

# Trabajo Fin de Grado

Diseño, análisis cinemático y estructural de una  
caja de cambios sincronizada de 6 velocidades.

## ANEXOS

Autor

Jorge Juan Gil Ramírez

Director

Marco Carrera Alegre

Javier Óscar Abad Blasco



## Índice

1.	El sistema de cambios .....	1
2.	Caja de cambios manual.....	3
2.1.	Caja de cambios manual de tres ejes .....	4
2.1.1.	Funcionamiento .....	5
2.2.	Caja de cambios manual de dos ejes .....	8
2.2.1.	Funcionamiento .....	10
3.	Caja de cambios automática .....	16
3.1.	Convertidor de par hidráulico .....	16
3.1.1.	Funcionamiento .....	18
3.2.	Engranaje planetario .....	20
4.	Ficha técnica del vehículo .....	24
5.	Determinación de las relaciones del cambio .....	27
5.1.	Introducción .....	27
5.2.	Selección de la relación de cambio más larga .....	28
5.3.	Selección de la relación de cambio más corta .....	31
5.4.	Escalonamiento de las marchas .....	34
5.4.1.	Escalonamiento geométrico.....	35
5.4.2.	Escalonamiento progresivo .....	38
6.	Diseño de la geometría de los engranajes .....	43
7.	Estado de cargas en los engranajes .....	48
8.	Elección material de los engranajes.....	50
8.1.	Cálculo a flexión .....	50
8.2.	Cálculo a desgaste superficial .....	56
9.	Cálculo del eje .....	58
9.1.	Cálculo a resistencia .....	58
9.2.	Cálculo a fatiga .....	66
10.	Modelado y ensamblaje del conjunto.....	71
10.1.	Modelado de los engranajes .....	71
10.2.	Modelado de los ejes .....	80
10.3.	Modelado de los sincronizadores .....	81
10.4.	Ensamblaje del conjunto .....	82
11.	Análisis del comportamiento cinemático y dinámico .....	85
11.1.	Análisis cinemático .....	85

11.2.	Análisis de los pares de entrada y salida .....	88
11.3.	Consumos de energía .....	90
12.	Análisis del comportamiento estructural.....	95
13.	Bibliografía .....	103
14.	Índice de figuras .....	104
15.	Índice de tablas .....	107

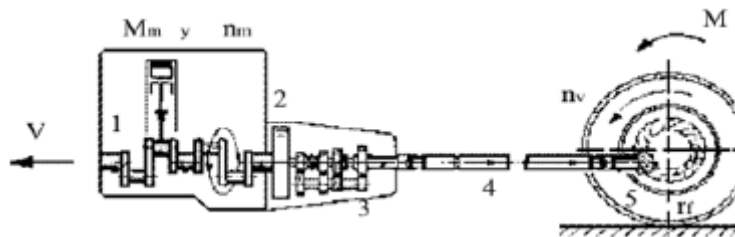
# 1.El sistema de cambios

El propósito de la caja de cambios es adaptar tanto el par como las revoluciones del motor a la marcha del vehículo dependiendo de las condiciones de circulación en cada caso.

En ocasiones, el par que genera el motor es inferior al necesario en las ruedas para vencer las resistencias a la marcha, pero el número de revoluciones del motor es superior al necesario en las ruedas, de forma que introduciendo las reducciones oportunas en la transmisión se consigue multiplicar el par a costa de reducir la velocidad de giro, equilibrando las posibilidades del motor con las necesidades en las ruedas.

Las reducciones de giro en el cambio se consiguen por medio de engranajes. La reducción es el resultado de dividir el número de vueltas que da el primer piñón conductor por las que da el último piñón conducido.

La caja de cambios de un vehículo forma parte del sistema transmisión de movimiento de este. Este sistema se compone de los siguientes elementos mostrados en la imagen a continuación.



**Ilustración 1. Sistema de transmisión general de un vehículo**

- 1) Motor: se trata del elemento de la transmisión encargado de generar movimiento. Son generalmente térmicos entre los que se encuentran motores de dos y cuatro tiempos y actualmente se están implementando motores eléctricos.
- 2) Embrague: el sistema de embrague es el elemento encargado de transmitir la potencia del motor hasta la caja de cambios del automóvil, permitiendo acoplar o desacoplar esa transmisión de movimiento en función de la necesidad de los cambios de marcha.
- 3) Caja de cambios: adapta tanto el par como las revoluciones del motor a la marcha del vehículo.
- 4) Eje motriz: permiten la transmisión del movimiento de la parte delantera del vehículo a la trasera.
- 5) Grupo cónico-diferencial: transmiten y convierten ese movimiento longitudinal en uno transversal.

En función del tipo de tracción, delantera, trasera o 4x4, que disponga el vehículo, la caja de cambios y los elementos de la transmisión presentarán una disposición u otra tal y como se muestra a continuación.

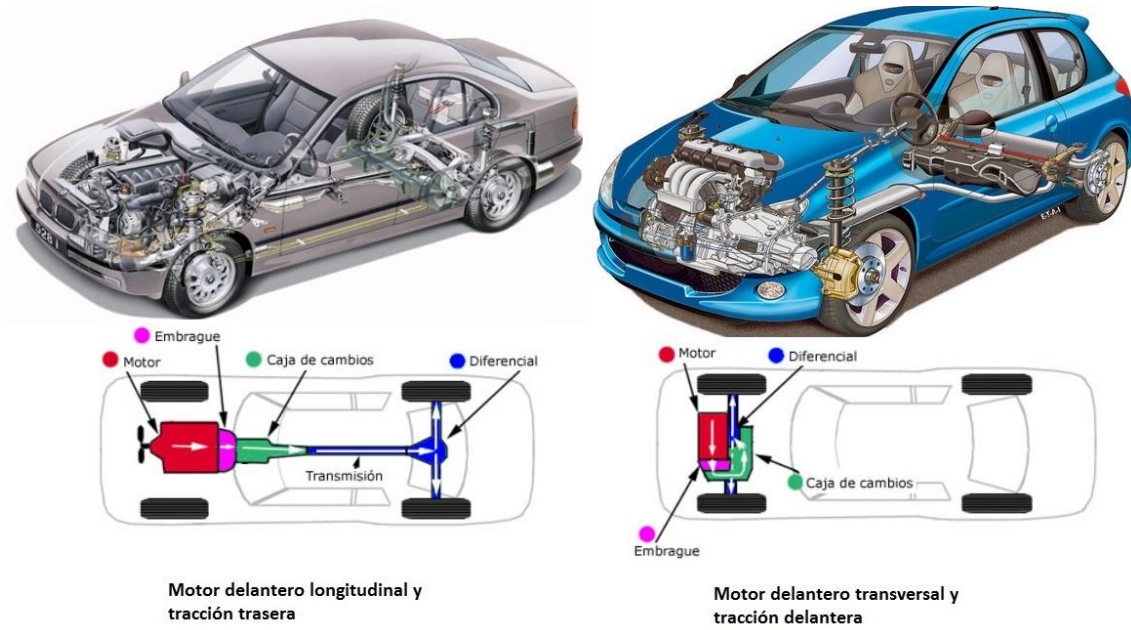


Ilustración 2. Disposición de los elementos de la transmisión en función del tipo de tracción

## 2. Caja de cambios manual

El sistema de cambio de marchas manual ha evolucionado notablemente desde los primeros mecanismos de caja de cambios de marchas manuales sin dispositivos de sincronización hasta las actuales cajas de cambio sincronizadas de dos ejes.

Independientemente de la disposición transversal o longitudinal y delantera o trasera, las actuales cajas de cambios manuales son principalmente de dos tipos:

- De tres ejes: un eje primario recibe el par del motor a través del embrague y lo transmite a un eje intermediario. Éste a su vez lo transmite a un eje secundario de salida, coaxial con el eje primario, que acciona el grupo diferencial.
- De dos ejes: un eje primario recibe el par del motor y lo transmite de forma directa a uno secundario de salida de par que acciona el grupo diferencial.

En ambos tipos de cajas manuales los piñones utilizados actualmente en los ejes son de dentado helicoidal, el cual presenta la ventaja de que la transmisión de par se realiza a través de dos dientes simultáneamente en lugar de uno como ocurre con el dentado recto tradicional siendo además la longitud de engrane y la capacidad de carga mayor. Esta mayor suavidad en la transmisión de esfuerzo entre piñones se traduce en un menor ruido global de la caja de cambios. En la marcha atrás se pueden utilizar piñones de dentado recto ya que a pesar de soportar peor la carga su utilización es menor y además tienen un coste más reducido.

En la actualidad el engrane de las distintas marchas se realiza mediante dispositivos de sincronización o "sincronizadores" que igualan la velocidad periférica de los ejes con la velocidad interna de los piñones de forma que se consiga un perfecto engrane de la marcha sin ruido y sin peligro de posibles roturas de dentado. Es decir, las ruedas o piñones están permanentemente engranadas entre sí de forma que una gira loca sobre uno de los ejes que es el que tiene que engranar y la otra es solidaria en su movimiento al otro eje. El sincronizador tiene, por tanto, la función de un embrague de fricción progresivo entre el eje y el piñón que gira libremente sobre él. Los sincronizadores suelen ir dispuestos en cualquiera de los ejes de forma que el volumen total ocupado por la caja de cambios sea el más reducido posible.

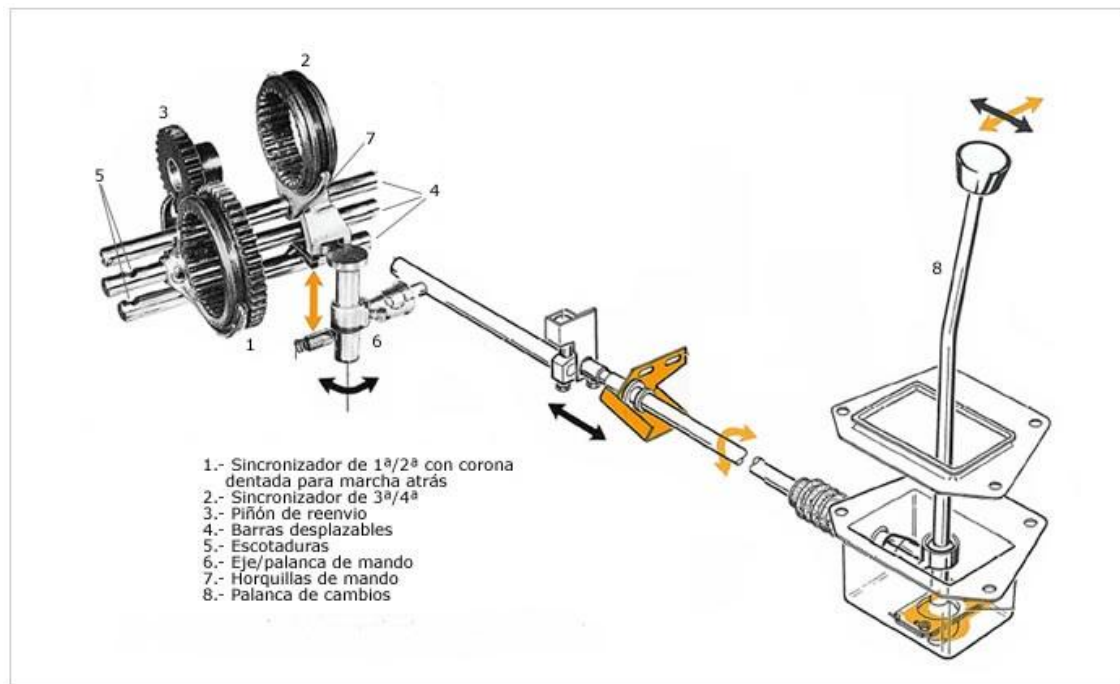
Existen varios tipos de sincronizadores de los cuales destacan: sincronizadores con cono y esfera de sincronización, sincronizadores con cono y cerrojo de sincronismo, sincronizadores con anillo elástico, etc.

La selección de las distintas relaciones del cambio de velocidades, se logra con el desplazamiento adecuado de los sincronizadores tal y como se ha indicado anteriormente. En gargantas apropiadas de las coronas de sincronización, se alojan las horquillas de mando que, a su vez, pueden ser movidas por las barras desplazables a las que van fijadas. El conjunto de

horquillas de mando, barras desplazables y los correspondientes fijadores de posición, recibe el nombre de mando interno de las velocidades.

Cada horquilla de mando acciona un sincronizador y este, a su vez, es capaz de seleccionar dos velocidades.

Las horquillas se unen a un conjunto de barras desplazables que son accionadas por el dedo selector de la palanca de cambios cuyo movimiento queda gobernado por la voluntad del conductor de querer engranar una u otra marcha.



**Ilustración 3. Palanca accionamiento marchas**

## 2.1.Caja de cambios manual de tres ejes

Este tipo de cajas es el más tradicional de los usados en los vehículos actuales y tiene la ventaja principal de que al transmitir el par a través de tres ejes, los esfuerzos en los piñones son menores, por lo que el diseño de éstos puede realizarse en materiales de calidad media.

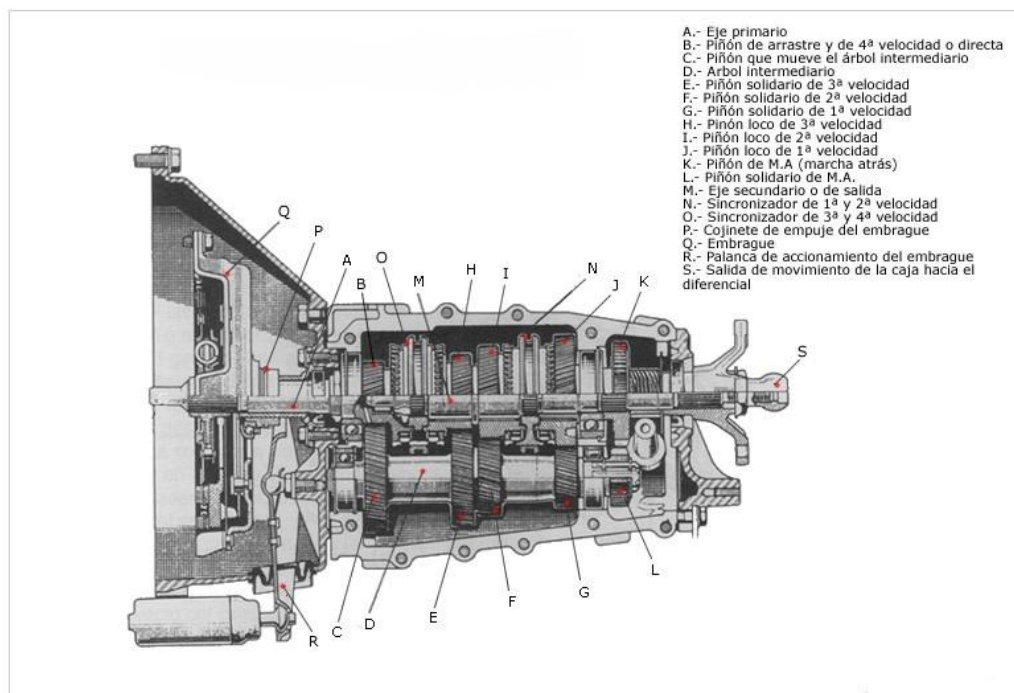
El eje primario recibe movimiento del motor, con interposición del embrague (Q) y el secundario da movimiento a la transmisión, diferencial y, por tanto, a las ruedas. Todos los ejes se apoyan en la carcasa del cambio por medio de cojinetes de bolas, haciéndolo la punta del eje secundario en el interior del piñón (B) del primario, con interposición de un cojinete o rodamiento de agujas.

Para transmitir el movimiento que llega desde el primario al árbol secundario, es necesario hacer solidario de este eje a cualquiera de los piñones montados locos sobre él. De esta



manera, el giro se transmite desde el primario hasta el tren fijo o intermediario, por medio de los piñones de toma constante (B y C), obteniéndose el arrastre de los piñones del secundario engranados con ellos, que giran locos sobre este eje. Si cualquiera de ellos se hace solidario del eje, se obtendrá el giro de éste.

La toma de velocidad se consigue por medio de sincronizadores (O y M), compuestos esencialmente por un conjunto montado en un estriado sobre el eje secundario, pudiéndose desplazar lateralmente un cierto recorrido. En este desplazamiento sobre el estriado el sincronizador se acopla con los piñones que giran locos sobre el árbol secundario.



**Ilustración 4. Sección de una caja de cambios de tres ejes**

### 2.1.1. Funcionamiento

Constituida una caja de cambios como se ha explicado, las distintas relaciones se obtienen por la combinación de los diferentes piñones, en consecuencia con sus dimensiones. En las cajas de cambio de tres ejes, el sistema de engranajes de doble reducción es el utilizado generalmente en las cajas de cambio, pues resulta más compacto y presenta la ventaja principal de tener alineados entre sí los ejes de entrada y salida. Para la obtención de las distintas relaciones o velocidades, el conductor acciona una palanca de cambios, mediante la cual, se produce el desplazamiento de los distintos sincronizadores, que engranan con los piñones que transmiten el movimiento.

- 1ª velocidad. El desplazamiento del sincronizador de 1ª/2ª hacia la derecha, produce el enclavamiento del correspondiente piñón loco del eje secundario, que se hace solidario de este eje. Con ello, el giro es transmitido desde el eje primario como

muestra la figura inferior, obteniéndose la oportuna reducción. En esta velocidad se obtiene la máxima reducción de giro, y por ello la mínima velocidad y el máximo par.

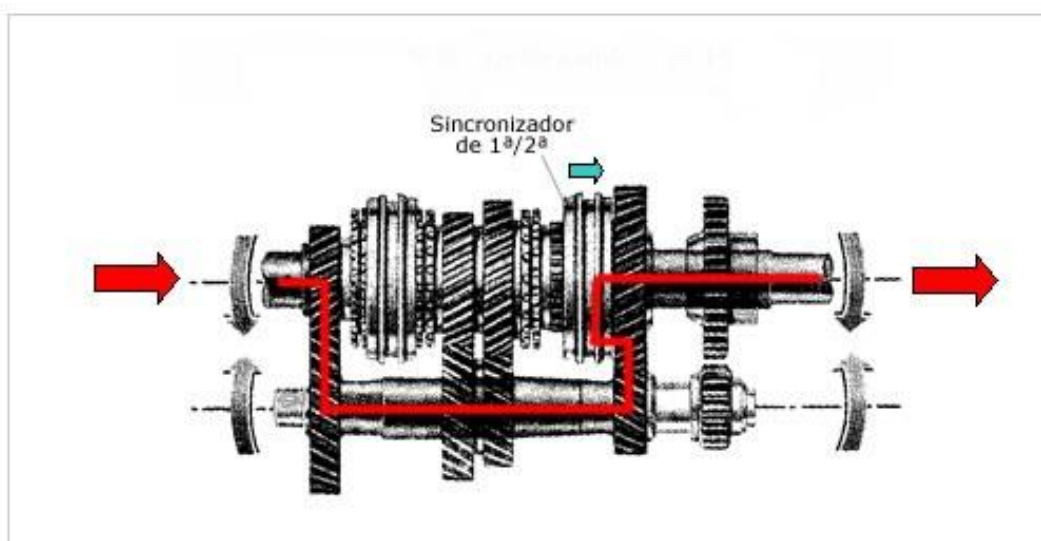


Ilustración 5. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en primera velocidad

- 2ª velocidad. El desplazamiento del sincronizador de 1ª/2ª hacia la izquierda, produce el enclavamiento del correspondiente piñón loco del eje secundario, que se hace solidario de este eje. Con ello, el giro es transmitido desde el eje primario como muestra la figura inferior, obteniéndose la oportuna reducción. En esta velocidad se obtiene una reducción de giro menor que en el caso anterior, por ello aumenta la velocidad y el par disminuye.

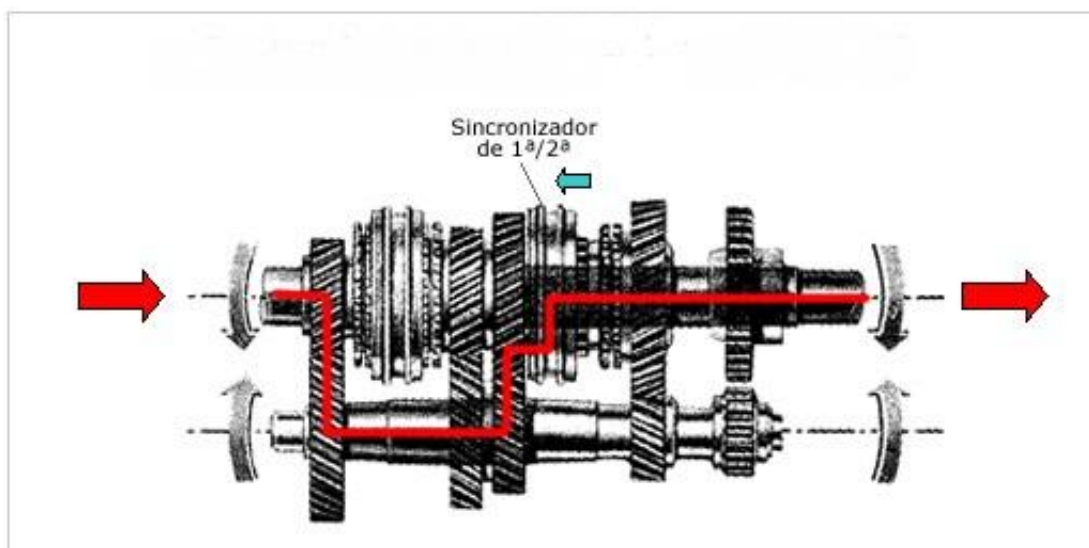


Ilustración 6. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en segunda velocidad

- 3ª velocidad. El desplazamiento del sincronizador de 3ª/4ª hacia la derecha, produce el enclavamiento del correspondiente piñón loco del eje secundario, que se hace solidario de este eje. Con ello, el giro es transmitido desde el eje primario como muestra la figura inferior, obteniéndose la oportuna reducción. En esta velocidad se

obtiene una reducción de giro menor que en el caso anterior, por ello aumenta la velocidad y el par disminuye.

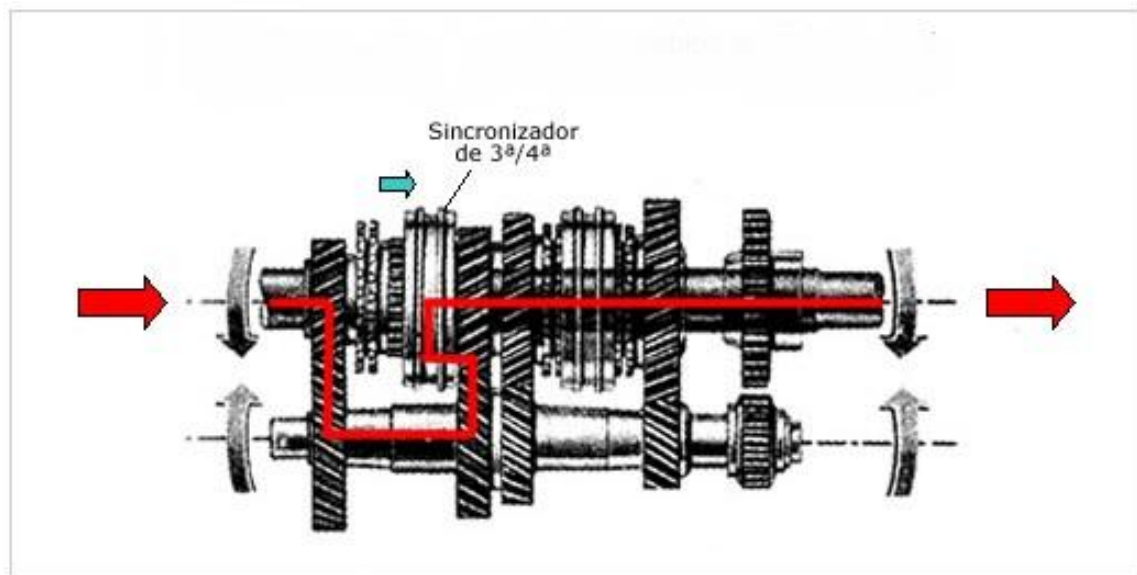


Ilustración 7. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en tercera velocidad

- 4ª velocidad. El desplazamiento del sincronizador de 3ª/4ª hacia la izquierda, produce el enclavamiento del correspondiente piñón de arrastre o toma constante del eje primario, que se hace solidario con el eje secundario, sin intervención del eje intermediario en este caso. Con ello, el giro es transmitido desde el eje primario como muestra la figura inferior, obteniéndose una conexión directa sin reducción de velocidad. En esta velocidad se obtiene una transmisión de giro sin reducción de la velocidad. La velocidad del motor es igual a la que sale de la caja de cambios, por ello aumenta la velocidad y el par disminuye.

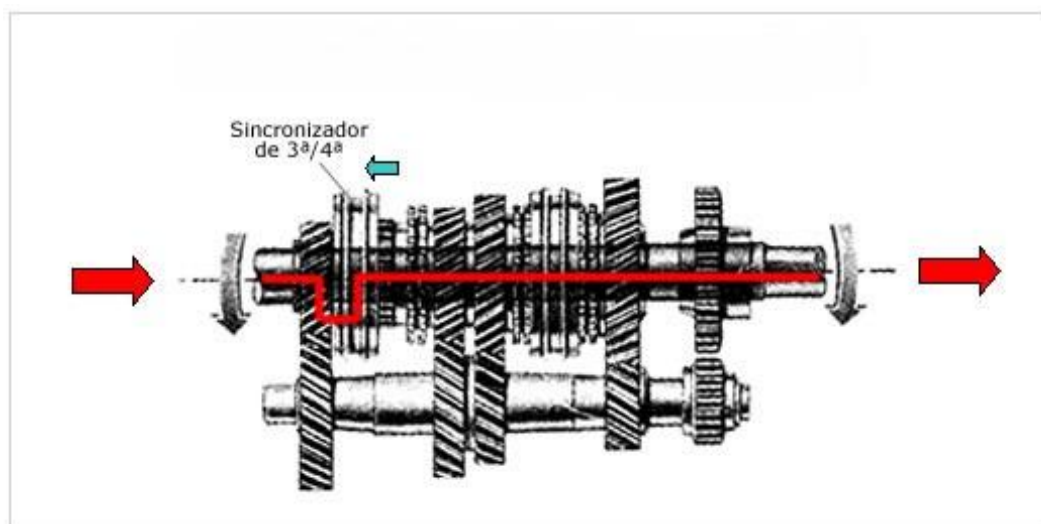


Ilustración 8. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en cuarta velocidad

- Marcha atrás. Cuando se selecciona esta velocidad, se produce el desplazamiento del piñón de reenvío, empujado por un manguito. Al moverse el piñón de reenvío,

engrana con otros dos piñones cuya particularidad es que tienen los dientes rectos en vez de inclinados como los demás piñones de la caja de cambios. Estos piñones pertenecen a los ejes intermediario y secundario respectivamente. Con esto se consigue una nueva relación, e invertir el giro del tren secundario con respecto al primario. La reducción de giro depende de los piñones situados en el eje intermediario y secundario por que el piñón de reenvío actúa únicamente como inversor de giro. La reducción de giro suele ser parecida a la de 1ª velocidad. Hay que reseñar que el piñón del eje secundario perteneciente a esta velocidad es solidario al eje, al contrario de lo que ocurre con los restantes de este mismo eje que son "locos".

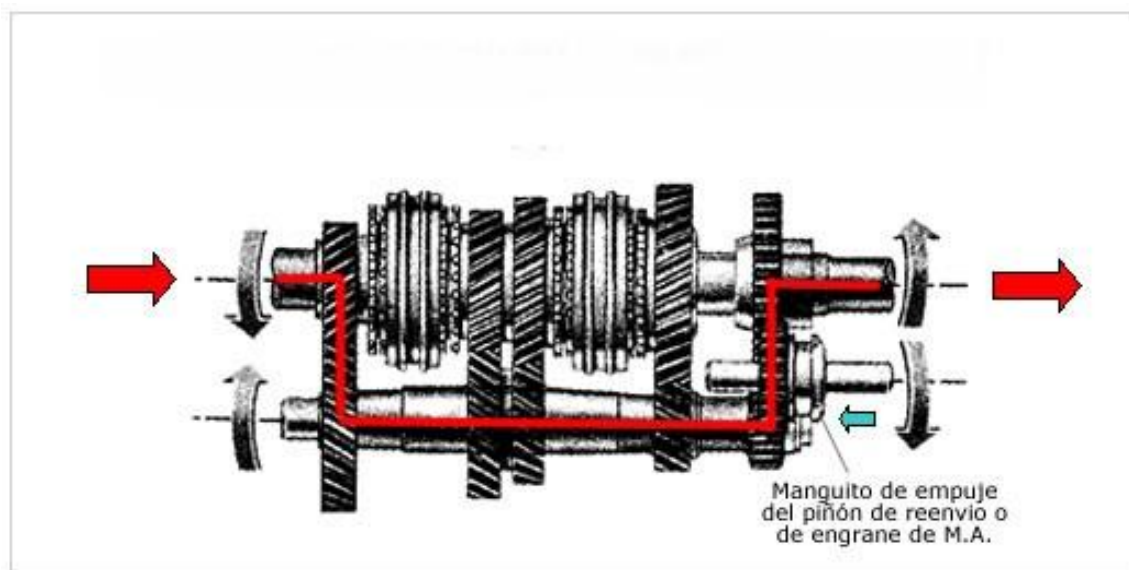


Ilustración 9. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en marcha atrás

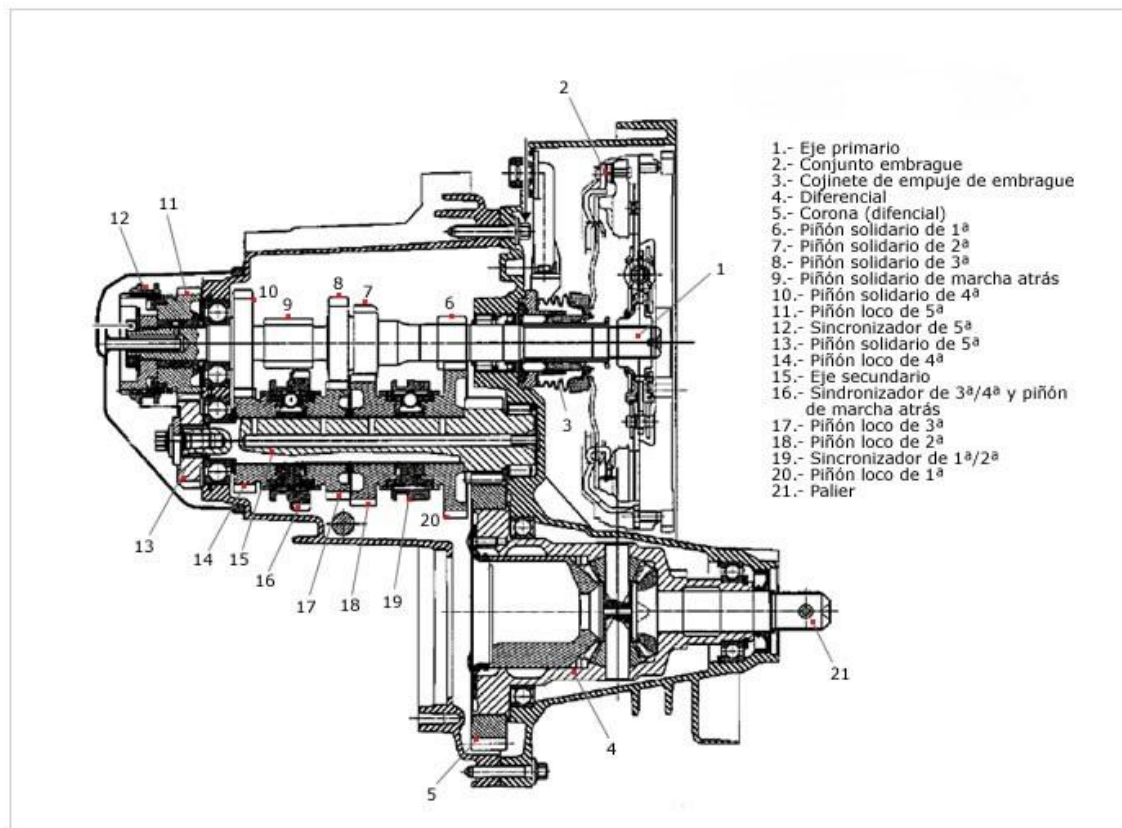
## 2.2.Caja de cambios manual de dos ejes

En la actualidad existe una tendencia por intentar juntar todos los componentes de la transmisión (caja de cambios, mecanismo diferencial y par de reducción) en un único bloque. La disposición tradicional de caja de cambios unida al bloque motor y la transmisión del movimiento por medio de un árbol de mando hasta el puente trasero, viene siendo sustituida por la de disposición de tracción delantera, con motor, caja diferencial y par de reducción, agrupado en la parte delantera del vehículo. Resulta de esta manera simplificado el conjunto de mecanismos que transmiten el movimiento desde el motor a las ruedas y, concretamente, el conjunto caja-diferencial, adoptándose generalmente en la caja de cambios una disposición de los piñones en dos ejes.

Por lo tanto, estas cajas de cambio sólo poseen dos ejes de forma que no poseen un tercer eje intermediario. El eje primario obtiene su giro directamente del motor y lo transmite a un eje secundario que a su vez acciona el conjunto diferencial.

En este tipo de cajas, como el movimiento es transmitido del eje de entrada al de salida por una sola pareja de piñones, las cargas a las que estos están sometidos son mayores que en las cajas de tres ejes, en las que el movimiento se transmite a través de dos parejas de piñones. Ello obliga a la utilización de materiales de alta calidad en la fabricación de los engranajes.

El eje primario (1) va apoyado sobre la carcasa sobre dos rodamientos y contiene los piñones solidarios (6, 7, 8, 9, 10) y el piñón loco (11) de 5ª velocidad, con su propio sincronizador (12). El eje secundario (15) está apoyado también en la carcasa mediante dos rodamientos y contiene los piñones locos (14, 17, 18, 20) y el piñón solidario (13) de 5ª velocidad. En el extremo del eje secundario va labrado el piñón de ataque a la corona del diferencial (5). Este eje cuenta con dos sincronizadores el de 1ª/2ª (19) y el de 3ª/4ª (16), este sincronizador sirve además como piñón solidario para la marcha atrás.



**Ilustración 10. Sección de una caja de cambios de dos ejes**

Todos los pares de piñones están permanentemente engranados de forma que sólo el piñón loco de la marcha seleccionada se mueve solidario a su eje a través de su correspondiente sincronizador. Mientras los demás piñones locos giran libremente arrastrados por sus homólogos solidarios del otro eje.



### 2.2.1. Funcionamiento

- 1ª velocidad. El desplazamiento del sincronizador de 1ª/2ª hacia la derecha, produce el enclavamiento del correspondiente piñón loco del eje secundario, que se hace solidario de este eje. Con ello, el giro es transmitido desde el eje primario como muestra la figura inferior, obteniéndose la oportuna reducción. En esta velocidad se obtiene la máxima reducción de giro, y por ello la mínima velocidad y el máximo par.

