



**Universidad**  
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado en  
Administración y Dirección de  
Empresas

**LA ESTRUCTURA URBANA DE  
ESPAÑA E ITALIA (1900-2010)**

Presentado por Borja López Revuelta

Dirigido por Fernando Sanz Gracia

Facultad de Economía y Empresa

Junio de 2015

## SUMMARY

The main purpose of this report is to study the evolution of the urban structure of the Spanish and Italian municipalities from 1900 to 2010. In order to understand it, we are using tools like the descriptive analysis, the using of kernels and, above all, the estimation of the Pareto exponents. These types of appliances show us that the most important behavior is the increase of an inequality distribution, both along the century and for the different sizes considered. Times when convergence appears are more likely in Italy and for larger cities.

**PALABRAS CLAVE:** distribución del tamaño de las ciudades, Italia, España, siglo veinte, divergencia, exponente de Pareto

## ÍNDICE

1.- INTRODUCCIÓN .....	4
2.- METODOLOGÍA.....	8
2.1.- LA DISTRIBUCIÓN DE PARETO Y LA LEY DE ZIPF .....	8
2.2.- COMPORTAMIENTOS NO PURAMENTE PARETIANOS: LAS ESPECIFICACIONES DE ROSEN Y RESNICK (1980) Y DE FAN Y CASETTI (1994) .....	10
3.- BASE DE DATOS .....	11
4.- RESULTADOS .....	13
4.1.- UN PRIMER ANÁLISIS DESCRIPTIVO .....	13
4.2.- LOS EXPONENTES DE PARETO ESTIMADOS .....	19
4.3.- MÁS ALLÁ DE PARETO: LAS ESPECIFICACIONES DE ROSEN Y RESNICK (1980) Y FAN Y CASETTI (1994).....	27
5.- DISCUSIÓN.....	30
6.- CONCLUSIONES.....	33
7.- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	34

## 1.- INTRODUCCIÓN

El estudio de la distribución estadística del tamaño de un fenómeno cuantificable tiene una honda tradición en muchas disciplinas. Así, se ha aplicado a la intensidad de los terremotos, al número de víctimas de los conflictos bélicos (González-Val, 2015), al caudal de los ríos, a la frecuencia con que se incluyen una serie de notas musicales en composiciones famosas (Zanette, 2006), a la magnitud de los movimientos migratorios (Clemente *et al.*, 2011) o, lo que constituye el caso más famoso (no por el fenómeno cuantificable concreto estudiado, sino por la conocida Ley que toma el nombre de su autor), al número de veces que aparecen distintas palabras en el Ulises de James Joyce (Zipf, 1949). En Economía, los dos entes más estudiados son las empresas (cuyo pionero es Gibrat, 1931, del que parte toda la literatura posterior relativa a *firm size distribution*) y las ciudades (cuya primera aportación relevante se debe a Auerbach, 1913, que constituye, a su vez, el origen de todo lo que se ha escrito después sobre *city size distribution*).

Este es un trabajo empírico de Economía Urbana. En concreto, pretende describir cómo ha evolucionado la estructura urbana de todos los municipios españoles e italianos durante el (largo) periodo que va de 1900 a 2010. En otras palabras, este documento entronca con toda la amplia literatura que intenta estudiar la distribución del tamaño de las ciudades, tratando de determinar si el comportamiento en el tiempo ha sido convergente o divergente, si ha aumentado o no la desigualdad en la distribución o, simplemente, si bien no es una tarea nada sencilla, que no abordamos aquí, cuál es la mejor función estadística (Pareto y lognormal son las más habituales) que se ajusta a los datos observados del tamaño de los núcleos urbanos.

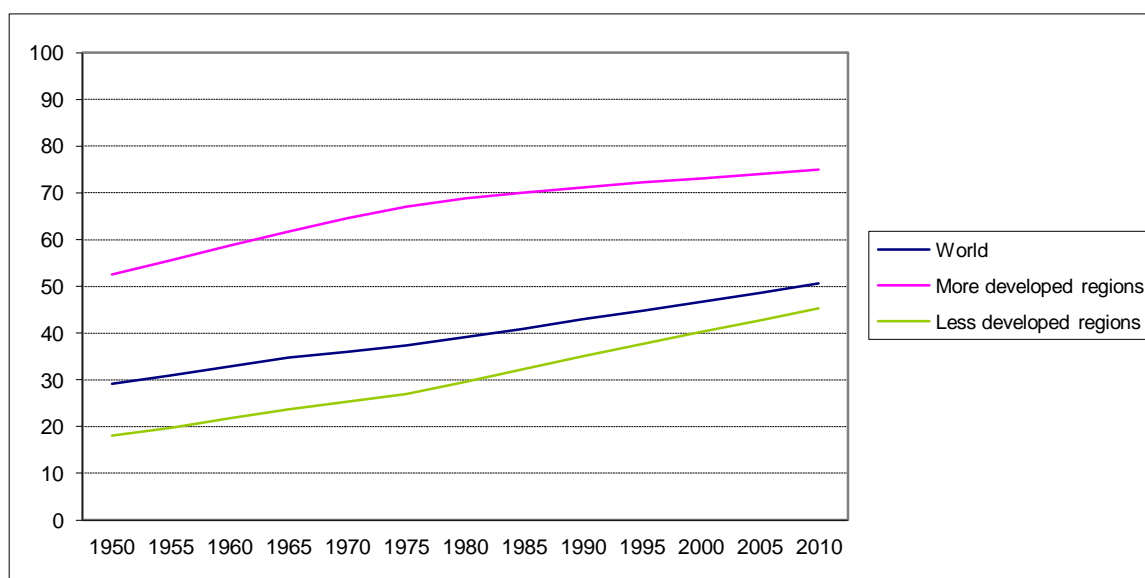
Una vez definido, muy brevemente, en el párrafo previo, cuál va a ser el objeto de estudio, es necesario justificar por qué es relevante abordarlo o, dicho de otra manera, por qué vale la pena dedicar esfuerzo y tiempo a ese tema. Antes de ello, queremos dejar claro que el enfoque adoptado para analizar *city size distribution* no alcanza la sofisticación estadístico-econométrica que es estándar en la literatura actual (sin querer ser exhaustivos, y ciñéndonos únicamente a artículos de este siglo, podemos citar a Overman e Ioannides, 2001, Black y Henderson, 2003, Ioannides y Overman, 2003 y 2004, Eeckhout, 2004, Soo, 2005 y 2014, Anderson y Ge, 2005, Bosker *et al.*, 2008a, Holmes y Lee, 2010, Berry y Okulicz-Kozaryn, 2012, Ioannides y Skouras, 2013,

Luckstead y Devadoss, 2014a y 2014b, González-Val *et al.*, 2015, y Berliant y Watanabe, 2015). Ello no es óbice para que la aplicación empírica se construya, creemos, con rigor, y que los resultados que se derivan de ella sean sugerentes, informativos y coherentes.

Empezando por lo más general, ¿por qué es interesante escribir un trabajo sobre Economía Urbana o, en términos más directos, sobre ciudades, de diferente tamaño?

El interés de la Economía Urbana es evidente: el mundo actual es un mundo esencialmente urbano. En efecto, es anecdótico pero sumamente significativo que los investigadores Gregory Fulkerson, Lobby Morris y Ron Wimberley de North Carolina State University y la University of Georgia fecharan el 23 de mayo de 2007 como el primer día en la historia de la humanidad en que la población urbana en el mundo (3303992253 personas) supera a la rural (3303866404 personas). Abundando en esta idea, el Gráfico 1 pone de manifiesto que el proceso de urbanización en los últimos sesenta años ha sido un fenómeno imparable, tanto en las regiones más desarrolladas como en las menos desarrolladas. Aún más, existe un cierto consenso acerca de que el proceso de urbanización ha ido históricamente de la mano con el de industrialización y el de un crecimiento sostenido y duradero, de forma que los tres hechos económicos se determinan y causan de forma más o menos simultánea (véase Davis y Henderson, 2003).

**GRÁFICO 1. Porcentaje de población urbana** (*United Nations, Population Division*)



Continuando con lo más específico, dentro del campo de la Economía Urbana, ¿por qué es interesante analizar una de sus ramas, como es la dedicada a la distribución del tamaño de las ciudades? Siguiendo a Malevergne *et al.* (2011) podemos esgrimir tres razones principales. Uno, el estudio de la forma de la distribución y de sus movimientos en el tiempo es potencialmente muy informativo para conocer el proceso generador de crecimiento subyacente y, en consecuencia, para poder predecir cuál va a ser la evolución en el futuro (lo que, sin duda, interesa a planificadores urbanos, geógrafos humanos, economistas, ecologistas, políticos,...). Dos, la distribución y sus características (unimodal o no, asimétrica o no, más o menos leptocúrtica) produce efectos sobre muchos aspectos socio-económicos que determinan el bienestar de muchos ciudadanos en el mundo real. Y tres, la cola alta (que engloba a las mayores ciudades) es, por definición, cuantitativamente muy importante en términos de población.

A la hora de realizar el trabajo hemos tenido que tomar una serie de decisiones, que exponemos, intentando justificar el porqué de las mismas, a continuación.

En primer lugar, el estudio de la distribución del tamaño de las ciudades debe ser, hasta donde los datos lo permitan, uno de largo plazo (Parr, 1985, Gabaix e Ioannides, 2004); en consecuencia, hemos tomado el periodo de tiempo más largo que la existencia de datos *on line* ha posibilitado, a saber, los doce Censos de población para ambos países que van de 1900 (ó 1901 para Italia) a 2010. En segundo lugar, es conocido (Eeckhout, 2004, González-Val *et al.*, 2013) que los resultados que afectan a la distribución del tamaño de las ciudades son sensibles al número de núcleos que se consideran; por consiguiente, hemos realizado el análisis para veintiún tamaños muestrales diferentes, lo que nos va a permitir confirmar la veracidad de la anterior afirmación. En tercer lugar, hemos tomado todas las entidades de población, incluso las más pequeñas; en este sentido, Eeckhout (2004) demostró que ceñir el análisis, como venía siendo habitual en la literatura hasta entonces, exclusivamente a los mayores H núcleos introduce sesgos en los resultados, además de que la decisión respecto a cómo fijar H es arbitraria. Abundando en este tema, los asentamientos con (muy) poca población no son importantes por el porcentaje de población que representan, pero sí en lo que atañe al número de municipios. En este sentido, la sección de Resultados confirma que es necesario, para entender completamente qué ocurre en *toda* la distribución, tener en cuenta la parte de la misma correspondiente a la cola baja.

En cuarto lugar, ¿por qué estudiar más de un país? Lo tradicional en la literatura, evidentemente con notables excepciones, es analizar sólo un área geográfica. Tomar dos es, por definición, más completo, más informativo y da lugar a la posibilidad de detectar comportamientos comunes o dispares entre ambas naciones. ¿Por qué precisamente esos dos? Hay varios motivos, que exponemos sin que el orden sea indicativo de la importancia de los mismos. Uno, porque la información relativa a España y a Italia abarca exactamente el mismo periodo temporal. Dos, porque el número de núcleos urbanos en ambos países es casi invariante en el tiempo (lo cual, sin duda, facilita el análisis y, en otro caso, es una fuente que puede acabar “metiendo ruido”) y prácticamente coincidente (y el tamaño muestral importa, como hemos dicho anteriormente). Tres, porque los datos están informatizados y son de libre disposición. Cuatro, porque España es nuestro país. Cinco, porque la estructura urbana de España e Italia ha sido poco analizada en la literatura (véase la sección de Discusión), a diferencia de lo que ocurre, por ejemplo, con Estados Unidos. Seis, porque los dos países tienen una historia bastante similar: ambos colonizados por los griegos, los romanos y, tras estos últimos, por los pueblos germánicos; asimismo, están cercanos geográficamente y su clima es parecido; por el contrario, las dos grandes diferencias residen, por un lado, en los casi ocho siglos de dominación musulmana en España y, por otro, en el distinto momento en el que nacen como nación (España hacia 1500 con los Reyes Católicos; Italia bien avanzado el siglo XIX con el movimiento unificador iniciado por Garibaldi), con todo lo que ello supone desde un punto de vista urbanístico, que es el que nos interesa. Por consiguiente, hay motivos tanto a favor como en contra de que la evolución de la estructura urbana de 1900 a 2010 sea muy pareja o no lo sea tanto en ambas zonas y, por tanto, es un tema abierto que merece ser objeto de análisis.

