



**UNIVERSIDAD DE  
ZARAGOZA**



**Programa de Doctorado:  
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**Tesis Doctoral:**

***Sistemas de Transferencia de Energía para  
Vehículos Eléctricos mediante Acoplamiento  
Inductivo.***

**Juan Luis Villa Gazulla**

**Directores:**

**Dr. Andrés Llombart Estopiñan      Dr. Jesús Sallan Arasanz**

**Departamento de Ingeniería Eléctrica**

**Febrero 2009**

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero dedicar unas breves líneas de agradecimiento a las personas que han hecho posible la realización de esta Tesis. A mis directores Dr. Andrés Llombart y Dr. Jesús Sallan por su apoyo, consejo y motivación constantes. A José Sanz por su ayuda con la docencia y revisiones de los documentos. A Mariano Sanz por su apoyo y porque fue quién me introdujo en el tema y a Carlos Millán por su ayuda en la construcción de los prototipos.

También quiero dar las gracias a todos los compañeros del Departamento de Ingeniería Eléctrica y de CIRCE que de una u otra manera han ayudado a la consecución de la Tesis.

Y por supuesto a Ana, que se ha dedicado al cuidado de nuestros hijos con paciencia y comprensión.

# *Índice de la Tesis*

<i>Lista de Símbolos</i>	<i>V</i>	
<i>Introducción y Objetivos</i>	<i>VII</i>	
<b>Capítulo 1: Introducción a los Sistemas de Transferencia de Potencia mediante Acoplamiento Inductivo (ICPT)</b>	<b>1</b>	
1.1	Introducción	2
1.2	Aspectos generales de un sistema ICPT	3
1.2.1	Capacidad de transferencia de potencia a través del aire	3
1.2.2	Frecuencia de trabajo	5
1.2.3	Sistemas de compensación	7
1.3	Clasificación de los sistemas ICPT	9
1.3.1	Sistemas Fuertemente acoplados	10
1.3.2	Sistemas “Chained Ring” o de proximidad	11
1.3.3	Sistemas Débilmente acoplados	13
1.3.3.1	Sistemas de captura del flujo tangencial	13
1.3.3.2	Sistemas de captura del flujo normal	15
1.3.3.3	Sistemas en cuadratura	17
1.4	Sistema de alimentación	17
<b>Capítulo 2: Optimización de la geometría del acoplamiento electromagnético</b>	<b>21</b>	
2.1	Introducción	22
2.2	Estudio del coeficiente de autoinducción (L)	23
2.2.1	Geometría circular	23
2.2.2	Geometría rectangular	23
2.3	Estudio del coeficiente de inducción mutua entre bobinas (M)	25
2.3.1	Geometría circular	25
2.3.2	Geometría rectangular	26
2.3.2.1	Bobinas rectangulares iguales y perfectamente alineadas	26
2.3.3	Conclusiones	28
2.3.4	Bobinas rectangulares distintas y posición relativa entre ellas genérica	29
2.4	Geometría adoptada	33
2.5	Influencia de la presencia de ferritas	33
2.6	Influencia de los apantallamientos	38

<b>Capítulo 3: Análisis del sistema de compensación</b>	<b>43</b>	
3.1	Introducción a los sistemas de compensación	43
3.2	Cálculo de los condensadores de compensación	45
3.2.1	Compensación SS	45
3.2.2	Compensación SP	47
3.2.3	Compensación PS	51
3.2.4	Compensación PP	54
3.3	Determinación de los parámetros nominales	58
3.4	Estudio de las condiciones de estabilidad del sistema	60
3.4.1	Compensación SS	63
3.4.2	Compensación SP	64
3.4.3	Compensación PS	66
3.4.4	Compensación PP	67
3.4.5	Conclusiones	69
<b>Capítulo 4: Dimensionamiento óptimo de un sistema de acoplamiento inductivo ICPT. El Factor de Diseño “<math>K_D</math>”</b>	<b>71</b>	
4.1	Introducción	72
4.2	Relación de transformación óptima en un sistema ICPT	73
4.2.1	Nivel de tensión óptimo en el secundario	74
4.2.2	Conclusiones	79
4.3	Estudio de la relación óptima entre el área y la distancia de transmisión	79
4.4	Método iterativo para la obtención del conjunto de soluciones	84
4.5	Estudio de los parámetros eléctricos en el conjunto de soluciones	89
4.5.1	Capacidad de transferencia de potencia	89
4.5.2	Área de estabilidad	90
4.5.3	Frecuencia de trabajo	91
4.5.4	Factor de acoplamiento	92
4.5.5	Cantidad de cobre necesaria	93
4.5.6	Rendimiento	94
4.5.7	Tensión sobre el condensador de primario	95
4.5.8	Corriente por el condensador de primario	95
4.5.9	Tensión sobre el condensador de secundario	96
4.5.10	Corriente condensador de secundario	97
4.5.11	Conclusiones	97
4.6	El Factor de Diseño	98

4.6.1	Definición	98
4.6.2	Selección óptima aplicando el factor de diseño	99
4.6.3	Conclusiones	103
<b>Capítulo 5: Comportamiento de las topologías frente a variación de parámetros. Selección de la topología óptima para carga de baterías</b>		<b>105</b>
5.1	Introducción	106
5.2	Variación de la resistencia de carga	106
5.3	Variación de la distancia	109
5.3.1	Comportamiento de las topologías	109
5.3.2	Controlabilidad del sistema ante variaciones de distancia	111
5.4	Variación de la posición relativa entre bobinas o desalineamiento	117
5.4.1	Comportamiento de las topologías	118
5.4.2	Controlabilidad del sistema ante variaciones de posicionamiento	121
5.5	Bobinas de tamaños distintos. Mejora frente al desalineamiento	122
5.5.1	Comportamiento de las topologías	122
5.5.2	Controlabilidad del sistema con desalineamientos horizontales	125
5.6	Comportamiento de las topologías con rectificador y baterías	127
5.6.1	Compensación SS	128
5.6.2	Compensación PS	128
<b>Capítulo 6: Sistema de compensación óptimo SPS para la carga rápida de baterías de Vehículos Eléctricos</b>		<b>131</b>
6.1	Compensación SPS	132
6.2	Diseño óptimo del acoplamiento SPS	136
6.3	Comportamiento frente a variación de parámetros	137
6.3.1	Variación de la frecuencia	137
6.3.2	Variación de la distancia	138
6.3.3	Variación de la carga	139
6.3.4	Variación de la posición relativa entre bobinas o desalineamiento	141
6.3.5	Comportamiento de la topología con rectificador y sistema de almacenamiento	143
6.3.5.1	Baterías Ácido-Plomo	143
6.3.5.2	Supercondensadores	144
6.4	Conclusiones	147

<b>Capítulo 7: Pruebas experimentales</b>	<b>149</b>
7.1 Sistema de alimentación	149
7.2 Modelos Experimentales teóricos	151
7.3 Modelos construidos	153
7.3.1 Validación del estudio teórico	155
7.3.2 Ensayo 1: Frecuencia de resonancia real	256
7.3.3 Ensayo 2: Comportamiento en circuito abierto	158
7.3.4 Ensayo 3: Comportamiento en ausencia de secundario	159
7.3.5 Ensayo 4: Comportamiento en cortocircuito	160
7.3.6 Ensayo 5: Variación de la distancia	161
7.3.7 Ensayo 6: Variación de la posición	162
7.3.8 Ensayo 7: Comportamiento con rectificador y carga resistiva	163
7.3.9 Ensayo 8: Comportamiento con baterías	164
7.3.10 Ensayo 9: Comportamiento con Supercondensadores	164
<b>Capítulo 8: Aportaciones y líneas futuras de investigación</b>	<b>167</b>
8.1 Aportaciones de la presente Tesis	167
8.2 Líneas futuras de investigación	169
<b>Referencias</b>	<b>171</b>
<b>Patentes</b>	<b>177</b>
<b>Anexo 1: Cálculo del coeficiente de inducción mutua entre dos bobinas rectangulares de dimensiones genéricas y cualquier posición relativa</b>	<b>179</b>
<b>Anexo 2: Dimensiones y relación de tensiones óptimas</b>	<b>193</b>
<b>Anexo 3: Códigos de programa en Matlab</b>	<b>199</b>
<b>Anexo 4: Datos variación de parámetros topología SPS</b>	<b>245</b>

## ***Lista de Símbolos***

<b><i>Símbolo</i></b>	<b><i>Significado</i></b>
$a_1$	Anchura bobina emisora
$a_2$	Anchura bobina receptora
$b_1$	Longitud bobina emisora
$b_2$	Longitud bobina receptora
$c$	Desviación en el eje x de la bobina 2 respecto de la 1.
$C_1$	Condensador de acoplo de primario.
$C_2$	Condensador de acoplo de secundario.
$C_3$	Condensador de acoplo de primario en serie en compensación SPS
$C_1^{i,j}$	Condensador de primario de la combinación de espiras (i,j)
$C_2^{i,j}$	Condensador de secundario de la combinación de espiras (i,j)
$C_S$	Supercapacitor
$d$	Desviación en el eje y de la bobina 2 respecto de la 1.
$e$	Desviación en el eje x de la bobina 2 respecto de la 1.
$f_d$	Frecuencia de diseño o de máximo rendimiento.
$f_0$	Frecuencia teórica de resonancia.
$f_r$	Frecuencia real de resonancia o frecuencia de trabajo.
$h$	Distancia entre bobinas
$HT_1$	Tolerancia horizontal de la corriente
$HT_P$	Tolerancia horizontal de la potencia
$HT_V$	Tolerancia horizontal de la tensión
$I_1$	Corriente eficaz entregada por las fuente.
$I_2$	Corriente eficaz por la carga.
$I_{c1}$	Corriente eficaz por el condensador de primario.
$I_{c2}$	Corriente eficaz por el condensador de secundario.
$I_{c3}$	Corriente eficaz por el condensador paralelo en compensación SPS
$I_p$	Corriente eficaz por el devanado primario
$I_s$	Corriente eficaz por el devanado secundario
$I_{sc}$	Corriente por el secundario en cortocircuito
$k$	Factor de acoplamiento entre devanados.
$k_C$	Factor de disminución del condensador de primario en topología SPS
$k_D$	Factor de diseño
$k_\omega$	Factor de frecuencia.
$L_1$	Coefficiente de autoinducción del devanado primario.
$L_2$	Coefficiente de autoinducción del devanado secundario.
$L_3$	Coefficiente de autoinducción bobina de protección a la salida del inversor

$L_1^{i,j}$	Coeficiente autoinducción de primario de la combinación de espiras (i,j)
$L_2^{i,j}$	Coeficiente autoinducción de secundario de la combinación de espiras (i,j)
$M$	Coeficiente de inducción mutua.
$M^{i,j}$	Coeficiente de inducción mutua de la combinación de espiras (i,j)
$N_1$	Número de espiras del devanado primario.
$N_2$	Número de espiras del devanado secundario.
$P_1$	Potencia activa absorbida de la red por el primario.
$P_2$	Potencia activa entregada a la carga por el secundario.
$q_p$	Factor de calidad del primario.
$q_s$	Factor de calidad del secundario.
$R_1^*$	Resistencia devanado primario con efecto skin.
$R_2^*$	Resistencia devanado secundario con efecto skin.
$R_L^*$	Resistencia de carga con efecto skin.
$R_1$	Resistencia devanado primario.
$R_2$	Resistencia devanado secundario.
$R_L$	Resistencia de carga.
$S_1$	Potencia aparente absorbida por el primario
$S_2$	Potencia aparente absorbida por el secundario
$S_{2u}$	Potencia aparente absorbida por el secundario en un sistema no compensado
$t_c$	Tiempo de carga del supercapacitor
$V_1$	Tensión eficaz aplicada al devanado de primario.
$V_2$	Tensión eficaz inducida en el devanado de secundario.
$V_C$	Tensión eficaz en el supercapacitor
$V_{C1}$	Tensión eficaz en el condensador de primario.
$V_{C2}$	Tensión eficaz en el condensador de primario
$V_L$	Tensión eficaz en la carga.
$V_{oc}$	Tensión en el secundario en circuito abierto
$z$	Distancia entre bobinas distinta de la nominal
$Z_1$	Impedancia del devanado primario.
$Z_2$	Impedancia del devanado secundario.
$Z_{2r}$	Impedancia del circuito de secundario reflejada en el primario.
$Z_L$	Impedancia de carga
$Z_{TPS}$	Impedancia total vista desde la fuente en compensación SPS
$\Delta_{amax}$	Máximo desalineamiento permitido en compensación SPS
$\omega_0$	Pulsación de resonancia.
$\omega_d$	Pulsación de resonancia de diseño o de máximo rendimiento.
$\omega_{op}$	Pulsación de resonancia de máxima potencia.





## *Introducción*

Desde un punto de vista económico, la disminución de las reservas de combustibles fósiles está suponiendo un incremento constante en el precio de los hidrocarburos, además de una dependencia absoluta de muchos países en materia energética. Desde un punto de vista medioambiental, el uso para vehículos de este tipo de combustible, supone una amenaza para el ecosistema mundial y es uno de los principales retos a los que se enfrenta la humanidad: conseguir una disminución significativa de la emisión de CO<sub>2</sub> para reducir el efecto invernadero.

Hoy en día se están dedicando grandes esfuerzos para conseguir vehículos eléctricos, bien sean puramente eléctricos o híbridos, que tengan elevadas prestaciones y suficiente autonomía que puedan sustituir a los sistemas actuales. El objetivo es doble, por un lado, disminuir la dependencia energética respecto a terceros, ya que la energía eléctrica puede ser generada en cada país y, además, puede obtenerse por medio de energías renovables o limpias, con lo cual también se disminuyen las emisiones contaminantes.

Actualmente, el desarrollo de vehículos puramente eléctricos se enfrenta a varios problemas aun sin resolver. En primer lugar, los actuales sistemas de almacenamiento energético tales como baterías y supercondensadores, conllevan un elevado peso y volumen para conseguir suficiente autonomía. Esto ha dado lugar al desarrollo de vehículos “híbridos” que combinan el uso de un motor térmico con el apoyo de un motor eléctrico y, vehículos a base de pila combustible de hidrógeno en sistemas de transporte público.

El segundo problema en el desarrollo de un vehículo eléctrico es la carga de las baterías. Por un lado, el tiempo de carga ha de reducirse considerablemente para que las “estaciones de recarga” sean viables. Con los tiempos actuales, de 6-8 horas de carga para una autonomía de 500 km, esta recarga sólo puede realizarse en estaciones particulares, por ejemplo en horario nocturno. La solución a este problema viene de la mano de los supercondensadores, los cuales, pueden ser cargados en pocos minutos y que ven incrementada día a día su capacidad de almacenamiento energético.

Por otro lado está el sistema físico de conexión del vehículo a la estación de carga; los sistemas actuales con contacto o “enchufables” son un sistema aceptable para alimentación de vehículos particulares durante el periodo nocturno, pero no parece una solución muy adecuada para cargas rápidas en estaciones de servicio o alimentación de vehículos para transporte público.

En el caso concreto de aplicaciones de vehículos eléctricos para el transporte público, los sistemas de carga de baterías con contacto no es una buena solución, ya que la carga sólo podría realizarse en puntos determinados del recorrido sin perturbar el correcto funcionamiento del servicio, tales como el principio y final de línea, conllevando un elevado peso de baterías. El desarrollo de sistemas de carga de baterías sin contacto eléctrico, tales que los vehículos pudieran recargarse sin intervención humana y sin riesgos eléctricos con sólo posicionarse sobre una determinada unidad de carga, daría un nuevo impulso al desarrollo de los vehículos eléctricos para el transporte público. Esta es la principal motivación para el uso de los sistemas de transferencia de potencia por acoplamiento inductivo.

En el caso de vehículos particulares, la carga podría realizarse en estaciones de servicio de una manera rápida y eficaz y, en vehículos para transporte público, la recarga se podría realizar durante los periodos de parada, recuperando la energía consumida entre dos paradas y por tanto disminuyendo considerablemente el peso de baterías necesario en el vehículo.

La utilización de sistemas de transferencia de potencia por acoplamiento inductivo ICPT para la carga de baterías de vehículos eléctricos viene a solucionar este problema y está siendo desarrollado actualmente en diferentes países tales como Canadá, Francia, Italia, Nueva Zelanda y Rusia, con diferentes prototipos. Sin embargo, en tales sistemas, para que la transferencia de potencia se realice con un elevado rendimiento, las distancias entre bobinas han de ser pequeñas y las bobinas han de estar perfectamente enfrentadas (alineadas). Esto supone complejos y caros sistemas electromecánicos de posicionamiento que hacen, a su vez, lento el proceso de carga.

Para que la carga de baterías mediante acoplamiento inductivo sea atractivo desde un punto de vista comercial, ha de cumplir dos condiciones: La distancia o *airgap* entre bobinas deberá ser suficientemente grande como la distancia del suelo del vehículo respecto al asfalto, de tal forma que no se necesiten sistemas de acercamiento; y la transferencia de potencia se deberá realizar con el mayor grado de libertad posible respecto al posicionamiento entre bobinas de una manera segura y eficiente, permitiendo elevados desalineamientos que hagan innecesario un sistema de posicionamiento.

## ***Objetivo de la Tesis***

El objetivo de la presente tesis es el análisis y desarrollo de un sistema de carga de baterías y supercondensadores mediante acoplamiento inductivo a través del aire en alta frecuencia y con elevados *airgaps* “h”. Además, el sistema debe permitir una transferencia de potencia con elevados desalineamientos entre bobinas “ $\Delta x$ ” y “ $\Delta y$ ” (Fig. 1) de una manera fiable y eficaz.

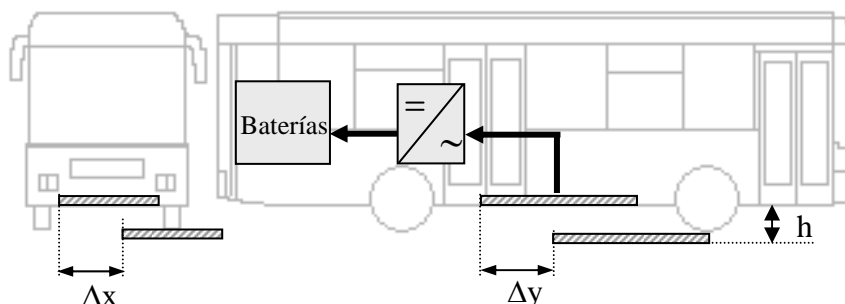


Fig. 1: Sistema ICPT para carga de baterías en vehículos eléctricos.

El proceso seguido en la presente Tesis es el siguiente:

- Se ha realizado un estudio pormenorizado de los sistemas actuales de transferencia de potencia a través del aire tanto desde un punto de vista electromagnético como circuital.
- Se ha realizado un estudio del diseño de las bobinas para aumentar el factor de acoplamiento y un mejor comportamiento frente al desacople entre ellas.
- Se han definido las dimensiones óptimas que han de tener las bobinas en geometría rectangular en función de la distancia a transferir, para minimizar la cantidad de cobre.
- Se ha definido la relación de tensiones óptima que minimiza la cantidad de cobre necesaria.
- Se ha definido un nuevo proceso iterativo para el dimensionamiento óptimo de un sistema ICPT en función de las dimensiones de las bobinas acopladas y de la potencia a transferir, obteniendo para ello un nuevo factor de diseño ( $K_D$ ) con el que seleccionar la solución más eficiente.
- Se ha analizado el comportamiento de las topologías clásicas de compensación frente a variación de parámetros del acoplamiento, principalmente ante variaciones de posicionamiento y de distancia entre las bobinas inductora y receptora, proponiendo nuevos sistemas de control.
- Se ha definido un nuevo sistema de compensación que denominaremos SPS (Serie-Paralelo-Serie) que permite elevados desalineamientos entre bobinas y un funcionamiento estable ante variaciones de cualquier parámetro.
- Se ha estudiado el comportamiento de un nuevo sistema (denominado SPS) para la carga de baterías y supercondensadores.

Los estudios teóricos analizados y los resultados obtenidos han sido puestos en práctica para su validación en los laboratorios del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Zaragoza, mediante el montaje de diversos prototipos y sus resultados son presentados en el apartado correspondiente.

## ***Contenido y Estructura***

El contenido de la presente Tesis se ha dividido en 8 capítulos. A continuación se realiza un breve resumen del contenido de los capítulos y anexos que conforman la presente Tesis Doctoral.

### **Capítulo 1**

Se inicia con un análisis de los principios básicos de un sistema ICPT, explicando sus ecuaciones básicas y mostrando los diferentes tipos constructivos con sus ventajas e inconvenientes. Se establece una clasificación de los sistemas por acoplamiento inductivo en función del acoplamiento entre bobinas y se determina que tipo es el más

idóneo, y por tanto el adoptado en la presente Tesis, para la carga de baterías de vehículos eléctricos.

## **Capítulo 2**

En este capítulo, se hace un estudio electromagnético comparativo entre diferentes geometrías de bobinas y diferente disposición de las espiras dentro de la bobina, que optimicen el factor de acoplamiento y mejoren el comportamiento frente a desalineamientos. Para ello, se ha obtenido una expresión matemática para el coeficiente de inducción mutua entre dos bobinas rectangulares, de cualquier tamaño y cualquier posición relativa entre ellas. El desarrollo para su cálculo se acompaña en el Anexo 1. Se ha comprobado su validez, mediante un programa de elementos finitos Femm y medidas reales en un prototipo de laboratorio.

Debido a que el sistema adoptado esta formado por dos bobinas con núcleo de aire, se ha estudiado el comportamiento del acoplamiento con la presencia de núcleos de ferrita y con apantallamientos mediante elementos finitos.

Un análisis en profundidad del tipo de materiales de apantallamiento, la geometría óptima y su disposición más adecuada se sale de los límites de la presente Tesis y será objeto de líneas futuras de investigación.

## **Capítulo 3**

En este capítulo se definen las ecuaciones de cálculo de los condensadores de resonancia y la frecuencia óptima de operación en las cuatro topologías clásicas de compensación definidas en el capítulo 1. Se analizan las condiciones de estabilidad que tienen que cumplir los sistemas ICPT respecto del problema de bifurcación, en orden a sentar las bases de un diseño óptimo. Los modelos matemáticos realizados en Matlab se acompañan en el anexo 3.

## **Capítulo 4**

En este capítulo se establecen varias de las principales aportaciones de la Tesis en el diseño de un sistema ICPT. En primer lugar, se definen las dimensiones óptimas de las bobinas en función de la distancia y potencia a transferir y la tensión óptima en el secundario; es decir, la relación óptima de transformación que requiere la mínima cantidad de cobre para la misma potencia. Los resultados e adjuntan en el Anexo 2.

En segundo lugar, se analizan los sistemas de diseño actuales y se establecen unos nuevos procesos iterativos de diseño de un sistema ICPT en función del tipo de compensación utilizada; con ellos se obtienen para todas aquellas combinaciones de espiras consideradas, las condiciones de frecuencia de trabajo, secciones y condensadores de resonancia necesarios. Los programas desarrollados en Matlab se acompañan en el Anexo 3.

Para seleccionar de entre todas las combinaciones posibles de espiras cual es la óptima, se establece un nuevo factor de diseño “ $K_D$ ” válido para cualquier nivel de potencia, dimensiones y topología de compensación utilizada. Este factor viene definido de tal

forma que aquella combinación de espiras que lo maximice, es la óptima de acuerdo a unas condiciones de diseño preestablecidas.

## **Capítulo 5**

El diseño óptimo de un sistema se establece para unas condiciones dadas de frecuencia de trabajo, carga, distancia entre bobinas y posición perfectamente centrada entre bobinas en lo que se denomina parámetros nominales.

Una vez seleccionada la combinación óptima de espiras de acuerdo al factor de diseño obtenido en el capítulo 4 para estas condiciones nominales, en este capítulo se analiza el comportamiento para las cuatro topologías de compensación cuando se producen variaciones en las condiciones de trabajo.

Se analiza la estabilidad del sistema y la capacidad de transferir potencia cuando se producen variaciones de frecuencia, carga conectada, distancia y desalineamiento entre bobinas.

Se determina cual es la mejor topología de compensación en relación a estabilidad y capacidad de transferencia de potencia y las condiciones de controlabilidad necesarias; comprobándose que ninguna de ellas presenta un perfecto comportamiento para un sistema autónomo de carga de baterías. Los programas desarrollados en Matlab se acompañan en el anexo 3.

## **Capítulo 6**

En este capítulo se estudia la topología de compensación SPS como opción óptima en un sistema de carga de baterías con desalineamiento entre bobinas, presentando un comportamiento intermedio entre las topologías SS y PS. Se estudia la validez del proceso óptimo de diseño en la nueva topología y se definen las ecuaciones de cálculo de los condensadores de compensación en función del máximo desalineamiento deseado.

Por último, se estudia el comportamiento del nuevo sistema de compensación frente a variación de parámetros (anexo 4), así como el comportamiento durante la carga de baterías ácido-plomo y supercondensadores.

## **Capítulo 7**

Este capítulo cubre la parte experimental de la Tesis, mostrando los prototipos construidos en el laboratorio y las medidas realizadas para la validación de los resultados teóricos. A la vista de estos resultados se exponen las conclusiones de la Tesis en el capítulo 8.

## **Capítulo 8**

En este capítulo se realiza un resumen de los aspectos más interesantes de la Tesis, indicando las principales aportaciones. También se plantean las líneas futuras de investigación.

# Capítulo 1

## Introducción a los Sistemas de Transferencia de Potencia mediante Acoplamiento Inductivo (ICPT)

*En este capítulo se introducen los principios básicos de la transferencia de potencia mediante acoplamiento inductivo y se definen las partes que componen un sistema ICPT (Inductively Coupled Power Transfer).*

*Se realiza un estudio del estado del arte en referencia tanto a las diferentes formas constructivas como a los sistemas de alimentación actualmente utilizados.*

*Se hace una clasificación de los sistemas ICPT en función del grado de acoplamiento indicando las ventajas e inconvenientes de cada sistema, y cual es el más apropiado para la carga de baterías.*

### Índice

<b>1.1</b>	<b>Introducción</b> .....	<b>2</b>
<b>1.2</b>	<b>Aspectos generales de un sistema ICPT</b> .....	<b>3</b>
1.2.1	Capacidad de transferencia de potencia a través del aire.....	3
1.2.2	Frecuencia de trabajo. ....	5
1.2.3	Sistemas de compensación .....	7
<b>1.3</b>	<b>Clasificación de los sistemas ICPT</b> .....	<b>9</b>
1.3.1	Sistemas Fuertemente acoplados.....	10
1.3.2	Sistemas “Chained Ring” o de proximidad .....	11
1.3.3	Sistemas Débilmente acoplados .....	13
1.3.3.1	Sistemas de captura del flujo tangencial.....	13
1.3.3.2	Sistemas de captura del flujo normal. ....	15
1.3.3.3	Sistemas en cuadratura. ....	17
<b>1.4</b>	<b>Sistema de alimentación</b> .....	<b>17</b>

## 1.1 Introducción

La transmisión de energía entre dos bobinas acopladas magnéticamente es un fenómeno bien conocido y que constituye el principio básico de funcionamiento de la mayoría de las máquinas eléctricas: transformadores y motores. En estas máquinas dos o más bobinas están acopladas magnéticamente, bien a través de un núcleo magnético sin entrehierro en el caso del transformador, o bien por dos núcleos magnéticos separados mediante un pequeño entrehierro en el caso de los motores.

En el caso de los motores eléctricos, la separación de aire entre núcleos magnéticos es muy pequeña y prácticamente todo el flujo creado por uno de los devanados concatena a las espiras del otro devanado, siendo el factor de acoplamiento muy cercano a la unidad. Es el caso conocido como “Bobinas Débilmente Acopladas”.

En la presente Tesis, sin embargo, se va a estudiar el acoplamiento magnético entre dos bobinas separadas por una distancia comparable a las dimensiones físicas de las bobinas, tanto con núcleo magnético como sin él (o núcleo de aire). La elevada separación entre las bobinas hace que el factor de acoplamiento sea mucho menor que la unidad, ya que no todo el flujo creado por una de las bobinas concatena a la contraria. Es el caso conocido como “Bobinas Débilmente Acopladas”.

En los sistemas fuertemente acoplados, se puede trabajar con bajas frecuencias de alimentación; típicamente 50 ó 60 Hz ya que los flujos dispersos son bajos y el coeficiente de inducción mutua es elevado; dando como resultado una transferencia de potencia con elevado rendimiento. Sin embargo, en los sistemas débilmente acoplados, debido a los elevados flujos dispersos y al bajo coeficiente de inducción mutua, es necesario trabajar a elevadas frecuencias para conseguir transferir potencia con elevada eficiencia.

Esta es la principal diferencia de los sistemas ICPT (*Inductively Coupled Power Transfer*) con respecto a los sistemas perfectamente acoplados: la necesidad de alimentar las bobinas con elevadas frecuencias, en torno a varias decenas de kHz para hacer posible la transferencia de potencia. Esto conlleva, por un lado la necesidad de utilizar sistemas de alimentación de frecuencia variable y, por otro lado, el uso de cables especiales de Litz [1] para disminuir las pérdidas en los conductores asociadas al efecto pelicular.

El hecho de trabajar a elevadas frecuencias implica que no es posible utilizar núcleos de hierro tal y como ocurre en los sistemas fuertemente acoplados, ya que el calentamiento debido a las pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault serían inadmisibles. Es por ello que los sistemas ICPT se diseñan bien con núcleos de ferrita para aumentar el coeficiente de acoplamiento, o con núcleos de aire. En esta Tesis se muestra que con un diseño adecuado del acoplamiento y un sistema de compensación y control óptimos, es posible transferir elevadas potencias a través del aire con elevados rendimientos, incluso con elevadas distancias entre bobinas.

En este primer capítulo se plantean las ecuaciones básicas de un sistema ICPT, introduciendo los principales parámetros que intervienen en el diseño y las topologías de compensación clásicas. A continuación, se hace una revisión bibliográfica mostrando el estado del arte de los principales sistemas de acoplamiento inductivo actualmente



utilizados, indicando cual es el mejor sistema para la carga de baterías en aplicaciones donde la distancia y la posición entre bobinas es variable. Por último, se muestran los diferentes sistemas de alimentación más utilizados, justificando la elección del sistema adoptado.

## 1.2 Aspectos generales de un sistema ICPT

Un sistema de transferencia de potencia mediante acoplamiento inductivo se refiere conceptualmente a un sistema formado por dos bobinas eléctricamente aisladas y acopladas magnéticamente a través del aire, capaces de transferir potencia con una elevada eficiencia [P-1].

Los sistemas ICPT para alimentación eléctrica sin contacto tienen muchas ventajas sobre los sistemas tradicionales de alimentación “enchufables”, ya que no son afectados por la suciedad, el polvo, el agua o los productos químicos, además de evitar los riesgos derivados del contacto eléctrico como chispazos o cortocircuitos. Se pueden considerar, a su vez, más robustos al no existir piezas mecánicas que deban ser conectadas.

Muchas son las aplicaciones en las que se están utilizando actualmente sistemas ICPT: implantes biomédicos transcutáneos [P-2], herramientas profesionales [P-3], cargadores de teléfonos móviles [P-4], vehículos eléctricos o sistemas de transporte público [P-5, P-6], a modo de ejemplo.

Actualmente, la posibilidad de alimentación continua de vehículos eléctricos en movimiento a través de un conductor situado bajo el asfalto [P-7] o bien mediante la carga de baterías cuando se encuentran parados [P-8], aumenta la probabilidad de desarrollo de los mismos, y que en un futuro no muy lejano, causarán un gran impacto en nuestras vidas.

### 1.2.1 Capacidad de transferencia de potencia a través del aire.

El circuito eléctrico equivalente de dos bobinas acopladas magnéticamente, estando la primera de ellas alimentada mediante una fuente de tensión senoidal de valor eficaz  $V_1$  y con una pulsación  $\omega$ , y la segunda alimentando una carga puramente resistiva, viene dado por el esquema que se muestra en la Fig.1.

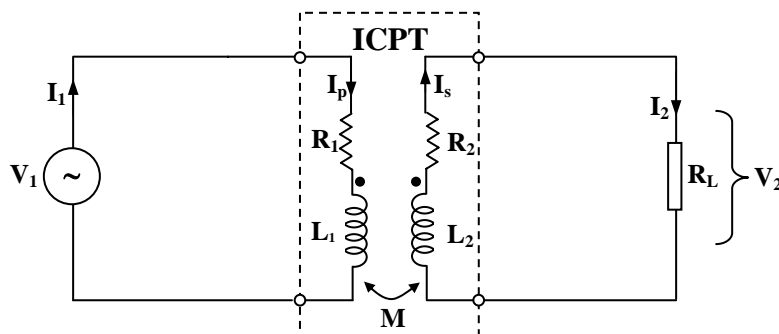


Fig. 1. Circuito equivalente de un sistema ICPT no compensado alimentando una carga resistiva.

Cuyas ecuaciones se pueden expresar:

$$\vec{V}_1 = (R_1 + jL_1\omega)\vec{I}_p - jM\omega\vec{I}_s = \vec{Z}_1\vec{I}_p - jM\omega\vec{I}_s \quad (1)$$

$$0 = R_L\vec{I}_2 + (R_2 + jL_2\omega)\vec{I}_s - jM\omega\vec{I}_p \quad (2)$$

Despreciando  $R_2$  frente a  $R_L$  [2], podemos expresar la tensión  $V_2$ :

$$\vec{V}_2 = R_L\vec{I}_2 = jM\omega\vec{I}_p - jL_2\omega\vec{I}_s \quad (3)$$

Cuando el secundario se encuentra en circuito abierto ( $I_2=I_s=0$ ), la tensión que se induce sobre la bobina de secundario se denomina  $V_{oc}$  y viene dada por la expresión:

$$\vec{V}_{oc} = jM\omega\vec{I}_p \quad (4)$$

Si el secundario se encuentra en cortocircuito ( $R_L=0$ ) la máxima corriente que circula se denomina corriente en cortocircuito  $I_{sc}$  y se obtiene de la siguiente expresión:

$$\vec{I}_{sc} = \frac{jM\omega}{jL_2\omega}\vec{I}_p = \frac{M}{L_2}\vec{I}_p \quad (5)$$

La máxima potencia aparente transferida del primario al secundario en un sistema no compensado “ $S_{2u}$ ” se obtiene del producto de la corriente de cortocircuito por la tensión en circuito abierto [3]:

$$\vec{S}_{2u} = \vec{V}_{oc} \cdot \vec{I}_{sc} = jM\omega\vec{I}_p \frac{M}{L_2}\vec{I}_p = j\left(\frac{\omega M^2 \vec{I}_p^2}{L_2}\right) \quad (6)$$

Si se trabaja en resonancia en el secundario mediante la inclusión de condensadores, se produce un incremento en la potencia transferida [3]:

$$\vec{S}_{2Max} = \vec{S}_{2u} q_s = j\left(\frac{\omega M^2 \vec{I}_p^2 q_s}{L_2}\right) \quad (7)$$

Siendo  $q_s$  el factor de calidad del secundario y que es la relación entre la potencia reactiva y la activa en el circuito de secundario:

$$q_s = \frac{VA_{r_s}}{P_2} \quad (8)$$

Interesa que este factor sea lo más elevado posible para incrementar la potencia transferida, pero si es demasiado alto puede llevar a que el sistema sea inestable. Los valores típicos de  $q_s$  oscilan entre 4 y 10 en la mayoría de aplicaciones [1].

La potencia activa máxima que es posible transferir será el producto de la potencia aparente máxima por el factor de potencia de la corriente por el secundario.

$$P_{2Max} = S_2 \cos \varphi_2 \quad (9)$$

Para conseguir que esta potencia activa sea la máxima posible, se deberá trabajar en resonancia en el circuito de secundario, de esta forma la corriente estará en fase con la tensión ( $\cos\phi_2=1$ ) y la máxima potencia activa transferida vendrá dada por:

$$P_{2Max} = \frac{\omega M^2 I_p^2 q_s}{L_2} \quad (10)$$

Donde:  $\omega$  = Frecuencia de trabajo.  
 $q_s$  = Factor de calidad del secundario.  
 $M$  = Coeficiente de inducción mutua entre bobinas.  
 $I_p$  = Corriente por el devanado primario.  
 $L_2$  = Coeficiente de autoinducción del devanado secundario.

Esta ecuación representa la base de los sistemas ICPT y de ella se pueden obtener varias conclusiones importantes:

- Es necesario una sintonización del circuito de secundario mediante condensadores para que la transferencia de potencia activa, bajo unas condiciones dadas, sea máxima.
- Cuanto menor sea la inductancia de secundario y mayor el coeficiente de inducción mutua, mayor potencia se podrá transferir.
- Para una geometría y diseño de bobinas determinado ( $L_2$  y  $M$  fijadas), la potencia en la carga deseada se puede conseguir con infinitas combinaciones de corriente y frecuencia, por ejemplo, se puede trabajar a bajas frecuencias y elevadas corrientes o bien con bajas corrientes y elevadas frecuencias.
- Cuanta mayor sea la frecuencia de trabajo, menor será la corriente magnetizante de primario requerida  $I_p$  y por tanto menor cantidad de cobre. Esta frecuencia está limitada por la tecnología de componentes semiconductores utilizados en la fuente de alimentación, que a su vez depende de los niveles de potencia a transferir.
- Interesan valores altos de  $q_s$ ; este valor, sin embargo, está limitado a 10 [5], ya que valores muy elevados de  $q_s$  pueden comprometer la estabilidad del sistema como se verá en el capítulo 3.

### 1.2.2 Frecuencia de trabajo.

La frecuencia a la que debe trabajar el acoplamiento inductivo es uno de los principales parámetros a determinar a la hora de diseñar el acoplamiento, ya que a partir de ella se obtienen los condensadores de compensación.

Si se considera inicialmente la frecuencia de trabajo aquella que dé lugar a la condición de máxima transferencia de potencia activa a la carga ( $P_{2Max}$ ), hay que partir de las ecuaciones obtenidas en el circuito mostrado en la Fig. 1:

$$\vec{V}_1 = \vec{Z}_1 \vec{I}_p - jM\omega \vec{I}_s \quad (11)$$

$$0 = \bar{Z}_2 \bar{I}_s - jM\omega \bar{I}_p \quad (12)$$

La relación entre las corrientes de primario y secundario viene dada por:

$$\bar{I}_s = \frac{jM\omega}{Z_2} \bar{I}_p \quad (13)$$

y sustituyendo en (11):

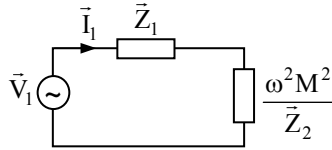
$$\bar{V}_l = \bar{Z}_l \bar{I}_p + \frac{\omega^2 M^2}{\bar{Z}_2} \bar{I}_p \Rightarrow \bar{V}_l = \left( \bar{Z}_l + \frac{\omega^2 M^2}{\bar{Z}_2} \right) \bar{I}_p \Rightarrow \quad (14)$$

$$\bar{V}_l = (\bar{Z}_l + \bar{Z}_r) \bar{I}_p = \bar{Z}_{lt} \bar{I}_p \quad (15)$$

Siendo  $\bar{Z}_r$  la impedancia del secundario reflejada en el primario [6]:

$$\bar{Z}_r = \frac{\omega^2 M^2}{\bar{Z}_2} \quad (16)$$

$\bar{Z}_{lt}$  es la impedancia total vista desde la fuente. La ecuación (15) se corresponde al siguiente circuito eléctrico:



**Fig. 2.** Circuito equivalente visto desde el primario.

La condición de máxima transferencia de potencia a la carga se obtiene cuando la impedancia reflejada es igual a la conjugada de la impedancia del primario:

$$\bar{Z}_1^* = \bar{Z}_r \quad (17)$$

Sustituyendo  $Z_2$  en (15) se obtiene la siguiente expresión para la impedancia reflejada:

$$\bar{Z}_r = \frac{\omega^2 M^2 (R_2 + R_L)}{(R_2 + R_L)^2 + (\omega L_2)^2} - j \frac{\omega^2 M^2 \omega L_2}{(R_2 + R_L)^2 + (\omega L_2)^2} \quad (18)$$

Por lo que al igualar con  $Z_1^*$  se obtiene:

$$R_1 = \frac{\omega^2 M^2 (R_2 + R_L)}{(R_2 + R_L)^2 + (\omega L_2)^2} \quad (19)$$

$$\omega L_1 = \frac{\omega^2 M^2 \omega L_2}{(R_2 + R_L)^2 + (\omega L_2)^2} \quad (20)$$

Para conseguir fácilmente la segunda igualdad, basta con trabajar en resonancia en ambos devanados añadiendo condensadores de sintonización, ya que de esta forma las partes imaginarias de ambas impedancias se anulan, quedando la ecuación (18) como la

condición de máxima transferencia de potencia posible a la carga. En estas condiciones, se obtiene la frecuencia de resonancia  $\omega$  como:

$$R_1 = \frac{\omega^2 M^2}{(R_2 + R_L)} \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{R_1(R_2 + R_L)}}{M} \quad (21)$$

Trabajando a la frecuencia dada por la ec. (21), la potencia transferida será máxima. Sin embargo, es sabido que la condición de máxima transferencia de potencia a la carga se realizará con una eficiencia muy baja. Por tanto, a la hora de diseñar un sistema ICPT uno de los puntos críticos es encontrar la frecuencia de trabajo que de lugar al máximo rendimiento en vez de a la máxima potencia.

Como se demuestra en el capítulo 3, con una apropiada selección de la frecuencia de resonancia se pueden conseguir transferencias energéticas con eficiencias superiores al 90%.

### 1.2.3 Sistemas de compensación

De acuerdo a la ec.(9), para que la potencia activa transferida a la carga sea máxima, es necesario trabajar en resonancia en el secundario; además, interesa que la impedancia total vista desde la fuente (15) presente carácter óhmico con el objeto de disminuir la corriente absorbida del convertidor; esto se consigue compensando también en el primario. Por tanto, se deberá trabajar en resonancia en ambos circuitos.

Los sistemas clásicos de compensación están formados por dos condensadores  $C_1$  y  $C_2$  correspondientes al lado de primario y secundario respectivamente. Así, un sistema ICPT genérico, estará formado por (Fig.3):

- Sistema de primario: formado por un bobinado de  $N_1$  espiras de sección  $S_1$ ; un condensador de resonancia  $C_1$ , que puede estar conectado en serie o en paralelo con el devanado inductor; y por último, un sistema de alimentación en alta frecuencia que alimenta al primario con corriente senoidal.
- Sistema de secundario (Pick-up): formado por una bobina receptora de  $N_2$  espiras de sección  $S_2$ ; un condensador de resonancia  $C_2$  que puede estar conectado en serie o en paralelo; y un convertidor AC/DC para la alimentación de la carga eléctrica.

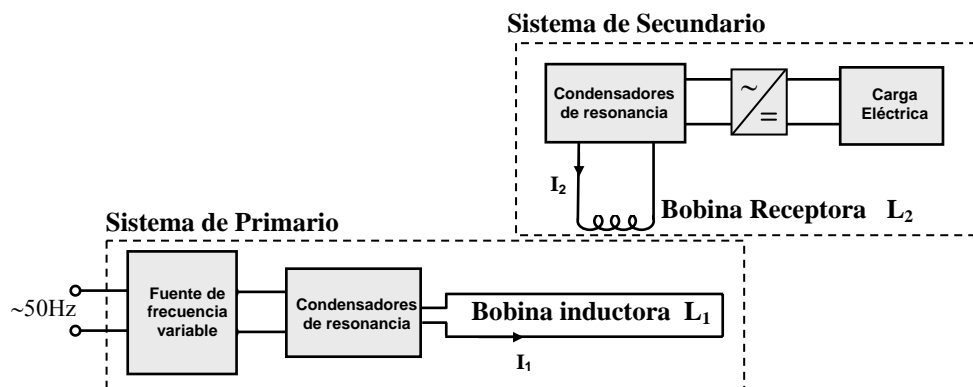
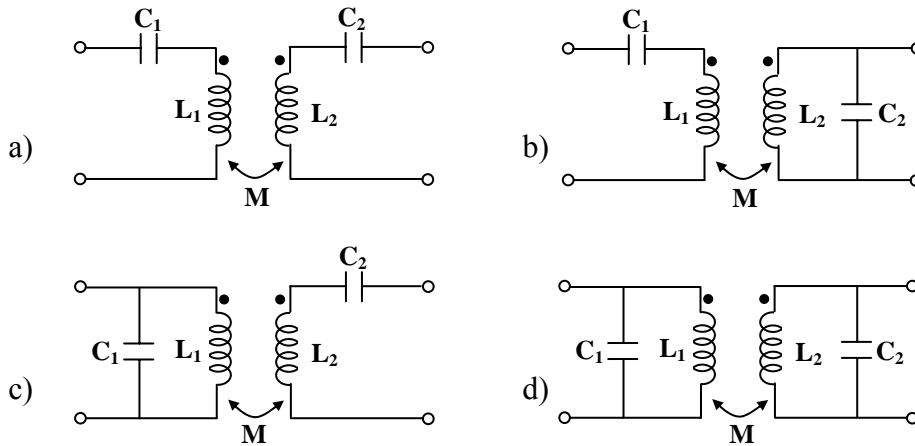


Fig. 3. Esquemático de un sistema ICPT

En función de la conexión de los condensadores de compensación en ambos devanados, se obtienen cuatro topologías básicas de compensación [8]: Serie en primario-Serie en secundario (SS), Serie en primario-Paralelo en secundario (SP), Paralelo en primario-Serie en secundario (PS) y Paralelo en primario-Paralelo en secundario (PP) tal como puede verse en la Fig.4:



**Fig. 4.** Tipos básicos de compensaciones: a) SS; b) SP; c) PS y d) PP

- Compensación SS:  $C_1$  está conectado en serie con la bobina de primario, y  $C_2$  en serie con la de secundario.
- Compensación SP:  $C_1$  está conectado en serie con la bobina de primario, y  $C_2$  en paralelo con la de secundario.
- Compensación PS:  $C_1$  está conectado en paralelo con la bobina de primario, y  $C_2$  en serie con la de secundario.
- Compensación PP:  $C_1$  está conectado en paralelo con la bobina de primario, y  $C_2$  en paralelo con la de secundario.

La condición de resonancia de cada topología para trabajar con máximo rendimiento se determinará en el capítulo 3 y el diseño total óptimo del acoplamiento inductivo en función del sistema de compensación elegido, se realizará en el capítulo 4, aplicando para ello el nuevo Factor de Diseño “ $K_D$ ”, que es una de las aportaciones de la presente Tesis.

Cada tipo de compensación presenta un comportamiento diferente frente a la variación de los parámetros del circuito, como se verá en el capítulo 5. Por ejemplo, los sistemas con compensación serie en secundario se comportan como fuente de tensión y los sistemas con compensación paralelo en secundario como fuente de corriente; el comportamiento frente a variaciones de frecuencia, carga, distancia o posicionamiento es completamente distinto según la topología.

Los condensadores de resonancia en compensación serie se verán sometidos a elevadas tensiones mientras que en paralelo, se verán sometidos a elevadas corrientes para la misma potencia a transferir y mismas tensiones de alimentación y en la carga.

Aparte de estas topologías clásicas de compensación, existen combinaciones serie y paralelo de condensadores en primario que, como se verá en el capítulo 6, presentan un comportamiento más estable frente a las variaciones de los parámetros.

### 1.3 Clasificación de los sistemas ICPT

Desde el punto de vista de la aplicación a la que va destinado el sistema de alimentación ICPT, se puede hacer una primera clasificación en sistemas de secundario móvil y sistemas de secundario fijo.

Los *sistemas de secundario móvil* se caracterizan por un devanado secundario que va “capturando” potencia a medida que se desplaza a lo largo de un primario de mucha mayor longitud. Están sustituyendo a la alimentación eléctrica mediante escobillas en sistemas deslizantes, evitando riesgos de chispas y de contacto eléctrico. Supone un avance en las posibilidades de alimentación en movimiento de vehículos eléctricos mediante sistemas monorraíl.

Los *sistemas de secundario fijo* se utilizan principalmente para carga de baterías mediante acoplamiento inductivo (móviles, implantes transcutáneos, herramienta eléctrica) y en concreto, carga de vehículos eléctricos sin contacto. Este tipo de sistemas son el objeto de estudio de esta tesis.

Normalmente, en sistemas de secundario fijo, la distancia “h” entre bobinas puede ser superior a los sistemas de secundario móvil. La bobina de primario es de dimensiones comparables a la del secundario y esta formada por  $N_1$  espiras. Dichas espiras se bobinan en plano para aumentar la capacidad de desalineamiento (Fig. 5) en dirección “x”, como se comprobará en el capítulo 2.

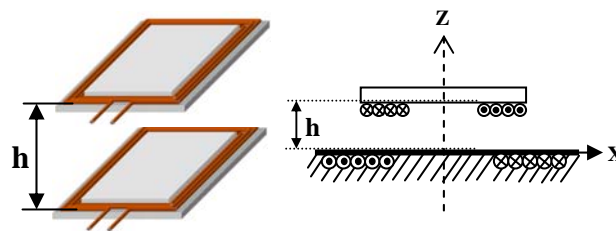


Fig. 5. ICPT de secundario fijo para carga de baterías de EV.

Una segunda y más importante clasificación se puede realizar en función del grado de acoplamiento que existe entre las bobinas de primario y de secundario; para ello, se define el factor de acoplamiento de dos bobinas acopladas magnéticamente como la relación entre el coeficiente de inducción mutua y la media geométrica de los coeficientes de autoinducción de las bobinas:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (22)$$

Así, podemos hablar de:

- Sistemas Fuertemente acoplados o de inserción (Fig. 6.a).
- Sistemas “Chained Ring” o de proximidad (Fig. 6.b).
- Sistemas Débilmente acoplados (Fig. 6.c).
  - Sistemas de captura del flujo tangencial.

- Sistemas de captura del flujo normal.
- Sistemas en cuadratura.

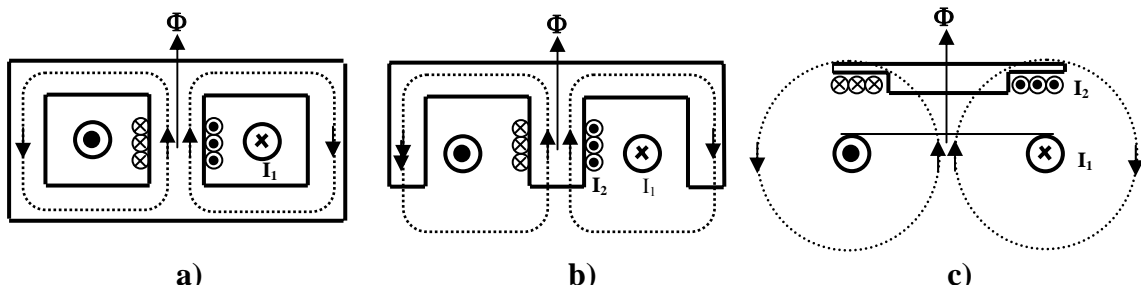


Fig. 6. a) Fuertemente acoplados; b) de proximidad; c) Débilmente acoplados.

### 1.3.1 Sistemas Fuertemente acoplados.

Los sistemas ICPT fuertemente acoplados son aquellos en los que las bobinas están arrolladas sobre núcleos magnéticos con alto factor de acoplamiento, es decir, el devanado secundario concatena prácticamente todo el flujo creado por el primario. Son los primeros sistemas de alimentación por acoplamiento inductivo desarrollados para alimentación de sistemas mecánicos en movimiento o carga de baterías de vehículos eléctricos.

En [4], se desarrolló un ICPT formado por 3 conductores de primario de elevada sección y longitud conectados en estrella. El secundario estaba arrollado sobre un núcleo magnético móvil, el cual rodeaba completamente los conductores de primario y deslizaba sobre ellos (Fig. 7.a).

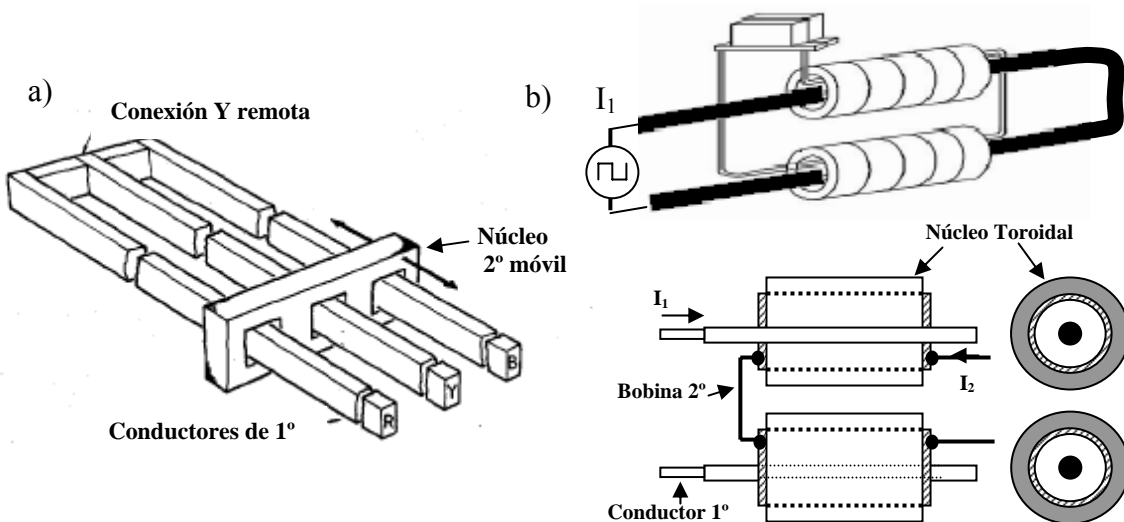


Fig. 7: a) ICPT con largo bus trifásico en primario. b) ICPT toroidal utilizado en minería

Para la industria minera se ha diseñado un sistema de alimentación continua mediante ICPT toroidal (Fig. 6.b) que evita el contacto eléctrico en la alimentación de los sistemas de transporte por el interior de la mina, disminuyendo el riesgo de explosión. Se denominan sistemas CWT (Coaxial Winding Transformer) y transfieren potencias de hasta 4 MW [26].



Existen sistemas de carga de baterías de vehículos eléctricos (Fig. 8) mediante acoplamiento inductivo por inserción [9,33]. La única ventaja que presenta frente a los sistemas conectables, es la separación galvánica de la fuente que evita posibles riesgos de contacto eléctrico.

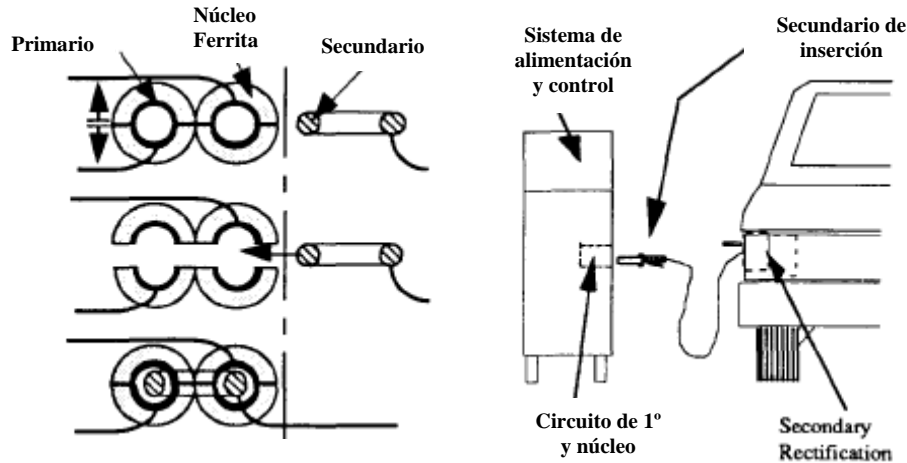


Fig. 8. ICPT de inserción para carga de EV.

Aunque los sistemas fuertemente acoplados presentan una elevada eficiencia, tienen el inconveniente de un posicionamiento rígido que no permite ningún desalineamiento entre bobinas, lo que hace que para sistemas de carga rápida y autónoma de EV para transporte público estén totalmente desechados.

### 1.3.2 Sistemas “Chained Ring” o de proximidad

Son aquellos sistemas ICPT en los que ambos circuitos magnéticos están separados una cierta distancia a través de pequeños “airgaps”. El flujo creado por el devanado primario, concatena al devanado secundario cuando éste es aproximado. Generalmente el devanado secundario está arrollado sobre núcleos de ferrita, mientras que el primario está formado por una bobina con núcleo de aire o en incluso por una única espira o “long-track” (Fig. 9).

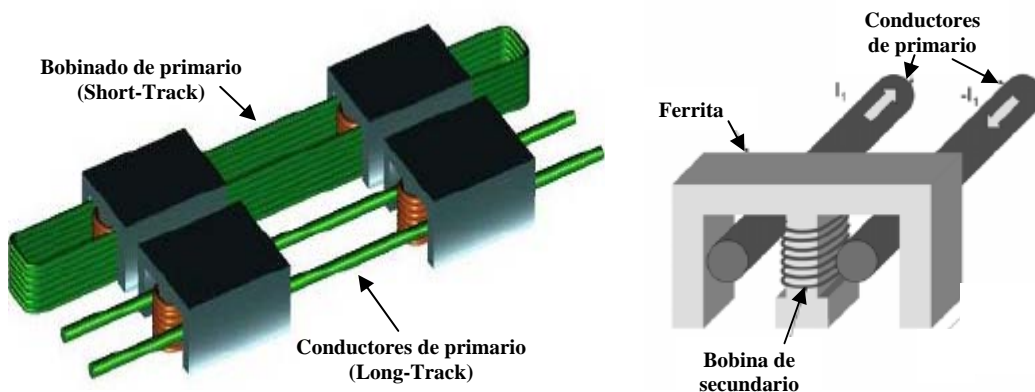


Fig. 9. a) Primario de varias espiras o de un solo conductor. b) ICPT con núcleo en forma “E” denominado “E-Pickup”.

Estos sistemas son especialmente apropiados para alimentación de elementos móviles desplazándose sobre guías [27,81], e incluso para alimentación de aplicaciones Maglev (Magnetic Levitation) para el transporte público [29]. Presentan el inconveniente de permitir únicamente pequeños movimientos laterales.

Existen diferentes formas constructivas del núcleo de ferrita de secundario (Pick-up) para sistemas desplazándose sobre guías (Fig. 10) siendo la más eficiente la denominada asymmetrical Pickup o S-Pickup [34], aunque no permite ni desplazamientos laterales ni de separación [P-1].

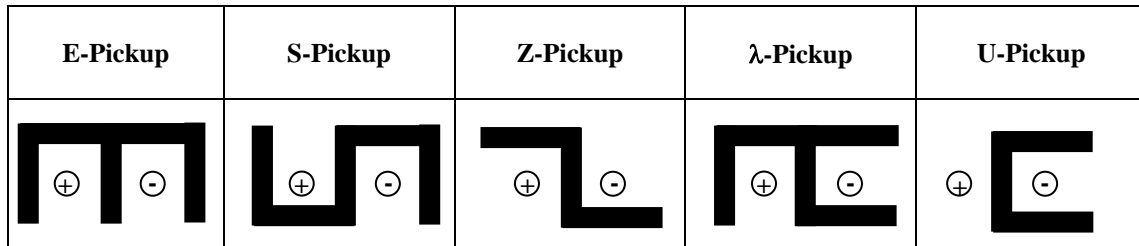


Fig. 10. Diferentes formas constructivas del núcleo de ferrita del secundario.

Los sistemas “chained-ring” con primario también bobinado (“short-track”) sobre núcleo de ferrita [24, 28, 30, 31] son ampliamente utilizados en aplicaciones domésticas de carga de baterías (pequeños electrodomésticos [31], teléfonos móviles [32]), implantes transcutáneos [42] e incluso en carga de baterías de vehículos eléctricos mediante sistema enchufable con acoplamiento inductivo [24] (Fig. 11). La separación entre bobinas, es mucho menor que las dimensiones de las mismas.

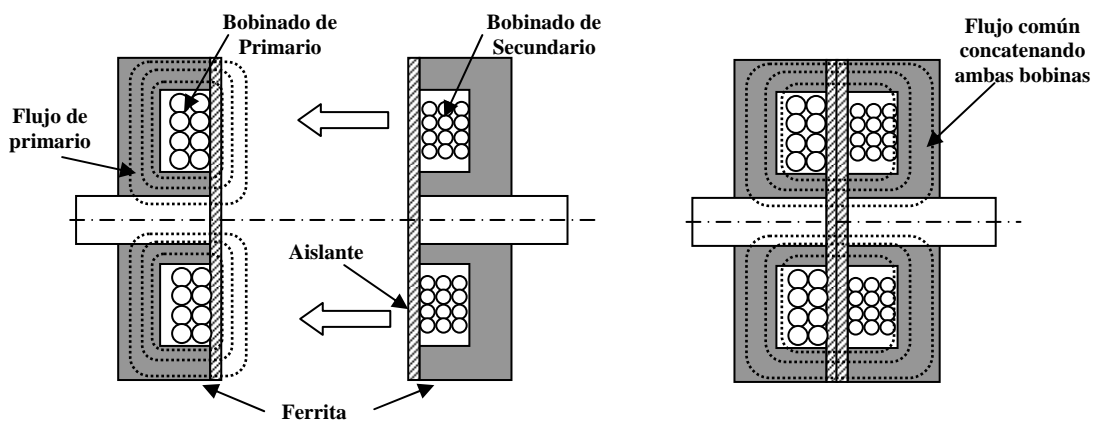


Fig. 11. Sistema ICPT “Chained Ring” con circuito magnético común.

Es un buen sistema de carga de baterías ya que presenta elevada eficiencia (más del 90 %) y seguridad tanto frente a cortocircuitos en la carga como a contactos eléctricos, en ambos casos debido a la separación galvánica [24]. Sin embargo, sigue necesitando pequeñas distancias entre bobinas y perfecto posicionamiento, bien por medios manuales o mecánicos.

### 1.3.3 Sistemas Débilmente acoplados

También denominados ICPT planos o “Flat-Pickup”, son los sistemas más interesantes desde el punto de vista de la carga de baterías debido al elevado grado de libertad que presentan las bobinas tanto en cuanto a distancia como a posicionamiento.

En estos sistemas ICPT, las bobinas están separadas una distancia “h” del mismo orden de magnitud que las dimensiones de las bobinas acopladas. El coeficiente de acoplamiento es bajo ( $<0.2$ ) frente a los sistemas de proximidad (0.6-0.8), lo que hace indispensable un buen diseño de las bobinas y del sistema de compensación.

La corriente que circula por los conductores de primario con núcleo de aire, crea un campo magnético circular. Dependiendo de la componente del flujo que capture el devanado secundario, da lugar a dos tipos de ICPT planos [35]; sistemas de captura de la componente tangencial u horizontal del flujo y sistemas de captura de la componente normal o vertical del flujo (Fig. 12).

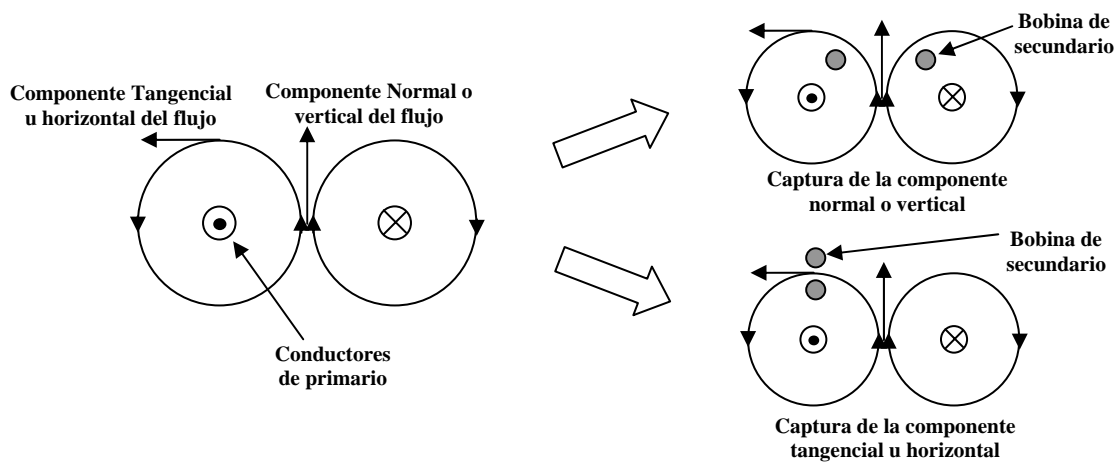


Fig. 12. Sistemas de captura de flujo en ICPT planos.

En los sistemas de flujo tangencial, se puede realizar la transferencia con un único conductor en primario denominado “Sistema Unipolar” o con dos conductores, denominado “Sistema Bipolar” [36].

#### 1.3.3.1 Sistemas de captura del flujo tangencial.

En los sistemas de captura del flujo tangencial o de la componente horizontal (Fig. 13), la máxima transferencia de potencia se obtiene cuando la bobina receptora se posiciona sobre uno de los conductores; de ahí, que el primario esté formado generalmente por un único conductor (sistema unipolar), que hace de línea de transmisión y una bobina de secundario en posición trasversal respecto del conductor de primario.

El coeficiente de inducción mutua “M” es mucho menor que en captura del flujo normal [61], debido a que cuanto mayor longitud tiene la bobina de primario, mayor es  $L_1$  y por tanto de acuerdo a la ec.22, el acoplamiento es muy bajo.

Teniendo en cuenta que la captura del flujo por parte de la bobina receptora representa una parte muy pequeña del flujo total generado por la emisora, el factor de acoplamiento clásico dado por la ec.22 no es conveniente para analizar estos sistemas, utilizándose un *Coefficiente de acoplamiento magnético*  $k_\Phi$  [61] específico y que viene expresado por:

$$k_\Phi = \frac{N_2 M}{N_1 L_2} \quad (23)$$

En estos casos, para mejorar el factor de acoplamiento es indispensable que la bobina de secundario esté bobinada sobre un núcleo de ferrita [36].

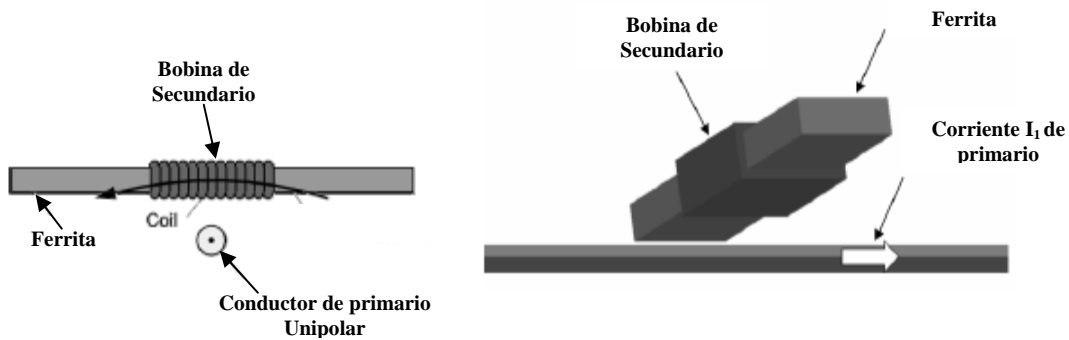


Fig. 13. Sistemas con captura de la componente transversal del flujo con núcleo de ferrita.

El sistema de captura del flujo tangencial permite desalineamientos de pequeña magnitud [36], ya que la máxima potencia transferida se obtiene cuando la bobina de secundario está posicionada sobre el conductor y decae rápidamente cuando la bobina de secundario se desplaza a izquierda o derecha (Fig. 14). Por tanto, no es buen sistema cuando se desee una elevada tolerancia a desplazamientos horizontales.

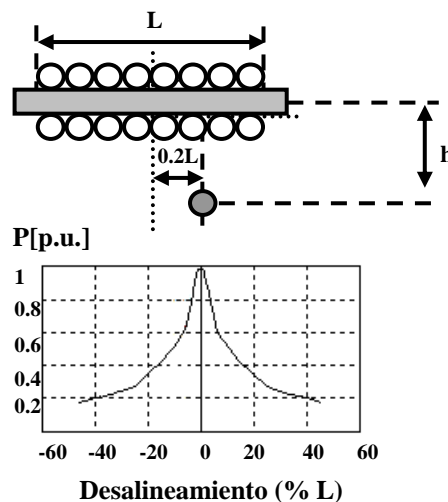


Fig. 14. Potencia transferida ( en p.u.) frente a desalineamiento en % de la longitud del secundario L.

Para solucionar este mal comportamiento y permitir mayores tolerancias, se han desarrollado dos nuevos sistemas de acoplamiento inductivo para secundario móvil y captura de flujo tangencial:

a) ICPT trifásicos en conexión unipolar (Fig. 15-a), formados por 3 conductores separados una cierta distancia y alimentados por un sistema trifásico de tensiones [37].

b) ICPT trifásicos de 6 conductores en conexión bipolar [38] (Fig. 15-b) de tal forma que mientras la bobina receptora se desplace sobre los conductores de primario, la potencia transferida es prácticamente constante.

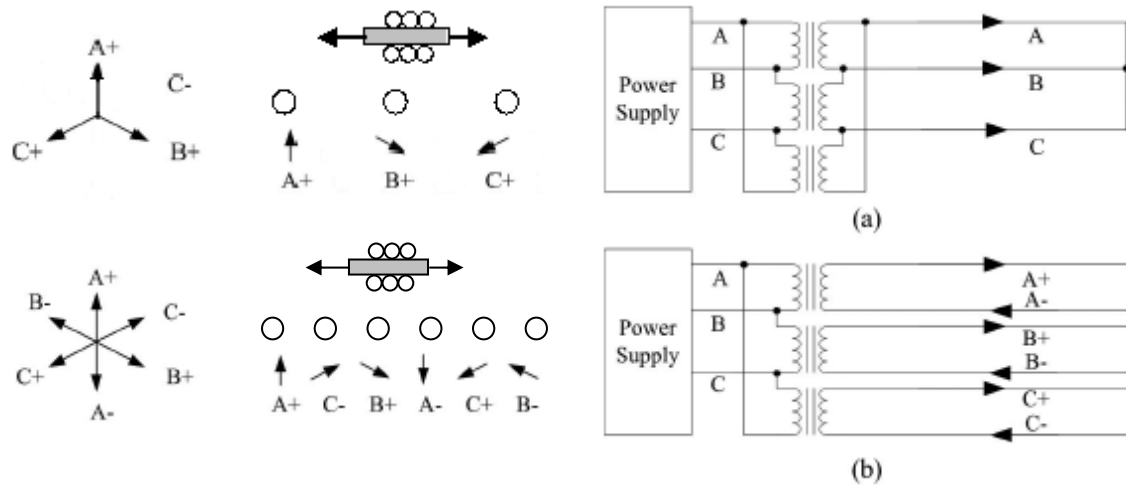


Fig. 15. a) ICPT trifásico Unipolar. b) ICPT trifásico Bipolar.

Estas mejoras hacen que los sistemas de captura de flujo transversal sean los preferidos frente a los de flujo normal en aplicaciones de secundario móvil, en los que pueda haber desacoplo lateral limitado.

### 1.3.3.2 Sistemas de captura del flujo normal.

Los sistemas ICPT de captura del flujo normal, están formados por dos bobinas planas y enfrentadas (Fig. 16) (“flat pick-up”), de tal forma que la bobina del secundario captura la componente vertical del flujo (Fig. 12). Las dimensiones de ambas bobinas son comparables; siendo normalmente mayor la bobina emisora para permitir mayores desalineamientos [40] en la transferencia de potencia.

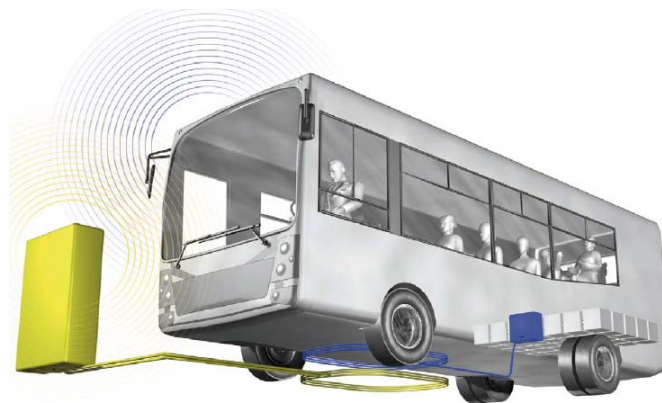
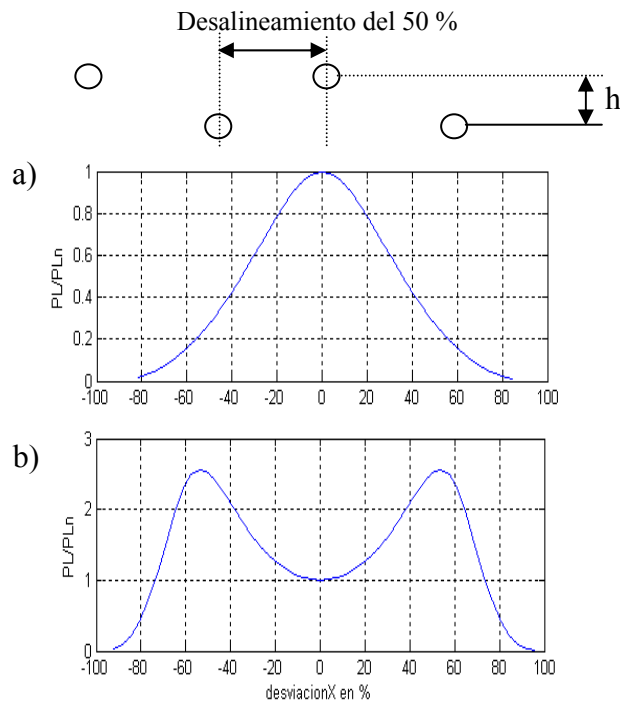


Fig. 16. Sistemas ICPT con captura de la componente normal del flujo para carga de baterías.

Son los sistemas de acoplamiento magnético más ampliamente utilizados para carga de baterías de EV (Fig. 16) por su mejor comportamiento frente a desalineamientos [42]. Aunque en un principio también se utilizaron para alimentación continua de EV mediante una bobina circular acoplada al vehículo, desplazándose por una sucesión de bobinas rectangulares o circulares [P-12] que se iban conectando conforme el vehículo se posicionaba [41, 66]. Actualmente, han sido sustituidos por los ICPT tangenciales para este tipo de aplicaciones.

Las bobinas pueden estar arrolladas sobre núcleos magnéticos (normalmente ferrita) en uno o en ambos bobinados (para aumentar el coeficiente de inducción mutua), o bien con núcleo de aire en ambas bobinas. La forma geométrica de los bobinados, la disposición de las espiras dentro de las bobinas, la influencia de la utilización de ferritas y los posibles apantallamiento, son aspectos muy importantes a tener en cuenta para mejorar el acoplamiento y se analizarán en el capítulo 2.

El comportamiento frente a desalineamiento de los sistemas “flat pick-up” planos para carga de baterías depende fuertemente del tipo de compensación utilizada y es una de las principales líneas de investigación de esta Tesis. En la Fig. 17-a, puede verse la potencia transferida frente al desalineamiento en % de la anchura de la bobina del secundario cuando la compensación en primario es en paralelo, es decir, tipos PS y PP. Se puede observar que su comportamiento es análogo a los sistemas de flujo tangencial, perdiendo capacidad de transferencia de potencia a medida que nos desplazamos de la posición centrada. En principio tiene comportamiento estable, pero analizando la corriente absorbida de la red, ésta aumenta considerablemente al producirse desacoplos, es decir presentan comportamiento inestable y un mal comportamiento para la fuente frente al desalineamiento.



**Fig. 17.**  $P_L/P_{L_n}$  versus desalineamiento a) Compensaciones PS y PP. b) Compensaciones SS y SP.

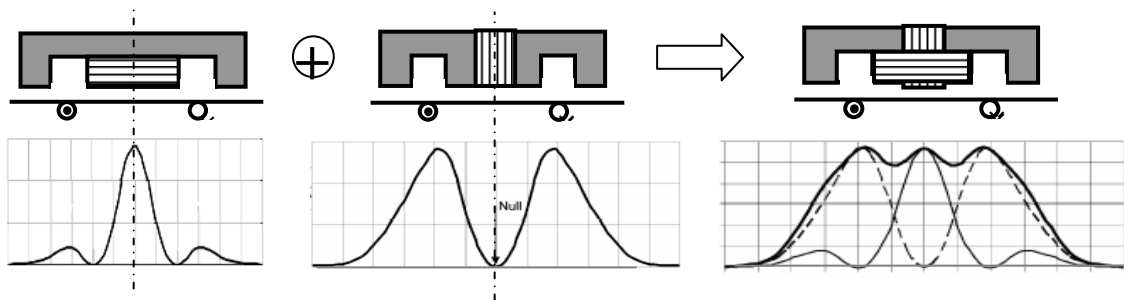
En compensaciones SS y SP el comportamiento difiere mucho, como puede observarse en la Fig. 17-b, donde la potencia aumenta conforme nos separamos de la posición centrada hasta alcanzar 2,5 veces la potencia nominal para desplazamientos del 50 % de la anchura de la bobina de secundario; para desalineamientos mayores, la potencia disminuye bruscamente. Presentan un comportamiento inestable tanto para la carga como para la fuente que habrá que regular mediante un apropiado control [73] o bien con un sistema de posicionamiento [P-6, P-9].

Como se verá en el capítulo 6, aplicando un nuevo sistema de compensación a los ICPT planos es posible un comportamiento estable frente a desacoplos tanto para la carga como para la fuente sin necesidad de elementos externos de posicionamiento y con una eficiencia incluso mejor que en el caso de los sistemas en cuadratura, los cuales son descritos en el siguiente apartado.

### 1.3.3.3 Sistemas en cuadratura.

En los sistemas monofásicos bipolares el comportamiento del sistema frente a desalineamientos es muy diferente si se realiza captura tangencial o captura normal del flujo. Combinando las curvas de potencia transferida frente a desalineamientos horizontales de los ICPT tangencial y normal, se consigue capturar las dos componentes de flujo y el sistema admite desalineamientos mayores (Fig. 18).

A este tipo de sistemas se les denomina ICPT en cuadratura [39] y están formados por dos bobinas arrolladas de manera perpendicular sobre núcleos de ferrita presentando mejor comportamiento frente a desacoplos que los sistemas de captura normal. Sin embargo, los sistemas de captura del flujo normal tienen un mayor coeficiente de acoplamiento y por tanto una mayor eficiencia y no es imprescindible el uso de ferritas.



**Fig. 18.** Obtención de un ICPT en cuadratura y curva de potencia frente a desalineamiento respecto del primario.

## 1.4 Sistema de alimentación

La necesidad de tener que trabajar con frecuencias mayores que la frecuencia de la red hace que los sistemas ICPT deban ser alimentados con fuentes de tensión controladas [1].

Como fuente de tensión de frecuencia variable se utilizan puentes inversores monofásicos o trifásicos dependiendo del nivel de potencia a transferir y de acuerdo a la

norma sobre carga de baterías mediante acoplamiento inductivo para vehículos eléctricos SAE J-1773 (Tabla 1).

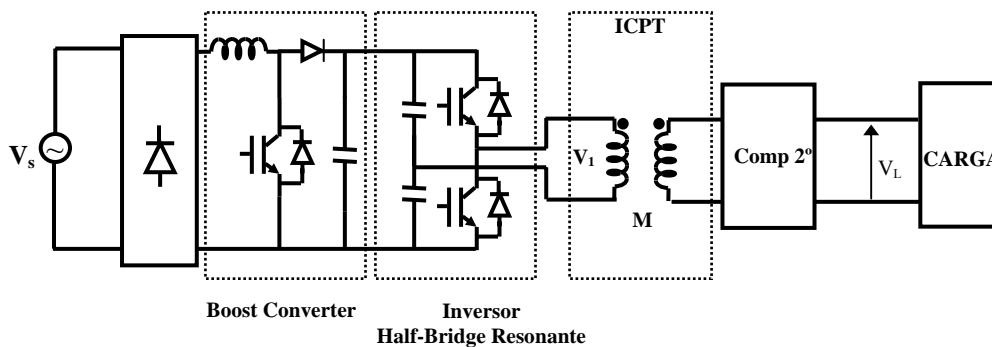
**Tabla 1: Niveles de carga inductiva para EV según norma SAE J-1773**

Niveles de potencia	Máximo voltaje de alimentación	Máxima corriente	Máxima potencia
Nivel 1	120 V <sub>AC</sub> , 1Φ	15 A.	1.9 kW
Nivel 2	240 V <sub>AC</sub> , 1Φ	40 A.	9.6 kW
Nivel 3	208-660 V <sub>AC</sub> , 3Φ	La requerida	160 kW

Para la alimentación del circuito inductor en los sistemas actuales de acoplamiento inductivo en el aire se utiliza una configuración de electrónica de potencia constituida por al menos dos conmutadores estáticos, que son activados alternativamente para la obtención de ondas cuadradas y que son sintonizados a la frecuencia de resonancia de los circuitos acoplados.

El estudio en detalle de los convertidores de alimentación del sistema ICPT no es el objeto de estudio de esta Tesis, ya que conllevaría una tesis doctoral en sí [77]. Sin embargo, se ha realizado la revisión bibliográfica de los sistemas más importantes, de manera que se puedan justificar los motivos por los que se ha elegido el sistema de alimentación seleccionado para las pruebas experimentales.

Para los niveles 1 y 2 monofásicos (Tabla 1), diversos autores proponen puentes resonantes formados por 2 interruptores, también denominados Half-bridge, con técnica de control Boost [1, 9, 24] en los que los condensadores de resonancia del primario van integrados en el propio inversor (Fig. 19).



**Fig. 19.** Sistema de alimentación Half-bridge Boost converter.

En sistemas ICPT de primario de gran longitud y muchos secundarios sintonizados, se utilizan puentes resonantes con corriente constante denominados “push-pull resonant converter” [10, 13, 18, 19, 21] (Fig. 20). Se utilizan con compensación paralelo en el devanado de primario, debido a que este sistema de compensación es inestable respecto de la fuente al variar parámetros y requiere de un control de la corriente absorbida del convertidor [P-13, P-14].



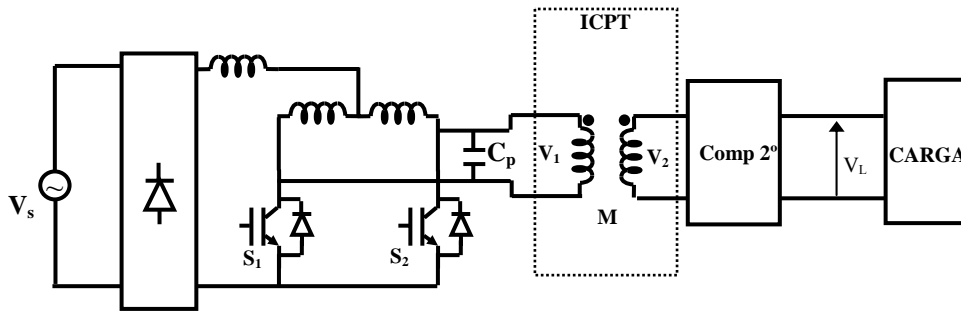


Fig. 20. Convertidor resonante push-pull a corriente constante.

Diversos autores proponen la alimentación del acoplamiento mediante puentes inversores multinivel [11, 12, 20], para elevadas potencias y en el caso de compensación serie en el circuito de primario, con objeto de que las tensiones que soportan los transistores sean menores (Fig. 21).

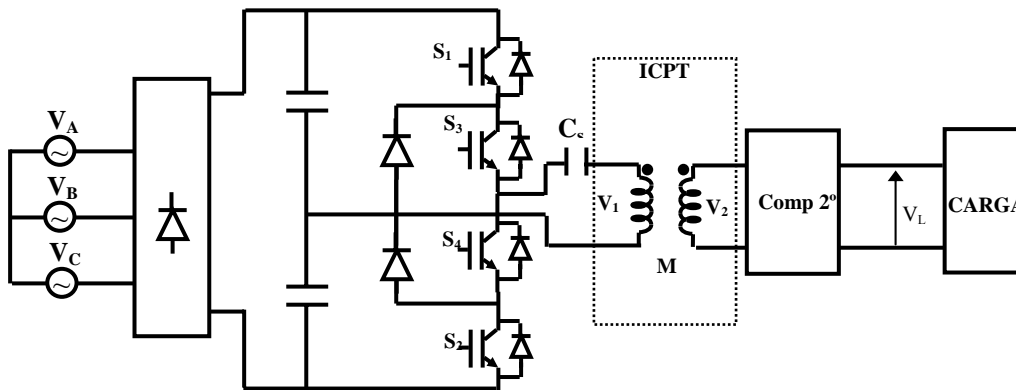


Fig. 21. Puente resonante Serie Diode Clamped de tres niveles.

En [14] se propone un nuevo convertidor AC/AC para los niveles normalizados 1 y 2, sin necesidad de bus de continua (Fig. 22). Alimenta al primario con una corriente senoidal aprovechando la oscilación natural del circuito resonante serie; además permite bidireccionalidad.

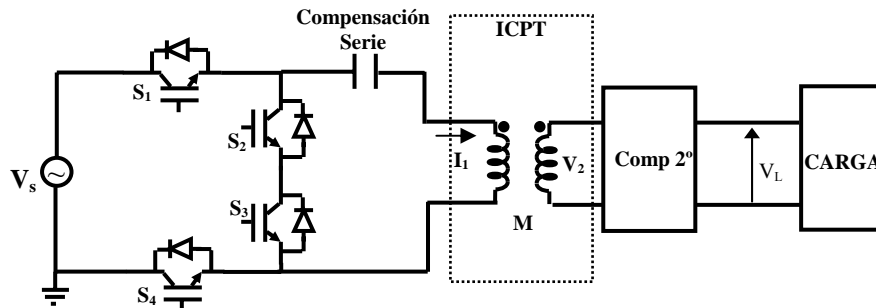


Fig. 22. Convertidor AC/AC con corriente constante.

El sistema de alimentación más utilizado para aplicaciones de potencia o nivel 3 es el clásico puente en “H”, cuyo bus de continua es alimentado desde la red a través de un puente trifásico de diodos [15] (Fig. 23).

Teniendo en cuenta que interesa que la frecuencia de alimentación del sistema sea lo mayor posible para que sea menor la corriente de primario, los inversores deberán trabajar en el límite de frecuencia y, por tanto, el control de los IGBT's se realiza siempre mediante el procedimiento de disparo soft-switching para que las pérdidas por conmutación sean mínimas.

Existen diversas técnicas dentro de este procedimiento: técnicas ZVS (Zero Voltage Switching) [10, 22, 56, 68, 77] en las cuales los transistores conmutan aprovechando el paso por cero de la tensión de alimentación; técnicas ZCS (Zero Current Switching) [6, 23, 77] en las que, los transistores conmutan aprovechando el paso por cero de la corriente absorbida por el primario y técnicas ZPA (Zero Phase Angle) con control de frecuencia para que el sistema trabaje siempre en resonancia [6].

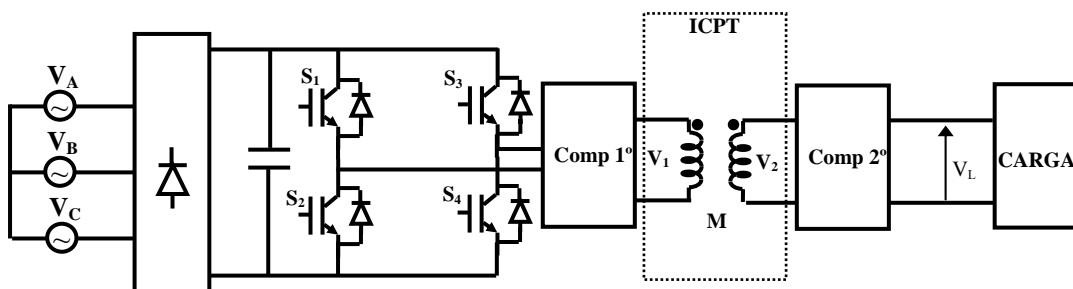


Fig. 23. Puente monofásico de onda completa.

En el desarrollo experimental de la presente Tesis, se ha optado por un puente en “H” con control del ciclo de trabajo mediante técnica PWM (Pulse Width Modulation) de un solo pulso y control del ángulo de fase ZPA [25], principalmente por cuatro razones:

1. No aplicar toda la tensión al sistema de acoplamiento en el instante inicial, ya que la corriente consumida puede llegar a ser hasta 2,5 veces la corriente en régimen permanente [16].
2. Realizar el control de la potencia transferida. Si se desea disminuir la potencia transferida basta disminuir la anchura de la onda cuadrada.
3. Controlar el sistema de acoplamiento frente a los desalineamientos y variación de distancia, siendo ésta una de las aportaciones de la presente Tesis. Realizando un control óptimo de la tensión y la frecuencia es posible transferir adecuadamente la potencia nominal del acoplamiento, incluso con elevados valores de desalineamiento o variación de distancia.
4. Debido a que el control ZPA de la frecuencia permite trabajar siempre en resonancia, aunque varíe cualquier parámetro del acoplamiento, se consigue que los IGBTs conmuten siempre con corriente cero y las pérdidas de conmutación sean mínimas.

Es importante hacer notar que es suficiente realizar un control PWM de un solo pulso porque, a las frecuencias habituales de transferencia de potencia (entre 10 y 20 kHz para sistemas de elevada potencia y frecuencias mayores en pequeñas potencias), la corriente es senoidal incluso con bajos valores de Ciclo de trabajo.

## Capítulo 2

# Optimización de la geometría del acoplamiento electromagnético

*En este capítulo se va a analizar la influencia de la geometría de las bobinas y de la disposición de las espiras, en el factor de acoplamiento y en la capacidad de transferencia de potencia entre dos bobinas acopladas magnéticamente trabajando en resonancia.*

*Se propone la geometría más apropiada de bobinar los devanados que permita tanto aumentar dicha capacidad de transferir potencia como mejorar el comportamiento frente a desalineamientos entre bobinas.*

*Se analiza también la utilización de núcleos de ferrita para aumentar la capacidad de transferencia de potencia en el acoplamiento y su influencia en el comportamiento frente a desalineamientos.*

*Por último, se estudia la influencia de los apantallamientos en el comportamiento del sistema diseñado.*

## Índice

<b>2.1</b>	<b>Introducción</b> .....	<b>22</b>
<b>2.2</b>	<b>Validación del modelo matemático de cálculo del coeficiente de autoinducción (L)</b> .....	<b>23</b>
2.2.1	<i>Geometría circular.</i> .....	23
2.2.2	<i>Geometría rectangular.</i> .....	23
<b>2.3</b>	<b>Validación del modelo matemático de cálculo del coeficiente de inducción mutua entre bobinas (M).</b> .....	<b>25</b>
2.3.1	<i>Geometría circular.</i> .....	25
2.3.2	<i>Geometría rectangular.</i> .....	26
2.3.2.1	<i>Bobinas rectangulares iguales y perfectamente alineadas.</i> .....	26
2.3.2.2	<i>Bobinas rectangulares distintas y posición relativa entre ellas genérica</i>	29
<b>2.4</b>	<b>Influencia de la presencia de ferritas</b> .....	<b>33</b>
<b>2.5</b>	<b>Influencia de los apantallamientos</b> .....	<b>38</b>

## 2.1 Introducción

El primero de los aspectos en los que se va a incidir en la optimización de un sistema ICPT es el del diseño físico de las bobinas para optimizar la transferencia de potencia.

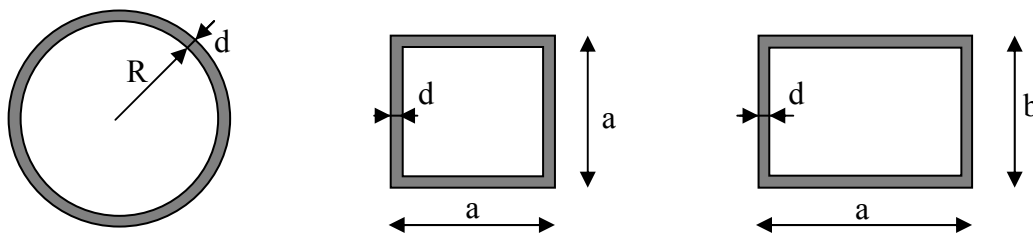
Partiendo de la ecuación 10, sabemos que cuanto mayor sea el coeficiente de inducción mutua entre las bobinas y menor el coeficiente de autoinducción del secundario, en una geometría dada, menores serán las corrientes y frecuencias de trabajo para una determinada potencia a transmitir. Esta relación entre coeficientes de inducción en un sistema acoplado magnéticamente se expresa mediante el coeficiente de acoplamiento “k” dado por la ec. 22 .

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (22)$$

Se observa que a menor coeficiente de autoinducción en las bobinas, mayor es el factor de acoplamiento y mejor será la transferencia de potencia al secundario como se demostrará en el capítulo 5.

En este capítulo se analiza la influencia de la geometría de las bobinas en el comportamiento del acoplamiento inductivo, y la modificación que supone la inclusión de núcleos magnéticos. Para ello, se han seleccionado las 3 formas geométricas básicas más utilizadas: circular, rectangular y cuadrada, siendo la esta última un caso particular de la rectangular (Fig. 24).

Hay que tener en cuenta que este análisis es importante puesto que a mayor coeficiente de acoplamiento, mayor es la potencia transferida para una frecuencia de trabajo dada, o bien, para transferir una potencia deseada hay que analizar con qué geometría se puede trabajar a menor frecuencia de resonancia.

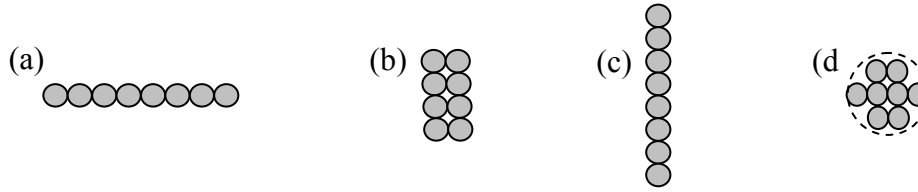


**Fig. 24:** Formas geométricas de estudio para las bobinas de primario y secundario

En las expresiones clásicas de cálculo de los coeficientes de autoinducción e inducción mutua de bobinas se utiliza el diámetro equivalente “d” que viene dado por:

$$d = 2 * \sqrt{\frac{N \cdot S}{\pi}} \quad (24)$$

Además de la geometría de las bobinas, se analiza la influencia en el factor de acoplamiento de la forma de bobinar las espiras. Para ello se han considerado 4 disposiciones que se denominan: montaje horizontal, en filas, vertical y circular. En la Fig. 25 se observa la disposición de las espiras en las 4 formas definidas.



**Fig. 25.** Distintas disposiciones de las espiras dentro de la bobina: (a) Horizontal ó espiral; (b) En filas; (c) Vertical; (d) Circular.

