = W \frac{cm^2}{m^2} \cdot \frac{1\ m^2}{10000\ cm^2} \cdot \frac{1\ kW}{1000\ W}$.

III. Intercambio radiante y balances de energía

El intercambio entre superficies se realiza mediante el método de las radiosidades (figura 74). Se analizan dos espectros, uno para la radiación que proviene del Sol (emisión a más de 5000 K, espectro “es”), y otro para la radiación emitida por la cavidad a su temperatura (alrededor de los 1000 K, espectro “ec”).

De manera genérica, sabiendo que la radiación recibida (energía recibida) es G_i , y que la radiosidad (energía emitida) es J_i , para una superficie “i”, se cumple que el calor neto emitido por la misma es:

$$q_i = A_i(J_i - G_i)$$

Si esta superficie está en un recinto cerrado intercambiando energía con el resto de superficies, se cumple, mediante una relación a través de los factores de vista, que toda la energía que incide, es la que emiten las demás hacia ella:

$$A_i G_i = \sum_j A_j F_{ji} J_j$$

La relación de reciprocidad de los factores de vista permite establecer la relación: $A_j F_{ji} = A_i F_{ij}$, de manera que se puede reescribir la ecuación como:

$$A_i G_i = \sum_j A_i F_{ij} J_j$$

Eliminando las áreas de los dos lados de la igualdad, e introduciendo la expresión que queda para G_i en la primera ecuación que da el calor emitido por una superficie, queda:

$$q_i = A_i \left(J_i - \sum_j F_{ij} J_j \right)$$

Teniendo en cuenta que la energía que se emite, se puede expresar como la energía que se emite a todas las superficies:

$$J_i = \sum_j F_{ij} J_i$$

Se puede escribir la siguiente expresión:

$$q_i = A_i \left(\sum_j F_{ij} J_i - \sum_j F_{ij} J_j \right)$$
$$q_i = A_i \sum_j F_{ij} (J_i - J_j)$$

Si se resuelve el problema con esta relación, es necesario conocer las radiosidades, pero como no se conocen, hay que calcularlas y por ello es necesario conocer cuál es la energía que se emite en cada superficie (que es diferente dependiendo del espectro en el que se trabaje):

- Espectro “oc” (emisión solar). En este espectro las superficies no emiten (lo hacen en el espectro de emisión asociado a su temperatura), de modo que de la radiación que incide, se refleja la que corresponde por la reflexión de la superficie, como refleja la tercera de las siguientes expresiones [11]:

$$q_{oc_i} = A_i \cdot \sum_j F_{ij} \cdot (J_{oc_i} - J_{oc_j})$$

$$A_i J_{oc_i} = \rho_i \sum_j A_j F_{ji} J_{oc_j}$$

$$J_{oc_i} = \rho_i \sum_j F_{ij} J_{oc_j}$$

La tercera de las expresiones anteriores es válida para todas las superficies, pero en el caso en el que no hay cubierta, hay una incidencia de radiación solar de forma directa sobre el absorbedor, añadiéndose este término a la ecuación:

$$J_{oc_i} = \varphi_i + \rho_i \sum_j F_{ij} J_{oc_j}$$

- Espectro “ol” (emisión de la cavidad). En este espectro las superficies absorben, emiten y reflejan energía, pudiéndose aplicar una ecuación que hallada mediante el método de las radiosidades relaciona radiosidad y flujo de calor [37]:

$$\frac{\varepsilon \sigma T_i^4 - J_i}{(1 - \varepsilon_i) / \varepsilon_i A_i} = A_i \cdot \sum_j F_{ij} \cdot (J_{ol_i} - J_{ol_j})$$

En el caso de este trabajo, para la zona superior de la cavidad (desde la horizontal del nodo 5 hacia el ambiente), se trabaja únicamente en un espectro, y para cada superficie se obtiene una radiosidad. Para la zona inferior de la cavidad se trabaja en dos espectros por separado, y de cada uno se obtiene una radiosidad diferente, de modo que la radiosidad total para esta zona es la suma de ambas [11]:

$$J_{Total} = J_{oc} + J_{ol}$$

En esta zona inferior de la cavidad, el calor total que se cede en el nodo es el resultante de la suma de los calores que se ceden en cada uno de los espectros, definido según las ecuaciones anteriores. La Figura 65 muestra un esquema simplificado de lo que sería el intercambio radiante en el espectro de onda larga, intentando mostrar la posibilidad de combinaciones donde cada círculo sería una superficie y cada flecha indicaría el intercambio de calor... Cada

superficie intercambia calor con todas las de su grupo y las de aquellos grupos con los que están conectados.

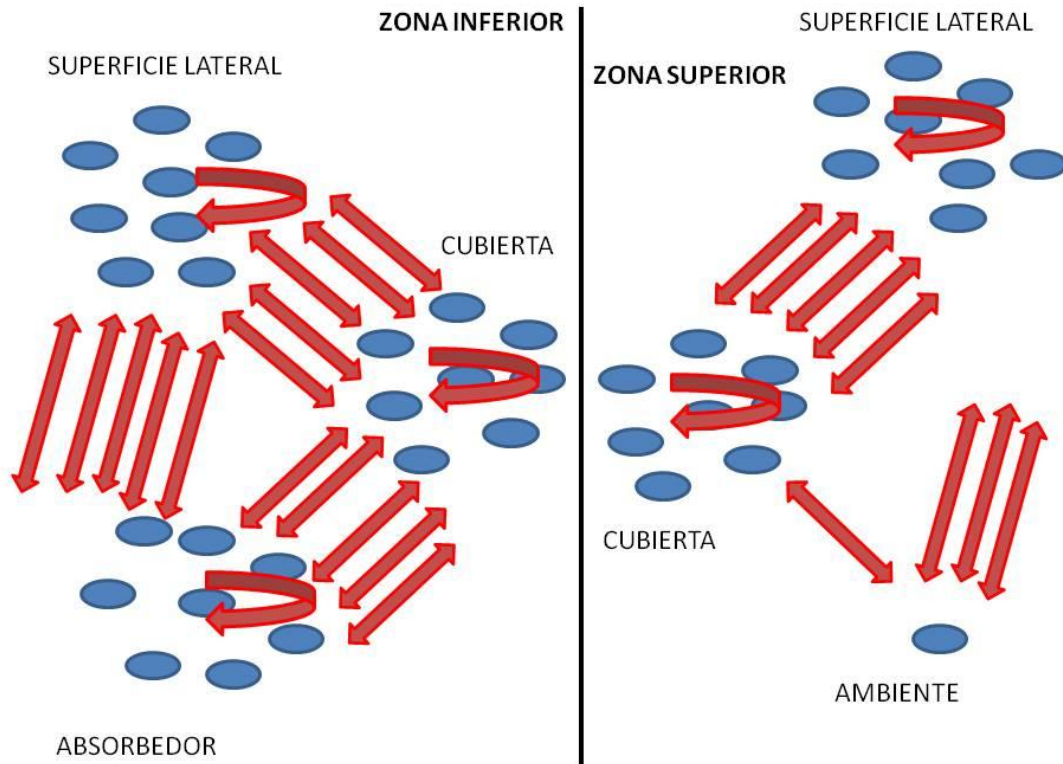


Figura 65 Esquema radiante simplificado en espectro de onda larga (tanto zona superior como inferior de la cavidad)

A continuación se comentan las pérdidas y ganancias de energía a contemplar en la cavidad (ver Figura 7 y Figura 8). Todas las superficies que aparecen en balances hacen referencias a fronteras, nodos, cubierta y/o absorbedor, no a nodos interiores:

- Fuente de energía entrante al sistema: Es la fuente solar (ya se sitúe sobre el absorbedor o a sobre la cubierta transparente). En caso de que el aire interior esté a una temperatura elevada y el cielo esté nublado anulando la fuente solar, la convección interior podría ser otra fuente solar, algo también contemplado en el código programado.
- Energía útil que se extrae del sistema: Este es el calor transmitido al motor mediante el absorbedor, el cual se ha modelado a partir de un intercambio convectivo equivalente.

