



METODOLOGÍA PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA ESCOLAR

Autor: Joaquín Badía Calvet

Directora: Pilar Bolea

Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación. Campus de Huesca.

Septiembre de 2015

Índice

1.	INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN	4
2.	PRESUPUESTOS DE PARTIDA, OBJETIVOS Y METODOLOGÍA DEL TRABAJO	5
2.1	La enseñanza “tradicional” y “la sociedad”	5
2.2	Experiencia personal dentro del sistema educativo.....	9
2.3.	Objetivos del trabajo	12
3.	MARCO TEÓRICO	13
3.1.	Documentos curriculares.....	13
3.2.	Teoría de Situaciones Didácticas (TSD).....	17
3.3.	Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)	23
3.4.	Modelo van Hiele	28
3.5.	Metodologías Activas	36
3.5.1.	Aprendizaje Cooperativo	39
3.5.2.	Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).....	40
3.5.3.	Método del Caso (MdC)	41
3.5.4.	Método por Proyectos.....	42
4.	SINTESIS DE LAS TEORÍAS Y METODOLOGÍAS	43
5.	ELECCIÓN Y JUSTIFICACIÓN DE UNA PROPUESTA.....	49
5.1.	Esquema del proceso enseñanza-aprendizaje en base a las Metodologías Activas.....	50
6.	APLICACIÓN DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA.....	51
6.2.	Referencias sobre la tarea propuesta.....	65
7.	VALORACIÓN Y CONCLUSIÓN.	66
8.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	68

Metodología para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática escolar.

- Elaborado por Joaquín Badía Calvet
- Dirigido por Pilar Bolea Catalán
- Presentado para su defensa en la convocatoria de Septiembre del año 2015

Resumen

Para elaborar este proyecto, en el que en su primera parte se hace un repaso del pasado educativo tanto a nivel educativo como personal, nos remitimos al estudio elaborado por otros autores sobre las diferentes Teorías y Metodologías didácticas para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática escolar.

Más adelante se procede al estudio y análisis de diversas metodologías y teorías que se han ido desarrollando a lo largo del tiempo, tanto en la investigación en Didáctica de la Matemática como la investigación en Educación dentro del sistema educativo. Tras estas explicaciones y este análisis mostramos una posible propuesta didáctica de carácter personal, junto con su exemplificación, concluyendo en cuál sería la metodología más apropiada para el concepto geométrico propuesto.

Palabras clave

Metodología de enseñanza, aprendizaje, Teoría de Situaciones Didácticas, Teoría Antropológica de lo Didáctico, Modelo Van Hiele, Metodologías activas, Aprendizaje Cooperativo, Aprendizaje basado en Problemas, Método del Caso, Método por Proyectos.

1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

En educación desde hace mucho tiempo atrás se vienen estudiando las diferentes Teorías y Metodologías del proceso enseñanza-aprendizaje, para poder llegar de este modo a lograr que los alumnos puedan aprender los conocimientos de la mejor forma posible.

En todo este trabajo suponemos que el alumno aprende por adaptación al medio de enseñanza propuesto. Es decir, asumimos la hipótesis constructivista del aprendizaje sobre el individuo en individual y del escolar en particular. La hipótesis constructivista ha sido tratada a lo largo de nuestra formación en las materias vinculadas a la rama de la psicología.

Este Proyecto de Fin de Grado lo hemos enfocado hacia las metodologías de enseñanza. Desde hace tiempo este tipo de interés educativo ha provocado que diferentes profesionales de diversos ámbitos de la educación, analicen continuamente y publiquen nuevas teorías y modelos del proceso enseñanza-aprendizaje, que a su vez, genera un abanico de posibilidades para los docentes a la hora de poner en práctica su propio método de enseñanza-aprendizaje. Es decir, se produce una transferencia de los resultados de las investigaciones a las instituciones escolares.

En primer lugar, para centrar la estructura que se llevará a cabo en la segunda parte del trabajo (cuerpo principal del proyecto), hacemos referencia a la educación de principios del siglo XX, tanto dentro del propio sistema educativo como dentro de la sociedad de aquel momento y mi propia experiencia como maestro en prácticas.

Una vez delimitado e introducido el proyecto partiendo de esa visión diacrónica, daremos a conocer las diferentes Teorías y Metodologías que vamos a explicar y analizar, como son en este caso, la Teoría de Situaciones Didácticas, la Teoría Antropológica de lo Didáctico, el Modelo de Van Hiele y las Metodologías Activas (Aprendizaje Basado en Problemas, Aprendizaje Cooperativo, Método de Casos, Método por Proyectos). Una vez explicadas y analizadas según las referencias de varios autores, haremos una síntesis en forma de tabla, de lo que hemos visto.

Una vez aclarados todos los conceptos sobre Teorías y Metodologías expuestos, elegimos uno de ellos, en este caso, el Aprendizaje Basado en Problemas que se sitúa

dentro de las Metodologías activas y lo proponemos como Metodología o técnica de enseñanza para llevar a cabo la adquisición de los conocimientos matemáticos. Esta propuesta, la ejemplificaremos adaptada a la adquisición del concepto “altura de un triángulo”.

2. PRESUPUESTOS DE PARTIDA, OBJETIVOS Y METODOLOGÍA DEL TRABAJO

2.1 La enseñanza “tradicional” y “la sociedad”

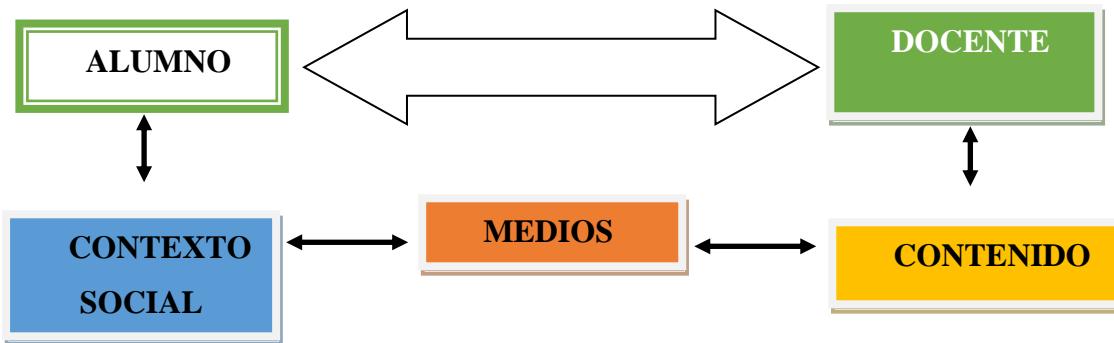
Antes de empezar a sumergirnos de lleno en los diferentes tipos de metodologías que podemos encontrar para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, nos gustaría hacer hincapié en una serie de puntos o cuestiones que más adelante nos ayudarán a entender por qué usamos un tipo de metodología u otra. Las cuestiones que hemos planteado son las siguientes: qué entendemos por enseñanza, cómo ha evolucionado la enseñanza durante los últimos años en torno a la escuela y a la sociedad, como no podía faltar, también cómo ha evolucionado la figura del docente con el paso de los años.

A decir verdad, el concepto de enseñanza quizá pueda parecer un poco sencillo de interpretar, aunque en numerosas ocasiones demuestra todo lo contrario, es decir, para la gran mayoría de las personas e incluyendo dentro de este grupo de personas algunos profesionales de la educación, la enseñanza en sí es un concepto bastante abstracto, multifactorial y complejo. Dicho esto, podría afirmar, que empezamos a entender la enseñanza como tal después de conocer a fondo todos los elementos, todos los factores que la componen, pero conseguimos concebir e interpretar este concepto en su totalidad una vez conocidos el funcionamiento de sus elementos y la interacción entre ellos.

Una buena definición de educación sería:

“La educación es la acción ejercida por las generaciones adultas sobre aquellas que no han alcanzado todavía el grado de madurez necesario para la vida social. Tiene por objeto el suscitar y desarrollar en el niño un cierto número de estados físicos, intelectuales y morales que exigen de él tanto la sociedad política en su conjunto como el medio ambiente específico al que está especialmente destinado”.
(Durkheim, E, 1990, p.60)

Algunos de los elementos más relevantes del concepto de educación en el ámbito de la docencia serían los que se muestran en el siguiente diagrama:



Con este diagrama, que hemos elaborado, queremos dar a entender que todos los elementos, de una forma u otra, están interrelacionados entre sí. Partiendo de la base en la que nosotros seríamos los docentes, debemos tratar de analizar, cuál es la mejor relación o la más adecuada con nuestro alumnado, debemos conocer cuál es su entorno social y cultural, ya que esto nos ayudará a ajustar mejor nuestra planificación de contenidos y conocimientos a enseñar, a la vez que nos desvelará cual es el mejor medio y metodología para usar. Conociendo bien todos estos elementos y como gestionarlos, podremos ofrecer una educación de calidad. Quiero añadir también, que el “conocimiento total” es una utopía, debido a que no todos los alumnos son de un mismo perfil y no todos tienen las mismas habilidades para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Aunque, sí o sí, defendemos que se puede llegar a un conocimiento casi total, después de varios años de experiencia dentro del sector educativo y con el entusiasmo de estar aprendiendo todos los días.

Los modelos de enseñanza han ido evolucionando y cambiando constantemente desde sus inicios. A principios y durante gran parte del siglo XX se ha estilado un modelo de enseñanza que llamaremos tradicional, en el que se concibe la figura del docente como una fuente de conocimientos, el cual a través de la narración oral y/o escrita conseguirá que los alumnos adquieran los conocimientos necesarios para su desarrollo, tanto a nivel cognitivo como emocional. El conocimiento se considera

cerrado y acabado, por ello, en este *modelo tradicional* de enseñanza es muy frecuente el uso de libros de texto como principales fuentes del conocimiento, en los cuales se creía que aparecía todo el contenido necesario para adquirir el desarrollo total de los discentes. En este modelo, se desconoce la razón de ser de lo que se trata de aprender, el porqué y el para qué de los conocimientos. El papel que juega el alumno en este caso, es solo el de mero receptor de información, actúa como receptor de los conocimientos emitidos por el maestro.

En el enfoque tradicional aparece la relación entre estudiante y profesor, conocida por todos nosotros. En dicha relación el profesor adquiere el papel de proveedor o depositador de contenidos, es quién instruye al discente, el cual engulle dichos conceptos y trata de reproducirlos y llevarlos a cabo de la misma forma que le han sido facilitados. En este enfoque el conocimiento no aparece contextualizado, es decir, no se tiene un aprendizaje significativo como apunta Vygotsky. En esta misma línea Jesennia Chavarría (2006, pág. 2) en su artículo Teoría de las Situaciones didácticas, menciona que Paulo Freire sostiene con respecto al enfoque tradicional que: “*La educación padece de la enfermedad de la narración que convierte a los alumnos en contenedores que deben ser llenados por el profesor, y cuanto mayor sea la docilidad del receptáculo para ser llenado, mejores alumnos serán*” (Chavarría, 2006, p. 2).

Este modelo educativo tenía un estilo lineal, podría decirse que el maestro actuaba como un emisor de información y el alumno como el receptor de dicha información. A este tipo de enseñanza habría que sumarle la posición que ocupaba el maestro dentro de la sociedad. Era una persona muy respetada por todo el mundo, ya que poseía mucho conocimiento. El hecho, de que en aquella sociedad, hubiese un alto nivel de analfabetismo, le proporcionaba al docente un mayor nivel de “poder” sobre sus alumnos y sus familias, debido a que muy pocos o incluso nadie podía cuestionar cómo enseñaba y qué enseñaba, llegando a tal punto que muchos de estos docentes castigaban físicamente a sus alumnos, con la finalidad de que se esforzaran más para poder aprender los conocimientos que él impartía durante sus clases. Dicho esto, de ahí surge la conocida expresión de “la letra con sangre entra”. Algunos autores Chevallard Gascón y Bosch denominan a este modelo de enseñanza tradicional como “Monumentalismo”. El profesor presenta el conocimiento como una obra terminada, que los alumnos se limitan a contemplar, repetir y aplicar.

A partir de mediados de los años noventa, los modelos van cambiando cada vez más, debido entre otras causas a las aportaciones de la psicología sobre el cómo se aprende y la puesta en escena de los modelos constructivistas, que vienen del ámbito de la didáctica de las matemáticas y de la pedagogía, basados todos ellos en el aprendizaje constructivista. Aparecen el modelo de van Hiele (Pierre y Dina Van Hiele, 1957); la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau 1970); la Teoría de la Transposición Didáctica (Chevallard, 1985); la Teoría Antropológica de lo didáctico (Chevallard 1997) entre otras.

Aunque actualmente en algunos colegios y aulas se sigue encontrando el modelo de enseñanza tradicional o monumentalista. En la mayoría de estos casos suelen ser docentes de edad avanzada o cercanos a la jubilación, y algunos de los factores a tener en cuenta pueden ser la motivación, personalidad o la vocación de los propios docentes; debido a que el modelo de enseñanza tradicional o monumentalista, suele ser muy cómodo, poco complicado y sin riesgos de incertidumbre o duda sobre la materia a enseñar.

A partir del surgimiento de nuevos modelos de enseñanza, se hacen más visibles los cambios y evoluciones en las aulas escolares, según nuestra propia experiencia esto se produce tanto dentro como fuera del sector educativo. Asociado a este momento es cuando empieza a ningunearse cada vez más la figura del docente, es decir, deja de ser para la sociedad esa persona conocedora o poseedora de todo el conocimiento y es cuestionado por la sociedad. Podríamos decir que empieza el “declive” de la figura del docente como tal. Esto ocurre por varias razones, en primer lugar y la más importante, se debe al descenso considerable del analfabetismo que sufre nuestra población, y por ello más preparada para realizar las críticas oportunas. Además estamos inmersos dentro de una sociedad que cada vez más adquiere mayor conocimiento mediante el uso de la tecnología, este aprendizaje inductivo provoca que la sociedad adquiera una mayor capacidad de crítica y se tome la libertad de cuestionar la labor del maestro con los alumnos. En principio, esta crítica solo se recibe por parte de algunos de los padres de los alumnos, pero hoy en día y cada vez con mayor frecuencia, la tendencia es que los alumnos “arremeten” contra sus profesores con malas contestaciones, con malos comportamientos, etc.

Este hecho ocasiona una perdida en mayor o menor medida del respeto que los alumnos sienten hacia sus profesores. Esta fatal consecuencia se desencadena a partir de lo que los alumnos pueden llegar a escuchar en sus propios hogares, tales como comentarios menospreciando el trabajo del profesor e incluso comentarios que ponen en duda los conocimientos y profesionalidad de los mismos.

2.2 Experiencia personal dentro del sistema educativo.

Para dar a conocer nuestra propia experiencia dentro del sistema educativo, creemos que lo más acertado sería hacer un poco de memoria y mirar hacia atrás, empezando por cuando empecé a recibir docencia en el Colegio Público San José de Calasanz del municipio de Fraga provincia Huesca. Recuerdo mi etapa como alumno con cierta nostalgia, incluso quizás un sabor agrio ahora, debido al hecho de haber pasado ya hace mucho tiempo, una de las etapas más bonitas que nos brinda la vida y en la cual empezamos a tomar parte de la sociedad con personas de nuestra misma edad, o dicho de otra forma empezamos a establecer vínculos de afecto y relaciones de amistad con personas que más tarde nos han acompañado a lo largo de nuestra vida, hasta la actualidad, en mayor o menor medida y con una mayor o menor repercusión en ésta.

Mi paso por la escuela de Educación Primaria, en base a lo que yo recuerdo y respecto a la metodología en el proceso enseñanza aprendizaje que yo tuve, quizás y analizándolo desde otro punto de vista hoy en día, no fue el mejor. En primer ciclo, 1º y 2º de primaria respectivamente, nos impartía las clases Don Andrés, un maestro que se hacía respetar y al que nadie le “tosía”. Este maestro utilizaba un modelo de enseñanza tradicional y basado en el seguimiento de un libro (tris-tras), las clases se basaban en la lectura a priori de la teoría o del conocimiento a adquirir y más tarde se llevaban a cabo los ejercicios que aparecían en éste. Tengo un buen recuerdo de esta etapa, ya que fue este maestro el que me ayudó a mejorar mucho mi lectura, puesto que tenía bastantes dificultades y por otra parte la recuerdo con un poco de resentimiento ya que literalmente nos llevamos algún que otro tirón de orejas.