Para estudiar qué geometría presenta el mejor coeficiente de acoplamiento, se miden los coeficientes de autoinducción y de inducción mutua de tres bobinas con las geometrías anteriormente consideradas, que tengan el mismo número de espiras “N”, la misma longitud de hilo y la misma sección “S”, para que las pérdidas resistivas sean las mismas. Para ello, se han montado físicamente tres prototipos de N=8 espiras y de S=1 mm<sup>2</sup>. El primero de sección circular y radio R=0,222 m, el segundo de sección cuadrada de lado a=0,349 m de lado con la misma longitud de hilo, para que la resistencia total sea la misma, y el tercero de sección rectangular con una relación a/b=3,5 (Fig. 24).

La determinación de los coeficientes de inducción de las bobinas con estas formas geométricas es de muy difícil resolución analítica y hay que acudir para su obtención a programas de elementos finitos. Se han calculado dichos coeficientes, para los mismos tamaños de bobinas y las diferentes disposiciones de espiras, mediante un programa de elementos finitos denominado Finite Elements Methods Magnetics (Femm), para la comparación de resultados.

## 2.2 Estudio del coeficiente de autoinducción (L)

### 2.2.1 Geometría circular.

Para una bobina circular de radio “R” y formada por “N” espiras y cuyo diámetro equivalente es “d”, el coeficiente de autoinducción puede calcularse mediante la siguiente expresión:

$$L = \mu_0 N^2 R \left( \ln \frac{16R}{d} - 2 \right) \quad (25)$$

Sustituyendo los valores del modelo, se obtiene como resultado una inductancia L=89,2 μH. Se puede comprobar en la Tabla 2 que es un valor muy aproximado al obtenido con disposición circular en la simulación con elementos finitos de 89,1 μH.

### 2.2.2 Geometría rectangular.





Para el cálculo teórico del coeficiente de autoinducción de las bobinas rectangulares de dimensiones a×b y N espiras, se ha utilizado la siguiente ecuación:

$$L = 4 \cdot 10^{-7} N^2 \left[ (a+b) \ln \left( \frac{4ab}{d} \right) - a \ln(a + \sqrt{a^2 + b^2}) - b \ln(b + \sqrt{a^2 + b^2}) + 2\sqrt{a^2 + b^2} + (d - 2(a+b)) \right] \quad (26)$$

Cuyo resultado para el caso de bobina cuadrada  $a=b=0,349$  m y  $N=8$ , da un coeficiente de autoinducción  $L=86,9$   $\mu\text{H}$ , muy aproximado al obtenido con disposición cuadrada en la simulación con elementos finitos de  $L=86,5$   $\mu\text{H}$  (Tabla 2). La comparación de resultados teóricos y del programa de elementos finitos sólo se ha realizado para la disposición circular de las bobinas (Fig. 25-d), ya que las ecuaciones teóricas (25) y (26), tienen en cuenta el diámetro equivalente de todas las espiras juntas, considerando por tanto que las espiras siempre presentan disposición circular.

Una vez comprobada la buena aproximación de los valores obtenidos con las ecuaciones utilizadas y el programa de elementos finitos Femm, se comprueba la influencia de la disposición física de las  $N$  espiras a la hora de bobinar en la determinación del valor de la inductancia, en relación a ajustar el modelo matemático para las cuatro disposiciones estudiadas (Fig. 24). Los resultados obtenidos pueden verse en la Tabla 2:

**Tabla 2: Coeficiente de autoinducción en función de la forma geométrica de la bobina y de la disposición de las espiras dentro de la bobina.**

Disposición de las espiras	Horizontal	Vertical	Varias líneas	Circular	
					
Geometría	FEMM	FEMM	FEMM	FEMM	TEORICO
Circular $R=0,222$ m	81,4 $\mu\text{H}$	81,3 $\mu\text{H}$	87,9 $\mu\text{H}$	89,1 $\mu\text{H}$	89,2 $\mu\text{H}$
Cuadrada $a=0,349$ m	79 $\mu\text{H}$	78,9 $\mu\text{H}$	84,8 $\mu\text{H}$	86,5 $\mu\text{H}$	86,9 $\mu\text{H}$
Rectangular $a=0,543$ m $b=0,155$ m	72,9 $\mu\text{H}$	72,7 $\mu\text{H}$	78,2 $\mu\text{H}$	79,8 $\mu\text{H}$	80,76 $\mu\text{H}$

A la vista de estos resultados puede concluirse que la geometría que mayor coeficiente de autoinducción presenta es la circular. Además, dentro de cada geometría, cuanto más circular es la disposición de las espiras en la construcción de la bobina, mayor es el coeficiente de autoinducción y mejor es la aproximación obtenida al aplicar la ecuación (26), donde en su cálculo se tiene en cuenta el radio equivalente de las  $N$  espiras agrupadas.

Los valores teóricos se han comparado con los resultados experimentales obtenidos de la medición realizada para geometrías circular y cuadrada. Los resultados obtenidos medidos en el montaje real (con disposición de espiras circular) pueden verse en la Tabla 3:

**Tabla 3: Coeficiente autoinducción medido para las geometrías circular y cuadrada.**

Geometría	Medida (montaje real)	Femm	Matlab®
Circular $R=0,222$ m	83 $\mu\text{H}$	89,1 $\mu\text{H}$	89,2 $\mu\text{H}$
Cuadrada $a=0,349$ m	78 $\mu\text{H}$	86,5 $\mu\text{H}$	86,9 $\mu\text{H}$

El menor valor obtenido en la medición es debido a que en la disposición de las espiras en el montaje real no se encuentran perfectamente paralelas y, además, el espacio entre espiras es variable y mayor que en los cálculos teóricos.

Como conclusión se obtiene que los modelos matemáticos servirán para un dimensionamiento inicial de la frecuencia de trabajo a los valores deseados de tensión y potencia en la carga. Sin embargo, en el diseño final del prototipo, los coeficientes de autoinducción reales del montaje serán menores que los obtenidos teóricamente y, por tanto, deberá utilizarse el valor medido para el cálculo de la frecuencia de resonancia y de los condensadores de acoplamiento definitivos.

### 2.3 Estudio del coeficiente de inducción mutua entre bobinas (M)

Se ha realizado el cálculo del coeficiente de inducción mutua entre dos bobinas para las geometrías circular, rectangular y cuadrada. (Fig. 26).

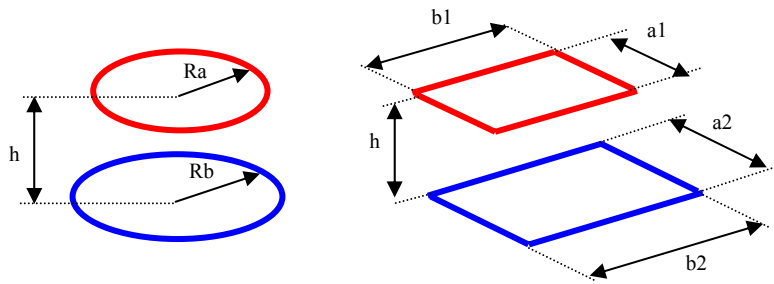


Fig. 26: Dimensiones de las geometrías en estudio para el cálculo de “M”.

#### 2.3.1 Geometría circular.

Sean dos bobinas circulares de radios  $R_a$  y  $R_b$  y número de espiras  $N_1$  y  $N_2$  respectivamente, que se encuentran separadas una distancia “h” (Fig. 26). La ecuación teórica utilizada para el cálculo del coeficiente de inducción mutua viene dada por la siguiente expresión:

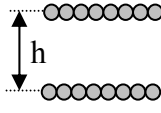
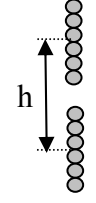
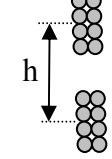
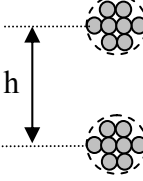
$$M = \mu_0 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \pi \cdot \sqrt{R_a \cdot R_b} \left( \frac{F_K^3}{16} + 3 \frac{F_K^5}{64} \right) \quad (27)$$

Donde:

$$F_K = \sqrt{\frac{4 \cdot R_a \cdot R_b}{(R_a + R_b)^2 + h^2}} \quad (28)$$

La comparación entre los datos obtenidos mediante el programa de elementos finitos para el caso particular de 2 bobinas circulares de radios iguales  $R_a=R_b=0,222$  m,  $N_1=N_2=8$ , distancia  $h=0,15$  m y en función de la disposición de las espiras dentro de la bobina pueden verse en la Tabla 4:

**Tabla 4: Coeficiente inducción mutua para geometría circular y diferentes configuraciones de las espiras dentro de la bobina.**

Disposición de las espiras					
Geometría	FEMM	FEMM	FEMM	FEMM	TEORICO
Circular Ra=Rb=0,222 m	11,32 μH	11,25 μH	11,28 μH	11,3 μH	10,9 μH

En la Tabla 4 se observa como para geometría circular, no afecta prácticamente la disposición cuando la distancia entre bobinas es comparativamente mayor que el diámetro equivalente de las N espiras. Sin embargo, hay que tener en cuenta un dato importante: en disposición horizontal se obtiene mayor coeficiente de inducción mutua y menor coeficiente de autoinducción entre bobinas. Esto va a propiciar que con esta disposición, el coeficiente de acoplamiento “k” sea el mayor de todas las configuraciones, como se verá más adelante.

### 2.3.2 Geometría rectangular.

En este apartado se va a estudiar el coeficiente de acoplamiento mutuo de 2 bobinas en 2 situaciones, cuando las bobinas tienen las mismas dimensiones y están perfectamente enfrentadas, y el caso general de bobinas de diferentes dimensiones y con cualquier posición relativa entre ellas. Este análisis será importante para estudiar la controlabilidad del sistema de alimentación de baterías de vehículos eléctricos mediante acoplamiento inductivo cuando el vehículo (bobina receptora) no se encuentre perfectamente posicionado sobre la bobina emisora.

#### 2.3.2.1 Bobinas rectangulares iguales y perfectamente alineadas.

En este caso, el coeficiente inducción mutua de dos bobinas iguales viene dado por la expresión:

$$M = \frac{\mu_0}{\pi} N_1 N_2 \left[ a_1 \ln \frac{(a_1 + (\sqrt{h^2 + a_1^2}))(\sqrt{h^2 + b_1^2})}{(a_1 + \sqrt{h^2 + a_1^2 + b_1^2}) \cdot h} + b_1 \ln \frac{(b_1 + (\sqrt{h^2 + a_1^2}))(\sqrt{h^2 + b_1^2})}{(b_1 + \sqrt{h^2 + a_1^2 + b_1^2})h} \right] \quad (29)$$

$$+ \frac{\mu_0}{\pi} N_1 N_2 \left[ 2(h - \sqrt{h^2 + a_1^2} - \sqrt{h^2 + b_1^2} + \sqrt{h^2 + a_1^2 + b_1^2}) \right]$$

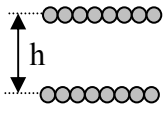
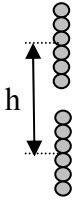
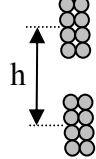
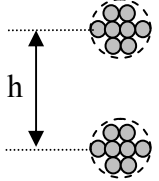
Para comprobar la validez de esta ecuación, se compara en la Tabla 5 el valor teórico obtenido para geometrías cuadrada y rectangular con los valores obtenidos mediante elementos finitos para las diferentes disposiciones de las espiras. Se observa una buena



aproximación con el resultado obtenido mediante el programa de elementos finitos con disposición circular, además, cuanto más se aleja la disposición de las espiras de la forma circular, menor es el coeficiente de inducción mutua.

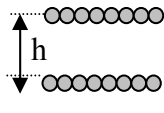
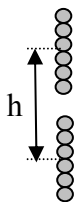
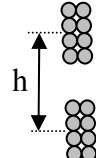
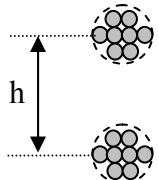
Para disposición horizontal la diferencia no es tan acusada. Es por ello, que esta ecuación se puede utilizar para una primera aproximación válida en la obtención del acoplamiento y una vez montado se deberá corregir con el valor real medido.

**Tabla 5: Coeficiente inducción mutua “M” para geometría rectangular y cuadrada, y diferentes configuraciones de las espiras dentro de la bobina.**

Forma de las bobinas					
Geometría	FEMM	FEMM	FEMM	FEMM	TEORICO
Cuadrada $a_1=b_1=0,349$ m $a_2=b_2=0,349$ m	8,3 $\mu$ H	7,95 $\mu$ H	8,1 $\mu$ H	8,5 $\mu$ H	8,74 $\mu$ H
Rectangular $a_1=a_2=0,155$ m $b_1=b_2=0,543$ m	5,1 $\mu$ H	4,62 $\mu$ H	5 $\mu$ H	5.1 $\mu$ H	5 $\mu$ H

En la Tabla 6 se muestra el factor de acoplamiento “k” para las diferentes geometrías y disposición de espiras. En todos los casos, este factor es menor de 0,2 como corresponde a los sistemas débilmente acoplados, aunque se observa que la disposición horizontal de espiras presenta el mayor factor de acoplamiento. Esto da una idea de que este tipo de disposición va a tolerar mejor los desalineamientos que las otras disposiciones.

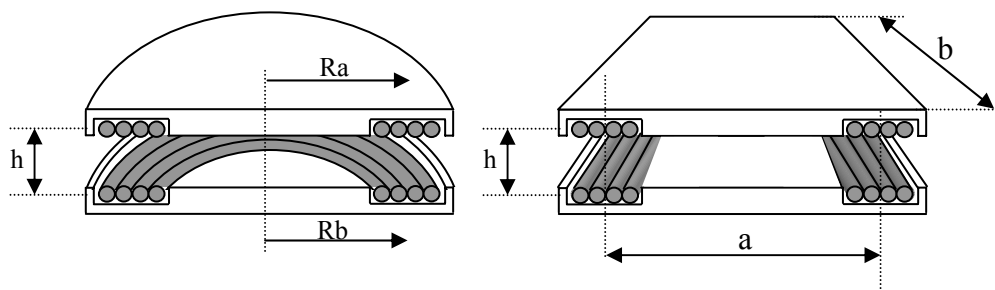
**Tabla 6: Factor de acoplamiento “k” para las distintas geometrías y disposiciones de las espiras.**

Forma de las bobinas					
Geometría	FEMM	FEMM	FEMM	FEMM	TEORICO
Circular $R_a=R_b$	0,139	0,137	0,128	0,127	0,123
Cuadrada $a_1=b_1=0,349$ m $a_2=b_2=0,349$ m	0,105	0,1	0,095	0,098	0,1
Rectangular $a_1= a_2=0,155$ $b_1= b_2=0,543$	0,07	0,063	0,064	0,064	0,062

### 2.3.3 Conclusiones

Extrapolando los resultados obtenidos en los apartados anteriores a cualquier tamaño de bobinas, se pueden sacar las siguientes conclusiones:

- Con geometría circular se obtiene el mayor coeficiente de inducción mutua entre bobinas, siendo en torno a un 20 % mayor que con geometría cuadrada y un 50 % mayor que con rectangular.
- Con geometría circular se obtiene el mayor factor de acoplamiento entre bobinas, siendo en torno a un 20 % mayor que con geometría cuadrada y un 50 % mayor que con rectangular.
- El mayor factor de acoplamiento posible se obtiene para bobinas con geometría circular y disposición horizontal de las espiras (Fig. 25-a).
- Con geometría cuadrada se obtiene un incremento en torno al 40% del coeficiente de inducción mutua comparado con la geometría rectangular.
- Con geometría cuadrada se obtiene un incremento en torno al 30% del factor de acoplamiento comparado con la geometría rectangular.
- La geometría rectangular es la que presenta peor coeficiente de acoplamiento y, por tanto, menor capacidad de transferencia de potencia y sólo se deberá utilizar cuando la aplicación a la cual vaya destinado el sistema ICPT así lo requiera.
- A su vez, se puede observar en la Tabla 4 que para una geometría dada, el coeficiente de inducción mutua va disminuyendo a medida que las espiras se alejan de la forma circular, excepto en la disposición horizontal, donde es prácticamente constante.
- A la hora de bobinar las espiras de ambos devanados es preferible una distribución horizontal de las espiras frente a una disposición vertical.
- En caso de realizar las bobinas de forma rectangular debido a que la aplicación mecánica así lo requiera, se tratará de que las espiras estén en disposición horizontal (una o varias filas) para que el factor de acoplamiento sea máximo. (Fig. 27 -b)



**Fig. 27:** Disposición geométrica de máximo factor de acoplamiento entre 2 bobinas: a) geometría circular; b) geometría rectangular.

### 2.3.4 Bobinas rectangulares distintas y posición relativa entre ellas genérica

Para la aplicación en estudio, hay que considerar la posibilidad de que las bobinas no tengan las mismas dimensiones o bien no estén perfectamente enfrentadas, es decir, que pueda haber cualquier posición relativa entre ellas. De esta manera podrá analizarse la influencia de estas dos situaciones en la controlabilidad del sistema. Al no haberse encontrado una ecuación teórica disponible para este caso, ha sido calculada, y su desarrollo puede encontrarse en el anexo 1

Sean 2 bobinas rectangulares de dimensiones  $a_1 \times b_1$  y  $a_2 \times b_2$  separadas una distancia  $h$  en el aire y con  $N_1$  y  $N_2$  espiras respectivamente (Fig. 28). Se va a considerar que el diámetro de los  $N_1$  o  $N_2$  conductores es despreciable frente a la distancia  $h$  entre bobinas. La bobina receptora se encuentra desplazada en los ejes "x" e "y" unas distancias "c" y "e" respectivamente.

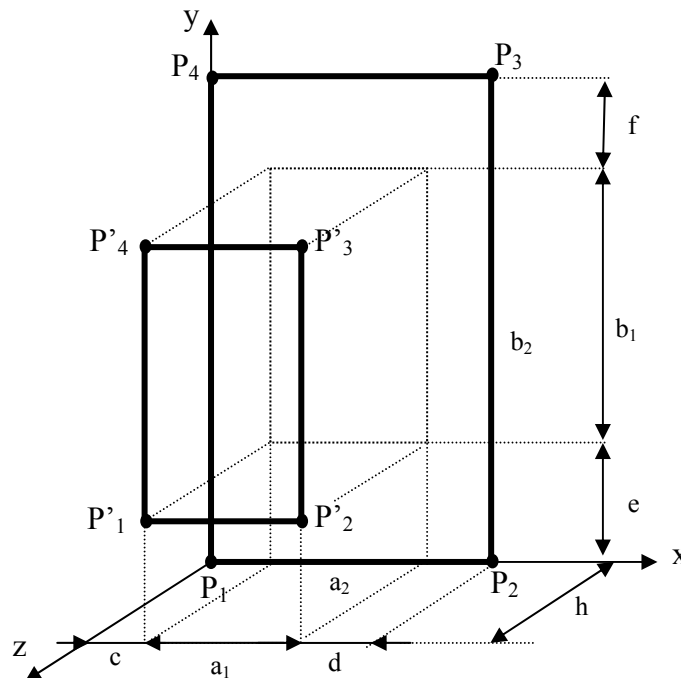


Fig. 28: Dimensiones genéricas de bobinas rectangulares para el cálculo de "M".

El cálculo del coeficiente de inducción mutua entre las dos bobinas viene dado por la expresión de Neumann:

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} N_1 N_2 \oint_{\gamma_1} \oint_{\gamma_2} \frac{dl \cdot dl'}{r} \quad (30)$$

Que aplicado a la geometría de la Fig. 28 da como resultado la siguiente expresión (ver Anexo 1):

$$\begin{aligned}
 M = & \frac{\mu_0}{4\pi} N_1 N_2 [p \cdot \ln \frac{p + \sqrt{(p^2 + h^2 + (b_1 + f)^2)}}{p + \sqrt{p^2 + h^2 + e^2}} + (a_2 - c) \cdot \ln \frac{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + e^2}}{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}} \\
 & + c \cdot \ln \frac{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + e^2}}{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}} + (a_1 + c) \cdot \ln \frac{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}}{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + e^2}} \\
 & + p \cdot \ln \frac{p + \sqrt{p^2 + h^2 + q^2}}{p + \sqrt{p^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}} + (a_2 - c) \cdot \ln \frac{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}}{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + q^2}} \\
 & + c \cdot \ln \frac{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}}{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + q^2}} + (a_1 + c) \cdot \ln \frac{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + q^2}}{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}} \\
 & + (b_2 - b_1 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - b_1 - e) + \sqrt{q^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}}{(b_2 - b_1 - e) + \sqrt{q^2 + h^2 + d^2}} + (b_2 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + d^2}}{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}} \\
 & + (b_1 + e) \cdot \ln \frac{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}}{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + d^2}} + e \cdot \ln \frac{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + d^2}}{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}} \\
 & + q \cdot \ln \frac{q + \sqrt{q^2 + h^2 + (a_1 + d)^2}}{q + \sqrt{q^2 + h^2 + c^2}} + (b_2 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + c^2}}{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + (a_1 + d)^2}} \\
 & + (b_1 + e) \cdot \ln \frac{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + (a_1 + d)^2}}{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + c^2}} + e \cdot \ln \frac{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + c^2}}{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + (a_1 + d)^2}} + \sqrt{h^2 + e^2 + p^2} \\
 & - \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - c)^2} - \sqrt{h^2 + e^2 + (a_1 + c)^2} + \sqrt{h^2 + e^2 + c^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_2 - c)^2} \\
 & - \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + p^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_1 + c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + c^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + p^2} \\
 & - \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + (a_2 - c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + (a_1 + c)^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + c^2} + \sqrt{h^2 + q^2 + (a_2 - c)^2} \\
 & - \sqrt{h^2 + q^2 + p^2} + \sqrt{h^2 + q^2 + (a_1 + c)^2} - \sqrt{h^2 + q^2 + c^2} + \sqrt{h^2 + d^2 + q^2} - \sqrt{h^2 + d^2 + (b_2 - e)^2} \\
 & - \sqrt{h^2 + d^2 + (b_1 + e)^2} + \sqrt{h^2 + d^2 + e^2} + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_2 - e)^2} - \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + q^2} \\
 & + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_1 + e)^2} - \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + e^2} + \sqrt{h^2 + c^2 + q^2} - \sqrt{h^2 + c^2 + (b_2 - e)^2} \\
 & - \sqrt{h^2 + c^2 + (b_1 + e)^2} + \sqrt{h^2 + c^2 + e^2} + \sqrt{h^2 + (a_1 + d)^2 + (b_2 - e)^2} - \sqrt{h^2 + (a_1 + d)^2 + q^2} \\
 & + \sqrt{h^2 + (a_1 + d)^2 + (b_1 + e)^2} - \sqrt{h^2 + (a_1 + d)^2 + e^2} ]
 \end{aligned} \tag{31}$$

Donde:

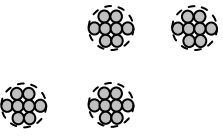
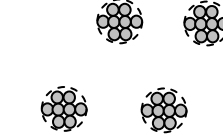
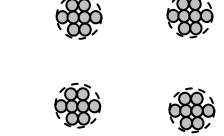
$$\begin{aligned}
 p &= a_2 - a_1 - c; \\
 q &= b_2 - b_1 - e;
 \end{aligned}$$

Para comprobar su validez, en la Tabla 7 se observa la comparativa entre el coeficiente de inducción mutua teórico obtenido con la ec.(31) y el valor obtenido mediante el programa Femm para el caso de dos bobinas rectangulares de 0,155×2 m con disposición circular de las espiras y separadas una distancia de 0,15 m.

Se utiliza la disposición circular de espiras puesto que es la que presenta mejor aproximación entre valores teóricos y los obtenidos por elementos finitos.

La comparación se realiza para tres posiciones relativas o desalineamientos entre bobinas, medidos en % respecto de las dimensiones de la bobina receptora.

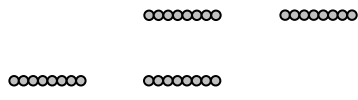
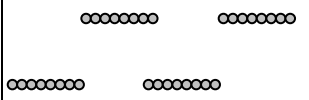

**Tabla 7: Comparativa entre el valor de “M” teórico calculado con la ec. (31) y la obtenida por elementos finitos para geometría rectangular y disposición circular de las espiras.**

DESPLAZAMIENTO	100 %		50 %		0 %	
Posición entre bobinas						
Geometría	FEMM	TEORICO	FEMM	TEORICO	FEMM	TEORICO
M( $\mu$ H) ( $a_1=a_2=0.155$ m $b_1=b_2=2$ m)	2,43	2,86	11,89	12,3	17,86	18

Se comprueba que existe una buena aproximación de la ecuación obtenida con los resultados reales para cualquier posición entre bobinas. El valor teórico resulta ligeramente mayor porque en la ecuación teórica se tiene en cuenta el diámetro equivalente de las N espiras frente a la disposición real.

En la Tabla 8 se observa el valor de “M” calculado por elementos finitos para disposición horizontal de las espiras y diferentes posiciones de desalineamiento entre bobinas. La aproximación obtenida con la ecuación teórica es incluso mejor para este tipo de geometría. Respecto al desalineamiento, se comprueba que el factor M disminuye menos al desalinearse las bobinas que con disposición circular. Así, para un desalineamiento del 50 %, la caída del valor de M en disposición circular es del 34 % frente al 33 % en disposición horizontal.

**Tabla 8: Comparativa entre el valor de “M” obtenido por elementos finitos para geometría rectangular y disposición horizontal de las espiras (Bobinas rectangulares).**

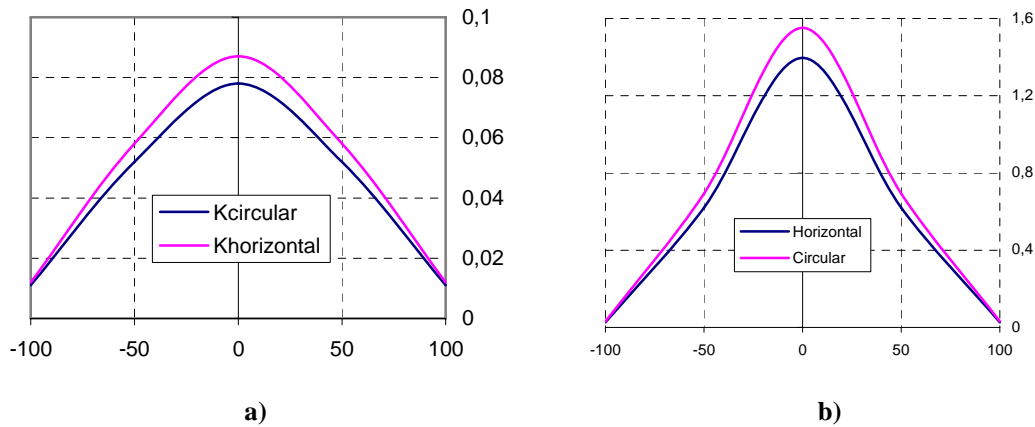
DESPLAZAMIENTO	100 %		50 %		0 %	
Posición entre bobinas						
M( $\mu$ H) ( $a_1=a_2=0,155$ m $b_1=b_2=2$ m)	2,52		11,94		17,84	

Calculando el factor de acoplamiento “k” y la capacidad de transferencia de potencia para geometría rectangular y disposición de espiras circular y horizontal (Tabla 9), se observa en la Fig. 29, una menor disminución de este parámetro frente a desacoplos para la geometría horizontal.

Así, para un desacoplo del 50 % entre bobinas, la distribución horizontal de las espiras presenta cerca de un 12 % mayor capacidad de transferencia de potencia que con espiras agrupadas.

**Tabla 9: Comparativa entre el valor de “M” obtenido por elementos finitos para geometría rectangular y disposiciones circular y horizontal de las espiras (Bobinas rectangulares).**

DESPLAZAMIENTO	100 %		50 %		0 %	
	Circular	Horizontal	Circular	Horizontal	Circular	Horizontal
M	2,43 μH	2,52 μH	11,9 μH	11,92 μH	17,86 μH	17,84 μH
L <sub>1</sub>	228,4μH	205,1μH	228,4μH	205,1μH	228,4μH	205,1μH
L <sub>2</sub>	228,4μH	205,1μH	228,4μH	205,1μH	228,4μH	205,1μH
k	0,011	0,012	0,052	0,058	0,078	0,087
$\frac{M^2}{L_2} (\times 10^{-6})$	0,0258	0,031	0,62	0,692	1,396	1,55



**Fig. 29:** a) Coeficiente de acoplamiento y b) relación  $\frac{M^2}{L_2}$  en función del alineamiento entre bobinas..

Respecto a la influencia del tamaño de las bobinas en los coeficientes de inducción, se estudia el caso de que la bobina emisora sea de mayor longitud que la receptora mediante la aplicación de la ec.(31).

En la Tabla 10 se muestra el valor del coeficiente de inducción mutua para una bobina receptora cuadrada y una bobina emisora rectangular cuya longitud  $b_2$  varía entre 1 y 20 veces la longitud de la bobina receptora  $b_1$ .

**Tabla 10: Variación de M para bobina receptora cuadrada y emisora rectangular.**

Relación longitudes $b_1/b_2$	1	1,25	1,5	1,75	2	5	10	20
M(μH)	8,74	9,33	9,24	9,08	8,95	8,57	8,53	8,527

A la vista de estos resultados, se pueden sacar las siguientes conclusiones:

- Se produce un incremento del coeficiente M si la bobina emisora es de mayor longitud que la receptora, con un máximo cuando la emisora presenta una longitud un 25 % mayor que la receptora.
- A partir de una longitud de la emisora de 2,5 veces la receptora, el coeficiente M disminuye respecto a la situación de bobinas cuadradas iguales y a partir de 5 veces, este valor permanece constante y muy aproximado al valor de bobinas cuadradas.
- El incremento del valor de M aumentando la longitud del emisor, supone un incremento apreciable en la cantidad de cobre a utilizar y por tanto de las pérdidas.

## ***2.4 Geometría adoptada***

Como conclusión, se puede asegurar tal y como se observa en la Fig. 29, que la disposición de las espiras de forma horizontal mejora tanto el factor de acoplamiento como la capacidad de transferencia de potencia cuando pueda haber desalineamientos entre bobinas.

Por otro lado, el aumento del tamaño de la bobina emisora no supone una reducción del coeficiente de inducción mutua si no todo lo contrario, existiendo una relación óptima de tamaños que maximiza dicho coeficiente a costa de un incremento en la cantidad de cobre.

En aplicaciones en las que no haya desalineamientos, la geometría óptima estará formada por las dos bobinas cuadradas del mismo tamaño. El aumento de las dimensiones de la bobina emisora, se realizará para aumentar el área de desalineamiento posible sin pérdida de potencia transferida, como se estudiará en el capítulo 5.

Esta configuración de tamaños distintos y distribución plana de las espiras permite que la carga de baterías se haga con un mayor grado de libertad, no necesitándose un perfecto alineamiento entre las bobinas. Este es el caso de estudio de la presente Tesis y, por tanto, ésta es la forma de bobinas que se adoptará.

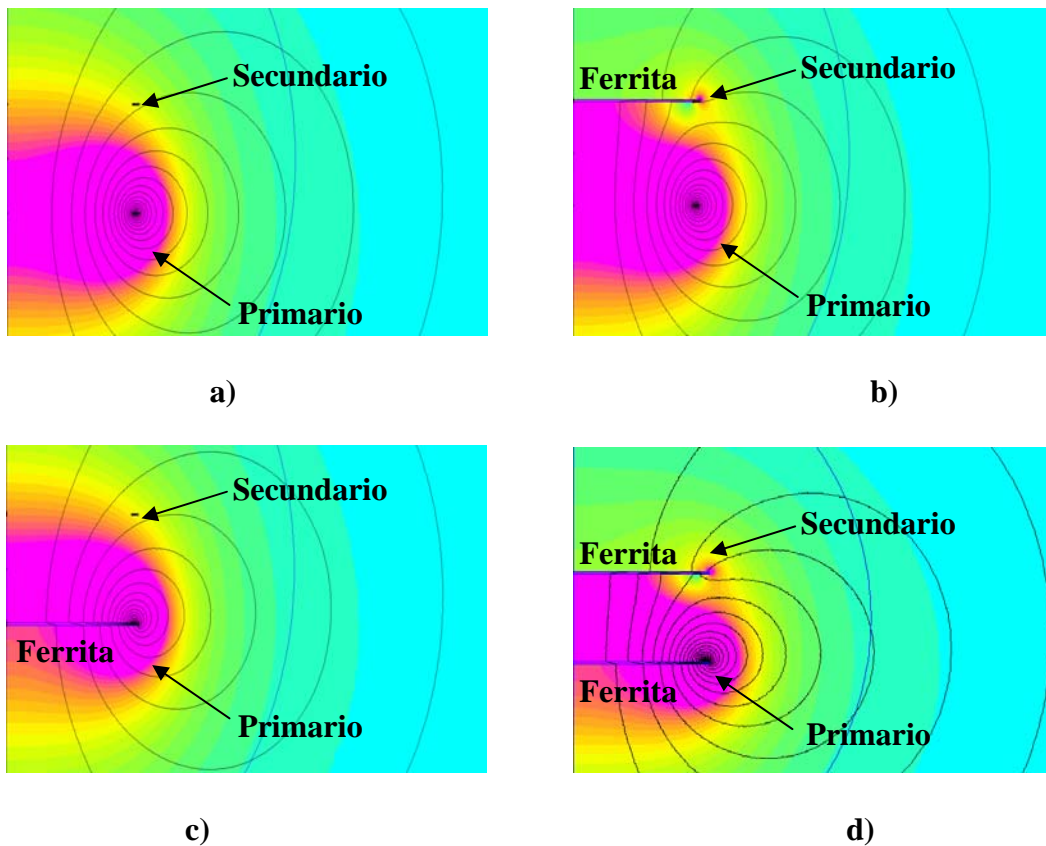
## ***2.5 Influencia de la presencia de ferritas***

En muchos sistemas ICPT las bobinas están arrolladas sobre materiales magnéticos para mejorar el factor de acoplamiento [7, 29, 50]. Los núcleos de hierro que se utilizan en transformadores y motores son inviables en aplicaciones de alta frecuencia debido a las elevadísimas pérdidas por corrientes de Foucault y por Histéresis que conllevarían. Normalmente se utilizan núcleos de ferrita para aumentar el coeficiente de inducción mutua y por tanto transferir potencia a elevadas distancias y a frecuencias menores [54, 55].

En [56] se hace una comparativa de la influencia de la ferritas en los coeficientes de autoinducción en ambos devanados o sólo en un devanado frente a sistemas de núcleo

de aire; sin embargo, no analiza la posible mejora que supone en los sistemas ICPT la inclusión de ferritas, ni la disposición de las mismas en la capacidad de transferir potencia de acuerdo a la ec.(10).

En este apartado, se va a determinar si es imprescindible el uso de ferritas en este tipo de aplicaciones. Para ello, sabemos que al arrollar una bobina sobre una ferrita, las líneas de campo magnético ven modificado su recorrido tal como puede observarse en la Fig. 30 para la geometría circular de dimensiones dadas por la Fig. 24. Esto hace que haya una variación en los coeficientes de autoinducción e inducción mutua.



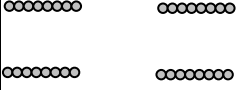
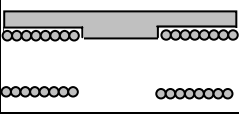
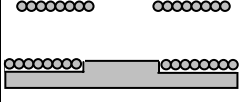
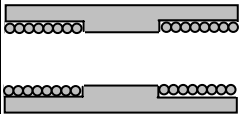
**Fig. 30.** Influencia de la presencia de ferrita en la distribución del campo magnético. a) Núcleo de aire; b) ferrita en receptor; c) ferrita en emisor y d) ferrita en ambos lados

Para analizar esta influencia, se va a considerar una ferrita utilizada en aplicaciones de potencia con una permeabilidad relativa de 2000 a temperatura ambiente. Se comprueba que el coeficiente de autoinducción aumenta notablemente; sin embargo, a efectos de capacidad de transferencia de potencia dado por la ec.(10), interesa que el cociente  $M^2/L_2$  sea el máximo posible.

En la Tabla 11, se observa el valor de este cociente en los casos de núcleo de aire, ferrita sólo en el lado del receptor, ferrita sólo en el lado del emisor y por último ferrita en ambos bobinados. Todos los valores han sido determinados mediante el programa Femm.



**Tabla 11. Influencia de las ferritas en el factor de acoplamiento y en el cociente entre coeficiente de inducción mutua y de autoinducción del receptor (Bobinas circulares).**

Receptor Emisor	$L_1(\mu\text{H})$	$L_2(\mu\text{H})$	$M(\mu\text{H})$	K	$\frac{M^2}{L_2} (\times 10^{-6})$
	81,41	81,41	11,31	0,139	1,57
	82	121,5	13,67	0,137	1,53
	121,5	82	13,67	0,166	2,28
	137,2	137,2	18,8	0,137	2,57

A la vista de estos datos, se pueden sacar varias conclusiones importantes:

- La presencia de ferritas no supone un aumento apreciable en el factor de acoplamiento del sistema excepto en el caso de ferritas sólo en el lado del emisor.
- La presencia de ferrita sólo en el receptor reduce la capacidad de transferencia de potencia.
- La presencia de ferrita sólo en el lado de emisor conlleva un aumento de la capacidad de transferencia de potencia del 45 %. Esto supone, que para la misma cantidad de cobre (misma corriente por los devanados) y misma distancia, se puede trabajar con una frecuencia un 45 % menor que con núcleo de aire.
- La presencia de ferrita en ambos devanados conlleva un aumento de la capacidad de transferencia de potencia del 63 %. Esto supone, que para la misma cantidad de cobre (misma corriente por los devanados), se puede trabajar con una frecuencia un 63 % menor que con núcleo de aire.
- Es preferible el uso de ferritas sólo en el lado de emisor, ya que con la mitad de material que con ferrita en ambos lados, se consigue prácticamente el mismo aumento en la capacidad de transferencia.

Por último, se han realizado pruebas del sistema con ferritas sólo en el emisor frente al desalineamiento para la bobina rectangular dada por la Tabla 8 y se han obtenido los siguientes resultados:

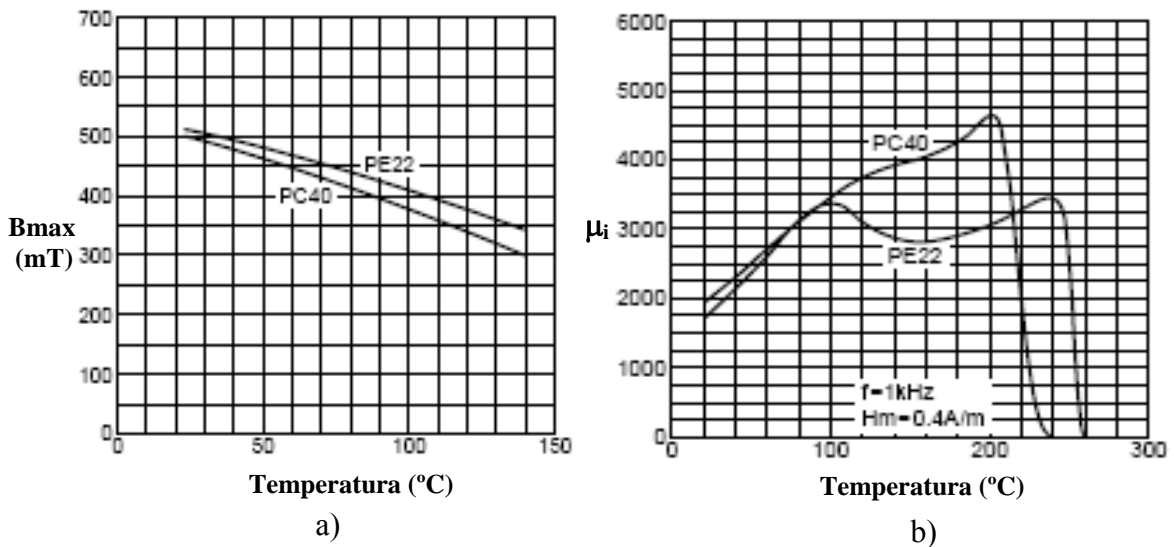
**Tabla 12. Variación del coeficiente  $\frac{M^2}{L_2}$  con el desalineamiento (geometría rectangular)**

DESPLAZAMIENTO	100 %	50 %	0 %
Posición entre bobinas			
M(μH) (a <sub>1</sub> =a <sub>2</sub> = 0,155 m b <sub>1</sub> =b <sub>2</sub> =2 m)	1,56 μH	13,88	21,5
L <sub>2</sub> (μH)	313	313	313
$\frac{M^2}{L_2} (\times 10^{-6})$	0,0078	0,61	1,48

Un desplazamiento del 50 % supone una disminución en la capacidad de transferencia de potencia del 60 % frente a una disminución del 55 % sin ferritas según la Tabla 9. Por tanto, los sistemas con núcleos de ferritas empeoran el comportamiento del sistema frente a desalineamientos.

Además de empeorar el comportamiento frente a desacoplos, la utilización de núcleos magnéticos conlleva una serie de desventajas frente a trabajar con núcleos de aire [7, 42] como son:

- Pérdida de linealidad en el comportamiento del sistema y por tanto en el control.
- Variación de la permeabilidad magnética con la temperatura.
- Pérdidas por calentamiento de las ferritas y por tanto disminución de la eficiencia del acoplamiento.



**Fig. 31. a)** Inducción de saturación en función de la temperatura para ferritas típicas. **b)** Variación de la permeabilidad en función de la temperatura y de la inducción en el material.

Las ferritas utilizadas en los sistemas ICPT de potencia son óxidos metálicos, normalmente de Manganeseo-Zinc cuya permeabilidad inicial esta entre 100 y 10000 a temperatura ambiente de 25 °, con una inducción de saturación de 0,5 Teslas.

En primer lugar, la pérdida de linealidad es debida a la posible saturación magnética del material al trabajar con elevados valores de inducción en aplicaciones de potencia. Si el núcleo magnético se calienta, la inducción máxima disminuye y, por tanto, el material puede saturarse con menores inducciones de la nominal. En la Fig.31.a, se observa para dos ferritas comerciales típicas utilizadas en aplicaciones de elevada potencia, como disminuye la inducción de saturación al aumentar la temperatura.

En segundo lugar, el comportamiento de la permeabilidad de la ferrita no es estable con la temperatura, y su relación depende fuertemente del tipo de ferrita utilizado. Como puede observarse en la Fig. 31.b, la permeabilidad de las dos ferritas está en torno a 2000 a una temperatura de 20 °C; aumentando dicha permeabilidad de manera prácticamente lineal con la temperatura hasta 100 °C. En este punto, el comportamiento cambia bruscamente según la ferrita utilizada.

Al variar la permeabilidad o bien saturarse el núcleo, cambian las condiciones de resonancia del acoplamiento y, por tanto, la transferencia de potencia no se realiza en óptimas condiciones. Eso conlleva un control del sistema más complejo para buscar la resonancia adecuada al comportamiento de la ferrita.

En tercer lugar, los núcleos de ferrita se calientan debido al paso del flujo por los fenómenos de histéresis y corrientes de Foucault, presentando, a su vez dichas pérdidas un comportamiento no lineal con la temperatura (Fig.32). Así, al aumentar la temperatura las pérdidas totales disminuyen hasta los 90 °C que vuelven a aumentar.

Estas pérdidas son bastante elevadas, sobre todo a altas frecuencias. Así, para una temperatura de trabajo de 30 °C, al aumentar 4 veces la frecuencia, las pérdidas aumentan más de 4 veces que, añadidas a las del propio acoplamiento inductivo, comprometen seriamente la eficiencia del sistema.

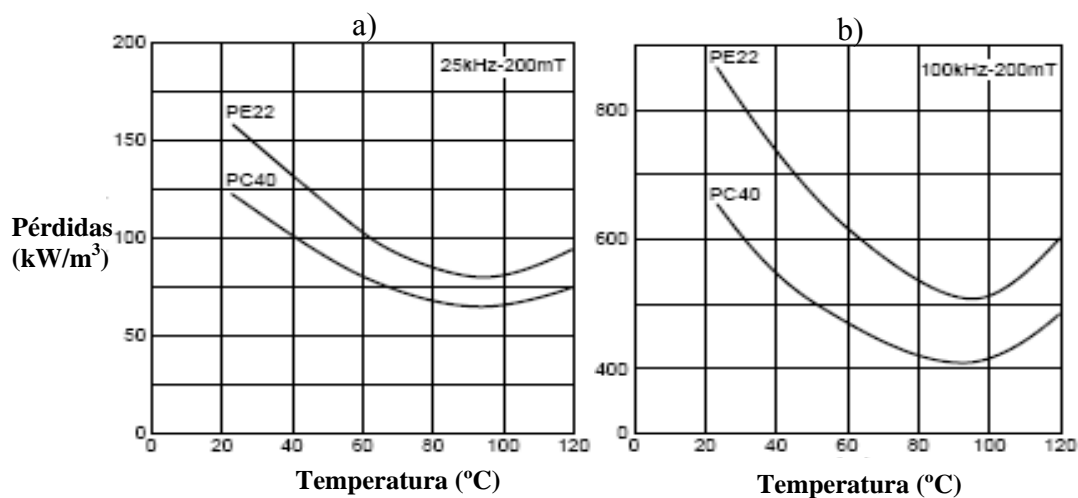


Fig. 32. Pérdidas en la ferrita a diferentes temperaturas de trabajo y para dos frecuencias de trabajo a) 25 kHz y b) 100 kHz.

Todo ello hace indispensable el uso de refrigeración en los sistemas ICPT con núcleo, para mantener lo más estable posible la temperatura de las ferritas y realizar la transferencia con elevada eficiencia.

Otro aspecto importante a tener en cuenta es la variación de la permeabilidad de la ferrita y por tanto, la inductancia de la bobina, con la frecuencia, observándose un comportamiento totalmente estable en un amplio rango. En la Fig. 33 se aprecia, para una ferrita comercial ampliamente utilizada en aplicaciones de potencia, que el rango de estabilidad de la permeabilidad llega hasta los 100 kHz. En este aspecto, no hay problemas del uso de ferritas en sistemas ICPT en los rangos de frecuencias de trabajo.

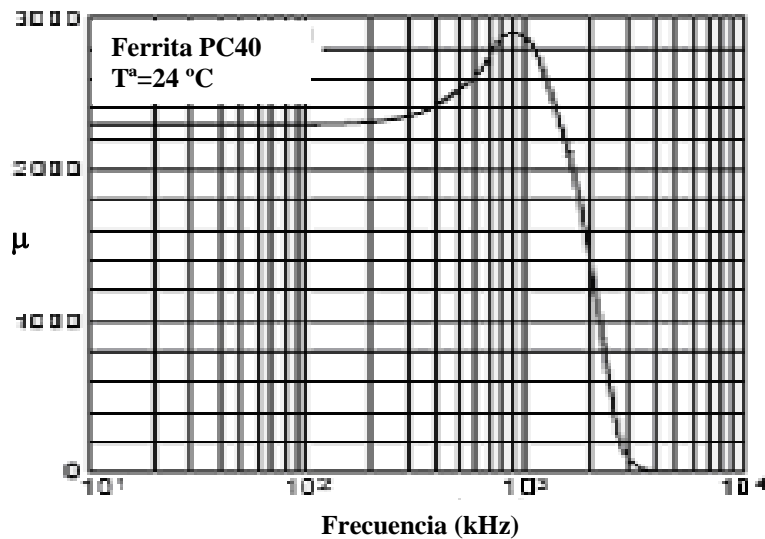


Fig. 33. Permeabilidad en función de la frecuencia a temperatura ambiente.

Frente a estas desventajas de los sistemas con núcleo, los sistemas sin núcleo son totalmente lineales y los coeficientes de inducción de las bobinas no se ven alterados por la temperatura, siendo su controlabilidad más sencilla. La eficiencia es mayor al no existir pérdidas en el núcleo; se estima que la eficiencia teórica de los sistemas con ferritas oscila entre el 60 % y el 80 % [57], frente a una eficiencia teórica superior al 90 % en los sistemas sin núcleo. Además, la capacidad de transferir potencia frente a desalineamientos se empeora con el uso de ferritas.

Por todos estos aspectos, se considera que el aumento del coeficiente de acoplamiento no justifica el uso de ferritas en sistemas ICPT planos y, por tanto, el diseño del sistema propuesto se realizará con núcleo de aire. El uso de ferritas y otros materiales de alta permeabilidad se reservará para el posible apantallamiento del sistema, confinando el campo magnético producido y evitando producir interferencias sobre elementos externos (dispositivos electrónicos del vehículo) o efectos nocivos sobre las personas.

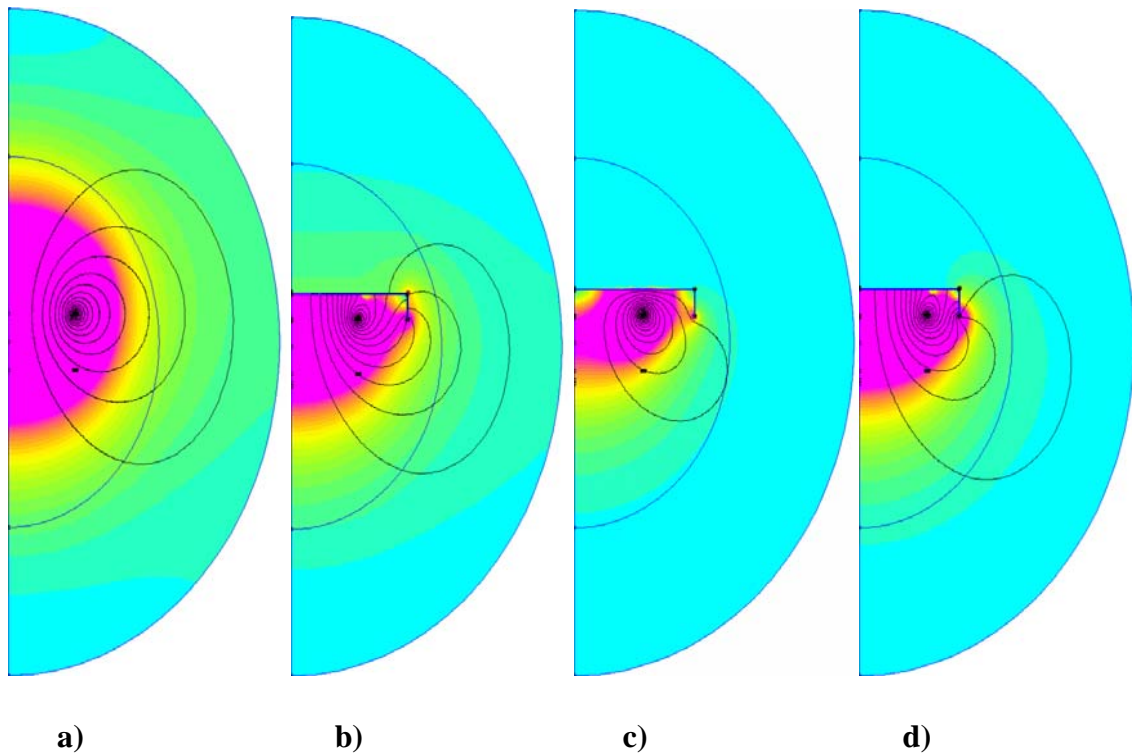
## 2.6 Influencia de los apantallamientos

La aplicación a la que va destinado este estudio de carga de baterías de vehículos eléctricos mediante acoplamiento inductivo, conlleva la posibilidad de que ésta se realice en la cercanía de personas; con el consiguiente peligro de exposición a la

radiación electromagnética, como es el caso del transporte público. Será necesario, por tanto, un apantallamiento adecuado para que la radiación a la que se ven sometidas las personas esté por debajo de los límites máximos permitidos (norma ICNIRP 1998).

Los materiales típicos que se utilizan en apantallamiento de sistemas son el aluminio y las ferritas [P-15]. La presencia de estos materiales puede alterar el comportamiento del acoplamiento inductivo modificando el coeficiente de inducción mutua o el coeficiente de autoinducción del secundario; en definitiva alterando significativamente la capacidad de transferencia de potencia y por tanto invalidando los análisis posteriores.

Para comprobar esta influencia, se han considerado 3 configuraciones de apantallamiento en la parte superior del acoplamiento, de distintos materiales pero de las mismas dimensiones y espesor total; se han medido los coeficientes de inducción mediante el programa Femm.



**Fig. 34.** Distribución del campo magnético mediante el programa Femm. a) Sin apantallamiento, b) apantallamiento mediante ferrita, c) apantallamiento mediante aluminio y d) apantallamiento con ferrita y aluminio.

En la Fig. 34 se observa la distribución de campo magnético para las 4 posibilidades estudiadas y en la Tabla 13 los valores de coeficientes de inducción y capacidad de transferencia de potencia obtenidos para un ejemplo aplicado a dos bobinas circulares de radio 0,22 m formadas por 8 espiras de  $1 \text{ mm}^2$  y separadas una distancia entre sí de 0,15 m.

Se van a comparar los datos obtenidos para las bobinas sin apantallamiento (Tabla 13.a), con los siguientes casos:

- Apantallamiento con una placa de ferrita de 4 mm de espesor con la disposición de la Fig. 34.b.
- Apantallamiento con una placa de aluminio de 4 mm de espesor con la disposición de la Fig. 34.c.
- Apantallamiento con una placa de ferrita de 2 mm de espesor y otra de aluminio de 2 mm de espesor con la disposición de la Fig. 34.d

**Tabla 13. Coeficientes de autoinducción, de inducción mutua y capacidad de transferencia de potencia para las diferentes posibilidades de apantallamiento consideradas.**

	a) sin apantallamiento	b) apantallamiento con ferrita ( $\mu_r=2000$ )	c) apantallamiento con aluminio	d) apantallamiento con aluminio y ferrita
$L_1$	81.4	81,7	78,55	80
$L_2$	81.4	92,3	68,29	86,3
M	11,32	14,81	6,82	11,45
$\frac{M^2}{L_2} (\times 10^{-6})$	1,57	2,37	0,68	1,52

A la vista de estos resultados se pueden sacar las siguientes conclusiones:

- El apantallamiento con ferritas (Fig. 34.b) aumenta el coeficiente de autoinducción de la bobina receptora en un 13,4 % y el coeficiente de inducción mutua en un 31 % con lo cual el comportamiento del sistema calculado se ve alterado notablemente, tanto en la frecuencia de resonancia como en la capacidad de transferencia de potencia, que aumenta en un 50 % (Tabla 13. b). Además, el apantallamiento no es perfecto ya que la disminución de campo en la parte superior de la bobina receptora no es completo. Esto se puede solucionar aumentando el espesor de la ferrita y por tanto encareciendo el sistema y aumentando las pérdidas en la ferrita.
- Con aluminio, se consigue un apantallamiento perfecto respecto a la parte superior de la bobina receptora (Fig. 34.c), sin embargo, disminuye el coeficiente de autoinducción de la bobina receptora en un 16 % y el coeficiente de inducción mutua en un 40 % con lo cual el comportamiento del sistema calculado se ve alterado notablemente, tanto en la frecuencia de resonancia como en la capacidad de transferencia de potencia, que en este caso se ve disminuida un 56 % (Tabla 13.c).
- El apantallamiento con ferrita y aluminio, ha demostrado ser la solución idónea para apantallar sistemas de acoplamiento inductivo. En primer lugar, el aluminio apantalla perfectamente el sistema (Fig. 34.d), y en segundo lugar, la disminución de los coeficientes de inducción se ve compensada con el

incremento que conlleva la presencia de ferrita; de tal forma que con una geometría adecuada se pueden mantener constantes estos valores y la capacidad de transferencia de potencia como se observa en la Tabla 13.d.

Este estudio demuestra que es posible apantallar el sistema perfectamente sin modificar los parámetros fundamentales del acoplamiento, de tal forma que todo el estudio posterior es válido para el correcto diseño de un sistema ICPT a través del aire.

De cualquier forma, el análisis de los apantallamientos en cuanto a espesor de los materiales de apantallamiento, disposición más apropiada, distancias a la bobinas,... requiere de un estudio en profundidad que se sale de los límites de la presente Tesis y que forma parte de una de las futuras líneas de investigación.





# Capítulo 3

## Análisis del sistema de compensación

*En este capítulo, se analizan las ecuaciones básicas de los sistemas clásicos de compensación. A continuación, se calcula analíticamente la condición que ha de cumplir la frecuencia de trabajo para hacer que el sistema ICPT trabaje en el punto de máximo rendimiento.*

*Este proceso se repite para las cuatro topologías clásicas vistas en el capítulo 1. Asimismo, se determinan las expresiones para el cálculo de los condensadores de resonancia en todas las topologías.*

*Se definen las condiciones de estabilidad que han de cumplir los factores de calidad de primario y secundario para cada topología.*

### Índice

<b>3.1</b>	<b>Introducción a los sistemas de compensación .....</b>	<b>44</b>
<b>3.2</b>	<b>Cálculo de los condensadores de compensación .....</b>	<b>45</b>
3.2.1	Compensación S-S .....	45
3.2.2	Compensación S-P .....	48
3.2.3	Compensación P-S .....	51
3.2.4	Compensación P-P .....	54
<b>3.3</b>	<b>Determinación de los parámetros nominales .....</b>	<b>58</b>
<b>3.4</b>	<b>Estudio de las condiciones de estabilidad del sistema .....</b>	<b>60</b>
3.4.1	Compensación SS .....	63
3.4.2	Compensación SP .....	64
3.4.3	Compensación PS .....	66
3.4.4	Compensación PP .....	67
3.4.5	Conclusiones .....	69

### 3.1 Introducción a los sistemas de compensación

Un sistema de acoplamiento inductivo en el aire necesita obligatoriamente de un sistema de compensación en el secundario para incrementar la potencia transferida a la carga, aumentando el factor de calidad del secundario de acuerdo a la ec. (7).

La compensación en el devanado primario no es imprescindible en cuanto al aumento de potencia transferida, utilizándose para minimizar la corriente absorbida de la fuente. Esta capacidad se determinará compensando la parte imaginaria de la impedancia total del sistema vista desde la fuente a la frecuencia de trabajo.

El siguiente paso, por tanto, en el diseño de un sistema ICPT, es la selección de la frecuencia de trabajo de máximo rendimiento y los condensadores de resonancia a esa frecuencia.

De los sistemas clásicos de compensación vistos en el capítulo 1 ¿cuál es la topología más adecuada para la carga de baterías con posición relativa entre bobinas variable? La respuesta a esta pregunta no es sencilla, ya que cada topología de compensación, presenta ventajas e inconvenientes y en la bibliografía no hay un criterio claro establecido. La selección de una u otra se realiza en función del comportamiento de la topología respecto de la carga conectada, es decir, de si la carga óhmica es de valor bajo o alto, si el sistema es para carga de baterías o para alimentación de cargas en movimiento, o si queremos que el ICPT se comporte como una fuente de tensión o de corriente, entre otras.

Hay artículos en los que se analiza el comportamiento de topologías con compensación sólo en uno de los devanados [43], o en ambos devanados [6, 8, 48]. De los sistemas con compensación únicamente en el devanado de secundario, solo la compensación serie es viable; ya que en este caso, la impedancia reflejada del secundario según la ecuación (16), no tiene parte imaginaria y el factor de potencia es la unidad. En el resto de combinaciones, seleccionando el condensador para trabajar con máximo rendimiento, el factor de potencia visto desde la fuente es bajo; y si se desea alto factor de potencia la transferencia es ineficiente. Se utilizan, por tanto, topologías con doble compensación.

En sistemas doblemente compensados, si se utiliza compensación serie en el lado de secundario, el sistema se comporta como fuente de tensión y por tanto la tensión en el secundario es independiente de la carga conectada y prácticamente igual a la tensión en circuito abierto. En el caso de compensación paralelo en secundario, ésta se comporta como fuente de corriente independientemente de la carga conectada y prácticamente igual a la corriente en cortocircuito, lo que hace que tenga protección inherente frente a cortocircuitos fortuitos [44]. La compensación paralelo en secundario es, debido a esta característica, la preferida en aplicaciones de carga de baterías [23, 25, 45, 46, 47].

La compensación en primario, se elige en función de la tensión y corriente máximas que deseamos suministre la fuente; así, la compensación serie en primario es mejor para compensar largos devanados primarios [49], o para limitar la tensión a la salida de la fuente [44]. La compensación paralelo en primario, se utiliza para que la corriente suministrada por la fuente sea sólo la parte real de la consumida por el sistema [44, 46, 51] disminuyendo, de esta forma, la corriente por los IGBTs. Esta es la topología

preferida en sistemas con múltiples secundarios alimentados desde el mismo primario [44]. Sin embargo, la corriente que circula por la bobina y el condensador en paralelo es mucho más elevada que en compensación serie (para la misma potencia), lo que conlleva que la sección de los cables en el devanado sea mayor [52] y las pérdidas en los devanados mayores.

Existen otras topologías de compensación en primario combinando dos condensadores en conexión serie y paralelo [44, 45, 74] que es un compromiso entre la compensación serie-serie y paralelo-serie. Dicha topología se estudiará en profundidad en el capítulo 6 debido a su especial comportamiento frente a desalineamientos y variación de parámetros.

A la vista de que no existe un criterio claro de que tipo de compensación es preferida para aplicaciones de carga de baterías, en este capítulo se van a definir las ecuaciones de selección de los condensadores de resonancia para los 4 tipos clásicos de compensación en ambos devanados, con el objeto de poder analizar, en el capítulo 5, el comportamiento de dichas topologías frente a variación de parámetros.

### 3.2 Cálculo de los condensadores de compensación

Tal y como se vio en el capítulo 1, la frecuencia trabajo de un sistema ICPT para unas dimensiones dadas, se determinará para la condición de máximo rendimiento y no para la de máxima potencia. Esto es debido a que en los sistemas con compensación paralelo en primario (PS y PP), esta frecuencia es prácticamente la misma [71] para ambas condiciones; sin embargo, en sistemas con compensación serie en primario (SS y SP), la curva de argumento del sistema frente a variaciones de frecuencia, presenta 3 resonancias en lo que se denomina fenómeno de bifurcación [52], siendo la frecuencia de trabajo óptima la resonancia central o de máxima eficiencia [71].

A continuación, se determinará la frecuencia de resonancia óptima para las compensaciones clásicas y las expresiones para el cálculo de los condensadores de primario y secundario en función de dicha frecuencia.

#### 3.2.1 Compensación SS

El circuito equivalente viene dado por:

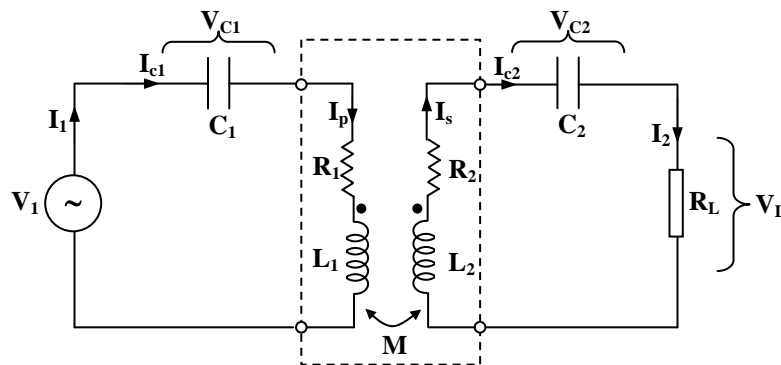


Fig. 35. Circuito equivalente de un ICPT con compensación SS.

Las ecuaciones del circuito son:

$$\bar{V}_1 = \left[ R_1 + j(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}) \right] \bar{I}_1 - j\omega M \bar{I}_2 = (R_1 + jX_1) \bar{I}_1 - j\omega M \bar{I}_2 = \bar{Z}_1 \bar{I}_1 - j\omega M \bar{I}_2 \quad (32)$$

$$0 = \left[ (R_2 + R_L) + j(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega}) \right] \bar{I}_2 - j\omega M \bar{I}_1 = [(R_2 + R_L) + jX_2] \bar{I}_2 - j\omega M \bar{I}_1 = \bar{Z}_2 \bar{I}_2 - j\omega M \bar{I}_1 \quad (33)$$

La impedancia reflejada en compensación SS viene dada por:

$$\bar{Z}_r = \frac{\omega^2 M^2 (R_L + R_2)}{(R_L + R_2)^2 + (L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})^2} - j \frac{\omega^2 M^2 (L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})}{(R_L + R_2)^2 + (L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})^2} \quad (34)$$

La condición de máxima potencia en la carga da lugar según la ec.(17) implica:

$$R_1 = \frac{\omega^2 M^2 (R_2 + R_L)}{(R_2 + R_L)^2 + (L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})^2} \quad (35)$$

$$(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}) = - \frac{\omega^2 M^2 (L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})}{(R_2 + R_L)^2 + (L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})^2} \quad (36)$$

Trabajando en resonancia en primario y secundario:

$$\omega_{op} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad (37)$$

La ecuación (36) se cumple con sólo hacer cero ambos términos en ambos lados de la igualdad, obteniéndose las capacidades de compensación de ambos devanados y de la ec. (35) se determinará la frecuencia de resonancia de potencia óptima:

$$\omega_{op} = \frac{\sqrt{R_1 (R_2 + R_L)}}{M} \quad (38)$$

A mayor coeficiente de inducción mutua entre bobinas “M”, menor será la frecuencia óptima. Esto se va a cumplir con todas las compensaciones. Como en la práctica el valor de “M” en el aire es bajo, la frecuencia de resonancia a la que se deberá trabajar será alta. Tal y como se vio en el capitulo 1, la eficiencia de la transferencia trabajando a esta frecuencia será baja, es por ello que hay que buscar la frecuencia de diseño “ $\omega_d$ ” que conlleve el máximo rendimiento. Para ello, definimos la expresión del rendimiento del acoplamiento inductivo con compensación SS:

$$\eta = \frac{R_L I_2^2}{R_L I_2^2 + R_2 I_2^2 + R_1 I_1^2} = \frac{R_L}{R_L + R_2 + R_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2} \quad (39)$$

De la ec. (33) y trabajando en resonancia se obtiene:

$$\left| \frac{I_1}{I_2} \right| = \frac{(R_2 + R_L)}{\omega_d M} \quad (40)$$

Que sustituyendo en la ec. (39):

$$\eta = \frac{R_L}{R_L + R_2 + R_1 \frac{(R_2 + R_L)^2}{\omega_d^2 M^2}} = \frac{R_L}{(R_L + R_2) \left(1 + R_1 \frac{(R_2 + R_L)}{\omega_d^2 M^2}\right)} \quad (41)$$

Si en esta expresión, trabajamos a una frecuencia que minimize el denominador, el máximo rendimiento se obtiene para la condición:

$$\omega_d \gg \frac{\sqrt{R_1(R_2 + R_L)}}{M} \Rightarrow \omega_d \gg \omega_{op} \quad (42)$$

Es decir, la frecuencia de trabajo deberá ser mayor que la frecuencia de máxima potencia para trabajar en condición de máximo rendimiento. Se deberá, por tanto, encontrar un factor  $K_\omega$  que maximice el rendimiento para cada situación de potencia deseada transferir.

$$\omega_d = K_\omega \omega_{op} = K_\omega \frac{\sqrt{R_1(R_2 + R_L)}}{M} \quad (43)$$

Una vez encontrada esta frecuencia, el rendimiento vendrá dado por:

$$\eta \cong \frac{R_L}{R_L + R_2} \quad (44)$$

Y si  $R_L \gg R_2$ , es posible trabajar con rendimientos cercanos a la unidad, como se comprobará posteriormente. Con esta frecuencia de diseño de máximo rendimiento, es sencilla la búsqueda de los condensadores de primario y secundario para trabajar en resonancia a esa frecuencia de diseño aplicando la ec. (37):

$$\boxed{C_2 = \frac{1}{L_2 \omega_d^2}}; \boxed{C_1 = \frac{1}{L_1 \omega_d^2}} \quad (45)$$

### 3.2.2 Compensación SP

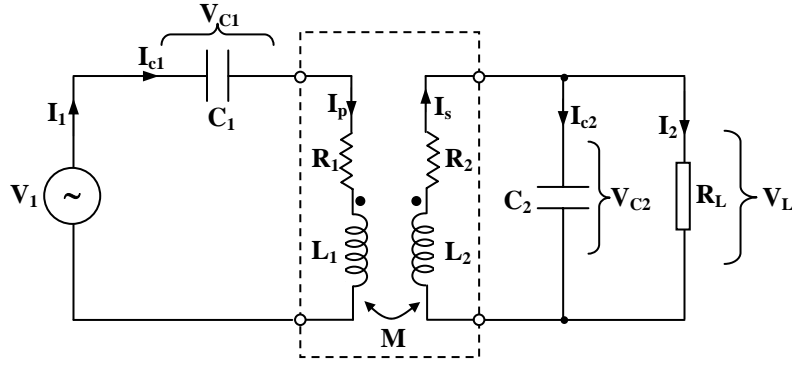


Fig. 36. Circuito equivalente de un ICPT con compensación SP.

Las ecuaciones del circuito son:

$$\vec{V}_1 = \left[ R_1 + j(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}) \right] \vec{I}_1 - j\omega M \vec{I}_s = (R_1 + jX_1) \vec{I}_1 - j\omega M \vec{I}_s = \vec{Z}_1 \vec{I}_1 - j\omega M \vec{I}_s \quad (46)$$

$$0 = (R_2 + jL_2\omega) \vec{I}_s + R_L \vec{I}_2 - j\omega M \vec{I}_1 \quad (47)$$

$$\vec{I}_s = \vec{I}_{c2} + \vec{I}_2 \quad (48)$$

A su vez, dado que la tensión en el condensador 2 y la tensión en la carga coinciden:

$$\vec{I}_{c2} = jR_L C_2 \omega \vec{I}_2 \quad (49)$$

Las ecuaciones (46) y (47) se pueden expresar en función de las corrientes  $I_1$  e  $I_2$ :

$$\vec{V}_1 = \left[ R_1 + j(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}) \right] \vec{I}_1 - j\omega M(1 + jR_L C_2 \omega) \vec{I}_2 \quad (50)$$

$$0 = (R_2 + jL_2\omega)(1 + jR_L C_2 \omega) \vec{I}_2 + R_L \vec{I}_2 - j\omega M \vec{I}_1 \quad (51)$$

Y además:

$$\vec{I}_2 = \frac{j\omega M}{R_L + (R_2 + jL_2\omega)(1 + jR_L C_2 \omega)} \vec{I}_1 \quad (52)$$

Sustituyendo en la ec. (50):

$$\vec{V}_1 = \left[ R_1 + j(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}) \right] \vec{I}_1 - j\omega M(1 + jR_L C_2 \omega) \frac{j\omega M}{R_L + (R_2 + jL_2\omega)(1 + jR_L C_2 \omega)} \vec{I}_1 \Rightarrow \quad (53)$$

$$\vec{V}_1 = \left[ \vec{Z}_1 + \frac{\omega^2 M^2 (1 + jR_L C_2 \omega)}{R_L + (R_2 + jL_2\omega)(1 + jR_L C_2 \omega)} \right] \vec{I}_1 = [\vec{Z}_1 + \vec{Z}_r] \vec{I}_1$$

La impedancia reflejada en compensación SP viene dada por:

$$\bar{Z}_r = \frac{\omega^2 M^2 (1 + jR_L C_2 \omega)}{R_L + (R_2 + jL_2 \omega)(1 + jR_L C_2 \omega)} \quad (54)$$

Para encontrar la frecuencia de máxima potencia:

$$\begin{aligned} R_1 &= \text{Re al}(\bar{Z}_r) \\ (L_1 \omega - \frac{1}{C_1 \omega}) &= \text{Im ag}(\bar{Z}_r) \end{aligned} \quad (55)$$

Por tanto:

$$R_1 = \frac{\omega^2 M^2 (R_L + R_2) + \omega^4 M^2 C_2^2 R_L^2 R_2}{(R_2 + R_L - \omega^2 L_2 C_2 R_L)^2 + \omega^2 (L_2 + C_2 R_2 R_L)^2} \quad (56)$$

$$(L_1 \omega - \frac{1}{C_1 \omega}) = \frac{\omega^3 M^2 |C_2 R_L^2 (\omega^2 L_2 C_2 - 1) + L_2|}{(R_2 + R_L - \omega^2 L_2 C_2 R_L)^2 + \omega^2 (L_2 + C_2 R_2 R_L)^2} \quad (57)$$

Trabajando a la frecuencia de resonancia del secundario:

$$\omega_{op} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad (58)$$

La parte imaginaria de la impedancia reflejada en la compensación SP no se anula, y vale (despreciando  $R_2$  por simplicidad de acuerdo con [6]):

$$\text{Re al}(\bar{Z}_r) \approx \frac{M^2 R_L}{L_2^2} \quad (59)$$

$$\text{Im ag}(\bar{Z}_r) \approx \frac{\omega_{op} M^2}{L_2} \quad (60)$$

Y por tanto el condensador de primario deberá compensar tanto la reactancia del primario como la parte reactiva de la impedancia reflejada.

Por otro lado, de la ec. (56) y despreciando el término  $R_2^2$  se puede deducir:

$$R_1 = \frac{M^2 (R_L + R_2) + \omega_{op}^2 M^2 C_2^2 R_L^2 R_2}{(L_2 + C_2 R_2 R_L)^2} \quad (61)$$

Despejando  $\omega_{op}$  de esta ecuación se obtiene la frecuencia de trabajo de máxima potencia:

$$\omega_{op}^2 = \frac{R_1 (L_2 + C_2 R_2 R_L)^2 - M^2 (R_L + R_2)}{M^2 C_2^2 R_L^2 R_2} \quad (62)$$

Para encontrar la frecuencia de diseño, sin embargo, se plantea la ecuación del rendimiento del acoplamiento SP:

$$\eta = \frac{R_L I_2^2}{R_L I_2^2 + R_2 I_s^2 + R_1 I_1^2} \quad (63)$$

de las ecuaciones (48) y (49) podemos deducir:

$$\bar{I}_s = \bar{I}_2 (1 + jR_L C_2 \omega_d) \Rightarrow I_s = I_2 \sqrt{1 + R_L^2 C_2^2 \omega_d^2} \quad (64)$$

Sustituyendo:

$$\eta = \frac{R_L I_2^2}{R_L I_2^2 + R_2 (1 + R_L^2 C_2^2 \omega_d^2) I_2^2 + R_1 I_1^2} = \frac{R_L}{R_L + R_2 (1 + R_L^2 C_2^2 \omega_d^2) + R_1 \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2} \quad (65)$$

La relación de corrientes de acuerdo a la ec. (47) teniendo en cuenta que a la frecuencia de diseño se trabajará en resonancia vendrá dada por:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\sqrt{R_2^2 + (L_2 \omega_d + R_2 R_L C_2 \omega_d)^2}}{\omega_d M} \quad (66)$$

Por tanto, la expresión del rendimiento vendrá dada por:

$$\eta = \frac{R_L}{R_L + R_2 (1 + R_L^2 C_2^2 \omega_d^2) + R_1 \left(\frac{R_2^2 + (L_2 \omega_d + R_2 R_L C_2 \omega_d)^2}{\omega_d^2 M^2}\right)} \quad (67)$$

Sustituyendo  $C_2$  en función de la frecuencia de diseño y de la inductancia  $L_2$ :

$$\eta = \frac{R_L}{R_L + R_2 + \frac{R_2 R_L^2}{\omega_d^2 L_2^2} + \frac{R_1 R_2^2}{\omega_d^2 M^2} + \frac{R_1}{\omega_d^2 M^2 L_2} \left(L_2^2 \omega_d + \frac{R_2 R_L}{\omega_d}\right)^2} \quad (68)$$

Como  $R_2$  es de valor bajo y  $\omega_d$  elevado, podemos despreciar el término  $\frac{R_2 R_L}{\omega_d} \approx 0$  por simplicidad, quedando la expresión:

$$\eta = \frac{R_L}{R_L + R_2 + \frac{R_1 L_2}{M^2} + \frac{R_2 R_L^2}{\omega_d^2 L_2^2} + \frac{R_1 R_2^2}{\omega_d^2 M^2}} \quad (69)$$

El máximo rendimiento, se obtiene con la condición:



$$\frac{R_2 R_L^2 M^2 + R_1 R_2^2 L_2^2}{\omega_d^2 L_2^2 M^2} = 0 \Rightarrow \omega_d \gg \frac{\sqrt{R_2 R_L^2 M^2 + R_1 R_2^2 L_2^2}}{L_2 M} \quad (70)$$

De nuevo habrá que encontrar un factor de diseño “K<sub>ω</sub>” para cada caso en particular, para el cual el rendimiento obtenido sea máximo:

$$\omega_d = K_\omega \frac{\sqrt{R_2 R_L^2 M^2 + R_1 R_2^2 L_2^2}}{L_2 M} \quad (71)$$

Trabajando a esta frecuencia el rendimiento óptimo del acoplamiento será:

$$\eta_{op} = \frac{R_L}{R_L + R_2 + \frac{R_1 L_2^2}{M^2}} \quad (72)$$

Lo que indica que cuanto menor sea el coeficiente de autoinducción del devanado secundario, mayor rendimiento. Esto da lugar a que los acoplamientos SP deberán tener muy pocas espiras de secundario y de elevada sección (R<sub>2</sub> pequeña) para conseguir transferir potencia con rendimientos elevados.

Para el cálculo de las capacidades de compensación con esta frecuencia obtenida, se parte de las ecuación (60):

$$\left( L_1 \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} - \frac{\sqrt{L_2 C_2}}{C_1} \right) = \frac{M^2}{\sqrt{L_2 C_2} L_2} \Rightarrow \quad (73)$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega_{op}^2 L_2}; C_1 = \frac{L_2^2 C_2}{L_1 L_2 - M^2} \quad (74)$$

### 3.2.3 Compensación PS

El circuito equivalente viene dado por:

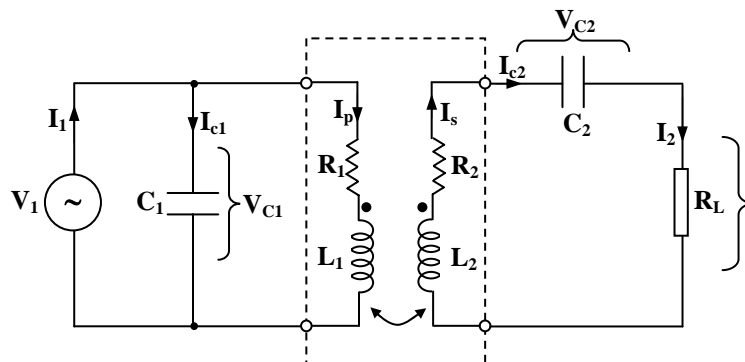


Fig. 37. Circuito equivalente de un ICPT con compensación PS.

Las ecuaciones del circuito son

$$\vec{V}_1 = (R_1 + jL_1\omega)\vec{I}_p - j\omega M\vec{I}_2 \quad (75)$$

$$0 = \left[ R_2 + R_L + j(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega}) \right] \vec{I}_2 - j\omega M\vec{I}_p \quad (76)$$

$$\vec{I}_{c1} = \vec{V}_1 j\omega C_1 \quad (77)$$

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_{c1} + \vec{I}_p \quad (78)$$

Expresando las ec (78) en función de las corrientes por el primario:

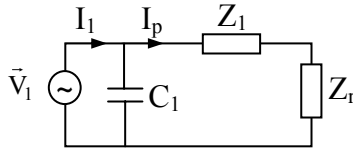
$$\vec{I}_p = \vec{I}_1 - j\omega C_1 \vec{V}_1 \quad (79)$$

$$\vec{I}_2 = \frac{j\omega M}{(R_2 + R_L) + j(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})} \vec{I}_p \quad (80)$$

$$\vec{V}_1 = \left[ (R_1 + jL_1\omega) + \frac{\omega^2 M^2}{(R_2 + R_L) + j(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})} \right] \vec{I}_p \quad (81)$$

$$\vec{V}_1 = (\vec{Z}_1 + \vec{Z}_r) \vec{I}_p \quad (82)$$

Correspondiente al circuito equivalente visto desde el primario:



**Fig. 38.** Circuito equivalente visto desde la red con la impedancia reflejada del secundario.

En este caso la impedancia reflejada del secundario vale:

$$\vec{Z}_r = \frac{\omega^2 M^2}{(R_2 + R_L) + j(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})} \quad (83)$$

Análogamente que en compensación SS; la parte imaginaria de la impedancia reflejada es cero con sólo trabajar a frecuencia de resonancia en el secundario, y de la condición de máxima transferencia de potencia:

$$R_1 = \frac{\omega_{op}^2 M^2 (R_2 + R_L)}{(R_2 + R_L)^2 + (L_2\omega_{op} - \frac{1}{C_2\omega_{op}})^2} \quad (84)$$

y trabajando en resonancia en el secundario, podemos obtener la frecuencia de trabajo de máxima potencia, que es la misma expresión que en compensación SS.

$$\omega_{op} = \frac{\sqrt{R_1(R_2 + R_L)}}{M} \quad (85)$$

Si en lugar de trabajar a máxima potencia queremos trabajar a rendimiento máximo:

$$\eta = \frac{R_L I_2^2}{R_L I_2^2 + R_2 I_2^2 + R_1 I_p^2} = \frac{R_L}{R_L + R_2 + R_1 \frac{I_p^2}{I_2^2}} \quad (86)$$

La relación entre las corrientes de primario y secundario viene expresada por la ec. (80):

$$\frac{I_p}{I_2} = \frac{\sqrt{(R_2 + R_L)^2 + (L_2 \omega_d - \frac{1}{C_2 \omega_d})^2}}{\omega_d M} = \frac{(R_2 + R_L)}{\omega_d M} \quad (87)$$

y teniendo en cuenta que se trabaja en resonancia:

$$\eta = \frac{R_L}{R_L + R_2 + R_1 \frac{(R_2 + R_L)^2}{\omega_d^2 M^2}} = \frac{R_L}{(R_L + R_2)(1 + R_1 \frac{(R_2 + R_L)}{\omega_d^2 M^2})} \quad (88)$$

El máximo rendimiento se obtiene para la condición:

$$\omega_d \gg \frac{\sqrt{R_1(R_2 + R_L)}}{M} \Rightarrow \omega_d \gg \omega_{op} \quad (89)$$

Es decir, la frecuencia de trabajo deberá ser mayor que la frecuencia de máxima potencia para trabajar en condición de máximo rendimiento. Se deberá, por tanto, encontrar un factor  $K_\omega$  que maximice el rendimiento para cada situación de potencia deseada transferir.

$$\omega_d = K_\omega \omega_{op} = K_\omega \frac{\sqrt{R_1(R_2 + R_L)}}{M} \quad (90)$$

Una vez encontrada esta frecuencia, el rendimiento vendrá dado por:

$$\eta \cong \frac{R_L}{R_L + R_2} \quad (91)$$

Y si  $R_L \gg R_2$ , se puede trabajar con rendimientos cercanos a la unidad. Con esta frecuencia de diseño de máximo rendimiento, la búsqueda de los condensadores de primario y secundario para trabajar en resonancia a esa frecuencia de diseño se hará de la siguiente forma

La obtención de la capacidad del secundario se obtendrá a partir de la impedancia total del acoplamiento PS según la ec. (75) en función de la corriente de la fuente  $I_1$  viene dada por:

$$\bar{V}_1 = \left[ (R_1 + jL_1\omega) + \frac{\omega^2 M^2}{(R_2 + R_L) + j(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})} \right] (\bar{I}_1 - j\omega C_1 \bar{V}_1) \Rightarrow \quad (92)$$

$$\bar{Z}_{tot} = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} = \frac{(R_1 + \frac{\omega_d^2 M^2}{(R_2 + R_L)}) + jL_1\omega_d}{1 + j\omega_d C_1 \left[ (R_1 + \frac{\omega_d^2 M^2}{(R_2 + R_L)}) \right]} \quad (93)$$

La capacidad  $C_1$  tiene que compensar la parte reactiva de la impedancia total del acoplamiento vista desde la red, cuyo valor viene expresado por la ecuación:

$$\text{Im ag}(\bar{Z}_{tot}) = \frac{L_1\omega_d(1 - L_1C_1\omega_d^2) - \omega_d C_1 (R_1 + \frac{\omega_d^2 M^2}{(R_2 + R_L)})^2}{(1 - L_1C_1\omega_d^2) + \omega_d^2 C_1^2 (R_1 + \frac{\omega_d^2 M^2}{(R_2 + R_L)})^2} = 0 \quad (94)$$

y sabiendo que:

$$\omega_d = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad (95)$$

Despreciando  $R_2$ , podemos despejar la capacidad  $C_1$ :

$$C_2 = \frac{1}{L_2\omega_d^2}; C_1 = \frac{L_2 C_2}{L_1 + \frac{M^4}{L_1 L_2 C_2 R_L^2}} \quad (96)$$

### 3.2.4 Compensación PP

El circuito equivalente viene dado por:

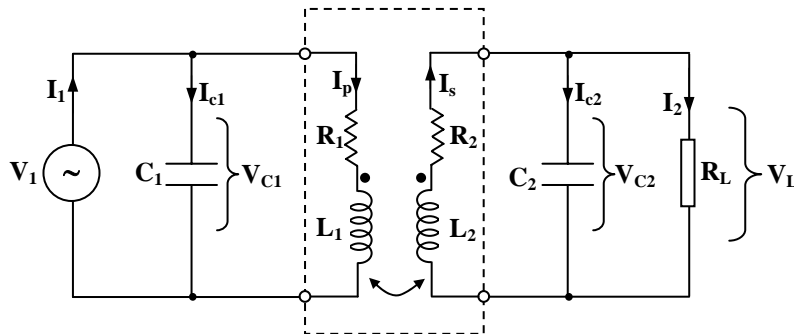


Fig. 39. Circuito equivalente de un ICPT con compensación PP.

Las ecuaciones del circuito quedan:

$$\vec{V}_1 = (R_1 + jL_1\omega)\vec{I}_p - j\omega M\vec{I}_s \quad (97)$$

$$0 = (R_2 + jL_2\omega)\vec{I}_s + R_L\vec{I}_2 - j\omega M\vec{I}_p \quad (98)$$

$$\vec{I}_s = \vec{I}_2 + \vec{I}_{c2} \quad (99)$$

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_{c1} + \vec{I}_p \quad (100)$$

Además, por igualdad de tensiones en condensador  $C_2$  y en la carga:

$$\vec{I}_{c2} = jR_L C_2 \omega \vec{I}_2 \Rightarrow \vec{I}_s = (1 + jR_L C_2 \omega) \vec{I}_2 \quad (101)$$

Y la corriente por el condensador  $C_1$ :

$$\vec{I}_{c1} = \vec{V}_1 j\omega C_1 \quad (102)$$

Así, la relación entre las corrientes por ambos devanados viene expresada por:

$$\vec{I}_s = \frac{j\omega M(1 + jR_L C_2 \omega)}{R_L + (R_2 + jL_2\omega)(1 + jR_L C_2 \omega)} \vec{I}_p \quad (103)$$

Sustituyendo en la ec.(97):

$$\vec{V}_1 = (R_1 + jL_1\omega)\vec{I}_p + \frac{\omega^2 M^2 (1 + jR_L C_2 \omega)}{R_L + (R_2 + jL_2\omega)(1 + jR_L C_2 \omega)} \vec{I}_p \quad (104)$$

Donde de nuevo es posible expresar el circuito en función de la impedancia reflejada

$$\vec{V}_1 = (\vec{Z}_1 + \vec{Z}_r)\vec{I}_p \quad (105)$$

Siendo:

$$\vec{Z}_r = \frac{\omega^2 M^2 (1 + jR_L C_2 \omega)}{R_L + (R_2 + jL_2\omega)(1 + jR_L C_2 \omega)} \quad (106)$$

$$\text{Real}(\vec{Z}_r) = \frac{\omega^2 M^2 (R_L + R_2) + \omega^4 M^2 C_2^2 R_L^2 R_2}{(R_2 + R_L - \omega^2 L_2 C_2 R_L)^2 + \omega^2 (L_2 + C_2 R_2 R_L)^2} \quad (107)$$

$$\text{Imag}(\vec{Z}_r) = -\frac{\omega^3 M^2 [C_2 R_L^2 (\omega^2 L_2 C_2 - 1) + L_2]}{(R_2 + R_L - \omega^2 L_2 C_2 R_L)^2 + \omega^2 (L_2 + C_2 R_2 R_L)^2} \quad (108)$$

Trabajando a la frecuencia de resonancia del secundario:

$$\omega_{op} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad (109)$$

La condición de máxima potencia transferida es:

$$R_1 = \frac{M^2(R_L + R_2) + \omega_{op}^2 M^2 C_2^2 R_L^2 R_2}{(L_2 + C_2 R_2 R_L)^2} \quad (110)$$

$$L_1 \omega = \frac{\omega^3 M^2 [C_2 R_L^2 (\omega^2 L_2 C_2 - 1) + L_2]}{(R_2 + R_L - \omega^2 L_2 C_2 R_L)^2 + \omega^2 (L_2 + C_2 R_2 R_L)^2} \quad (111)$$

La parte imaginaria de la impedancia reflejada en la compensación PP no se anula, y vale (despreciando  $R_2$  por simplicidad) de acuerdo con [6]:

$$\text{Real}(\bar{Z}_r) = \frac{M^2 R_L}{L_2^2} \quad (112)$$

$$\text{Imag}(\bar{Z}_r) = -\frac{\omega_{op} M^2}{L_2} \quad (113)$$

Y por tanto el condensador de primario deberá compensar tanto la reactancia del primario como la parte reactiva de la impedancia reflejada. Despejando  $\omega_{op}$  de esta ecuación se obtiene la frecuencia de trabajo de máxima potencia:

$$\omega_{op}^2 = \frac{R_1 (L_2 + C_2 R_2 R_L)^2 - M^2 (R_L + R_2)}{M^2 C_2^2 R_L^2 R_2} \quad (114)$$

Si en vez de trabajar a máxima potencia se desea trabajar a rendimiento máximo:

$$\eta = \frac{R_L I_2^2}{R_L I_2^2 + R_1 I_p^2 + R_2 I_s^2} = \frac{R_L}{R_L + R_1 \frac{I_p^2}{I_2^2} + R_2 \frac{I_s^2}{I_2^2}} \quad (115)$$

De la ec. (101):

$$\frac{I_s}{I_2} = \sqrt{1 + R_L^2 C_2^2 \omega^2} \quad (116)$$

$$\frac{I_p}{I_2} = \frac{\sqrt{R_2^2 + (L_2 \omega_d + R_L R_2 C_2 \omega_d)^2}}{\omega_d M} \quad (117)$$

Sustituyendo:

$$\eta = \frac{R_L}{R_L + R_1 \frac{R_2^2 + (L_2 \omega_d + R_L R_2 C_2 \omega_d)^2}{\omega_d^2 M^2} + R_2 (1 + R_L^2 C_2^2 \omega^2)} \quad (118)$$

Sustituyendo  $C_2$  en función de la frecuencia de diseño y de la inductancia  $L_2$ :

$$\eta = \frac{R_L}{R_L + R_2 + \frac{R_2 R_L^2}{\omega_d^2 L_2^2} + \frac{R_1 R_2^2}{\omega_d^2 M^2} + \frac{R_1}{\omega_d^2 M^2} (L_2 \omega_d + \frac{R_2 R_L}{\omega_d L_2})^2} \quad (119)$$

Como  $R_2$  es de valor bajo y  $\omega_d$  elevado, es posible despreciar el término  $\frac{R_2 R_L}{\omega_d L_2} \approx 0$  por simplicidad, quedando la expresión:

$$\eta = \frac{R_L}{R_L + R_2 + \frac{R_1 L_2}{M^2} + \frac{R_2 R_L^2}{\omega_d^2 L_2^2} + \frac{R_1 R_2^2}{\omega_d^2 M^2}} \quad (120)$$

El máximo rendimiento, se obtiene con la condición:

$$\frac{R_2 R_L^2 M^2 + R_1 R_2^2 L_2^2}{\omega_d^2 L_2^2 M^2} = 0 \Rightarrow \omega_d \gg \frac{\sqrt{R_2 R_L^2 M^2 + R_1 R_2^2 L_2^2}}{L_2 M} \quad (121)$$

De nuevo habrá que encontrar un factor de diseño “ $K_\omega$ ” para cada caso en particular, para el cual el rendimiento obtenido sea máximo:

$$\omega_d = K_\omega \frac{\sqrt{R_2 R_L^2 M^2 + R_1 R_2^2 L_2^2}}{L_2 M} \quad (122)$$

Trabajando a esta frecuencia el rendimiento óptimo del acoplamiento será:

$$\eta_{op} = \frac{R_L}{R_L + R_2 + \frac{R_1 L_2^2}{M^2}} \quad (123)$$

Lo que indica que cuanto menor sea el coeficiente de autoinducción del devanado secundario y mayor el coeficiente de inducción mutua, mayor rendimiento. Esto da lugar a que los acoplamientos PP deberán tener muy pocas espiras de secundario y de elevada sección ( $R_2$  pequeña) para conseguir transferir potencia con rendimientos altos.

