



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

Herramienta de simulación para el diseño de máquinas
levitantes superconductoras

Autor

Jorge Peña Roche

Director

Dr. Antonio Badía Majós

Departamento

Física de la Materia Condensada

Escuela de Ingeniería y Arquitectura

2015



DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y ORIGINALIDAD

(Este documento debe acompañar al Trabajo Fin de Grado (TFG)/Trabajo Fin de Máster (TFM) cuando sea depositado para su evaluación).

D./D^a. Jorge Peña Roche,

con nº de DNI 73220026D en aplicación de lo dispuesto en el art.

14 (Derechos de autor) del Acuerdo de 11 de septiembre de 2014, del Consejo

de Gobierno, por el que se aprueba el Reglamento de los TFG y TFM de la

Universidad de Zaragoza,

Declaro que el presente Trabajo de Fin de (Grado/Máster)

Grado _____, (Título del Trabajo)

Herramienta de simulación para el diseño de máquinas superconductoras

levitantes

es de mi autoría y es original, no habiéndose utilizado fuente sin ser citada debidamente.

Zaragoza, 24 de Junio de 2015

Fdo: Jorge Peña Roche

Resumen

Herramienta de simulación para el diseño de máquinas levitantes superconductoras

El presente trabajo se sitúa en el ámbito de las aplicaciones de los materiales superconductores aprovechando un fenómeno muy interesante que posibilitan los sistemas híbridos imán-superconductor: la levitación magnética. Este fenómeno supone la solución óptima en aplicaciones limitadas por las pérdidas por fricción y en diversas aplicaciones de almacenamiento de energía. Los superconductores añaden la estabilidad de la que los materiales magnéticos carecen intrínsecamente.

En el ámbito de la Ingeniería existe un problema para la realización de simulaciones que permitan evaluar la estabilidad de estos sistemas: los cálculos que conllevan son muy complicados. Por ello algunos investigadores invierten importantes cantidades de tiempo y dinero en construir máquinas con diversos sensores para medir las fuerzas (horizontal y vertical) que surgen en los sistemas híbridos imán-superconductor.

El mecanismo de comprobación de resultados con dichas máquinas es el de “prueba-error” para cada situación. Pensando en la optimización del proceso hemos considerado la realización de este trabajo como una posible solución para todos aquellos que no estén en disposición de crear sus propias soluciones numéricas para su problema concreto.

Teniendo en cuenta las diversas aplicaciones que basan su funcionamiento en este fenómeno, tales como los trenes de levitación Maglev, los aerogeneradores, generadores y motores “levitantes” [1] o los discos de inercia basados en superconductores [2-3], se ha considerado que es un buen momento para construir una herramienta sencilla, simple y móvil con la que sea posible realizar un predimensionamiento rápido y eficaz de este tipo de máquinas, valorando principalmente el punto crítico de la estabilidad.

Considerando la amplia difusión de los dispositivos móviles tipo Tablet, se ha optado por realizar una aplicación o App para estos dispositivos, más concretamente para el sistema operativo más utilizado a nivel mundial, Android.

Se han marcado diversos objetivos a alcanzar a lo largo del trabajo, manteniendo siempre una meta común: la evaluación de la estabilidad entre imanes y superconductores durante el fenómeno de levitación.

En primer lugar, se revisarán los fundamentos del fenómeno físico en una situación simple, que se irá complicando poco a poco hasta llegar al problema real. Se orientará el estudio de cara al análisis de la estabilidad de una máquina que consiste en un motor levitante idealizado. Una vez estudiado este caso, se extenderá el análisis a otras posibles situaciones de levitación magnética a partir de materiales superconductores, así como a un análisis de la estabilidad de sistemas híbridos (imán permanente más superconductor) en función de la geometría relativa.

En segundo lugar, describiremos un procedimiento de masificación de cálculos con el que se construyó una gran base de datos, con información exhaustiva sobre las fuerzas que surgen cuando se producen desplazamientos relativos de los elementos del sistema. Concretamente contiene información de aproximadamente 15.000 trayectorias con 50 movimientos del imán cada una: será necesario realizar un mínimo de 750.000 cálculos. Por este motivo se ha tenido mucho cuidado con los procedimientos utilizados y su eficiencia.

Presentaremos la estrategia de lanzamiento de cálculos en los procesadores de nuestro servidor Cluster, enfatizando los métodos para optimizar la velocidad de cálculo general. En este punto se mostrarán diagramas de bloques donde se explicará brevemente los procedimientos llevados a cabo. A su vez, se buscó minimizar el tamaño de la base de datos puesto que debemos almacenarla en un dispositivo móvil. Por ello se propondrán métodos de cifrado y compresión de datos.

Por último, se explicará de manera muy superficial la construcción de la aplicación móvil (además se mostrarán sus contenidos actuales), sin duda la labor más costosa del trabajo. De la misma forma se mostrarán de nuevo diagramas de bloques y breves explicaciones de los algoritmos más importantes para la resolución de los problemas matemáticos, sin entrar en detalles el código escrito para conseguir los objetivos marcados.

La aplicación ha sido desarrollada con una importante proyección empresarial, prueba de ello es el interés mostrado por las empresas CAN SUPERCONDUCTORS o MAGSOAR, nombrado en el apartado de conclusiones.

Índice

RESUMEN

Herramienta de simulación para el diseño de máquinas levitantes superconductoras.....	III
---	-----

INTRODUCCIÓN	VI
---------------------------	----

1 Introducción.....	VI
------------------------	----

1.1 Metodología, lenguajes y programas utilizados.....	VI
---	----

1.2 Horizonte temporal de los objetivos alcanzados a lo largo del trabajo	VII
--	-----

PARTE I: SISTEMAS TECNOLÓGICOS DE INTERÉS	1
--	---

2 Sistemas tecnológicos objeto del trabajo	1
---	---

2.1 Flywheels.....	1
-----------------------	---

2.2 Máquinas rotantes superconductoras	2
---	---

2.2.1 Aerogeneradores de alta potencia	2
---	---

PARTE II: EL PROBLEMA DE LA ESTABILIDAD	3
--	---

3 Justificación de la elección de superconductores frente a imanes permanentes	3
---	---

4 Evaluación de estabilidad entre espiras levitantes	4
---	---

4.1 Campo magnético generado por un hilo de longitud infinita	4
--	---

4.2 Cálculo de las fuerzas que producen unos hilos sobre otros	5
---	---

4.2.1 Caso de muestra: Interacción hilo 1 con hilo II.....	5
---	---

4.2.2 Evaluación de la estabilidad del sistema para desplazamientos sobre los ejes.....	7
--	---

5 Aproximación a imanes mediante bobinados.....	8
--	---

5.1 Programa realizado en Matlab para evaluar la fuerza entre sistemas de espiras	9
--	---

6 Aproximación a un sistema superconductor	10
---	----

6.1 Análisis de la estabilidad en sistemas híbridos imán-superconductor.....	11
---	----

PARTE III: SISTEMA IMÁN-SUPERCONDUCTOR: MODELO FÍSICO	13
--	----

7 Generación y carga de intensidades en el superconductor	13
--	----

7.1 Programas previos realizados en el grupo de investigación SCA	13
--	----

7.1.1 Estructura del programa y sus funciones.....	14
---	----

8 Programación de la base de datos	15
---	----

8.1 Elección de configuraciones y decisiones iniciales	15
---	----

8.2 Preparación de los cálculos	16
--	----

PARTE IV: DESARROLLO DE LA APP PARA SISTEMAS LEVITANTES	19
--	----

9 Aplicación para móvil y Tablet Android	19
---	----

9.1 Diagrama básico de la aplicación	19
---	----

9.2 Funcionamiento del SDK (Software Development Kit) Android en Eclipse.....	20
--	----

9.2.1 Funcionamiento de algoritmos en código bajo nivel: JAVA	20
--	----

9.2.2 Funcionamiento de la base de datos	22
---	----

9.3	Secciones de la App	22
9.3.1	Menú principal de la App	22
9.3.2	Instrucciones para el usuario	22
9.3.3	Teoría	24
9.3.4	Tablero de selección de trayectoria	25
9.3.5	Menú análisis de datos	25
9.3.6	Graficar F_x y F_y frente a la trayectoria	26
9.3.7	Simulación de las corrientes en el Superconductor	26
9.4	Representación de las líneas de campo magnético	27
9.4.1	Visualización de las líneas de campo magnético	27
9.5	Simulación de las líneas de campo magnético y sus corrientes	29
PARTE V: IMPLEMENTACIÓN DE LA APP: CONCLUSIONES		30
10	Motivación del trabajo y logros alcanzados	30
10.1	CAN SUPERCONDUCTORS	30
10.2	MAG SOAR S.L.	30
10.3	EDPR	30
11	Justificación de la relevancia e innovación del trabajo	30
12	Discusión sobre el trabajo	31
13	Líneas futuras del trabajo	32
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS		33

INTRODUCCIÓN

1 Introducción

A lo largo de la memoria se desarrollará la metodología fundamental utilizada y la resolución de problemas acontecidos a lo largo del desarrollo de la aplicación. Se buscará cumplir con los objetivos marcados inicialmente sin olvidar nunca la finalidad de la misma, la cual recae en la implementación directa en algunos sistemas tecnológicos de vanguardia en el campo de la energía.

No solamente se ha tenido en cuenta la labor tecnológica que podría adquirir esta App móvil. Al disponer de una gran cantidad de información obtenida de los análisis de estabilidad, se considera que es posible realizar a su vez una labor tanto científica como educativa haciendo uso de dicha aplicación Android. Es por ello que iremos más allá de la evaluación de la estabilidad a lo largo del trabajo y en la aplicación final.

Como referencia de los sistemas levitantes reales, nuestros cálculos responden a la cuantificación de una máquina levitante construida por colaboración del Departamento de Ciencia y Tecnología de Materiales y Fluidos y el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Zaragoza.

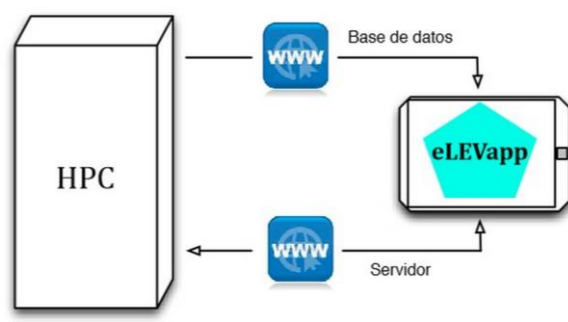


Diagrama 1: Se muestra el funcionamiento que seguirá la App desde el dispositivo móvil. De manera predefinida se toman los datos desde una base generada en el servidor (HPC). Los datos podrán solicitarse al servidor online en un futuro.

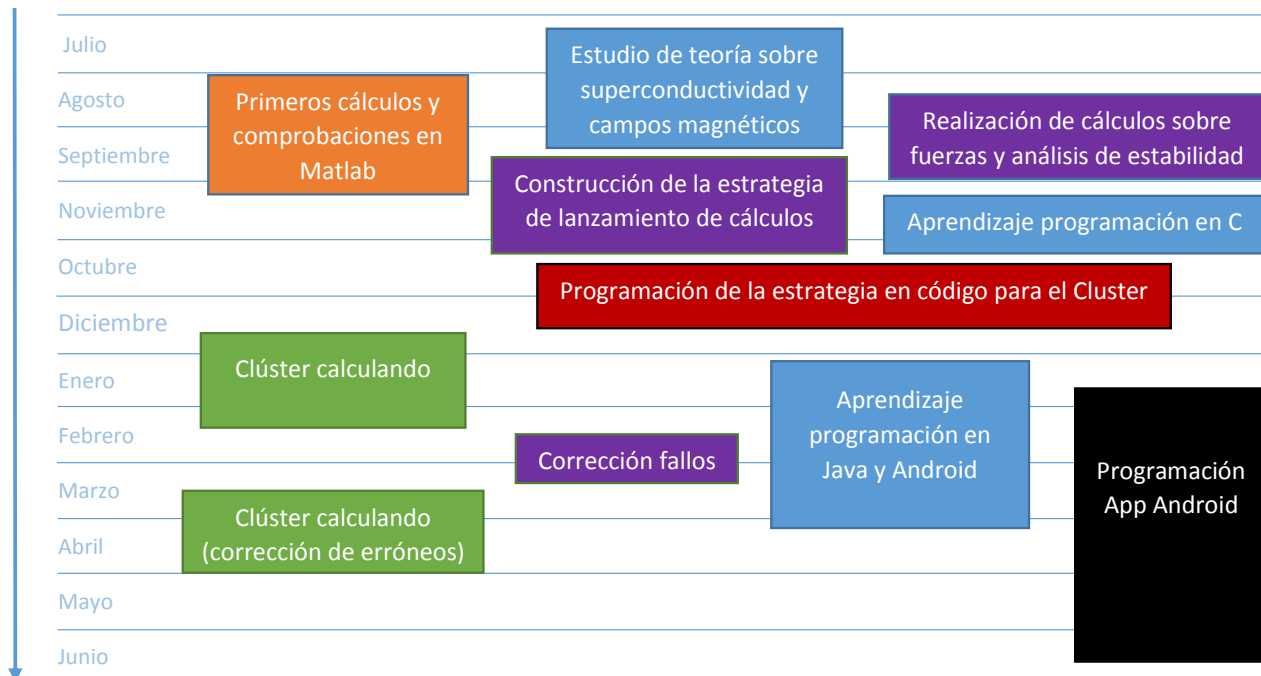
1.1 Metodología, lenguajes y programas utilizados

Para la realización del trabajo se han utilizado diversos lenguajes de programación tanto para llevar a cabo el cálculo numérico como para manejarse en el servidor y crear la aplicación Android. Hemos optado por los siguientes:

- Matlab [4]:** utilizado para la realización de cálculos preliminares y diversas pruebas.
- Lenguaje C [5]:** empleado para escribir el código de cálculo que utiliza el servidor de la manera más eficiente.
- Sistema Unix/Linux [6]:** ha sido necesario para poder interactuar diariamente con el servidor.
- Lenguaje Java [7]:** el código para la App se ha escrito empleando este lenguaje.
- Ampliación Android SDK [8-9]:** aunque básicamente el lenguaje de programación de Android está basado en Java, el conjunto de librerías y la forma de interacción entre Java y el dispositivo móvil requiere una mención especial debido a la coordinación del código con el manejo de los botones físicos y la pantalla del mismo en cada momento y la dificultad añadida que esto conlleva.

1.2 Horizonte temporal de los objetivos alcanzados a lo largo del trabajo

En el presente apartado se muestra un esquema temporal del desarrollo del trabajo. En él se sitúan las diferentes tareas llevadas a cabo y su duración aproximada.



PARTE I: SISTEMAS TECNOLÓGICOS DE INTERÉS

2 Sistemas tecnológicos objeto del trabajo

A continuación se van a presentar muy brevemente los dos sistemas de tecnología hacia los que se ha orientado el trabajo, considerando la obtención de uno de los parámetros principales que siguen los criterios de diseño electromecánico para los mismos (el parámetro de rigidez, que nos permite conocer la estabilidad del sistema).

En primer lugar, los Flywheels (o discos de inercia) basados en superconductores, tecnología a partir de la cual surgió el trabajo. En segundo lugar, se darán breves nociones sobre las máquinas rotantes superconductoras y, específicamente, sobre su aplicación directa más importante: los aerogeneradores de muy alta potencia (más de 10 MW).

2.1 Flywheels

Actualmente hay dos tipos de tecnología que se utilizan para el funcionamiento de Flywheels (FESSs); estos son, por un lado, los que se basan en imanes permanentes y un sistema de control automático complejo y, por otro lado, los basados en la combinación de superconductores e imanes permanentes.

Estos sistemas almacenan energía mecánica en forma de energía cinética, gracias al par motor que mantiene el número de revoluciones de la rueda de inercia. Esta rueda de inercia convierte la rotación alrededor de su eje en energía eléctrica por la conexión que tiene con la máquina eléctrica y, de forma inversa, la máquina eléctrica si es excitada entre sus fases es capaz de dar par a la rueda de inercia.

Para ambas tecnologías, la energía que se puede almacenar sigue la relación:

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Siendo I el momento de inercia del disco utilizado y ω la velocidad angular. Por lo tanto, con un mayor peso, una mayor velocidad de giro del disco o determinadas distribuciones del peso en el disco podemos aumentar la capacidad de almacenamiento del disco enormemente. Este tipo de dispositivos tienen una gran densidad de energía.

Se trata de dispositivos de alta fiabilidad y durabilidad, así como alta eficiencia y potencia, por lo que son utilizados mayormente para aportar seguridad a la red, puesto que al estar siempre girando, la velocidad de respuesta ante un requerimiento de potencia es enorme.

Este sistema está diseñado para el intercambio de media y alta potencia (del orden de kW a MW) durante cortos períodos de tiempo (segundos). Esta situación es la que reconoce como “mejor” al volante de inercia frente a las baterías electroquímicas. Los flywheels permiten almacenar energía en las horas valle (cuando la capacidad de generación es mayor), devolviendo la energía a la red en las horas punta (en las que este margen es mucho menor), reduciendo las pérdidas en el transporte y distribución, optimizando el uso de las subestaciones existentes al reducir los picos de consumo (peak shaving).

En rasgos generales, ambas tipologías tienen sus ventajas e inconvenientes, siendo el sistema basado en superconductores el que mayores ventajas recoge. El hecho de ser absolutamente estable en la levitación un sistema híbrido magnético (SC más imán) debido a las fuerzas de anclaje (pinning forces), permite a estos sistemas prescindir de un sistema de control que es necesario en la otra tipología. Además, un superconductor es capaz de hacer levitar masas extremadamente mayores que un electroimán, por lo que la capacidad energética de almacenaje es mucho mayor.

Las desventajas de los superconductores se deben a su necesaria refrigeración. Para mantenerse en su estado superconductor es necesario además cumplir los límites de corriente y campo magnético del material utilizado.