En el segundo ciclo, el modelo educativo se basaba en mayor medida como el que había vivido hasta ese momento, un modelo tradicional y monumentalista, pero es aquí cuando las clases empiezan a ser un poco más dinámicas, empezamos a

romper un poco más esa rutina de tanto libro de texto y es cuando mi dificultad en la lecto-escritura empieza a desaparecer y adquiero el mismo nivel que el resto de mis compañeros, incluso es en esta etapa cuando hay un cambio de carácter positivo en cuanto a mi propio nivel cognitivo. Como he comentado anteriormente, este cambio eventual de las rutinas se concentra en cambios en la disposición en el aula, en salidas más frecuentes a visitar museos, teatros pero siempre estas actividades se llevaron a cabo con carácter y una finalidad didáctico pedagógica. También recuerdo algún juego y canción que la maestra nos hacía para asentar los conocimientos adquiridos, en cuanto a las materias de ciencias y lenguaje.

En referencia al último ciclo de Primaria y como etapa final en la escuela Primaria, no supuso ningún cambio notorio en el modelo de enseñanza aprendizaje que recibíamos, siguió como modelo principal el modelo tradicional basado en el libro de texto y nosotros, los alumnos, como meros receptores de la información; aunque diría pero no con total seguridad, que llevamos a cabo un trabajo por proyectos de carácter grupal en el área de conocimiento del medio, basado en los diferentes tipos de seres vivos que podemos encontrar en la naturaleza.

Por otro lado, durante mi formación en la Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación de Huesca como Maestro en Educación Primaria, realicé una serie de prácticas escolares a partir del segundo año. Estas prácticas escolares te acercan al mundo laboral de la educación, a la profesión docente. Las primeras consisten en observar y ayudar al docente en el aula, dentro de la medida de lo posible o en la medida que éste lo permita.

Afortunadamente, realicé las prácticas escolares en dos colegios de la ciudad de Huesca. El primer y segundo año realicé dichas prácticas en el mismo colegio. Durante estos años pude observar que los docentes que impartían las áreas de ciencias y lenguaje, usaban una metodología tradicional o monumental. Se basaban en el simple seguimiento del libro de texto. En este caso, el docente actuaba la mayoría del tiempo como guía de la información, era en muy pocas ocasiones cuando el maestro/a actuaba como una fuente principal de conocimientos, solamente se podía observar el desarrollo de dicha función a la hora de hacer hincapié en algún concepto o cuando se debían resolver algunas de las dudas planteadas por los alumnos.

Por otro lado, otra forma totalmente diferente de enseñar, era la planteada y llevada a cabo por la maestra de Educación Física. Esta docente usaba muchos recursos visuales y auditivos con el objetivo de captar la atención de los alumnos durante sus explicaciones. Fue en numerosas ocasiones cuando la docente planteaba a los alumnos tareas enfocadas al aprendizaje por proyectos, tareas grupales enfocadas a la resolución de problemas o situaciones planteadas de forma conjunta basadas en Teoría de Situaciones Didácticas. Después de esta primera experiencia, podría decir que solo me llevé las cosas que a mi parecer eran positivas, aunque me hubiera gustado poder apropiarme de muchas más ideas, así como estrategias de enseñanza aprendizaje, diferentes metodologías en el proceso de enseñanza aprendizaje, es decir, sin ir más allá, llevarme algo que fuera diferente a lo que yo ya había vivido en mi pasado como alumno en aulas de Primaria durante 6 años. Aunque tengo que destacar que una de las mejores cosas que aprendí en ese centro escolar fue la forma de conocer a los alumnos por parte de la maestra de Educación Física, a la vez que otra cosa que guardo de mi experiencia allí, es cómo debo intentar afrontar una clase para tratar de no hacer las clases tan monótonas y rutinarias como eran las del área de ciencias y lengua, y así poder captar la atención e interés de los alumnos por cualquier materia.

Mis dos últimas experiencias en colegios, las lleve a cabo en uno de los colegios bilingües en lengua Inglesa de Huesca. Estuve en dos ciclos diferentes, concretamente en el segundo ciclo, donde llevé a cabo las últimas prácticas generales y en el tercer ciclo donde realicé las prácticas específicas de la mención en inglés. Mis prácticas en el segundo ciclo de Primaria en este centro fueron muy productivas, debido a que el ambiente dentro del aula era totalmente diferente al que pude experimentar en el anterior colegio. Empezando por una distribución diferente de los alumnos en el aula, hasta acabar con métodos de enseñanza que nunca hubiera imaginado que podría llegar a ver dentro de un aula de Primaria. Los alumnos en el aula estaban agrupados en grupos de cinco. En este ciclo y con esos alumnos se propuso que el aprendizaje fuera por proyectos o en comunidad de aprendizaje. Por lo que para mi fue muy llamativo, que se empleara como un modelo de enseñanza para cada día y no de una forma eventual como se hace en la mayoría de los casos. Para llevar a cabo esta metodología de enseñanza aprendizaje, la docente en este caso daba una serie de instrucciones a los alumnos y les facilitaba una serie de materiales,

con los cuales ellos debían llegar a la construcción del conocimiento o el concepto que se les pedía. La maestra tenía una muy buena relación con los alumnos, pero a su vez era muy respetada, de hecho me dieron muy buenas referencias de ella antes de conocerla. Tengo que agradecer a esta maestra la confianza que depositó en mí a la hora de dejarme total libertad para interactuar con los alumnos a la hora de preparar material didáctico y dar clase en su propia aula. Allí me di cuenta que hay profesionales dentro del sistema educativo con una vocación y un talento muy buenos y generosos.

En el tercer ciclo, con alumnos más mayores y con una maestra diferente, las clases no eran tan dinámicas como las comentadas anteriormente, pero sus explicaciones y su relación con los alumnos era sin lugar a dudas muy buena. Además, me llamó mucho la atención su preocupación por los alumnos y el entorno social que rodeaba a éstos. A decir verdad, también era una profesora muy respetada en el colegio por su profesionalidad y saber hacer. También me dio la libertad de preparar materiales y recursos didácticos tanto para los alumnos con necesidades educativas especiales como para los alumnos que no tenían dichas necesidades educativas, aquí debo añadir que para mi propia experiencia fue sin lugar a duda una inmersión total dentro del currículum educativo en cuanto a contenidos y a objetivos se refiere. Fue con esta maestra con la que llevamos a cabo un proyecto educativo con todos los alumnos del aula que fue un verdadero éxito, aunque debo destacar, que nos llevó mucho trabajo prepararlo. El proyecto consistió en la creación de un vídeo en inglés describiendo diferentes paisajes naturales, en el cual juntamos la asignatura de conocimiento del medio que se impartía en el segundo idioma (Science) y la asignatura de Lengua Inglesa. Ambos coincidían en temas muy parecidos y los adaptamos para hacerlo mucho más dinámico y entretenido para los alumnos. Éstos a su vez respondieron muy bien y como he dicho anteriormente el resultado fue muy gratificante tanto a nivel estudiantil como a nivel docente.

2.3. Objetivos del trabajo

El objetivo de este trabajo es conocer con un poco de profundidad las diferentes metodologías que a finales del siglo pasado surgen desde la investigación en el ámbito educativo y matemático, para poder realizar una elección óptima y coherente de la metodología de enseñanza para un determinado conocimiento matemático u objeto

matemático. Para ello nos preguntamos qué podemos hacer, y la respuesta la obtendremos de las investigaciones y publicaciones más recientes en este ámbito. Revisaremos las aportaciones de diferentes autores y tras analizar la pertinencia de sus propuestas elegiremos la que entendemos que será la mejor para optimizar los esfuerzos tanto de los estudiantes como del profesor y conseguir las competencias que los documentos oficiales estiman que deben poseer los alumnos de Primaria. Seguidamente haremos una propuesta concreta para el aprendizaje de la noción de altura de un triángulo siguiendo la elección anteriormente expuesta.

3. MARCO TEÓRICO

Como ya hemos indicado, a la pregunta que nos hemos formulado sobre lo qué podemos hacer será la investigación en Didáctica de la Matemática y en Educación Matemática la que nos proporcionará las posibles respuestas. Estas áreas de conocimiento han ido avanzando y dando sus frutos para la mejora de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. En este punto vamos a tratar de explicar y dar a conocer una serie de Teorías, Metodologías y Modelos Didácticos para la enseñanza y el aprendizaje de esta materia. Es decir, vamos a dar a conocer casi todas las opciones de las que disponemos actualmente para elaborar un proceso de enseñanza-aprendizaje.

3.1. Documentos curriculares

La normativa vigente está en este momento cuestionada en nuestra Comunidad Autónoma, y en casi todo el territorio español, por tanto nos centraremos en una revisión de la Orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad autónoma de Aragón, que emana de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación y no de la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa.

En el apartado II, Ordenación del Currículum, artículo 11, Principios metodológicos generales, aparecen señalados una serie de principios metodológicos de carácter general, válidos para toda la etapa de educación primaria y para todas las áreas de conocimiento, de los cuales hemos extraído los puntos más interesantes.

- El papel del profesorado será decisivo para garantizar la funcionalidad de los aprendizajes, a través del desarrollo de las competencias básicas, de tal manera que sea posible la aplicación práctica del conocimiento adquirido y, sobre todo, que los contenidos sean necesarios y útiles para llevar a cabo otros aprendizajes y para abordar ordenadamente la adquisición de otros contenidos.
- Los contenidos deben presentarse con una estructuración clara de sus relaciones, planteando la interrelación entre distintos contenidos de una misma área y entre contenidos de diferentes áreas.

El Anexo I, de esta Orden del 9 de mayo de 2007, hace referencia a las Competencias Básicas, y de las cuales identificamos ocho para la Educación Primaria:

1. Competencia en comunicación Lingüística,
2. Competencia matemática
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico
4. Tratamiento de la información y competencia digital
5. Competencia social y ciudadana
6. Competencia cultural y artística
7. Competencia para aprender a aprender
8. Autonomía e iniciativa personal

Una vez las hemos dado a conocer, solo nos centraremos en una de ellas, en este caso en la Competencia matemática, que es la que nos interesa, por temática y área a trabajar.

La Competencia matemática consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y especiales de la realidad y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. La mayor parte de los conocimientos matemáticos de los alumnos de Primaria los adquieren en el aula, a través de la realización de actividades propuestas por el profesor. Por ello es necesario tener en cuenta las consideraciones sobre el enfoque que tiene que estar presente en el desarrollo de las mismas. Es decir, tener en

cuenta aspectos importantes de la metodología sugerida en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas de esta etapa:

1. *La resolución de problemas como eje fundamental de la actividad matemática.*
Es dentro de este aspecto donde se ponen en juego capacidades, instrumentos y modos de trabajo propios de la actividad matemática (comprender un enunciado, establecer un plan de trabajo, etc.).
2. *Incidir en aspectos conceptuales y relacionales.* Es aquí donde interesa que el alumno adquiera conceptos claros y estables construidos desde la resolución de situaciones problemáticas adecuadas.
3. *Primar el aprendizaje a través de la experiencia.* La abstracción, la precisión y el formalismo deben ser el punto de llegada en la formalización por parte de los alumnos, y para llegar hasta estos conceptos se partirá desde la claridad y concreción de otros conceptos.
4. *Potenciar las capacidades de razonamiento.* Debe inculcarse en los alumnos confianza en su capacidad de pensar y comunicarse matemáticamente, ayudarlos a que resuelvan por sí mismos los problemas, hacerles sugerencias sobre estrategias y técnicas de trabajo, ya que, la sociedad demanda individuos capaces de pensar, razonar y resolver problemas.
5. *Destacar la aplicación de las matemáticas.* Presentar las ideas matemáticas asociadas a los problemas y fenómenos del mundo real en los que surgieron, y sería deseable que los escolares afrontasen situaciones problemáticas de su entorno aplicando modelos matemáticos.
6. *Relacionar las distintas ramas de las matemáticas.* La capacidad de enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones facilita establecer relaciones entre la aritmética, la medida, la geometría o la estadística.
7. *Hacer uso apropiado de calculadoras, ordenadores e internet.* Con estos medios tecnológicos se posibilita que los alumnos exploren ideas y modelos numéricos,

experimenten la construcción de conceptos y, a su vez, pongan atención en los procesos de resolución de problemas.

8. *Utilizar con corrección el lenguaje matemático.* Los alumnos deben alcanzar niveles aceptables de competencia en la utilización del lenguaje matemático, tanto de forma oral como en sus formas simbólica y gráfica.
9. *Crear un clima de clase que potencia el aprendizaje matemático.* Para la consecución de todos los objetivos que se proponen para el área de matemáticas en Educación Primaria, un aspecto clave y fundamental es éste, y para ello, el docente deberá intentar que los alumnos se encuentren confortables a la hora de compartir ideas, razonamientos, pensamientos, etcétera, con el resto de compañeros.

El área de matemáticas en Educación Primaria, se organiza en cuatro bloques de contenido, que son: Números y operaciones, Medida, Geometría y Tratamiento de la información, azar y probabilidad.

En nuestro caso, analizaremos que se pretende conseguir con el tercer bloque de contenidos, que no es otro, que el de Geometría. Haremos únicamente hincapié en este debido a que nuestra proposición final pertenece a la disciplina de la Geometría.

Lo que se pretende conseguir en el bloque de Geometría, a modo de resumen es que todo alumno necesita representar, localizar y describir de forma organizada un entorno lleno de formas geométricas en el que viven y se desenvuelven. A su vez, se centrará también en la construcción de conceptos, en la búsqueda de relaciones y en el desarrollo de la intuición geométrica. Para alcanzar todo esto, habrá que fomentar la exploración, la experimentación y la investigación sobre objetos de uso cotidiano, sobre materiales específicos que se pueden manipular y sobre programas informáticos.

En definitiva, una buena formación geométrica permitirá a los alumnos de Educación Primaria comprender y resolver situaciones problemáticas que se le presenten desde la propia geometría, desde otras partes de la matemática, desde otras disciplinas científicas y desde la vida cotidiana.

3.2. Teoría de Situaciones Didácticas (TSD)

En este punto vamos a llevar a cabo el análisis y explicación de la teoría de Situaciones Didácticas, a partir de la teoría creada y desarrollada por Guy Brousseau desde los años 70. Presento un resumen de diferentes autores, entre ellos Brousseau, Orús, Jiménez Pérez y Ruíz Higueras, principales seguidores de esta teoría.

En primer lugar, me gustaría señalar que TSD nace como elemento de comunicación en el análisis de los fenómenos didácticos, Brousseau no tiene especial interés en crear una metodología de enseñanza, sino en elaborar una serie de términos y nociones que nos permitan hablar de lo que ocurre en el aula. Es tan rica esta teoría especialmente para el primer ciclo de Primaria, que tras su divulgación muchos investigadores recrean situaciones de enseñanza basadas en la nomenclatura establecida por Brousseau y sus colaboradores.

Las nociones más importantes son:

- *Situación Didáctica*
- *Situación A-didáctica (ésta se incluye dentro de la Situación Didáctica) y sus diferentes tipologías (acción, formulación, validación e institucionalización)*
- *Contrato didáctico y los efectos que aparecen al llevar a cabo un contrato didáctico.*
- *Paradojas con carácter implícito y explícito dentro del proceso enseñanza-aprendizaje.*

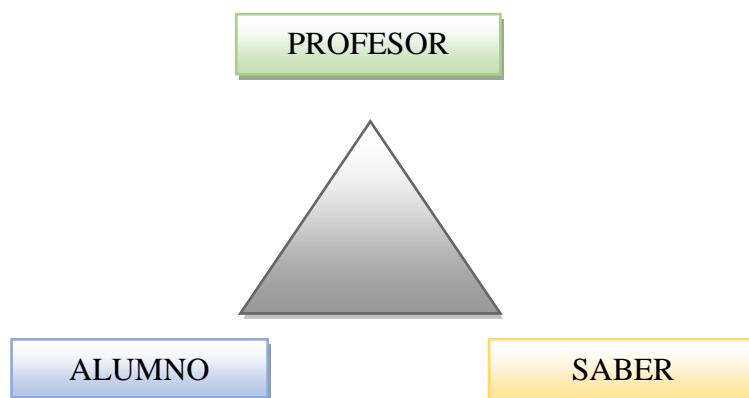
Las situaciones didácticas son un conjunto de tareas propuestas por el profesor con el objeto de que sus estudiantes se apropien de un determinado conocimiento, de un saber. Estas tareas las denominamos también el “medio didáctico” que corresponde con los instrumentos, actividades, tareas u objetos que nos ayudan al aprendizaje. Todo ello dentro de un sistema educativo que para nosotros es la educación Primaria.

