

Grado en Matemáticas

27035 - Análisis de Fourier

Guía docente para el curso 2014 - 2015

Curso: 4, Semestre: 2, Créditos: 6.0

Información básica

Profesores

- **Mario Pérez Riera** mperez@unizar.es

- **Francisco José Ruiz Blasco** fjruiz@unizar.es

Recomendaciones para cursar esta asignatura

Se recomienda la asistencia a las clases teóricas y prácticas, el trabajo personal de los problemas propuestos y el uso de las horas de tutorías.

Es conveniente haber superado el módulo de *Iniciación al Análisis matemático* (las asignaturas *Análisis matemático I*, *Análisis matemático II* y *Variable compleja*). La asignatura requiere manejar bien la integral de Lebesgue y los espacios L^1 y L^2 .

Actividades y fechas clave de la asignatura

Durante el curso se propondrán periódicamente problemas o trabajos que permitirán aprobar la asignatura.

Habrá un examen final de la asignatura en los períodos oficiales de exámenes. Las fechas de los exámenes se precisarán a lo largo del curso y en la web de la Facultad de Ciencias.

Inicio

Resultados de aprendizaje que definen la asignatura

El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados...

1:

Conocer que una función periódica queda representada por sus coeficientes de Fourier y comprender algunos resultados de convergencia de la serie de Fourier.

2:

Saber cómo hallar coeficientes de Fourier mediante la transformada de Fourier discreta y saber usar el algoritmo de la transformada rápida de Fourier.

3:

Saber adaptar la teoría a funciones no periódicas con la transformada de Fourier y comprender resultados de

reconstrucción de una función a partir de su transformada.

Introducción

Breve presentación de la asignatura

Se trata de una asignatura de seis créditos, de carácter optativo dentro del Grado de Matemáticas. Su objetivo es presentar al alumno los conceptos y propiedades más importantes de serie de Fourier, para funciones periódicas, y transformada de Fourier, para funciones no periódicas, en una variable, así como algunas aplicaciones de la teoría en el tratamiento de señales.

Contexto y competencias

Sentido, contexto, relevancia y objetivos generales de la asignatura

La asignatura y sus resultados previstos responden a los siguientes planteamientos y objetivos:

Se trata de una asignatura de formación optativa dentro del Grado. Su objetivo es presentar al estudiante los fundamentos del Análisis de Fourier.

Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

La asignatura pertenece al módulo *Ampliación de análisis matemático*. Para cursarla se recomienda haber superado antes las asignaturas del módulo de *Iniciación al análisis matemático (Análisis matemático I y II y Variable compleja)* y la asignatura *Integral de Lebesgue* de este mismo módulo. La asignatura de *Análisis funcional* es un buen complemento.

Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para...

- 1:** Desenvolverse en el manejo de los objetivos descritos en el apartado de resultados de aprendizaje.
- 2:** CG2. Saber aplicar los conocimientos matemáticos a su trabajo de una forma profesional y poseer las competencias que se demuestran mediante la resolución de problemas en el área de las Matemáticas y de sus aplicaciones.
- 3:** CG5. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores en Matemáticas con un alto grado de autonomía.
- 4:** CT1. Saber expresar con claridad, tanto por escrito como de forma oral, razonamientos, problemas, informes, etc.
- 5:** CE1. Comprender y utilizar el lenguaje y método matemáticos. Conocer demostraciones rigurosas de los teoremas básicos de las distintas ramas de la Matemática.

Importancia de los resultados de aprendizaje que se obtienen en la asignatura:

Proporcionan una formación de carácter optativo dentro del Grado (ver el apartado *Contexto y sentido de la asignatura en la titulación*).

Los conceptos y técnicas que se enseñan en la asignatura han marcado el desarrollo del análisis matemático (y otras ramas

de las matemáticas) desde sus inicios hasta el presente.

Evaluación

Actividades de evaluación

El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación

1:

Durante el curso se evaluarán los resultados del estudiante por medio de problemas o trabajos propuestos periódicamente. Se recomendará el uso de LaTeX en las presentaciones escritas. Así mismo, la evaluación podrá incluir presentaciones orales. Estas evaluaciones supondrán el 100% de la nota de la asignatura.

2:

Lo anterior debe entenderse sin menoscabo del derecho que, según la normativa vigente, asiste al estudiante para presentarse y, en su caso, superar la asignatura mediante la realización de una prueba global.