En ambos tipos es necesario tener en cuenta que, a lo largo de numerosos ciclos, el imán permanente acabará por desmagnetizarse, lo que limita una durabilidad, aún con esto, mucho mayor que la gran mayoría de dispositivos de almacenamiento.

2.2 Máquinas rotantes superconductoras

Hasta ahora todo tipo de máquinas rotantes se han basado en hierro y cobre, de tal manera que han alcanzado eficiencias altísimas llegando incluso, en el caso de los motores síncronos, a rendimientos mayores al 99%. Podríamos citar como sus principales ventajas el tamaño reducido, la ligereza y la firmeza de estas máquinas.

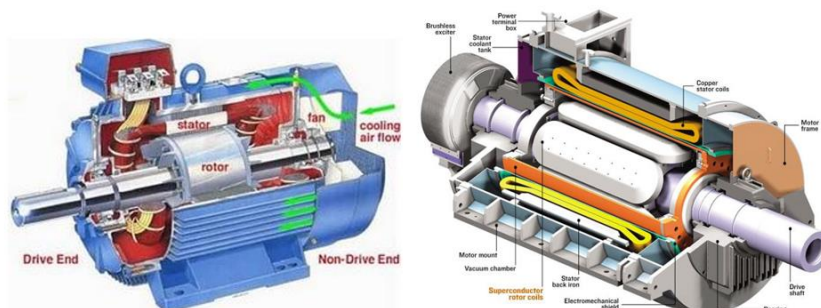


Figura 1: Izquierda (a), motor síncrono actual. Derecha (b), motor síncrono superconductor. Cortesía del Prof. Alan Wolsky

Además, estas máquinas pueden lograr mejores eficiencias que las actuales. En particular, la eficiencia de estas máquinas a cargas parciales se espera que sea mayor. Incluso a cargas aún menores son más eficientes.

2.2.1 Aerogeneradores de alta potencia

Habiendo partido del caso general de las máquinas rotantes superconductoras, se va a presentar ahora el caso que más expectativas genera en este campo: los aerogeneradores que hacen uso de los superconductores.

Se sabe que los aerogeneradores apostados fuera de la costa (off-shore) pueden aprovechar potencias mayores debido a la velocidad del viento (la potencia es función cúbica de esta velocidad) y a la constancia de éste en la costa. Por ello, los inversores están apostando por lograr mayores potencias en los aerogeneradores actuales para emplazarlos en estas zonas. Y aquí es donde surgen los problemas. Un aerogenerador tiene limitada su potencia debido al sistema de transmisión de la góndola. Las enormes tensiones que soporta la caja de engranajes ocasionan de vez en cuando la avería de estos aparatos.

Afortunadamente, los superconductores podrían tener un “nicho de mercado” gracias a este problema. Estos motores son tan pequeños que pueden colocarse directamente, sin necesidad de transmisión, al eje del buje, recibiendo de esta manera toda la energía del giro y convirtiéndola en electricidad directamente sin tensar ninguna pieza.



Figura 2: Concepto del aerogenerador superconductor off-shore creado por AMSC. Cortesía del Prof. Alan Wolsky

En estos aerogeneradores, la refrigeración se situará en la parte inferior, subiendo mediante cables a la góndola para refrigerar las bobinas superconductoras. De esta manera, gran parte del mantenimiento actual podría ser también evitado, algo que puede llegar a ser complicado en medio del mar.

La consecución de esta tecnología supondría la posibilidad de conseguir aerogeneradores de más de 10 MW, siendo que actualmente el record se sitúa alrededor de los 8 MW. Como curiosidad, con 8 MW podrían abastecerse 7.500 hogares.

PARTE II: EL PROBLEMA DE LA ESTABILIDAD

3 Justificación de la elección de superconductores frente a imanes permanentes

La levitación magnética estable puede conseguirse de dos formas. La primera se basa en la utilización de imanes y electroimanes controlables posicionados de manera que, o bien los polos se atraen en situación de suspensión, o bien se repelen permitiendo la flotación. En este caso se necesita de una gran cantidad de corriente a través de los electroimanes para levantar objetos de peso considerable.

Por otro lado tenemos los sistemas híbridos de imanes y superconductores. En este caso, además de lograr estabilidad, **se resuelve el problema del peso, puesto que estos materiales pueden conducir corrientes muy elevadas.**

En la **Figura 3** se muestra un imán sobre un superconductor de los denominados tipos II, veamos cómo se logra la estabilidad. A la izquierda, el superconductor es enfriado por debajo de su temperatura crítica, y, conforme el imán se mueve hacia la derecha, se puede apreciar la variación en las líneas de campo magnético (líneas azules) y las corrientes en el superconductor (azules son positivas, rojas negativas).

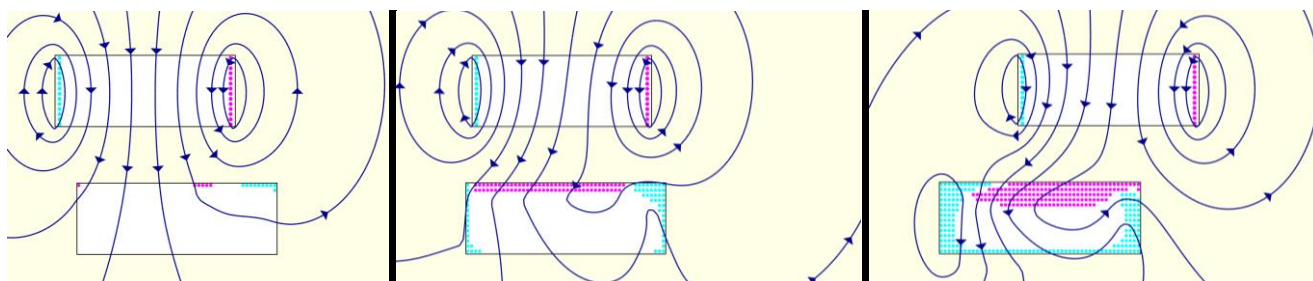


Figura 3: Ejemplificación del efecto de las “pinning forces” o fuerzas de anclaje entre el imán y el superconductor

Al tratarse de un superconductor tipo II, objeto de estudio a lo largo del trabajo, éste es capaz de soportar la red de *vórtices cuánticos*¹, que “portan” el flujo magnético cuantizado a través del mismo. En presencia de las denominadas fuerzas de anclaje, que intentan “atrapan” el campo magnético del imán para así conservar la configuración estructural inicial en el superconductor cuando éste es enfriado, se genera una fuerza recuperadora sobre el mismo.

Este fenómeno da lugar a la estabilización físicamente “automática” en estos sistemas. En la **Figura 3** puede apreciarse de manera visual el efecto de las “fuerzas de anclaje”, al tratar el superconductor de mantener la estructura inicial.

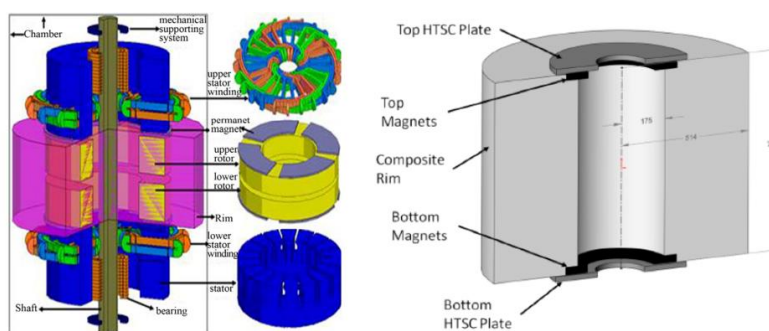


Figura 4: Sistema real: Flywheels. Izquierda (a), electroimanes con varios imanes en un núcleo. Derecha (b), superconductores con imanes. Imagen tomada de la Web del CEM, University of Texas

La estabilidad en sistemas híbridos (imán-superconductor) es la principal diferencia entre éstos y los basados únicamente en imanes. Estos últimos requieren del uso de electrónica y control para estabilizarse de manera continua puesto que, como se comentará más adelante, la inestabilidad es intrínseca en los métodos basados en imanes permanentes.

¹ Torbellinos de corriente que encierran el flujo.

4 Evaluación de estabilidad entre espiras levitantes

Comenzaremos a trabajar con un modelo simplificado, para describir el sistema levitante con el objeto de realizar cálculos orientados a comprobar la estabilidad del sistema ante perturbaciones. Este modelo es utilizado para que la simulación sea 2D y podamos afrontar, después, el problema de cómo interactuarán las corrientes que se inducen en el superconductor por presencia del imán.

Como muestra la **Figura 5**, consideraremos espiras rectangulares, cuyos lados paralelos constituyen hilos “infinitos” (muy largos). A través de ambas espiras circula una corriente de intensidades I_1 e I_2 , respectivamente, en el mismo sentido.

A partir de este modelo se va a comprobar que, ante un movimiento de vibración o una perturbación (representada en la **Figura 5**) que pudiera desestabilizar el sistema levitante, pueden surgir fuerzas capaces de devolverlo a su posición inicial. Esta comprobación la realizaremos de manera polivalente, determinando más adelante para qué dimensiones funcionará correctamente y para cuáles el sistema se vuelve inestable.

Es preciso subrayar que despreciamos los segmentos de los extremos perpendiculares a los hilos infinitos del modelo, puesto que la fuerza entre ellos es muy pequeña en comparación a la producida entre los hilos infinitos, y la generada por estos últimos sobre los extremos se anula.

En la **Figura 5** se muestra un esquema del modelo simplificado que será objeto de estudio en este apartado.

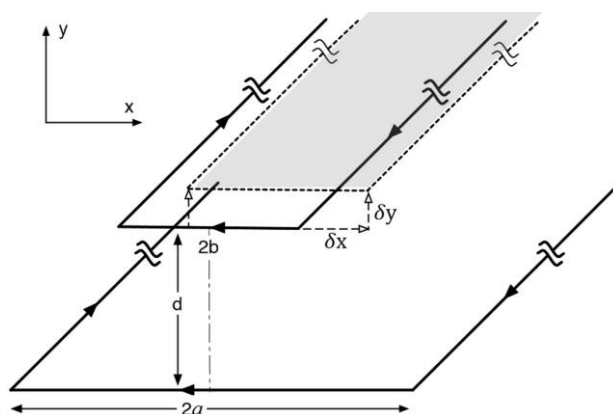


Figura 5: Boceto simplificación en espiras de longitud infinita

4.1 Campo magnético generado por un hilo de longitud infinita

Puesto que la simplificación realizada conlleva la utilización de hilos “infinitos”, en primer lugar se va a calcular la conocida fórmula de dicho campo magnético, mediante la Ley de Ampère.

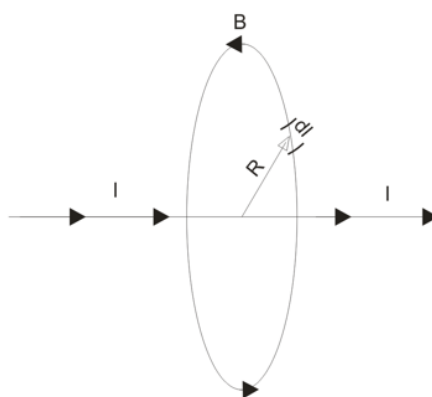


Figura 6: Esquema Ley de Ampère

A partir del diferencial de longitud, que se toma de la circunferencia, que representa el campo magnético \mathbf{B} producido por la corriente, al circular por el hilo “infinito” de la figura. Aplicando la Ley de Ampère queda lo siguiente:

$$\oint B dl = \mu_0 I \longrightarrow \int_0^{2\pi} BR d\alpha = \mu_0 I \longrightarrow 2\pi RB = \mu_0 I \longrightarrow B(R) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}$$

4.2 Cálculo de las fuerzas que producen unos hilos sobre otros

Supongamos el sistema de la **Figura 7** que representa dos espiras que se atraen entre sí, inicialmente en configuración de suspensión estable. Desde una perspectiva bidimensional, podemos representar los cuatro hilos “infinitos” (los hilos finitos se consideran despreciables frente a los hilos infinitos) de la siguiente manera:

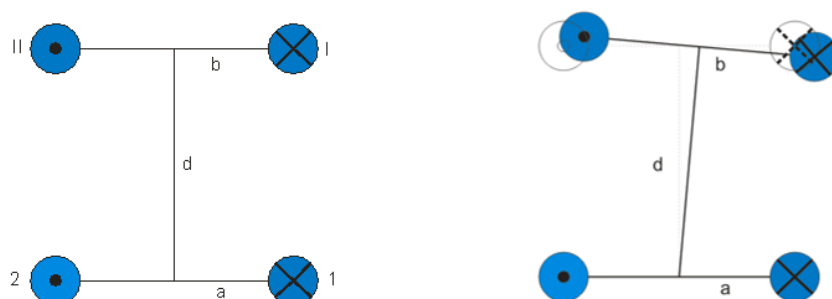


Figura 7: Izquierda (a), el sistema en posición estable. Derecha (b), el sistema tras sufrir una perturbación

Donde las “x” representan que la corriente eléctrica lleva un sentido negativo en el eje \mathbf{Z} y los puntos un sentido positivo.

Para simular la perturbación producida por una vibración, consideraremos variaciones como la que muestra la **Figura 7** para mostrar el procedimiento utilizado para hallar las fuerzas sobre los ejes \mathbf{x} e \mathbf{y} .

4.2.1 Caso de muestra: Interacción hilo 1 con hilo II

Este caso se corresponde con el siguiente esquema simplificado:

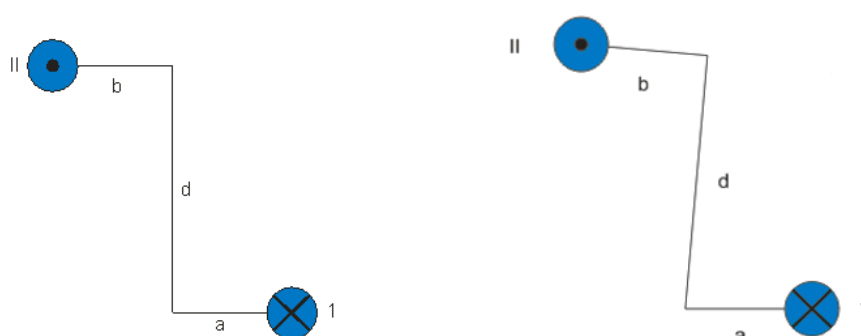


Figura 8: Interacción de los dos hilos correspondientes ante la perturbación

Para calcular la posición, tomaremos como origen de coordenadas el punto central entre los dos hilos inferiores. Se nombran dos segmentos, el \mathbf{x} y el \mathbf{x}' . El segmento \mathbf{x} indica la distancia desde el hilo **1** hasta el hilo **II** sobre el eje de abscisas, mientras que el vector \mathbf{x}' muestra la distancia del hilo **II** hasta el origen. El segmento \mathbf{a} (**magnitud positiva**) sirve para situar la posición del hilo **1** refiriéndolo al origen. La distancia real desde **1** hasta **II** es la diferencia de la distancia de la posición **II** menos la de **1**. Todo ello queda representado en la siguiente figura:

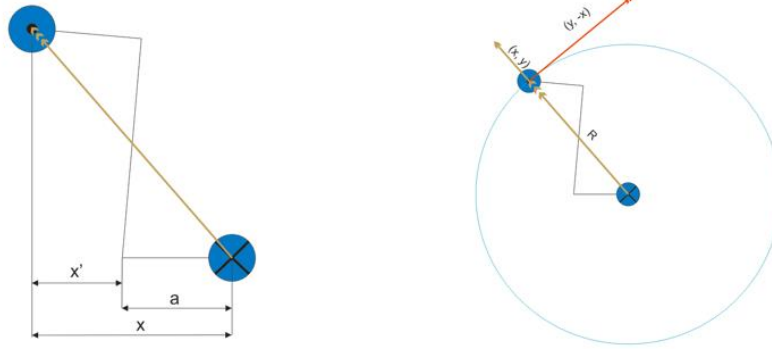


Figura 9: Izquierda **(a)**, medidas relativas entre las espiras. Derecha **(b)**, situación de los ejes

Por lo tanto, la posición del hilo **II** respecto al hilo **1** queda definida como:

$$\begin{cases} x = -a + x' \\ y = y' \end{cases}$$

El siguiente paso, ahora que se dispone de las distancias entre ambos hilos, es hallar el campo magnético que produce el hilo **1** sobre el hilo **II** (**Figura 9.b**). El vector con módulo R es (x, y) , cuyo vector perpendicular es $(y, -x)$, que representa la dirección y sentido del campo magnético que produce el hilo **1** sobre el **II** en el punto central del hilo **II**. El módulo del campo magnético, hallado siguiendo la ley de Ampère:

$$B(R) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} \quad \text{Sustituyendo el módulo } R \text{ queda: } B(x, y) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \sqrt{x^2 + y^2}}$$

El vector sigue la dirección del vector unitario $\hat{\phi}$ en coordenadas polares, es decir:

$$\bar{B} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \sqrt{x^2 + y^2}} \hat{\phi}$$

El vector unitario $\hat{\phi}$ equivale, en coordenadas cartesianas, al vector $(y, -x)$ dividido entre su módulo (para convertirlo en vector unitario) en este caso, el signo negativo en “ x ” indica el sentido del campo magnético del hilo **1** sobre el hilo **II**.