En el enfoque planteado por Brousseau (1970), intervienen tres elementos fundamentales que son: alumno, profesor y el conocimiento. El profesor es el encargado de facilitar el medio didáctico o la situación didáctica en la que el alumno construirá su

conocimiento. Recordamos que asumimos la hipótesis constructivista sobre el aprendizaje y por ello entendemos que el alumno debe asimilar y acomodar el nuevo saber con los conocimientos que el alumno posee, es lo que llamamos la apropiación por parte del alumno del saber.

El alumno debe intentar dar alguna respuesta a la tarea planteada por el profesor, respuesta que en un principio puede ser parcial o tratarse de un caso particular, a este momento le llamamos devolución de la tarea y responsabilidad del aprendizaje al alumno. El papel del maestro será el de acompañamiento del estudiante pero en ningún caso deberá dar la solución final a la tarea propuesta. Este tipo de relación entre el profesor, alumno y medio es lo que se denomina situación a-didáctica. Es decir, el alumno afronta su propio aprendizaje, sin la ayuda directa del maestro.

A modo de esquema lo podríamos resumir:



La teoría de Brousseau propone una tipología de situaciones a-didácticas. Cada una de estas situaciones didácticas debería desembocar en una situación a-didáctica. Dentro de las situaciones a-didácticas podemos encontrar:

- 1- La situación acción, que consiste en que el alumno lleve a cabo un problema de forma individual, aplique sus conocimientos previos y desarrolle un saber concreto. El discente individualmente interactúa con el medio didáctico, con el fin de llegar a la resolución de problemas y a la adquisición de los conocimientos.
- 2- Situación de formulación, se basa en un trabajo en grupo, donde los alumnos deben comunicarse y compartir experiencias en la construcción del

conocimiento. Lo fundamental en este tipo de situación es el control de la comunicación de las ideas y en la que tiene especial importancia el lenguaje.

- 3- Situación de validación, una vez finalizada la interacción con el medio didáctico ya sea de forma grupal o de carácter individual, el alumno validará el resultado siempre que sea necesario. Es decir, se justifica lo que se ha trabajado, se discute con el profesor y los compañeros acerca del proceso que se ha llevado a cabo para ver si realmente es correcto o no.
- 4- La institucionalización del saber (no construye una situación a-didáctica propiamente dicha) representa una actividad muy importante en el cierre de una situación didáctica. Es la conclusión de los resultados obtenidos y la presentación de los mismos tal y como lo exige la institución escolar.

Según plantea Brousseau, el contrato didáctico en las Situaciones Didácticas son como una vía o forma de gestionar el proceso de enseñanza-aprendizaje, en el que existen unas relaciones entre el maestro, el alumno y el saber, que previamente han sido establecidas o son reglas de carácter implícito que justifican diferentes respuestas de los protagonistas de esta interrelación. En resumen, el Contrato Didáctico se refiere a las relaciones respecto al conocimiento, normas establecidas entre el docente y el discente, esta serie de normas comprende un conjunto de comportamientos que el maestro espera del alumno y viceversa.

Brousseau (1970) identifica algunos efectos que aparecen en la enseñanza al llevar a cabo un contrato didáctico, esta serie de efectos pueden de una forma u otra interrumpir o perjudicar la construcción de conocimiento, más concretamente, suelen ser actitudes que provocan efectos negativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, según indica Jiménez Pérez.

- **Efecto Topaze**, Brousseau identifica este efecto como aquella circunstancia en donde el alumno llega a la solución de un problema, pero no ha sido por sus propios medios, sino porque el docente asume la resolución del problema. Un ejemplo del efecto topaze sería:

El maestro facilita la siguiente ecuación a los alumnos, $2X + 5 = 19$, y deja que estos traten de resolverlo.

Después de observar que los alumnos no han llegado a resolver por sí mismos la ecuación, el docente explica los pasos que deben seguir para poder llegar a resolver la ecuación, (lo que está en la izquierda sumando, pasa al otro lado del signo de igualdad restando, y lo que está multiplicando a la izquierda del signo de igualdad pasará al otro lado del signo igual dividiendo).

El maestro observa que tras su explicación los alumnos siguen sin resolver el problema, entonces el docente pasa a dar instrucciones concisas para resolver el problema (el número 5 está sumando, por lo tanto hay que pasarlo al otro lado del signo de igualdad restando y después continuad con el resto de la ecuación).

Después de varios intentos por parte del profesor dando una serie de ayudas para facilitar la resolución del problema, se observa que los alumnos siguen sin resolverlo, por lo que el maestro dice - ¿Cuántos días tiene la semana? Y es entonces cuando los alumnos llegan a la conclusión de que el resultado de la ecuación es 7.

- **Efecto Jourdain**, según Brousseau, consiste en la acción actitudinal que adquiere el docente cuando un estudiante resuelve de forma incorrecta un problema planteado. El maestro para no dañar la ilusión del alumno, da por buena la respuesta incorrecta de este. Por lo tanto, un comportamiento no válido del alumno es asumido como un conocimiento válido. Un ejemplo del efecto Jourdain sería:

El profesor explica la forma de resolver una ecuación, en este caso $2X = 8$, más tarde da a los alumnos la ecuación $6X = 24$ y les pide que la resuelvan, el profesor observa que los alumnos resuelven la operación, de forma correcta por lo que afirma y da por hecho que los alumnos ya saben resolver ecuaciones de una incógnita.

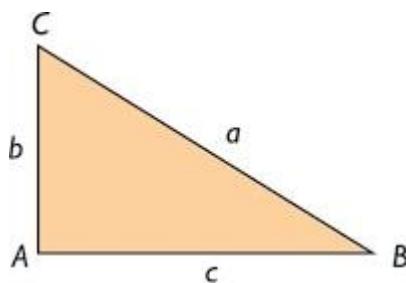
- **Deslizamiento Meta-Cognitivo**, Brousseau afirma que consiste en la actitud de tomar una heurística (heurística es la técnica o procedimiento práctico o informal, para resolver problemas, también se entiende como un conjunto de reglas metodológicas no necesariamente forzosas, positivas y negativas, que sugieren o establecen cómo proceder y qué problemas evitar a la hora de generar

soluciones y elaborar hipótesis) en la resolución de un problema y asumirla como el objeto de estudio.

Un ejemplo de deslizamiento Meta- cognitivo podría ser el uso de Diagramas de Venn en la teoría de conjuntos. Cuando se comenzaron a analizar los diagramas de Venn se dejó de lado lo que es la teoría de conjuntos, pues se tomaron los primeros como la teoría en sí misma. Ese es un deslizamiento meta cognitivo.

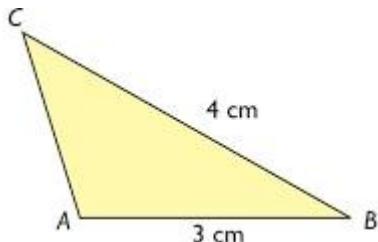
- **Uso abusivo de la Analogía,** (analogía significa comparación o relación entre varias razones o conceptos, comparar o relacionar dos o más seres u objetos, a través de la razón, señalando características generales y particulares, generando razonamientos basados en la existencia de semejanzas entre estos, aplicando a uno de ellos una relación o una propiedad que está claramente establecida en el otro) Según nuestro autor “si los alumnos han fracasado en su aprendizaje, hay que darles una oportunidad sobre el mismo tema. Incluso si el profesor disimula el hecho de que el nuevo problema se parece al anterior, los alumnos buscarán la solución que se les ha dado” (Brousseau, 1989, p.9). Se sabe que en la resolución de problemas es importante el uso de la analogía pero no podemos suplantar el estudio de algo complejo por un caso análogo. No podemos quedarnos solamente con los problemas análogos, sino que debemos devolverlos al problema original. De esta forma, incurriremos en el uso abusivo de la analogía. Un ejemplo de uso abusivo de la Analogía sería:

Un profesor explica el Teorema de Pitágoras a través de un triángulo rectángulo, como el que se observa en la figura siguiente. Una vez dada la figura por parte del maestro, se explica a través el Teorema de Pitágoras como hallar la hipotenusa y los catetos $a^2 = b^2 + c^2$.



Por lo que el estudiante a través del Teorema de Pitágoras, entiende que si le dan un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 y 4 respectivamente, llega a la conclusión de que la hipotenusa medirá 5.

Llegados a este punto, no hay ningún tipo de problema, pero en el caso de un problema matemático como el siguiente, empiezan a aparecer las dificultades.



En la anterior figura se especifica a los alumnos que hallen la longitud del lado cuya medida no aparece especificada en el triángulo, es aquí cuando el alumno al estar acostumbrado a realizar problemas análogos, piensa que tal problema se resuelve de la misma forma, por lo que da una respuesta incorrecta. Ya que el alumno pensó que el lado que tiene medida 4 es la hipotenusa y el lado que falta por averiguar es un cateto.

Un diagrama representativo del contrato didáctico según Pilar Bolea en los Apuntes de Geometría (2012) sería el que se muestra a continuación, en este se puede observar que tanto profesor como alumno y conocimientos están enfrentados para llegar a un acuerdo, el acuerdo se produce entre docente y discente sobre qué y cómo se va a aprender.

Brousseau plantea la aparición de una serie de **paradojas en la situación didáctica**, se llega a éstas a consecuencia de la transmisión al alumno de la responsabilidad del uso y de la construcción del saber.

Una de estas paradojas es la transmisión del conocimiento frente la construcción del mismo. Por ejemplo en el efecto Topaze. El maestro quiere que el alumno aprenda y el alumno quiere aprender, por lo tanto el docente le facilita o ayuda al alumno a afrontar los problemas propuestos, lo que provoca que no haya una construcción de conocimientos y no haya un aprendizaje significativo.

Otra paradoja es *la inadaptación a la exactitud*. Ante conocimientos que el alumno tiene que controlar en cursos superiores, “el profesor tiene que hacer frente a los posibles reproches que puede recibir de sus compañeros de profesión, por lo tanto “el profesor tiene que elegir entre enseñar un saber formal y desprovisto de significado o enseñar un saber más o menos erróneo que será preciso rectificar” Brousseau (1989, p. 28). Es decir el profesor prescindirá y renunciara a dar sentido al conocimiento.

Brousseau hizo mención a otra paradoja, *la inadaptación a una situación ulterior*, esta se refiere a la situación en la que un alumno construye de forma adecuada un conocimiento, pero éste podría significar un obstáculo didáctico para otro conocimiento posterior. Viene a decir que el alumno aprende un conocimiento de forma parcial, el cual será obstáculo didáctico en otro momento.

3.3. Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)

La Teoría Antropológica de lo Didáctico, aparece con las primeras formulaciones de la Teoría de la Transposición Didáctica (Chevallard, 1985). También esta teoría se considera como un desarrollo de la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1997), con la que comparte los mismos principios fundamentales.

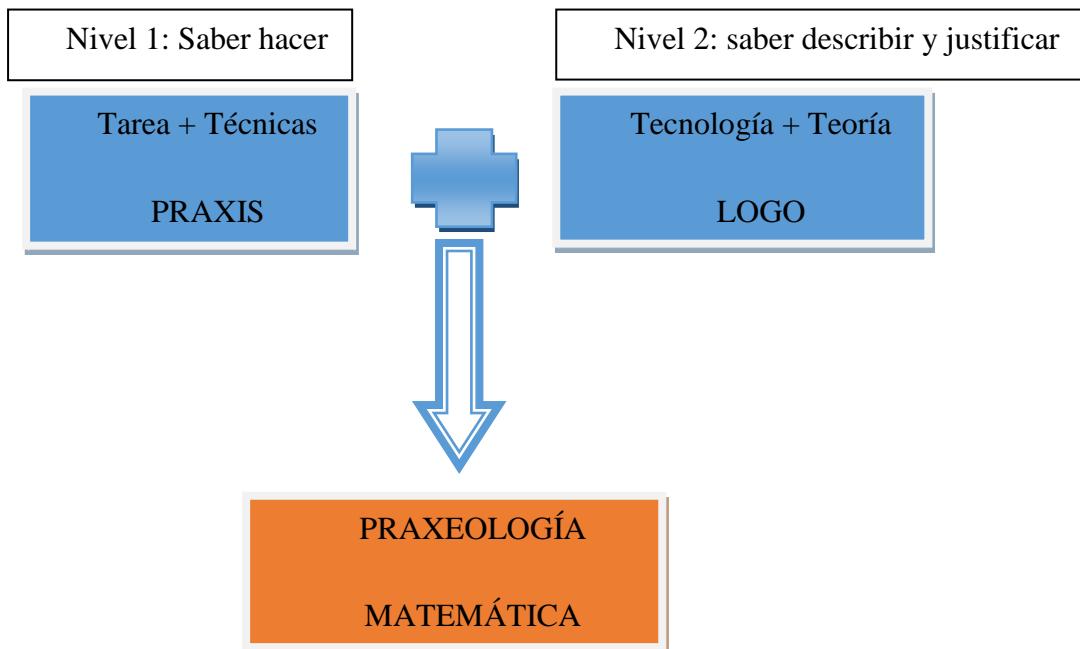
Esta Teoría, cuyo principal investigador es Chevallard, se basa en un modelo epistemológico explícito de la matemática a estudiar y asume que toda actividad matemática puede interpretarse como una actividad de estudio y producción de praxologías, con el objetivo de dar respuesta a ciertas cuestiones. Es decir, el saber matemático se construye como consecuencia del estudio de cuestiones matemáticas o extramatemáticas.

Este investigador propone que toda actividad humana puede ser modelizada mediante praxeologías¹ (praxis + logos). En dicho modelo se distinguen dos niveles:

- El nivel de la *praxis* o del “*saber hacer*”, que abarca un tipo de tareas, problemas y cuestiones que hay que resolver y las técnicas para resolverlos.
- El nivel del *logos* o del “*saber*”, en este nivel se recogen los discursos que describen, explican y justifican las técnicas que se utilizan, que recibe el nombre

¹ Praxeología, es una ciencia que busca estudiar la estructura lógica de la acción humana (praxis).

de tecnología y un segundo nivel de descripción, explicación y justificación que se llama nivel de la teoría.



El anterior diagrama nos muestra de forma gráfica la relación entre Praxis y logos, Chevallard (1997) introdujo la distinción de diferentes tipos de praxeologías. Dicha distinción de organizaciones matemáticas se hizo a partir del nivel de complejidad de los elementos que las componen.

- *Praxeologías puntuales*, se consideran como un tipo de tareas T. Está definida a partir del bloque práctico-técnico.
- *Praxeologías locales*, son el resultado de la integración de diferentes praxeologías puntuales. Cada una de estas praxeologías locales está determinada por una tecnología q, que sirve para justificar, explicar, relacionar entre si y producir las técnicas de todas las praxeologías puntuales que la integran.
- *Praxeologías regionales*, se obtienen mediante la coordinación, articulación y posterior integración de una teoría matemática común Q, de distintas praxeologías locales. La reconstrucción de una teoría matemática requiere elaborar un lenguaje común que permita describir, interpretar, relacionar,

justificar y producir las diferentes tecnologías de las praxeologías locales, que integran la praxeología regional.

- *Praxeologías globales*, incluyen las praxeologías regionales a partir de la interacción de diferentes teorías.

Dicho esto, podemos afirmar que lo que se aprende o se enseña en una escuela o lugar de aprendizaje son praxeologías matemáticas o ciertos elementos y componentes de éstas. Las praxeologías rara vez son personales, sino que son de carácter grupal e institucional.

Haciendo una síntesis del estudio de Chevallard (1997) y de M. Bosch, F. J. García, J. Gascón y L. Ruiz Higueras (2006) en su estudio sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico, las praxeologías matemáticas u organizaciones matemáticas no aparecen de una forma instantánea en las instituciones, ni aparecen acabadas de modo definitivo. Sino que, son el resultado de un conjunto de trabajos complejos y continuados que se llevan a cabo durante un largo periodo de tiempo, y en cuya dinámica de funcionamiento aparecen diversas relaciones invariables y que, por tanto, es posible modelizar. Por ello y según concluyen estos autores, proceso y producto son dos caras de una misma moneda, es decir, ante una tarea problemática (problema matemático), el matemático usa y construye matemáticas, realizándolo todo a la vez.