- Pérdidas por reflexión (relativas al espectro de onda corta):

- Caso modelo con cubierta transparente:

En este espectro se produce una reflexión directamente sobre la energía solar incidente en cada uno de los nodos que forman la parte superior de la cubierta transparente (esta reflectividad utilizada para hallarla contempla todas las reflexiones internas como se ha podido ver en la memoria de este trabajo).

$$\text{Energía fuente} = A_{\text{fuente}} G_{\text{fuente}}$$

$$\text{Reflexión Cubierta} = \rho_{\text{cubierta}} \sum_i^{\text{Nodos Cubierta}} A_i G_i$$

Además, tras las múltiples reflexiones internas en la cubierta, existe una cantidad de energía que vuelve a la cubierta transparente, y debida a su transmisividad es cedida hacia el ambiente.

$$\text{Reflexión Cavity} = \tau_{\text{cubierta}} \sum_j^{\text{Nodos cubierta}} \sum_i^{\text{Nodos Inferior Cavity}} q_{i \rightarrow j}$$

La suma de estos dos términos permite obtener las pérdidas por reflexión.

Pérdidas Reflexión

$$\begin{aligned} &= \rho_{\text{cubierta}} \sum_i^{\text{Nodos Cubierta}} A_i G_i \\ &+ \tau_{\text{cubierta}} \sum_j^{\text{Nodos cubierta}} \sum_i^{\text{Nodos Inferior Cavity}} q_{i \rightarrow j} \end{aligned}$$

- Caso modelo sin cubierta transparente:

Para evaluar las pérdidas por reflexión se suma el calor emitido desde cada superficie hacia la superficie intermedia de la cavidad (la cual no emite ni intercambia, siendo el límite de este espectro). Esto es lo mismo que evaluar el calor recibido por esta superficie intermedia, de todas las demás, teniendo ella una radiosidad 0:

Pérdidas por reflexión

$$\begin{aligned}
 &= \sum_i^{\text{Nodos Sup Eq Cubierta}} -A_i \sum_j^{\text{Nodos inferior Cavidad}} F_{ij} (0 - J_{esj}) \\
 &= \sum_i^{\text{Nodos Sup Eq Cubierta}} \sum_j^{\text{Nodos inferior Cavidad}} A_j F_{ji} J_{ocj}
 \end{aligned}$$

Donde “i” representa cada uno de los nodos de una superficie intermedia hipotética sin cubierta, y “j” el resto de superficies de la parte inferior de la cavidad.

- Pérdidas por emisión de la cavidad: En el espectro de emisión de la cavidad se tienen en cuenta dos fenómenos: uno es la emisión de cada superficie debida a su energía (temperatura absoluta mayor que 0), y el otro es la reflexión que se produce en cada una de estas superficies de su energía incidente (la que proviene de todas las demás). En este espectro, toda la energía circulante es debida a emisión (ya que la reflejada viene de ser emitida en otras superficies, no en una fuente de energía), así pues las pérdidas debidas a emisión de la cavidad son las que, en este espectro, se transmiten a la superficie cuerpo negro que se coloca en la apertura de la cavidad simulando el ambiente.

Pérdidas por emisión radiante

$$= -A_{\text{ambiente}} \sum_j^{\text{Nodos superior cavidad+cubierta}} F_{\text{ambiente } j} (J_{\text{amb}} - J_{olj})$$

En esta expresión anterior, las radiosidades son las del espectro de emisión de la cavidad, y de nuevo se evalúa en suma de todas las radiosidades que participan en este espectro, asociadas a superficies que cambian en número y dimensiones en función de las variables de entrada; así se ha introducido en el código programado.

- Pérdidas por convección (interior): En este modelo se contemplan diferentes pérdidas por convección interior:
 - Pérdidas por convección interior:

Pérdidas por convección interior

$$= - \sum_i^{\text{Nodos inferior cavidad+cubierta}} A_i h_{\text{conv_int}} (T_{\text{fluido interior}} - T_i)$$

- Pérdidas por convección ambiente cavidad:

Pérdidas por convección ambiente cavidad

$$= - \sum_i^{\text{Nodos superior cavidad+cubierta}} A_i h_{\text{conv_amb_int}} (T_{\text{fluido ambiente cavidad}} - T_i)$$

En el modelo sin cubierta transparente, estas dos pérdidas se consideran en el mismo término, existiendo una única temperatura y coeficientes de convección interior.

Las pérdidas por convección interior se evalúan en la cavidad a partir de un coeficiente de convección y una temperatura interior. Como se comentaba en el planteamiento de los balances, todos los calores se toman como entrantes al nodo, de manera que al evaluar las pérdidas, si se extrae del balance de cada nodo la parte que representa la convección, cuando éste sea negativo serán pérdidas, y cuando sea positivo serán ganancias (esta es la situación particular que se puede dar comentada en la introducción del apartado por una transición despejado-nublado comentada al inicio de la exposición de pérdidas y ganancias). Las pérdidas por convección pues, se han de evaluar en todas las superficies, función de las variables de entrada en número y dimensión.

- Pérdidas por conducción: Si se contempla el significado de un balance en la cavidad en su superficie exterior, todo el calor que circula desde el interior de la cavidad hacia el exterior de la misma por conducción, es el que se transmite al ambiente exterior por convección exterior. En el código programado se han evaluado las pérdidas por convección exterior, las cuales se calculan de la misma manera que las pérdidas por convección interior, pero en este caso las superficies en las que se realiza el sumatorio de calor cedido es en las que forman la parte externa de la cavidad:

$$\text{Pérdidas por conducción} = - \sum_i^{\text{Nodos exterior cavidad}} \sum_j A_j h_{\text{conv_ext}} (T_{\text{fluido exterior}} - T_i)$$

Las pérdidas en la cavidad están conectadas, en la parte interior de la cavidad el balance de cada nodo depende de las pérdidas por reflexión, emisión radiante, convección interior y la transferencia de calor por conducción, la cual a su vez también está conectada con las pérdidas por convección exterior. Existe una dependencia ligada y total entre la fuente de radiación.

$$Q_{\text{útil}} = Q_{\text{fuente solar}} + G_{\text{conv interior}} - Q_{\text{conv ambiente cavidad}} - Q_{\text{conducción}} - Q_{\text{reflexión}} - Q_{\text{emisión}}$$

La ecuación anterior presenta un balance de conjunto cavidad absorbedor en el caso en el que no hay ganancia de calor por convección. Se ha programado y se ha comprobado que es nulo en el modelo sin cubierta y presenta un error por debajo del 0,5 % en el modelo con cubierta (debido a las aproximaciones ya comentadas en la memoria).