La capacidad del secundario a partir de la impedancia total del acoplamiento PP según la ec. (105) en función de la corriente de la fuente  $I_1$  dada por:

$$\vec{I}_p = \vec{I}_1 - \vec{V}_1 j \omega C_1 \quad (124)$$

Sustituyendo en (105):

$$\vec{V}_1 = (\vec{Z}_1 + \vec{Z}_r)(\vec{I}_1 - \vec{V}_1 j \omega C_1) \quad (125)$$

$$\vec{V}_1(1 + j \omega C_1(\vec{Z}_1 + \vec{Z}_r)) = (\vec{Z}_1 + \vec{Z}_r)\vec{I}_1 \Rightarrow \frac{\vec{V}_1}{\vec{I}_1} = \vec{Z}_{\text{tot}} = \frac{(\vec{Z}_1 + \vec{Z}_r)}{(1 + j \omega C_1(\vec{Z}_1 + \vec{Z}_r))} \quad (126)$$

$$\vec{Z}_{\text{tot}} = \frac{(R_1 + jL_1\omega_d) + \frac{\omega^2 M^2(1 + jR_L C_2 \omega_d)}{R_L + (R_2 + jL_2\omega_d)(1 + jR_L C_2 \omega_d)}}{1 + j\omega_d C_1 \left[ (R_1 + jL_1\omega_d) + \frac{\omega^2 M^2(1 + jR_L C_2 \omega_d)}{R_L + (R_2 + jL_2\omega_d)(1 + jR_L C_2 \omega_d)} \right]} \quad (127)$$

Para determinar la capacidad del condensador 1, hay que igualar a cero la parte imaginaria de la impedancia total vista desde la red. Para simplificar, se utilizarán las expresiones (111) para la impedancia reflejada y  $R_1=0$ :

$$\vec{Z}_{\text{tot}} = \frac{(jL_1\omega_d) + \left(\frac{M^2 R_L}{L_2^2} - j\frac{\omega_d M^2}{L_2}\right)}{1 + j\omega_d C_1 \left[ jL_1\omega_d + \left(\frac{M^2 R_L}{L_2^2} - j\frac{\omega_d M^2}{L_2}\right) \right]} = \frac{\frac{M^2 R_L}{L_2^2} + j(L_1\omega_d - \frac{\omega_d M^2}{L_2})}{1 + j\omega_d C_1 \left[ \frac{M^2 R_L}{L_2^2} + j(L_1\omega_d - \frac{\omega_d M^2}{L_2}) \right]} \quad (128)$$

$$\text{Imag}(\vec{Z}_{\text{tot}}) = j \frac{(L_1\omega_d - \frac{\omega_d M^2}{L_2}) \left[ 1 - \omega_d C_1 (L_1\omega_d - \frac{\omega_d M^2}{L_2}) \right] - \omega_d C_1 \left(\frac{M^2 R_L}{L_2^2}\right)^2}{\left[ 1 - \omega_d C_1 (L_1\omega_d - \frac{\omega_d M^2}{L_2}) \right]^2 - \omega_d^2 C_1^2 \left(\frac{M^2 R_L}{L_2^2}\right)^2} = 0 \quad (129)$$

$$(L_1 - \frac{M^2}{L_2}) \left[ 1 - \omega_d C_1 (L_1\omega_d - \frac{\omega_d M^2}{L_2}) \right] = C_1 \left(\frac{M^2 R_L}{L_2^2}\right)^2 \quad (130)$$

Y sustituyendo la frecuencia de diseño por la ec. (130)se obtiene:

$$C_2 = \frac{1}{\omega_d^2 L_2} ; C_1 = \frac{(L_1 L_2 - M^2) L_2^2 C_2}{\frac{M^4 R_L^2 C_2}{L_2} + (L_1 L_2 - M^2)^2} \quad (131)$$

### 3.3 Determinación de los parámetros nominales

Una vez determinadas las frecuencias de trabajo en función de la carga aplicada y la geometría del acoplamiento, y obtenidas las expresiones de los condensadores de resonancia, el siguiente paso es definir los parámetros eléctricos nominales que intervienen; como son las potencias, corrientes y tensiones en los diferentes elementos. En primer lugar se determina la impedancia total del sistema visto desde la fuente:



$$\bar{Z}_{T\_SS} = \left( R_1 + j(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}) \right) + \frac{\omega^2 M^2}{\left( R_2 + R_L + j(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega}) \right)} \quad (132)$$

$$\bar{Z}_{T\_SP} = \left( R_1 + j(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}) \right) + \frac{\omega^2 M^2}{\left( R_2 + jL_2\omega + \frac{R_L}{1 + jR_L C_2\omega} \right)} \quad (133)$$

$$\bar{Z}_{T\_PS} = \frac{1}{(R_1 + jL_1\omega) + \frac{\omega^2 M^2}{\left( R_2 + R_L + j(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega}) \right)} + jC_1\omega} \quad (134)$$

$$\bar{Z}_{T\_PP} = \frac{1}{\frac{1}{(R_1 + jL_1\omega) + \frac{\omega^2 M^2 (1 + jR_L C_2\omega)}{(R_L + (R_2 + jL_2\omega)(1 + jR_L C_2\omega))}} + jC_1\omega} \quad (135)$$

Y a continuación se aplican las ecuaciones de la Tabla 14:

**Tabla 14. Parámetros eléctricos para las diferentes topologías**

	SS	SP	PS	PP
$\bar{I}_1$	$\frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_{T\_SS}}$	$\frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_{T\_SP}}$	$\frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_{T\_PS}}$	$\frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_{T\_PP}}$
$\bar{I}_p$	$\bar{I}_1$	$\bar{I}_1$	$\bar{I}_1 - j\omega C_1 \bar{V}_1$	$\bar{I}_1 - j\omega C_1 \bar{V}_1$
$\bar{I}_{C1}$	$\bar{I}_p$	$\bar{I}_p$	$\bar{V}_1 j\omega C_1$	$\bar{V}_1 j\omega C_1$
$\bar{V}_{C1}$	$\frac{\bar{I}_1}{jC_1\omega}$	$\frac{\bar{I}_1}{jC_1\omega}$	$\bar{V}_1$	$\bar{V}_1$
$\bar{I}_s$	$\frac{j\omega M \bar{I}_p}{(R_2 + R_L + j(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega}))}$	$\frac{j\omega M (1 + jR_L C_2\omega) \bar{I}_p}{R_L + (R_2 + jL_2\omega)(1 + jR_L C_2\omega)}$	$\frac{j\omega M \bar{I}_p}{(R_2 + R_L + j(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega}))}$	$\frac{j\omega M (1 + jR_L C_2\omega) \bar{I}_p}{R_L + (R_2 + jL_2\omega)(1 + jR_L C_2\omega)}$
$\bar{I}_2$	$\bar{I}_s$	$\frac{1}{(1 + jR_L C_2\omega)} \bar{I}_s$	$\bar{I}_s$	$\frac{1}{(1 + jR_L C_2\omega)} \bar{I}_s$
$\bar{I}_{C2}$	$\bar{I}_s$	$jR_L C_2\omega \bar{I}_2$	$\bar{I}_s$	$jR_L C_2\omega \bar{I}_2$
$\bar{V}_C$	$\frac{\bar{I}_s}{jC_2\omega}$	$\frac{\bar{I}_{C2}}{jC_2\omega}$	$\frac{\bar{I}_s}{jC_2\omega}$	$\frac{\bar{I}_{C2}}{jC_2\omega}$
$\bar{V}_L$	$R_L \cdot \bar{I}_2$	$\bar{V}_{C2}$	$R_L \cdot \bar{I}_2$	$\bar{V}_{C2}$
$P_2$	$R_L I_2^2$	$R_L I_2^2$	$R_L I_2^2$	$R_L I_2^2$

Para el cálculo de dichos parámetros tanto en los modelos teóricos de 200 kW como en el desarrollado en laboratorio de 2 kW, se han creado los correspondientes modelos de Matlab cuyo código se adjunta en el Anexo 3.

### 3.4 Estudio de las condiciones de estabilidad del sistema

Trabajando en resonancia con los condensadores calculados en el apartado anterior para cada compensación, el sistema se comporta como puramente óhmico visto desde la red y transfiriendo potencia con la máxima eficiencia. Todos los parámetros eléctricos del acoplamiento tales como tensiones en la carga, tensiones sobre los condensadores, corrientes por las bobinas y por condensadores, corriente suministrada por la fuente, etc, están definidos a esa frecuencia de trabajo y los denominaremos valores nominales; pero ¿qué ocurre si la frecuencia de alimentación es distinta de la resonancia?

El análisis de la estabilidad del sistema frente a variaciones de parámetros es vital para el correcto funcionamiento del acoplamiento. Un comportamiento estable implica que los parámetros eléctricos serán menores o iguales a los nominales, mientras que un comportamiento inestable, supone que algún parámetro eléctrico está por encima de su valor nominal y necesitará de un control preciso.

La estabilidad del acoplamiento frente a la frecuencia, depende fuertemente del tipo de compensación elegida y de los factores de calidad de primario y secundario [44], los cuales vienen definidos por:

$$q_p = \frac{VA_{r1}}{P_1}; \quad q_s = \frac{VA_{r2}}{P_2} \quad (136)$$

En compensaciones SS y PS no hay parte imaginaria reflejada, y la potencia total absorbida de la red es la consumida por la parte real de la impedancia reflejada (despreciando las resistencias de las bobinas  $R_1$  y  $R_2$ ):

$$q_p = \frac{\omega_d L_1 I_1^2}{\frac{\omega_d^2 M^2}{R_L} I_1^2} = \frac{R_L L_1}{\omega_d M^2} \quad (137)$$

$$q_s = \frac{\omega_d L_2 I_2^2}{R_L I_2^2} = \frac{\omega_d L_2}{R_L} \quad \text{o también} \quad q_s = \frac{1}{\omega_d C_2 R_L} \quad (138)$$

En compensaciones SP y PP la impedancia reflejada tiene parte imaginaria y por tanto:

$$q_p = \frac{\omega_d L_1 I_1^2}{\frac{M^2 R_L}{L_2^2} I_1^2} = \frac{L_2^2 L_1 \omega_d}{M^2 R_L} \quad (139)$$

$$q_s = \frac{L_2 \omega_d I_s^2}{R_L I_2^2} = \frac{L_2 \omega_d (1 + R_L^2 C_2^2 \omega_d^2)}{R_L} \approx \frac{L_2 \omega_d^3 R_L^2 C_2^2}{R_L} = \frac{R_L}{L_2 \omega_d} \quad (140)$$

Para analizar la estabilidad, se parte de las ecuaciones de la parte imaginaria de la impedancia total del sistema visto desde la red para cualquier frecuencia (Tabla 15).

Esta impedancia total, puede tener más de una raíz real que anule la componente imaginaria; fenómeno denominado de Bifurcación [52] y que puede comprometer la estabilidad del sistema.

**Tabla 15. Parte imaginaria de la impedancia total para cada compensación**

SS	$(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}) - \frac{\omega^2 M^2 (L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})}{(R_2 + R_L)^2 + (L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})^2}$
SP	$(L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}) - \frac{\omega^3 M^2 [C_2 R_L^2 (\omega^2 L_2 C_2 - 1) + L_2]}{(R_2 + R_L - \omega^2 L_2 C_2 R_L)^2 + \omega^2 (L_2 + C_2 R_2 R_L)^2}$
PS	$\frac{L_1\omega (1 - L_1 C_1 \omega^2) - \omega C_1 (R_1 + \frac{\omega^2 M^2}{(R_2 + R_L)})^2}{(1 - L_1 C_1 \omega^2) + \omega^2 C_1^2 (R_1 + \frac{\omega^2 M^2}{(R_2 + R_L)})^2}$
PP	$\frac{(L_1\omega - \frac{\omega M^2}{L_2}) \left[ 1 - \omega C_1 (L_1\omega - \frac{\omega M^2}{L_2}) \right] - \omega C_1 (\frac{M^2 R_L}{L_2^2})^2}{\left[ 1 - \omega C_1 (L_1\omega - \frac{\omega M^2}{L_2}) \right]^2 - \omega^2 C_1^2 (\frac{M^2 R_L}{L_2^2})^2}$

Para evitar este fenómeno y conseguir que el sistema tenga una sola frecuencia de resonancia y por tanto sea estable, se debe cumplir una relación entre los factores de calidad de primario y secundario.

Para compensación SS, definiendo  $u = \frac{\omega}{\omega_d}$  como la relación entre la frecuencia de alimentación del sistema respecto de la frecuencia de resonancia e igualando a cero la parte imaginaria de la impedancia total:

$$\text{Im}(\bar{Z}_T) = L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega} - \frac{\omega^2 M^2 (L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})}{(R_L)^2 + (L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})^2} = 0 \quad (141)$$

$$\frac{L_1 C_1 \omega^2 - 1}{C_1 \omega} - \frac{\omega^3 C_2 M^2 (L_2 C_2 \omega^2 - 1)}{R_L^2 C_2^2 \omega^2 + (L_2 C_2 \omega^2 - 1)^2} = \frac{u^2 - 1}{C_1 \omega} - \frac{\omega^3 C_2 M^2 (u^2 - 1)}{R_L^2 C_2^2 \omega^2 + (u^2 - 1)^2} = 0 \quad (142)$$

$$\frac{(u^2 - 1) R_L^2 C_2^2 \omega^2 + (u^2 - 1)^3 - \omega^4 C_2 C_1 M^2 (u^2 - 1)}{C_1 \omega \cdot [R_L^2 C_2^2 \omega^2 + (u^2 - 1)^2]} = 0 \Rightarrow \quad (143)$$

$$(u^2 - 1) R_L^2 C_2^2 \omega^2 + (u^2 - 1)^3 - \omega^4 C_2 C_1 M^2 (u^2 - 1) = 0 \Rightarrow R_L^2 C_2^2 \omega^2 + (u^2 - 1)^2 - \omega^4 C_2 C_1 M^2 = 0 \quad (144)$$

Y en función de los factores de calidad de primario y secundario:

$$\frac{u^2}{q_s^2} + (u^2 - 1)^2 - \frac{u^4}{q_p q_s} = 0 \quad (145)$$

Igualando el numerador a cero se obtiene la siguiente ecuación biacuadrática:

$$u^2 q_p + (u^4 - 2u^2 + 1)q_p q_s^2 - u^4 q_s = 0 \Rightarrow (q_p q_s^2 - q_s)u^4 + (q_p - 2q_p q_s^2)u^2 + q_p q_s^2 = 0 \quad (146)$$

Para que exista una única condición de resonancia, debe existir una única raíz real de esta ecuación, lo que implica, que el discriminante de la ecuación sea negativo, es decir:

$$(q_p - 2q_p q_s^2)^2 - 4(q_p q_s^2 - q_s)q_p q_s^2 < 0 \quad (147)$$

Y por tanto, la condición de que la compensación SS tenga una única frecuencia de resonancia implica que se debe cumplir la siguiente relación entre factores de calidad de primario y secundario.

$$q_p > \frac{4q_s^3}{4q_s^2 - 1} \quad (148)$$

Con un proceso similar para las otras compensaciones [52] se obtiene que la condición de estabilidad frente al fenómeno de bifurcación viene dada por:

**Tabla 16. Condiciones de estabilidad para las topologías de compensación.**

SS	SP	PS	PP
$q_p > \frac{4q_s^3}{4q_s^2 - 1}$	$q_p > q_s + \frac{1}{q_s}$	$q_p > q_s$	$q_p > q_s + \frac{1}{q_s}$

Para aumentar la potencia transferida de acuerdo a la ec. (10), interesa que  $q_s \gg 1$ , esto implica para las 4 topologías, que basta que el factor de calidad del primario sea mayor que el factor de calidad del secundario, para que en el sistema no exista bifurcación y por tanto una única frecuencia de resonancia. El caso  $q_p \gg q_s$  es apropiado desde el punto de vista de la estabilidad, pero no es la opción más económica ni eficiente [53]

En las figuras 40, 41, 42 y 43, se muestra el comportamiento de los parámetros eléctricos en cada topología en valores p.u. cuando hay una variación en la frecuencia de alimentación en torno a un  $\pm 20\%$ . Para ello, se han creado los modelos de Matlab que se adjuntan en el anexo 3.

Dicho comportamiento se ha estudiado para el modelo de laboratorio de 2 kW y unas medidas de 0,4×0,8 m en emisor y 0,4×0,4 m en receptor, separadas una distancia de 0,15 m. Hay que tener en cuenta que debido a la linealidad del sistema trabajando en el aire, se pueden extrapolar los resultados a otras dimensiones y potencias. El número de espiras y sección de los cables se ha elegido aplicando el método de diseño optimizado que se verá en el capítulo 4. Se comparan dos situaciones en cada topología, una con bifurcación (líneas negras) y otra sin bifurcación (líneas rojas).

Se observa para las cuatro topologías, que en un sistema con bifurcación, el argumento de la impedancia total presenta tres frecuencias de resonancia denominadas  $\omega_L$ ,  $\omega_0$  y  $\omega_H$  [47] siendo la frecuencia central “ $\omega_0$ ” la de máximo rendimiento (Fig. 40-h), que es la

elegida como de trabajo tal como se vio en el capítulo 1 y, que en este caso es de 20 kHz. Si se diseña un sistema sin bifurcación, el argumento presenta una única frecuencia de resonancia coincidente con la condición de máximo rendimiento. El comportamiento de los parámetros ante este comportamiento difiere mucho en función de la topología de compensación utilizada, como se muestra a continuación.

Se observa en todas las figuras que a la frecuencia nominal o de trabajo ( $\omega/\omega_0=1$ ), todas las magnitudes en p.u. son iguales a la unidad y el rendimiento es máximo.

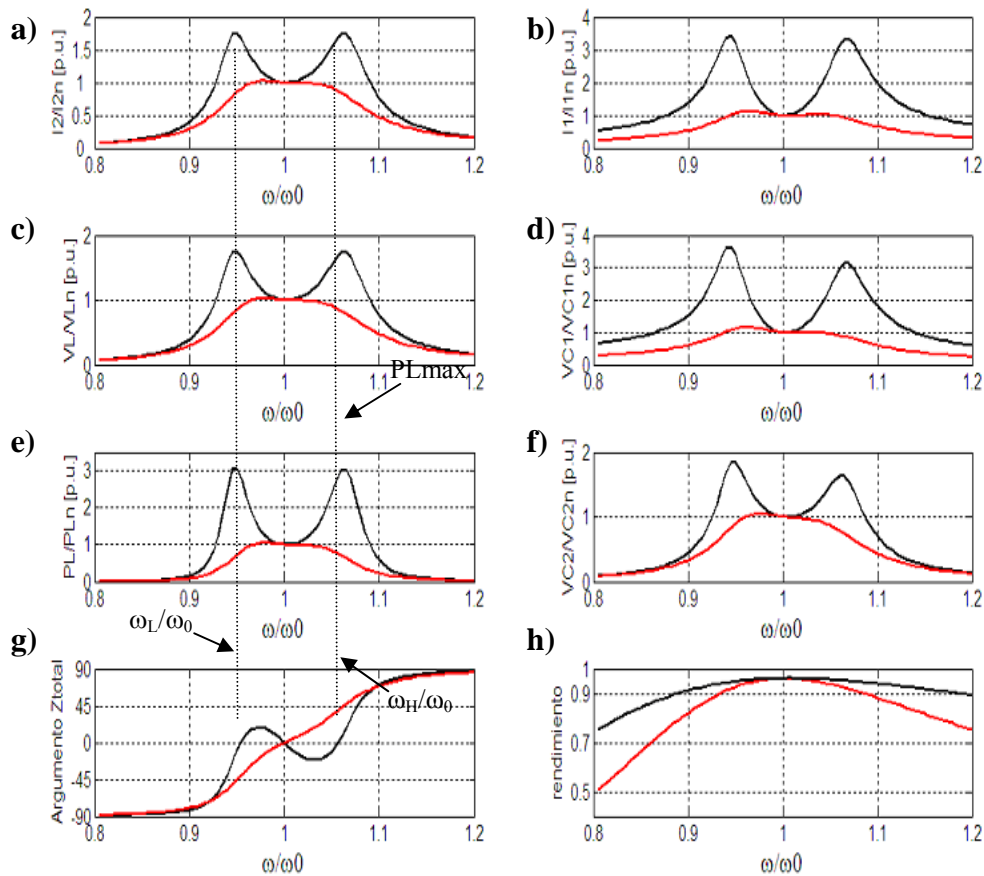
### 3.4.1 Compensación SS

Los datos correspondientes a las dos situaciones se muestran en la Tabla 17:

**Tabla 17. Número de espiras y secciones con y sin bifurcación en compensación SS.**

	$N_1$	$N_2$	$S_1(\text{mm}^2)$	$S_2(\text{mm}^2)$	$q_p$	$q_s$
Con Bifurcación	18	11	2.5	10	4.5	14.3
Sin Bifurcación	28	7	2.5	10	10.5	6.2

Y los resultados obtenidos para los diferentes parámetros eléctricos se pueden ver en la Fig. 40:



**Fig. 40.** Variación de los parámetros eléctricos en la topología SS al variar la frecuencia en torno a un  $\pm 20\%$  de la frecuencia de diseño elegida en dos casos:  $q_p > q_s$  (línea roja) y  $q_p < q_s$  (línea negra)

Características:

- Tensión en la carga  $V_L$  y corriente por la carga  $I_2$  (Fig. 40- a y c) : Si  $q_p < q_s$ , se produce un incremento de la tensión y por tanto de la corriente por la carga de hasta un 80 %.
- Potencia transferida a la carga  $P_L$ : Se producen unos picos de potencia de hasta un 300 % de la nominal (Fig. 40-e) y ligeramente mayores a la potencia transferida a las frecuencias de resonancia baja ( $\omega_L$ ) y alta ( $\omega_H$ ) donde según [47]:

$$P_{\max} > P_L(\omega_L) = P_L(\omega_H) = \frac{V_1^2 C_2 R_L}{(L_1 - \frac{M^2}{L_2})} \quad (149)$$

- Corriente absorbida de la red  $I_1$  (Fig. 40-b): Puede llegar al 350 % de la corriente nominal, pudiendo dañar la fuente. Esta es la magnitud que hace al sistema más inestable y la que más hay que controlar.
- Tensiones en los condensadores  $V_{C1}$  y  $V_{C2}$ : Aumentan considerablemente, sobretodo la de primario pudiendo llegar al 350 % de su valor nominal (Fig. 40-d). Los condensadores deberán estar sobredimensionados en tensión en compensación SS para soportar posibles sobretensiones.
- Las corrientes por los condensadores  $I_{C1}$  e  $I_{C2}$ , son iguales a las de la fuente y carga respectivamente, y por tanto mucho mayores que los valores nominales. Pueden dañarse los condensadores.
- El rendimiento va decayendo conforme nos alejamos de la frecuencia central, aunque permanece en valores elevados (Fig. 40-h).
- Con el diseño sin bifurcación ( $q_p > q_s$ ), todas las magnitudes eléctricas permanecen iguales a sus valores nominales y por tanto estables incluso para desviaciones hasta del  $\pm 5\%$  de la frecuencia nominal. La eficiencia es igual que con bifurcación a la frecuencia de diseño, pero presenta una mayor disminución al alejarnos de dicha frecuencia.

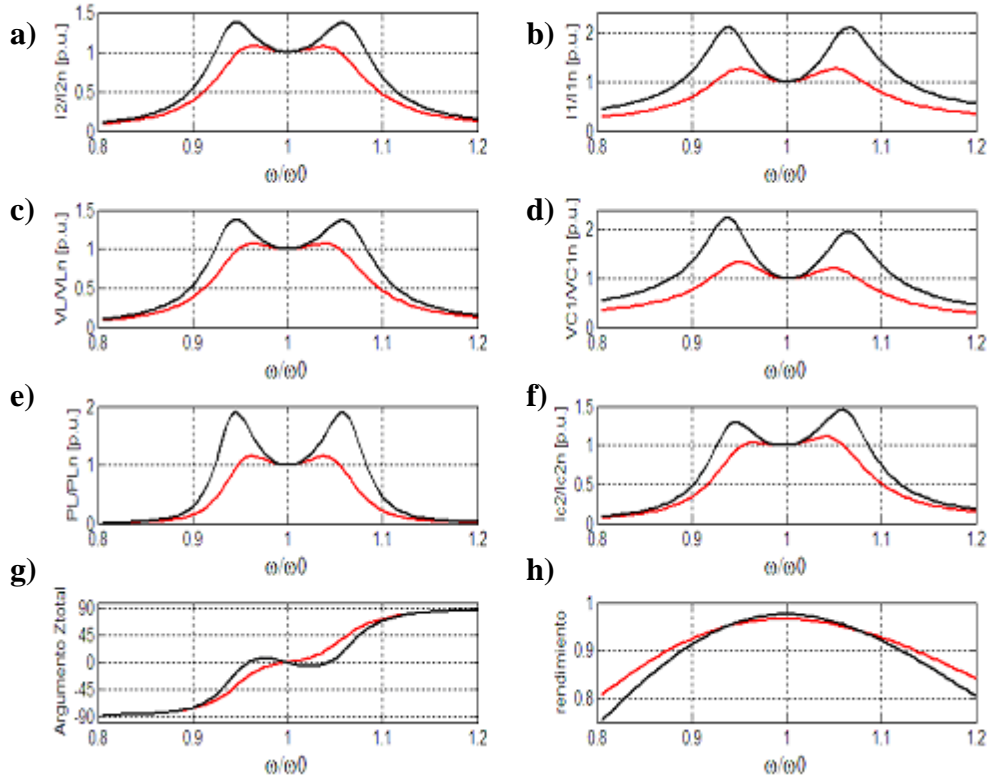
### 3.4.2 Compensación SP

Los datos correspondientes a las dos situaciones se muestran en la Tabla 18.

**Tabla 18. Número de espiras y secciones con y sin bifurcación en compensación SP.**

	$N_1$	$N_2$	$S_1(\text{mm}^2)$	$S_2(\text{mm}^2)$	$q_p$	$q_s$
Con Bifurcación	22	1	2.5	260	5.8	9.6
Sin Bifurcación	25	1	2.5	82	9	7.2

Y los resultados obtenidos para los diferentes parámetros eléctricos se pueden ver en la Fig. 41:



**Fig. 41.** Variación de los parámetros eléctricos en la topología SP al variar la frecuencia en torno a un  $\pm 20\%$  de la frecuencia de diseño elegida en dos casos:  $q_p > q_s$  (línea roja) y  $q_p < q_s$  (línea negra).

#### Conclusiones:

- La variación de parámetros es más suave que con compensación SS; esto hace que un mal diseño del sistema no sea tan crítico
- Tensión en la carga  $V_L$  y corriente por la carga  $I_2$  (Fig. 41-a y c): Si  $q_p < q_s$ , se produce un incremento de la tensión y por tanto de la corriente por la carga de hasta un 40 %.
- Potencia transferida a la carga  $P_L$ : Se producen unos picos de potencia de hasta un 80 % de la nominal (Fig. 41-e) y ligeramente mayores a la potencia transferida a las frecuencias de resonancia baja ( $\omega_L$ ) y alta ( $\omega_H$ ):
- Corriente absorbida de la red  $I_1$  (Fig. 41-b): Puede llegar al 200 % de la corriente nominal, pudiendo dañar la fuente.
- Las tensiones en los condensadores  $V_{C1}$  y  $V_{C2}$  aumentan moderadamente; más la de primario pudiendo llegar al 220 % de su valor nominal (Fig. 41-d). Los condensadores deberán estar sobredimensionados en tensión en compensación SP para soportar posibles sobretensiones.
- Las corrientes por los condensadores  $I_{C1}$  e  $I_{C2}$ , pueden ser hasta un 50 % superior a sus valores nominales, pudiendo llegar a dañarlos.
- El rendimiento va decayendo conforme nos alejamos de la frecuencia central, aunque permanece en valores elevados (Fig. 41-h).

- Con el diseño sin bifurcación, todas las magnitudes eléctricas permanecen iguales a sus valores nominales y por tanto estables incluso para desviaciones del  $\pm 5\%$  de la frecuencia. La eficiencia es igual que con bifurcación a la frecuencia de diseño pero presenta una mayor disminución al alejarnos de dicha frecuencia.

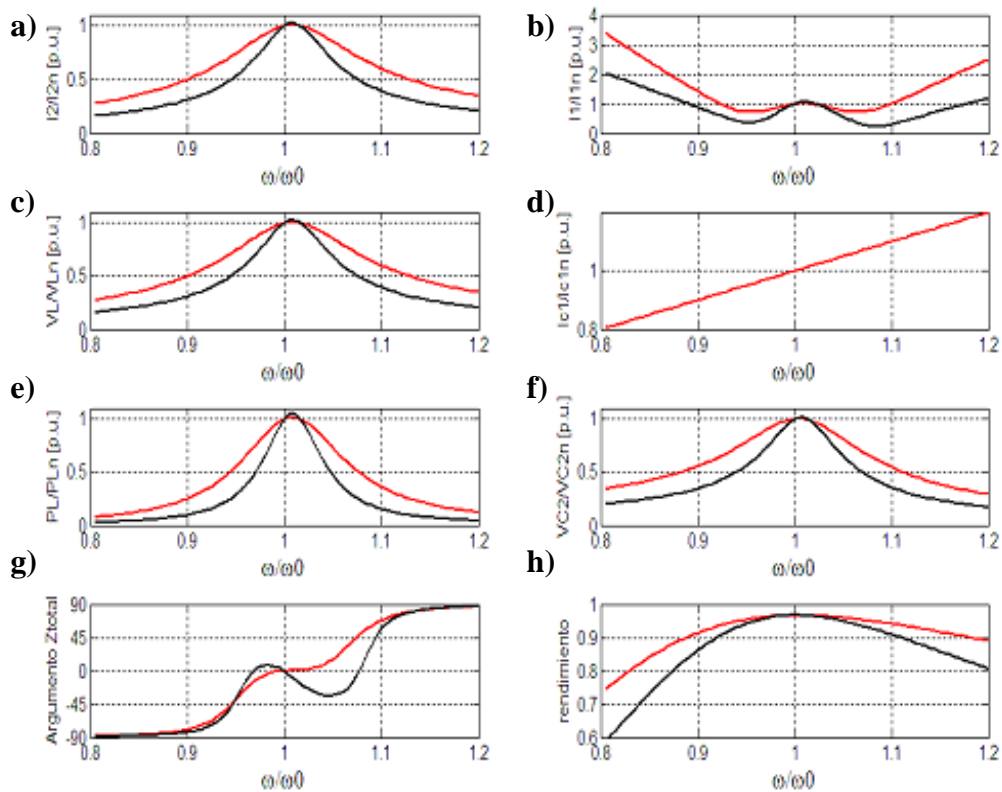
### 3.4.3 Compensación PS

Los datos correspondientes a las dos situaciones se muestran en la Tabla 19.

**Tabla 19. Número de espiras y secciones con y sin bifurcación en compensación PS.**

	$N_1$	$N_2$	$S_1(\text{mm}^2)$	$S_2(\text{mm}^2)$	$q_p$	$q_s$
Con Bifurcación	4	11	16	11	4.3	14.2
Sin Bifurcación	3	8	28	82	8	7.88

Y los resultados obtenidos para los diferentes parámetros eléctricos se pueden ver en la Fig. 42, observándose un comportamiento muy distinto de los sistemas con compensación paralelo en primario respecto de los sistemas con compensación serie en primario. Todas las magnitudes excepto la corriente de primario disminuyen respecto a sus valores nominales.



**Fig. 42.** Variación de los parámetros eléctricos en la topología PS al variar la frecuencia en torno a un  $\pm 20\%$  de la frecuencia de diseño elegida en dos casos:  $q_p > q_s$  (línea roja) y  $q_p < q_s$  (línea negra)



Características:

- Los parámetros eléctricos en la carga presentan un comportamiento estable aunque se de bifurcación.
- La máxima potencia transferida a la carga (Fig. 42-e) se da a una frecuencia ligeramente mayor que la de trabajo, y que coincide prácticamente con la condición de máximo rendimiento (Fig. 42-h)
- Corriente absorbida de la red  $I_1$  (Fig. 42-b): Puede llegar el 200 % de la corriente nominal, pudiendo dañar la fuente.
- Tensiones en los condensadores  $V_{C1}$  y  $V_{C2}$ : En el condensador 1 no hay problemas porque coincide con la tensión de la fuente y en el condensador 2 la tensión va disminuyendo.
- Las corrientes por los condensadores  $I_{C1}$  e  $I_{C2}$ : la inestabilidad se da en la corriente por el condensador 1 (Fig. 42-d), ya que es lineal con la frecuencia pudiendo ser un 20 % mayor que la nominal.
- Rendimiento: Va decayendo conforme nos alejamos de la frecuencia central (Fig. 42-h). Al disminuir la frecuencia, esta disminución es mucho más acusada que en las topologías serie en primario.
- Con el diseño sin bifurcación (línea roja), solo se consigue disminuir la caída tan brusca de los parámetros, pero sin conseguir transferir la potencia nominal fuera del punto de trabajo. Se mejora algo el rendimiento pero a costa de una mayor inestabilidad en la corriente absorbida de la red. En este caso, la corriente puede llegar a ser el 350 % de la nominal.

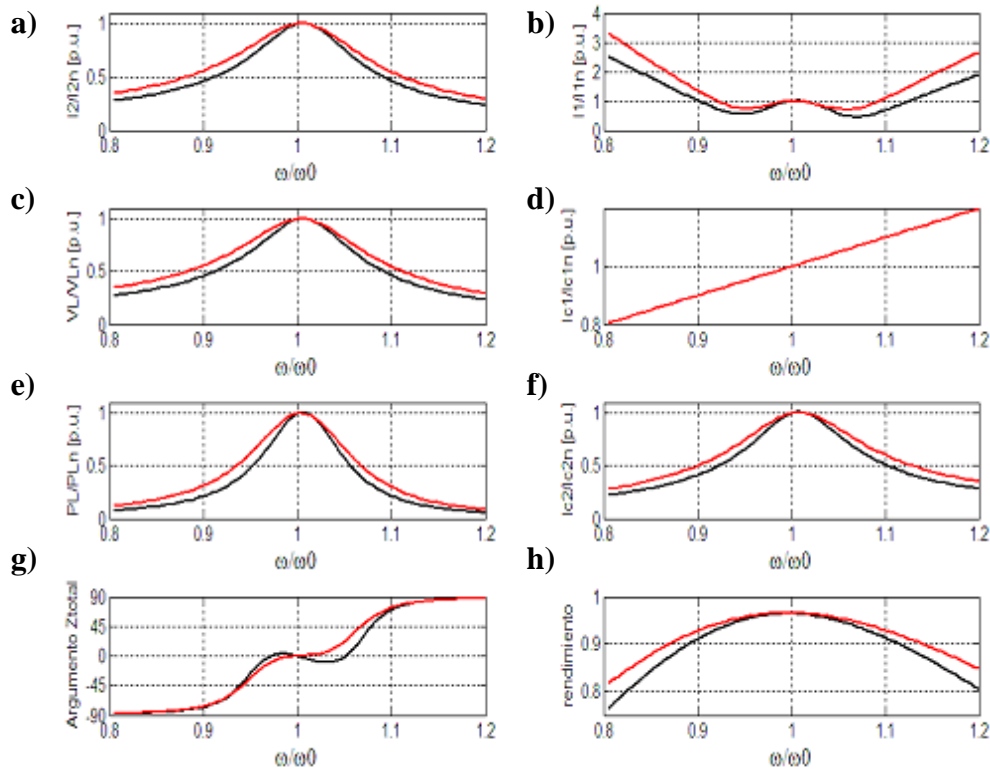
### 3.4.4 Compensación PP

Los datos correspondientes a las dos situaciones se muestran en la Tabla 21

**Tabla 20. Número de espiras y secciones con y sin bifurcación en compensación PP.**

	$N_1$	$N_2$	$S_1(\text{mm}^2)$	$S_2(\text{mm}^2)$	$q_p$	$q_s$
Con Bifurcación	4	1	21	103	6.1	9.93
Sin Bifurcación	3	1	26	77	8.27	7.7

Y los resultados obtenidos para los diferentes parámetros eléctricos se pueden ver en la Fig. 43. Análogamente al caso anterior, todas las magnitudes excepto la corriente de primario disminuyen respecto a sus valores nominales, Produciéndose una disminución menos acusada aunque con un incremento mayor en la corriente de primario.



**Fig. 43.** Variación de los parámetros eléctricos en la topología PP al variar la frecuencia en torno a un  $\pm 20\%$  de la frecuencia de diseño elegida en dos casos:  $q_p > q_s$  (línea roja) y  $q_p < q_s$  (línea negra)

Características:

- Los parámetros eléctricos en la carga presentan un comportamiento estable aunque se dé bifurcación.
- La máxima potencia transferida a la carga (Fig. 43-e) se da a una frecuencia ligeramente mayor que la de trabajo, y que coincide prácticamente con la condición de máximo rendimiento (Fig. 43-h)
- La corriente absorbida de la red  $I_1$  (Fig. 43-b), puede llegar el 250 % de la corriente nominal, pudiendo dañar la fuente.
- Tensiones en los condensadores  $V_{C1}$  y  $V_{C2}$ : No hay problemas de tensión en ninguno de los condensadores ya que coinciden con la tensión de la fuente y de la carga respectivamente.
- Las corrientes por los condensadores  $I_{C1}$  e  $I_{C2}$ : la inestabilidad se da en la corriente por el condensador 1 (Fig. 43-d), ya que es lineal con la frecuencia pudiendo ser un 20 % mayor que la nominal.
- Rendimiento: Va decayendo conforme nos alejamos de la frecuencia central (Fig. 43-h), pero no tanto como con compensación PS.
- Con el diseño sin bifurcación (línea roja), sólo se consigue disminuir la caída tan brusca de los parámetros, pero sin conseguir transferir la potencia nominal fuera del punto de trabajo. Se mejora algo el rendimiento pero a costa de una mayor inestabilidad en la corriente

absorbida de la red. En este caso, la corriente puede llegar a ser el 350 % de la nominal.

### **3.4.5 Conclusiones**

Sistemas con compensación serie en primario:

- Son muy estables ante variaciones de frecuencia si son diseñados adecuadamente.
- Los sistemas SP presentan menor criticidad en el diseño que los SS.
- Una mala selección del número de espiras y secciones, da como resultado sistemas muy inestables. Es imprescindible un buen diseño y por tanto, en el capítulo 4 se va a definir un proceso iterativo de cálculo óptimo de un sistema ICPT independientemente de la topología utilizada.
- Los condensadores no se van a ver sometidos a mayores tensiones o corrientes que los nominales.

Sistemas con compensación paralelo en primario:

- La inestabilidad en la corriente absorbida de la red, no se soluciona con un buen diseño del acoplamiento.
- Necesitan obligatoriamente de un control muy preciso en corriente [59,60], de tal forma que normalmente son alimentados con sistemas a corriente constante.
- Incluso alimentando el sistema a corriente constante, la corriente por el condensador de primario será mayor que la nominal al aumentar la frecuencia. Por tanto, se deberá tener en cuenta el sobredimensionamiento en corriente en el condensador de primario.



## Capítulo 4

# Dimensionamiento óptimo de un sistema de acoplamiento inductivo ICPT. El Factor de Diseño “ $K_D$ ”

*En este capítulo, se analizan las técnicas actuales de diseño de un ICPT plano y se presenta un nuevo proceso iterativo de diseño, ausente de problemas de bifurcación.*

*Se introduce un nuevo coeficiente  $K_D$  para el diseño optimizado de un sistema de acoplamiento inductivo a través del aire. Este coeficiente ayuda a la selección del número de espiras y secciones óptimas en los bobinados, de entre las infinitas posibilidades que pueden existir; de tal forma que aquella combinación de espiras que dé como resultado el mayor  $K_D$ , será la que menos cantidad de cobre y mayor eficiencia presente de todas las posibles.*

### Índice

<b>4.1</b>	<b>Introducción</b>	<b>72</b>
<b>4.2</b>	<b>Relación de transformación óptima en un sistema ICPT</b>	<b>73</b>
4.2.1	Nivel de tensión óptimo en el secundario.	74
4.2.2	Conclusiones	79
<b>4.3</b>	<b>Estudio de la relación óptima entre el área y la distancia de transmisión.</b>	<b>79</b>
<b>4.4</b>	<b>Método iterativo para la obtención del conjunto de soluciones.</b>	<b>84</b>
<b>4.5</b>	<b>Estudio de los parámetros eléctricos en el conjunto de soluciones.</b>	<b>89</b>
4.5.1	Capacidad de transferencia de potencia	89
4.5.2	Área de estabilidad	90
4.5.3	Frecuencia de trabajo	91
4.5.4	Factor de acoplamiento	92
4.5.5	Cantidad de cobre necesaria	93
4.5.6	Rendimiento	94
4.5.7	Tensión sobre el condensador de primario	95
4.5.8	Corriente por el condensador de primario	95
4.5.9	Tensión sobre el condensador de secundario	96
4.5.10	Corriente condensador de secundario	97
4.5.11	Conclusiones	97
<b>4.6</b>	<b>El Factor de Diseño</b>	<b>98</b>
4.6.1	Definición	98
4.6.2	Selección óptima aplicando el factor de diseño	99
4.6.3	Conclusiones	103

## 4.1 Introducción

Cuando se habla del dimensionamiento de un sistema de acoplamiento inductivo, se está haciendo referencia a la selección del número de espiras en ambos devanados con sus secciones adecuadas, la frecuencia de trabajo de máximo rendimiento y los condensadores de compensación, para una potencia a transferir conocida. Debido al elevado número de parámetros que intervienen, los métodos clásicos de diseño consideran un cierto número de parámetros prefijados, tales como las dimensiones de las bobinas, la tensión en el secundario y la frecuencia de trabajo; calculando el resto a partir de estos.

Stielau and Covic [8] proponen un método general para sistemas con núcleo magnético de ferrita. En este sistema, se parte de unas dimensiones físicas conocidas, de una frecuencia de resonancia fija, de una corriente deseada por el primario y de un número de espiras de primario y secundario; se calculan los valores de  $M$ ,  $L_1$  y  $L_2$  mediante elementos finitos y se determina la tensión en circuito abierto (4) y la corriente en cortocircuito (5). Con el producto de estos valores se determina la potencia transferida máxima con el sistema sin compensar. Dividiendo la potencia deseada en la carga entre este valor no compensado, se determina el factor de calidad del secundario  $q_s$  (7), y por tanto el nivel de compensación necesaria. Si con el valor de inductancia medida no se consigue el factor de calidad deseado, es necesaria una modificación del número de espiras del secundario y una nueva comprobación iterativa. Es decir, se trata de un método de prueba y error y que no considera la posibilidad de encontrar la solución más económica o eficiente.

C. Fernández y otros [42] presentan un método de diseño para bobinas planas espirales y sin núcleo en aplicaciones específicas de implantes biomédicos subcutáneos. En este caso, a partir de unas dimensiones dadas y fijados los valores deseados de tensión de alimentación y en la carga para la potencia a transferir, la sección de los cables queda prefijada. Se va incrementando el número de espiras y mediante elementos finitos se comprueba si se transfiere la potencia deseada, siendo por tanto otro método de prueba y error iterativo.

No existe en la bibliografía consultada un método de diseño claro y pormenorizado de un sistema ICPT plano, limitándose en algunos casos a ICPT tangenciales [36], para un determinado tipo de compensación [45, 76] y según algún autor [48] acudiendo a la “experiencia” del diseñador.

Tampoco se hace ninguna referencia a cuales han de ser las dimensiones óptimas de las bobinas, ni si existe una relación de tensiones más apropiada para transferir una potencia dada.

Una de las principales aportaciones de esta Tesis es el desarrollo de un proceso detallado y “sin acudir a la experiencia”, de cálculo óptimo de un sistema ICPT que sirva para cualquier tipo de compensación utilizada y para cualquier condición geométrica o eléctrica.

En este capítulo se sientan las bases de determinación de los niveles óptimos de tensión en la carga y de las dimensiones geométricas óptimas del acoplamiento en función de la

potencia y distancia a transferir, así como de la selección óptima del número de espiras, secciones de las bobinas y condensadores de compensación en las 4 topologías.

También se hace el estudio comparativo de cómo varían los parámetros eléctricos en función del número de espiras para los cuatro tipos básicos de compensación, en relación a seleccionar la combinación óptima de espiras de entre el conjunto de soluciones obtenido.

Debido al elevado número de parámetros a considerar en la selección de la combinación más adecuada, se define un nuevo factor de diseño “ $K_D$ ” que permite obtener la combinación óptima, desde un punto de vista económico y de estabilidad.

El nuevo método que va a ser definido, se basa en las ecuaciones analíticas del cálculo de M y L obtenidas en el capítulo 2 como una primera aproximación de diseño [72]. Los condensadores de resonancia se determinaran teóricamente para estos valores calculados; sin embargo, una vez montado el prototipo, se deberán medir los valores reales de los coeficientes de inducción y ajustar los condensadores de compensación con esos valores reales. Se ha comprobado experimentalmente, como se verá en el capítulo 7, que los resultados teóricos obtenidos presentan una buena correlación con los resultados medidos en el modelo ajustado.

#### **4.2 Relación de transformación óptima en un sistema ICPT**

A la hora de diseñar un sistema de acoplamiento inductivo en relación al número de espiras apropiado, frecuencia de operación, secciones de las bobinas y condensadores de resonancia necesarios, los únicos valores fijos de partida que se van a considerar son la tensión de alimentación  $V_1$ , la potencia deseada transferir  $P_2$  y la distancia entre bobinas  $h$ . El resto de parámetros óptimos, tanto geométricos como eléctricos deben ser calculados para cada tipo de compensación.

En primer lugar se va a considerar cual debe ser el nivel de tensión óptimo, ya que para una potencia  $P_2$  deseada, la selección de la tensión del secundario y por tanto de la resistencia de carga  $R_L$  equivalente puede influir notablemente en el diseño del acoplamiento. Esta resistencia equivalente vendrá dada por:

$$R_L = \frac{V_L^2}{P_2} \quad (150)$$

La tensión de primario elegida será la máxima tensión de alimentación que se pueda obtener para que la corriente suministrada por el puente  $I_1$  sea mínima, así, para alimentación monofásica en sistemas hasta de 10 kW esta tensión máxima vendrá dada por:

$$V_1^1 = \frac{4}{\pi\sqrt{2}} (230\sqrt{2}) = 292V \quad (151)$$

Para potencias mayores, la alimentación debe ser en trifásica de acuerdo a la norma IEC 61980-2, obteniéndose:

$$V_1^1 = \frac{4}{\pi\sqrt{2}} (400\sqrt{2}) = 510V \quad (152)$$

Siendo  $V_1^1$ , el armónico fundamental de la onda de tensión cuadrada con la que es alimentado el acoplamiento. En este sentido, sólo se considera el armónico fundamental porque a las frecuencias típicas de operación, la corriente absorbida de la fuente es perfectamente senoidal.

#### 4.2.1 Nivel de tensión óptimo en el secundario.

Aunque el nivel de tensión que se desea tener a la salida del bobinado receptor viene fijado generalmente por la aplicación a la que va destinado el sistema, se va a realizar un análisis de influencia del nivel de tensión en la cantidad de cobre necesaria para transferir la potencia deseada. Para ello, se considera el caso de una potencia transferida de 20 kW a una distancia de 0.2 m mediante dos bobinas cuadradas de 0.6 m de lado (ver anexo 2). Siendo ésta la anchura óptima de las bobinas como se verá en el apartado siguiente.

Partiendo de la ec. (10) y sustituyendo el factor de calidad en cada tipo de compensación, se obtienen los siguientes resultados.

##### a) Compensación SS

La corriente por el primario  $I_p$  es fija e igual a la absorbida de la fuente dada por la tensión de alimentación  $V_1^1$ , que despreciando pérdidas en el acoplamiento y considerando el sistema trabajando en resonancia en el lado de fuente viene dada por:

$$I_p = I_1 \cong \frac{P_2}{V_1^1} = \text{cte} \quad (153)$$

La máxima potencia transferida en compensación SS viene dada por:

$$P_2 = \frac{\omega^2 M^2 I_p^2}{R_L} = R_L I_2^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{\omega M}{R_L} \quad (154)$$

Además, considerando rendimientos muy elevados y resonancia en ambos circuitos:

$$V_1^1 I_1 = V_2 I_2 \quad (155)$$

Sustituyendo la ec.(153) en (154):

$$\frac{V_1^1}{V_2} = \frac{\omega M}{R_L} \quad (156)$$

Se observa que para una carga dada, y una geometría del acoplamiento dada, la tensión inducida en la bobina receptora es inversamente proporcional a la frecuencia.

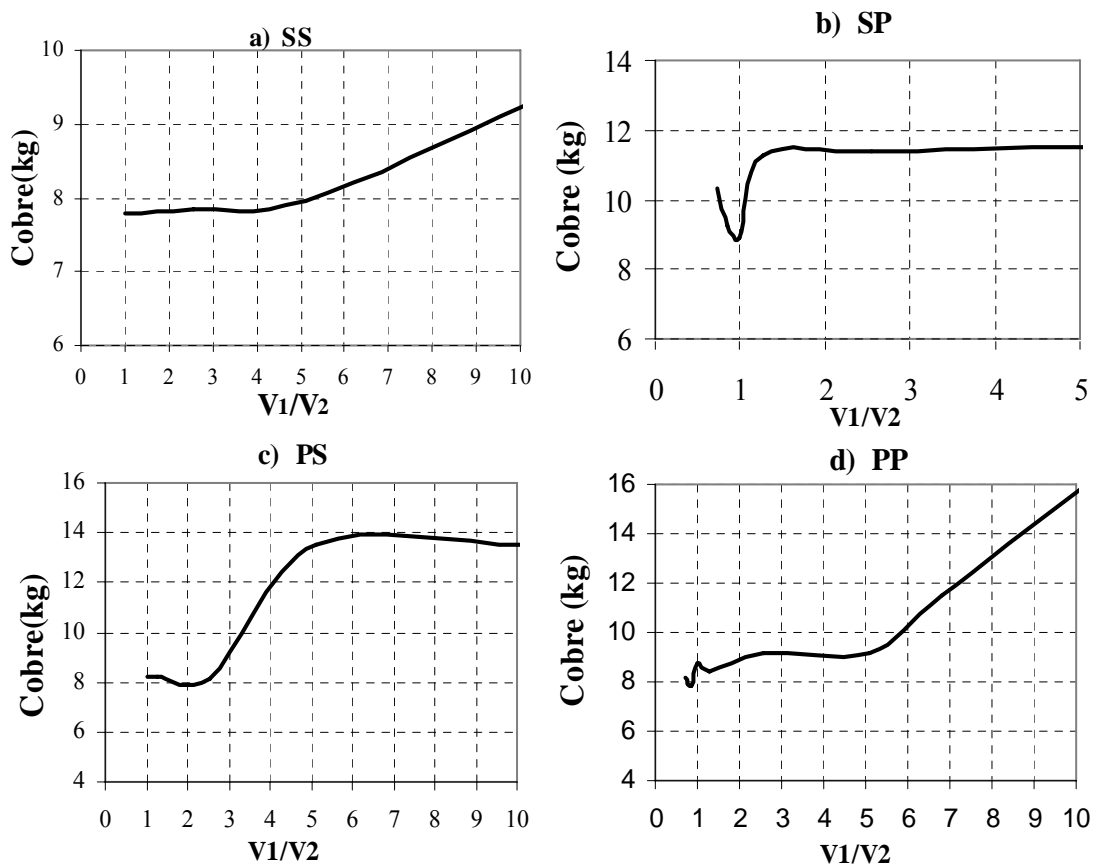


Además, no depende de las autoinductancias de las bobinas, por lo que se podrá conseguir el nivel de tensión deseado para cualquier combinación de espiras con unos adecuados valores de  $\omega$  y  $M$ . El problema es encontrar la combinación de frecuencia y coeficiente de inducción mutua con la que se obtenga la potencia deseada a transferir, ya que existen infinitas combinaciones. Trabajando a elevadas frecuencias, el coeficiente  $M$  puede ser bajo, es decir, un número bajo de espiras o bien, trabajando a bajas frecuencias el coeficiente  $M$  deberá ser elevado y por tanto bobinas de muchas espiras. Cuanta mayor sea la frecuencia de trabajo por tanto, menor número de espiras se necesitan y por tanto menor cantidad de cobre.

Esto conlleva una dualidad en el diseño de los acoplamientos inductivos con compensación SS; una disminución en la cantidad de cobre utilizada en la transferencia y por tanto mayor rendimiento y menor costo, supone un aumento en la frecuencia de trabajo, encareciendo el puente inversor y aumentando las pérdidas por conmutación.

Es por ello que la mínima cantidad de cobre necesaria para una potencia dada se obtendrá siempre a la máxima frecuencia de trabajo posible, la cual vendrá dada por los límites de trabajo del inversor y que se establece en función del nivel de potencia.

Para pequeñas potencias se pueden utilizar puentes inversores con Mosfet y frecuencias de trabajo de hasta 200 kHz. Para potencias elevadas, se deberá utilizar puentes de IGBT's y frecuencias de trabajo en torno a 20 kHz.



**Fig. 44.** Relación entre la cantidad de cobre necesaria respecto a la relación de transformación: a) compensación SS, b) compensación SP, c) compensación PS y, d) compensación PP.

Por tanto, para una frecuencia máxima fijada, el nivel de tensión del secundario condiciona la relación de espiras y secciones para encontrar el valor de  $M$  que satisfaga la ec. (156). Si  $R_L$  es de valor bajo, y por tanto  $V_2$  baja, la corriente  $I_2$  es elevada. Esto hace que la sección del devanado secundario deberá ser elevada y con pocas espiras. Si  $R_L$  es de valor elevado, la tensión  $V_2$  será elevada y por tanto la corriente de valor bajo (cargas pequeñas), esto hace que la sección del devanado secundario deberá ser baja y con muchas espiras.

En el anexo 2 se muestran los datos correspondientes a la evolución de la cantidad de cobre necesaria para diferentes tensiones de secundario en un sistema SS alimentado desde una red trifásica, y en la Fig. 44.a se muestran los resultados obtenidos.

Se observa en la Fig. 44.a que a mayor relación de transformación deseada mayor cantidad de cobre para la misma frecuencia de trabajo. Así, desde un punto de vista económico es preferible que el nivel de tensión del secundarios sea mayor o igual que el del primario en compensación SS, aunque muchas veces esta tensión  $V_2$  viene impuesta por la aplicación a la que va destinado el acoplamiento inductivo y será por tanto un parámetro de diseño.

### **b) Compensación SP**

En este caso, sustituyendo el factor de calidad de secundario en la expresión de la potencia máxima transferida se obtiene:

$$P_2 = \frac{M^2 I_1^2}{L_2^2} R_L = R_L I_2^2 \quad (157)$$

La potencia transferida a la carga, no depende de la frecuencia de trabajo, y la corriente de primario viene impuesta por la potencia que se desea transferir y el nivel de tensión de alimentación de acuerdo a la ec. (153). Así se cumple:

$$\frac{I_2}{I_p} = \frac{M}{L_2} \quad (158)$$

Y además considerando rendimientos cercanos a la unidad y resonancia en ambos circuitos, se cumple:

$$V_1^1 I_p = V_2 I_2 \quad (159)$$

Que sustituyendo

$$\frac{V_1^1}{V_2} = \frac{M}{L_2} \quad (160)$$

Este resultado rige el diseño de los sistemas SP según el nivel de tensión deseado en la carga, así, si la tensión en el secundario es mucho menor que la de alimentación, se debe cumplir  $M > L_2$ . Como los sistemas acoplados en el aire tienen un coeficiente de inducción mutua bajo, la única posibilidad de que se cumpla esta desigualdad es con

bobinados de secundario de 1 o 2 espiras y de sección elevada. De hecho puede haber situaciones no alcanzables porque no existe ninguna relación de espiras para la geometría dada que cumpla la igualdad dada por la ec. (160), siendo en este caso necesario un cambio de geometría.

Sin embargo, si la tensión de secundario es mayor o igual que la de primario, la desigualdad que se debe cumplir es  $M \leq L_2$ . Esta situación es mucho más fácil de conseguir ya que aumentando el número de espiras de secundario y disminuyendo la sección, el coeficiente de autoinducción del secundario es mayor que el coeficiente de inducción mutua entre bobinas.

En el anexo 2 se muestran los datos correspondientes a la evolución de la cantidad de cobre necesaria para diferentes tensiones de secundario en un sistema SP alimentado desde una red trifásica, y en la Fig. 44.b se muestran los resultados obtenidos.

En la Fig. 44.b, se observa como la situación óptima en cuanto a cantidad de cobre es para relación de tensiones en torno a la unidad, aumentando para tensiones mayores o menores. De hecho, se observa un mínimo absoluto para  $r_t=1$ , que sería la situación de menor cantidad de cobre en un sistema con compensación SP.

### ***c) Compensación PS***

La máxima potencia transferida en compensación PS viene dada por:

$$P_2 = \frac{\omega^2 M^2 I_p^2}{R_L} = \frac{V_2^2}{R_L} \quad (161)$$

Sustituyendo el valor de  $I_p$  de acuerdo a la ec. 76:

$$\frac{\omega^2 M^2}{R_L} \frac{V_1^2}{\left[ \left( \frac{\omega^2 M^2}{R_L^2} \right)^2 + L_1^2 \omega^2 \right]} = \frac{V_2^2}{R_L} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{L_1}{M} \sqrt{\left( \frac{\omega^2 M^4}{R_L^2 L_1^2} \right) + 1} \quad (162)$$

Dentro de los órdenes de magnitud de frecuencias y coeficientes de inducción mutua en el que se mueven los acoplamientos en el aire, se puede despreciar el término de  $M^4$  y por tanto se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{V_1}{V_2} \cong \frac{L_1}{M} \quad (163)$$

Este resultado rige el diseño de los sistemas PS según el nivel de tensión deseado en la carga, así, si la tensión en el secundario es mucho menor que la de alimentación, se debe cumplir  $L_1 > M$ . Esta situación es fácil de conseguir ya que aumentando el número de espiras del primario y disminuyendo la sección, el coeficiente de autoinducción del primario es mayor que el coeficiente de inducción mutua entre bobinas.

Sin embargo, si la tensión de secundario es mayor o igual que la de primario, la desigualdad que se debe cumplir es  $L_1 \leq M$ ; como los sistemas acoplados en el aire

tienen un coeficiente de inducción mutua bajo, la única posibilidad de que se cumpla esta desigualdad es con bobinados de primario de 1 o 2 espiras y de sección elevada. De hecho puede haber situaciones no alcanzables porque no existe ninguna relación de espiras para la geometría dada que cumpla la igualdad dada por la ec. (163). Siendo en este caso necesario un cambio de geometría.

En el anexo 2 se muestran los datos correspondientes a la evolución de la cantidad de cobre necesaria para diferentes tensiones de secundario en un sistema PS alimentado desde una red trifásica, y en la Fig. 44.c se muestran los resultados obtenidos.

En la Fig. 44. c, se observa que a partir de una relación de tensiones menor de 2,5 la cantidad de cobre necesaria aumenta considerablemente, incluso para relaciones menores de 1, puede haber situaciones no alcanzables en el diseño del ICPT.

#### d) Compensación PP

La máxima potencia transferida en compensación PP viene dada por:

$$P_2 = \frac{M^2 I_p^2 R_L}{L_2^2} = \frac{V_2^2}{R_L} \Rightarrow \frac{M^2 R_L^2}{L_2^2} I_p^2 = V_2^2 \quad (164)$$

Sustituyendo el valor de  $I_p$  según la ec.(104):

$$\frac{M^2 R_L^2}{L_2^2} \frac{V_1^2}{\omega^2 M^2 \left( \frac{L_1}{M} - \frac{M}{L_2} \right)^2} = V_2^2 \Rightarrow \frac{V_1^1}{V_2} = \frac{\omega L_2 \left( \frac{L_1}{M} - \frac{M}{L_2} \right)}{R_L} \quad (165)$$

En general  $L_1 > M$  y  $M < L_2$ ; por tanto simplificando se obtiene la relación de tensiones en compensación PP:

$$\frac{V_1^1}{V_2} \cong \frac{\omega L_1 L_2}{R_L M} \quad (166)$$

Se observa que en compensación PP, la relación de tensiones depende de la frecuencia y de la carga conectada; así para una geometría dada, cuanto mayor es la frecuencia de operación menor la tensión inducida y viceversa.

Para una frecuencia y resistencia de carga dadas, existen infinidad de combinaciones de espiras que cumplen la ec. (166). Sin embargo, para el caso de tensión en el secundario menor que la de alimentación  $V_2 < V_1^1$ , es difícil encontrar una situación en la que el producto de coeficientes de autoinducción sea mayor que el coeficiente de inducción mutua ( $L_1 L_2 > M$ ). Esto sólo es posible con pocas espiras de primario y secundario y de elevada sección en ambos devanados; además se necesitan frecuencias de trabajo elevadas. Si no existe ninguna combinación de espiras para la tensión en la carga deseada es necesario el cambio de geometría del acoplamiento. Para tensiones de secundario mayores que la de primario, sin embargo, es más sencillo encontrar una relación  $L_1 L_2 < M$  a bajas frecuencias. Por tanto, se pueden encontrar combinaciones de

mayor número de espiras y de menor sección dando lugar a menor cantidad de cobre para la misma frecuencia de transmisión.

En el anexo 2 se muestran los datos correspondientes a la evolución de la cantidad de cobre necesaria para diferentes tensiones de secundario en un sistema PP alimentado desde una red trifásica, y en la Fig. 44.d se muestran los resultados obtenidos.

#### **4.2.2 Conclusiones**

En un sistema con acoplamiento casi perfecto entre bobinas, como es el caso de un transformador con núcleo de hierro, la relación de transformación de tensiones es prácticamente igual a la relación de espiras de los bobinados, mientras que si el acoplamiento es a través del aire, la relación de transformación depende de las inductancias del acoplamiento, de la frecuencia y de la carga conectada como se observa en la Tabla 22.

**Tabla 21. Relación de transformación en función de los parámetros del acoplamiento para los 4 tipos básicos de compensación.**

Topología	SS	SP	PS	PP
$r_t = \frac{V_1^1}{V_2}$	$\frac{\omega M}{R_L}$	$\frac{M}{L_2}$	$\frac{L_1}{M}$	$\frac{\omega L_1 L_2}{R_L M}$

Se observa para las cuatro topologías que cuanto mayor es la relación de transformación, mayor es la cantidad de cobre necesaria. En compensación SS, el sistema es óptimo para  $r_t \leq 4$ . En compensación SP, el sistema es óptimo para  $r_t \leq 1$ , siendo justamente con  $r_t=1$  la mejor de las situaciones. En compensación PS, el sistema óptimo es para  $r_t \leq 2,5$  y por último, para compensación PP el sistema óptimo es menos restrictivo y se obtiene para  $r_t \leq 5$ .

A la vista de estos resultados, y para analizar la influencia de las dimensiones de las bobinas respecto de la distancia, se considera una relación de transformación óptima de  $r_t=1$ , ya que se cumple en las cuatro topologías.

Hay que añadir, que el nivel de tensión transferida no es ningún problema para la carga de baterías, ya que ésta puede adaptarse al nivel de carga mediante puentes rectificadores y convertidores DC-DC.

#### **4.3 Estudio de la relación óptima entre el área y la distancia de transmisión.**

En el capítulo 2 se ha demostrado que la geometría circular es la que mejor coeficiente de inducción mutua presenta y por tanto menores deberán ser las frecuencias de trabajo para transferir una determinada potencia. Sin embargo, la geometría cuadrada presenta mejor comportamiento frente a desalineamientos entre bobinas y, por tanto, para la carga de baterías en vehículos eléctricos en los que se desea un elevado grado de libertad en el proceso de carga, es la más apropiada. Además, se ha comprobado que la

disposición en espiral de las espiras es la que mejor comportamiento presenta y es la adoptada.

La siguiente pregunta que hay que responder en el diseño de un ICPT es la de encontrar las dimensiones óptimas de las bobinas cuadradas en función de la potencia a transferir y la distancia entre bobinas. En muchas ocasiones, las dimensiones estarán impuestas por la aplicación, pero cuando no sea así, existen unas dimensiones óptimas que minimizan la cantidad de cobre utilizada en el acoplamiento. De esta forma, para una misma potencia y distancia, la cantidad de cobre necesaria varía mucho con la relación  $a/h$ , siendo “a” el lado de las bobinas cuadradas supuestas de iguales dimensiones, y “h” la distancia entre ellas.

Mediante los modelos teóricos adjuntados en el anexo 2, se han realizado pruebas de variación de las dimensiones de las bobinas en función de la distancia a transferir para tres niveles de potencia de 200 kW-0,4m, 20 kW-0,2m y 2 kW-0,15m. De esta forma, se comprueba que los resultados son independientes del nivel de potencia a transferir. Se ha considerado una relación de transformación unidad ( $V^1_1=V_2$ ), ya que como se ha comprobado en el apartado anterior es una solución óptima para todas las compensaciones.

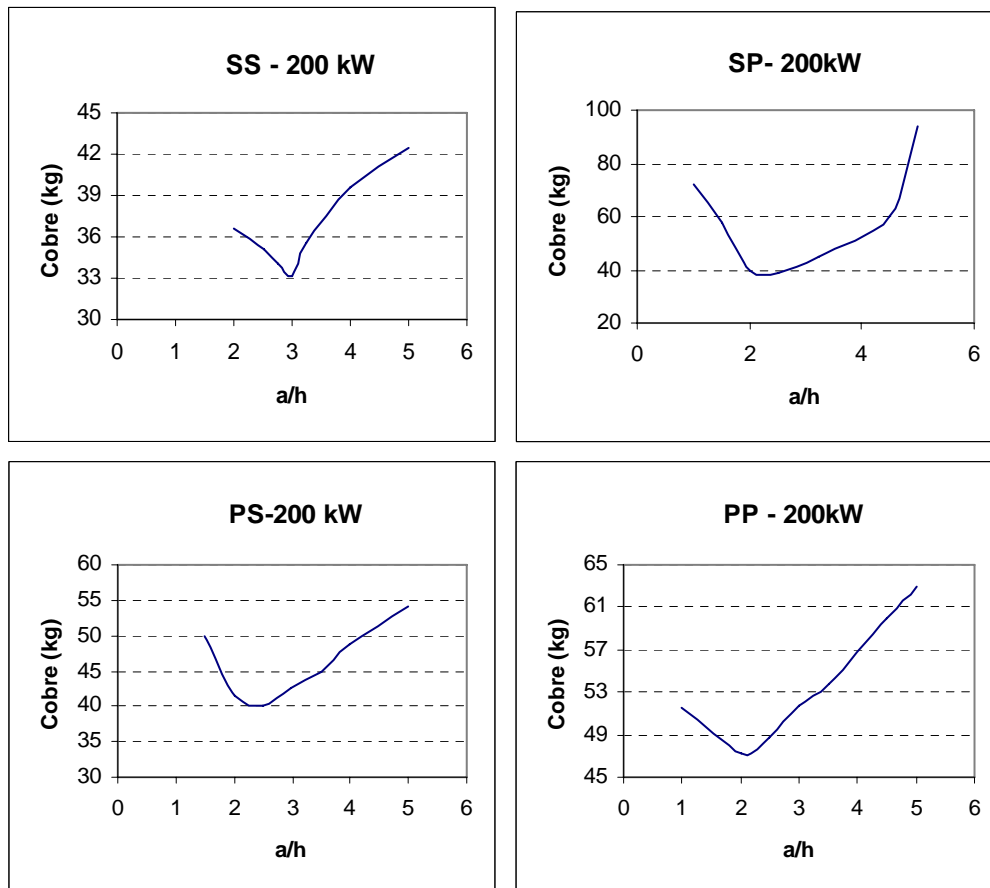
Se comprueba una perfecta correlación de resultados independientemente de la potencia, donde la anchura óptima de bobinas en todos los casos esta entre 2,5 y 3,5 veces la distancia a transferir. Este resultado es muy interesante puesto que permitirá el estudio adimensional o en p.u. del sistema. La única diferencia sustancial viene dada en la densidad de potencia o kW/kg que se puede obtener, disminuyendo esta relación conforme menor es la potencia a transferir respecto de las dimensiones optimas de las bobinas.

En este apartado se obtienen dos conclusiones muy importantes en el diseño de un ICPT; por un lado, si no existen restricciones en el diseño de las bobinas, se adoptará una anchura de bobinas de 3 veces la distancia a transferir independientemente de la compensación utilizada. En segundo lugar, la compensación SS es la que menor cantidad de cobre necesita para la misma potencia, distancia y anchura de bobinas de todas las topologías.

Como se verá en el capítulo 5, para que la carga de baterías se realice con el mayor grado de libertad posible, la bobina emisora puede diseñarse con mayor longitud o anchura que la receptora. En este caso, la cantidad de cobre siempre va a ser mayor que la situación de bobinas iguales, y por tanto, la relación óptima  $a/h = 3$ , se adoptará en la bobina receptora.

#### ***a) Modelo de 200 kW y h=0,4 m***

La cantidad de cobre necesaria para la misma potencia y distancia depende de la relación  $a/h$  como se observa en la Fig. 45. Además, esta dependencia varía fuertemente según el tipo de compensación y es mayor cuanto mayor es la potencia transferida



**Fig. 45:** Cantidad de cobre necesaria en función de la relación anchura de bobinas/distancia para 200 kW: a) Compensación SS, b) Compensación SP, c) Compensación PS y, d) Compensación PP.

- En compensación SS (Fig. 45-a), se observa que existe un mínimo en  $a/h=3$  y que hay un incremento de la cantidad de cobre necesaria del 28 % si la anchura de bobinas es 5 veces la distancia a transferir. La densidad de potencia máxima posible es de 6 kW/kg de cobre.
- En compensación SP (Fig. 45-b), se observa que existe un mínimo para una relación  $a/h$  entre 2 y 3 y que hay un incremento de la cantidad de cobre necesaria del 135 % si la anchura de bobinas es 5 veces la distancia a transferir. La densidad de potencia máxima posible es de 5,12 kW/kg de cobre.
- En compensación PS (Fig. 45-c), se observa que existe un mínimo en  $a/h=2,5$  y que hay un incremento de la cantidad de cobre necesaria del 35 % si la anchura de bobinas es 5 veces la distancia a transferir. La densidad de potencia máxima posible es de 5 kW/kg de cobre.
- En compensación PP (Fig. 45-d), se observa que existe un mínimo en  $a/h=2,2$  y que hay un incremento de la cantidad de cobre necesaria del 34 % si la anchura de bobinas es 5 veces la distancia a transferir. La densidad de potencia máxima posible es de 4 kW/kg de cobre.

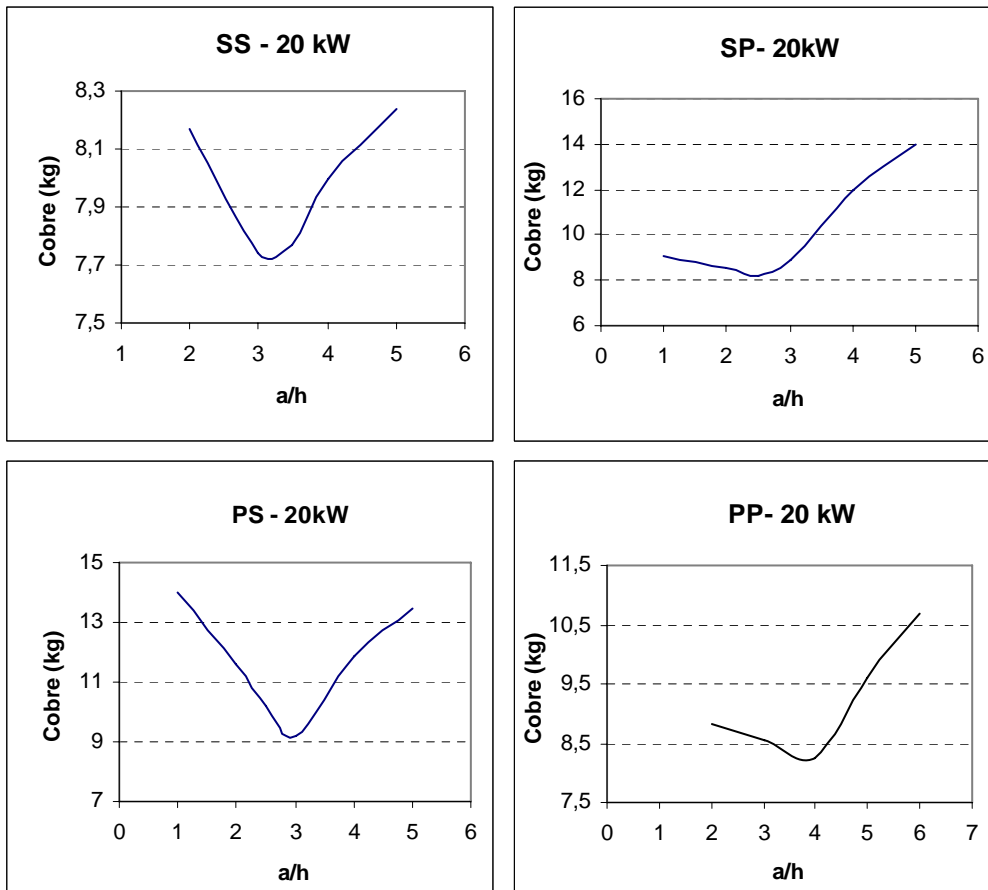
#### Conclusiones:

- La compensación SS presenta la mayor densidad de potencia y por tanto la que menos cobre necesita.

- En compensación SP se produce la mayor variación de cobre al variar las dimensiones, es decir, es la topología más crítica en cuanto a diseño óptimo.
- En todas las topologías, la relación óptima  $a/h$  se encuentra entre 2 y 3.
- La compensación PP presenta la menor densidad energética y por tanto será la que mayor cantidad de cobre necesite.

**b) Modelo de 20 kW y  $h=0,2$  m**

Se observan los siguientes resultados:



**Fig. 46:** Cantidad de cobre necesaria en función de la relación anchura de bobinas/distancia para 20 kW: a) Compensación SS, b) Compensación SP, c) Compensación PS y, d) Compensación PP.

- En compensación SS (Fig. 46-a), se observa que existe un mínimo en  $a/h=3,2$  y que hay un incremento de la cantidad de cobre necesaria del 6 % si la anchura de bobinas es 5 veces la distancia a transferir. La densidad de potencia máxima posible es de 2,58 kW/kg de cobre.
- En compensación SP (Fig. 46-b), se observa que existe un mínimo para una relación  $a/h=2,5$  y que hay un incremento de la cantidad de cobre necesaria del 71 % si la anchura de bobinas es 5 veces la distancia a transferir. La densidad de potencia máxima posible es de 2,45 kW/kg de cobre.



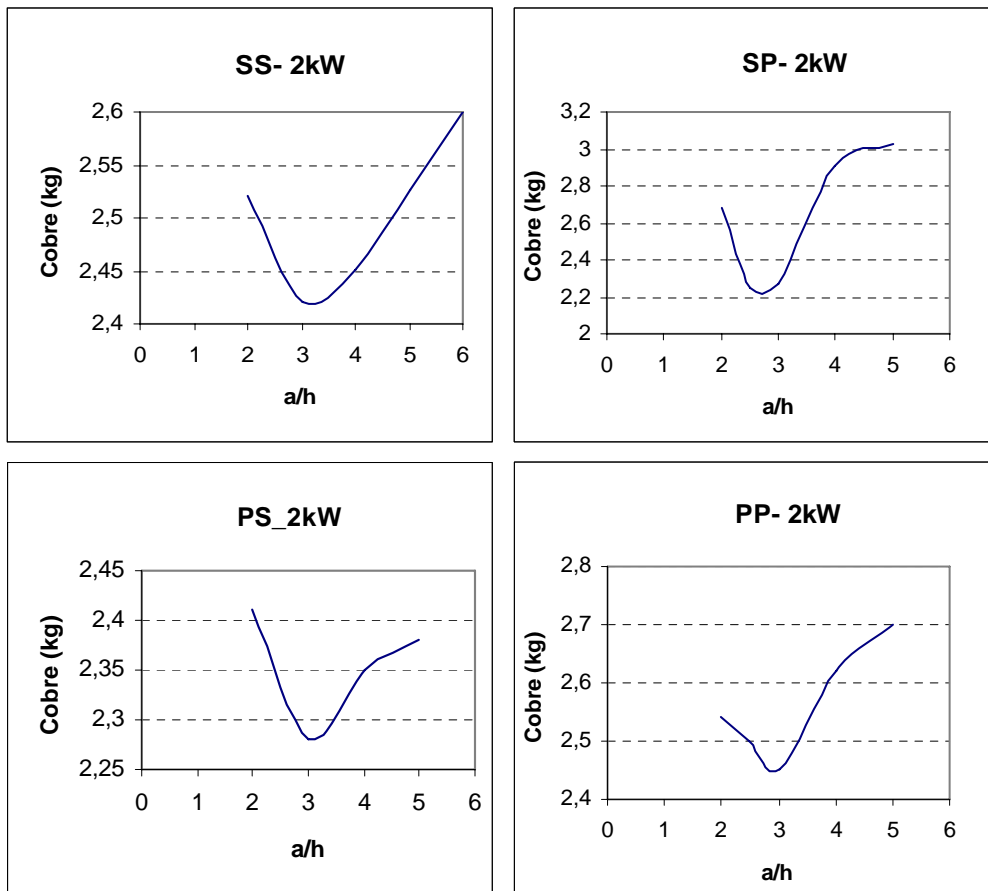
- En compensación PS (Fig. 46-c), se observa que existe un mínimo en  $a/h=3$  y que hay un incremento de la cantidad de cobre necesaria del 47 % si la anchura de bobinas es 5 veces la distancia a transferir. La densidad de potencia máxima posible es de 1,96 kW/kg de cobre.
- En compensación PP (Fig. 46-d), se observa que existe un mínimo en  $a/h$  entre 3 y 4 y que hay un incremento de la cantidad de cobre necesaria del 30 % si la anchura de bobinas es 5 veces la distancia a transferir. La densidad de potencia máxima posible es de 2,4 kW/kg de cobre.

Conclusiones:

- La compensación SS presenta la mayor densidad de potencia y por tanto la que menos cobre necesita.
- En compensación SP se produce la mayor variación de cobre al variar las dimensiones, es decir, es la topología más crítica en cuanto a diseño óptimo.
- En todas las topologías, la relación óptima  $a/h$  esta entre 2 y 3.

c) *Modelo de 2 kW y  $h=0,15$  m*

Se observan los siguientes resultados:



**Fig. 47:** Cantidad de cobre necesaria en función de la relación anchura de bobinas/distancia para 2 kW: a) Compensación SS, b) Compensación SP, c) Compensación PS y, d) Compensación PP.

- En compensación SS (Fig. 47-a), se observa que existe un mínimo en  $a/h=3,2$  y que hay un incremento de la cantidad de cobre necesaria del 7,4 % si la anchura de bobinas es 5 veces la distancia a transferir. La densidad de potencia máxima posible es de 0,85 kW/kg de cobre.
- En compensación SP (Fig. 47-b), se observa que existe un mínimo para una relación  $a/h$  entre 2 y 3 y que hay un incremento de la cantidad de cobre necesaria del 35 % si la anchura de bobinas es 5 veces la distancia a transferir. La densidad de potencia máxima posible es de 0,88 kW/kg de cobre.
- En compensación PS (Fig. 47-c), se observa que existe un mínimo en  $a/h=3$  y que hay un incremento de la cantidad de cobre necesaria del 5 % si la anchura de bobinas es 5 veces la distancia a transferir. La densidad de potencia máxima posible es de 0,87 kW/kg de cobre.
- En compensación PP (Fig. 47-d), se observa que existe un mínimo en  $a/h=3$  y que hay un incremento de la cantidad de cobre necesaria del 10 % si la anchura de bobinas es 5 veces la distancia a transferir. La densidad de potencia máxima posible es de 0,8 kW/kg de cobre.

Conclusiones:

- En bajas potencias, la densidad de potencia es prácticamente la misma en todas las topologías, siendo menor en la PP.
- En compensación SP se produce la mayor variación de cobre al variar las dimensiones, es decir, es la topología más crítica en cuanto a diseño óptimo.
- En todas las topologías, la influencia de las dimensiones de las bobinas frente a la distancia es menor que a mayores potencias.
- En todas las topologías, la relación óptima  $a/h$  esta entre 2 y 3.
- De nuevo en la compensación PP se obtiene la menor densidad energética por kilo de cobre.

#### ***4.4 Método iterativo para la obtención del conjunto de soluciones.***

Una vez seleccionados la tensión deseada en la carga y las dimensiones físicas de las bobinas, bien con los valores óptimos obtenidos en los apartados anteriores o bien con aquellos valores que vengan impuestos por la aplicación a la que va destinado el sistema ICPT, el siguiente paso es obtener la combinación de espiras  $N_1$ ,  $N_2$  con su sección apropiada y con los condensadores de resonancia necesarios. Esta tarea no es sencilla, ya que intervienen un gran número de parámetros tales como frecuencia de operación, factores de calidad de primario y secundario, coeficientes de inducción del acoplamiento, densidad de corriente máxima permitida, etc. Además, puede haber situaciones de diseño en las que no existan combinaciones de espiras apropiadas que den lugar a un modelo estable de acuerdo a las condiciones expuestas en el capítulo 3, con lo cual se deberán modificar las dimensiones de las bobinas para encontrar una solución estable.

Así, para una determinada potencia y tensión deseadas en la carga, existen infinitas combinaciones de espiras de primario y secundario para conseguirlo. No todas ellas son viables, bien porque conllevan unas frecuencias de trabajo muy elevadas imposibles de conseguir con los convertidores actuales; bien porque conllevan unas corrientes muy elevadas y por tanto secciones muy elevadas o bien porque el sistema es inestable de acuerdo a las condiciones vistas en el capítulo 3. Es por ello imprescindible, fijar unas condiciones de búsqueda. Estas condiciones pueden ser:

- Fijar la frecuencia de trabajo al valor máximo posible [8], y calcular para todas las combinaciones de espiras, qué condiciones de diseño hacen que el rendimiento a esa frecuencia de resonancia sea óptimo. Por último, buscar entre todas las combinaciones, aquella que da lugar a la potencia deseada en la carga.
- Fijar la potencia y tensión deseada en la carga, y analizar para todas las combinaciones de espiras las condiciones de diseño y frecuencia de resonancia para conseguir las con el máximo rendimiento. De entre las infinitas posibilidades de obtención de dichas condiciones, se seleccionará aquella combinación de espiras cuya frecuencia de trabajo sea igual a la máxima frecuencia del convertidor.

Se ha optado por la segunda opción debido a que la limitación de una frecuencia máxima de trabajo viene impuesta por la tecnología de los semiconductores; la cual va mejorando con el paso del tiempo. Podemos, por tanto, tener todas las combinaciones de espiras con las secciones adecuadas para obtener el máximo rendimiento con sus correspondientes frecuencias. La selección de la combinación más apropiada solo dependerá de la tecnología disponible en cada momento.

Para dimensionar el acoplamiento y poder aplicar las ecuaciones dadas en la Tabla 14 según la topología deseada, es necesario conocer las secciones de las bobinas y el número de espiras, pero estas secciones no pueden ser determinadas si las corrientes por las bobinas son desconocidas. Así, es necesario definir un proceso iterativo de cálculo.

Existen algunos métodos de cálculo del acoplamiento para cualquier topología [15], y especialmente para topología SP [16], pero estos métodos no tienen en cuenta la sección requerida de las bobinas para obtener los coeficientes de autoinducción y de inducción mutua de acuerdo a unas especificadas máximas densidades de corriente  $\delta_{1\max}$  y  $\delta_{2\max}$ . Estas densidades máximas dependen de la frecuencia de trabajo y de la sección del hilo de Litz utilizado [79].

El diagrama de flujos del nuevo método iterativo propuesto puede verse en la Fig. 48; comienza con una espira en ambos devanados de secciones iniciales  $S_{10}$  y  $S_{20}$ . Estas secciones iniciales pueden ser por ejemplo de  $1 \text{ mm}^2$  si la potencia a transferir es elevada o menor para potencias bajas. Con estas secciones iniciales y aplicando las ecuaciones (26) y (31) se obtienen los coeficientes de autoinducción y de inducción mutua inicial (anexo 3). El paso siguiente es seleccionar la frecuencia inicial de operación a partir de las expresiones del rendimiento dadas por las ec. (43) para compensaciones SS y PS y (71) para compensaciones SP y PP con  $K_{\omega}=1$ .

El hecho de partir de esta frecuencia es para asegurar un rendimiento elevado. Si se partiese de una frecuencia muy baja, se podría llegar a situaciones que necesitasen gran cantidad de cobre y una eficiencia baja.

Con esta frecuencia inicial y las inductancias calculadas con las secciones y número de espiras iniciales, se determinan las capacidades de los condensadores de resonancia en cada iteración de acuerdo a la Tabla 23.

**Tabla 22. Cálculo de los condensadores en cada iteración**

	SS	SP	PS	PP
$C_1^{i,j}$	$\frac{1}{L_1^{i,j}(\omega^{i,j})^2}$	$\frac{(L_2^{i,j})^2 C_2^{i,j}}{L_1^{i,j} L_2^{i,j} - (M^{i,j})^2}$	$\frac{L_2^{i,j} C_2^{i,j}}{L_1^{i,j} + \frac{(M^{i,j})^4}{L_1^{i,j} L_2^{i,j} C_2^{i,j} R_L^2}}$	$\frac{(L_1^{i,j} L_2^{i,j} - (M^{i,j})^2)(L_2^{i,j})^2 C_2^{i,j}}{(M^{i,j})^4 R_L^2 C_2^{i,j} + (L_1^{i,j} L_2^{i,j} - (M^{i,j})^2)^2 L_2^{i,j}}$
$C_2^{i,j}$	$\frac{1}{L_2^{i,j}(\omega^{i,j})^2}$	$\frac{1}{L_2^{i,j}(\omega^{i,j})^2}$	$\frac{1}{L_2^{i,j}(\omega^{i,j})^2}$	$\frac{1}{L_2^{i,j}(\omega^{i,j})^2}$

Los valores devueltos por los algoritmos para cada tipo de compensación son  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ , la frecuencia de operación de máximo rendimiento y el resto de parámetros eléctricos. El proceso iterativo de cálculo difiere según la topología utilizada, a continuación se va a detallar los procesos. Los programas realizados en Matlab se adjuntan en el anexo 3.

**a) Compensaciones SS y PP**

En la Fig. 48, se muestra el diagrama de flujos del algoritmo de dimensionamiento de las bobinas para transferir una potencia deseada a una distancia deseada para las topologías SS y PP.

En ambos tipos de compensación, la tensión inducida en la carga es inversamente proporcional a la frecuencia de operación de acuerdo a la Tabla 22 por tanto la búsqueda de la potencia deseada se realizará ajustando en primer lugar la frecuencia de operación. De esta forma, aplicando las ecuaciones de la Tabla 14, se determina la potencia transferida inicial; si es mayor que la deseada se va incrementando la frecuencia de trabajo, ya que de esta forma la tensión en la carga va disminuyendo y por tanto la potencia.

Una vez que se ha alcanzado la potencia deseada, se comprueba la densidad de corriente que habrá en la bobina de primario. Si es mayor que la máxima densidad de corriente permitida, se incrementa la sección del primario una cantidad prefijada y se comienza una nueva iteración. Si la densidad de corriente del primario es incorrecta se repetirá el proceso para la bobina de secundario, comenzando una nueva iteración cada vez que la sección deba ser incrementada.

Conseguidos los valores de frecuencia y secciones apropiados para la combinación  $N_1=1$  y  $N_2=1$ , se aumentarán los índices de los números de espiras hasta recorrer toda la matriz de  $N_{1max} \times N_{2max}$  combinaciones.

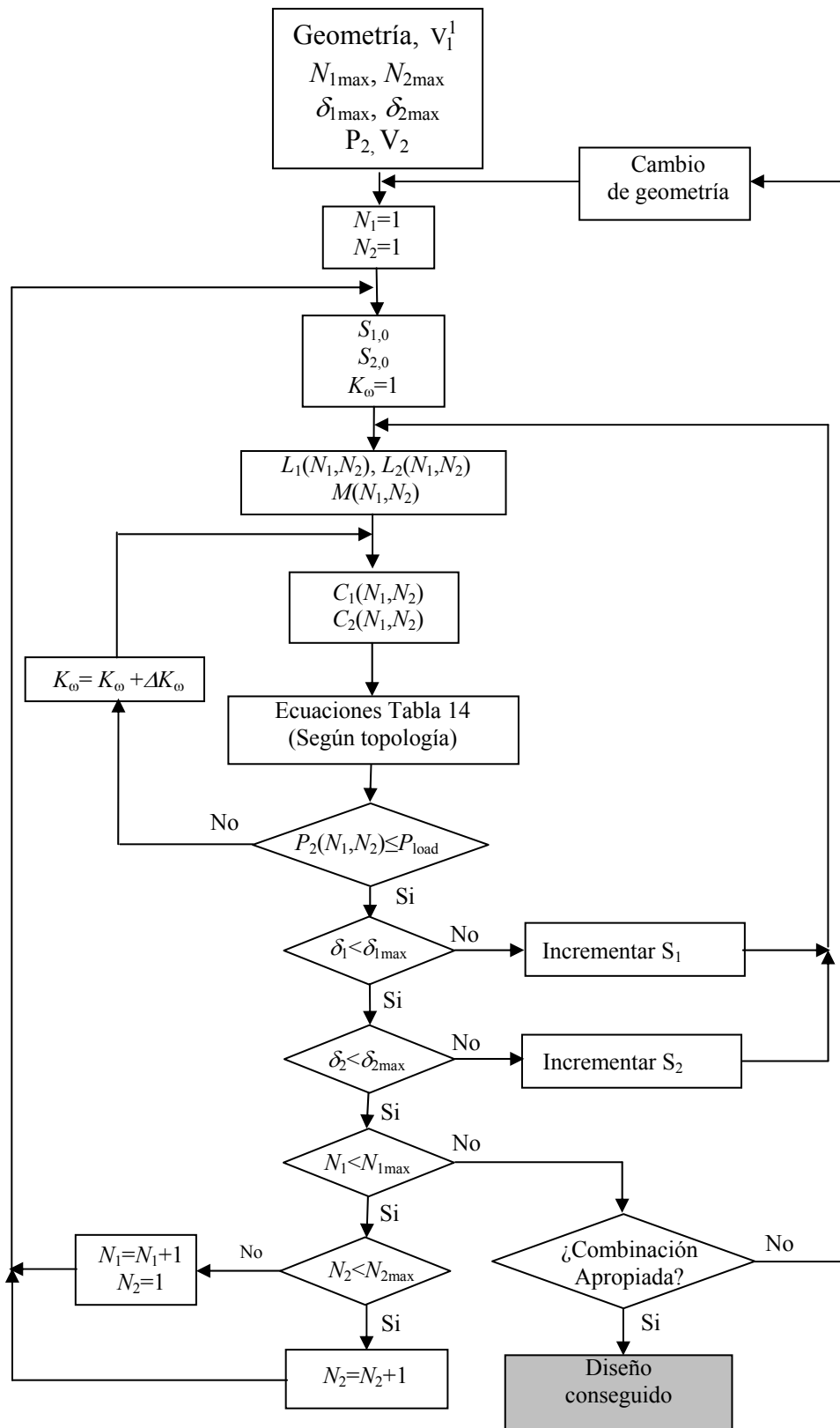
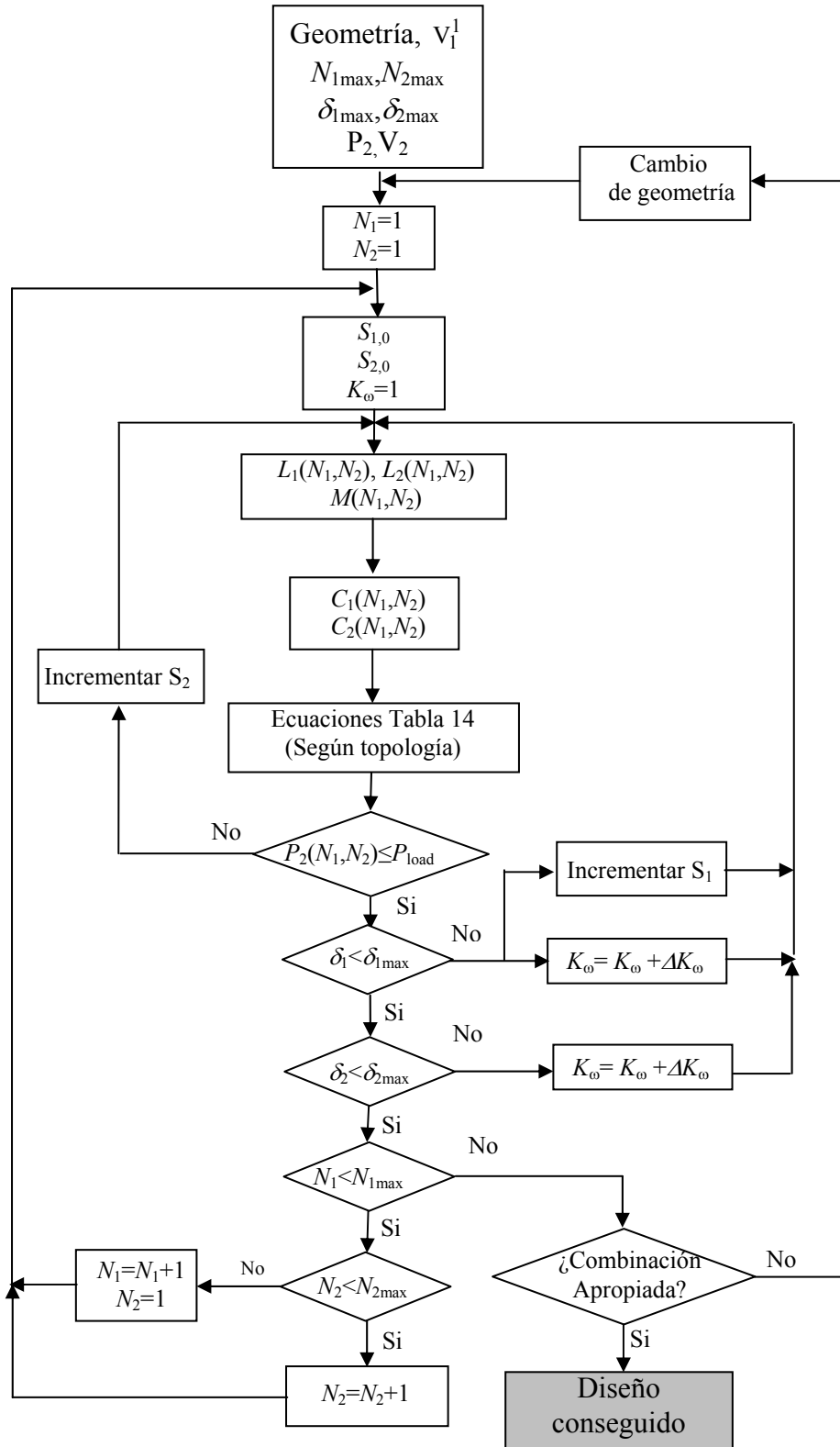


Fig. 48. Algoritmo de diseño de un sistema ICPT con compensación SS o PP.

**b) Compensaciones SP y PS**

En la Fig. 49 se muestra el diagrama de flujos del algoritmo de dimensionamiento de las bobinas para transferir una potencia deseada a una distancia deseada para las topologías SP y PS.



**Fig. 49.** Algoritmo de diseño de un sistema ICPT con compensación SP o PS.

En este caso, la tensión inducida en el secundario y por tanto la potencia no depende de la frecuencia sino de la relación entre coeficientes de inducción de las bobinas (Tabla 22); por tanto, el ajuste inicial de la potencia al valor deseado se realizará ajustando los valores de  $M$ ,  $L_1$  y  $L_2$  variando para ello la sección.

Si la potencia transferida en la primera iteración es mayor que la deseada, se incrementa la sección del secundario en compensación SP y la del primario en PS hasta que la potencia sea menor o igual a la deseada. A continuación, se comprueba la densidad de corriente en ambos devanados y si es mayor que la máxima permitida, se incrementa la frecuencia y la sección del otro devanado.

Conseguidos los valores de frecuencia y secciones apropiados para la combinación  $N_1=1$  y  $N_2=1$ , se aumentarán los índices de los números de espiras hasta recorrer toda la matriz de  $N_{1\max} \times N_{2\max}$  combinaciones.