Dentro de los procesos de estudio matemáticos aparecen una serie de aspectos invariantes, que son llamados “momentos o dimensiones” del proceso de estudio. Estos momentos son los que estructuran cualquier proceso de elaboración matemática, independientemente de sus características, bien sean éstas de carácter cultural, social, individual o de otra índole. Entre ellos cabe destacar:

- 1- El momento del primer encuentro con un determinado tipo de tareas.
- 2- El momento exploratorio o de búsqueda de una técnica.
- 3- El momento de trabajo de la técnica o mejora y puesta a punto de la técnica encontrada.
- 4- El momento tecnológico-teórico o de justificación de las técnicas encontradas.

- 5- El momento de la institucionalización, en la que precisaremos, según en la institución que nos encontremos, cuál es la técnica válida.
- 6- El momento de la evaluación o del análisis del dominio de validez de la construcción obtenida.

Una vez dados a conocer los diferentes momentos que intervienen en el proceso de estudio, es importante destacar que la estructura del proceso no es lineal, es decir, cada momento puede ser vivido con distintas intensidades, en diferentes tiempos y tantas veces como sea necesario a lo largo de todo el proceso de estudio, e incluso es habitual que algunos de ellos aparezcan simultáneamente. Otra cosa importante que debemos señalar, es que cada uno de estos seis momentos desempeña una función específica necesaria para llevar a cabo de la mejor forma dicho proceso de estudio.

El proceso de estudio de una cuestión matemática o extramatemática, viene organizada a través de los Recorridos de Estudio e Investigación (REI). Mediante el proceso o REI el alumno establecerá respuestas parciales a la tarea encomendada y formulándose preguntas o cuestiones interesantes, cuya finalidad será llegar la respuesta que mejor resuelve la tarea planteada.

La investigación en este enfoque de la Didáctica de la Matemática está elaborando diferentes REIs para el estudio de diferentes ámbitos de la matemática escolar.

Un problema muy interesante a nivel de investigación es la búsqueda de las cuestiones que provocan un proceso de estudio en la institución escolar.

Según Gascón para que una cuestión matemática podrá estudiarse con “sentido” en la escuela si:

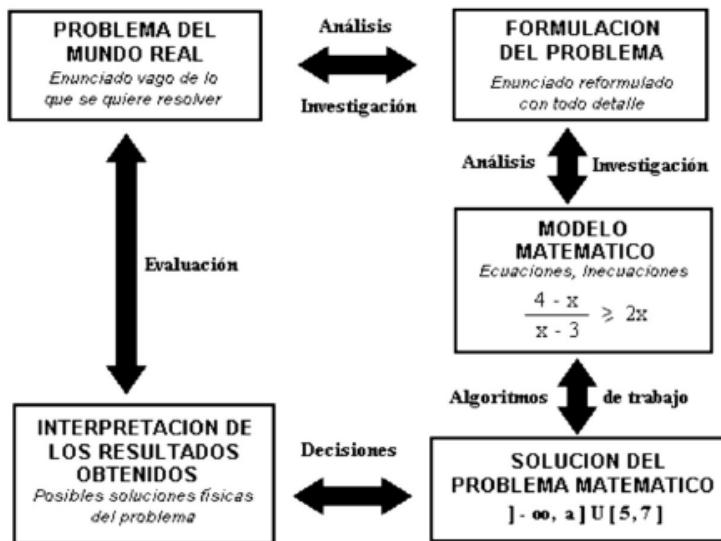
- 1- “Proviene de cuestiones que la sociedad propone que se estudien en la escuela.
- 2- Aparece en ciertas situaciones que llamaremos umbilicales porque están en la raíz central de las matemáticas.

- 3- Conduce a alguna parte, esto es, está relacionada con otras cuestiones que se estudian en la escuela, sean éstas matemáticas, lingüísticas, biológicas o musicales.” (Gascón 2004, pp.41-42)

Otro aspecto importante de la TAD es considerar la actividad matemática como una actividad de modelización. Entendiendo por Modelización Matemática, el proceso de estudio de situaciones que pueden surgir tanto desde los contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes como de otras ciencias o disciplinas académicas. Dicho proceso de estudio involucra el uso y la construcción de modelos y otras herramientas matemáticas con las cuales puede ofrecerse una compresión de la situación y su posterior resolución.

Según dan a conocer los autores M. Bosch, F. J. García, J. Gascón y L. Ruiz Higueras en (La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico, Educación Matemática, agosto, 2006, vol. 18, número 002 Santillana, pp. 37-74), desde los años 1980 se observa en la investigación en educación matemática un creciente interés por el papel que los procesos de modelización pueden desarrollar en la enseñanza y aprendizaje de dicha materia, en los diferentes niveles educativos. La “modelización” ha sido privada a la aplicación de un conocimiento matemático previamente construido a determinadas situaciones de carácter real.

Un esquema sencillo de modelación matemática elemental puede ser el propuesto por Arcos (2000, p. 5). Este esquema está diseñado para alumnos pertenecientes a una ingeniería, pero nos puede servir como ejemplo del proceso de estudio para cualquier nivel educativo:



El anterior diagrama podría interpretarse de la siguiente forma:

Una situación-problema dada en un contexto, en la cual se requiere obtener una respuesta acerca de cómo se deberá llevar a cabo o cómo se deberá usar un recurso para obtener el mejor resultado, dentro de las diferentes tipos de resoluciones que aparecen.

La formulación de la situación-problema del mundo real en términos matemáticos, se realiza generalmente a través de ecuaciones o relaciones entre variables que describen la situación dada (construcción del modelo matemático).

La solución y análisis del problema matemático obtenido. Son los resultados que se obtienen a partir de la resolución del problema que se había planteado.

La interpretación de los resultados matemáticos vistos en el contexto de la situación real original (por ejemplo, verificar si ella se corresponde con la pregunta originalmente propuesta o implícita en la situación-problema original).

3.4. Modelo van Hiele

El modelo de van Hiele nace de los esposos Pierre y Dina van Hiele, quienes introdujeron en Holanda, a partir de 1957, el modelo de los niveles de pensamiento con el propósito de desarrollar en los alumnos de la escuela elemental el *insight* de la geometría.

Hoffer (1974), citado por De la Torre (2003, en la Conferencia *Some breakthroughs in the psychology of learning and teaching Geometry, Atlanta city, 1974*, pág 206) presentó los niveles de pensamiento de Van Hiele en los siguientes términos:

*“Los niveles de pensamiento que van unidos al aprendizaje de una materia particular son de naturaleza inductiva. En el nivel **n-1** lo estudiado son ciertas versiones limitadas de los objetos. Algunas de las relaciones entre los objetos están establecidas de manera explícita; sin embargo, existen otras relaciones que no están explícitamente establecidas, aunque posiblemente son de difícil acceso.*

*En el nivel **n** los objetos estudiados son ahora los enunciados que fueron formulados explícitamente en el nivel **n-1**. En efecto, los objetos que hay en el nivel **n** consisten en extensiones de los objetos que había en el nivel **n-1**.*

*Uno de los objetivos principales que se persiguen con la diferenciación en niveles es el de poder reconocer los obstáculos que se les presentan a los estudiantes. Si un estudiante que está pensando en el nivel **n-1** es enfrentado a un problema que requiere vocabulario, conceptos o pensamiento del nivel **n** el estudiante es incapaz de progresar en el problema, con consecuencias esperables como la frustración, la ansiedad y aún la ira.” (De la Torre, p.108-109).*

Por lo tanto, El modelo de Van Hiele se basa en estudios cognitivos fundamentados en los niveles de desarrollo cognitivo de los individuos.

Podemos añadir que la idea básica de partida, es que el aprendizaje de las matemáticas se lleva a cabo pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento. Además, a diferencia con la teoría Piagetiana sobre el desarrollo cognitivo, dichos niveles no están asociados con la edad del individuo, concretamente estos niveles dependen del contenido trabajado. Por ejemplo un mismo grupo de estudiantes puede estar, según el contenido trabajado, en un nivel u en otro distinto. También hay que destacar que sólo alcanzando un nivel se pueda pasar al siguiente.

Según afirman los autores anteriormente citados, concretan que “Alcanzar un nivel superior de pensamiento significa que, con un nuevo orden de pensamiento, una persona es capaz, respecto a determinadas operaciones, de aplicarlas a nuevos objetos”, Fouz (2004, p. 85).

Los niveles que proponen los Van Hiele son cinco y se suelen nombrar con los números del 0 al 4. Estos niveles se denominan de la siguiente forma:

- NIVEL 0: Visualización o reconocimiento
- NIVEL 1: Análisis
- NIVEL 2: Clasificación
- NIVEL 3: Deducción formal
- NIVEL 4: Axiomatización o Rigor

Esta serie de niveles están determinados por una serie de características que, resumiendo las aportaciones de diferentes autores, son las siguientes:

Dentro del **Nivel 0** o denominado también de **Visualización o Reconocimiento** podemos encontrar tres características fundamentales que lo determinan.

- 1- Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes. Es decir los alumnos pueden reconocer las figuras por su apariencia global.
- 2- Se describen de forma verbal por su apariencia física mediante descripciones basadas en la visualización y su semejanza a elementos familiares del entorno e incluso los alumnos pueden aprender el uso de un cierto vocabulario para identificar algunas figuras (por ejemplo, las palabras “triángulo”, “cuadrado”, “cubo”).
- 3- Los estudiantes no reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos con los que se trabaja.

Según lo comentado anteriormente, podríamos destacar algunas de las cosas que los estudiantes en este nivel son capaces de hacer, como por ejemplo:

- Identificar “cuadrados” en un conjunto de imágenes.
- Realizar figuras con instrumentos: rectángulos, triángulos, paralelas, etc.

- Colocar teselas cuadradas en un rectángulo y puede contarlas para aproximar su área.

En cuanto al **Nivel 1** o llamado también **Análisis**, podemos destacar cuatro características que lo determinan.

- 1- Se perciben los componentes y propiedades de los objetos y las figuras. Esto lo obtienen tanto desde la observación como de la experimentación.
- 2- Los alumnos de una manera informal pueden describir las figuras por sus propiedades pero no pueden relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras. No pueden elaborar definiciones.
- 3- Pueden experimentar conjeturas con figuras u objetos e incluso pueden establecer nuevas propiedades.
- 4- Aunque por otro lado, no pueden realizar clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

A modo de resumen, los alumnos son capaces de analizar las propiedades de las figuras. Pero no son capaces de interrelacionar explícitamente las figuras con sus propiedades.

Según las características señaladas en el punto correspondiente al nivel Análisis, los alumnos son capaces de hacer algunas de las siguientes cosas:

- Pueden señalar que una figura dada tiene cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos.
- Tienen la capacidad de señalar las semejanzas y las diferencias entre cuadrado y rectángulo.
- Puede calcular el área de un triángulo rectángulo a partir de la del rectángulo.

Antes de empezar con el **Nivel 2** o **Clasificación**, deberíamos destacar que los alumnos en el anterior nivel empiezan a generalizar, es decir, inician el razonamiento matemático, señalando que las figuras geométricas cumplen una determinada propiedad matemática, aunque siempre considerará estas propiedades como independientes, es

decir, sin establecer ningún tipo de relación entre propiedades equivalentes. Una vez dicho esto, pasaremos a describir las características del **Nivel 2**.

- 1- Los alumnos describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Este punto es muy importante debido a que esta característica provoca que los alumnos entiendan el significado de las definiciones.
- 2- Los estudiantes realizan clasificaciones lógicas de manera formal debido a que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado, es decir, reconocen cómo unas propiedades derivan de otras.
- 3- Los estudiantes son capaces de seguir las demostraciones, pero, no suelen entenderlas en cuanto a su estructura se refiere. Esto se da a consecuencia de que su nivel de razonamiento lógico le permite seguir los pasos de forma individual de un razonamiento, pero no de asimilarlo en su totalidad.

Según las características señaladas en el punto correspondiente al Nivel 2, los alumnos son capaces de hacer algunas de las siguientes cosas:

- Tiene la capacidad de seleccionar propiedades que caracterizan una serie de formas y prueba, mediante construcciones, que son suficientes.
- El alumno es capaz de contestar razonadamente a preguntas como: ¿Un rectángulo es un paralelogramo?
- Los alumnos deducen que los ángulos internos de un cuadrilátero suman 360° a partir de dividir este en dos triángulos.

Dentro del **Nivel 3** o denominado también de **Deducción Formal** podemos encontrar una serie de características fundamentales que lo determinan.

- 1- Es en este nivel en el cual ya se realizan deducciones y demostraciones de carácter lógico y formal, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas.

- 2- Los estudiantes comprenden y manejan las relaciones entre las propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se pasa a entender la naturaleza axiomática de las Matemáticas.
- 3- Los alumnos tienen la capacidad de comprender cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas, lo que permite entender que se puedan realizar distintas formas de demostraciones para obtener un mismo resultado.

A modo de resumen se podría decir que los alumnos organizan sucesiones de enunciados que les permiten deducir un enunciado a partir de otro. Pero no reconocen la necesidad del rigor y no alcanzan a comprender las relaciones entre varios sistemas deductivos.

Según lo comentado anteriormente, podríamos destacar algunas de las cosas que los estudiantes en este nivel 3 son capaces de hacer, como por ejemplo:

- Los estudiantes tienen la suficiente capacidad como para identificar las propiedades para definir un paralelogramo.
- Los alumnos pueden probar de forma rigurosa que la suma de los ángulos de un triángulo es 180° .
- Tienen la habilidad de poder comparar demostraciones alternativas del teorema de Pitágoras.

En cuanto al **Nivel 4** o llamado también **Axiomático o Rigor**, podemos destacar dos características que lo determinan.

- 1- Los alumnos conocen la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.
- 2- Los estudiantes pueden trabajar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzando así, el más alto nivel de rigor matemático.

Como síntesis a este nivel, podríamos decir que los alumnos comprenden las propiedades de que puede gozar un sistema deductivo, como la consistencia, la independencia y la completitud de los postulados.

Según las características señaladas en el punto correspondiente al Nivel 4, los alumnos son capaces de establecer teoremas en diferentes sistemas axiomáticos, comparar sistemas axiomáticos (Geometría euclídea / Geometría no-euclídea), establecer la consistencia de un sistema de axiomas, la independencia de un axioma o la equivalencia de distintos conjuntos de axiomas, así como también pueden inventar métodos generalizables para resolver diferentes clases de problemas.

La progresión de un nivel a otro está ligado a la mejora del lenguaje matemático y el significado los contenidos". Esto se refiere a que los niveles y su adquisición van muy unidos al dominio del lenguaje adecuado y por otro lado, al significado de los objetos geométricos estudiados. Lo que sí han detectado los diferentes investigadores, es que no se puede pasar al siguiente nivel, sin haber alcanzado plenamente el nivel anterior, respecto a un objeto geométrico.

Como hemos comentado anteriormente, el paso de un nivel a otro depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez del individuo, es decir, se da una gran importancia a la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje así como a los diferentes materiales y recursos didácticos utilizados. Por lo tanto para potenciar este salto de niveles, aparecen una serie de fases que se consideran en su modelo de enseñanza-aprendizaje:

En la **fase 1 o fase de Indagación** (preguntas/ información). En esta fase de lo que se trata es de determinar o acercarse lo más posible, a la situación real de los alumnos. Esta fase es de carácter oral y mediante las preguntas adecuadas se trata de averiguar el punto de partida de los alumnos y el camino de referencia para seguir con las actividades. Es decir, el maestro sostiene un diálogo con los alumnos acerca de los objetos de la materia que se va a estudiar, lo que permite conocer las interpretaciones que los estudiantes les dan a las palabras. Diríamos que en esta fase se prepara el terreno conceptual para el estudio posterior.

En la **fase 2** o fase de **Orientación Dirigida**, los docentes deducen por su propia experiencia que el rendimiento de los alumnos (resultados positivos/tiempo empleado) no es bueno si no existe una serie de actividades concretas, correctamente secuenciadas, para que los alumnos puedan hallar, comprender, asimilar, aplicar... las ideas, conceptos, propiedades, relaciones que serán motivo de su aprendizaje en este nivel. Dicho de otro modo, El maestro organiza en forma secuencial las actividades de exploración de los alumnos a través de las cuales éstos pueden tomar conciencia de los objetivos que persiguen y se familiarizan con una serie de estructuras características. La mayoría de las actividades en esta fase consisten en tareas de un solo paso en las que se les pide a los alumnos dar respuestas muy concretas.