Los resultados principales que deducimos, muy brevemente expuestos, son los siguientes. En ambos países, la desigualdad en la distribución ha tendido a acentuarse, año tras año, a lo largo del periodo considerado, proceso que se ha dado con mayor intensidad en España. Han existido, ciertamente, episodios de convergencia, en los que la distribución ha tendido a una mayor igualdad, pero han sido muy limitados en el tiempo y restringidos a las ciudades intermedias y grandes.

El resto del trabajo se articula como sigue. La sección segunda describe la Metodología empleada. La siguiente hace lo propio con los datos utilizados. Se da cuenta de los Resultados en la sección cuarta, la más larga. La sección quinta se dedica a llevar a cabo

una Discusión de dichos resultados y compararlos con los de otros trabajos. Las Conclusiones cierran el documento.

## 2.- METODOLOGÍA

### 2.1.- LA DISTRIBUCIÓN DE PARETO Y LA LEY DE ZIPF

Una de las funciones más utilizadas históricamente, y con más éxito, para describir la distribución del tamaño de las ciudades ha sido la de Pareto (1896), especialmente en la parte de la misma que corresponde a la cola alta, esto es, las mayores ciudades.

Decimos que un fenómeno cuantificable sigue una distribución de Pareto (o una *power law*) si cumple lo siguiente:

$$P(\text{Tamaño} > S_R) = \frac{a}{S_R^b} \quad (1)$$

donde  $a$  es una constante positiva,  $S_R$  es la población o tamaño (*size*) de la ciudad de rango genérico  $R$  (para el caso español,  $R=1$  para Madrid,  $R=2$  para Barcelona;  $R=3$  para Valencia y así sucesivamente, hasta llegar a la ciudad más pequeña, de un total de  $N$ ) y  $b$  es el denominado exponente de Pareto, que también es positivo. Por otra parte, es trivial deducir que, empíricamente, se verifica:

$$P(\text{Tamaño} > S_R) = \frac{R}{N} \quad (2)$$

Igualando (1) y (2) se llega a:

$$RS_R^b = aN = \text{constante} \quad (3)$$

Cuando  $b=1$  se deduce un caso particular de la distribución paretiana definida en (1), que se conoce como Ley de Zipf. Esta famosa Ley postula, a partir de (3), que el rango por el tamaño es constante, de ahí que también se denomine a veces como regla del rango-tamaño. Su significado en la práctica es muy sencillo: si se cumple esta Ley la segunda ciudad más grande de un país tendrá una población que será la mitad de la mayor, la tercera será un tercio de la más grande y, en general, la de rango  $k$ -ésimo será una  $k$ -ésima parte de la más poblada.



La manera de comprobar estadísticamente el cumplimiento o no de la Ley de Zipf es inmediata si tomamos neperianos en (3):

$$\ln R = \text{constante} - b \ln S_R \quad (4)$$

Basta con realizar la regresión que se propone en (4) y contrastar estadísticamente si se rechaza o no que  $b$  sea igual a la unidad para saber, respectivamente, si se incumple o no la Ley.

En cualquier caso, una ecuación como (4) lo que define es una relación lineal entre el neperiano del rango y el neperiano del tamaño. En este contexto, el valor estimado del exponente de Pareto  $b$  va a ser clave en este trabajo. En efecto, es estándar en la literatura considerar que  $\hat{b}$  es una medida del grado de desigualdad que hay en la distribución, en nuestro caso, del tamaño de las ciudades. La relación entre  $\ln R$  (en ordenadas) y  $\ln S_R$  (en abscisas) va a ser, por definición, negativa (a menor rango mayor tamaño y viceversa; de forma que, como ya hemos dicho,  $\hat{b}$  es siempre positivo) y, de acuerdo a (4), lineal. Así, cuanto mayor (menor) es el exponente de Pareto mayor es la igualdad (desigualdad) en la distribución. La mejor manera de entender por qué esto es así es considerar el caso extremo (inviabile en la realidad, pero nada nos impide razonar en términos abstractos sobre esta posibilidad) en el que  $\hat{b} \rightarrow \infty$ ; en este escenario, la relación entre  $\ln R$  y  $\ln S_R$  es una función perfectamente rígida o vertical, de suerte que existe un único tamaño de ciudad, todas las ciudades tienen la misma población y, en consecuencia, la igualdad es máxima. Abundando en el tema, si el exponente de Pareto está cercano a cero, la recta que vincula rango y tamaño es muy elástica, decreciente pero casi horizontal, definiendo, por consiguiente, un abanico de valores posibles en el eje de abscisas (donde están los tamaños de las ciudades) muy amplio: hay núcleos arbitrariamente pequeños y otros arbitrariamente grandes, con lo que la desigualdad es muy elevada.

Finalmente, siguiendo la propuesta de Gabaix e Ibragimov (2007), la ecuación que se va a estimar económicamente por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) es la siguiente:

$$\ln\left(R - \frac{1}{2}\right) = \text{constante} - b \ln S_R \quad (5)$$

Ambos autores demuestran que la aplicación de MCO a (4) produce sesgos en la estimación, que se corrigen de una forma tan sencilla como supone (5). Asimismo, para

contrastar la significatividad del exponente de Pareto, su error estándar lo computaremos como  $(2/N)^{1/2}$ . Gabaix e Ibragimov (2007) prueban que ese es su valor correcto asintóticamente.

## 2.2.- COMPORTAMIENTOS NO PURAMENTE PARETIANOS: LAS ESPECIFICACIONES DE ROSEN Y RESNICK (1980) Y DE FAN Y CASETTI (1994)

En la literatura, el diagrama de dispersión, con datos reales, que relaciona  $\ln R$  con  $\ln S_R$  se denomina *Zipf plot*. Una distribución de Pareto impone que el *Zipf plot* es lineal (si el ángulo de la recta decreciente es  $45^\circ$  tenemos Zipf exacto). Y esta aproximación es razonablemente buena y muy simple de estimar. Sin embargo, hay *Zipf plots* que no son completamente lineales, sino que presentan tramos con distintas curvaturas (véanse, los Gráficos 4 y 5 de este trabajo: la relación entre rango y tamaño no es exactamente lineal). Una generalización de (4), que contempla esta posibilidad, es la formulada en Rosen y Resnick (1980):

$$\ln R = \text{constante} + c \ln S_R + g (\ln S_R)^2 \quad (6)$$

El parámetro clave es ahora  $g$ , puesto que  $\frac{d^2(\ln R)}{d(\ln S_R)^2} = 2g$ , de forma que el *Zipf plot* será cóncavo (convexo) si  $g$  es menor (mayor) que cero.

Otra ampliación interesante de (4) es la debida a Fan y Casetti (1994). Estos autores proponen estimar lo que denominan ‘regla del rango-tamaño expandida’. Primero hacen depender el exponente de Pareto del tamaño:

$$-b = h + mS_R \quad (7)$$

siendo  $h$  y  $m$  parámetros. Llevando (7) a (4), la ecuación finalmente estimada es la siguiente:

$$\ln R = \text{constante} + h \ln S_R + mS_R \ln S_R \quad (8)$$

El parámetro fundamental ahora es  $m$ . En efecto, la ventaja de este enfoque es que permite relacionar variaciones en el exponente de Pareto (y, por tanto, en la desigualdad de la distribución) con la dimensión de las ciudades. Así, razonando a partir de (7), si  $m$  es positivo,  $(-b)$  sigue siendo negativo (como no puede ser de otra forma por

definición), pero es cada vez más pequeño en valor absoluto conforme  $S_R$ , el tamaño, aumenta. En otras palabras, el exponente de Pareto  $b$  va disminuyendo si pasamos a núcleos más grandes y, por consiguiente, la desigualdad crece al disminuir  $R$ , al aumentar la dimensión de las ciudades. El razonamiento para  $m$  negativo es análogo, *mutatis mutandis*; ahora desigualdad y tamaño van en sentido opuesto: la desigualdad decrece conforme consideramos ciudades cada vez mayores.

### 3.- BASE DE DATOS

La unidad geográfica de referencia que se considera para los dos países (España e Italia) es administrativamente la misma, lo que permite la comparación directa de resultados, sin que exista ningún problema derivado de diferentes definiciones de qué se considera en cada zona como núcleo de población. Esta unidad geográfica es el municipio (*comune* en italiano) y corresponde a las unidades espaciales más pequeñas, esto es, a los gobiernos locales, independientes, de menor rango. Se toman, para cada año, todos los municipios; en consecuencia, para las dos naciones se analiza el 100% del territorio y el 100% de la población. En todo el trabajo, hablamos indistintamente de municipios, núcleos o, más habitualmente, de ciudades, sin entrar en discusiones conceptuales al respecto.

Los datos de población de cada municipio se han tomado de los respectivos Censos: Istituto Nazionale di Statistica, [www.istat.it](http://www.istat.it), para Italia e Instituto Nacional de Estadística, [www.ine.es](http://www.ine.es), para España. Se ha obtenido información, para cada país, de doce Censos: todos los que van de 1900 (ó 1901), el primero disponible *on line*, hasta 2010, el último realizado, inclusive. El Cuadro 1 resume las características más básicas de la base de datos empleada.

**CUADRO 1. Características básicas de la base de datos utilizada** (N: número de municipios; Máx.: población del mayor núcleo; Mín.: población del menor núcleo. Media: población promedio de todos los municipios)

ESPAÑA					ITALIA				
Año	N	Máx.	Mín.	Media	Año	N	Máx.	Mín.	Media
<b>1900</b>	7800	539835	78	2282	<b>1901</b>	7711	621213	56	4275
<b>1910</b>	7806	599807	92	2452	<b>1911</b>	7711	751211	58	4648
<b>1920</b>	7812	750896	82	2622	<b>1921</b>	8100	859629	58	4864
<b>1930</b>	7875	1005565	79	2892	<b>1931</b>	8100	960660	93	5067
<b>1940</b>	7896	1088647	11	3181	<b>1936</b>	8100	1150338	116	5234
<b>1950</b>	7901	1618435	64	3480	<b>1951</b>	8100	1651393	74	5866
<b>1960</b>	7910	2259931	51	3802	<b>1961</b>	8100	2187682	90	6250
<b>1970</b>	7956	3146071	10	4241	<b>1971</b>	8100	2781385	51	6684
<b>1981</b>	8034	3188297	5	4702	<b>1981</b>	8100	2839638	32	6982
<b>1991</b>	8077	3084673	2	4882	<b>1991</b>	8100	2775250	31	7010
<b>2001</b>	8077	2938723	7	5039	<b>2001</b>	8100	2546804	33	7021
<b>2010</b>	8114	3273049	5	5795	<b>2010</b>	8094	2761477	34	7490

A partir de la información contenida en el Cuadro 1 podemos hacer una serie de comentarios. En primer lugar, la coincidencia en los años entre los dos países es completa salvo para el Censo de 1940 en España, que se relaciona con el de 1936 en Italia, dado que en el país transalpino, como consecuencia de la Segunda Guerra Mundial, no realizó Censo en el año que le correspondía, 1941. En segundo lugar, algo que no ocurre, por ejemplo, para Estados Unidos, los tamaños muestrales son casi invariantes en el tiempo y muy similares, en torno a 8000 núcleos, para las dos naciones; este punto es importante porque, como veremos, los resultados que se deducen del análisis de la estructura urbana no son neutrales al número de ciudades que se toman. La mayor diferencia entre Censos se produce en Italia de 1911 (7711 municipios) a 1921 (8100 municipios): tras la Primera Guerra Mundial 389 núcleos de la región de Trentino Alto pasan de Austria a Italia. En tercer lugar, la ciudad promedio es creciente en el tiempo en las dos zonas; asimismo, la italiana siempre es superior a la española. En cuarto lugar, el núcleo más pequeño, si bien con algún altibajo, tiende a reducirse a lo largo de los años, llegando incluso a cifras de un dígito para el caso ibérico. Finalmente, en lo que respecta a la ciudad más grande, que siempre corresponde a Madrid y Roma, ambas crecen (con algún aumento de población realmente importante, como los que se producen en las tres décadas de 1940 a 1970) hasta 1981, luego experimentan una caída en los veinte años siguientes para recuperarse, gracias fundamentalmente a la inmigración extranjera, en el salto de 2001 a 2010; a su vez, ambas urbes tienen poblaciones bastante similares, si bien Roma es mayor que Madrid

hasta 1950 (con la excepción de 1930), para ser la capital española más grande a partir de esa fecha.