IV. Variables de resultados de la herramienta programada

En cada uno de los scripts programados se incluye como comentario la razón y el significado de cada una de las variables (así como de cada una de las variables genéricas que reportan un determinado vector de factores de vista, radiosidades...). En cualquier caso, quedando comentado el funcionamiento del programa en el apartado 7, es estima oportuno incluir una breve lista con las variables principales que reportan valores de resultados (Tabla 5).

NOMBRE VARIABLE	SIGNIFICADO
ENTRADA	Energía térmica que llega a la cavidad en forma de radiación solar [kWt]
GAN_CONV_AMB_INT	Energía térmica que la cavidad gana por convección en su zona interior en contacto con el ambiente [kWt]
GAN_CONV_INT	Energía térmica que la cavidad gana por convección en su zona interior [kWt]
PERD_CONV_AMB_INT	Energía térmica que la cavidad pierde por convección en su zona interior en contacto con el ambiente [kWt]
PERD_CONV_AMBIENTE	Energía térmica que la cavidad pierde por convección con el ambiente exterior [kWt]
PERD_CONV_INT	Energía térmica que la cavidad pierde por convección interior [kWt]
PERD_RAD_AMBIENTE	Energía térmica que la cavidad pierde por radiación en el espectro de onda larga (emisión) [kWt]
PERD_RAD_SOL	Energía térmica que la cavidad pierde por radiación en el espectro de onda corta (reflexión) [kWt]
Q_SALIENTE	Energía térmica que la cavidad cede al motor Stirling [kWt]
RENDIMIENTO	Rendimiento de la cavidad
T_abs	Matriz de temperaturas del absorbedor [K]
T_cav	Matriz de temperaturas de la cavidad [K]
T_cub	Matriz de temperaturas de la cubierta [K]

Tabla 5 Variables de resultados de la herramienta programada en Matlab.

Además, a continuación se indica de forma muy breve la función de cada uno de los scripts programados:

A_lat: Definición de áreas laterales de nodos.

Balance_cav: Balance energético en cavidad.

Balance_conjunto_cavidad: Balance energético auxiliar para balance global.

Balance_cub: Balance energético en cubierta.

Balance_global: Balance energético global.

Comprobar_factores_vista: Comprobación de suma 1 de los factores de vista de todas las superficies generadas.

F_corona_corona: Factores de vista entre coronas circulares.

F_corona_lateral: Factores de vista entre coronas circulares y anillos laterales.

F_inf_hueco_sup: Factores de vista entre coronas circulares y círculos.

F_inf_lat: Factores de vista entre círculos y anillos laterales.

F_inf_lat_s: Factores de vista entre círculos y anillos laterales separados.

F_inf_sup: Factores de vista entre círculos.

F_inferior_lateral: Función de asignación de factores de vista zona inferior hacia zona lateral.

F_inferior_superior: Función de asignación de factores de vista zona inferior hacia zona superior.

F_lat_lat: Factor de vista de anillo lateral sobre sí mismo.

F_lat_lat_is: Factor de vista de anillo lateral sobre otros inmediatamente superiores.

F_lat_lat_s: Factor de vista entre anillos laterales separados.

F_lateral_lateral: Función de asignación de factores de vista de zona lateral sobre zona lateral (zona inferior).

F_lateral_lateral_1: Función de asignación de factores de vista de zona lateral sobre zona lateral (zona superior).

F_sup_inf: Factores de vista entre círculos.

F_sup_lat: Factores de vista entre círculos y anillos laterales.

F_sup_lat_i: Factores de vista entre círculos y anillos laterales separados.

F_superior_lateral: Factores de vista entre círculo y anillo lateral.

Factores_vista_absorbedor: Función de asignación de factores de vista de absorbedor.

Factores_vista_cristal: Función de creación y asignación de factores de vista sobre cubierta transparente.

Factores_vista_F4: Factores de vista sobre frontera F4.

Factores_vista_F5: Factores de vista sobre frontera F5.

Factores_vista_nodoN1: Factores de vista sobre nodo N1.

Factores_vista_nodoN4: Factores de vista sobre nodo N4.

Factores_vista_nodoN5: Factores de vista sobre nodo N5.

Ganancia: Función para determinar si un intercambio es ganancia o pérdida de calor.

Mallado: Script que define la malla en función de los parámetros geométricos y de precisión leídos del script Simulación cavidad.

Mysist_correcciones_cubierta: Script de resolución del sistema de ecuaciones global.

Perdida: Función para determinar si un intercambio es ganancia o pérdida de calor.

Radiosidad_abs: Asignación de radiosidades de absorbedor.

Radiosidad_cav: Asignación de radiosidades de cavidad.

Simulación_cavidad: Script de introducción de datos.

Temperaturas_abs: Asignación de temperaturas de absorbedor a matriz.

Temperaturas_cav: Asignación de temperaturas de cavidad a matriz.

Temperaturas_cub: Asignación de temperaturas de cubierta a matriz.

Dentro de estos scripts se generan una serie de variables vectoriales cuya dimensión está asociada a las variables de geometría y precisión introducidas por el usuario (como factores de vista, áreas...). Dentro del vector principal de soluciones se almacenan calores, temperaturas y radiosidades, marcando su dimensión por los siguientes contadores, los cuales dividen un vector que va desde valor 1 hasta el número de incógnitas (se sigue la nomenclatura del propio código, incluyendo variables de nodos y capas definidas en el mismo):

$x(1) \dots x(\text{capas_abs} * N4_n)$: Temperaturas del absorbedor.

$x(\text{capas_abs} * N4_n + 1) \dots x((\text{capas_abs} + 1) * N4_n)$: Calor por radiación espectro “oc” absorbedor.

$x((\text{capas_abs} + 1) * N4_n) \dots x((\text{capas_abs} + 2) * N4_n)$: Calor por radiación espectro “ol” absorbedor.

$x(\text{contador}1 + 1) \dots x(\text{contador}4)$: Temperaturas de la cavidad.

$x(\text{contador}4 + 1) \dots x(\text{contador}4 + N1_m)$: Calor por radiación espectro “ol” cavidad.

$x(\text{contador}5 + 1) \dots x(\text{contador}5 + N5_m)$: Calor por radiación espectro “oc” cavidad.

$x(\text{contador}6 + 1) \dots x(\text{contador}6 + N4_n)$: Radiosidad espectro “ol” absorbedor.

$x(\text{contador}7 + 1) \dots x(\text{contador}7 + N4_n)$: Radiosidad espectro “oc” absorbedor.

$x(\text{contador}8 + 1) \dots x(\text{contador}8 + N1_m)$: Radiosidad espectro “ol” cavidad.

$x(\text{contador}9 + 1) \dots x(\text{contador}9 + N5_m)$: Radiosidad espectro “oc” cavidad.

$x(\text{contador}9 + N5_m + 1)$: Radiosidad del ambiente.

$x(\text{contador}10 + 1) \dots x(\text{contador}10 + N5_n)$: Radiosidad inferior cubierta espectro “ol”.

$x(\text{contador}11 + 1) \dots x(\text{contador}11 + N5_n)$: Calor inferior cubierta espectro “ol”.

$x(\text{contador}12 + 1) \dots x(\text{contador}12 + N5_n)$: Temperaturas inferior cubierta.

$x(\text{contador}13 + 1) \dots x(\text{contador}13 + N5_n)$: Temperaturas superior cubierta.