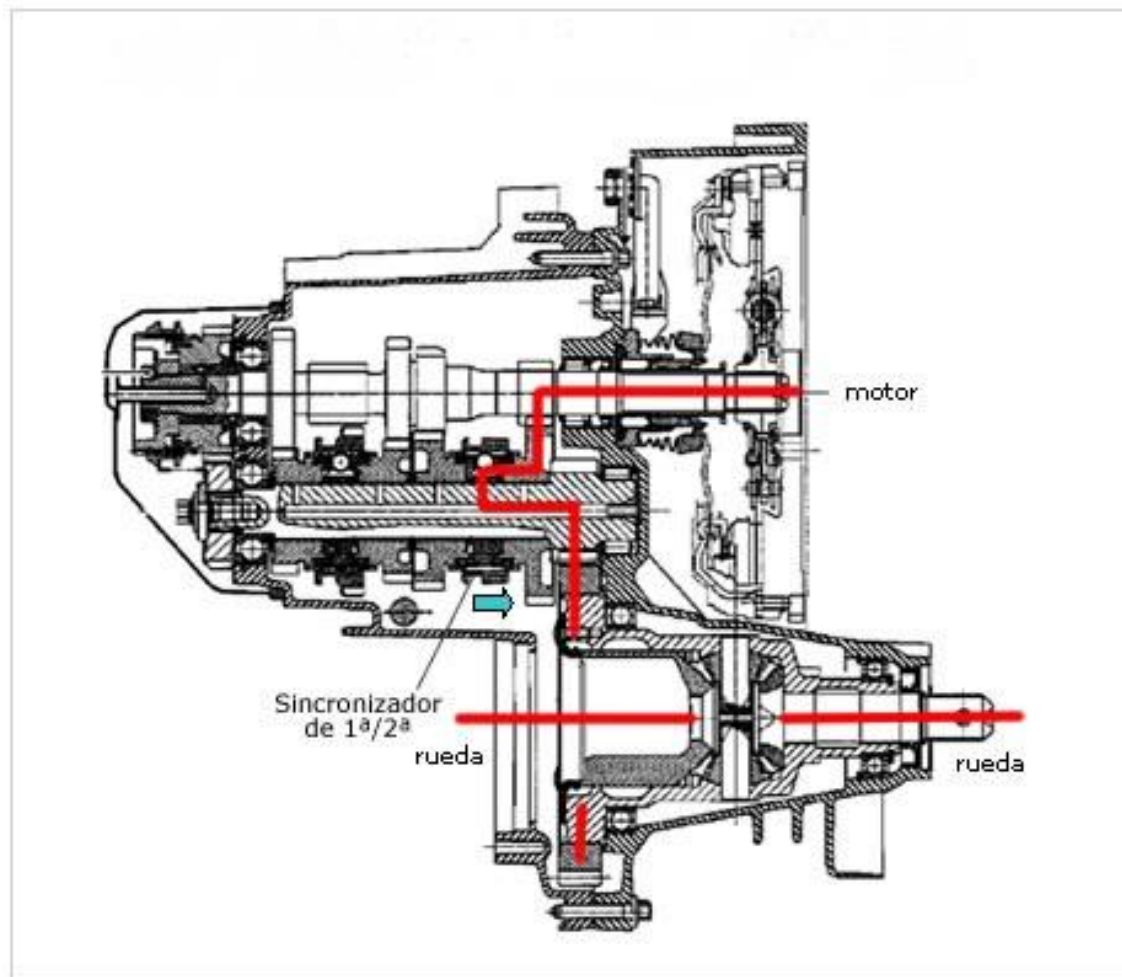
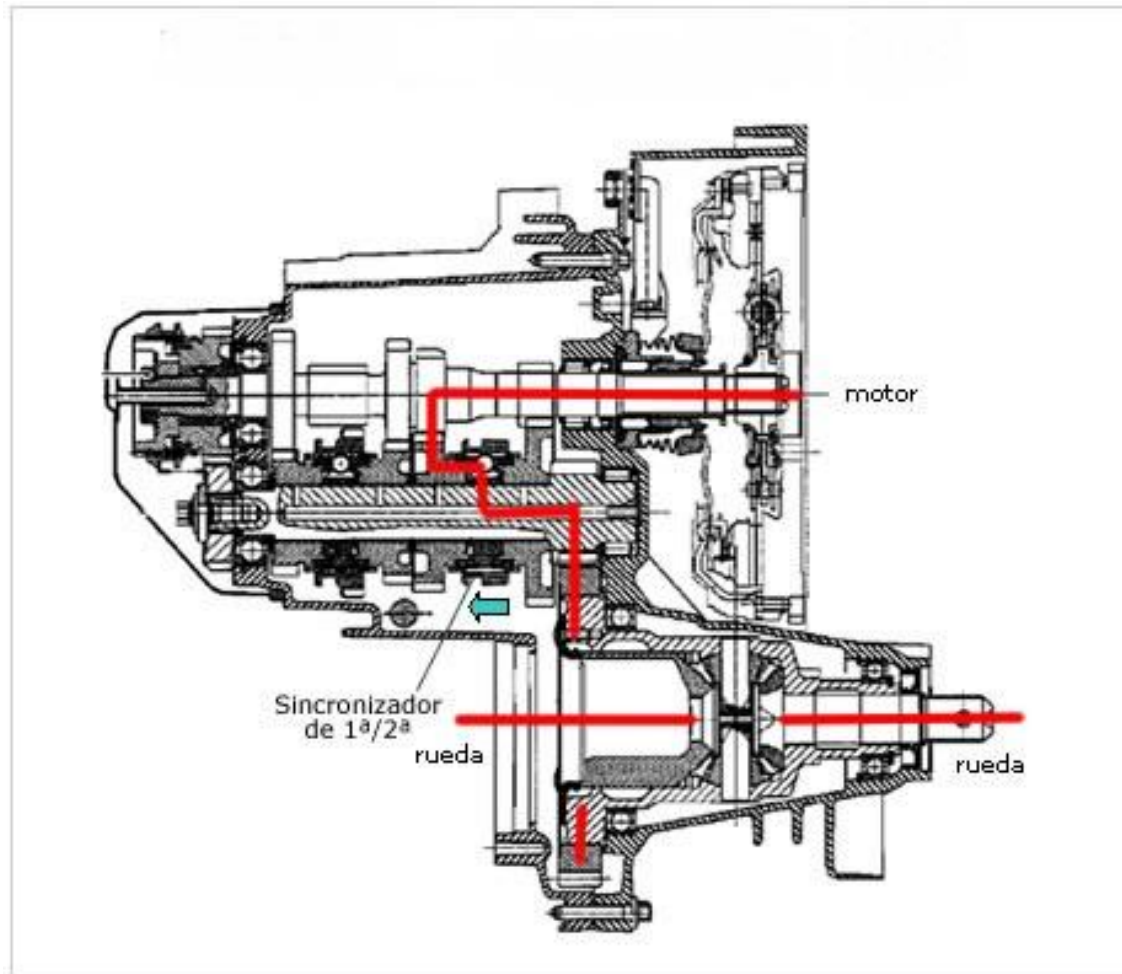


Ilustración 11. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en primera velocidad

- 2ª velocidad. El desplazamiento del sincronizador de 1ª/2ª hacia la izquierda, produce el enclavamiento del correspondiente piñón loco del eje secundario, que se hace solidario de este eje. Con ello, el giro es transmitido desde el eje primario como muestra la figura inferior, obteniéndose la oportuna reducción. En esta velocidad se obtiene una reducción de giro menor que en el caso anterior, por ello aumenta la velocidad y el par disminuye.



**Ilustración 12. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en segunda velocidad**

- 3ª velocidad. El desplazamiento del sincronizador de 3ª/4ª hacia la derecha, produce el enclavamiento del correspondiente piñón loco del eje secundario, que se hace solidario de este eje. Con ello, el giro es transmitido desde el eje primario como muestra la figura inferior, obteniéndose la oportuna reducción. En esta velocidad se obtiene una reducción de giro menor que en el caso anterior, por ello aumenta la velocidad y el par disminuye.

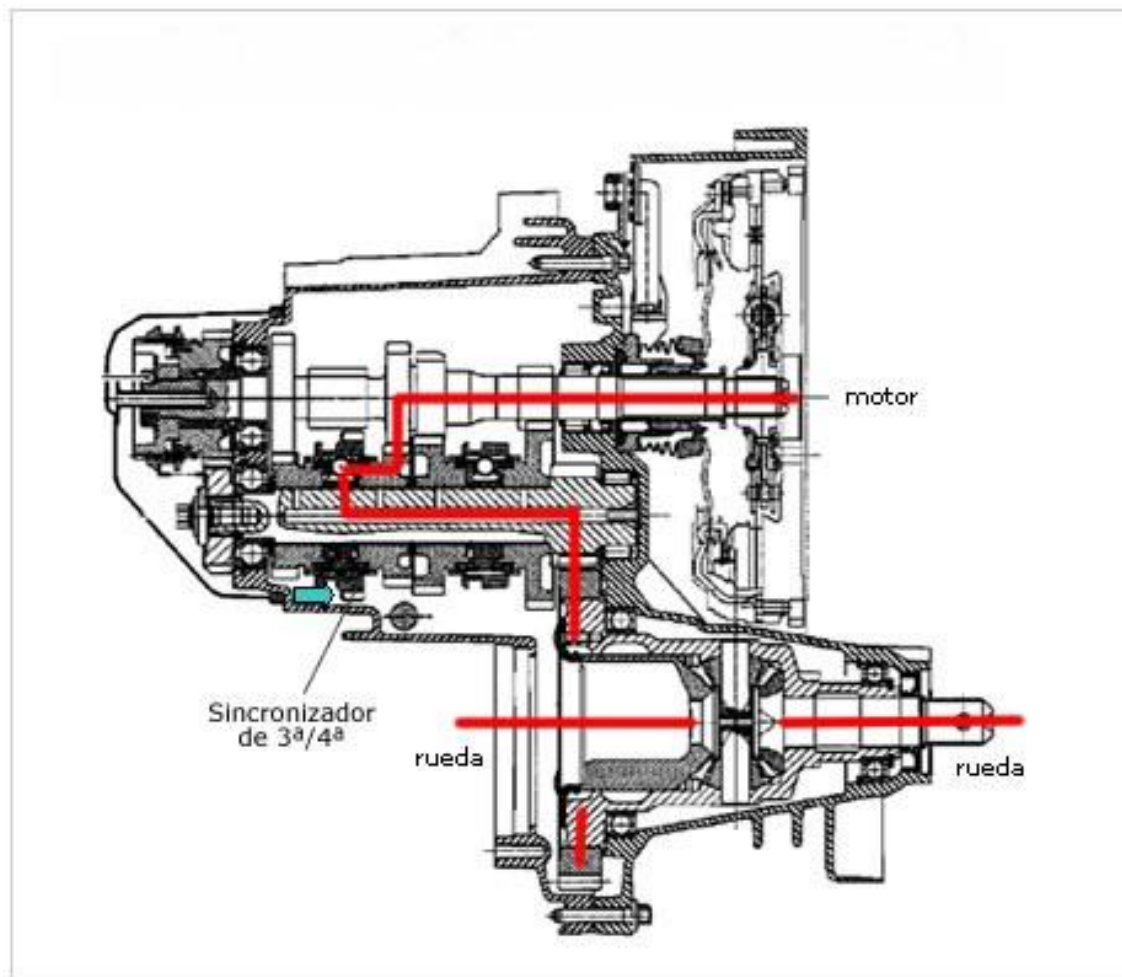


Ilustración 13. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en tercera velocidad

- 4ª velocidad. El desplazamiento del sincronizador de 3ª/4ª hacia la izquierda, produce el enclavamiento del correspondiente piñón loco del eje secundario, que se hace solidario de este eje. Con ello, el giro es transmitido desde el eje primario como muestra la figura inferior, obteniéndose la oportuna reducción. En esta velocidad se obtiene una reducción de giro menor que en el caso anterior, por ello aumenta la velocidad y el par disminuye.



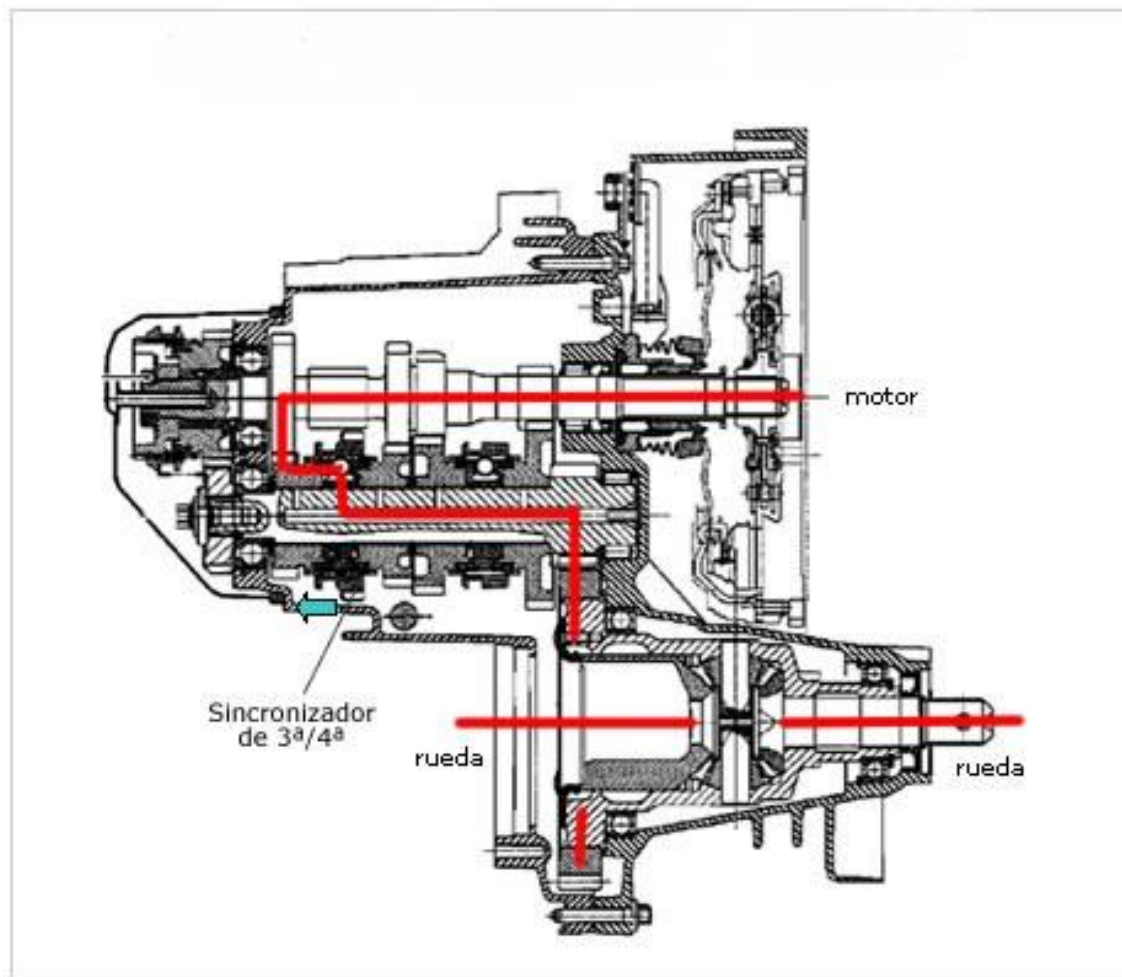


Ilustración 14. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en cuarta velocidad

- 5ª velocidad. El desplazamiento del sincronizador de 5ª hacia la derecha, produce el enclavamiento del correspondiente piñón loco del eje primario, que se hace solidario de este eje. Con ello, el giro es transmitido desde el eje primario como muestra la figura inferior, obteniéndose la oportuna reducción. En esta velocidad se obtiene una reducción de giro menor que en el caso anterior, por ello aumenta la velocidad y el par disminuye.

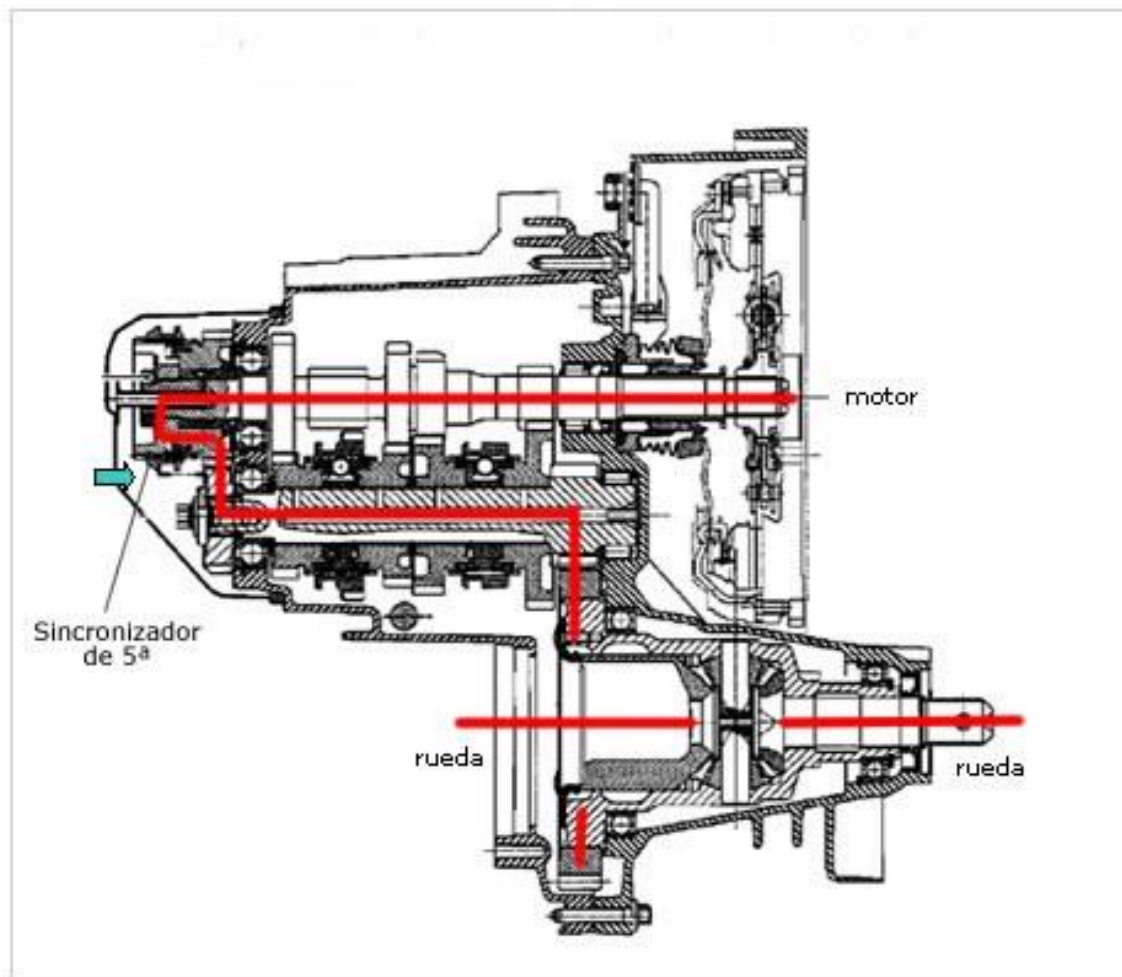


Ilustración 15. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en quinta velocidad

- **Marcha atrás.** Cuando se selecciona esta velocidad, se produce el desplazamiento del piñón de reenvío, empujado por un manguito. Al moverse el piñón de reenvío, engrana con otros dos piñones, uno unido a eje primario y el otro lo forma el sincronizador de 3ª/4ª cuya corona externa tiene labrados unos dientes rectos. Una particularidad de los piñones que intervienen en la marcha atrás, es que tienen los dientes rectos en vez de inclinados como los demás piñones de la caja de cambios. Con este mecanismo se consigue una nueva relación, e invertir el giro del tren secundario con respecto al primario. La reducción de giro depende de los piñones situados en el eje primario y secundario por que el piñón de reenvío actúa únicamente como inversor de giro. La reducción de giro suele ser parecida a la de 1ª velocidad.

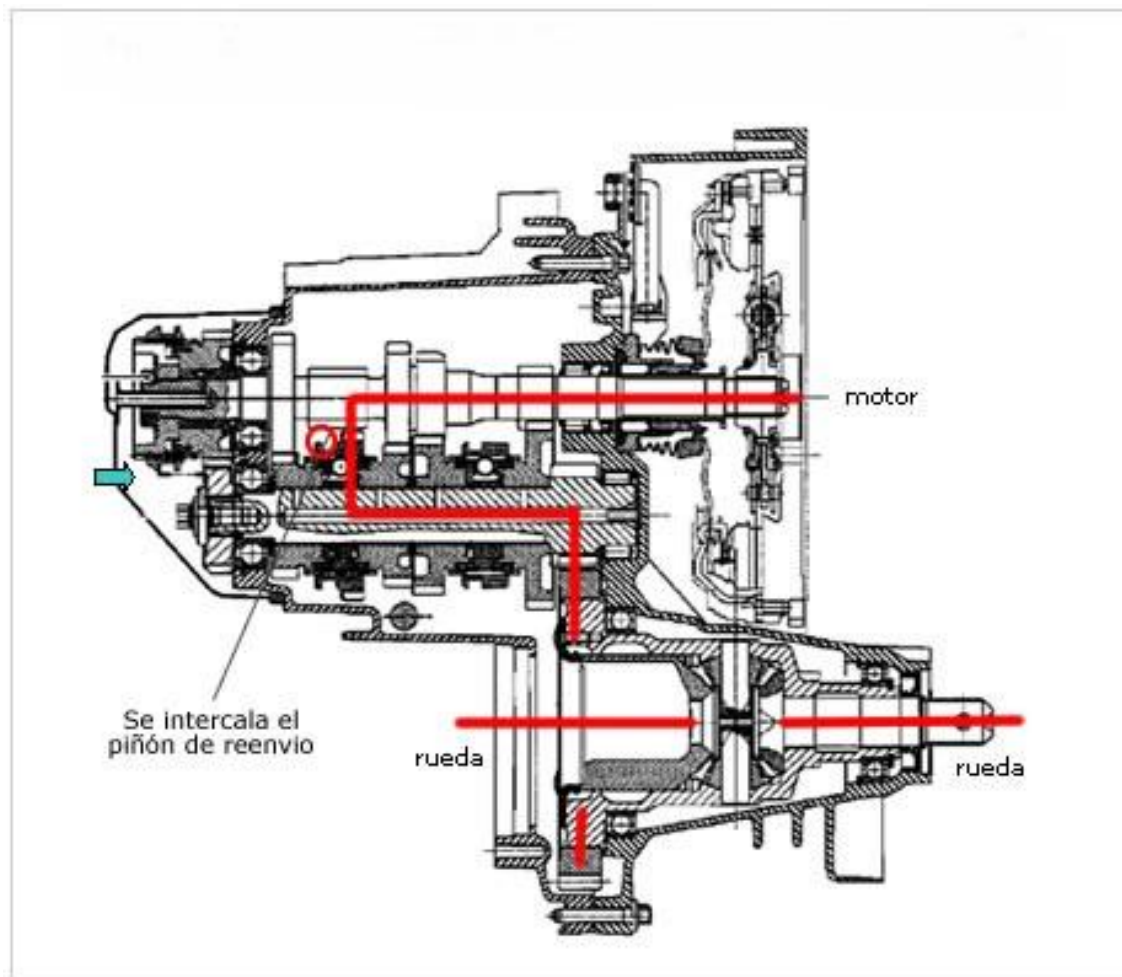


Ilustración 16. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en marcha atrás

## 3. Caja de cambios automática

Las cajas de cambio manuales son una excelente solución para aprovechar la potencia de los motores de explosión, si bien, la elección de la marcha adecuada en cada circunstancia es tanto más acertada cuanto mayor sea la pericia del conductor. Con las cajas de cambio automáticas, la adaptación del par motor al par resistente se hace sin su intervención directa, pues únicamente aporta la gama de velocidades que desea emplear y posición del pedal del acelerador. Con estos datos y la velocidad del vehículo, un dispositivo de mando hidráulico selecciona la marcha conveniente. Así, además de obtener un mejor aprovechamiento de las posibilidades del motor, el conductor puede dedicar toda su atención al tráfico.

La multiplicación del par en las cajas automáticas se obtiene por dos procedimientos complementarios:

- Convertidor de par.
- Trenes de engranajes epicicloidales gobernados por un circuito hidráulico. Los engranajes están siempre en toma constante y no existen desplazables ni sincronizadores.

### 3.1. Convertidor de par hidráulico

El convertidor de par hidráulico presenta dos fases de funcionamiento:

- Actúa de convertidor de par cuando la bomba gira más deprisa que la turbina.
- Se comporta como un embrague hidráulico cuando la bomba y la turbina giran a la misma velocidad.

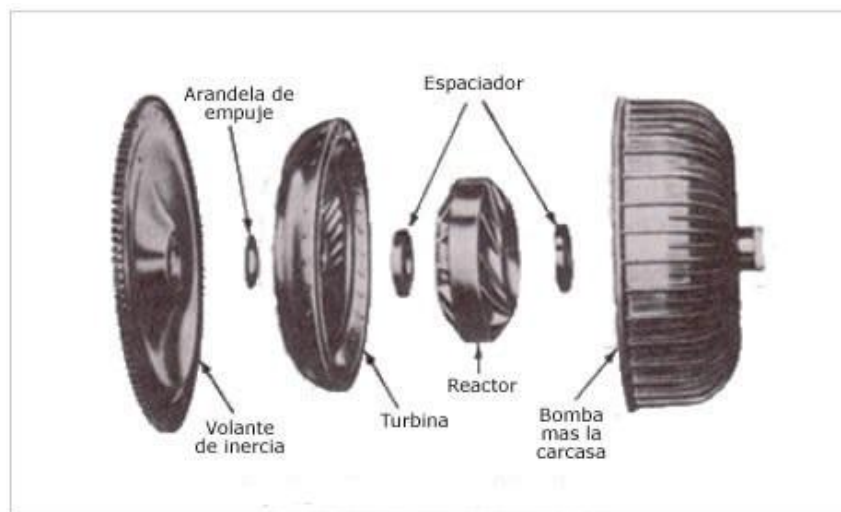
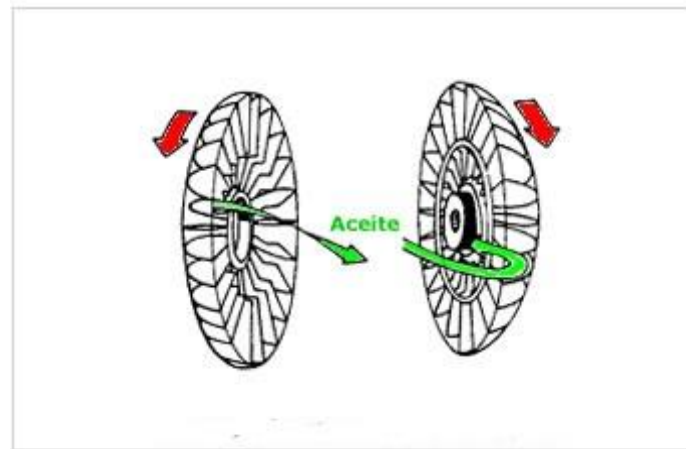


Ilustración 17. Despiece de un convertidor de par hidráulico

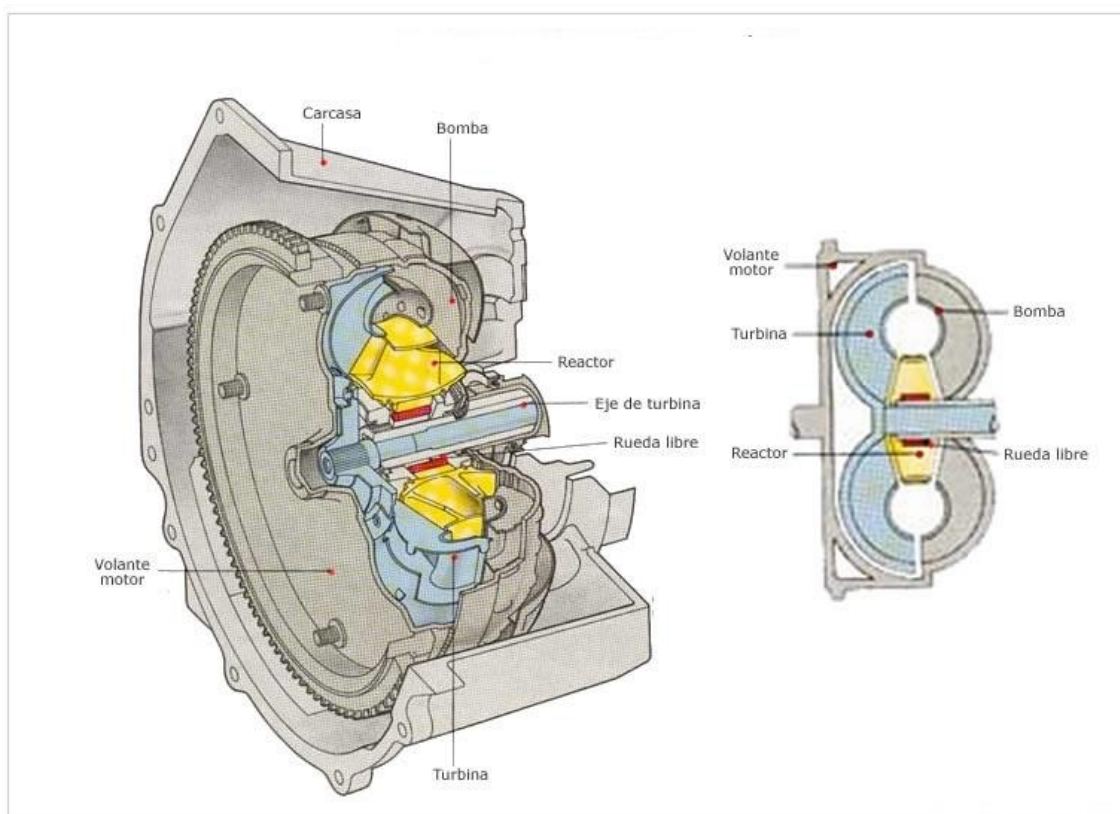
De esta forma, el convertidor de par hidráulico es una evolución del embrague hidráulico el cual solo permitía llevar a cabo el acoplamiento entre el eje motor y el eje de la caja de cambios.



**Ilustración 18. Coronas de un embrague hidráulico**

En la figura inferior se muestra un esquema de los componentes del convertidor hidráulico. Además de la bomba y de la turbina características de un embrague hidráulico, el convertidor de par dispone de un elemento intermedio denominado reactor. La rueda de la bomba está accionada directamente por el motor mientras que la turbina acciona el eje primario de la caja de velocidades. El reactor tiene un funcionamiento de rueda libre y está apoyado en un árbol hueco unido a la carcasa de la caja de cambios.

Tanto la bomba como la turbina y el reactor tienen alabes curvados que se encargan de conducir el aceite de forma adecuada.



**Ilustración 19. Esquema y sección de un convertidor de par**

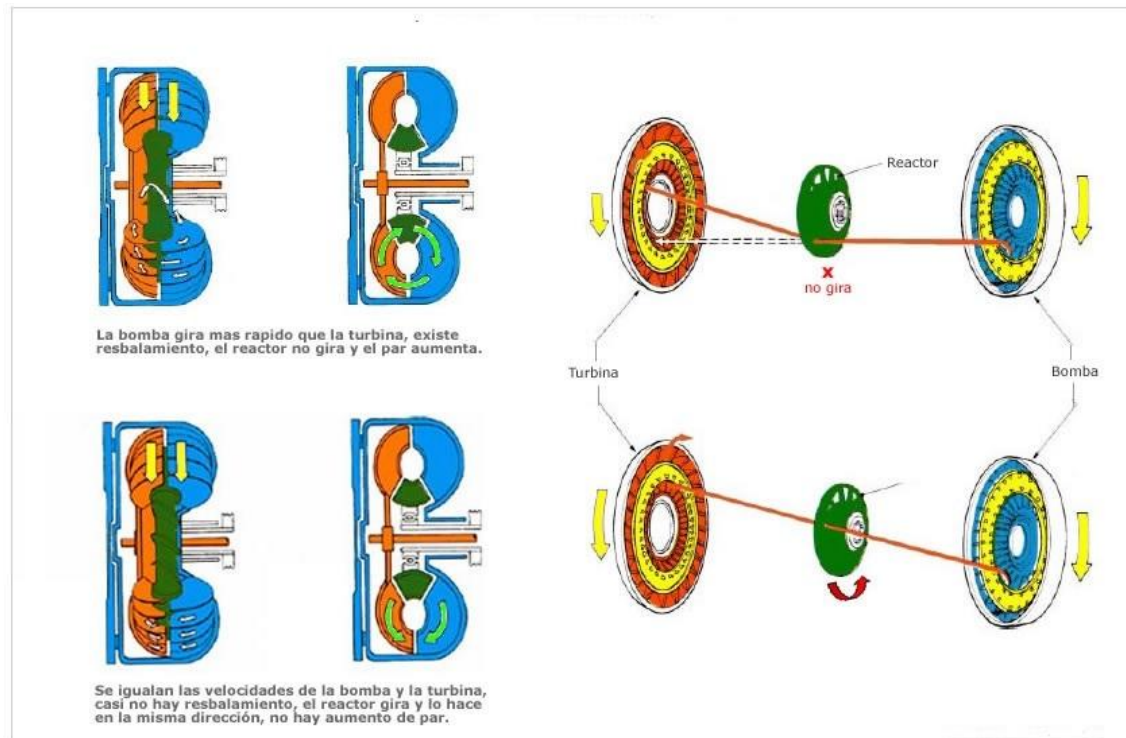
### 3.1.1. Funcionamiento

Al girar la bomba accionada directamente por el movimiento del cigüeñal, el aceite se impulsa desde la rueda de bomba hasta la rueda turbina. A la salida de ésta el aceite tropieza con los alabes del reactor que tienen una curvatura opuesta a los de las ruedas de bomba y turbina. Esta corriente de aceite empuja al reactor en un giro de sentido contrario al de la bomba y la turbina. Como el reactor no puede realizar ese giro ya que está retenido por la rueda libre, el aceite se frena y el empuje se transmite a través del aceite sobre la bomba. De esta forma mientras exista diferencia de velocidad de giro entre la bomba y la turbina el momento de giro será mayor en la turbina que en la bomba. El par cedido por la turbina será pues la suma del transmitido por la bomba a través del aceite y del par adicional que se produce por reacción desde el reactor sobre la bomba y que a su vez es transmitido de nuevo sobre la turbina. Cuanto mayor sea la diferencia de giro entre turbina y bomba mayor será la diferencia de par entre la entrada y la salida del convertidor, llegando a ser a la salida hasta tres veces superior. Conforme disminuye la diferencia de velocidad, va disminuyendo la desviación de la corriente de aceite y por lo tanto, el empuje adicional que aparece sobre la turbina con lo que la relación de par entre la salida y la entrada procede a ir disminuyendo progresivamente.

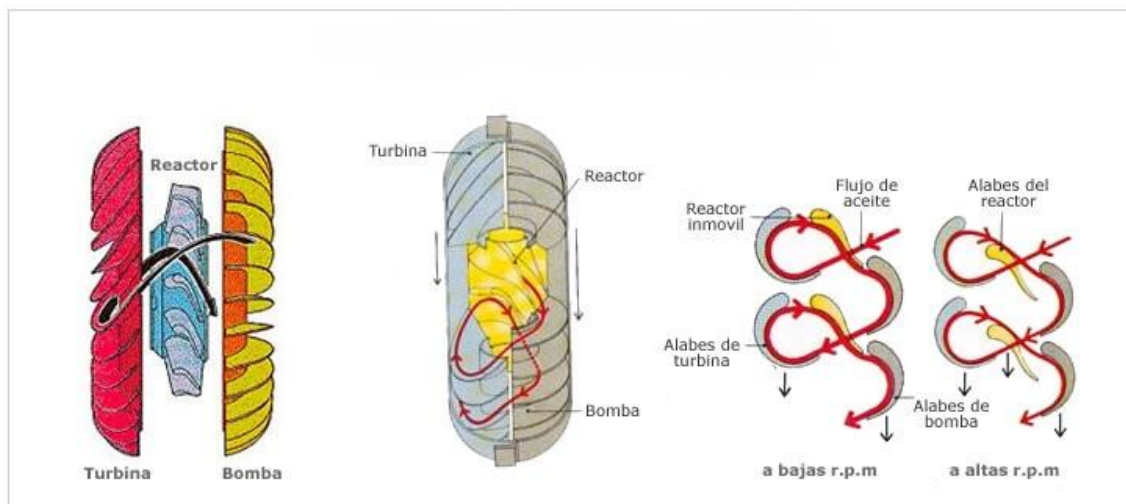
Cuando las velocidades de giro de turbina e impulsor se igualan, el reactor gira incluso en su mismo sentido sin producirse ningún empuje adicional de forma que la transmisión de par no



se ve aumentada comportándose el convertidor como un embrague hidráulico convencional. A esta situación se le llama "punto de embrague"



**Ilustración 20. Funcionamiento del convertidor de par**



**Ilustración 21. Funcionamiento interno del convertidor de par**

La ventaja fundamental del convertidor hidráulico de par sobre el embrague hidráulico es que el primero permite, en situaciones donde se necesita mayor tracción como subida de pendientes o arranques, el movimiento del reactor con lo que el par transmitido se ve aumentado respecto al proporcionado por el motor en caso de necesidad. Además el convertidor hidráulico amortigua a través del aceite cualquier vibración del motor antes de que se transmita a cualquier componente de la cadena de transmisión.