## **4.- RESULTADOS**

### **4.1.- UN PRIMER ANÁLISIS DESCRIPTIVO**

En los Cuadros 2 y 3 se ofrece el número de municipios y la población que suponen, tanto en términos absolutos como en porcentaje, para nueve posibles tamaños de los núcleos, para el primer y el último año estudiados para España. Los Cuadros 4 y 5 hacen lo propio para Italia.

Mucho ha cambiado la distribución del tamaño de las ciudades en estos 110 años. Por comentar sólo algunos titulares que se desprenden de la detallada información contenida en los Cuadros 2 y 3, en España en 1900 un 26,99% de asentamientos tenía menos de 500 habitantes y representaban el 4,02% de la población; en 2010 el 46,85% de los municipios están en ese estrato, y su peso en términos de población es del 1,58%. En lo que atañe a núcleos de menos de 20000 personas, que es una cifra muy redonda y sobre la que existe cierto consenso acerca de que puede marcar la diferencia entre lo rural y lo urbano, el 99,11% de los municipios españoles estaban en ese intervalo en 1900 y representaban el 77,63% de la población total; esas cifras en 2010 pasan a ser 95,11% y 31,78%, respectivamente. Asimismo, el estrato de 1001 a 5000 habitantes, que es el más representativo en 1900, tanto en términos de municipios como en población, con el 37,58% y el 36,57%, respectivamente, se reduce al 23,88% y al 9,55% en 2010. El intervalo de más peso relativo en 2010 es el de 101 a 500 habitantes en número de municipios y el de 50001 a 200000 en población. Hablando exclusivamente de las ciudades grandes, las que tienen más de 200000 habitantes, son sólo 3 en 1900 y 29 en 2010, aglutinando el 7,23% y el 29,60% de la población, respectivamente. ¿Qué podemos concluir de las líneas precedentes? Pendiente de una confirmación más rigurosa que se ofrecerá en subapartados posteriores, este primer análisis descriptivo ya pone de manifiesto que la desigualdad ha aumentado en estos 110 años. Por un lado, hay ahora muchos más municipios de dimensiones reducidas o muy reducidas que antes, y su importancia en términos relativos de población ha caído drásticamente. Por otro, el número de grandes urbes se ha multiplicado por diez y su peso en habitantes ha

crecido a la par. En definitiva, si se nos permite el símil, en 1900 el acordeón estaba bastante cerrado y en 2010 se ha abierto considerablemente. Una cuestión importante a matizar es que se puede argumentar que todo lo anterior es consecuencia del proceso de urbanización que han experimentado, con mayor o menor intensidad, todos los países en el último siglo. Y la anterior frase tiene parte de razón, pero sólo en lo relativo a la cola alta: las ciudades pequeñas o intermedias en 1900 se han convertido en intermedias y grandes en 2010, y las mayores aún se han hecho mayores en esos años. Pero la urbanización por sí sola no es capaz de explicar por qué una gran mayoría de municipios españoles han perdido población en ese periodo y, en consecuencia la cola baja de la distribución se ha vuelto mucho más gruesa en términos de número de núcleos.

**CUADRO 2. Número de municipios y población, en términos absolutos y relativos, para distintos tamaños de los núcleos. España 1900**

INTERVALO DE POBLACIÓN	MUNICIPIOS	PORCENTAJE	POBLACIÓN	PORCENTAJE
1-100	6	0,08%	554	0,00%
101-500	2099	26,91%	716465	4,02%
501-1000	2105	26,99%	1546238	8,69%
1001-5000	2931	37,58%	6510762	36,57%
5001-20000	589	7,55%	5047799	28,35%
20001-50000	52	0,67%	1447832	8,13%
50001-200000	15	0,19%	1246686	7,00%
200001-500000	1	0,01%	213550	1,20%
500000+	2	0,03%	1072835	6,03%
TOTAL	7800	100,00%	17802721	100,00%

**CUADRO 3. Número de municipios y población, en términos absolutos y relativos, para distintos tamaños de los núcleos. España 2010**

INTERVALO DE POBLACIÓN	MUNICIPIOS	PORCENTAJE	POBLACIÓN	PORCENTAJE
1-100	1058	13,04%	62186	0,13%
101-500	2743	33,81%	679957	1,45%
501-1000	1061	13,08%	756402	1,61%
1001-5000	1938	23,88%	4491278	9,55%
5001-20000	917	11,30%	8954730	19,04%
20001-50000	252	3,11%	7435693	15,81%
50001-200000	116	1,43%	10723122	22,80%
200001-500000	23	0,28%	6268184	13,33%
500000+	6	0,07%	7649479	16,27%
TOTAL	8114	100,00%	47021031	100,00%

Para el caso italiano, ofreciendo exactamente la misma información que para España, en 1901 un 3,04% de asentamientos tenía menos de 500 habitantes y representaban el 0,26% de la población; en 2010 el 10,29% de los municipios están en ese estrato, y su peso en términos de población es del 0,41%. En lo que atañe a núcleos de menos de 20000 personas, el 97,88% de los municipios transalpinos estaban en ese intervalo en 1901 y representaban el 72,77% de la población total; esas cifras en 2010 pasan a ser 93,63% y 46,99%, respectivamente. Al igual que en España, el estrato de 1001 a 5000 habitantes es el más representativo en 1901, tanto en términos de municipios como en población, con el ¡66,18%! (un reparto totalmente equitativo sería de (1/9), esto es, del 11,11%) y el 38,34%, respectivamente, pasando al 46,16% y al 15,31% en 2010. El intervalo de más peso relativo en 2010 sigue siendo el de 1001 a 5000 habitantes en número de municipios y el de 5001 a 20000 personas en población, diferentes al caso español en ese año. Hablando exclusivamente de las ciudades grandes, las que tienen más de 200000 habitantes, son 7 en 1901 y 15 en 2010, aglutinando el 8,60% y el 16,13% de la población, respectivamente. Las conclusiones para el caso italiano son similares a las deducidas para el caso español: la desigualdad ha crecido a lo largo del tiempo. No obstante lo anterior, en Italia todo ha ocurrido (basta con reparar en los Cuadros o en las cifras para ambos países) de forma más amortiguada: el número de núcleos pequeños ha aumentado, pero menos que en España; el de grandes urbes también, pero con menos intensidad, y el deterioro en la parte central de la distribución se ha producido de una forma más suave.

**CUADRO 4. Número de municipios y población, en términos absolutos y relativos, para distintos tamaños de los núcleos. Italia 1901**

INTERVALO DE POBLACIÓN	MUNICIPIOS	PORCENTAJE	POBLACIÓN	PORCENTAJE
1-100	2	0,03%	118	0,00%
101-500	232	3,05%	86579	0,26%
501-1000	970	12,74%	742402	2,25%
1001-5000	5103	67,05%	12638843	38,34%
5001-20000	1240	16,29%	10521572	31,92%
20001-50000	27	0,35%	3730233	11,32%
50001-200000	30	0,39%	2408057	7,31%
200001-500000	5	0,07%	1675821	5,08%
500000+	2	0,03%	1159691	3,52%
TOTAL	7611	100,00%	32963316	100,00%

**CUADRO 5. Número de municipios y población, en términos absolutos y relativos, para distintos tamaños de los núcleos. Italia 2010**

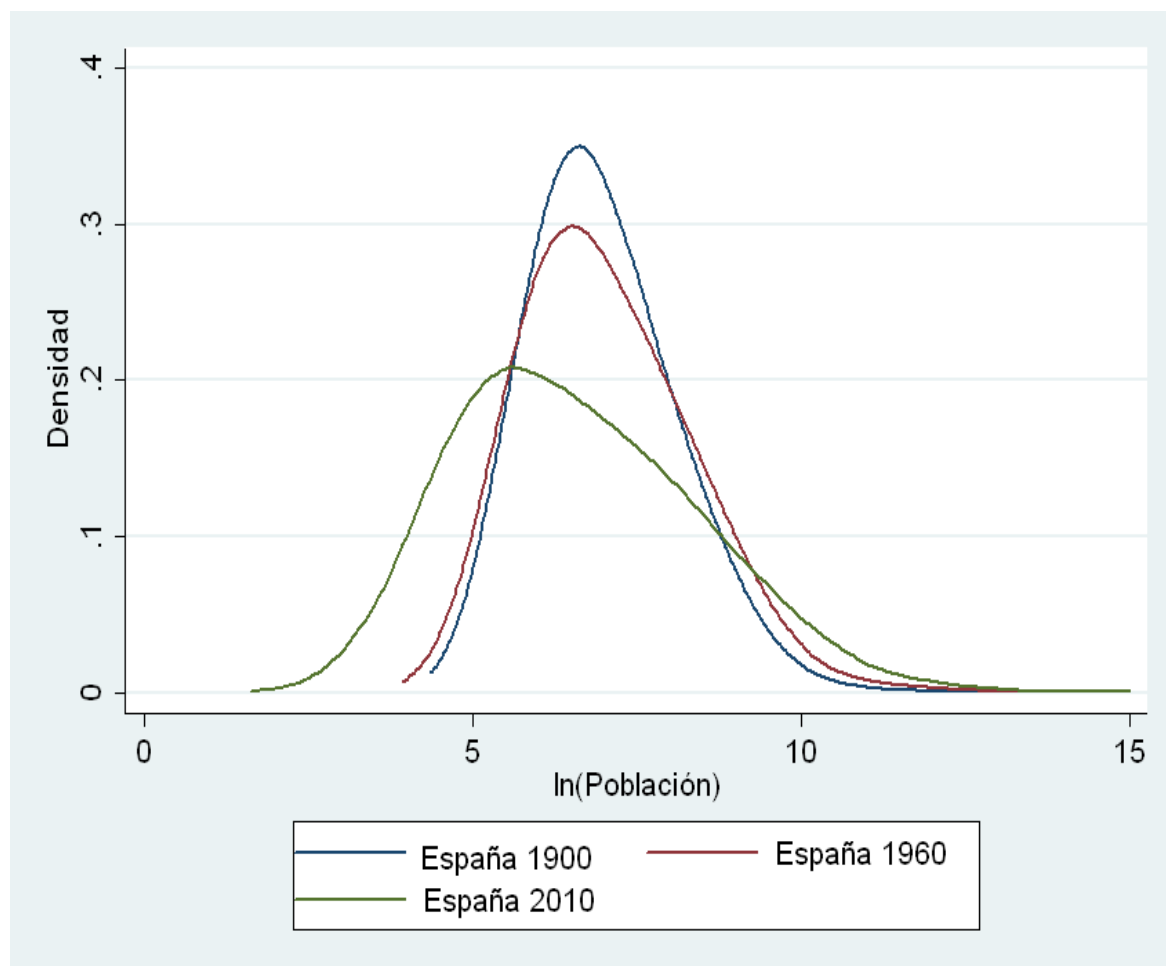
INTERVALO DE POBLACIÓN	MUNICIPIOS	PORCENTAJE	POBLACIÓN	PORCENTAJE
1-100	51	0,64%	3905	0,01%
101-500	782	9,78%	243047	0,40%
501-1000	1116	13,96%	832117	1,37%
1001-5000	3736	46,74%	9279800	15,31%
5001-20000	1893	23,68%	18130337	29,90%
20001-50000	367	4,59%	11118199	18,34%
50001-200000	34	0,43%	11240052	18,54%
200001-500000	9	0,11%	2562480	4,23%
500000+	6	0,08%	7216505	11,90%
TOTAL	7994	100,00%	60626442	100,00%

Una forma alternativa y, quizá, más rigurosa, de presentar toda la información anterior de esta subsección 4.1 es mediante el uso de *kernels*. Un *kernel* es una estimación de una función de densidad (que, como tal, encierra debajo de ella un área igual a la unidad) a partir de unos datos reales. En otras palabras, es una versión sofisticada y mejorada de lo que es un histograma de frecuencias. Los Gráficos 2 y 3 muestran para España e Italia, respectivamente, los *kernels* para tres años representativos; en ordenadas se acumula probabilidad (o densidad) y en abscisas se ubica cada uno de los aproximadamente 8000 municipios de acuerdo a su tamaño, en una escala logarítmica.