Por lo tanto queda:

$$\bar{B} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi (\sqrt{x^2 + y^2})^2} (y, -x) = \left(\frac{y \mu_0 I_1}{2\pi (x^2 + y^2)} \hat{i}, \frac{-x \mu_0 I_1}{2\pi (x^2 + y^2)} \hat{j} \right)$$

Mediante la aplicación de la Ley de las Fuerzas de Lorentz se calcula la fuerza que produce el hilo conductor **1** sobre el **II**:

$$\bar{F}_{II} = I_{II} (\bar{l}_{II} \times \bar{B}_1) = I_{II} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & l_{II} \\ B_x & B_y & 0 \end{vmatrix} = I_{II} [-\hat{i} (l_{II} \cdot B_y) + \hat{j} (B_x \cdot l_{II})]$$

Al tratarse de hilos de longitud infinita, se deben calcular las fuerzas por unidad de longitud para evitar obtener ∞ como solución, entonces:

$$\frac{\bar{F}_{1II}}{l} = I_{II} [-\hat{i} (B_y) + \hat{j} (B_x)]$$

Esta es la solución para el par de hilos **1** y **II**, para los otros tres pares quedan las siguientes soluciones:

$$\frac{\bar{F}_{1I}}{l} = I_I [\hat{i} (B_y) - \hat{j} (B_x)]$$

$$\frac{\bar{F}_{2II}}{l} = I_{II} [-\hat{i} (B_y) + \hat{j} (B_x)]$$

$$\frac{\bar{F}_{2I}}{l} = I_I [\hat{i} (B_y) - \hat{j} (B_x)]$$

Finalmente, las componentes horizontal y vertical, respectivamente, de la fuerza total ejercida por la espira inferior sobre la superior queda:

$$F_x = \left(\frac{\bar{F}_{1I}}{l} + \frac{\bar{F}_{1II}}{l} + \frac{\bar{F}_{2I}}{l} + \frac{\bar{F}_{2II}}{l} \right) \cdot \hat{i}$$

$$F_y = \left(\frac{\bar{F}_{1I}}{l} + \frac{\bar{F}_{1II}}{l} + \frac{\bar{F}_{2I}}{l} + \frac{\bar{F}_{2II}}{l} \right) \cdot \hat{j}$$

4.2.2 Evaluación de la estabilidad del sistema para desplazamientos sobre los ejes

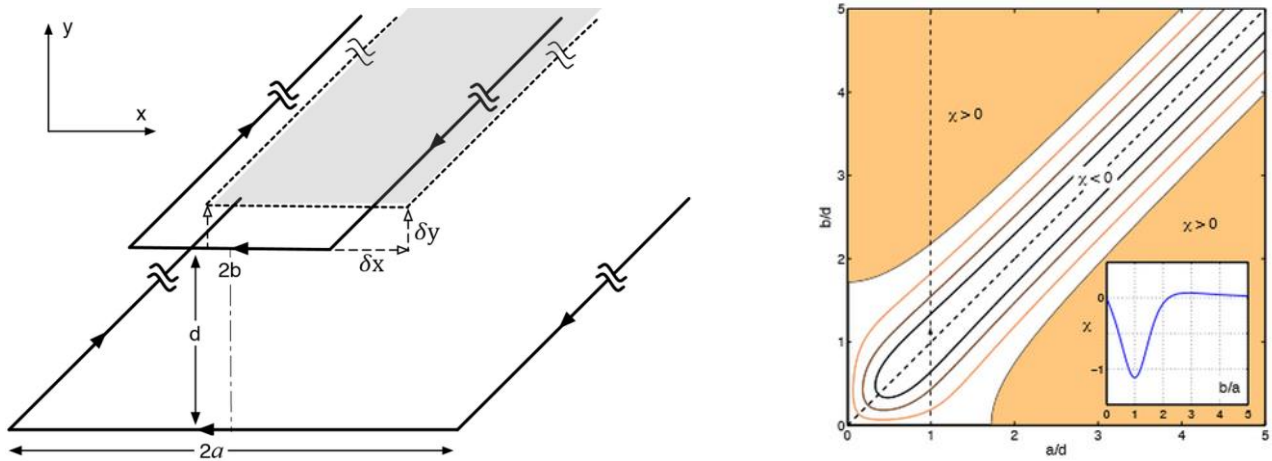


Figura 10: Izquierda (a), boceto del modelo inicial, utilizado ahora para la discusión sobre la estabilidad en sistemas simétricos longitudinales. Derecha (b), parámetro de estabilización en función de la geometría de las espiras en unidades de la distancia entre ambas

Aplicando las expresiones anteriores, para la configuración y parámetros definidos en la **Figura 10.a**, y un pequeño desplazamiento, las componentes de las fuerzas (por unidad de longitud) verifican:

$$\delta F_x = -\frac{\mu_0 I_a I_b}{4\pi d} \chi \delta x \equiv -K_{xx} \delta x$$

$$\delta F_y = \frac{\mu_0 I_a I_b}{4\pi d} \chi \delta y = K_{xx} \delta y \equiv -K_{yy} \delta y$$

Con el parámetro geométrico
$$\chi = \frac{\left(\frac{a-b}{d}\right)^2 - 1}{\left[\left(\frac{a-b}{d}\right)^2 + 1\right]^2} - \frac{\left(\frac{a+b}{d}\right)^2 - 1}{\left[\left(\frac{a+b}{d}\right)^2 + 1\right]^2}$$

Y K_{xx} , K_{yy} los coeficientes de rigidez utilizados en el diseño de máquinas con elementos móviles. Una conclusión obvia es que, tal y como dicta el teorema de Earnshaw [10], la estabilidad a lo largo de una dirección ($K_u > 0$), inevitablemente, conlleva la inestabilidad a lo largo de la dirección perpendicular a la primera. En segundo lugar, uno puede darse cuenta de que las dimensiones relativas de las espiras son críticas en lo que concierne a la estabilidad.

Para comprender mejor y para aplicar posteriormente el razonamiento a la respuesta superconductora, se presenta un gráfico del contorno de χ en la **Figura 10.b**. Hay que resaltar que, dependiendo de la orientación relativa de las corrientes, la estabilidad a lo largo de una dirección dada se relaciona con la región del plano a la cual pertenece el sistema.

Por ejemplo, como se muestra en el gráfico insertado en dicha figura, si se toma $a = d$ y se consideran espiras superiores para incrementos en el valor de b , el sistema pasa de ser estable a tener un comportamiento inestable en $b \approx 2a$, y alcanza la rigidez máxima en $b = a$. Debe mencionarse que el comportamiento anterior también ocurre en imanes permanentes cercanos entre sí. Esto ha sido comprobado numéricamente por el sumatorio directo de la interacción entre pares de espiras a partir de su equivalencia en corrientes magnéticas [11].

5 Aproximación a imanes mediante bobinados

Una vez estudiada la situación con dos espiras, procedamos a añadir un número arbitrario de espiras infinitas conformando un bobinado, tanto en la parte superior como en la inferior. Por lo tanto, ahora se van a estudiar las fuerzas por unidad de longitud producidas entre bobinados, uno de ellos en levitación o suspensión. Es bien sabido [11] que esto simula un medio magnético de imanación uniforme a lo largo del eje de ordenadas.

Esta geometría da un paso al frente por acercarse a la geometría final. Considerando las aproximaciones anteriores y teniendo en cuenta el mismo sentido para las corrientes impuesto anteriormente, podemos hacernos una idea de la composición en la **Figura 11.a**.

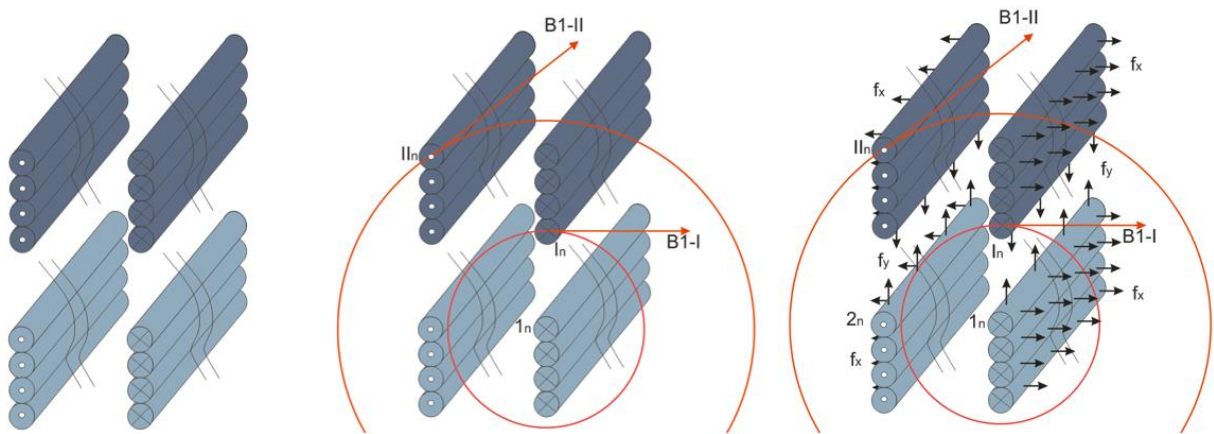


Figura 11: Bobinados con longitud infinita en una dimensión (a). En el centro (b) se representan los campos magnéticos generados y a la derecha (c) se añaden las componentes horizontales y verticales de las fuerzas generadas entre los hilos

En la **Figura 11.b** se muestra la interacción entre un hilo del sistema inferior y dos hilos aleatorios del superior, para ejemplificar el efecto producido sobre cada hilo. Por último, en la **Figura 11.c** se han añadido las fuerzas generadas entre las diferentes espiras tanto en su componente horizontal como vertical.

Al tener n espiras en el bobinado de abajo, y m espiras en el bobinado de arriba, cada espira producirá una fuerza (por unidad de longitud) sobre otra espira, de modo que tendremos dos situaciones a considerar:

- En primer lugar, respecto a las fuerzas internas dentro de cada uno de los bobinados, esto produce unas tensiones internas (mostradas en la **Figura 11.c** representadas por parte de la componente horizontal de la fuerza) que podrían acabar por fragmentar cada material. Más adelante se considerará que tanto el imán (material ferromagnético) como el superconductor tienen una estructura mecánica suficientemente resistente como para evitar la ruptura.
- En segundo lugar, respecto a las fuerzas externas (que son las que interesan para analizar la estabilidad), cada espira de un subsistema interactuará con cada espira del otro. Tomando cada espira como una composición de dos hilos de longitud infinita, como se observa en la figura anterior, tendremos interacciones atractivas y repulsivas entre los hilos del subsistema superior con los hilos del inferior.

Analizando sistemas de espiras con los parámetros a , b fijos y diferentes alturas de apilamiento hemos obtenido comportamientos de estabilidad como el de la **Figura 10.b**.

5.1 Programa realizado en Matlab para evaluar la fuerza entre sistemas de espiras

Como cuestión de tipo práctico, en este apartado se va a realizar un breve análisis para estimar tiempos de cálculo en un ordenador personal. De esta manera obtendremos una orientación para la futura implementación en sistemas portátiles Android (poseen un hardware similar en la mayoría de los casos).

Se ha implementado un bucle anidado dentro de otro, para de esta manera recorrer todo el sistema. El funcionamiento es el siguiente: manteniendo fijos dos hilos en la misma línea horizontal del inferior, se realiza un barrido de cada fila de parejas de hilos del sistema superior en el bucle interno, calculando en cada caso las cuatro fuerzas correspondientes y sumándolas con las cuatro anteriores de manera iterativa. Al llegar a la última fila del superior, se sube una fila en el sistema inferior y se repite el proceso hasta barrer todas las filas del mismo. De esta manera obtenemos la fuerza global.

Este programa se ha utilizado con distintos números de interacciones, aumentando el tiempo de resolución del programa por la CPU de manera directamente proporcional al número de interacciones de ambos sistemas de espiras. Como puede observarse en la Figura 12, equiparando escalas, la relación es lineal.

En la siguiente tabla se representa un muestreo realizado:

Número de interacciones	Tiempo de resolución (segundos)
10x10	0,000141
100x100	0,001960
1000x1000	0,087834
10000x10000	6,224600
100000x100000	616,049911
1000000x1000000	60.459,802701

Tabla 1: Evolución del tiempo de cálculo en función del número de interacciones de espiras

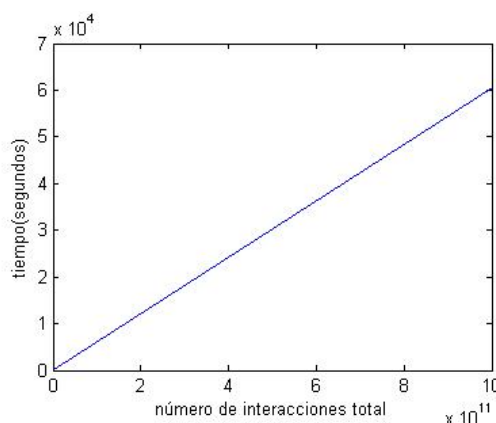


Figura 12: Representación en escala lineal de tiempo frente interacciones

En vista de la posibilidad de cálculos dentro de tiempos razonables para un número elevado de interacciones, se concluye que puede llevarse a cabo el cálculo de fuerzas entre corrientes desde un dispositivo portátil en tiempo real. Esto es así debido a que el cálculo de fuerzas, como se verá más adelante, en nuestro caso **supondrá 700 x 28 interacciones, lo que equivale a un proceso “instantáneo” en un PC personal que tiene una potencia similar a un móvil o Tablet actual.**

6 Aproximación a un sistema superconductor

Todas las aproximaciones anteriores han servido para construir un sistema tipo imán, donde las corrientes eran representadas por hilos “infinitos”. El sistema equivalente de un superconductor es más complejo, puesto que en vez de tener únicamente dos filas de hilos, debemos considerar elementos en toda la sección. Además, éstos variarán la corriente que pase a través de ellos en función de los sucesos externos acontecidos al sistema. La estructura interna del superconductor generará corrientes por efecto de la inducción electromagnética a partir de los campos magnéticos de sistemas externos como pueden ser imanes.

Así pues, dando un paso más para acercarnos al modelo real, se va a aproximar el superconductor como un gran conglomerado de hilos “infinitos” formando un rectángulo en sección, delimitado por las dimensiones (que se utilizarán para dar el caso concreto, el cual se puede escalar a otros modelos siempre que mantengan la misma relación geométrica que éste, para lo que hemos tomado la dimensión óptima según el análisis realizado anteriormente, $b = 0,9a$) del superconductor con el que trabajaremos.

Evidentemente, para realizar este modelo, cuanto más fino sea el “mallado” utilizado (el número de hilos en cada dimensión, manteniendo la proporción), más precisos serán los resultados que obtendremos al realizar los cálculos.

En el apartado siguiente veremos cómo “rellenar” de corriente las espiras equivalentes superconductoras. Esto es un proceso de simulación complicado, que debe tener en cuenta sus propiedades físicas [12]. Por ahora nos limitaremos a ilustrar un hecho fundamental que surgirá de esos cálculos. Por contra al caso de los imanes, en el superconductor son compatibles estabilidad vertical y horizontal simultáneamente.

El superconductor, por lo tanto, quedaría representado gráficamente en tres dimensiones en la **Figura 13.a**.

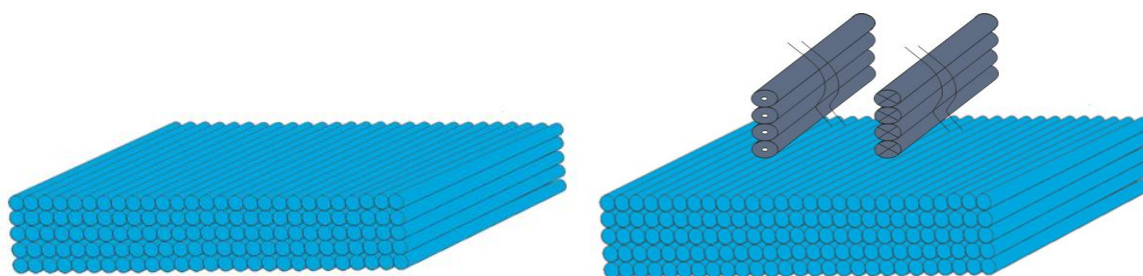


Figura 13: Izquierda (a), Aproximación a superconductor, hilos equivalentes que pueden transportar corriente. Derecha (b), representación de un imán sobre el superconductor

A continuación presentaremos los resultados de estabilidad correspondientes a una configuración imán-superconductor. Analizaremos los coeficientes de rigidez vertical y horizontal, comprobando que el sistema puede ser estable en ambas direcciones mediante el fenómeno de la superconductividad se ha esquivado la imposibilidad de tener levitación estable predicha por Earnshaw para los imanes. Veremos también que podemos dar criterios de diseño para incrementar la estabilidad del sistema final.

6.1 Análisis de la estabilidad en sistemas híbridos imán-superconductor

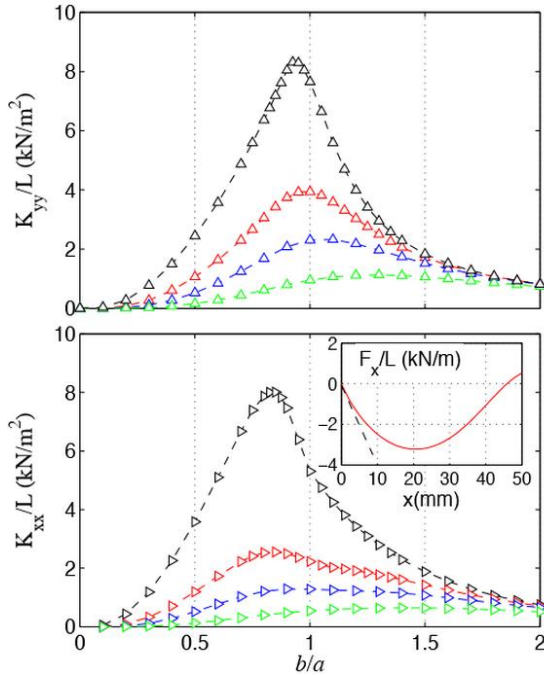


Figura 14: Dependencia de los coeficientes de rigidez de levitación (K_{yy}) y de guiado (K_{xx}) en la anchura relativa ($b = a$) del imán y superconductor. Las diferentes curvas corresponden a las distancias de operación entre ellos $d = a = 0; 0.1; 0.2; 0.4$. En la imagen insertada, se muestran detalles del comportamiento de $F_x(x)$ y la pendiente lineal inicial

Utilizando la aproximación numérica, que se detallará en el siguiente apartado, a superconductor e imán, se han considerado una serie de condiciones iniciales y posteriores perturbaciones (desplazamientos verticales y laterales) para los materiales del sistema construido en el Departamento de Ingeniería Eléctrica:

- **Imán:** altura = 15 mm, anchura variable.
- **Superconductor:** altura = 15 mm, anchura = 50 mm.