#### ***4.5 Estudio de los parámetros eléctricos en el conjunto de soluciones.***

Con los algoritmos definidos en el apartado anterior, se obtiene una matriz de soluciones con todas aquellas combinaciones de espiras capaces de transferir la potencia deseada a la distancia deseada con todos los parámetros de diseño. Pero, algunas combinaciones lo harán a frecuencias muy elevadas y otras con corrientes muy elevadas.

En este apartado, se va realizar una comparación del comportamiento de los parámetros eléctricos del acoplamiento para cualquier número de espiras de primario y secundario que den lugar a la potencia deseada en la carga. Los programas desarrollados en Matlab se encuentran en el anexo 3.

La selección del número de espiras más apropiado en cada topología, no sólo dependerá de aquella que de lugar a la mínima cantidad de cobre, sino que hay que tener en cuenta el resto de parámetros eléctricos como la capacidad de transferencia de potencia, rendimiento, tensiones y corrientes por los condensadores, frecuencia de operación y área de estabilidad.

##### ***4.5.1 Capacidad de transferencia de potencia***

La capacidad de transferencia de potencia tiene el mismo comportamiento en las cuatro topologías, aumentando cuanto mayor es el número de espiras de primario y prácticamente independiente del número de espiras del secundario (Fig. 50). Esto supone, que las frecuencias de trabajo serán menor cuanto mayor sea el número de espiras de primario.

Se observa que las topologías PS y PP presentan menor capacidad de transferencia; lo que hace que en estos dos casos, para transferir la misma potencia sin que la frecuencia supere el máximo valor permitido, la corriente de primario deberá ser muy elevada.

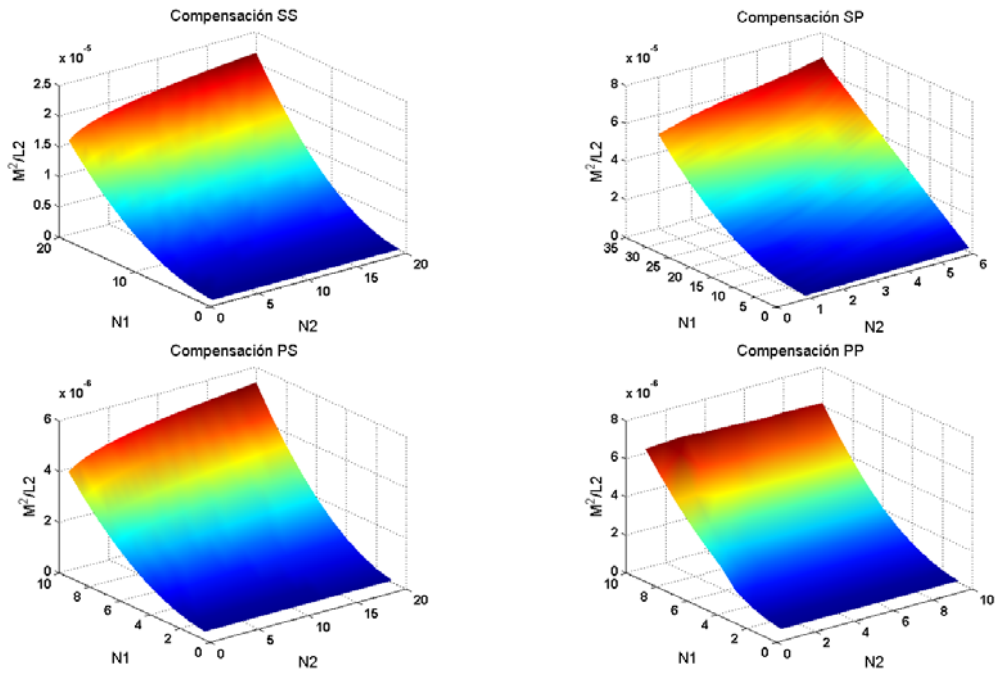


Fig. 50. Capacidad de transferencia de potencia  $M^2/L_2$  en función del número de espiras.

#### 4.5.2 Área de estabilidad

Un parámetro fundamental a la hora de seleccionar la combinación de espiras adecuada es la estabilidad del sistema. En la Fig. 51 se muestran las áreas de estabilidad (blanco) e inestabilidad (en gris) en función del número de espiras para un modelo de 20 kW.

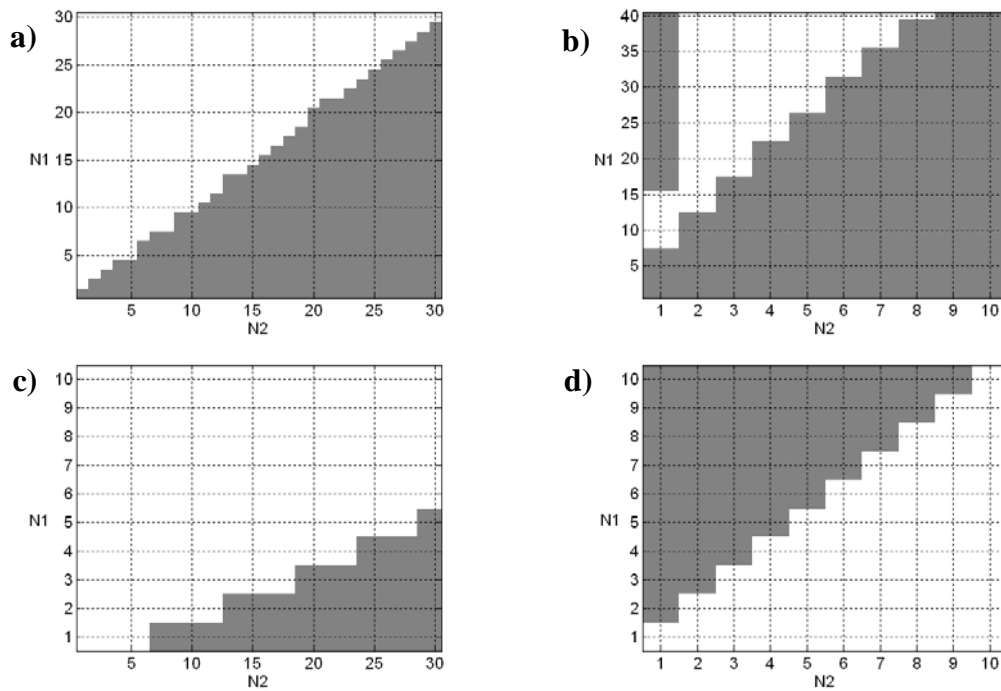


Fig. 51. Área de estabilidad (en blanco) en función del número de espiras. a) SS, b) SP, c) PS y d) PP



Observando estas áreas, se obtiene información sobre la relación entre espiras más adecuada:

- En compensación SS (Fig. 51.a), son estables todas aquellas combinaciones que cumplan  $N_1 \geq N_2$ .
- La compensación SP (Fig. 51.b) es la más restrictiva en cuanto a comportamiento estable, presentando el área de estabilidad más pequeña, aunque en general se cumple para  $N_1 \gg N_2$ .
- La compensación PS (Fig. 51.c) es la menos restrictiva presentando la que mayor área de estabilidad, aunque en general se cumple para  $N_1 \ll N_2$ .
- La compensación PP (Fig. 51.d) presenta un comportamiento de estabilidad opuesto a la SS cumpliéndose que la condición de estabilidad se cumple para  $N_1 \leq N_2$ .

### **4.5.3 Frecuencia de trabajo**

Otro de los principales parámetros a la hora de seleccionar el tipo de topología a utilizar, es la frecuencia a la que se consigue transferir la potencia deseada para cualquier combinación de espiras.

En la Fig. 52-a, se observa la diferencia de comportamiento según la topología; así, en compensación SS un número muy bajo de espiras en ambos devanados conlleva frecuencias del orden de centenares de kHz, por tanto, la combinación óptima en cuanto a la frecuencia de trabajo, estará formada por muchas espiras de primario y de secundario.

En compensación SP, las frecuencias de trabajo son menores que en SS, únicamente se deberán evitar combinaciones de espiras de muy bajo número de espiras en secundario.

En compensación PS es justo al contrario que el caso anterior, debiendo evitarse combinaciones con bajo número de espiras de primario.

Por último, en compensación PP, el comportamiento es análogo a la SS, pero en general las frecuencias son bajas incluso para bajo número de espiras en ambos devanados y su mapa de frecuencias menores o iguales a 20 kHz presenta mayor área, pudiéndose obtener con menor número de espiras en ambos devanados.

En la Fig. 52.b, se puede ver el mapa de combinaciones de espiras que pueden trabajar a frecuencias menores o iguales a 20 kHz. La combinación de espiras óptima deberá estar dentro de estas áreas posibles de trabajo.

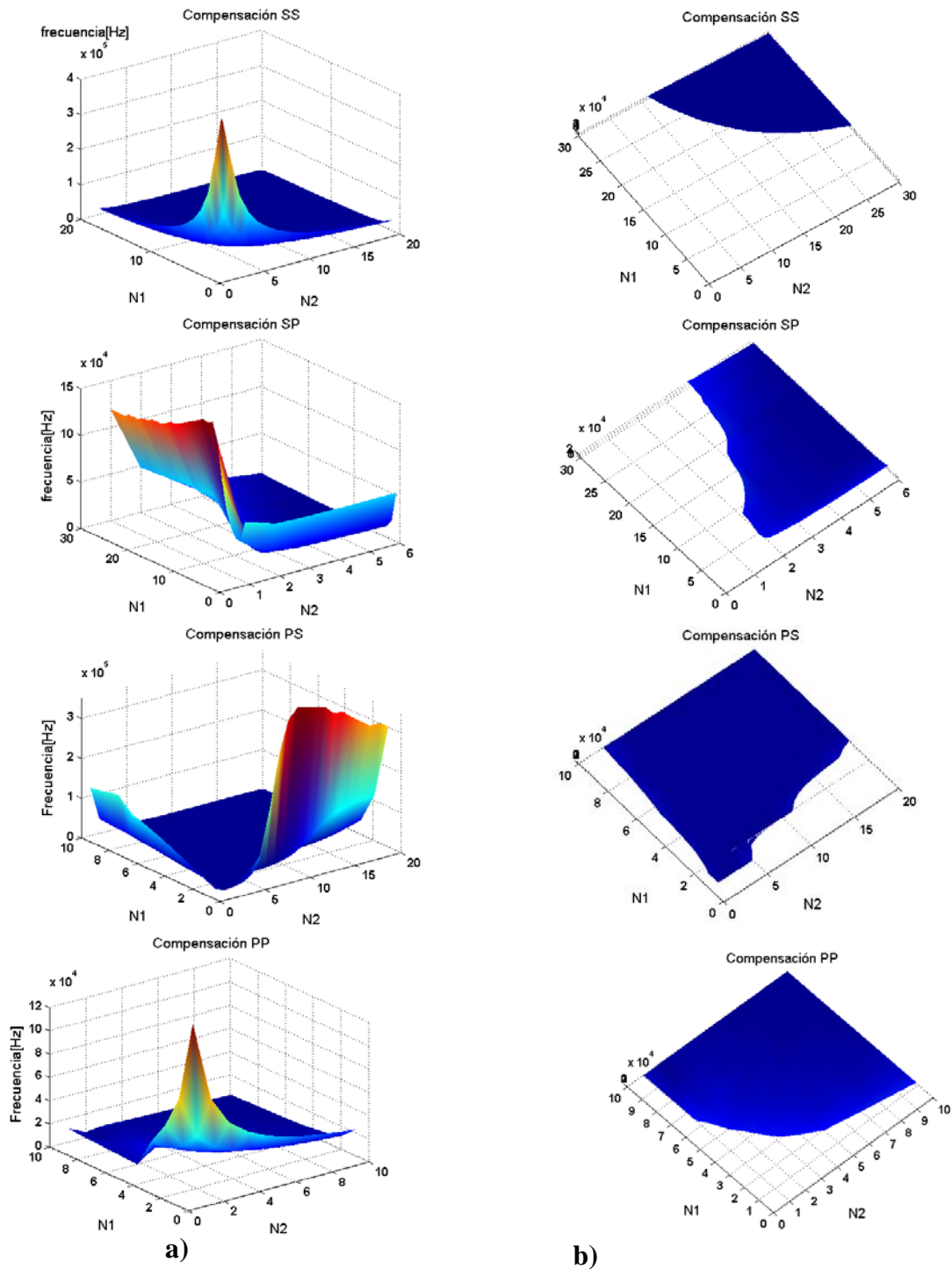


Fig. 52. a) Frecuencia de trabajo en función del número de espiras. b) Mapa de frecuencias  $\leq 20$  kHz

#### 4.5.4 Factor de acoplamiento

El factor de acoplamiento es otro parámetro a tener en cuenta a la hora de seleccionar la combinación óptima de espiras, ya que aunque no aporta una información definitiva, sí que da una idea de la cantidad de cobre necesaria.

Dependiendo de la topología de compensación utilizada, el mayor factor de acoplamiento no corresponde con la condición de máxima transferencia de potencia,

como es el caso de las compensaciones SP y PS (Fig. 53). En compensaciones SS y PP sí existe una buena correlación entre ambos parámetros, siendo máximo en ambos casos cuanto mayor es el número de espiras en ambos devanados.

En compensación SP el mejor factor de acoplamiento se obtiene para bajo número de espiras de primario, mientras que en PS se obtiene para una relación de espiras igual a la unidad.

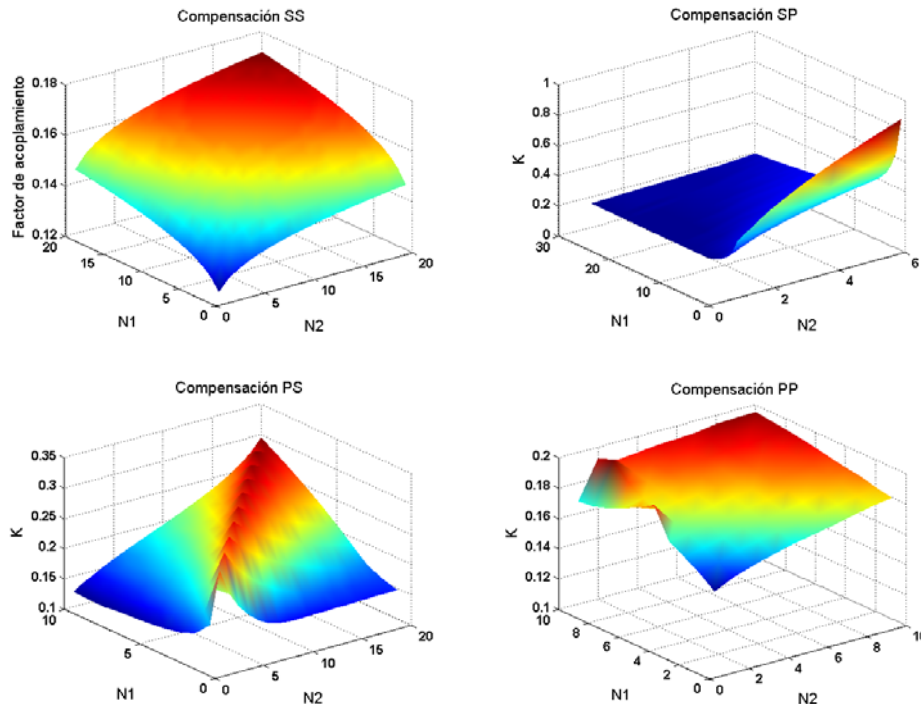


Fig. 53. Factor de acoplamiento en función del número de espiras

#### 4.5.5 Cantidad de cobre necesaria

La cantidad de cobre necesaria representa no sólo el aspecto económico del acoplamiento, sino también el peso de la bobina receptora adecuada en el vehículo. Se puede observar en la Fig. 54, que las gráficas presentan la misma evolución que el factor de acoplamiento. Esto indica que cuanto mejor es el acoplamiento entre las bobinas, mayor cantidad de cobre se necesita. Por tanto, no es buena opción seleccionar aquella combinación de espiras que de lugar al mejor factor de acoplamiento del sistema.

En compensación SS cuantas más espiras mayor cantidad de cobre; en compensación SP las combinaciones con pocas espiras en primario son las menos adecuadas. En compensación PS no interesan las combinaciones con igual número de espiras de primario que de secundario y, por último, en compensación PP las combinaciones óptimas respecto a cantidad de cobre conllevan pocas espiras de primario y de secundario.

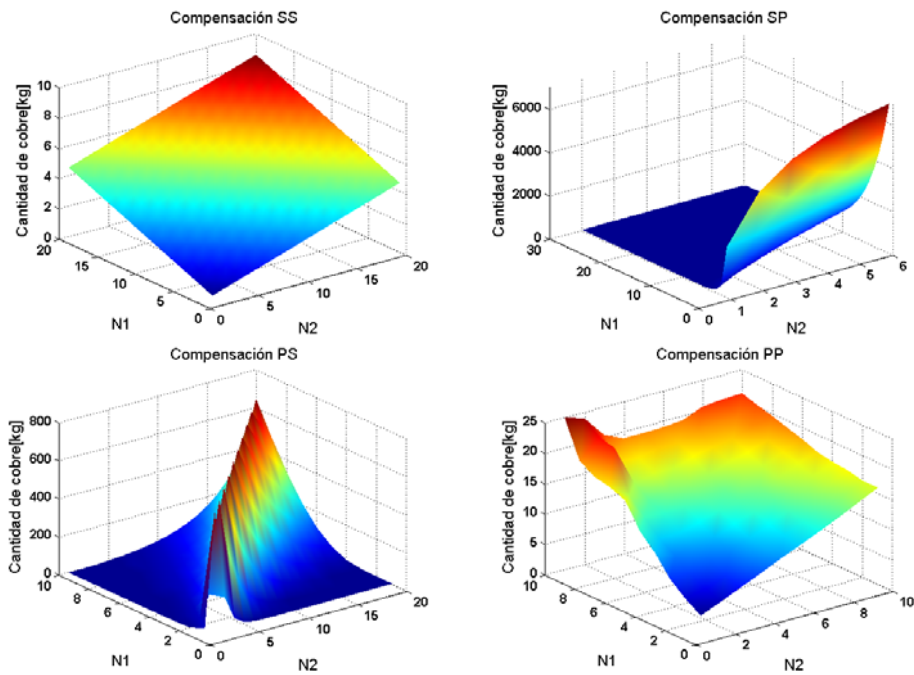


Fig. 54. Cantidad de cobre en función del número de espiras

#### 4.5.6 Rendimiento

Respecto de la información que sobre la combinación óptima nos puede dar la eficiencia que presentan las distintas combinaciones de espiras, sólo es interesante en compensación PS.

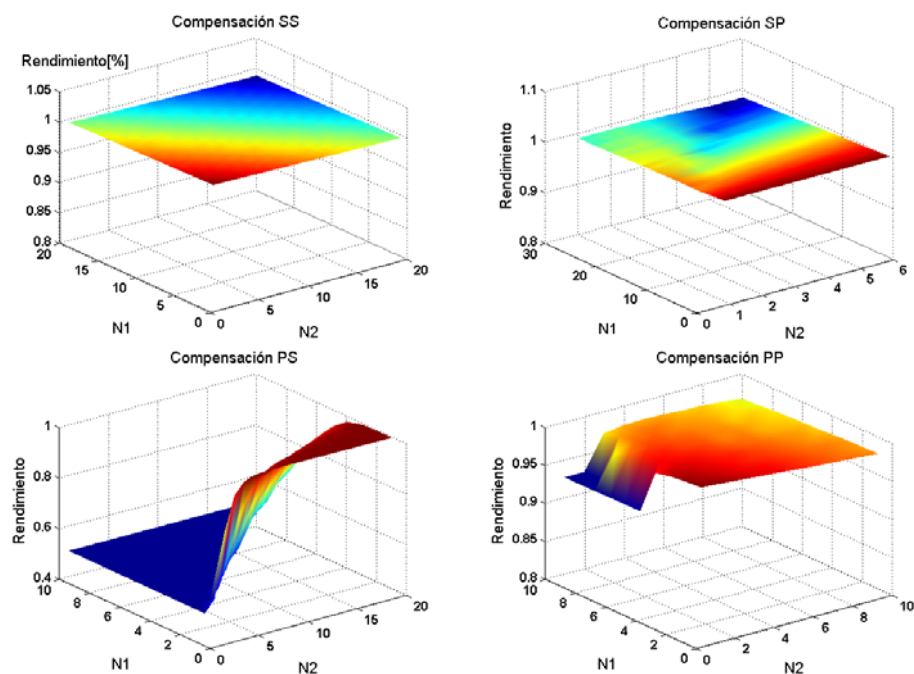


Fig. 55. Rendimiento en función del número de espiras

En compensaciones SS, SP y PP, la transferencia de potencia se realiza con rendimientos muy elevados (por encima del 90 %) para cualquier combinación de

espiras (Fig. 55). En compensación PS sí que es importante, porque las combinaciones con mucho mayor número de espiras de primario que de secundario dan lugar a rendimientos muy bajos. Por tanto ya nos da una idea que siempre deberá ser mayor o igual el número de espiras de secundario que de primario.

#### 4.5.7 Tensión sobre el condensador de primario

Otros aspectos a tener en cuenta a la hora de seleccionar la combinación óptima del acoplamiento, tiene que ver con aspectos tecnológicos en relación a la viabilidad de las tensiones y corrientes en los condensadores de resonancia.

Puede darse el caso de que una combinación óptima de espiras de lugar a unos valores de tensión sobre los condensadores muy elevados, siendo muy difícil su aislamiento. En la Fig. 56 se observa que en compensación SS, aquellas combinaciones de tengan mucho mayor número de espiras de primario que de secundario  $N_1 \gg N_2$ , pueden dar lugar a tensiones de decenas de kV en el condensador de primario.

En compensación SP, las tensiones no son tan elevadas pero pueden llegar a ser de varios kV cuanto mayor es el número de espiras de primario. En las compensaciones con condensador paralelo en primario, no existe esta restricción puesto que la tensión siempre será la de la alimentación.

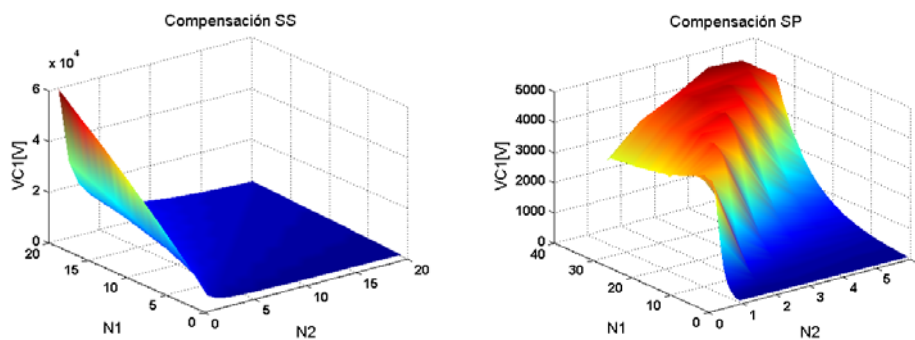


Fig. 56. Tensión sobre el condensador 1 en función del número de espiras

#### 4.5.8 Corriente por el condensador de primario

En compensaciones SS y SP, la corriente por el condensador de primario nunca será mayor que la corriente absorbida de la fuente. La única restricción de diseño que aparece en la compensación SP es para combinaciones de elevado número de espiras de primario, ya que no se puede conseguir transferir la potencia deseada y por tanto la corriente es menor que la nominal (Fig. 57).

En compensaciones PS y PP sí es un parámetro a tener muy en cuenta puesto que puede haber combinaciones de espiras que den lugar a corrientes muy elevadas por el condensador de primario. Este es el caso de la topología PS con pocas espiras de primario y secundario en las que puede haber corrientes de decenas de kA por el condensador de primario.

En compensación PP, este problema aparece para combinaciones de pocas espiras de primario y muchas de secundario, pudiendo haber corrientes de varios kA.

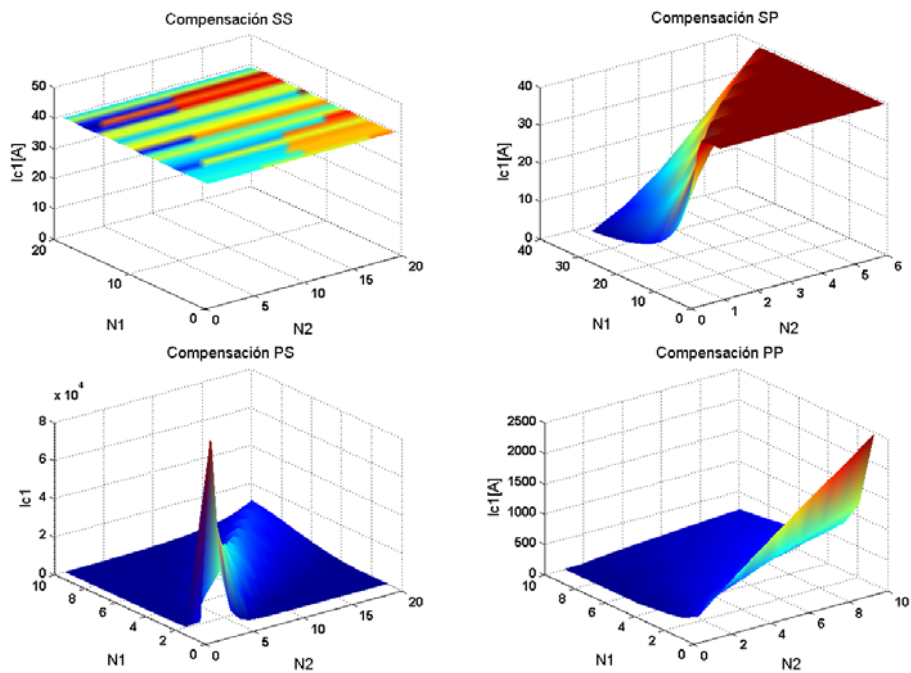


Fig. 57. Corriente por el condensador 1 en función del número de espiras

#### 4.5.9 Tensión sobre el condensador de secundario

En la Fig. 58 se observa que en compensaciones SS y PS, aquellas combinaciones de tengan mucho menor número de espiras de primario que de secundario  $N_1 \ll N_2$ , pueden dar lugar a tensiones de decenas de kV en el condensador de secundario. Las compensaciones con condensador paralelo en secundario, no existe esta restricción puesto que la tensión siempre será menor o igual a la de la carga.

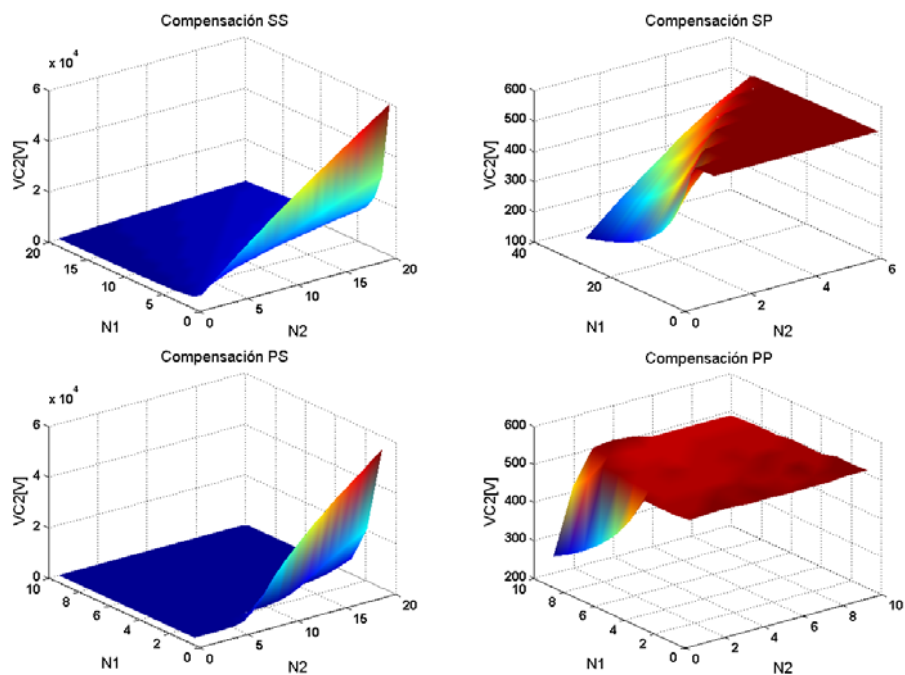


Fig. 58. Tensión sobre el condensador 2 en función del número de espiras

La restricción en este caso aparece por la imposibilidad de transferir la potencia deseada en algunas combinaciones. Esta limitación en las combinaciones posibles es mucho más acusada en SP donde es necesario que el número de espiras de primario no sea muy elevado.

#### 4.5.10 Corriente condensador de secundario

En compensaciones SS y PS, la corriente por el condensador de secundario nunca será mayor que la corriente absorbida por la carga. La única restricción de diseño aparece en la compensación PS para combinaciones de elevado número de espiras de primario, ya que no se puede conseguir transferir la potencia deseada y por tanto la corriente es menor que la nominal (Fig. 59).

En compensaciones SP y PP sí es un parámetro a tener muy en cuenta puesto que puede haber combinaciones de espiras que den lugar a corrientes muy elevadas por el condensador de secundario. Este es el caso de la topología SP con pocas espiras de primario en las que puede haber corrientes de varios kA por el condensador de secundario. En compensación PP, este problema aparece para combinaciones de pocas espiras de secundario y muchas de primario, pudiendo haber corrientes de varios kA.

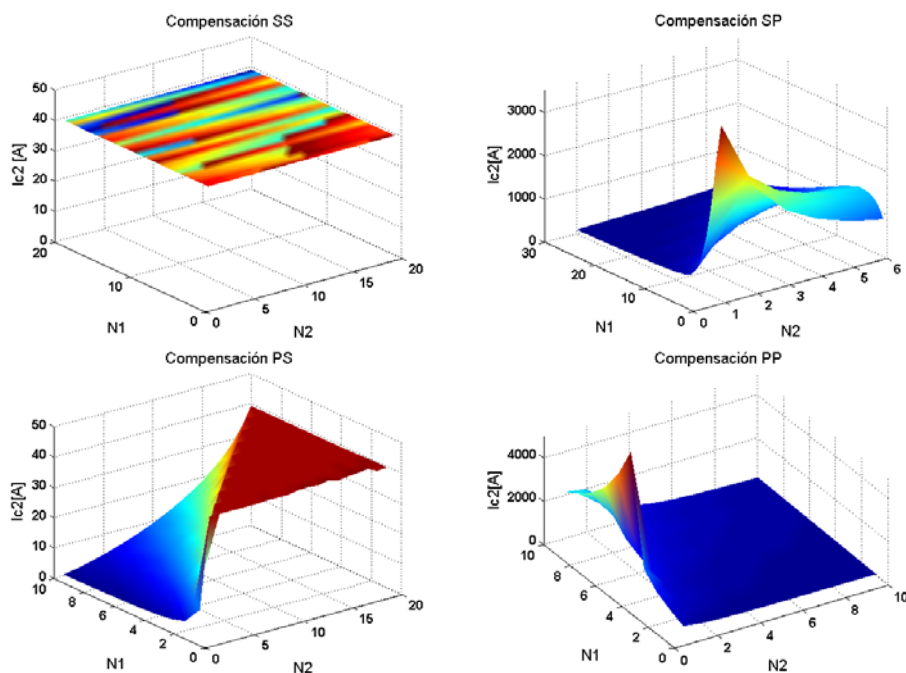


Fig. 59. Corriente por el condensador 2 en función del número de espiras

#### 4.5.11 Conclusiones

A la vista de estos resultados, se puede observar la complejidad de seleccionar la combinación óptima de espiras para una potencia y distancia deseadas. Dicha combinación tiene que cumplir que el rendimiento sea el máximo posible, que la frecuencia sea menor o igual que la máxima que permita el convertidor, que la cantidad de cobre sea la mínima posible, que las tensiones y corrientes por los condensadores sean menores que las máximas permitidas y que además cumpla la condición de

estabilidad definida en el capítulo 3 respecto a que el factor de calidad del primario debe ser mayor que el de secundario.

Para tener en cuenta todas estas condiciones, se ha definido un nuevo factor de diseño “ $K_D$ ” que es una de las principales aportaciones de esta Tesis para la ayuda en la selección de la combinación óptima de espiras y que se va a tratar en el apartado siguiente. Los resultados han sido aceptados para publicación en la revista Transactions on Industrial Electronics.

## 4.6 El Factor de Diseño

### 4.6.1 Definición

Obtenida la matriz de soluciones y si se cumple la condición de “diseño conseguido” los algoritmos de cálculo (Fig. 48 y Fig. 49) devuelven todas aquellas combinaciones de espiras que cumplen las condiciones de selección:

Tabla 23. Condiciones de idoneidad de una combinación de espiras

$P_L(N_1, N_2) \cong P_2$
$V_L(N_1, N_2) \cong V_2$
$f(N_1, N_2) \leq f_{max}$
$q_p(N_1, N_2) > q_s(N_1, N_2)$
$\delta_1(N_1, N_2) \leq \delta_{1max}(N_1, N_2)$
$\delta_2(N_1, N_2) \leq \delta_{2max}(N_1, N_2)$

La condición  $q_p(N_1, N_2) > q_s(N_1, N_2)$  impone una restricción fundamental en la selección del sistema puesto que es la condición de estabilidad e implica que el sistema presentará una única frecuencia de resonancia y por tanto no existirá fenómeno de bifurcación [11]. Además de estas condiciones, se tendrá en cuenta que los valores de tensiones y corrientes por los condensadores no sean muy elevados

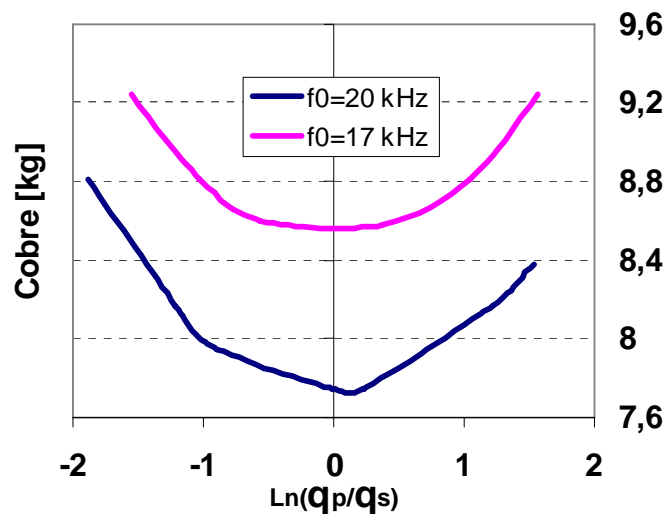


Fig. 60. Cantidad de cobre requerida versus relación entre factores de calidad.



Debido a que es posible encontrar más de una combinación  $(N_1, N_2)$  que cumpla con todos los requerimientos y, en orden a identificar la solución óptima, se ha considerado que entre todas esas combinaciones, la mejor solución es aquella que requiera la menor cantidad de cobre. Esta condición está relacionada con los factores de calidad de primario y secundario y con la frecuencia, de tal forma que la mínima cantidad de cobre se obtiene cuando el factor de calidad de primario es ligeramente mayor que el de secundario y cuanto mayor es la frecuencia.

La Fig. 60 muestra la relación entre la cantidad de cobre requerida respecto del logaritmo neperiano del cociente  $q_p/q_s$  para diferentes frecuencias de operación en un sistema de 20 kW SS compensado. Este comportamiento es extrapolable a todos los tipos de compensación, dimensiones de bobinas y nivel de potencia.

Teniendo en cuenta que cuando el valor de  $\ln(q_p/q_s)$  es mínimo el diseño es óptimo y que a mayor frecuencia la cantidad de cobre es menor para la misma relación de factores de calidad, se ha definido un nuevo Factor de Diseño “ $K_D$ ” [78].

Este factor, que está definido para  $q_p \geq q_s$  y  $f_0 \leq f_{\max}$ , varía entre 0 y 1 y viene definido por la siguiente expresión:

$$K_D(N_1, N_2) = \frac{1}{\left[1 + \ln\left(\frac{q_p(N_1, N_2)}{q_s(N_1, N_2)}\right)\right] \cdot \left[1 + \ln\left(\frac{f_{\max}}{f_0(N_1, N_2)}\right)\right]} \quad (167)$$

Donde  $f_0(N_1, N_2)$  es la frecuencia de operación obtenida en cada combinación de espiras y  $f_{\max}$  es la máxima frecuencia permitida y que es un parámetro de diseño. La solución óptima para el acoplamiento es aquella que tenga el mayor factor de diseño (lo más cercano a 1 posible).

Este factor sería 1 en el caso de que los factores de calidad fuesen iguales y la frecuencia de operación fuese igual a la máxima permitida. Cuanta mayor es la diferencia respecto de esta situación ideal, menor es el factor de diseño y por tanto mayor cantidad de cobre es necesaria.

#### 4.6.2 Selección óptima aplicando el factor de diseño

Para comprobar la validez del factor de diseño en la obtención de la solución óptima, se muestran los resultados obtenidos para las cuatro topologías y dos niveles de potencia de 200 kW y 20 kW, con las dimensiones y tensión óptima de secundario obtenidos en los apartados 4.2.1 y 4.3 respectivamente.

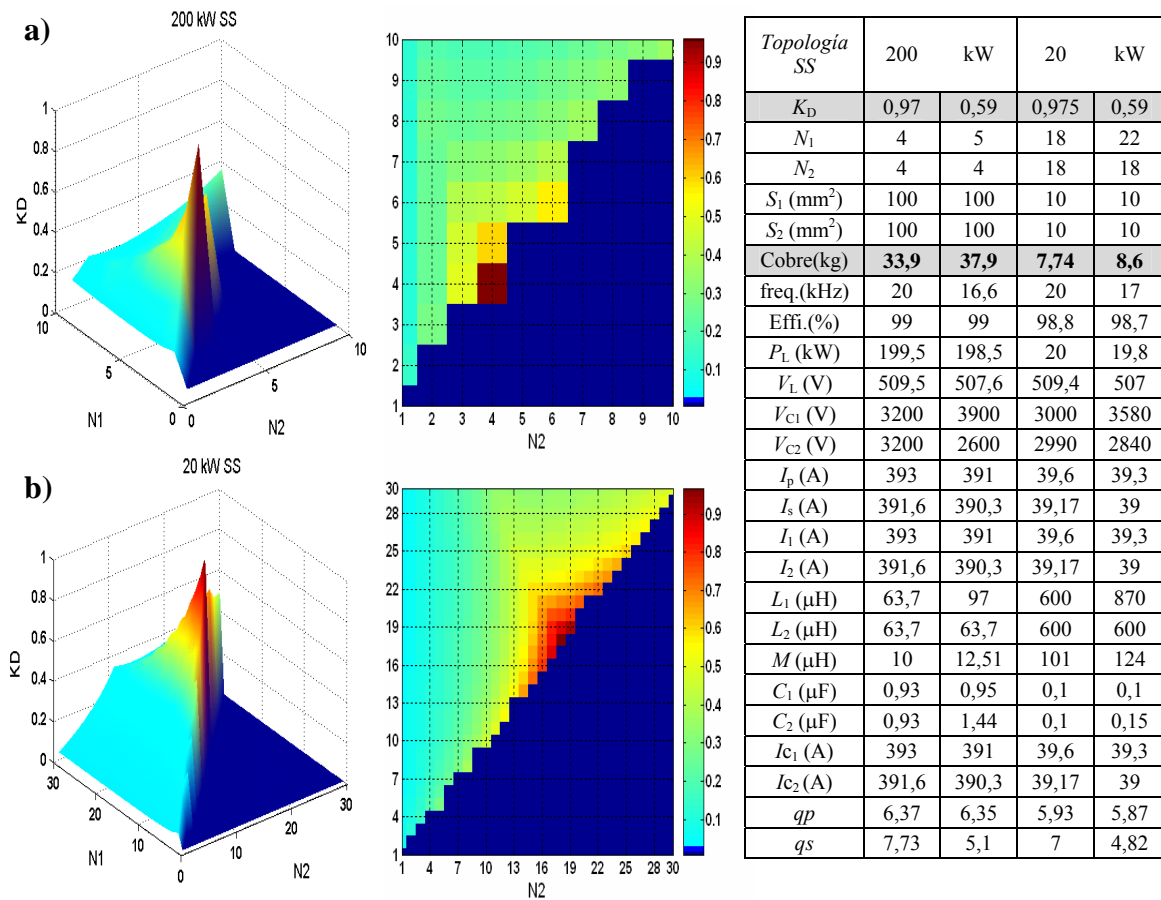
En las siguientes gráficas se muestra el factor de diseño para todas las combinaciones de espiras, observándose cual es la combinación que mayor factor de diseño presenta y por tanto es la óptima; todas aquellas combinaciones de espiras que son inestables aparecen en oscuro.

A la vista de estos resultados se pueden sacar las siguientes conclusiones:

**a) Compensación SS**

El factor de diseño máximo se obtiene cuando el número de espiras de primario es igual al de secundario justo en el límite de estabilidad del sistema. Cuanto menor es la potencia a transferir mayor número de espiras es necesario en ambos devanados y de menor sección; de esta forma, en los ejemplos considerados las situaciones óptimas son de 4×4 espiras en el sistema de 200 kW y 18×18 en el de 20 kW.

En la Fig. 61, se muestran los datos comparativos de todos los parámetros eléctricos entre seleccionar la combinación óptima y otra posible con menor factor de diseño. Se observa que es necesario un 12 % más de cobre en ambas potencias para una misma disminución del factor de diseño e incluso la tensión sobre el condensador de primario aumenta considerablemente respecto a la solución óptima.



**Fig. 61.** Factor de diseño  $K_D$  para compensación SS: a) modelo de 200 kW; b) modelo de 20 kW.

**b) Compensación SP**

El factor de diseño máximo se obtiene cuando el número de espiras de primario es mucho mayor que el de secundario y justo en el límite de estabilidad del sistema. Cuanto menor es la potencia a transferir mayor número de espiras es necesario en ambos devanados; de esta forma, en los ejemplos considerados las situaciones óptimas son de 6×1 espiras en el sistema de 200 kW y 18×3 en el de 20 kW.

En la Fig. 62, se muestran los datos comparativos de todos los parámetros eléctricos entre la combinación óptima y otra posible con menor factor de diseño. Se observa que es necesario un 88 % más de cobre en el sistema de 200 kW y un 20 % más en 20 kW cuando disminuye el factor de diseño.

Esta diferencia es debida a que en el caso de mayor potencia el número de combinaciones de espiras posible se reduce, no existiendo muchas soluciones estables. La corriente por el condensador de primario sin embargo es mayor en la combinación óptima, lo cual deberá tenerse en cuenta a la hora de seleccionar el acoplamiento.

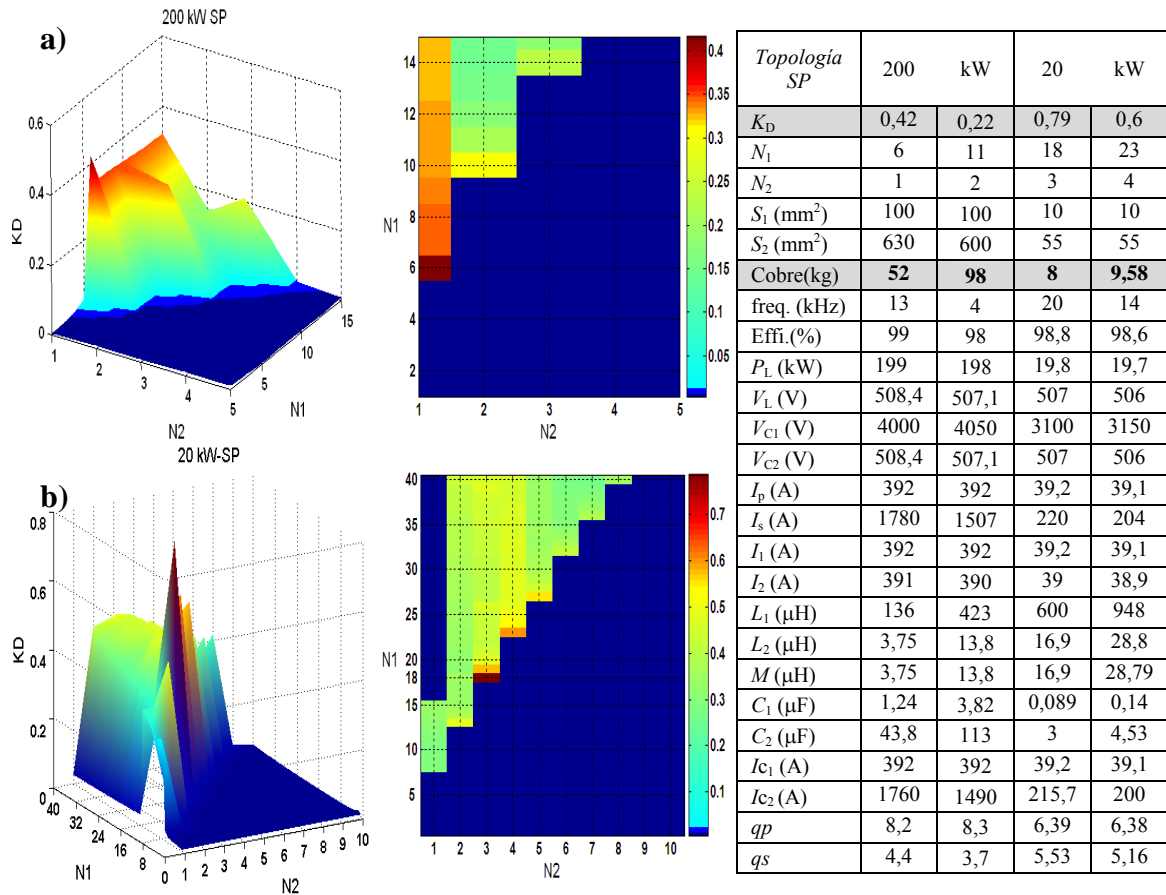


Fig. 62. Factor de diseño  $K_D$  para compensación SP: a) modelo de 200 kW; b) modelo de 20 kW.

### c) Compensación PS

El factor de diseño máximo se obtiene cuando el número de espiras de primario es mucho menor que el de secundario y justo en el límite de estabilidad del sistema.

Cuanto menor es la potencia a transferir mayor número de espiras es necesario en ambos devanados; de esta forma, en los ejemplos considerados las situaciones óptimas son de 1×6 espiras en el sistema de 200 kW y 3×18 en el de 20 kW.

En la Fig. 63, se muestran los datos comparativos de todos los parámetros eléctricos entre la combinación óptima y otra posible con menor factor de diseño. Se observa que

es necesario un 88 % más de cobre en el sistema de 200 kW y un 20 % más en 20 kW cuando disminuye el factor de diseño.

Esta diferencia es debida a que en el caso de mayor potencia el número de combinaciones de espiras posible se reduce, no existiendo muchas soluciones estables. La corriente por el condensador de secundario sin embargo es mayor en la combinación óptima, lo cual deberá tenerse en cuenta a la hora de seleccionar el acoplamiento.

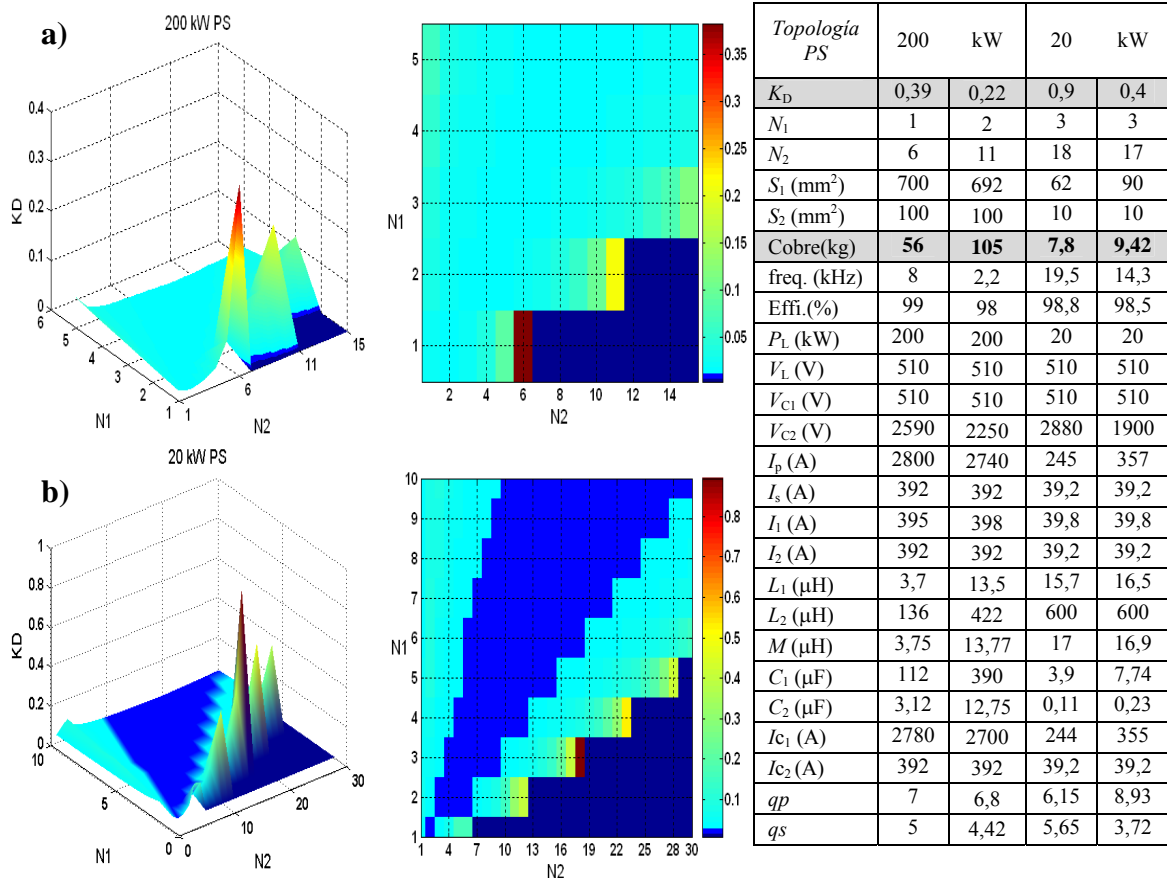


Fig. 63. Factor de diseño  $K_D$  para compensación PS: a) modelo de 200 kW; b) modelo de 20 kW.

#### d) Compensación PP

El factor de diseño máximo se obtiene cuando el número de espiras de primario es mayor o igual que el de secundario y justo en el límite de estabilidad del sistema. Cuanto menor es la potencia a transferir mayor número de espiras es necesario en ambos devanados; de esta forma, en los ejemplos considerados las situaciones óptimas son de  $1 \times 1$  espiras en el sistema de 200 kW y  $3 \times 3$  en el de 20 kW.

En la Fig. 64, se muestran los datos comparativos de todos los parámetros eléctricos entre la combinación óptima y otra posible con menor factor de diseño. Se observa que es necesario un 53 % más de cobre en el sistema de 200 kW y un 12 % más en 20 kW cuando disminuye el factor de diseño. Esta diferencia es debida a que en el caso de mayor potencia el número de combinaciones de espiras posible se reduce, no existiendo muchas soluciones estables. La corriente por el condensador de primario además, es

mucho menor en la combinación óptima aunque aumenta en la corriente por el condensador de secundario.

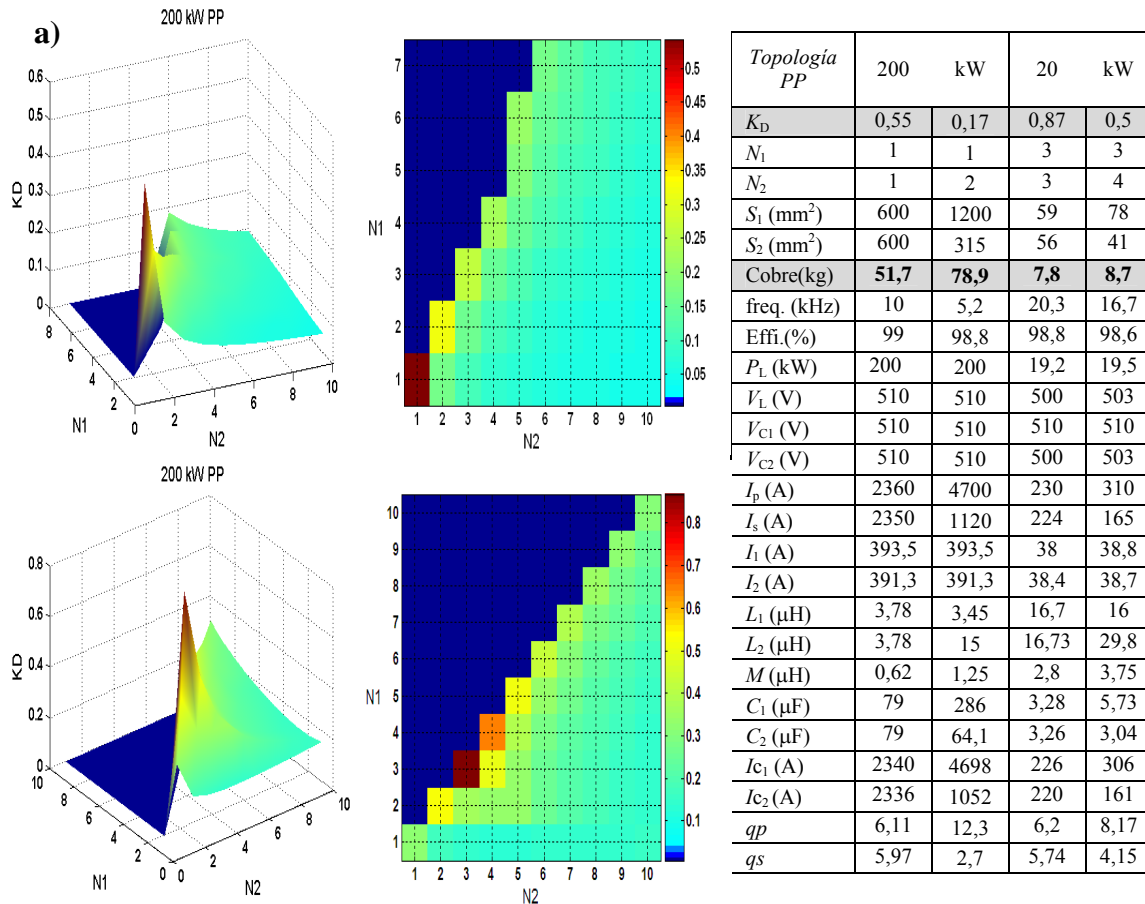


Fig. 64. Factor de diseño  $K_D$  para compensación PP: a) modelo de 200 kW; b) modelo de 20 kW.

### 4.6.3 Conclusiones

De acuerdo a estos resultados, se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- Para una frecuencia máxima dada, cuanto mayor es el factor de diseño menor es la cantidad de cobre.
- Comparando entre topologías, aquella que mayor factor de diseño presenta es la que menos cantidad de cobre necesita.
- La compensación SS es desde un punto de vista económico la más adecuada, presentando un gran número de combinaciones posibles y un mayor factor de diseño que el resto de topologías.
- Una mala selección de la topología puede llevar a necesitar cantidades de cobre muy elevadas.
- La compensación SP es la más crítica en su diseño debido al menor número de combinaciones posibles y la mayor diferencia entre la solución óptima y otras posibles.
- Las tensiones y corrientes por los condensadores son menores en aquellas combinaciones cuyo factor de diseño es máximo, exceptuando la SP en la que aumentan.



## Capítulo 5

### Comportamiento de las topologías frente a variación de parámetros. Selección de la topología óptima para carga de baterías

*En este capítulo se analiza el comportamiento del sistema óptimo diseñado en las cuatro topologías clásicas cuando los parámetros externos al acoplamiento, como son la carga conectada, la distancia y la posición entre bobinas, varían.*

*Este análisis del comportamiento frente a perturbaciones, servirá para analizar las limitaciones de funcionamiento de las distintas topologías en condiciones de trabajo distintas a las nominales, en orden a seleccionar aquella topología que mejor se adapte a las condiciones reales de carga de baterías de vehículos eléctricos y definir un sistema de control adecuado.*

*Se analiza la influencia que presenta en el comportamiento frente a desalineamientos cuando la bobina emisora sea de mayor tamaño que la receptora.*

*Por último, se comprueban los resultados teóricos de diseño para el caso real de alimentación de baterías con rectificación en el receptor.*

#### Índice

<b>5.1</b>	<b>Introducción.....</b>	<b>106</b>
<b>5.2</b>	<b>Variación de la resistencia de carga.....</b>	<b>106</b>
<b>5.3</b>	<b>Variación de la distancia.....</b>	<b>109</b>
5.3.1	Comportamiento de las topologías.....	109
5.3.2	Controlabilidad del sistema ante variaciones de distancia .....	112
<b>5.4</b>	<b>Variación de la posición relativa entre bobinas o desalineamiento .....</b>	<b>117</b>
5.4.1	Comportamiento de las topologías.....	118
5.4.2	Controlabilidad del sistema ante variaciones de posicionamiento.....	121
<b>5.5</b>	<b>Bobinas de tamaños distintos. Mejora frente al desalineamiento.....</b>	<b>121</b>
<b>5.6</b>	<b>Comportamiento de las topologías con rectificador y baterías.....</b>	<b>127</b>

## 5.1 Introducción

El dimensionamiento del sistema ICPT estudiado se ha obtenido para unas condiciones de carga nominal, distancia nominal, posición centrada de bobinas y resistencia equivalente de carga fija.

En el capítulo anterior se ha demostrado que la topología SS es la que menor cantidad de cobre requiere y por tanto la óptima desde un punto de vista económico; ahora bien, para seleccionar la mejor topología de un sistema de carga de baterías en un vehículo eléctrico hay que analizar el comportamiento de las topologías óptimas frente a la variación de los parámetros de trabajo.

En primer lugar, hay que considerar que en el caso de la carga de baterías, éstas deben ser alimentadas en continua y por tanto, se deberá rectificar la tensión obtenida en el devanado receptor. Además, las baterías y supercondensadores presentan una impedancia variable conforme se van cargando y por tanto habrá que analizar el comportamiento del sistema frente a cargas variables. Otros parámetros que pueden variar son la distancia entre bobinas, debido al peso variable en el vehículo, y la posición relativa entre bobinas.

Por último, para aumentar el área de transferencia a potencia nominal, será necesario incrementar el tamaño de la bobina emisora respecto a su óptimo y por tanto, deberá considerarse el comportamiento cuando las bobinas sean de tamaños distintos.

Por todos ello, se van a considerar los siguientes aspectos:

- Variación de la resistencia de carga conectada al receptor y, en el límite, comportamiento en cortocircuito y en circuito abierto.
- Variación de la distancia entre bobinas respecto de la nominal.
- Variación de la posición relativa entre bobinas, o lo que es lo mismo, comportamiento cuando no estén perfectamente alineadas.
- Comportamiento con bobinas de tamaños diferentes.
- Influencia de la rectificación en el lado receptor y comportamiento con carga tipo baterías y supercondensadores.

Todas las gráficas de variación de parámetros mostradas, vienen expresadas en p.u. respecto de sus valores nominales, de esta forma los resultados son extrapolables a cualquier tamaño de bobinas, distancia o potencia a transferir. Tanto la tensión en la carga como las dimensiones se han adoptado de acuerdo a los criterios de optimización vistos en el capítulo 4.

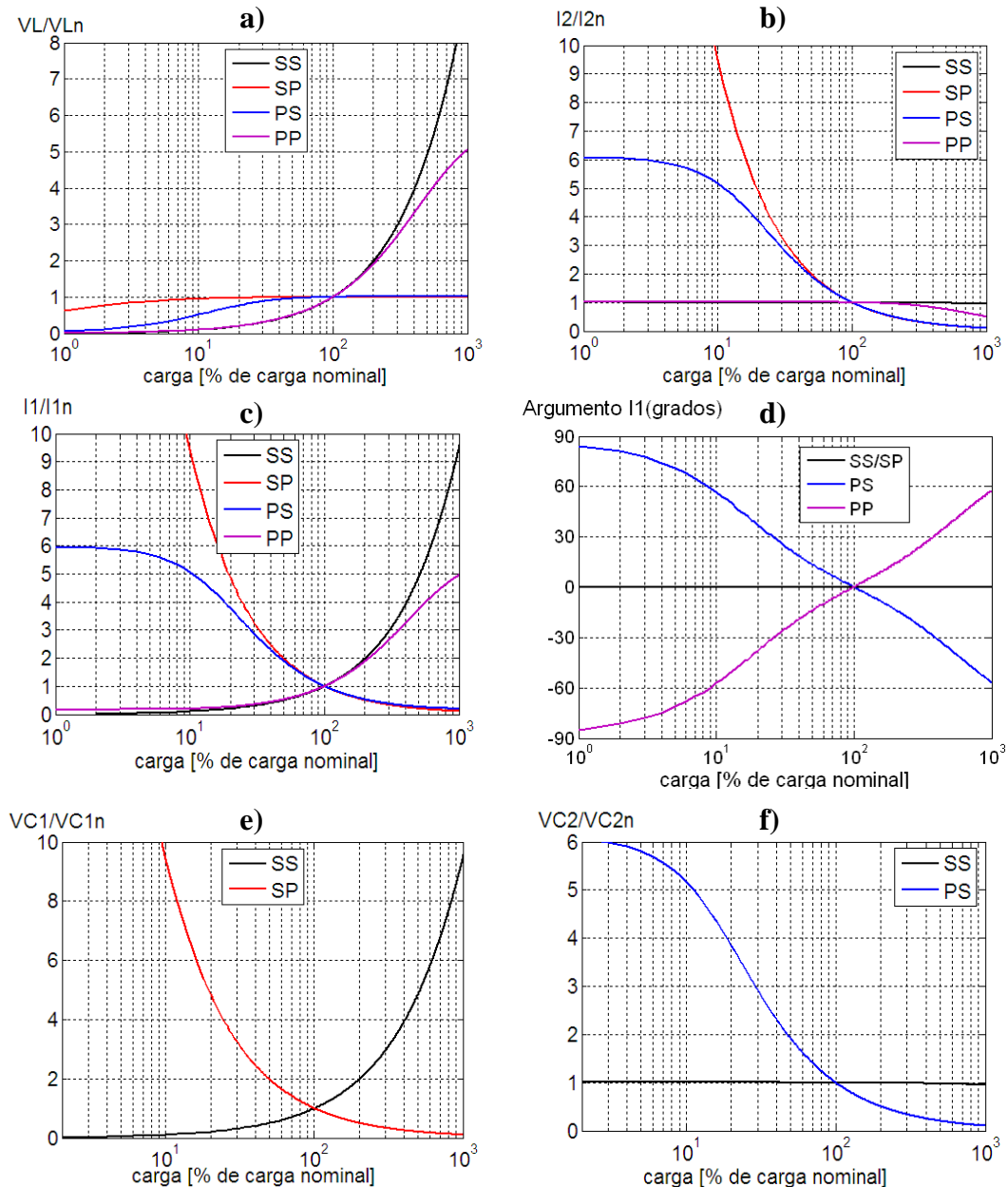
## 5.2 Variación de la resistencia de carga

El comportamiento del sistema frente a variaciones de la impedancia de carga es fundamental en el análisis de estabilidad del acoplamiento para carga de baterías. La carga equivalente utilizada en el diseño óptimo del acoplamiento viene dada por los



valores nominales de tensión y potencia a transferir según la ec.(150). En la práctica, la carga de baterías supone que la impedancia conectada al receptor varía en el tiempo, por tanto se va a analizar el comportamiento de los parámetros eléctricos cuando la resistencia de carga varía desde el 10 % al 1000 % de la resistencia nominal.

En la Fig. 65, se observa la variación de las principales magnitudes eléctricas en los cuatro tipos básicos de compensación cuando se produce una variación de la carga equivalente conectada. Se ha representado la carga en escala logarítmica para una mejor observación del comportamiento con pequeños valores de carga.



**Fig. 65.** Variación de las principales magnitudes eléctricas en p.u. frente a variaciones en la carga conectada.

La tensión en la carga (Fig. 65-a) en circuito abierto ( $R_L \rightarrow \infty$ ) se mantiene constante e igual a la nominal en compensaciones SP y PS, presentando un comportamiento muy estable y seguro en el circuito de secundario; sin embargo en compensación PP aumenta hasta 5 veces la tensión nominal y hasta 150 veces mayor en SS, pudiendo llegar a valores peligrosos. Se concluye que las compensaciones PP y SS no pueden quedarse en circuito abierto sin un control apropiado. En compensación SP la tensión permanece constante desde un 10 % de la carga nominal, comportándose como fuente de tensión.

La corriente por la carga (Fig. 65-b) en cortocircuito ( $R_L=0$ ), presenta un comportamiento estable en compensaciones SS y PP siendo igual a la corriente nominal, por tanto presentan protección intrínseca frente a cortocircuitos fortuitos en la carga. En compensaciones SP y PS, el comportamiento es inestable, pudiendo llegar a 150 veces la nominal en compensación SP. Se concluye que las compensaciones SP y PS no pueden quedarse en cortocircuito sin un control apropiado.

Respecto de la corriente absorbida de la fuente (Fig. 65-c), las compensaciones SS y PP presentan comportamiento estable frente a cortocircuitos, limitándose de forma intrínseca la corriente a valores inferiores a la corriente nominal, pero aumentando conforme lo hace la impedancia. En compensaciones SP y PS es necesario incluir protección contra cortocircuitos en la carga o utilización de sistemas de alimentación a corriente constante [51, 63].

El hecho de un comportamiento estable en cortocircuito en compensaciones SS y PP es una ventaja en el uso de técnicas DC-DC de control de la potencia transferida mediante transistor de puenteo de la carga [65].

El argumento de la corriente (Fig. 65-d) no se ve afectado al variar la resistencia de carga en compensaciones SS y SP y por tanto no se ve modificada la condición de resonancia. En compensación PS y PP sí que se modifica dicho argumento y será necesario un control en frecuencia para buscar la nueva condición de resonancia del sistema.

Los valores de tensión y corriente en los condensadores también se ven modificados. Así, en compensación SS, las tensiones y corrientes en los condensadores sigue la misma evolución que  $I_1$  e  $I_2$  respectivamente; en SP, la tensión y corriente de primario son análogas a  $I_1$ , y en el secundario son iguales a sus valores nominales. En PS, la tensión y corriente en el condensador 1 son los nominales y en el secundario siguen la misma evolución que la corriente  $I_2$ . En PP, la tensión y corriente en el condensador 1 son los nominales y en el condensador 2 siguen la misma evolución que  $V_L$ .

Para pequeñas variaciones de la impedancia de carga respecto de su valor nominal, (caso de la carga de baterías de un vehículo eléctrico en las que la variación de tensión oscila entre 1,75 y 2,4 voltios/elemento [62] dando lugar a una variación aproximada de un 30 % entre batería descargada y a plena carga), las compensaciones SS y PP son las que mejor comportamiento presentan. Esto se debe a que se realiza la carga de baterías a corriente constante de manera natural. Ahora bien, la impedancia aumenta conforme las baterías se van cargando y esto supone un aumento de la corriente absorbida de la fuente y un aumento de la tensión sobre el condensador 2.

Esta situación dará lugar a un sobredimensionamiento del puente inversor de alimentación y de la tensión máxima que deberá soportar la batería de condensadores.

### 5.3 Variación de la distancia

En un vehículo eléctrico la distancia entre bobinas no va a ser constante [69], ya que va a depender de las condiciones de peso del vehículo. La distancia nominal de diseño “ $h$ ” para el dimensionamiento del sistema de carga del vehículo es un aspecto muy importante a tener en cuenta ya que si la distancia de diseño se ha considerado con el vehículo en vacío, habrá que analizar el comportamiento cuando se produzcan acercamientos entre bobinas (Fig. 66), es decir, con el vehículo cargado. Si la distancia de diseño se ha considerado con el vehículo a plena carga, habrá que analizar el comportamiento cuando se produzcan alejamientos entre bobinas, es decir, con el vehículo en vacío.

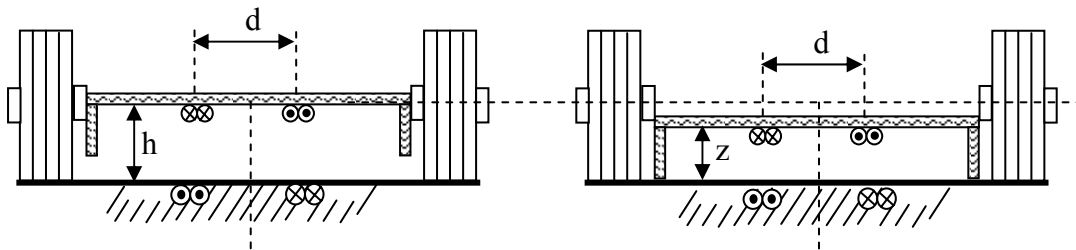


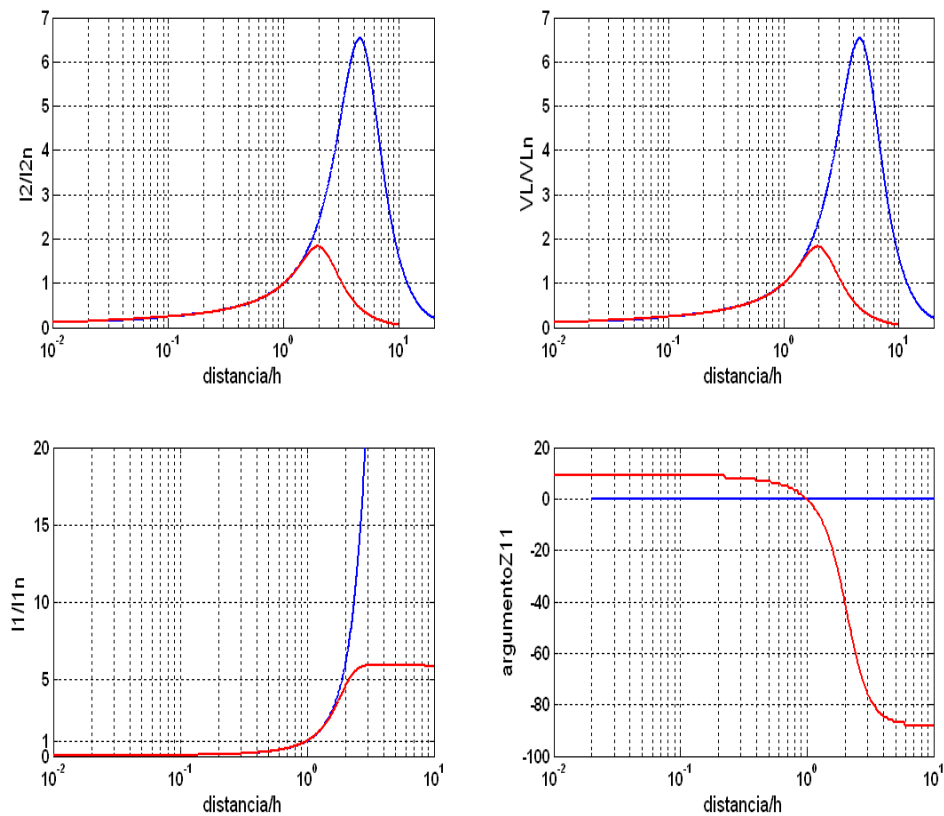
Fig. 66. Variación de la distancia entre bobinas “ $z$ ” respecto de la distancia de diseño “ $h$ ”.

#### 5.3.1 Comportamiento de las topologías

En las siguientes figuras, se va a analizar el comportamiento de las cuatro topologías básicas al variar la distancia entre bobinas. En el límite, se estudia la estabilidad del sistema con el primario alimentado y ausencia de secundario.

En compensaciones SS y SP (Fig. 67), el comportamiento es análogo: si las bobinas se acercan respecto a su distancia nominal tanto la potencia entregada a la carga como la absorbida de la fuente disminuyen y por tanto presentan un comportamiento estable, mientras que si las bobinas se alejan, las potencias aumentan presentando un comportamiento inestable.

Este aumento varía según la compensación. En SS, para una distancia de 4 veces la nominal se produce el pico de máxima transferencia de potencia a la carga, y en SP se produce cuando la distancia es el doble de la nominal; a partir de estas distancias la potencia decae hasta hacerse nula, sin embargo la corriente absorbida de la fuente aumenta considerablemente cuando la distancia entre bobinas tiende a infinito o lo que es lo mismo en ausencia de secundario, pudiendo llegar a ser 6 veces la nominal en SP y 150 veces en SS.



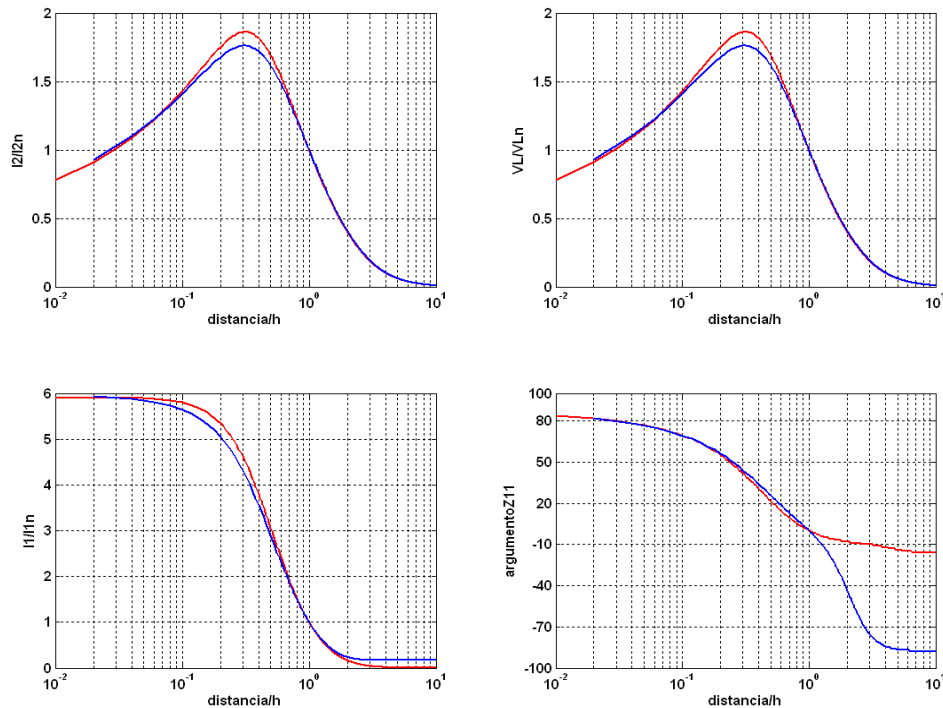
**Fig. 67.** Variación de a) corriente por la carga , b) tensión en la carga, c) corriente absorbida de la fuente y d) argumento del sistema para compensaciones SS (azul) y SP (rojo).

A la vista de estos resultados se obtienen las siguientes conclusiones para las compensaciones SS y SP:

- No debe alimentarse el primario en ausencia del devanado secundario, debiendo dotar al acoplamiento con un sistema de detección del secundario como protección.
- Si el sistema se diseña para transferir la potencia nominal en vacío, el sistema es estable cuando las bobinas se acercan pero a costa de una pérdida de transferencia de potencia.
- Si el sistema se diseña para transferir la potencia nominal a plena carga, en vacío se producirá un aumento de la potencia y será necesario un adecuado control.
- En compensación SS no se produce variación en el desfase de la corriente y por tanto la frecuencia de resonancia no se ve modificada.
- En compensación SP, la corriente se adelanta al acercar las bobinas y se retrasa al alejarse, modificando por tanto la frecuencia de resonancia del sistema.

En compensaciones PS y PP (Fig. 68), el comportamiento es análogo en ambos tipos de compensación y contrario al caso anterior. Si las bobinas se alejan, se produce una pérdida tanto de la potencia transferida como absorbida comportándose el sistema de

manera estable ya que en el límite, en ausencia de secundario, la potencia absorbida es menor del 20 % de la nominal.



**Fig. 68.** Variación de a) corriente por la carga , b) tensión en la carga, c) corriente absorbida de la fuente y d) argumento del sistema para compensaciones PS (azul) y PP (rojo).

Si las bobinas se acercan, se produce un aumento tanto de la potencia absorbida como transferida aunque esta última, presenta un valor máximo a una distancia del 40% de la nominal para decaer rápidamente a valores muy bajos si las bobinas están juntas. Sin embargo, la corriente absorbida puede alcanzar valores de hasta 6 veces la nominal siendo el sistema inestable al acercarse mucho las bobinas.

A la vista de estos resultados se obtienen las siguientes conclusiones para las compensaciones PS y PP:

- Las topologías con condensador paralelo en primario presentan mejor comportamiento frente a variaciones de distancia entre bobinas.
- Si el sistema se diseña para transferir la potencia nominal a plena carga, el sistema es estable ya que en vacío sólo se producirá una pérdida en la transferencia de potencia y será necesario un adecuado control.
- Presentan protección natural al quedarse el primario alimentado en ausencia de secundario.
- Tanto al acercarse como alejarse las bobinas, varía el argumento de la corriente, modificándose por tanto la frecuencia de resonancia del sistema.

### 5.3.2 Controlabilidad del sistema ante variaciones de distancia

La controlabilidad del sistema se refiere a la necesidad de modificar variables para que la potencia transferida se mantenga constante independientemente de la distancia y con los parámetros eléctricos dentro de un rango máximo de variación. En la práctica, no van a existir grandes variaciones de distancia si no más bien pequeñas variaciones respecto de la distancia de diseño debido a las fluctuaciones en la carga del vehículo. En este punto, se va a analizar si es posible conseguir transferir la potencia deseada para cualquier distancia dentro de un rango máximo prefijado.

Los parámetros a modificar son la tensión de alimentación en compensación SS, puesto que la frecuencia de resonancia no se ve modificada, y la tensión y frecuencia en el resto de topologías. En las siguientes figuras se observan la corriente en la carga (a), la tensión en la carga (b), el argumento total del sistema (d) y la corriente absorbida de la fuente (c) para una variación de la distancia del  $\pm 50\%$  de la distancia nominal. A su vez, se muestra la corrección necesaria de tensión (e) y frecuencia (f) para un correcto control en las cuatro topologías básicas. Estas gráficas se han obtenido mediante los correspondientes modelos de matlab y que han dado lugar al desarrollo de una patente en fase de revisión

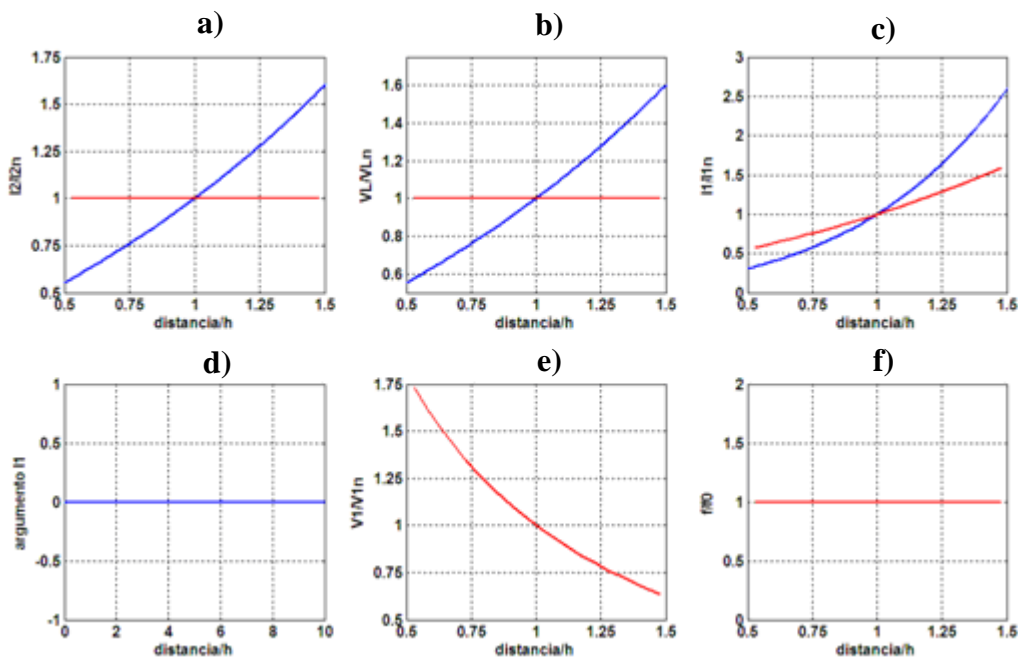


Fig. 69. Principales parámetros eléctricos frente a la variación de distancia para topología SS: Sin control (azul), con control (rojo).

En la topología SS (Fig. 69), el control para mantener la potencia constante requiere únicamente de la variación de la tensión de alimentación, que puede realizarse con un sencillo control del Ciclo de trabajo [71]. Sin embargo, hay que tener en cuenta que al producirse alejamientos entre bobinas se puede mantener la potencia nominal con sólo disminuir la tensión, pero siempre a costa de una corriente absorbida de la fuente mayor que la nominal. Por ejemplo, para un incremento de la distancia entre bobinas del 25 %, la tensión y corriente por la carga aumentarían un 25 % respecto de sus valores nominales (Fig. 69 a,b), mientras que la corriente absorbida de la fuente aumentaría hasta un 60 % respecto de la nominal (Fig. 69 c). Disminuyendo la tensión de

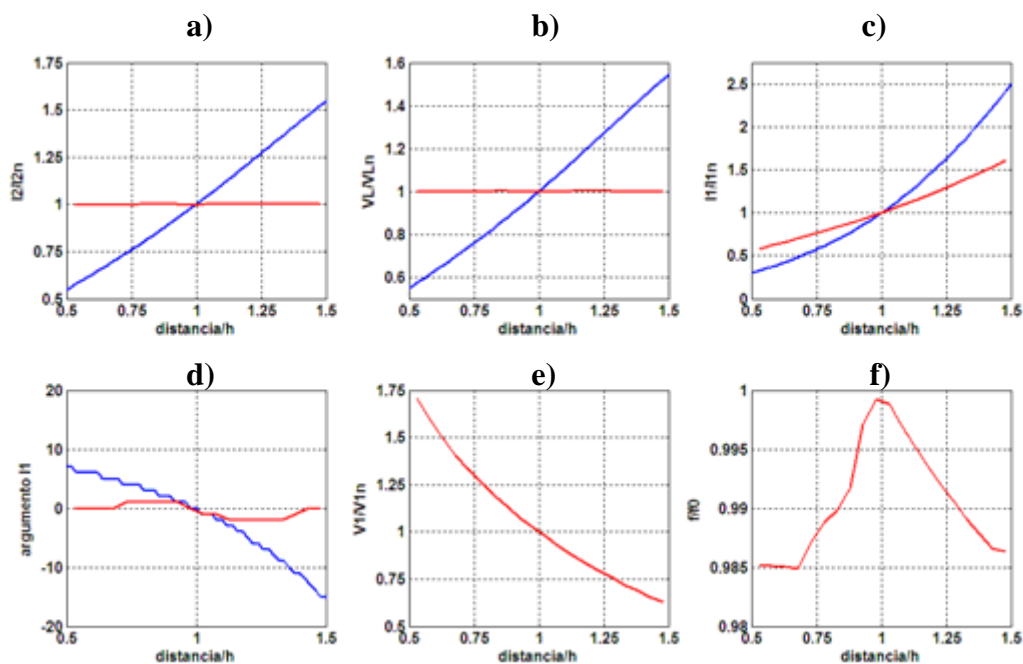
alimentación un 25 % (Fig. 69-e), la tensión y corriente en la carga vuelven a sus valores nominales y la corriente absorbida será sólo un 25 % mayor de la nominal.

Para el caso de acercamiento entre bobinas, el problema aparece por la incapacidad del sistema de poder transferir la potencia nominal. El control consiste en este caso en aumentar la tensión de alimentación respecto de la nominal en una cantidad aproximadamente igual al acercamiento deseado. Esto supone un inconveniente, puesto que si el sistema se ha diseñado con la máxima tensión de fuente disponible para que la corriente entregada por la fuente sea mínima, no es posible incrementar la tensión y por tanto no se puede transferir la potencia nominal.

Para evitar esta situación, el diseño del acoplamiento en sistemas con compensación serie en primario se hará con la distancia de máxima carga del vehículo; de esta forma las únicas variaciones de distancia posible será la de alejamiento de bobinas cuando el vehículo lleve menos peso y por tanto el control conllevará una disminución de la tensión y un incremento de la corriente.

Esto supone que cuanto mayor rango de variación de distancia se desee controlar, mayor será el sobredimensionamiento de la fuente respecto de la potencia nominal a transferir, encareciendo el inversor de alimentación. En el límite de separación cuando la distancia es infinita, es imprescindible una desconexión del primario o una limitación de corriente en ausencia del secundario.

En compensación SP, el comportamiento es análogo a la SS pero en este caso se produce una variación en el argumento total del sistema (Fig. 70-d). Este desfase para pequeñas variaciones no es muy acusado aunque es necesaria una corrección de la frecuencia para encontrar la nueva condición de resonancia; esto conlleva la necesidad de dos bucles de control, uno para la tensión y otro para la frecuencia aumentando la complejidad y el coste del sistema de control.



**Fig. 70.** Principales parámetros eléctricos frente a la variación de distancia para topología SP: Sin control (azul), con control (rojo).

Tanto para un aumento de la distancia, en el que la corriente se retrasa como en una disminución en los que la corriente se adelanta, se deberá disminuir la frecuencia ligeramente respecto de la frecuencia nominal (Fig. 70-f).

Así, para un incremento de distancia del 25 % se requerirá una disminución de la tensión de alimentación de un 25 % y una disminución de la frecuencia de un 1 %. La corriente absorbida de la fuente se incrementará un 30 % y deberá sobredimensionarse el inversor.

Puesto que el comportamiento es análogo en ambos tipos de compensación pero el control es más sencillo en compensación SS, se puede afirmar que es preferible la compensación SS.

En compensación PS si las bobinas se acercan, la tensión en la carga (Fig. 71-a), la corriente por la carga (Fig. 71-b) y la corriente absorbida (Fig. 71-c) aumentan considerablemente, a la par que se produce un adelanto de dicha corriente (Fig. 71-d). Con sólo disminuir la frecuencia para encontrar la nueva situación de resonancia (Fig. 71-f) se consigue corregir la potencia transferida a su valor nominal sin apenas variar la tensión de la fuente y sin incremento de la corriente absorbida de la fuente.

Si las bobinas se alejan, la potencia en la carga disminuye y la corriente se retrasa. Para recuperar la capacidad de transferencia de potencia es necesario incrementar tanto la frecuencia de trabajo como la tensión de la fuente, apareciendo el problema de no disponer de más tensión. Para evitar esta situación, los sistemas con compensación PS deberá diseñarse con la distancia nominal igual a la del vehículo en vacío; de esta forma sólo se producirán acercamientos entre bobinas con un control muy estable y sin tener que sobredimensionar la fuente puesto que en ningún caso se superará el valor de corriente nominal.

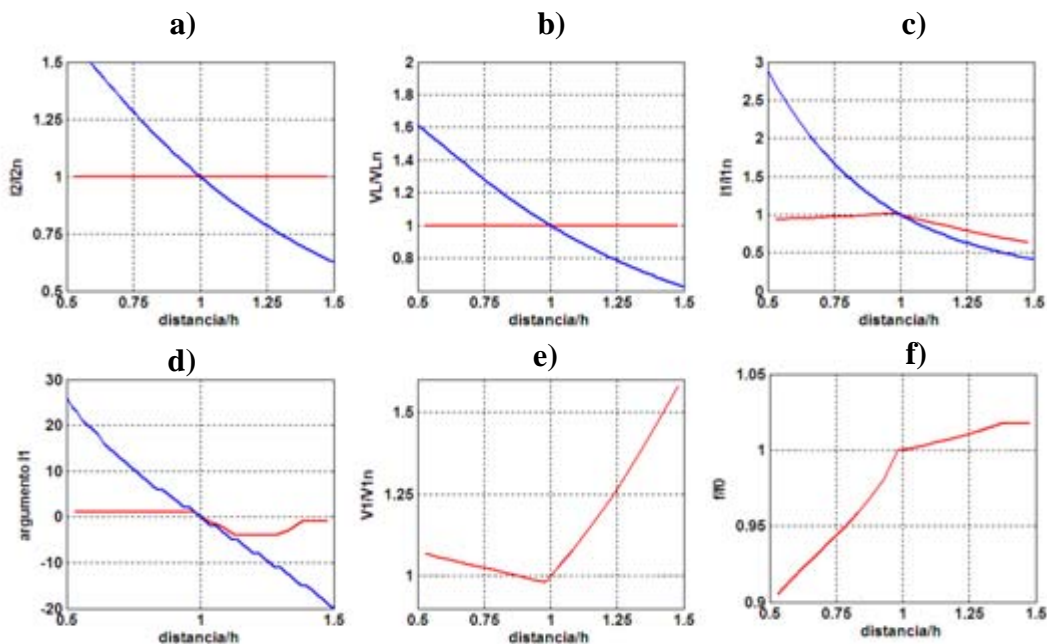


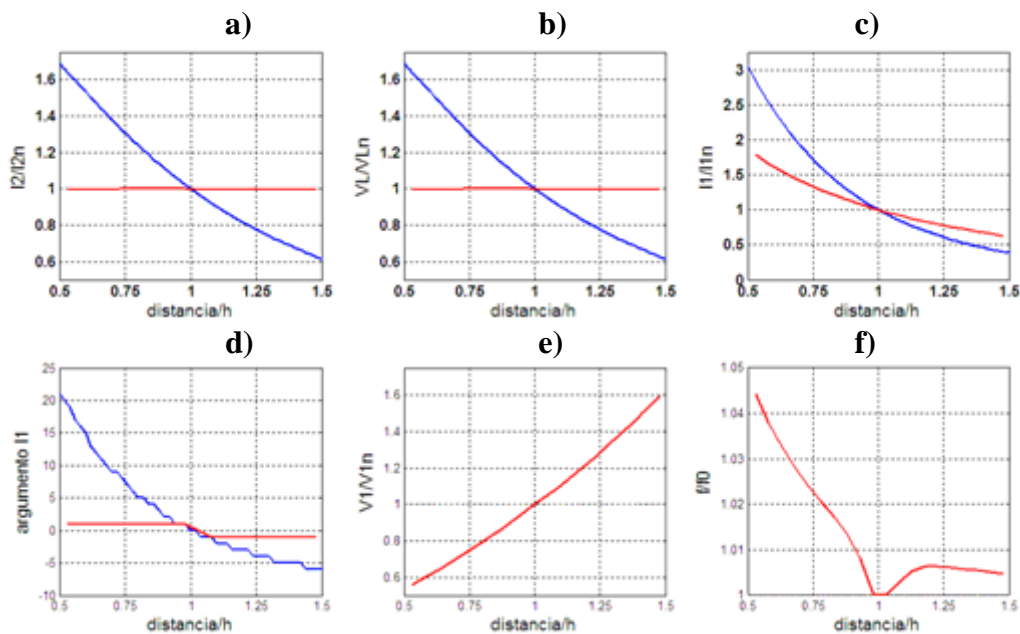
Fig. 71. Principales parámetros eléctricos frente a la variación de distancia para topología PS: Sin control (azul), con control (rojo).



El comportamiento de los sistemas con compensación paralelo en primario presenta mejor comportamiento que los sistemas con compensación serie para aplicaciones con distancias variables.

En compensación PP, el comportamiento es análogo a PS pero presenta peor comportamiento cuando se producen acercamientos puesto que para corregir la potencia es necesario incrementar la frecuencia de manera apreciable (Fig. 72-f) y disminuir la tensión (Fig. 72-e), lo que conlleva un aumento de la corriente absorbida de la fuente y por tanto un sobredimensionamiento del inversor.

Para un acercamiento del 25% de la distancia nominal, es necesario disminuir la tensión un 25 % y aumentar la frecuencia un 2 %, y la fuente deberá suministrar un 35% más que la nominal. En el caso de alejamientos, las condiciones de controlabilidad empeoran respecto de la topología PS porque hay que aumentar la tensión de la fuente y la frecuencia.



**Fig. 72.** Principales parámetros eléctricos frente a la variación de distancia para topología PP: Sin control (azul), con control (rojo).

Se puede concluir por tanto que la topología PS es la que presenta una mejor controlabilidad en aplicaciones en las que pueda haber variaciones de distancia entre bobinas.

En las figuras siguientes se representan los diagramas de bloques para el control de los sistemas ICPT en función de la topología.

En compensación SS (Fig. 73), al no haber modificación en el desfase de la corriente al variar parámetros, la información necesaria para mantener la potencia en la carga al valor deseado se deberá obtener del secundario por medios inalámbricos. Como la frecuencia de resonancia no se ve modificada, sólo se deberá modificar el ciclo de trabajo del puente inversor para adecuar la tensión de alimentación a las condiciones de transferencia [71].

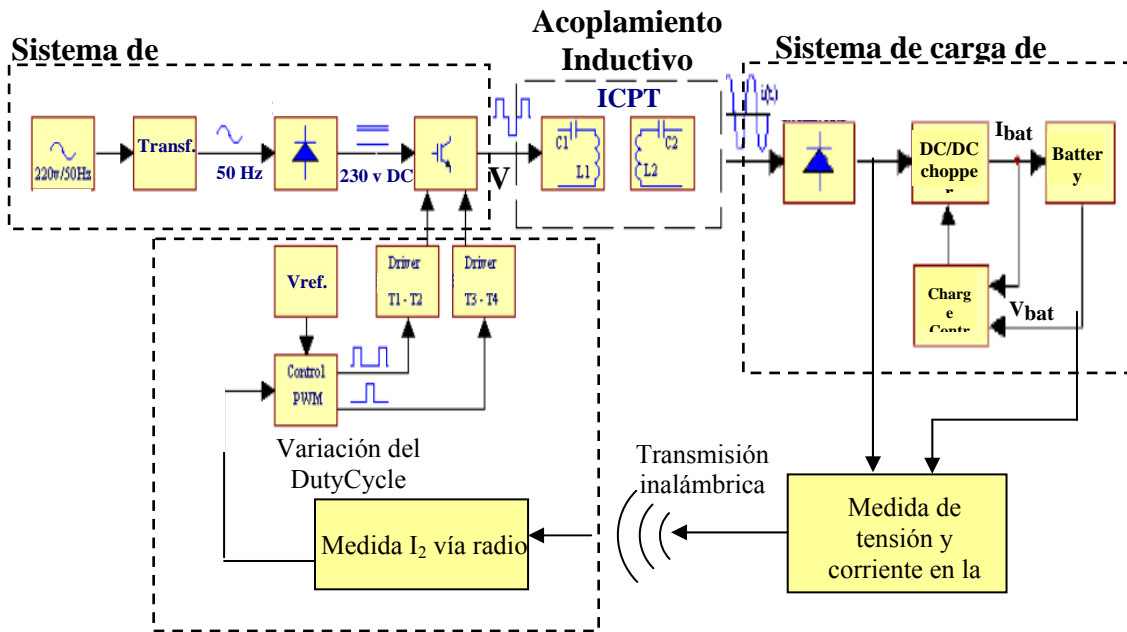


Fig. 73. Bucle de control para compensación SS.