Actividades y recursos

Presentación metodológica general

El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:

Clases de teoría: exposición de los contenidos necesarios para obtener los resultados de aprendizaje.

Sesiones de laboratorio: uso de alguna herramienta informática para mostrar aplicaciones prácticas de los conceptos que se han visto en las clases de teoría.

Trabajo individual del estudiante sobre problemas o trabajos propuestos periódicamente.

Tutorías individuales.

Uso de los recursos informáticos de la Universidad (*Anillo digital docente*) para proporcionar material complementario.

Actividades de aprendizaje programadas (Se incluye programa)

El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades...

1:

La asignatura contiene los siguientes capítulos:

Introducción histórica, física y matemática. La cuerda vibrante y la ecuación de ondas: D'Alembert, Euler y Bernoulli. La transmisión del calor y su ecuación: Fourier. El concepto de función: la teoría de la medida y el Análisis Funcional. Las ondas electromagnéticas.

Matemáticas preliminares. Espacios de Banach de funciones continuas, derivables e integrables. Convergencia de sucesiones y series de funciones. Funciones periódicas, el toro y un poco de variable compleja.

Series de Fourier. Series formales de Fourier de senos, cosenos y exponenciales. Planteamiento del problema de la convergencia de la serie de Fourier: convolución, núcleos, la circunferencia unidad y la relación con la variable compleja y espacios interviniéntes. Resultados de convergencia puntual, uniforme y

en media: sumabilidades de la serie de Fourier. Lema de Riemann-Lebesgue. Teorema de Dirichlet y fenómeno de Gibbs. Principio de localización de Riemann. Explotando la ortogonalidad: espacios de Hilbert y teorema de Plancherel.

Transformada de Fourier discreta. Sucesiones periódicas. La transformada discreta y su inversa. Muestreo e interpolación. Cálculo aproximado de coeficientes de Fourier. El algoritmo FFT y su uso en programas informáticos (Python, Octave, Matlab).

Transformada de Fourier. El análogo continuo de las series de Fourier. Frecuencias continuas. Funciones de la clase de Schwartz. Núcleos de Poisson y Gauss-Weierstrass. Fórmula de inversión. Transformada de Fourier y teoría L^2 . Funciones de banda limitada. Principio de incertidumbre.

2:

Bibliografía recomendada:

F. J. Ruiz Blasco: *Análisis de Fourier*. Disponible para los alumnos en el *Anillo digital docente* de la Universidad de Zaragoza.

E. M. Stein y R. Shakarchi: *Fourier analysis. An introduction*. Princeton University Press, 2003

J. Duoandikoetxea Zuazo: *Análisis de Fourier*. Addison-Wesley / Universidad Autónoma de Madrid, 1995.

Y. Katznelson: *An introduction to harmonic analysis*. John Wiley & Sons, 1968.

W. Rudin: *Análisis real y complejo*. McGraw-Hill, 1988.

3:

Dentro del *Anillo digital docente* de la Universidad se ofrecerá al alumno material complementario.

Planificación y calendario

Calendario de sesiones presenciales y presentación de trabajos

De manera general, esta asignatura tiene cuatro horas de clase a la semana. El horario lo fija y hace público la Facultad de Ciencias antes del comienzo del curso.

Las sesiones de laboratorio se establecerán dentro del horario general, según se vaya cubriendo el programa de la asignatura.

Periódicamente se propondrán problemas o trabajos y se concretarán los plazos de entrega.

Las fechas de exámenes las fija y las hace públicas la Facultad de Ciencias con suficiente antelación.

Referencias bibliográficas de la bibliografía recomendada

- Duoandikoetxea Zuazo, Javier. Análisis de Fourier / Javier Duoandikoetxea Zuazo Wilmington, Delaware : Addison-Wesley Iberoamericana ; Madrid : Universidad Autónoma de Madrid, cop. 1995
- Katznelson, Yitzhak. An introduction to harmonic analysis / by Yitzhak Katznelson New York [etc.] : Wiley, 1968
- Rudin, Walter. Análisis real y complejo / Walter Rudin ; traducción José María Martínez Ansemil . - 3a. ed. Madrid[etc] : McGraw-Hill, cop.1987
- Stein, Elias M.. Fourier analysis: an introduction/ Elias M. Stein, Rami Shakarchi Princeton: Princeton university Press, cop. 2003