La región superconductora ha sido mallada con una rejilla de $100 \times 28 = 2.800$ elementos, cada uno representando un hilo muy largo. El imán fue descrito como un apilamiento de 28 hilos a cada lado, representando hilos de corriente.

El proceso de cálculo fue utilizado en diversos procesos, y después de asegurar que el mallado elegido proveyera una precisión satisfactoria para los resultados físicos en estudio.

Como característica común, el punto inicial de las simulaciones fue tomado siempre en configuraciones centradas como se ha mostrado en la **Figura 10.a**.

Desde ahí, se realizaron dos tipos de experimentos numéricos:

- Se consideran “**perturbaciones verticales**” para obtener K_{yy} . La aproximación lineal fue obtenida desde el primer milímetro en el desplazamiento hacia arriba ($\delta y > 0$) para cada distancia de enfriamiento. Hemos comprobado que cuando se somete al sistema ante una perturbación inversa ($\delta y < 0$), se obtienen los mismos resultados.
- Se estudian “**perturbaciones horizontales**” para obtener K_{xx} . De nuevo, el primer milímetro presenta un régimen lineal, y podría ser obtenida una pendiente de $F_x(x)$ claramente bien definida alrededor de $x = 0$.

Resumimos nuestros resultados para K_{xx} y K_{yy} en la **Figura 14**. Se representan los coeficientes de rigidez vertical (levitación) y lateral (guiado) frente a las dimensiones relativas del imán y del superconductor. Una observación muy relevante es que, al contrario que el comportamiento en sistemas de imán permanente frente a imán permanente (ver **Figura 10.b**, teniendo en mente la equivalencia de imán permanente a bobinados o conjuntos de hilos “infinitos” apilados), K_{xx} y K_{yy} son ambas positivas para los procesos considerados. Al menos, así ocurre para enfriamientos del superconductor con el imán en una posición dada sobre el eje y posteriores desplazamientos δx o δy .

Se puede observar que los máximos de K_{yy} se encuentran para valores cercanos a $b/a = 1$ (como en imanes permanentes). Sin embargo, los máximos de K_{xx} para valores pequeños de la distancia de separación d están desplazados hacia la izquierda con respecto a los de K_{yy} . En nuestro caso, como d va a hasta cero, el valor óptimo de b/a tiende a 0.9. Esta observación implica un claro parámetro de diseño. Se puede obtener un incremento muy relevante de K_{xx} si se optimiza el valor de b/a .

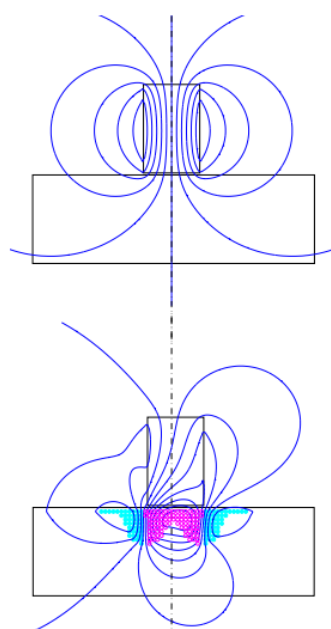


Figura 15: Ilustración de las líneas de campo magnético obtenidas para un desplazamiento lateral, en condiciones de “Field Cooling” con $b/a = 0.2$ y $d = 0$

Otra característica digna de mención en el comportamiento de K_{xx} es el “retorcimiento” que se presenta para el valor $b/a = 1$, claramente visible para las distancias más bajas. Esto es un efecto del tamaño finito que se puede comprender graficando la estructura de campo magnético para el sistema (Figura 15).

Para el rango $0 < b < a$ las corrientes superconductoras no son limitadas seriamente por el tamaño de la muestra y no es importante el flujo de corriente. Sin embargo, al incrementar b , se necesita más corriente en los lados (y en la cara inferior del superconductor en ocasiones) incluso para un pequeño desplazamiento del imán.

Finalmente, se remarca el comportamiento monótono de los coeficientes de rigidez, que siempre se incrementan con distancia decreciente entre el imán y el superconductor.

Se debe aclarar un aspecto técnico que contempla la identificación de la pendiente inicial de F . Se ha evaluado la evolución de esta magnitud para pequeños desplazamientos δx , δy . Se puede observar el comportamiento lineal inicial en el gráfico insertado dentro de la Figura 14.

En la mayoría de los casos, este régimen básicamente ocurre en el rango de los primeros 5 milímetros, y sigue una dependencia del tipo parabólico. Para estimar los errores de la aproximación lineal utilizada, se ha empleado el coeficiente de correlación R de Pearson para caracterizar el comportamiento en la región $0 < x < 1 \text{ mm}$. En ningún caso R es menor que 0,97 para desplazamientos verticales y 0,99 para casos de desplazamientos horizontales. Debe notarse que el régimen lineal se extiende tanto más a mayor incremento de d/a .

Como comentario final, mencionar que para obtener un comportamiento continuo se han requerido más de 20 valores de b/a para cada valor de la distancia d .

Para finalizar este apartado, aportamos un ejemplo de cómo usar el tipo de información de la Figura 14, para optimizar el diseño de una máquina de levitación.

En el caso más común de disponer de un imán permanente y un superconductor o al menos con opciones limitadas, como por ejemplo disponer de $b = 0,9 a$ (el caso que utilizaremos para futuros cálculos de la aplicación), se puede ver directamente que una buena situación podría ser trabajar en una distancia $d = 0,1 a = 2,5 \text{ mm}$, que produciría un coeficiente $K_{xx}/L = 5 \text{ kN/m}^2$ y $K_{yy}/L = 7,4 \text{ kN/m}$.

Habiendo visto que el uso de materiales superconductores aporta estabilidad de modo “automático” al sistema, a continuación nos centramos en los métodos de cálculo numérico y, más adelante, en la puesta en marcha de la aplicación, desarrollados para que el usuario pueda realizar sus valoraciones propias.

PARTE III: SISTEMA IMÁN-SUPERCONDUCTOR: MODELO FÍSICO

7 Generación y carga de intensidades en el superconductor

A continuación se va a describir el método para calcular las intensidades que se generan en el superconductor ante la presencia del imán. Estas intensidades son necesarias para poder calcular la fuerza neta que se generará para cada posición del imán, con respecto al superconductor y en función de la trayectoria seguida para llegar a dicha posición.

Debe remarcarse que éste es el mayor problema en el estudio de superconductores, puesto que las corrientes que se generen en su interior son desconocidas a priori y deben obtenerse mediante una simulación numérica de su comportamiento físico. Por ejemplo, esto puede hacerse mediante un proceso de minimización donde se tienen en cuenta las diversas condiciones de contorno (límites críticos del material principalmente).

Las ecuaciones son del tipo:

$$\text{minimizar } \left\{ \frac{1}{2} I_i M_{ij} I_j + A_i I_i \right\} \quad \text{donde } I_i \leq I_c$$

Dónde **M** es la matriz de inducción mutua entre hilos de corriente, **I** las intensidades de las espiras del superconductor, **A** es el potencial vector del imán, **I_c** la intensidad crítica del superconductor.

Puede consultarse [13-14] para obtener más información técnica sobre el cálculo seguido por el grupo de investigación SCA, brevemente comentado a continuación.

Para llevar a cabo esta labor se parte del código facilitado por el director del trabajo, utilizado en su estudio de los materiales superconductores y, a continuación, se ensambla junto con el código que se ha programado y así es posible realizar un análisis de los diferentes tipos de levitación magnética y comprobar la estabilidad, tanto para la máquina de estudio como para cualquier otra situación.

7.1 Programas previos realizados en el grupo de investigación SCA

Se trata de un programa principal asociado a una serie de funciones, con la finalidad de calcular las corrientes que atraviesan el superconductor para distintas posiciones respecto al imán. Para ello se decidió utilizar un mallado de 700 celdas, tras haber estudiado la solución con mallados mucho más finos y concluir que 700 celdas suponen la solución óptima, teniendo en cuenta el tiempo de cálculo y calidad de los resultados, que en este caso no evoluciona de forma lineal.

Por ejemplo, utilizando un mallado de 2.800 celdas como en el análisis del apartado 4.1, el tiempo de cálculo para una trayectoria **X** con 50 posiciones para el imán (50 cálculos) uno de los nodos del servidor Cluster tarda aproximadamente ocho horas, una cifra desmesurada si tenemos en cuenta que para la misma trayectoria **X**, el mismo nodo tarda unos 12 minutos para el mallado anterior. Por lo tanto, se ha llegado al compromiso en el que disponemos de una aproximación suficientemente buena (700 celdas) en un tiempo aceptable (entre 10 y 14 minutos por trayectoria de 50 pasos), a menos que se necesite mucho detalle para algún estudio en particular, dónde el tiempo pasaría a un segundo plano.

Como hemos visto anteriormente, el tiempo de cálculo de las fuerzas evoluciona de manera lineal con el número de hilos que dispongamos, sin embargo los datos reflejan que el tiempo del cálculo de fuerzas debe considerarse despreciable frente al tiempo de cálculo para obtener las intensidades dentro del superconductor. Este último, en lugar de evolucionar de manera lineal, lo hace aproximadamente en un orden potencial en función del número de celdas/espiras de la malla, como se ha ejemplificado con anterioridad.

La posición inicial del imán, con respecto al superconductor, correspondería a la posición donde el superconductor es enfriado por debajo de su temperatura crítica en ese momento. Esto se implementa suponiendo que las corrientes son cero en todos los hilos en ese instante. Si las líneas de campo del imán traspasan en ese momento al superconductor, éstas quedarán encerradas dentro del mismo. Como se ha comentado antes, en ese caso se comprobará más adelante que el superconductor intentará mantener su estado inicial produciendo corrientes que generen campos magnéticos

intentando contrarrestar posibles movimientos con una fuerza que devuelva al imán a su posición inicial, este tipo de configuración es denominada comúnmente como “Field Cooling”.

Sin embargo, si el imán se encuentra lo suficientemente alejado del superconductor como para que sus líneas de campo no entren de modo apreciable en el SC en la posición inicial, el SC intentará mantenerse libre de las líneas de campo del imán cuando éste se acerque al SC, esta otra configuración es denominada “Zero Field Cooling” por razones obvias.

Si se introduce una trayectoria moviéndose el imán con respecto al superconductor, el programa generará una serie de ficheros “.dat” dónde cada fichero contiene la disposición de corrientes en el superconductor para cada posición del imán que hayamos incluido en la trayectoria. Éstas serán susceptibles de pasar a formar parte en la citada base de datos que se pretende construir.

7.1.1 Estructura del programa y sus funciones

El programa del grupo SCA y el método utilizado se resume en el siguiente diagrama de bloques. La resolución científica detrás del programa puede consultarse en [15].

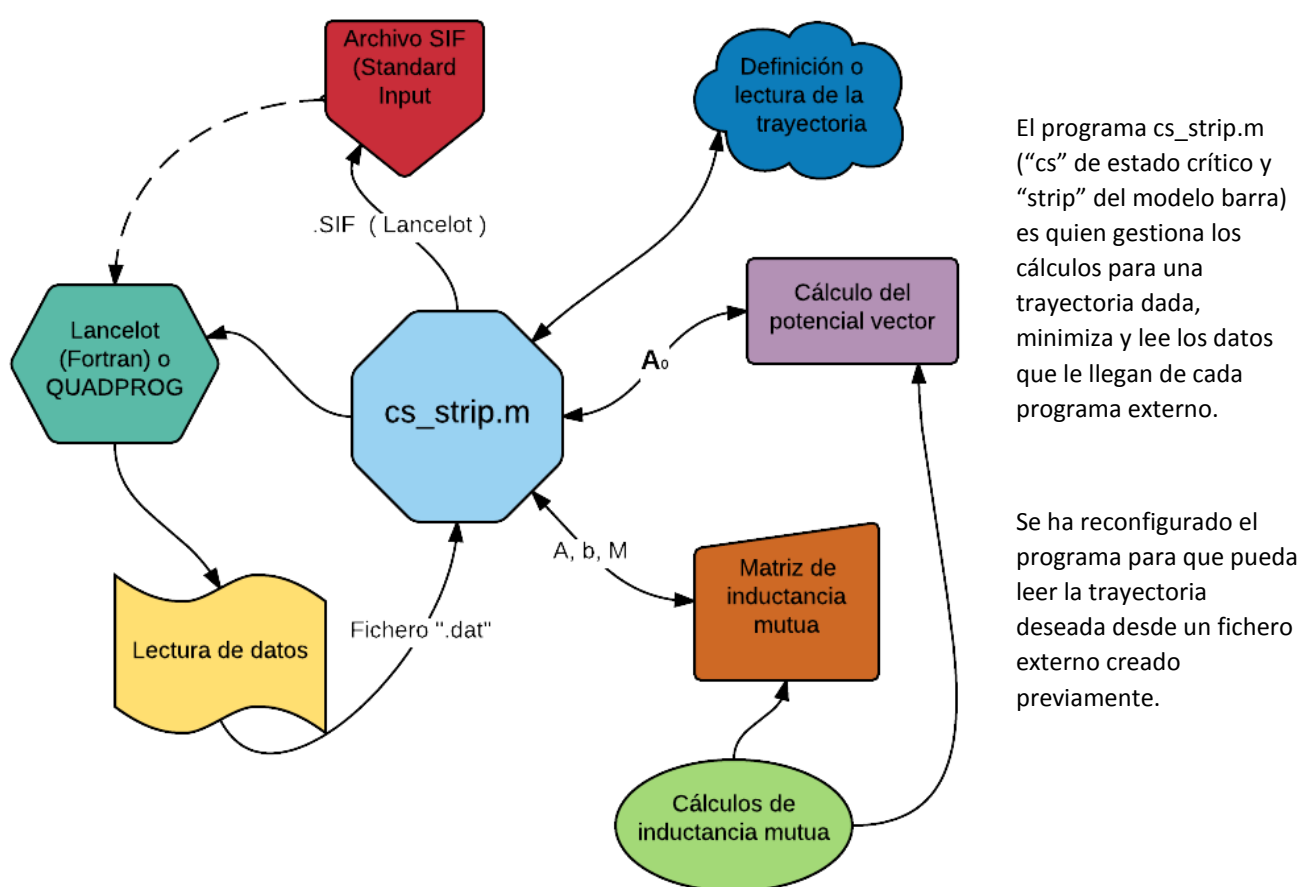


Diagrama 2: Esquema del conjunto de programas desarrollados por el grupo SCA

Se destaca que el proceso de minimización puede realizarse con el software Lancelot (Fortran), Matlab mediante la función “quadprog” o el programa de software libre Octave mediante una función similar, “qp”.

8 Programación de la base de datos

En vista de los tiempos de cálculo mencionados anteriormente, se considera la posibilidad de realizar una masificación de los cálculos para obtener la estructura del superconductor en múltiples situaciones. Es decir, se evitará realizar simulaciones en tiempo real. Como resultado de los cálculos se obtendrán las intensidades en el superconductor y éstas serán almacenadas en un fichero que posteriormente podrá ser analizado por un tercero.

Gracias a la comprobación de la velocidad de cálculo de las fuerzas, que ya se mencionó, **podemos asegurar que un dispositivo móvil será capaz de analizar estos datos en tiempo real**. Por lo tanto, todos los procesos a continuación serán orientados a la terminal móvil al mismo tiempo que a una computadora a través de Matlab.

8.1 Elección de configuraciones y decisiones iniciales

Utilizando el programa Matlab se crea un “tablero” básico (**Figura 16**) desde el que se explicará la construcción de la base de datos para seguir adelante. Como se ha ejemplificado anteriormente, con un mallado como el actual de 700 celdas en el superconductor, el servidor utilizado, haciendo uso de parte de sus procesadores, tarda en calcular una trayectoria de 50 movimientos/posiciones alrededor de 10-14 minutos utilizando Fortran para la minimización (ha sido el programa utilizado por su alta eficiencia). Matlab podría alcanzar esa velocidad pero a costa de más procesadores, y Octave tarda del orden de 30 minutos para el mismo cálculo.

Nótese que nuestras celdas del mallado subyacente corresponden a cuadrados de 1 mm x 1 mm (1 mm²) mientras que los movimientos del imán se describen esquemáticamente por casillas de 10 mm x 10 mm (1 cm²).

A raíz de estos datos se debatió entre utilizar el cálculo directo o una base de datos. Teniendo en cuenta que en un dispositivo móvil no se dispone de programas de cálculo científico, y mucho menos de semejante potencia de cálculo, esta opción quedó descartada desde el primer momento. Otra opción posible requería la utilización del servidor para enviar y recoger datos desde el móvil, ésta fue descartada ante la falta de capacidad actual del servidor para abastecer varias solicitudes a la vez vía online. Por lo tanto, **nos decantamos**, por el momento, **por la creación de una base de datos que accede desde la propia aplicación Android**.