$x(\text{contador14}+1) \dots x(\text{contador14}+\text{N5_n})$: Calor superior cubierta espectro “ol”.

$x(\text{contador15}+1) \dots x(\text{contador15}+\text{N5_n})$: Radiosidad superior cubierta espectro “ol”.

$x(\text{contador16}+1) \dots x(\text{contador16}+\text{N5_n})$: Radiosidad inferior cubierta espectro “oc”.

$x(\text{contador17}+1) \dots x(\text{contador17}+\text{N5_n})$: Calor inferior cubierta espectro “oc”.

MODELADO TÉRMICO DE CAVIDADES PARA DISCO STIRLING CON CUBIERTA TRANSPARENTE

ANEXO II

CÁLCULO DE FACTORES DE VISTA

ANEXO II. CÁLCULO DE FACTORES DE VISTA

I. Planteamiento

Como se ha visto a lo largo de la memoria, el cálculo de factores de vista es imprescindible para evaluar el intercambio de calor por radiación entre dos superficies.

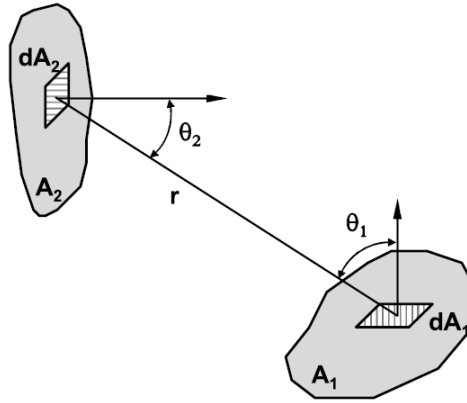


Figura 66 Intercambio radiante entre dos superficies.

Los factores de vista tienen un significado geométrico, que de forma terrenal se podría denominar para dos superficies como: “la porción que supone una superficie del total que ve la otra”. Según la nomenclatura de la Figura 66, la forma exacta de evaluar el factor de vista entre las superficies 1 y 2 es la siguiente:

$$F_{12} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi R^2} dA_1 dA_2$$

El número de superficies que aparecen en el modelo, tanto en cubierta como en cavidad depende de la geometría y la precisión introducida al inicio de la simulación. De igual forma cambia la superficie de cada uno de los nodos, siendo prácticamente imposible simular a partir de la relación integral anterior. La alternativa que se ha seguido ha sido la de realizar un cálculo dinámico de los factores de vista, es decir, generar un sistema que sea capaz de autogenerar el número de ecuaciones necesarias a partir de unas condiciones de entrada (geometría y precisión).

Este cálculo dinámico se basa en tres reglas principales, la regla de la suma, la regla de reciprocidad y el factor de vista de dos discos coaxiales y paralelos.

- Regla de reciprocidad:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

- Regla de la suma: En un recinto cerrado, los factores de vista de una superficie sobre todas las demás suman 1.

$$\sum_j F_{ij} = 1$$

- Factor de vista de dos discos coaxiales y paralelos (Figura 67) [37]:

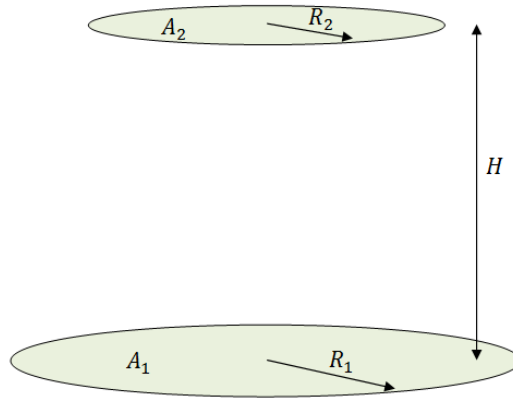


Figura 67 Discos coaxiales y paralelos.

$$F_{12} = \frac{1}{2} \left\{ X - \left[X^2 - 4 \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}$$

$$x_1 = \frac{R_1}{H}$$

$$x_2 = \frac{R_2}{H}$$

$$X = 1 + \frac{1 + x_2^3}{x_1^2}$$

Además, el factor de vista de una superficie sobre sí misma puede ser 0 o diferente de 0 según sea plana, cóncava o convexa:

- Superficie plana (Figura 68): No recibe su propia emisión.

$$F_{ii} = 0$$

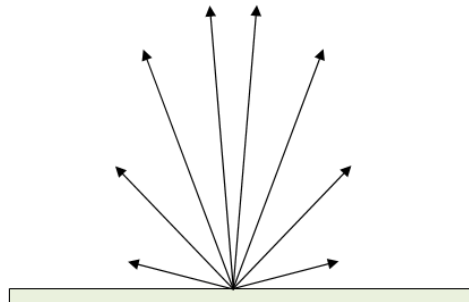


Figura 68 Emisión difusa en superficie plana.

- Superficie cóncava (Figura 69): Recibe parte de su propia emisión.

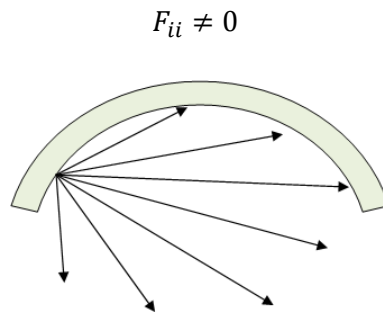


Figura 69 Emisión difusa en superficie cóncava.

II. Situaciones a considerar en el cálculo de factores de vista

Existen diferentes particularidades a contemplar en el cálculo de factores de vista. No se puede establecer un patrón de cálculo para todas las superficies de una zona y “barrerla”, ya que existen diferentes situaciones con las que se ha de tener especial cuidado. Siguiendo la nomenclatura de la Figura 30 y denominando parte superior a la más cercana al ambiente, las diferentes particularidades se presentan a continuación:

- Parte superior de la cavidad:
 - Ambiente: Superficie circular. Su factor de vista sobre la superficie lateral del nodo “N1” se calcula de diferente manera que sobre cada uno de los nodos de la frontera “F5”, y sobre el nodo “N5”. Así mismo se ha de detectar cuales de estos nodos están ocultos por la cubierta, haciendo que el factor de vista en estos casos (y los parcialmente cubiertos) valga 0.
 - Superficie lateral de la cavidad: Superficies laterales de troncos de cono. Cambian sus áreas y su situación geométrica, pero lo hacen siguiendo un patrón, de forma que se puede seguir una misma ecuación de cálculo en algunos de los casos. Los siguientes particularidades se han de contemplar tanto como cálculo desde ellas mismas, como cálculo hacia ellas mismas desde el resto de nodos de la parte superior de la cavidad.
 - Nodo “N1” sigue un patrón de cálculo diferente.
 - Parte superior de “N5” o siguiente nodo de frontera “F5” no oculto por la cubierta transparente sigue un patrón de cálculo diferente.
 - El factor de vista sobre la propia superficie es diferente de 0.
 - Factor de vista sobre nodo inmediatamente inferior sigue un patrón de cálculo diferente.
 - Factor de vista sobre un nodo inmediatamente superior sigue un patrón de cálculo diferente.
 - Superficie superior de cubierta: Círculo interior y coronas circulares concéntricas. El patrón de cálculo es diferente desde el círculo interior, desde las coronas circulares intermedias y desde la corona circular exterior. Además, desde cada una de estas situaciones particulares se ha de seguir un patrón de cálculo diferente sobre:
 - Primer nodo descubierto de superficie lateral o nodo “N5”
 - Nodo “N1”
 - Ambiente
 - Resto de nodos de la frontera “F5”
- Parte inferior de la cavidad: Las situaciones particulares que se dan son equivalentes, aunque no los patrones de cálculo. Para establecer equivalencias de particularidades respecto de la zona superior se podrían asemejar la frontera “F4” a la frontera “F5”, el nodo “N4” al nodo “N5” o último nodo descubierto, la parte inferior del nodo “N5” al nodo “N1”, y el absorbedor a la parte superior de la cubierta.

