



Grado en Matemáticas 27008 - Topología general

Guía docente para el curso 2014 - 2015

Curso: 2, Semestre: 0, Créditos: 9.0

Información básica

Profesores

- José Luis Navarro Segura jlnava@unizar.es

Recomendaciones para cursar esta asignatura

Se recomienda la asistencia a clase, la participación activa en ella, el intento de resolución de los ejercicios propuestos en las hojas de problemas y la consulta con el profesor en horas de tutoría.

Actividades y fechas clave de la asignatura

Examen final de la asignatura, en las convocatorias de junio y septiembre, en fechas determinadas por el centro. Examen eliminatorio al final del primer cuatrimestre. Otra información adicional se dará durante el curso y/o se colgará en el tablón de anuncios del área.

Inicio

Resultados de aprendizaje que definen la asignatura

El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados...

- 1:** Conocer el concepto de topología y qué propiedades de espacios métricos no dependen de la métrica, abstraer el concepto definiendo topologías en conjuntos abstractos. Relacionar espacios topológicos a través de aplicaciones continuas, crear nuevos espacios a partir de los dados (subespacios, productos, cocientes,...)
- 2:** Conocer los invariantes topológicos básicos (es decir, propiedades sobre separación, compacidad y conexión, invariantes bajo equivalencias topológicas ó homeomorfismos) y su caracterización. Saber si tales invariantes son ó no hereditarios y si se conservan ó no en productos y cocientes.
- 3:** Aplicar tales conocimientos a espacios métricos y en particular a espacios euclídeos, conociendo las propiedades topológicas de los espacios más usuales en geometría (espacios homogéneos, grupos lineales, variedades topológicas...).

Introducción

Breve presentación de la asignatura

El objetivo en muchas teorías matemáticas es clasificar y contar. En esta asignatura abstraemos el concepto de espacio euclídeo, y más generalmente de espacio métrico, para estudiar aquellas propiedades estructuras geométricas que dependen de la “forma” y no del “tamaño”

La Topología es por tanto una teoría matemática abstracta que nutre los fundamentos del Análisis y la Geometría. Definiremos topologías sobre conjuntos abstractos y el concepto de continuidad y de equivalencia (homeomorfismo) y definiremos propiedades, que son invariantes por homeomorfismos, que nos permitan discernir sobre la no equivalencia entre espacios topológicos, aplicando finalmente los resultados obtenidos a los espacios más usuales en Geometría.

Contexto y competencias

Sentido, contexto, relevancia y objetivos generales de la asignatura

La asignatura y sus resultados previstos responden a los siguientes planteamientos y objetivos:

Se trata de una asignatura de 9 ETCS de carácter obligatorio dentro del Grado.

Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

La asignatura pertenece al módulo de Fundamentos de geometría y topología. Su conocimiento es fundamental para una mejor comprensión en cursos más avanzados de Análisis y Geometría. Es conveniente tener conocimientos previos de Teoría de conjuntos, Álgebra Lineal y Análisis Matemático I

Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para...

1:

Desenvolverse en el manejo de los objetivos descritos (ver apartado de Resultados de Aprendizaje). De entre las competencias generales que adquiere el graduado en matemáticas, destacamos las siguientes:

CT1. Saber expresar con claridad, tanto por escrito como de forma oral, razonamientos, problemas, informes, etc.

CT3. Distinguir ante un problema lo que es sustancial de lo que es accesorio, formular conjeturas y razonar para confirmarlas o refutarlas, identificar errores en razonamientos incorrectos, etc.

CE1. Comprender y utilizar el lenguaje y método matemáticos. Conocer demostraciones rigurosas de los teoremas básicos de las distintas ramas de la Matemática.

CE3. Resolver problemas matemáticos mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas.

Importancia de los resultados de aprendizaje que se obtienen en la asignatura:

Proporcionan una formación básica dentro del Grado. (Ver el apartado de Contexto y sentido de la asignatura en la titulación.) Es una asignatura fundamental, en el sentido de que nutre los fundamentos del Análisis y la Geometría.