En cuanto a la **fase 3** o fase de **Explicación o explicitación**. Esta es una fase de interacción entre alumnos y en la que el papel del docente se reduce en cuanto a contenidos nuevos, aunque su actuación está enfocada a la corrección del lenguaje de los estudiantes conforme a lo que se requiere en ese nivel. En esta fase la interacción entre los propios alumnos es muy importante ya que les obliga a ordenar, analizar y expresar sus ideas de la forma más comprensible posible, para que sus compañeros puedan entenderlo del mejor modo posible.

En esta tercera fase de aprendizaje, no debe confundirse con las explicaciones facilitadas por parte del maestro, pues recordamos que lo esencial en la fase 3 son las observaciones que los estudiantes formulan explícitamente más que las lecciones que reciben.

La **fase 4** o fase de **Orientación Libre**, se facilitan a los estudiantes una serie de actividades de mayor complejidad fundamentalmente basadas a aplicar lo anteriormente adquirido, que será todo lo referente a contenidos como todo lo referente al lenguaje necesario. Estas actividades tienen que caracterizarse por ser los suficientemente abiertas, lo idóneo en este caso son problemas abiertos, para que los estudiantes puedan abordarlos de diferentes modos o puedan dar respuesta varias respuestas validas a estos dependiendo de la interpretación que hagan sobre el enunciado. Esta idea crea en los alumnos una mayor obligación a la hora de justificar sus respuestas utilizando un razonamiento del lenguaje cada vez más potente.

En la **fase 5** o fase de **Integración**, los alumnos revisan en esta fase los métodos de los que disponen y llevan a cabo una revisión de conjunto, con lo cual se busca que unifiquen los objetos y las relaciones y que los interioricen en un nuevo dominio de pensamiento. El papel del maestro en esta fase es la de ayudar a los alumnos proporcionando algunas vistas más amplias de aquello que ellos ya conocen, siempre teniendo mucho cuidado de no dar a conocer nuevas ideas o ideas discordantes.

Según Andrés de la Torre Gómez, Van Hiele anota que, “en un proceso de aprendizaje guiado, la ayuda del maestro es principalmente indirecta y proviene de la situación didáctica creada por él, con la cuál logra acelerar el desarrollo”. (De la Torre 2003, p.113).

3.5. Metodologías Activas

Según los diversos autores estudiados como son, Julia Atienza, M^a José Labrador, M^a Angeles Andreu, José A. González, Isabel Morena, M^a José Climent, Sara Iborra, Bernardo Martínez, participes todos ellos en la elaboración en el año 2008, del Libro Metodologías Activas; Grupo de Innovación en Metodologías Activas (GIMA), por Metodologías Activas, actualmente se entienden todos aquellos métodos, técnicas y estrategias que utiliza el maestro para transformar el proceso de enseñanza aprendizaje en actividades que promuevan la participación activa del alumno y lo conduzca al aprendizaje. A la hora de llevar a cabo una programación educativa integral que forme al alumnado para su futura profesión, habrá que tener en cuenta lo que demandan las empresas hoy en día, algunos de los requisitos más comunes y básicos que puede demandar una empresa son: autonomía, desarrollo del trabajo en pequeños equipos multidisciplinares, actitud participativa, habilidades de comunicación y cooperación, resolución de problemas, creatividad, entre otras, por lo que, todos estos aspectos deben aparecer reflejados en el currículo.

Lo que se busca con el uso de estas nuevas metodologías activas es que los alumnos logren una serie de objetivos y competencias como son:

- Se responsabilicen de su aprendizaje.
- Sean activos construyendo su conocimiento.

- Intercambien experiencias y opiniones con sus compañeros.
- Se comprometan con lo que hacen, cómo lo hacen y con los resultados que logran, proponiendo mejoras.
- Interactúen social y profesionalmente con su entorno, bien sea en prácticas, proyectos, estudios de casos...
- Desarrollen la autonomía, el pensamiento crítico, actitudes colaborativas, destrezas profesionales y la capacidad de la autoevaluación.

Las cuestiones claves que aparecen en las metodologías activas son:

En referencia al establecimiento de los objetivos del aprendizaje, el aprendizaje autónomo requiere el diseño previo y claro de los objetivos de aprendizaje (competencias generales, específicas, habilidades, actitudes, valores...).

En cuanto al nuevo papel que deben desempeñar los alumnos, este debe ser un rol activo, con responsabilidad en las diferentes fases del proceso de aprendizaje.

El nuevo rol del docente se centrará en el diseño y planificación previos de los procesos, como: tutorizar, facilitar, guiar, motivar, ayudar, informar...

Haciendo referencia a los nuevos objetivos de la evaluación, se concretarán y comunicarán los criterios de evaluación. Se establecerá el nivel de participación de los alumnos y se concretará también la evaluación formativa.

En comparación con las metodologías tradicionales que se basaban en la enseñanza de contenidos, siendo la materia el foco del proceso de enseñanza-aprendizaje y como resultado se daba una formación técnica al alumnado, ahora con el nuevo enfoque metodológico se fundamentará en enseñar a los alumnos a aprender, el alumno en este caso será el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje y este a su vez recibirá una formación integral. Por lo tanto, para pasar de las metodologías tradicionales a las metodologías activas, tanto docente como discente sufrirán importantes cambios en el desempeño de sus papeles dentro del sistema educativo.

Los nuevos roles que los profesores adquirirán con la metodología activa se dividen en dos partes, una primera parte centrada en las clases magistrales y otra centrada en los exámenes.

En cuanto a las clases magistrales, los docentes tendrán que llevar a cabo clases magistrales activadas, es decir, tendrán que promover la participación e interacción de sus alumnos dentro del aula. Tendrán que proponer clases activas, es decir basadas en aprendizaje cooperativo, aprendizaje basado en problemas, método de casos... El profesor deberá mantener un continuo seguimiento del trabajo de los alumnos, y para ello establecer unas pautas de tutorización. A modo de síntesis, lo que se pretende en este caso es que los alumnos participen e interactúen más dentro del aula y esto sea promovido por parte del docente, que a su vez tendrá controlado en todo momento la evolución de los alumnos en cuanto a la consecución del conocimiento se refiere.

La segunda parte perteneciente a la de exámenes o evaluación, se propondrá una evaluación alternativa, basada en primer lugar por la creación de un portafolio por parte del alumno y en segundo lugar por una serie de diarios en clase, en los cuales podremos observar la evolución del sujeto a lo largo de un periodo de tiempo.

A su vez, los alumnos también desempeñaran un nuevo papel dentro del sistema educativo, se tendrán en cuenta mucho más la asistencia y participación en las clases. Se evaluará el trabajo guiado (asistencia a tutorías y supervisiones), se tendrá en cuenta el trabajo colaborativo, es decir las tareas que se llevaran a cabo y serán de carácter grupal, también el trabajo autónomo, el estudio en casa (concretamente horario no escolar) y su propia autoevaluación y heteroevaluación.

Una vez conocidos los diferentes roles de docentes y discentes, habrá que destacar, que también aparecen una serie de nuevas competencias para los maestros, y que estos deberán interiorizar, para poder llevar a cabo el uso de la metodología activa en toda su totalidad, dichas competencias son:

- Conocer su disciplina y saber gestionar los conocimientos que inscribe.
- Conocer y gestionar las herramientas para el diseño, la planificación y la gestión curricular.

- Saber trabajar cooperativamente con otros profesores.
- Reflexionar, investigar e innovar en su práctica docente.
- Integrar conocimiento disciplinar y pedagógico.
- Ser capaz de motivar a sus alumnos hacia un aprendizaje de calidad.
- Ser sensibles a las necesidades, demandas y expectativas de alumnos y sociedad.
- Disponer de habilidades comunicativas requeridas por la docencia.

Después de presentar, que son las metodologías activas, que papeles desempeñan tanto docentes como discentes dentro de ellas y que buscan lograr dentro del sistema educativo, vamos a explicar alguna de las técnicas de aprendizaje activo que componen esta metodología.

3.5.1. Aprendizaje Cooperativo

Según afirman autoras como Isabel Morena, M^a José Climent, Sara Iborra y Julia Atienza (2008) en el libro Metodologías Activas (GIMA), el aprendizaje cooperativo se considera como una filosofía de interacción y un modo de trabajo que implica la combinación de diferentes estrategias, todas ellas basadas en habilidades interpersonales como son la confianza entre los estudiantes, la comunicación, el apoyo mutuo y la resolución de forma constructiva de conflictos.

Además la colaboración o cooperación incluye también un compromiso por parte de los participantes en un esfuerzo coordinado para llevar a cabo de forma conjunta una actividad. Los sujetos de cada equipo intercambian información y trabajan en una misma actividad, hasta que todos sus miembros la han entendido y terminado, de este modo aprenden a través de la cooperación.

Los grupos cooperativos se componen generalmente de alumnos con distinto nivel de habilidad, género y procedencia. Realizan su tarea de forma individual y grupal a lo largo de todo el tiempo que trabajan de forma conjunta, lo que provoca que se

estimule la interdependencia y asegura la preocupación de todos por el aprendizaje de todos, ya que el éxito de cada sujeto viene marcado por el éxito del grupo.

Esta técnica facilita el desarrollo de procesos cognitivos como pueden ser, la observación, el análisis, la capacidad de síntesis, el seguimiento de instrucciones, la comparación, clasificación, toma de decisiones y la resolución de problemas en los que la interacción enriquece los resultados y estimula la creatividad de los alumnos. Además ayuda a la práctica de las habilidades sociales que los estudiantes necesitarán para desempeñar un trabajo posteriormente en su vida profesional.

3.5.2. Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

Según la autora Julia Atienza Boronat (2008) en el libro Metodologías Activas (GIMA), ratifica que como la mayoría de las técnicas y metodologías que requieren un aprendizaje activo, el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) desarrolla el autodidactismo del alumno, promueve su curiosidad, creatividad y razonamiento crítico, a su vez también permite la integración de la teoría con la práctica, la habilidad para buscar información, la motivación por el estudio y la capacidad de evaluar si mismo todo aquello que ha aprendido.

El Aprendizaje Basado en Problemas es una metodología de aprendizaje en la se parte de un problema o situación que permite al estudiante identificar necesidades para comprender mejor ese problema o situación. Debe tenerse en cuenta que los problemas son situaciones utilizadas como punto inicial para poder identificar necesidades de aprendizaje.

Una de las etapas iniciales de discusión del problema es el pensar en posibles hipótesis o mecanismos de explicación. Esta etapa es la que permite identificar el conocimiento que el grupo alumnos o el individuo tienen y el conocimiento que deben adquirir para interpretar de la mejor forma posible el problema planteado. La necesidad de discutir experiencias y/o conocimientos previos es muy importante. Además, los estudiantes deben hacer el esfuerzo de analizar lo que han aprendido anteriormente para identificar qué deben aprender.

El Aprendizaje Basado en Problemas, como cualquier metodología de aprendizaje activa, está centrado en el alumno de modo que participe activamente,

observe, estudie y discuta sobre el problema planteado. Se trata de un enfoque de carácter inductivo en el que los estudiantes aprenden el contenido al mismo tiempo que intentan resolver un problema de la vida real.

En el Aprendizaje Basado en Problemas, como hemos comentado anteriormente, lo primero es presentar un problema, a continuación se pasa a identificar las necesidades de aprendizaje, se busca la información necesaria para poder llevar ese aprendizaje, y para terminar, se regresa a la situación o problema planteado. El uso de esta técnica se promueve el pensamiento crítico y la habilidad o capacidad para resolver problemas en los alumnos, a la vez que estos aprenden de forma activa los fundamentos teóricos de la asignatura.

3.5.3. Método del Caso (MdC)

El método del caso, este método empleado adecuadamente, es una de las técnicas que favorece el aprendizaje por descubrimiento (Bruner, 1960). Autores y autoras como M^a José Labrador, M^a Ángeles Andreu y José A. González-Escrivá, el Método del Caso es uno de los tipos de aprendizaje que anima al alumnado a plantear una serie de cuestiones y a formular sus propias respuestas. Los alumnos también pueden llegar a deducir principios de ejemplos prácticos o experiencias, especialmente si se trata de casos-problema.

Un caso es una herramienta por medio de la cual se lleva al aula un problema o situación real para que estudiantes y docentes examinen a conciencia la situación planteada y desarrolleen. Esta problemática se desarrollará a través de la discusión que se generará en aula, esto provocará que los alumnos adquieran conocimientos y habilidades, valores y actitudes que irán ligados a los objetivos específicos planteados para dicha sesión y a los objetivos generales del curso.

La tipología de casos se concentra en tres tipos de casos, que son los que se explican a continuación.

Casos-problema o casos-decisión

Este es el tipo más frecuente de casos que se llegan a dar. Consiste en la descripción de una situación problemática sobre la cual se precisa tomar una decisión.

Esta situación es interrumpida antes de la toma de una decisión o antes de iniciar una acción, pero hay que concretar, que esta tiene que ser interrumpida con todos los datos necesarios para su análisis. Por ejemplo, la situación de la construcción de un nuevo estadio olímpico en una gran ciudad en un lugar determinado.

Casos-evaluación

Este tipo de casos permiten adquirir la práctica en materia de análisis o de evaluación de situaciones, sin tener que tomar decisiones y dar a conocer recomendaciones para la acción. En este grupo podríamos incluir los accidentes medioambientales en los que se trata de evaluar el impacto que generan y el alcance de estos.

Casos-ilustración

Se trata de una situación que va mucho más lejos de la toma de decisiones, en esta situación se analiza un problema real y la solución que se llevó a cabo atendiendo al contexto. Lo que permite esta tipología de caso al grupo de estudiantes que la realizan, aprender sobre la forma en que una determinada organización, empresa o profesional ha tomado una decisión y el éxito que ha generado esa decisión tomada.

3.5.4. Método por Proyectos.

Lo que pretende el Método por Proyectos en referencia a lo que afirma el autor Vicente Carrasco Embuena (2011) En una presentación planteada para sus alumnos de la Universidad de Alicante, es basar su aprendizaje en un interés auténtico o en una iniciativa por parte del estudiante. Los estudiantes discuten sus propios intereses y las perspectivas alternativas del tema, aconsejándose entre unos y otros o mutuamente. Es en este método donde los discentes desarrollan su propio ámbito de actividad, este ámbito se desarrollará limitando una serie de propuestas, planificando, tomando decisiones... Durante la realización de este tipo de tarea fundamentada en la enseñanza por proyectos, los alumnos suspenden sus actividades de alguna vez, esto ocurre con el fin de poder reflexionar sobre su procedimiento y de esta forma volver a intercambiar ideas que más tarde volverán a ajustar. Esta metodología terminara cuando se ha logrado la finalización de dicha tarea de forma completa, ya que todo proyecto tiene un punto inicial y un punto final.

4. SINTESIS DE LAS TEORÍAS Y METODOLOGÍAS

A continuación en este punto se ha llevado a cabo una síntesis de las diferentes metodologías y teorías estudiadas. Para llegar a poder hacer dicha síntesis, previamente se han seleccionado una serie de indicadores fundamentales como son:

- La adquisición del conocimiento
- El rol del docente
- El rol de los alumnos
- La participación de los alumnos
- Medios y recursos

Se han elegido esta serie de indicadores fundamentales porque son los que se usan o se plantean en mayor medida, siempre a la hora de crear, modificar, analizar o estudiar un modelo o metodología didáctica.

MODELO TRADICIONAL O MONUMENTALISTA

Adquisición del Conocimiento	Rol del Docente	Rol de los Alumnos	Participación alumnos	Medios y Recursos
Es el transmitido por el docente, y que los alumnos tratan de adquirir a través de una serie de explicaciones.	El papel del docente es la de mero transmisor de información.	Los alumnos actúan como receptores de la información proporcionada por el maestro.	La participación de los alumnos es muy escasa, por no decir nula, si no es a petición expresa del docente.	Los únicos medios y recursos que se utilizan en este proceso enseñanza – aprendizaje es el propio docente como fuente de los conocimientos y los libros de texto.

TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS

Adquisición del Conocimiento	Rol del Docente	Rol de los Alumnos	Participación alumnos	Medios y Recursos
En esta teoría, el conocimiento es generado por los propios alumnos o estudiantes.	El papel del maestro es el de facilitador o creador de los diferentes medios didácticos para los alumnos	Los alumnos se apropián de los medios didácticos propuestos por el docente y son los responsables en la creación de su propio conocimiento.	La participación de los discentes en este caso, depende de lo que las propias situaciones o problemas didácticos requieran.	Son los creados por el propio maestro estos pueden ser situaciones o problemas, con la finalidad de que los alumnos a través de estos, construyan su propio aprendizaje

TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO

Adquisición del Conocimiento	Rol del Docente	Rol de los Alumnos	Participación alumnos	Medios y Recursos
El saber dentro de esta teoría se construye a partir de la resolución de problemas matemáticos o extramatemáticos (problemas de la vida real)	Tiene el rol de organizar los saberes matemáticos y traducirlos en problemas o cuestiones matemáticas contextualizadas en la vida real	Alumno construye su propio conocimiento a través de la ayuda o guía didáctica que le ofrece el maestro y a partir de su propia experiencia	La participación de los alumnos va medida según el tipo de problemas planteados por el maestro	Los recursos y medios en este caso son facilitados por el maestro, con el fin de ayudar a los discentes a la consecución del aprendizaje matemático

MODELO DE VAN HIELE

Adquisición del Conocimiento	Rol del Docente	Rol de los Alumnos	Participación alumnos	Medios y Recursos
La adquisición de los cono-cimientos, en este caso se lleva a cabo a través de una serie de niveles, en los cuales se delimitan estos saberes según la evolución cognitiva de los alumnos	El rol que adopta el docente dentro de este modelo, es el de guía, observador de las necesidades que los alumnos tienen para alcanzar los conocimientos matemáticos y pasar al siguiente nivel. Es el encargado de ayudar a sus alumnos a pasar al siguiente nivel cognitivo	Los alumnos son los receptores de los conocimientos proporcionados por parte del maestro y además de una forma indirecta en la temprana edad y de forma directa en una edad ya más avanzada, son los responsables de su propia evolución cognitiva	La participación del alumnado se rige en este modelo, según la demandada por parte del tipo de actividades o tareas que el docente propone, para asegurar su el asentamiento de los conocimientos y posterior promoción a los siguientes niveles.	Los recursos didácticos que aparecen aquí son los que el maestro propone para tratar de ayudar a los alumnos a pasar de nivel cognitivo, es decir, todas aquellas actividades propuestas para cubrir las necesidades de los alumnos en la comprensión de los conocimientos

METODOLOGÍAS ACTIVAS

Adquisición del Conocimiento	Rol del Docente	Rol de los Alumnos	Participación alumnos	Medios y Recursos
El saber en este caso lo adquieren los propios alumnos de una forma autodidáctica, es decir ellos mismos construyen su propio conocimiento, a través de una guía y planificación previa facilitada por el docente.	El nuevo rol del docente se centrará en el diseño y planificación previos de los procesos, como tutorizar, facilitar, guiar, motivar, ayudar e informar a los alumnos	Los alumnos pasan a desarrollar un rol activo, con responsabilidad en las diferentes fases del proceso de aprendizaje, debido a que ellos son los principales responsables de su propio aprendizaje	En las metodologías activas, la participación de los alumnos es fundamental tanto con sus propios compañeros como con el mismo maestro, ya que el proceso enseñanza aprendizaje se basa en compartir y analizar las diferentes ideas de los diferentes sujetos.	Los recursos y medios didácticos que aparecen aquí, son las guías o ayudas que facilitan los docentes a los alumnos fundamentados en el Aprendizaje Basado en Problemas, Método del Caso, Aprendizaje Cooperativo, Método por proyectos.

5. ELECCIÓN Y JUSTIFICACIÓN DE UNA PROPUESTA

Una vez vistas las diferentes Metodologías para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática escolar y en base a lo explicado y analizado a lo largo de todo el trabajo, elegiremos una Metodología, con la que se desarrollará el siguiente apartado a modo de ejemplo. Con esta metodología se intentará llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de un concepto geométrico concreto.

Con la ayuda de la tabla que hemos creado en el anterior apartado (Síntesis de las teorías y metodologías) nos será mucho más fácil elegir entre una metodología o teoría concreta, o diseñar una nueva teoría o metodología didáctica a partir de la combinación de sus características.

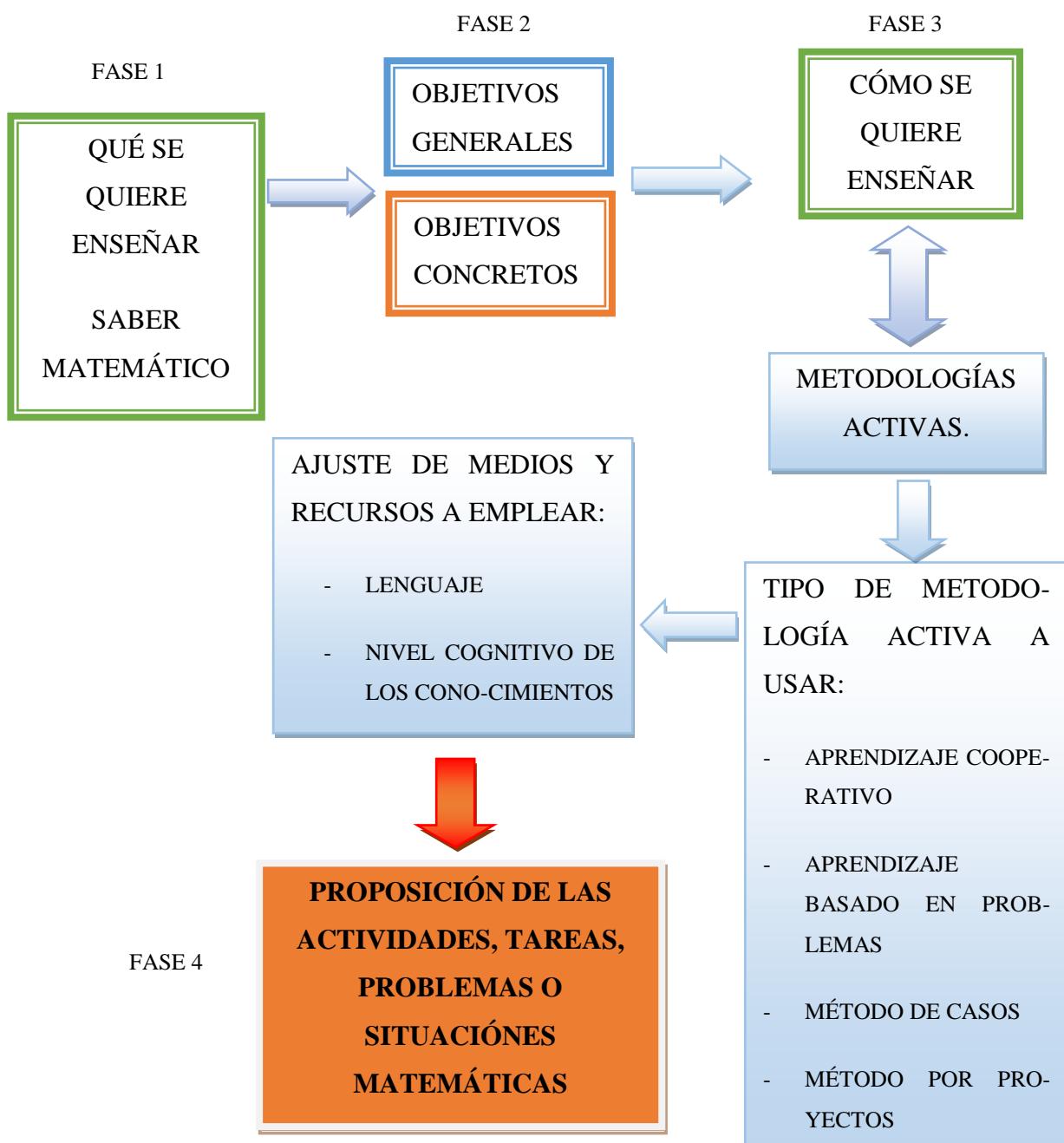
Después del análisis de este conjunto de teorías y metodologías, en base a mi experiencia tanto a nivel personal como profesional dentro del sistema educativo y teniendo en cuenta todas aquellas observaciones y apreciaciones que he podido realizar durante mi experiencia tanto en la Universidad como alumno y como maestro en prácticas, me gustaría apostar por las últimas, es decir, por las Metodologías Activas. Esto se debe a que el interés y la motivación que conlleva serán un elemento imprescindible para contar con la participación del alumno y su entorno. No vamos a trabajar de forma exclusiva con una, sino que trataremos de combinarlas porque en la propuesta didáctica aparecerán tanto aprendizaje cooperativo como el aprendizaje basado en problemas y el método por proyectos.

Sabemos que las Metodologías Activas se proponen, o en su caso se determinaron, con la función de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes Universitarios, con el fin de prepararlos de la mejor forma posible para su propio futuro profesional. A decir verdad, creo que las metodologías no deben determinarse para un grupo concreto de estudiantes, sino que, éstas pueden adaptarse a todos los niveles educativos. Esta adaptación se puede llevar a cabo planteando una correcta propuesta didáctica, es decir, habría que ajustar los conocimientos que queremos que los alumnos aprendan, los medios y recursos que estos deben usar, teniendo en cuenta también que el lenguaje usado en éstos debe ser el apropiado para que los alumnos comprendan lo que se les pide en cada momento, deberíamos adaptar a

su vez los objetivos concretos y generales que se persiguen dentro de ese grupo de alumnos y las competencias que hay que desarrollar en base a lo propuesto en la tarea regida por dicha metodología.

5.1. Esquema del proceso enseñanza-aprendizaje en base a las Metodologías Activas.

A modo de esquema que hemos diseñado, podríamos plantear una serie de fases para la correcta o más ajustada proposición de un proceso de enseñanza-aprendizaje en base a lo estudiado sobre las Metodologías Activas:



Estas fases deben ser organizadas y gestionadas por el profesor para que la puesta en escena en el aula sea viable y lo más coherente posible.

6. APLICACIÓN DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA

La aplicación de la propuesta didáctica, la vamos a realizar para alumnos de Educación Primaria, concretamente para estudiantes del quinto curso pertenecientes al tercer ciclo de Educación Primaria. El concepto que se va a tratar que los alumnos adquieran y den significado es al concepto de “*altura de un triángulo*”, perteneciente al área de Geometría. Para llevar a cabo esta actividad nos ayudaremos del esquema propuesto en el punto 5.1. (Esquema del proceso de enseñanza-aprendizaje en base a las Metodologías Activas) de este trabajo.

En primer lugar partimos de lo que se quiere enseñar, en este caso es el concepto y significado de “*altura de un triángulo*” que corresponde a la Fase 1. Una vez que sabemos de forma clara lo que se quiere enseñar a los alumnos, pasaremos a establecer una serie de objetivos generales y objetivos específicos ligados al resultado que se quiere obtener en dicho proceso de enseñanza-aprendizaje (Fase 2). Como podemos observar, las primeras fases corresponden a la planificación que el profesor debe hacer para poder llevar a cabo una actividad concreta, por tanto, es responsabilidad del profesor el saber qué va a hacer, para qué lo va a hacer y cómo lo va a hacer. La Fase 4 corresponde a la implementación en el aula de las actividades propuestas por el profesor. Según la orden del 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad autónoma de Aragón, dichos objetivos son los siguientes:

Objetivos generales:

- Utilización de conceptos matemáticos ya adquiridos de forma correcta.
- Reflexión sobre ideas, conceptos y conocimientos matemáticos propuestos.
- Análisis de las ideas, conceptos y conocimientos matemáticos propuestos y de los ya adquiridos para afrontar los problemas matemáticos.
- Desarrollo del pensamiento crítico en referencia al área de las Matemáticas.

Objetivos específicos o concretos:

- Conocer conceptos matemáticos como: ángulo obtuso, ángulo agudo, ángulo recto, paralelismo y perpendicularidad, vértice, punto, línea, recta, semirrecta, segmento, mediatrix, bisectriz.
- Conocer los diferentes tipos de triángulos según sus lados: triángulo equilátero, triángulo isósceles y triángulo escaleno.
- Conocer los diferentes tipos de triángulos según sus ángulos: rectángulo, acutángulo y obtusángulo.
- Interiorizar el conocimiento de triángulo y sus propiedades.

Una vez establecidos los objetivos generales y específicos que se pretende que los alumnos alcancen con el concepto a estudiar propuesto, destacaremos las competencias que los alumnos pondrán en práctica, desarrollarán y mejorarán una vez finalicen dicha tarea propuesta en su totalidad. Esta serie de competencias podrán ser de carácter general o de carácter matemático.

Competencias generales a desarrollar por parte del alumno:

- Competencia matemática
- Competencia en comunicación lingüística
- Competencia para Aprender a aprender
- Competencia en autonomía e iniciativa personal
- Competencias social y ciudadana
- Competencia en el tratamiento de la información y competencia digital
- Competencia en el conocimiento y en la interacción con el mundo físico

En este apartado se puede observar que aparecen siete de las ocho competencias básicas que se establecen en el Real Decreto 1513/2006 del 7 de Diciembre. Con esto

nos referimos a que este tipo de metodología que vamos a usar hace hincapié en casi todas ellas, por lo que es la metodología activa una de las mejores y más efectivas.

Competencias específicas a desarrollar por parte del alumno en el área de Matemáticas:

- Desarrollar estrategias matemáticas para la resolución problemas.
- Comprender, relacionar, interpretar y aplicar conocimientos matemáticos.
- Interpretar y utilizar el lenguaje matemático para razonar y comunicar.
- Utilizar de forma efectiva diferentes procedimientos matemáticos.

Una vez detallados los puntos anteriores, vamos a seguir con la siguiente fase como se determina en el esquema anteriormente expuesto, cómo llevar a cabo este proceso de enseñanza-aprendizaje (Fase 3). Como ya se ha comentado con anterioridad, la enseñanza de los conocimientos será mediante el uso de las Metodologías Activas. Debemos tener en cuenta que se debe ser cuidadoso con el lenguaje a utilizar cuando se vaya a proceder a la redacción de los problemas matemáticos para los estudiantes, al igual que los conocimientos que se vayan a proponer deben estar ajustados a los niveles cognitivos de los alumnos.

En la Fase 4 debemos proponer las actividades, tareas problemas o situaciones matemáticas, que den sentido al concepto de altura. Presentaría diferentes problemas vinculados al entorno del alumno, para que ellos eligieran el que les resultara más interesante y de esta forma sintieran como suya la tarea propuesta. De esta forma tendríamos ganado el aspecto motivacional imprescindible en las Metodologías Activas. Dado que no he podido llevar a cabo ninguna propuesta didáctica elijo un problema, en el que la noción de altura sea imprescindible para resolverlo.

En la iglesia que se muestra en la siguiente imagen. A causa de una serie de reformas, los operarios necesitan construir una cortina de tela para proteger el enorme

ventanal triangular de la entrada. Para construir dicha cortina, los operarios necesitan saber algunos datos y solicitan nuestra colaboración.



**¿Crees que podríamos
ayudarlos?**

Antes de empezar, a ayudar a estos operarios, debemos conocer qué sabemos sobre los triángulos y los elementos que los forman, así como algunas de sus características. Para ello repasaremos algunos conceptos que nos serán útiles, para poder hallar una respuesta. A modo de recuerdo plantearemos la siguiente ficha (conocimientos previos) constituida por una serie de actividades o problemas como los que se muestran a continuación a modo de ejemplo.

1. ¿Qué es una recta? Define este concepto y haz una representación gráfica en el dentro del recuadro.

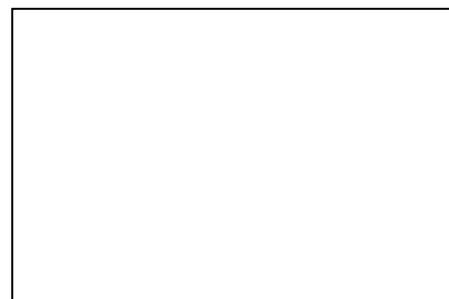
Definición:

2. ¿Qué es una semirrecta? Define este concepto y haz una representación gráfica dentro del recuadro.