Además, se han de contemplar las peculiaridades añadidas que supone el hecho de que la parte inferior de la cubierta está compuesta por un círculo y coronas circulares concéntricas (no como el ambiente que era una superficie circular). Los patrones de cálculo desde todas y cada una de las superficies serán diferentes hacia el círculo

central, las coronas circulares intermedias y la corona circular exterior. Una ventaja que presenta la zona inferior respecto a la superior es que la cubierta transparente no cubre ninguno de sus nodos, ya que parte del vértice del nodo “N5” hacia el ambiente, y por tanto no se han de detectar nodos cubiertos o semicubiertos en la frontera “F4”.

III. Cálculo de factores de vista

Todas las particularidades han de ser contempladas a la hora de programar las funciones de cálculo de factores de vista. El procedimiento de programación consiste en realizar unas funciones globales que vayan “llamando” a funciones más particulares de cálculos concretos. Estas funciones globales son las que se encargan, en función de las condiciones de entrada, de ordenar todos los cálculos de las funciones particulares para obtener un número de factores de vista diferentes en cada simulación, así como enviar a las funciones particulares las dimensiones exactas con las que han de realizar los cálculos (que de nuevo variarán en función de las condiciones de entrada). Las situaciones particulares de cálculo son las que se incluyen a continuación, y de forma secuencial se pueden calcular todas ellas.

- Factor de vista de dos discos paralelos coaxiales [37]: A partir de las dimensiones de los discos y su separación se puede obtener este valor, como se ha explicado al principio del anexo.

$$F_{12} = \frac{1}{2} \left\{ X - \left[X^2 - 4 \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}$$

$$x_1 = \frac{R_1}{H}$$

$$x_2 = \frac{R_2}{H}$$

$$X = 1 + \frac{1 + x_2^3}{x_1^2}$$

- Factor de vista de la superficie lateral de un tronco de cono sobre sí misma (Figura 70):

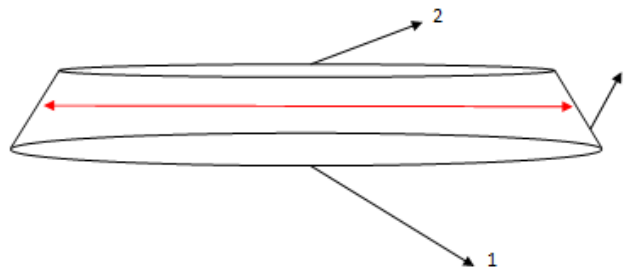


Figura 70 Superficie lateral tronco de cono sobre sí misma.

En la Tabla 6 se representan las superficies y los factores de vista que se han de calcular por pasos para obtener el deseado. La regla de la suma se cumple en dirección horizontal, ya que suman cero los factores de vista desde una misma superficie:

	1	2	3
1	0	F ₁₂	F ₁₃
2	F ₂₁	0	F ₂₃
3	F ₃₁	F ₃₂	F ₃₃

	1º PASO
	2º PASO
	3º PASO

Tabla 6 Cálculo de factores de vista en una estructura troncocónica.

En un primer paso, se conoce el factor de vista ya calculado F_{12} . A partir de la relación de reciprocidad $A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$, se obtiene F_{21} . El factor de vista de una superficie plana sobre sí misma es 0. Hasta aquí se ha seguido el primer paso de la tabla anterior.

A partir de la regla de la suma se obtiene $F_{13} = 1 - F_{12}$, y aplicando sobre este la regla de reciprocidad $A_3 F_{31} = A_1 F_{13}$, se obtiene F_{31} . Hasta aquí se ha cumplido el segundo paso de la tabla.

Por último, se puede obtener, a partir de la regla de la suma sobre la superficie 2, $F_{23} = 1 - F_{21}$, y aplicando sobre éste la regla de reciprocidad $A_3 F_{32} = A_2 F_{23}$, solamente queda por obtener a partir de la regla de la suma sobre la superficie 3, el factor de vista en cuestión:

$$F_{33} = 1 - F_{31} - F_{32}$$

$$F_{33} = 1 - \frac{1}{A_3} [A_1 + A_2 - 2 A_2 F_{21}]$$

- Factor de vista de la superficie lateral de un tronco de cono sobre la superficie lateral de un tronco de cono adyacente superior (secciones adyacentes laterales) y factor de vista de la superficie lateral de la sección inferior de un tronco de cono sobre su base superior (Figura 71):

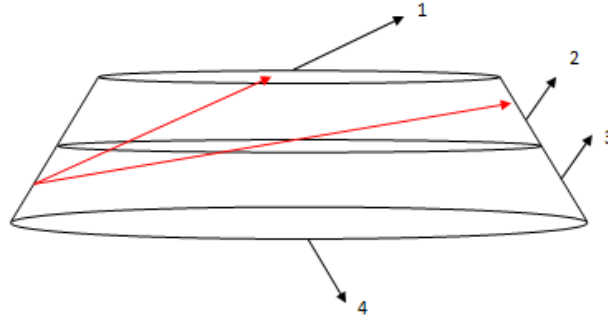


Figura 71 Superficie lateral de un tronco de cono en dos secciones horizontales.

$$1 = F_{31} + F_{32} + F_{33} + F_{34}$$

Aplicando la regla de la suma desde la superficie 3, únicamente son incógnitas los factores de vista F_{32} y F_{31} . Se puede escribir lo siguiente:

$$1 = F_{12} + F_{13} + F_{14}$$

$$1 = F_{1(2+3)} + F_{14}$$

$$F_{1(2+3)} = F_{12} + F_{13}$$

Donde $F_{1(2+3)}$ y F_{12} son conocidas.

Aplicando la regla de reciprocidad sobre F_{13} , se puede conocer F_{31} , e introduciéndolo en la ecuación inicial, obtener F_{32} .

- Factor de vista entre dos secciones laterales de un tronco de cono separadas (Figura 72):

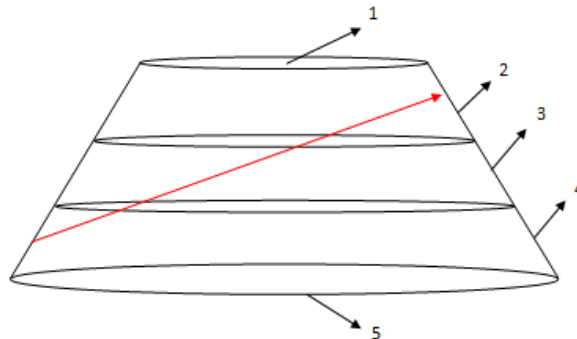


Figura 72 Superficie lateral de un tronco de cono en tres secciones horizontales.

$$1 = F_{41} + F_{42} + F_{43} + F_{44} + F_{45}$$

$$1 = F_{41} + F_{4(2+3)} + F_{44} + F_{45}$$

Por diferencia de las dos ecuaciones anteriores se obtiene la siguiente:

$$F_{4(2+3)} = F_{42} + F_{43}$$

Donde son conocidos todos los términos menos el que se quiere calcular F_{42} .