En el resto de compensaciones (Fig. 74), toda variación de parámetros supone un desfase de la corriente absorbida de la fuente y por tanto una modificación de la frecuencia de resonancia.

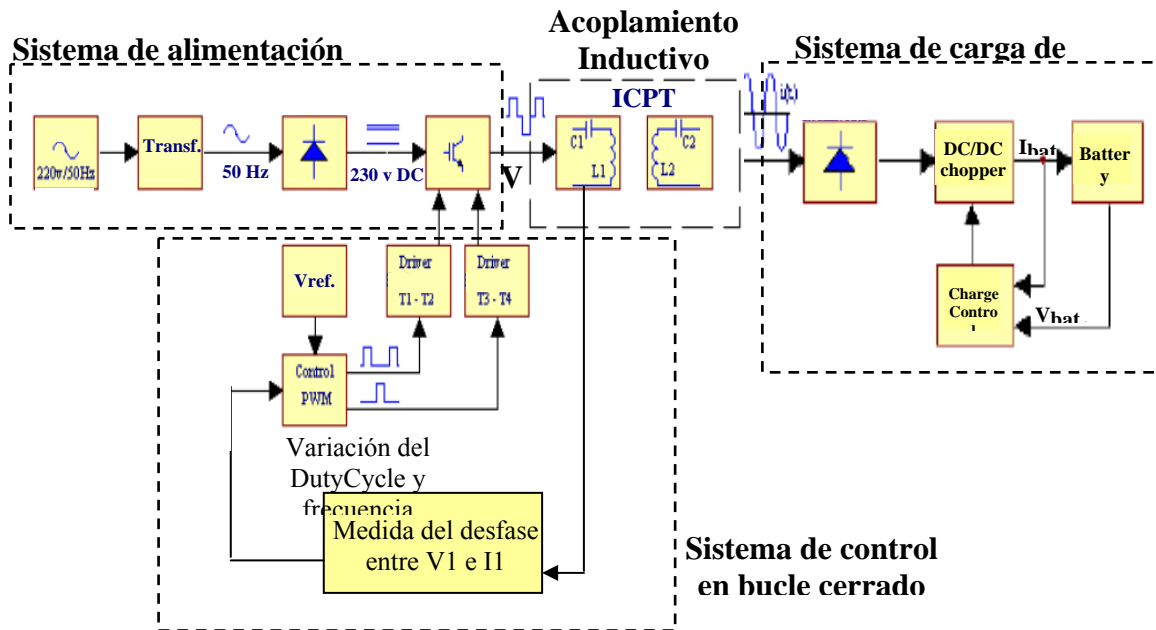
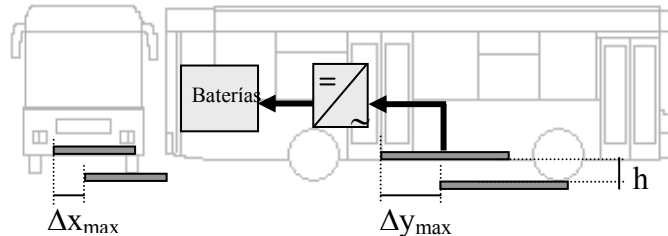


Fig. 74. Bucle de control para compensación SP, PS y PP.

Midiendo este desfase en el primario, se obtendrá la información necesaria para corregir esta situación, de tal forma que se variará la frecuencia de una forma adecuada para encontrar el nuevo punto de resonancia y se adecuará la tensión a las nuevas condiciones de transferencia [71]. En este caso, el control es más complejo pero la información se obtiene del mismo primario.

### 5.4 Variación de la posición relativa entre bobinas o desalineamiento

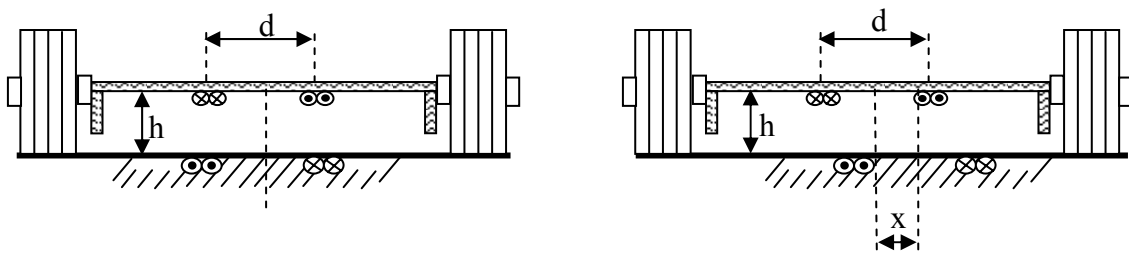
En este punto se va a analizar el comportamiento del sistema cuando las bobinas no están perfectamente enfrentadas en función de la topología de compensación utilizada. Este es uno de los principales aspectos a tener en cuenta en la elección del sistema de carga de baterías puesto que el principal objetivo de la tesis es obtener un sistema de carga lo más independiente posible de la posición relativa entre bobinas.



**Fig. 75.** Esquemático de desalineamiento entre bobinas en las direcciones "x" e "y".

Hay que partir de la condición de máximos desalineamientos permitidos (Fig. 75) con transferencia de la potencia nominal para definir las condiciones que habrá de tener el control del sistema; fuera de ese posicionamiento máximo, el sistema deberá comportarse de manera estable en el sentido en que todas las magnitudes eléctricas sean menores o iguales que las nominales.

En la literatura, se define la Tolerancia Horizontal (HT) [36] como el máximo desalineamiento "x" (Fig. 76) que puede ser tolerado en una dirección antes que una determinada magnitud eléctrica disminuya por debajo de un cierto límite prefijado. Se definirá  $HT_V$  para las tensiones,  $HT_I$  para las corrientes y  $HT_P$  para las potencias. Por ejemplo una tolerancia horizontal en potencias del 50 %,  $HT_P(50\%)$  representa la distancia de desalineamiento de la bobina receptora respecto de la emisora donde la potencia transferida es mayor o igual al 50 % de la potencia nominal.



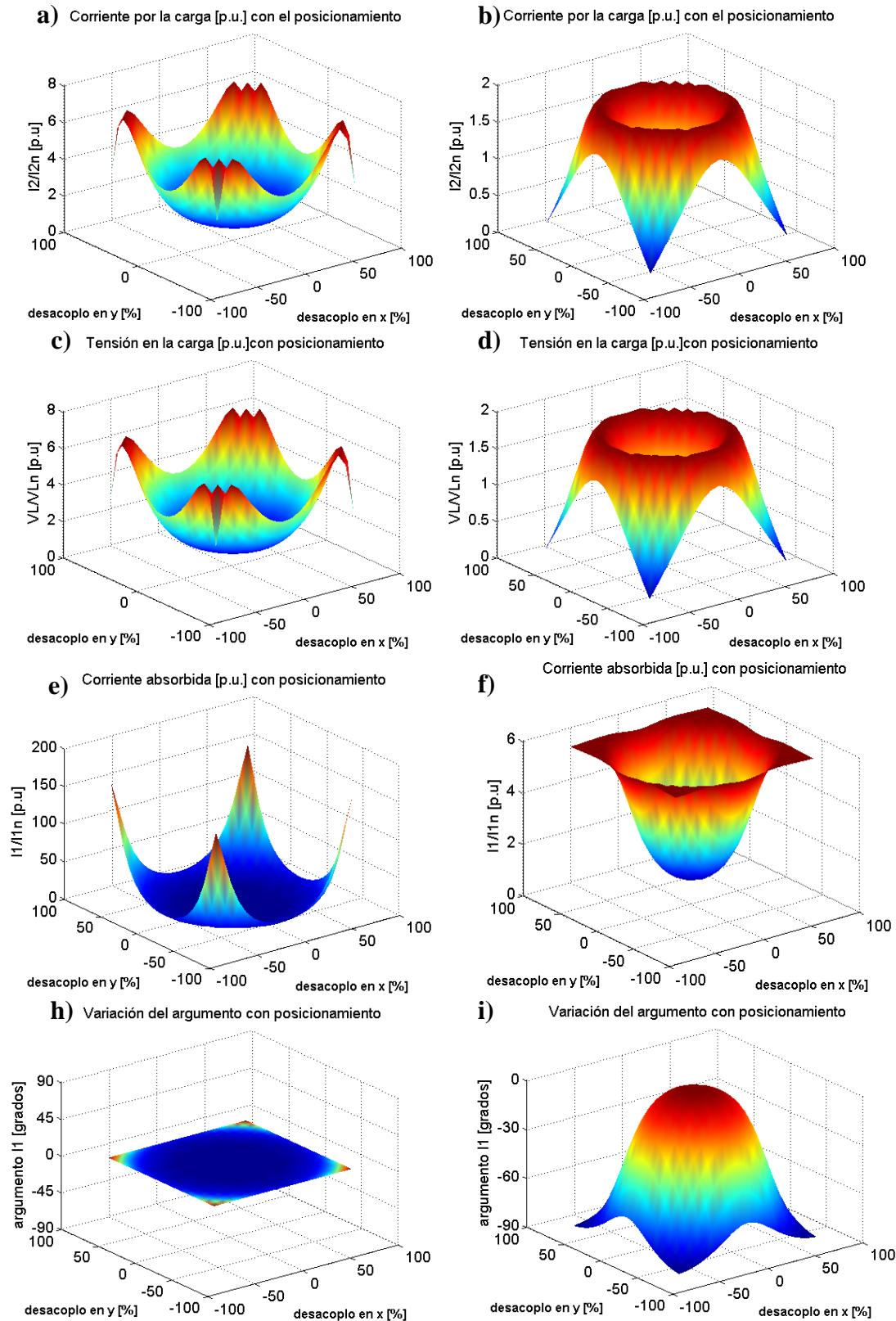
**Fig. 76.** Desalineamiento en el eje "x".

En las siguientes figuras se representan las principales magnitudes eléctricas en p.u. de la carga y la fuente para desalineamientos de hasta el 100 % de 2 bobinas cuadradas de idénticas dimensiones. Este análisis es extrapolable a cualquier tamaño, distancia o potencia a transferir.

Hay que tener en cuenta que desalineamientos del 100 % entre bobinas es una situación crítica y que no se va a considerar en la realidad, pero sí que nos permitirá ver el comportamiento de las topologías y analizar los límites de control.

### 5.4.1 Comportamiento de las topologías

En la Fig. 77 se representan la variación de los principales parámetros eléctricos con desalineamientos en ambas direcciones de hasta el 100 % en topologías SS y SP.



**Fig. 77.** Principales parámetros eléctricos en p.u. frente al desalineamiento en los ejes "x" e "y" para compensaciones SS (a,c,e y g) y SP (b,d,f y h).

Las compensaciones SS y SP presentan un buen comportamiento frente a desalineamientos ya que presentan unas tolerancias laterales  $HT_{VL}(50\%) = HT_{I2}(50\%) = 100\%$  debido a que se produce un aumento de la tensión en la carga (y por tanto de la potencia transferida) y de la corriente absorbida, pero es a costa de un comportamiento inestable para la fuente y que por tanto requiere la adopción de un adecuado control.

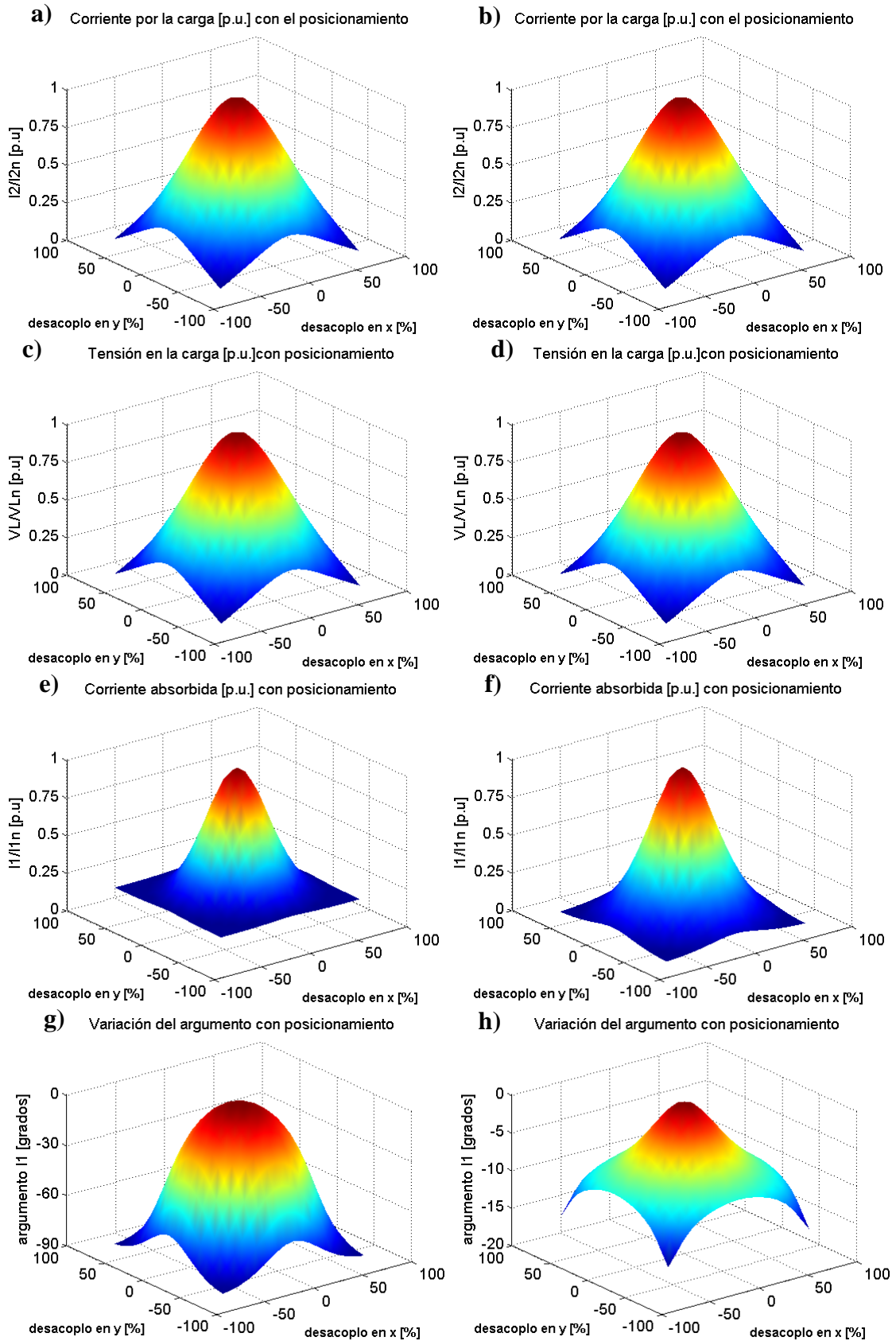
En compensación SP el comportamiento es análogo pero permite desalineamientos relativos sin incrementos de corriente excesivos, lo cual hace que sea más fácilmente controlable. La máxima tensión transferida a la carga (Fig. 77-b) alcanza su valor máximo de 1,8 veces el nominal para un desalineamiento del 50 %. La corriente absorbida de la fuente llega a ser 5 veces la nominal (Fig. 77-f) para desalineamientos del 100 % y de 2 veces para desalineamientos del 50 %. La corriente se retrasa modificándose la condición de resonancia del circuito (Fig. 77-h).

Las compensaciones con condensador serie en primario son inestables, pero con un adecuado control se puede transferir la potencia nominal dentro de un amplio rango de desalineamiento.

En la Fig. 78 se representan la variación de los principales parámetros eléctricos con desalineamientos en ambas direcciones de hasta el 100 % en topologías PS y PP.

Las compensaciones PS y PP presentan comportamiento estable en el sentido de que la corriente absorbida de la fuente es menor que la nominal (Fig. 78- e,f) pero a costa de presentar una pésima tolerancia lateral ya que  $HT_{VL}(50\%) = HT_{I2}(50\%) = 20\%$ , es decir, no se puede transferir ni el 50 % de la potencia nominal con desalineamientos mayores del 30 %, ya que la tensión en la carga (Fig. 78- a,b) disminuye bruscamente fuera de la posición centrada de las bobinas. Para un desalineamiento del 50 % la tensión en la carga es el 40 % de la nominal, lo que supone una disminución en la potencia transferida del 84 %.

En ambas topologías varía el argumento del sistema (Fig. 78 - g, h) viéndose modificada, por tanto, la frecuencia de resonancia. En la topología PP esta variación del argumento no es muy elevada, siendo de tan sólo 10 grados para un desalineamiento del 50 %, mientras que en PS la variación del argumento es mucho más acusada y necesitará de una variación mayor de frecuencia. Sin embargo, como se verá en el apartado siguiente, la compensación PS presenta mejor controlabilidad para conseguir transferir la potencia nominal.



**Fig. 78.** Principales parámetros eléctricos en p.u. frente al desalineamiento en los ejes “x” e “y” para compensaciones PS (a,c,e y g) y PP (b,d,f y h).

### 5.4.2 Controlabilidad del sistema ante variaciones de posicionamiento

En las topologías PS y PP no se puede conseguir transferir la potencia nominal si las bobinas no están perfectamente alineadas sin incrementar la tensión de alimentación en una cantidad tanto mayor cuanto mayor desalineamiento se desea y además aumentando la frecuencia para trabajar en resonancia. Por ejemplo, para compensación PS, si se desea transferir la potencia nominal con un desalineamiento del 50 %, es necesario incrementar la tensión de alimentación un 220 % e incrementar la frecuencia un 1 %. Se puede concluir que estas topologías no son válidas para transferencia con elevados desalineamientos.

En las topologías SS y SP se puede conseguir transferir la potencia nominal con un adecuado control disminuyendo la tensión de alimentación y a costa de un sobredimensionamiento en corriente de la fuente, tanto mayor cuanto mayor sea el desalineamiento deseado [71].

### 5.5 Bobinas de tamaños distintos. Mejora frente al desalineamiento

En el apartado anterior se ha comprobado que ninguna topología presenta un correcto comportamiento frente a desalineamientos ya que las compensaciones serie en primario son inestables y necesitan de un control preciso y de un sobredimensionamiento en corriente de la fuente. Por el contrario, las compensaciones paralelo en primario son estables, pero se produce una rápida pérdida de potencia y necesitan de un sobredimensionamiento en tensión de la fuente.

Para que el control no sea tan complejo y el grado de libertad en la carga sea mucho mayor se va a considerar el acoplamiento cuando la bobina emisora sea de mayor tamaño que la receptora en dirección “y”; de esta manera el área de carga nominal posible se aumenta considerablemente aunque, como es de suponer, este aumento del área de transferencia posible es a costa de un incremento en la cantidad de cobre y una pérdida de eficiencia.

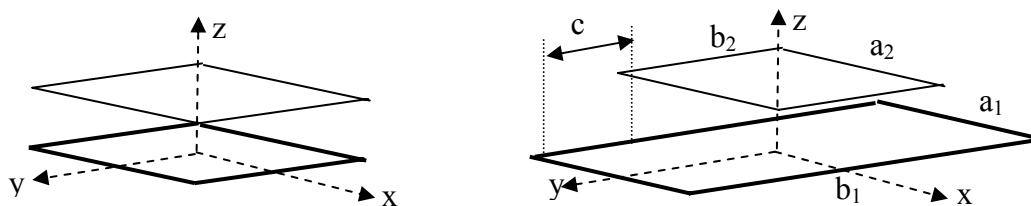


Fig. 79. Bobina emisora de mayor longitud que la receptora y un desplazamiento relativo  $c = \frac{b_1 - b_2}{2}$ .

En el punto 2.3.4 se comprobó que existe una relación óptima de dimensiones (Tabla 10) con la que se obtiene mayor coeficiente de inducción mútua entre bobinas y por tanto un aumento de la capacidad de transferencia de potencia, aunque es a costa de una mayor cantidad de cobre y por tanto menor eficiencia. Cuanto mayor sea la bobina emisora mayor área de transmisión, de tal forma que hasta un 250 % mayor, el coeficiente “M” es igual o mayor que con bobinas iguales.

### 5.5.1 Comportamiento de las topologías

Se va a comparar para los casos SS y PS con una longitud de bobina emisora el doble que la receptora ( $b_1=2*b_2$ ) y de la misma anchura; las condiciones nominales del acoplamiento se calculan para una posición centrada de esta respecto de la primera ( $x=0, y=0, z=h$ ).

Las dimensiones de la bobina receptora son las adoptadas para el modelo óptimo de 20 kW obtenido en el apartado 4.6 y los resultados aplicando a la selección del nuevo modelo el factor de diseño se pueden ver en la tabla 25 para los dos tipos de compensación.

**Tabla 24. Comparación modelo óptimo y modelo con primario más largo.**

Modelo SS de 20 kW	2 bobinas iguales de 0.6×0.6 m	Primario 0.6×1.2 m Secundario 0.6×0.6 m
Desplaza. “c”	0	0.3
$N_1/N_2$	18/18	23/29
$S_1/S_2 (\times 10^{-6} \text{mm}^2)$	10/10	10/10
Cobre (kg)	7,74	13,6
$K_D$	0,97	0,9
Rendimiento	0,987	0,97

Modelo PS de 20 kW	2 bobinas iguales de 0.6×0.6 m	Primario 0.6×1.2 m Secundario 0.6×0.6 m
Desplaza. “c”	0	0.3
$N_1/N_2$	3/18	1/18
$S_1/S_2 (\times 10^{-6} \text{mm}^2)$	62/10	430/10
Cobre (kg)	7,8	17
$K_D$	0,9	0,3
Rendimiento	0,987	0,97

Al aumentar el tamaño de la bobina emisora, se produce un aumento considerable de la cantidad de cobre necesaria, una disminución del factor de diseño y una disminución del rendimiento, lo que indica que no es la solución más económica de todas las posibles. Sin embargo, este empeoramiento desde un punto de vista económico, permite mayores desalineamientos en dirección “y” a la vez que posibilita un control más sencillo para desalineamientos en el eje “x”.

Se comprueba que las condiciones del acoplamiento se mantienen constantes siempre que la bobina receptora se encuentre “dentro de la bobina emisora” [71]; de esta forma se introduce un mayor grado de libertad en una de las dimensiones y con un correcto control de la otra dimensión, el área posible de transferencia se aumenta considerablemente

En las siguientes figuras se observan los principales parámetros eléctricos como son la tensión en la carga, la corriente absorbida de la fuente y el argumento total para desalineamientos del 50 % en el eje “x” y del 100 % en el eje “y” respecto de las dimensiones de la bobina receptora.

Se observa que en compensación SS (Fig. 80) los movimientos sólo en el eje “y” permiten desplazamientos de hasta el 100 % de la longitud del receptor con elevado rendimiento pero con un incremento de la tensión en la carga y de la corriente absorbida en torno a 2 veces la nominal; situación controlable con una disminución de la tensión



de la fuente. El argumento no se ve modificado y por tanto no es necesaria una corrección en frecuencia.

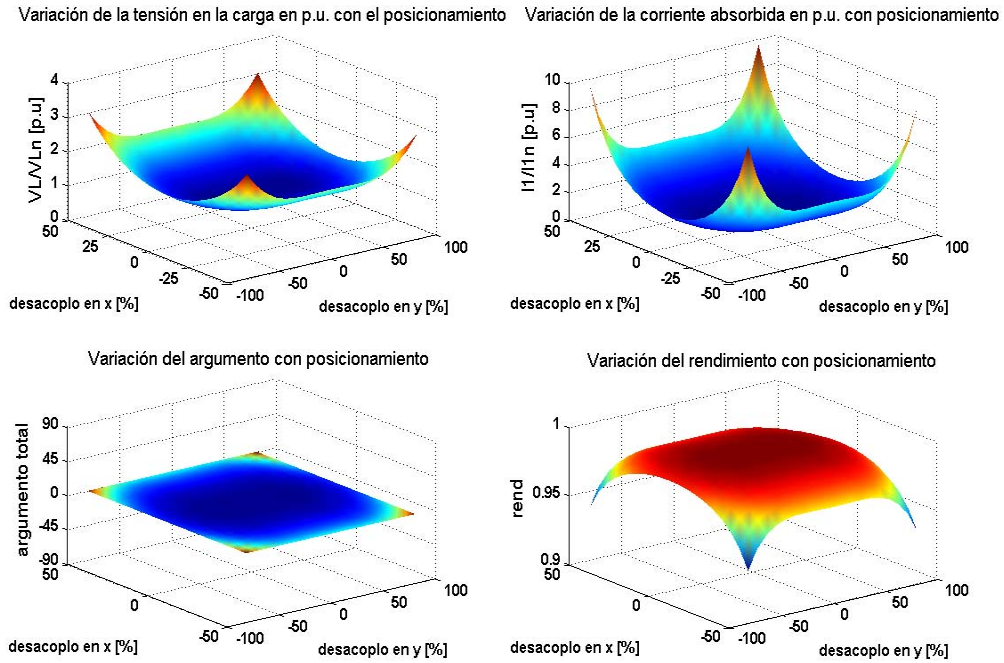


Fig. 80. Variación de los parámetros en compensación SS para receptor de menor longitud que emisor.

Para desplazamientos en el eje “y” del 50% no se producen variaciones en los parámetros y no será necesario control.

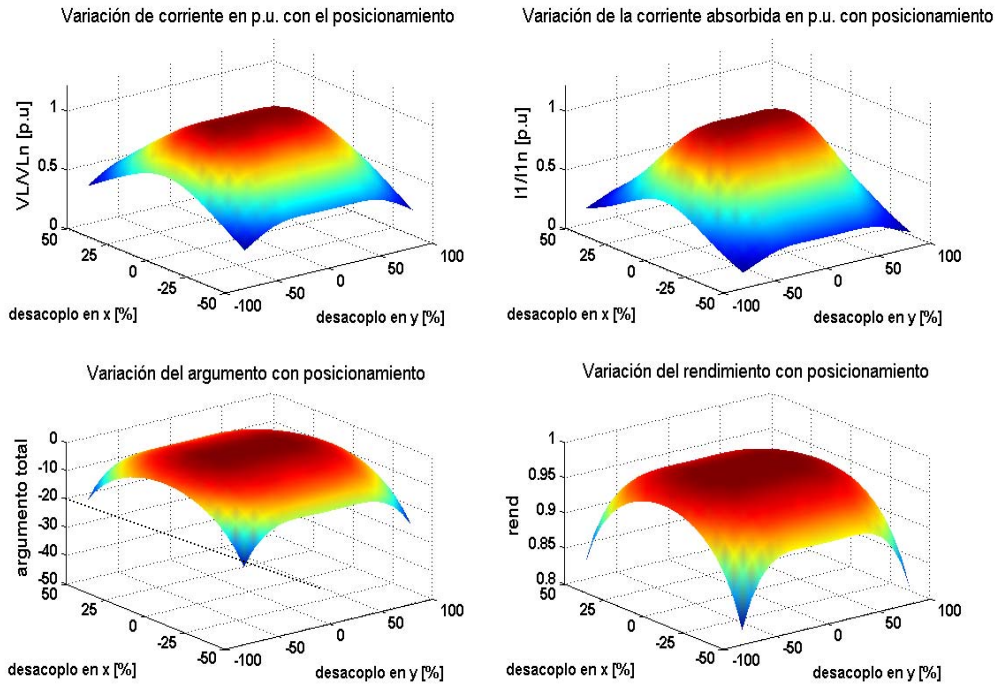


Fig. 81. Variación de los parámetros en compensación PS para receptor de menor longitud que emisor.

En compensación PS (Fig. 81), los movimientos sólo en el eje “y” permiten desplazamientos de hasta el 100 % de la longitud del receptor con elevado rendimiento y de manera estable. Hasta un 50 % de desplazamiento, la transferencia de potencia es óptima e independiente de la posición, a partir de este punto, la tensión en la carga y la corriente absorbida disminuyen, por tanto si se requieren desplazamientos mayores, será necesario un adecuado control aumentando (si es posible) la tensión de alimentación y modificando la frecuencia de resonancia para que el rendimiento sea elevado, puesto que el argumento total se retrasa al desplazarnos de la posición centrada.

En la Fig. 82 se representa el área de máximo desalineamiento posible de transferencia de la potencia nominal con el sistema controlado. Fuera de este área, la compensación SS es inestable y debe desconectarse la alimentación del emisor inmediatamente, sin embargo, en compensación PS el sistema también se comporta de manera estable.

Esto supone un aspecto muy importante que hace de la compensación PS la más idónea para aplicaciones con desalineamiento entre bobinas: No es necesario un sistema de detección de la bobina receptora, ya que es estable por naturaleza.

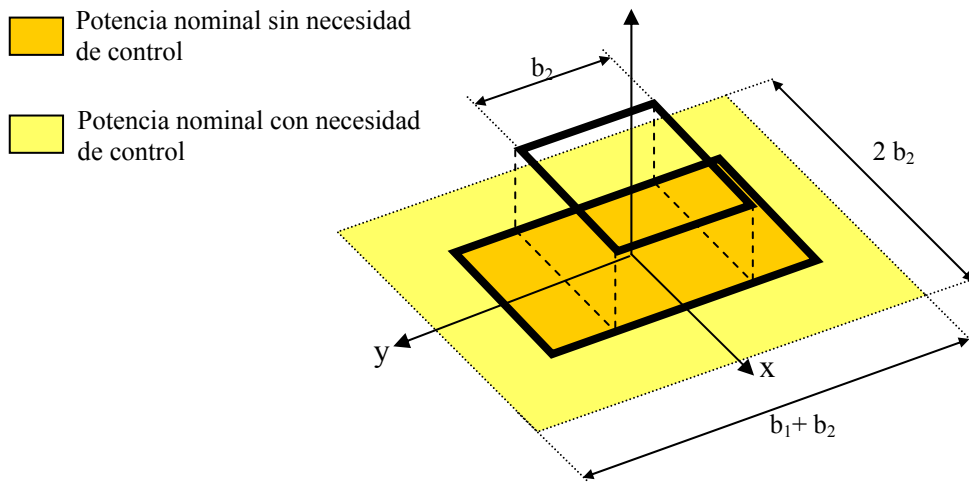


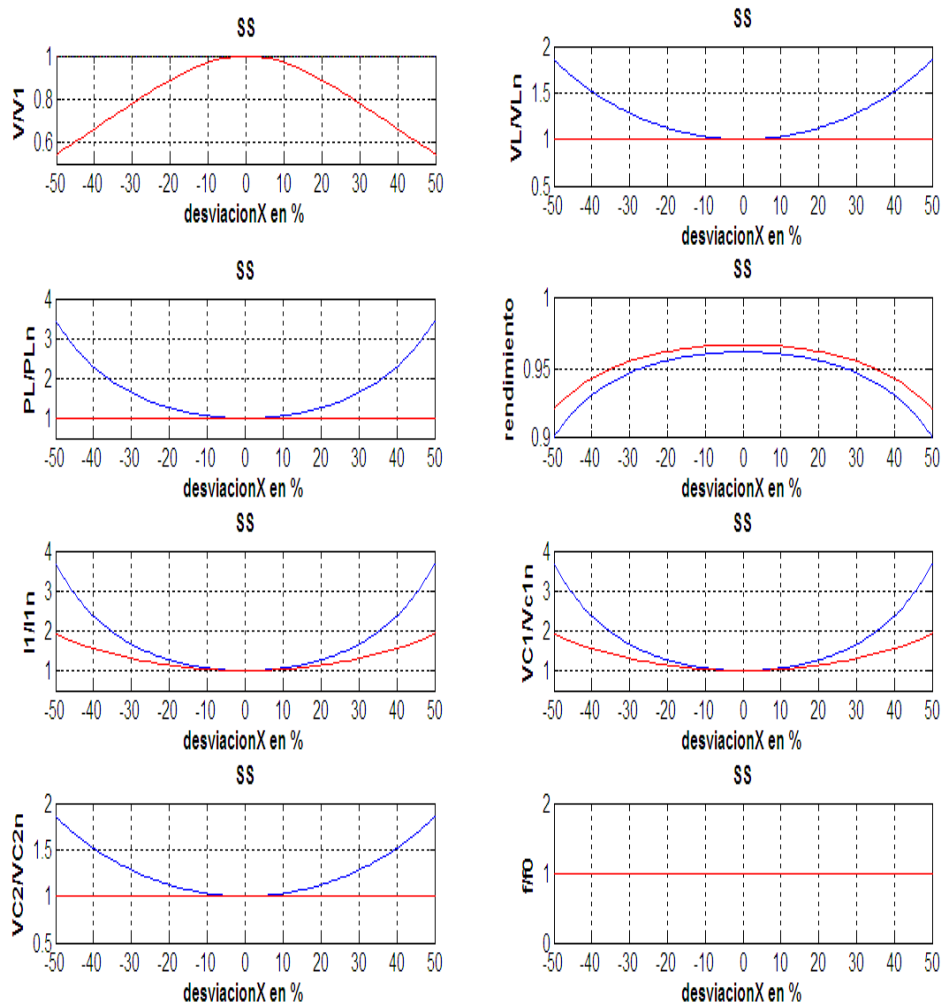
Fig. 82. Área de máximo desalineamiento posible con el sistema controlado.

Considerando únicamente desacoplos laterales, se va a analizar el control necesario para transferir la potencia nominal.

### 5.5.2 Controlabilidad del sistema con desalineamientos horizontales

En compensaciones SS, se puede mantener la potencia constante fuera del punto de alineamiento de forma natural para desalineamientos del 10 %. A partir de este punto, es necesaria una disminución de la tensión de alimentación y un incremento de la corriente por la fuente.

En la Fig. 83 se observa como para desalineamientos del 50 % se debe disminuir la tensión de alimentación un 45 % aumentando la corriente en un 85 %, manteniéndose el rendimiento por encima del 90 %.



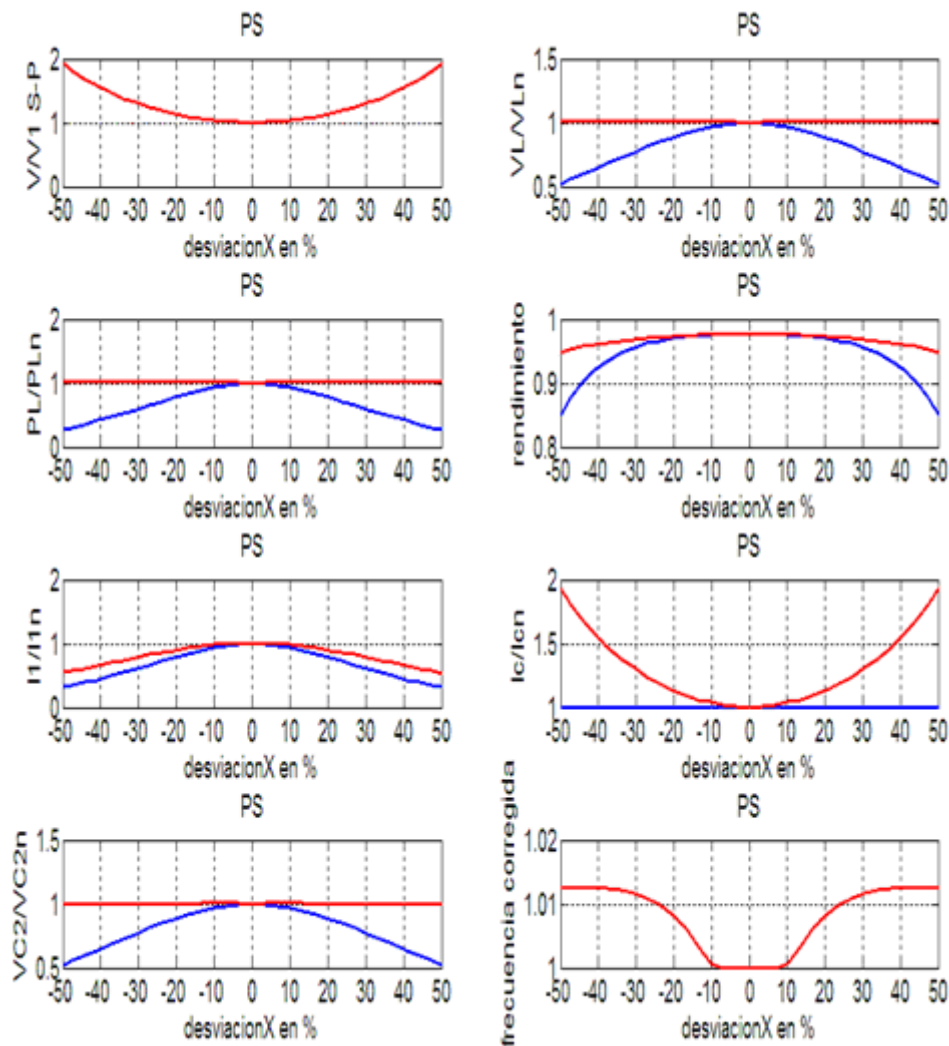
**Fig. 83.** Compensación SS: Principales magnitudes eléctricas frente al desalineamiento sin control (azul) y con control (rojo).

Esto supone que la corriente nominal del inversor de alimentación se deberá elegir en función del máximo desalineamiento deseado y no del valor de la corriente nominal.

Para compensación SP las formas de onda son exactamente iguales, excepto en la de la frecuencia, ya que al producirse un retraso en la corriente el sistema deja de trabajar en resonancia fuera del punto de alineamiento, y esto supone que el rendimiento disminuye mucho más que en SS; para corregirlo, hay que disminuir ligeramente la frecuencia (en torno al 1 %) para buscar la nueva frecuencia de resonancia.

En compensación PS, se puede mantener la potencia constante fuera del punto de alineamiento de forma natural para desalineamientos del 5 %. A partir de este punto, es necesario un aumento de la tensión de alimentación y una disminución de la corriente por la fuente.

En la Fig. 84, se observa como para desalineamientos del 50 % se debe aumentar la tensión de alimentación un 90 % disminuyendo la corriente en un 45 %. Para mantener el rendimiento en valores elevados, será necesario incrementar en torno al 1,3 % la frecuencia para volver a trabajar en resonancia debido al adelanto que se produce en la corriente; esta modificación en frecuencia se observa que no es necesaria con desalineamientos de hasta el 10 %.



**Fig. 84.** Compensación PS: Principales magnitudes eléctricas frente al desalineamiento sin control (azul) y con control (rojo).

Esto supone que la tensión de la fuente deberá elegirse para la situación de máximo desalineamiento deseado y no para la máxima tensión disponible. Sin embargo, el hecho de no elegir esta tensión máxima hace que análogamente al caso de compensaciones SS y SP, la corriente del inversor deba estar sobredimensionada respecto de la situación de máxima tensión posible.

Para compensación PP la variación de parámetros es exactamente la misma que para compensación PS excepto en la frecuencia, ya que para encontrar el nuevo punto de resonancia, en este caso se deberá disminuir la frecuencia en torno al 1 % de la frecuencia nominal.

Se puede concluir que ninguna de las topologías básicas de compensación se comporta correctamente frente a desalineamientos entre bobinas, necesitándose en todos los casos de un control preciso y de un sobredimensionamiento de la corriente de la fuente por encima de la nominal que encarece la aplicación, tanto más cuanto mayor desalineamiento se desee. Las topologías más adecuadas serían, por tanto, las de condensador paralelo en primario debido a que presentan comportamiento estable fuera de la zona de control, pudiéndose transferir menos potencia de la nominal fuera de la zona de máximo desalineamiento controlado.

En el capítulo 6 se propone una nueva topología denominada SPS, que es una combinación de las topologías SS y PS, y que presenta un mejor comportamiento frente a desalineamientos. Esta nueva topología está en proceso de revisión de patente y es una de las principales aportaciones de la presente tesis.

## 5.6 Comportamiento de las topologías con rectificador y baterías

El sistema se va a utilizar para carga de baterías y por tanto en el receptor va a ser necesario rectificar la tensión mediante un puente monofásico. Para analizar el comportamiento de las topologías durante el proceso de carga de baterías, se ha realizado el modelo matemático de las baterías de Acido-Plomo mediante matlab (ver anexo 3.7)

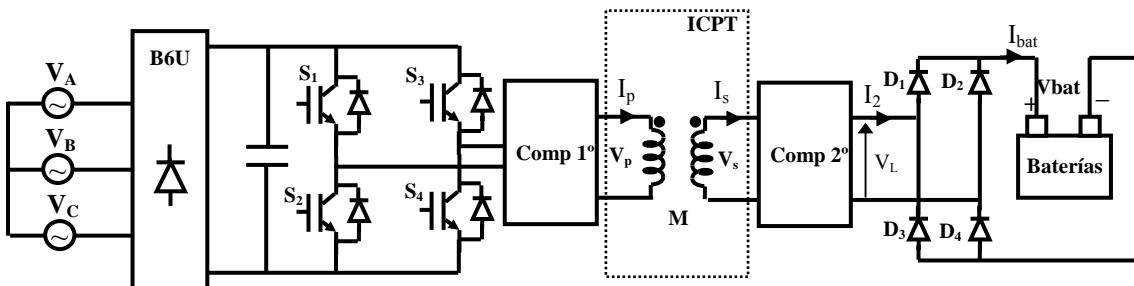


Fig. 85. Circuito completo de carga de baterías mediante acoplamiento inductivo.

El comportamiento visto desde el secundario es análogo al de carga resistiva, aunque se ven modificados algunos de los parámetros. Como el método de carga de baterías más apropiado es a corriente constante [63, 80], la impedancia que presenta la batería es variable en el tiempo (Fig. 86), aumentando conforme la batería se va cargando, y afecta tanto a las magnitudes eléctricas como a la frecuencia de resonancia [64]. Esta influencia depende de la topología utilizada.

En segundo lugar, si la corriente de carga es continua, la tensión a la entrada del rectificador será una onda cuadrada de valor eficaz igual a la tensión que tenga la batería en vez de una tensión senoidal.

Para analizar como afecta a los parámetros del sistema la inclusión de un puente rectificador y de un sistema de almacenamiento como pueden ser baterías o supercondensadores, se considera un modelo de 2 kW con una tensión en el secundario de 50 V. La tensión en el secundario elegida es debido a la carga directa de 4 baterías en serie de 12 V que se ha implementado en el laboratorio.

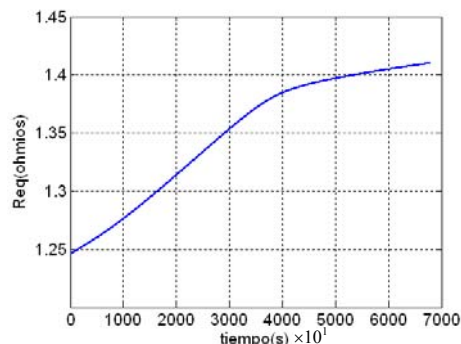


Fig. 86. Resistencia equivalente que presenta la batería Ac-Pb respecto al tiempo de carga.

### 5.6.1 Compensación SS

La transferencia de potencia con compensación SS con carga baterías no puede realizarse sin un adecuado control. En el instante inicial de conexión de la batería, la corriente aun no se ha establecido hasta que la tensión inducida en el secundario sea mayor que la tensión de la batería. Por tanto, en  $t = 0$ , el sistema se encuentra en circuito abierto y presenta un comportamiento inestable (Fig. 65), con una tensión en el secundario  $V_2$  y una corriente absorbida de la red  $I_1$  muy superiores a sus valores nominales (Fig. 87-a).

Una vez pasado el transitorio al cabo de 0,5 s, la carga se realiza a corriente constante e igual a la nominal de diseño de una manera estable.

La compensación SS presenta la ventaja de no sufrir variaciones del argumento de la impedancia total del sistema y, por tanto, no se ve afectada la frecuencia de resonancia.

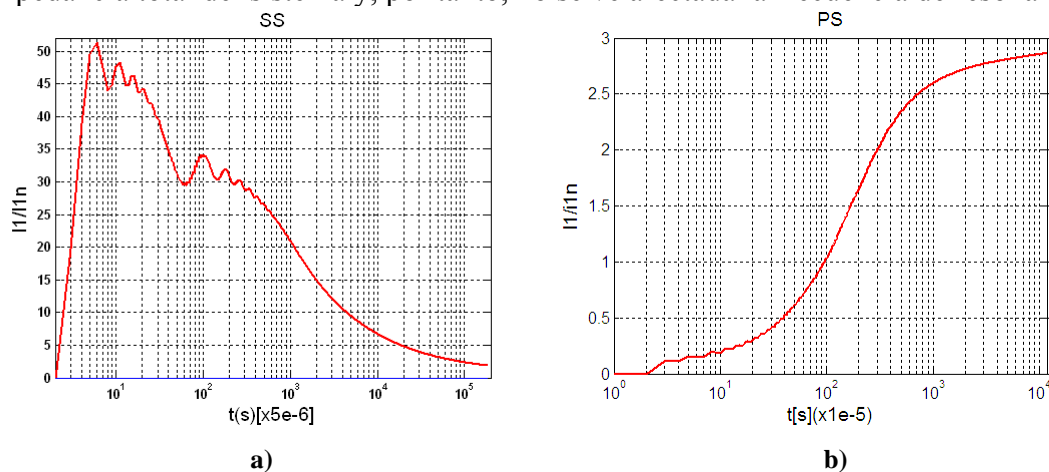


Fig. 87. Transitorio de la corriente absorbida de la fuente al conectar la batería.

### 5.6.2 Compensación PS

En el instante inicial de conexión de la batería, el sistema se encuentra en circuito abierto y el comportamiento de esta topología es muy estable ya que la corriente inicial es cero, presentando una impedancia muy elevada que hace que la corriente absorbida de la red en  $t=0$ , sea muy baja (Fig. 87-b).

Sin embargo, una vez establecida la corriente al cabo de 0,15 s, y debido al carácter de fuente de tensión, dependiendo del nivel de tensión de la batería en el instante de conexión, la resistencia que presente al sistema puede no ser la nominal. Si la resistencia equivalente que presenta la batería es menor que la nominal de diseño, la corriente absorbida de la red se adelanta provocando un aumento de las corrientes absorbida y entregada a la carga (Fig. 65), que será el caso de batería muy descargada. Si la batería está muy cargada, la resistencia equivalente será mayor que la nominal y la corriente absorbida de la red se retrasa y menor que la nominal. En cualquier caso, la transferencia depende del estado de carga de la batería y no se realiza a corriente constante (Tabla 26). Por tanto, es necesario un sistema de control adecuado al nivel de tensión de carga de la batería.

**Tabla 25: Comparación parámetros eléctricos para diferentes cargas**

Parámetro	Con R	Batería Ac-Pb Muy cargada	Batería Ac- Pb Cargada	Batería Ac-Pb Descargada
$V_L(t=0)$	50	50	48	46
$V_2$ (p.u.)	1	1,1	1,06	1,02
$I_2$ (p.u.)	1	1,25	2,32	2,82
$I_1$ (p.u.)	1	1,25	2,5	2,89
Argumento	0°	7°	15°	20°

Para que la corriente de carga y absorbida no superen los valores nominales es necesario de nuevo un correcto control de la tensión de alimentación y de la frecuencia. Cuanto más descargada este la batería, menor deberá ser la tensión de entrada para ajustar la corriente.

Se puede concluir que ninguna topología presenta un adecuado comportamiento para la carga de baterías sin un adecuado control de la tensión y frecuencia de entrada; siendo mejor el caso de compensación SS ya que aunque el transitorio inicial de conexión da lugar a corrientes muy elevadas (se puede controlar aplicando la tensión de manera progresiva), en el permanente se comporta como fuente de corriente y por tanto la carga se realiza a corriente nominal. Por el contrario, en compensación PS el comportamiento en régimen transitorio es estable pero en el régimen permanente depende fuertemente del nivel de tensión de la batería.





## Capítulo 6

### Sistema de compensación óptimo SPS para la carga rápida de baterías de VE

*A la vista de los resultados estudiados para las topologías clásicas, se concluye que en el caso particular de sistemas de carga de baterías con variación de distancia y posicionamiento, ninguna cumple perfectamente con las condiciones de transferencia, necesitándose de un control preciso en bucle cerrado para mantener la estabilidad fuera de las condiciones nominales de diseño.*

*La compensación PS es la que mejor comportamiento presenta pero a costa de un sobredimensionamiento de la fuente debido a la incapacidad que presenta de transferir la potencia, mientras que la SS presenta un aumento natural de la potencia transferida fuera de las condiciones de diseño e invariabilidad en el argumento de la corriente absorbida de la fuente. Conjugando el comportamiento de las dos topologías, se estudia la compensación SPS como la más apropiada para la carga de baterías mediante acoplamiento inductivo con un elevado grado de libertad en el posicionamiento.*

*En este capítulo se analiza la nueva configuración, obteniendo las ecuaciones de cálculo de los condensadores de compensación en función del máximo desalineamiento deseado. Se aplica el proceso iterativo de diseño propuesto y se selecciona la combinación óptima de espiras de acuerdo al máximo factor de diseño estudiado en el capítulo 4.*

*Por último, se analiza el comportamiento de la nueva topología frente a la variación de parámetros y su comportamiento con puente rectificador, batería y supercondensador en el receptor.*

#### Índice

<b>6.1</b>	<b>Compensación SPS .....</b>	<b>132</b>
<b>6.2</b>	<b>Diseño óptimo del acoplamiento SPS.....</b>	<b>136</b>
<b>6.3</b>	<b>Comportamiento frente a variación de parámetros.....</b>	<b>137</b>
6.3.1	<i>Variación de la frecuencia .....</i>	137
6.3.2	<i>Variación de la distancia.....</i>	138
6.3.3	<i>Variación de la carga.....</i>	139
6.3.4	<i>Variación de la posición relativa entre bobinas o desalineamiento .....</i>	141
6.3.5	<i>Comportamiento de la topología con rectificador y sistema de almacenamiento.....</i>	143
6.3.5.1	<i>Baterías Ácido-Plomo .....</i>	143
6.3.5.2	<i>Supercondensadores.....</i>	144
<b>6.4</b>	<b>Conclusiones.....</b>	<b>147</b>

## 6.1 Compensación SPS

Tal y como se ha visto en apartados anteriores, el comportamiento frente al desalineamiento de un sistema ICPT depende fuertemente del tipo de compensación utilizado en el primario para conseguir carácter óhmico del sistema y por tanto máxima eficiencia. Así, con compensación serie en primario, al producirse desalineamiento entre bobinas el comportamiento es inestable, ya que tanto la potencia absorbida como la transferida aumentan considerablemente pudiendo llegar a dañar la fuente. Con compensación paralelo en primario, el comportamiento es estable, pero tanto la potencia absorbida como la transferida, disminuyen bruscamente respecto a la posición centrada.

En el primer caso, es necesario un control de la tensión y frecuencia para transferir la potencia nominal sin dañar la fuente, mientras que en el segundo caso, es necesario un control análogamente para poder aumentar la potencia transferida al desalinearse las bobinas.

La nueva configuración de compensación propuesta denominada compensación SPS, está formada por una compensación PS a la que se le añade un condensador en serie a la salida de la fuente. Con ello se consigue un comportamiento intermedio entre las topologías SS y PS y, por tanto, un mejor comportamiento frente a variación de parámetros y en concreto, frente a desalineamientos, que con las compensaciones clásicas (Fig. 4).

La nueva topología de compensación propuesta se puede ver en la Fig. 88; en ella denominaremos  $C_2$  al condensador de compensación del secundario con analogía con las topologías clásicas, y  $C_1$  y  $C_3$  los condensadores de compensación de primario.

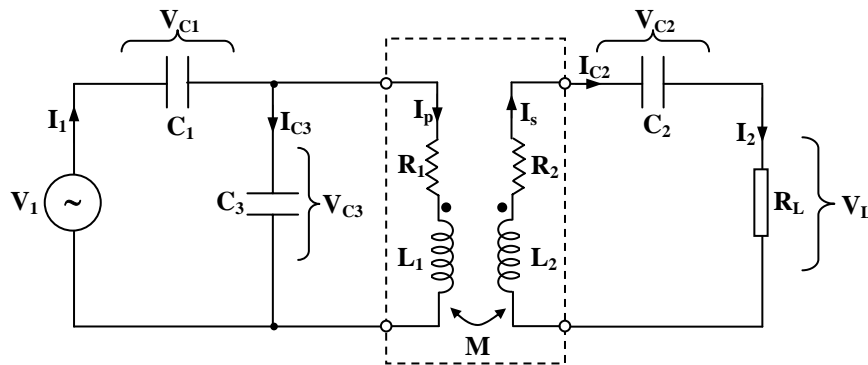


Fig. 88. Compensación SPS.

El proceso de obtención de las expresiones de los condensadores de resonancia para la condición de máximo rendimiento es el siguiente:

$$\vec{V}_1 - \frac{1}{jC_1\omega} \vec{I}_1 = (R_1 + jL_1\omega)\vec{I}_p - j\omega M\vec{I}_s \quad (168)$$

$$0 = \left[ R_2 + R_L + j\left(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega}\right) \right] \vec{I}_2 - j\omega M\vec{I}_p \quad (169)$$

$$\vec{I}_{C3} = \left( \vec{V}_1 - \frac{1}{jC_1\omega} \vec{I}_1 \right) j\omega C_3 \quad (170)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{C_3} + \bar{I}_p \quad (171)$$

$$\bar{I}_p = \bar{I}_1 - (\bar{V}_1 - \frac{1}{jC_1\omega} \bar{I}_1) j\omega C_3 \quad (172)$$

La relación entre corrientes por los devanados se obtiene de (169)

$$\bar{I}_2 = \frac{j\omega M}{(R_2 + R_L) + j(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})} \bar{I}_p \quad (173)$$

$$\bar{V}_1 - \frac{1}{jC_1\omega} \bar{I}_1 = \left[ (R_1 + jL_1\omega) + \frac{\omega^2 M^2}{(R_2 + R_L) + j(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})} \right] \bar{I}_p \quad (174)$$

$$\bar{V}_1 - \frac{1}{jC_1\omega} \bar{I}_1 = (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_r) \bar{I}_p \quad (175)$$

Correspondiente al circuito equivalente visto desde el primario:

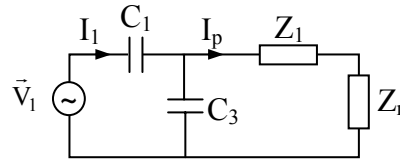


Fig. 89. Circuito equivalente visto desde la fuente.

En este caso la impedancia reflejada del secundario en el primario viene dada por:

$$\bar{Z}_r = \frac{\omega^2 M^2}{(R_2 + R_L) + j(L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega})} \quad (176)$$

Análogamente que en compensación SS; la parte imaginaria de la impedancia reflejada es cero con solo trabajar a frecuencia de resonancia en el secundario, y la condición de máxima transferencia de potencia:

$$R_1 = \frac{\omega_{op}^2 M^2 (R_2 + R_L)}{(R_2 + R_L)^2 + (L_2\omega_{op} - \frac{1}{C_2\omega_{op}})^2} \quad (177)$$

y trabajando en resonancia en el secundario, podemos obtener la frecuencia de trabajo de máxima potencia, que es la misma que en compensación SS y SP.

$$\omega_{op} = \frac{\sqrt{R_1(R_2 + R_L)}}{M} \quad (178)$$

Si en vez de trabajar a máxima potencia queremos trabajar a rendimiento máximo:

$$\eta = \frac{R_L I_2^2}{R_L I_2^2 + R_2 I_2^2 + R_1 I_p^2} = \frac{R_L}{R_L + R_2 + R_1 \frac{I_p^2}{I_2^2}} \quad (179)$$

La relación entre las corrientes de primario y secundario viene expresada por la ec.(173):

$$\frac{I_p}{I_2} = \frac{\sqrt{(R_2 + R_L)^2 + (L_2 \omega_d - \frac{1}{C_2 \omega_d})^2}}{\omega_d M} = \frac{(R_2 + R_L)}{\omega_d M} \quad (180)$$

Y teniendo en cuenta que se trabaja en resonancia:

$$\eta = \frac{R_L}{R_L + R_2 + R_1 \frac{(R_2 + R_L)^2}{\omega_d^2 M^2}} = \frac{R_L}{(R_L + R_2)(1 + R_1 \frac{(R_2 + R_L)}{\omega_d^2 M^2})} \quad (181)$$

El máximo rendimiento se obtiene para la condición:

$$\omega_d \gg \frac{\sqrt{R_1(R_2 + R_L)}}{M} \Rightarrow \omega_d \gg \omega_{op} \quad (182)$$

$$\omega_d = K_\omega \omega_{op} = K_\omega \frac{\sqrt{R_1(R_2 + R_L)}}{M} \quad (183)$$

Con  $K_\omega \gg 1$ , el rendimiento será muy elevado. Con esta frecuencia de diseño de máximo rendimiento, la búsqueda de los condensadores de primario y secundario para trabajar en resonancia a esa frecuencia de diseño se hará de la siguiente forma

La capacidad del secundario  $C_2$  se determina para conseguir la resonancia en el secundario a la frecuencia de máximo rendimiento:

$$\omega_d = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{L_2 \omega_d^2} \quad (184)$$

Las capacidades  $C_1$  y  $C_3$  en el primario, se calculan para conseguir desfase cero del circuito visto desde la red a la frecuencia de máximo rendimiento. En primer lugar, se determina la capacidad necesaria  $C_{3PS}$  con la expresión obtenida en la compensación PS:

$$C_{3PS} = \frac{L_2 C_2}{L_1 + \frac{M^4}{L_1 L_2 C_2 R_L^2}} \quad (185)$$

Este valor de capacidad se multiplica por un factor de reducción  $k_C$  menor que la unidad para obtener la capacidad paralelo del primario  $C_3$ :

$$C_3 = k_C \cdot C_{3PS} \quad (186)$$

Con este condensador paralelo de menor valor que el obtenido para compensación PS, se consigue que la impedancia  $Z_{TPS}$  vista desde la fuente, tenga carácter inductivo, donde:

$$\bar{Z}_{11} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_r \quad (187)$$

$$\bar{Z}_{TPS} = \frac{\bar{Z}_{11}}{1 + \bar{Z}_{11}jC_3\omega_d} \quad (188)$$

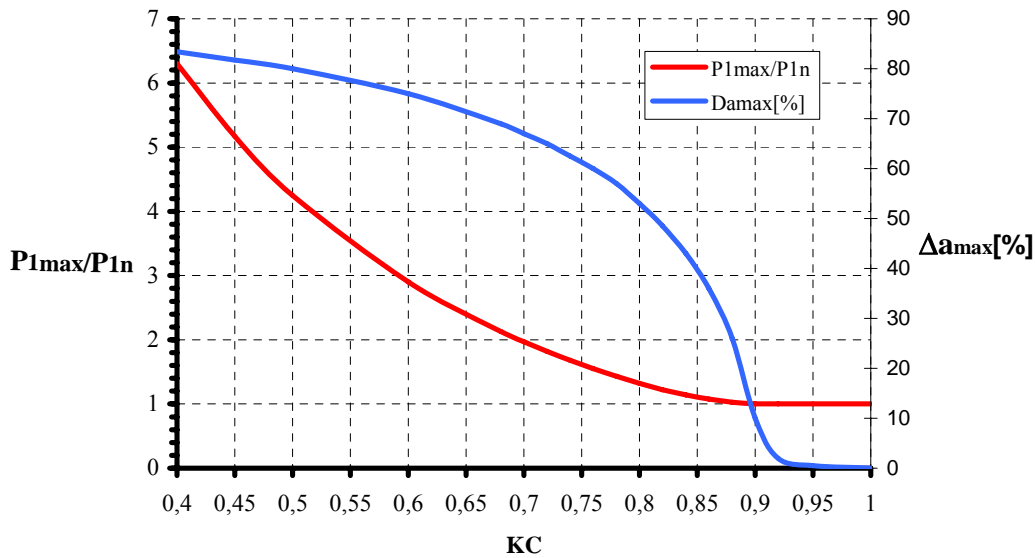
La nueva capacidad serie  $C_1$  deberá compensar la parte imaginaria de esta impedancia total de la compensación PS y por tanto su valor valdrá:

$$C_1 = \frac{1}{\omega_d \cdot \text{imag}(\bar{Z}_{TPS})} \quad (189)$$

De esta manera, la impedancia total del sistema vista desde la fuente, que viene dada por la expresión:

$$\bar{Z}_T = \frac{\bar{Z}_{11}}{1 + \bar{Z}_{11}jC_3\omega_d + \frac{1}{jC_1\omega_d}} \quad (190)$$

tendrá carácter puramente óhmico.



**Fig. 90.** Potencia máxima respecto a la nominal y desalineamiento entre bobinas en [%] para diferentes valores de  $k_C$ .

La selección del factor  $k_C$  depende de dos parámetros muy importantes en el comportamiento del sistema frente a los desalineamientos, como son:

- $\Delta_{amax}$ : Desalineamiento máximo deseado con transferencia de potencia mayor o igual al nominal expresado en % de la anchura de la bobina receptora.

- $P_{1max}$ : Potencia máxima absorbida de la fuente que podemos admitir.

Donde ambos parámetros son a su vez interdependientes, ya que cuanto mayor desalineamiento se desee, mayor será la potencia absorbida de la fuente y por tanto mayor deberá ser el sobredimensionamiento del inversor de alimentación.

Con  $k_C=1$ , el sistema se comporta como compensación PS, y por tanto el desalineamiento posible es cero y la potencia máxima que absorberemos de la fuente será igual a la nominal; conforme menor sea el factor  $k_C$ , tanto la potencia absorbida de la fuente como el desalineamiento máximo aumentarán como puede verse en la Fig. 90.

Seleccionando un valor  $K_C = 0,85$  se pueden conseguir desalineamientos de hasta el 40 % sin incremento en la potencia absorbida y por tanto sin necesidad de control mejorando notablemente el comportamiento respecto de las topologías clásicas. Si la fuente se diseña para corrientes del orden de 2 veces la nominal eligiendo un  $K_C=0,7$ , se pueden conseguir desalineamientos del 70 % de la anchura de la bobina receptora permitiendo un elevado grado de libertad en la transferencia.

### 6.2 Diseño óptimo del acoplamiento SPS

Todas las consideraciones hechas respecto a dimensiones óptimas y tensiones óptimas en compensación PS son aplicables a la nueva configuración, y por tanto, las configuraciones SPS más adecuadas corresponden a devanados de primario de menor número de espiras de primario que de secundario, con tensión en la carga igual a la de la fuente y dimensiones de la bobina receptora igual a 3 veces la distancia de transferencia.

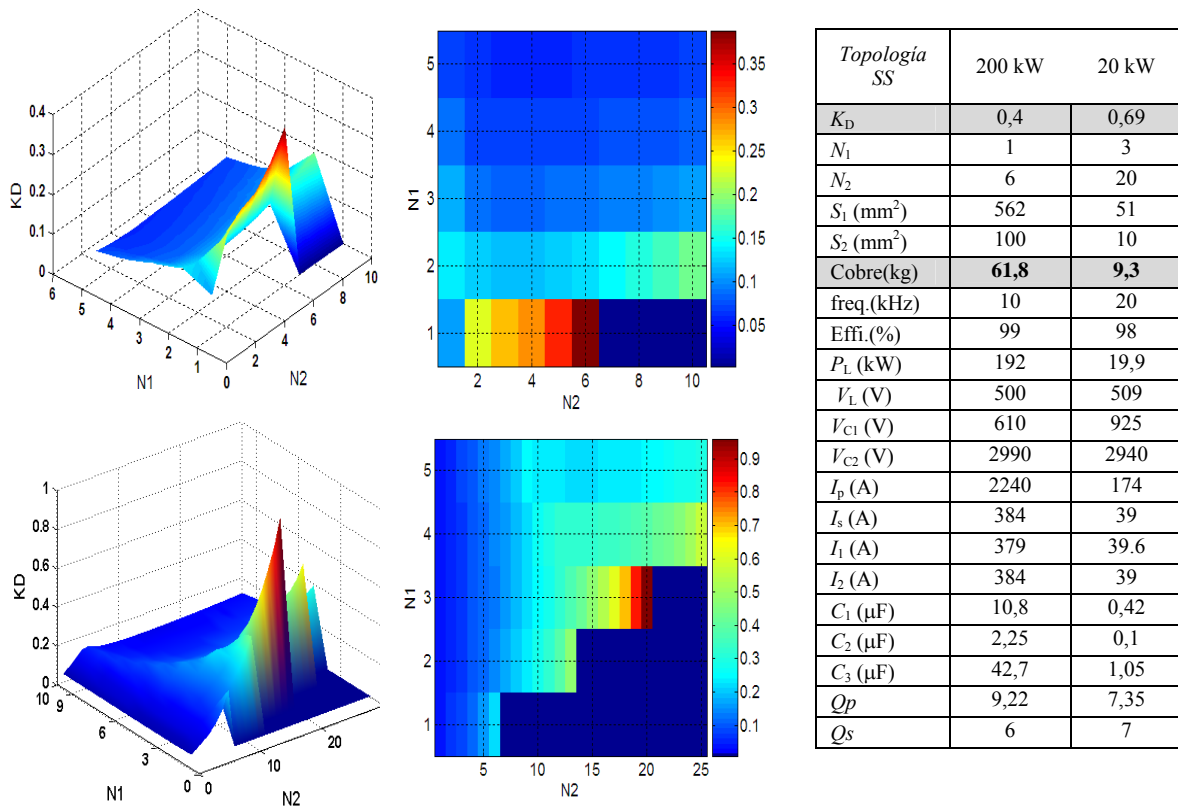


Fig. 91. Combinaciones óptimas de espiras para compensación SPS.

Además, para aumentar el área de transferencia, se considera mayor longitud de la bobina emisora que la receptora.

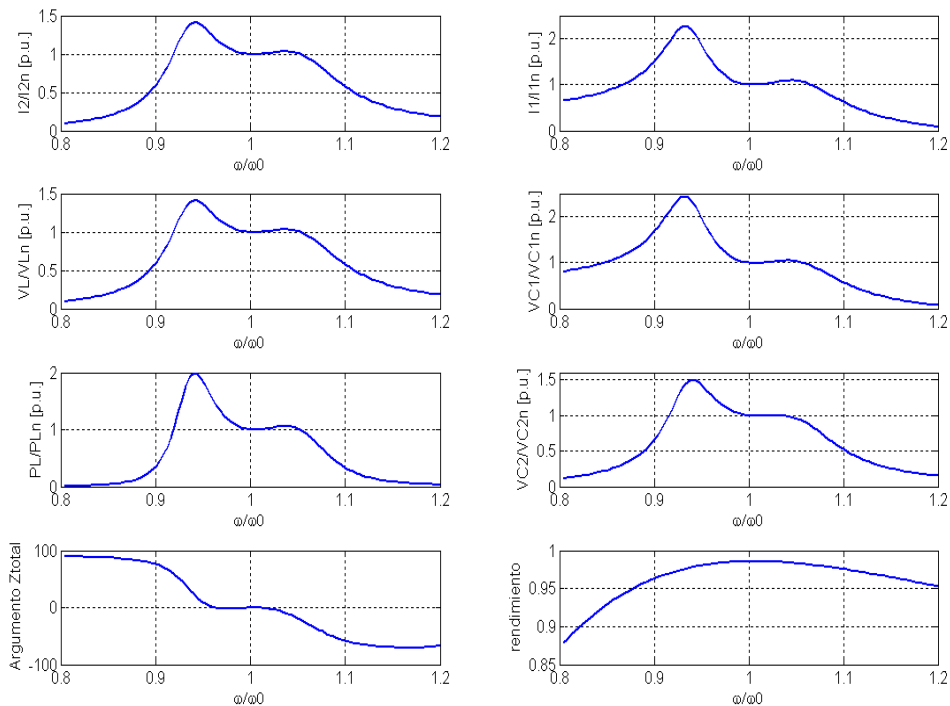
Seleccionando la combinación óptima de acuerdo a la aplicación de máximo factor de diseño obtenido en el capítulo 6, se obtienen para dos los dos niveles de potencia estudiados de 200 kW y 20 kW y a una distancia de 40 y 20 cm respectivamente los datos de tabla de la Fig. 91.

### 6.3 Comportamiento frente a variación de parámetros

#### 6.3.1 Variación de la frecuencia

Al variar la frecuencia respecto de la de resonancia del sistema., el comportamiento es estable para aumentos de frecuencia análogo a la topología PS e inestable para frecuencias menores análogamente a la topología SS (Fig. 92). Esta inestabilidad deberá ser controlada puesto que puede suponer aumentos de corriente por la fuente superiores a 2 veces la nominal.

Como se verá en el apartado 6.3.4, el control asociado necesario para permitir mayores desalineamientos, conlleva un aumento de la frecuencia de trabajo respecto de la nominal, lo cual supone un comportamiento estable del sistema. Se observa en la Fig. 92, que todos los parámetros son iguales a los nominales hasta incrementos de frecuencia del 5 %.



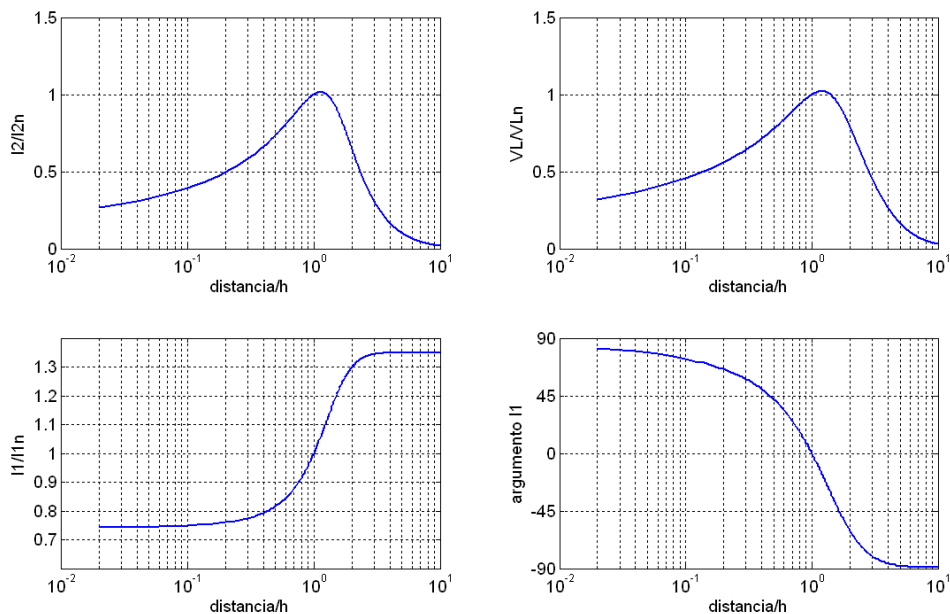
**Fig. 92.** Variación de parámetros eléctricos al variar la frecuencia respecto a la nominal en compensación SPS.

### 6.3.2 Variación de la distancia

Al variar la distancia entre bobinas, el comportamiento del sistema de compensación SPS se comporta de una manera muy estable tanto para acercamientos como alejamientos, presentando un comportamiento intermedio entre las compensaciones PS y SS.

En el caso de acercamientos, la tensión y corriente en la carga disminuyen (Fig. 93 -a,b) y la corriente absorbida de la fuente también disminuye análogamente a la compensación SS, hasta establecerse en un valor constante e igual al 75 % de la nominal para bobinas pegadas (Fig. 93-c), produciéndose además un adelanto respecto de la tensión (Fig. 93-d) .

En el límite de alejamiento, es decir, alimentando la bobina de primario en ausencia de la del secundario, la corriente absorbida de la red se incrementa en un 35 % superior a la nominal, aspecto que habrá de tener en cuenta a la hora del diseño del puente inversor.

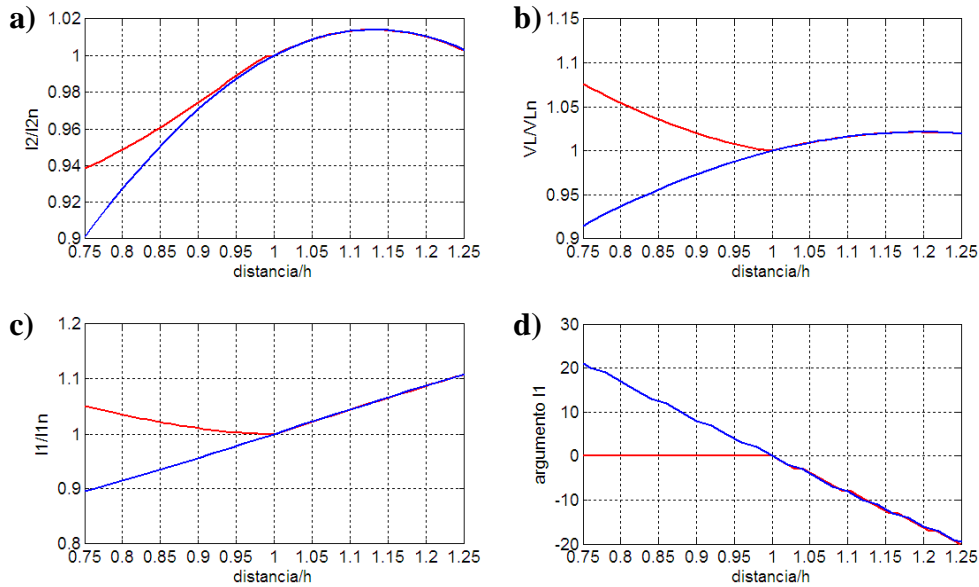


**Fig. 93.** Comportamiento de los principales parámetros eléctricos al variar la distancia entre bobinas con compensación SPS.

Para pequeñas variaciones de distancia entre bobinas, como por ejemplo de un  $\pm 25\%$  de la distancia nominal, se observa que la tensión en la carga y por tanto la potencia varía en torno a un  $\pm 5\%$  (Fig. 94-a), y la corriente absorbida de la fuente, solo varía un  $\pm 10\%$  en módulo y se produce una variación del argumento de  $\pm 20^\circ$  (Fig. 94-d); no necesitándose en este caso de un control muy preciso.

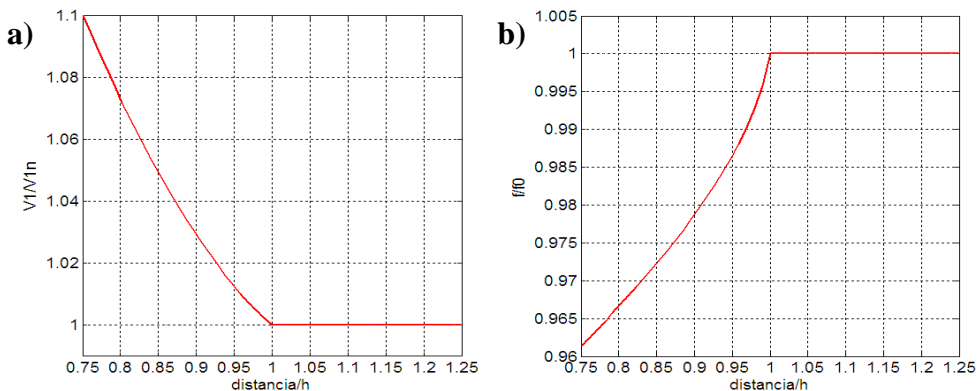
En este sentido, es preferible dimensionar el acoplamiento a la máxima distancia entre bobinas (vehículo en vacío), para que sólo puedan producirse acercamientos y la estabilidad esté garantizada en todos los parámetros.





**Fig. 94.** Detalle de variación de distancia en torno a un  $\pm 25\%$  de la distancia nominal en compensación SPS. Sin control (línea azul) y con control (línea roja).

Aplicando un control adecuado al puente inversor para el caso de acercamientos entre bobinas, es posible mantener la potencia transferida igual a la nominal con un incremento menor del 10 % en la corriente absorbida de la fuente (Fig. 94-c). Para conseguirlo, basta con aumentar la tensión de alimentación un 10 % (Fig. 95-a) y disminuir la frecuencia hasta un 4 % de su valor nominal (Fig. 95-b), para buscar la nueva frecuencia de resonancia.



**Fig. 95.** Tensión y frecuencia de alimentación corregidos para mantener potencia constante.

Se puede concluir, que el comportamiento frente a variaciones de distancia se mejora notablemente respecto de las compensaciones clásicas.

### 6.3.3 Variación de la carga

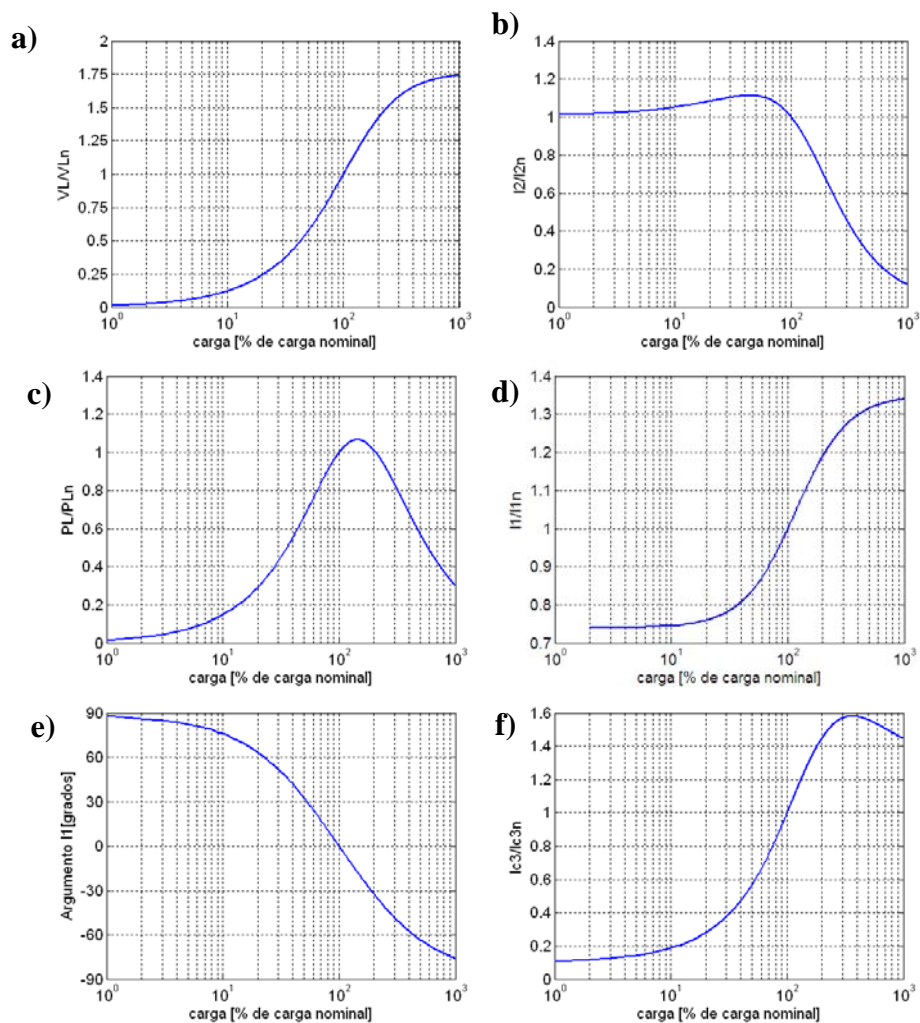
El mal comportamiento de las topologías clásicas frente a variaciones de la impedancia de carga, lleva a la necesidad de un control apropiado que permita una transferencia continua de potencia de una manera estable ante cargas variables en el tiempo. Se han desarrollado sistemas con inductancias variables en serie con el circuito de secundario

[70], que conllevan la inclusión de una bobina con núcleo de ferrita variable y que modifican las condiciones de trabajo, produciendo a su vez, un aumento de la complejidad del control (en bucle cerrado) y de la eficiencia.

El comportamiento de la nueva topología propuesta permite un comportamiento estable ante variaciones de la carga conectada incluso en bucle abierto, ya que presenta un comportamiento intermedio entre las dos topologías clásicas de partida PS y SS.

Por un lado, si se produce un cortocircuito en el receptor, la corriente por el devanado secundario será igual a la nominal (Fig. 96-b) igual que en SS y la corriente absorbida de la fuente será un 25 % de la nominal, presentando protección intrínseca contra cortocircuitos análogamente a la compensación PS (Fig. 96-d). En circuito abierto, la tensión en la carga será un 75 % superior a la nominal, no presentando riesgos de aislamientos (Fig. 96-a), y la corriente absorbida de la fuente será un 35 % superior a la nominal análogamente al caso de ausencia de secundario.

El parámetro que mayor variación presenta en este tipo de compensación es la corriente por el condensador paralelo del primario C3, cuyo valor en circuito abierto, será un 50 % mayor que la nominal (Fig. 96-f). Este aspecto habrá que tenerlo en cuenta a la hora de seleccionar el banco de condensadores de compensación.



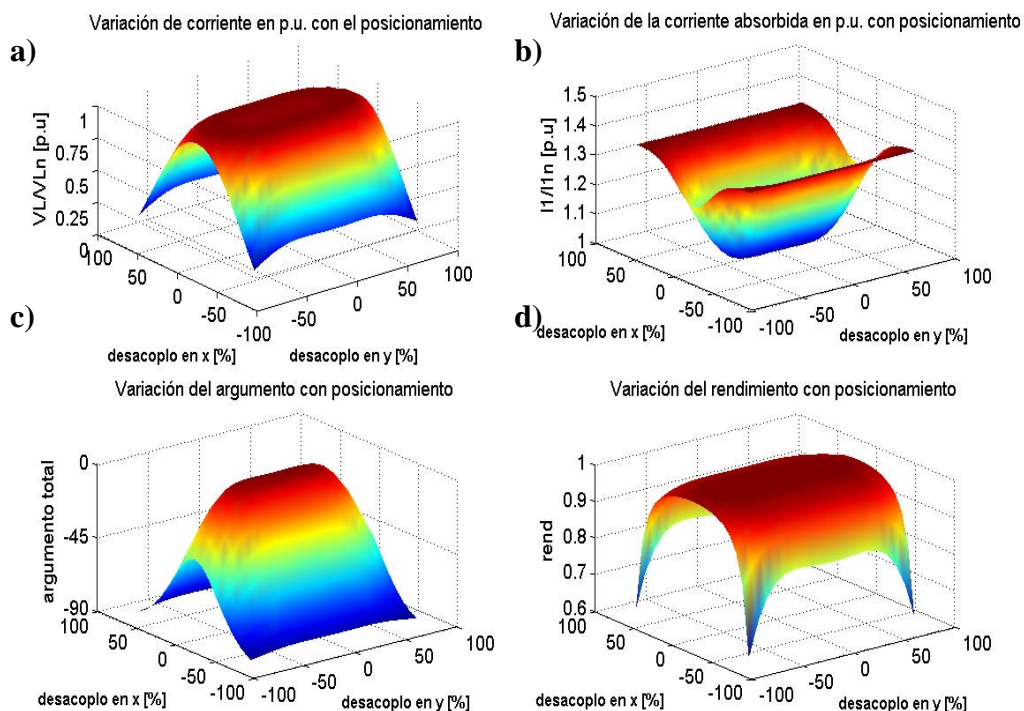
**Fig. 96.** Variación de los parámetros eléctricos ante variaciones de la carga conectada en compensación SPS.

Se observa en la (Fig. 96-c) que la potencia nominal solo se transfiere a carga nominal, esto supone que si se desea transferir la potencia nominal en un amplio margen de variación de la carga, será necesario un control tensión-frecuencia de primario. A diferencia de la compensación SS, donde el argumento no se veía modificado, en la nueva topología, la corriente se adelanta o retrasa, dando lugar a la necesidad de encontrar la nueva frecuencia de resonancia y de esta forma mantener un rendimiento elevado.

Se concluye que la compensación SPS presenta mejor comportamiento tanto en circuito abierto como en cortocircuito que las compensaciones clásicas. Para el caso concreto de carga de baterías, la impedancia que presenta la batería va aumentando conforme la tensión va aumentando; para estas pequeñas variaciones de impedancia, la corriente entregada por el secundario es prácticamente constante, comportándose como fuente de corriente (Fig. 96-b)

### 6.3.4 Variación de la posición relativa entre bobinas o desalineamiento

La principal mejora que introduce la nueva topología de compensación y que ha sido objeto de la presentación de una patente, es el buen comportamiento que presenta frente a desalineamientos, permitiendo un desacoplo natural y estable del 40 % de la anchura de la bobina receptora sin necesidad de control, y un HT (50%) hasta del 55 %. En la Fig. 97, se observan la tensión y corriente por la carga, la corriente absorbida de la fuente y el argumento total respecto a variaciones de posición en los ejes “x” e “y”.



**Fig. 97.** Variación de los principales parámetros eléctricos en compensación SPS para desacoplos del 100 % en los ejes “x” e “y”.

La tensión en la carga y por tanto la potencia transferida son constantes e iguales a los nominales mientras la bobina receptora se encuentre sobre la emisora y hasta con desacoplos del 40 %, aumentando considerablemente la superficie útil de transferencia nominal respecto de las dimensiones de la bobina y con un rendimiento por encima del 90 % (Fig. 97-d). La corriente absorbida de la fuente aumenta hasta alcanzar un valor máximo de un 35 % mayor que el nominal, para el caso del 100 % de desacoplo. También se produce variación en el argumento dando lugar a un retraso de la corriente.

Esto supone que el sistema sin control es estable si la fuente se sobredimensiona un 35 %; y es capaz de transferir la potencia nominal hasta desacoplos del 40 %. Si se desea una transferencia de potencia en un mayor rango de desacoplo y sin que la corriente entregada por la fuente supere el valor nominal, se debe realizar un apropiado control de la tensión y frecuencia en el convertidor.

Este control se va a representar para desacoplos en el eje “x” teniendo en cuenta que en dirección “y”, la bobina emisora puede ser mucho mayor que la receptora y mientras esta se encuentre “dentro” de la primera, no es necesario control. En la Fig. 98 se observa como es posible mantener, con un control adecuado, las potencias entregada y absorbida en sus valores nominales hasta desacoplos cercanos al 60 % sin aumento de la corriente absorbida y un  $HT_{PL}$  (50%) por encima del 60 %.

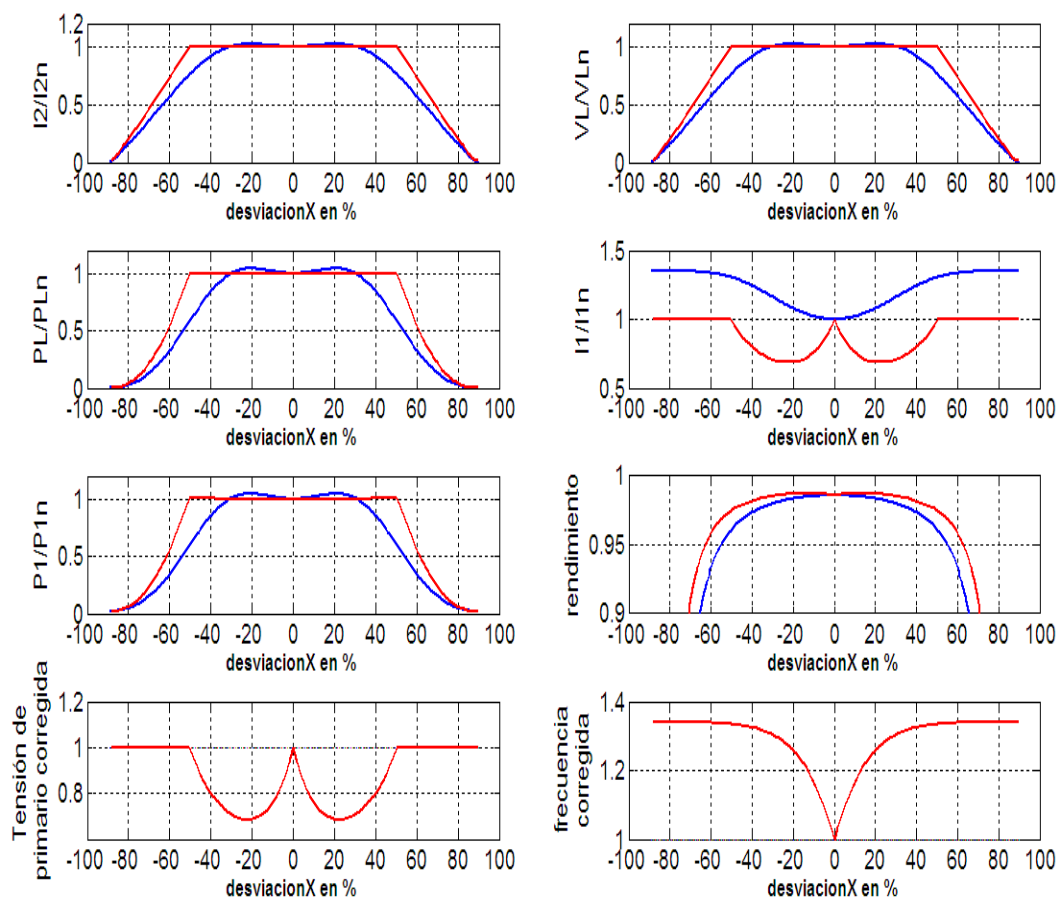


Fig. 98. Principales parámetros eléctricos frente a desalineamientos en el eje “x”, sin control (línea azul) y con control (línea roja).

Para ello, es necesario disminuir la tensión de alimentación e incrementar la frecuencia hasta un 35 % de la frecuencia de trabajo, para mantener el argumento del sistema en resonancia fuera del punto de acoplamiento perfecto. El hecho de buscar la frecuencia de resonancia en todo momento, conlleva que el rendimiento se mejora.

Por tanto, se puede concluir que con compensación SPS es posible conseguir comportamientos estables en todo el rango de desalineamiento, bien sobredimensionando la fuente en corriente o bien haciendo que la frecuencia de diseño sea menor que la máxima frecuencia a la que pueda trabajar el puente inversor.

Al diseñar el sistema ICPT a menor frecuencia para disponer de margen de regulación, conlleva de acuerdo a la ec. (10) un incremento de la corriente por el primario. Debido a la compensación SP del primario, este incremento de la corriente por el primario, no conlleva un aumento de la corriente absorbida de la fuente  $I_1$ , siendo igual a la absorbida a mayor frecuencia, pero si un aumento de la corriente  $I_p$  y por tanto mayor sección en el devanado de primario.

### 6.3.5 Comportamiento de la topología con rectificador y sistema de almacenamiento

#### 6.3.5.1 Baterías Ácido-Plomo

Se observa un muy buen comportamiento para la carga de baterías; en primer lugar, en el instante de conexión, el sistema ve un circuito abierto y la corriente absorbida de la red tiene un pico de un 2,7 veces mayor de la nominal pero de muy corta duración, ya que el régimen permanente se alcanza en 20 ms (Fig. 99-a).

En segundo lugar, conforme la batería se va cargando, la tensión en el secundario del acoplamiento va aumentando, manteniéndose la corriente de carga en valores por encima del 85 % de la corriente nominal y aumentando ligeramente la corriente absorbida, comportándose como cargador a corriente constante de manera natural (Fig. 96).

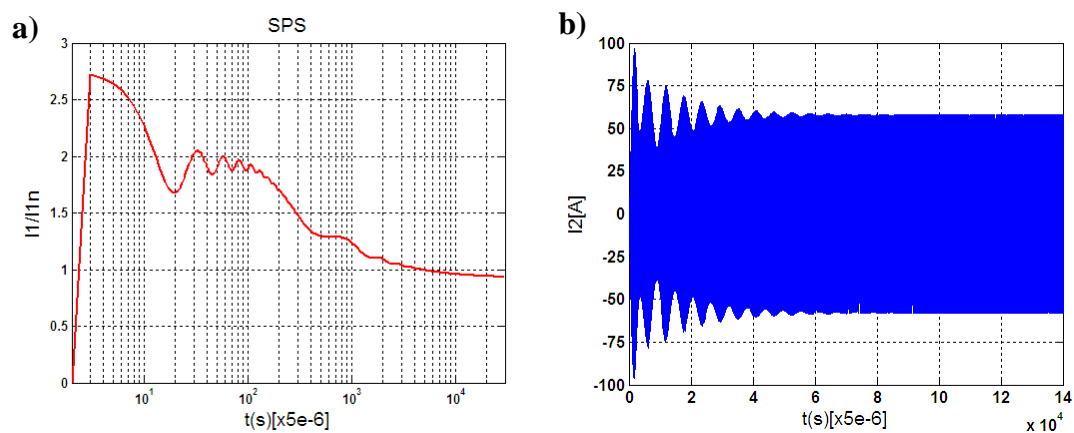


Fig. 99. Transitorio de conexión de la batería al acoplamiento inductivo con compensación SPS.

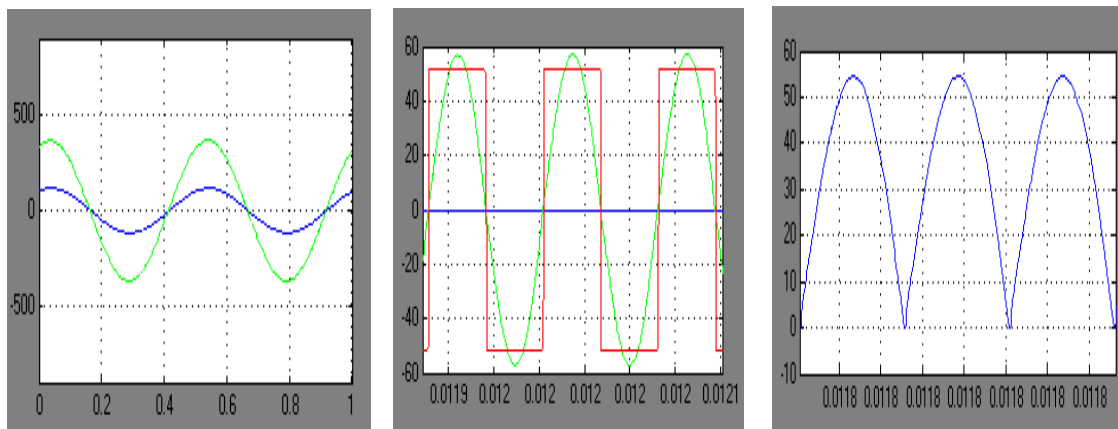
En el secundario el transitorio es más suave, produciéndose una sobrecorriente del 35 % superior a su valor nominal (Fig. 99-b) y alcanzándose el régimen permanente en 0.3 s.

En la Tabla 27 se comprueba la buena aproximación que presentan los valores iniciales de carga de la batería de 48 V desde el acoplamiento SPS con tensión de secundario de 50 V y potencia de 2 kW, dando lugar a una resistencia equivalente de 1.25  $\Omega$ .