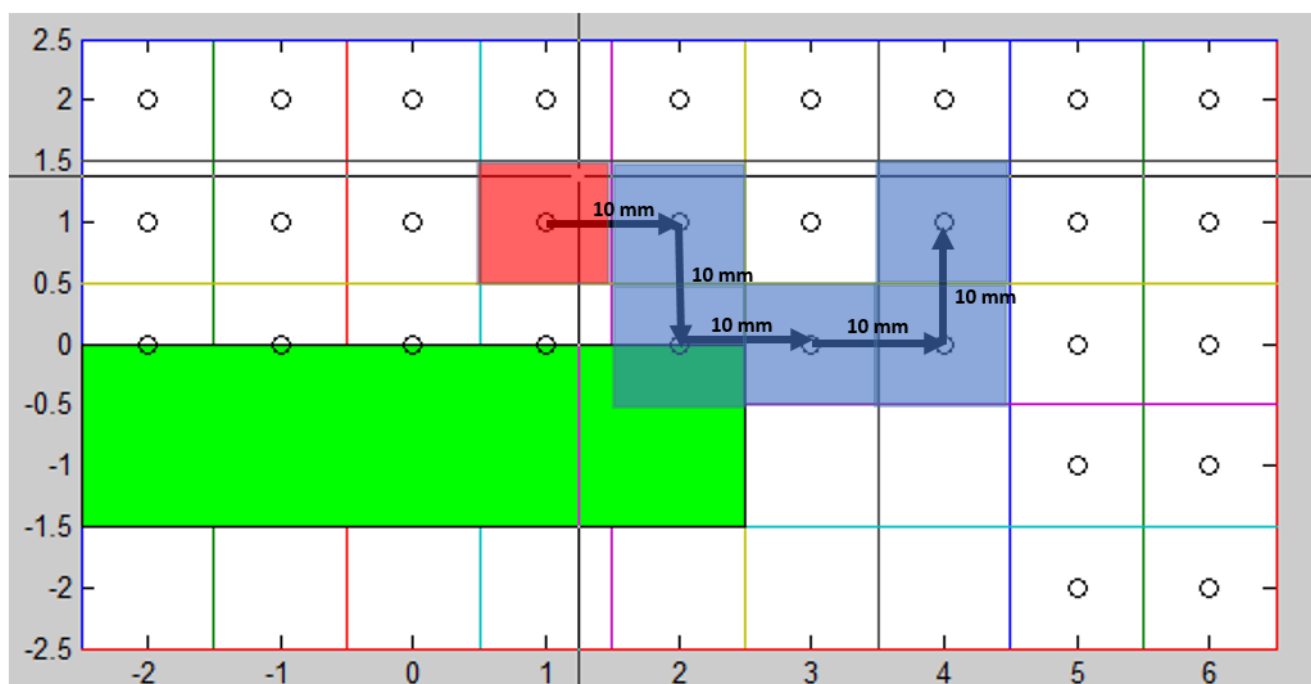


Figura 16: Tablero generado mediante Matlab. Se muestra una trayectoria como ejemplo que parte de la casilla roja

En el tablero (**Figura 16**) puede observarse que hay 31 casillas, cada una de ellas representa 10 mm en la realidad, y también se representa el superconductor (rectángulo verde) de 14 cm de altura y 50 de anchura. Se puede ver un puntero en el centro del tablero, utilizado para marcar las casillas consecutivas que sigue el imán durante la fase de pruebas. Además se ha mostrado una trayectoria de ejemplo, en la que desde el puntero (casilla roja) se secuencian cinco movimientos a través de cinco casillas (azules). Las coordenadas de la imagen están en cm y representan tanto el punto de origen como las direcciones que se han tenido en cuenta.

Las casillas elegidas son las más representativas para el régimen en que operan estas máquinas, que ha sido posible incorporar sin exceder los tiempos de cálculo esperados. Contemplan un gran número de posibilidades (15.603) de manera que puede servir al mismo tiempo como una herramienta de investigación científica, al contemplar un gran abanico de posibilidades.

Teniendo en cuenta que si no se impusieran condiciones, el número de movimientos a realizar dentro del tablero sería infinito, a partir de cada casilla se estudió el número de movimientos posibles para no exceder los tiempos de cálculo esperados a la vez que se obtuvieran resultados suficientemente representativos.

Utilizando combinatoria, la cantidad de trayectorias a calcular por casilla es igual a n^m , siendo $n = 4$ el número de posibilidades de movimiento desde una casilla a otra (arriba, abajo, izquierda y derecha), y m el número de movimientos consecutivos a realizar sin imponer ninguna condición de contorno.

En la siguiente tabla se muestra una comparativa simple de las estimaciones de los tiempos en función del número de movimientos que permitamos. El tiempo de cálculo por trayectoria de 5 movimientos (5 x 10 puntos/milímetros) se sitúa entre 10 y 14 minutos aproximadamente: se toman 12 minutos de media, para este caso. En el resto el tiempo, se supone que evoluciona de manera proporcional al número de movimientos.

m	Número de trayectorias por casilla	Número de trayectorias totales	Tiempo de cálculo por casilla (días)	Tiempo de cálculo total con 31 casillas (días)
2	16	496	0,05	1,65
3	64	1.984	0,32	9,92
4	256	7.936	1,70	52,90
5	1.024	31.744	8,53	264,53
6	4.096	126.976	40,96	1.269,76
7	16.384	507.904	191,14	5.925,54
8	65.536	2.031.616	873,81	27.088,21

Tabla 2: Evolución del tiempo de cálculo en función del número de movimientos permitidos en el tablero y número de casillas

En vista de los datos de la tabla anterior **se decidió optar por 5 movimientos**, ya que al poder dividir el tiempo entre el número de nodos operativos y no ocupados del Cluster era posible lanzar 10 tareas (una casilla equivale a una tarea) en paralelo, **obteniendo un tiempo de cálculo de CPU de 26 días aproximadamente**, y tener tiempo suficiente para resolver cualquier imprevisto que pudiera surgir.

8.2 Preparación de los cálculos

La sincronización de las operaciones a realizar, manteniendo la posibilidad de paralelismo para los distintos procesadores del servidor, constituyó un desafío importante.

A continuación, se muestra un diagrama de bloques que representa los cálculos realizados mediante código en lenguaje C, combinado con programas escritos para Matlab y órdenes de operación de secuencias en Unix. Se acompaña el mismo de una breve explicación para cada punto considerado de importancia.

No se mostrará el código completo debido al elevado número de páginas que ocupa y su irrelevancia más allá de su utilidad, ya explicada a continuación.

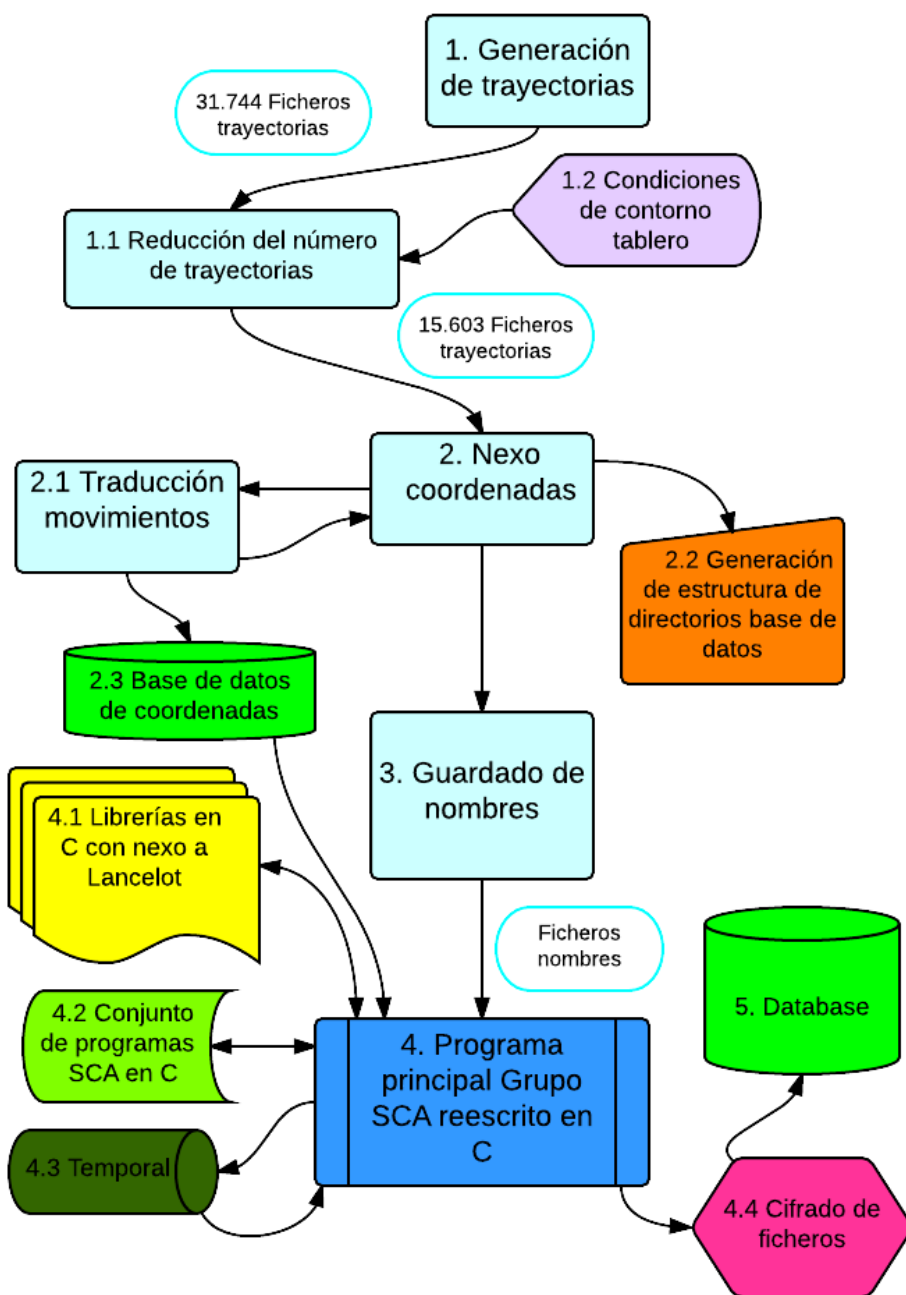


Diagrama 3: Esquema explicativo del funcionamiento de la creación de la base de datos

1. Todos los nombres de las posibilidades de trayectorias en el tablero: $4^5 = 31.744$.

Formato: CCM1M2M3M4M5

-CC: número de casilla.

-M + nº: movimientos consecutivos.

Tipos de movimientos:

1 = derecha

2 = izquierda

3 = arriba

4 = abajo

- 1.1 Se desechan las trayectorias fuera de límites del tablero usando restricciones impuestas por 1.2.

2. Traduce nombres a coordenadas cada diez mm según el tipo de movimiento y las envía a 2.1. Da orden a 2.2 de generar la jerarquía de carpetas en el servidor para 5.

- 2.1 Rellena cada movimiento con una decena de mm a partir de las coordenadas recibidas por 2.

3. Recopila los nombres con referencia a la posición en la base de datos de las coordenadas y las envía al programa principal.

4. Procesado principal. Recoge cada conjunto de 50 puntos de 2.3 gracias a su referencia de 3. Utiliza las librerías y programas complementarios para operar haciendo una llamada a Lancelot para la minimización utilizando las carpetas temporales para permitir el paralelismo.

5. En la base de datos se almacenan por casillas los ficheros de las 15.603 trayectorias² que contienen las intensidades cifradas del superconductor para cada 50 movimientos del imán. Cada fichero se nombra con el formato obtenido en 1.

² Se reduce el número de trayectorias desde 31.744 a 15.603 gracias a las condiciones de contorno impuestas en 1.2, y al logaritmo utilizado en cada casilla para llevar a cabo la extracción de posibilidades innecesarias (por salirse de la región del mallado) correctamente y desecharlas eficazmente.

Por lo tanto, cada línea de 50 mm del superconductor que constituiría 50 hilos de intensidad según el mallado (50 cifras con su signo, por lo tanto) se reduce en un orden de magnitud (quedándose en 3 y 21 cifras aproximadamente) utilizando el siguiente algoritmo:

- En la **Figura 17** se muestra un ejemplo de la reducción de tamaño gracias al método de cifrado que aplicamos.

Figura 17: Ejemplo de codificación. Cada línea de la zona izquierda se corresponde con la zona derecha ya traducida

PARTE IV: DESARROLLO DE LA APP PARA SISTEMAS LEVITANTES

9 Aplicación para móvil y Tablet Android

Esta aplicación, que hemos denominado como “**eLEVapp**”, ha sido desarrollada en código Java (junto a todo lo necesario para la plataforma Android), por lo que podría realizarse un porte rápido a una aplicación Web si fuera necesario. En principio se ha destinado a sistemas móviles para aportar la ventaja, respecto a otros simuladores, de la portabilidad además del añadido de funcionar en tiempo real gracias a la base de datos construida, **cuyo espacio final es de 46 Mb** después de una compresión automática en Java, por lo que **se ha reducido su tamaño del orden de 100 veces respecto al tamaño inicial de la misma**.

En la presente sección se van a mostrar las diversas partes de la aplicación y sus funcionalidades, sin entrar a comentar el código escrito. Conviene remarcar que en ningún momento se ha utilizado un programa de diseño rápido de Apps puesto que, generalmente, no son programas orientados para acoplar usos de bases de datos y análisis de datos ni incorporar ninguna utilidad puramente matemática ni de simulación. Se ha procedido, por lo tanto, a escribir todo el código en lenguajes de bajo nivel, como son Java y Android.

9.1 Diagrama básico de la aplicación

A continuación se va a mostrar un esquema simplificado de la interfaz de la aplicación y sus componentes principales, así como el paquete en Java correspondiente. No mostramos detalles sobre la organización de la base de datos.

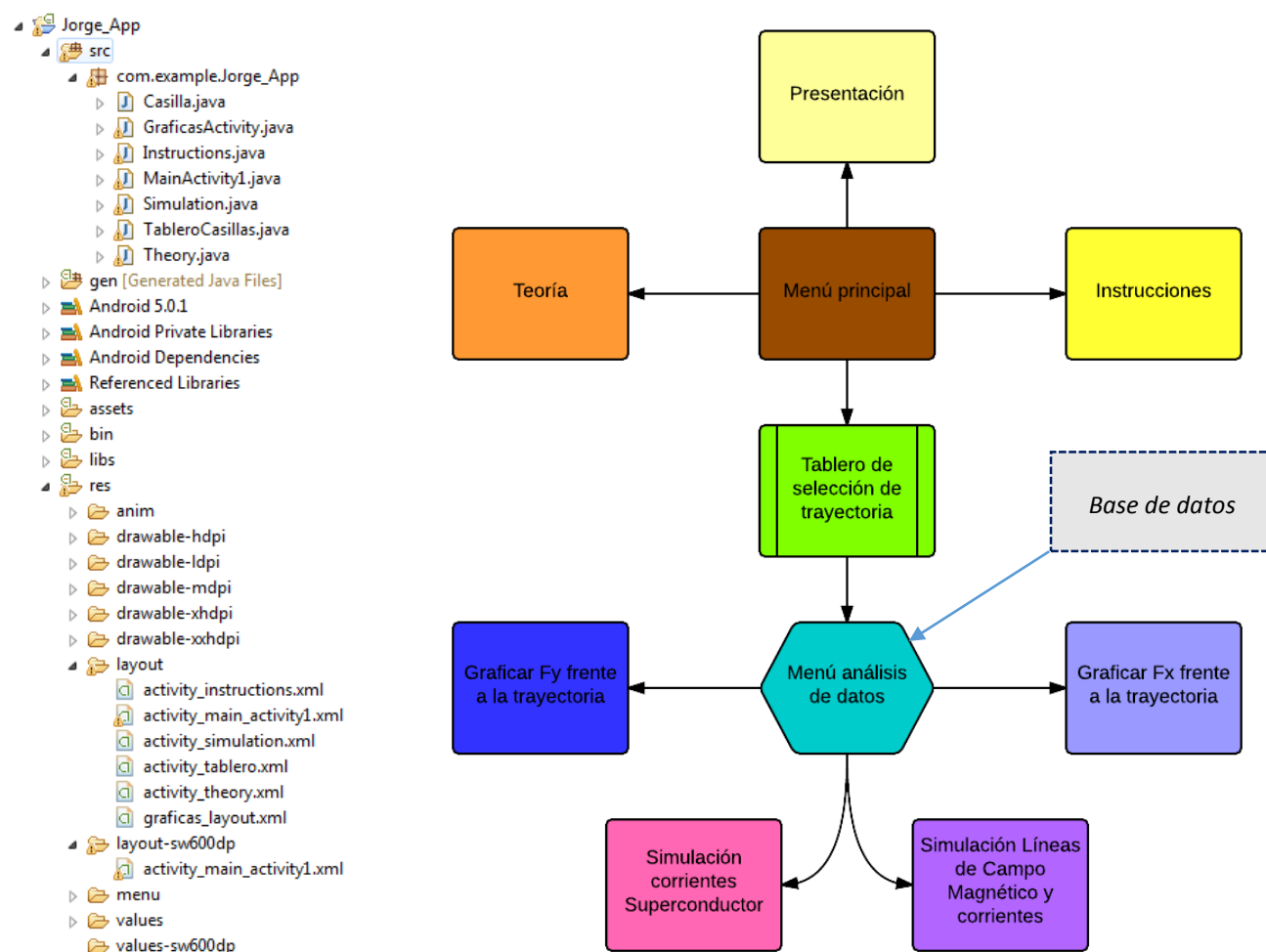


Diagrama 4: Izquierda, esquema de carpetas de la aplicación. Derecha, diagrama de bloques de la aplicación

9.2 Funcionamiento del SDK (Software Development Kit) Android en Eclipse

La programación de una App en Android debe escribirse en código Java acompañado de la extensión Android (SDK). Se trata de lenguajes de bajo nivel, en los que toda función específica ha de ser creada “ab initio”. En rasgos generales, las funciones principales de uso están desarrolladas y pueden aprovecharse (por ejemplo de dibujado de rectángulos o el uso de *Activities*³ e instancias para cambiar entre distintas pantallas de un dispositivo móvil). Disponemos de clases principales desde donde “heredar” formatos y editarlas.