Evaluación

Actividades de evaluación

El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación

- 1:** La calificación final se obtendrá mediante una ponderación entre la evaluación a lo largo del curso y el examen final. En esta ponderación, el peso de la evaluación durante el curso será de un 10%. Además el estudiante podrá examinarse de parte de la asignatura al final del primer cuatrimestre. En las convocatorias oficiales del curso (junio y septiembre) habrá, en el examen final, exámenes separados de cada parte.
- 2:** Sin menoscabo del derecho que, según la normativa vigente, asiste al estudiante para presentarse y, en su caso, superar la asignatura mediante la realización de una prueba global.

Actividades y recursos

Presentación metodológica general

El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:

- 1) Clases de teoría y de problemas.
- 2) Clases prácticas con varios profesores tutelando el trabajo de los estudiantes.
- 3) Tutorías individuales de carácter voluntario y trabajo personal del estudiante.
- 4) Utilización del Anillo Digital Docente.

Actividades de aprendizaje programadas (Se incluye programa)

El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades...

- 1:** A lo largo del curso el estudiante expondrá ante un profesor de la asignatura, en los plazos que se establezcan, una serie de ejercicios propuestos. El profesor podrá plantearle cuestiones relacionadas con el ejercicio y requerir nuevas exposiciones si lo estima necesario.
- 2:** En el Anillo Digital Docente estarán disponibles apuntes de la teoría cuando vaya a ser expuesta en clase, además de los ejercicios correspondientes.
- 3:** Los documentos se presentan separados según los siguientes temas

Tema 1: ESPACIOS TOPOLÓGICOS (Espacios Euclídeos. Espacios Métricos. Espacios Topológicos. Base y Subbase de una topología)

Tema 2: SUBCONJUNTOS NOTABLES (Interior. Derivado. Clausura. Frontera)

Tema 3: CONTINUIDAD (Aplicaciones continuas. Homeomorfismos. Subespacios. Topología producto. Topología identificación)

Tema 4: SEPARACIÓN Y NUMERABILIDAD (Espacios de Hausdorff. Espacios regulares. Espacios Normales. Espacios I-numerables, II-numerables y separables)

Tema 5: COMPACIDAD (Espacios compactos. Compacidad en espacios métricos. Espacios localmente compactos. Compactación de Alexandroff)

Tema 6: CONEXIÓN (Espacios conexos. Componentes. Espacios localmente conexos. Conexión por caminos y relación de homotopía.

Tema 7: ESPACIOS HOMOGÉNEOS (Grupos topológicos. Grupos de transformaciones topológicas y espacios de órbitas. Topología de los grupos lineales)

4:

Bibliografía

J.Dugundji "Topology" (1966)

P.J. Higgins "An Introduction to Topological groups" (1979)

J.R. Munkres "Topology" (2000)

S. Willard "General Topology" (1970)

Planificación y calendario

Calendario de sesiones presenciales y presentación de trabajos

Ver calendario académico de la Universidad de Zaragoza y los horarios establecidos por la Facultad de Ciencias. Las fechas concretas de entrega de trabajos se anunciarán en clase, así como la fecha y lugar del examen final, una vez hayan sido fijados por la Facultad de Ciencias.

Referencias bibliográficas de la bibliografía recomendada

- Dugundji, James. Topology / James Dugundji Boston : Allyn and Bacon, 1966
- Higgins, P. J.. Introduction to topological groups / P. J. Higgins Cambridge : University Press, 1974
- Munkres, James R. Topología / James R. Munkres; traducción, Ángel Ferrández Izquierdo ... [et al.] . - 2ª ed. Madrid : Prentice Hall, D.L. 2001
- Willard, Stephen. General topology / Stephen Willard . - [1st. ed.] Reading, Massachusetts [etc.] : Addison-Wesley, cop. 1970