**Tabla 26: Valores iniciales en régimen permanente con batería en comparación con carga resistiva equivalente**

Parámetro	Con R	Batería Ac-Pb
R	1,25 $\Omega$	1.247 $\Omega$
I <sub>1</sub> (eficaz)	8 A	7.7 A
I <sub>2</sub> (eficaz)	40.1 A	40.9 A
V <sub>2</sub> (eficaz)	50 V	51 V
I <sub>carga</sub> (medio)	50	36.7 A
Transitorio	0	30 ms
VC1	1480 V	1410 V
VC2	394	399 V

La principal diferencia se encuentra en la onda de tensión en el secundario con corriente continua por el puente rectificador, puesto que en este caso la conducción continua de los diodos provoca que la tensión V<sub>2</sub> sea una onda cuadrada del valor de la tensión en la batería (Fig. 100). Como las corrientes son senoidales, el comportamiento del sistema cargando baterías es análogo a considerara una resistencia equivalente

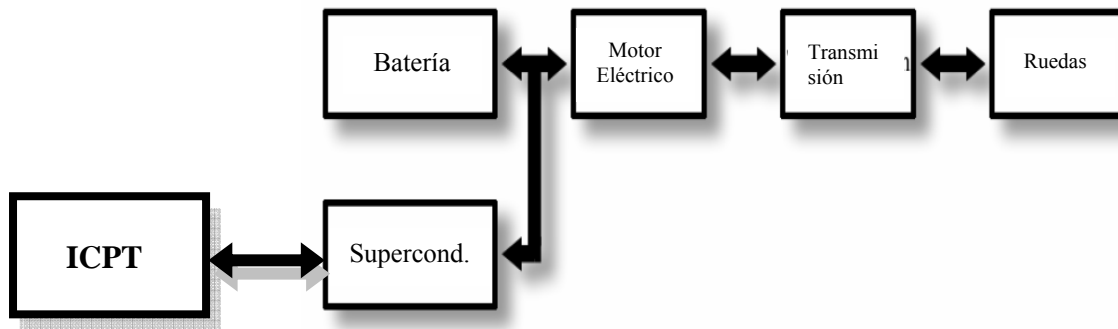


**Fig. 100.** a) Armónico fundamental de la tensión de la fuente (verde) y corriente absorbida de la fuente (azul); b) Tensión (azul) y corriente (verde) en el secundario. c) Corriente a la salida del rectificador

### 6.3.5.2 Supercondensadores

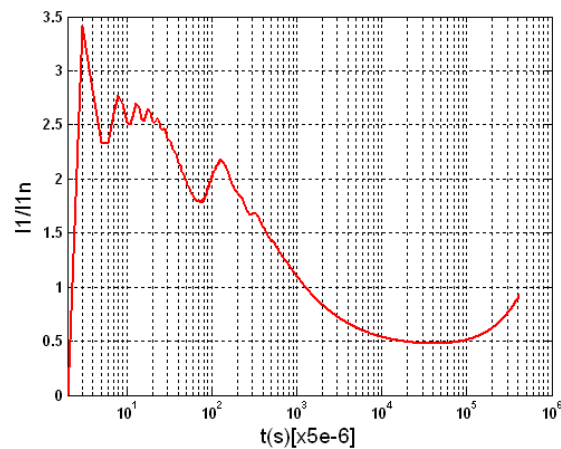
La carga de baterías es un proceso lento que puede utilizarse en sistemas de alimentación estacionarios, como puede ser la carga de vehículos particulares en horario nocturno, pero no para la carga rápida en estaciones de servicio o durante las paradas de un transporte publico. En estos casos, la transferencia rápida de energía deberá realizarse mediante supercondensadores [18, 83], los cuales permiten una carga tan rápida como nuestro sistema de alimentación permita y un elevado almacenamiento

energético gracias a unas capacidades muy elevadas de cientos o incluso miles de faradios (Fig. 101).



**Fig. 101.** Esquema de carga de baterías con paso intermedio por supercondensadores.

El comportamiento durante el proceso de carga del acoplamiento cuando se conecta una batería de Supercondensadores es estable debido a que la compensación SPS se comporta como fuente de corriente (Fig. 96-b) desde cortocircuito hasta carga nominal; presentando un transitorio en la corriente absorbida de la red de 3,3 veces la corriente nominal y disminuyendo por debajo de la nominal en aproximadamente 5 ms (Fig. 102).



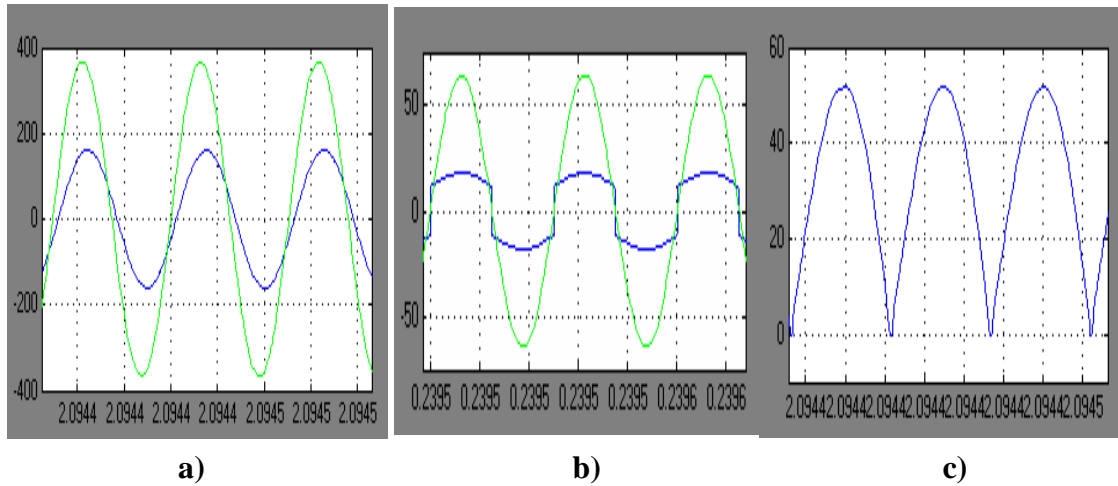
**Fig. 102.** Transitorio de conexión de un supercondensador de 1 Faradio.

En régimen permanente, toda la tensión cae inicialmente en la resistencia interna del condensador, que en el caso concreto que se trata supone 4 V. Esta tensión a la entrada del rectificador hace que la impedancia equivalente vista desde el secundario sea muy inferior al valor nominal de diseño ( $1,25 \Omega$ ) y por tanto no se trabaja en condiciones de resonancia. Con valores bajos de impedancia, la corriente absorbida de la fuente es menor que la nominal y muy capacitiva, la corriente en el secundario es la nominal y la tensión en el secundario es la suma de la tensión en la resistencia más la del condensador.

Conforme el condensador se va cargando, la tensión en el secundario aumenta y también lo hace la impedancia equivalente, aproximándose cada vez más a la carga nominal. Esto supone un aumento de la corriente absorbida de la fuente, pero siempre

por debajo de la nominal (Fig. 96.d) y una disminución del desfase de dicha corriente aproximándose cada vez más a la condición de resonancia (Fig. 96.e).

Las ondas de tensión y corriente durante el proceso de carga se observan en las siguientes figuras; comprobándose que aunque la corriente sea rectificadora (Fig. 103-c) y la tensión en el secundario no sea senoidal (Fig. 103-b), la corriente por los devanados de primario y secundario son perfectamente senoidales (Fig. 103.a y b) y presentan un comportamiento análogo a considerar resistencia equivalente de los modelos teóricos.



**Fig. 103.** a) Armónico fundamental de la tensión de la fuente (verde) y corriente absorbida de la fuente (azul); b) Tensión (azul) y corriente (verde) en el secundario. c) Corriente a la salida del rectificador

Para determinar el tiempo de carga deseado, hay que considerar que al ser una carga a corriente constante, se cumple:

$$t_c(s) = \frac{C_S \cdot V_C}{I_{rec}} \quad (191)$$

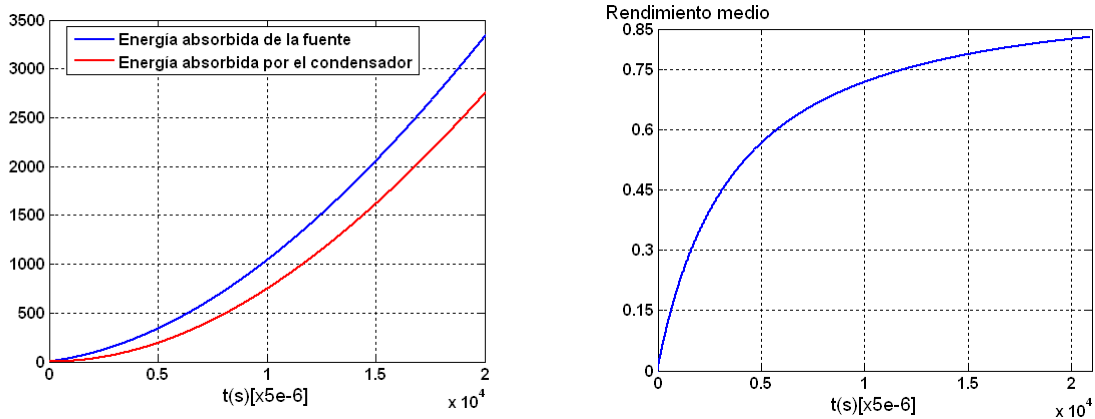
Donde,  $C_S$  es la capacidad del supercondensador,  $V_C$  es la tensión deseada final de carga e  $I_{rec}$  es el valor medio de la corriente constante de carga a la salida del rectificador y que es una condición de diseño.

El tiempo de carga debe ser ajustado a aquel valor en el que la corriente de primario es igual a la nominal (Fig. 102). Si este tiempo es prefijado como condición de diseño, la incógnita será encontrar la capacidad adecuada para que en el tiempo deseado, dicho condensador almacene la energía transferida. La eficiencia del proceso de carga se determinará como el cociente entre la energía entregada al condensador durante el tiempo de carga y la energía absorbida:

$$\eta = \frac{\int_0^{t_c} V_1 I_1(t) dt}{\int_0^{t_c} V_2(t) I_2(t) dt} \quad (192)$$



Al integrar las energías en el ciclo de carga, se obtiene directamente el valor medio de eficiencia conseguida durante la transferencia (Fig. 104).



**Fig. 104.** Rendimiento medio en el proceso de carga de los supercondensadores

En la Fig. 104 se representa el rendimiento medio acumulado durante el proceso de carga de los supercondensadores, considerando un sistema de 2 kW, 50 V en la carga, y una capacidad de 1 F, con una resistencia interna de 0,1  $\Omega$  lo que supone una corriente constante por el secundario de 40 A. Esta corriente rectificadora supone un valor medio a la salida del rectificador (Tabla 27) de 36 A y la transferencia se realiza con una eficiencia del 85 %.

Para determinar la capacidad del condensador y la tensión final de carga del condensador, es necesario conocer la cantidad de energía que se desea almacenar, el tiempo de carga y la corriente de carga. Así, para recuperar la energía media gastada entre dos paradas consecutivas en una línea urbana típica de acuerdo a los estudios realizados [82], se establece en 2 kWh o  $7,2 \times 10^6$  Julios, lo que equivale a una potencia de 200 kW durante 36 s. Si la corriente de carga se establece en 400 A, la capacidad necesaria vendrá dada por:

$$36 = \frac{C_s V_c}{400}$$

$$7,2 \cdot 10^6 = \frac{1}{2} C_s V_c^2$$

Y resolviendo:  $C_s = 13,6 \text{ F}$  ;  $V_c = 1000 \text{ V}$ .

## 6.4 Conclusiones

A la vista de los resultados teóricos obtenidos, se pueden sacar las siguientes conclusiones:

- La nueva topología propuesta ha resultado tener un comportamiento mucho más estable que las topologías clásicas ante variaciones de parámetros y por tanto, es la opción más apropiada para la carga rápida de vehículos eléctricos con acoplamiento inductivo.
- Los condensadores y la fuente se eligen para un desalineamiento máximo deseado con transferencia a potencia nominal, sabiendo que a partir de ese desalineamiento máximo ninguna magnitud eléctrica superará su valor nominal.
- Se ha demostrado que el proceso de dimensionamiento óptimo propuesto es válido también para la nueva topología.
- Los resultados teóricos han sido corroborados experimentalmente en el laboratorio y son mostrados en el capítulo siguiente. Esta nueva configuración SPS ha sido presentada como patente y actualmente esta siendo objeto de revisión.

# Capítulo 7

## Pruebas experimentales

*En este capítulo se muestran los prototipos construidos en el laboratorio para la comprobación y validación de los resultados teóricos obtenidos en la Tesis.*

*Se han construido dos modelos ICPT de 2 kW de potencia y con una distancia entre bobinas de 0,15 m, con dos tipos diferentes de compensación. El primer prototipo con compensación SS ha validado el método de cálculo iterativo propuesto y la validez del factor de diseño como herramienta apropiada para la selección óptima de un acoplamiento inductivo con ausencia de bifurcación.*

*El segundo prototipo con compensación SPS, ha demostrado ser el mejor sistema de compensación para la carga rápida de baterías y supercondensadores desde el punto de vista de la estabilidad del sistema ante variaciones de parámetros en el proceso de carga.*

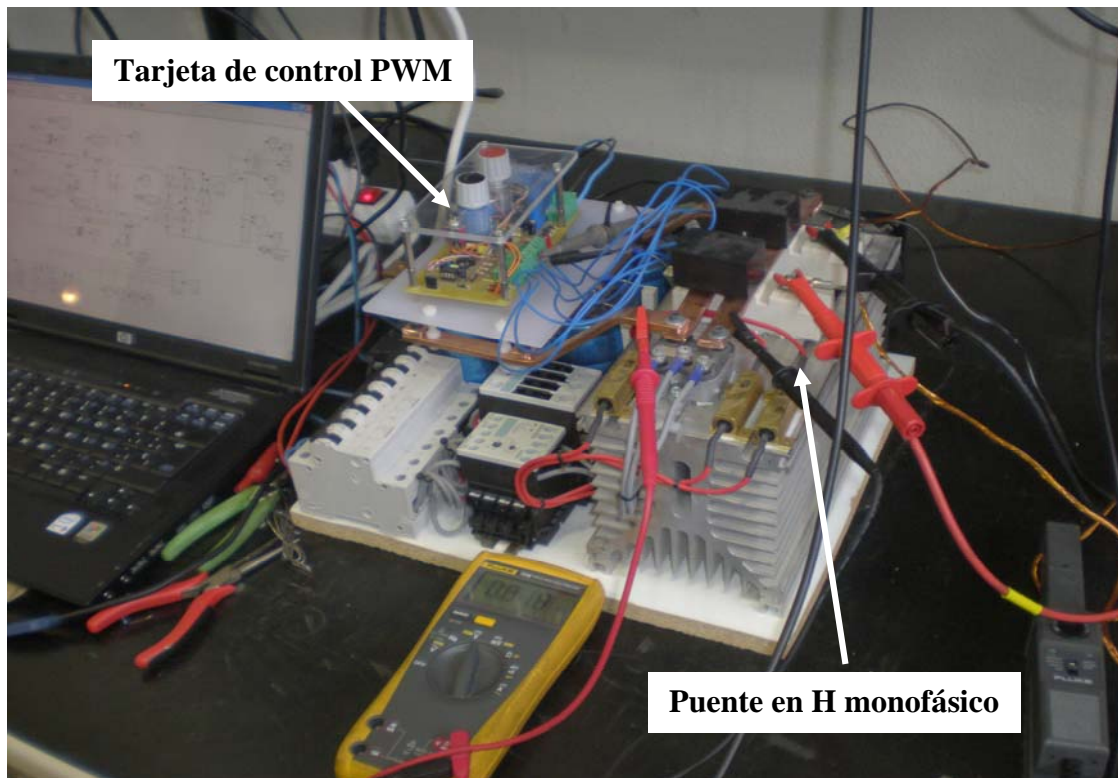
*Se han realizado multitud de pruebas y ensayos, de los cuales en este capítulo se muestran los resultados más interesantes.*

### Índice

<b>7.1</b>	<b>Sistema de alimentación.....</b>	<b>150</b>
<b>7.2</b>	<b>Modelos Experimentales teóricos.....</b>	<b>151</b>
<b>7.3</b>	<b>Modelos construidos .....</b>	<b>153</b>
7.3.1	<i>Validación del estudio teórico .....</i>	155
7.3.2	<i>Ensayo 1: Frecuencia de resonancia real.....</i>	156
7.3.3	<i>Ensayo 2: Comportamiento en circuito abierto .....</i>	158
7.3.4	<i>Ensayo 3: Comportamiento en ausencia de secundario .....</i>	159
7.3.5	<i>Ensayo 4: Comportamiento en cortocircuito .....</i>	160
7.3.6	<i>Ensayo 5: Variación de la distancia .....</i>	161
7.3.7	<i>Ensayo 6: Variación de la posición.....</i>	162
7.3.8	<i>Ensayo 7: Comportamiento con rectificador y carga resistiva.....</i>	163
7.3.9	<i>Ensayo 8: Comportamiento con baterías .....</i>	164
7.3.10	<i>Ensayo 9: Comportamiento con supercondensadores .....</i>	164

## 7.1 Sistema de alimentación

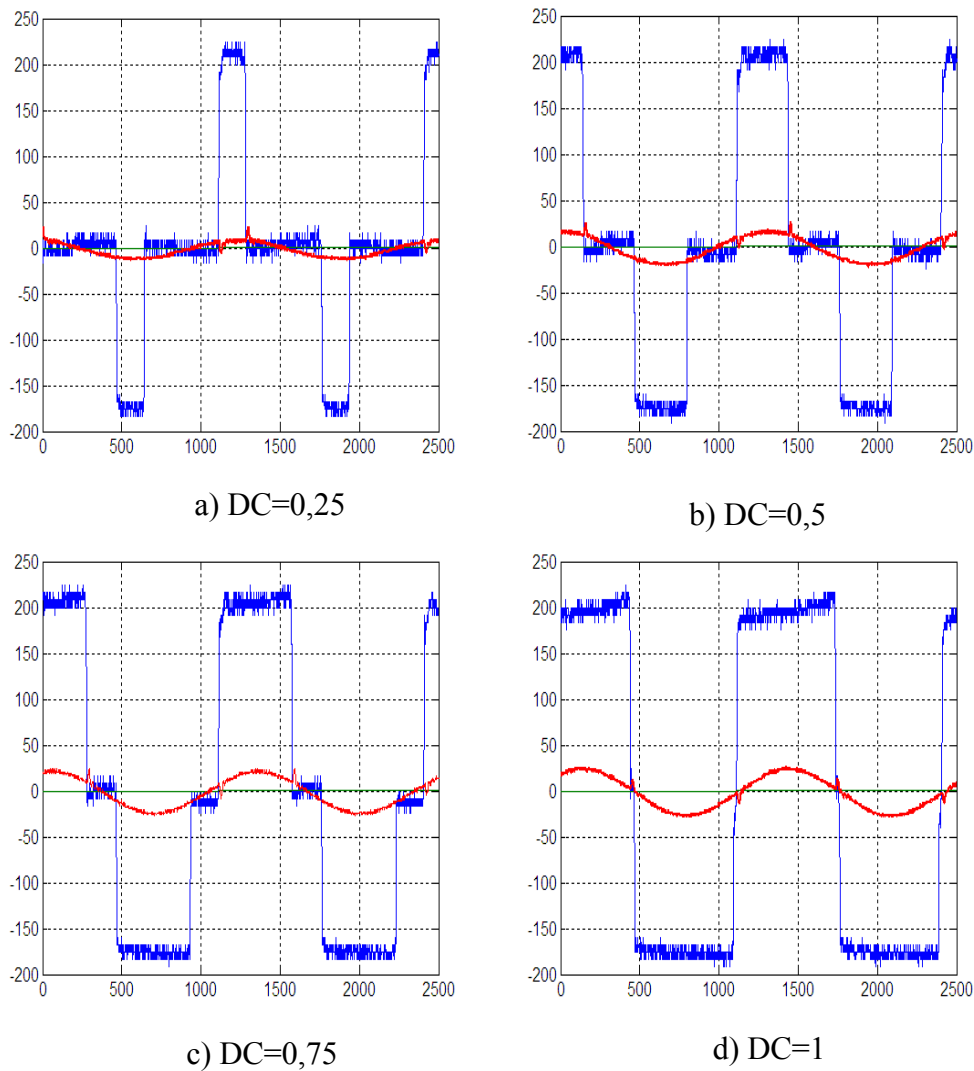
Para alimentar los modelos experimentales, se ha desarrollado un puente inversor monofásico con técnica PWM y control de la frecuencia. La alimentación se realiza en trifásica desde una red de 380 V, 50 Hz y se rectifica, siendo la tensión del bus de continua de 200 V.



**Fig. 105:** Equipo de alimentación utilizado en las pruebas experimentales.

El control de potencia se realiza variando la anchura de la onda cuadrada aplicada al primario

Se ha comprobado que la corriente absorbida de la fuente es senoidal incluso con bajos valores del Ciclo de trabajo, como se observa en la Fig. 106.



**Fig. 106:** Tensión y corriente a la salida de la fuente con diferentes Ciclo de trabajo.

Este resultado es muy interesante desde un punto de vista práctico, puesto que al ser la corriente senoidal, los resultados teóricos obtenidos son independientes de aplicar tensión senoidal o cuadrada.

## 7.2 Modelos Experimentales teóricos

Se han desarrollado dos modelos experimentales con compensación SS y SPS para comparar resultados y validar los resultados teóricos mostrados en la Tesis. Para seleccionar la configuración óptima de montaje, se ha aplicado el factor de diseño estudiado en el capítulo 5 con los siguientes datos de partida:

$$V_1 = 200 \text{ V}; P_2 = 2000 \text{ W}; V_2 = 50 \text{ V} \Rightarrow R_L = 1,25 \Omega.$$

Aunque el nivel de tensión óptimo en la carga de acuerdo al apartado 4.2.1 sería de 200 V, se ha elegido una tensión menor para cargar directamente 4 baterías de 12 V en serie sin necesidad de adaptar la tensión de carga.

Para las dimensiones de las bobinas, se han utilizado los criterios de optimización establecidos en el apartado 4.3 partiendo de una distancia entre bobinas fijada de 0,15 m. Se ha tenido en cuenta, a su vez, que la bobina emisora sea de mayor longitud que la receptora de cuerdo al apartado 5.5. Aplicando estos criterios, las dimensiones de los montajes serán aproximadamente:

$$a_1 = 0.4 \text{ m} ; b_1 = 0.8 \text{ m} ; a_2 = 0.4 \text{ m} ; b_2 = 0.4 \text{ m}$$

Una vez fijadas las dimensiones y aplicando el proceso iterativo propuesto en el apartado 4.4, se obtienen las configuraciones óptimas:

**Tabla 27: Valores teóricos de diseño para las compensaciones ensayadas.**

Parámetros	SS	SPS
$N_1$	27	7
$N_2$	7	8
$S_1$	2,5 mm <sup>2</sup>	10 mm <sup>2</sup>
$S_2$	10 mm <sup>2</sup>	10 mm <sup>2</sup>
$L_1$	14.6e-4 H	95 μH
$L_2$	60 μH	68,5 μH
M	13,01 μH	11,01 μH
$f_0$	19800 Hz	19682 Hz

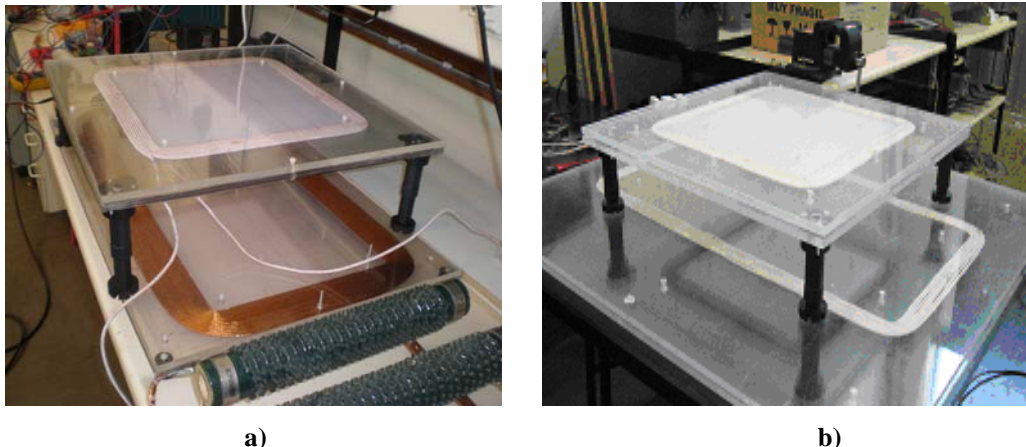
En el modelo SPS es necesario añadir una inductancia a la salida del puente inversor para evitar picos de corriente en las transiciones de la tensión al aplicar una onda cuadrada. El valor de esta inductancia se selecciona para que la corriente a la salida de la fuente sea senoidal, por lo tanto ha de ser de pequeño valor, y el condensador  $C_1$  deberá modificarse ligeramente para conseguir desfase cero a la salida de la fuente. En este caso ha sido necesaria una bobina de 730 μH (Fig. 107)



**Fig. 107:** Bobina de protección a la salida del puente inversor.

### 7.3 Modelos construidos

En primer lugar, se han construido las bobinas con hilo de Litz (Fig. 108) para los dos tipos de compensación de acuerdo al número de espiras y secciones establecidos en la Tabla 28.



**Fig. 108:** Bobinas construidas a) Topología SS, b) Topología SPS.

Los valores medidos a 20 kHz de las inductancias y resistencias para calcular las capacidades requeridas son los siguientes:

**Tabla 28:** Valores medidos a 20 kHz

Parámetros	SS	SPS
$R_1$ ( $\Omega$ )	0,65	0,03
$R_2$ ( $\Omega$ )	0,02	0,022
$L_1$ (H)	10e-4	79,5e-6
$L_2$ (H)	50e-6	66,6e-6
$M$ (H)	30e-5	11,02e-6

Se observa que los valores de inductancias medidos son alrededor de un 15 % menor que los teóricos (Tabla 28). Esto es debido a que como se vio en el capítulo 2, los bobinados en plano presentan menor coeficiente de autoinducción que los bobinados con espiras agrupadas, y esta es la situación considerada en las fórmulas teóricas.

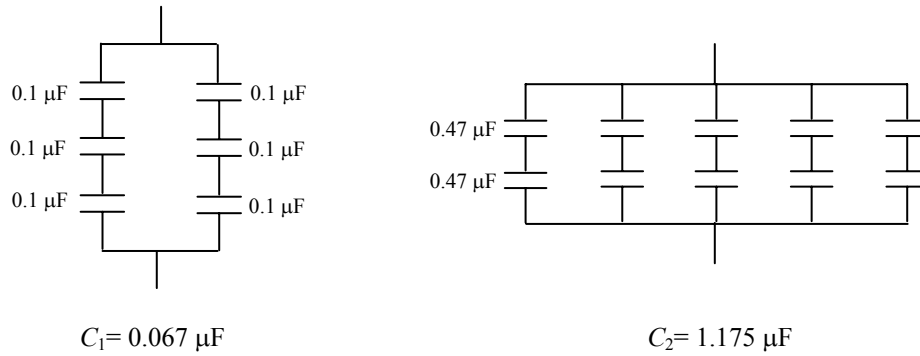
Con estos valores llevados a los modelos teóricos, se obtienen los siguientes valores de capacidades:

**Tabla 29:** Capacidades teóricas con los valores de inductancias medidos

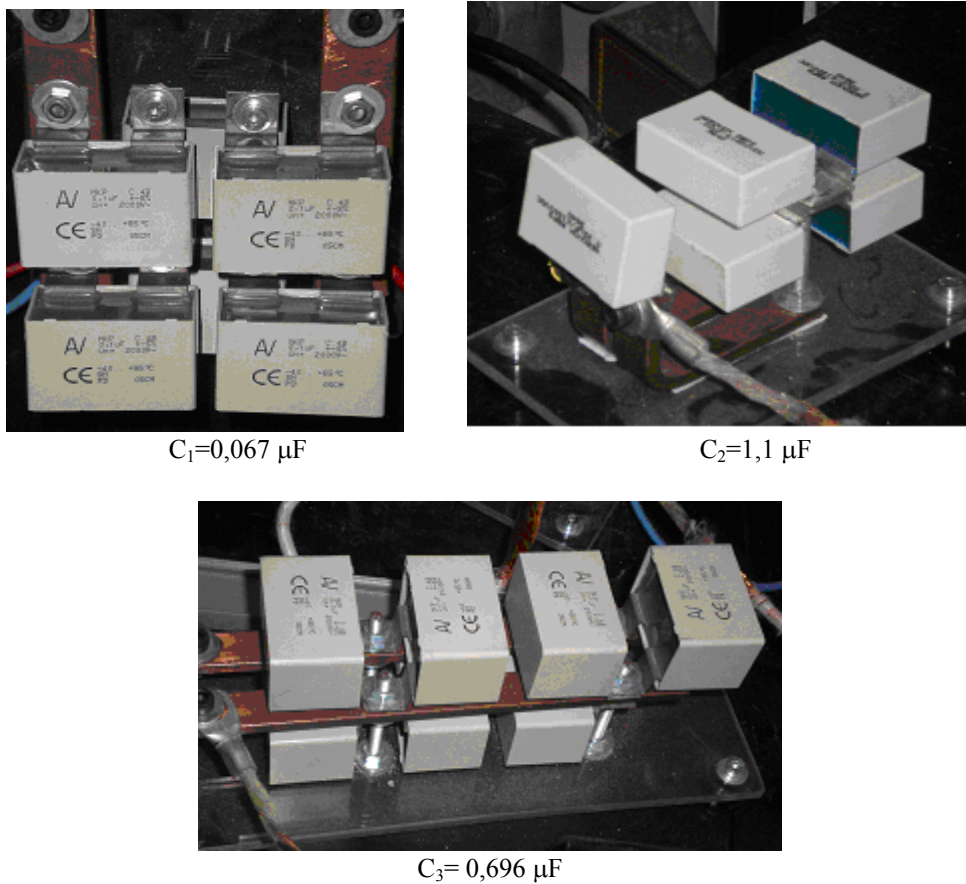
Parámetros	SS	SPS
$C_1$ ( $\Omega$ )	0,0645e-6	0,065e-6
$C_2$ ( $\Omega$ )	1,29e-006	1,17e-6
$C_3$ ( $\Omega$ )		0,695e-6

En segundo lugar, es necesario obtener la frecuencia de resonancia en el montaje real, teniendo en cuenta que los condensadores no tienen el valor exacto del teórico obtenido en la Tabla 28.

Para aproximar el valor de dichas capacidades se han utilizado condensadores snubbers de IGBT's de alta frecuencia formando los siguientes bancos de condensadores:



**Fig. 109:** Capacidades obtenidas mediante asociación serie y paralelo en compensación SS.



**Fig. 110:** Bancos de condensadores en compensación SPS.

Y los resultados definitivos de capacidades son:

**Tabla 30: Capacidades definitivas montadas.**

Parámetros	SS	SPS
$C_1 (\Omega)$	0,067e-6	0,067e-6
$C_2 (\Omega)$	1,175 e-006	1,1e-6
$C_3 (\Omega)$		0,696e-6



### 7.3.1 Validación del estudio teórico

#### a) Modelo de compensación SS

En primer lugar, se ha comprobado que con los parámetros de diseño del prototipo de 2 kW aplicando el factor de diseño, los resultados obtenidos son válidos. La sección real del primario es ligeramente mayor que la teórica y las resistencias de ambos devanados son mayores.

En la columna a) se muestran los datos teóricos, en la columna b) se muestran los datos teóricos con los condensadores de resonancia ajustados a los valores de inductancias y resistencias medidos en el prototipo ya montado. Por último, la columna c) muestra los resultados medidos en el prototipo real con los condensadores realmente montados.

**Tabla 31: Valores teóricos y medidos en el prototipo SS de 2 kW.**

Parámetro	a)	b)	c)
$N_1$	27	27	27
$N_2$	7	7	7
$S_1$ (mm <sup>2</sup> )	2.5	2.7	2.7
$S_2$ (mm <sup>2</sup> )	10	10	10
$R_1$ ( $\Omega$ )	0.4	0.65	0.65
$R_2$ ( $\Omega$ )	0.02	0.05	0.05
$L_1$ (H)	14.6e-4	10e-4	10e-4
$L_2$ (H)	6.1e-5	5e-5	5e-5
$V_L$ (V)	50	50.08	50.25
$P_L$ (W)	2000	2006	2020
$f_0$ (kHz)	19.8	19.8	20.1
$Eff_i$ (%)	95	91.3	89
$V_{C1}$ (V)	2019	1370	1620
$V_{C2}$ (V)	305	250	285
$I_p$ (A)	10.5	10.98	11.4
$I_s$ (A)	40	40	40.2
$C_1$ ( $\mu$ F)	4.37e-008	6.45e-008	6.7e-008
$C_2$ ( $\mu$ F)	1.054e-006	1.29e-006	1.175e-006
$Q_p$	10.7	7.25	6.6
$Q_s$	6.1	4.98	5
$K_D$	0.63	0.72	0.79

Se observa una buena aproximación a los valores nominales (columna a) en cuanto a tensión en la carga y potencia transferida, pero la frecuencia de resonancia real resulta 300 Hz mayor que la teórica. Esto es debido a que los condensadores no son exactamente los teóricos.

El rendimiento real también resulta menor que el teórico puesto que las resistencias son mayores y la corriente absorbida es un 10 % debido fundamentalmente a que el coeficiente de inducción mutua real es menor que el teórico.

Se puede concluir que incluso con variaciones apreciables en las secciones de los cables y en los condensadores el comportamiento es muy aproximado al modelo teórico. El proceso teórico por tanto es válido como primera aproximación al diseño, una vez

construido, deberán ajustarse los condensadores a los valores medidos y buscar la nueva frecuencia de resonancia.

b) Modelo de compensación SPS

En Tabla 32 se muestran los parámetros eléctricos del modelo de compensación SPS montado en el laboratorio.

En la columna a) se muestran los datos teóricos, en la columna b) se muestran los datos teóricos con los condensadores de resonancia ajustados a los valores de inductancias y resistencias medidos en el prototipo ya montado y con la bobina real necesaria  $L_3$ . Por último, la columna c) muestra los resultados medidos en el prototipo real con los condensadores y bobina de protección realmente montados.

**Tabla 32: Valores teóricos y medidos en el prototipo SPS de 2 kW.**

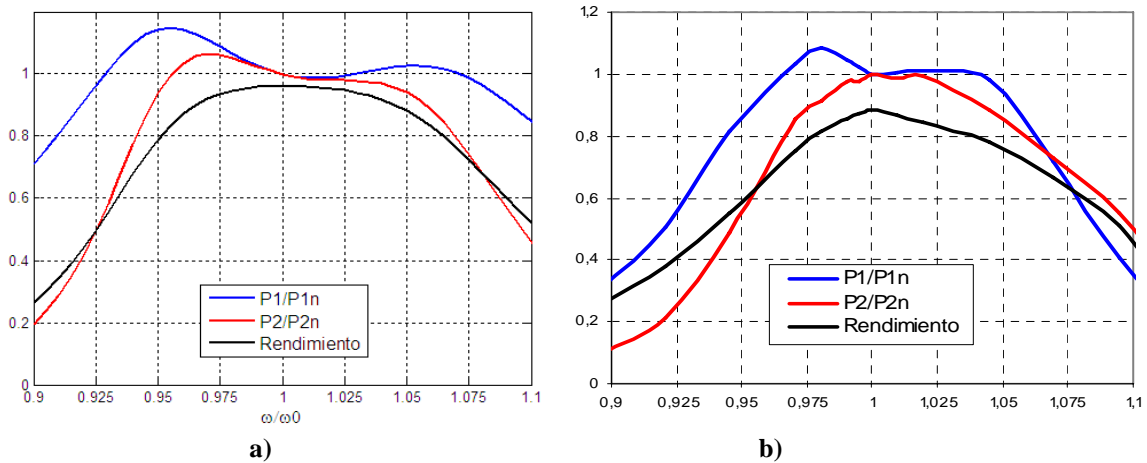
Parámetro	a)	b)	c)
$N_1$	7	7	7
$N_2$	8	8	8
$S_1$ (mm <sup>2</sup> )	10	10	10
$S_2$ (mm <sup>2</sup> )	10	10	10
$R_1$ ( $\Omega$ )	0,025	0,03	0,03
$R_2$ ( $\Omega$ )	0,022	0,025	0,025
$L_1$ (H)	9,9083e-005	79,5e-6	79,5e-6
$L_2$ (H)	7,8823e-005	66,6e-6	66,6e-6
$L_3$ (H)	0,001	0,00073	0,00074
$V_L$ (V)	50,1	50,3	50
$P_L$ (W)	2008	2024	2014
$f_0$ (kHz)	19,3	19,7	19,6
$Eff_i$ (%)	0,96	0,96	0,92
$V_{C1}$ (V)	1482	1290	1285
$V_{C2}$ (V)	394	331	300
$I_b$ (A)	38,55	37,58	44,1
$I_s$ (A)	40,1	40,21	40
$I_1$ (A)	10,4	10,5	10,57
$I_2$ (A)	40,1	40,21	40,14
$C_1$ ( $\mu$ F)	0,0498e-6	0,066e-6	0,067e-6
$C_2$ ( $\mu$ F)	8.7894e-007	9.86e-7	1.1e-006
$C_3$ ( $\mu$ F)	5.2067e-007	6.1399e-7	6.96e-007
$Q_b$	8,5	6,61	6,66
$Q_s$	7,58	6,57	6,54
$K_D$	0,86	0,97	0,96

**7.3.2 Ensayo 1: Frecuencia de resonancia real**

En compensación SS, la frecuencia real de resonancia es de 20100 Hz; un poco mayor que la teórica (19,8 kHz).

Al variar la frecuencia respecto a resonancia, en la Fig. 111-b se observa un comportamiento muy estable y una buena aproximación con el resultado teórico para las capacidades obtenidas (Fig. 111-a); aunque el rendimiento decae mucho más

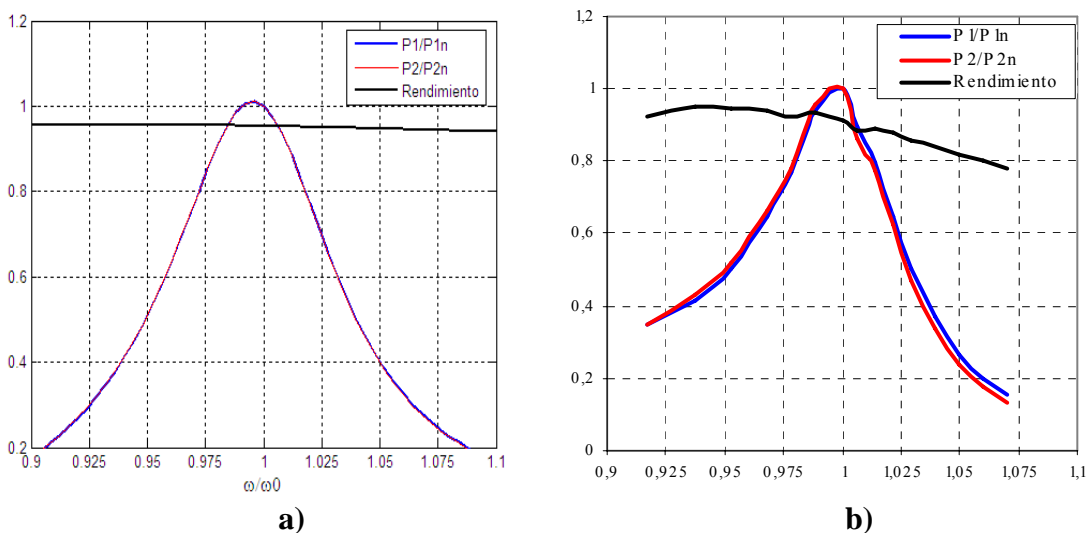
rápida ya que la potencia transferida es menor que la teórica fuera de la frecuencia de resonancia.



**Fig. 111:** Comportamiento de la topología SPS al variar la frecuencia respecto de la nominal a) Teórico; b) Medido

Se ha comprobado que con un buen diseño aplicando el método iterativo propuesto y seleccionando aquella combinación de espiras que de lugar al máximo factor de diseño, el comportamiento de la topología SS no presenta problemas de bifurcación que den lugar a picos muy elevados de potencia a ambos lados de la frecuencia de resonancia de máximo rendimiento.

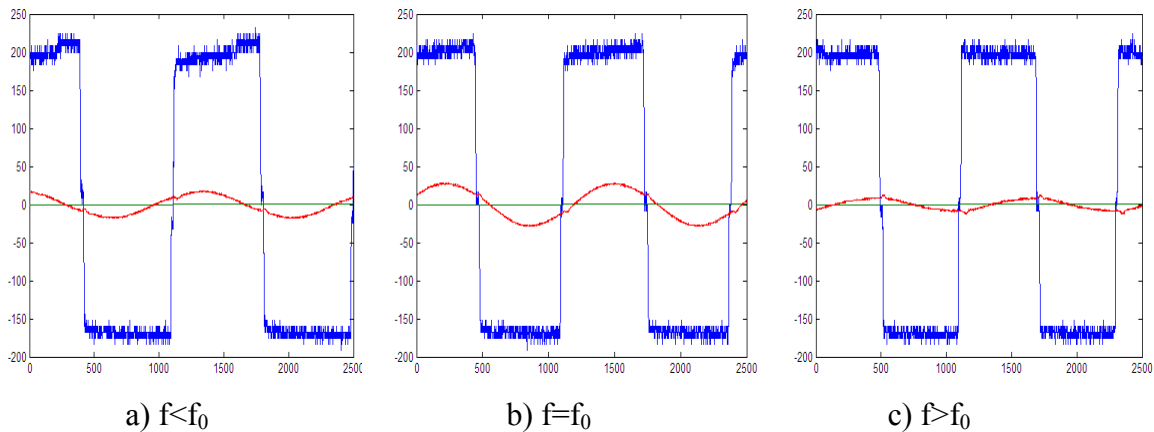
En la compensación SPS, la frecuencia real de resonancia es de 19620 Hz y que resulta muy próxima a la teórica obtenida en la Tabla 28 (19,3 kHz).



**Fig. 112:** Comportamiento de la topología SPS al variar la frecuencia respecto de la nominal a) Teórico; b) Medido.

En este caso, el comportamiento real (Fig. 112-b) también es totalmente estable y muy similar al comportamiento teórico para los condensadores obtenidos (Fig. 112-a). Se observa que el rendimiento es mayor con compensación SPS que con SS para todo el rango de variación; es decir, admite mayores variaciones de frecuencia sin pérdida de eficiencia.

En la Fig. 113 se observa el comportamiento de la corriente absorbida de la fuente al variar la frecuencia de alimentación en compensación SPS:



**Fig. 113:** Variación del argumento de la corriente al variar la frecuencia en compensación SPS.

Se comprueba que al disminuir la frecuencia, la corriente absorbida disminuye y se adelanta respecto de la tensión, mientras que si la frecuencia aumenta, la corriente también disminuye pero en este caso se retrasa respecto de la tensión; tal y como se había obtenido de manera teórica (Fig. 92).

### 7.3.3 Ensayo 2: Comportamiento en circuito abierto

La topología SS presenta un comportamiento totalmente inestable con el secundario en circuito abierto y no es posible realizar el ensayo a tensión de primario nominal puesto que tanto la corriente absorbida de la fuente como la tensión inducida en circuito abierto, alcanzan valores muy elevados. Se ha realizado un ensayo a tensión reducida obteniéndose los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} V_1 &= 20 \text{ V (0,1 p.u.)} & I_1 &= 10 \text{ A ( 1 p.u.)} \\ V_2 &= 50 \text{ V (1 p.u.)} & I_2 &= 0 \end{aligned}$$

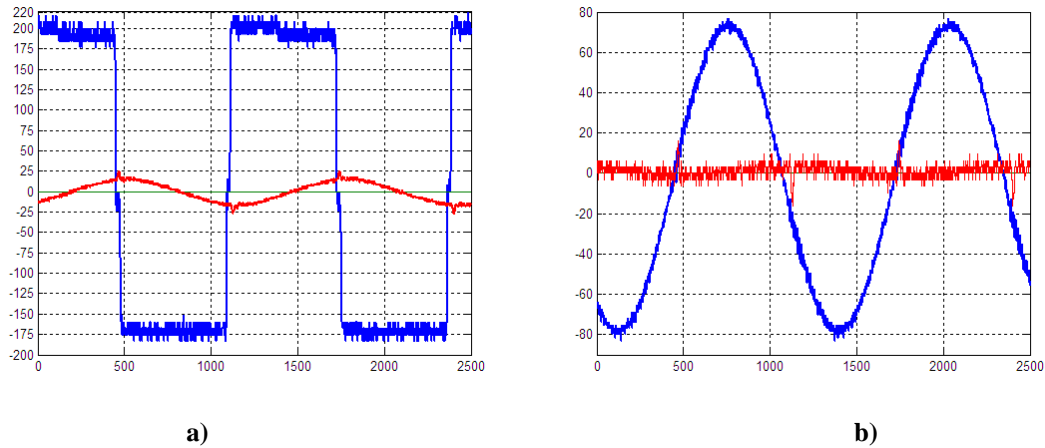
Esto supone que en compensación SS es necesaria una reducción de la tensión del primario si el secundario se queda en circuito abierto.

La topología SPS presenta en este caso mayor estabilidad y se puede realizar el ensayo a su tensión y frecuencia nominal dejando el secundario en circuito abierto; en este caso se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} V_1 &= 200 \text{ V (1 p.u.)} & I_1 &= 12,48 \text{ A ( 1,2 p.u.)} \\ V_2 &= 60 \text{ V (1,2 p.u.)} & I_2 &= 0 \\ P_1 &= 230 \text{ W (0,12 p.u.)} & P_2 &= 0 \end{aligned}$$

Estos resultados corresponden a un comportamiento ligeramente inestable tal y como se vio en el apartado 6.3.3 , ya que la corriente absorbida de la fuente es un 20 % superior a la nominal y deberá tenerse en cuenta a la hora del dimensionamiento de la fuente. La tensión en el secundario en circuito abierto también resulta un 20 % superior pero no da lugar a problemas de aislamiento.

En la Fig. 114 se muestra las ondas obtenidas del osciloscopio con el secundario en circuito abierto



**Fig. 114:** a) Tensión (azul) y corriente (rojo) en la fuente. b) Tensión (azul) y corriente (rojo) en la carga.

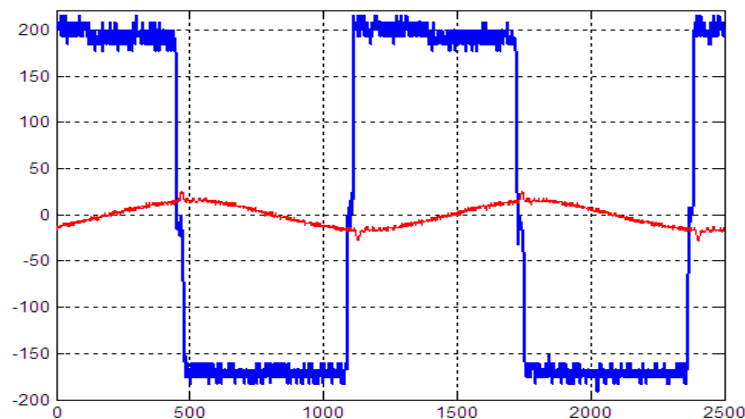
### 7.3.4 Ensayo 3: Comportamiento en ausencia de secundario

Este ensayo se ha realizado para comprobar la estabilidad del sistema cuando la bobina emisora pueda ser alimentada de manera fortuita sin que haya ninguna bobina receptora colocada sobre ella.

En topología SS es incluso peor situación en cuanto a corriente absorbida de la fuente que en el caso de secundario en circuito abierto, debido a que la impedancia vista por la fuente es menor con ausencia de secundario. En compensación SPS los resultados son los siguientes:

$$\begin{array}{ll} V_1 = 200 \text{ V} & I_1 = 5,83 \text{ A (0,583 p.u.)} \\ V_2 = 0 \text{ V (p.u.)} & I_2 = 0 \text{ A (p.u.)} \\ P_1 = 227 \text{ W (p.u.)} & P_2 = 0 \text{ W} \end{array}$$

Y las ondas obtenidas del osciloscopio:



**Fig. 115:** Tensión (azul) y corriente (rojo) en la fuente en ausencia de secundario para topología SPS.

A la vista de estos resultados, se comprueba un comportamiento totalmente estable con una corriente absorbida de la fuente del 58 % de la nominal en ausencia de vehículo receptor. Asimismo, la corriente además de disminuir en módulo se retrasa siendo muy inductiva y por tanto la potencia activa absorbida de la fuente es muy baja.

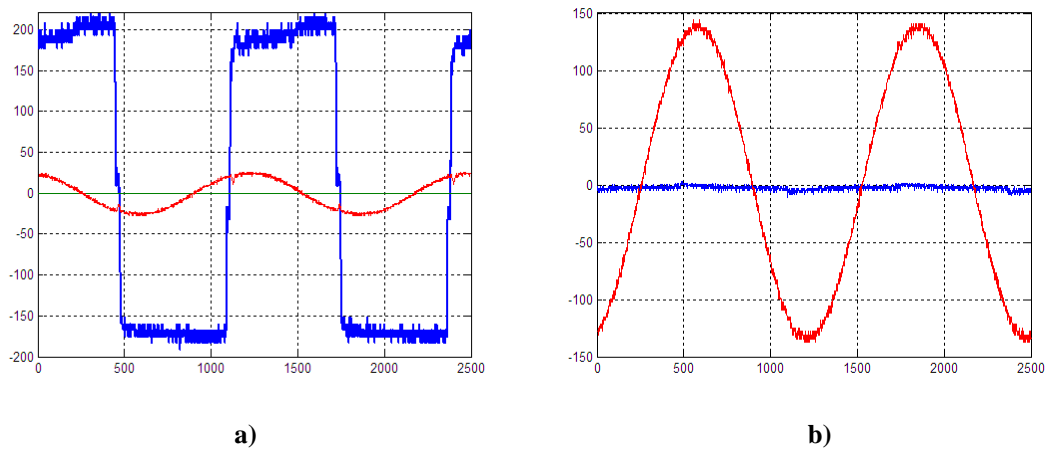
### 7.3.5 Ensayo 4: Comportamiento en cortocircuito

Una de las ventajas del acoplamiento inductivo en la alimentación de vehículos eléctricos precisamente radica en el aislamiento galvánico entre circuitos que hace que no haya riesgos eléctricos en el secundario si en el primario se producen cortocircuitos o derivaciones a tierra. Respecto de la influencia de un cortocircuito del secundario en el primario, con este ensayo se analiza el comportamiento del sistema ante un cortocircuito brusco en el secundario analizando la evolución de los parámetros a la salida de la fuente y en la carga.

En compensación SPS se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{array}{ll} V_1 = 200 \text{ V} & I_1 = 9,75 \text{ A (0,975 p.u.)}; \\ V_2 = 0 \text{ V (p.u.)} & I_2 = 50,65 \text{ A (1,35 p.u.)}; \\ P_1 = 227 \text{ W (p.u.)} & P_2 = 63 \text{ W}; \end{array}$$

Y las ondas obtenidas del osciloscopio:



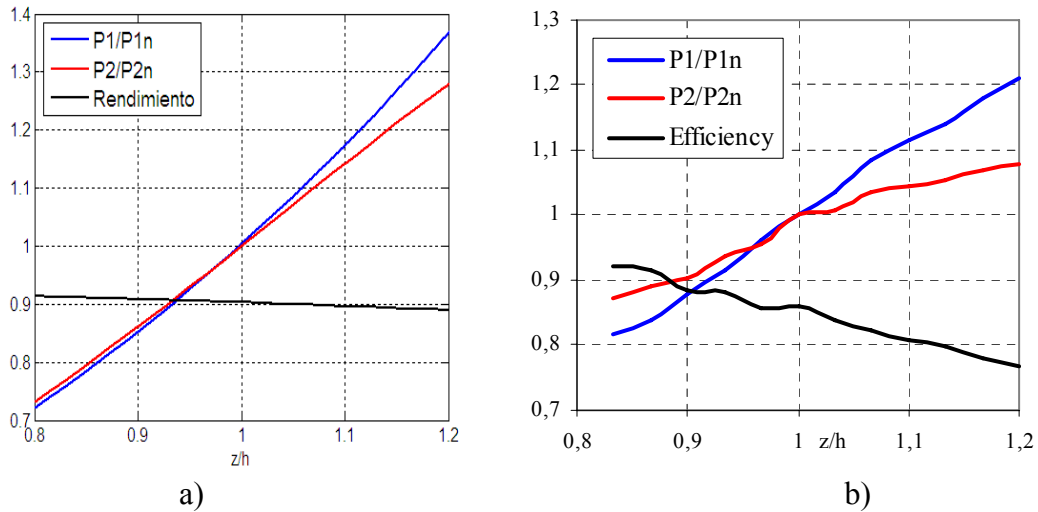
**Fig. 116:** a) Tensión (azul) y corriente (rojo) en la fuente. b) Tensión (azul) y corriente (rojo) en la carga.

Si se produce un cortocircuito directo en el secundario, no se ve afectada la fuente ya que la corriente permanece prácticamente en su valor nominal, presentando, por tanto, protección natural contra cortocircuitos (análogamente a la compensación SS), aunque adelantándose respecto de la tensión (Fig. 116-a).

Respecto de la corriente en el secundario, debido al carácter de la topología de fuente de corriente, se ve incrementada respecto de la nominal pero de manera muy limitada, llegando a ser únicamente un 35 % superior a la corriente de secundario nominal (Fig. 116-b).

### 7.3.6 Ensayo 5: Variación de la distancia

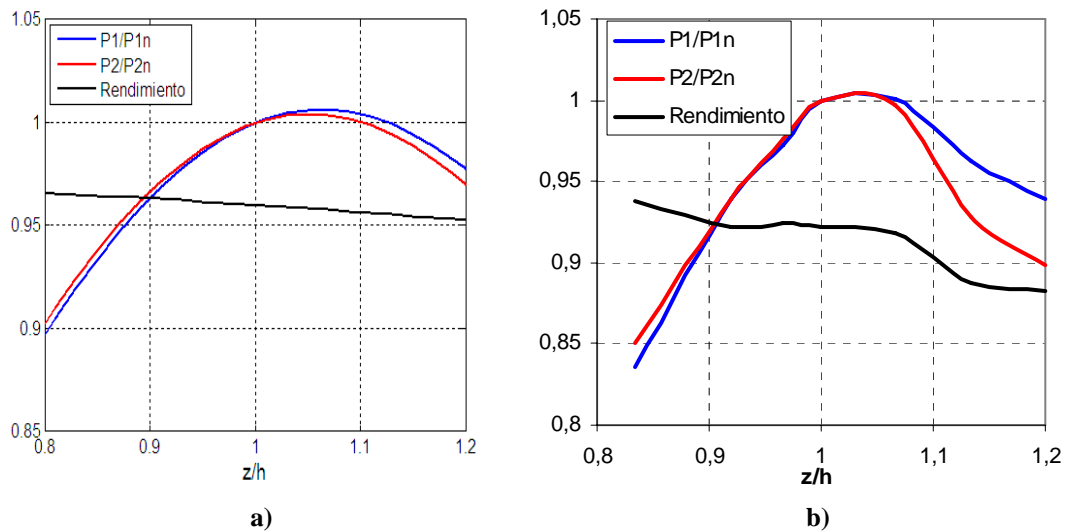
Se han realizado pruebas de variación de la distancia en torno a un  $\pm 20\%$  de la distancia nominal sin modificar la frecuencia de trabajo.



**Fig. 117:** Variación de la distancia en torno a  $\pm 20\%$  de la nominal en compensación SS a) Teórico, b) Experimental.

En compensación SS (Fig. 117- a y b) se observa que tanto la potencia absorbida como la entregada son menores que los valores teóricos, y el rendimiento real es un 86 % frente al 91 %. Por otro lado, se demuestra la inestabilidad del sistema al separarse las bobinas, incrementándose peligrosamente la potencia absorbida. En el límite, no es posible dejar alimentada la bobina de primario en ausencia de secundario ya que actúan las protecciones.

En compensación SPS (Fig. 118- a y b) se obtiene una muy buena aproximación con el comportamiento teórico, presentando mejor rendimiento que en compensación SS a la distancia nominal. Se demuestra la estabilidad de esta compensación en todo el rango de variación de distancia manteniéndose la potencia nominal desde el 90 % hasta el 120 % de la distancia nominal.



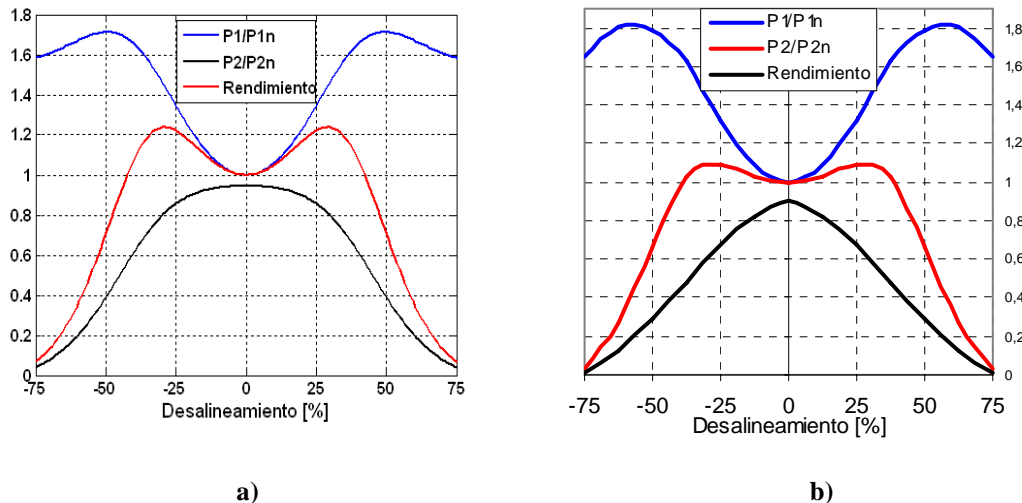
**Fig. 118:** Variación de la distancia en torno a  $\pm 20\%$  de la nominal en compensación SPS: a) Teórico, b) Experimental.

### 7.3.7 Ensayo 6: Variación de la posición

Uno de las principales aportaciones de la nueva topología es su capacidad de desalineamiento manteniendo la estabilidad frente a las topologías tradicionales. Para comprobarlo, se ha realizado el ensayo de posicionamiento alimentando el primario a tensión y frecuencia nominales y desalineando en % de la anchura del receptor. Los resultados se comparan con la compensación SS.

En compensación SS, se ha desalineado el secundario hasta un 75 % y los resultados se muestran en las Fig. 119- a y b. Se observa un comportamiento teórico muy próximo al real, validando los modelos teóricos desarrollados.

La potencia transferida se mantiene prácticamente constante e igual a la nominal hasta desalineamientos del 40 % sin embargo, se ve que el desalineamiento es inestable para la fuente, ya que la potencia absorbida puede llegar a ser cerca de un 80 % superior que la nominal. Esto conlleva la necesidad de un adecuado control en la fuente como se vio en el capítulo 5.

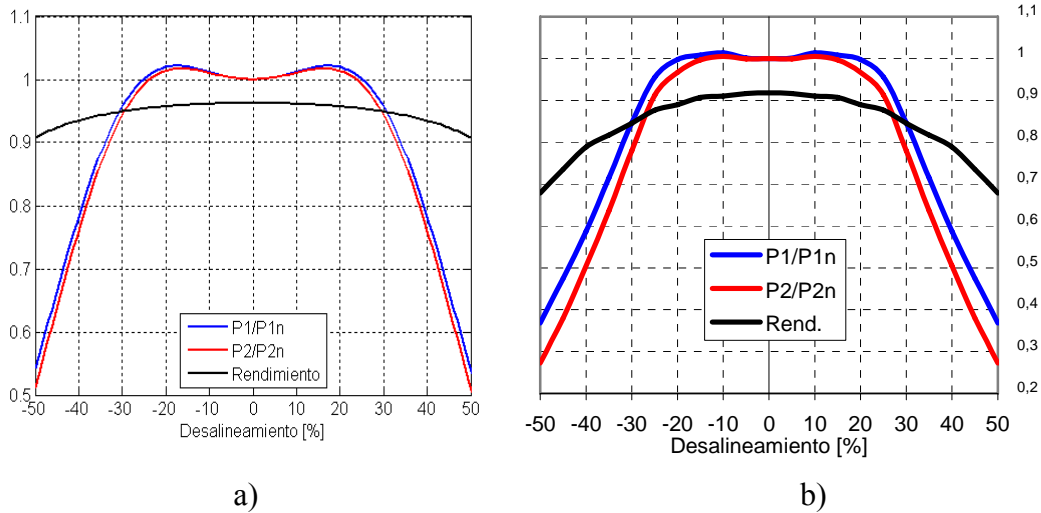


**Fig. 119:** Comportamiento de la compensación SS frente al desalineamiento a) Teórico, b) Experimental.

La eficiencia medida real del sistema disminuye bruscamente fuera de la posición de las bobinas centradas (Fig. 119-b), debido a que la potencia transferida real es menor que la teórica (Fig. 119-a).

En compensación SPS, el comportamiento real (Fig. 120-b) es análogo al teórico con los datos medidos reales (Fig. 120-a) como se puede observar en las figuras, con lo cual queda validado el método teórico propuesto de cálculo de condensadores para un desalineamiento deseado visto en el capítulo 6.





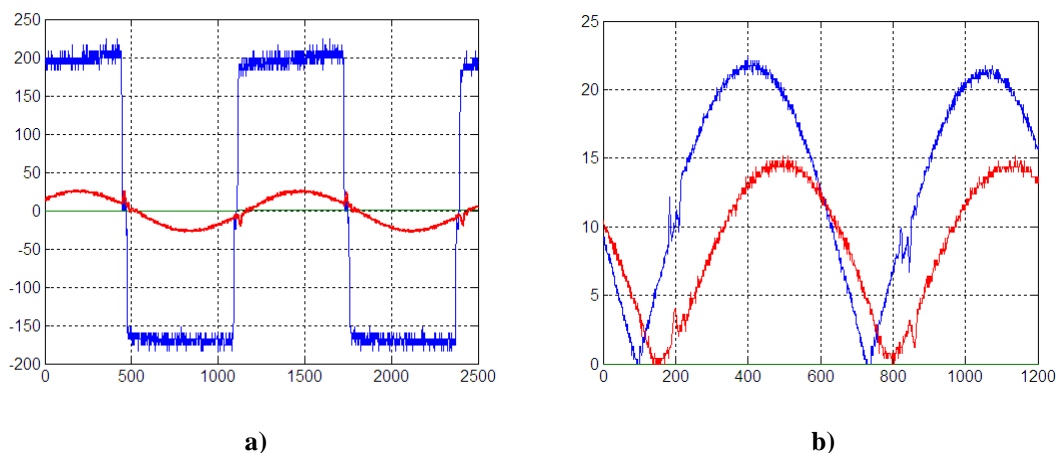
**Fig. 120:** Comportamiento de la compensación SPS frente al desalineamiento a) Teórico, b) Experimental.

Se observa la estabilidad total del sistema para la fuente sin necesidad de realizar ningún control, ya que en ningún momento se supera la potencia nominal, presentando un  $HT_{P2}[50\%]$  del 50 % de la anchura de bobinas. El rendimiento es muy elevado con esta configuración y se mantiene en valores elevados ( $\geq 80\%$ ) incluso con desalineamientos de hasta el 40 %, aunque son ligeramente menores que los teóricos, debido fundamentalmente a que las resistencias de los bobinados son mayores a las frecuencias de trabajo y a la temperatura real de funcionamiento.

### 7.3.8 Ensayo 7: Comportamiento con rectificador y carga resistiva

Una vez analizada la influencia de la variación de parámetros de funcionamiento en los prototipos y la validez del método de diseño propuesto, los siguientes ensayos se han realizado para ver el comportamiento de la nueva topología propuesta en el caso real de carga de un sistema de almacenamiento. En primer lugar, se conecta la resistencia equivalente utilizada de  $1,25\ \Omega$  a la salida de un puente rectificador.

En las siguientes figuras se representan las ondas obtenidas del osciloscopio de tensiones y corrientes a la entrada del sistema (Fig. 121-a) y a la salida del rectificador (Fig. 121-b)



**Fig. 121:** Tensión (azul) y corriente (rojo) en a) primario y b) carga, con rectificador y carga resistiva.

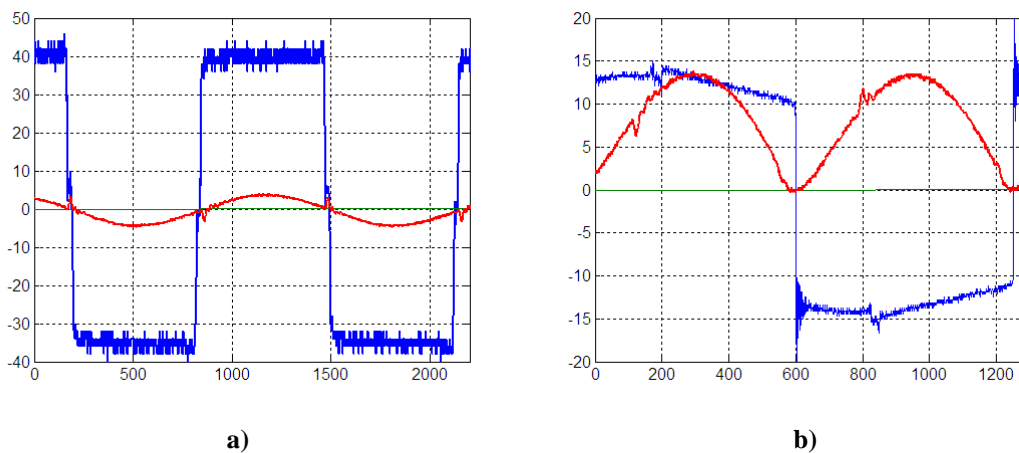
El desfase que se observa en la corriente respecto de la tensión en la Fig. 121-b con carga resistiva es debido al retardo introducido por la pinza amperimétrica a 20 kHz, y que se ha tenido en cuenta en todas las medidas de potencia.

### 7.3.9 Ensayo 8: Comportamiento con baterías

El siguiente ensayo realizado consiste en la carga directa de una batería comercial de 12 V de ácido-plomo y la observación del comportamiento de las variables durante el proceso de carga.

Se ha observado una estabilidad total del sistema durante todo el proceso. La corriente inicial de carga depende del estado de carga de la batería, pero si la resistencia equivalente de cálculo del acoplamiento se determina para la condición de carga máxima, la impedancia vista por el secundario durante el tiempo de carga será ligeramente menor de la nominal, y esto equivale a una corriente de carga constante e igual a la nominal y una corriente absorbida de la fuente igual a la nominal..

La diferencia fundamental respecto al caso anterior de rectificador y resistencia viene dada por la forma de onda de la tensión a la entrada del puente. Si la corriente de carga es continua, la tensión es una onda cuadrada (Fig. 122-b), pero la corriente por el secundario sigue siendo senoidal y en fase con la tensión. Esto supone que el comportamiento visto desde la fuente es totalmente equivalente al caso de resistencia equivalente.



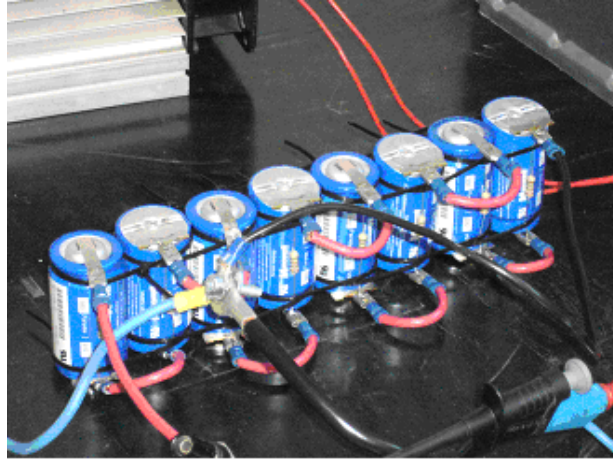
**Fig. 122:** a) Tensión (azul) y corriente (rojo) a la salida de la fuente; b) Tensión a la entrada del rectificador (azul) y corriente de carga de la batería (rojo).

En la Fig. 122-a se observa la tensión y corriente a la salida de la fuente totalmente estables y en resonancia al final del proceso de carga

### 7.3.10 Ensayo 9: Comportamiento con supercondensadores

Se ha realizado un ensayo con 8 supercondensadores BCAP0350 E250 de 350 F, 2,5 V conectados en serie. Presentan una energía máxima de almacenamiento de 4,19 Wh/kg por condensador y una resistencia interna de 1,6 mΩ. Esto supone una carga RC para el

acoplamiento de 43,75 F y  $0,0128 \Omega$ . La tensión de carga de los condensadores es de 2,7 V por condensador y por tanto la tensión nominal de carga será de 22 V.

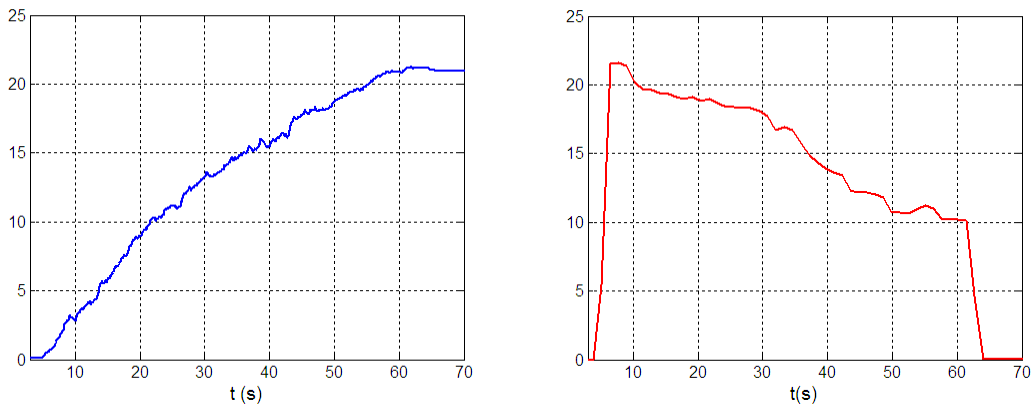


**Fig. 123:** Banco de 8 Supercondensadores BCAP0350 E250.

Al encontrarse inicialmente descargado el banco de condensadores y presentar una resistencia tan baja, el acoplamiento se ve sometido a una situación cercana al cortocircuito, lo que supone por un lado que la corriente absorbida de la red estará en adelanto respecto de la tensión y de menor valor que la nominal, ya que la impedancia vista por el sistema es mucho menor que la nominal (Fig. 96).

Como el sistema SPS diseñado tiene una tensión nominal de secundario de 50 V, es necesario adecuar la tensión de alimentación de primario para obtener 22 V en el secundario y la corriente de carga será, por tanto, de 18 A. El tiempo de carga del banco de supercondensadores aplicando la ec.(191) será de 53 s.

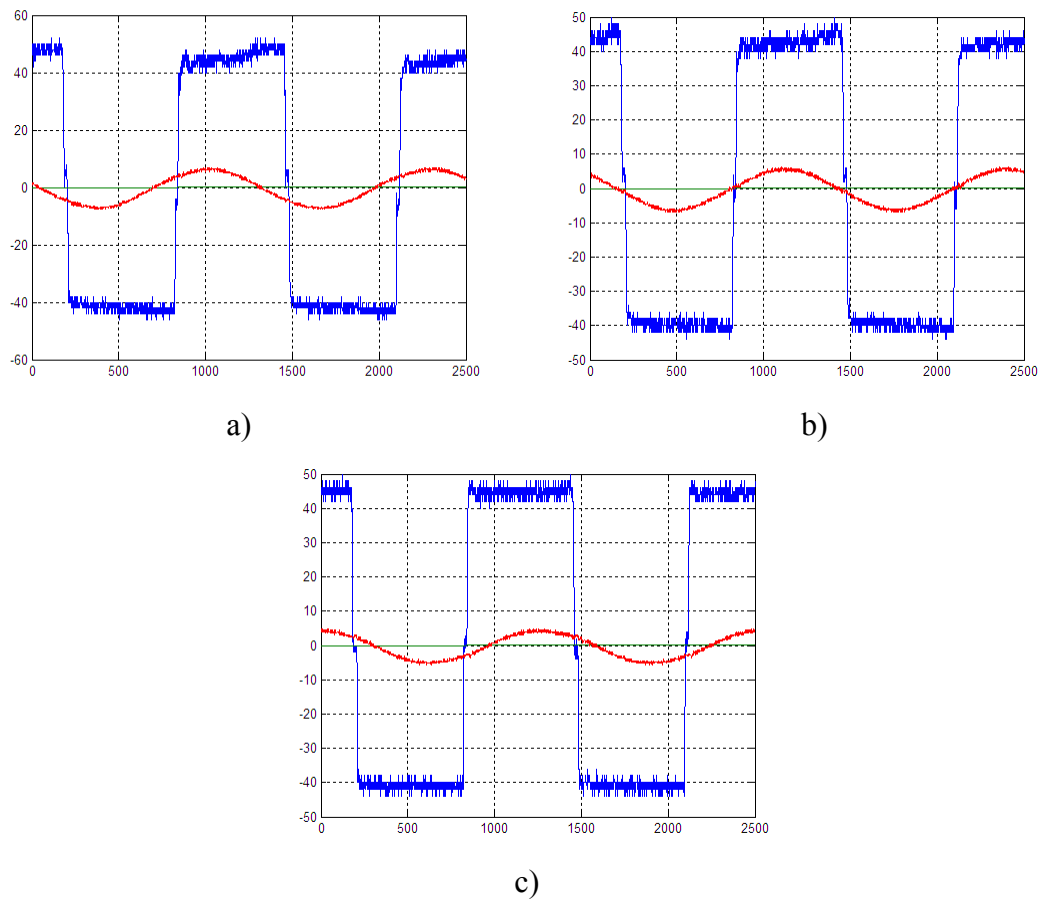
Conforme el condensador se vaya cargando, la impedancia vista desde el secundario se irá adecuando a su valor nominal y por tanto la corriente de primario estará en fase con la tensión y de valor igual al nominal. Al final del proceso de carga, la corriente disminuye estabilizándose en un 56 % de la nominal.



**Fig. 124.** Tensión y corriente en el banco de supercondensadores durante el proceso de carga.

En la Fig. 124 se observa que el tiempo real de carga a 22 V del banco de supercondensadores es de 55 s y la corriente media durante el proceso de carga es de 17 A. Aparece un pico inicial de corriente de 22 A lo que supone un 23 % superior al valor de corriente nominal de carga.

En la Fig. 125 se observa el desplazamiento del argumento de la corriente absorbida durante el proceso de carga del supercondensador tal y como se mostro en el resultado teórico. Esta variación supone que el sistema no trabaje en resonancia y por tanto será necesario un adecuado control que adecue la frecuencia de resonancia durante el proceso de carga.



**Fig. 125.** Evolución de la corriente absorbida de la fuente a) al principio de la carga, b) mitad de la carga y c) final de la carga.

Todos estos resultados se ajustan a los teóricos obtenidos y por tanto se puede concluir que el proceso de carga rápida de baterías de supercondensadores es totalmente estable utilizando compensación SPS.

# Capítulo 8

## Aportaciones y líneas futuras de investigación.

*En este último capítulo se hace un resumen de las principales aportaciones que presenta la Tesis y de las futuras líneas de investigación que complementen aquellos aspectos necesarios en el desarrollo de un prototipo real de potencia.*

### Índice

<b>8.1</b>	<b>Aportaciones de la presente Tesis .....</b>	<b>167</b>
<b>8.2</b>	<b>Líneas futuras de investigación .....</b>	<b>169</b>

### **8.1 Aportaciones de la presente Tesis**

Las principales aportaciones de la Tesis son:

1. Se ha establecido el tipo de sistema ICPT más apropiado para la alimentación rápida de sistemas de almacenamiento energético para vehículos eléctricos.
2. Se ha realizado el estudio mediante elementos finitos de la geometría y de la configuración de las espiras dentro de las bobinas óptimas de un sistema ICPT que permita mayores desalineamientos horizontales.
3. Se ha demostrado mediante elementos finitos que el uso de ferritas en los sistemas de acoplamiento inductivo no es imprescindible y que la inclusión de los mismos supone una pérdida de eficiencia y de linealidad del sistema.
4. Se ha demostrado que es posible utilizar sistemas de apantallamiento formados por planchas de ferrita y aluminio que no modifican las condiciones de funcionamiento del sistema con núcleo de aire.
5. Se ha demostrado que existen unas dimensiones óptimas de las bobinas para cualquier topología de compensación y nivel de potencia en función de la distancia a transferir. Esta optimización se refiere a la cantidad de cobre mínima a utilizar para transferir la potencia deseada. Así, las dimensiones óptimas de las bobinas deberán estar entre 2,5 y 3,5 veces la distancia entre bobinas.

6. Se ha demostrado que, independientemente del nivel de potencia, existe un rango de relaciones de transformación de tensiones óptimo en función del tipo de compensación utilizado. Cuanta mayor es la relación de transformación, mayor cantidad de cobre es necesaria. En todos los casos, la relación de transformación unidad pertenece al conjunto común de relaciones óptimas de tensiones.
7. Se han definido unos nuevos procesos matemáticos iterativos claros y concisos para el cálculo de un sistema ICPT. Son válidos para cualquier tipo de compensación y con ellos se obtienen, para una potencia y distancia deseadas, todas las combinaciones de espiras posibles con su correspondiente número de espiras, secciones, frecuencia y condensadores necesarios. Los resultados han sido publicados en la revista *Applied Energy*
8. Se ha definido un nuevo factor de diseño “ $K_D$ ” que ayuda en la selección, de entre todas las combinaciones de espiras posibles, aquella combinación de espiras óptima en relación a estabilidad y mínima cantidad de cobre. La definición de este factor de diseño, ha sido aceptado para publicación en la revista *IEEE Transactions on Industrial Electronics*.
9. Se ha realizado un estudio comparativo, para todos los tipos de compensación, de la influencia en el comportamiento del sistema de la variación de parámetros externos al acoplamiento como son la frecuencia, distancia, carga o posición entre bobinas.
10. Se han definido unos nuevos métodos de control adecuados para mantener los parámetros del acoplamiento dentro de unos límites estables ante variaciones de parámetros externos. Estos métodos de control han sido patentados y están en fase de revisión.
11. Se ha definido un nuevo tipo de compensación denominada SPS (Serie-Paralelo-Serie) que ha demostrado ser el sistema más adecuado para acoplamientos inductivos utilizados en la alimentación de vehículos eléctricos con elevados desalineamientos y estabilidad total ante variaciones de parámetros externos. Permite transferir, sin necesidad de control, la potencia nominal hasta desalineamientos del 40 % de la anchura de la bobina receptora. Esta nueva topología ha sido patentada y esta en fase de revisión.
12. Se ha definido un nuevo método de control para la topología SPS que aumenta la tolerancia horizontal del acoplamiento. Con este sistema de control, es posible transferir la potencia nominal hasta con desalineamientos entre bobinas del 50 % de la anchura de la bobina receptora. Además, es posible transferir hasta el 50% de la potencia nominal con desalineamientos cercanos al 70 %.
13. Se ha comprobado experimentalmente, mediante el desarrollo de 2 prototipos de laboratorio de 2 kW, la validez de los resultados teóricos estudiados en la presente Tesis.

## **8.2 Líneas futuras de investigación**

La presente Tesis sienta las bases del desarrollo de los sistemas ICPT aplicados a la carga rápida de sistemas de almacenamiento energético en vehículos eléctricos. Sin embargo, quedan aspectos muy interesantes a seguir investigando para poder construir un primer prototipo de 200 kW, y que va a dar lugar a diferentes líneas de investigación:

1. Estudio de las ondas electromagnéticas emitidas por el sistema durante el proceso de carga. Comprobación de los niveles de emisión alcanzados en función de la distancia al acoplamiento y comparación con los máximos niveles de exposición permitidos según a la norma ICNIRP (Internacional Commission on Non-Ionizing Radiation Protection) y en concreto en su aspecto más restrictivo dado por la norma ICNIRP 1998 para público en general.
2. Estudio de la influencia electromagnética del sistema en los equipos electrónicos próximos de acuerdo a la norma EN 50065-2-3:2003.
3. Estudio de los materiales más apropiados para apantallar el sistema en caso de no cumplirse las normativas; tanto para la protección de las personas como de los equipos electrónicos a bordo del vehículo.
4. Estudio y diseño de los apantallamientos en relación a dimensiones, distancias y posición respecto de las bobinas, que no interfieran en el normal funcionamiento del sistema de transferencia de potencia.
5. Diseño de un control específico de carga rápida de bancos de supercondensadores con almacenamiento posterior en las baterías del vehículo.
6. Estudio del dimensionamiento óptimo de los bancos de supercondensadores y baterías en función del ciclo de carga-descarga.
7. Diseño de un sistema de control tensión-frecuencia automático en el nuevo sistema de compensación SPS, que permita transferir la potencia nominal con desalineamientos de hasta el 50 % de la anchura del receptor.
8. Diseño y montaje de un prototipo ICPT-SPS de 200 kW con su correspondiente fuente controlada.





## Referencias

1. A.W. Green; J.T. Boys; “ 10 kHz Inductively Coupled Power Transfer-Concept and control”. IEE Power Electronics and Variable Speed Drives Conference. PEVD 94. Vol. 399, pp. 694-699.
2. M. Eghtesadi; “Inductive Power Transfer to an electric Vehicle- Analytical Model”. 40<sup>th</sup> IEEE Vehicular Technology Conference. May 1990; pp. 100-104.
3. J.T. Boys, G.A. Covic and A.W. Green. “Stability and control of inductively coupled power transfer systems”. IEE Proceedings on Electronics Power Applications; vol. 147; n0.1; Jan. 2000; pp. 37-43.
4. E. Abel; S.M. Third; “Contactless Power Transfer-An exercise in topology”. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. Mag-20, No.5, Sept. 1984; pp. 1813-1815.
5. G.A.J. Elliott; J.T. Boys; ” Magnetically Coupled Systems for Power Transfer to Electric Vehicles”. PEDS 1995.vol.2. pp. 797-801.
6. Chwei-Sen Wang; Grant A. Covic; Oskar H. Stielau. “General Stability Criteria for Zero Phase Controlled Loosely Coupled Inductive Power Transfer Systems”. In Proc. IEEE IECON’01, vol.2, 2001, pp. 1049-1054.
7. W.G. Hurley; M.C. Duffy; “Calculation of Self and Mutual Impedances in Planar Magnetic Structures”. IEEE Transactions on Magnetics. Vol.31, no. 4; July 1995; pp. 2416-2422.
8. O.H. Stielau; G.A. Covic; “ Design of loosely coupled inductive power transfer systems” in Proc. 2000 Int. Conf. Power System Technology, vol. 1, Dec.2000, pp. 85-90.
9. K.W.Klontz; A.Esser; P.J.Wolfs. “Converter Selection for Electric Vehicle Charger Systems with a High-Frequency High-Power Link”. IEEE Power Electronics Specialists Conference PESC’93. June 2003. pp. 855-861.
10. A.P.Hu; J.T. Boys. “ Frequency Analysis and Computation of a Current-fed resonant Converter for ICPT Power Supplies”
11. L.M. Tolbert; F.Z. Peng; T. Cunningham. “Charge Balance Control Schemes for Cascade Multilevel Converter in Hybrid Electric Vehicles”. IEEE Transactions on Industrial Electronics; vol.49; no.5; October 2002; pp. 1058-1064.
12. J.I. Rodriguez; Steven B. Leeb; “A Multilevel Inverter Topology for Inductively Coupled Power Transfer”. IEEE Transactions on Industrial Electronics; vol.21; no.6; November 2006; pp. 1607-1617.
13. M. Borage; S. Tiwari and S. Kotaiah. “ LCL-T Resonant Converter with Clamp Diodes: A novel Constant-Current Power Supply”. IEEE Transactions on Industrial Electronics; vol.54; no.2; April 2007; pp. 741-746.
14. Aiguo.P.Hu; Hao Leo Li. “ A new Frequency Generation Method for ICPT applications” PESC’2006; pp. 1-6;

15. Nasser H. Kutkut; Deepak M. Divan; D.W. Novotny and R. Marion. "Design Considerations and Topology Selection for a 120 kW IGBT Converter for EV Fast Charging". IEEE Transactions on Power Electronics; vol.13; no.1; January 1998; pp. 169-178.
16. J.L. Villa, J. Sallan, A. Llombart and J.F. Sanz. "Development of an inductively coupled power transfer system (ICPT) for electric vehicles with a large airgap" International Conference on Renewable Energy and Power Quality ICREPQ'07; Marzo 2007; pp. 139-142.
17. J.G. Hayes, M.G. Egan, J.D. Murphy, S. E. Schulz. "Wide -Load-Range Resonant Converter Supplying the SAE J-1773 Electric Vehicle Inductive Charging Interface". IEEE Transactions on Industry Applications; vol.35; no.4 July 1999; pp. 884-895.
18. U.K. Madawala; D.J. Thrimawithana and N. Kularatna. "An ICPT-Supercapacitor Hybrid System for Surge-Free Power Transfer. IEEE Transactions on Power Electronics; vol.54; no.6; December 2007; pp. 3287-3295.
19. J.T. Boys; A. P. Hu; G. A. Covic. "Critical Q analysis of a current-fed resonant converter for ICPT applications". IEEE Electronics Letters; vol.36; no.17; August 2000.
20. Young-Su Kong; Eun-Soo Kim; In-Gab Hwang. "High Efficiency Series-Parallel Resonant Converter for non-contact ICPT". IEEE Applied Power Conference APEC'05. vol. 3; March 2005; pp. 1496-1501.
21. Wenqi Zhou; Hao Ma. "Dynamic Analysis of a Current Source Inductively Coupled Power Transfer System". 5th International Conference on Power Electronics and Motion Control. Vol.2; Aug. 2006; pp. 14-16.
22. A.P. Hu; G.A. Covic and J.T. Boys. "Direct ZVS Start-Up of a Current-Fed Resonant Inverter". IEEE Transactions on Power Electronics; vol.21; no.3; May 2006; pp. 809-812.
23. R. Mecke; C. Rathge. "High Frequency Resonant Inverter for Contactless Energy Transmission over Large Air-gap". 35<sup>th</sup> Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference PESC'04; vol.3; June 2004; pp. 1737-1743.
24. Albert Esser. "Contactless Charging and Communication System for Electric Vehicles" IEEE 1993. IEEE Industry Applications Magazine; vol. 1; no. 6 1993; pp.4-11.
25. Wei Liu; Houjun Tang. "Analysis of Voltage Source Inductive Coupled Power Transfer Systems Based on ZPA (Zero Phase Angle) Resonant Control Method". 2nd IEEE Conference ICIEA 2007; pp. 1873-1877.
26. K.W. Klontz; D.M. Divan; D.W. Novotny and R.D. Lorenz. "Contactless Power Delivery System for Mining Applications". IEEE Transactions on Industry Applications; vol.31; no.1; February 1995; pp. 27-35.
27. D. Kacprzak; G. Covic and J.T. Boys. "An Improved Magnetic Design for ICPT system Pickups". 7th IEEE Power Engineering Conference IPEC 2005.vol.2, pp. 1133-1136.

28. T.Bieler; M. Perrottet; V. Nguyen and Y. Perriard. "Contactless Power and Information Transmission". IEEE Transactions on Industry Applications; vol.38; no.5; October 2002; pp. 1266-1272.
29. Byeong-Mun Song; R. Kratz and S. Gurol. "Contactless Inductive Power Pickup for Maglev Applications". 37<sup>th</sup> IEEE Industry Applications Conference; vol.3; 2002; pp. 1586-1591.
30. Junji Hirai; Tae-Woong Kim and A. Kawamura. "Study on Intelligent Battery Charging Using Inductive Transmission of Power and Information". IEEE Transactions on Power Electronics; vol.15; no.2; March 2000; pp. 335-345.
31. H. Abe; H. Sakamoto and K. Harada. "A Noncontact Charger Using a Resonant Converter with Parallel Capacitor of the Secondary Coil". IEEE Transactions on Industry Applications; vol.36; no.2; April 2000; pp. 444-451.
32. Yungtaek Jang and M. Jovanovic. "A Contactless Electrical Energy Transmission System for Portable-Telephone Battery Chargers". IEEE Transactions on Industrial Electronics; vol.50; no.3; June 2003; pp. 520-527.
33. Y. Kawase; T. Mori and T. Ota. "Magnetic Field Analysis of Coupling Transformers for EV Using 3-D Finite Element Method". IEEE Transactions on Magnetics; vol.34; no.5; September 1998; pp. 3186-3189.
34. G.A.Elliott; G.A. Covic and D. Kacprzak. "A New Concept: Asymmetrical Pick-Ups for ICPT Monorail Systems". Transactions on Magnetics; vol.42; no.10; October 2006; pp. 3389-3391.
35. D. Kacprzak and Jan K. Sykulski. "Finite Element Study of Magnetic Configurations of Flat Pickups for Inductively Coupled Power Transfer Systems". 17<sup>th</sup> International Conference on Electrical Machines ICEM 2006; pp. 1-5.
36. G.A.J. Elliott; J.T. Boys and G.A. Covic. "A Design Methodology for Flat Pick-up ICPT Systems". 1st IEEE International Conference on Industrial Electronics and Applications. May 2006; pp. 1-7
37. Stefan Raabe. "A New Three Phase ICPT System". Report of Department of Electrical and Computer Engineering. University of Auckland 2006.
38. G.A. Covic; J.T. Boys; M.L. Kissin and H. G. Lu. "A Three-Phase Inductive Power Transfer System for Roadway-Powered Vehicles". IEEE Transactions on Industrial Electronics; vol.54; no.6; December 2007; pp. 3370-3378.
39. S. Raabe; G.A. Elliot; G.A. Boys. "A Quadrature Pickup for Inductive Power Transfer System". IEEE Industrial Electronics and Applications ICIEA'07; May 2007; pp. 68-73.
40. J. de Boeij; E. Lomonova and A. Vandenput. "Contactless Energy Transfer to a Moving Load Part I: Topology Synthesis and FEM simulation". IEEE ISIE'06, July 2006; pp. 739-744.
41. F.Sato; J. Murakami; T. Suzuki and H. Matsuki. "Contactless Energy Transmission to Mobile Loads by Contactless Power Station (CLPS)-Test Driving of an EV with Starter Batteries". IEEE Transactions on Magnetics; vol.33; no.5; September 1997; pp. 4203-4205.

42. C. Fernandez; O. García; R. Prieto; J.A. Cobos and S. Gabriels. "Design Issues of a Core-less Transformer for a Contact-less Application". 17<sup>th</sup> Annual IEEE Applied Power Electronics Conference, APEC 2002, vol.1; pp. 339-345.
43. W. Zhou; Hao Ma. "Design Considerations of Compensation Topologies in ICPT System". IEEE Applied Power Electronics Conference APEC'07; March 2007; pp. 985-990.
44. C. Wang; O.H. Stielau; G.A. Covic. "Load Models and their Application in the design of Loosely Coupled Inductive Power Transfer Systems". In IEEE proc. Power Con, 2000; vol.2; pp. 1053-1058.
45. R. L. Steigerwald. "Practical Design Methodologies for Load Resonant Converters Operating Above Resonance". 14<sup>th</sup> IEEE International conference INTELEC'92, Oct.1992, pp. 172-179.
46. Chwei-Sen Wang; G.A. Covic. "Investigating an LCL Load Resonant Inverter for Inductive Power Transfer Applications". IEEE Transactions on Power Electronics; vol.19; no.4; July 2004; pp. 995-1002.
47. Y. H. Chao; J.J. Shieh; C. T. Pan and W. Shen. "A Closed-Form Oriented Compensator Analysis for Series-Parallel Loosely Coupled Inductive Power Transfer Systems". IEEE 2007.pp. 1215-1220.
48. Chwei-Sen Wang; O.H. Stielau and G.A. Covic. "Design Considerations for a Contactless Electric Vehicle Battery Charger". IEEE Transactions on Industrial Electronics; vol.52; no.5; October 2005; pp. 1308-1314.
49. D. Han and A.Lin "Transformer Coupling Compensation for IPT Track". International Conference University of Auckland. Sep 2005; pp.1035-1040.
50. R. Mecke, C. Rathge, W. Fisher and B. Andonovsky "Contactless Inductive Energy Transmission Systems with Large Air Gap". European Conference on Power Electronics and Applications 2003.
51. J.T. Boys; C.I. Chen and G.A. Covic. "Controlling Inrush Currents in Inductively Coupled Power Systems". 7th IEEE Power Engineering Conference; vol.2; Dec 2005; pp. 1046-1051.
52. C. Wang; G.A. Covic and O.H. Stielau. "Power transfer Capability and Bifurcation Phenomena of Loosely Coupled Inductive Power Transfer Systems". IEEE Transactions on Industrial Electronics; vol.51; no.1; February 2004; pp. 148-157.
53. B.S. Lee and K. Han. "Modeling and Analysis of IPT System Used for PRT". 8th Proceedings on Electrical Machines and systems; Sep. 2005; vol.1; pp. 839-842.
54. H. Sakamoto; K. Harada; S. Washimija and K. Takehara. "Large Air-Gap Coupler for Inductive Charger". IEEE Transactions on Magnetics; vol.35; no.5; September 1999; pp. 3526-3528.
55. A. Okuno; L. Gamage and M. Nakaoka. "Performance Evaluations of High-Frequency Inverter-Linked DC/DC Converter with Noncontact Pickup Coil". IEEE Transactions on Industrial Electronics; vol.48; no.2; April 2001; pp. 475-477.