A pesar de ser el convertidor hidráulico un transformador de par, no es posible su utilización de forma directa sobre un vehículo ya que en determinadas circunstancias de bajos regímenes de giro tendría un rendimiento muy bajo. Además no podría aumentar el par más del triple.

Todo esto obliga a equipar a los vehículos, además de con un convertidor, con un mecanismo de engranajes planetarios que permitan un cambio casi progresivo de par.

### **3.2. Engranaje planetario**

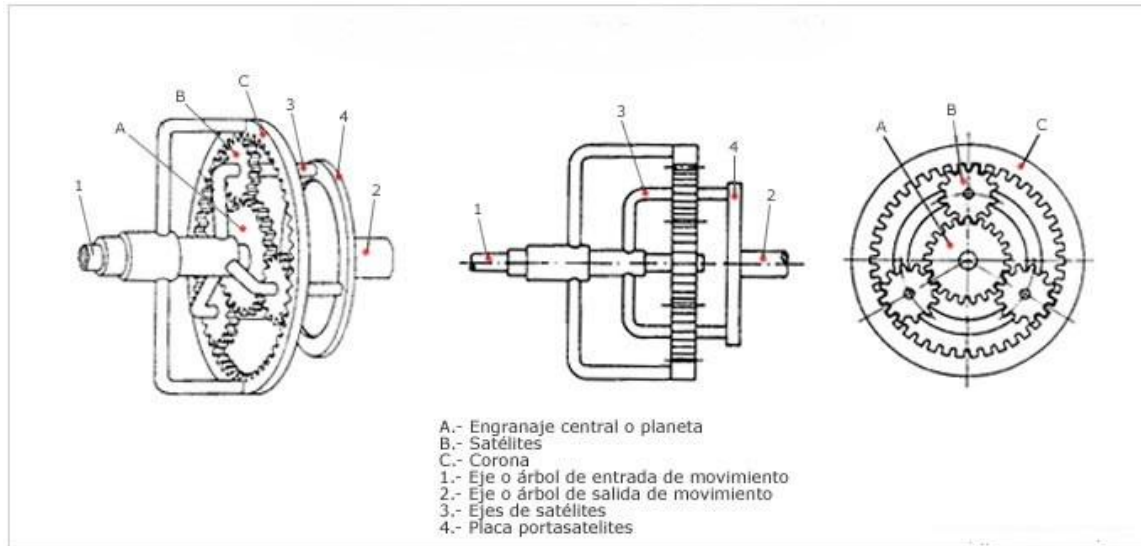
Las cajas de cambio automáticas utilizan un tipo de engranajes denominados planetarios o epicicloides, en los que pueden obtenerse diferentes combinaciones, sin necesidad de mover piñones ni coronas desplazables. Las ruedas dentadas se encuentran permanentemente engranadas y un cambio de marcha se obtiene mediante el accionamiento hidráulico de embragues y cintas de freno, adecuadamente combinados, que frenan o bloquean los distintos componentes del sistema planetario.

La ventaja fundamental de los engranajes planetarios frente a los engranajes utilizados por las cajas de cambio manuales es que su forma es más compacta y permiten un reparto de par en distintos puntos a través de los satélites, pudiendo transmitir pares más elevados.

Un tren epicicloidal está constituido por un piñón planetario con dentado externo, los satélites, generalmente tres, el portasatélites al cual se fijan los satélites en su eje de giro y la corona dentada interiormente. Un tren de estas características puede suministrar varias relaciones. De esta manera, las distintas relaciones se obtienen por el frenado de uno cualquiera de los componentes, o bloqueando el tren completo.

Los tres componentes del tren epicicloidal pueden moverse libremente sin transmitir movimiento alguno, pero si se bloquea uno de los componentes, los restantes pueden girar, transmitiéndose el movimiento con la relación de transmisión resultante según la relación existente entre sus piñones. Si se bloquean dos de los componentes, el conjunto queda bloqueado, moviéndose todo el sistema a la velocidad de rotación recibida por el motor.



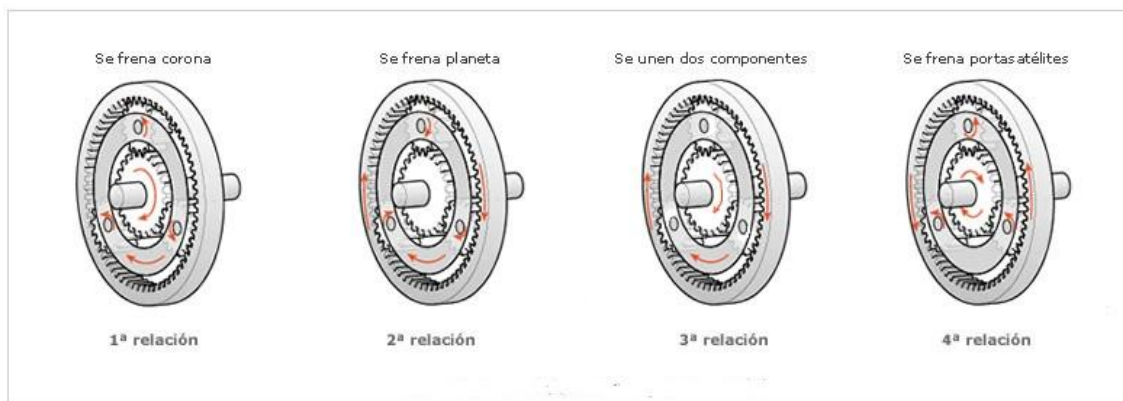


**Ilustración 22. Esquema y sección de un engranaje epicicloidial**

Como todos los piñones están engranados constantemente, y el esfuerzo de giro se transmite a través de varios puntos de engrane, la fuerza sobre los dientes resulta menor y el funcionamiento más suave. Como además los piñones ocupan el espacio interior de la corona y están todos en el mismo plano, el conjunto resulta más reducido y compacto.

Las relaciones que se pueden obtener en un tren epicicloidial dependen de si ante una entrada o giro de uno de sus elementos existe otro que haga de reacción. En función de la elección del elemento que hace de entrada o que hace de reacción se obtienen cuatro relaciones distintas que se pueden identificar con tres posibles marchas y una marcha invertida. El funcionamiento de un tren epicicloidial es el siguiente:

- 1ª relación: si el movimiento entra por el planetario y se frena la corona, los satélites se ven arrastrados por su engrane con el planetario rodando por el interior de la corona fija. Esto produce el movimiento del portasatélites. El resultado es una desmultiplicación del giro de forma que el portasatélites se mueve de forma mucho más lenta que el planetario o entrada.
- 2ª relación: si el movimiento entra por la corona y se frena el planetario, los satélites se ven arrastrados rodando sobre el planetario por el movimiento de la corona. El efecto es el movimiento del portasatélites con una desmultiplicación menor que en el caso anterior.
- 3ª relación: si el movimiento entra por el planetario y, la corona o el portasatélites se hace solidario en su movimiento al planetario mediante un embrague entonces todo el conjunto gira simultáneamente produciéndose una transmisión directa girando todo el conjunto a la misma velocidad que el motor.
- 4ª relación: si el movimiento entra por el planetario y se frena el portasatélites, se provoca el giro de los planetarios sobre su propio eje y a su vez estos producen el movimiento de la corona en sentido contrario, invirtiéndose el sentido de giro y produciéndose una desmultiplicación grande.



**Ilustración 23. Funcionamiento del tren epicicloidal**

Relación	Corona	Planeta	Portasatélites	Desmultiplicación
1ª	Fija	Salida de fuerza	Impulsión	Grande
2ª	Salida de fuerza	Fijo	Impulsión	Menor
3ª	Fija	Fijo	Salida de fuerza	Sin desmultiplicación
4ª	Impulsión	Salida de fuerza	Fijo	Inversión del giro

**Tabla 1. Funcionamiento de las marchas del tren epicicloidal**

Invirtiendo la entrada y la salida en las relaciones de desmultiplicación se obtendrían relaciones de multiplicación.

Estas relaciones se podrían identificar con las típicas marchas de un cambio manual, sin embargo se necesitarían para ello distintos árboles motrices por lo que en la aplicación de un tren epicicloidal a un automóvil las posibilidades se reducen a dos marchas hacia delante y una hacia atrás. La entrada del par motor se realizaría por el planetario y la salida por el portasatélites o la corona. La primera relación descrita y la tercera serían la 1ª marcha y la directa respectivamente y la cuarta relación sería la marcha atrás.

Con el fin de ajustar las relaciones de desmultiplicación a las necesidades del vehículo, las cajas de cambio automáticas suelen disponer de varios trenes epicicloides, de los que ciertos elementos están unidos entre sí de forma permanente y otros se acoplan temporalmente por sistemas de embrague o detenidos mediante frenos.

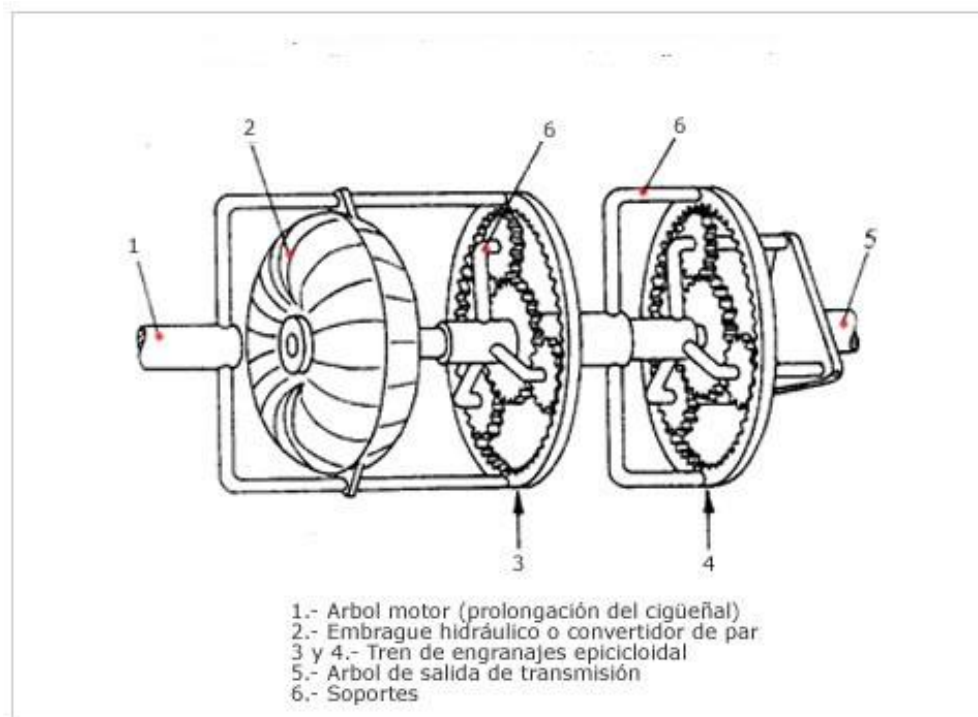


Ilustración 24. Mecanismo de dos engranajes epicicloidales

## 4. Ficha técnica del vehículo

El vehículo del que se parte para la realización de la caja de cambios es un modelo Volkswagen Golf GTI.



Ilustración 25. Volkswagen Golf GTI

A continuación se presentan las características técnicas del vehículo.

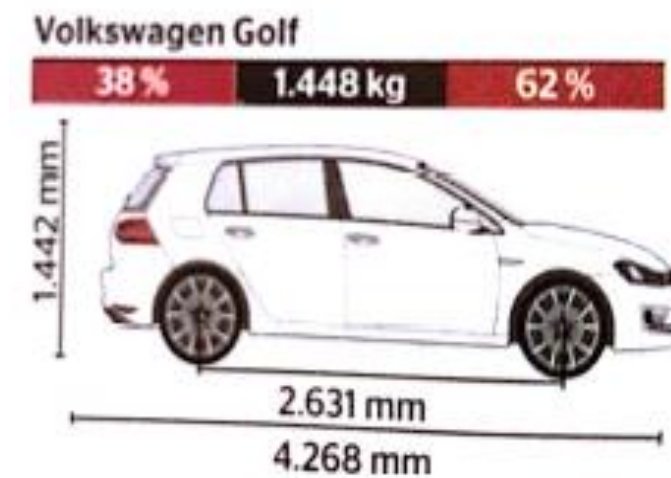


Ilustración 26. Dimensiones y reparto de pesos

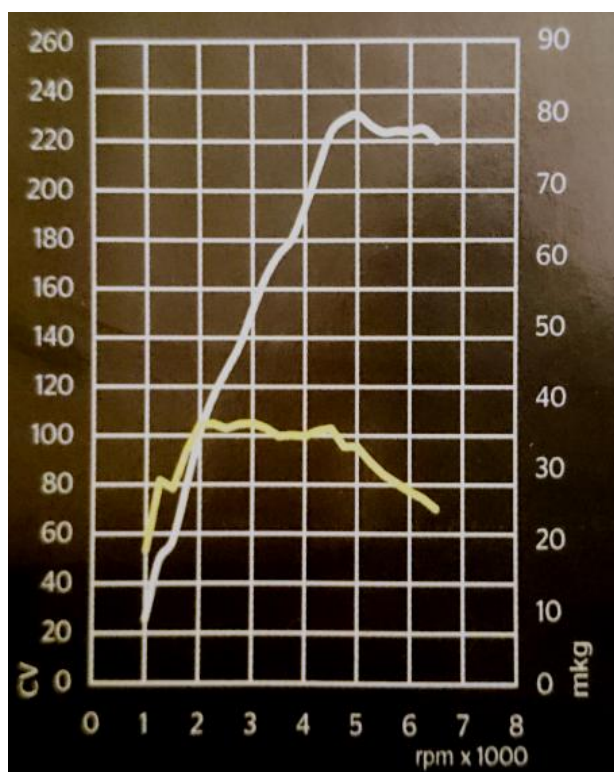


Ilustración 27. Curva par-potencia del motor del vehículo

Disposición motor	Delantero transversal
Número cilindros	4 en línea
Cilindrada	1984 cc
Alimentación	Inyección directa de gasolina con turbo
Potencia máxima	232.3 CV a 4650 rpm
Par máximo	36.8 kgm a 2430 rpm
Régimen mínimo-ralentí	1000 rpm
Régimen máximo	6500 rpm
Relación peso/potencia	6.2 kg/CV
Neumáticos	Dunlop SP Sport Mxx GT 225/35 R19
Ancho	1790 mm
Vías	1538/1517 mm
Peso	1402 kg
Altura	1442 mm
Longitud total	4268 mm
Batalla	2631 mm
Presión neumáticos del/tras	2.8/2.8 bar

Tabla 2. Características técnicas del vehículo

Se procede a calcular el radio nominal del neumático con los datos del fabricante.

Dunlop SP Sport Mxx GT 225/35 R19

Esto significa lo siguiente:

- Anchura nominal de la sección  $b_n = 225\text{mm}$ .

- Relación nominal de aspecto =  $100 \cdot (h_n/b_n)/35$ , de donde puede obtenerse la altura nominal:

$$h_n = 0.35 \cdot b_n = 78.75$$

- Los neumáticos son de estructura radial.
- El diámetro de la llanta es  $D_{LL} = 19'' = 482.6 \text{ mm}$

Con estos datos es posible calcular el radio nominal del neumático:

$$R = h_n + D_{LL}/2 = 302.05 \text{ mm}$$

## 5. Determinación de las relaciones del cambio

### 5.1. Introducción

Las relaciones de desmultiplicación establecidas en la caja de cambios y el sistema diferencial, han de ser adaptadas para cada vehículo concreto, en función de sus características constructivas, relativas a la resistencia que presenta a la marcha y la potencia del motor que lo equipa. Se determina por parte del constructor el desarrollo que es necesario para obtener la velocidad máxima, que se obtendrá en el régimen de máxima potencia del motor.

Existen principalmente cuatro tipos de resistencias que se oponen al movimiento del vehículo durante su marcha. Estas son:

- Resistencia a la rodadura: es la resistencia que opone el vehículo a mantener una velocidad determinada.
- Resistencia a la inercia en las aceleraciones.
- Resistencia a las pendientes.
- Resistencia aerodinámica.

Estas resistencias se traducen en un esfuerzo de giro a vencer en la transmisión, que es el par resistente. Si el par motor aplicado a la transmisión a través del cambio es igual al par resistente, la velocidad del vehículo se mantendrá constante; si el par motor es mayor que el resistente, el coche se acelerará; y si es menor, tenderá a pararse.

El par que genera el motor es inferior al necesario en las ruedas para vencer las resistencias a la marcha, pero el número de revoluciones del motor es superior al necesario en las ruedas, de forma que introduciendo las reducciones oportunas en la transmisión se consigue multiplicar el par a costa de reducir la velocidad de giro, equilibrando las posibilidades del motor con las necesidades en las ruedas.

El motor solo puede funcionar de forma eficiente entre unos límites de revoluciones, entre par máximo y potencia máxima y dentro de los cuales se comporta de manera estable. Es obligación del constructor diseñar una caja de cambios que se adapte a este rango de regímenes para poder obtener las prestaciones adecuadas del vehículo. Por otra parte, el par resistente es variable, aumentando con la velocidad del vehículo y en la subida de las pendientes. La misión del cambio consiste en adecuar el par motor al par resistente, de manera que el motor gire dentro de los límites de par aceptable, independientemente de la velocidad del coche.

Las reducciones de giro en el cambio se consiguen por medio de engranajes. La reducción es el resultado de dividir el número de vueltas que da el primer piñón conductor por las que da el último piñón conducido.

En las circunstancias que interesa aumentar el par, el piñón de salida gira más lento que el de entrada dándose relaciones de transmisión mayores que la unidad. El caso contrario se trata de una multiplicación donde la reducción es menor que la unidad.

## 5.2. Selección de la relación de cambio más larga

Para llevar a cabo el escalonamiento de las marchas se necesita un dato de partida. Este es el de la relación más pequeña. Esta relación permitirá al vehículo circular en condiciones de velocidad máxima que se conseguirá cuando el motor aporte la máxima potencia.

Para establecer la relación de desmultiplicación necesaria, se toma en consideración el par resistente que es necesario vencer en las condiciones de marcha en terreno llano. Por lo tanto, el procedimiento a llevar a cabo será considerar la fuerza motriz que el motor podría transmitir a los neumáticos con la relación de desmultiplicación adecuada e igualarla a las resistencias que se encontraría en esas condiciones de marcha, circulación en llano y sin capacidad de aceleración.

### Determinación de los valores a y b

Para determinar los valores de a y de b se plantean las condiciones de equilibrio del vehículo en parado en terreno llano.

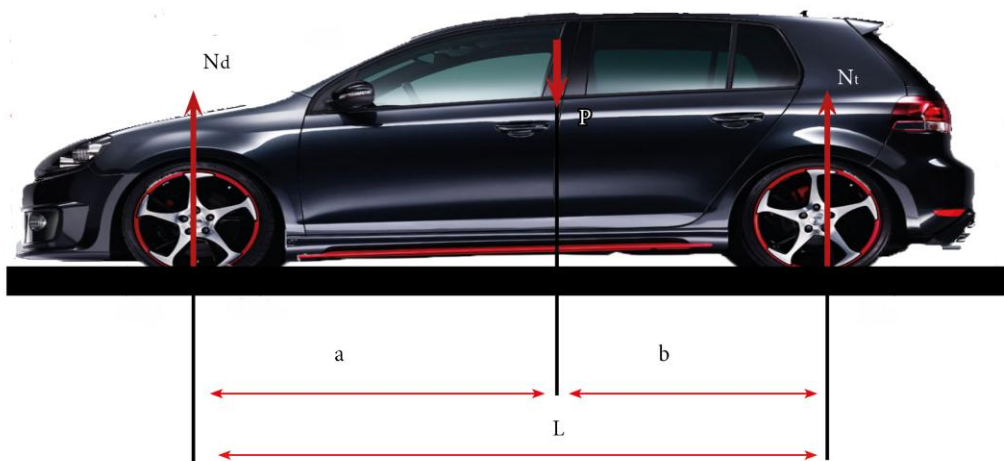


Ilustración 28. Esquema del vehículo

$$N'd = 0.38 \cdot POM = 0.4 \cdot 1448 = 550.2$$

$$N't = 0.62 \cdot POM = 0.62 \cdot 1448 = 897.8$$

$$N'd + N't = POM$$



$$N'd \cdot (a + b) - POM \cdot b = 0$$

$$a + b = L$$

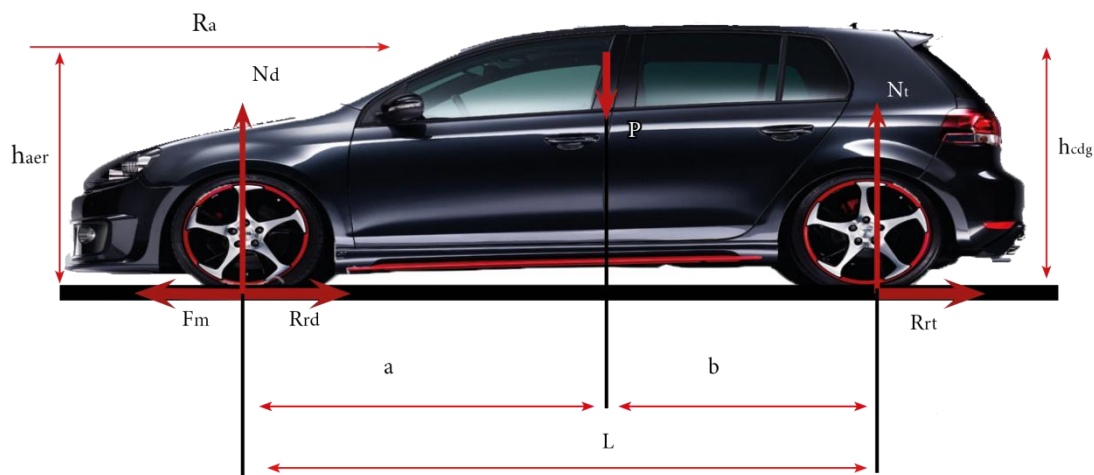
Resolviendo el sistema se obtiene que:

$$a = 2.646$$

$$b = 1.622$$

### Condiciones de equilibrio

Las condiciones de equilibrio del vehículo en condiciones de circulación a velocidad constante en terreno llano son:



**Ilustración 29. Esquema del vehículo en circulación en llano**

$$Nd + Nt = POM$$

$$Fm - Rrd - Rrt - Ra = 0$$

$$Nd \cdot L + Ra \cdot haer - POM \cdot b = 0$$

### Fuerza motriz

La velocidad máxima que el vehículo podría mantener en llano sin capacidad de aceleración será aquella que se consigue en condiciones de máxima potencia del motor, es decir a (n2) revoluciones por minuto de giro del motor cuando toda fuerza motriz se emplea para igualar las fuerzas de oposición al movimiento.

Utilizando la ecuación que relaciona la potencia motor con la fuerza de empuje en llanta se obtiene que:

$$F_m (kgf) = P (CV) \cdot 75 \cdot \eta / v (m/s)$$

En condiciones de máxima potencia a plena carga, el valor que esta toma es:  $P = 232 \text{ CV}$

El rendimiento total de la cadena de transmisión es:  $\eta = 95\%$

La velocidad es la incógnita a hallar en el sistema planteado.

### Resistencia a la rodadura

Se considera un coeficiente de rodadura para los neumáticos tanto traseros como delanteros de  $\mu = 0.015$

$$R_{rd} = N_d \cdot \mu$$

$$R_{rt} = N_t \cdot \mu$$

### Resistencia aerodinámica

Se consideran condiciones atmosféricas estándar ( $p_s$  y  $T_s$ ) que según la Norma DIN 70020 son:

$p_s = (1 \text{ bar})$ . Presión atmosférica de referencia estándar.

$T_s = (298,15 \text{ }^\circ\text{K})$ . Temperatura atmosférica de referencia estándar

$$1 \text{ N/m}^2 = 10^{-5} \text{ bar } ^\circ\text{C} = ^\circ\text{K} - 273,15$$

$$1 \text{ kgf/cm}^2 = 98100 \text{ N/m}^2 = 0,981 \text{ bar}$$

La densidad del aire estándar será por tanto:

$$d_{as} = 341.71 \cdot p_s (\text{kgf/m}^2) / T_s (\text{K})$$

$$d_{as} = 1.168 \text{ kg/m}^3$$

El coeficiente de penetración aerodinámica es  $C_x = 0.33$

Se considera que la superficie frontal efectiva respecto la superficie frontal total a efectos de oposición al avance por efectos aerodinámicos es del 85%.

$$S_{aeref} = 0.85 \cdot H_T \cdot A_T$$

$$S_{aeref} = 2.222 \text{ m}$$

Por lo tanto, la resistencia aerodinámica quedará como:

$$R_a = d_{as} \cdot C_x \cdot S_{aeref} \cdot v^2 / 2 \cdot 9.81$$

### Velocidad máxima

Resolviendo el sistema de equilibrio planteado anteriormente, se obtiene que la velocidad máxima que el vehículo podría alcanzar en llano en condiciones de carga de orden de marcha si el diseño de la cadena de transmisión fuera el adecuado es de:

$$v_{\text{máx}} = 70.09 \text{ m/s} = 252.3 \text{ km/h}$$

### **Relación de desmultiplicación**

La velocidad de avance del vehículo y las revoluciones de giro del motor están relacionadas por la siguiente expresión.

$$V \text{ (m/s)} = n_m \text{ (rpm)} \cdot 2\pi R / r_T \cdot 60$$

Las revoluciones del motor en condiciones de máxima potencia son  $n_m = n_2 = 4650 \text{ rpm}$ .

Resolviendo se obtiene que la relación de desmultiplicación necesaria es de  $r_T = 2.223$

Obtenido este valor ya se tiene un dato con el que comenzar a construir y escalonar las marchas que formarán la caja de cambios.

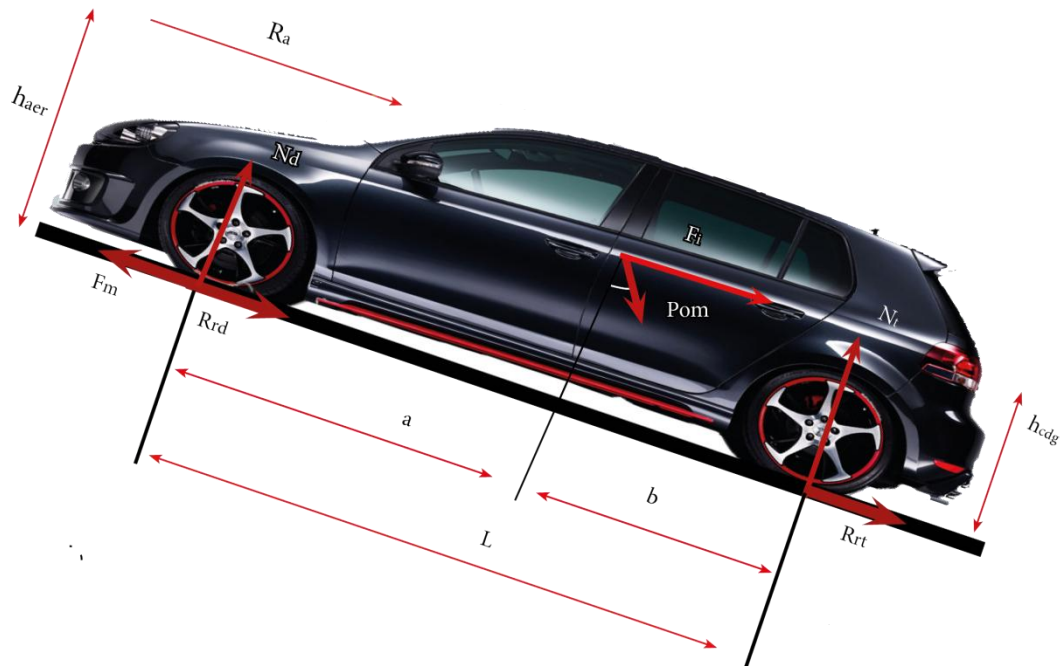
## **5.3. Selección de la relación de cambio más corta**

La relación más corta de una caja de velocidades ha de ser tal, que el par motor resulte multiplicado lo suficiente para que el vehículo pueda superar una pendiente determinada, que generalmente se fija en un 25%. Del mismo modo debe ser capaz de arrancar en una rampa del 15% con una aceleración de  $0.5 \text{ m/s}^2$ .

Por lo tanto se procede a hallar la relación de desmultiplicación que debería tener en tales condiciones. Para ello será necesario calcular las resistencias que el vehículo se encontraría.

### **Condiciones de equilibrio**

Las condiciones de equilibrio del vehículo en las condiciones de circulación en pendiente son:



**Ilustración 30. Esquema del vehículo en pendiente**

$$N_d + N_t = P_{OM} \cdot \cos \alpha$$

$$F_m - R_{rd} - R_{rt} - R_a - F_i - P_{OM} \cdot \sin \alpha = 0$$

$$N_d \cdot L + R_a \cdot h_{aer} + F_i \cdot h_{cdg} + P_{OM} \cdot \sin \alpha \cdot h_{cdg} - P_{OM} \cdot b \cdot \cos \alpha = 0$$

### Fuerza motriz

La fuerza motriz se expresará en función del par motor:

$$F_m (kgf) = M_m (kgfm) \cdot r_T \cdot \eta / R (m)$$

En condiciones de máximo par a plena carga, el valor que este toma es:  $M_m = 36.8 \text{ kgf}$

El rendimiento total de la cadena de transmisión es:  $\eta = 95\%$

El radio se calculó anteriormente a partir de los datos del neumático.

### Resistencia a la rodadura

Se considera un coeficiente de rodadura para los neumáticos tanto traseros como delanteros de  $\mu = 0.015$

$$R_{rd} = N_d \cdot \mu$$

$$R_{rt} = N_t \cdot \mu$$

### Resistencia aerodinámica

Debido a que las condiciones suponen que el coche parte del reposo, no se tendrán en cuenta los efectos aerodinámicos para este cálculo.

$$R_a = 0$$

### Resistencia a la pendiente

Debido a la inclinación del terreno aparece una componente del propio peso del vehículo que se opone al movimiento de este. Esta fuerza es:

$$R_p = POM \cdot \text{sen} \alpha$$

### Resistencia a la aceleración

Aparece cuando el vehículo experimenta una aceleración.

$$F_i = POM \cdot \gamma / 9.81$$

A continuación se procede a calcular la relación de transmisión necesaria para cada uno de los dos casos. Para ello, se resuelve el sistema de ecuaciones y se igualan la fuerza motriz y las resistencias al avance del vehículo.

$$F_m = R_T$$

#### Caso 1: pendiente a superar del 25%.

$$F_m = 36.8 \cdot r_T \cdot 0.95 / 0.32005$$

$$R_T = 372.2 \text{ kgf}$$

$$r_T = 3.407$$

#### Caso 2: pendiente a superar del 15% con una aceleración de 0.5 m/s<sup>2</sup>.

$$F_m = 36.8 \cdot r_T \cdot 0.95 / 0.32005$$

$$R_T = 210 \text{ kgf}$$

$$r_T = 2.838$$

Los resultados obtenidos muestran que la relación necesaria para cumplir tales condiciones es muy baja. Esto se explica debido a que las prestaciones del motor son bastante buenas y aporta fuerza suficiente a las ruedas para que solvente sin problemas la situación.

Si se optara por fijar estas relaciones halladas en nuestra caja de cambios sería un fallo importante. Esto se debería a que en las primeras marchas, las cuales son utilizadas para arrancar y dotar de velocidad al vehículo, se alcanzarían unas velocidades muy altas.

Para mostrar este hecho, se ejemplifica a continuación:

$$V \text{ (m/s)} = \frac{nm \text{ (rpm)} \cdot 2\pi R}{rT \cdot 60}$$

Para el régimen de máximo par a 2430 rpm y utilizando la relación de transmisión de 3.407, se tiene una velocidad de:

$$V = 23.9 \text{ m/s} = 86.05 \text{ km/h}$$

Por lo tanto se concluye que no sería lógico utilizar unas relaciones de transmisión tan bajas para la primera velocidad y lo que se hará será proponer unos valores lógicos para el diseño.

## 5.4. Escalonamiento de las marchas

A la hora de llevar a cabo el escalonamiento de las marchas de la transmisión y de elegir un paso de escalonamiento, es necesario tener en cuenta los siguientes factores:

- Cuanto mayor sea el número de marchas, mejor se adapta el motor a la hipérbola de tracción aumentando así su eficiencia. Pero por el contrario, al incrementar el número de marchas, se está elevando el peso y tamaño de la caja de cambios.
- La proporción de distancias recorridas en marchas cortas es baja, sobretodo en coches de pasajeros.
- La proporción de distancia recorrida en cada marcha depende de la potencia específica, del perfil de la ruta, de las condiciones de tráfico y del comportamiento del conductor.
- Cuanto más pequeño sea el paso de escalonamiento, más cómodo será la acción del cambio de marcha.
- La carga térmica en los anillos sincronizadores es proporcional al cuadrado del paso de escalonamiento.

En vista de estos aspectos en parte contradictorios entre ellos, para la realización de la caja de cambios hay que llevar a cabo un compromiso entre estos.

El paso de escalonamiento entre dos marchas consecutivas tiene que cumplir que:

$$\varphi = i_{n-1} / i_n \leq n_2 (P_{\text{máx}}) / n_1 (M_{\text{máx}}) = 4650 / 2430 = 1.9135$$

Este hecho asegurará que las relaciones de desmultiplicación estén en consonancia con el rango de funcionamiento estable del motor, que es con el cual aparece un mejor rendimiento entre el motor y que se encuentra entre los regímenes de par máximo y potencia máxima.

Para el caso concreto de la caja de cambios a diseñar, se optará por establecer seis velocidades ya que se está ante un motor con grandes prestaciones y se pretende que la velocidad más larga sea una marcha económica.

Los métodos formales para el cálculo del paso de escalonamiento que han sido probados efectivos en la práctica son:

- Escalonamiento geométrico
- Escalonamiento progresivo

A continuación se utilizarán ambos métodos para ver cuál de los dos se adapta mejor a las características del vehículo.

#### 5.4.1. Escalonamiento geométrico

En primer lugar definimos la relación de transmisión de la primera marcha para poder hallar la relación global de transmisión. Se proponen dos valores para esta marcha que son 12 y 14. Posteriormente cuando se analicen los resultados obtenidos se elegirá el que mejor se adapte.

$$i_{G,tot} = i_{máx} / i_{mín} = i_1 / i_6$$

En el diseño geométrico, el paso de escalonamiento tiene siempre el mismo valor teórico y es el siguiente:

$$\varphi = \sqrt[z-1]{i_{G,tot}}$$

El ratio de cada una de las marchas desde  $n = 1$  hasta  $z$ , en nuestro caso  $z = 6$ , queda marcado por la siguiente expresión:

$$i_n = i_z \cdot \varphi^{(z-n)}$$

Realizando el escalonamiento para los dos casos propuestos se obtienen los siguientes resultados sobre ratios de marchas, velocidades a cada marcha y gráficas de dientes de sierra.