Son *kernels* Epanechnikov adaptativos con un *bandwidth* de 0,5 (véase Silverman, 1986, para los detalles más técnicos).

**GRÁFICO 2. *Kernels* para España 1900, 1960 y 2010. Población de cada municipio en abscisas, en escala logarítmica**



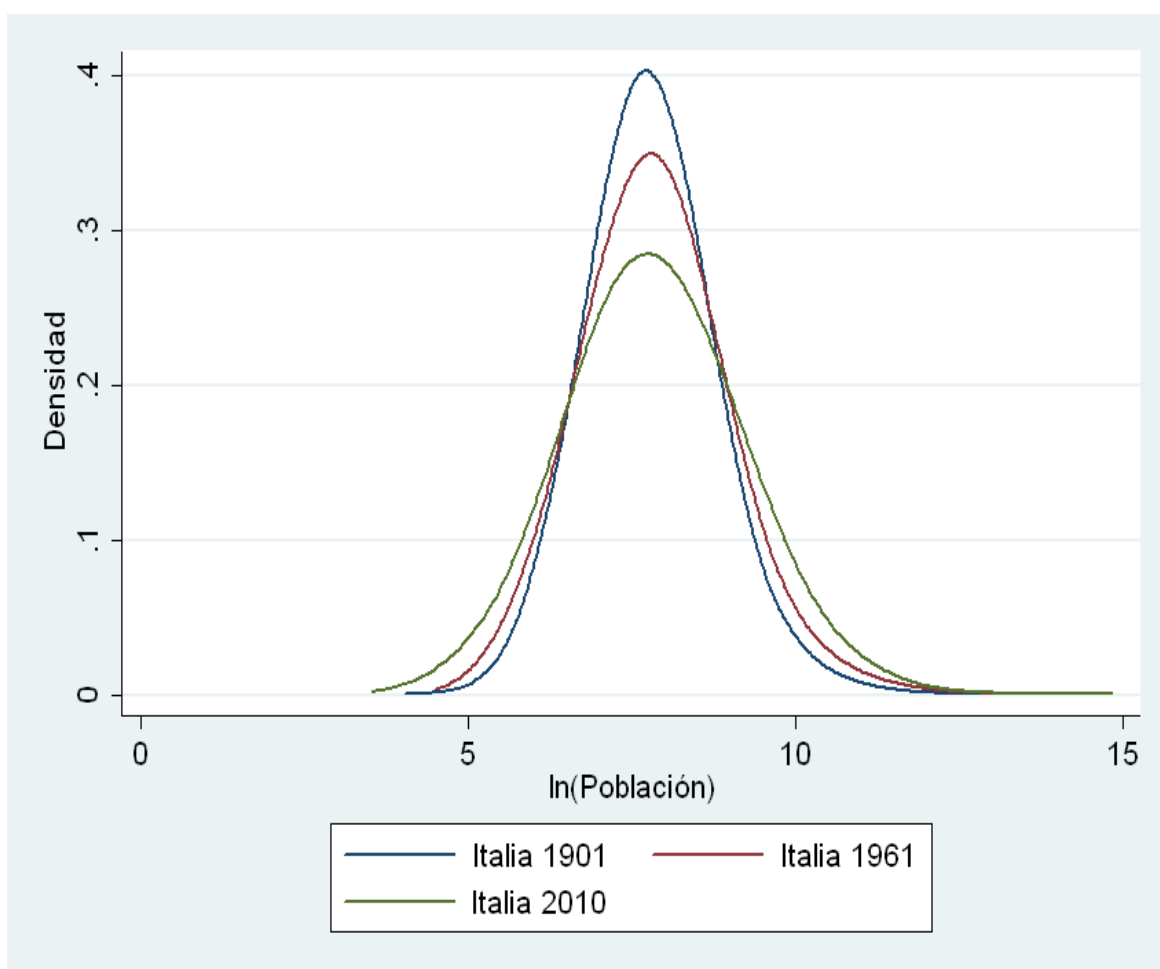
Como no podría ser de otra manera, lo que se deduce de los Gráficos 2 y 3 es coherente con los comentarios que se han hecho a partir de los Cuadros 2 a 5. La desigualdad ha aumentado en España y en Italia, más intensamente en la primera.

En España la probabilidad en 1900 se concentra en los tamaños intermedios. En 1960 no hay muchos cambios, pero sí que la distribución es más platicúrtica y las dos colas son ligeramente más gruesas que en 1900 y se extienden más hacia la izquierda (los núcleos más pequeños son más pequeños) y hacia la derecha (las ciudades más grandes son más grandes). En 2010 los cambios son notables. Por un lado, la función de

densidad es mucho más platicúrtica (la densidad máxima es sólo 0,2); por otro, la distribución deja de ser simétrica y se torna *right skewed*. Finalmente, las colas son más gruesas y acumulan probabilidad para valores más extremos del eje de abscisas, algo especialmente importante para la *bottom tail*.

El caso italiano parece sacado de un manual de estadística. Las tres distribuciones son simétricas, con la misma moda, y en el tiempo se van volviendo cada vez menos leptocúrticas. Las colas se hacen cada vez algo más gruesas y también extienden su rango de variación, tanto a la izquierda como a la derecha. Sin duda, la desigualdad ha aumentado, pero de forma más suave que en España. En resumen, la distribución del tamaño de las ciudades en Italia ha evolucionado en estos 110 años (Gráfico 3), si bien los cambios han sido más intensos en España (Gráfico 2).

**GRÁFICO 3. *Kernels* para Italia 1901, 1961 y 2010. Población de cada municipio en abscisas, en escala logarítmica**



## 4.2.- LOS EXPONENTES DE PARETO ESTIMADOS

Este subapartado constituye el núcleo de la aplicación empírica llevada a cabo en este trabajo. Recordemos, por la sección 2.1, que la desigualdad es tanto mayor en la distribución cuanto menor es el exponente de Pareto.

El Cuadro 6 muestra los valores de  $\hat{b}$  que se deducen de estimar la ecuación (5) por MCO. Los resultados dependen del número de ciudades que se toman, algo que es conocido en la literatura, y que el contenido de los Cuadros 6 y 7 corrobora de forma rotunda. En cualquier caso, es interesante *per se*, analizar el grado de igualdad de la distribución para las mayores “N” ciudades, puesto que, como así ocurre, no es lo mismo considerar los 50 núcleos más grandes, que tienen un comportamiento y unas características comunes, propias de la *upper tail* que, digamos, los 7000 más grandes, en los que hay municipios de muy diferentes tamaños. Así, se han considerado los 50, 100, 200, ..., 7000, 7500 núcleos más grandes (véanse las primeras columnas de los Cuadros 6 y 7), además de todos los municipios (alrededor de 8000), lo que define un total de veintiuna regresiones para cada año.

Todos los exponentes de Pareto estimados son estadísticamente significativos al 1% en ambos Cuadros. Asimismo, las dos últimas filas recogen, de los veintiún  $R^2$  obtenidos para cada periodo, el mínimo y el máximo. Como se puede apreciar, la bondad del ajuste es siempre muy alta: el menor coeficiente de determinación, de los 504 (21x12x2) posibles, explica el 85,15% de la variación de la variable dependiente y el máximo es prácticamente el 100%. En los dos Cuadros, el exponente de Pareto estimado mínimo de cada fila está coloreado en amarillo, mientras que el  $\hat{b}$  máximo de cada columna está tintado de verde.

**CUADRO 6. Valores estimados del exponente de Pareto para España. Veintiún tamaños muestrales distintos para cada año (1900 a 2010)**

N \ Año	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1981	1991	2001	2010
50	1,3013	1,3185	1,3014	1,2637	1,2785	1,2655	1,265	1,2775	1,4053	1,4614	1,4988	1,5174
100	1,4001	1,3881	1,352	1,3138	1,2732	1,236	1,1981	1,1942	1,2426	1,288	1,33	1,4069
200	1,4871	1,4698	1,4221	1,3723	1,3039	1,2269	1,1802	1,1217	1,1226	1,1583	1,2241	1,2853
400	1,5601	1,5433	1,4847	1,4229	1,34	1,2681	1,2129	1,1363	1,0972	1,1096	1,1645	1,2115
600	1,5957	1,5709	1,514	1,4562	1,369	1,3097	1,2494	1,1601	1,0973	1,1009	1,1469	1,1798
800	1,5912	1,5665	1,5175	1,4666	1,381	1,3285	1,2745	1,1693	1,0862	1,0801	1,1178	1,1399
1000	1,5819	1,5606	1,5079	1,4635	1,3784	1,331	1,2739	1,1598	1,0711	1,0572	1,0809	1,0992
1500	1,534	1,5134	1,464	1,4289	1,3543	1,3185	1,2621	1,1343	1,0377	1,0107	1,021	1,0219
2000	1,4688	1,454	1,413	1,3844	1,3151	1,2874	1,2262	1,1014	0,9996	0,964	0,9604	0,955
2500	1,3997	1,3871	1,3559	1,3305	1,2662	1,2417	1,1812	1,0649	0,9645	0,9261	0,9146	0,9001
3000	1,3408	1,3267	1,2973	1,2714	1,2141	1,1947	1,1361	1,02	0,9264	0,8868	0,8727	0,8493
3500	1,2868	1,2707	1,2438	1,2177	1,1671	1,1513	1,0924	0,9787	0,8888	0,8499	0,8312	0,8045
4000	1,2371	1,2207	1,1958	1,1705	1,1222	1,107	1,0498	0,9434	0,8539	0,8137	0,7923	0,7638
4500	1,1956	1,179	1,1528	1,1264	1,0821	1,0672	1,0097	0,9074	0,8214	0,7802	0,7575	0,7275
5000	1,1571	1,1394	1,1124	1,0844	1,0438	1,0284	0,9721	0,8745	0,7912	0,7494	0,7258	0,6951
5500	1,1176	1,1001	1,0738	1,045	1,0077	0,9918	0,9369	0,8445	0,7629	0,7207	0,6968	0,6654
6000	1,0777	1,0612	1,036	1,0076	0,9743	0,9574	0,9042	0,8147	0,7358	0,6939	0,6701	0,6378
6500	1,0398	1,0238	0,9981	0,9709	0,9403	0,9238	0,8728	0,7843	0,7075	0,6672	0,6444	0,6121
7000	1,0002	0,9841	0,9588	0,9338	0,9062	0,8892	0,8402	0,7526	0,6786	0,6401	0,6186	0,5871
7500	0,9503	0,9359	0,912	0,8898	0,8655	0,8492	0,8025	0,7165	0,6456	0,6099	0,5912	0,5609
Todos datos	0,8994	0,8857	0,8632	0,8357	0,8089	0,7953	0,7515	0,6592	0,5824	0,5512	0,5394	0,5105
R <sup>2</sup> mín.	0,9193	0,9192	0,9192	0,9172	0,9196	0,9206	0,9197	0,9092	0,8892	0,8988	0,901	0,8941
R <sup>2</sup> máx.	0,9955	0,9962	0,9965	0,9966	0,9977	0,9971	0,9966	0,9968	0,9955	0,9935	0,9931	0,992

Aún a riesgo de ser redundantes, un crecimiento del exponente de Pareto estimado, ya sea por filas (las “N” mayores ciudades de 1900 a 2010) o por columnas (todos los tamaños muestrales estudiados en un mismo año, de menor a mayor) es indicativo de que la igualdad aumenta; en otras palabras, podemos hablar de convergencia. Por otra parte, un decrecimiento del exponente de Pareto estimado, implica que la desigualdad en la distribución aumenta; dicho de otra forma, podemos hablar de divergencia.

Pasamos ya a comentar con cierto detalle los resultados que se deducen de los Cuadros 6, el dedicado a España, y 7, el que trata de Italia.