No obstante, todo lo relacionado con problemas matemáticos no está tan generalizado en este lenguaje y no existe apenas software libre, por lo que se han desarrollado múltiples funciones y procedimientos para el correcto funcionamiento de nuestra aplicación, como por ejemplo todo el graficado de datos, la lectura y descifrado desde la base de datos o las simulaciones, realizadas *frame a frame*⁴.

En particular, un caso concreto que podría parecer sencillo a simple vista es la escritura de textos. Sin embargo, para realizar la misma, se ha tenido que crear una función propia de “cuadros de texto” para no tener que escribir cada línea y situarla específicamente en la pantalla. Cada cuadro de texto, creado junto con las imágenes a situar, no se ha colocado “a golpe de ratón”, sino a través de un sistema de coordenadas para establecer la posición de las esquinas y los márgenes.

La programación en este lenguaje se realiza a través de dos formatos, uno que es puramente Java (dispone de la mayor potencia en cuanto a programación al ser bajo nivel) y otro basado en XML. En este último es más sencillo programar puesto que da un soporte por etiquetas similar al de páginas Web. El problema de éste radica en que resulta extremadamente limitado. En este caso solo se ha empleado este tipo de programación para el menú principal por ser muy sencillo, aunque es necesario utilizarlo para dar un pequeño pre-formato a los *Layouts*⁵ de cada ventana de la aplicación. Sin embargo luego puede sobrescribirse todo con código Java.

Los botones, por ejemplo, pueden ser creados en este formato y reenganchados para su funcionamiento mediante Java, resultando en una combinación de ambos tipos de programación. Un código en XML no podría funcionar de manera independiente puesto que está puramente orientado al apartado visual.

El comentado kit de desarrollo de software (SDK) de Android es un paquete oficial realizado por Google que permite desarrollar aplicaciones y ejecutar un emulador de la versión de Android en un programa compilador de código, en nuestro caso hemos utilizado Eclipse, por su gran difusión entre los programadores. Otra opción posible para programar en Android es el compilador Android Studio (que no requiere de un SDK), recientemente desarrollado por Google dirigido al desarrollo en este sistema operativo.

9.2.1 Funcionamiento de algoritmos en código bajo nivel: JAVA

A continuación, se va a ejemplificar la forma de programar en Android con un pequeño fragmento representativo comentado del código utilizado. Concretamente, se trata del apartado visual del tablero de selección de trayectorias.

El extracto se encarga únicamente de dibujar el tablero y repintarlo cada vez que sufre modificaciones por eventos externos (se enfría el superconductor, se mueve el imán, etc...). Para ello utiliza todas las variables y datos que le llegan del resto de la Activity o programa donde se encuentra, o de eventos externos, clases o Activities externas a la del tablero y no mostradas debido a su extensión.

³ Componente de la aplicación (App) que provee una pantalla con la que el usuario puede interactuar para hacer algo, como llamar por teléfono, realizar una foto, enviar un email o ver un mapa.

⁴ Fotogramas o imágenes instantáneas en las que se divide una película de cine o una simulación que dan sensación de movimiento al ser proyectadas secuencialmente.

⁵ Definen la estructura visual de la interfaz de usuario, como la utilizada en una Activity o en un widget de una App

```

class Tablero extends View { // Se trata de una nueva clase visual correspondiente al tablero del menú principal, hereda de superclase "View"

    public Tablero(Context context) { // Inicialización de la clase y herencia de la superclase "Context"

        super(context);

    }

    protected void onDraw(Canvas canvas) { // Función principal de dibujado

        canvas.drawRGB( 224, 255, 255 ); // Definición del color de fondo en RGB
        float ancho = 0;
        float alto= 0 ; // Inicialización de variables flotantes de altura y anchura de la pantalla

        Paint paintFondo = new Paint(); // Definición e inicialización de la pintura de fondo en formato ARGB
        paintFondo.setARGB( 255, 224, 255, 255 );

        if (canvas.getWidth() > canvas.getHeight()){ // Asignación de las medidas de altura y anchura de la pantalla
            ancho = fondo.getWidth();
            alto = fondo.getHeight();
        }
        else{
            ancho = fondo.getHeight();
            alto = fondo.getWidth();
        }

        float altocua=alto / 5; // Definición variables flotantes con la medida de las casilla en anchura y altura
        float anchocua = ancho / 9;

        Paint paint = new Paint(); // Definición e inicialización de las pinturas para los elementos del tablero
        paint.setTextSize( 60 ); // Selección del tamaño de texto de esta pintura

        Paint paint2 = new Paint();
        paint2.setTextSize( 60 );
        paint2.setTypeface(Typeface.DEFAULT_BOLD); // Selección de escritura en negrita de esta pintura
        paint2.setARGB( 255, 0, 0, 255 );

        Paint paintlineal = new Paint();
        paintlineal.setARGB( 255, 0, 0, 0 );

        Paint paintIman = new Paint();
        paintIman.setARGB( 255, 0, 0, 255 );

        // Dibujo del SC: se dibujan los rectángulos correspondientes al superconductor en base a las coordenadas relativas definidas
        canvas.drawRect( 0 * anchocua, 3 * altocua, 5 * anchocua, 5 * altocua, paintsc );
        canvas.drawRect( 0 * anchocua, 9 * altocua / 2, 5 * anchocua, 5 * altocua, paintFondo );
        canvas.drawLine( 0 * anchocua, 3 * altocua, 5 * anchocua, 3 * altocua, paintlineal );
        canvas.drawLine( 0 * anchocua, 3 * altocua, 0 * anchocua, 5 * altocua, paintlineal );
        canvas.drawLine( 5 * anchocua, 5 * altocua, 9 * anchocua, 5 * altocua, paintlineal );
        canvas.drawLine( 0 * anchocua, 9 * altocua / 2, 5 * anchocua, 9 * altocua / 2, paintlineal );
        canvas.drawLine( 5 * anchocua, 3 * altocua, 5 * anchocua, 5 * altocua, paintlineal );

        boolean bool1=false, bool2=false; // Se definen dos variables de tipo booleano y se inicializan con valor falso
        float filaact = 0, cc=0; // Se definen e inicializan dos variables flotantes

        for (int f = 0; f < 5; f++) { // Se inicia bucle para las filas de casillas
            for (int c = 0; c < 9; c++) { // Se inicia bucle para las columnas de casillas

                // Se usa una función externa para confirmar si el evento externo que llegue desde otra función (tocar una casilla) está dentro de la casilla

                casillas[f][c].fijarxy( c * anchocua, filaact, anchocua, altocua );

                if (casillas[f][c].destapado == false)
                    paint.setARGB( 205, 70, 130, 180 );
                else // El condicional es utilizado para pintar de un color u otro las casillas destapadas
                    paint.setARGB( 255, 135, 206, 250 );

                if (casillas[f][c].sobran == true)
                    paint.setARGB( 210, 220, 220, 212 );

                if (casillas[f][c].sc == false){// Pinta las casillas dándoles forma rectangular con coordenadas

                    canvas.drawRect(c * anchocua, filaact, c * anchocua + anchocua - 2, filaact + altocua - 2, paint);

                }

                /* Dibuja las líneas horizontales entre casillas */ canvas.drawLine(c * anchocua, filaact, c * anchocua + anchocua, filaact, paintlineal);

                /* Dibuja las verticales*/ canvas.drawLine(c * anchocua + anchocua - 1, filaact, c * anchocua + anchocua - 1, filaact + altocua, paintlineal);

                if (casillas[f][c].contenido >= 1 // Da formato y pintura a los números que destapemos
                    && casillas[f][c].contenido <= 31 // Se usa un algoritmo externo con valores de objetos..
                    && casillas[f][c].destapado){ // ..asignados en otras funciones

                    x1 = c * anchocua + (anchocua / 2) - 9 - anchocua * 34 / 16;
                    x2 = c * anchocua + (anchocua / 2) - 9 + anchocua * 9 / 4;
                    y1 = filaact - altocua / 2;
                    y2 = filaact - altocua / 2 + altocua * 3 / 2;

                    if (f==0){
                        bool2 = true;
                    }
                    bool1 = true;
                }

                if (bool1==true && f==4 && c==8){ //Con estas líneas y usando coordenadas externas se dibuja el imán en cada momento
                    canvas.drawRect( x1, y1, x2, y2, paintIman );
                }

                cc = c;
            }
            filaact = ( filaact + altocua ); // Se actualiza el valor de la fila para el bucle de rastreo principal
        }

    }

}

```

En la siguiente tabla se puede apreciar, de una manera relativamente objetiva, la carga de trabajo que ha supuesto la creación de la App, a través de un parámetro indicativo escogido: el número de líneas de código.

Clase	Menú	Tablero	Gráficas	Simulación 1	Simulación 2	Instrucciones	Teoría	Layouts y estilos	Total
Nº líneas	738	976	1.607	1.257	835	623	856	1.370	8.262

Tabla 3: Indicador del contenido de la aplicación: número de líneas

9.2.2 Funcionamiento de la base de datos

A partir de los ficheros creados previamente en nuestro Cluster, donde se han cifrado las intensidades del superconductor, se procede a crear diversas funciones para la selección de la ruta a la base de datos a partir de la trayectoria seleccionada en el tablero, otra para leer el archivo correspondiente carácter por carácter y una función para el decodificado del mismo.

De esta manera, se reconstruye la matriz de intensidades para cada movimiento del imán y se mandan los datos a la siguiente Activity (Gráficas), donde serán procesados para constituir los datos necesarios para obtener las fuerzas generadas sobre el imán en tiempo real (según el tiempo de cálculo de los algoritmos explicado anteriormente).

9.3 Secciones de la App

En los siguientes subapartados se van a presentar de manera visual las distintas partes que componen la aplicación, además de las explicaciones correspondientes sin entrar en mucho detalle.

9.3.1 Menú principal de la App

Se trata del menú de inicio muy básico donde se muestran las opciones a escoger de la aplicación a modo de botones.



Figura 18: Menú de inicio de la App

9.3.2 Instrucciones para el usuario

En este apartado de la aplicación se muestran una serie de páginas, entre las que será posible navegar y entender el funcionamiento de la aplicación. Del mismo modo que se indicó para los cuadros de texto, las imágenes han sido incorporadas de la misma manera utilizando posicionamiento y ajuste por coordenadas de referencia. Además, se añaden breves explicaciones de los métodos utilizados. En la **Figura 19** se muestran las nueve páginas que lo componen.

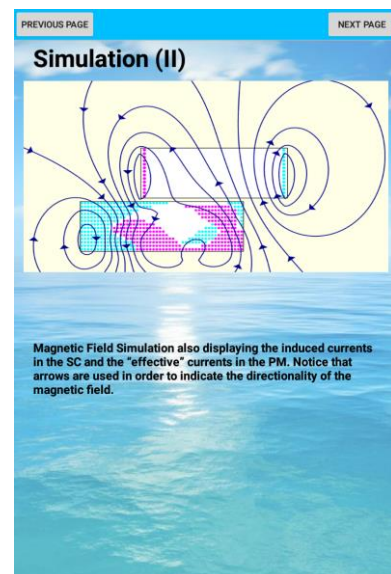
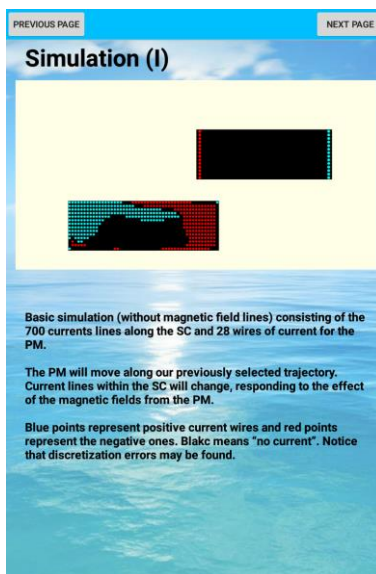
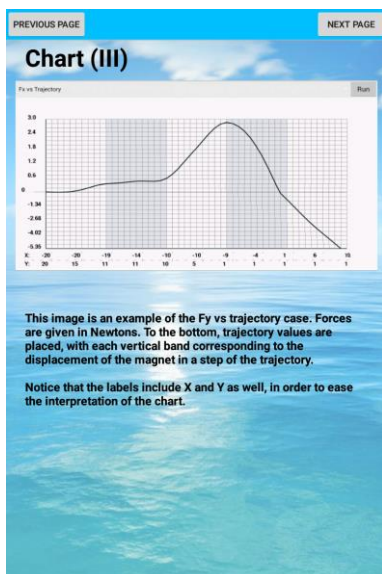
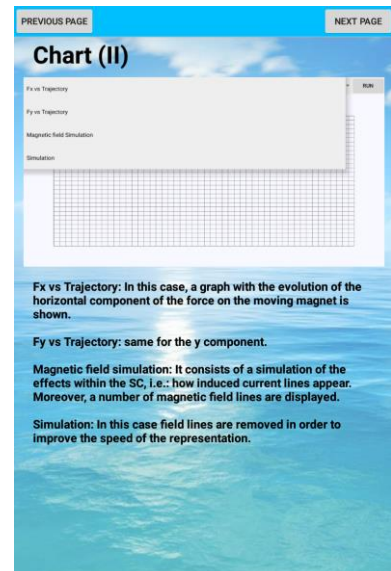
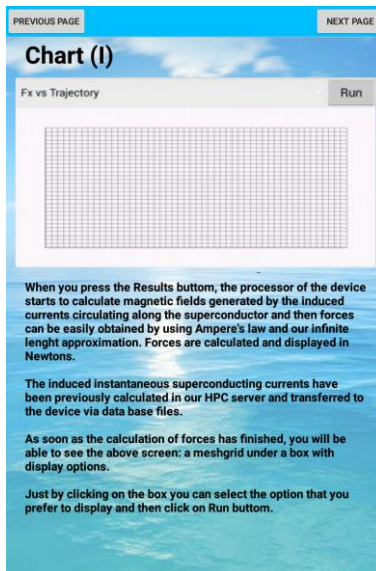
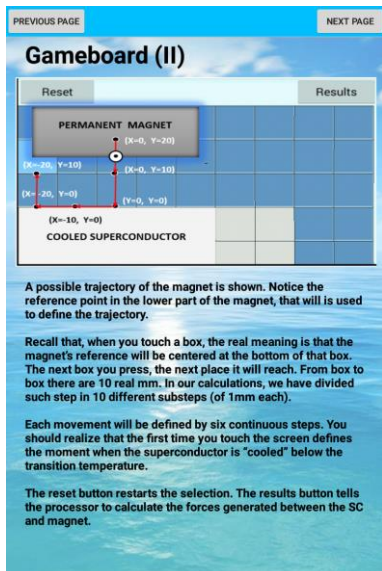
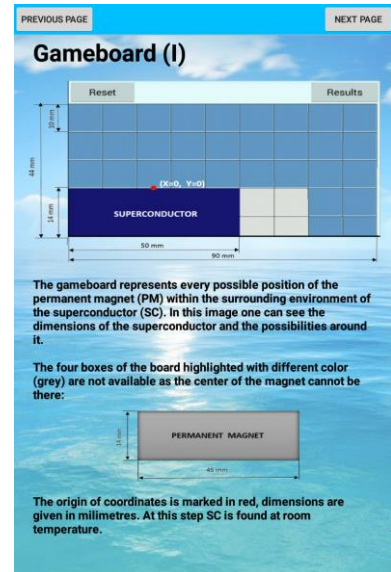
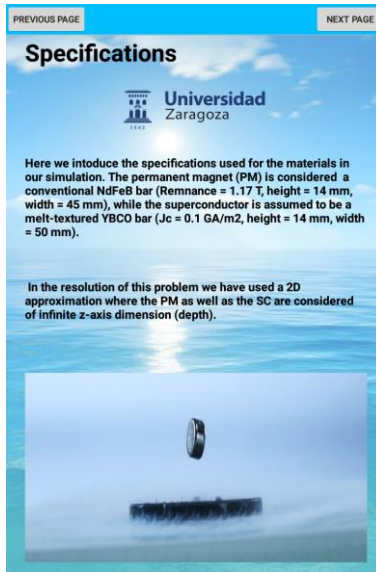


Figura 19: Representación del apartado de instrucciones dentro de la App

9.3.3 Teoría

Dentro del botón correspondiente a “teoría”, dispondremos de nuevo de una serie de páginas entre las que es posible navegar. Se han expuesto conceptos básicos de la superconductividad y una noción del método usado para evaluar fuerzas entre imanes y superconductores numéricamente.

En la **Figura 20** podemos apreciar un vistazo general de las diferentes páginas que actualmente componen esta sección.