- Factor de vista de la base inferior de un tronco de cono sobre la superficie lateral de una sección no adyacente a la misma (Figura 73):

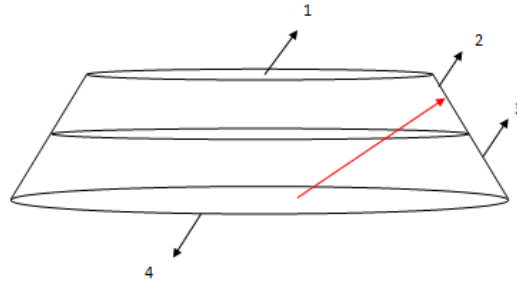


Figura 73 Base inferior sobre superficie lateral de un tronco de cono en dos secciones.

$$1 = F_{41} + F_{42} + F_{43} + F_{44}$$

$$1 = F_{41} + F_{4(2+3)} + F_{44}$$

Por diferencia de las dos ecuaciones anteriores se obtiene la siguiente:

$$F_{4(2+3)} = F_{42} + F_{43}$$

Donde son conocidos todos los términos menos el que se quiere calcular F_{42} .

- Factor de vista de la base superior de un tronco de cono sobre la superficie lateral de una sección del mismo no adyacente a la susodicha base (Figura 74):

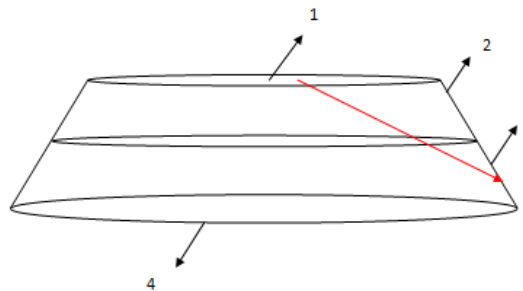


Figura 74 Base superior sobre superficie lateral de un tronco de cono en dos secciones.

$$1 = F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14}$$

$$1 = F_{11} + F_{1(2+3)} + F_{14}$$

Por diferencia de las dos ecuaciones anteriores se obtiene la siguiente:

$$F_{1(2+3)} = F_{12} + F_{13}$$

Donde son conocidos todos los términos menos el que se quiere calcular F_{13} .

- Factor de vista de una corona circular límite exterior de la base inferior de un tronco de cono sobre la base superior del susodicho tronco (Figura 75):

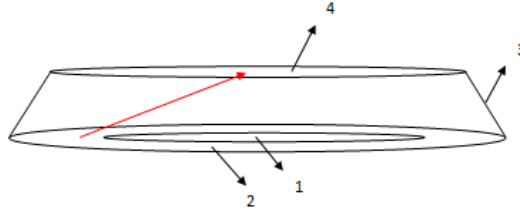


Figura 75 Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono.

$$1 = F_{41} + F_{42} + F_{43} + F_{44}$$

$$1 = F_{4(1+2)} + F_{43} + F_{44}$$

Por diferencia de las dos ecuaciones anteriores se obtiene la siguiente:

$$F_{4(1+2)} = F_{41} + F_{42}$$

Donde son conocidos todos los términos menos el que se quiere obtener F_{42} , al cual se le aplica la regla de reciprocidad y se obtiene F_{24} .

- Factor de vista de una corona circular límite exterior de la base inferior de un tronco de cono sobre la superficie lateral del mismo (Figura 76):

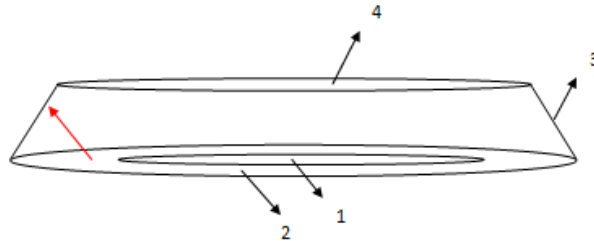


Figura 76 Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono.

$$1 = F_{21} + F_{22} + F_{23} + F_{24}$$

Tratándose de una superficie plana $F_{21} = F_{22} = 0$, y por tanto:

$$1 = F_{23} + F_{24}$$

Relación de la que se conoce F_{24} y de la que se puede obtener F_{23} .

- Factor de vista de una corona circular límite exterior de la base inferior de un tronco de cono sobre la superficie lateral de una sección del mismo no adyacente (Figura 77):

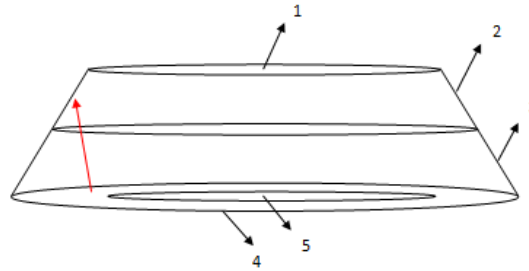


Figura 77 Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono dividido en dos secciones horizontales.

$$1 = F_{41} + F_{42} + F_{43} + F_{44} + F_{45}$$

$$1 = F_{41} + F_{4(2+3)} + F_{44} + F_{45}$$

Por diferencia de las dos ecuaciones anteriores se obtiene la siguiente:

$$F_{4(2+3)} = F_{42} + F_{43}$$

De donde se conocen todos los términos salvo el que se busca F_{42} .

- Factor de vista de un círculo coaxial y coplanario con la base de un tronco de cono, y de radio menor que ésta, sobre la base superior del tronco de cono (Figura 78):

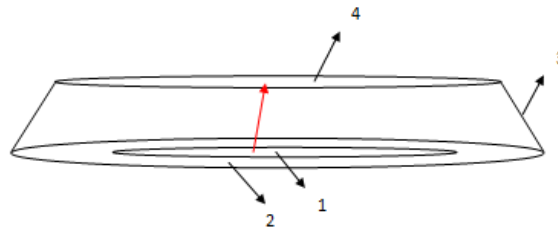


Figura 78 Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono.

Se trata de dos discos coaxiales coplanarios, de modo que su factor de vista se obtiene a partir de la expresión:

$$F_{12} = \frac{1}{2} \left\{ X - \left[X^2 - 4 \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}$$

Donde, $x_1 = \frac{R_1}{H}$, $x_2 = \frac{R_2}{H}$, y $X = 1 + \frac{1+x_2^2}{x_1^2}$.

- Factor de vista de un círculo coaxial y coplanario con la base de un tronco de cono, y de radio menor que ésta, sobre la superficie lateral del susodicho tronco (Figura 79):

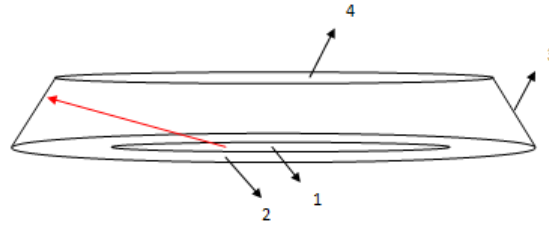


Figura 79 Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono.

$$1 = F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14}$$

Donde $F_{11} = F_{12} = 0$, y F_{14} es conocido, de modo que se puede obtener F_{13} .