Un primer aspecto relevante es el que relaciona la evolución del exponente de Pareto con el tamaño muestral. En un influyente papel, Eeckhout (2004) demuestra que, bajo ciertas condiciones teóricas (que la distribución que genera los datos sea lognormal) se verifica por construcción y, digamos, de forma inevitable que  $\frac{db}{dN} < 0$ , es decir, conforme aumenta el número de municipios que se toman, también crece la desigualdad. Por una parte, desde el lado bueno, es un resultado bastante intuitivo:

parece lógico, al menos en una primera reflexión, esperar que la igualdad considerando sólo 50 ciudades va a ser superior que si se analizan 6000, donde la variabilidad en los tamaños va a ser, obviamente, mayor. Por otra parte, desde el lado menos bueno, si el signo de esa derivada es negativo siempre, el estudio de cómo varía el exponente de Pareto con N no tiene interés, es espúreo porque sabemos a priori qué es lo que va a suceder. ¿Confirman las estimaciones realizadas para España el resultado de Eeckhout (2004)? No, pero casi sí. En lo que atañe al “no”: de 1900 a 1960 inclusive, la relación entre  $\hat{b}$  y N (estamos mirando el Cuadro 6 por columnas) tiene forma de U invertida (con algún pequeño y muy ocasional diente de sierra), de manera que hay un máximo en N=600 en 1900 y 1910, en N=800 en 1920, 1930, 1940 y 1960 y en N=1000 en 1950.

En consecuencia, hasta que se alcanza ese máximo, obviamente,  $\frac{d\hat{b}}{dN} > 0$  y podemos

hablar de convergencia. En otras palabras, no es cierto, como podría pensarse en un principio, que añadir nuevas ciudades al análisis y, por tanto, incrementar el rango de variación de los posibles tamaños, siempre introduce una mayor desigualdad en la distribución. Es fácil diseñar ejemplos ficticios en los que esto es posible; en efecto, consideremos N=5 con poblaciones de 100, 60, 30, 15 y 9 y N=10 con tamaños de 100, 60, 30, 15, 9, 8, 8, 8 y 8; es claro que la desigualdad es mayor con cinco núcleos que con diez. En lo referente al “pero casi sí”: el comportamiento predominante en el Cuadro 6 es el asociado a que al incrementar el número de ciudades crece la

desigualdad. Así,  $\frac{d\hat{b}}{dN} < 0$  se cumple de 1900 a 1960 a partir de los máximos antes citados (que se daban para unos tamaños muestrales relativamente pequeños, en torno a 800 municipios) y de 1970 a 2010 siempre, desde N=50.

El caso de Italia es similar al español, pero con algunos elementos diferenciadores. El elemento diferenciador fundamental es que en el país transalpino la evidencia a favor de la convergencia es mayor, esto es, hay más tramos en los que se cumple que  $\frac{d\hat{b}}{dN} > 0$ .

Así, no hay ningún año en el que se verifique el resultado de Eeckhout desde el principio, esto es, en todos los periodos la relación entre el exponente de Pareto estimado y el tamaño muestral tiene forma de U invertida (en España este comportamiento de U invertida sólo se produce hasta 1960). Aún más, los tramos crecientes, que implican un aumento de la igualdad al incrementar N, son más amplios: hasta N= 2000 ó N=2500 de 1901 a 1961 (en España en esos mismos años el máximo

estaba en torno a  $N=800$ ), hasta  $N=400$  de 1971 a 2010 (en España en esos cinco Censos la desigualdad siempre crece con  $N$ , desde el primer tamaño muestral considerado).

En resumen, y recapitulando, los datos no corroboran siempre que la desigualdad se incremente con el número de municipios que se estudian, pero sí que constituye el comportamiento predominante, especialmente en el caso español. Otro resultado muy importante es que la (poca) evidencia a favor de la convergencia tiende a darse, mejor, se da para tamaños muestrales pequeños ( $N$  menor que “800” para España de 1900 a 1960;  $N$  menor que “2250” para Italia de 1901 a 1961 y  $N$  menor que 400 para Italia de 1971 a 2010).

Es momento de analizar la información de los Cuadros 6 y 7 por filas, es decir, fijado un tamaño muestral, ver qué ocurre con  $\hat{b}$  de 1900 (ó 1901) a 2010.

**CUADRO 7. Valores estimados del exponente de Pareto para Italia. Veintiún tamaños muestrales distintos para cada año (1901 a 2010)**

N \ Año	1901	1911	1921	1931	1936	1951	1961	1971	1981	1991	2001	2010
50	1,3091	1,2658	1,2224	1,1829	1,1585	1,1453	1,1315	1,1658	1,1984	1,241	1,2751	1,3043
100	1,3948	1,3413	1,297	1,2725	1,2464	1,2409	1,213	1,231	1,2686	1,316	1,3576	1,3787
200	1,4543	1,4137	1,3591	1,328	1,3104	1,3041	1,2597	1,2748	1,3203	1,3841	1,4317	1,4568
400	1,4953	1,4575	1,4066	1,3868	1,3652	1,3363	1,2886	1,2988	1,3459	1,4077	1,4577	1,4801
600	1,5195	1,4841	1,4258	1,407	1,3878	1,3538	1,2958	1,2838	1,3171	1,3766	1,4235	1,4512
800	1,5316	1,5026	1,45	1,433	1,4128	1,372	1,3025	1,2683	1,3002	1,3512	1,3943	1,4241
1000	1,5414	1,5134	1,4587	1,4429	1,4257	1,3809	1,3058	1,2613	1,2925	1,3349	1,3756	1,4064
1500	1,5444	1,5209	1,4713	1,4554	1,4384	1,3906	1,3109	1,2521	1,27	1,3	1,3334	1,3634
2000	1,5477	1,5266	1,4823	1,4696	1,4526	1,4003	1,314	1,2448	1,2529	1,2753	1,3001	1,3217
2500	1,5473	1,5253	1,4827	1,4695	1,4535	1,4022	1,3119	1,2331	1,2326	1,2454	1,263	1,2747
3000	1,5404	1,515	1,4731	1,4588	1,4433	1,3952	1,305	1,2191	1,2086	1,2148	1,2238	1,2274
3500	1,5229	1,4993	1,4589	1,4366	1,4221	1,3767	1,2904	1,2016	1,1815	1,1808	1,1844	1,181
4000	1,4976	1,474	1,4361	1,4075	1,3935	1,3503	1,2689	1,1778	1,1503	1,1455	1,145	1,137
4500	1,4688	1,4445	1,4077	1,3781	1,3646	1,3211	1,2422	1,1503	1,1186	1,1101	1,1058	1,0935
5000	1,4351	1,4109	1,3766	1,3486	1,3335	1,2898	1,214	1,1202	1,0837	1,0718	1,0657	1,0505
5500	1,3942	1,3688	1,3412	1,3131	1,2962	1,2538	1,1818	1,0889	1,0493	1,0343	1,0257	1,0079
6000	1,3444	1,3183	1,299	1,2688	1,2523	1,2102	1,1442	1,0552	1,013	0,9951	0,9847	0,9649
6500	1,283	1,2578	1,2489	1,2174	1,2017	1,1603	1,1001	1,0155	0,9717	0,9516	0,9399	0,9184
7000	1,2101	1,1879	1,1913	1,1593	1,1424	1,1019	1,0476	0,9692	0,9243	0,903	0,8897	0,8675
7500	1,1113	1,0901	1,1226	1,0903	1,072	1,0319	0,9831	0,9117	0,8668	0,8439	0,83	0,8081
Todos datos	1,0269	1,0098	0,9782	0,948	0,9287	0,8926	0,8543	0,7942	0,7512	0,7249	0,7074	0,6867
R^2 mín.	0,8893	0,89	0,8924	0,8884	0,8845	0,8825	0,8892	0,8911	0,8806	0,8689	0,8594	0,8515
R^2 máx.	0,9985	0,9981	0,998	0,9976	0,9976	0,9984	0,999	0,9986	0,9976	0,9961	0,9958	0,9963

Hay dos comportamientos distintos. Por una parte, la relación entre el exponente de Pareto estimado, en ordenadas, y el tiempo, en abscisas, tiene forma de U para determinados tamaños muestrales; en este escenario, el tramo decreciente implica que

en esos años ha habido divergencia (la desigualdad aumenta con el paso del tiempo), mientras que el tramo final creciente de la U es indicativo de un comportamiento convergente. Por otra, esta relación es inequívocamente decreciente para otros tamaños muestrales; ahora, de 1900 a 2010, la desigualdad siempre ha aumentado con el transcurso del tiempo. La forma de U se produce en España para N=50 con el mínimo en 1930 (si bien la evolución del exponente de Pareto en este caso, y sólo en este caso, presenta algún diente de sierra), para N=100 y N=200 con el mínimo en 1970, para N=400 y para N=600 con el mínimo en 1981 y para N=800, N=1000 y N=1500 con el mínimo en 1991. Para N mayor o igual que 2000,  $\frac{d\hat{b}}{dt} < 0$  siempre (siendo t el tiempo, empezando en 1900 y acabando en 2010). La forma de U (con un primer tramo divergente y otro, más cercano a nuestros días, convergente) en Italia se da con el mínimo en 1961 para N=50, N=100, N=200 y N=400; con el mínimo en 1971 para los cinco tamaños muestrales entre N=600 y N=2000, inclusive; el mínimo es en 1981 para N=2500 y N=3000 y, finalmente, con N=3500 el mínimo se alcanza en 1991. Para N igual o superior a 4000 ciudades el exponente de Pareto decrece sistemáticamente de 1901 a 2010.

El resultado más importante de este análisis temporal reside en el hecho de que el comportamiento dominante en ambos países es que la desigualdad aumenta desde 1900 a 2010, año tras año. Esto ocurre para 13 tamaños muestrales (de veintiuno) posibles en España y para 9 en Italia. Incluso en el resto de casos, en los que hay una cierta convergencia en las últimas décadas, este tramo creciente de lo que hemos llamado U, es relativamente corto, especialmente en España, abarcando sólo las tres o cuatro últimas décadas en la mayoría de los casos.

Este análisis por filas también corrobora, si bien de una forma más indirecta, algo que ya dedujimos del estudio por columnas de los Cuadros 6 y 7, a saber, que la convergencia es más probable para tamaños muestrales pequeños. En efecto, cuando la relación entre  $\hat{b}$  y el tiempo tiene forma de U, el año en el que dicha U es mínima y, por tanto, a partir del cual la desigualdad disminuye, crece sistemáticamente con N (celdas amarillas en los Cuadros), hasta que, para N igual o superior a 2000 en España (4000 en Italia) ese tramo convergente desaparece completamente.

Por último, algo que ya se apuntó en el análisis descriptivo de la sección 4.1, y que ahora se confirma econométricamente, es que la evolución a una mayor desigualdad, tanto cuando varía N y t está fijo, como cuando varía t y N está quieto, es más intensa

en España. Dicho de otra manera, la (poca) evidencia que hay a favor de un proceso convergente es más fácil de detectar en el país transalpino. En primer lugar, en el estudio por columnas, el tramo convergente en Italia se produce siempre para un mayor abanico de tamaños muestrales que en España. En segundo lugar, en el análisis temporal o por filas, el tramo convergente en Italia abarca siempre más periodos que en España (salvo para  $N=50$ ) y se produce para un mayor número de tamaños muestrales.

Hasta ahora hemos extraído ciertas conclusiones acerca de cómo aumenta (o disminuye) la desigualdad en la distribución según varía el tamaño muestral o el año. Ambos aspectos para España, para Italia, y también estableciendo alguna relación entre los comportamientos de ambos países. Pero no hemos respondido a preguntas del tipo, ¿es mayor la desigualdad en España o en Italia en 2010 para las 5000 mayores ciudades? O, de forma más general, considerando las 252 celdas con  $\hat{b}$  del Cuadro 6 y las 252 del Cuadro 7, ¿hay más igualdad en España o en Italia? Y aún no hemos respondido a esta pregunta, aunque parezca que sí. Lo único que hemos deducido es que es más probable encontrar comportamientos convergentes en el país transalpino. Pero esto es compatible con que Italia tenga una situación de partida que puede estar caracterizada por una mayor desigualdad que la española o viceversa.