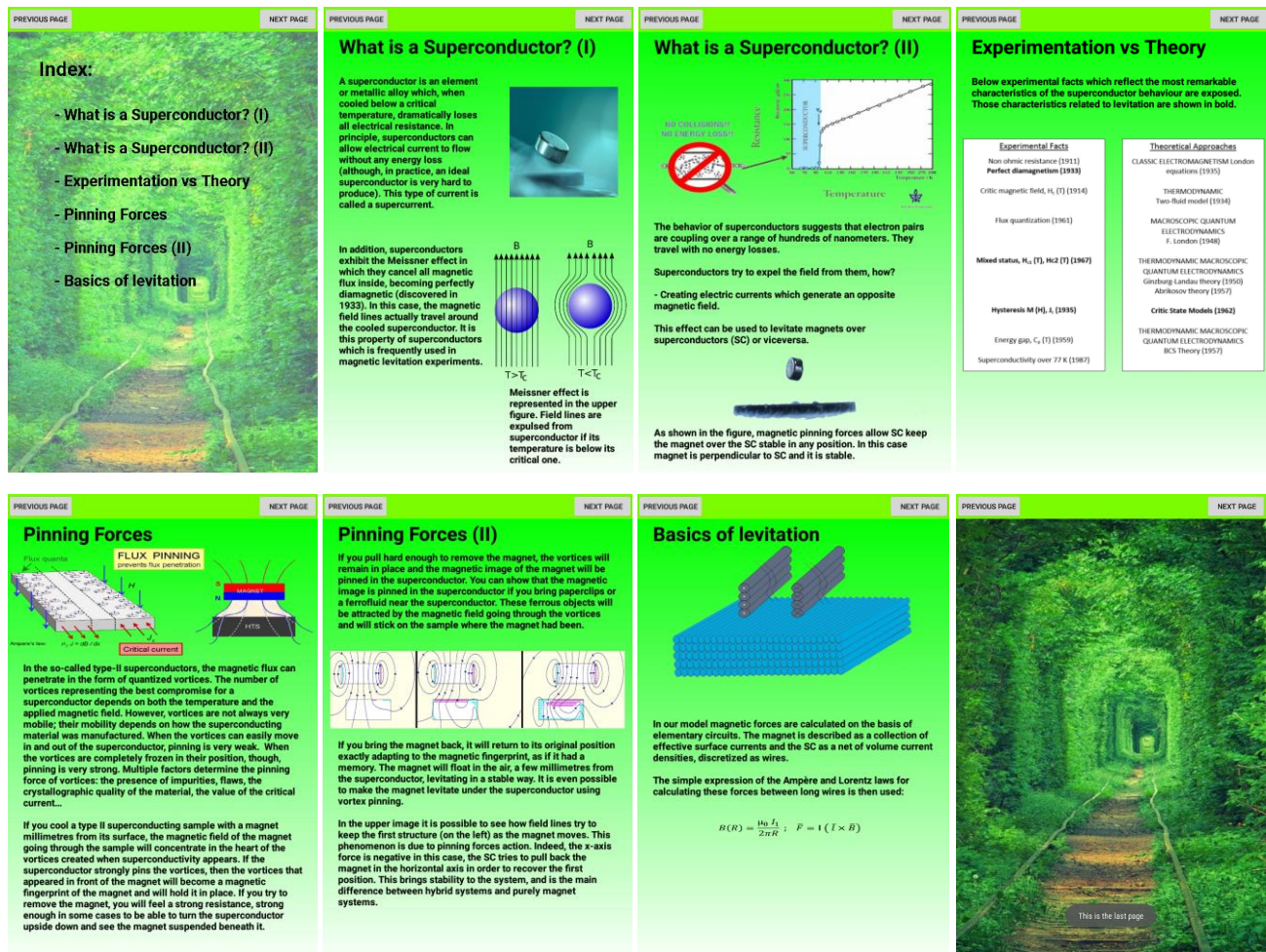


Figura 20: Representación del apartado de teoría dentro de la App

9.3.4 Tablero de selección de trayectoria

En la Activity o pantalla correspondiente al tablero se siguen unas reglas similares a las ya vistas en el primitivo tablero implementado en Matlab anteriormente. Para obtener los resultados en una cierta trayectoria del imán se seleccionan 6 casillas consecutivas (5 movimientos) teniendo en cuenta las medidas del imán y superconductor y que la posición del imán respecto a cada casilla corresponde a la parte inferior central al pulsarla (**Figura 21.a**). Las medidas de ambos materiales y el tablero coinciden con las citadas a lo largo de la memoria.



Figura 21: Representación del apartado del tablero dentro de la App

En la **Figura 21.b** se muestran diferentes reacciones del tablero a nuestro tacto. Al pulsar sobre el tablero, se enfría el superconductor (pasa a ser blanco) por debajo de su temperatura crítica. A cada movimiento que pulsemos, el imán variará su posición a lo largo de las casillas a nuestra voluntad.

9.3.5 Menú análisis de datos

Una vez seleccionada la trayectoria, el programa creado se encargará de traducir las pulsaciones sobre la pantalla a coordenadas, y de coordenadas al nombre concreto del archivo que queremos abrir en la base de datos así como su ruta para llegar hasta él.

Localizado éste, se procede a la lectura del fichero como se ha comentado antes, carácter por carácter, obteniendo el fichero en cifras de tres en tres. Éstas se decodificarán con un algoritmo que funcione de manera inversa al algoritmo de cifrado, recomponiendo así la matriz de intensidades sucesivas en el superconductor para los 50 movimientos.

Una vez obtenidas las intensidades, el programa calculará las fuerzas que surgen sobre el imán en sus componentes vertical y horizontal según las operaciones vistas en el **apartado 4** y las dispondrá en varios vectores junto con la trayectoria correspondiente (en los ejes de ordenadas y abscisas).

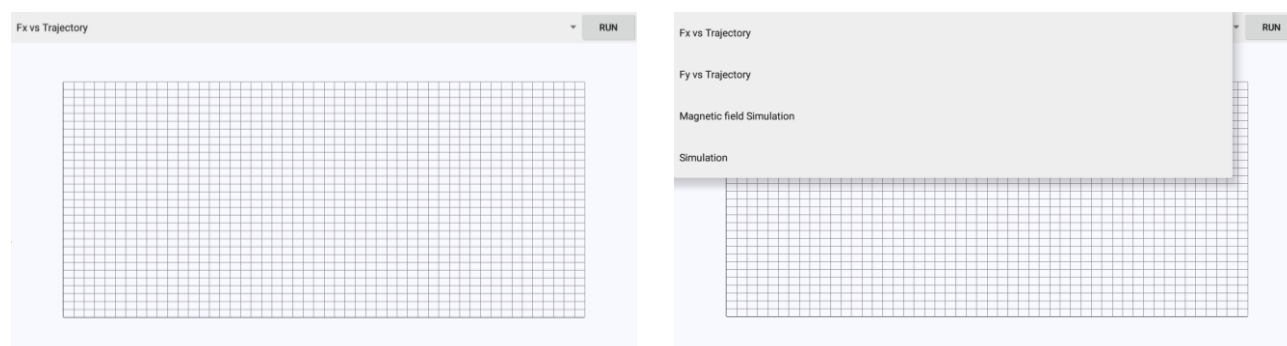


Figura 22: Representación del apartado de análisis dentro de la App

Llegados a este punto, el programa habrá terminado de realizar operaciones y apareceremos en el menú de la **Figura 22.a**, donde podremos elegir una de las cuatro opciones que se presentan en la **Figura 22.b**.

9.3.6 Graficar F_x y F_y frente a la trayectoria

A partir de los vectores obtenidos según se ha explicado en el apartado anterior, y mediante un programa que hemos creado expresamente para el graficado, que basamos en objetos como líneas, coordenadas y texto creamos diferentes visualizaciones. Mediante posicionamientos relativos al tamaño de la pantalla y una serie de funciones creadas para conocer, en todo momento, si la gráfica va a tomar valores positivos, negativos, o ambos, obtenemos una representación como la que se muestra en la **Figura 23**.

Las bandas oscuras y claras representan una diferenciación entre cada uno de los 5 movimientos realizados (de 10 mm cada uno), representadas sus coordenadas X e Y en el eje de abscisas de las gráficas. Nótese que las fuerzas obtenidas en el eje de ordenadas están cuantificadas en unidades Newton.

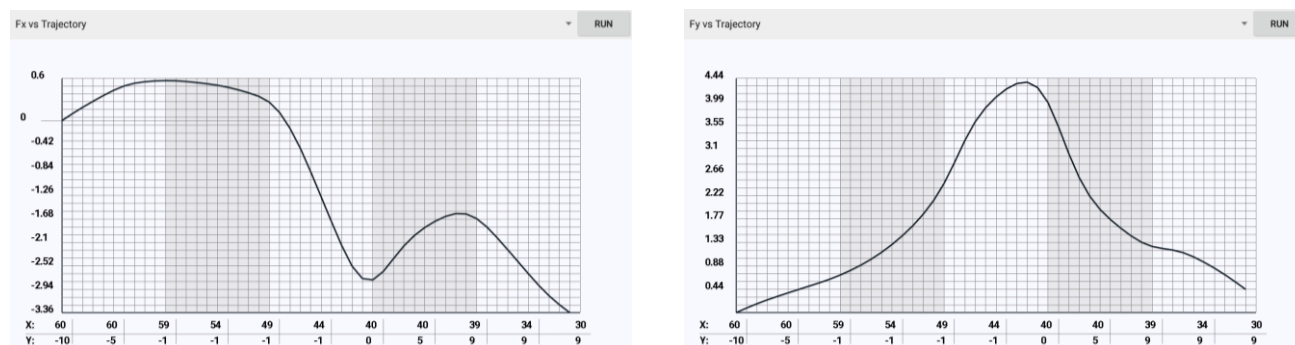


Figura 23: Representación del apartado de graficado dentro de la App

Se representarán los datos anteriores de manera ordenada a lo largo del eje de abscisas, que indicará los valores de posición de la trayectoria correspondientes en cada caso. En la **Figura 23.a** y **Figura 23.b** puede verse un ejemplo de la componente horizontal y la componente vertical de las fuerzas, respectivamente, a lo largo de una cierta trayectoria.

9.3.7 Simulación de las corrientes en el Superconductor

Con las intensidades almacenadas previamente en una matriz (desde la anterior Activity), es posible representar la estructura del superconductor en base al mallado de 700 celdas/intensidades utilizado desde un primer momento. Las intensidades son representadas en color azul en caso de ser positivas (hacia dentro) y en color rojo si son negativas (hacia fuera), por un convenio de colores puramente estético. El número de puntos rojos equivale al número de puntos azules, cumpliendo que la magnitud de las corrientes que entran sea igual a la de las que salen.

Para ello se crea una simulación en dos dimensiones, que funcionará a 5 FPS (frames/fotogramas por segundo), este valor produce una sensación de movimiento continuo.

Para su realización se ha necesitado crear un algoritmo utilizando funciones y clases propias de simulación en bajo nivel (se tiene un total control de lo que ocurre en cada instante de la simulación a proyectar) de Java, como puede ser “GameView” o “GameLoopThread” y se han editado para poder representar nuestros rectángulos con sus respectivas intensidades cambiando con el tiempo. Se ha añadido, además, un tiempo de retraso en caso de variación extrema de los tiempos por frame, para suavizar el recorrido. En la **Figura 24** se muestran varios ejemplos.

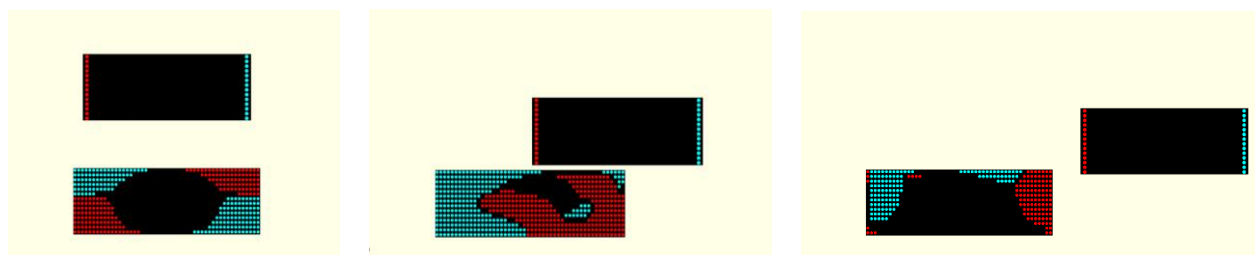


Figura 24: Representación de un muestreo de la simulación de la estructura del superconductor e imán dentro de la App

9.4 Representación de las líneas de campo magnético

Conocidas las intensidades, podemos calcular el potencial vector del problema y a partir de éste el campo magnético. Veámoslo. De hecho, en un problema bidimensional para el cual el potencial vector es de una sola componente, mediante sus isolíneas podemos hallar el vector del campo magnético que corresponde:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & A \end{vmatrix} = \frac{\partial A}{\partial y} \hat{i} - \frac{\partial A}{\partial x} \hat{j},$$

cuyas componentes son, por lo tanto:

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y} \hat{i}$$

$$B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} \hat{j}$$

Recordemos que las líneas de campo vienen dadas por

$$\frac{dx}{dy} = \frac{B_x}{B_y}$$

Y por último que las isolíneas de \vec{A} cumplen que $d\vec{A} = 0$:

$$d\vec{l} \cdot \vec{\nabla} A = dx \frac{\partial A}{\partial x} + dy \frac{\partial A}{\partial y} = dx \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{dy}{dx} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = dx \left(-B_y + \frac{B_y}{B_x} B_x \right) = 0 \quad < >$$

Queda demostrado, por lo tanto, que ambos vectores son paralelos entre ellos, sabiendo que el vector campo magnético \vec{B} es paralelo al vector diferencial de la línea.

9.4.1 Visualización de las líneas de campo magnético

Comenzaremos por mostrar la función $A(x, y)$ para luego mostrar sus isolíneas. En la **Figura 25.a** se muestra la variación del potencial vector en dos dimensiones, correspondiente al imán sin apenas influencia del superconductor. Se trata de un caso donde el imán se sitúa alejado de éste y los picos del potencial vector corresponden a los polos del imán.

En la **Figura 25.b** (vista bidimensional) se puede apreciar que la influencia del superconductor (dos zonas coloreadas en azul y amarillo en la zona inferior) no afecta todavía al valor total, que es prácticamente el del imán.

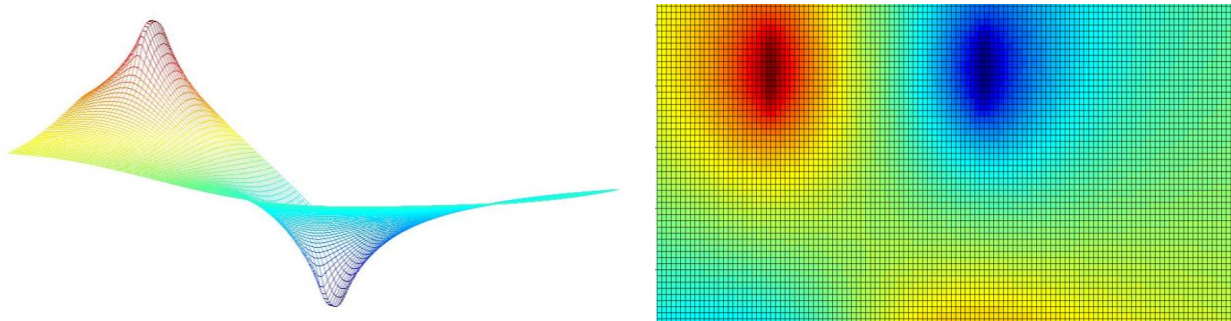


Figura 25: Representación del potencial vector del imán en tres y dos dimensiones respectivamente en Matlab

Se comprueba a su vez en la **Figura 25.a** que las isolíneas corresponden a las curvas de nivel de la “montaña”, concentrándose alrededor del máximo (pico) o mínimo en su caso. Este hecho se utilizará para hacernos una idea de cómo se realizará la representación en la App.

En cuanto la influencia del superconductor entra en escena, se puede comprobar en la **Figura 26** cómo se modifica enormemente la forma del potencial vector, apareciendo en este caso dos polos análogos a modo de reacción en el superconductor. En este supuesto, ambos materiales se están repeliendo y se daría una situación de levitación.

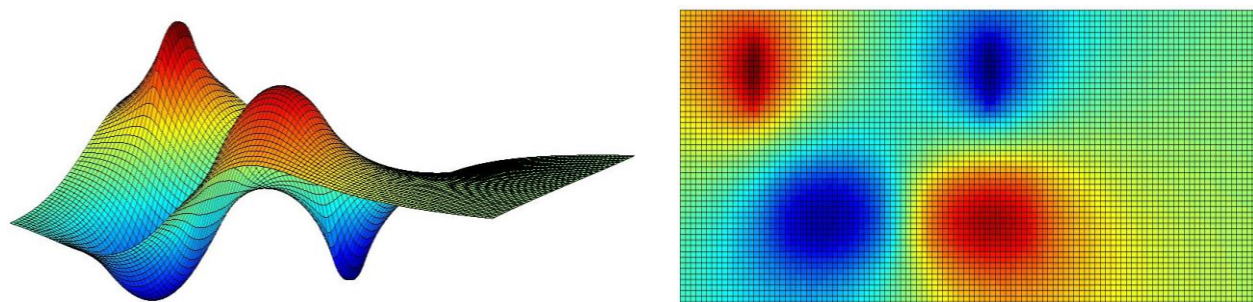


Figura 26: Representación del potencial vector imán-SC en tres y dos dimensiones respectivamente en Matlab

La **Figura 25** y **Figura 26** muestran una representación tridimensional del potencial vector que ha sido aproximada por el programa Matlab. Con el mallado utilizado, el número de puntos obtenido no es suficiente para obtener dicha representación sin llevar a cabo una aproximación (**Figura 27.a**). Como veremos, esto constituirá un problema en la representación de las líneas de campo magnético a partir del potencial vector.