Definición:

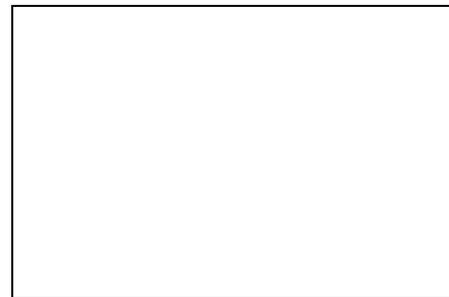
3. ¿Qué es un segmento? Define este concepto y haz una representación gráfica dentro del recuadro.

Definición:



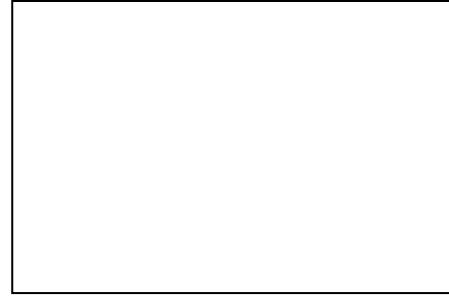
4. ¿Qué son rectas paralelas? Define este concepto y haz una representación gráfica dentro del recuadro.

Definición:



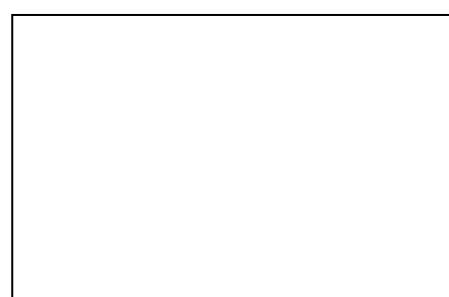
5. ¿Qué son rectas perpendiculares? Define este concepto y haz una representación gráfica dentro del recuadro.

Definición:

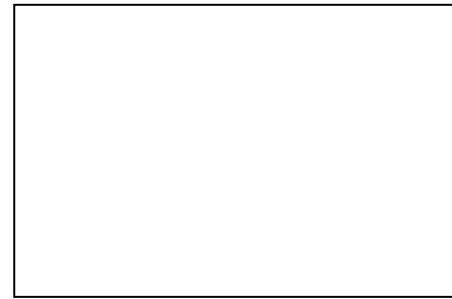


6. ¿Qué es un ángulo obtuso? Define este concepto y haz una representación gráfica dentro del recuadro.

Definición:

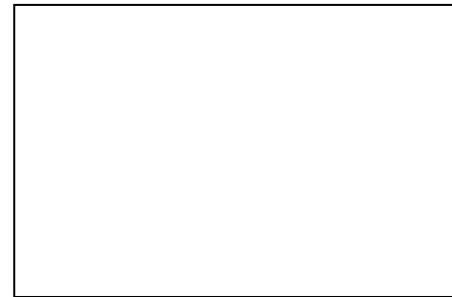


7. ¿Qué es un ángulo agudo? Define este concepto y haz una representación gráfica dentro del recuadro.



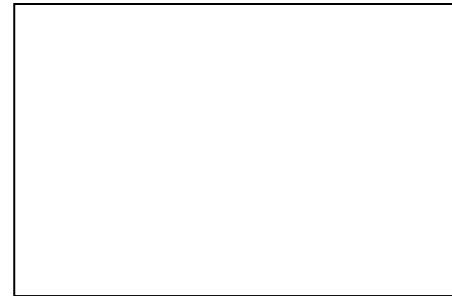
Definición:

8. ¿Qué es un ángulo recto? Define este concepto y haz una representación gráfica **usando** el recuadro.



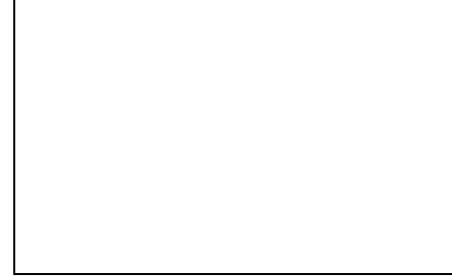
Definición:

9. ¿Qué es la mediatriz de un segmento? Define este concepto y haz una representación gráfica dentro del recuadro.



Definición:

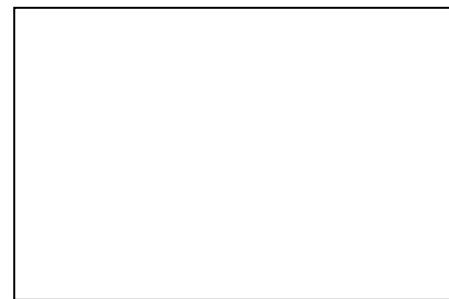
10. ¿Qué es la bisectriz de un ángulo? Define este concepto y haz una representación gráfica **usando** el recuadro.



Definición:

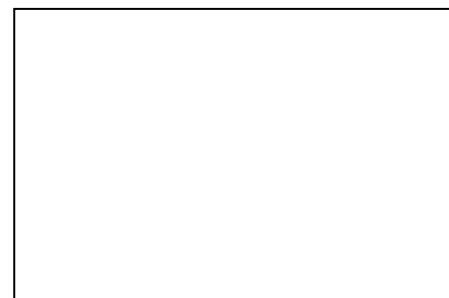
11. ¿Qué es un triángulo equilátero? Define este concepto y haz una representación gráfica dentro del recuadro.

Definición:



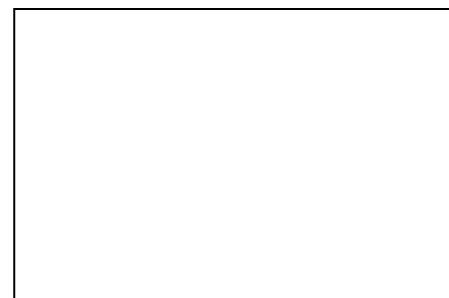
12. ¿Qué es un triángulo isósceles? Define este concepto y haz una representación gráfica dentro del recuadro.

Definición:



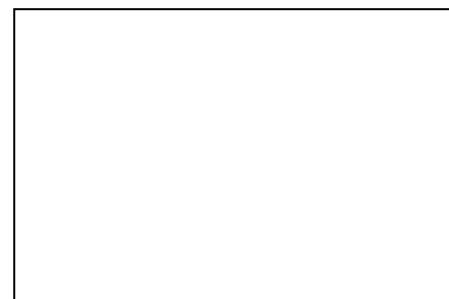
13. ¿Qué es un triángulo escaleno? Define este concepto y haz una representación gráfica **usando** el recuadro.

Definición:



14. ¿Qué es un triángulo acutángulo? Define este concepto y haz una representación gráfica dentro del recuadro.

Definición:



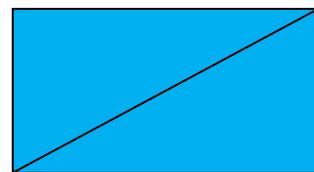
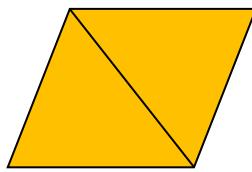
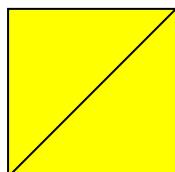
15. ¿Qué es un triángulo obtusángulo? Define este concepto y haz una representación gráfica dentro del recuadro.

Definición:

16. ¿Qué es un triángulo rectángulo? Define este concepto y haz una representación gráfica **usando** el recuadro.

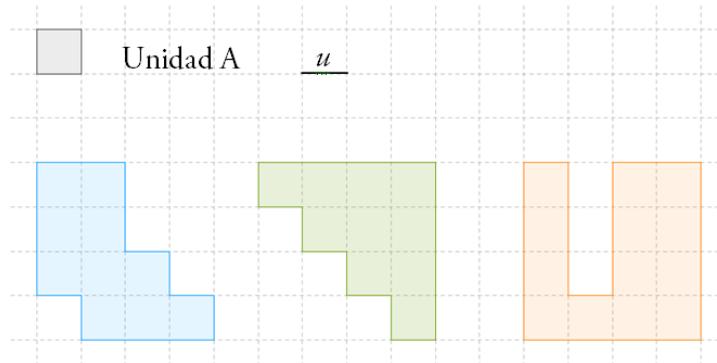
Definición:

17. ¿Qué tipo de triángulos son los que aparecen en estas figuras?

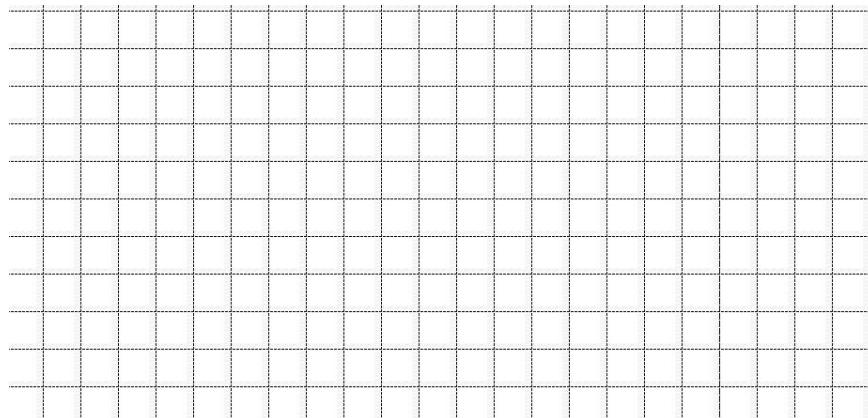


Una vez finalizados las actividades de recuerdo, los alumnos continuarán con las actividades enfocadas hacia el aprendizaje de los conocimientos que hemos propuesto.

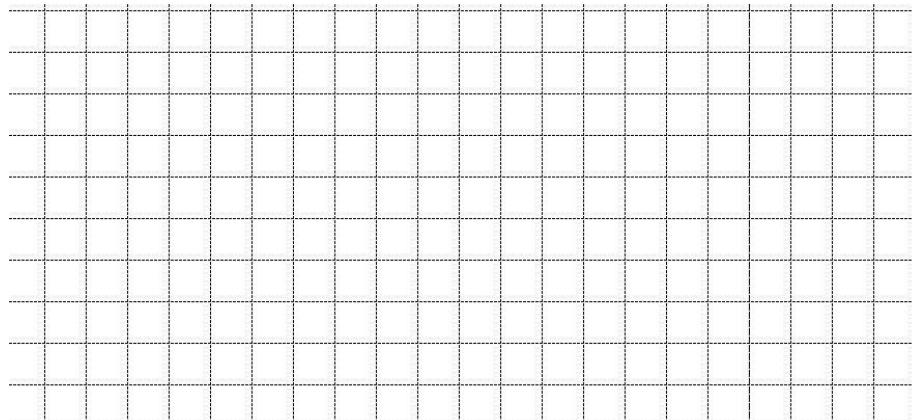
18. ¿Recuerdas qué es el área de una figura? Indica cuántas unidades cuadradas tienen las figuras siguientes.



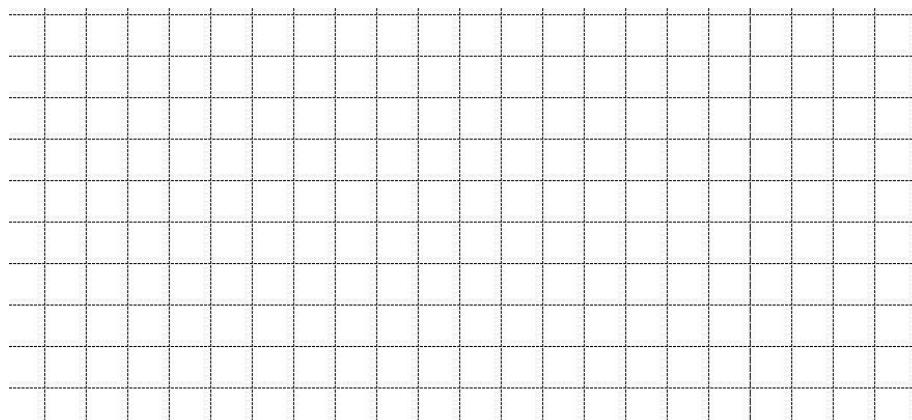
19. Construye en la cuadrícula un cuadrado y un rectángulo que tengan 16 unidades cuadradas.



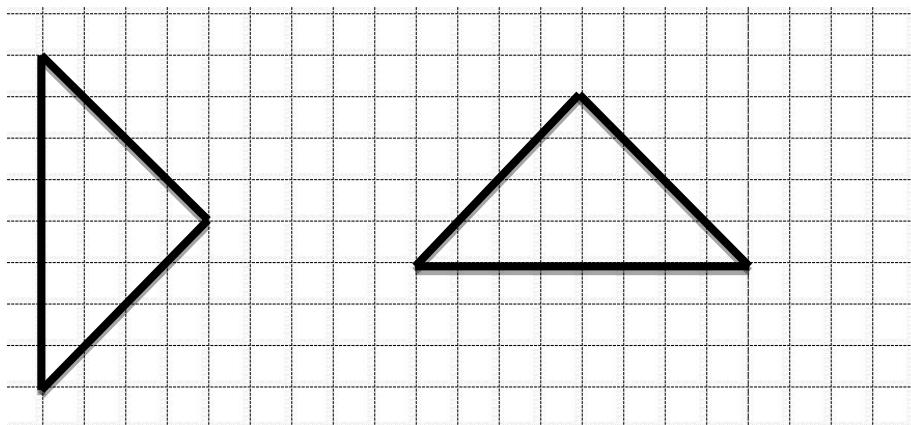
20. Construye en la siguiente cuadrícula dos triángulos rectángulos que tengan por área 8 u2.



21. Construye en la cuadrícula dos romboídes tengan por área 16 u2.



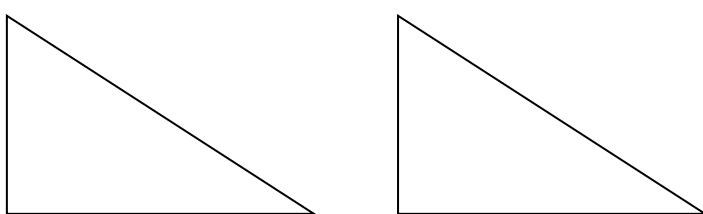
22. ¿Qué cantidad de superficie en unidades cuadradas ocupan los siguientes triángulos?



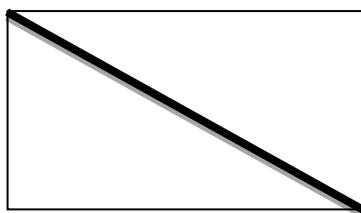
23. Hay triángulos diferentes con la misma cantidad de superficie. ¿Sabrías explicar a qué se debe?

24. Halla el área de uno de los siguientes triángulos rectángulos que el maestro te ha facilitado.

Una vez llegados a este punto con los alumnos, se hace una puesta en común en la que se resolverán dudas y se debatirá sobre los resultados obtenidos. Ya que el concepto a construir es un poco más abstracto de lo visto hasta ahora. Para que los alumnos entiendan de forma más fácil y visual, intentaremos cambiar la dinámica de trabajo de los grupos. Para ello les facilitaremos a cada uno de los grupos dos cartulinas ya recortadas que serán 2 triángulos rectángulos, exactamente iguales. Sobre la mesa podríamos observar a simple vista algo como lo que se muestra en la siguiente imagen.



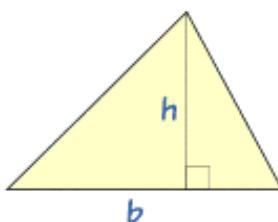
Una vez dispuesto este material se les pedirá a los alumnos que hallen el área de uno de los triángulos. Este proceso lo llevarán a cabo juntando la hipotenusa de ambos triángulos, por lo que construirán un rectángulo. Será aquí donde los alumnos se darán cuenta de que podrán hallar el área de cada uno de los triángulos a través de la fórmula del área del rectángulo ($\text{lado} \times \text{lado} = \text{área del rectángulo}$). Al juntar los triángulos rectángulos por su hipotenusa, la figura que obtendrán será la que se muestra a continuación.



Una vez llegada a esta conclusión los alumnos podrán ser capaces de afirmar que el área de un triángulo es igual al área del rectángulo, solo que deberá dividirse entre dos.

A partir de lo que se ha visto en el ejercicio 24 facilitaremos un triángulo que no sea rectángulo, con el fin de que los alumnos lleguen a la deducción que se muestra a continuación.

25. ¿Cómo podríamos hallar el área de un triángulo no rectángulo como el que se muestra a continuación?