56. P. Knaup; K. Hasse. "Zero Voltage Switching Converter for Magnetic Transfer of Energy to Movable Systems". European Conference on Power Electronics and Applications; vol.2; 1997; pp. 168-173.
57. J. Meins, G. Bühler, R. Czainski and F. Turki. "Contactless Inductive Power Supply". 19<sup>th</sup> International Conference on Magnetically Levitated Systems and Linear Drives. Sep.2006; pp. 1-9.
58. S. Altchev; B. Borges; T. Brandisky and J.B. Laassens. "Efficient Resonant Inductive Coupling Energy Transfer Using New Magnetic and Design Criteria". 36th IEEE PESC conference June 2005. pp. 1293-1298.
59. M. Borage; S. Tiwari and S. Kotaiah. "Analysis and Design of an LCL-T Resonant Converter as a Constant-Current Power Supply". IEEE Transactions on Industrial Electronics; vol.52; no.6; December 2005; pp. 1547-1554.
60. H.Li; N.H. Kutkut; D. Divan and K. Shenai. "Design Considerations of IGBT's in Resonant Converter Applications". IEEE Journal of Solid -State circuits. vol.31; no.1; January 1996; pp. 97-105.
61. J.T. Boys; G.A. Elliot and G.A. Covic. "An Appropriate Magnetic Coupling Co-Efficient for the Design and Comparison of ICPT Pickups". IEEE Transactions on Power Electronics; vol.22; no.1; January 2007; pp. 333-335.
62. D.A.J. Rand, R. Woods and R.M. Dell. "Batteries for Electric Vehicles". Research Studies Press LTD. 1998.
63. Luca Solero. "Nonconventional On-Board Charger for Electric Vehicle Propulsion Batteries". IEEE Transactions on Vehicular Technology; vol.50; no.1; January 2001; pp. 144-149.
64. J.T.Boys, G.A.Covic and Y.Xu." DC Analysis Technique for Inductive Power Transfer Pick-Ups". IEEE Power Electronics Letters, vol.1, no.2; June 2003, pp. 51-53.
65. A.Patrick Hu and Stephan Hussmann. "Improved Power Flow Control for Contactless Moving Sensor Applications". IEEE Power Electronics Letters, vol.2; no.4, December 2004; pp. 135-138.
66. S. Kikuchi; T. Seto; T. Satoh, H. Osada and K. Seki. "A New Meander Type Contactless Power Transmission System-Active Excitation with a Characteristics of Coil Shape". IEEE Transactions on Magnetics. Vol. 34, no. 4; July 1998, pp. 2069-2071.
67. Xun Liu and Y. Hui. "Optimal Design of a Hybrid Winding Structure for planar Contactless Battery Charging Platform". IEEE Transactions on Power Electronics; vol.23; no.1; January 2008; pp. 455-463.
68. D. Pedder, A. Brown and J.A. Skinner. "A Contactless Electrical Energy Transmission System". IEEE Transactions on Industrial Electronics; vol.46; no.1; February 1999; pp. 23-30.
69. R. Laouamer, M. Brunello and J.P. Ferrieux. "A multi-resonant converter for non-contact charging with electromagnetic coupling" 23<sup>rd</sup> IEEE International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation. Vol. 2. Nov. 1997, pp. 792-797.

70. W. Hsu, A.P. Hu, A. Swain and X. Dai. "A New Contactless Power Pick-up with Continuous Variable Inductor Control using magnetic amplifier". IEEE PowerCon 2006, Oct. 2006, pp. 1-8.
71. J.L. Villa, J. Sallan, A. Llombart and J.F. Sanz. "Design of a high frequency Inductively Coupled Power Transfer system for electric vehicle battery charge". Applied Energy vol.86. Mar. 2009. pp. 355-363.
72. J.L. Villa, J. Sallan, A. Llombart and J.F. Sanz. "Practical Development of a 5 kW ICPT System SS Compensated with a Large Air gap". IEEE International Symposium on Industrial Electronics ISIE. June 2007. pp. 1219-1223.
73. T. Hata and T. Ohmae. "Position Detection Method using Induced Voltage for Battery Charge on Autonomous Electric Power Supply System for Vehicles" 8th IEEE Conference on Advanced Motion Control ; March 2004, pp. 187-191.
74. Wu Ying, Yan Luguang and Xu Shangang. "Modeling and Performance Analysis of the New Contactless Power Supply System". 8<sup>th</sup> IEEE Conference on Electrical Machines and Systems 2005;vol.3, pp. 1983-1987
75. X. Liu, C.K. Lee and S.Y. Hui. "Optimal Operation of Contactless Transformers with resonance in Secondary Circuits". 23<sup>th</sup> IEEE Conference on Applied Power Electronics; Feb.2008; pp. 645-650.
76. W. Zhou and H. Ma. "Steady-State Analysis of the Inductively Coupled Power Transfer System". 32<sup>nd</sup> IEEE Industrial Electronics Conference IECON'06; Nov. 2006; pp. 2438-2443.
77. A. Patrick Hu. "Selected Resonant Converters for IPT Power Supplies" Tesis Doctoral Universidad de Auckland- New Zealand. Oct. 2001.
78. J.L. Villa, J. Sallan, A. Llombart and J.F. Sanz. "Optimal Design of ICPT Systems Applied to Electric Vehicle Battery Charge" Aceptado para publicación en la revista IEEE Transactions on Industrial Electronics.
79. Chaofeng Huang, Paul Melcher, George Ferguson and Richard Ness. "Loss Estimation of Capacitor in High Rep-Rate Pulsed Power System". IEEE Pulsed Power Conference. Junio 2005; pp. 1077-1080
80. J.T. Boys, C.Y. Huang, and G.A. Covic. "Single-Phase Unity Power-Factor Inductive Power Transfer System". IEEE Power Electronics Specialist Conference; June 2008; pp. 3701-3706.
81. P. Sergeant, and A. Van den Bossche, "Inductive coupler for contactless power transmission," IET Electron. Power Appl., vol. 2, no. 1, , Jan. 2008, pp 1-7.
82. D. Ubide Querol, "Análisis de las Prestaciones de Autobuses Urbanos no Contaminantes," Ph. D. Thesis, Zaragoza Univ., Spain, Dec. 2001.
83. Emil Kalina, "Applications of Supercondensadores in Electric and Hybrid Electric Vehicles", EEICT Conference 2003.

## Patentes

- P- 1 Boys John Talbot, “Inductive Power Transfer Across and extended gap”, NZ Patent N° 0314754, 1997.
- P- 2 Miller, John A., “Transcutaneous energy transfer device”, US Patent N° 5350413, Septiembre 1994.
- P- 3 Nakama Idekazu, Fujikura Toshiaki, “Noncontact charging device, charger, cordless electric equipment, and noncontact charger”, US Patent N° 5929598, Julio 1999.
- P- 4 Chao, Wen-chung, “Battery charging device for mobile phone”, US Patent N° 6057668, Mayo 2000.
- P- 5 Ross Howard R, “Roadway-powered electric vehicle system”, US N° 5669470, 1994.
- P- 6 Daimler Benz, Seelig Anton, “Process and arrangement for automatic contactless charging”, DE Patent N° 59307958, 1993.
- P- 7 Kozsar Wolfgang, “Electric transport vehicles surface transport system with supply and control system for contactless power transmission, has flush-mounted rail system for track-guidance and contactless inductive power supply”, DE Patent N° 10013767, 1998.
- P- 8 Boys John Talbot and Green Andrew Willian, “ Inductively powered battery charger”, DE Patent N° 69735586, 1997.
- P- 9 Poumey Michel, “System for recharging the storage batteries of an electric motor vehicle”, US Patente N° 5710502, 1996.
- P- 10 Thornton Richard, Perreault Brianm and Clark Tracy, “System for inductive transfer of power, communication and position sensing to a guideway-operated vehicle”, US Patent N° 6499701, Diciembre 2002.
- P- 11 Wilhelmus Gerardus Maria , Duarte, Jorge Luiz, Van Der, Veen Johannes Lambertus Franciscus, “Inductive coupling system with capacitive parallel compensation of the mutual self-inductance between the primary and the secondary windings”, US Patent N° 6498456, Diciembre 2002.
- P- 12 Cheng Lily Ka Lai, Hay; James Westwood, Beart and Pilgrim Giles William, “Contact-less power transfer”, US Patent N° 6906495, Junio 2005.
- P- 13 Seelig Anton, Salama Samir and Lindigerik Kaus Eberhard, “Method and device for inductive transmission of electric power to a plurality of mobile consumers”, US Patent N° 6462432 , 2000.

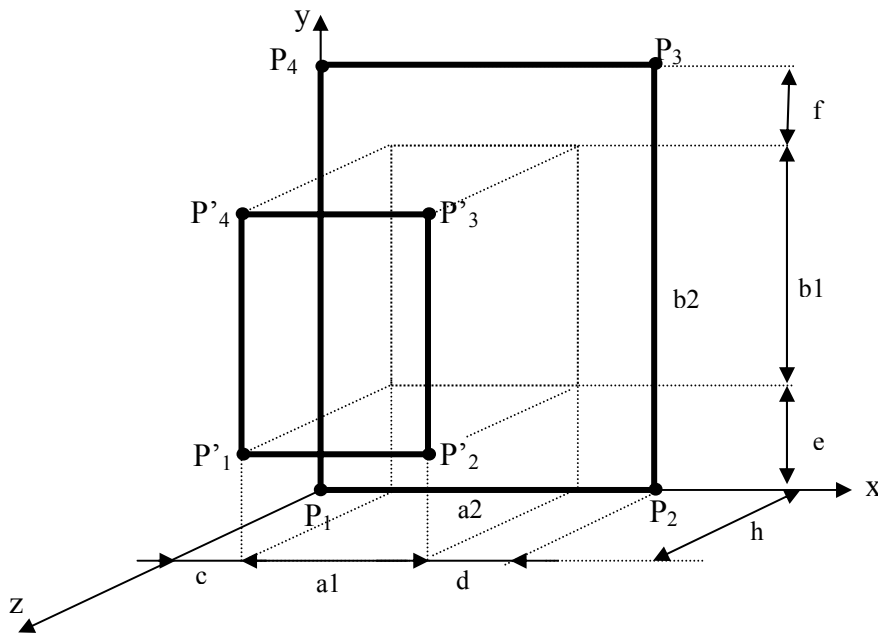
- P- 14 Yamamoto Kenzo, Kitayo Shiharuyoshi, Kawamatsu Yasuo, “noncontacting power distribution system”, JP Patent N° 3491178, 1996.
- P- 15 Beart Pilgrim, “Inductive power trnsfer units having flux shields”, WO Patent 024865, 2005.



# Anexo 1

## CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE INDUCCIÓN MUTUA ENTRE DOS BOBINAS RECTANGULARES DE DIMENSIONES GENÉRICAS Y CUALQUIER POSICIÓN RELATIVA ENTRE ELLAS

Sean 2 bobinas rectangulares de dimensiones  $a_1 \times b_1$  y  $a_2 \times b_2$  separadas una distancia  $h$  en el aire y con  $N_1$  y  $N_2$  espiras respectivamente (Fig. 126). Se va a considerar que el diámetro de los  $N_1$  o  $N_2$  conductores es despreciable frente a la distancia  $h$  entre bobinas.



**Fig. 126.** Dimensiones genéricas y posicionamiento de bobinas rectangulares para el cálculo de “M”.

El cálculo del coeficiente de inducción mutua entre las dos bobinas viene dado por la expresión de Neumann:

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} N_1 N_2 \oint_{\gamma_1} \oint_{\gamma_2} \frac{dl \cdot dl'}{r} \quad (\text{A.1})$$

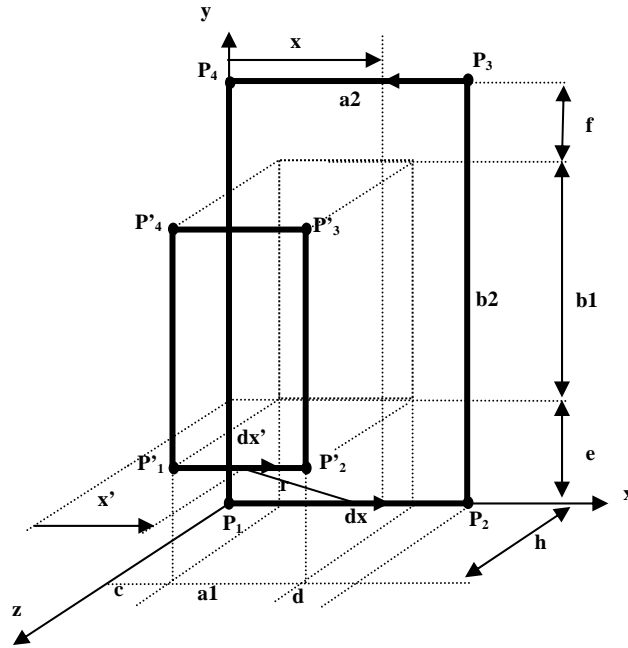
El cálculo de las integrales se realizará por segmentos, teniendo en cuenta que el producto escalar de vectores ortogonales es nulo y por tanto cada segmento se verá influenciado por la corriente debida a segmentos paralelos de la otra bobina por donde circule la corriente.

El coeficiente de inducción mutua total sobre un segmento, será la suma de los coeficientes de inducción mutua debidos a cada segmento paralelo de la bobina opuesta. Así, el coeficiente M total, será la suma de los coeficientes de inducción mutua de todos los segmentos.

**a- Coeficiente de inducción mutua en los conductores horizontales  $M_{HI}$ .**

a.1- Coeficiente de inducción mutua  $M_{HI}^{1-2}$  en el segmento horizontal  $\overline{P'_1 P'_2}$  debido a la corriente que circula por el conductor horizontal  $\overline{P_1 P_2}$  (Fig. 127).

Se va a realizar el cálculo detallado para este primer caso, particularizándose posteriormente a cada segmento con sus valores correspondientes, ya que por simetrías, las ecuaciones serán similares.



**Fig. 127:** Cálculo del coeficiente de inducción mutua en el segmento horizontal  $\overline{P'_1 P'_2}$  debido a la corriente que circula por el conductor horizontal  $\overline{P_1 P_2}$ .

En este caso, la distancia “r” entre los dos conductores viene dada por:

$$r = \sqrt{h^2 + (x - x')^2 + e^2} \tag{A.2}$$

$$M_{HI}^{1-2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_c^{c+a1} \int_0^{a2} \frac{dx \cdot dx'}{\sqrt{h^2 + (x - x')^2 + e^2}} \tag{A.3}$$

En primer lugar se resolverá la integral interior:

$$\int_0^{a2} \frac{dx}{\sqrt{h^2 + (x - x')^2 + e^2}} \tag{A.4}$$

Cambio de variable  $x-x'=t$ ;  $dx=dt$ ;  $x=0 \Rightarrow t=-x'$   
 $x=a_2 \Rightarrow t=a_2-x'$

La integral (A.4) se puede expresar:

$$\int_{-x'}^{a_2-x'} \frac{dt}{\sqrt{(h^2+e^2)+t^2}} \tag{A.5}$$

Cuya solución viene dada por:

$$\int_{-x'}^{a_2-x'} \frac{dt}{\sqrt{(h^2+e^2)+t^2}} = \ln\left(t + \sqrt{(h^2+e^2)+t^2}\right) \Big|_{-x'}^{a_2-x'} =$$

$$\ln\left[(a_2-x') + \sqrt{(h^2+e^2)+(a_2-x')^2}\right] - \ln\left[(-x') + \sqrt{(h^2+e^2)+(-x')^2}\right] \tag{A.6}$$

Por tanto la integral exterior queda:

$$\int_c^{c+a_1} \left[ \ln\left[(a_2-x') + \sqrt{(h^2+e^2)+(a_2-x')^2}\right] - \ln\left[(-x') + \sqrt{(h^2+e^2)+(-x')^2}\right] \right] \cdot dx' =$$

$$\int_c^{c+a_1} \ln\left[(a_2-x') + \sqrt{(h^2+e^2)+(a_2-x')^2}\right] \cdot dx' - \int_c^{c+a_1} \ln\left[(-x') + \sqrt{(h^2+e^2)+(-x')^2}\right] \cdot dx' = A + B \tag{A.7}$$

Resolvemos la primera integral de la suma (A):

$$A = \int_c^{c+a_1} \ln\left[(a_2-x') + \sqrt{(h^2+e^2)+(a_2-x')^2}\right] \cdot dx' \tag{A.8}$$

Cambio de variable:

$$t = a_2 - x'; \quad dt = -dx'; \quad x' = c \Rightarrow t = a_2 - c;$$

$$x' = a_1 + c \Rightarrow t = a_2 - a_1 - c$$

Por tanto (A.8) se puede expresar:

$$\begin{aligned}
 A &= \int_{a_2-c}^{a_2-a_1-c} \ln \left[ t + \sqrt{(h^2 + e^2) + t^2} \right] \cdot (-dt) = \int_{a_2-a_1-c}^{a_2-c} \ln \left[ t + \sqrt{(h^2 + e^2) + t^2} \right] \cdot dt = \\
 & \left[ t \cdot \ln \left( t + \sqrt{h^2 + e^2 + t^2} \right) \right]_{a_2-a_1-c}^{a_2-c} - \left[ \sqrt{h^2 + e^2 + t^2} \right]_{a_2-a_1-c}^{a_2-c} = \\
 & (a_2 - c) \cdot \ln \left[ (a_2 - c) + \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - c)^2} \right] - \\
 & \left[ (a_2 - a_1 - c) \cdot \ln \left[ (a_2 - a_1 - c) + \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} \right] \right] \\
 & + \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} - \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - c)^2}
 \end{aligned} \tag{A.9}$$

La segunda integral de la suma vendrá dada por:

$$B = - \int_c^{a_1+c} \ln \left[ (-x') + \sqrt{(h^2 + e^2) + (-x')^2} \right] \cdot dx' \tag{A.10}$$

Cambio de variable:

$$\begin{aligned}
 t = -x'; \quad dt = -dx' & \quad x' = c & \Rightarrow & \quad t = -c \\
 & \quad x' = a_1+c & \Rightarrow & \quad t = -(a_1+c)
 \end{aligned}$$

Así, la integral queda:

$$\begin{aligned}
 B &= - \int_{-c}^{-(a_1+c)} \ln \left[ t + \sqrt{(h^2 + e^2) + t^2} \right] \cdot (-dt) = - \int_{-c}^{-(a_1+c)} \ln \left[ t + \sqrt{(h^2 + e^2) + t^2} \right] \cdot (-dt) = \\
 & \int_{-c}^{-(a_1+c)} \ln \left[ t + \sqrt{(h^2 + e^2) + t^2} \right] \cdot dt = \left[ t \cdot \ln \left( t + \sqrt{h^2 + e^2 + t^2} \right) \right]_{-c}^{-(a_1+c)} \\
 & - \left[ \sqrt{h^2 + e^2 + t^2} \right]_{-c}^{-(a_1+c)} = -(a_1 + c) \cdot \ln \left[ -(a_1 + c) + \sqrt{h^2 + e^2 + (a_1 + c)^2} \right] \\
 & + \left[ c \cdot \ln \left[ (-c) + \sqrt{h^2 + e^2 + c^2} \right] \right] + \sqrt{h^2 + e^2 + c^2} - \sqrt{h^2 + e^2 + (a_1 + c)^2}
 \end{aligned} \tag{A.11}$$

Por tanto, el coeficiente de inducción mutua del segmento horizontal  $P'_1P'_2$  de la bobina 1 debido al segmento horizontal  $P_1P_2$  de la bobina 2, vendrá expresado por:

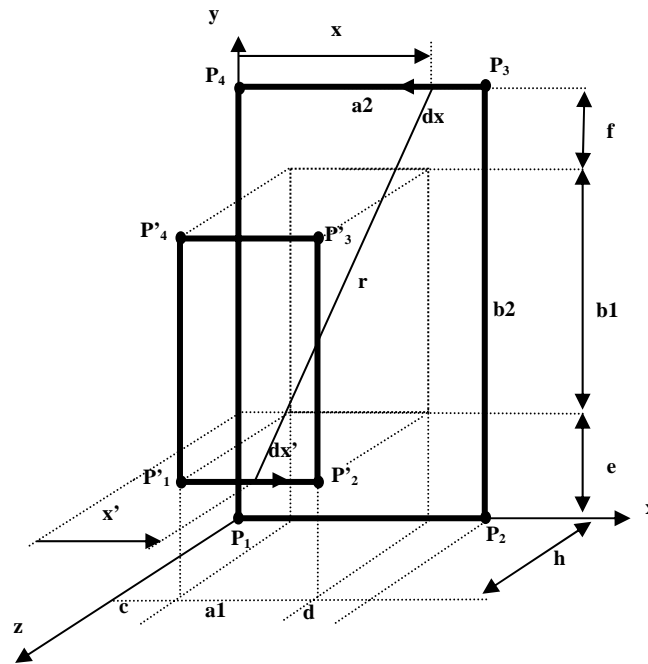
$$M_{HI}^{1-2} = A + B$$

$$\begin{aligned}
 M_{HI}^{1-2} = & \frac{\mu_0}{4\pi} \left( (a_2 - c) \cdot \ln \left[ (a_2 - c) + \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - c)^2} \right] \right. \\
 & - (a_2 - a_1 - c) \cdot \ln \left[ (a_2 - a_1 - c) + \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} \right] \\
 & - (a_1 + c) \cdot \ln \left[ -(a_1 + c) + \sqrt{h^2 + e^2 + (a_1 + c)^2} \right] \\
 & + c \cdot \ln \left[ (-c) + \sqrt{h^2 + e^2 + c^2} \right] + \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} - \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - c)^2} \\
 & \left. + \sqrt{h^2 + e^2 + c^2} - \sqrt{h^2 + e^2 + (a_1 + c)^2} \right) \tag{A.12}
 \end{aligned}$$

a.2- Coeficiente de inducción mutua en el segmento horizontal  $P'_1P'_2$  debido a la corriente que circula por el conductor  $P_3P_4$  ( $M_H^{3-4}$ ).

En este caso, la dirección de los vectores unitarios de cada segmento es contraria y por tanto la integral va con signo negativo.

$$M_{HI}^{3-4} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_c^{c+a_1} \int_0^{a_2} \frac{dx \cdot dx'}{\sqrt{h^2 + (x - x')^2 + (b_1 + f)^2}} \tag{A.13}$$



**Fig. 128:** Cálculo del coeficiente de inducción mutua en el segmento horizontal  $\overline{P'_1P'_2}$  debido a la corriente que circula por el conductor horizontal  $\overline{P_3P_4}$

En este caso:

$$r = \sqrt{h^2 + (x - x')^2 + (b_1 + f)^2} \tag{A.14}$$

Y el resultado, de acuerdo con () vendrá dado por:

$$\begin{aligned}
 M_{HI}^{3-4} = & \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ -(a_2 - c) \cdot \ln \left[ -(a_2 - c) + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_2 - c)^2} \right] \right. \\
 & + (a_2 - a_1 - c) \cdot \ln \left[ (a_2 - a_1 - c) + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} \right] \\
 & + (a_1 + c) \cdot \ln \left[ -(a_1 + c) + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_1 + c)^2} \right] - c \cdot \ln \left[ (-c) + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + c^2} \right] \quad (A.15) \\
 & - \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_2 - c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + c^2} \\
 & \left. + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_1 + c)^2} \right)
 \end{aligned}$$

a.3- Coeficiente de inducción mutua total en el segmento horizontal  $\overline{P'_1 P'_2}$  “ $M_{HI}$ ”

El coeficiente de inducción mutua total en el segmento  $P'_1 P'_2$  será, por tanto, la suma de la aportación debida a los dos segmentos:

$$M_{HI} = M_{HI}^{1-2} + M_{HI}^{3-4} \quad (A.16)$$

$$\begin{aligned}
 M_{HI} = & \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ (a_2 - a_1 - c) \cdot \ln \frac{(a_2 - a_1 - c) + \sqrt{(a_2 - a_1 - c)^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}}{(a_2 - a_1 - c) + \sqrt{(a_2 - a_1 - c)^2 + h^2 + e^2}} \right. \\
 & + (a_2 - c) \cdot \ln \frac{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + e^2}}{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}} + c \cdot \ln \frac{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + e^2}}{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}} \\
 & + (a_1 + c) \cdot \ln \frac{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}}{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + e^2}} + \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} \quad (A.17) \\
 & - \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - c)^2} - \sqrt{h^2 + e^2 + (a_1 + c)^2} + \sqrt{h^2 + e^2 + c^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_2 - c)^2} \\
 & \left. - \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_1 + c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + c^2} \right]
 \end{aligned}$$

a.4- Coeficiente de inducción mutua total en el segmento horizontal  $\overline{P'_3 P'_4}$  “ $M_{H2}$ ”.

Para el segmento  $P'_3 P'_4$ , por simetría se obtiene una expresión  $M_{H2}$  análoga a (A.17) por tanto el coeficiente de inducción mutua en los dos tramos horizontales será la suma de los dos:

$$M_{H2} = M_{H2}^{1-2} + M_{H2}^{3-4} \quad (A.18)$$

Para  $M_{H2}^{1-2}$ :

$$r = \sqrt{h^2 + (x - x')^2 + (bl + e)^2} \quad (A.19)$$

$$M_{H2}^{1-2} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_c^{c+a1} \int_0^{a2} \frac{dx \cdot dx'}{\sqrt{h^2 + (x - x')^2 + (b1 + e)^2}} \quad (A.20)$$

$$\begin{aligned} M_{H2}^{1-2} = & -\frac{\mu_0}{4\pi} ((a_2 - c) \cdot \ln \left[ (a_2 - c) + \sqrt{h^2 + (b1 + e)^2 + (a_2 - c)^2} \right] \\ & - (a_2 - a_1 - c) \cdot \ln \left[ (a_2 - a_1 - c) + \sqrt{h^2 + (b1 + e)^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} \right] \\ & - (a_1 + c) \cdot \ln \left[ -(a_1 + c) + \sqrt{h^2 + (b1 + e)^2 + (a_1 + c)^2} \right] \\ & + c \cdot \ln \left[ (-c) + \sqrt{h^2 + (b1 + e)^2 + c^2} \right] + \sqrt{h^2 + (b1 + e)^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} \\ & - \sqrt{h^2 + (b1 + e)^2 + (a_2 - c)^2} + \sqrt{h^2 + (b1 + e)^2 + c^2} - \sqrt{h^2 + (b1 + e)^2 + (a_1 + c)^2} \end{aligned} \quad (A.21)$$

Para  $M_{H2}^{3-4}$ :

$$r = \sqrt{h^2 + (x - x')^2 + (b2 - b1 - e)^2} \quad (A.22)$$

$$M_{H2}^{3-4} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_c^{c+a1} \int_0^{a2} \frac{dx \cdot dx'}{\sqrt{h^2 + (x - x')^2 + (b2 - b1 - e)^2}} \quad (A.23)$$

$$\begin{aligned} M_{H2}^{3-4} = & \frac{\mu_0}{4\pi} ((a_2 - c) \cdot \ln \left[ (a_2 - c) + \sqrt{h^2 + (b2 - b1 - e)^2 + (a_2 - c)^2} \right] \\ & - (a_2 - a_1 - c) \cdot \ln \left[ (a_2 - a_1 - c) + \sqrt{h^2 + (b2 - b1 - e)^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} \right] \\ & - (a_1 + c) \cdot \ln \left[ -(a_1 + c) + \sqrt{h^2 + (b2 - b1 - e)^2 + (a_1 + c)^2} \right] \\ & + c \cdot \ln \left[ (-c) + \sqrt{h^2 + (b2 - b1 - e)^2 + c^2} \right] + \sqrt{h^2 + (b2 - b1 - e)^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} \\ & - \sqrt{h^2 + (b2 - b1 - e)^2 + (a_2 - c)^2} + \sqrt{h^2 + (b2 - b1 - e)^2 + c^2} \\ & - \sqrt{h^2 + (b2 - b1 - e)^2 + (a_1 + c)^2} \end{aligned} \quad (A.24)$$

Por tanto  $M_{H2}$  queda:

$$\begin{aligned}
 M_{H2} = & \frac{\mu_0}{4\pi} [(a_2 - a_1 - c) \cdot \ln \frac{(a_2 - a_1 - c) + \sqrt{(a_2 - a_1 - c)^2 + h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2}}{(a_2 - a_1 - c) + \sqrt{(a_2 - a_1 - c)^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}} \\
 & + (a_2 - c) \cdot \ln \frac{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}}{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2}} \\
 & + (a_1 + c) \cdot \ln \frac{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2}}{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}} + c \cdot \ln \frac{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}}{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2}} \quad (A.25) \\
 & + \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + (a_2 - c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + (a_1 + c)^2} \\
 & + \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + c^2} + \sqrt{h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2 + (a_2 - c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} \\
 & + \sqrt{h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2 + (a_1 + c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2 + c^2} ]
 \end{aligned}$$

a.5- Coeficiente de inducción mutua total en los segmentos horizontales “M<sub>H</sub>”.

$$M_H = M_{H1} + M_{H2} \quad (A.26)$$

$$\begin{aligned}
 M_H = & \frac{\mu_0}{4\pi} [(a_2 - a_1 - c) \cdot \ln \frac{(a_2 - a_1 - c) + \sqrt{(a_2 - a_1 - c)^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}}{(a_2 - a_1 - c) + \sqrt{(a_2 - a_1 - c)^2 + h^2 + e^2}} \\
 & + (a_2 - c) \cdot \ln \frac{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + e^2}}{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}} + c \cdot \ln \frac{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + e^2}}{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}} \\
 & + (a_1 + c) \cdot \ln \frac{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}}{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + e^2}} + \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} \\
 & - \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - c)^2} - \sqrt{h^2 + e^2 + (a_1 + c)^2} + \sqrt{h^2 + e^2 + c^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_2 - c)^2} \\
 & - \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_1 + c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + c^2} \\
 & + (a_2 - a_1 - c) \cdot \ln \frac{(a_2 - a_1 - c) + \sqrt{(a_2 - a_1 - c)^2 + h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2}}{(a_2 - a_1 - c) + \sqrt{(a_2 - a_1 - c)^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}} \\
 & + (a_2 - c) \cdot \ln \frac{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}}{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2}} + c \cdot \ln \frac{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}}{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2}} \\
 & + (a_1 + c) \cdot \ln \frac{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2}}{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}} + \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} \\
 & - \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + (a_2 - c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + (a_1 + c)^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + c^2} \quad (A.27) \\
 & + \sqrt{h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2 + (a_2 - c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2 + (a_2 - a_1 - c)^2} \\
 & + \sqrt{h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2 + (a_1 + c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_2 - b_1 - e)^2 + c^2} ]
 \end{aligned}$$

**b- Coeficiente de inducción mutua en los conductores verticales.**

b.1- Coeficiente de inducción mutua en el segmento vertical P<sub>2</sub>P<sub>3</sub> debido a la corriente que circula por el conductor vertical P<sub>2</sub>P<sub>3</sub> (M<sub>V1<sup>2-3</sup></sub>) (ver Fig. 129-a):



$$M_{VI}^{2-3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_e^{e+b1} \int_0^{b2} \frac{dy \cdot dy'}{\sqrt{h^2 + (y - y')^2 + d^2}} \quad (A.28)$$

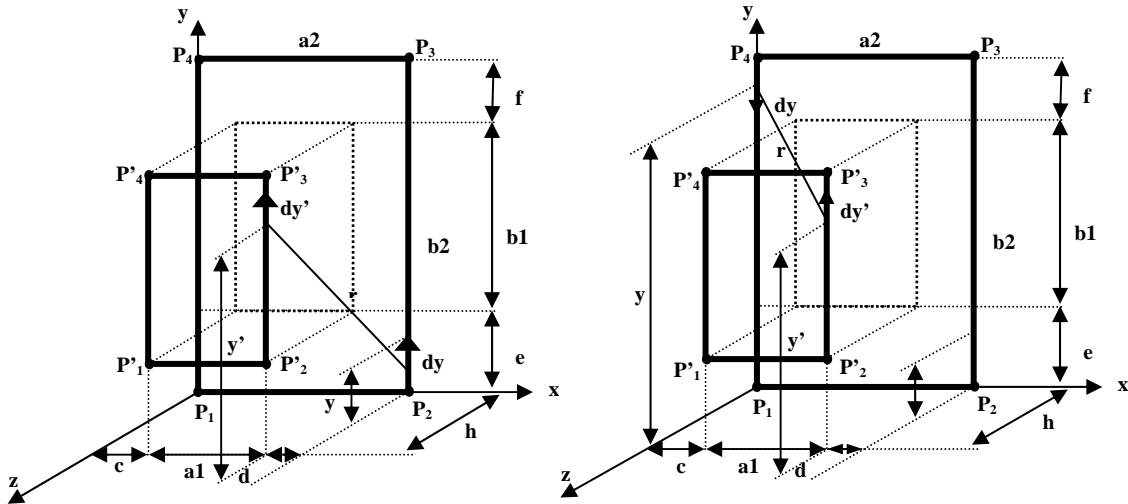


Fig. 129: Cálculo del coeficiente de inducción mutua en el segmento horizontal  $\overline{P'_2 P'_3}$  debido a: a)  $\overline{P_2 P_3}$ ; b)  $\overline{P_4 P_1}$

Donde:

$$r = \sqrt{h^2 + (y - y')^2 + d^2} \quad (A.29)$$

Cuya solución es:

$$\begin{aligned} M_{VI}^{2-3} = & \frac{\mu_0}{4\pi} ((b_2 - e) \cdot \ln \left[ (b_2 - e) + \sqrt{h^2 + d^2 + (b_2 - e)^2} \right] \\ & - (b_2 - b_1 - e) \cdot \ln \left[ (b_2 - b_1 - e) + \sqrt{h^2 + d^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} \right] \\ & - (b_1 + e) \cdot \ln \left[ -(b_1 + e) + \sqrt{h^2 + d^2 + (b_1 + e)^2} \right] + e \cdot \ln \left[ (-e) + \sqrt{h^2 + d^2 + e^2} \right] \\ & + \sqrt{h^2 + d^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} - \sqrt{h^2 + d^2 + (b_2 - e)^2} + \sqrt{h^2 + d^2 + e^2} - \sqrt{h^2 + d^2 + (b_1 + e)^2} \end{aligned} \quad (A.30)$$

b.2- Coeficiente de inducción mutua en el segmento vertical  $\overline{P'_2 P'_3}$  debido a la corriente que circula por el conductor vertical  $\overline{P_4 P_1}$  ( $M_{VI}^{4-1}$ ).

En este caso, la dirección de los vectores unitarios de cada segmento es contraria y por tanto la integral va con signo negativo (Fig. 129-b):

$$M_{VI}^{4-1} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_e^{e+b1} \int_0^{b2} \frac{dy \cdot dy'}{\sqrt{h^2 + (y - y')^2 + (a_1 + c)^2}} \quad (A.31)$$

En este caso:

$$r = \sqrt{h^2 + (y - y')^2 + (a_1 + c)^2} \quad (\text{A.32})$$

Cuya solución es:

$$\begin{aligned} M_{V1}^{4-1} = & \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ (b_2 - e) \cdot \ln \left[ - (b_2 - e) + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_2 - e)^2} \right] \right. \\ & + (b_2 - b_1 - e) \cdot \ln \left[ (b_2 - b_1 - e) + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} \right] \\ & + (b_1 + e) \cdot \ln \left[ - (b_1 + e) + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_1 + e)^2} \right] - e \cdot \ln \left[ (-e) + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + e^2} \right] \\ & - \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_2 - e)^2} - \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + e^2} \\ & \left. + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_1 + e)^2} \right] \quad (\text{A.33}) \end{aligned}$$

b.3- Coeficiente de inducción mutua total en el segmento vertical  $\overline{P'_2 P'_3}$  “ $M_{V1}$ ”

El coeficiente de inducción mutua total en el segmento  $P'_2 P'_3$  será, por tanto, la suma de la aportación debida a los dos segmentos:

$$M_{V1} = M_{V1}^{2-3} + M_{V1}^{4-1} \quad (\text{A.34})$$

Cuya solución es:

$$\begin{aligned} M_{V1} = & \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ (b_2 - b_1 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - b_1 - e) + \sqrt{(b_2 - b_1 - e)^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}}{(b_2 - b_1 - e) + \sqrt{(b_2 - b_1 - e)^2 + h^2 + d^2}} \right. \\ & + (b_2 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + d^2}}{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}} + e \cdot \ln \frac{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + d^2}}{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}} \\ & + (b_1 + e) \cdot \ln \frac{- (b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}}{- (b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + d^2}} + \sqrt{h^2 + d^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} \\ & - \sqrt{h^2 + d^2 + (b_2 - e)^2} - \sqrt{h^2 + d^2 + (b_1 + e)^2} + \sqrt{h^2 + d^2 + e^2} \\ & \left. + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_2 - e)^2} - \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_1 + e)^2} \right. \\ & \left. - \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + e^2} \right] \quad (\text{A.35}) \end{aligned}$$

b.4- Coeficiente de inducción mutua total en el segmento vertical  $\overline{P'_4 P'_1}$  “ $M_{V2}$ ”.

Para el segmento  $P'_4 P'_1$ , por simetría se obtiene una expresión  $M_{V2}$  análoga a (A.34) por tanto el coeficiente de inducción mutua en los dos tramos verticales será la suma de los dos términos:

$$M_{V2} = M_{V2}^{2-3} + M_{V2}^{4-1} \quad (A.36)$$

Donde:

$$M_{V2}^{2-3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_e^{e+bl} \int_0^{b2} \frac{dy \cdot dy'}{\sqrt{h^2 + (y-y')^2 + (a_1+d)^2}} \quad (A.37)$$

$$\begin{aligned} M_{V2}^{2-3} &= \frac{\mu_0}{4\pi} ((b_2 - e) \cdot \ln \left[ (b_2 - e) + \sqrt{h^2 + (a_1+d)^2 + (b_2 - e)^2} \right] \\ &- (b_2 - b_1 - e) \cdot \ln \left[ (b_2 - b_1 - e) + \sqrt{h^2 + (a_1+d)^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} \right] \\ &- (b_1 + e) \cdot \ln \left[ -(b_1 + e) + \sqrt{h^2 + (a_1+d)^2 + (b_1 + e)^2} \right] \\ &+ e \cdot \ln \left[ (-e) + \sqrt{h^2 + (a_1+d)^2 + e^2} \right] + \sqrt{h^2 + (a_1+d)^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} \\ &- \sqrt{h^2 + (a_1+d)^2 + (b_2 - e)^2} + \sqrt{h^2 + (a_1+d)^2 + e^2} - \sqrt{h^2 + (a_1+d)^2 + (b_1 + e)^2} \end{aligned} \quad (A.38)$$

y:

$$M_{V2}^{4-1} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_e^{e+bl} \int_0^{b2} \frac{dy \cdot dy'}{\sqrt{h^2 + (y-y')^2 + (c)^2}} \quad (A.39)$$

$$\begin{aligned} M_{V2}^{4-1} &= \frac{\mu_0}{4\pi} ((b_2 - e) \cdot \ln \left[ -(b_2 - e) + \sqrt{h^2 + c^2 + (b_2 - e)^2} \right] \\ &+ (b_2 - b_1 - e) \cdot \ln \left[ (b_2 - b_1 - e) + \sqrt{h^2 + c^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} \right] \\ &+ (b_1 + e) \cdot \ln \left[ -(b_1 + e) + \sqrt{h^2 + c^2 + (b_1 + e)^2} \right] - e \cdot \ln \left[ (-e) + \sqrt{h^2 + c^2 + e^2} \right] \\ &- \sqrt{h^2 + c^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} + \sqrt{h^2 + c^2 + (b_2 - e)^2} - \sqrt{h^2 + c^2 + e^2} + \sqrt{h^2 + c^2 + (b_1 + e)^2} \end{aligned} \quad (A.40)$$

Aplicando (A.35):

$$\begin{aligned} M_{V2} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ (b_2 - b_1 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - b_1 - e) + \sqrt{(b_2 - b_1 - e)^2 + h^2 + (a_1+d)^2}}{(b_2 - b_1 - e) + \sqrt{(b_2 - b_1 - e)^2 + h^2 + c^2}} \right. \\ &+ (b_2 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + c^2}}{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + (a_1+d)^2}} + e \cdot \ln \frac{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + c^2}}{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + (a_1+d)^2}} \\ &+ (b_1 + e) \cdot \ln \frac{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + (a_1+d)^2}}{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + c^2}} + \sqrt{h^2 + c^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} \\ &- \sqrt{h^2 + c^2 + (b_2 - e)^2} - \sqrt{h^2 + c^2 + (b_1 + e)^2} + \sqrt{h^2 + c^2 + e^2} + \sqrt{h^2 + (a_1+d)^2 + (b_2 - e)^2} \\ &\left. - \sqrt{h^2 + (a_1+d)^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} + \sqrt{h^2 + (a_1+d)^2 + (b_1 + e)^2} - \sqrt{h^2 + (a_1+d)^2 + e^2} \right] \quad (A.41) \end{aligned}$$

b.5- Coeficiente de inducción mutua total en los segmentos horizontales “M<sub>V</sub>”.

$$M_V = M_{V1} + M_{V2} \quad (A.42)$$

$$\begin{aligned} M_V = \frac{\mu_0}{4\pi} & [(b_2 - b_1 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - b_1 - e) + \sqrt{(b_2 - b_1 - e)^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}}{(b_2 - b_1 - e) + \sqrt{(b_2 - b_1 - e)^2 + h^2 + d^2}} \\ & + (b_2 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + d^2}}{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}} \\ & + (b_1 + e) \cdot \ln \frac{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}}{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + d^2}} + e \cdot \ln \frac{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + d^2}}{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}} \\ & + \sqrt{h^2 + d^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} - \sqrt{h^2 + d^2 + (b_2 - e)^2} - \sqrt{h^2 + d^2 + (b_1 + e)^2} + \sqrt{h^2 + d^2 + e^2} \\ & + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_2 - e)^2} - \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_1 + e)^2} \\ & - \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + e^2} + (b_2 - b_1 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - b_1 - e) + \sqrt{(b_2 - b_1 - e)^2 + h^2 + (a_1 + d)^2}}{(b_2 - b_1 - e) + \sqrt{(b_2 - b_1 - e)^2 + h^2 + c^2}} \\ & + (b_2 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + c^2}}{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + (a_1 + d)^2}} + e \cdot \ln \frac{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + c^2}}{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + (a_1 + d)^2}} \\ & + (b_1 + e) \cdot \ln \frac{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + (a_1 + d)^2}}{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + c^2}} + \sqrt{h^2 + c^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} \\ & - \sqrt{h^2 + c^2 + (b_2 - e)^2} - \sqrt{h^2 + c^2 + (b_1 + e)^2} + \sqrt{h^2 + c^2 + e^2} + \sqrt{h^2 + (a_1 + d)^2 + (b_2 - e)^2} \\ & - \sqrt{h^2 + (a_1 + d)^2 + (b_2 - b_1 - e)^2} + \sqrt{h^2 + (a_1 + d)^2 + (b_1 + e)^2} - \sqrt{h^2 + (a_1 + d)^2 + e^2} ] \quad (A.43) \end{aligned}$$

c- Coeficiente de inducción mutua total “M”

Será la suma de los coeficientes de inducción mutua de los segmentos verticales y los horizontales:

$$M = M_H + M_V \quad (A.44)$$

Cuyo resultado para N<sub>1</sub> y N<sub>2</sub> espiras y teniendo en cuenta las siguientes relaciones:

$$p = a_2 - a_1 - c; \quad q = b_2 - b_1 - e;$$

$$\begin{aligned}
M = & \frac{\mu_0}{4\pi} N_1 N_2 \left[ p \cdot \ln \frac{p + \sqrt{(p^2 + h^2 + (b_1 + f)^2)}}{p + \sqrt{p^2 + h^2 + e^2}} + (a_2 - c) \cdot \ln \frac{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + e^2}}{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}} \right. \\
& + c \cdot \ln \frac{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + e^2}}{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}} + (a_1 + c) \cdot \ln \frac{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + (b_1 + f)^2}}{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + e^2}} \\
& + p \cdot \ln \frac{p + \sqrt{p^2 + h^2 + q^2}}{p + \sqrt{p^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}} + (a_2 - c) \cdot \ln \frac{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}}{(a_2 - c) + \sqrt{(a_2 - c)^2 + h^2 + q^2}} \\
& + c \cdot \ln \frac{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}}{-c + \sqrt{c^2 + h^2 + q^2}} + (a_1 + c) \cdot \ln \frac{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + q^2}}{-(a_1 + c) + \sqrt{(a_1 + c)^2 + h^2 + (b_1 + e)^2}} \\
& + (b_2 - b_1 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - b_1 - e) + \sqrt{q^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}}{(b_2 - b_1 - e) + \sqrt{q^2 + h^2 + d^2}} + (b_2 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + d^2}}{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}} \\
& + (b_1 + e) \cdot \ln \frac{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}}{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + d^2}} + e \cdot \ln \frac{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + d^2}}{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + (a_1 + c)^2}} \\
& + q \cdot \ln \frac{q + \sqrt{q^2 + h^2 + (a_1 + d)^2}}{q + \sqrt{q^2 + h^2 + c^2}} + (b_2 - e) \cdot \ln \frac{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + c^2}}{(b_2 - e) + \sqrt{(b_2 - e)^2 + h^2 + (a_1 + d)^2}} \\
& + (b_1 + e) \cdot \ln \frac{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + (a_1 + d)^2}}{-(b_1 + e) + \sqrt{(b_1 + e)^2 + h^2 + c^2}} + e \cdot \ln \frac{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + c^2}}{-e + \sqrt{e^2 + h^2 + (a_1 + d)^2}} + \sqrt{h^2 + e^2 + p^2} \\
& - \sqrt{h^2 + e^2 + (a_2 - c)^2} - \sqrt{h^2 + e^2 + (a_1 + c)^2} + \sqrt{h^2 + e^2 + c^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_2 - c)^2} \\
& - \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + p^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + (a_1 + c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_1 + f)^2 + c^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + p^2} \\
& - \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + (a_2 - c)^2} - \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + (a_1 + c)^2} + \sqrt{h^2 + (b_1 + e)^2 + c^2} + \sqrt{h^2 + q^2 + (a_2 - c)^2} \\
& - \sqrt{h^2 + q^2 + p^2} + \sqrt{h^2 + q^2 + (a_1 + c)^2} - \sqrt{h^2 + q^2 + c^2} + \sqrt{h^2 + d^2 + q^2} - \sqrt{h^2 + d^2 + (b_2 - e)^2} \\
& - \sqrt{h^2 + d^2 + (b_1 + e)^2} + \sqrt{h^2 + d^2 + e^2} + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_2 - e)^2} - \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + q^2} \\
& + \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + (b_1 + e)^2} - \sqrt{h^2 + (a_1 + c)^2 + e^2} + \sqrt{h^2 + c^2 + q^2} - \sqrt{h^2 + c^2 + (b_2 - e)^2} \\
& - \sqrt{h^2 + c^2 + (b_1 + e)^2} + \sqrt{h^2 + c^2 + e^2} + \sqrt{h^2 + (a_1 + d)^2 + (b_2 - e)^2} - \sqrt{h^2 + (a_1 + d)^2 + q^2} \\
& \left. + \sqrt{h^2 + (a_1 + d)^2 + (b_1 + e)^2} - \sqrt{h^2 + (a_1 + d)^2 + e^2} \right]
\end{aligned}$$

(A.45)



## Anexo 2

### 2.1 Dimensiones óptimas

En las siguientes tablas se muestra la variación de la cantidad de cobre en función de las dimensiones de las bobinas respecto de la distancia a transferir para tres niveles de potencia distintos. Asimismo se muestra para la situación óptima, la densidad de potencia que se consigue por kg de cobre

#### a) Compensación SS

Modelo 200 kW				V2=510V	h=0,4		rt=1			kW/kg	6,04
dimensiones	a2/h	N1	N2	k	cobre	f0	KD	s1	s2	Qp	Qs
2	5	4	2		42,43	15,6	0,345	100	100	9	2,41
1,6	4	4	3		39,56	15,7	0,52	100	100	6,88	4
1,3	3,25	5	3		35,5	18,8	0,48	100	100	9,7	3,7
1,2	3	4	4		33,1	20,2	0,96	100	100	6,37	6,36
1,1	2,75	5	4		34	19,8	0,69	100	100	8,33	5,45
1	2,5	6	4		35,12	20,1	0,56	100	100	10,5	4,97
0,8	2	7	6		36,53	19,2	0,74	100	100	10	7,54
Modelo 20 kW		V1=510V	V2=510V	h=0,2		rt=1				kW/kg=	2,574
dimensiones	a2/h	N1	N2	k	cobre	f0	KD	s1	s2	Qp	Qs
1	5	12	11		8,24	19	0,817	10	10	4,81	4,08
0,8	4	14	14		8	19,3	0,95	10	10	4,97	4,95
0,7	3,5	16	15		7,77	19	0,88	10	10	5,7	5,33
0,6	3	18	18		7,74	20,2	0,97	10	10	5,93	5,87
0,4	2	29	28		8,17	19,7	0,928	10	10	8,24	7,9
Modelo 2 kW		V1=290	V2=290	h=0,15		rt=1				kW/kg=	0,8264
dimensiones	a2/h	N1	N2	k	cobre	f0	KD	s1	s2	Qp	Qs
0,9	6	20	20		2,6	19,4	0,827	2	2	4,28	4,17
0,75	5	24	23		2,526	19,2	0,87	2	2	5	4,18
0,6	4	29	28		2,45	19,9	0,92	2	2	5,35	4,95
0,45	3	38	37		2,42	20	0,95	2	2	6,37	6,28
0,3	2	59	58		2,52	20	0,94	2	2	8,57	8,16

b) Compensación SP

Modelo 200 kW		V1=510V		V2=510	h=0,4		rt=1	RL=1,3	kW/kg=	5,1282
dimensiones	a2/h	N1	N2	k	cobre	f0	KD	s1	s2	
2	5	9	2	0,244	94	2,4	0,22	100	555	
1,8	4,5	5	1	0,225	60	10,7	0,3	100	287	
1,3	3,25	6	1	0,17	45	13,3	0,352	100	381	
1	2,5	8	1	0,138	39	20	0,4	100	307	
0,8	2	9	1	0,115	39,5	20,3	0,42	100	497	
0,6	1,5	10	1	0,1	58	20,2	0,58	100	1625	
0,4	1	42	2	0,056	72	14,8	0,2	100	427	
Modelo 20 kW		V1=510V		V2=510	h=0,2		rt=1	RL=13	kW/kg=	2,448
dimensiones	a2/h	N1	N2	k	cobre	f0	KD	s1	s2	
1m	5	21	5	0,24	14	6,7	0,36	10	37	
0,8m	4	24	5	0,211	12	8,2	0,37	10	39	
0,6m	3	24	4	0,172	8,93	15	0,54	10	46	
0,5m	2,5	29	4	0,15	8,17	19,5	0,55	10	44	
0,4m	2	32	4	0,14	8,57	19,5	0,69	10	71	
0,3m	1	55	5	0,09	9,1	19,8	0,47	10	61	
Modelo 2 kW		V1=290		V2=290	h=0,15		rt=1	RL=42	kW/kg=	0,8889
dimensiones	a2/h	N1	N2	k	cobre	f0	KD	s1	s2	
0,75	5	25	8	0,223	3,03	12	0,4	2,5	6,3	
0,6	4	25	7	0,2	2,91	14,2	0,64	2,5	10,8	
0,45	3	30	7	0,167	2,27	19,3	0,64	2,5	9,5	
0,375	2,5	40	8	0,142	2,25	19,3	0,53	2,5	10,6	
0,3	2	45	8	0,12	2,68	19	0,7	2,5	17	



## c) compensación PS

Modelo 200 kW		V1=510V		V2=510	h=0,4	0,4	V1/V2=1	RL=1,3	kW/kg=	5
dimensiones	a2/h	N1	N2	k	cobre	f0	KD	s1	s2	
2	5	1	6		54	12,2		158	100	
1,6	4	1	7		48,7	16		165	100	
1,4	3,5	1	7		45	17	0,15	205	100	
1,2	3	1	7		42,5	17,5	0,38	298	100	
1	2,5	1	8		40	18,7	0,56	332	100	
0,8	2	1	9		41,6	15,5	0,32	570	100	
0,6	1,5	1	11		50	12,2	0,56	763	100	
Modelo 20 kW		V1=510V		V2=510	h=0,2		V1/V2=1	RL=13	kW/kg=	1,9608
dimensiones	a2/h	N1	N2	k	cobre	f0	KD	s1	s2	
1m	5	2	8	0,233	13,5	10,7	0,18	150	10	
0,8m	4	2	9	0,2	11,84	12,9	0,2	162	10	
0,6m	3	2	11	0,17	9,18	18,6	0,31	300	10	
0,5m	2,5	2	12	0,156	10,2	17	0,247	237	10	
0,4m	2	2	14	0,127	11,63	17	0,233	320	10	
0,3m	1	2	17	0,098	14	16,8	0,19	568	10	
Modelo 2 kW		V1=290		V2=290	h=0,15		V1/V2=1	RL=42	kW/kg=	0,8772
dimensiones	a2/h	N1	N2	k	cobre	f0	KD	s1	s2	
1	6,667	4	17		2,4	19,1	0,71	9	1,8	
0,75	5	5	24		2,38	17,6	0,8	9	1,8	
0,6	4	5	26		2,35	18	0,18	13	1,8	
0,45	3	5	31		2,28	19,3	0,55	17	1,8	
0,3	2	5	41		2,41	19,8	0,42	30	1,8	

d) Compensación PP

Modelo 200 kW		V1=510V		V2=510	h=0,4	0,4	V1/V2=1	RL=1,3	kW/kg=	4,0984	
dimensiones	a2/h	N1	N2	k	cobre	f0	KD	s1	s2	Qp	Qs
2	5	1	1	0,224	63	6,4	0,44	439	438	4,6	4,35
1,8	4,5	1	1	0,212	59,9	7	0,46	464	463	4,8	4,6
1,4	3,5	1	1	0,183	53,8	8,3	0,51	536	535	5,54	5,37
1,2	3	1	1	0,1655	51,7	9,2	0,548	595	592	6,13	5,97
1	2,5	1	1	0,144	48,8	10,3	0,59	681	680	7	6,86
0,8	2	1	1	0,12	47,25	11,5	0,63	824	823	8,43	8,32
0,4	1	1	1	0,056	51,61	15,5	0,79	1800	1700	18,1	18
Modelo 20 kW		V1=510V		V2=510	h=0,2		V1/V2=1	RL=13		kW/kg=	2,4242
dimensiones	a2/h	N1	N2	k	cobre	f0	KD	s1	s2	Qp	Qs
1,2	6	2	4	0,25	10,7	15	0,3	83	20	8,77	1,73
1	5	2	4	0,228	9,6	17	0,33	90	21	9,5	2
0,8	4	3	3	0,2	8,25	17,7	0,83	49	46	5,12	4,77
0,6	3	3	4	0,175	8,54	16,7	0,5	78	41	8,17	4,15
0,4	2	4	4	0,127	8,83	16,5	0,8	77	76	8	7,7
Modelo 2 kW		V1=290		V2=290	h=0,15		V1/V2=1	RL=42		kW/kg=	0,8
dimensiones	a2/h	N1	N2	k	cobre	f0	KD	s1	s2	Qp	Qs
0,75	5	4	8	0,22	2,7	16,7	0,33	30	2,4	9,84	2,13
0,6	4	4	9		2,62	17,7	0,32	20	4,3	12,5	2,1
0,45	3	6	8		2,45	18,6	0,5	14	8,5	8,5	4,4
0,375	2,5	5	10		2,5	17,5	0,35	25	6,3	14,9	3,6
0,3	2	7	9		2,54	15,6	0,52	19,3	11,2	10,9	6,4

## 2.2 Relación de tensiones óptima

### a) Compensación SS

$V_1^1 = 510V$	$\frac{V_1^1}{V_2}$	$R_L(\Omega)$	$N_1$	$N_2$	$S_1(\text{mm}^2)$	$S_2(\text{mm}^2)$	$f_0(\text{kHz})$	Cobre (kg)
V <sub>2</sub> =50 V	10,2	0,125	21	2	11	100	15,3	9,26
V <sub>2</sub> =100 V	5,1	0,5	22	3	10	50	19,6	7,95
V <sub>2</sub> =200 V	2,55	2	18	7	10	25	20,2	7,84
V <sub>2</sub> =510 V	1	13	18	18	10	10	20,3	7,8

### b) Compensación SP

$V_1^1 = 510V$	$\frac{V_1^1}{V_2}$	$R_L(\Omega)$	$N_1$	$N_2$	$S_1(\text{mm}^2)$	$S_2(\text{mm}^2)$	$f_0(\text{kHz})$	Cobre (kg)
V <sub>2</sub> =100 V	5,1	0,5	29	1	10	255	8,8	11,5
V <sub>2</sub> =200 V	2,55	2	29	2	10	125	9	11,4
V <sub>2</sub> =400 V	1,275	8	29	4	10	61	9,5	11,3
V <sub>2</sub> =510 V	1	13	24	4	10	46	15	8,93
V <sub>2</sub> =600 V	0,85	18	25	5	10	38	14,1	9,24
V <sub>2</sub> =700 V	0,72	24,5	25	6	10	39	12,7	10,3

### c) Compensación PS

$V_1^1 = 510V$	$\frac{V_1^1}{V_2}$	$R_L(\Omega)$	$N_1$	$N_2$	$S_1(\text{mm}^2)$	$S_2(\text{mm}^2)$	$f_0(\text{kHz})$	Cobre (kg)
V <sub>2</sub> =20 V	25,5	0,02	5	1	273	251	4,5	17,45
V <sub>2</sub> =50 V	10,2	0,125	2	1	264	101	12	13,53
V <sub>2</sub> =100 V	5,1	0,5	2	2	264	51	12,8	13,54
V <sub>2</sub> =200 V	2,55	2	3	7	65	26	18,7	8,1
V <sub>2</sub> =400 V	1,275	8	3	14	65	13,5	18,8	8,25
V <sub>2</sub> =510 V	1	13	3	18	62	10	19,5	8,2

## d) Compensación PP

$V_1^1 = 510V$	$\frac{V_1^1}{V_2}$	$R_L(\Omega)$	$N_1$	$N_2$	$S_1(\text{mm}^2)$	$S_2(\text{mm}^2)$	$f_0(\text{kHz})$	Cobre (kg)
V2=50 V	10,2	0,125	1	1	629	110	21,6	15,9
V2=75 V	6,8	0,28	2	1	208	120	15,3	11,54
V2=100 V	5,1	0,5	2	1	156	115	19,5	9,2
V2=200 V	2,55	2	2	2	156	57	19,5	9,2
V2=400 V	1,275	8	3	3	75	54	17,5	8,38
V2=510 V	1	13	3	4	79	42	17	8,77
V2=600 V	0,85	18	3	4	66	41	19,5	7,87
V2=700 V	0,72	24,5	3	5	70	33	18,5	8,17

# Anexo 3

**Códigos de programa en Matlab para el cálculo de los parámetros eléctricos de las distintas topologías.**

**3.1 Función “CALCULOINDUCTANCIAS”; recibe los parámetros geométricos y secciones del acoplamiento en el vector datos y devuelve los valores de L1, L2 y M.**

```

global L1
global L2
global M
global datos
%VARIABLES INTERMEDIAS
    dp1=sqrt(a1^2+b1^2);
    dp2=sqrt(a2^2+b2^2);
%CÁLCULO DE LAS INDUCTANCIAS EMISOR(1)-RECEPTOR(2)SEGÚN EC.(25)
    L1=4e7*(N1^2)*(a1*log(2*a1*b1/(r01*(a1+dp1)))+b1*log(2*a1*b1/(r0
    1*(b1+dp1)))-2*(a1+b1-dp1)+0.25*(a1+b1));

    L2=4e7*(N2^2)*(a2*log(2*a2*b2/(r02*(a2+dp2)))+b2*log(2*a2*b2/(r0
    2*(b2+dp2)))-2*(a2+b2-dp2)+0.25*(a2+b2));
%CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE INDUCCION MUTUA SEGÚN EC.(30)
%M tramos horizontales
    M1=N1*N2*1e-7*((a1-a2-c)*log(((a1-a2-c)+sqrt(h^2+(e-b1)^2+(a1-
    a2-c)^2))/((a1-a2-c)+sqrt(h^2+e^2+(a1-a2-c)^2)))+(a1-
    c)*log(((a1-c)+sqrt(h^2+e^2+(a1-c)^2))/((a1-c)+sqrt(h^2+(e-
    b1)^2+(a1-c)^2))));
    M2=N1*N2*1e-7*((c*log(((c)+sqrt(h^2+e^2+c^2))/((-
    c)+sqrt(h^2+c^2+(e-b1)^2)))+(a2+c)*log(((a2+c)+sqrt(h^2+(e-
    b1)^2+(a2+c)^2))/((-a2-c)+sqrt(h^2+(a2+c)^2+e^2))));
    M3=N1*N2*1e-7*(sqrt(h^2+e^2+(a1-a2-c)^2)-sqrt(h^2+e^2+(a1-c)^2)-
    sqrt(h^2+e^2+(a2+c)^2)+sqrt(h^2+e^2+c^2)+sqrt(h^2+(e-b1)^2+(a1-
    c)^2)-sqrt(h^2+(e-b1)^2+(a1-a2-c)^2)+sqrt(h^2+(e-
    b1)^2+(a2+c)^2)-sqrt(h^2+(e-b1)^2+c^2));
    M11=N1*N2*1e-7*((a1-a2-c)*log(((a1-a2-c)+sqrt(h^2+(e+b2-
    b1)^2+(a1-a2-c)^2))/((a1-a2-c)+sqrt(h^2+(b2+e)^2+(a1-a2-
    c)^2)))+(a1-c)*log(((a1-c)+sqrt(h^2+(b2+e)^2+(a1-c)^2))/((a1-
    c)+sqrt(h^2+(e+b2-b1)^2+(a1-c)^2))));
    M21=N1*N2*1e-7*((c*log(((c)+sqrt(h^2+(b2+e)^2+c^2))/((-
    c)+sqrt(h^2+c^2+(e+b2-b1)^2)))+(a2+c)*log(((a2+c)+sqrt(h^2+(e-
    b1)^2+(a2+c)^2))/((-a2-
    c)+sqrt(h^2+(a2+c)^2+(b2+e)^2))));
    M31=N1*N2*1e-7*(sqrt(h^2+(b2+e)^2+(a1-a2-c)^2)-
    sqrt(h^2+(b2+e)^2+(a1-c)^2)-
    sqrt(h^2+(b2+e)^2+(a2+c)^2)+sqrt(h^2+(b2+e)^2+c^2)+sqrt(h^2+(e+b
    2-b1)^2+(a1-c)^2)-sqrt(h^2+(e+b2-b1)^2+(a1-a2-
    c)^2)+sqrt(h^2+(e+b2-    b1)^2+(a2+c)^2)-sqrt(h^2+(e+b2-
    b1)^2+c^2));
    Mh=(M1-M11+M2-M21+M3-M31);
%M tramos verticales
    M4=N1*N2*1e-7*((b1-b2-e)*log(((b1-b2-e)+sqrt(h^2+(c-a1)^2+(b1-
    b2-e)^2))/((b1-b2-e)+sqrt(h^2+c^2+(b1-b2-e)^2)))+(b1-
    e)*log(((b1-e)+sqrt(h^2+c^2+(b1-e)^2))/((b1-e)+sqrt(h^2+(c-
    a1)^2+(b1-e)^2))));

```

```

M5=N1*N2*1e-7*((e*log((( -e)+sqrt(h^2+c^2+e^2))/((-
e)+sqrt(h^2+e^2+(c-a1)^2))))+((b2+e)*log((( -b2-e)+sqrt(h^2+(c-
a1)^2+(b2+e)^2))/((-b2-e)+sqrt(h^2+(b2+e)^2+c^2)))));
M6=N1*N2*1e-7*(sqrt(h^2+c^2+(b1-b2-e)^2)-sqrt(h^2+c^2+(b1-e)^2)-
sqrt(h^2+c^2+(b2+e)^2)+sqrt(h^2+c^2+e^2)+sqrt(h^2+(c-a1)^2+(b1-
e)^2)-sqrt(h^2+(c-a1)^2+(b1-b2-e)^2)+sqrt(h^2+(c-
a1)^2+(b2+e)^2)-sqrt(h^2+(c-a1)^2+e^2));
M41=N1*N2*1e-7*((b1-b2-e)*log(((b1-b2-e)+sqrt(h^2+(c+a2-
a1)^2+(b1-b2-e)^2))/((b1-b2-e)+sqrt(h^2+(c+a2)^2+(b1-b2-
e)^2)))+(b1-e)*log(((b1-e)+sqrt(h^2+(c+a2)^2+(b1-e)^2))/((b1-
e)+sqrt(h^2+(c+a2-a1)^2+(b1-e)^2))));
M51=N1*N2*1e-7*((e*log((( -e)+sqrt(h^2+(c+a2)^2+e^2))/((-
e)+sqrt(h^2+e^2+(c+a2-a1)^2))))+((b2+e)*log((( -b2-
e)+sqrt(h^2+(c+a2-a1)^2+(b2+e)^2))/((-b2-
e)+sqrt(h^2+(b2+e)^2+(c+a2)^2))));
M61=N1*N2*1e-7*(sqrt(h^2+(c+a2)^2+(b1-b2-e)^2)-
sqrt(h^2+(c+a2)^2+(b1-e)^2)-
sqrt(h^2+(c+a2)^2+(b2+e)^2)+sqrt(h^2+(c+a2)^2+e^2)+sqrt(h^2+(c+a
2-a1)^2+(b1-e)^2)-sqrt(h^2+(c+a2-a1)^2+(b1-b2-
e)^2)+sqrt(h^2+(c+a2-a1)^2+(b2+e)^2)-sqrt(h^2+(c+a2-a1)^2+e^2));
Mv=(M4-M41+M5-M51+M6-M61);
%M TOTAL
M=(Mh+Mv);
%FACTOR DE ACOPLAMIENTO
k=M/(sqrt(L1*L2));

disp('programa terminado');

```

### 3.2 Función para el cálculo de parámetros eléctricos para una geometría y potencia dadas.

Esta función recibe los parámetros geométricos del acoplamiento y el número de espiras, sección y frecuencia de trabajo y devuelve todas las magnitudes eléctricas del circuito y los condensadores de resonancia necesarios para cada topología.

#### 3.2.1 TOPOLOGÍA\_ SS: Calcula todos los parámetros eléctricos de la compensación SS de acuerdo a las ec. de la tabla 14.

```

%MODELO DE 200 KW CON COMPENSACIÓN SS
global datos, ZL, Kw, om0, T, f0, V1
%TENSIÓN DE ALIMENTACIÓN
V1=540;
%DISTANCIA ENTRE BOBINAS
h=0.35;
%DIMENSIONES DE LAS BOBINAS
a1=1;b1=1;a2=1;b2=1;
%SECCIONES CABLES
s1=94e-6;s2=100e-6;
%FACTOR DE FRECUENCIA
Kw=18;
%NUMERO DE ESPIRAS
N1=6;N2=4;
%IMPEDANCIA DE CARGA
RL=1.25;
ZL=RL;
%POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA

```

```

c=0;
e=0;
%RADIOS EQUIVALENTES
r01=sqrt(N1*s1/pi);
r02=sqrt(N2*s2/pi);
%CANTIDAD DE COBRE UTILIZADA
cantcobre1=N1*2*(a1+b1)*s1
cantcobre2=N2*2*(a2+b2)*s2
cobretotal=cantcobre1+cantcobre2
copper=cobretotal*1e6*8.96/1000
%CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
CALCULOINDUCTANCIAS;
%RESISTENCIAS DE LOS BOBINADOS
R1=(1/57)*N1*2*(b1+a1)/(s1*1e6)
R2=(1/57)*N2*2*(b2+a2)/(s2*1e6)
%FRECUENCIA DE TRABAJO
om0=(Kw*sqrt(R1*(R2+RL)))/M;
f0=om0/(2*pi);
T=1/f0;
%CALCULO CONDENSADORES DE RESONANCIA SEGÚN EC.44
C1=1/(L1*(om0^2));
C2=1/((L2)*(om0^2));
%APLICACIÓN ECUACIONES DE LA TABLA 12
Z2f=R2+j*(L2*om0-1/(C2*om0));
Z1f=R1+j*(L1*om0-1/(C1*om0));
KM=(om0*M)^2;
Z11=Z1f+KM/(Z2f+ZL);
A2=-atan(imag(Z11)/real(Z11));
A2grados=A2*360/(2*pi);
A2redondeado=round(A2grados);
I1compleja=V1/Z11;
I1=abs(I1compleja);
I2compleja=I1compleja*j*om0*M/(Z2f+ZL);
I2=abs(I2compleja);
VC1=I1*(1/(C1*om0));
VC2=I2*(1/(C2*om0));
VL=abs(ZL*I2)
%CÁLCULO DEL RENDIMIENTO
P2=RL*(I2^2)
P1=real(V1*I1compleja)
rend=P2/P1
%FACTORES DE CALIDAD
Qp=L1*RL/(om0*M^2);
Qs=om0*L2/RL;
%FACTOR DE DISEÑO KD
KD=(1/(1+abs(log(Qp/Qs))))*(1/(1+abs(log(20000/f0))));

datos=[a1 b1 a2 b2 h c e s1 s2 N1 N2];
disp('programa terminado');

```

### 3.2.2 Función *TOPOLOGÍA\_SP*: Calcula todos los parámetros eléctricos de la compensación SP de acuerdo a las ec. de la tabla12.

```

%MODELO DE 200 KW CON COMPENSACIÓN SP
global datos, ZL, Kw, om0, T, f0, V1
%TENSIÓN DE ALIMENTACIÓN
V1=540;

```

```

%DISTANCIA ENTRE BOBINAS
    h=0.35;
%DIMENSIONES DE LAS BOBINAS
    a1=1;b1=1;a2=1;b2=1;
%SECCIONES CABLES
    s1=94e-6;s2=350e-6;
%FACTOR DE FRECEUCNIA
    Kw=20;
%NUMERO DE ESPIRAS
    N1=7;N2=1;
%IMPEDANCIA DE CARGA
    RL=1.25;
    ZL=RL;
%POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORAc=0;
    c=0;
    e=0;
%RADIOS EQUIVALENTES
    r01=sqrt(N1*s1/pi);
    r02=sqrt(N2*s2/pi);
%CANTIDAD DE COBRE UTILIZADA
    cantcobre1=N1*2*(a1+b1)*s1
    cantcobre2=N2*2*(a2+b2)*s2
    cobretotal=cantcobre1+cantcobre2
    copper=cobretotal*1e6*8.96/1000
%CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
    CALCULOINDUCTANCIAS;
%RESISTENCIAS DE LOS BOBINADOS
    R1=(1/57)*N1*2*(b1+a1)/(s1*1e6)
    R2=(1/57)*N2*2*(b2+a2)/(s2*1e6)
%FRECUENCIA DE TRABAJO
    om0=ff*sqrt(R2*RL^2*M^2+R1*R2^2*L2^2)/(L2*M)
    f0=om0/(2*pi)
    T=1/f0;
%CALCULO CONDENSADORES DE RESONANCIA SEGÚN EC.73
    C2=1/(L2*om0^2);
    C1=(L2^2*C2/(L1*L2-M^2));
%APLICACIÓN ECUACIONES DE LA TABLA 12
    Z2f=(R2+i*L2*om0)+RL/(1+i*RL*C2*om0);
    Z1f=R1+j*(L1*om0-(1/(C1*om0)));
    KM=(om0*M)^2;
    Z11=Z1f+KM/(Z2f);
    I1=abs(V1/Z11)
    Is=I1*abs(i*om0*M/((R2+i*L2*om0)+(RL/(1+i*RL*C2*om0))))
    I2=Is/abs(1+i*RL*C2*om0)
    densidad1=(I1/s1)*1e-6
    densidad2=(Is/s2)*1e-6
    VC1=I1*(1/(C1*om0))
    VC2=ZL*I2
    VL=VC2
    Ic2=om0*C2*VL;
    VL=VC2;
%CÁLCULO DEL RENDIMIENTO
    P2=RL*(I2^2)
    Pabs1=V1^2/(real(Z11))
    rend=P2/Pabs1;
%FACTORES DE CALIDAD
    Qp=om0*L1*L2^2/(RL*M^2)
    Qs=RL/(om0*L2)
%FACTOR DE DISEÑO KD
    KD=(1/(1+abs(log(Qp/Qs))))*(1/(1+abs(log(20000/f0))))

```



```

datos=[a1 b1 a2 b2 h c e s1 s2 N1 N2];
disp('programa terminado');

```

### 3.2.3 Función *TOPOLOGÍA\_PS*: Calcula todos los parámetros eléctricos de la compensación PS de acuerdo a las ec. de la tabla 12.

```

%MODELO DE 200 KW CON COMPENSACIÓN PS
    global datos, ZL, Kw, om0, T, f0, V1
%TENSIÓN DE ALIMENTACIÓN
    V1=540;
%DISTANCIA ENTRE BOBINAS
    h=0.35;
%DIMENSIONES DE LAS BOBINAS
    a1=1;b1=1;a2=1;b2=1;
%SECCIONES CABLES
    s1=600e-6;s2=110e-6;ff=17.1;
%FACTOR DE FRECUENCIA
    Kw=18;
%NUMERO DE ESPIRAS
    N1=1;N2=6;
%IMPEDANCIA DE CARGA
    RL=1.25;
    ZL=RL;
%POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
    c=0;
    e=0;
%RADIOS EQUIVALENTES
    r01=sqrt(N1*s1/pi);
    r02=sqrt(N2*s2/pi);
%CANTIDAD DE COBRE UTILIZADA
    cantcobre1=N1*2*(a1+b1)*s1
    cantcobre2=N2*2*(a2+b2)*s2
    cobretotal=cantcobre1+cantcobre2
    copper=cobretotal*1e6*8.96/1000
%CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
    CALCULOINDUCTANCIAS;
%RESISTENCIAS DE LOS BOBINADOS
    R1=(1/57)*N1*2*(b1+a1)/(s1*1e6)
    R2=(1/57)*N2*2*(b2+a2)/(s2*1e6)
%FRECUENCIA DE TRABAJO
    om0=Kw*sqrt(R1*(R2+RL))/M
    f0=om0/(2*pi)
    T=1/f0;
%CALCULO CONDENSADORES DE RESONANCIA SEGÚN EC.95
    C2=1/(L2*om0^2)
    C1=(L2*C2)/(L1+(M^4/(L1*L2*C2*RL^2)))
%APLICACIÓN ECUACIONES DE LA TABLA 12
    Z2f=om0^2*M^2/((R2+RL)+j*(L2*om0-(1/(C2*om0))));
    Z11=(R1+j*L1*om0)+Z2f;
    I1compleja=(V1*(1+j*om0*C1*Z11)/Z11);
    I1=abs(V1*(1+j*om0*C1*Z11)/Z11)
    Ipcompleja=I1compleja-(j*om0*C1*V1);
    Ip=abs(Ipcompleja)
    Ic=om0*C1*V1

I2compleja=Ipcompleja*j*om0*M/((R2+RL)+(j*(L2*om0(1/(C2*om0))));
I2=abs(I2compleja)
VC1=V1
VC2=I2/(C2*om0)

```

```

VL=ZL*I2
%CÁLCULO DEL RENDIMIENTO
P2=RL*(I2^2)
P1=real(V1*I1compleja)
rend=P2/P1
%FACTORES DE CALIDAD
Qp=L1*RL/(om0*M^2)
Qs=om0*L2/RL
%FACTOR DE DISEÑO KD
KD=(1/(1+abs(log(Qp/Qs))))*(1/(1+abs(log(20000/f0))));

datos=[a1 b1 a2 b2 h c e s1 s2 N1 N2];
disp('programa terminado');

```

### 3.2.4 Función *TOPOLOGÍA\_PP*: Calcula todos los parámetros eléctricos de la compensación PP de acuerdo a las ec. de la tabla 12.

```

%MODELO DE 200 KW CON COMPENSACIÓN PP
global datos, ZL, Kw, om0, T, f0, V1
%TENSIÓN DE ALIMENTACIÓN
V1=540;
%DISTANCIA ENTRE BOBINAS
h=0.35;
%DIMENSIONES DE LAS BOBINAS
a1=1;b1=1;a2=1;b2=1;
%SECCIONES CABLES
s1=26e-6;s2=77e-6;
%FACTOR DE FRECUENCIA
Kw=6.8;
%NUMERO DE ESPIRAS
N1=3;N2=1;
%IMPEDANCIA DE CARGA
RL=1.25;
%POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
c=0;
e=0;
%RADIOS EQUIVALENTES
r01=sqrt(N1*s1/pi);
r02=sqrt(N2*s2/pi);
%CANTIDAD DE COBRE UTILIZADA
cantcobre1=N1*2*(a1+b1)*s1
cantcobre2=N2*2*(a2+b2)*s2
cobretotal=cantcobre1+cantcobre2
copper=cobretotal*1e6*8.96/1000
%CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
CALCULOINDUCTANCIAS;
%RESISTENCIAS DE LOS BOBINADOS
R1=(1/57)*N1*2*(b1+a1)/(s1*1e6)
R2=(1/57)*N2*2*(b2+a2)/(s2*1e6)
%FRECUENCIA DE TRABAJO
om0=Kw*sqrt(R2*RL^2*M^2+R1*R2^2*L2^2)/(L2*M)
f0=om0/(2*pi)
T=1/f0;
%CALCULO CONDENSADORES DE RESONANCIA SEGÚN EC.131
C2=1/(L2*om0^2)
C1=((L1*L2-M^2)*C2*L2^2)/((M^4*C2*RL^2/L2)+(L1*L2-M^2)^2)
%APLICACIÓN ECUACIONES DE LA TABLA 12
Z2f=(om0^2*M^2)*((1+(j*RL*C2*om0))/(RL+((R2+j*L2*om0)*(1+j*RL*C2*om0))));

```

```

Z11=(R1+j*L1*om0)+Z2f;
I1compleja=(V1*(1+j*om0*C1*Z11)/Z11)
I1=abs(I1compleja)
Ztotal=V1/I1compleja;
A2=-atan(imag(Ztotal)/real(Ztotal));
A2grados=A2*360/(2*pi);
Ipcompleja=I1compleja-(j*om0*C1*V1);
Ip=abs(Ipcompleja)
Ic1=om0*C1*V1
Iscompleja=Ipcompleja*(j*om0*M)*((1+j*RL*C2*om0)/(RL+(R2+j*L2*om0)
*(1+j*RL*C2*om0)));
Is=abs(Iscompleja)
I2compleja=Iscompleja/(1+j*RL*C2*om0);
I2=abs(I2compleja)
Ic2=I2*RL*C2*om0
VC1=V1
VC2=Ic2/(C2*om0)
VL=RL*I2
%CÁLCULO DEL RENDIMIENTO
P2=RL*(I2^2)
P1=real(V1*I1compleja)
rend=P2/P1
%FACTORES DE CALIDAD
Qp=om0*L1*L2^2/(RL*M^2)
Qs=RL/(om0*L2)
%FACTOR DE DISEÑO KD
KD=(1/(1+abs(log(Qp/Qs))))*(1/(1+abs(log(20000/f0))));

```

### 3.2.5 Función **TOPOLOGÍA\_SPS**: Calcula todos los parámetros eléctricos de la compensación SPS.

```

%MODELO DE 200 KW CON COMPENSACIÓN SPS
global datos, ZL, Kw, om0, T, f0, V1
%TENSIÓN DE ALIMENTACIÓN
V1=540;
%DISTANCIA ENTRE BOBINAS
h=0.35;
%DIMENSIONES DE LAS BOBINAS
a1=1;b1=1;a2=1;b2=1;
%SECCIONES CABLES
s1=390e-6;s2=100e-6;
%FACTOR DE FRECUENCIA
ff=21.5;
%NUMERO DE ESPIRAS
N1=1;N2=7;
%IMPEDANCIA DE CARGA
RL=1.25;
%POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
c=0;
e=0;
%RADIOS EQUIVALENTES
r01=sqrt(N1*s1/pi);
r02=sqrt(N2*s2/pi);
%CANTIDAD DE COBRE UTILIZADA
cantcobre1=N1*2*(a1+b1)*s1
cantcobre2=N2*2*(a2+b2)*s2
cobretotal=cantcobre1+cantcobre2
copper=cobretotal*1e6*8.96/1000
%CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA

```

```

CALCULOINDUCTANCIAS;
%RESISTENCIAS DE LOS BOBINADOS
R1=(1/57)*N1*2*(b1+a1)/(s1*1e6)
R2=(1/57)*N2*2*(b2+a2)/(s2*1e6)
%FRECUENCIA DE TRABAJO
om0=(ff*sqrt(R1*(R2+RL)))/M
f0=om0/(2*pi)
T=1/f0;
%CALCULO CONDENSADORES DE RESONANCIA SEGÚN EC.185 y 186
C2=1/((L2)*(om0^2))
C3=0.82*(L2*C2)/(L1+(M^4/(L1*L2*C2*RL^2)))
C1=0.045*((1-
(L1*C3/L2*C2))+(C3^2*M^4/RL^2*L2^3*C2^3))/((L1/(L2*C2))*(1-
(L1*C3/(L2*C2)))-(C3*M^4/(RL^2*L2^3*C2^3)))
%ECUACIONES
Z2f=R2+j*(L2*om0-1/(C2*om0));
Z1f=R1+j*L1*om0;
ZL=RL;
KM=(om0*M)^2;
Z11=Z1f+KM/(Z2f+ZL);
ZT=(Z11/(1+Z11*j*om0*C3)+1/(j*om0*C1))
I1=V1/ZT
modI1=abs(I1);
Vp=V1-I1*(1/(j*om0*C1));
Ic3=Vp*j*om0*C3;
modIc3=abs(Ic3);
Ip=I1-Ic3;
modIp=abs(Ip);
I2=Ip*j*om0*M/(Z2f+ZL);
modI2=abs(I2);
VC1=abs(I1*(1/(j*C1*om0)))
VC2=abs(I2*(1/(j*C2*om0)))
VL=ZL*abs(I2)
%CÁLCULO DEL RENDIMIENTO
PL=RL*(abs(I2)^2)
P1=real(V1*I1)
rend=PL/P1;
%FACTORES DE CALIDAD
Qp=L1*RL/(om0*M^2)
Qs=om0*L2/RL
%FACTOR DE DISEÑO KD
KD=(1/(1+abs(log(Qp/Qs))))*(1/(1+abs(log(20000/f0))))

```

### ***3.3 Función para el Cálculo de la combinación óptima de espiras***

Esta función recibe los parámetros geométricos del acoplamiento, la tensión de alimentación y la potencia y tensión deseadas en la carga. Además, se necesita conocer el número de espiras de primario y secundario máximo que vamos a calcular ( $N_{1max}$  y  $N_{2max}$ ).

La función devuelve una matriz de  $N_{1max} \times N_{2max}$  soluciones, con la frecuencia necesaria, secciones de cables y condensadores de resonancia necesarios para transferir esa potencia, así como el resto de parámetros eléctricos.

También devuelve de entre todas las combinaciones analizadas, la solución óptima, en relación a estabilidad, frecuencia máxima de trabajo permitida y mínima cantidad de cobre.