La respuesta a los interrogantes planteados en el párrafo previo se encuentra en el Cuadro 8. En él, al exponente de Pareto estimado español se le resta su equivalente (misma posición en los dos Cuadros: mismo tamaño muestral y prácticamente el mismo año) italiano. Un resultado positivo indica que para esas mayores  $N$  ciudades y ese periodo (para esa celda concreta), la distribución española es más igualitaria; un resultado negativo (coloreados en verde en el Cuadro 8) revela una distribución menos desigual en Italia. El resultado es muy concluyente: de 252 celdas, en sólo 37 (un 14,68%) la distribución española presenta una igualdad mayor. Estos escasos casos se concentran para  $N=50$  (algo especial pasa en España para ese tamaño muestral, según hemos venido constatando en esta sección de Resultados) y para tamaños muestrales iguales o inferiores a 1000 ciudades de 1900 a 1930, inclusive.

Sólo tres comentarios adicionales sobre el Cuadro 8. Uno, las cifras en verde suelen ser de mayor magnitud (en valor absoluto) que sus homólogas en negrita y casi siempre superan las dos décimas e incluso las tres décimas (en valor absoluto), algo que, hablando de exponentes de Pareto, representa una magnitud muy apreciable; en definitiva, cuando la distribución española es más igualitaria lo es por un margen bastante más pequeño que cuando lo es la italiana. Dos, con alguna cautela y sin que se



pueda generalizar completamente, las máximas diferencias en los niveles de igualdad entre los dos países (mayor magnitud, en módulo, de las cifras en verde del Cuadro 8) se producen, mirando por columnas, para tamaños muestrales relativamente grandes, digamos en torno a las mayores, según los años, 5000 ciudades. Tres, también con alguna excepción, lo más habitual, analizando por filas, es que las diferencias en los grados de desigualdad en la distribución sean máximas en 2010.

**CUADRO 8. (Exponente de Pareto estimado español-exponente de Pareto estimado italiano). Veintiún tamaños muestrales y doce años (En el Cuadro, los años de la primera fila son los de España, prácticamente iguales a los de Italia)**

N \ Año	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1981	1991	2001	2010
50	-0,0078	0,0527	0,079	0,0808	0,12	0,1202	0,1335	0,1117	0,2069	0,2204	0,2237	0,2131
100	0,0053	0,0468	0,055	0,0413	0,0268	-0,0049	-0,0149	-0,0368	-0,026	-0,028	-0,0276	0,0282
200	0,0328	0,0561	0,063	0,0443	-0,0065	-0,0772	-0,0795	-0,1531	-0,1977	-0,2258	-0,2076	-0,1715
400	0,0648	0,0858	0,0781	0,0361	-0,0252	-0,0682	-0,0757	-0,1625	-0,2487	-0,2981	-0,2932	-0,2686
600	0,0762	0,0868	0,0882	0,0492	-0,0188	-0,0441	-0,0464	-0,1237	-0,2198	-0,2757	-0,2766	-0,2714
800	0,0596	0,0639	0,0675	0,0336	-0,0318	-0,0435	-0,028	-0,099	-0,214	-0,2711	-0,2765	-0,2842
1000	0,0405	0,0472	0,0492	0,0206	-0,0473	-0,0499	-0,0319	-0,1015	-0,2214	-0,2777	-0,2947	-0,3072
1500	-0,0104	-0,0075	-0,0073	-0,0265	-0,0841	-0,0721	-0,0488	-0,1178	-0,2323	-0,2893	-0,3124	-0,3415
2000	-0,0789	-0,0726	-0,0693	-0,0852	-0,1375	-0,1129	-0,0878	-0,1434	-0,2533	-0,3113	-0,3397	-0,3667
2500	-0,1476	-0,1382	-0,1268	-0,139	-0,1873	-0,1605	-0,1307	-0,1682	-0,2681	-0,3193	-0,3484	-0,3746
3000	-0,1996	-0,1883	-0,1758	-0,1874	-0,2292	-0,2005	-0,1689	-0,1991	-0,2822	-0,328	-0,3511	-0,3781
3500	-0,2361	-0,2286	-0,2151	-0,2189	-0,255	-0,2254	-0,198	-0,2229	-0,2927	-0,3309	-0,3532	-0,3765
4000	-0,2605	-0,2533	-0,2403	-0,237	-0,2713	-0,2433	-0,2191	-0,2344	-0,2964	-0,3318	-0,3527	-0,3732
4500	-0,2732	-0,2655	-0,2549	-0,2517	-0,2825	-0,2539	-0,2325	-0,2429	-0,2972	-0,3299	-0,3483	-0,366
5000	-0,278	-0,2715	-0,2642	-0,2642	-0,2897	-0,2614	-0,2419	-0,2457	-0,2925	-0,3224	-0,3399	-0,3554
5500	-0,2766	-0,2687	-0,2674	-0,2681	-0,2885	-0,262	-0,2449	-0,2444	-0,2864	-0,3136	-0,3289	-0,3425
6000	-0,2667	-0,2571	-0,263	-0,2612	-0,278	-0,2528	-0,24	-0,2405	-0,2772	-0,3012	-0,3146	-0,3271
6500	-0,2432	-0,234	-0,2508	-0,2465	-0,2614	-0,2365	-0,2273	-0,2312	-0,2642	-0,2844	-0,2955	-0,3063
7000	-0,2099	-0,2038	-0,2325	-0,2255	-0,2362	-0,2127	-0,2074	-0,2166	-0,2457	-0,2629	-0,2711	-0,2804
7500	-0,161	-0,1542	-0,2106	-0,2005	-0,2065	-0,1827	-0,1806	-0,1952	-0,2212	-0,234	-0,2388	-0,2472
Todos datos	-0,1275	-0,1241	-0,115	-0,1123	-0,1198	-0,0973	-0,1028	-0,135	-0,1688	-0,1737	-0,168	-0,1762

Finalmente, para acabar este subapartado, el Cuadro 9 muestra los tamaños muestrales que, para cada país y año, hacen que el exponente de Pareto estimado sea exactamente igual a la unidad. En otras palabras, es el número de ciudades que hace que la Ley de Zipf se verifique al cien por cien. Evidentemente, tamaños muestrales cercanos tampoco rechazan desde un punto de vista estadístico que  $\hat{b}$  sea igual a la unidad, pero el número de núcleos ofrecido en el Cuadro 9 es el que minimiza las diferencias entre el exponente de Pareto estimado y 1.

**CUADRO 9. Tamaños muestrales para los que se cumple exactamente la Ley de Zipf**

<b>ESPAÑA</b>		<b>ITALIA</b>	
<b>1900</b>	7003	<b>1901</b>	Más de 7711
<b>1910</b>	6812	<b>1911</b>	Más de 7711
<b>1920</b>	6475	<b>1921</b>	8066
<b>1930</b>	6103	<b>1931</b>	7962
<b>1940</b>	5611	<b>1936</b>	7884
<b>1950</b>	5386	<b>1951</b>	7688
<b>1960</b>	4622	<b>1961</b>	7348
<b>1970</b>	3230	<b>1971</b>	6677
<b>1981</b>	1994	<b>1981</b>	6165
<b>1991</b>	1607	<b>1991</b>	5940
<b>2001</b>	1673	<b>2001</b>	5815
<b>2010</b>	1653	<b>2010</b>	5594

Ciertamente, el objetivo de este trabajo, a diferencia de otros muchos de la literatura, no es contrastar el grado de cumplimiento de la Ley de Zipf, ni explicar, si es el caso, por qué se producen desviaciones de la misma. Pretendemos ir un poco más allá y estudiar cómo ha evolucionado durante ciento diez años la estructura urbana de España e Italia. Dicho esto, el contenido del Cuadro 9, si bien algo anecdótico, no deja de ser interesante. Se puede comprobar, a partir de la información contenida en los Cuadros 6 y 7, que todos los valores de N que aparecen en el Cuadro 9 se encuentran en los tramos decrecientes de los hipotéticos gráficos (no presentados en este trabajo) que relacionan los  $\hat{b}$  de cada año, en ordenadas, con los diferentes tamaños muestrales. Tracemos una imaginaria línea en el gráfico  $(\hat{b}, N)$  perfectamente elástica a la altura de 1. La intersección de esta recta horizontal, proyectada sobre el eje de abscisas, con la función que relaciona  $\hat{b}$  con N en España en 1900 nos da un tamaño muestral de 7003; la intersección de esta línea con la correspondiente función decreciente para Italia en 1991, trasladada al eje de abscisas, nos da N=5940.

Del Cuadro 9 emergen dos regularidades muy claras. Por un lado, para los dos países, el tamaño muestral que hace que  $\hat{b}=1$  decrece sistemáticamente (salvo en España en el año 2000) de 1900 a 2010. Por otro, este tamaño muestral es siempre, para cada periodo, apreciablemente superior en Italia. A partir de los previos descritos en el

párrafo anterior, si colocamos en unos ejes ( $\hat{b}$ , N) todas las funciones, para cada año y país, que relacionan ambas variables, la primera regularidad implica que, *a la altura de esa imaginaria línea horizontal en  $\hat{b}=1$  y en sus cercanías*, las funciones españolas e italianas se han desplazado sistemáticamente hacia la izquierda o, como estamos siempre en los tramos decrecientes, también hacia abajo, año tras año, desde 1900 hasta 2010. Ese movimiento hacia debajo de las funciones (los exponentes de Pareto se hacen más pequeños) a la altura de la recta perfectamente elástica en  $\hat{b}=1$  es, en definitiva, una constatación, una más, de que la desigualdad ha tendido a aumentar a lo largo del tiempo en ambos países. La segunda regularidad indica simplemente que la función  $\hat{b}=f(N)$  para el año x en España está por debajo de la italiana en ese mismo periodo x, estando ambas en sus tramos decrecientes. El hecho de que para cada año, la función italiana vaya por encima implica, como ya hemos deducido anteriormente, que el grado de igualdad en las distribuciones italianas es, en general, superior (véase, al respecto, el Cuadro 8 y los comentarios a él asociados en el texto).

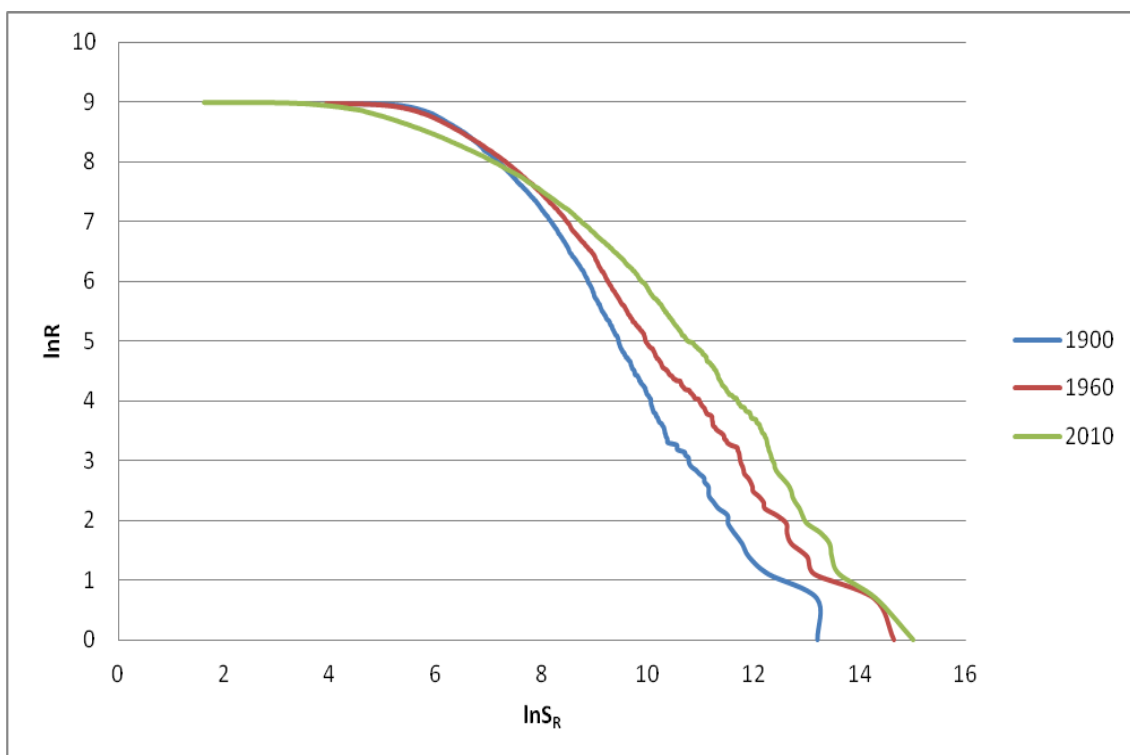
#### **4.3.- MÁS ALLÁ DE PARETO: LAS ESPECIFICACIONES DE ROSEN Y RESNICK (1980) Y FAN Y CASETTI (1994)**

En esta subsección hemos trabajado siempre con toda la muestra. Los Gráficos 4 y 5 presentan los *Zipf plots* para, respectivamente, España 1900, 1960 y 2010 e Italia 1901, 1961 y 2010.