Para llevar a cabo dicho proceso facilitaremos 2 cartulinas en las que recortarán dos triángulos iguales al facilitado del que deben hallar su superficie. Este proceso tiene un mayor grado de dificultad, pero una vez resuelto entenderán el significado del concepto altura y para qué sirve.

Lo que se pretende en este ejercicio es que los alumnos comprendan y asimilen todos los elementos fundamentales a tener en cuenta para hallar el área de un triángulo, por lo tanto y para ello buscamos que los alumnos por si solos lleguen a entender que h es el

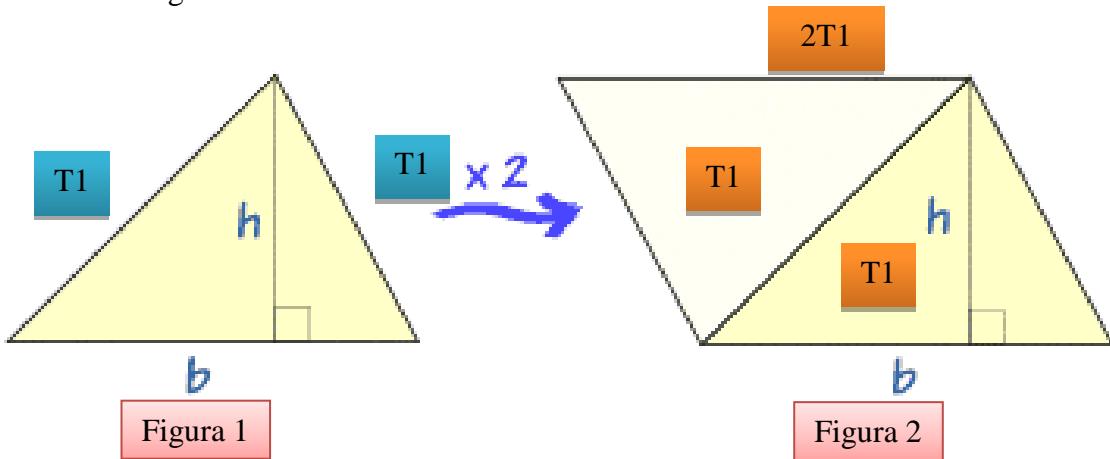
segmento perpendicular desde el vértice a su lado opuesto b . Y como no podría ser de otra forma, nos gustaría que los alumnos se dieran cuenta que a partir de 2 triángulos bien sean rectángulos o no rectángulos, podemos llegar a la construcción de diferentes tipos de paralelogramos, lo cual nos facilitaría el proceso a la hora de hallar el área de un triángulo.

Vamos a detallar el proceso que queremos que los alumnos lleven a cabo en este ejercicio.

En primer lugar como ya se ha comentado anteriormente, facilitaremos a los alumnos un triángulo como el que se muestra en la figura 1 y que recibirá el nombre de T1, en este triángulo aparecen determinados dos segmentos, el segmento b que es uno de los lados del triángulo y un segmento interior h .

Con esta tarea pretendemos que los alumnos hallen el área del triángulo a mediante la duplicación del mismo, para ello tendrán que utilizar el otro triángulo facilitado al principio del ejercicio en la cartulina, al ser idéntico al primer triángulo, le daremos el mismo nombre T1.

Acto seguido unimos ambos triángulos por sus lados iguales hasta conseguir formar un paralelogramo, en este caso hasta conseguir formar un romboide, tal y como se muestra en la figura 2.



Una vez llegados a este punto, los alumnos deberán transformar el romboide en un rectángulo, para conseguir esto, tendrán que trazar un segmento interior idéntico al que aparecía en el T1 de la figura 1, es decir, el segmento h , este segmento se trazará en el segundo triángulo facilitado.

Una vez trazado el segmento, los alumnos recortarán el triángulo por dicho segmento, tal como se indica en la figura 3, lo que ocurrirá es que obtendremos un triángulo de lado h con el que podremos formar el rectángulo, que era uno de los objetivos que se buscaba conseguir a lo largo de todo este proceso y de esta forma obtener el mismo resultado que nos muestra la figura 4.

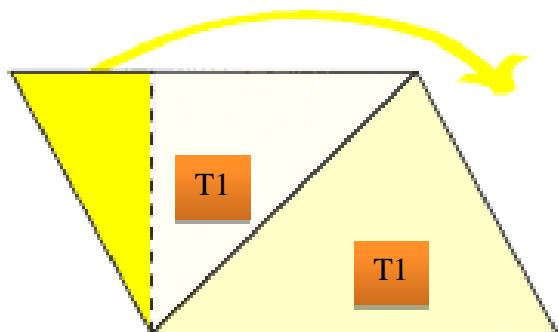


Figura 3

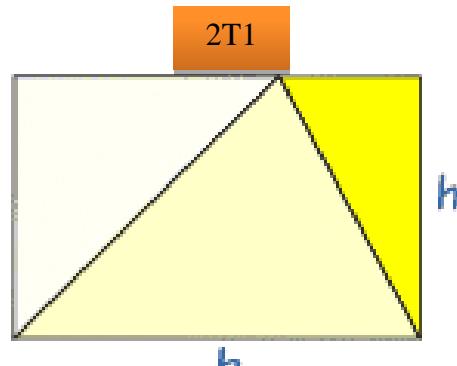


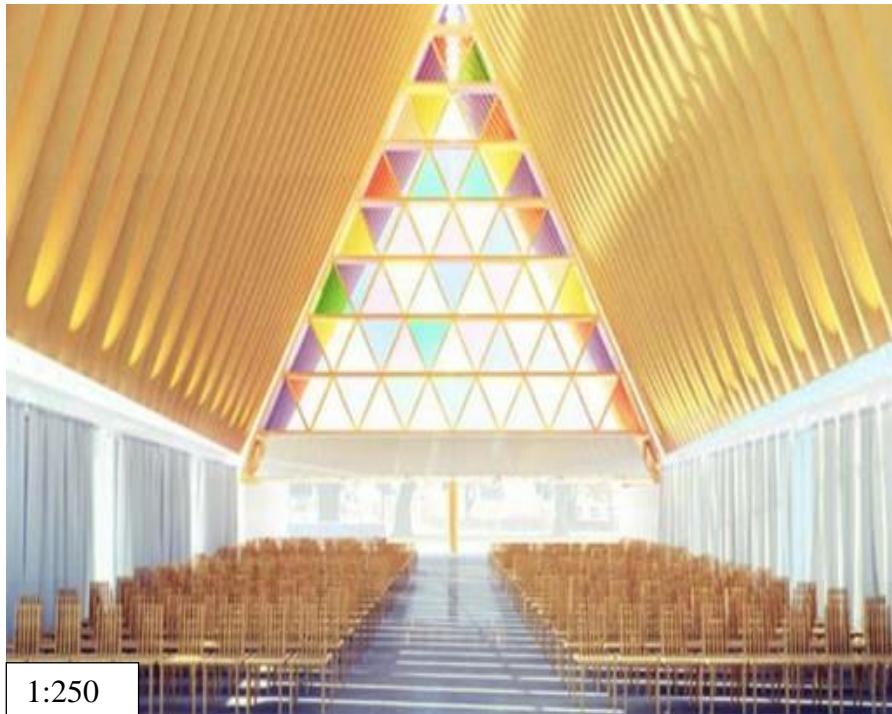
Figura 4

Acabado todo este proceso y con lo visto en el ejercicio 24 los alumnos serán totalmente capaces de hallar el área del triángulo, a partir del área del rectángulo.

Los alumnos de esta forma aprenderán que h era la altura del triángulo y partía perpendicularmente del vértice hasta el lado opuesto b (base de dicho triángulo). Además de todo esto, afianzarán el concepto de que el área de dos triángulos idénticos cualesquiera será la mitad del área del paralelogramo que forman y a su vez llegarán a entender e interiorizar que el área de un triángulo, es igual a su base multiplicado por su altura y dividido entre dos (área de un triángulo = $(\text{base} \times \text{altura})/2$).

Una vez finalizados todos los problemas anteriores de forma correcta, podéis tratar de resolver la pregunta que se os ha formulado al principio de esta tarea. ¿Qué cantidad de superficie debe tener la tela de la cortina para cubrir el ventanal triangular? Para

hallar sus medidas deberás utilizar la regla para tomar las medidas que creas oportunas. Para poder llevar a cabo las medidas reales tendréis que usar la escala que se os facilitará al pie de la imagen. Para hallar la escala, hemos llevado a cabo previamente el estudio de los planos de la iglesia que han sido facilitados por los técnicos de dicha obra.



6.2. Referencias sobre la tarea propuesta.

La propuesta didáctica que hemos expuesto sobre la adquisición del concepto “altura de un triángulo” está dividida en una serie de problemas matemáticos de carácter progresivo, el cual los estudiantes deberán ir superando uno a uno y de forma correcta para la adquisición final del concepto propuesto.

Los estudiantes llevarán a cabo esta tarea de forma grupal, en grupos de 3 ó 4 alumnos en cada uno de estos. El trabajo grupal, como se ha venido explicando en las Metodologías activas, favorece en los estudiantes a la hora de proponer, debatir y analizar las ideas que ellos mismos darán a conocer al resto de sus compañeros con la finalidad de afrontar la problemática propuesta en cada una de las actividades. Otro factor que se incrementa, es la facilidad de adquirir y/o entender el conocimiento, ya que de esta forma, con la explicación que ellos mismos dan a sus compañeros puede ser más entendible que incluso la del propio maestro en algunas ocasiones. Además añadir que la motivación se incrementa de una forma muy notoria en los estudiantes, debido a que trabajar en grupo muchas veces supone romper la rutina diaria. Otro factor muy importante que facilita un plus de motivación es competir contra el resto de sus compañeros; en este último caso siempre debemos fomentar una competitividad con un carácter positivo y sin ningún tipo de mala intencionalidad, puesto que al fin y al cabo el premio que reciben es el aprendizaje de nuevos conocimientos y saberes.

Durante la realización de la tarea, los alumnos contarán con una serie de recursos y materiales didácticos que emplearán en mayor o menor medida para poder llevar a cabo los problemas matemáticos. Estos recursos y materiales didácticos pueden ser: los propios libros de texto que usan normalmente en sus aulas, el uso correcto de las nuevas tecnologías como los Tablet PC con los que podrán acceder a internet y buscar toda la información que les sea necesaria, papel en cuadrícula, tijeras, cartulinas, etc. De forma especial o en caso excepcional, debido a un estancamiento o dificultad en el aprendizaje, el docente podrá actuar como transmisor de conocimientos para ayudar a los alumnos que lo precisen, pero repito, como algo excepcional.

Esta actividad fundamentada en el Metodologías Activas está programada para desarrollarla a lo largo de cuatro o cinco sesiones, esto también dependerá en mayor o menor medida del nivel cognitivo de los alumnos y sus respuestas.

Una vez que todos los alumnos hayan finalizado la tarea propuesta, pasarán a explicar al resto de los grupos, a través de un diario que irán completando sesión tras sesión, cómo han logrado resolver cada problema y cómo han llegado a la resolución del último problema planteado. Además deberán argumentar sobre qué papel ha desempeñado cada alumno dentro del grupo y sus funciones.

7. VALORACIÓN Y CONCLUSIÓN.

Una vez llegados a este punto y después de varios meses de búsqueda, análisis, interpretación, selección, recogida de información y posterior redacción a través de una magnífica guía, ayuda y apoyo de mi tutora Pilar Bolea, puedo decir, que me siento muy satisfecho, de haber llevado a cabo una tarea, que al principio, quizás no parecía tan costosa pero que ha sido dura de roer, también porque este proyecto ha sido elaborado desde la “distancia”, por ello creo que ha podido ser un poco más laborioso de lo que ya es un proyecto de este calibre.

Me gustaría dar mi propio punto de vista hacia este proyecto, centrándome en varias partes. En primer lugar, recalcar de nuevo el importante peso y ayuda que ha derrochado mi tutora, a lo largo del periodo de elaboración de este Trabajo de Fin de Grado (TFG), siempre atenta, mostrándome confianza y sin perder nunca esa ilusión por hacer de este documento algo sólido y provechoso.

En segundo lugar, quiero hacer auto crítica de mí mismo, sinceramente creo que hubiera sido capaz de llevarlo a cabo en un periodo de tiempo un poco más corto, pero trabajando desde otro país, con otras cosas que hacer, como el trabajar y el estudiar otro idioma, puede resultar un poco más difícil, así que dentro de la medida de lo posible se ha podido llevar un nivel de trabajo, que yo calificaría como de bastante bueno.

En tercer lugar basándome en el TFG en sí, me gustaría decir, que la temática en la que se basa, no es nada fácil, pero también diré que ha resultado muy complicado llevarlo a cabo, porque mucho contenido del que se trata en este trabajo, ha sido por mi parte estudiado y trabajado a lo largo de todos estos años en la facultad, en diferentes asignaturas como Didáctica de la Geometría y Aritmética entre otras. Otro factor que ha sido determinante para la elaboración de todo este proyecto ha sido, sin lugar a duda,

gracias a las múltiples y precisas aclaraciones de mi tutora en todo momento, la cual no tuvo ningún problema en repetirlo las veces que hicieran falta.

A modo de conclusión quería comentar que ha sido una experiencia muy enriquecedora para mí, ya que durante el desarrollo de todo el proceso de elaboración, se aprenden cosas muy positivas, no solo a nivel de conocimientos y conceptos que he aprendido, sino a la hora de tomar decisiones, aceptar, escuchar y debatir diferentes puntos de vista con profesionales del sector, como en este caso ha ocurrido con mi tutora de proyecto. El TFG sin lugar a dudas, es el último escalón de toda la formación universitaria que sirve para que aprenda uno mismo a gestionar un gran volumen tanto de información como de múltiples responsabilidades, con el objetivo de poder afrontar en un futuro próximo actividades de investigación o similares.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bolea, P. (2012). *Apuntes Geometría*. Facultad de ciencias Humanas y de la Educación de Huesca.

Bosch, M.; García, F.J.; Gascón, J.; Ruiz Higueras, L. (2006) *La Modelización matemática y el problema de la Articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico*. Santillana, 18, 37-74.

Brousseau, G. (1989): *Fundamentos de didáctica de la matemática*. Publicaciones del seminario matemático Garcia de Galdeano. Universidad de Zaragoza.

Carrasco Embuena, V. (2011). *DAC-MPES*. Universidad de Alicante.

Recuperado de:

<http://es.slideshare.net/JoaquiCB/metodologas-para-el-aprendizaje-activo>

Chavarría, J. (2006). *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (Año 1, Número 2): Teoría de las situaciones didácticas.

Chevallard, Y. y otros (1997): *Estudiar Matemáticas*. El eslabón perdido entre enseñanza aprendizaje. Barcelona: Horsori.

De la Torre Gómez, A. (2003). El método socrático y el modelo de Van Hiele. *Lecturas Matemáticas*, 24, 99-121.

Durkheim, E. (1990): *Educación y Sociología*. 56-60. Barcelona: Península.

Gascón, J. (2011). *Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico. El caso de álgebra elemental*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa.

Recuperado de:

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362011000200004

Fouz, F. (2001): Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Revista un *Paseo por la Geometría*.

Recuperado de:

<http://biblio.una.edu.ve/docu.7/bases/marc/texto/m2451b.pdf#page=92>

Gascón, J. (2003). Efectos del autismo temático sobre el estudio de la geometría en secundaria. *Revista Suma*, Nº 44, pp. 25-34.

Gascón, J. (2004). Efectos del autismo temático sobre el estudio de la geometría en secundaria (II). *Revista Suma*, Nº 45, pp. 41-52.

Gunter. L, Huber. (2008). *Aprendizaje Activo y Metodologías educativas*. Revista de educación, 59-81. Alemania.

Gutiérrez, A. y otros (1996): *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Mathema, 8, 143-170. Granada: Comares.

Jiménez Pérez José, A. (2008). *Fenómenos Didácticos*. José Alberto website.

Recuperado de:

<https://sites.google.com/site/albertowebpage/fenomenos-didacticos>

Ribes Greus, A. y otros (2008). *Metodologías Activas. Grupo de Innovación en Metodologías Activas*. Valencia: UPV.

Orús, P. (2001). *Análisis de datos e investigación en didáctica de la matemática. Una aproximación desde la teoría de situaciones*. Quinto simposio de la sociedad Española de investigación en Educación Matemática. Almería.

Villa-Ochoa, J. A. (2007). *La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo*. Tecno Lógicas, 19, 51-81.