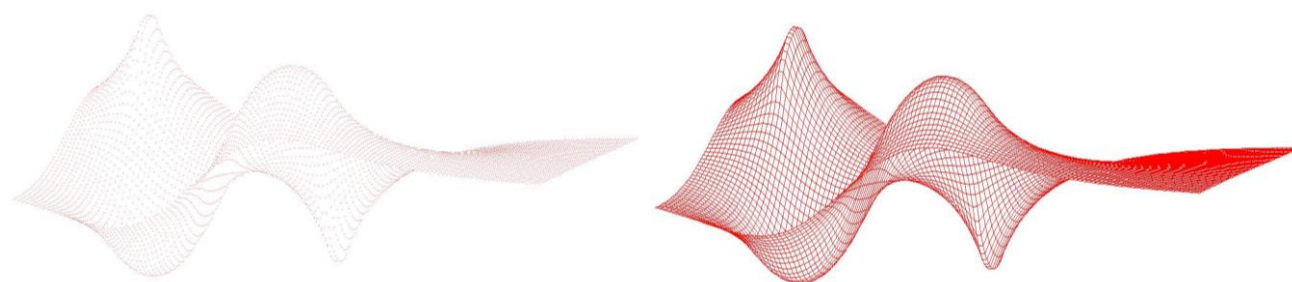


Figura 27: Izquierda (a), representación de los valores exactos calculados del potencial vector. Derecha (b), aproximación lineal a trozos (sin añadir colores) utilizada por Matlab para representar la función

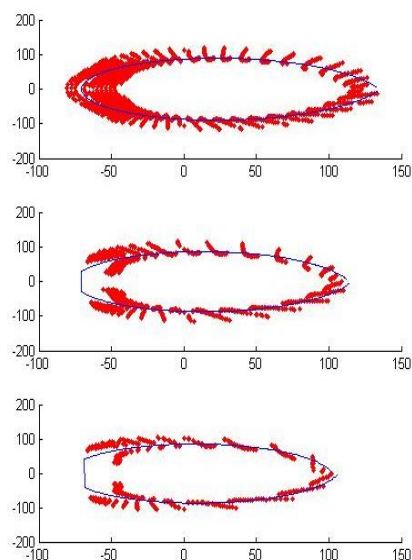


Figura 28: Aproximación de isolínea de potencial utilizando series de Fourier. De arriba hacia abajo se representan aproximaciones con cada vez menos tolerancia en el rango de aproximación utilizado (número de puntos considerados)

A partir de la **Figura 27.a**, es fácil comprender que la localización precisa de las líneas equipotenciales no es inmediata, a no ser que se disponga de un mallado mucho muy fino, y esto implica un tiempo de cálculo muy elevado.

En la **Figura 28** se muestra la aproximación numérica realizada mediante series de Fourier (utilizando 3 coeficientes) de una de las isolíneas de potencial generada por un imán. En rojo se representan los distintos valores del potencial vector en nuestro mallado que se sitúan dentro del rango considerado para definir dicha línea.

Se puede apreciar la diferencia en el rango considerado, con unos límites mucho mayores en la imagen superior y menores límites en las imágenes inferiores. Se puede comprobar fácilmente que la exactitud de la aproximación es mayor cuanto mayor sea el rango/tolerancia de valores de potencial tomado en torno al valor del potencial de la línea considerado.

En vista de estos resultados se concluyó que era necesaria una interpolación directa dentro del mallado para obtener los valores exactos del potencial vector que coincidan con la línea y así ahorrar tiempos de cálculo innecesarios ampliando tolerancias o mallados. Además, la utilización de series de Fourier, a pesar de ser bastante precisa (si se utilizan 9 coeficientes en lugar de 3 funciona mucho mejor), requiere un elevado

tiempo de cálculo y necesita de la recolección de datos alrededor del valor exacto de cada línea (rangos) y su posterior codificación con su consecuente tiempo de cálculo. Por todo ello se requeriría de una base de datos adicional. En vista de los problemas de un cálculo indirecto, se desarrolló una opción más eficaz de cálculo directo, brevemente explicada en el siguiente apartado.

9.5 Simulación de las líneas de campo magnético y sus corrientes

Para la resolución del problema de representación de isolíneas del potencial vector, con un mallado de 54 x 125 elementos, apropiado para un móvil, se ha utilizado un algoritmo basado en el concepto de inducción mutua.

Dicho cálculo es el más costoso para el procesador del móvil o Tablet utilizado, debido a la cantidad de operaciones necesarias puesto que cada elemento de corriente crea potencial en cada punto del mallado y hemos de sumar todos ellos.

Así pues, si queremos calcular el potencial creado por un hilo de corriente I_j situado en (x_j, y_j) en un punto de coordenadas (x_i, y_i) , basta aplicar $A_i = \sum_j M_{ij} I_j$. En nuestro caso:

$$M_{ij} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{a^2}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

Una evaluado $A(x, y)$, el algoritmo utilizado para el dibujado de isolíneas utiliza dos bucles de rastreo a lo largo de la matriz correspondiente al potencial vector en la malla, para ir localizando donde se sitúan los valores más cercanos al valor del potencial vector de cada una.

Para ello se compara la diferencia positiva y negativa hacia cada lado del punto más próximo a la línea actual (se comprueba por lo tanto la variación de la pendiente, las derivadas) y se realiza una interpolación lineal en el mallado para hallar el punto exacto donde la línea tiene ese preciso valor. Dicho valor se compara con sus vecinos más próximos para hallar el siguiente punto exacto. Este método se repite iterativamente hasta obtener todos los trazos de la línea y se almacenan en una matriz sus coordenadas X e Y .

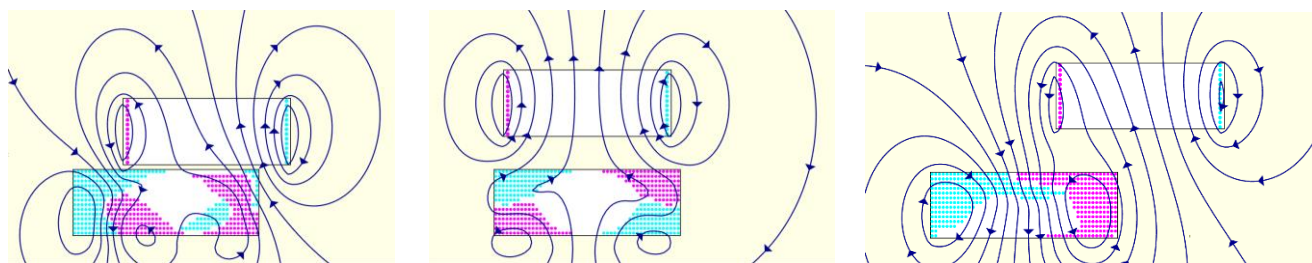


Figura 29: Representación de un muestreo de simulación con líneas de campo magnético dentro de la App

Finalmente, los valores de la matriz son graficados para cada línea sobre la pantalla del móvil o Tablet, como se aprecia en la **Figura 29**. Además, se ha incluido un último algoritmo realizado para dibujar las flechas en el sentido del campo magnético. Para ello, de nuevo, se hace uso del potencial vector, cuyo gradiente nos informa de dicho aspecto en cada punto. Por último se ha utilizado un algoritmo propio de Java para realizar un suavizado por "Antialiasing" de las líneas de campo y que resulten más agradables a la vista.

Todo ello se incluye en los algoritmos de simulación por frames y resulta en una representación con una velocidad aceptable.

PARTE V: IMPLEMENTACIÓN DE LA APP: CONCLUSIONES

10 Motivación del trabajo y logros alcanzados

El trabajo surgió ante la necesidad de comprobación de cálculos para una máquina en construcción en el Departamento de Ingeniería Eléctrica, de la Universidad de Zaragoza. Los métodos de simulación que se desarrollaron, en los cuales se basa el actual trabajo, resultaron exitosos en la descripción cuantitativa de los ensayos [16] y se decidió extenderlos al estudio de configuraciones elegibles por el usuario mediante recursos sencillos (nuestra App).

En estos momentos se contempla la posibilidad de escribir un artículo de tipo didáctico sobre la aplicación Android en su versión actual. Asimismo, se estudia la implantación de nuevas variantes en la App, así como la ampliación de sus funciones y la extensión a otros sistemas operativos. A continuación se van a comentar brevemente las relaciones iniciadas con dos empresas a raíz del presente trabajo.

10.1 CAN SUPERCONDUCTORS

Se han iniciado contactos con CAN SUPERCONDUCTORS, empresa de la República Checa dedicada a la fabricación y venta de materiales superconductores, que goza de prestigio internacional. Actualmente nos encontramos en negociaciones para una posible implementación de la aplicación en su oferta de productos.

10.2 MAG SOAR S.L.

En este caso se trata de una empresa nacional, ubicada en Valdemoro (Madrid). Comercializan productos tecnológicos como engranajes levitantes, han mostrado interés en nuestra aplicación y sus simulaciones, ha dado lugar al inicio de una colaboración en el desarrollo de una deslizadera aeroespacial.

10.3 EDPR

Se plantea la posibilidad de realizarse una propuesta de colaboración con la empresa EDP renovables, líder a nivel global en el sector de las energías renovables. Estamos en la última fase de un concurso en el que valorarán la memoria enviada.

En este caso podría plantearse una versión de la aplicación dirigida tanto al diseño de aerogeneradores como al almacenamiento de energía mediante la utilización de Flywheels, ambos basados en superconductores.

11 Justificación de la relevancia e innovación del trabajo

Por lo que nosotros sabemos, el concepto de una herramienta tipo “**eLEVapp**” no existe por el momento, y proponemos que puede aportar nuevas opciones y cubrir algunas carencias importantes en cada uno de los sectores que muestra el esquema siguiente y se detallan a continuación.



Diagrama 5: Esquema de los diferentes sectores a los que puede dirigirse la aplicación

Divulgación. En numerosos círculos de divulgación científica es muy común la utilización de un “kit (o tren) de levitación”, basado en un sistema de imanes y pastillas superconductoras. El divulgador suele explicar que debe tenerse cuidado con la ruta seguida al enfriar el superconductor: algunas conducen a situaciones inestables, otras a fuerzas de atracción, otras de repulsión, otras permiten realizar levitación lateral, etc. Finalmente, el espectador suele quedarse con la idea de que el fenómeno es muy complejo (lo cual es cierto) y de que lograr levitación estable es casi arte de magia. Disponer de una aplicación interactiva que permitiese simular las situaciones posibles, cuantificar las fuerzas que surgen, etc. resultaría instructivo a nivel científico.

Enseñanza Secundaria. En este ámbito académico, disponer de la aplicación proporcionaría una herramienta muy útil para atraer a los estudiantes hacia este importante sector de la tecnología. Podrían plantearse talleres teórico/prácticos, en los que el monitor propusiera investigar diferentes rutas de enfriamiento, relación de dimensiones, etc. para optimizar la fuerza obtenida y entender que, además de la fuerza elevada, hay que procurar la estabilidad del sistema, etc.

Enseñanza superior. Con los estudiantes de grados científico/técnicos la idea anterior podría llevarse a un terreno más cercano a la propia investigación. Dado el aspecto cuantitativo de los cálculos, podrían llevarse a cabo estudios diversos: resolver situaciones límite en las que se verificasen los métodos analíticos que un estudiante con conocimientos de Electromagnetismo intermedio puede realizar, proponer trabajos de diseño de sistemas levitantes quizás combinando el modo base de datos con un futuro modo servidor, etc.

Investigación aplicada. Aunque, evidentemente, muchos de los grupos de investigación que trabajan en sistemas levitantes cuentan con herramientas de cálculo sofisticadas para su diseño, el uso de éstas siempre debe entenderse como la etapa final de dicho proceso. En particular, su correcto uso suele requerir conocimientos de cálculo numérico, al menos rudimentarios y complejas soluciones de software específicas. Con dicha herramienta/App se cubrirían muchos pasos iniciales, puesto que permitiría descartar opciones y centrarse directamente en las óptimas. Podría utilizarse la aplicación como herramienta de ayuda en tiempo real para discusiones, sesiones de trabajo, etc. En definitiva, se minimizarían esfuerzos e inversiones asociados a la estrategia de prueba y error con métodos sobredimensionados.

Investigación básica. Debido a la cantidad de posibilidades que permite la App, cabe la opción de descubrir una gran cantidad de configuraciones peculiares que den paso tanto a pequeñas curiosidades como a nuevos descubrimientos en la forma de utilizar un sistema híbrido imán-superconductor.

12 Discusión sobre el trabajo

Es posible afirmar que se ha encontrado una solución a los problemas que se plantearon en el resumen e introducción: se ha desarrollado una herramienta rápida, útil y sencilla para simular la dinámica de sistemas imán-superconductor.

Prueba de la utilidad de la aplicación es el interés mostrado por las empresas mencionadas anteriormente, que permitirían desarrollar nuestro trabajo en ámbitos muy variados.

Entre los principales puntos fuertes del desarrollo podemos citar:

- **La innovación de la herramienta:** puesto que hasta ahora no existía una herramienta portátil de este tipo.
- **Su amplia versatilidad:** puede abarcar geometrías de interés: *(a)* con una de sus dimensiones aproximable a longitud infinita (tales como vías de tren o raíles para vagones o contenedores) con enorme precisión numérica, y *(b)* en el caso de geometrías cilíndricas, para desplazamientos verticales centrados (bastante comunes).
- **La velocidad de cálculo:** el hecho de disponer de una base de datos incorporada permite el cálculo en tiempo real de las soluciones.
- **El reducido tamaño de la aplicación:** el espacio que ocupa en dispositivos móviles se encuentra por debajo de 100 Mb, que está a la altura de la gran mayoría de aplicaciones actualmente.
- **No es necesaria conexión a internet:** la posibilidad de obtener las soluciones de manera autónoma, gracias a la base de datos incorporada.

- **Constituye una herramienta educativa:** la posibilidad de observar la estructura interna del superconductor en cada momento y la evolución de las líneas de campo magnético, así como la inclusión de un breve apartado sobre la superconductividad en la aplicación, reafirman su labor educativa para todo aquel que tenga interés.

Detectamos algunos puntos débiles:

- **La base de datos actual limita la totalidad de las posibilidades:** no es posible salir de la relación geométrica actual.
- **Problemas con la geometría:** para geometrías cilíndricas y desplazamientos no centrados no se obtiene una solución suficientemente buena.
- **No es posible utilizar otro material actualmente:** la base de datos está determinada por las propiedades de un material superconductor concreto, el YBCO, muy utilizado actualmente pero no el único. El imán utilizado es NdFeB que, de nuevo, no es el único.

13 Líneas futuras del trabajo

A raíz de los puntos débiles comentados, este trabajo ha dejado abiertas varias líneas de continuidad a retomar en futuros trabajos o proyectos, que den solución a los problemas mencionados anteriormente y aporten variedad de soluciones. Entre las mismas pueden citarse:

- **Utilización de un servidor con conexión accesible desde cualquier dispositivo y desde cualquier punto con conexión a internet:** esta solución proporcionaría la posibilidad de realizar cualquier trayectoria específica para cualquier geometría concreta previamente programada.

Se evitaría la necesidad de espacio para bases de datos de gran tamaño. Su desventaja, además del tiempo de cálculo en el servidor, es la necesidad de conexión a internet para el envío y recepción de datos.

- **Resolución del problema físico de geometría cilíndrica de manera generalizada:** este problema actualmente sigue sin una solución exacta en movimientos arbitrarios.
- **Posibilitar la utilización de más de dos materiales:** la combinación de superconductores con diferentes características, o idénticos pero situados en paralelo, es una situación comúnmente utilizada en las aplicaciones reales de levitación. Añadir esta posibilidad, así como la adición de materiales paramagnéticos para la concentración de flujo magnético es otra opción a barajar en un futuro próximo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. M. Wolsky “*HTS from precommercial to comercial: a roadmap to future use of higher-temperature superconductors by the power sector*”, Internal Report, Sep. 2013.
- [2] J. R. Hull, “*Superconducting bearings*”, Supercond. Sci. Technol., vol 13, no.2, pp. R1–R15, Feb. 2000; K. B. Ma, Y. V. Postrekhin, and W. K. Chu, “*Superconductor and magnet levitation devices*”, Rev. Sci. Instrum., vol. 13, no.2, pp. 4989–5017, Jun. 2003; F. Moon, “*Superconducting Levitation*”, Hoboken, NJ: Wiley, 2008.
- [3] C. Navau, N. Del-Valle and A. Sánchez, “*Macroscopic modeling of magnetization and levitation of hard type-II superconductors: the critical-state model*”, IEEE Trans. Appl. Supercond. vol. 23, no. 1, p. 8201023, Feb. 2013.
- [4] Ramin Esfandiari “*MATLAB Manual for Advanced Engineering Mathematics*”, Atlantis Publishing Company, 1st edition, 2007.
- [5] Al Kelley and Ira Pohl “*A Book on C*”, Addison-Wesley, Edition 4 – 1998.
- [6]: Jerry Peek, Grace Todino, John Strang “*Learning the Unix Operating System*” 5th Edition, O'Reilly Media, 2001.
- [7] Patrick Niemeyer and Daniel Leuck “*Learning Java*” 4th Edition, O'Reilly Media, 2013.
- [8] José Enrique Amaro Soriano “*El gran libro de programación avanzada con Android*”, Marcombo, 2012.
- [9] J. Tomás Gironés “*El Gran Libro de Android avanzado*”, Marcombo, 2013.
- [10] S. Earnshaw, “*On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of luminiferous ether*”, Trans. Cambr. Philo. Soc. vol. 7, no. 1, p. 97, 1842.
- [11] John R. Reitz; Frederick J. Milford “*Foundations of Electromagnetic Theory*”, Addison-Wesley, 1972.
- [12] L. Solymar, D. Walsh “*Lectures on the Electrical Properties of Materials*” (Oxford Science Publications) – 1993.
- [13] A. Badía-Majós and C. López, “*Electromagnetics close beyond the critical state: thermodynamic prospect*”, Supercond. Sci. Technol., vol. 25, no. 10, p. 104004, Oct. 2012.
- [14] A. Badía-Majós and C. López, “*Modeling current voltage characteristics of practical superconductors*”, Supercond. Sci. Technol., vol. 28, no. 2, p. 024003, Feb. 2015.
- [15] A. R. Conn, N. I. M. Gould, Ph. L. Toint “*LANCELOT: A Fortran Package for Large-Scale Nonlinear Optimization*”, Springer Series in Computational Mathematics (Springer Verlag, 1998).
- [16] A. Badía-Majós, Aliaga, J. Letosa, M. Mora and J. Peña “*Trade-off modeling of superconducting levitation machines: theory and experiment*”, Transactions on Applied Superconductivity (IEEE), 2015.