##### Primera configuración

$i_{máx}$	12
$i_{mín}$	2,22
$i_{G,Total}$	5,40540541
Paso	1,40141143 ≤ 1,9135

Tabla 3. Pasos y ratios de escalonamiento para la primera configuración

rt1	12	rf	3,8	r1	3,158
rt2	8,563	rf	3,8	r2	2,253
rt3	6,110	rf	3,8	r3	1,608
rt4	4,360	rf	3,8	r4	1,147
rt5	3,111	rf	3,8	r5	0,819
rt6	2,22	rf	3,8	r6	0,584

Tabla 4. Relaciones de desmultiplicación para la primera configuración

		1a	2a	3a	4a	5a	6a
		v	v	v	v	v	v
nr	1000	10,055	14,091	19,747	27,674	38,782	54,350
	1715	17,244	24,166	33,866	47,460	66,511	93,209
n1	2430	24,433	34,240	47,985	67,247	94,240	132,069
	3540	35,594	49,881	69,904	97,964	137,288	192,397
n2	4650	46,754	65,522	91,823	128,682	180,336	252,725

Tabla 5. Desarrollo de velocidades para la primera configuración

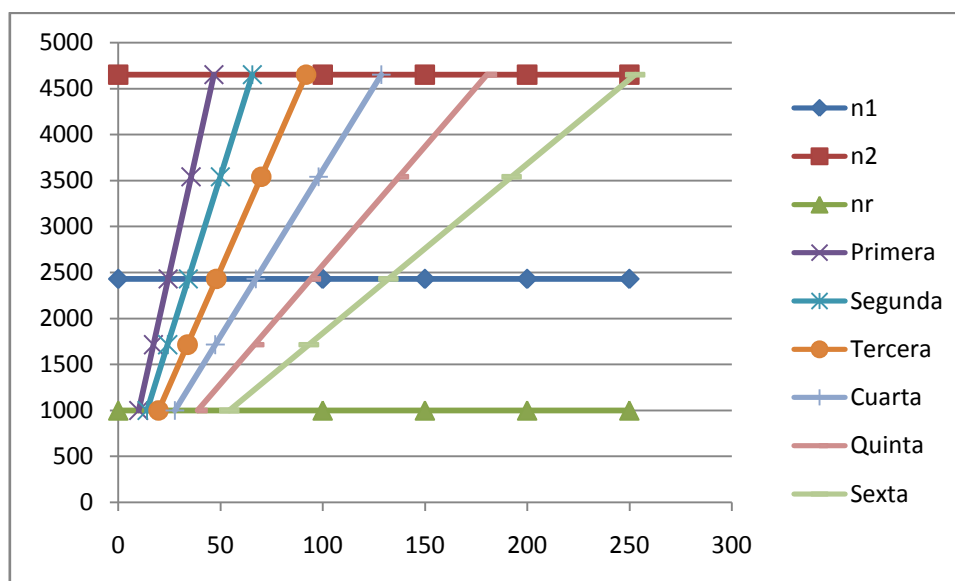


Ilustración 31. Gráfico de dientes de sierra para la primera configuración



## Segunda configuración

ímáx	14
imin	2,22
ig,Total	6,30630631
Paso	1,44529005 ≤ 1,9135

Tabla 6. Pasos y ratios de escalonamiento para la segunda configuración

rt1	14	rf	3,8	r1	3,684
rt2	9,687	rf	3,8	r2	2,549
rt3	6,702	rf	3,8	r3	1,764
rt4	4,637	rf	3,8	r4	1,220
rt5	3,209	rf	3,8	r5	0,844
rt6	2,22	rf	3,8	r6	0,584

Tabla 7. Relaciones de desmultiplicación para la segunda configuración

		1a	2a	3a	4a	5a	6a
		v	v	v	v	v	v
nr	1000	8,618	12,456	18,002	26,019	37,605	54,350
	1715	14,780	21,362	30,874	44,622	64,492	93,209
n1	2430	20,942	30,268	43,746	63,225	91,379	132,069
	3540	30,509	44,094	63,729	92,106	133,120	192,397
n2	4650	40,075	57,920	83,711	120,987	174,861	252,725

Tabla 8. Desarrollo de velocidades para la segunda configuración

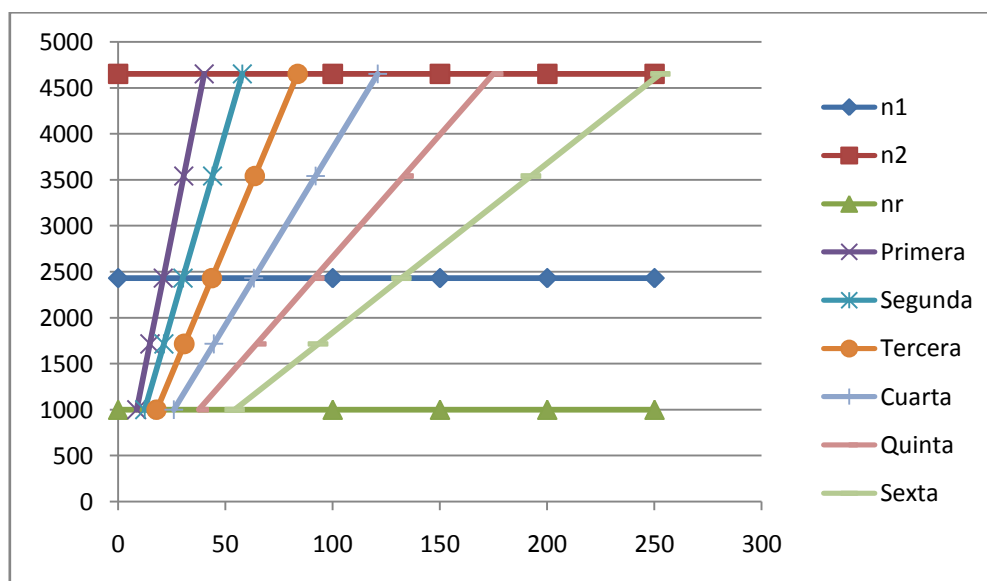


Ilustración 32. Gráfico de dientes de sierra para la segunda configuración

### 5.4.2. Escalonamiento progresivo

El escalonamiento progresivo es el utilizado principalmente en vehículos de pasajeros. Se basa en el principio de que cuanto más alta sea la marcha, más pequeño es el paso de escalonamiento.

El ratio base de cambio,  $\varphi_1$  se calcula de la siguiente forma:

$$\varphi_1 = \sqrt[z-1]{\frac{iG, tot}{\varphi_2^{0.5(z-1)(z-2)}}}$$

Donde  $\varphi_2$  es un valor que va de 1 a 1.2. Para nuestro caso tomaremos  $\varphi_2 = 1.1$ .

El ratio de cada una de las marchas desde  $n = 1$  hasta  $z$ , en nuestro caso  $z = 6$ , queda marcado por la siguiente expresión:

$$i_n = i_z \cdot \varphi_1^{(z-n)} \cdot \varphi_2^{0.5(z-n)(z-n-1)}$$

Realizando el escalonamiento para los dos casos propuestos se obtienen los siguientes resultados sobre ratios de marchas, velocidades a cada marcha y gráficas de dientes de sierra.

#### Tercera configuración

$i_{máx}$	12
$i_{min}$	2,22
$iG, Total$	5,405
Paso 2	1,1
Paso 1	1,158

Tabla 9. Pasos y ratios de escalonamiento para la tercera configuración

$r_{T1}$	12	$r_f$	3,8	$r_1$	3,158
$r_{T2}$	7,077	$r_f$	3,8	$r_2$	1,862
$r_{T3}$	4,591	$r_f$	3,8	$r_3$	1,208
$r_{T4}$	3,276	$r_f$	3,8	$r_4$	0,862
$r_{T5}$	2,571	$r_f$	3,8	$r_5$	0,677
$r_{T6}$	2,22	$r_f$	3,8	$r_6$	0,584

Tabla 10. Relaciones de desmultiplicación para la tercera configuración

		1a	2a	3a	4a	5a	6a
		v	v	v	v	v	v
nr	1000	10,055	17,050	26,283	36,833	46,926	54,350
	1715	17,244	29,240	45,076	63,169	80,478	93,209
n1	2430	24,433	41,431	63,868	89,505	114,031	132,069
	3540	35,594	60,356	93,042	130,391	166,119	192,397
n2	4650	46,754	79,281	122,217	171,276	218,207	252,725

Tabla 11. Desarrollo de velocidades para la tercera configuración

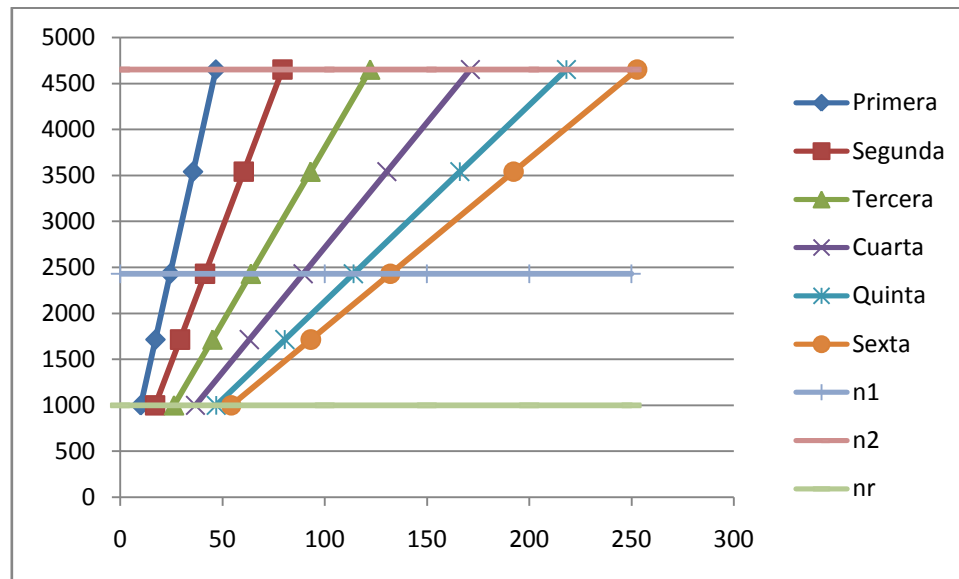


Ilustración 33. Gráfico de dientes de sierra para la tercera configuración

### Cuarta configuración

ímáx	14
imin	2,22
iG,Total	6,306
Paso 2	1,1
Paso 1	1,194

Tabla 12. Pasos y ratios de escalonamiento para la cuarta configuración

rt1	14	rf	3,8	r1	3,684
rt2	8,005	rf	3,8	r2	2,107
rt3	5,035	rf	3,8	r3	1,325
rt4	3,484	rf	3,8	r4	0,917
rt5	2,652	rf	3,8	r5	0,698
rt6	2,22	rf	3,8	r6	0,584

Tabla 13. Relaciones de desmultiplicación para la cuarta configuración

		1a	2a	3a	4a	5a	6a
		v	v	v	v	v	v
nr	1000	8,618	15,072	23,961	34,631	45,502	54,350
	1715	14,780	25,848	41,093	59,392	78,035	93,209
n1	2430	20,942	36,624	58,226	84,153	110,569	132,069
	3540	30,509	53,354	84,823	122,593	161,076	192,397
n2	4650	40,075	70,083	111,420	161,034	211,582	252,725

Tabla 14. Desarrollo de velocidades para la cuarta configuración

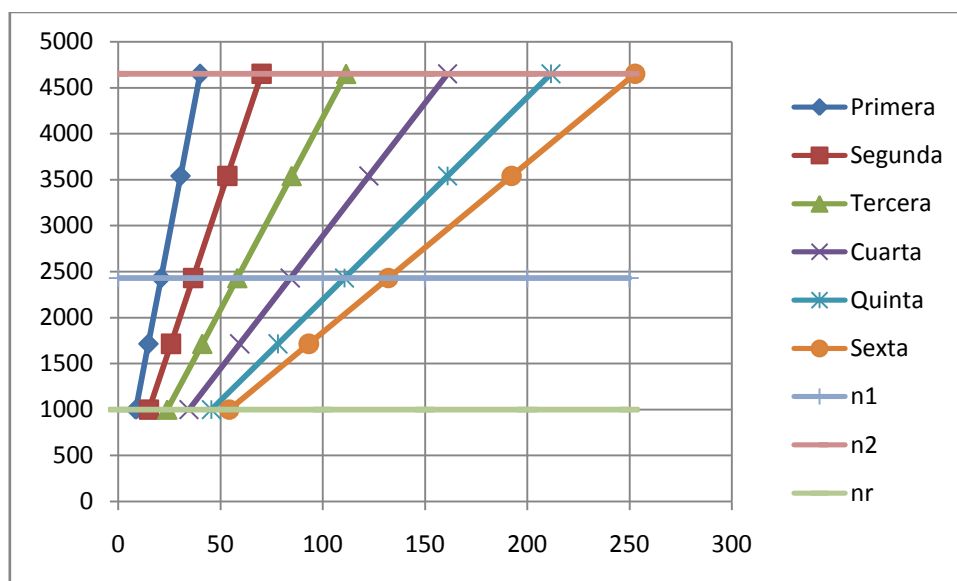


Ilustración 34. Gráfico de dientes de sierra para la cuarta configuración

Ante la vista de los resultados se concluye que el escalonamiento progresivo se adapta mejor a las condiciones deseadas. Esto es debido a que la quinta y sexta marcha se pretende que sean marchas económicas para altas velocidades. En el caso del escalonamiento geométrico, al introducir la quinta marcha en el régimen de máximo par, la velocidad ronda los 90 km/h mientras que en el progresivo los 110 km/h. Es por esto por lo que elegimos el escalonamiento progresivo ya que las calzadas por las que circulará el vehículo tendrán unos límites de velocidad en torno a 100-120 km/h y por lo tanto para estas velocidades, en las cuales se

circulará un largo periodo de tiempo, nos interesará la máxima economía respecto al combustible.

En cuanto a la relación total de primera se elegirá la de valor  $r_T = 14$ . Esto es debido a que en la primera marcha tampoco nos interesa alcanzar velocidades muy altas ya que solo la utilizaremos al arrancar y para acelerar el vehículo. Por lo tanto elegimos este caso ya que presenta velocidades más bajas para esta primera velocidad.

Conocidas por tanto las relaciones de transmisión de la caja de cambios, se puede determinar el número de dientes de cada engranaje que será el punto de partida para el desarrollo geométrico de la caja.

A continuación se muestra las velocidades y el diagrama de dientes de sierra una vez elegido el número de dientes. Los datos de las relaciones serán muy parecidos pero diferirán un poco los valores ya que al determinar las fracciones del número de dientes e necesita utilizar números enteros.

### Configuración final

rT1	13,8181818	3,63636364	40/11	3,63636364
rT2	7,96456977	2,09593941	32/15	2,13333333
rT3	5,04970985	1,32887101	31/23	1,34782609
rT4	3,52178804	0,92678633	26/28	0,92857143
rT5	2,70179683	0,71099917	22/31	0,70967742
rT6	2,28	0,6	21/35	0,6

Tabla 15. Relaciones de desmultiplicación para la configuración final

		1a	2a	3a	4a	5a	6a
		v	v	v	v	v	v
nr	1000	8,73168475	15,1490929	23,8936515	34,259872	44,6576908	52,9193015
	1715	14,9748393	25,9806943	40,9776123	58,7556805	76,5879397	90,7566021
n1	2430	21,2179939	36,8122958	58,0615732	83,251489	108,518189	128,593903
	3540	30,910164	53,6277889	84,5835264	121,279947	158,088225	187,334327
n2	4650	40,6023341	70,443282	111,10548	159,308405	207,658262	246,074752

Tabla 16. Desarrollo de velocidades para la configuración final

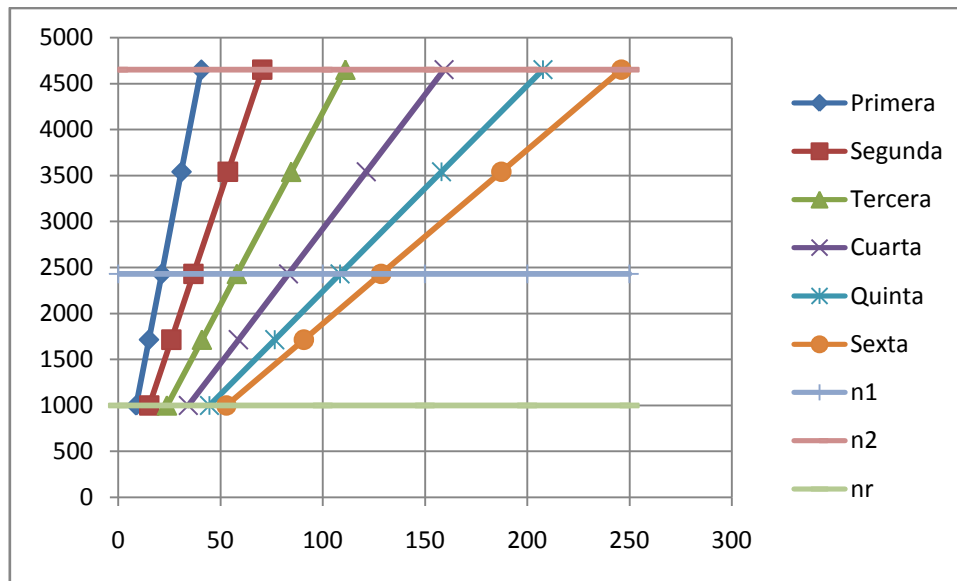


Ilustración 35. Gráfico de dientes de sierra para la configuración final

## 6. Diseño de la geometría de los engranajes

Se va a proceder a diseñar una caja de cambios de dos ejes y seis velocidades con engranajes de dentado helicoidal y perfil evolvente. Este tipo de cajas de cambio tiene su desarrollo fundamentalmente para disposiciones de vehículos con tracción delantera como es el caso de nuestro vehículo. Estas cajas de cambio sólo poseen dos ejes de forma que no poseen un tercer eje intermediario. El eje primario obtiene su giro directamente del motor y lo transmite a un eje secundario que a su vez acciona el conjunto diferencial. De esta forma el tamaño del conjunto caja-diferencial se reduce quedando todo bajo un conjunto compacto. La transmisión de todo el par mediante sólo dos ejes obliga a los piñones a soportar cargas mucho más elevadas que sus homólogos de las cajas de tres ejes. Por tanto es preciso emplear materiales de mayor calidad en la fabricación de estos piñones.

Se plantea para los engranajes un dentado Stub tipo estándar:

Módulo del diente:  $m_n$

Paso del diente:  $t_n = m_n \cdot \pi$

Altura cabeza diente:  $h_k = 0.8 \cdot m_n$

Altura raíz diente - Dedendum:  $h_f = m_n$

Altura del diente - Addendum:  $h_z = 1.8 \cdot m_n$

Ángulo de presión:  $\alpha = 20^\circ$

Como todas las ruedas dentadas, salvo las de marcha atrás, presentan tallado helicoidal, por lo que aparecerá un módulo circular y el paso circular correspondiente.

$$m_{si} = m_{ni} / \cos \beta_i$$

$$t_{si} = m_{si} \cdot \pi$$

Con el fin de simplificar el proceso de mecanizado se va a mantener el módulo normal así como la geometría de tallado en todos los engranajes.

Los números de dientes de los engranajes han sido definidos anteriormente y se recuerdan en la siguiente tabla:

		Primera	Segunda	Tercera	Cuarta	Quinta	Sexta
Número dientes	Z <sub>i</sub>	11	15	23	28	31	35
Número dientes	Z' <sub>i</sub>	40	32	31	26	22	21

Tabla 17. Número de dientes de cada engranaje



Como principio de diseño se procede a fijar la distancia entre ejes. Esta queda definida en función de la siguiente expresión dependiente de los diámetros primitivos circunferenciales, relacionados a su vez con el módulo normal y el número de dientes de las ruedas.

$$de = \frac{(d_{oi} + d_{osi})}{2} = \frac{(m_{si} \cdot (Z_i + Z'_i))}{2} = \frac{(m_{ni} \cdot (Z_i + Z'_i))}{(\cos \beta'_i \cdot 2)}$$

Planteamiento de diseño:

- Se propone una distancia entre ejes aproximada de:

$$de = 100$$

- Se propone un valor de ángulo de hélice para la primera marcha de:

$$\beta_1 = 0.5 \text{ rad} = 28.64^\circ$$

Por lo tanto, el módulo normal que deben de tener estos pares de engranajes será de:

$$m_{n1} = \frac{2 \cdot de \cdot \cos \beta_1}{Z_1 + Z'_1} = 3.613$$

Valores principales						Valores secundarios					
0,5		0,6		0,8	1	0,55		0,7		0,75*	0,9
1,25		1,5		2	2,5	1,12		1,375		1,75	2,25
						5					
3		4		5	6	2,75		3,25*		3,5	3,75*
8		10		12	16	4,5		5,5		6,5*	7
	20		25			9		11		14	18
											22
Los módulos con * están autorizados a título excepcional											

Ilustración 36. Módulos normalizados para engranajes

Se selecciona el valor secundario de valor normalizado por estar más próximo que el valor principal.

$$m_{n1} = 3.75$$

Al cambiar el módulo manteniendo el número de dientes hay que recalcular la distancia entre ejes.

$$de = \frac{m_{n1} \cdot (Z_1 + Z'_1)}{\cos \beta_1 \cdot 2} = 108.96$$

Si lo que se desea es mantener el mismo módulo normal para todos los engranajes, será necesario cambiar el ángulo de hélice para cada par de engranajes quedando definidos de la siguiente manera:

$$\beta_i = \arccos \left( \frac{m_{ni} \cdot (Z_i + Z'_i)}{de \cdot 2} \right)$$

$\beta_1$	0,5	28,648
$\beta_2$	0,62877	36,026
$\beta_3$	0,37854	21,689
$\beta_4$	0,37854	21,689
$\beta_5$	0,42267	24,217
$\beta_6$	0,27056	15,502

Tabla 18. Ángulos de hélice de cada engranaje

El diámetro de paso de cada uno de los engranajes será:

$$doi = mni \cdot Zi$$

El diámetro exterior de cada uno de los engranajes será:

$$dei = doi + 2 \cdot hki$$

El diámetro interior de cada uno de los engranajes será:

$$dii = doi - 2 \cdot hfi$$

El arco de espesor del diente queda definido por:

$$e1 = 39 \cdot tni / 80$$

El arco del hueco entre dientes queda definido por:

$$e1 = 41 \cdot tni / 80$$

Con los datos conocidos y las ecuaciones expresadas se calculan los parámetros de cada uno de los engranajes tal y como se muestra a continuación en la siguiente tabla:

		1a	2a	3a	4a	5a	6a
Módulo normal	mni	3,75	3,75	3,75	3,75	3,75	3,75
Paso diente	tni (mm)	11,781	11,781	11,781	11,781	11,781	11,781
Módulo circular	mci	4,273	4,637	4,036	4,036	4,112	3,892
Paso circular	tsi (mm)	13,424	14,567	12,679	12,679	12,918	12,226
Paso helicoidal	thi (mm)	270,304	300,459	733,194	892,584	890,332	1542,729
Paso helicoidal	t'hi (mm)	982,924	640,979	988,218	828,828	631,848	925,637
Diámetro primitivo	doi (mm)	47,004	69,552	92,821	113,000	127,467	136,205
Diámetro primitivo	d'oi (mm)	170,924	148,377	125,107	104,928	90,461	81,723
Addendum/Cabeza diente	hk (mm)	3	3	3	3	3	3
Dedendum/Pie diente	hf (mm)	3,75	3,75	3,75	3,75	3,75	3,75
Altura diente	hz (mm)	6,75	6,75	6,75	6,75	6,75	6,75
Diámetro exterior	dei (mm)	53,004	75,552	98,821	119,000	133,467	142,205
Diámetro interior	dii (mm)	39,504	62,052	85,321	105,500	119,967	128,705
Diámetro exterior	d'ei (mm)	176,924	154,377	131,107	110,928	96,461	87,723
Diámetro interior	d'ii (mm)	163,424	140,877	117,607	97,428	82,961	74,223
Espesor diente	e1 (mm)	5,743	5,743	5,743	5,743	5,743	5,743
Hueco entre dientes	e2 (mm)	6,038	6,038	6,038	6,038	6,038	6,038
Ángulo presión	$\alpha$ (°)	20	20	20	20	20	20
Ángulo presión	$\alpha$ (rad)	0,349	0,349	0,349	0,349	0,349	0,349
Ángulo hélice	$\beta$ i (°)	28,648	36,026	21,689	21,689	24,217	15,502
Ángulo hélice	$\beta$ i (rad)	0,5	0,629	0,379	0,379	0,423	0,271
Número dientes	Zi	11	15	23	28	31	35
Número dientes	Z'i	40	32	31	26	22	21

Tabla 19. Parámetros que definen cada engranaje

Con el fin de comprobar que el número de dientes elegido para los engranajes es el correcto, se realiza la comprobación de interferencia para comprobar que no se produce interferencia de los engranajes con la cremallera.

$$Z_{minsi} = \frac{2 \cdot hk \cdot \pi \cdot \cos \beta_i}{tn \cdot \sin^2 \alpha_i}$$

$$\alpha'_i = \arctg \frac{tg \alpha_i}{\cos \beta_i}$$

Se llevará a cabo la comprobación para el engranaje de primera velocidad que es el que puede ser más conflictivo al presentar menor número de dientes.

$$Z_{min1} = 9.567$$

Por lo tanto se concluye que el número de dientes del primer engranaje es admisible ya que supera el número mínimo de dientes que debería tener para cumplir la interferencia,  $11 > 9.567$ .

Finalmente para completar los datos geométricos del engranaje se procede a calcular el ancho de engranaje y diente.

Se suele tomar un valor de espesor del engranaje en la dirección de su eje, tal que cumpla que:

$$B_{si} \geq \frac{1.15 \cdot t_{si}}{\tan \beta_i}$$

Operando para cada engranaje se tiene que:

		1a	2a	3a	4a	5a	6a
<b>Anchura engranaje</b>	<b>B<sub>si</sub> (mm)</b>	28,259	23,035	36,660	36,660	33,028	50,690
<b>REDONDEO</b>		29	24	37	37	34	51

Tabla 20. Anchura definida para cada engranaje

La relación entre la anchura del engranaje y la anchura del diente es:

$$B_i = B_{si} / \cos \beta_i$$

Que desarrollando para cada engranaje nos aporta unos resultados de:

		1a	2a	3a	4a	5a	6a
<b>Anchura diente</b>	<b>B<sub>i</sub> (mm)</b>	33,045	29,675	39,819	39,819	37,281	52,925

Tabla 21. Anchura de diente definida para cada engranaje

## 7.Estado de cargas en los engranajes

De cara a la realización de posteriores cálculos y de conocer la magnitud de las cargas a las que se encuentran sometidos los dientes de los engranajes, se procede a calcular dichas cargas.

En estos engranajes aparecen tres tipos de cargas: las tangenciales que son las motrices que imprimen el movimiento, las cargas radiales y las cargas axiales que aparecen como consecuencia de la geometría del diente.  $F_n$  es la fuerza normal al perfil del diente sobre la circunferencia primitiva.

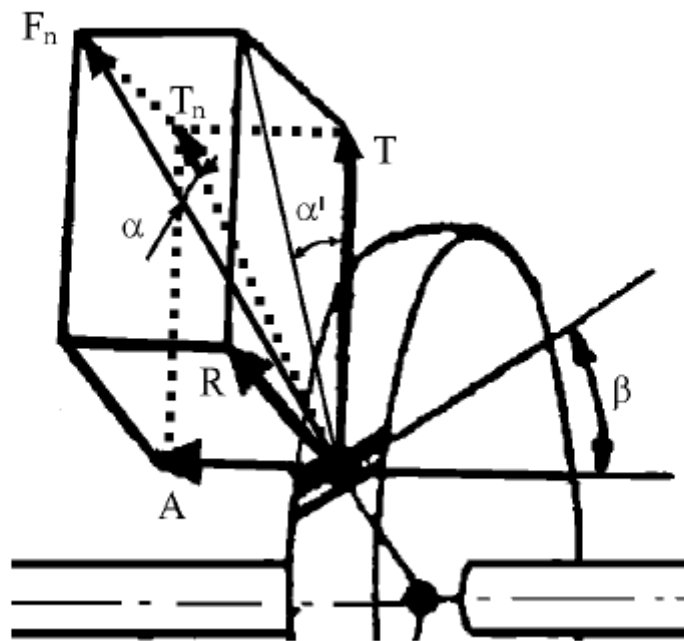


Ilustración 37. Solicitaciones de carga en el diente

$$\text{Fuerza tangencial: } T_i (N) = \frac{M_{\text{máx}} (kgfm) \cdot 2 \cdot 9.81 \cdot 1000}{d_{os i}}$$

$$\text{Componente radial: } R_i(N) = T_i \cdot tg \alpha' i$$

$$\text{Componente axial: } A_i(N) = T_i \cdot tg \beta i$$

$$\text{Fuerza normal al perfil del diente: } F_{ni} = T_i / \cos \beta i$$

		1a	2a	3a	4a	5a	6a
Fuerza tangencial	Ti (N)	15360,695	10381,018	7778,561	6389,533	5664,317	5300,946
Fuerza axial	Ai (N)	8391,586	7549,387	3093,699	2541,252	2547,680	1470,304
Fuerza radial	Ri (N)	6370,723	4671,864	3046,868	2502,784	2260,579	2002,227
Fuerza normal diente	Fn (N)	17503,418	12835,840	8371,200	6876,343	6210,890	5501,074

Tabla 22. Magnitud de las cargas que actúan sobre cada par de engranajes

Tal y como se puede observar, los valores máximos de cargas sobre los dientes del engranaje se dan para el caso de la primera marcha.

		Máximo
Fuerza tangencial	Ti (N)	15360,695
Fuerza axial	Ai (N)	8391,586
Fuerza radial	Ri (N)	6370,723
Fuerza normal diente	Fn (N)	15360,695

Tabla 23. Cargas máximas que aparecen en el conjunto de la caja de cambios

## 8. Elección material de los engranajes

Una vez definida la geometría de los engranajes, es necesario definir el material para poder comprobar que los engranajes diseñados cumplen las comprobaciones de flexión y desgaste superficial.

### 8.1. Cálculo a flexión

El cálculo a flexión se refiere a engranajes con perfil evolvente. En engranajes helicoidales, el empuje sobre el diente a la hora de transmitir la carga, se produce a lo largo de la generatriz de contacto, que es inclinada. Por tanto, la resultante de dicho empuje no actúa en la cabeza del diente, como ocurriría en los de dentado recto, sino hacia el centro del mismo, aproximadamente a 2/3 de su altura.

La tensión generada en el diente viene expresada por la fórmula general de flexión.

$$\sigma = M_f / W_{xx}$$

$$\sigma = \frac{2}{3} \cdot \frac{T \cdot h_z}{\frac{B e^2}{6}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{T}{t_s \cdot B} \cdot \frac{1}{y}$$

Llevando a cabo una serie de reajustes y considerando un coeficiente de seguridad para el acero de  $C_s = 3$  tal que  $\sigma_{adm} = \sigma_F / C_s$ , nos queda que:

$$\sigma_{adm} = \frac{0.86^3 \cdot M_{tc} \cdot \cos \beta}{m n^3 \cdot \delta \cdot Z \cdot y \cdot 1.5}$$

Donde  $M_{tc}$  es el momento torsor corregido de cálculo en Nmm. Este momento se obtiene de corregir el momento torsor teórico mediante unos factores. Estos coeficientes correctores son el coeficiente de esfuerzos dinámicos y el coeficiente de servicio de la máquina. El primero hace alusión a la calidad del engranaje y el segundo dependerá del tipo de máquina.



FACTOR DE ESFUERZOS DINÁMICOS	
Tipo de montaje	Factor $f_d$
Para engranajes de la máxima precisión obtenidos por rectificado u otro procedimiento similar. Velocidad del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min	$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43}$
Para engranajes tallados por generación, sin rectificar, y con velocidades del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min.	$f_d = 1 + \frac{V}{360}$
Para engranajes ordinarios fabricados con fresa de módulo o con fresa madre, de una sola pasada. Velocidad del círculo primitivo igual o inferior a 600 m/min.	$f_d = 1 + \frac{V}{180}$

Ilustración 38. Factores de esfuerzos dinámicos para los engranajes

Como los dientes de los engranajes de la caja de cambios son de máxima precisión se elige el factor dinámico:

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43}$$

Donde V es la velocidad del círculo primitivo calculada a partir de las revoluciones del motor y del diámetro primitivo.

FACTOR DE SERVICIO	
Tipo de máquina	Factor $f_s$
Para cargas uniformes sin choque, como: ventiladores, maquinaria de elevación, máquinas centrífugas, transmisiones por correa, etc.	De 1,00 a 1,25
Para cargas con choque medio, como: máquinas sometidas a frecuentes arranques, compresores, máquinas alternativas, herramientas portátiles neumáticas y eléctricas, bombas alternativas, etc.	De 1,25 a 1,50
Para cargas con choque fuerte, como: trenes laminadores, machacadoras de piedra, maquinaria de dragados, punzonadoras, compresores monocilíndricos, etc.	De 1,50 a 2,00

Ilustración 39. Factores de servicio para los engranajes

Respecto al factor de servicio consideramos que la caja de cambios tiene un impulso de la caja motriz uniforme y la carga es impulsada con choques moderados, por lo tanto se elige un factor,  $f_s = 1.25$ .

Para el cálculo a flexión se utilizará como momento torsor el más crítico que corresponderá con el par máximo que sea capaz de suministrar el motor. En nuestro caso  $M_{tc} = 36.8 \text{ kgfm}$ .

El factor  $\delta$  se refiere al coeficiente de rigidez del engranaje. Este queda definido como:

$$\delta = B / m_n$$

El factor de forma  $y$ , se obtiene a partir de las tablas de Lewis. Para obtener este dato es necesario entrar en la tabla con el ángulo de presión de diente,  $\alpha = 20^\circ$  en nuestro caso, y el número de dientes. Al tratarse de engranajes helicoidales, la entrada en la tabla se debe de hacer con el número ficticio de dientes que se calcula como se indica a continuación.

$$Z' = Z / \cos 3\beta$$

Nº de dientes	Altura normal 20°	Altura normal 14,5° o 15°	Diente corto 20°	Nº de dientes	Altura normal 20°	Altura normal 14,5° o 15°	Diente corto 20°
10	0,064	0,056	0,083	25	0,108	0,097	0,133
11	0,072	0,061	0,092	27	0,111	0,099	0,136
12	0,078	0,067	0,099	30	0,114	0,101	0,139
13	0,083	0,071	0,103	34	0,118	0,104	0,142
14	0,088	0,075	0,108	38	0,122	0,106	0,145
15	0,092	0,078	0,111	43	0,126	0,108	0,147
16	0,094	0,081	0,115	50	0,130	0,110	0,151
17	0,096	0,084	0,117	60	0,134	0,113	0,154
18	0,098	0,086	0,120	75	0,138	0,115	0,158
19	0,100	0,088	0,123	100	0,142	0,117	0,161
20	0,102	0,090	0,125	150	0,146	0,119	0,165
21	0,104	0,092	0,127	300	0,150	0,122	0,170
23	0,106	0,094	0,130	Cremallera	0,154	0,124	0,175

Ilustración 40. Tabla coeficiente de Lewis

Conocidas y explicadas todas las variables que aparecen en el cálculo a flexión, se procede a calcular la tensión admisible que necesitarían los diferentes engranajes del eje de entrada para su correcto funcionamiento y evitar así el fallo.