- Factor de vista de un círculo coaxial y coplanario con la base de un tronco de cono, y de radio menor que esta, sobre la superficie lateral de una sección de este cono, no adyacente a la base inferior (Figura 80):

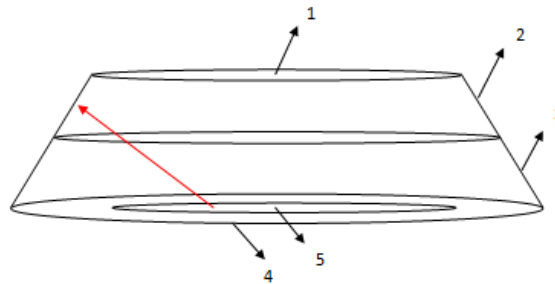


Figura 80 Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono dividido en dos secciones horizontales.

$$1 = F_{51} + F_{52} + F_{53} + F_{54} + F_{55}$$

$$1 = F_{51} + F_{5(2+3)} + F_{54} + F_{55}$$

Por diferencia de las dos ecuaciones anteriores se obtiene la siguiente:

$$F_{5(2+3)} = F_{52} + F_{53}$$

De donde se conocen todos los términos salvo el que se busca F_{52} .

- Factor de vista de una corona circular coaxial y coplanaria con la base de un tronco de cono, y de radio exterior menor que ésta, sobre la base superior del tronco de cono (Figura 81):

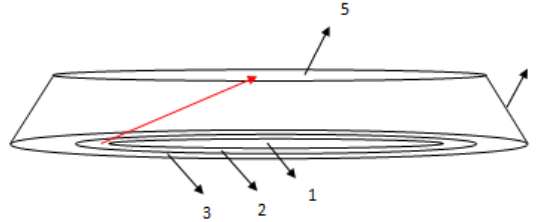


Figura 81 Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono.

$$1 = F_{51} + F_{52} + F_{53} + F_{54} + F_{55}$$

$$1 = F_{5(1+2)} + F_{53} + F_{54} + F_{55}$$

Por diferencia de las dos ecuaciones anteriores se obtiene la siguiente:

$$F_{5(1+2)} = F_{51} + F_{52}$$

De donde se conocen todos los términos salvo F_{52} , y por reciprocidad F_{25} .

- Factor de vista de una corona circular coaxial y coplanaria con la base de un tronco de cono, y de radio exterior menor que ésta, sobre superficie lateral del susodicho tronco de cono (Figura 82):

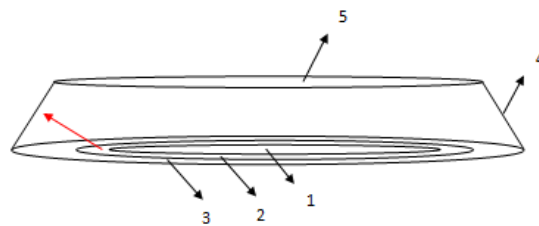


Figura 82 Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono.

$$1 = F_{21} + F_{22} + F_{23} + F_{24} + F_{25}$$

Sabiendo que $F_{21} = F_{22} = F_{23} = 0$, y siendo F_{25} conocida, se puede obtener F_{24} .

- Factor de vista de una corona circular coaxial y coplanaria con la base de un tronco de cono, y de radio exterior menor que ésta, sobre la superficie lateral de una sección de este cono, no adyacente a la base inferior (Figura 83):

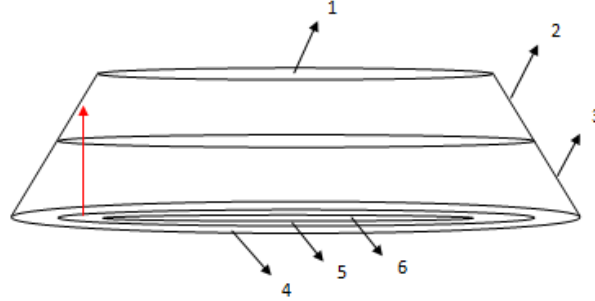


Figura 83 Divisiones sobre base inferior de un tronco de cono dividido en dos secciones horizontales.

$$1 = F_{51} + F_{52} + F_{53} + F_{54} + F_{55} + F_{56}$$

$$1 = F_{51} + F_{5(2+3)} + F_{54} + F_{55} + F_{56}$$

Por diferencia de las dos ecuaciones anteriores se obtiene la siguiente:

$$F_{5(2+3)} = F_{52} + F_{53}$$

De donde se conocen todos los términos salvo el que se busca F_{52} .

A continuación se indican las situaciones a valorar ante el cálculo de factores de vista sobre cubierta:

- Desde la superficie central de la base inferior, con los factores de vista ya calculados en los casos analizados, no hay incógnitas; a partir de la relación de reciprocidad, los factores de vista entre base superior e inferior dividida en diferentes partes sirven para obtener éstos. Esta relación se muestra en la Figura 84.

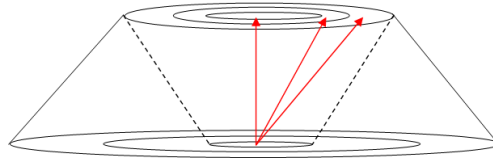


Figura 84 Divisiones en base superior e inferior de un tronco de cono.

- De la misma manera, y aprendiendo de la experiencia cálculos que permiten programar el intercambio en el espectro de emisión de la cavidad, se pueden aprovechar los métodos que se utilizan para realizar el cálculo desde una corona exterior para una corona intermedia. Esta relación se muestra en la Figura 85.

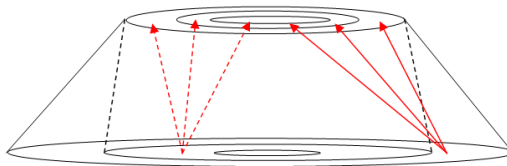


Figura 85 Divisiones en base superior e inferior de un tronco de cono.

- Factor de vista de una corona circular límite exterior de la base inferior de un tronco de cono sobre una corona circular límite exterior de la base superior de éste tronco de cono (Figura 86):

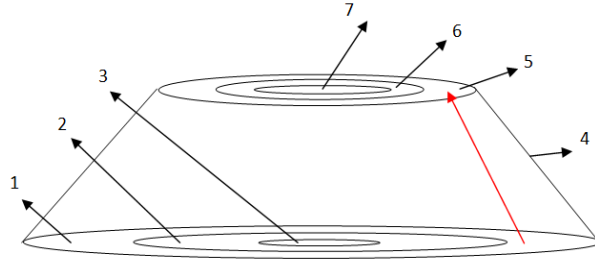


Figura 86 Divisiones en base superior e inferior de un tronco de cono.

$$1 = F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{15} + F_{16} + F_{17}$$

$$1 = F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{15} + F_{1(6+7)}$$

$$1 = F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{1(5+6+7)}$$

Por diferencia de las dos últimas ecuaciones:

$$F_{1(5+6+7)} = F_{15} + F_{1(6+7)}$$

Donde son conocidos todos los términos salvo F_{15} .