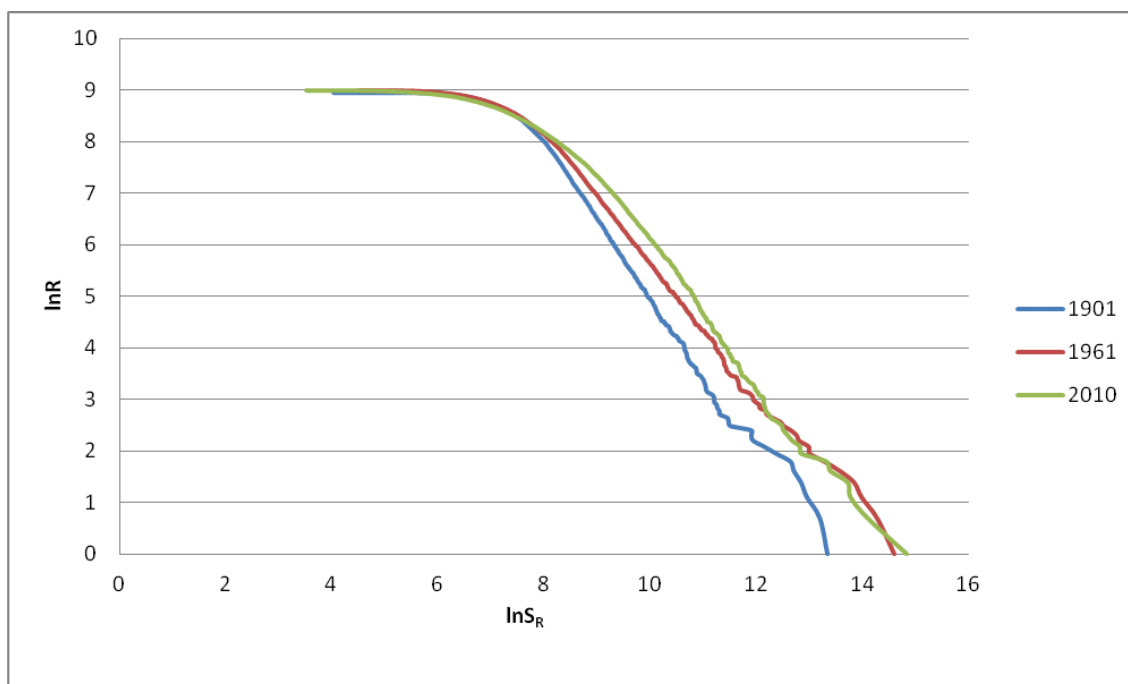
Varias conclusiones pueden deducirse de su visualización. La primera, y quizá más importante, es que, a pesar de presentar importantes intervalos para los que la aproximación lineal es muy buena, hay otros tramos, sobre todo en las colas, que muestran claras curvaturas. En consecuencia, tiene todo el sentido proceder a estimar una ecuación como (6), que permite deducir concavidades y convexidades en el *Zipf plot*, propuesta por Rosen y Resnick (1980). La segunda, el comportamiento predominante es el de concavidad. La tercera, a simple vista se aprecian notables cambios, para los dos países, en los *Zipf plots* de 1900 (ó 1901) y 2010. La tercera, el máximo valor en el eje de abscisas (neperiano del tamaño) es muy similar en los dos países; no podemos decir lo mismo del valor mínimo: es apreciablemente inferior en España, especialmente en 2010. Por último, lo esperable cuando se presentan *Zipf plots* de varios años en un mismo gráfico, es que no se corten y se desplacen hacia la derecha

conforme avanza el tiempo (lo normal es que la población de la ciudad de rango  $R$ , a una determinada altura, invariante respecto del periodo considerado, en el eje de ordenadas, aumente de digamos 1900 a 1960 y de 1960 a 2010, moviéndose, por tanto, hacia la derecha de acuerdo a la variable representada en el eje de abscisas,  $\ln S_R$ ). Esto se da bastante bien en los Gráficos 4 y 5, con dos notables excepciones: España en la cola baja (la línea verde de 2010 está a la izquierda de las de 1900 y 1960) e Italia en la cola alta (la línea roja de 1961 está a la derecha de la de 2010).

**GRÁFICO 4. *Zipf plots* para España 1900, 1960 y 2010**



**GRÁFICO 5. Zipf plots para Italia 1901, 1961 y 2010**



Por último, el Cuadro 10 muestra las estimaciones de los parámetros clave en la especificación de Rosen y Resnick (1980), de acuerdo a (6), y de Fan y Casetti (1994), de acuerdo a (8). Los respectivos parámetros fundamentales son, respectivamente,  $g$  y  $m$ . Ambos son siempre significativos al 1% y los  $R^2$  de las correspondientes regresiones son prácticamente la unidad.

El signo de  $\hat{g}$  (“ $g$  estimado” en el Gráfico 10) es siempre negativo en ambos países, lo que confirma analíticamente algo que ya hemos podido anticipar mediante la inspección visual de los *Zipf plots*, a saber, que éstos son esencialmente cóncavos.

Quizá más interés tiene el estudio del signo de  $\hat{m}$ , por su interesante significado desde el punto de vista de la distribución del tamaño de las ciudades. Las estimaciones de este último parámetro son siempre negativas para los dos países. La implicación de este resultado es directa: la desigualdad decrece con el tamaño de las ciudades, esto es, la principal causa de que el comportamiento predominante a lo largo de los ciento diez años analizados sea el de un movimiento a una mayor desigualdad hay que buscarlo en la evolución de los núcleos intermedios y, sobre todo, pequeños. De una forma alternativa, ya habíamos llegado a una conclusión similar en la sección 4.2, algo que da robustez al resultado. En efecto, al estudiar cómo varía el exponente de Pareto estimado con el tamaño muestral (análisis por filas de los Cuadros 6 y 7), las únicas evidencias de

comportamiento convergente, más intensas en Italia, tenían lugar para tamaños muestrales pequeños, esto es, para los núcleos más grandes (*upper tail*); cuando el tamaño muestral aumenta y se van añadiendo municipios intermedios y pequeños siempre se detectaba divergencia o un incremento en la desigualdad.

**CUADRO 10. Estimación de los parámetros clave (g y m) en las especificaciones de Rosen y Resnick (1980) y Fan y Casetti (1994)**

ESPAÑA			ITALIA		
Año	g estimado	m estimado	Año	g estimado	m estimado
1900	-0,161	-8,22E-07	1901	-0,195	-6,71E-07
1910	-0,176	-7,45E-07	1911	-0,187	-5,01E-07
1920	-0,171	-5,70E-07	1921	-0,175	-4,18E-07
1930	-0,174	-3,89E-07	1931	-0,172	-3,60E-07
1940	-0,158	-3,57E-07	1936	-0,168	-3,06E-07
1950	-0,158	-2,37E-07	1951	-0,16	-1,72E-07
1960	-0,142	-1,69E-07	1961	-0,142	-1,75E-07
1970	-0,112	-1,40E-07	1971	-0,13	-1,55E-07
1981	-0,088	-1,71E-07	1981	-0,132	-1,79E-07
1991	-0,077	-1,94E-07	1991	-0,136	-2,11E-07
2001	-0,072	-2,20E-07	2001	-0,138	-2,53E-07
2010	-0,065	-2,13E-07	2010	-0,138	-2,46E-07

## 5.- DISCUSIÓN

En esta sección pretendemos conseguir un triple objetivo. Uno, comparar las estimaciones de los exponentes de Pareto obtenidas con las que se han derivado de otros trabajos. Dos, poner en relación nuestros resultados sobre España e Italia con lo, poco, que existe en la literatura sobre la distribución del tamaño de las ciudades en los dos países mediterráneos. Y tres, hacer una reflexión sobre el alcance y significado de las conclusiones que se han deducido.

Respecto al primer punto, la referencia fundamental que vamos a explotar es Nitsch (2005). Admitiendo que es algo obsoleta, tiene la ventaja de que en ella el autor realiza un meta-análisis de todas las estimaciones existentes hasta la fecha de una ecuación como (4) con datos de ciudades: un total de 515 estimaciones en 29 artículos diferentes.

Destacamos algunos de sus principales resultados, comparándolos con los nuestros: i)  $0,49 < \hat{b} < 1,96$ ; en este trabajo el exponente de Pareto español está entre 0,5105 (muy cercano al mínimo absoluto detectado por Nitsch) y 1,5957; el italiano entre 0,6867 y 1,5477; ii) Nitsch (2005) encuentra que el exponente de Pareto tiende a decrecer en el tiempo, algo que nosotros confirmamos; iii) el exponente de Pareto promedio en Nitsch es 1,09; el nuestro de España está sorprendentemente cercano (1,0888) y el italiano, como ya podemos anticipar, es apreciablemente superior (1,2577); iv) en el meta-análisis se deduce que  $\hat{b}_{\text{UNA REGIÓN}} < \hat{b}_{\text{UN PAÍS}} < \hat{b}_{\text{VARIOS PAÍSES}}$ , esto es, cuanto más amplia es el área geográfica la igualdad suele ser mayor; en este trabajo no hemos entrado para nada, excede en mucho los objetivos planteados, en analizar esta cuestión que, en definitiva, no deja de ser una manifestación más del MAUP (*modifiable areal unit problem*).

En lo que atañe al segundo aspecto, el caso italiano, por el que, para variar con todo el resto del trabajo, empezamos, ha sido analizado desde una perspectiva histórica y con unos objetivos y metodología bastante alejados de lo que proponemos aquí, lo que dificulta la comparación. No obstante lo anterior, reseñamos las principales conclusiones de sendos papeles. Bosker *et al.* (2008b), con datos de 1300 a 1861 de más de 500 ciudades italianas, determinan que los factores que más explican el crecimiento de población de estos núcleos son la geografía y las instituciones, y son capaces de detectar *shocks* como los asociados a las grandes plagas. Percoco (2013) lleva a cabo un análisis similar al anterior, incluso considerando el mismo periodo temporal.

El caso español ha sido objeto de estudio en Lanaspá *et al.* (2003 y 2004) y en Le Gallo y Chasco (2008), los tres trabajos tomando datos de todo el siglo veinte. Todos concluyen que la evolución de la estructura urbana española ha sido divergente de 1900 a 1970-1980 y convergente desde entonces al final del siglo. Este resultado es el mismo al que llegamos nosotros si tenemos en cuenta los tamaños muestrales utilizados en esos artículos y el contenido del Cuadro 6 de este documento. En efecto, Lanaspá *et al.* (2003) toma los mayores cien municipios de cada año; Lanaspá *et al.* (2004) amplían a los mayores 100, 300, 500 y 700 y Le Gallo y Chasco (2008) los mismos 722 municipios durante todo el siglo.