CÁLCULO FLEXIÓN	PIÑÓN	1a	2a	3a
Par máximo	$M_t$ (Nmm)	361008	361008	361008
Coeficiente servicio	$f_s$	1,25	1,25	1,25
Coeficiente esfuerzos dinámicos	$f_d$	1,441	1,536	1,619
Velocidad círculo primitivo	$v$ (m/min)	358,833	530,961	708,604
Par máx corregido	$M_{tc}$ (Nmm)	650054,535	693078,703	730617,428
Coeficiente rigidez	$\delta$	8,812	5,176	9,168
Número dientes ficticios	$Z'$	16,275	28,356	28,668
Coeficiente Lewis	$y_1$	0,123	0,127	0,142
Tensión admisible	$\sigma_{adm1}$ (MPa)	385,370	426,030	182,633

Tabla 24. Cálculo de las tensiones admisibles de los piñones de la caja de cambios

CÁLCULO FLEXIÓN	PIÑÓN	4a	5a	6a
Par máximo	$M_t$ (Nmm)	361008	361008	361008
Coeficiente servicio	$f_s$	1,25	1,25	1,25
Coeficiente esfuerzos dinámicos	$f_d$	1,683	1,725	1,750
Velocidad círculo primitivo	$v$ (m/min)	862,649	973,095	1039,800
Par máx corregido	$M_{tc}$ (Nmm)	759490,295	778627,904	789662,213
Coeficiente rigidez	$\delta$	9,168	8,269	13,105
Número dientes ficticios	$Z'$	34,900	40,868	39,116
Coeficiente Lewis	$y_1$	0,146	0,150	0,153
Tensión admisible	$\sigma_{adm1}$ (MPa)	151,409	149,001	87,473

Tabla 25. Cálculo de las tensiones admisibles de los piñones de la caja de cambios

Tal y como se observa, los engranajes que más sufren son los de primera y segunda velocidad. Esto es debido a que geométricamente son los engranajes más pequeños y porque algunas de las variables que los definen serán menores que en el resto de engranajes y por lo tanto requerirán de un material mejor para asegurar su integridad. Por lo tanto desde el punto de vista de diseño a flexión, será necesario fabricar unos piñones con una  $\sigma_{adm} > 426$  MPa para que no se produzca el fallo.

Calculados los piñones se puede obtener la tensión admisible necesaria para las ruedas. Existe una expresión que permite obtener el material de la rueda en función del material del piñón y de los factores de forma del diente del piñón y rueda respectivamente.

$$\sigma_{adm2} = \sigma_{adm1} \cdot y_1 / y_2$$

CÁLCULO FLEXIÓN	RUEDA	1a	2a	3a
Número dientes ficticios	$Z'$	59,183	60,493	38,639
Coefficiente Lewis	$y_2$	0,157	0,147	0,148
Tensión admisible	$\sigma_{adm2}$ (MPa)	301,193	368,060	174,779

Tabla 26. Cálculo de las tensiones admisibles de las ruedas de la caja de cambios

CÁLCULO FLEXIÓN	RUEDA	4a	5a	6a
Número dientes ficticios	$Z'$	59,183	60,493	38,639
Coefficiente Lewis	$y_2$	0,145	0,142	0,136
Tensión admisible	$\sigma_{adm2}$ (MPa)	326,820	381,927	190,354

Tabla 27. Cálculo de las tensiones admisibles de las ruedas de la caja de cambios

Analizando por tanto los valores obtenidos de tensión admisible, se puede concluir que los engranajes del conjunto de la caja de cambios necesitarán estar compuestos de un material que presente una  $\sigma_{adm} > 426$  MPa.

MATERIALES PARA ENGRANAJES					
ACEROS AL CARBONO					
Símbolo IHA	Símbolo CENIM	Tipo de acero Tratamiento	Rm daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )	Dureza	$\sigma_{adm}$ daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )
F-111	F-1110	Extrásuave Normalizado	36-48	110-135 HB	14
F-113	F-1130	Semi-suave Normalizado	55-62	150-170 HB	19
F-114	F-1140	Semi-duro Normalizado	62-70	190-210 HB	22
F-114	F-1140	Semi-duro Templado y revenido	68-87	247-277 HB	26
ACEROS DE GRAN RESISTENCIA					
Símbolo IHA	Símbolo CENIM	Tipo de acero Tratamiento	Rm daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )	Dureza	$\sigma_{adm}$ daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )
F-122		Acero al Cr-Ni duro	110-120	310-370 HB	36
F-123		Acero al Cr-Ni tenaz	90-110	280-300 HB	33
F-125	F-1250	Acero al Cr-Mo tenaz	90-110	295-325 HB	33
F-126		Acero al Cr-Ni-Mo duro	120-140	352-400 HB	43
F-127		Acero al Cr-Ni-Mo tenaz	105-125	305-365 HB	38
ACEROS DE CEMENTACIÓN					
Símbolo IHA	Símbolo CENIM	Tipo de acero Tratamiento	Rm daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )	Dureza	$\sigma_{adm}$ daN/mm <sup>2</sup> (kp/mm <sup>2</sup> )
F-153		Acero al Cr-Ni duro	110-125	58 HRC	39
F-154		Acero al Cr-Ni tenaz	90-95	58 HRC	31
F-155		Acero al Cr-Mo	90-95	58 HRC	31

Ilustración 41. Materiales para engranajes

Analizando detenidamente los aceros que aparecen en la tabla anterior, se elige como material para los engranajes el acero de gran resistencia F-126. Se trata de un acero al cromo – níquel – molibdeno cuyas propiedades se muestran a continuación.

Composición Química							Res. Mecánica
Acero Cr-Ni-Mo	C	Mn	Si	Cr	Ni	Mo	
F-126	0,3	0,55	0,25	1,25	4,25	0,4	140/160 daN/mm <sup>2</sup>

Tabla 28. Características del acero elegido para los engranajes



Se trata de un material utilizado en piezas de máxima responsabilidad, que exijan gran resistencia básica y tenacidad elevada, que no deforme en el tratamiento y que el mecanizado se realice previo al tratamiento.

## 8.2.Cálculo a desgaste superficial

La resistencia al desgaste o por presión de la superficie de los dientes es otro de los factores que condiciona el fallo de un engranaje. Los factores que influyen la resistencia al desgaste son:

- El valor de la presión de contacto entre dientes o también llamada presión de Hertz.
- Número de ciclos del régimen de trabajo a que está sometido el engranaje.
- Grado de acabado superficial del engranaje.
- Dureza de la cara del diente.
- Tipo de lubricación empleada.

Se procede a aplicar la fórmula de Hertz para calcular la presión de aplastamiento en la zona de contacto.

$$\sigma_n = K \cdot \sqrt{\frac{T_n \cdot \tan \alpha \cdot d_e}{B \cdot \rho_{1v} \cdot \rho_{2v}}}$$

$$K = \sqrt{\frac{E_1 \cdot E_2}{90 \cdot \pi \cdot (E_1 + E_2)}}$$

La distancia entre ejes,  $d_e$ , será la calculada en el diseño de la geometría así como la anchura del engranaje,  $B$ .

Los radios de curvatura para piñón y rueda se calculan de la siguiente manera:

$$\rho_1 = R_{o1} \cdot \sin \alpha / \cos^2 \beta$$

$$\rho_2 = R_{o2} \cdot \sin \alpha / \cos^2 \beta$$

		1a	2a	3a	4a	5a	6a
Radio curvatura piñón	$\rho_1$	10,437	18,184	18,384	22,381	26,208	25,084
Radio curvatura rueda	$\rho_2$	37,953	38,793	24,779	20,782	18,599	15,051

Tabla 29. Radios de curvatura definidos para cada engranaje

Los módulos de Young tanto del piñón como de la rueda serán los correspondientes al acero, por lo tanto,  $E_1 = E_2 = 210$  GPa.

Operando con los datos correspondientes a las diferentes marchas se obtiene que:

		1a	2a	3a	4a	5a	6a
<b>Tensión de aplastamiento</b>	<b><math>\sigma_n</math> (MPa)</b>	149,803	105,670	85,527	76,713	74,293	64,868

Tabla 30. Tensiones de aplastamiento generadas debidas al contacto entre engranajes

La tensión de contacto máxima aparece en la primera marcha. Como este valor no supera la tensión última del material utilizado para los engranajes se concluye que la comprobación por desgaste cumple.



## 9. Cálculo del eje

### 9.1. Cálculo a resistencia

El eje de la caja de cambios es un elemento cuyo fin es la transmisión de potencia de un eje a otro. Los engranajes quedan acoplados a los ejes de la caja de cambios y los ejes se apoyan sobre unos rodamientos que les sirven de apoyo.

Para el diseño del eje se propone un diámetro de 36 mm y se realizará un cálculo a resistencia para elegir el material del que estarán compuestos los ejes.

La situación que presentan los ejes de la caja de cambios es de cargas combinadas de flexión, torsión y axiales.

El procedimiento que se llevará a cabo será identificar para cada una de las marchas, las tensiones que se generan debido a las distintas cargas y se comprobará cuál de ellas es la más crítica y la que marque el material a utilizar.

En cuanto a momento torsor, el máximo lo encontraremos en el engranaje de primera velocidad en el eje de salida ya que es donde aparece la mayor multiplicación de par ya que el par de salida es 3.63 veces el de entrada. Se trabajará siempre bajo condiciones de máximo par motor que son las más críticas. Para el resto de marchas el momento torsor que aparezca dependerá de las respectivas relaciones de desmultiplicación.

Respecto a las solicitaciones a las que están sometidos los engranajes se calcularon sus valores en el anexo 6. A continuación se recuerdan sus valores.

		1a	2a	3a	4a	5a	6a
<b>Fuerza tangencial</b>	<b>Ti (N)</b>	15360,695	10381,018	7778,561	6389,533	5664,317	5300,946
<b>Fuerza axial</b>	<b>Ai (N)</b>	8391,586	7549,387	3093,699	2541,252	2547,680	1470,304
<b>Fuerza radial</b>	<b>Ri (N)</b>	6370,723	4671,864	3046,868	2502,784	2260,579	2002,227
<b>Fuerza normal diente</b>	<b>Fn (N)</b>	17503,418	12835,840	8371,200	6876,343	6210,890	5501,074

Tabla 31. Solicitaciones de cargas en los engranajes

Como apoyos del sistema se considerarán los rodamientos. Uno de ellos absorberá los esfuerzos axiales mientras que el otro será equivalente a un apoyo de rodillos.

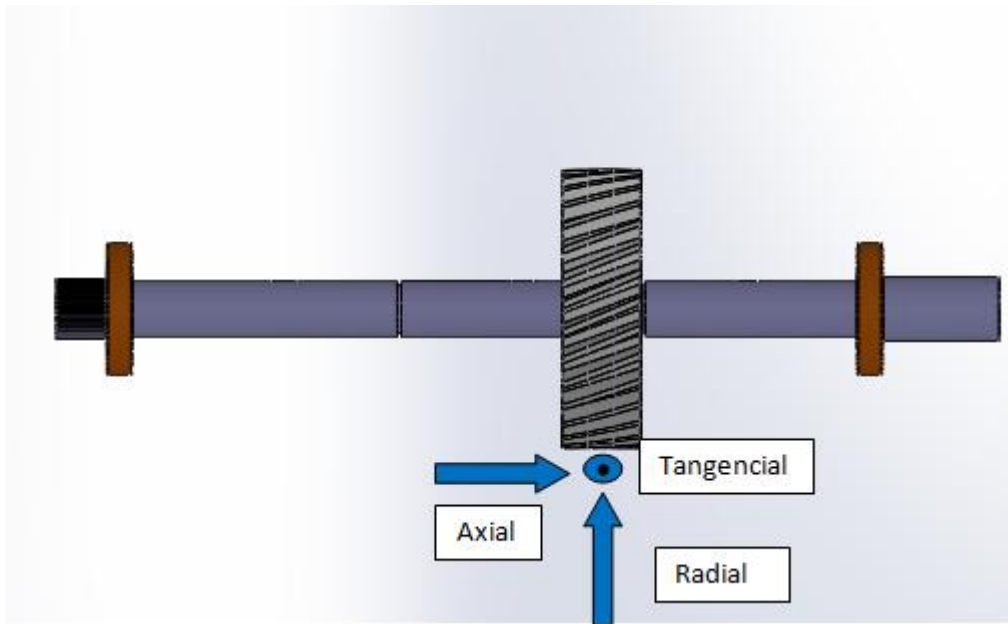


Ilustración 42. Esfuerzos que aparecen sobre los engranajes

A continuación se presentan los diagramas de cortantes, axiles y momentos flectores para las condiciones fijadas anteriormente y las distintas marchas. Estos han sido obtenidos mediante el software de simulación MEF.

#### Diagrama de esfuerzos axiles

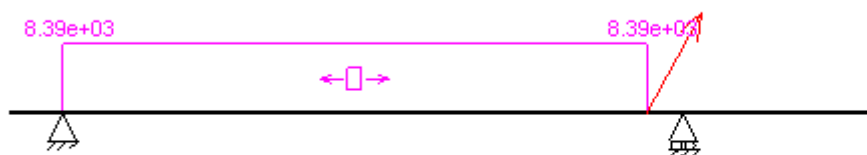


Ilustración 43. Diagrama esfuerzos axiales de primera velocidad

Axil máximo = 8390 N

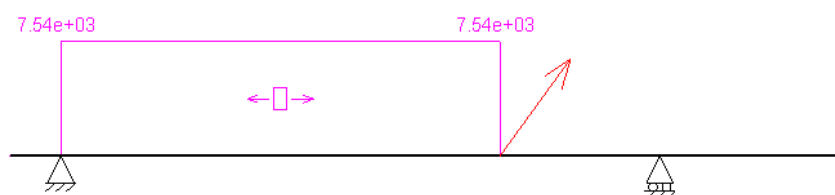


Ilustración 44. Diagrama esfuerzos axiles de segunda velocidad

Axil máximo = 7540 N

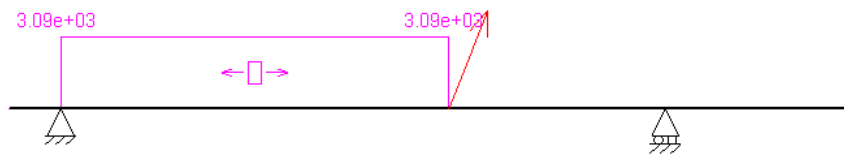


Ilustración 45. Diagrama esfuerzos axiles de tercera velocidad

Axil máximo = 3090 N

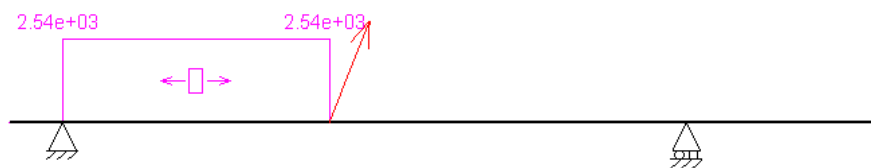


Ilustración 46. Diagrama esfuerzos axiles de cuarta velocidad

Axil máximo = 2540 N

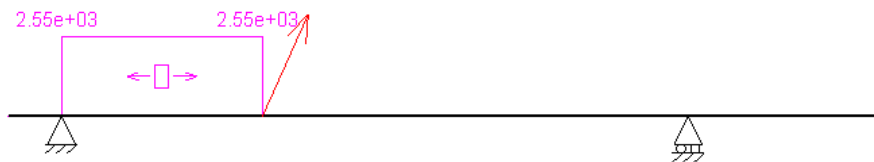


Ilustración 47. Diagrama esfuerzos axiles de quinta velocidad

Axil máximo = 2550 N

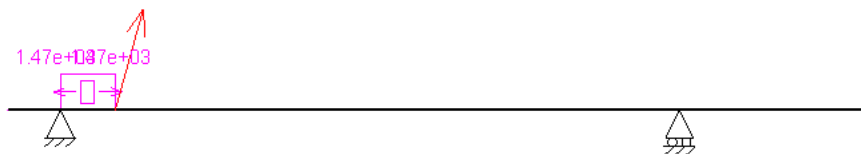


Ilustración 48. Diagrama esfuerzos axiles de sexta velocidad

Axil máximo = 1470 N

## Momentos flectores en los dos planos

Debido a la componente tangencial

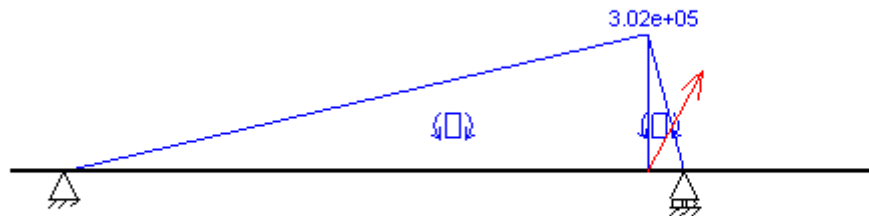


Ilustración 49. Diagrama momentos flectores debido a la componente tangencial de primera velocidad

Momento flector máximo 1 = 302000 Nmm

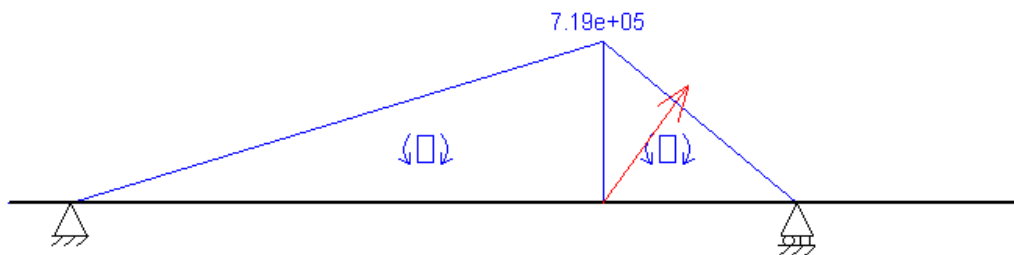


Ilustración 50. Diagrama momentos flectores debido a la componente tangencial de segunda velocidad

Momento flector máximo 1 = 719000 Nmm

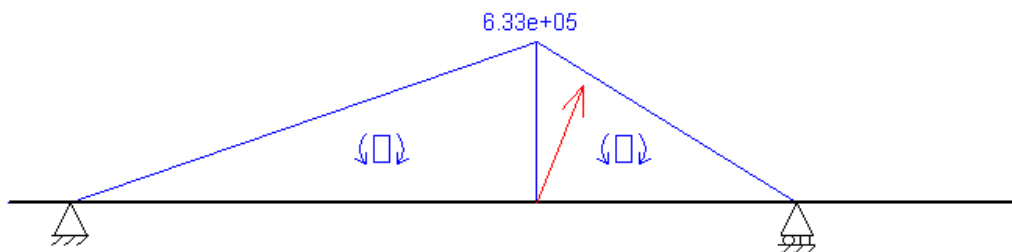


Ilustración 51. Diagrama momentos flectores debido a la componente tangencial de tercera velocidad

Momento flector máximo 1 = 633000 Nmm

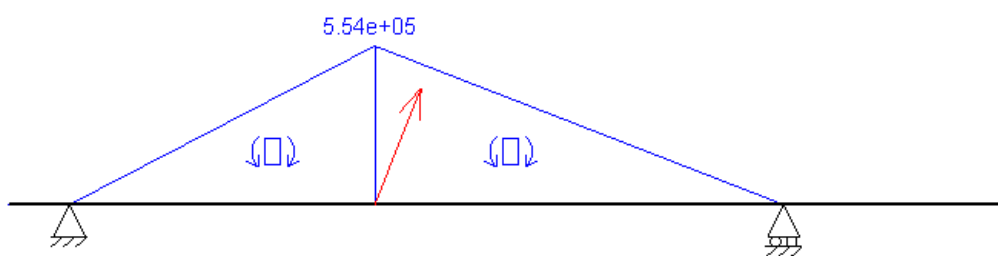


Ilustración 52. Diagrama momentos flectores debido a la componente tangencial de cuarta velocidad

Momento flector máximo 1 = 554000 Nmm

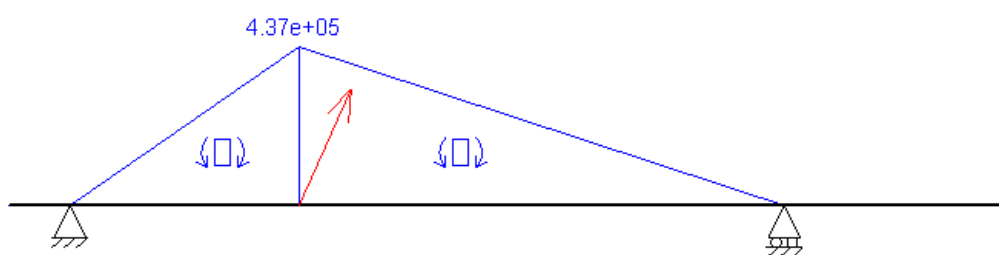


Ilustración 53. Diagrama momentos flectores debido a la componente tangencial de quinta velocidad

Momento flector máximo 1 = 437000 Nmm

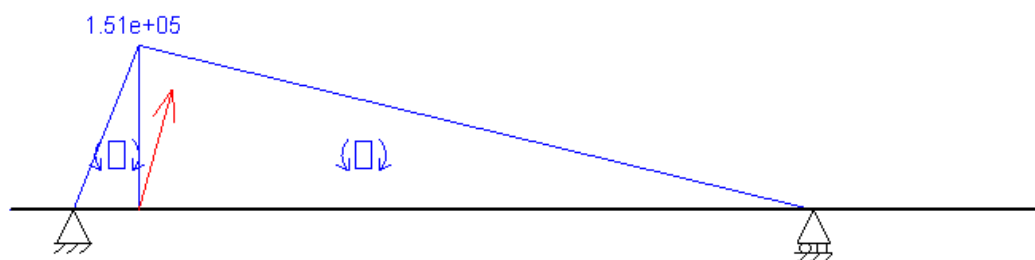


Ilustración 54. Diagrama momentos flectores debido a la componente tangencial de sexta velocidad

Momento flector máximo 1 = 151000 Nmm

Debido a la componente radial

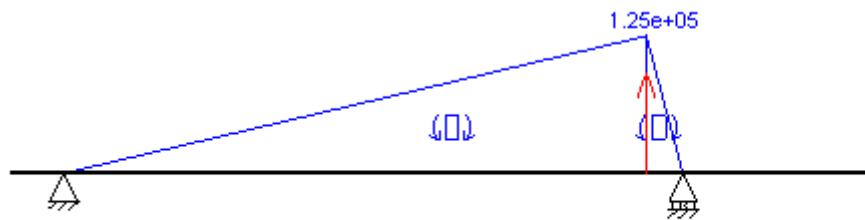


Ilustración 55. Diagrama momentos flectores debido a la componente radial de primera velocidad

Momento flector máximo 2 = 125000 Nmm

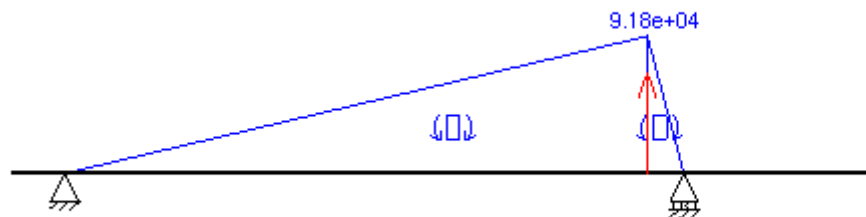


Ilustración 56. Diagrama momentos flectores debido a la componente radial de segunda velocidad

Momento flector máximo 2 = 91800 Nmm

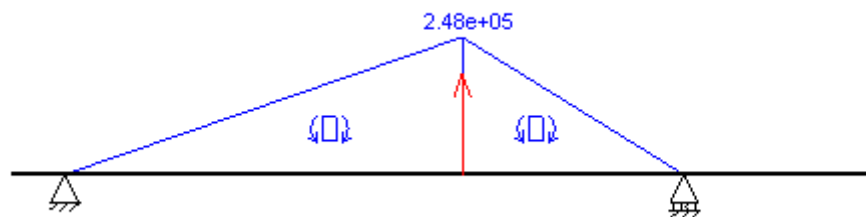


Ilustración 57. Diagrama momentos flectores debido a la componente radial de tercera velocidad

Momento flector máximo 2 = 248000 Nmm

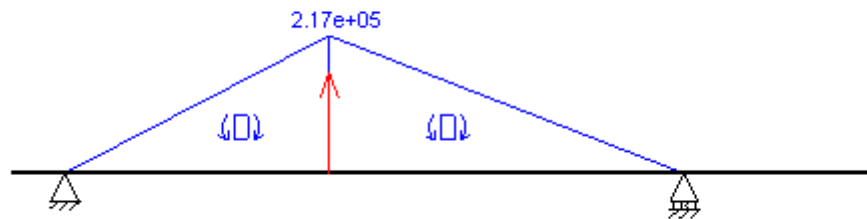


Ilustración 58. Diagrama momentos flectores debido a la componente radial de cuarta velocidad

Momento flector máximo 2 = 217000 Nmm

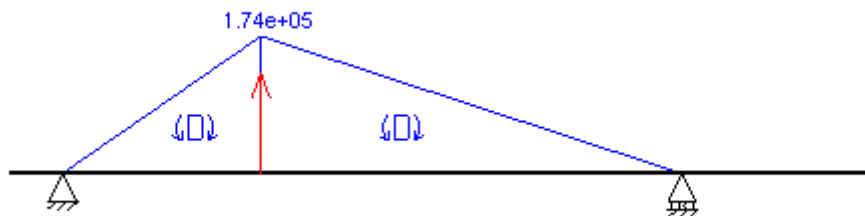


Ilustración 59. Diagrama momentos flectores debido a la componente radial de quinta velocidad

Momento flector máximo 2 = 174000 Nmm

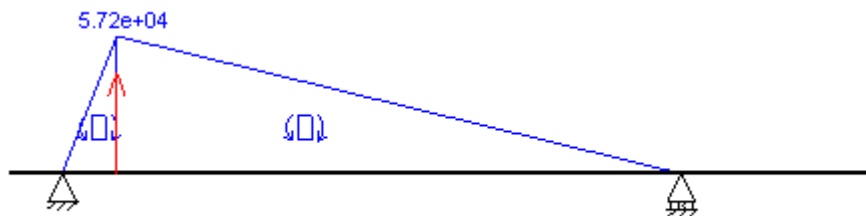


Ilustración 60. Diagrama momentos flectores debido a la componente radial de sexta velocidad

Momento flector máximo 2 = 57200 Nmm

Conocidas las cargas máximas a las que está sometido el eje se procede a calcular las tensiones que estas originan por separado.

Para la región en la que ocurre el momento flector máximo aparece una tensión de flexión tal que:



$$\sigma_f = \frac{Mft}{\frac{\pi d^3}{32}}$$

$$Mft = \sqrt{Mf1^2 + Mf2^2}$$

La tensión de torsión para esa misma sección se obtendrá de la expresión:

$$\tau = \frac{Mt}{\frac{\pi d^3}{32}}$$

La tensión debido a la carga axil sobre la sección de área, A, que se estudia será:

$$\sigma_a = \frac{F}{A}$$

Como las tensiones normales de flexión y las originadas por el axil pueden sumarse entre sí, resultará:

$$\sigma = \sigma_f + \sigma_a$$

Una vez obtenida una tensión normal única y la tensión de cortadura por torsión, ya pueden utilizarse cualquiera de las hipótesis de rotura. Se elige la teoría de tensión cortante máxima. Esta teoría queda definida a través de la expresión:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma F}{2 \cdot C_s} \leq \tau_{adm}$$

Como se trata de un estado monoaxial de tensiones normales con cortadura, utilizando el círculo de Mohr correspondiente a este caso se puede obtener la tensión cortante a través de la expresión:

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

Así pues igualando las dos expresiones anteriores y considerando un coeficiente de seguridad de 3, se puede obtener la tensión de fluencia necesaria del material del eje. Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla.

	1º	2º	3º	4º	5º	6º
Mf1 (Nmm)	125000	91800	248000	217000	174000	57200
Mf2 (Nmm)	302000	719000	633000	554000	437000	151000
Mfr (Nmm)	326847,059	724836,699	679847,777	594983,193	470366,878	161470,864
Axil (N)	8390	7540	3090	2540	2550	1470
Relación desmultiplicación caja	3,636	2,096	1,329	0,927	0,711	0,600
Mt (Nmm)	1312756,36	756650,896	479733,067	334577,278	256676,387	216604,8
d (mm)	36	36	36	36	36	36
Área (mm <sup>2</sup> )	1017,87602	1017,87602	1017,87602	1017,87602	1017,87602	1017,87602
$\sigma_f$ (Mpa)	71,357	158,246	148,424	129,896	102,690	35,252
$\sigma_a$ (Mpa)	8,243	7,408	3,036	2,495	2,505	1,444
$\sigma$ (Mpa)	79,600	165,654	151,460	132,392	105,195	36,696
$\tau$ (Mpa)	143,300	82,596	52,368	36,522	28,019	23,645
$\tau_{\max}$ (Mpa)	148,724	116,972	92,073	75,603	59,595	29,929
Cs	3	3	3	3	3	3
$\sigma_F$ (Mpa)	892,347	701,829	552,436	453,617	357,570	179,572

Tabla 32. Obtención de la tensión de fluencia necesaria para el material

Por lo tanto se debe escoger un material cuya tensión de fluencia sea mayor que 892 MPa. Se escoge un acero de alta resistencia F-128 que cumple los requisitos de límite elástico requeridos. Es un acero de baja aleación que se utiliza para la fabricación de ejes, cigüeñales y motores, para piezas de la industria del automóvil de dimensiones medias.

	Composición Química						Res. Mecánica
	C	Mn	Si	Cr	Ni	Mo	
Acero de baja aleación							
F-128	0,3	0,7	0,25	1	1	0,4	120/130daN/mm <sup>2</sup>

Tabla 33. Características del material elegido para el eje

## 9.2.Cálculo a fatiga

La fatiga es el proceso de cambio estructural progresivo, permanente y localizado que ocurre en un material sujeto a tensiones y deformaciones variables en algún punto o puntos y que produce grietas o la fractura completa tras un número suficiente de fluctuaciones.

Debido a que se está diseñando un componente que se pretende que no falle durante su ciclo de vida útil, se procede a realizar un estudio de fatiga en el eje.

Los cálculos se llevarán a cabo considerando que está engranada la máxima marcha y en condiciones de máximo par a plena carga. Se elige la primera marcha ya que en el cálculo de resistencia, esta marcha era la que mayor tensión máxima presentaba.

En primer lugar es necesario calcular el límite de fatiga de la probeta ( $S'_e$ ) y la tensión de fatiga a mil ciclos de la probeta ( $S'_a$ ).

$$S'_e = \sigma_e \cdot 0.5$$

$$S'_a = \sigma_e \cdot 0.8$$

$\sigma_e$ (Mpa)	900
$S'_e$ (Mpa)	450
$S'_a$ (Mpa)	720

Tabla 34. Tensión de fluencia, límite de fatiga y tensión de fatiga de la probeta

A continuación se procede a calcular los diferentes factores correctores que nos servirán para obtener el límite a fatiga del componente y la tensión de fatiga del componente a mil ciclos.

### Factor de superficie

El factor superficial tiene en cuenta el efecto del acabado superficial sobre la resistencia del material que para un acabado en caliente toma un valor de:

$$K_a = 0.5$$

### Factor de tamaño

El tamaño de la pieza en las secciones críticas también influye sobre su resistencia. Para casos de torsión y flexión giratoria como el presente:

$$\begin{aligned}
 K_b &= 1, \quad \text{si } d_e \leq 8 \text{ mm (0.3 in)} \\
 K_b &= 1.189 d_e^{-0.097}, \quad \text{si } 8 \text{ mm} < d_e \leq 250 \text{ mm} \\
 (K_b &= 0.869 d_e^{-0.097}, \quad \text{si } 0.3 \text{ in} < d_e \leq 10 \text{ in}) \\
 K_b &= 0.6, \quad \text{si } d_e > 250 \text{ mm (10 in),}
 \end{aligned}$$

Ilustración 61. Factores de tamaño en función del diámetro del eje

$$K_b = 0.839$$

### Factor de confiabilidad

Suponiendo una confiabilidad del 99%.

Confiabilidad (%)	50	90	99	99.9	99.99	99.999
$K_c$	1	0.897	0.814	0.753	0.702	0.659

Ilustración 62. Factores de confiabilidad

$$K_c = 0.814$$

### Factor de temperatura

Para temperaturas inferiores a 450º se considera un factor de:

$$K_d = 1$$

### Factor de modificación por concentración de tensiones

El factor de concentración de tensiones ( $K_t$ ) está relacionado con el factor de reducción de resistencia por concentración de tensiones ( $K_e$ ) de la siguiente manera:

$$K_e = \frac{1}{K_t}$$

Mediante el empleo de la siguiente gráfica se hallará el factor de concentración de tensiones.

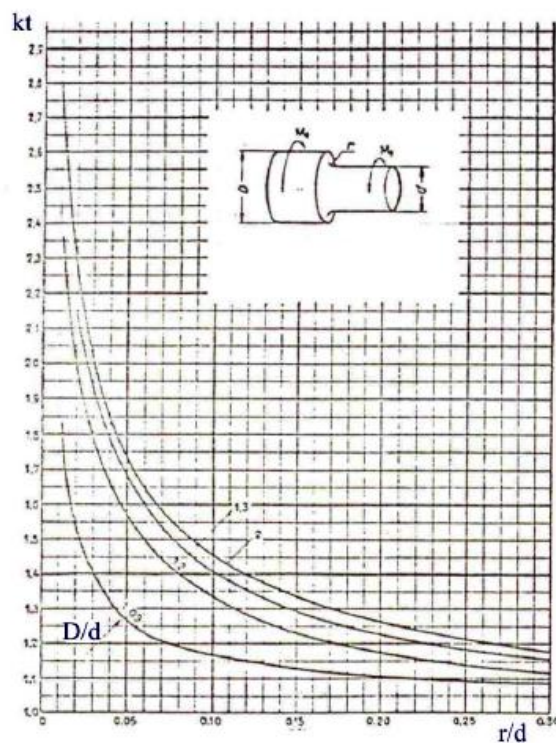


Ilustración 63. Gráfica para la obtención del factor de concentración de tensiones

Calculando las relaciones e introduciendo los datos en la gráfica, se obtienen los valores de los factores.

$r/d$	0,139
$D/d$	1,306

Tabla 35. Relaciones necesarias para el cálculo del factor de concentración de esfuerzos

$$K_t = 1.2$$

$$K_e = 0.833$$

### Factor de esfuerzos diversos

Debido a la dificultad para obtener este valor, se llevarán a cabo una serie de reajustes para obtenerlo.

Debido a que los valores de la tensión media actuante influyen sobre la resistencia a fatiga, se considera el criterio de Goodman para tener en cuenta la tensión media. El criterio de Goodman afirma que el componente sobrevivirá siempre que se cumpla que:

$$\frac{\sigma_m}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a}{S_e} < 1$$



Ilustración 64. Línea de Goodman

A continuación se procede a realizar un reajuste en la ecuación de Goodman para obtener el factor de efectos diversos.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{máx}} + \sigma_{\text{mín}}}{2}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{mín}}}{2}$$

$$S_e = 0.5 \times S_{ut}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{\tau_{\text{máx}}}{0.577}$$

$$\sigma_{\text{mín}} = \frac{\tau_{\text{mín}}}{0.577}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = k_f \times S_e$$

Nos queda tras reajustar que el factor es:

$$k_f = \frac{2}{1.5 - 0.5 \times \frac{\tau_{\text{mín}}}{\tau_{\text{máx}}}}$$

Los valores de tensiones máximas y mínimas fueron calculados en el anterior subapartado.

$\tau_{\text{máx}} \text{ (Mpa)}$	148,724
$\tau_{\text{mín}} \text{ (Mpa)}$	-137,662
$\tau_{\text{mín}}/\tau_{\text{máx}}$	-0,926

Tabla 36. Tensiones máximas y mínimas dadas para la primera marcha

$$k_f = 1.01$$

Conocidos todos los factores se obtiene el límite de fatiga y la tensión de fatiga a mil ciclos del componente.

$$S_e = (k_a \times k_b \times k_c \times k_d \times k_e \times k_f) \times S'_e = 262.88 \text{ MPa}$$

$$S_a = (k_d \times k_e) \times S'_a = 600 \text{ MPa}$$

Aplicando la teoría de la energía de distorsión:

$$\tau_e = 0.577 \times S_e = 151.68$$

$$\tau_a = 0.577 \times S_a = 346.2$$

Como la tensión máxima, 148 MPa, es menor que el límite elástico del componente y la tensión a fatiga para mil ciclos, se concluye que el eje tendrá vida infinita.