- Factor de vista de una corona circular límite exterior de la base inferior de un tronco de cono sobre una corona circular (no es la del límite exterior) de la base superior de éste tronco de cono (Figura 87):

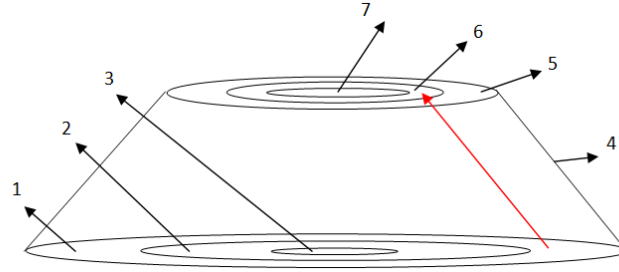


Figura 87 Divisiones en base superior e inferior de un tronco de cono.

$$1 = F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{15} + F_{16} + F_{17}$$

$$1 = F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{15} + F_{1(6+7)}$$

Por diferencia de las dos últimas ecuaciones:

$$F_{1(6+7)} = F_{16} + F_{17}$$

Donde son conocidos todos los términos salvo F_{16} .

De estos factores de vista se pueden obtener sus recíprocos mediante la regla de la reciprocidad. Así mismo, y utilizando estos mismos conceptos se pueden calcular los factores de vista de la cubierta sobre la zona superior de la cavidad, ya que se la inclinación de la cavidad no afecta a los conceptos ya presentados.

Una vez que se conoce cómo calcular todos los factores de vista. Dada la facilidad existente para cometer errores en la programación se han incluido una serie de funciones que permiten obtener la suma de los factores de vista de cada una de las superficies del modelo sobre todas las demás, obteniéndose un valor igual a 1 para cualquier situación de simulación.

REFERENCIAS

- [1] Renewables 2014. Global Status Report. ISBN 978-3-9815934-2-6.
- [2] <http://www.promes.cnrs.fr/> <último acceso 02.06.2014>
- [3] <http://www.sbp.de/de> <último acceso 02.06.2014>
- [4] <http://www.cesi.it/Pages/default.aspx> <último acceso 02.06.2014>
- [5] <http://www.abengoasolar.com/> <último acceso 02.06.2014>
- [6] http://energy.sandia.gov/?page_id=2445 <último acceso 02.06.2014>
- [7] <http://www.cleanenergy.com/> <último acceso 02.06.2014>
- [8] <http://www.mathworks.es/> <último acceso 02.06.2014>
- [9] R. Fraser, P., 2008. Stirling Dish System Performance Prediction Model. University of Wisconsin-Madison. Tesis Doctoral.
- [10] G. Rubén, 2013. Análisis de cavidades de geometría variable para receptores de Disco Stirling. Universidad de Zaragoza. Proyecto Fin de Carrera.
- [11] Nepveu, F., Ferriere, A., and Bataille, F., Thermal model of a dish/Stirling systems. *Solar Energy* 2009; 83: 81-89.
- [12] Incropera, F.P., DeWitt, D.P.. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, cuarta ed., John Willey & Sons, Nueva York, 1996.
- [13] G. McDonald, 1995. Heat Loss from an Open Cavity. College of Engineering, California State Polytechnic University. Tesis Doctoral.
- [14] Fueyo, N., 2008. Apuntes de Mecánica de Fluidos, Ingeniería Industrial. Universidad de Zaragoza.
- [15] Styne, M., 2005. Steady-state convection-diffusion problems. *Acta Numer.*, 14:445-508.
- [16] Wu, S.Y., Xiao, L., Cao, Y., and Li, Y.R., Convection heat loss from cavity receiver in parabolic dish solar thermal power system: A review. *Solar Energy* 2010; 84: 1342-1355.
- [17] Ruelas Ruiz, J.E., Velázquez Limón, N., Beltrán Chacón, R. Diseño de un Concentrador Solar Acoplado a un Motor Stirling Fijo. *Ingeniería Mecánica Tecnología y Desarrollo* 2011; 4: 15-22.
- [18] Xiao, L., Wu, S.Y., and Li, Y.R., Numerical study on combined free-forced convection heat loss of solar cavity receiver under wind environments. *International Journal Thermal Sciences* 2012; 60: 182-194.
- [19] Siegel, R., 1973. Net Radiation method for enclosure systems involving partially transparent walls. National Aeronautics and Space Administration Washington. NASA TN D-7384.
- [20] J. Ward, G., M. Rubinstein, F., D. Clear, R. A ray tracing solution for diffuse interreflection. *SIGGRAPH '88 Proceedings of the 15th annual conference of Computer graphics and interactive techniques* 1988; 85-92. ISBN:0-89791-275-6.
- [21] Shuai, Y., Xia, X.L., and Tan, H.P. Radiation performance of dish solar concentrator/cavity receiver systems. *Solar Energy* 2008; 82: 13-21.
- [22] Li, Z., Tang, D., Du, J., and Li, T., Study on the radiation flux and temperature distributions of the concentrator-receiver system in a solar dish/Stirling power facility. *Applied Thermal Engineering* 2011; 31: 1780-1789.

- [23] Müller R, and Steinfeld, A., Band-approximated radiative heat transfer analysis of a solar chemical reactor for the thermal dissociation of zinc oxide. *Solar Energy* 2007; 81: 1285-1294.
- [24] Hogan Jr RE. AEETES-A solar reflux receiver thermal performance numerical model. *Solar Energy* 1994; 52: 167-178.
- [25] Diver RB. Reflux Solar Receiver Design Considerations. 1992 ASME-JSES-KSES International Solar Energy, ASME, Maui, HI.
- [26] Montiel Gonzalez, M., Hinojosa Palafox, J., and Estrada, C.A., Numerical study of heat transfer by natural convection and surface thermal radiation in an open cavity receiver. *Solar Energy* 2012; 86: 1118-1128.
- [27] Natarajan, S.K., Reddy, K.S., and Mallick, T.K., Heat loss characteristics of trapezoidal cavity receiver for solar linear concentrating system. *Applied Energy* 2012; 93: 523-531.
- [28] Teichel, S.H., Feierabend, L., Klein, S.A., and Reindl, D.T., An alternative method for calculation of semi-gray radiation heat transfer in solar central cavity receivers. *Solar Energy* 2012; 86: 1899-1909.
- [29] Martinek, J., and Weimer, A.W., Evaluation of finite volume solutions for radiative heat transfer in a closed cavity solar receiver for high temperature solar thermal processes. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 2013; 58: 585-596.
- [30] Dai, G.L., Xia, X.L., Hou, G.F., Transmission performances of solar windows exposed to concentrated sunlight. *Solar Energy* 2014; 103: 125-133.
- [31] Shuai, Y., Wang, F.Q. Xia, X.L. Tan, H.P., Liang, Y.C., Radiative properties of a solar cavity receiver/reactor with quartz window. *Hydrogen Energy* 2011; 36: 12148-12158.
- [32] Wang, F., Shuai, Y., Tan, H., Lin, R., Cheng, P., Researches on a new type of solar surface cladding reactor with concentration quartz window. *Solar Energy* 2013; 94: 177-181.
- [33] Siegel, S., R. Howell, J., *Thermal Radiation Heat Transfer*, cuarta ed., Taylor & Francis, Nueva York, 2002.
- [34] Fox, M., *Optical Properties of Solids*, Oxford University Press, Nueva York, 2001.
- [35] Kitamura, R., Pilon, L., Jonasz, M., Optical constant of silica glass from extreme ultraviolet to far infrared at near room temperature. *Optical Society of America* 2007; Doc. ID 85883.
- [36] F-Chart Software, LCC. Engineering Equation Solver.
- [37] Marín, J.M., Monné, C., Uche, J., *Transferencia de calor*, Kronos, Zaragoza, 2007.