Para terminar esta breve panorámica sobre los trabajos empíricos más relacionados con lo aquí desarrollado, haremos referencia a González-Val *et al.* (2014). Deducir si la evolución es convergente o divergente, si aumenta o disminuye la desigualdad, se puede

hacer correctamente con el enfoque, muy sencillo, que hemos adoptado en este documento, a saber, análisis descriptivo y estimaciones del exponente de Pareto y sus versiones expandidas. Pero, evidentemente, hay otros planteamientos más sofisticados para ver qué tipo de crecimiento poblacional se produce. En concreto, González-Val *et al.* (2014) usan una base de datos muy similar a la nuestra (toman España, Italia y Estados Unidos durante todo el siglo pasado), para explorar si el crecimiento es convergente o divergente mediante el contraste de la denominada Ley de Gibrat, que postula que la tasa de crecimiento es independiente del tamaño inicial. Sus resultados son, cuando es posible la comparación, razonablemente coherentes con los nuestros. Finalmente, terminamos esta sección con una breve reflexión sobre el alcance de nuestros resultados. Haremos tres comentarios. En primer lugar, la conclusión de Eeckhout (2004) de que el exponente de Pareto decrece con el tamaño muestral es una proposición teórica que, como tal, se demuestra analíticamente. Nosotros hemos deducido que se cumple empíricamente en una gran mayoría de ocasiones, pero no siempre; en consecuencia, como con un contraejemplo real es suficiente, ponemos en tela de juicio la validez universal de la proposición de Eeckhout. Abundando en el tema,

él consigue demostrar que  $\frac{d\hat{b}}{dN} < 0$  siempre y cuando la distribución generadora de los

datos sea lognormal; evidencia empírica reciente y sólida apunta a la existencia de otras distribuciones que mejoran notablemente las prestaciones de la lognormal (Giesen *et al.*, 2010, Ramos y Sanz-Gracia, 2015), lo que puede explicar el incumplimiento del teorema de Eeckhout. En segundo lugar, analizar qué ocurre con diferentes tamaños muestrales, como hemos hecho en este documento, es una cuestión, a nuestro juicio, interesante e informativa; dicho esto, no es menos cierto que, tal y como demuestran Gabaix e Ioannides (2004), el exponente de Pareto estimado se aproxima a su verdadero valor conforme crece el tamaño muestral y coincide exactamente con él si  $N \rightarrow \infty$ ; en otras palabras, nuestros resultados más fiables son los que consideran todos los municipios, con un tamaño muestral alrededor de 8000.

En tercer lugar, se puede argumentar, por ejemplo para un tamaño muestral de cien, que las ciudades en, digamos, 1900 y en 1910 no son exactamente las mismas cien, lo que puede introducir sesgos en los resultados (esto es generalizable a cualquier año y tamaño muestral). Dos razones para defender la opción que adoptamos aquí: i) en este trabajo hacemos lo que hacemos, esto es, trabajar con los N mayores núcleos en cada periodo. Y eso es precisamente lo que queremos estudiar, los N mayores núcleos en



cada año, asumiendo desde el principio que estos núcleos no son siempre los mismos; ii) considerar siempre las mismas N mayores ciudades es, a nuestro juicio, aún más problemático. En efecto, la elección del año en el que mantener esos mismos núcleos siempre en la misma categoría es arbitraria (¿los mayores 100 en 1900 los 110 años?, ¿los mayores 100 en 2010 los 110 años?); todavía más preocupante: una de las principales conclusiones de este trabajo es que la distribución del tamaño de las ciudades es cambiante o muy cambiante en el tiempo (unas crecen más deprisa que otras y transitan a valores de R más pequeños o viceversa); tomar muestras fijas en el tiempo no tiene en cuenta para nada este aspecto clave de la movilidad dentro de la distribución.

## 6.- CONCLUSIONES

En este trabajo hemos llevado a cabo un ejercicio empírico de Economía Urbana. El objetivo principal que hemos pretendido satisfacer reside en el estudio de cómo han evolucionado desde 1900 a 2010 las estructuras urbanas de dos países mediterráneos, con historias relativamente parejas, como son España e Italia. La variable que se ha tenido en cuenta es la población de cada municipio.

Las preguntas a las que hemos intentado dar respuesta son del siguiente tipo:

- i) ¿Ha cambiado mucho la distribución en esos ciento diez años?
- ii) ¿Ha transitado hacia una mayor igualdad o hacia una mayor desigualdad?
- iii) En línea con el interrogante anterior, ¿la evolución ha sido más bien convergente (atenuando las diferencias), o más bien divergente (acentuándolas)?
- iv) Las preguntas previas, ¿son sensibles al tamaño muestral considerado?
- v) Las preguntas previas, ¿son sensibles al periodo de tiempo concreto en el que se realiza el estudio?
- vi) ¿Hay diferencias significativas entre España e Italia en lo que atañe a todos los puntos anteriores?

Para responder a las mismas, hemos tomado una base de datos amplia, compuesta por los doce Censos de cada país (todos los disponibles *on line*) que van de 1900 a 2010 inclusive. Asimismo, se han considerado todos los municipios, sin *truncation point*, de forma que se abarca el 100% de la población y del territorio.

La metodología empleada se fundamenta en el análisis meramente descriptivo, complementado con la definición de unos *kernels* y, especialmente, con la estimación (para cada año, para distintos tamaños muestrales) del denominado exponente de Pareto, que es una medida del grado de desigualdad en la distribución del tamaño de las ciudades. La explotación e interpretación de los resultados asociados a este exponente de Pareto la podemos calificar de exhaustiva y muy interesante desde el punto de vista de las conclusiones deducidas. Por último, el análisis aplicado se completa con las ampliaciones de la regla del rango-tamaño propuestas por Rosen y Resnick (1980) y Fan y Casetti (1994).

Los principales resultados alcanzados son cuatro. Un aspecto a destacar es que se ha llegado a ellos desde distintos enfoques empíricos lo que, sin duda, otorga robustez a los mismos. En primer lugar, la distribución ha cambiado de forma notable, como posiblemente no se podía esperar de otra forma, en los ciento diez años considerados, especialmente en España. En segundo lugar, ¿cómo ha cambiado? En general, el comportamiento predominante es que, tanto a lo largo del tiempo como para los diferentes tamaños muestrales considerados, la desigualdad ha tendido a aumentar (el acordeón se ha abierto). Este es el gran mensaje: la divergencia ha prevalecido. En tercer lugar, no obstante lo anterior, ha habido episodios puntuales de convergencia, en los cuales la distribución ha tendido a ser más igualitaria desde un punto de vista estadístico. Esta convergencia ha sido más intensa en Italia y, en ambos países, para tamaños muestrales pequeños. En cuarto lugar, el tramo de la distribución principal causante del general comportamiento divergente hay que colocarlo en la evolución de la cola baja, sobre todo en el caso español.

## **7.- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Anderson, G. y Ge, Y. (2005). The size distribution of Chinese cities. *Regional Science and Urban Economics*, 35(6):756-776.

Auerbach, F. (1913). Das Gesetz der Bevölkerungskonzentration. *Petermanns Geographische Mitteilungen*, 59:74-76.

Berliant, M. y Watanabe, H. (2015). Explaining the size distribution of cities: Extreme economies. *Quantitative Economics*, 6:153-187.

- Berry, B. J. L. y Okulicz-Kozaryn, A. (2012). The city size distribution debate: resolution for US urban regions and megalopolitan areas. *Cities*, 29:517-523.
- Black, D. y Henderson, V. (2003). Urban evolution in the USA. *Journal of Economic Geography*, 3(4):343-372.
- Bosker, M., Brakman, S., Garretsen, H. y Schramm, M. (2008a). A century of shocks: the evolution of the German city size distribution 1925-1999. *Regional Science and Urban Economics*, 38(4):330-347.
- Bosker, E. M., Brakman, S., Garretsen, H. y Schramm, M. (2008b). Ports, plagues and politics: explaining Italian city growth 1300-1861. *European Review of Economic History*, 12:97-131.
- Clemente, J., González-Val, R. y Olloqui, I. (2011). Zipf's and Gibrat's laws for migrations. *The Annals of Regional Science*, 47(1):235-248.
- Davis, J., y Henderson, J. V. (2003). Evidence on the political economy of the urbanization process. *Journal of Urban Economics*, 53:98-125.
- Eeckhout, J. (2004). Gibrat's law for (all) cities. *American Economic Review*, 94(5):1429-1451.
- Fan, C. C. y Casetti, E. (1994). The spatial and temporal dynamics of US regional income inequality, 1950-1989. *The Annals of Regional Science*, 28:177-196.
- Gabaix, X. e Ioannides, Y. (2004). The evolution of city size distributions. En Henderson, V. y Thisse, J. F., editores, *Handbook of Regional and Urban Economics*, volumen 4. Elsevier.
- Gabaix, X. e Ibragimov, R. (2007). Rank-1/2: A simple way to improve the estimation of tail exponents. *NBER Technical Working Paper* 342.
- Gibrat, R. (1931). *Les inégalités économiques*. Librairie du Recueil Sirey.
- Giesen, K., Zimmermann, A. y Suedekum, J. (2010). The size distribution across all cities-double Pareto lognormal strikes. *Journal of Urban Economics*, 68(2):129-137.
- González-Val, R. (2015). War size distribution: Empirical regularities behind conflicts. *Defence and Peace Economics* (en prensa).
- González-Val, R., Lanaspá, L. y Sanz-Gracia, F. (2013). Gibrat's law for cities, growth regressions and simple size. *Economics Letters*, 118:367-369.
- González-Val, R., Lanaspá, L. y Sanz-Gracia, F. (2014). New evidence on Gibrat's law for cities. *Urban Studies*, 51(1):93-115.

- González-Val, R., Ramos, A., Sanz-Gracia, F. y Vera-Cabello, M. (2015). Size distribution for all cities: Which one is best? *Papers in Regional Science*, 94(1):177-197.
- Holmes, T. J. y Lee, S. (2010). Cities as six-by-six mile squares: Zipf's Law? En *Agglomeration Economics*. The University of Chicago Press.
- Ioannides, Y. M. y Overman, H. G. (2003). Zipf's law for cities: An empirical examination. *Regional Science and Urban Economics*, 33(2):127-137.
- Ioannides, Y.M. y Overman, H. G. (2004). Spatial evolution of the US urban system. *Journal of Economic Geography*, 4(2):131-156.
- Ioannides, Y. M. y Skouras, S. (2013). US city size distribution: Robustly Pareto, but only in the tail. *Journal of Urban Economics*, 73:18-29.
- Lanaspa, L., Pueyo, F. y Sanz F. (2003). Evolution of the spanish urban structure during the twentieth century. *Urban Studies*, 40:567-580.
- Lanaspa, L., Perdiguero A. M. y Sanz F. (2004). La distribución del tamaño de las ciudades. El caso de España (1900-1999). *Revista de Economía Aplicada*, 34:5-16.
- Le Gallo, J. y Chasco, C. (2008). Spatial analysis of urban growth in Spain, 1900-2001. *Empirical Economics*, 34(1):59-80.
- Luckstead, J. y Devadoss, S. (2014a). A comparison of city size distributions for China and India from 1950 to 2010. *Economics Letters*, 124:290-295.
- Luckstead, J. y Devadoss, S. (2014b). Do the world's largest cities follow Zipf's and Gibrat's laws? *Economics Letters*, 125:182-186.
- Malevergne, Y., Pisarenko, V. y Sornette, D. (2011). Testing the Pareto against the lognormal distributions with the uniformly most powerful unbiased test applied to the distribution of cities. *Physical Review E*, 83:1-11.
- Nitsch, V. (2005). Zipf zipped. *Journal of Urban Economics*, 57(1):86-100.
- Overman, H. G. e Ioannides, Y. M. (2001). Cross-Sectional evolution of the US city size distribution. *Journal of Urban Economics*, 49(3):543-566.
- Pareto, V. (1896). *Ecrits sur la courbe de la répartition de la richesse*. Librairie Droz.
- Parr, J. B. (1985). A note on the size distribution of cities over time. *Journal of Urban Economics*, 18:199-212.
- Percoco, M. (2013). Geography, institutions and urban development: Italian cities, 1300-1861. *The Annals of Regional Science*, 50:135-152.
- Ramos, A. y Sanz-Gracia, F. (2015). US city size distribution revisited: Theory and empirical evidence. Mimeo.

Rosen, K. T. y Resnick, M. (1980). The size distribution of cities: An examination of the Pareto law and primacy. *Journal of Urban Economics*, 8:165-186.

Silverman, B. W. (1986). *Density estimation for statistics and data analysis*. Chapman and Hall.

Soo, K. T. (2005). Zipf's Law for cities: A cross-country investigation. *Regional Science and Urban Economics*, 35(3):239-263.

Soo, K. T. (2014). Zipf, Gibrat and geography: evidence from China, India and Brazil. *Papers in Regional Science*, 93(1):159-182.

Zanette, D. H. (2006). Zipf's law and the creation of musical context. *Musicae Scientiae*, 10(1):3-18.

Zipf, G. K. (1949). *Human behavior and the principle of least effort*. Addison-Wesley.