## 10. Modelado y ensamblaje del conjunto

Habiendo desarrollado la geometría de las piezas de la caja de cambios y habiendo comprobado que para esta geometría se cumplían las comprobaciones pertinentes, se procede a modelar el conjunto. Para dicha labor se utilizará el software SolidWorks. SolidWorks es un software CAD (diseño asistido por computadora) para modelado mecánico en 3D. El programa permite modelar piezas y conjuntos y extraer de ellos tanto planos técnicos como otro tipo de información necesaria para la producción.

### 10.1. Modelado de los engranajes

El objetivo principal al desarrollar el modelado de los engranajes es la creación de un modelo en el cual mediante la introducción de unos datos de entrada, se pueda conseguir el engranaje con las características deseadas.

Los engranajes se construyen en general con dos perfiles geométricos que se engendran de forma diferente, el cicloidal y el evolvente.

El perfil cicloidal se engendra al rodar sin deslizar una circunferencia generadora, sobre la circunferencia primitiva.

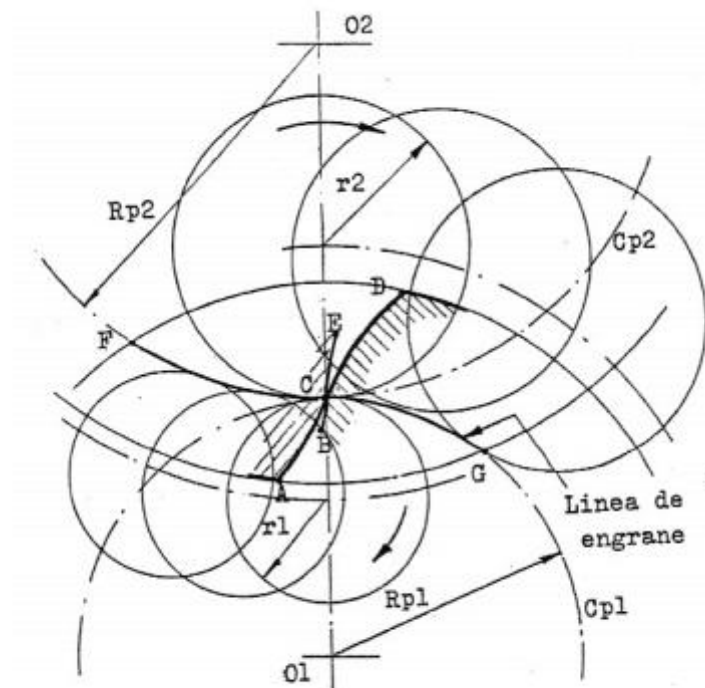


Ilustración 65. Perfil cicloidal

En los engranajes de perfil evolvente es una recta la que al apoyarse sin deslizar sobre una circunferencia genera el perfil del diente. La circunferencia base generadora del perfil tiene un radio inferior al de la circunferencia primitiva del engranaje.

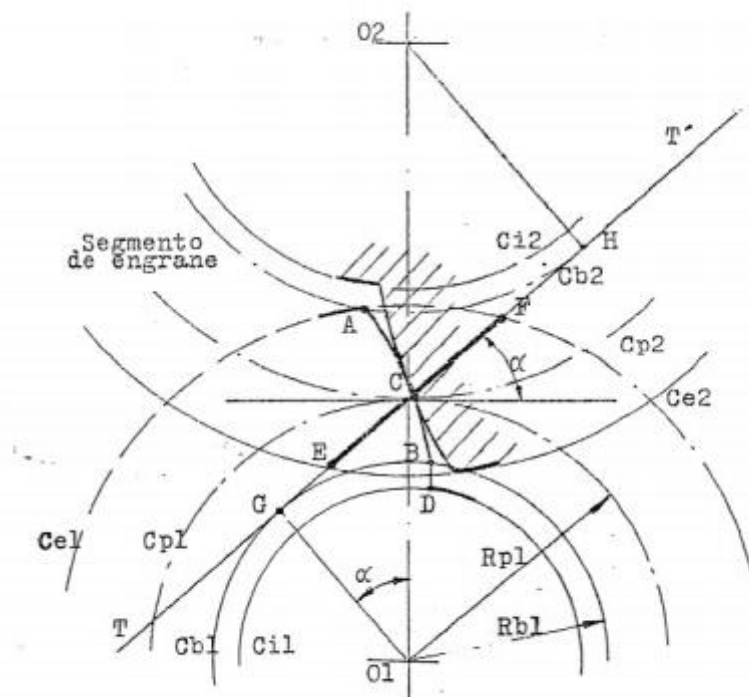


Ilustración 66. Perfil evolvente

El perfil evolvente posee una serie de ventajas más apreciables sobre el cilcoidal y se trata del más utilizado en engranajes. Para los engranajes de la caja de cambios se optará por un perfil evolvente.

Tal y como se ha indicado antes, el objetivo es crear una base de datos que nos devuelva cualquier engranaje ante unos datos de entrada. Para ello será necesario marcar estos datos de entrada. Se tomará como ejemplo el piñón de primera velocidad correspondiente al eje de entrada. A continuación se muestran los datos de entrada para este engranaje.



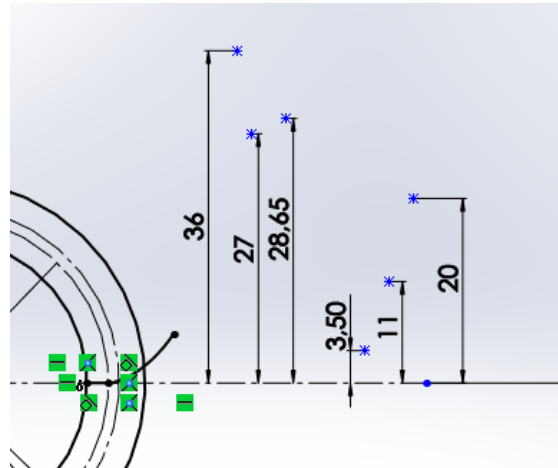


Ilustración 67. Puntos de entrada para la creación del engranaje

Módulo = 3.5

Número dientes = 11

Ángulo de presión = 20

Ángulo de hélice = 26.85

Diámetro agujero = 36

Ancho engranaje = 27

Con estos datos el resto de variables podrán ser halladas mediante la introducción de fórmulas. Por ejemplo, se procede a crear la circunferencia primitiva, exterior e interior.

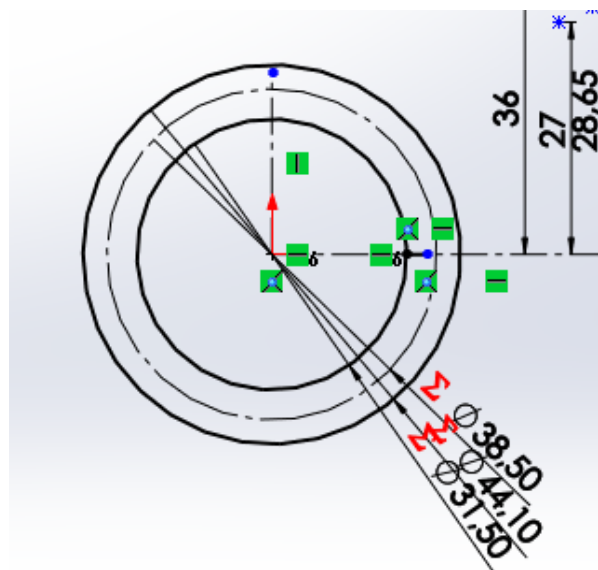


Ilustración 68. Circunferencias base para la construcción del perfil

El diámetro exterior, por ejemplo, queda definido por la expresión:

$$d_{ei} = d_{oi} + 2 \cdot (0.8 \cdot m_n)$$

Introduciendo esta ecuación en el programa:

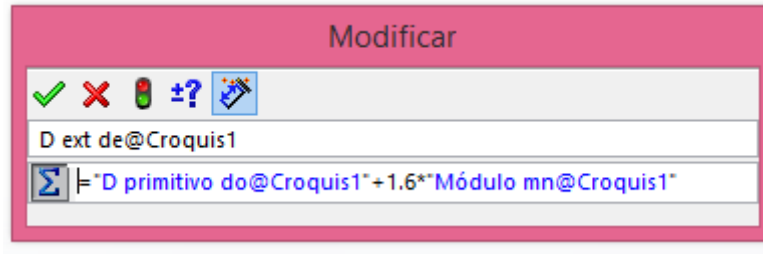


Ilustración 69. Introducción de la ecuación del diámetro exterior

De este modo, todas las variables necesarias para el diseño del engranaje se calcularán a partir de los datos de entrada.

Definidas las circunferencias base, se procede a calcular el perfil evolvente. En primer lugar será necesario calcular la línea de engrane para cada uno de los engranajes. Esta se trata del lugar geométrico donde se produce el contacto entre los flancos de los dientes. Si  $\alpha$  es el ángulo de presión del diente, el diámetro de la circunferencia base será:

$$d_{b1} = d_{oi} \cdot \cos \alpha$$

		1a	2a	3a	4a	5a	6a
<b>Diámetro primitivo</b>	<b>d<sub>oi</sub>(mm)</b>	47,004	69,552	92,821	113,000	127,467	136,205
<b>Diámetro primitivo</b>	<b>d'oi (mm)</b>	170,924	148,377	125,107	104,928	90,461	81,723
<b>Ángulo presión</b>	<b><math>\alpha</math> (°)</b>	20	20	20	20	20	20
<b>Ángulo presión</b>	<b><math>\alpha</math> (rad)</b>	0,349	0,349	0,349	0,349	0,349	0,349
<b>Línea engrane</b>	<b>d<sub>bi</sub> (mm)</b>	44,169	65,357	87,223	106,185	119,780	127,991
<b>Línea engrane</b>	<b>d'bi (mm)</b>	160,616	139,428	117,562	98,600	85,005	76,795

Tabla 37. Datos de los diámetros base para la creación de la línea de engrane

A continuación se explicará cómo se ha desarrollado el perfil evolvente mediante el programa SolidWorks.

En primer lugar se define un rango de ángulos de barrido para los que se realizará el proceso. Con el fin de obtener mayor precisión a la hora de obtener el perfil, se han elegido saltos de dos grados. A continuación se define la longitud del arco que corresponde a cada uno de los ángulos definidos obteniéndose:

Ángulo	Diámetro Base	Arco (mm)
45	44,169	17,345
43	44,169	16,574
41	44,169	15,803
39	44,169	15,033
37	44,169	14,262
35	44,169	13,491
33	44,169	12,720
31	44,169	11,949
29	44,169	11,178
27	44,169	10,407
25	44,169	9,636
23	44,169	8,865
21	44,169	8,094
19	44,169	7,324
17	44,169	6,553
15	44,169	5,782
13	44,169	5,011
11	44,169	4,240
9	44,169	3,469

**Tabla 38.** Lista de los ángulos utilizados y sus respectivos arcos para la creación del perfil evolvente

El proceso es el siguiente y se ejemplificará para el ángulo de 45 grados. En la intersección de la línea que marca el ángulo con la circunferencia base de engrane aparece un punto. A partir de ese punto se construye una recta tangente cuya longitud equivale al arco calculado anteriormente. El punto de interés es el final de la recta definida ya que a partir del conjunto de todos estos puntos se construirá el perfil del diente.

Llevando a cabo el proceso ejemplificado para el resto de ángulos queda un perfil tal que:

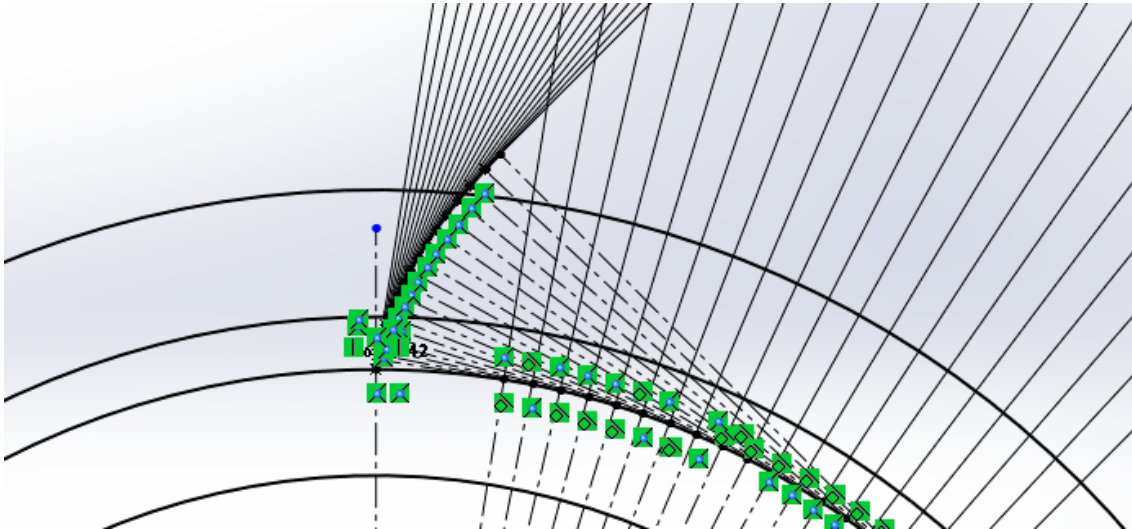


Ilustración 70. Resultado final del perfil evolvente

Obtenido el perfil del diente se adapta este mediante una curva Spline para que quede definido entre la circunferencia interior y exterior y se lleva a cabo una operación de espejo para obtener el diente completo.

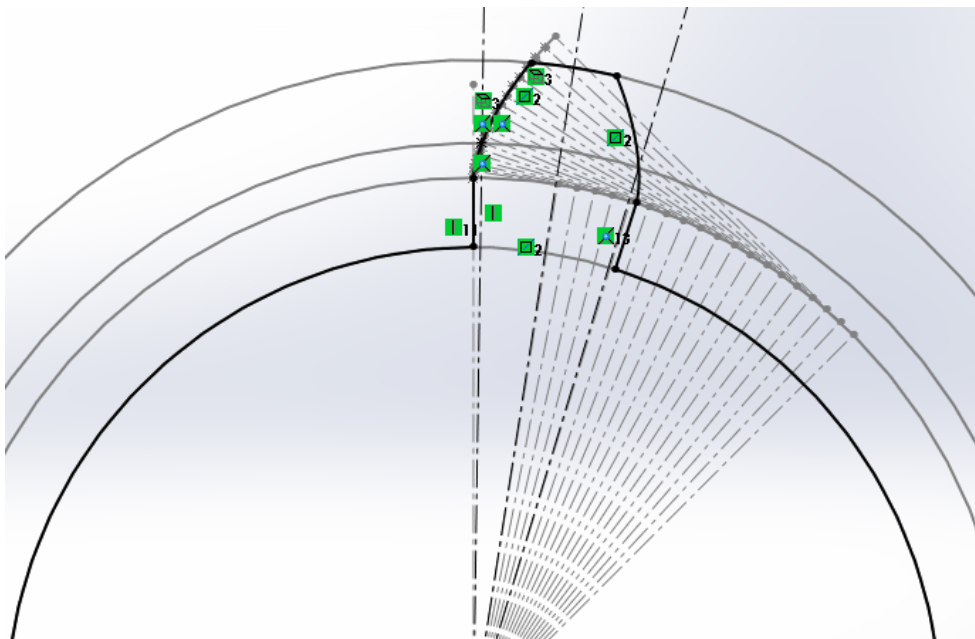
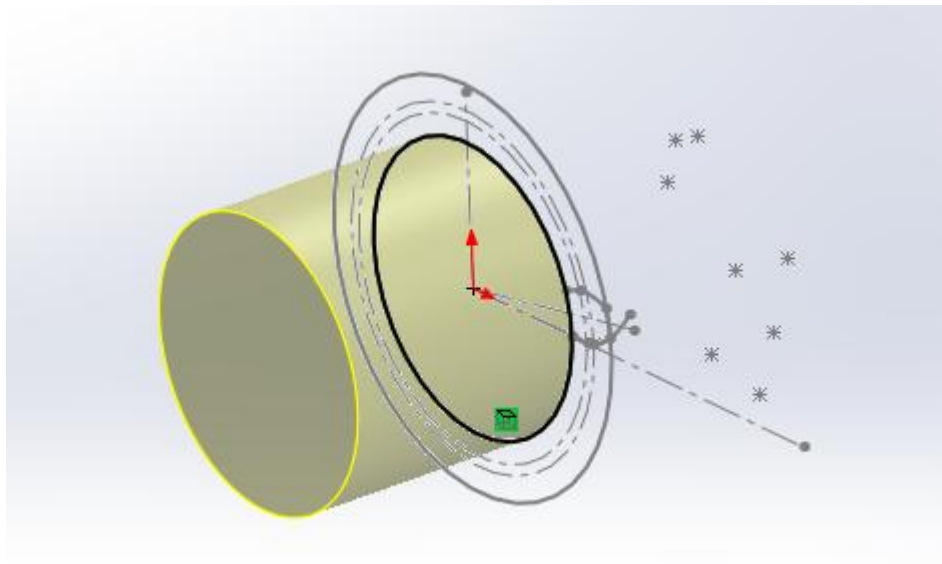


Ilustración 71. Perfil del diente completo

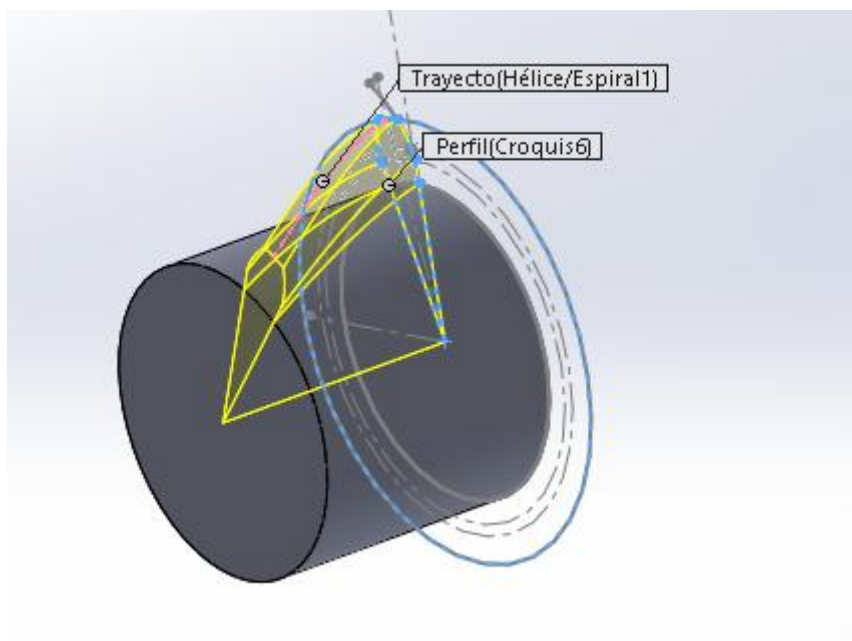
Llegados a este punto el siguiente paso es el de dar volumen al conjunto.

Primero se extruye la circunferencia interior con una anchura correspondiente a la definida para la geometría del engranje.



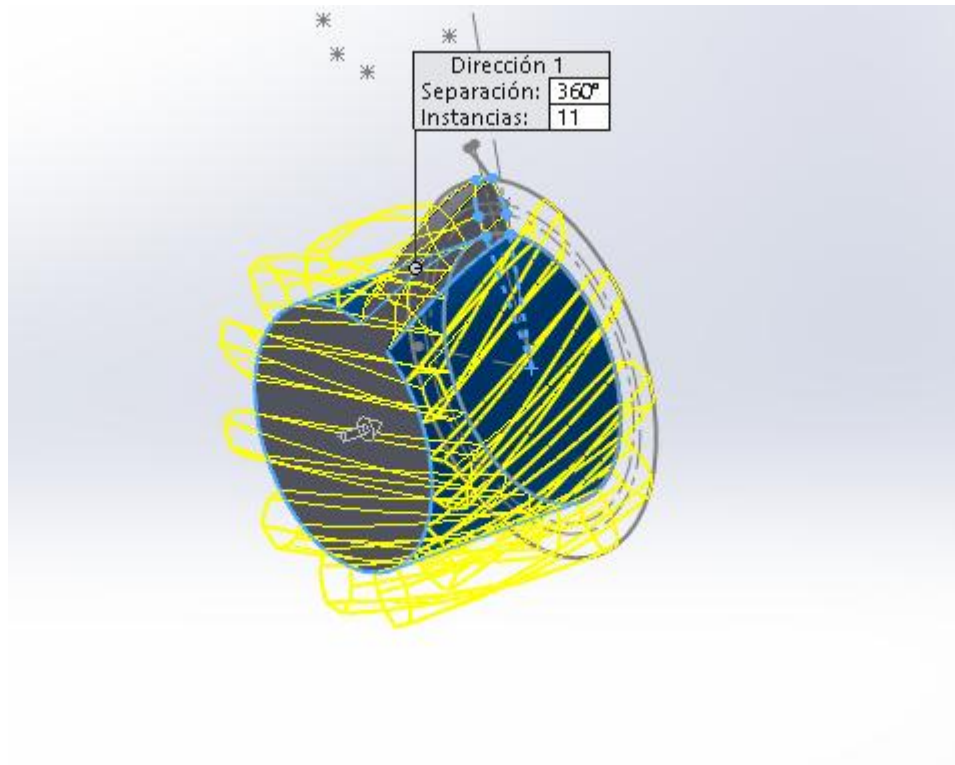
**Ilustración 72. Extrusión de la anchura del engranaje**

A continuación se define mediante un barrido el trayecto de la hélice del diente helicoidal. Para ello se necesitan como datos la anchura del engranaje y el paso helicoidal que se obtuvo en el apartado de diseño geométrico.



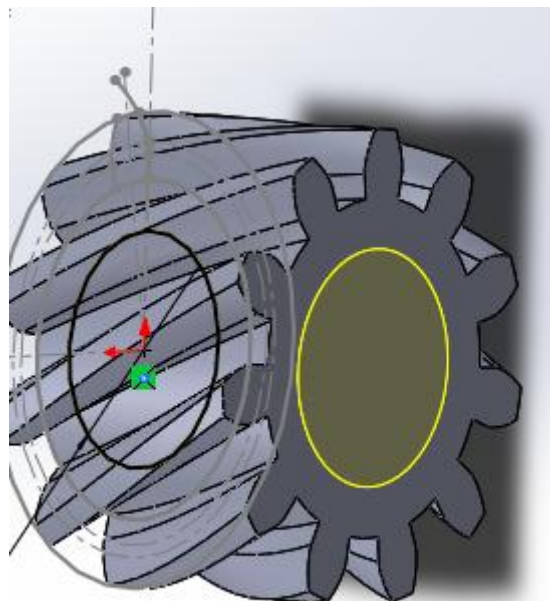
**Ilustración 73. Creación del diente helicoidal**

Realizado este paso solo hay un diente. Es por ello que es necesario realizar una operación de matriz circular para que el número de dientes totales quede definido.



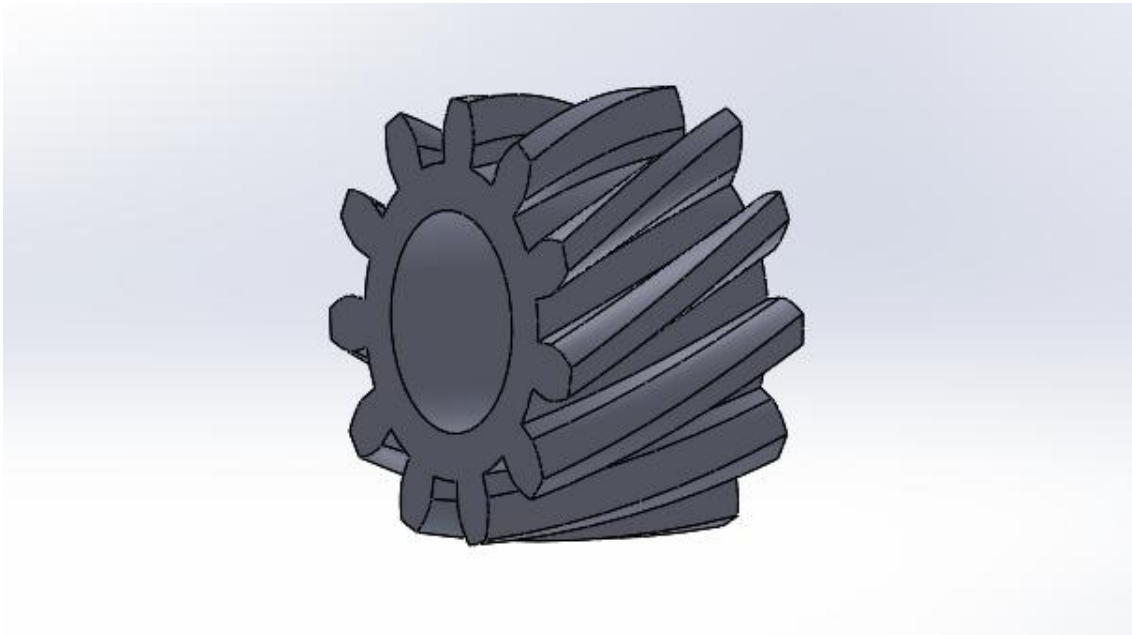
**Ilustración 74. Matriz circular de los dientes helicoidales**

El último paso para que el engranaje quede definido completamente es realizar un agujero interior por el que pueda pasar el eje. Para ello se extruye un corte con el diámetro correspondiente al eje.



**Ilustración 75. Creación del agujero del eje**

Realizados todos estos pasos ya se tiene el resultado final que es un engranaje al que se le han definido todos sus parámetros.



**Ilustración 76. Resultado final del engranaje**

Obtenido un engranaje el procedimiento para conseguir el resto es muy sencillo. Para ello se procede a crear una tabla de diseño con la cual podremos obtener los engranajes que se quieran simplemente con introducir los datos de entrada adecuados.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Tabla de diseño para: Nueva Base Heli							
2		Módulo mn@Croquis1	Dientes Z@Croquis1	Ángulo presión@Croquis1	Ancho engranaje@Croquis1	Ángulo hélice@Croquis1	D agujero@Croquis1	
3	Predeterminado	3,5	11	20	27	28,6478	36	
4	1	3,75	11	20	29	28,6478	36	
5	2	3,75	15	20	24	36,0257	36	
6	3	3,75	23	20	37	21,6887	36	
7	4	3,75	28	20	37	21,6887	36	
8	5	3,75	31	20	34	24,2171	36	
9								

Ilustración 77. Tabla de diseño para la creación de engranajes

## 10.2. Modelado de los ejes

Tal y como se definió anteriormente, los ejes deberán presentar un diámetro de 36 mm para evitar posibles fallos durante su funcionamiento. La longitud de estos queda definida principalmente por la anchura de los engranajes, el espacio ocupado por los rodamientos, espaciadores y sincronizadores y los tramos de eje reservados para la conexión del grupo diferencial y del embrague.

El diámetro de los ejes es de 36 mm y los huecos que aparecen en el para albergar rodamientos o anillos separadores presentan 34 mm.

### Eje de entrada

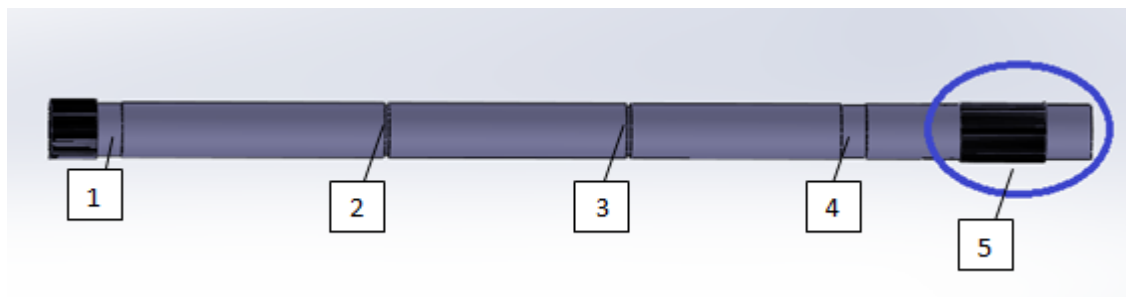


Ilustración 78. Eje de entrada



- 1 Hueco rodamiento
- 2 Hueco anillo separador
- 3 Hueco anillo separador
- 4 Hueco rodamiento
- 5 Zona de conexión al embrague

Eje de salida

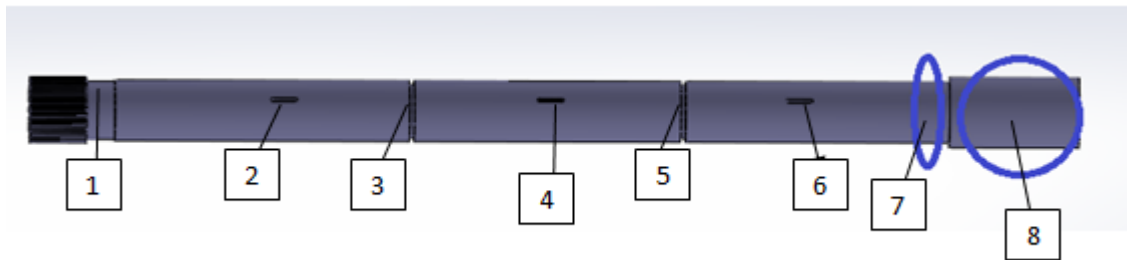


Ilustración 79. Eje de salida

- 1 Hueco rodamiento
- 2 Chavetero sincronizador quinta-sexta
- 3 Hueco anillo separador
- 4 Chavetero sincronizador tercera-cuarta
- 5 Hueco anillo separador
- 6 Chavetero sincronizador primera-segunda
- 7 Zona rodamiento
- 8 Zona de conexión al grupo cónico diferencial

### 10.3. Modelado de los sincronizadores

Tal y como se explicó anteriormente los sincronizadores presentan la función de permitir el acoplamiento de los diferentes engranajes que giran locos con el eje de salida.

Los sincronizadores aquí presentados no han sido sometidos a ningún tipo de cálculo. Simplemente se muestran como un elemento para completar el conjunto de la caja de cambios.

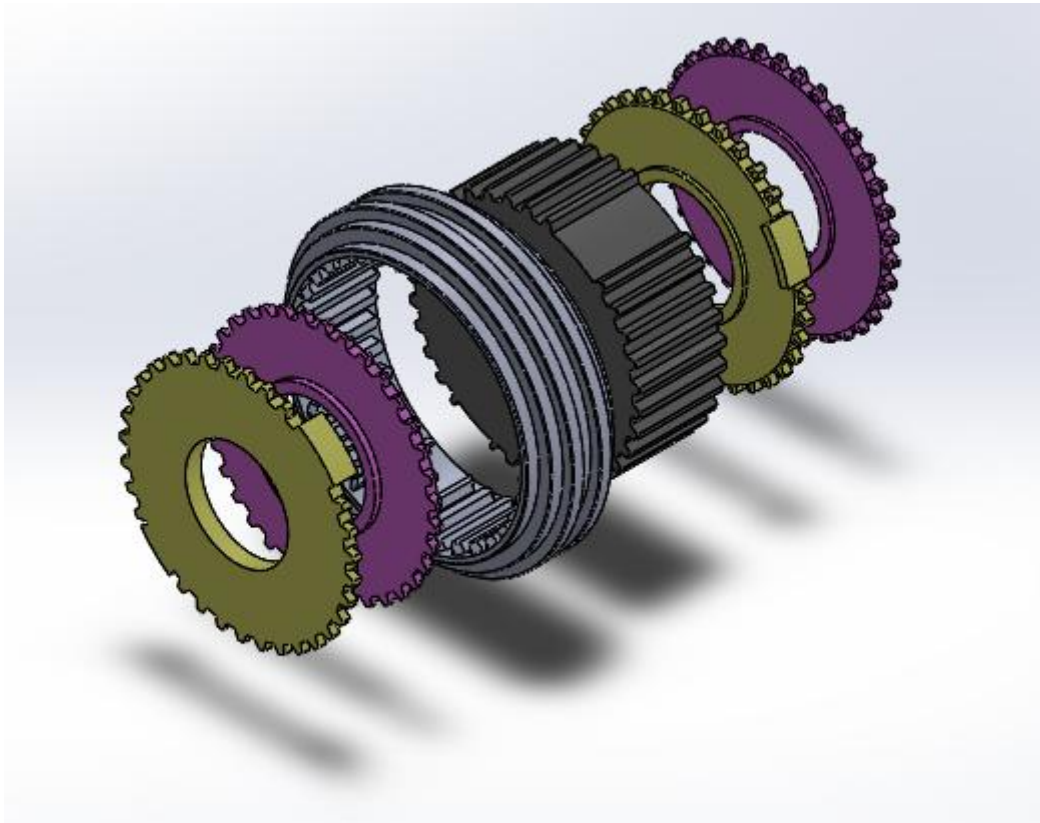


Ilustración 80. Sincronizadores modelados para la caja de cambios

#### **10.4. Ensamblaje del conjunto**

Diseñadas todas las piezas en el módulo de diseño del software SolidWorks, se procede a ensamblar todos los componentes para dar forma final a la caja de cambios.

Para el ensamblaje del conjunto en primer lugar se fijaron los dos ejes a unos ejes de referencia con relación de posición concéntrica. El resto de elementos se fueron montando sobre los ejes mediante relaciones de posición concéntricas y coincidentes mientras que para los engranajes se utilizó una relación de posición mecánica de tipo engranaje.