### 3.3.1 Función: *BusquedaCombinaciones\_SS*

```

%Datos(SI)
%Tensión de alimentación (armónico fundamental)
    V1=510;
%distancia entre bobinas
    h=0.4;
%Dimensiones de las bobinas
    a1=1.2;b1=1.2;a2=1.2;b2=1.2;
%posición relativa bobina 2 respecto de la 1
    c=0;
    e=0;
%Máximo número de iteraciones deseadas
    maxN1=10;
    maxN2=10;
%Frecuencia máxima de operación
    fmax=20000;
%Potencia y tensión deseadas en la carga
    Pdeseada=input('Potencia deseada en la carga =');
    Vdeseada=input('Tension deseada en la carga =');
%densidades de corriente maximas permitidas
    dens1max=4;
    dens2max=4;
    %secciones iniciales
    s10=1e-6;
    s20=1e-6;
%incremento de sección deseado y de frecuencia en cada iteración
    incl=1e-6;
    inc2=1e-6;
    incfreq=0.1;
%Rendimiento teórico deseado
    rendimientodeseado=1;
%"ya" es una variable que indica que se ha encontrado las secciones
apropiadas en una combinación de espiras
    ya=0;
while ya<1
for N1=1:maxN1
    for N2=1:maxN2
        seccion1(N1,N2)=s10;;
        seccion2(N1,N2)=s20;;
        seccioncorrecta=0;
        while seccioncorrecta<1
            % iteración actual
            A=[N1 N2]
            %Cantidad de cobre
            cantcobre1(N1,N2)=N1*2*(a1+b1)*seccion1(N1,N2);
            cantcobre2(N1,N2)=N2*2*(a2+b2)*seccion2(N1,N2);
            cobretotal(N1,N2)=cancobre1(N1,N2)+cancobre2(N1,N2);
            copper(N1,N2)=cobretotal(N1,N2)*1e6*8.96/1000;
            %radios equivalentes de primario y secundario
            r01(N1,N2)=sqrt(N1*seccion1(N1,N2)/pi);
            r02(N1,N2)=sqrt(N2*seccion2(N1,N2)/pi);
            dp1=sqrt(a1^2+b1^2);
            dp2=sqrt(a2^2+b2^2);
            %Coeficientes de autoinducción y de induccion mutua
            CALCULOINDUCTANCIAS(N1,N2);
            %factor de acoplamiento
            k(N1,N2)=M(N1,N2)/(sqrt(L1(N1,N2)*L2(N1,N2)));
            %resistencias de las bobinas
            R1(N1,N2)=(1/57)*N1*2*(b1+a1)/(seccion1(N1,N2)*1e6);

```

```

R2(N1,N2)=(1/57)*N2*2*(b2+a2)/(seccion2(N1,N2)*1e6);
%resistencia equivalente de carga
RL(N1,N2)=Vdeseada^2/Pdeseada;
%Frecuencia inicial de operación
ff(N1,N2)=1;
%variable intermedia para entrar en el bucle de cálculo de la
potencia transferida
Pcarga=1000000;
while Pcarga>Pdeseada
%frecuencia de operación

om0(N1,N2)=(ff(N1,N2)*sqrt(R1(N1,N2)*(R2(N1,N2)+RL(N1,N2)))
)/M(N1,N2);
f0(N1,N2)=om0(N1,N2)/(2*pi);
%condensadores de acoplo
C2(N1,N2)=1/((L2(N1,N2))*(om0(N1,N2)^2));
C1(N1,N2)=1/(L1(N1,N2)*(om0(N1,N2)^2));
%impedancias compensadas
Z2f(N1,N2)=R2(N1,N2)+j*(L2(N1,N2)*om0(N1,N2)-
1/(C2(N1,N2)*om0(N1,N2)));
Z1f(N1,N2)=R1(N1,N2)+j*(L1(N1,N2)*om0(N1,N2)-
1/(C1(N1,N2)*om0(N1,N2)));
ZL(N1,N2)=RL(N1,N2);
%impedancia total de secundario vista desde el primario
KM(N1,N2)=(om0(N1,N2)*M(N1,N2))^2;
Z11(N1,N2)=Z1f(N1,N2)+KM(N1,N2)/(Z2f(N1,N2)+ZL(N1,N2));
%intensidades de primario y secundario y densidades de
corriente
I1(N1,N2)=abs(V1/Z11(N1,N2));
I2(N1,N2)=I1(N1,N2)*om0(N1,N2)*M(N1,N2)/(abs(Z2f(N1,N2)+ZL(
N1,N2)));
densiI1(N1,N2)=(I1(N1,N2)/seccion1(N1,N2))*1e-6;
densiI2(N1,N2)=(I2(N1,N2)/seccion2(N1,N2))*1e-6;
%potencia y tensión en la carga
PL(N1,N2)=RL(N1,N2)*(I2(N1,N2)^2);
VL(N1,N2)=I2(N1,N2)*ZL(N1,N2);
% tensión en los condensadores de acoplo de primario y
secundario
VC10(N1,N2)=I1(N1,N2)*(1/(C1(N1,N2)*om0(N1,N2)));
VC20(N1,N2)=I2(N1,N2)*(1/(C2(N1,N2)*om0(N1,N2)));
%admitancia total de secundario vista desde primario
Y11(N1,N2)=1/Z11(N1,N2);
%rendimiento del sistema
rend(N1,N2)=PL(N1,N2)/((V1^2)*real(Y11(N1,N2)));
%Calculo factores de calidad
Qp(N1,N2)=L1(N1,N2)*RL(N1,N2)/(om0(N1,N2)*M(N1,N2)^2);
Qs(N1,N2)=om0(N1,N2)*L2(N1,N2)/RL(N1,N2);
% Calculo factor de diseño KD
if Qp(N1,N2)>Qs(N1,N2)
fun(N1,N2)=(1/(1+abs((log(Qp(N1,N2)/Qs(N1,N2))))))* (1
/(1+abs(log(fmax/f0(N1,N2)))));
else
fun(N1,N2)=0;
end
% mientras la potencia en la carga sea mayor que la
deseada incrementa la frecuencia
ff(N1,N2)=ff(N1,N2)+incfreq;
end
%Una vez que la potencia en la carga es la correcta se corrige la
sección de las bobinas
%Comprobación densidad en bobina 1

```

```

    if densiI1(N1,N2)>dens1max
        seccion1(N1,N2)=seccion1(N1,N2)+incl;
    end
    %Comprobación densidad en bobina 1
    if densiI2(N1,N2)>dens2max
        seccion2(N1,N2)=seccion2(N1,N2)+inc2;
    end
    %comprobación densidades correctas
    if densiI1(N1,N2)<=dens1max & densiI2(N1,N2)<=dens2max
        seccioncorrecta=1;
    end
end
end
end
%Busqueda de todas las soluciones posibles
rendimientoencontrado=0;
while rendimientoencontrado<1
    for i1=1:maxN1
        for i2=1:maxN2
            if f0(i1,i2)<=fmax & PL(i1,i2)>=0.98*Pdeseada &
                PL(i1,i2)<1.01*Pdeseada & rend(i1,i2)>=rendimientodeseado &
                Qp(i1,i2)>(4*Qs(i1,i2)^3/(4*Qs(i1,i2)^2-1))
                disp('solución optima')
                opt=[i1 i2]
                f0(i1,i2)
                VC10(i1,i2)
                VC20(i1,i2)
                PL(i1,i2)
                rend(i1,i2)
                densidadI1=(I1(i1,i2)/seccion1(i1,i2))*1e-6
                densidadI2=(I2(i1,i2)/seccion2(i1,i2))*1e-6
                ff(i1,i2)
                s1=seccion1(i1,i2)
                s2=seccion2(i1,i2)
                ya=1;
                rendimientoencontrado=1;
            end
        end
    end
    if rendimientoencontrado<1
        rendimientodeseado=rendimientodeseado-0.01;
    end
end
end
end

```

### 3.3.2 Función: *BusquedaCombinaciones\_SP*

```

%Datos(SI)
%Tensión de alimentación
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.4;
%Dimensiones de las bobinas
a1=1.2;b1=1.2;a2=1.2;b2=1.2;
%posición relativa bobina 2 respecto de la 1
c=0;
e=0;
%Máximo número de iteraciones deseadas
maxN1=10;
maxN2=10;
%Frecuencia máxima de operación

```

```

fmax=20000;
%Potencia y tensión deseadas en la carga
Pdeseada=input('Potencia deseada en la carga =');
Vdeseada=input('Tension deseada en la carga =');
%densidades de corriente maximas permitidas
dens1max=4;
dens2max=4;
%secciones iniciales
s10=1e-6;
s20=1e-6;
%incremento de sección deseado y de frecuencia en cada iteración
incl=1e-6;
inc2=1e-6;
incfreq=0.1;
%Rendimiento teórico deseado
rendimientodeseado=1;
%"ya" es una variable que indica que se ha encontrado las secciones
apropiadas en una combinación de espiras
ya=0;
while ya<1
for N1=1:maxN1
for N2=1:maxN2
seccion1(N1,N2)=s10;;
seccion2(N1,N2)=s20;;
seccioncorrecta=0;
ff(N1,N2)=1;
while seccioncorrecta<1
% iteración actual
A=[N1 N2]
%Cantidad de cobre
cantcobre1(N1,N2)=N1*2*(a1+b1)*seccion1(N1,N2);
cantcobre2(N1,N2)=N2*2*(a2+b2)*seccion2(N1,N2);
cobretotal(N1,N2)=cantcobre1(N1,N2)+cantcobre2(N1,N2);
copper(N1,N2)=cobretotal(N1,N2)*1e6*8.96/1000;
%radios equivalentes de primario y secundario
r01(N1,N2)=sqrt(N1*seccion1(N1,N2)/pi);
r02(N1,N2)=sqrt(N2*seccion2(N1,N2)/pi);
dp1=sqrt(a1^2+b1^2);
dp2=sqrt(a2^2+b2^2);
%Coeficientes de autoinducción y de induccion mutua
CALCULOINDUCTANCIAS(N1,N2);
%factor de acoplamiento
k(N1,N2)=M(N1,N2)/(sqrt(L1(N1,N2)*L2(N1,N2)));
%resistencias de las bobinas
R1(N1,N2)=(1/57)*N1*2*(b1+a1)/(seccion1(N1,N2)*1e6);
R2(N1,N2)=(1/57)*N2*2*(b2+a2)/(seccion2(N1,N2)*1e6);
%resistencia equivalente de carga
RL(N1,N2)=Vdeseada^2/Pdeseada;
%Frecuencia inicial de operación
ff(N1,N2)=1;
%variable intermedia para entrar en el bucle de cálculo de la potencia
transferida
Pcarga=1000000;
frecuencia=1000;
vale=0;
rendimientodeseado=1;
while vale<1
%frecuencia de operación
om0(N1,N2)=ff(N1,N2)*sqrt(R2(N1,N2)*RL(N1,N2)^2*M(N1,N2)^2+
R1(N1,N2)*R2(N1,N2)^2*L2(N1,N2)^2)/(L2(N1,N2)*M(N1,N2));
f0(N1,N2)=om0(N1,N2)/(2*pi);

```



```

%condensadores de acoplo
C2(N1,N2)=1/((L2(N1,N2))*(om0(N1,N2)^2));
C1(N1,N2)=(L2(N1,N2)^2*C2(N1,N2)/(L1(N1,N2)*L2(N1,N2)-
M(N1,N2)^2));
%impedancias compensadas
Z2f(N1,N2)=(R2(N1,N2)+i*L2(N1,N2)*om0(N1,N2))+RL(N1,N2)/(1+
i*RL(N1,N2)*C2(N1,N2)*om0(N1,N2));
Z1f(N1,N2)=R1(N1,N2)+j*(L1(N1,N2)*om0(N1,N2)-
(1/(C1(N1,N2)*om0(N1,N2))));
ZL(N1,N2)=RL(N1,N2);
KM(N1,N2)=(om0(N1,N2)*M(N1,N2))^2;
%impedancia total de secundario vista desde el primario
Z11(N1,N2)=Z1f(N1,N2)+KM(N1,N2)/(Z2f(N1,N2));
%intensidades de primario y secundario y densidades de
%corriente
I1(N1,N2)=abs(V1/Z11(N1,N2));

Is(N1,N2)=I1(N1,N2)*abs(i*om0(N1,N2)*M(N1,N2)/((R2(N1,N2)+i
*L2(N1,N2)*om0(N1,N2))+RL(N1,N2)/(1+i*RL(N1,N2)*C2(N1,N2)*
om0(N1,N2))));

I2(N1,N2)=Is(N1,N2)/abs(1+i*RL(N1,N2)*C2(N1,N2)*om0(N1,N2));
densiI1(N1,N2)=(I1(N1,N2)/seccion1(N1,N2))*1e-6;
densiI2(N1,N2)=(Is(N1,N2)/seccion2(N1,N2))*1e-6;
%potencia en la carga
PL(N1,N2)=RL(N1,N2)*(I2(N1,N2)^2);
Pabs(N1,N2)=PL(N1,N2)+R1(N1,N2)*I1(N1,N2)^2+R2(N1,N2)*Is(N1
,N2)^2;
VL(N1,N2)=I2(N1,N2)*ZL(N1,N2);
rend(N1,N2)=PL(N1,N2)/Pabs(N1,N2);
% tensión en los condensadores de acoplo de primario y
secundario
VC10(N1,N2)=I1(N1,N2)*(1/(C1(N1,N2)*om0(N1,N2)));
VC20(N1,N2)=VL(N1,N2);
%admitancia total de secundario vista desde primario
Y11(N1,N2)=1/Z11(N1,N2);
%rendimiento del sistema
rend(N1,N2)=PL(N1,N2)/((V1^2)*real(Y11(N1,N2)));
rend100(N1,N2)=100*rend(N1,N2);
Pcarga=PL(N1,N2);
%factor de acoplamiento entre primario y secundario
k(N1,N2)=M(N1,N2)/sqrt(L1(N1,N2)*L2(N1,N2));
frecuencia=f0(N1,N2);
Vcarga=VL(N1,N2);
% Calculo factor de diseño KD
Qp(N1,N2)=om0(N1,N2)*L1(N1,N2)*L2(N1,N2)^2/(RL(N1,N2)*M(N1,
N2)^2);
Qs(N1,N2)=RL(N1,N2)/(om0(N1,N2)*L2(N1,N2));
if Qp(N1,N2)>Qs(N1,N2)

    fun(N1,N2)=(1/(1+abs((log(Qp(N1,N2)/Qs(N1,N2))))))*1/(1+ab
s(log(fmax/f0(N1,N2))));
else
    fun(N1,N2)=0;
end
%Corrección de secciones
if densiI2(N1,N2)>4
    ff(N1,N2)=ff(N1,N2)+0.1;
end
if PL(N1,N2)>Pdeseada
    if seccion2(N1,N2)<2000e-6

```



```

mesh(1:maxN1,1:maxN2,VC10);
surf (VC10(1:maxN1,1:maxN2));
shading interp
xlabel('N2')
ylabel('N1')
zlabel('VC1[V]')
Title('Variación tensión condensador 1 con número de espiras')
figure(3)
mesh(1:maxN1,1:maxN2,VC20);
surf (VC20(1:maxN1,1:maxN2));
shading interp
xlabel('N2')
ylabel('N1')
zlabel('VC2[V]')
Title('Variación tensión condensador 2 con número de espiras')

figure(1)
mesh(1:maxN1,1:maxN2,rend100);
surf (rend100(1:maxN1,1:maxN2));
shading interp
xlabel('N2')
ylabel('N1')
zlabel('Rendimiento[%]')
Title('Variación rendimiento con número de espiras')
figure(2)
mesh(1:maxN1,1:maxN2,k);
surf (k(1:maxN1,1:maxN2));
shading interp
xlabel('N2')
ylabel('N1')
zlabel('Factor de Acoplamiento k')
Title('Variación factor acoplamiento con número de espiras')
figure(3)
mesh(1:maxN1,1:maxN2,fun);
surf (fun(1:maxN1,1:maxN2));
shading interp
xlabel('N2')
ylabel('N1')
zlabel('KD')
Title('Desing Factor "KD" for 200 kW-SP Topology')
disp('programa terminado')

```

### 3.3.3 Función: *BusquedaCombinaciones\_PS*

```

%Datos(SI)
%Tensión de alimentación
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.4;
%Dimensiones de las bobinas
a1=1.2;b1=1.2;a2=1.2;b2=1.2;
%posición relativa bobina 2 respecto de la 1
c=0;
e=0;
%Máximo número de iteraciones deseadas
maxN1=10;
maxN2=10;
%Frecuencia máxima de operación
fmax=20000;
%Potencia y tensión deseadas en la carga

```

```

Pdeseada=input('Potencia deseada en la carga =');
Vdeseada=input('Tension deseada en la carga =');
%densidades de corriente maximas permitidas
dens1max=4;
dens2max=4;
%secciones iniciales
s10=1e-6;
s20=1e-6;
%incremento de sección deseado y de frecuencia en cada iteración
incl1=1e-6;
inc2=1e-6;
incfreq=0.1;
%Rendimiento teórico deseado
rendimientodeseado=1;
%"ya" es una variable que indica que se ha encontrado las secciones
apropiadas en una combinación de espiras
ya=0;
while ya<1
for N1=1:maxN1
for N2=3:maxN2
seccion1(N1,N2)=s10;;
seccion2(N1,N2)=s20;;
seccioncorrecta=0;
ff(N1,N2)=1;
while seccioncorrecta<1
% iteración actual
A=[N1 N2]
%Cantidad de cobre
cantcobre1(N1,N2)=N1*2*(a1+b1)*seccion1(N1,N2);
cantcobre2(N1,N2)=N2*2*(a2+b2)*seccion2(N1,N2);
cobretotal(N1,N2)=cantcobre1(N1,N2)+cantcobre2(N1,N2);
copper(N1,N2)=cobretotal(N1,N2)*1e6*8.96/1000;
%radios equivalentes de primario y secundario
r01(N1,N2)=sqrt(N1*seccion1(N1,N2)/pi);
r02(N1,N2)=sqrt(N2*seccion2(N1,N2)/pi);
dp1=sqrt(a1^2+b1^2);
dp2=sqrt(a2^2+b2^2);
%Coeficientes de autoinducción y de induccion mutua
CALCULOINDUCTANCIAS(N1,N2);
%factor de acoplamiento
k(N1,N2)=M(N1,N2)/(sqrt(L1(N1,N2)*L2(N1,N2)));
%resistencias de las bobinas
R1(N1,N2)=(1/57)*N1*2*(b1+a1)/(seccion1(N1,N2)*1e6);
R2(N1,N2)=(1/57)*N2*2*(b2+a2)/(seccion2(N1,N2)*1e6);
%resistencia equivalente de carga
RL(N1,N2)=Vdeseada^2/Pdeseada;
%Frecuencia inicial de operación
ff(N1,N2)=1;
%variable intermedia para entrar en el bucle de cálculo de la potencia
transferida
Pcarga=1000000;
frecuencia=1000;
vale=0;
rendimientodeseado=1;

while Pcarga>Pdeseada & densidad1>=4
%frecuencia de operación

om0(N1,N2)=ff(N1,N2)*sqrt(R1(N1,N2)*(R2(N1,N2)+RL(N1,N2)))/
M(N1,N2);
f0(N1,N2)=om0(N1,N2)/(2*pi);

```

```

%condensadores de acoplo
C2(N1,N2)=1/((L2(N1,N2))*(om0(N1,N2)^2));

C1(N1,N2)=(L2(N1,N2)*C2(N1,N2))/(L1(N1,N2)+(M(N1,N2)^4/(L1(N1,N2)*L2(N1,N2)*C2(N1,N2)*RL(N1,N2)^2));
%impedancias compensadas

Z2f(N1,N2)=om0(N1,N2)^2*M(N1,N2)^2/((R2(N1,N2)+RL(N1,N2))+j*(L2(N1,N2)*om0(N1,N2)-(1/(C2(N1,N2)*om0(N1,N2))));
Z11(N1,N2)=(R1(N1,N2)+j*L1(N1,N2)*om0(N1,N2))+Z2f(N1,N2);
ZL(N1,N2)=RL(N1,N2);
%intensidades de primario y secundario

I1compleja(N1,N2)=(V1*(1+j*om0(N1,N2)*C1(N1,N2)*Z11(N1,N2))/Z11(N1,N2));

I1(N1,N2)=abs(V1*(1+j*om0(N1,N2)*C1(N1,N2)*Z11(N1,N2))/Z11(N1,N2));
Ipcompleja(N1,N2)=I1compleja(N1,N2)-(j*om0(N1,N2)*C1(N1,N2)*V1);
Ip(N1,N2)=abs(Ipcompleja(N1,N2));
Ic(N1,N2)=om0(N1,N2)*C1(N1,N2)*V1;
I2compleja(N1,N2)=Ipcompleja(N1,N2)*j*om0(N1,N2)*M(N1,N2)/((R2(N1,N2)+RL(N1,N2))+j*(L2(N1,N2)*om0(N1,N2)-(1/(C2(N1,N2)*om0(N1,N2))));
I2(N1,N2)=abs(I2compleja(N1,N2));
densiI1(N1,N2)=(Ip(N1,N2)/seccion1(N1,N2))*1e-6;
densiI2(N1,N2)=(I2(N1,N2)/seccion2(N1,N2))*1e-6;
%potencia en la carga
PL(N1,N2)=RL(N1,N2)*(I2(N1,N2)^2);
VL(N1,N2)=I2(N1,N2)*ZL(N1,N2);
% tensión en los condensadores de acoplo de primario y secundario
VC10(N1,N2)=V1;
VC20(N1,N2)=I2(N1,N2)*(1/(C2(N1,N2)*om0(N1,N2)));
%Potencia absorbida
Pabs(N1,N2)=PL(N1,N2)+R1(N1,N2)*Ip(N1,N2)^2+R2(N1,N2)*I2(N1,N2)^2;
%rendimiento del sistema
rend(N1,N2)=PL(N1,N2)/Pabs(N1,N2);
rend100(N1,N2)=rend(N1,N2)*100;
Pcarga=PL(N1,N2);
frecuencia=f0(N1,N2);
%factor de acoplamiento entre primario y secundario
FA(N1,N2)=M(N1,N2)/sqrt(L1(N1,N2)*L2(N1,N2));
productocobreFA(N1,N2)=cobretotal(N1,N2)*FA(N1,N2);
Qp(N1,N2)=L1(N1,N2)*RL(N1,N2)/(om0(N1,N2)*M(N1,N2)^2);
Qs(N1,N2)=om0(N1,N2)*L2(N1,N2)/RL(N1,N2);
relQ(N1,N2)=Qp(N1,N2)/Qs(N1,N2);

if Qp(N1,N2)>Qs(N1,N2)

    fun(N1,N2)=(1/(1+abs((log(Qp(N1,N2)/Qs(N1,N2))))))* (1/(1+abs(log(fmax /f0(N1,N2))));
else
    fun(N1,N2)=0;
end
ff(N1,N2)=ff(N1,N2)+1;
end

%Corrección de secciones

```

```

    if PL(N1,N2)<Pdeseada
        if seccion1(N1,N2)<2000e-6
            seccion1(N1,N2)=seccion1(N1,N2)+1e-6;
        else
            seccion1(N1,N2)=seccion1(N1,N2)+10e-6;
        end
        if rend(N1,N2)<0.95
            ff(N1,N2)=ff(N1,N2)+1;
        end
    end
    if densiI2(N1,N2)>4
        seccion2(N1,N2)=seccion2(N1,N2)+1e-6;
    end
    if densiI1(N1,N2)<=4 & densiI2(N1,N2)<=4
        seccioncorrecta=1;
    end
end
end
rendimientoencontrado=0;
while rendimientoencontrado<1
    for i1=1:maxN1
        for i2=1:maxN2
            if f0(i1,i2)< fmax & PL(i1,i2)>=0.95*Pdeseada &
PL(i1,i2)<1.05*Pdeseada & rend(i1,i2)>=rendimientodeseado & ya==0 &
Qp(i1,i2)>Qs(i1,i2)+1/Qs(i1,i2)
                disp('solución optima')
                opt=[i1 i2]
                f0(i1,i2)
                VC10(i1,i2)
                VC20(i1,i2)
                PL(i1,i2)
                rend(i1,i2)
                densidadI1=(Ip(i1,i2)/seccion1(i1,i2))*1e-6
                densidadI2=(I2(i1,i2)/seccion2(i1,i2))*1e-6
                ff(i1,i2)
                s1=seccion1(i1,i2)
                s2=seccion2(i1,i2)
                ya=1;
                rendimientoencontrado=1;
            end
        end
    end
    if rendimientoencontrado<1
        rendimientodeseado=rendimientodeseado-0.001;
    end
end
end
end
%Gráficas de las distintas variables
figure(1)
mesh(1:maxN1,1:maxN2,rend100);
surf (rend100(1:maxN1,1:maxN2));
shading interp
xlabel('N2')
ylabel('N1')
zlabel('Rendimiento[%]')
Title('Variación rendimiento con número de espiras')
figure(2)
mesh(1:maxN1,1:maxN2,k);
surf (k(1:maxN1,1:maxN2));
shading interp

```

```

xlabel('N2')
ylabel('N1')
zlabel('Factor de Acoplamiento k')
Title('Variación factor acoplamiento con número de espiras')
figure(3)
mesh(1:maxN1,1:maxN2,fun);
surf (fun(1:maxN1,1:maxN2));
shading interp
xlabel('N2')
ylabel('N1')
zlabel('KD')
Title('Desing Factor "KD" for 200 kW-PS Topology')

disp('programa terminado')

```

### 3.3.4 Función: *BusquedaCombinaciones\_PP*

```

%Datos(SI)
%Tensión de alimentación (armónico fundamental)
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.4;
%Dimensiones de las bobinas
a1=1.2;b1=1.2;a2=1.2;b2=1.2;
%posición relativa bobina 2 respecto de la 1
c=0;
e=0;
%Máximo número de iteraciones deseadas
maxN1=10;
maxN2=10;
%Frecuencia máxima de operación
fmax=20000;
%Potencia y tensión deseadas en la carga
Pdeseada=input('Potencia deseada en la carga =');
Vdeseada=input('Tension deseada en la carga =');
%densidades de corriente maximas permitidas
dens1max=4;
dens2max=4;
%secciones iniciales
s10=1e-6;
s20=1e-6;
%incremento de sección deseado y de frecuencia en cada iteración
incl=1e-6;
inc2=1e-6;
incfreq=0.1;
%Rendimiento teórico deseado
rendimientodeseado=1;
%"ya" es una variable que indica que se ha encontrado las secciones
apropiadas en una combinación de espiras
ya=0;
while ya<1
for N1=1:maxN1
for N2=1:maxN2
seccion1(N1,N2)=s10;
seccion2(N1,N2)=s20;
seccioncorrecta=0;
while seccioncorrecta<1
% iteración actual
A=[N1 N2]

```

```

%Cantidad de cobre
cantcobre1(N1,N2)=N1*2*(a1+b1)*seccion1(N1,N2);
cantcobre2(N1,N2)=N2*2*(a2+b2)*seccion2(N1,N2);
cobretotal(N1,N2)=cantcobre1(N1,N2)+cantcobre2(N1,N2);
copper(N1,N2)=cobretotal(N1,N2)*1e6*8.96/1000;

%radios equivalentes de primario y secundario
r01(N1,N2)=sqrt(N1*seccion1(N1,N2)/pi);
r02(N1,N2)=sqrt(N2*seccion2(N1,N2)/pi);
dp1=sqrt(a1^2+b1^2);
dp2=sqrt(a2^2+b2^2);

%Coeficientes de autoinducción y de inducción mutua
CALCULOINDUCTANCIAS(N1,N2);

%factor de acoplamiento
k(N1,N2)=M(N1,N2)/(sqrt(L1(N1,N2)*L2(N1,N2)));

%resistencias de las bobinas
R1(N1,N2)=(1/57)*N1*2*(b1+a1)/(seccion1(N1,N2)*1e6);
R2(N1,N2)=(1/57)*N2*2*(b2+a2)/(seccion2(N1,N2)*1e6);

%resistencia equivalente de carga
RL(N1,N2)=Vdeseada^2/Pdeseada;

%Frecuencia inicial de operación
ff(N1,N2)=1;

%variable intermedia para entrar en el bucle de cálculo de la
potencia transferida
Pcarga=2000000;

%Frecuencia inicial de operación
ff(N1,N2)=1;
while Pcarga>Pdeseada
    %frecuencia de tragajo
    om0(N1,N2)=ff(N1,N2)*sqrt(R2(N1,N2)*RL(N1,N2)^2*M(N1,N2)^2+
R1(N1,N2)*R2(N1,N2)^2*L2(N1,N2)^2)/(L2(N1,N2)*M(N1,N2));
    f0(N1,N2)=om0(N1,N2)/(2*pi);
    %condensadores de acoplo
    C2(N1,N2)=1/(L2(N1,N2)*(om0(N1,N2)^2));
    C1(N1,N2)=(L1(N1,N2)*L2(N1,N2)-
M(N1,N2)^2)*C2(N1,N2)*L2(N1,N2)^2)/((M(N1,N2)^4*C2(N1,N2)*R
L(N1,N2)^2/L2(N1,N2)+(L1(N1,N2)*L2(N1,N2)-M(N1,N2)^2)^2);
    %impedancias compensadas
    Z2f(N1,N2)=(om0(N1,N2)^2*M(N1,N2)^2)*((1+(j*RL(N1,N2)*C2(N1
,N2)*om0(N1,N2)))/(RL(N1,N2)+((R2(N1,N2)+j*L2(N1,N2)*om0(N1
,N2))*((1+j*RL(N1,N2)*C2(N1,N2)*om0(N1,N2))))));
    Z11(N1,N2)=(R1(N1,N2)+j*L1(N1,N2)*om0(N1,N2))+Z2f(N1,N2);
    ZL(N1,N2)=RL(N1,N2);
    %intensidades de primario y secundario y por el
condensadorde
    %primario
    I1compleja(N1,N2)=(V1*(1+j*om0(N1,N2)*C1(N1,N2)*Z11(N1,N2))
/Z11(N1,N2));
    I1(N1,N2)=abs(V1*(1+j*om0(N1,N2)*C1(N1,N2)*Z11(N1,N2))/Z11(
N1,N2));
    Ipcompleja(N1,N2)=I1compleja(N1,N2)-
(j*om0(N1,N2)*C1(N1,N2)*V1);
    Ip(N1,N2)=abs(Ipcompleja(N1,N2));
    Ic1(N1,N2)=om0(N1,N2)*C1(N1,N2)*V1;
    Iscompleja(N1,N2)=Ipcompleja(N1,N2)*(j*om0(N1,N2)*M(N1,N2))
*((1+j*RL(N1,N2)*C2(N1,N2)*om0(N1,N2))/(RL(N1,N2)+((R2(N1,N2)
+j*L2(N1,N2)*om0(N1,N2))*((1+j*RL(N1,N2)*C2(N1,N2)*om0(N1,
N2))))));
    Is(N1,N2)=abs(Iscompleja(N1,N2));
    I2compleja(N1,N2)=Iscompleja(N1,N2)/(1+j*RL(N1,N2)*C2(N1,N2)
)*om0(N1,N2));
    I2(N1,N2)=abs(I2compleja(N1,N2));

```



```

Ic2(N1,N2)=I2(N1,N2)*RL(N1,N2)*C2(N1,N2)*om0(N1,N2);
densiI1(N1,N2)=(Ip(N1,N2)/seccion1(N1,N2))*1e-6;
densiI2(N1,N2)=(Is(N1,N2)/seccion2(N1,N2))*1e-6;
densidad2=densiI2(N1,N2);
%potencia y tensión en la carga
PL(N1,N2)=RL(N1,N2)*(I2(N1,N2)^2);
VL(N1,N2)=I2(N1,N2)*ZL(N1,N2);
% tensión en los condensadores de acoplo de primario y
secundario
VC10(N1,N2)=V1;
VC20(N1,N2)=Ic2(N1,N2)*(1/(C2(N1,N2)*om0(N1,N2)));
%Potencia absorbida
Pabs(N1,N2)=PL(N1,N2)+R1(N1,N2)*Ip(N1,N2)^2+R2(N1,N2)*Is(N1,N2)^2;
%rendimiento del sistema
rend(N1,N2)=PL(N1,N2)/Pabs(N1,N2);
%Calculo factores de calidad

Qp(N1,N2)=om0(N1,N2)*L1(N1,N2)*L2(N1,N2)^2/(RL(N1,N2)*M(N1,N2)^2);
Qs(N1,N2)=RL(N1,N2)/(om0(N1,N2)*L2(N1,N2));
% Calculo factor de diseño KD
if Qp(N1,N2)>Qs(N1,N2)
    fun(N1,N2)=(1/(1+abs((log(Qp(N1,N2)/Qs(N1,N2))))))*(1/(1+abs(log(20000/f0(N1,N2))))));
else
    fun(N1,N2)=0;
end
% mientras la potencia en la carga sea mayor que la
deseada
% incrementa la frecuencia
ff(N1,N2)=ff(N1,N2)+incfreq;
end
%Una vez que la potencia en la carga es la correcta se corrige la
sección de las bobinas
%Comprobación densidad en bobina 1
if densiI1(N1,N2)>denslmax
    seccion1(N1,N2)=seccion1(N1,N2)+incl;
end
if densiI2(N1,N2)>4
    seccion2(N1,N2)=seccion2(N1,N2)+inc2;
end
%ajuste de la sección a la densidad de corriente deseada
if densiI2(N1,N2)<=4
    seccion2(N1,N2)=seccion2(N1,N2)-inc2;
end
%comprobación densidades correctas

if densiI1(N1,N2)<denslmax & densiI2(N1,N2)<=denslmax &
densiI2(N1,N2)>3.5
    seccioncorrecta=1;
end
end
end
end
%Busqueda de todas las soluciones posibles
rendimientoencontrado=0;
while rendimientoencontrado<1
for i1=1:maxN1
    for i2=1:maxN2

```

```

if f0(i1,i2)<fmax & PL(i1,i2)>=0.95*Pdeseada &
    PL(i1,i2)<1.1*Pdeseada & rend(i1,i2)>=rendimientodeseado &
    ya==0 & Qp(i1,i2)>Qs(i1,i2)
    disp('solución optima')
    opt=[i1 i2]
    f0(i1,i2)
    VC10(i1,i2)
    VC20(i1,i2)
    PL(i1,i2)
    rend(i1,i2)
    densidadI1=(Ip(i1,i2)/seccion1(i1,i2))*1e-6
    densidadI2=(Is(i1,i2)/seccion2(i1,i2))*1e-6
    ff(i1,i2)
    s1=seccion1(i1,i2)
    s2=seccion2(i1,i2)
    ya=1;
    rendimientoencontrado=1;
end
end
end
if rendimientoencontrado<1 & rendimientodeseado>0
    rendimientodeseado=rendimientodeseado-0.01;
end
end
end
end

```

### 3.3.5 Función: *BusquedaCombinaciones\_SPS*

```

%Datos(SI)
%Tensión de alimentación (armónico fundamental)
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.4;
%Dimensiones de las bobinas
a1=1.2;b1=1.2;a2=1.2;b2=1.2;
%posición relativa bobina 2 respecto de la 1
c=0;
e=0;
%Coeficiente de desacoplo deseado
KC=0.86;
%Máximo número de iteraciones deseadas
maxN1=10;
maxN2=10;
%Frecuencia máxima de operación
fmax=20000;
%Potencia y tensión deseadas en la carga
Pdeseada=input('Potencia deseada en la carga =');
Vdeseada=input('Tension deseada en la carga =');
%densidades de corriente maximas permitidas
dens1max=4;
dens2max=4;
%secciones iniciales
s10=1e-6;
s20=1e-6;
%incremento de sección deseado y de frecuencia en cada iteración
incl1=1e-6;
inc2=1e-6;
incfreq=0.1;
%Rendimiento teórico deseado
rendimientodeseado=1;

```

```

%"ya" es una variable que indica que se ha encontrado las secciones
apropiadas en una combinación de espiras
ya=0;
while ya<1
for N1=1:maxN1
for N2=1:maxN2
seccion1(N1,N2)=s10;
seccion2(N1,N2)=s20;
seccioncorrecta=0;
while seccioncorrecta<1
% iteración actual
A=[N1 N2]
%Cantidad de cobre
cantcobre1(N1,N2)=N1*2*(a1+b1)*seccion1(N1,N2);
cantcobre2(N1,N2)=N2*2*(a2+b2)*seccion2(N1,N2);
cobretotal(N1,N2)=cantcobre1(N1,N2)+cantcobre2(N1,N2);
copper(N1,N2)=cobretotal(N1,N2)*1e6*8.96/1000;
%radios equivalentes de primario y secundario
r01(N1,N2)=sqrt(N1*seccion1(N1,N2)/pi);
r02(N1,N2)=sqrt(N2*seccion2(N1,N2)/pi);
dp1=sqrt(a1^2+b1^2);
dp2=sqrt(a2^2+b2^2);
%Coeficientes de autoinducción y de inducción mutua
CALCULOINDUCTANCIAS(N1,N2);
%factor de acoplamiento
k(N1,N2)=M(N1,N2)/(sqrt(L1(N1,N2)*L2(N1,N2)));
%resistencias de las bobinas
R1(N1,N2)=(1/57)*N1*2*(b1+a1)/(seccion1(N1,N2)*1e6);
R2(N1,N2)=(1/57)*N2*2*(b2+a2)/(seccion2(N1,N2)*1e6);
%resistencia equivalente de carga
RL(N1,N2)=Vdeseada^2/Pdeseada;
%Frecuencia inicial de operación
ff(N1,N2)=1;
%variable intermedia para entrar en el bucle de cálculo de la
potencia transferida
Pcarga=2000000;
%Frecuencia inicial de operación
ff(N1,N2)=1;
while Pcarga>Pdeseada
om0(N1,N2)=(ff(N1,N2)*sqrt(R1(N1,N2)*(R2(N1,N2)+RL(N1,N2))))
)/M(N1,N2);
f0(N1,N2)=om0(N1,N2)/(2*pi);
%condensadores de acoplo
C2(N1,N2)=1/((L2(N1,N2))*(om0(N1,N2)^2));
C3(N1,N2)=KC*(L2(N1,N2)*C2(N1,N2))/(L1(N1,N2)+(M(N1,N2)^4/(
L1(N1,N2)*L2(N1,N2)*C2(N1,N2)*RL(N1,N2)^2));
Z2f(N1,N2)=R2(N1,N2)+j*(L2(N1,N2)*om0(N1,N2)-
1/(C2(N1,N2)*om0(N1,N2)));
Z1f(N1,N2)=R1(N1,N2)+j*L1(N1,N2)*om0(N1,N2);
ZL(N1,N2)=RL(N1,N2);
%cálculo de la potencia en la carga
KM(N1,N2)=(om0(N1,N2)*M(N1,N2))^2;
%impedancia total de secundario vista desde el primario
Z11(N1,N2)=Z1f(N1,N2)+KM(N1,N2)/(Z2f(N1,N2)+ZL(N1,N2));
ZTPS(N1,N2)=(Z11(N1,N2)/(1+Z11(N1,N2)*j*om0(N1,N2)*C3(N1,N2)
));
imagZTPS(N1,N2)=imag(ZTPS(N1,N2));
C1(N1,N2)=1/(imagZTPS(N1,N2)*om0(N1,N2));
ZT(N1,N2)=(Z11(N1,N2)/(1+Z11(N1,N2)*j*om0(N1,N2)*C3(N1,N2)
)+1/(j*om0(N1,N2)*C1(N1,N2)));
%intensidades de primario y secundario

```

```

A2(N1,N2)=-atan(imag(ZT(N1,N2))/real(ZT(N1,N2)));
A2grados(N1,N2)=A2(N1,N2)*360/(2*pi);
A2redondeado(N1,N2)=round(A2grados(N1,N2));
I1(N1,N2)=V1/ZT(N1,N2);
Vp(N1,N2)=V1-I1(N1,N2)*(1/(j*om0(N1,N2)*C1(N1,N2)));
Ic3(N1,N2)=Vp(N1,N2)*j*om0(N1,N2)*C3(N1,N2);
Ip(N1,N2)=I1(N1,N2)-Ic3(N1,N2);
I2(N1,N2)=Ip(N1,N2)*j*om0(N1,N2)*M(N1,N2)/(Z2f(N1,N2)+ZL(N1,N2));
densiI1(N1,N2)=(abs(Ip(N1,N2))/seccion1(N1,N2))*1e-6;
densiI2(N1,N2)=(abs(I2(N1,N2))/seccion2(N1,N2))*1e-6;
%potencia en la carga
PL(N1,N2)=RL(N1,N2)*(abs(I2(N1,N2))^2);
VL(N1,N2)=I2(N1,N2)*ZL(N1,N2);
% tensión en los condensadores de acoplo de primario y secundario
VC10(N1,N2)=I1(N1,N2)*(1/(j*C1(N1,N2)*om0(N1,N2)));
VC20(N1,N2)=I2(N1,N2)*(1/(j*C2(N1,N2)*om0(N1,N2)));
%admitancia total de secundario vista desde primario
Y11(N1,N2)=1/Z11(N1,N2);
%rendimiento del sistema
Pcarga=PL(N1,N2);
P1(N1,N2)=real(V1*I1(N1,N2));
rend(N1,N2)=PL(N1,N2)/P1(N1,N2);
frecuencia=f0(N1,N2);
%factor de acoplamiento entre primario y secundario
FA(N1,N2)=M(N1,N2)/sqrt(L1(N1,N2)*L2(N1,N2));
ff(N1,N2)=ff(N1,N2)+0.05;
%Factores de calidad
Qp(N1,N2)=L1(N1,N2)*RL(N1,N2)/(om0(N1,N2)*M(N1,N2)^2);
Qs(N1,N2)=om0(N1,N2)*L2(N1,N2)/RL(N1,N2);
if Qp(N1,N2)>Qs(N1,N2)
    fun(N1,N2)=(1/(1+abs((log(Qp(N1,N2)/Qs(N1,N2))))))* (1/(1+abs(log(20000/f0(N1,N2))))) );
    relQ(N1,N2)=1;
else
    fun(N1,N2)=0*(1/(1+abs((log(Qp(N1,N2)/Qs(N1,N2))))))* (1/(1+abs(log(20000/f0(N1,N2))))) );
    relQ(N1,N2)=0;
end
end
if densiI1(N1,N2)>4
    if seccion1(N1,N2)<2000e-6
        seccion1(N1,N2)=seccion1(N1,N2)+1e-6;
    else
        seccion1(N1,N2)=seccion1(N1,N2)+1e-6;
    end
end
if densiI2(N1,N2)>4
    seccion2(N1,N2)=seccion2(N1,N2)+1e-6;
end
if A2redondeado(N1,N2)<-1
    ff(N1,N2)=ff(N1,N2)+0.05;
end
if densiI1(N1,N2)<4 & densiI2(N1,N2)<4
    seccioncorrecta=1;
end
end
end
end
end

```

```

rendimientoencontrado=0;
while rendimientoencontrado<1
for i1=1:maxN1
    for i2=1:maxN2
        if f0(i1,i2)<20300 & PL(i1,i2)>=0.98*Pdeseada &
            PL(i1,i2)<1.01*Pdeseada & densiI1(i1,i2)>3 &
            densiI1(i1,i2)<=4 & densiI2(i1,i2)>3 & densiI2(i1,i2)<=4 &
            rend(i1,i2)>=rendimientodeseado & ya==0 &
            Qp(i1,i2)>(4*Qs(i1,i2)^3/(4*Qs(i1,i2)^2-1))
            disp('solución optima')
            opt=[i1 i2]
            f0(i1,i2)
            VC10(i1,i2)
            VC20(i1,i2)
            PL(i1,i2)
            rend(i1,i2)
            densidadI1=(abs(Ip(i1,i2))/seccion1(i1,i2))*1e-6
            densidadI2=(abs(I2(i1,i2))/seccion2(i1,i2))*1e-6
            ff(i1,i2)
            s1=seccion1(i1,i2)
            s2=seccion2(i1,i2)
            ya=1;
            rendimientoencontrado=1;
            fun(i1,i2)
        end
    end
end
if rendimientoencontrado<1
    rendimientodeseado=rendimientodeseado-0.01;
end
end
end
end

```

### 3.4 Función para el análisis del comportamiento frente a variación de la carga

A partir de los valores óptimos obtenidos con las funciones del apartado 3.3, se modifica la carga en un cierto rango y se visualiza el comportamiento de las variables.

#### 3.4.1 Función VARIARCARGA\_SS

```

%Función de variación de la carga_compensación SS
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=0.6;a2=0.6;b2=0.6;s1=10e-6;s2=10e-6;ff=12.98;
N1=18;N2=18;
%CARGA NOMINAL
RL=V1^2/Pdeseada;
obtenida=0;
if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
    c=0;
    e=0;
end

```

```

%RADIOS EQUIVALENTES
    r01=sqrt(N1*s1/pi);
    r02=sqrt(N2*s2/pi);
%CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
    CALCULOINDUCTANCIAS;
%CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
    TOPOLOGIA_SS(datos);
end
%Función de variación de la carga_compensación SS para modelo de 20 kW
%NOMINAL
obtenida=1;
for p=1:500
    carga(p)=0.02*p*RL
    Z2f(p)=R2+j*(L2*om0-1/(C2*om0));
    Z1f(p)=R1+j*(L1*om0-1/(C1*om0));
    KM=(om0*Mn)^2;
    Z11(p)=Z1f(p)+KM/(Z2f(p)+carga(p));
    I1(p)=abs(V1/Z11(p))
    I2(p)=I1(p)*om0*Mn/(abs(Z2f(p)+carga(p)))
    PL(p)=carga(p)*(I2(p)^2);
    P1(p)=PL(p)+R1*I1(p)^2+R2*I2(p)^2;
    rend(p)=PL(p)/P1(p);
    VC1(p)=I1(p)*(1/(C1*om0))
    VC2(p)=I2(p)*(1/(C2*om0))
    VL(p)=carga(p)*I2(p)
    variacioncarga(p)=(carga(p)/RL)*100;
end
%VISUALIZACIÓN DE VAIABLES EN P.U.
figure(9)
plot(variacioncarga,VL/VLn,'black')
axis('auto')
xlabel('carga [% de carga nominal]')
ylabel('VL/VLn')
grid on
figure(10)
plot(variacioncarga,I2/I2n,'red')
axis('auto')
xlabel('carga [% de carga nominal]')
ylabel('I2/I2n')
grid on
figure(11)
plot(variacioncarga,I1/I1n,'blue')
axis('auto')
xlabel('carga [% de carga nominal]')
ylabel('I1/I1n')
grid on
figure(15)
plot(variacioncarga,VC1/VC1n,'blue')
axis('auto')
xlabel('carga [% de carga nominal]')
ylabel('VC1/VC1n')
grid on
figure(12)
plot(variacioncarga,VC2/VC2n,'blue')
axis('auto')
xlabel('carga [% de carga nominal]')
ylabel('VC2/VC2n')
grid on

```

### 3.4.2 Función VARIARCARGA\_SP

```

%Función de variación de la carga_compensación SP para modelo de 20 kW
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=0.6;a2=0.6;b2=0.6;s1=10e-6;s2=50e-6;ff=3.4
N1=18;N2=3;
RL=V1^2/20000;
%radios equivalentes
obtenida=0;
if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
    c=0;
    e=0;
    %RADIOS EQUIVALENTES
    r01=sqrt(N1*s1/pi);
    r02=sqrt(N2*s2/pi);
    %CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
    CALCULOINDUCTANCIAS;
    %CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
    TOPOLOGIA_SP(datos);
end
%VARIACIÓN DE LA RESISTENCIA DE CARGA ENTRE EL 2 % HASTA EL 1000 % DE
LA
%NOMINAL
obtenida=1;
for p=1:1000
    carga(p)=0.02*p*RL
    Z2f(p)=(R2+i*L2*om0)+carga(p)/(1+i*carga(p)*C2*om0);
    Z1f(p)=R1+j*(L1*om0-(1/(C1*om0)));
    KM=(om0*M)^2;
    Z11(p)=Z1f(p)+KM/(Z2f(p));
    I1(p)=abs(V1/Z11(p));
    Is(p)=I1(p)*abs(i*om0*M/((R2+i*L2*om0)+(carga(p)/
    (1+i*carga(p)*C2*om0))))
    I2(p)=Is(p)/abs(1+i*carga(p)*C2*om0);
    A2(p)=-atan(imag(Z11(p))/real(Z11(p)));
    A2grados(p)=A2(p)*360/(2*pi);
    A2redondeado(p)=round(A2grados(p));
    VC1(p)=I1(p)*(1/(C1*om0))
    VC2(p)=carga(p)*I2(p)
    VL(p)=VC2(p);
    Ic2(p)=om0*C2*VL(p)
    PL(p)=carga(p)*(I2(p)^2)
    Pabs(p)=PL(p)+R1*I1(p)^2+R2*Is(p)^2
    rend(p)=PL(p)/Pabs(p)
    VL(p)=VC2(p);
    variacioncarga(p)=(carga(p)/RL)*100;
end

```

### 3.4.3 Función VARIARCARGA\_PS

```

%Función de variación de la carga_compensación PS para modelo de 20 kW
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas

```

```

h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=0.6;a2=0.6;b2=0.6;s1=62e-6;s2=10e-6;ff=13;
N1=3;N2=18;
RL=V1^2/Pdeseada;
%radios equivalentes
obtenida=0;
if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
    c=0;
    e=0;
    %RADIOS EQUIVALENTES
    r01=sqrt(N1*s1/pi);
    r02=sqrt(N2*s2/pi);
    %CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
    CALCULOINDUCTANCIAS;
    %CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
    TOPOLOGIA_SS(datos);
end
%VARIACIÓN DE LA RESISTENCIA DE CARGA ENTRE EL 2 % HASTA EL 1000 % DE
LA
%NOMINAL
obtenida=1;
for p=1:500
    carga(p)=0.02*p*RL
    Z2f(p)=om0^2*M^2/((R2+carga(p))+j*(L2*om0-(1/(C2*om0))));
    Z11(p)=(R1+j*L1*om0)+Z2f(p);
    I1compleja(p)=(V1*(1+j*om0*C1*Z11(p))/Z11(p));
    I1(p)=abs(V1*(1+j*om0*C1*Z11(p))/Z11(p));
    Ipcompleja(p)=I1compleja(p)-(j*om0*C1*V1);
    Ip(p)=abs(Ipcompleja(p));
    Ic(p)=om0*C1*V1;
    I2compleja(p)=Ipcompleja(p)*j*om0*M/((R2+carga(p))+j*(L2*om0-
(1/(C2*om0))));
    I2(p)=abs(I2compleja(p));
    Ztotal(p)=V1/I1compleja(p);
    A2(p)=-atan(imag(Ztotal(p))/real(Ztotal(p)));
    A2grados(p)=A2(p)*360/(2*pi);
    PL(p)=carga(p)*(I2(p)^2);
    Pabs(p)=PL(p)+R1*Ip(p)^2+R2*I2(p)^2;
    rend(p)=PL(p)/Pabs(p);
    VC1(p)=V1;
    VC2(p)=I2(p)/(C2*om0);
    VL(p)=carga(p)*I2(p);
    variacioncarga(p)=(carga(p)/RL)*100;
end

```

### 3.4.4 Función VARIARCARGA\_PP

```

%Función de variación de la carga_compensación PP para modelo de 20 kW
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=0.6;a2=0.6;b2=0.6;s1=59e-6;s2=56e-6;ff=3.58;
N1=3;N2=3;
RL=V1^2/Pdeseada;
%radios equivalentes
obtenida=0;

```



```

if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
        c=0;
        e=0;
    %RADIOS EQUIVALENTES
        r01=sqrt(N1*s1/pi);
        r02=sqrt(N2*s2/pi);
    %CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
        CALCULOINDUCTANCIAS;
    %CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
        TOPOLOGIA_PP(datos);
end
%VARIACIÓN DE LA RESISTENCIA DE CARGA ENTRE EL 2 % HASTA EL 1000 % DE
LA
%NOMINAL
obtenida=1;
for p=1:500
    carga(p)=0.02*p*RL
    Z2f(p)=(om0^2*M^2)*((1+(j*carga(p)*C2*om0))/(carga(p)+((R2+j*L2*
om)
    *(1+j*carga(p)*C2*om0)))));
    A2(p)=atan(imag(Z2f(p))/real(Z2f(p)));
    A2grados(p)=A2(p)*360/(2*pi);
    A2redondeado(p)=round(A2grados(p));
    Z11(p)=(R1+j*L1*om0)+Z2f(p);
    I1compleja(p)=(V1*(1+j*om0*C1*Z11(p))/Z11(p));
    I1(p)=abs(V1*(1+j*om0*C1*Z11(p))/Z11(p));
    Ztotal(p)=V1/I1compleja(p);
    Ipcompleja(p)=I1compleja(p)-(j*om0*C1*V1);
    Ip(p)=abs(Ipcompleja(p));
    Ic1(p)=om0*C1*V1;
    Iscompleja(p)=Ipcompleja(p)*(j*om0*M)*((1+j*carga(p)*C2*om0)/(ca
rga
    (p)+((R2+j*L2*om0)*(1+j*carga(p)*C2*om0)))));
    Is(p)=abs(Iscompleja(p));
    I2compleja(p)=Iscompleja(p)/(1+j*carga(p)*C2*om0);
    I2(p)=abs(I2compleja(p));
    Ic2(p)=I2(p)*carga(p)*C2*om0;
    PL(p)=carga(p)*(I2(p)^2);
    Pabs(p)=PL(p)+R1*Ip(p)^2+R2*Is(p)^2;
    rend(p)=PL(p)/Pabs(p);
    VC1(p)=V1;
    VC2(p)=Ic2(p)/(C2*om0);
    VL(p)=carga(p)*I2(p);
    variacioncarga(p)=(carga(p)/RL)*100;
end

```

### 3.4.5 Función VARIARCARGA\_SPS

```

%Función de variación de la carga_compensación PP para modelo de 20 kW
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
s1=51e-6;s2=10e-6;ff=11.33;
N1=3;N2=20;
RL=V1^2/Pdeseada;
%radios equivalentes
obtenida=0;
if obtenida<1

```

```

%POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
    c=0;
    e=0;
%RADIOS EQUIVALENTES
    r01=sqrt(N1*s1/pi);
    r02=sqrt(N2*s2/pi);
%CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
    CALCULOINDUCTANCIAS;
%CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
    TOPOLOGIA_SPS(datos);
end
%VARIACIÓN DE LA RESISTENCIA DE CARGA ENTRE EL 2 % HASTA EL 1000 % DE
LA
%NOMINAL
obtenida=1;
for p=1:500
    carga(p)=0.02*p*RL
    Z2f(p)=R2+j*(L2*om0-1/(C2*om0));
    Z1f(p)=R1+j*(L1*om0);
%potencia en la carga
    KM=(om0*M)^2;
    Z11(p)=Z1f(p)+KM/(Z2f(p)+carga(p));
    ZT(p)=(Z11(p)/(1+Z11(p)*j*om0*C3))+1/(j*om0*C1)
    A2(p)=-atan(imag(ZT(p))/real(ZT(p)));
    A2grados(p)=A2(p)*360/(2*pi);
    A2redondeado(p)=round(A2grados(p));
    I1(p)=V1/ZT(p);
    modI1(p)=abs(I1(p));
    Vp(p)=V1-I1(p)*(1/(j*om0*C1));
    Ic3(p)=Vp(p)*j*om0*C3;
    modIc3(p)=abs(Ic3(p));
    Ip(p)=I1(p)-Ic3(p);
    modIp(p)=abs(Ip(p));
    I2(p)=Ip(p)*j*om0*M/(Z2f(p)+carga(p));
    modI2(p)=abs(I2(p));
    PL(p)=carga(p)*(modI2(p)^2);
    P1(p)=real(V1*I1(p))
    rend(p)=PL(p)/P1(p);
%rendimiento
    VC1(p)=abs(I1(p)*(1/(j*C1*om0)))
    VC2(p)=abs(I2(p)*(1/(j*C2*om0)))
    VL(p)=carga(p)*modI2(p);
    variacioncarga(p)=(carga(p)/RL)*100;
end

```

### 3.5 Función para el análisis del comportamiento frente a variación de la distancia

#### 3.5.1 Función *CALCULO\_M(p)* para obtención del coeficiente *M* en cada iteración “p”

```
global datos p
```

```

M1(p)=N1*N2*1e-7*((a1-a2-c)*log(((a1-a2-
c)+sqrt(distancia(p)^2+(e-    b1)^2+(a1-a2-c)^2)))/((a1-a2-
c)+sqrt(distancia(p)^2+e^2+(a1-a2-  c)^2)))+(a1-c)*log(((a1-

```

```

c)+sqrt(distancia(p)^2+e^2+(a1-c)^2))/((a1-
c)+sqrt(distancia(p)^2+(e-b1)^2+(a1-c)^2)))));
M2(p)=N1*N2*1e-7*((c*log(((c)+sqrt(distancia(p)^2+e^2+c^2))/((-
c)+sqrt(distancia(p)^2+c^2+(e-b1)^2)))))+(a2+c)*log(((a2-
c)+sqrt(distancia(p)^2+(e-b1)^2+(a2+c)^2))/((-a2-
c)+sqrt(distancia(p)^2+(a2+c)^2+e^2)))));
M3(p)=N1*N2*1e-7*(sqrt(distancia(p)^2+e^2+(a1-a2-c)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+e^2+(a1-c)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+e^2+(a2+c)^2)+sqrt(distancia(p)^2+e^2+c^2)+s
qrt(distancia(p)^2+(e-b1)^2+(a1-c)^2)-sqrt(distancia(p)^2+(e-
b1)^2+(a1-a2-c)^2)+sqrt(distancia(p)^2+(e-b1)^2+(a2+c)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+(e-b1)^2+c^2));

```

```

M11(p)=N1*N2*1e-7*((a1-a2-c)*log(((a1-a2-
c)+sqrt(distancia(p)^2+(e+b2-b1)^2+(a1-a2-c)^2))/((a1-a2-
c)+sqrt(distancia(p)^2+(b2+e)^2+(a1-a2-c)^2)))+(a1-c)*log(((a1-
c)+sqrt(distancia(p)^2+(b2+e)^2+(a1-c)^2))/((a1-
c)+sqrt(distancia(p)^2+(e+b2-b1)^2+(a1-c)^2)))));
M21(p)=N1*N2*1e-7*((c*log(((c)+sqrt(distancia(p)^2+(b2+e)^2+c^2))/((-c)
+sqrt(distancia(p)^2+c^2+(e+b2-b1)^2)))))+(a2+c)*log(((a2-
c)+sqrt(distancia(p)^2+(e+b2-b1)^2+(a2+c)^2))/((-a2-
c)+sqrt(distancia(p)^2+(a2+c)^2+(b2+e)^2)))));
M31(p)=N1*N2*1e-7*(sqrt(distancia(p)^2+(b2+e)^2+(a1-a2-c)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+(b2+e)^2+(a1-c)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+(b2+e)^2+(a2+c)^2)+sqrt(distancia(p)^2+(b2+e
)^2+c^2)+sqrt(distancia(p)^2+(e+b2-b1)^2+(a1-c)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+(e+b2-b1)^2+(a1-a2-
c)^2)+sqrt(distancia(p)^2+(e+b2-b1)^2+(a2+c)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+(e+b2-b1)^2+c^2));
Mh(p)=(M1(p)-M11(p)+M2(p)-M21(p)+M3(p)-M31(p));

```

%M tramos verticales

```

M4(p)=N1*N2*1e-7*((b1-b2-e)*log(((b1-b2-
e)+sqrt(distancia(p)^2+(c-a1)^2+(b1-b2-e)^2))/((b1-b2-
e)+sqrt(distancia(p)^2+c^2+(b1-b2-e)^2)))+(b1-e)*log(((b1-
e)+sqrt(distancia(p)^2+c^2+(b1-e)^2))/((b1-
e)+sqrt(distancia(p)^2+(c-a1)^2+(b1-e)^2)))));
M5(p)=N1*N2*1e-7*((e*log(((e)+sqrt(distancia(p)^2+c^2+e^2))/((-
e)+sqrt(distancia(p)^2+e^2+(c-a1)^2)))))+(b2+e)*log(((b2-
e)+sqrt(distancia(p)^2+(c-a1)^2+(b2+e)^2))/((-b2-
e)+sqrt(distancia(p)^2+(b2+e)^2+c^2)))));
M6(p)=N1*N2*1e-7*(sqrt(distancia(p)^2+c^2+(b1-b2-e)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+c^2+(b1-e)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+c^2+(b2+e)^2)+sqrt(distancia(p)^2+c^2+e^2)+s
qrt(distancia(p)^2+(c-a1)^2+(b1-e)^2)-sqrt(distancia(p)^2+(c-
a1)^2+(b1-b2-e)^2)+sqrt(distancia(p)^2+(c-a1)^2+(b2+e)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+(c-a1)^2+e^2));
M41(p)=N1*N2*1e-7*((b1-b2-e)*log(((b1-b2-
e)+sqrt(distancia(p)^2+(c+a2-a1)^2+(b1-b2-e)^2))/((b1-b2-
e)+sqrt(distancia(p)^2+(c+a2)^2+(b1-b2-e)^2)))+(b1-e)*log(((b1-
e)+sqrt(distancia(p)^2+(c+a2)^2+(b1-e)^2))/((b1-
e)+sqrt(distancia(p)^2+(c+a2-a1)^2+(b1-e)^2)))));
M51(p)=N1*N2*1e-7*((e*log(((e)+sqrt(distancia(p)^2+(c+a2)^2+e^2))/((-
e)+sqrt(distancia(p)^2+e^2+(c+a2-a1)^2)))))+(b2+e)*log(((b2-
e)+sqrt(distancia(p)^2+(c+a2-a1)^2+(b2+e)^2))/((-b2-
e)+sqrt(distancia(p)^2+(b2+e)^2+(c+a2)^2)))));
M61(p)=N1*N2*1e-7*(sqrt(distancia(p)^2+(c+a2)^2+(b1-b2-e)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+(c+a2)^2+(b1-e)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+(c+a2)^2+(b2+e)^2)+sqrt(distancia(p)^2+(c+a2

```

```

)^2+e^2)+sqrt(distancia(p)^2+(c+a2-a1)^2+(b1-e)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+(c+a2-a1)^2+(b1-b2-
e)^2)+sqrt(distancia(p)^2+(c+a2-a1)^2+(b2+e)^2)-
sqrt(distancia(p)^2+(c+a2-a1)^2+e^2));
Mv(p)=(M4(p)-M41(p)+M5(p)-M51(p)+M6(p)-M61(p));%Coeficiente de
inducción mutua definitivo
M(p)=(Mh(p)+Mv(p));
end

```

### 3.5.2 Función VARIARDISTANCIA\_SS

```

%Función de variación de la carga_compensación SS
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=0.6;a2=0.6;b2=0.6;s1=10e-6;s2=10e-6;ff=12.98;
N1=18;N2=18;
%CARGA NOMINAL
RL=V1^2/Pdeseada;
obtenida=0;
if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
    c=0;
    e=0;
    %RADIOS EQUIVALENTES
    r01=sqrt(N1*s1/pi);
    r02=sqrt(N2*s2/pi);
    %CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
    CALCULOINDUCTANCIAS;
    %CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
    TOPOLOGIA_SS(datos);
end
obtenida=1;
for p=1:500
    distancia(p)=(0.02*p)*h;
    relaciondistancia(p)=distancia(p)/h;
    %Variación de M con la distancia
    CALCULO_M(p);
    %Factor de acoplamiento
    k(p)=M(p)/(sqrt(L1*L2));
    Z2f(p)=R2+j*(L2*om0-1/(C2*om0));
    Z1f(p)=R1+j*(L1*om0-1/(C1*om0));
    %potencia en la carga
    KM(p)=(om0*M(p))^2;
    Z11(p)=Z1f(p)+KM(p)/(Z2f(p)+RL);
    A2(p)=-atan(imag(Z11(p))/real(Z11(p)));
    A2grados(p)=A2(p)*360/(2*pi);
    A2redondeado(p)=round(A2grados(p));
    I1(p)=abs(V1/Z11(p));
    I2(p)=I1(p)*om0*M(p)/(abs(Z2f(p)+RL));
    PL(p)=RL*(I2(p)^2);
    P1(p)=V1^2/real(Z11(p));
    %rendimiento
    rend(p)=PL(p)/((V1^2)*real(1/Z11(p)));
    VC1(p)=I1(p)*(1/(C1*om0));
    VC2(p)=I2(p)*(1/(C2*om0));
    VL(p)=RL*I2(p);
end

```

### 3.5.3 Función VARIARDISTANCIA\_SP

```

%Función de variación de la carga_compensación SS
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=0.6;a2=0.6;b2=0.6;
s1=10e-6;s2=50e-6;ff=3.4
N1=18;N2=3;
%CARGA NOMINAL
RL=V1^2/Pdeseada;
obtenida=0;
if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
        c=0;
        e=0;
    %RADIOS EQUIVALENTES
        r01=sqrt(N1*s1/pi);
        r02=sqrt(N2*s2/pi);
    %CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
        CALCULOINDUCTANCIAS;
    %CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
        TOPOLOGIA_SP(datos);
end
obtenida=1;
for p=1:500
    distancia(p)=(0.02*p)*h;
    relaciondistancia(p)=distancia(p)/h;
%Variación de M con la distancia
    CALCULO_M(p);
%Factor de acoplamiento
    k(p)=M(p)/(sqrt(L1*L2))
    Z2f(p)=(R2+i*L2*om0)+RL/(1+i*RL*C2*om0);
    Z1f(p)=R1+j*(L1*om0-(1/(C1*om0)));
%potencia en la carga
    KM(p)=(om0*M(p))^2;
    Z11(p)=Z1f(p)+KM(p)/(Z2f(p));
    A2(p)=-atan(imag(Z11(p))/real(Z11(p)));
    A2grados(p)=A2(p)*360/(2*pi);
    A2redondeado(p)=round(A2grados(p));
    I1(p)=abs(V1/Z11(p))
    Is(p)=I1(p)*abs(i*om0*M(p)/((R2+i*L2*om0)+(RL/(1+i*RL*C2*om0))))
    I2(p)=Is(p)/abs(1+i*RL*C2*om0)
    VC1(p)=I1(p)*(1/(C1*om0))
    VC2(p)=RL*I2(p)
    VL(p)=VC2(p);
    Ic2(p)=om0*C2*VL(p)
    PL(p)=RL*(I2(p)^2)
    P1(p)=PL(p)+R1*I1(p)^2+R2*Is(p)^2
    rend(p)=PL(p)/P1(p)
    VL(p)=VC2(p)
end

```

### 3.5.4 Función VARIARDISTANCIA\_PS

```

%Función de variación de la carga_compensación PS
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=0.6;a2=0.6;b2=0.6;
s1=62e-6;s2=10e-6;ff=13;
N1=3;N2=18;
%CARGA NOMINAL
RL=V1^2/Pdeseada;
obtenida=0;
if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
        c=0;
        e=0;
    %RADIOS EQUIVALENTES
        r01=sqrt(N1*s1/pi);
        r02=sqrt(N2*s2/pi);
    %CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
        CALCULOINDUCTANCIAS;
    %CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
        TOPOLOGIA_SP(datos);
end
obtenida=1;
for p=1:500
    distancia(p)=(0.02*p)*h;
    relaciondistancia(p)=distancia(p)/h;
%Variación de M con la distancia
    CALCULO_M(p);
%Factor de acoplamiento
    k(p)=M(p)/(sqrt(L1*L2))
    Z2f(p)=om0^2*M(p)^2/((R2+RL)+j*(L2*om0-(1/(C2*om0))));
%potencia en la carga
    Z11(p)=(R1+j*L1*om0)+Z2f(p);
    I1compleja(p)=(V1*(1+j*om0*C1*Z11(p)))/Z11(p);
    I1(p)=abs(V1*(1+j*om0*C1*Z11(p)))/Z11(p);
    Ipcompleja(p)=I1compleja(p)-(j*om0*C1*V1);
    Ip(p)=abs(Ipcompleja(p))
    Ic(p)=om0*C1*V1
    I2compleja(p)=Ipcompleja(p)*j*om0*M(p)/((R2+RL)+(j*(L2*om0-
        (1/(C2*om0))));
    I2(p)=abs(I2compleja(p))
    Ztotal(p)=V1/I1compleja(p);
    A2(p)=-atan(imag(Ztotal(p))/real(Ztotal(p)));
    A2grados(p)=A2(p)*360/(2*pi);
    A2redondeado(p)=round(A2grados(p));
%Iss=I2*abs(1+j*RL*C2*om0)
    PL(p)=RL*(I2(p)^2)
    P1(p)=PL(p)+R1*Ip(p)^2+R2*I2(p)^2
    %Pabs1=V1^2/(real(Z11))
    %rendimiento
    rend(p)=PL(p)/P1(p)
    VC1(p)=V1
    VC2(p)=I2(p)/(C2*om0)
    VL(p)=RL*I2(p)
end

```

### 3.5.5 Función VARIARDISTANCIA\_PP

```

%Función de variación de la carga_compensación PP
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=0.6;a2=0.6;b2=0.6;
s1=59e-6;s2=56e-6;mu1=1;mu2=1;ff=3.58;
N1=3;N2=3;
%CARGA NOMINAL
RL=V1^2/Pdeseada;
obtenida=0;
if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
        c=0;
        e=0;
    %RADIOS EQUIVALENTES
        r01=sqrt(N1*s1/pi);
        r02=sqrt(N2*s2/pi);
    %CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
        CALCULOINDUCTANCIAS;
    %CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
        TOPOLOGIA_PP(datos);
end
obtenida=1;
for p=1:500
    distancia(p)=(0.02*p)*h;
    relaciondistancia(p)=distancia(p)/h;
%Variación de M con la distancia
    CALCULO_M(p);
%Factor de acoplamiento
    k(p)=M(p)/(sqrt(L1*L2));
    Z2f(p)=(om0^2*M(p)^2)*((1+(j*RL*C2*om0))/(RL+((R2+j*L2*om0)*(1+j
    *RL*C2*om0))));
    Z11(p)=(R1+j*L1*om0)+Z2f(p);
%potencia en la carga
    I1compleja(p)=(V1*(1+j*om0*C1*Z11(p))/Z11(p));
    I1(p)=abs(V1*(1+j*om0*C1*Z11(p))/Z11(p));
    Ztotal(p)=V1/I1compleja(p);
    A2(p)=-atan(imag(Ztotal(p))/real(Ztotal(p)));
    A2grados(p)=A2(p)*360/(2*pi);
    A2redondeado(p)=round(A2grados(p));

    Ipcompleja(p)=I1compleja(p)-(j*om0*C1*V1);
    Ip(p)=abs(Ipcompleja(p));
    Ic1(p)=om0*C1*V1;
    Iscompleja(p)=Ipcompleja(p)*(j*om0*M(p))*((1+j*RL*C2*om0)/(RL+((
    R2+j*L2*om0)*(1+j*RL*C2*om0))));
    Is(p)=abs(Iscompleja(p));
    I2compleja(p)=Iscompleja(p)/(1+j*RL*C2*om0);
    I2(p)=abs(I2compleja(p));
    Ic2(p)=I2(p)*RL*C2*om0;
    Ztotal(p)=V1/I1compleja(p);
    A2(p)=-atan(imag(Ztotal(p))/real(Ztotal(p)));
    A2grados(p)=A2(p)*360/(2*pi);
    A2redondeado(p)=round(A2grados(p));
    PL(p)=RL*(I2(p)^2);
    P1(p)=PL(p)+R1*Ip(p)^2+R2*Is(p)^2;
end

```

```

rend(p)=PL(p)/P1(p);
VC1(p)=V1;
VC2(p)=Ic2(p)/(C2*om0);
VL(p)=RL*I2(p);
end

```

### 3.5.6 Función VARIARDISTANCIA\_SPS

```

%Función de variación de la carga_compensación SPS
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=1.2;a2=0.6;b2=0.6;
s1=51e-6;s2=10e-6;ff=11.3;
N1=3;N2=20;
%CARGA NOMINAL
RL=V1^2/Pdeseada;
obtenida=0;
if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
        c=0;
        e=0;
    %RADIOS EQUIVALENTES
        r01=sqrt(N1*s1/pi);
        r02=sqrt(N2*s2/pi);
    %CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
        CALCULOINDUCTANCIAS;
    %CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
        TOPOLOGIA_SP(datos);
end
obtenida=1;
for p=1:500
    distancia(p)=(0.02*p)*h;
    relaciondistancia(p)=distancia(p)/h;
%Variación de M con la distancia
    CALCULO_M(p);
%Factor de acoplamiento
    k(p)=M(p)/(sqrt(L1*L2));
    Z2f(p)=R2+j*(L2*om0-1/(C2*om0));
    Z1f(p)=R1+j*(L1*om0);
%potencia en la carga
    KM(p)=(om0*M(p))^2;
    Z11(p)=Z1f(p)+KM(p)/(Z2f(p)+RL);
    ZT(p)=(Z11(p)/(1+Z11(p)*j*om0*C3))+1/(j*om0*C1);
    A2(p)=-atan(imag(ZT(p))/real(ZT(p)));
    A2grados(p)=A2(p)*360/(2*pi);
    A2redondeado(p)=round(A2grados(p));
    I1(p)=V1/ZT(p);
    modI1(p)=abs(I1(p));
    Vp(p)=V1-I1(p)*(1/(j*om0*C1));
    Ic3(p)=Vp(p)*j*om0*C3;
    modIc3(p)=abs(Ic3(p));
    Ip(p)=I1(p)-Ic3(p);
    modIp(p)=abs(Ip(p));
    I2(p)=Ip(p)*j*om0*M(p)/(Z2f(p)+ZL);
    modI2(p)=abs(I2(p));
    PL(p)=RL*(modI2(p)^2);
    P1(p)=real(V1*I1(p));

```



```

rend(p)=PL(p)/P1(p);
VC1(p)=abs(I1(p)*(1/(j*C1*om0)));
VC2(p)=abs(I2(p)*(1/(j*C2*om0)));
VL(p)=RL*modI2(p);
end

```

### 3.6 Función para el análisis del comportamiento frente a variación de la posición

#### 3.6.1 Función CALCULO\_M(posx, posy) para obtención del coeficiente M en cada iteración (i,j)

```
global datos p q
```

```

M1(p,q)=N1*N2*1e-7*((a1-a2-posx(p,q))*log(((a1-a2-
posx(p,q))+sqrt(h^2+(posy(p,q)-b1)^2+(a1-a2-posx(p,q))^2))/((a1-a2-
posx(p,q))+sqrt(h^2+posy(p,q)^2+(a1-a2-posx(p,q))^2)))+(a1-
posx(p,q))*log(((a1-posx(p,q))+sqrt(h^2+posy(p,q)^2+(a1-
posx(p,q))^2))/((a1-posx(p,q))+sqrt(h^2+(posy(p,q)-b1)^2+(a1-
posx(p,q))^2)))));
M2(p,q)=N1*N2*1e-7*((posx(p,q))*log(((a1-
posx(p,q))+sqrt(h^2+posy(p,q)^2+posx(p,q)^2))/((-
posx(p,q))+sqrt(h^2+posx(p,q)^2+(posy(p,q)-
b1)^2))))+((a2+posx(p,q))*log(((a2-posx(p,q))+sqrt(h^2+(posy(p,q)-
b1)^2+(a2+posx(p,q))^2))/((-a2-
posx(p,q))+sqrt(h^2+(a2+posx(p,q))^2+posy(p,q)^2)))));
M3(p,q)=N1*N2*1e-7*(sqrt(h^2+posy(p,q)^2+(a1-a2-posx(p,q))^2)-
sqrt(h^2+posy(p,q)^2+(a1-posx(p,q))^2)-
sqrt(h^2+posy(p,q)^2+(a2+posx(p,q))^2)+sqrt(h^2+posy(p,q)^2+posx(p,q)^
2)+sqrt(h^2+(posy(p,q)-b1)^2+(a1-posx(p,q))^2)-sqrt(h^2+(posy(p,q)-
b1)^2+(a1-a2-posx(p,q))^2)+sqrt(h^2+(posy(p,q)-
b1)^2+(a2+posx(p,q))^2)-sqrt(h^2+(posy(p,q)-b1)^2+posx(p,q)^2));
M11(p,q)=N1*N2*1e-7*((a1-a2-posx(p,q))*log(((a1-a2-
posx(p,q))+sqrt(h^2+(posy(p,q)+b2-b1)^2+(a1-a2-posx(p,q))^2))/((a1-a2-
posx(p,q))+sqrt(h^2+(b2+posy(p,q))^2+(a1-a2-posx(p,q))^2)))+(a1-
posx(p,q))*log(((a1-posx(p,q))+sqrt(h^2+(b2+posy(p,q))^2+(a1-
posx(p,q))^2))/((a1-posx(p,q))+sqrt(h^2+(posy(p,q)+b2-b1)^2+(a1-
posx(p,q))^2)))));
M21(p,q)=N1*N2*1e-7*((posx(p,q))*log(((a1-
posx(p,q))+sqrt(h^2+(b2+posy(p,q))^2+posx(p,q)^2))/((-
posx(p,q))+sqrt(h^2+posx(p,q)^2+(posy(p,q)+b2-
b1)^2))))+((a2+posx(p,q))*log(((a2-posx(p,q))+sqrt(h^2+(posy(p,q)+b2-
b1)^2+(a2+posx(p,q))^2))/((-a2-
posx(p,q))+sqrt(h^2+(a2+posx(p,q))^2+(b2+posy(p,q))^2)))));
M31(p,q)=N1*N2*1e-7*(sqrt(h^2+(b2+posy(p,q))^2+(a1-a2-posx(p,q))^2)-
sqrt(h^2+(b2+posy(p,q))^2+(a1-posx(p,q))^2)-
sqrt(h^2+(b2+posy(p,q))^2+(a2+posx(p,q))^2)+sqrt(h^2+(b2+posy(p,q))^2+
posx(p,q)^2)+sqrt(h^2+(posy(p,q)+b2-b1)^2+(a1-posx(p,q))^2)-
sqrt(h^2+(posy(p,q)+b2-b1)^2+(a1-a2-
posx(p,q))^2)+sqrt(h^2+(posy(p,q)+b2-b1)^2+(a2+posx(p,q))^2)-
sqrt(h^2+(posy(p,q)+b2-b1)^2+posx(p,q)^2));
Mh(p,q)=(M1(p,q)-M11(p,q)+M2(p,q)-M21(p,q)+M3(p,q)-M31(p,q));

```

```
%M tramos verticales
```

```

M4(p,q)=N1*N2*1e-7*((b1-b2-posy(p,q))*log(((b1-b2-
posy(p,q))+sqrt(h^2+(posx(p,q)-a1)^2+(b1-b2-posy(p,q))^2)))/((b1-b2-
posy(p,q))+sqrt(h^2+posx(p,q)^2+(b1-b2-posy(p,q))^2)))+(b1-
posy(p,q))*log(((b1-posy(p,q))+sqrt(h^2+posx(p,q)^2+(b1-
posy(p,q))^2)))/((b1-posy(p,q))+sqrt(h^2+(posx(p,q)-a1)^2+(b1-
posy(p,q))^2))));
M5(p,q)=N1*N2*1e-7*((posy(p,q))*log((( -
posy(p,q))+sqrt(h^2+posx(p,q)^2+posy(p,q)^2)))/((-
posy(p,q))+sqrt(h^2+posy(p,q)^2+(posx(p,q)-
a1)^2)))+( (b2+posy(p,q))*log((( -b2-posy(p,q))+sqrt(h^2+(posx(p,q)-
a1)^2+(b2+posy(p,q))^2)))/((-b2-
posy(p,q))+sqrt(h^2+(b2+posy(p,q))^2+posx(p,q)^2))));
M6(p,q)=N1*N2*1e-7*(sqrt(h^2+posx(p,q)^2+(b1-b2-posy(p,q))^2)-
sqrt(h^2+posx(p,q)^2+(b1-posy(p,q))^2)-
sqrt(h^2+posx(p,q)^2+(b2+posy(p,q))^2)+sqrt(h^2+posx(p,q)^2+posy(p,q)^
2)+sqrt(h^2+(posx(p,q)-a1)^2+(b1-posy(p,q))^2)-sqrt(h^2+(posx(p,q)-
a1)^2+(b1-b2-posy(p,q))^2)+sqrt(h^2+(posx(p,q)-
a1)^2+(b2+posy(p,q))^2)-sqrt(h^2+(posx(p,q)-a1)^2+posy(p,q)^2));

M41(p,q)=N1*N2*1e-7*((b1-b2-posy(p,q))*log(((b1-b2-
posy(p,q))+sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2-a1)^2+(b1-b2-posy(p,q))^2)))/((b1-b2-
posy(p,q))+sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2)^2+(b1-b2-posy(p,q))^2)))+(b1-
posy(p,q))*log(((b1-posy(p,q))+sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2)^2+(b1-
posy(p,q))^2)))/((b1-posy(p,q))+sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2-a1)^2+(b1-
posy(p,q))^2))));
M51(p,q)=N1*N2*1e-7*((posy(p,q))*log((( -
posy(p,q))+sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2)^2+posy(p,q)^2)))/((-
posy(p,q))+sqrt(h^2+posy(p,q)^2+(posx(p,q)+a2-
a1)^2)))+( (b2+posy(p,q))*log((( -b2-posy(p,q))+sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2-
a1)^2+(b2+posy(p,q))^2)))/((-b2-
posy(p,q))+sqrt(h^2+(b2+posy(p,q))^2+(posx(p,q)+a2)^2))));
M61(p,q)=N1*N2*1e-7*(sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2)^2+(b1-b2-posy(p,q))^2)-
sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2)^2+(b1-posy(p,q))^2)-
sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2)^2+(b2+posy(p,q))^2)+sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2)^2+
posy(p,q)^2)+sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2-a1)^2+(b1-posy(p,q))^2)-
sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2-a1)^2+(b1-b2-
posy(p,q))^2)+sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2-a1)^2+(b2+posy(p,q))^2)-
sqrt(h^2+(posx(p,q)+a2-a1)^2+posy(p,q)^2));

Mv(p,q)=(M4(p,q)-M41(p,q)+M5(p,q)-M51(p,q)+M6(p,q)-M61(p,q));
%Coeficiente de inducción mutua total
M(p,q)=(Mh(p,q)+Mv(p,q));

```

### 3.6.2 Función VARIARPOSICIONXY\_SS

```

%Función de variación de la carga_compensación SS
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=0.6;a2=0.6;b2=0.6;s1=10e-6;s2=10e-6;ff=12.98;
N1=18;N2=18;
%CARGA NOMINAL
RL=V1^2/Pdeseada;
obtenida=0;
if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
    c=0;

```

```

    e=0;
    %RADIOS EQUIVALENTES
    r01=sqrt(N1*s1/pi);
    r02=sqrt(N2*s2/pi);
    %CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
    CALCULOINDUCTANCIAS;
    %CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
    TOPOLOGIA_SS(datos);
end
obtenida=1;
for p=1:19
    for q=1:19
        posx(p,q)=(-0.8*a1)+(0.8*a1/10)*p
        posy(p,q)=(-0.8*b1)+(0.8*b1/10)*q
        CALCULO_M(posx,posy);
        k(p,q)=M(p,q)/(sqrt(L1*L2));
        Z2f(p,q)=R2+j*(L2*om0-1/(C2*om0));
        Z1f(p,q)=R1+j*(L1*om0-1/(C1*om0));
        KM(p,q)=(om0*M(p,q))^2;
        Z11(p,q)=Z1f(p,q)+KM(p,q)/(Z2f(p,q)+RL);
        A2(p,q)=-atan(imag(Z11(p,q))/real(Z11(p,q)));
        A2grados(p,q)=A2(p,q)*360/(2*pi);
        A2redondeado(p,q)=round(A2grados(p,q));
        I1(p,q)=abs(V1/Z11(p,q));
        I2(p,q)=I1(p,q)*om0*M(p,q)/(abs(Z2f(p,q)+RL));
        PL(p,q)=RL*(I2(p,q)^2);
        P1(p,q)=V1^2/real(Z11(p,q))
        I2rel(p,q)=I2(p,q)/I2n;
        Prel(p,q)=PL(p,q)/PLn;
        rend(p,q)=PL(p,q)/((V1^2)*real(1/Z11(p,q)));
        VC1(p,q)=I1(p,q)*(1/(C1*om0));
        VC2(p,q)=I2(p,q)*(1/(C2*om0));
        VL(p,q)=RL*I2(p,q);
    end
end
figure(1)
surf (posxrela,posyrela,I2/I2n);
shading interp
xlabel('desacoplo en x [%]')
ylabel('desacoplo en y [%]')
zlabel('I2/I2n [p.u]')
Title('Corriente por la carga [p.u.] con el posicionamiento')

figure(2)
surf (posxrela,posyrela,VL/VLn);
shading interp
xlabel('desacoplo en x [%]')
ylabel('desacoplo en y [%]')
zlabel('VL/VLn [p.u]')
Title('Tensión en la carga [p.u.]con posicionamiento')

figure(3)
surf (posxrela,posyrela,I1/I1n);
shading interp
xlabel('desacoplo en x [%]')
ylabel('desacoplo en y [%]')
zlabel('I1/I1n [p.u]')
Title('Corriente absorbida [p.u.] con posicionamiento')

figure(4)

```

```

surf (posxrela, posyrela, A2grados);
shading interp
xlabel('desacoplo en x [%]')
ylabel('desacoplo en y [%]')
zlabel('argumento I1 [grados] ')
Title('Variación del argumento con posicionamiento')
End

```

### 3.6.2 Función VARIARPOSICIONXY\_SP

```

%Función de variación de la carga_compensación SS
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=0.6;a2=0.6;b2=0.6;
s1=10e-6;s2=50e-6;ff=3.4
N1=18;N2=3;
%CARGA NOMINAL
RL=V1^2/Pdeseada;
obtenida=0;
if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
        c=0;
        e=0;
    %RADIOS EQUIVALENTES
        r01=sqrt(N1*s1/pi);
        r02=sqrt(N2*s2/pi);
    %CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
        CALCULOINDUCTANCIAS;
    %CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
        TOPOLOGIA_SP(datos);
end
obtenida=1;
for p=1:19
    for q=1:19
        posx(p,q)=(-0.8*a1)+(0.8*a1/10)*p
        posy(p,q)=(-0.8*b1)+(0.8*b1/10)*q
        CALCULO_M(posx, posy);
        k(p,q)=M(p,q)/(sqrt(L1*L2));
        Z2f(p,q)=R2+j*(L2*om0-1/(C2*om0));
        Z1f(p,q)=R1+j*(L1*om0);
        KM(p,q)=(om0*M(p,q))^2;
        Z11(p,q)=Z1f(p,q)+KM(p,q)/(Z2f(p,q)+RL);
        ZT(p,q)=(Z11(p,q)/(1+Z11(p,q)*j*om0*C3))+1/(j*om0*C1)
        A2(p,q)=-atan(imag(ZT(p,q))/real(ZT(p,q)));
        A2grados(p,q)=A2(p,q)*360/(2*pi);
        A2redondeado(p,q)=round(A2grados(p,q));
        I1(p,q)=V1/ZT(p,q);
        modI1(p,q)=abs(I1(p,q));
        Vp(p,q)=V1-I1(p,q)*(1/(j*om0*C1));
        Ic3(p,q)=Vp(p,q)*j*om0*C3;
        modIc3(p,q)=abs(Ic3(p,q));
        Ip(p,q)=I1(p,q)-Ic3(p,q);
        modIp(p,q)=abs(Ip(p,q));
        I2(p,q)=Ip(p,q)*j*om0*M(p,q)/(Z2f(p,q)+ZL);
        modI2(p,q)=abs(I2(p,q));
        PL(p,q)=RL*(modI2(p,q))^2;
    end
end

```

```

P1(p,q)=real(V1*I1(p,q))
rend(p,q)=PL(p,q)/P1(p,q);
VC1(p,q)=abs(I1(p,q)*(1/(j*C1*om0)))
VC2(p,q)=abs(I2(p,q)*(1/(j*C2*om0)))
VL(p,q)=RL*modI2(p,q);
end
end

```

### 3.6.3 Función VARIARPOSICIONXY\_PS

```

%Función de variación de la carga_compensación PS
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=0.6;a2=0.6;b2=0.6;
s1=62e-6;s2=10e-6;ff=13;
N1=3;N2=18;
%CARGA NOMINAL
RL=V1^2/Pdeseada;
obtenida=0;
if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
    c=0;
    e=0;
    %RADIOS EQUIVALENTES
    r01=sqrt(N1*s1/pi);
    r02=sqrt(N2*s2/pi);
    %CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
    CALCULOINDUCTANCIAS;
    %CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
    TOPOLOGIA_SP(datos);
end
obtenida=1;
for p=1:19
    for q=1:19
        posx(p,q)=(-0.8*a1)+(0.8*a1/10)*p
        posy(p,q)=(-0.8*b1)+(0.8*b1/10)*q
        CALCULO_M(posx,posy);
        k(p,q)=M(p,q)/(sqrt(L1*L2));
        Z2f(p,q)=R2+j*(L2*om0-1/(C2*om0));
        Z1f(p,q)=R1+j*(L1*om0);
        KM(p,q)=(om0*M(p,q))^2;
        Z11(p,q)=Z1f(p,q)+KM(p,q)/(Z2f(p,q)+RL);
        ZT(p,q)=(Z11(p,q)/(1+Z11(p,q)*j*om0*C3))+1/(j*om0*C1);
        A2(p,q)=-atan(imag(ZT(p,q))/real(ZT(p,q)));
        A2grados(p,q)=A2(p,q)*360/(2*pi);
        A2redondeado(p,q)=round(A2grados(p,q));
        I1(p,q)=V1/ZT(p,q);
        modI1(p,q)=abs(I1(p,q));
        Vp(p,q)=V1-I1(p,q)*(1/(j*om0*C1));
        Ic3(p,q)=Vp(p,q)*j*om0*C3;
        modIc3(p,q)=abs(Ic3(p,q));
        Ip(p,q)=I1(p,q)-Ic3(p,q);
        modIp(p,q)=abs(Ip(p,q));
        I2(p,q)=Ip(p,q)*j*om0*M(p,q)/(Z2f(p,q)+ZL);
        modI2(p,q)=abs(I2(p,q));
        PL(p,q)=RL*(modI2(p,q)^2);
    end
end

```

```

    P1(p,q)=real(V1*I1(p,q))
    rend(p,q)=PL(p,q)/P1(p,q);
    VC1(p,q)=abs(I1(p,q)*(1/(j*C1*om0)))
    VC2(p,q)=abs(I2(p,q)*(1/(j*C2*om0)))
    VL(p,q)=RL*modI2(p,q);
end
end

```

### 3.6.4 Función VARIARPOSICIONXY\_PP

```

%Función de variación de la carga_compensación PP
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=0.6;a2=0.6;b2=0.6;
s1=59e-6;s2=56e-6;mu1=1;mu2=1;ff=3.58;
N1=3;N2=3;
%CARGA NOMINAL
RL=V1^2/Pdeseada;
obtenida=0;
if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
    c=0;
    e=0;
    %RADIOS EQUIVALENTES
    r01=sqrt(N1*s1/pi);
    r02=sqrt(N2*s2/pi);
    %CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
    CALCULOINDUCTANCIAS;
    %CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
    TOPOLOGIA_PP(datos);
end
obtenida=1;
for p=1:19
    for q=1:19
        posx(p,q)=(-0.8*a1)+(0.8*a1/10)*p
        posy(p,q)=(-0.8*b1)+(0.8*b1/10)*q
        CALCULO_M(posx, posy);
        k(p,q)=M(p,q)/(sqrt(L1*L2));
        Z2f(p,q)=(om0^2*M(p,q)^2)*((1+(j*RL*C2*om0))/(
            (RL+((R2+j*L2*om0)*(1+j*RL*C2*om0))));
        Z11(p,q)=(R1+j*L1*om0)+Z2f(p,q);
        I1compleja(p,q)=(V1*(1+j*om0*C1*Z11(p,q))/Z11(p,q));
        I1(p,q)=abs(V1*(1+j*om0*C1*Z11(p,q))/Z11(p,q));
        Ztotal(p,q)=V1/I1compleja(p,q);
        A2(p,q)=-atan(imag(Ztotal(p,q))/real(Ztotal(p,q)));
        A2grados(p,q)=A2(p,q)*360/(2*pi);
        A2redondeado(p,q)=round(A2grados(p,q));
        Ipcompleja(p,q)=I1compleja(p,q)-(j*om0*C1*V1);
        Ip(p,q)=abs(Ipcompleja(p,q));
        Ic1(p,q)=om0*C1*V1;
        Iscompleja(p,q)=Ipcompleja(p,q)*(j*om0*M(p,q))*
            ((1+j*RL*C2*om0)/(RL+((R2+j*L2*om0)*(1+j*RL*C2*om0))));
        Is(p,q)=abs(Iscompleja(p,q));
        I2compleja(p,q)=Iscompleja(p,q)/(1+j*RL*C2*om0);
        I2(p,q)=abs(I2compleja(p,q));
        Ic2(p,q)=I2(p,q)*RL*C2*om0;
        PL(p,q)=RL*(I2(p,q)^2);
    end
end

```

```

P1(p,q)=PL(p,q)+R1*Ip(p,q)^2+R2*Is(p,q)^2;
I2rel(p,q)=I2(p,q)/40;
Prel(p,q)=PL(p,q)/2000;
rend(p,q)=PL(p,q)/P1(p,q);
VC1(p,q)=V1;
VC2(p,q)=Ic2(p,q)/(C2*om0);
VL(p,q)=RL*I2(p,q);
end
end

```

### 3.6.5 Función VARIARPOSICIONXY\_SPS

```

%Función de variación de la carga_compensación SPS
%Datos
V1=510;
%distancia entre bobinas
h=0.2;
%secciones y número de espiras
a1=0.6;b1=1.2;a2=0.6;b2=0.6;
s1=51e-6;s2=10e-6;ff=11.3;
N1=3;N2=20;
%CARGA NOMINAL
RL=V1^2/Pdeseada;
obtenida=0;
if obtenida<1
    %POSICIONAMIENTO CENTRADO BOBINA RECEPTORA RESPECTO A EMISORA
    c=0;
    e=0;
    %RADIOS EQUIVALENTES
    r01=sqrt(N1*s1/pi);
    r02=sqrt(N2*s2/pi);
    %CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE AUTOINDUCCIÓN Y DE INDUCCIÓN MÚTUA
    CALCULOINDUCTANCIAS;
    %CÁLCULO DE VALORES CON CARGA NOMINAL
    TOPOLOGIA_SP(datos);
end
obtenida=1;
for p=1:19
    for q=1:19
        posx(p,q)=(-0.8*a1)+(0.8*a1/10)*p
        posy(p,q)=(-0.8*b1)+(0.8*b1/10)*q
        CALCULO_M(posx, posy);
        k(p,q)=M(p,q)/(sqrt(L1*L2));
        Z2f(p,q)=R2+j*(L2*om0-1/(C2*om0));
        Z1f(p,q)=R1+j*(L1*om0);
        KM(p,q)=(om0*M(p,q))^2;
        Z11(p,q)=Z1f(p,q)+KM(p,q)/(Z2f(p,q)+RL);
        ZT(p,q)=(Z11(p,q)/(1+Z11(p,q)*j*om0*C3))+1/(j*om0*C1)
        A2(p,q)=-atan(imag(ZT(p,q))/real(ZT(p,q)));
        A2grados(p,q)=A2(p,q)*360/(2*pi);
        A2redondeado(p,q)=round(A2grados(p,q));
        I1(p,q)=V1/ZT(p,q);
        modI1(p,q)=abs(I1(p,q));
        Vp(p,q)=V1-I1(p,q)*(1/(j*om0*C1));
        Ic3(p,q)=Vp(p,q)*j*om0*C3;
        modIc3(p,q)=abs(Ic3(p,q));
        Ip(p,q)=I1(p,q)-Ic3(p,q);
        modIp(p,q)=abs(Ip(p,q));
        I2(p,q)=Ip(p,q)*j*om0*M(p,q)/(Z2f(p,q)+ZL);
        modI2(p,q)=abs(I2(p,q));
    end
end

```

```

        PL(p,q)=RL*(modI2(p,q)^2);
        P1(p,q)=real(V1*I1(p,q))
        rend(p,q)=PL(p,q)/P1(p,q);
        VC1(p,q)=abs(I1(p,q)*(1/(j*C1*om0)))
        VC2(p,q)=abs(I2(p,q)*(1/(j*C2*om0)))
        VL(p,q)=RL*modI2(p,q);
    end

end

function [sys, x0]=bateria(t,x,u,flag)
global R0 R1 R2 C1 Iast Kc Co Qf E d T1 Ke Roo Ao A21 Emo R10 R20 A22
Ep Vpo Gpo Ap Cq Rq Qa Im Vpn Ps B1 B2 B3 Emd

Co=261.9;Kc=1.18;Qf=-40;E=1.29;d=1.4;T1=5000;Emo=2.135;Ke=0.58e-
3;Roo=0.002;R10=0.7e-3;
R20=15e-3;Ao=-0.3;A21=-8.0;A22=-8.45;Ep=1.95;Vpo=0.1;Gpo=2e-
12;Ap=2.0;Cq=15;Rq=0.2;Iast=49;

```

### 3.7 Función batería Ácido-Plomo

```

if flag==0 sys=[3 0 5 3 0 1]; x0=[0 0.0161 20]; end
if flag==1
if u(1)>=0%descarga

CIQ=(Kc*Co*((1+(x(3)/(-(Qf))))^E))/(1+(Kc-1)*(u(1)/Iast)^d);
C0Q=Kc*Co*((1+(x(3)/(-(Qf))))^E);
CIavgQ=(Kc*Co*((1+(x(3)/(-(Qf))))^E))/(1+(Kc-1)*(u(1)/(Iast))^d);
SOC=1-x(2)/C0Q;
DOC=1-x(2)/CIavgQ;
R0=Roo*(1+Ao*(1-SOC));
R1=-R10*log(DOC);
R2=R20*((exp(A21*(1-SOC)))/(1+exp(A22*Im/Iast)));
Ps=R1*x(1)^2+R0*u(1)^2+R2*Im^2;
Em=Emo-Ke*(273+x(3))*(1-SOC);
C1=T1/R1;
Vpn=Em-R1*x(1)-R2*Im;
V=Vpn-R0*u(1);
Gp=Gpo*exp((Vpn/Vpo)+(Ap*(1-(x(3)/Qf))));
Ip=Gp*Vpn;
Im=u(1)+Ip;

B1=Im/(R1*C1);
B2=Im/3600;
B3=(1/3600)*((Ps/Cq)+(u(2)/(Rq*Cq)));

else%carga

        CIQ=(Kc*Co*((1+(x(3)/(-(Qf))))^E))/(1+(Kc-1)*(u(1)/(-Iast))^d);
        C0Q=Kc*Co*((1+(x(3)/(-(Qf))))^E);
        CIavgQ=(Kc*Co*((1+(x(3)/(-(Qf))))^E))/(1+(Kc-1)*(u(1)/(-Iast))^d);
        SOC=1-x(2)/C0Q;
        DOC=1-x(2)/CIavgQ;
        R0=Roo*(1+Ao*(1-SOC));
        R1=-R10*log(DOC);
        R2=R20*((exp(A21*(1-SOC)))/(1+exp(A22*Im/Iast)));
        Ps=R1*x(1)^2+R0*u(1)^2+R2*Im^2;
        Em=Emo-Ke*(273+x(3))*(1-SOC);

```



```

C1=T1/R1;

Vpn=Em+R1*x(1)+R2*Im;
V=Vpn+R0*u(1);
Gp=Gpo*exp((Vpn/Vpo)+(Ap*(1-(x(3)/Qf)))));
Ip=Gp*Vpn;
Im=u(1)-Ip;

B1=Im/(R1*C1);
B2=Im/3600;
B3=(1/3600)*((Ps/Cq)+(u(2)/(Rq*Cq)));

end

I=[x(1) x(2) x(3)]';
a11=-1/(R1*C1);
a31=-1/(3600*(Cq*Rq));
A=[a11 0 0;
    0 0 0;
    0 0 a31];
B=[B1 B2 B3]';
sys=(A*I)+B';

end %if flag==1

if flag==3 sys=x;
    if u(1)>=0

CIQ=(Kc*Co*((1+(x(3)/(-(Qf))))^E))/(1+(Kc-1)*(u(1)/(Iast))^d);
C0Q=Kc*Co*((1+(x(3)/(-(Qf))))^E);
CIavgQ=(Kc*Co*((1+(x(3)/(-(Qf))))^E))/(1+(Kc-1)*(u(1)+0.0001)/(Iast))^d);
else
    CIQ=(Kc*Co*((1+(x(3)/(-(Qf))))^E))/(1+(Kc-1)*(u(1)/(-Iast))^d);
C0Q=Kc*Co*((1+(x(3)/(-(Qf))))^E);
CIavgQ=(Kc*Co*((1+(x(3)/(-(Qf))))^E))/(1+(Kc-1)*((u(1)+0.0001)/(-Iast))^d);
end

SOC=1-x(2)/C0Q;
DOC=1-x(2)/CIavgQ;
Em=Emo-Ke*(273+x(3))*(1-SOC);
R0=Roo*(1+Ao*(1-SOC));
R1=-R10*log(DOC);
Im=u(1);
sys(4)=Em-R1*x(1)-R0*Im;
sys(5)=x(1)*(Em-R1*x(1)-R0*Im);
end %if flag==3

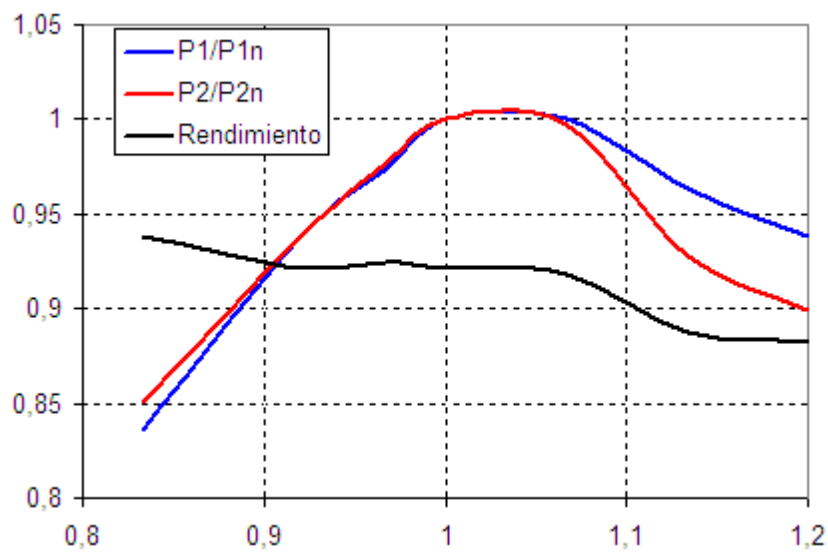
```



# Anexo 4

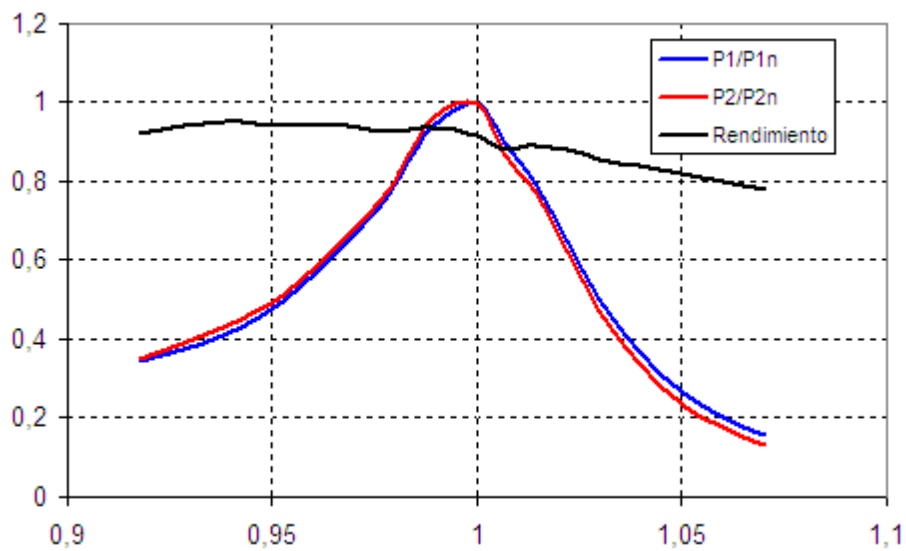
## 4.1 Variación de distancia en compensación SPS

f=19620		h=	0.15			
z	z/h	P1	P2	P1(pu)	P2(pu)	rend
12,5	0,83333333	340	319	0,83538084	0,85066667	0,93823529
13,8	0,92	382	352	0,93857494	0,93866667	0,92146597
14,5	0,96666667	396	366	0,97297297	0,976	0,92424242
15	1	407	375	1	1	0,92137592
16	1,06666667	407,31	374	1,00076167	0,99733333	0,91821954
17	1,13333333	392	348	0,96314496	0,928	0,8877551
18	1,2	382	337	0,93857494	0,89866667	0,88219895



### 4.2 Datos de variación de frecuencia en compensación SPS

Vbus=90 V		f=	19620			
f	f/f0	P1	P2	P1(pu)	P2(pu)	rend
18000	0,91743119	141,1	130	0,34625767	0,34889962	0,92133239
18400	0,93781855	168	160	0,41226994	0,42941492	0,95238095
18700	0,95310907	204,5	193,1	0,50184049	0,51825013	0,94425428
19000	0,96839959	263,5	247,51	0,64662577	0,66427805	0,93931689
19200	0,97859327	313,16	290	0,7684908	0,77831455	0,92604419
19400	0,98878695	382	357,24	0,93742331	0,95877617	0,93518325
19620	1	407,5	372,6	1	1	0,91435583
19750	1,00662589	365,5	322,42	0,89693252	0,86532475	0,88213406
19900	1,01427115	324	288,4	0,79509202	0,7740204	0,89012346
20050	1,02191641	264,17	232,15	0,64826994	0,62305421	0,87879017
20200	1,02956167	204,17	174,62	0,50103067	0,46865271	0,85526767
20400	1,03975535	150	125,94	0,36809816	0,33800322	0,8396
20600	1,04994903	108,72	89	0,26679755	0,23886205	0,81861663
20800	1,06014271	81,73	65,55	0,20056442	0,17592593	0,80203108
21000	1,07033639	63,31	49,41	0,15536196	0,1326087	0,78044543



### 4.3 Variación de la posición

	P1	P2	P1(pu)	P2(pu)	rend
-50	140,7	95,5	0,36835216	0,27233101	0,67874911
-45	181,2	133,2	0,47438103	0,37983759	0,73509934
-40	224,5	177	0,58774029	0,50473914	0,78841871
-35	273	223	0,71471314	0,63591429	0,81684982
-30	323,3	273,4	0,84639838	0,77963662	0,84565419
-25	365	320	0,95556885	0,91252275	0,87671233
-20	400	356	0,99733214	0,96683958	0,89
-15	404,42	367	1,00835266	0,99671383	0,90747243
-10	406,55	370	1,01366345	1,00486136	0,91009716
-5	401,67	368	1,001496	0,99942967	0,91617497
0	401,07	368,21	1	1	0,91806916
5	401,67	368	1,001496	0,99942967	0,91617497
10	406,55	370	1,01366345	1,00486136	0,91009716
15	404,42	367	1,00835266	0,99671383	0,90747243
20	400	356	0,99733214	0,96683958	0,89
25	365	320	0,95556885	0,91252275	0,87671233
30	323,3	273,4	0,84639838	0,77963662	0,84565419
35	273	223	0,71471314	0,63591429	0,81684982
40	224,5	177	0,58774029	0,50473914	0,78841871
45	181,2	133,2	0,47438103	0,37983759	0,73509934
50	140,7	95,5	0,36835216	0,27233101	0,67874911