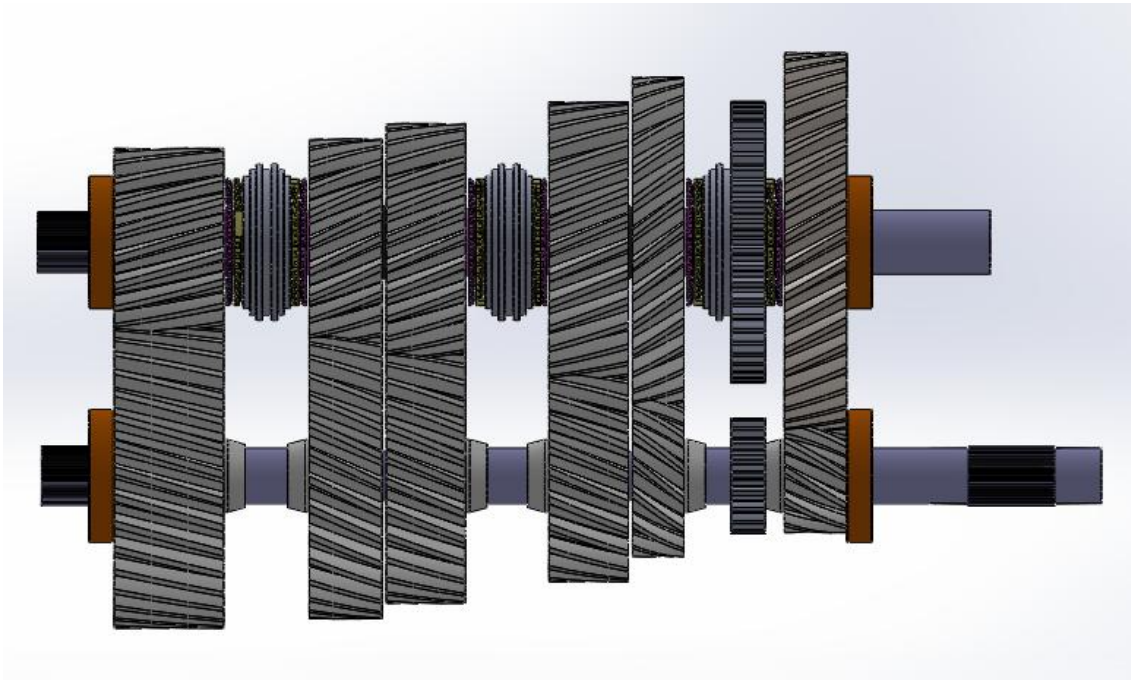


Ilustración 81. Ensamblaje de todos los componentes de la caja de cambios

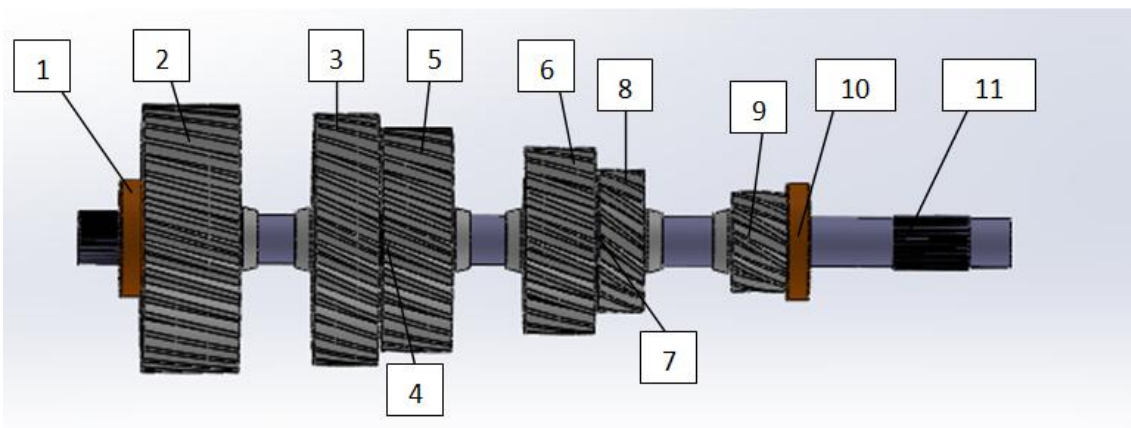
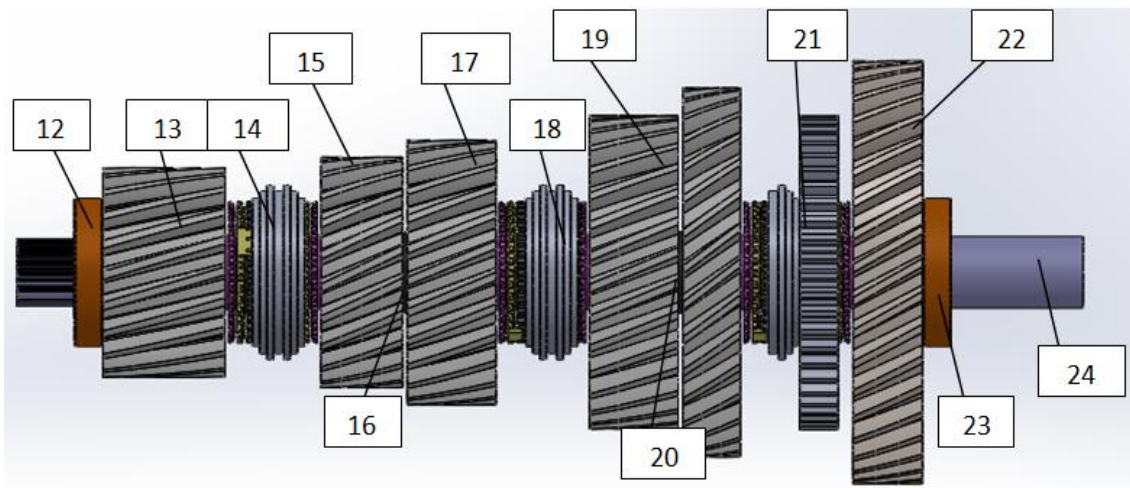


Ilustración 82. Enumeración de los componentes del eje de entrada



**Ilustración 83. Enumeración de los componentes del eje de salida**

- 1 Rodamiento rígido de bolas
- 2 Piñón sexta velocidad
- 3 Piñón quinta velocidad
- 4 Anillo separador quinta-cuarta
- 5 Piñón cuarta velocidad
- 6 Piñón tercera velocidad
- 7 Anillo separador tercera-segunda
- 8 Piñón segunda velocidad
- 9 Piñón primera velocidad
- 10 Rodamiento rígido de bolas
- 11 Eje entrada
- 12 Rodamiento rígido de bolas
- 13 Rueda sexta velocidad
- 14 Conjunto sincronizador sexta-quinta
- 15 Rueda quinta velocidad
- 16 Anillo separador quinta-cuarta
- 17 Rueda cuarta velocidad
- 18 Conjunto sincronizador cuarta-tercera
- 19 Rueda tercera velocidad
- 20 Anillo separador tercera-segunda
- 21 Conjunto sincronizador segunda-primera-marcha atrás
- 22 Rueda primera velocidad
- 23 Rodamiento rígido de bolas
- 24 Eje salida

# 11. Análisis del comportamiento cinemático y dinámico

Para la realización de estos estudios se utilizará el módulo “Motion” incluido en el programa SolidWorks.

El fin principal de estos estudios es comprobar el correcto funcionamiento de la caja de cambios en base al diseño desarrollado en las etapas anteriores. Es decir, lo que se pretende es caracterizar el comportamiento del mecanismo.

## 11.1. Análisis cinemático

Con el fin de comprobar que las relaciones de la caja de cambios se cumplen, se procede a introducir un motor en el eje de entrada el cual gire a un régimen de 2500 rpm. Se mide en el engranaje correspondiente al eje de salida la velocidad angular y se halla la relación de transmisión respectiva con la siguiente expresión.

$$i = n_1 / n_2$$

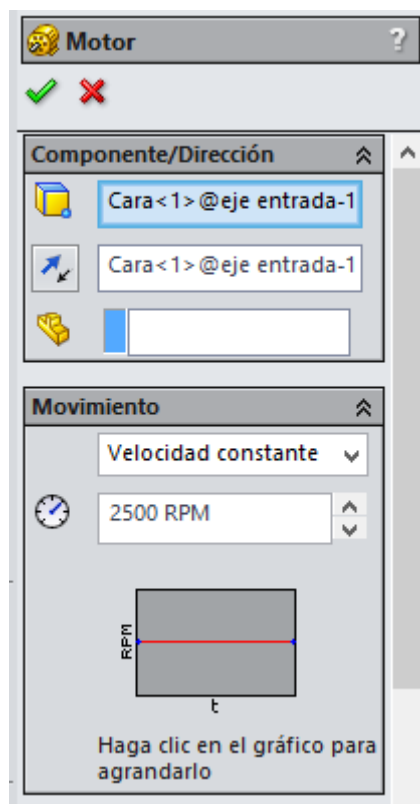


Ilustración 84. Introducción de un motor rotatorio para desarrollar el estudio

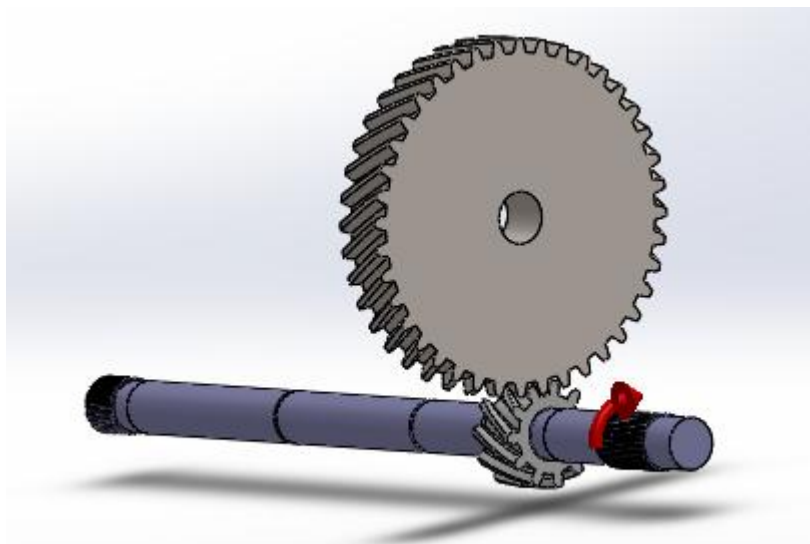


Ilustración 85. Modelo utilizado para la simulación

Realizado el estudio se obtienen los trazados de velocidades angulares en  $^{\circ}/\text{seg}$  tal y como se muestra en la siguiente imagen.

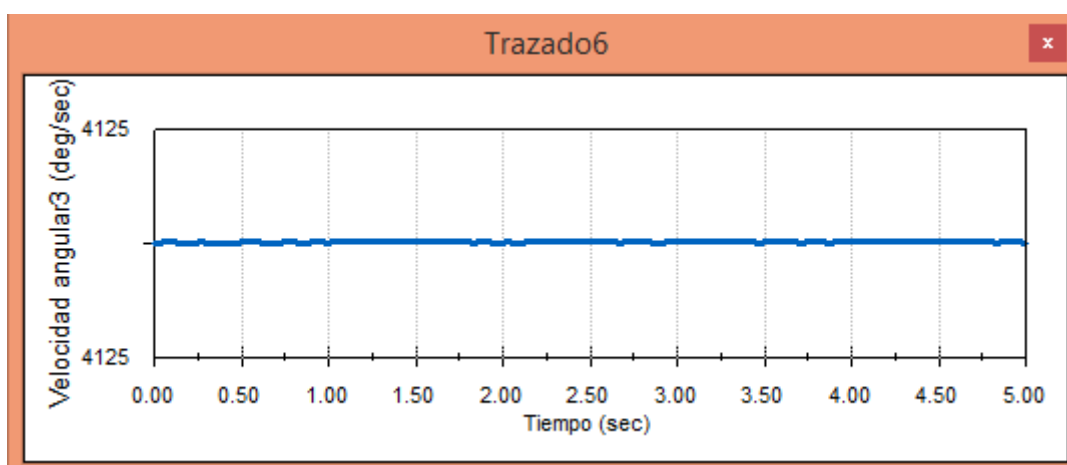


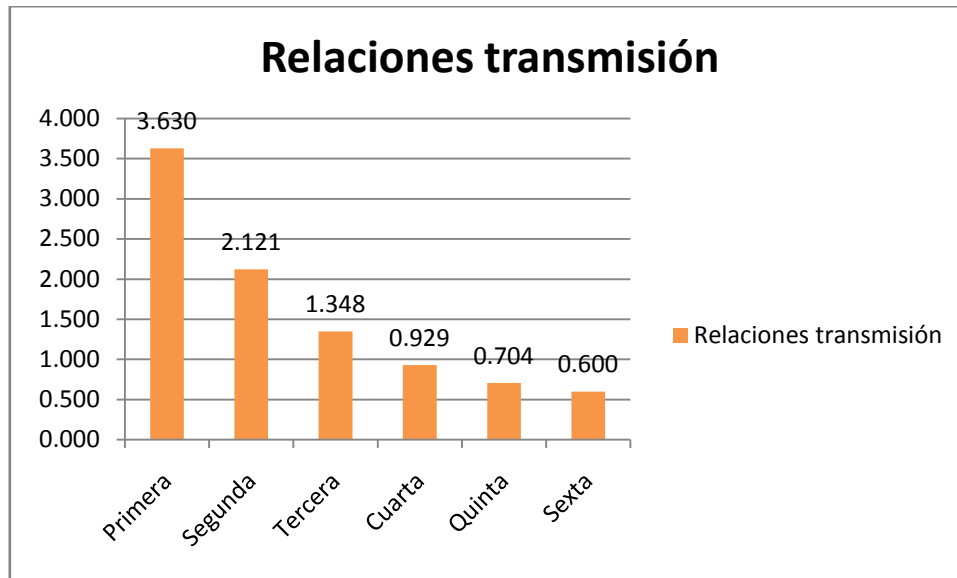
Ilustración 86. Trazado del resultado obtenido para la medición de la velocidad angular

Llevando a cabo el mismo procedimiento para todas las marchas se obtiene la siguiente tabla:

Marcha	Primera	Segunda	Tercera	Cuarta	Quinta	Sexta
Eje primario n1 (rpm)	2500	2500	2500	2500	2500	2500
Eje secundario n2 (rpm)	688,65	1178,72	1854,83	2692,33	3550,00	4166,67
Relación transmisión calculada	3,630	2,121	1,348	0,929	0,704	0,600
Relación transmisión diseño	3,636	2,096	1,329	0,927	0,711	0,600

Tabla 39. Tabla comparativa de las relaciones de desmultiplicación de diseño y las calculadas cinemáticamente

Tal y como se observa, el análisis cinemático nos muestra que el comportamiento cinemático es el esperado ya que se conservan las relaciones de transmisión en las diferentes marchas que componen la caja de cambios.



**Ilustración 87. Relaciones de transmisión marcadas por el estudio cinemático**

## 11.2. Análisis de los pares de entrada y salida

Se procede a continuación a realizar un estudio muy similar al anterior pero en este caso comprobando que al introducir un par de salida, el par en la entrada sea el que le correspondería para las relaciones de transmisión calculadas.

Para ello introducimos en el engranaje de salida el par que le correspondería en condiciones de par máximo. Es decir, para un par de entrada de 361 Nm y una relación de transmisión de 3.63 para la primera marcha, el par que debería aparecer sería  $361 \times 3 = 1310$ .

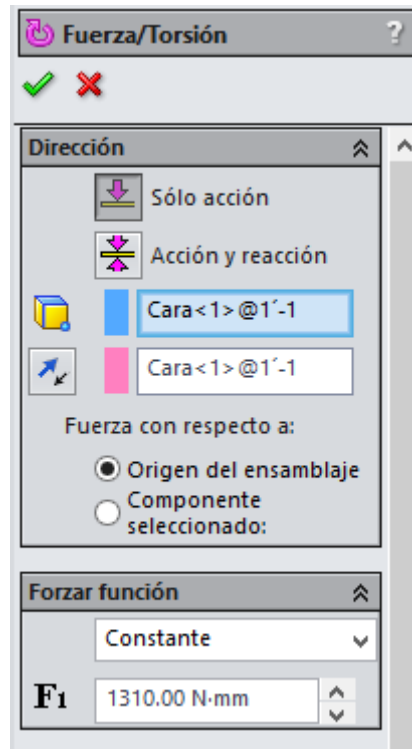
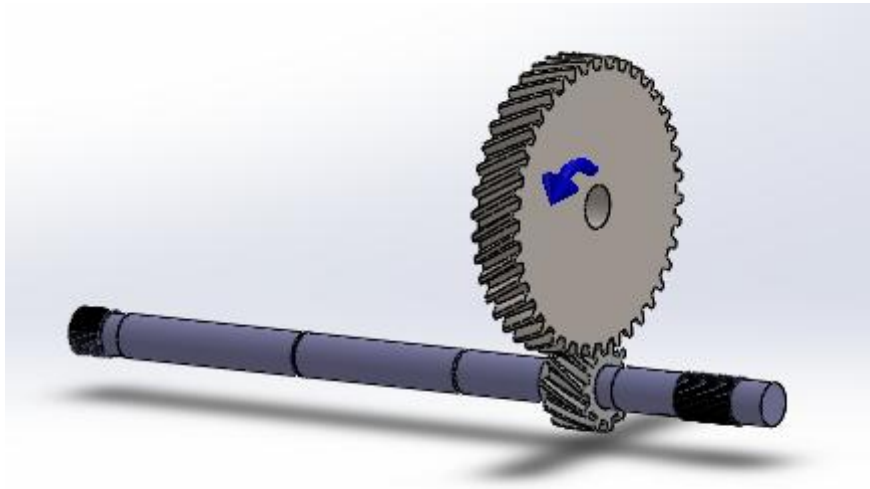


Ilustración 88. Introducción de un par torsor en el eje de salida

Por lo tanto se procede a medir el par en el motor que se introdujo en la entrada y se calculará la relación de transmisión para comprobar que coincida con la diseñada utilizando la siguiente expresión:

$$i = M2 / M1$$





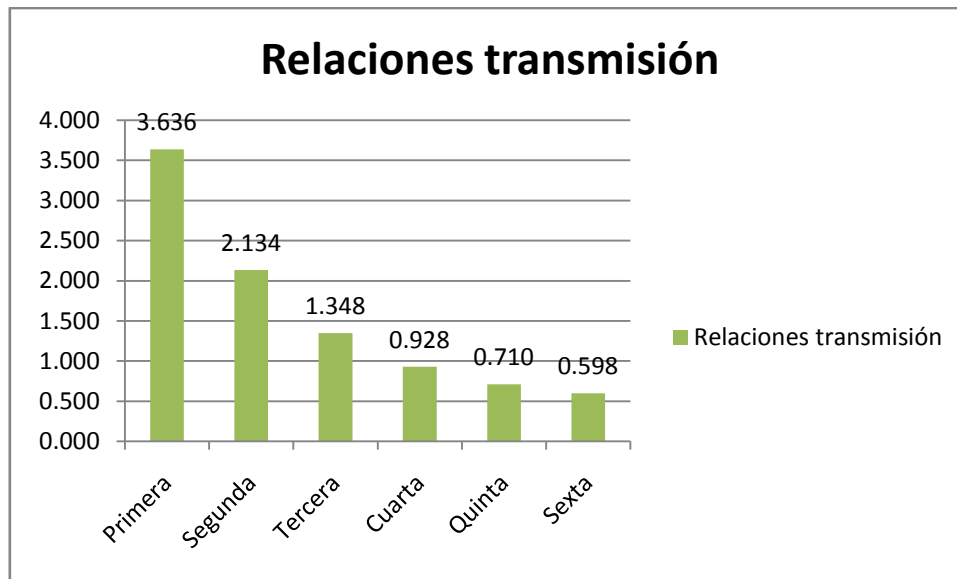
**Ilustración 89. Modelo utilizado para el desarrollo del estudio**

Llevando a cabo el mismo procedimiento para todas las marchas se obtiene la siguiente tabla:

Marcha	Primera	Segunda	Tercera	Cuarta	Quinta	Sexta
Eje secundario M2 (Nm)	1310	762	480	332,12	260	217
Eje primario M1 (Nm)	360,25	357	356	358	366	362,63
<b>Relación transmisión</b>	<b>3,636</b>	<b>2,134</b>	<b>1,348</b>	<b>0,928</b>	<b>0,710</b>	<b>0,598</b>
<b>Relación transmisión diseño</b>	<b>3,636</b>	<b>2,096</b>	<b>1,329</b>	<b>0,927</b>	<b>0,711</b>	<b>0,600</b>

**Tabla 40. Tabla comparativa de las relaciones de desmultiplicación de diseño y las calculadas a través de los pares**

Tal y como se observa, el análisis de pares nos muestra que el comportamiento es el esperado ya que se conservan las relaciones de transmisión en las diferentes marchas que componen la caja de cambios.



**Ilustración 90.** Relaciones de transmisión marcadas por el estudio de pares

### 11.3. Consumos de energía

El rodar de los engranajes de la caja de cambios requiere de una buena lubricación, que atenúa el desgaste que se produce en los dentados de los engranajes, como consecuencia de su movimiento y de los esfuerzos a los que están sometidos.

Con el fin de demostrar las necesidades de lubricación de la caja de cambios se procede a realizar las mediciones del consumo de energía dependiendo del tipo de contacto entre engranajes. Para ello se definirán dos tipos de contactos: acero seco (Steel dry) y acero engrasado (Steel greasy).

Para que la simulación se aproxime lo mayormente posible al caso real y los valores obtenidos sean correctos, se introduce un eje con un gran cilindro en su extremo. El fin de este cilindro es ser el equivalente a todas las inercias de los componentes que se sitúan tras la caja de cambios. También se introduce un par en el eje de entrada para que simule en condiciones reales de funcionamiento.

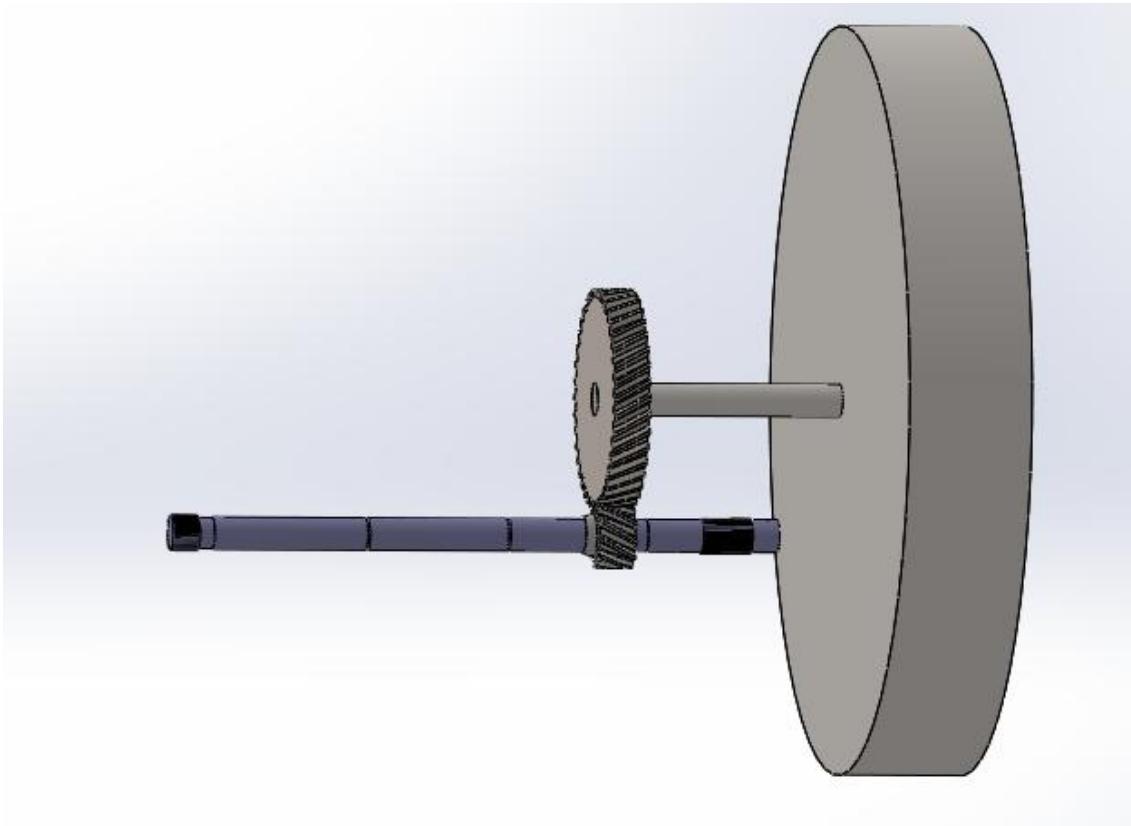


Ilustración 91. Modelo utilizado para el estudio de consumos de energías

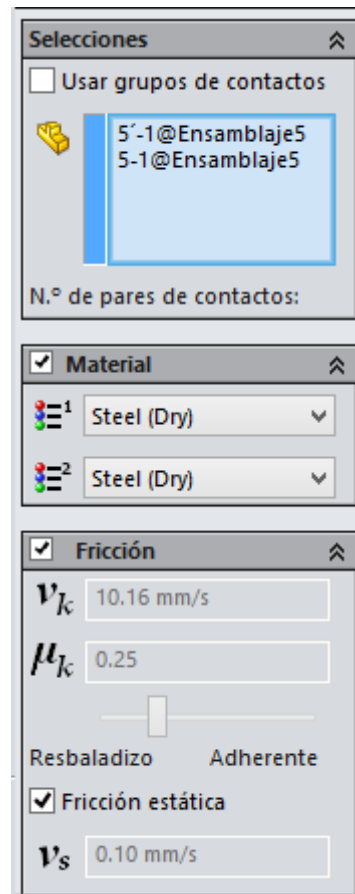


Ilustración 92. Creación de los contactos entre engranajes

Las mediciones del consumo de energía se realizarán sobre el motor de entrada que se introdujo en el estudio y se obtienen trazados como el que se muestra a continuación.

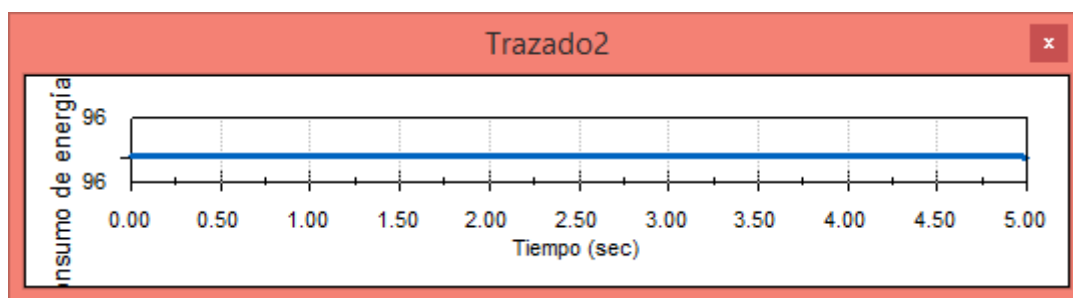


Ilustración 93. Trazado del consumo de energía medido

Los resultados obtenidos para las diferentes marchas y los dos tipos de contactos se muestran a continuación:

Marcha	Consumo Energía (Wattios)	
	Seco	Engrasado
Primera	135	119
Segunda	94	71
Tercera	93	68
Cuarta	94	67
Quinta	96	74
Sexta	89	69

Tabla 41. Valores de los consumos de energía para cada tipo de contacto

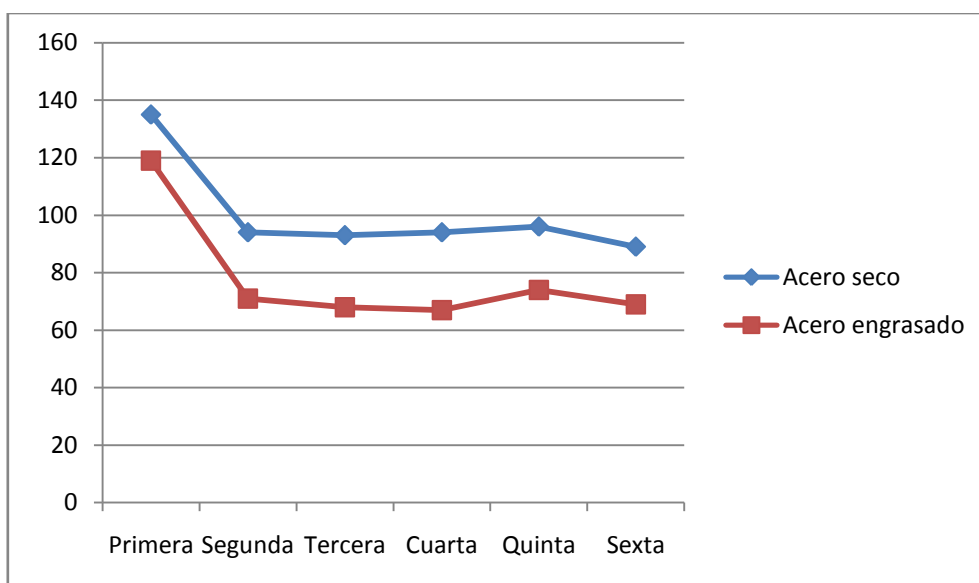


Ilustración 94. Evolución de los consumos de energías para cada marcha y tipo de contacto

Se concluye por tanto que la lubricación de la caja de cambios es fundamental para aumentar el rendimiento y disminuir las pérdidas de potencia que se producen en la transmisión.

El engrase del conjunto de mecanismos se realiza por medio del aceite contenido en el interior de la caja de cambios, que alcanza un determinado nivel, que impone el tapón de llenado, situado generalmente en un lateral de la carcasa. En su movimiento los piñones pulverizan el aceite en el que están sumergidos y lo proyectan hacia todos los puntos, impregnando la totalidad de los mecanismos, que resultan así suficientemente lubricados. La centrifugación del aceite producido por el giro los engranajes, produce una circulación del mismo desde el centro hacia la periferia de los piñones, que es aprovechada para engrasar la zona de acoplamiento de los piñones locos sobre el árbol.

Para este fin se disponen unas perforaciones adecuadas en los ejes de los trenes de engranajes, de manera que el aceite pueda penetrar en su interior, aspirado por el efecto de centrifugación, pasando a la zona de acoplamiento del piñón en el eje y saliendo por el orificio de evacuación. De manera similar se engrasan los rodamientos de apoyo de los árboles de

engranajes, a los que el aceite salpicado llega por un conducto superior y es evacuado por otro inferior.

Para evitar que el aceite contenido en la caja de cambios pueda salir al exterior, la unión de las distintas piezas a las carcasas debe ser estanca, lo que se logra con la interposición de juntas adecuadas. Entre los ejes y la carcasa se interponen los correspondientes retenes.

El aceite utilizado en la lubricación es mineral, generalmente graduación SAE-75W90, de calidad Api GL5, que tiene la propiedad fundamental de formar una película consistente entre los flancos de los dientes, que no se rompe fácilmente por presión, soportando las elevadas temperaturas de funcionamiento (superiores en algunos casos los 140º). Este tipo de aceite es de larga duración y en muchos casos no se recomienda la sustitución, siendo necesario solamente mantener el nivel adecuado de aceite.

## 12. Análisis del comportamiento estructural

Para comprobar el buen comportamiento de la caja de cambios se utilizará el módulo Simulation. El fin del uso de este módulo es la validación estructural de la caja de cambios respecto a las cargas a las que esta está sometida.

El análisis de tensión no lineal con SolidWorksSimulation permite analizar de forma rápida y eficaz las tensiones y deformaciones en condiciones generales mientras se crea el diseño con el fin de garantizar unos niveles altos de calidad, rendimiento y seguridad.

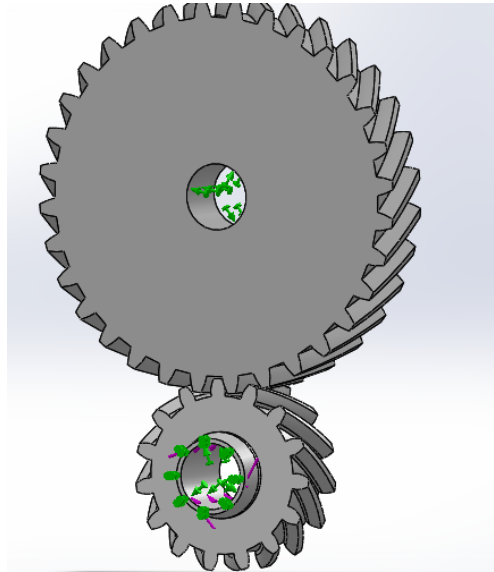
A la hora de realizar los cálculos de comprobación de resistencia para calcular el material de los engranajes y al analizar los estados de cargas, se observaba que los pares engranajes de primera y segunda velocidad eran los que requerían un material de mayor resistencia y también presentaban unas cargas de valores mayores que el resto de engranajes. Por lo tanto, lo que se pretende comprobar con este estudio es que en dichos pares de engranajes se visualicen los esfuerzos más críticos y a su vez comprobar que los componentes no sufren ninguna rotura.

En primer lugar se define el material de los engranajes. Anteriormente se eligió un acero F-126. Como este acero no aparece como tal en la biblioteca, se añade un nuevo material con estas características.

Propiedad	Valor	Unidades
Módulo elástico	2.05e+011	N/m <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson	0.32	N/D
Módulo cortante	8e+010	N/m <sup>2</sup>
Densidad de masa	7850	kg/m <sup>3</sup>
Límite de tracción	1400000000	N/m <sup>2</sup>
Límite de compresión		N/m <sup>2</sup>
Límite elástico	800000000	N/m <sup>2</sup>
Coefficiente de expansión térmica	1.23e-005	/K
Conductividad térmica	44.5	W/(m·K)
Calor específico	475	J/(kg·K)

Ilustración 95. Material creado en la biblioteca para la realización del estudio

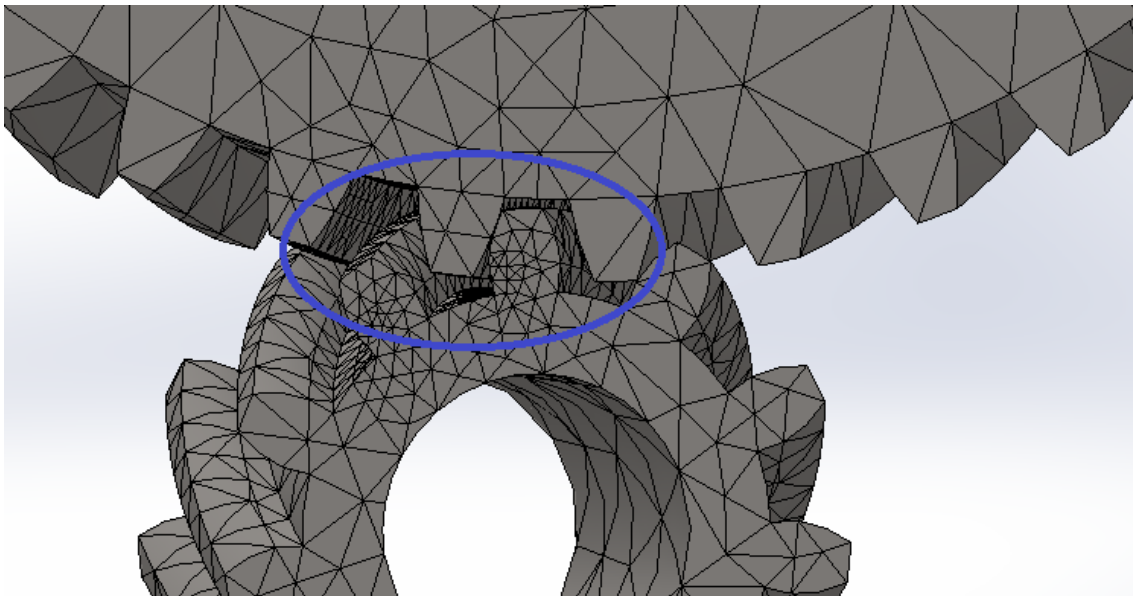
Se introduce una sujeción de geometría fija para el engranaje de salida, y bisagra fija y rodillo deslizante para el piñón de entrada.



**Ilustración 96. Sujeciones establecidas para el estudio**

Como carga se introduce el para torsor máximo al que está sometido el conjunto que es de 361 Nm.

Para el mallado se realiza un control de mallado en la zona correspondiente al contacto de los dientes con un mallado muy fino mientras que en el resto del engranaje se opta por un mallado más basto.



**Ilustración 97. Mallado realizado para el estudio**

Tal y como se observa, en la zona de contacto el mallado es mucho más preciso que en el resto del conjunto. Este tipo de mallado más fino en las zonas de mayor contacto, permitirá la obtención de mejores resultados.



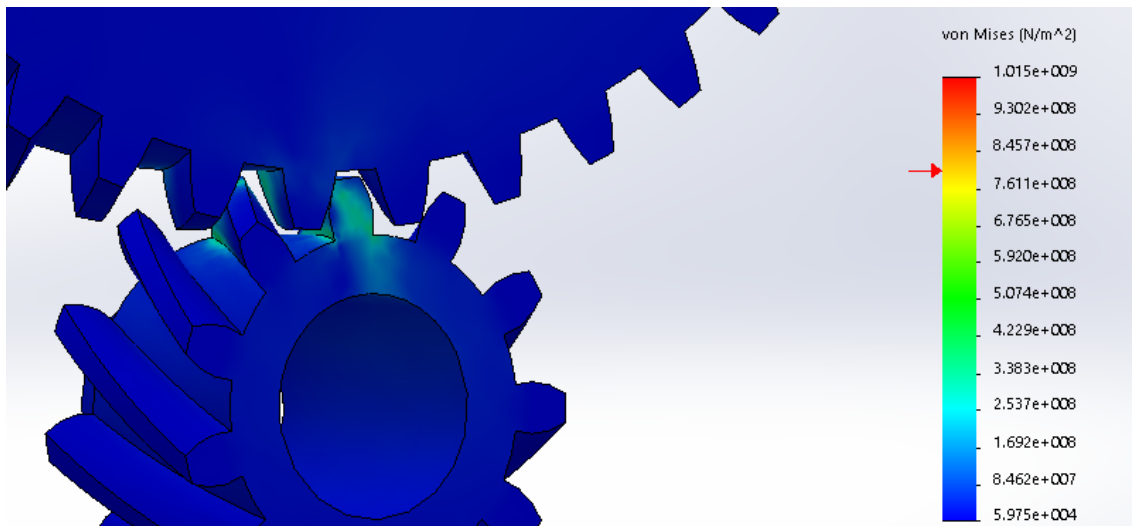


Ilustración 98. Distribución de las tensiones de Von Mises para la primera velocidad

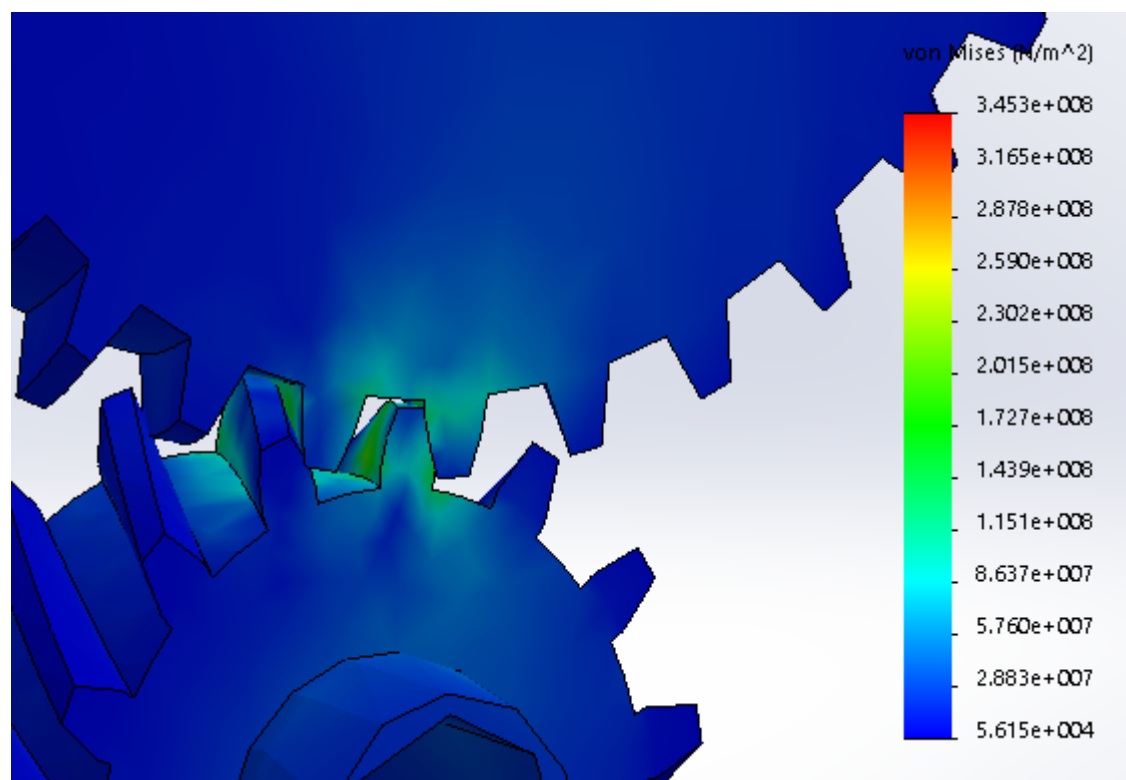


Ilustración 99. Distribución de las tensiones de Von Mises para la segunda velocidad

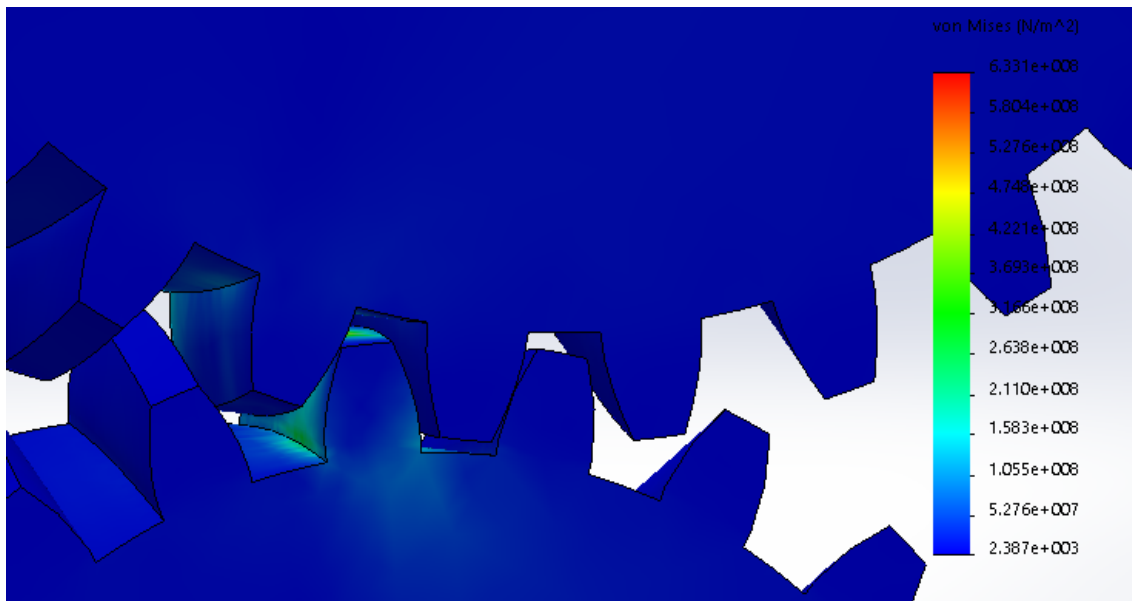


Ilustración 100. Distribución de las tensiones de Von Mises para la tercera velocidad

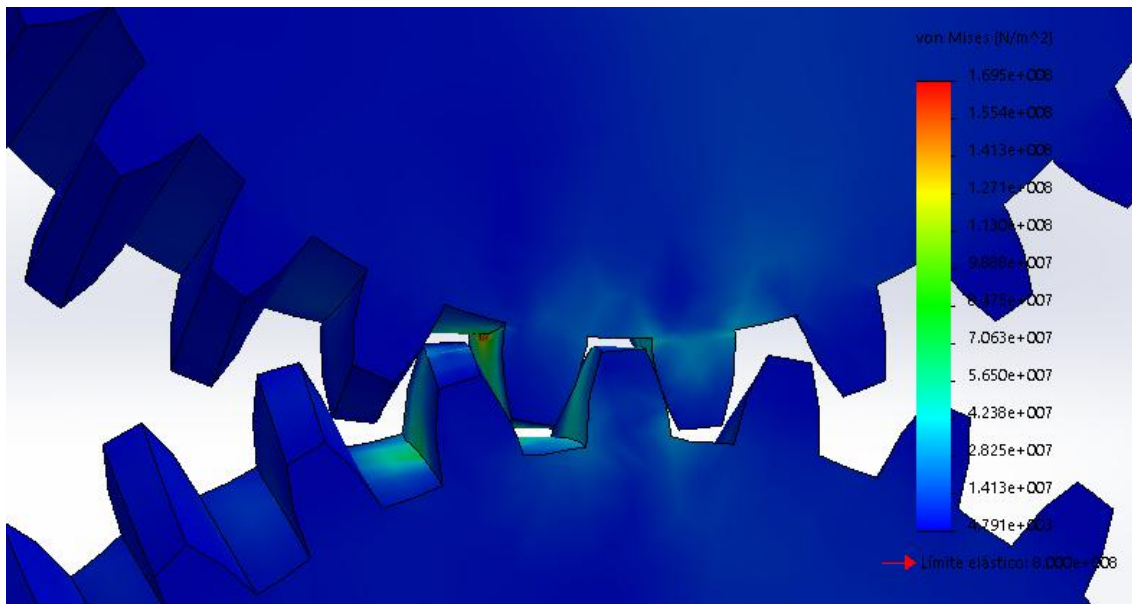
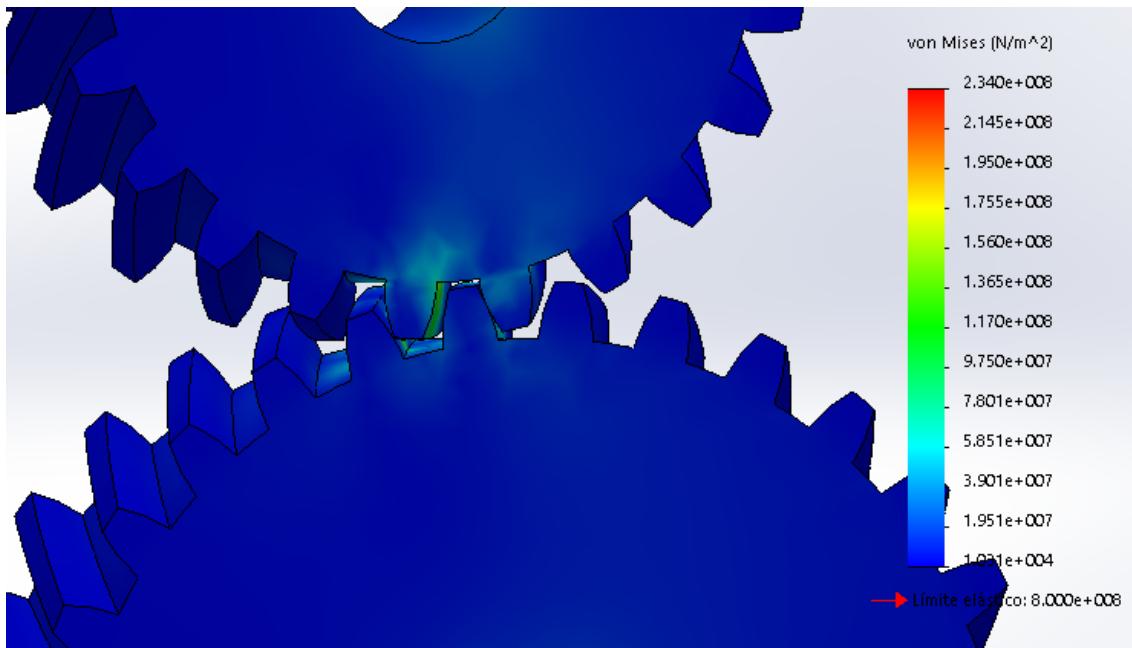
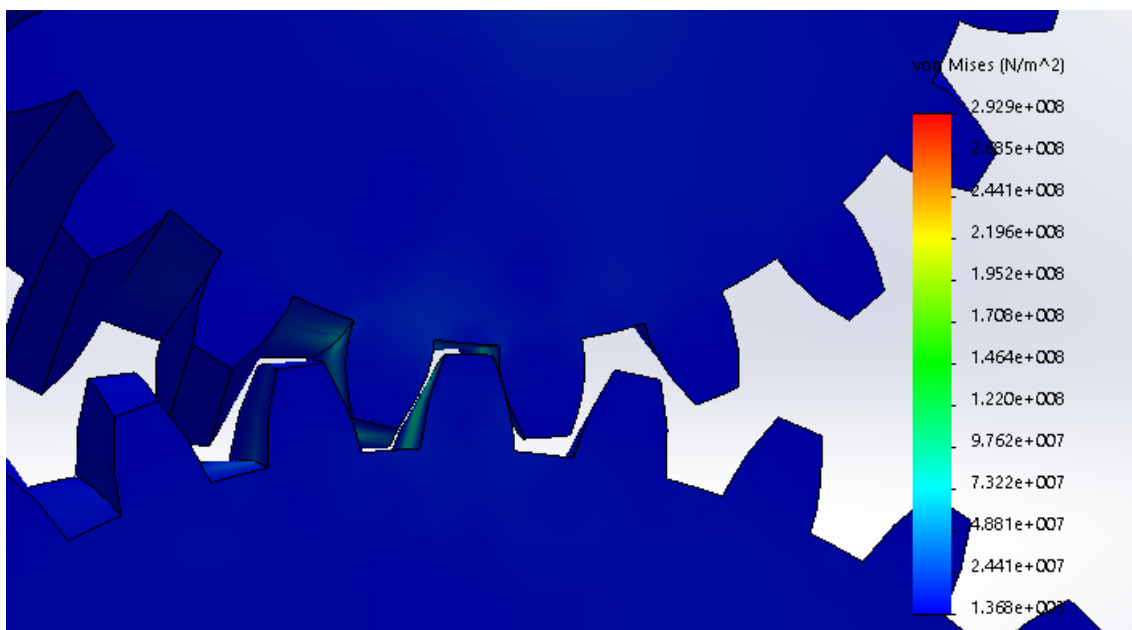


Ilustración 101. Distribución de las tensiones de Von Mises para la cuarta velocidad



**Ilustración 102. Distribución de las tensiones de Von Mises para la quinta velocidad**



**Ilustración 103. Distribución de las tensiones de Von Mises para la sexta velocidad**

En los anexos desarrollados anteriormente se determinó que las dos marchas que estaban sometidas a mayores solicitaciones eran la primera y segunda. Si se observa detenidamente la distribución de las tensiones calculadas, los dientes de los engranajes de primera y segunda velocidad son los que más sufren ya que es mayor la zona en la que aparecen tensiones. Si por el contrario se analiza la sexta marcha, la cual era la que menores cargas presentaba, se visualiza que los dientes apenas sufren en comparación con los de primera o segunda velocidad.

Este análisis por lo tanto, corrobora los datos que se habían ido obteniendo a lo largo del estudio de la caja de cambios y permiten confirmar que no se producirá ningún fallo grave en la estructura de los engranajes.

Aparte de las tendencias generales comentadas, se pueden observar ciertas zonas en algunos engranajes que muestran tensiones de mayor magnitud. Estas zonas indican principalmente que serían los lugares por los que empezaría a producirse el fallo si este ocurriera. A continuación se muestran unas imágenes de estas zonas para algunas de las marchas en las que aparecen.

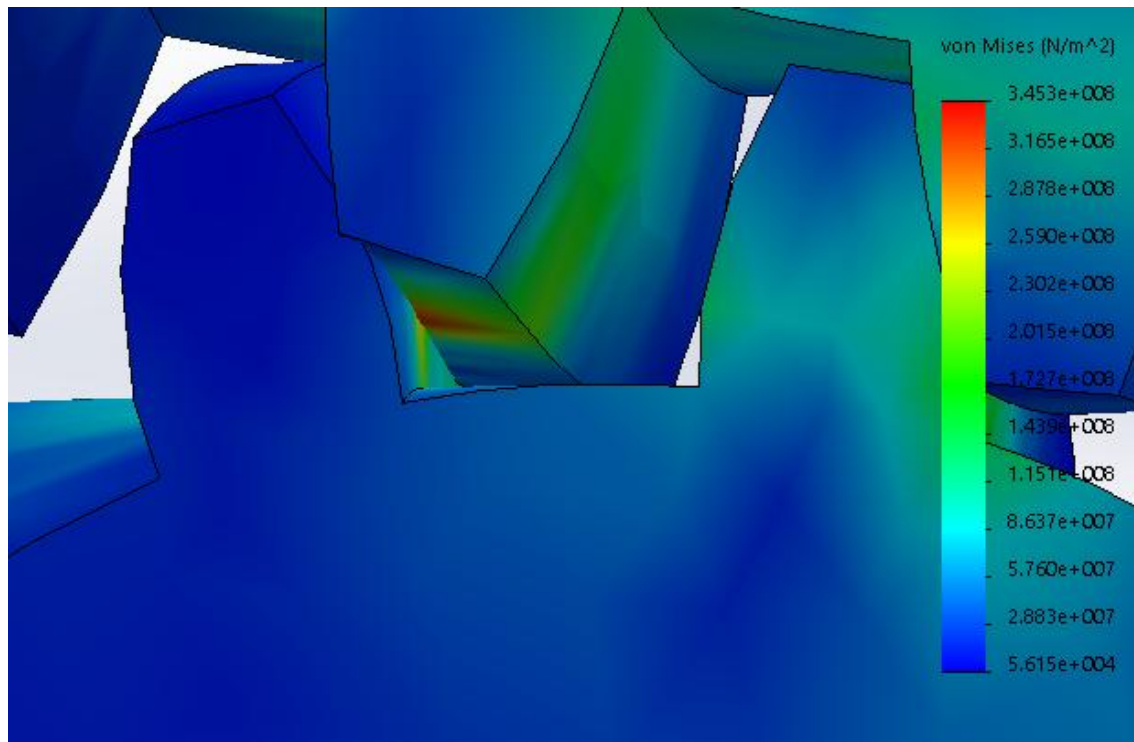


Ilustración 104. Zona de posible fallo en la segunda marcha

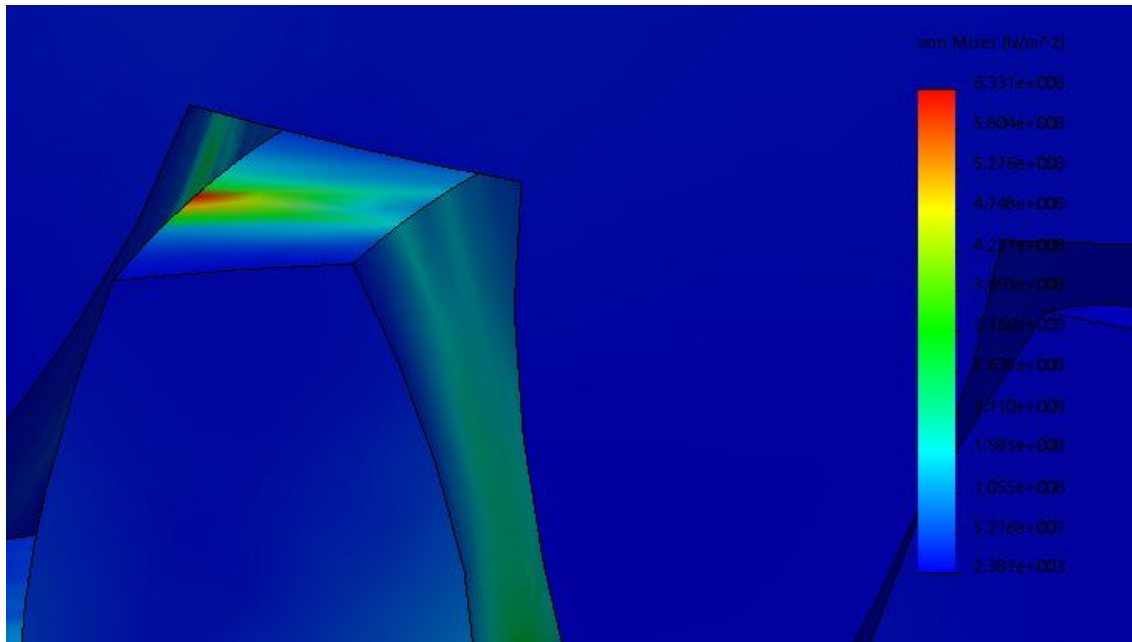


Ilustración 105. Zona de posible fallo en la tercera marcha

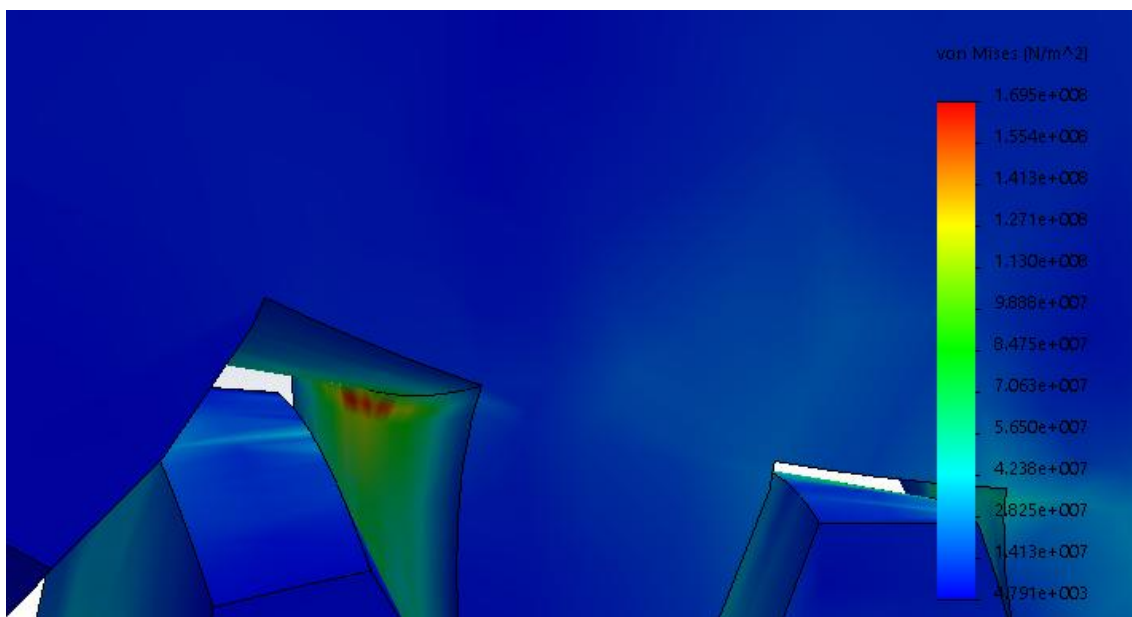


Ilustración 106. Zona de posible fallo en la cuarta marcha

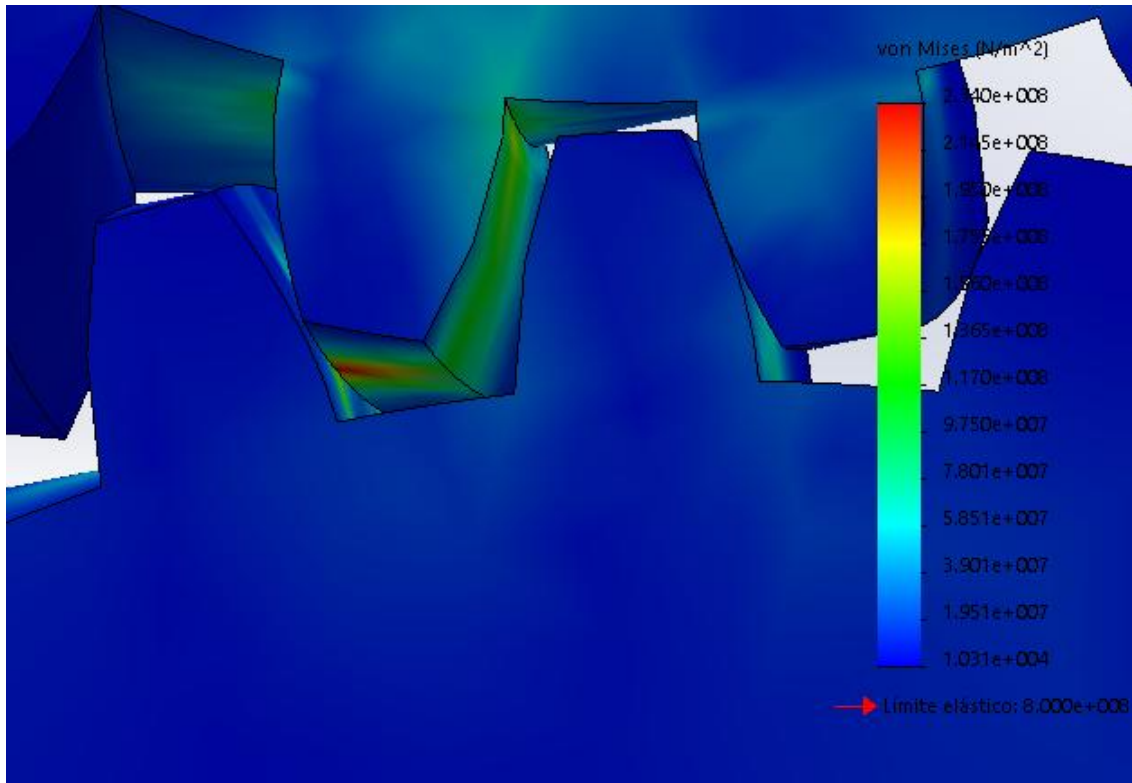


Ilustración 107. Zona de posible fallo en la quinta marcha

## 13. Bibliografía

Tecnología del automóvil - Manuel Orovio Astudillo

Manual de automóviles – Arias Paz

Técnicas del automóvil – José Manuel Alonso Pérez

Sistemas de transmisión y frenado - José Manuel Alonso Pérez

Cálculo y selección de elementos y máquinas – Antonio Serrano Nicolás

Manual CEAC del automóvil – Ediciones CEAC

Automotive Transmissions – Gisbert Leschner, Harald Naunheimer

Cálculo de la cadena de transmisión y de las prestaciones del automóvil – Santiago Baselga

Cálculo teórico-práctico de los elementos y grupos del vehículo industrial y automóvil –  
Francisco Muñoz Gracia

Timoshenko: Resistencia de Materiales – James M. Gere

Diseño de maquinaria – Robert L. Norton

Teoría de máquinas y mecanismos – Joseph Edward Sighley, John Joseph Uicker

Fundamentos de la teoría y el cálculo de tractores y automóviles – D. A. Chudakov

Revista Automóvil

Direcciones web

- <http://www.aficionadosalamecanica.net/>
- <http://www.mecanicavirtual.com/>
- <http://www.km77.com>
- <http://www.ingemecanica.com/>

## 14. Índice de figuras

Ilustración 1. Sistema de transmisión general de un vehículo.....	1
Ilustración 2. Disposición de los elementos de la transmisión en función del tipo de tracción ...	2
Ilustración 3. Palanca accionamiento marchas.....	4
Ilustración 4. Sección de una caja de cambios de tres ejes .....	5
Ilustración 5. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en primera velocidad .....	6
Ilustración 6. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en segunda velocidad.....	6
Ilustración 7. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en tercera velocidad.....	7
Ilustración 8. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en cuarta velocidad .....	7
Ilustración 9. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en marcha atrás.....	8
Ilustración 10. Sección de una caja de cambios de dos ejes .....	9
Ilustración 11. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en primera velocidad .....	10
Ilustración 12. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en segunda velocidad.....	11
Ilustración 13. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en tercera velocidad.....	12
Ilustración 14. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en cuarta velocidad .....	13
Ilustración 15. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en quinta velocidad.....	14
Ilustración 16. Funcionamiento de la caja de cambios de tres ejes en marcha atrás .....	15
Ilustración 17. Despiece de un convertidor de par hidráulico .....	16
Ilustración 18. Coronas de un embrague hidráulico .....	17
Ilustración 19. Esquema y sección de un convertidor de par .....	18
Ilustración 20. Funcionamiento del convertidor de par.....	19
Ilustración 21. Funcionamiento interno del convertidor de par.....	19
Ilustración 22. Esquema y sección de un engranaje epicicloidal .....	21
Ilustración 23. Funcionamiento del tren epicicloidal.....	22
Ilustración 24. Mecanismo de dos engranajes epicicloidales .....	23
Ilustración 25. Volkswagen Golf GTI .....	24
Ilustración 26. Dimensiones y reparto de pesos.....	24
Ilustración 27. Curva par-potencia del motor del vehículo.....	25
Ilustración 28. Esquema del vehículo.....	28
Ilustración 29. Esquema del vehículo en circulación en llano.....	29
Ilustración 30. Esquema del vehículo en pendiente .....	32
Ilustración 31. Gráfico de dientes de sierra para la primera configuración.....	36
Ilustración 32. Gráfico de dientes de sierra para la segunda configuración.....	37
Ilustración 33. Gráfico de dientes de sierra para la tercera configuración.....	39
Ilustración 34. Gráfico de dientes de sierra para la cuarta configuración .....	40
Ilustración 35. Gráfico de dientes de sierra para la configuración final .....	42
Ilustración 36. Módulos normalizados para engranajes .....	44
Ilustración 37. Solicitaciones de carga en el diente .....	48
Ilustración 38. Factores de esfuerzos dinámicos para los engranajes .....	51
Ilustración 39. Factores de servicio para los engranajes .....	51
Ilustración 40. Tabla coeficiente de Lewis .....	52
Ilustración 41. Materiales para engranajes.....	55
Ilustración 42. Esfuerzos que aparecen sobre los engranajes .....	59



Ilustración 43. Diagrama esfuerzos axiles de primera velocidad .....	59
Ilustración 44. Diagrama esfuerzos axiles de segunda velocidad .....	60
Ilustración 45. Diagrama esfuerzos axiles de tercera velocidad .....	60
Ilustración 46. Diagrama esfuerzos axiles de cuarta velocidad .....	60
Ilustración 47. Diagrama esfuerzos axiles de quinta velocidad .....	60
Ilustración 48. Diagrama esfuerzos axiles de sexta velocidad .....	60
Ilustración 49. Diagrama momentos flectores debido a la componente tangencial de primera velocidad .....	61
Ilustración 50. Diagrama momentos flectores debido a la componente tangencial de segunda velocidad .....	61
Ilustración 51. Diagrama momentos flectores debido a la componente tangencial de tercera velocidad .....	61
Ilustración 52. Diagrama momentos flectores debido a la componente tangencial de cuarta velocidad .....	62
Ilustración 53. Diagrama momentos flectores debido a la componente tangencial de quinta velocidad .....	62
Ilustración 54. Diagrama momentos flectores debido a la componente tangencial de sexta velocidad .....	62
Ilustración 55. Diagrama momentos flectores debido a la componente radial de primera velocidad .....	63
Ilustración 56. Diagrama momentos flectores debido a la componente radial de segunda velocidad .....	63
Ilustración 57. Diagrama momentos flectores debido a la componente radial de tercera velocidad .....	63
Ilustración 58. Diagrama momentos flectores debido a la componente radial de cuarta velocidad .....	64
Ilustración 59. Diagrama momentos flectores debido a la componente radial de quinta velocidad .....	64
Ilustración 60. Diagrama momentos flectores debido a la componente radial de sexta velocidad .....	64
Ilustración 61. Factores de tamaño en función del diámetro del eje .....	67
Ilustración 62. Factores de confiabilidad .....	67
Ilustración 63. Gráfica para la obtención del factor de concentración de tensiones .....	68
Ilustración 64. Línea de Goodman .....	69
Ilustración 65. Perfil cicloidal .....	71
Ilustración 66. Perfil evolvente .....	72
Ilustración 67. Puntos de entrada para la creación del engranaje .....	73
Ilustración 68. Circunferencias base para la construcción del perfil .....	73
Ilustración 69. Introducción de la ecuación del diámetro exterior.....	74
Ilustración 70. Resultado final del perfil evolvente.....	76
Ilustración 71. Perfil del diente completo .....	76
Ilustración 72. Extrusión de la anchura del engranaje .....	77
Ilustración 73. Creación del diente helicoidal .....	77
Ilustración 74. Matriz circular de los dientes helicoidales .....	78
Ilustración 75. Creación del agujero del eje .....	78

Ilustración 76. Resultado final del engranaje .....	79
Ilustración 77. Tabla de diseño para la creación de engranajes .....	80
Ilustración 78. Eje de entrada .....	80
Ilustración 79. Eje de salida.....	81
Ilustración 80. Sincronizadores modelados para la caja de cambios.....	82
Ilustración 81. Ensamblaje de todos los componentes de la caja de cambios .....	83
Ilustración 82. Enumeración de los componentes del eje de entrada.....	83
Ilustración 83. Enumeración de los componentes del eje de salida .....	84
Ilustración 84. Introducción de un motor rotatorio para desarrollar el estudio .....	85
Ilustración 85. Modelo utilizado para la simulación .....	86
Ilustración 86. Trazado del resultado obtenido para la medición de la velocidad angular .....	86
Ilustración 87. Relaciones de transmisión marcadas por el estudio cinemático .....	87
Ilustración 88. Introducción de un par torsor en el eje de salida .....	88
Ilustración 89. Modelo utilizado para el desarrollo del estudio .....	89
Ilustración 90. Relaciones de transmisión marcadas por el estudio de pares .....	90
Ilustración 91. Modelo utilizado para el estudio de consumos de energías.....	91
Ilustración 92. Creación de los contactos entre engranajes .....	92
Ilustración 93. Trazado del consumo de energía medido .....	92
Ilustración 94. Evolución de los consumos de energías para cada marcha y tipo de contacto ..	93
Ilustración 95. Material creado en la biblioteca para la realización del estudio .....	95
Ilustración 96. Sujeciones establecidas para el estudio.....	96
Ilustración 97. Mallado realizado para el estudio.....	96
Ilustración 98. Distribución de las tensiones de Von Mises para la primera velocidad .....	97
Ilustración 99. Distribución de las tensiones de Von Mises para la segunda velocidad .....	97
Ilustración 100. Distribución de las tensiones de Von Mises para la tercera velocidad.....	98
Ilustración 101. Distribución de las tensiones de Von Mises para la cuarta velocidad .....	98
Ilustración 102. Distribución de las tensiones de Von Mises para la quinta velocidad .....	99
Ilustración 103. Distribución de las tensiones de Von Mises para la sexta velocidad .....	99
Ilustración 104. Zona de posible fallo en la segunda marcha .....	100
Ilustración 105. Zona de posible fallo en la tercera marcha .....	101
Ilustración 106. Zona de posible fallo en la cuarta marcha .....	101
Ilustración 107. Zona de posible fallo en la quinta marcha .....	102

## 15. Índice de tablas

Tabla 1. Funcionamiento de las marchas del tren epicicloidal .....	22
Tabla 2. Características técnicas del vehículo .....	25
Tabla 3. Pasos y ratios de escalonamiento para la primera configuración.....	35
Tabla 4. Relaciones de desmultiplicación para la primera configuración .....	36
Tabla 5. Desarrollo de velocidades para la primera configuración.....	36
Tabla 6. Pasos y ratios de escalonamiento para la segunda configuración .....	37
Tabla 7. Relaciones de desmultiplicación para la segunda configuración .....	37
Tabla 8. Desarrollo de velocidades para la segunda configuración .....	37
Tabla 9. Pasos y ratios de escalonamiento para la tercera configuración .....	38
Tabla 10. Relaciones de desmultiplicación para la tercera configuración .....	38
Tabla 11. Desarrollo de velocidades para la tercera configuración .....	39
Tabla 12. Pasos y ratios de escalonamiento para la cuarta configuración .....	39
Tabla 13. Relaciones de desmultiplicación para la cuarta configuración .....	40
Tabla 14. Desarrollo de velocidades para la cuarta configuración .....	40
Tabla 15. Relaciones de desmultiplicación para la configuración final.....	41
Tabla 16. Desarrollo de velocidades para la configuración final.....	41
Tabla 17. Número de dientes de cada engranaje .....	43
Tabla 18. Ángulos de hélice de cada engranaje .....	45
Tabla 19. Parámetros que definen cada engranaje .....	46
Tabla 20. Anchura definida para cada engranaje.....	47
Tabla 21. Anchura de diente definida para cada engranaje .....	47
Tabla 22. Magnitud de las cargas que actúan sobre cada par de engranajes .....	49
Tabla 23. Cargas máximas que aparecen en el conjunto de la caja de cambios .....	49
Tabla 24. Cálculo de las tensiones admisibles de los piñones de la caja de cambios .....	53
Tabla 25. Cálculo de las tensiones admisibles de los piñones de la caja de cambios .....	53
Tabla 26. Cálculo de las tensiones admisibles de las ruedas de la caja de cambios .....	54
Tabla 27. Cálculo de las tensiones admisibles de las ruedas de la caja de cambios .....	54
Tabla 28. Características del acero elegido para los engranajes.....	55
Tabla 29. Radios de curvatura definidos para cada engranaje .....	56
Tabla 30. Tensiones de aplastamiento generadas debidas al contacto entre engranajes .....	57
Tabla 31. Solicitaciones de cargas en los engranajes.....	58
Tabla 32. Obtención de la tensión de fluencia necesaria para el material .....	66
Tabla 33. Características del material elegido para el eje.....	66
Tabla 34. Tensión de fluencia, límite de fatiga y tensión de fatiga de la probeta .....	67
Tabla 35. Relaciones necesarias para el cálculo del factor de concentración de esfuerzos .....	68
Tabla 36. Tensiones máximas y mínimas dadas para la primera marcha .....	70
Tabla 37. Datos de los diámetros base para la creación de la línea de engrane .....	74
Tabla 38. Lista de los ángulos utilizados y sus respectivos arcos para la creación del perfil evolvente.....	75
Tabla 39. Tabla comparativa de las relaciones de desmultiplicación de diseño y las calculadas cinemáticamente.....	86

Tabla 40. Tabla comparativa de las relaciones de desmultiplicación de diseño y las calculadas a través de los pares .....	89
Tabla 41. Valores de los consumos de energía para cada tipo de contacto .....	93