



# Proyecto Fin de Carrera

Dimensionado mecánico y de accionamientos  
de un robot industrial: Utilidad del modelo  
dinámico

Autor/es

Jonathan Ávila Fiallos

Director/es y/o ponente

Antonio Romeo Tello

Escuela de Ingeniería y Arquitectura

2014/2015



## AGRADECIMIENTOS

A mi familia, por todo el apoyo recibido durante mis años de formación, en especial a mis padres y a mis hermanos, que supieron apoyarme en los momentos difíciles.

A mis compañeros de clase, “los ingenieros altos” que me han aportado buenas influencias que me motivaron a estudiar cada día un poco más, así como malas que conseguían desviar mi atención durante el curso, ambas experiencias me han ayudado a crecer tanto en mi faceta académica como personal.

A Antonio Romeo Tello, por darme la oportunidad de participar en este proyecto tan interesante y por la ayuda brindada durante la realización del mismo.



## RESUMEN

El objetivo general que se pretende es el dimensionado mecánico y de accionamientos de un robot Angular y del robot Scara, utilizando para ello el modelo dinámico inverso basado en las ecuaciones recursivas de Newton-Euler.

Para conseguir nuestro objetivo se ha tomado como punto de partida un análisis de las fuerzas y pares que se producen en cada sólido del robot Puma 560, el cual viene dimensionado por Unimation, fabricante del mismo. Dicho análisis se ha realizado utilizando el modelo dinámico inverso con el fin de tener una referencia para el modelado del robot Angular y Scara.

El siguiente paso en este proyecto ha sido dimensionar los sólidos y motores de los dos robots mencionados anteriormente. Posteriormente a través del análisis de las fuerzas y pares que se producen en cada sólido de los mismos se ha seleccionado los motores adecuados, redimensionado los sólidos y calculado la carga máxima que puede soportar el robot. Para dicho análisis se han ejecutado tanto trayectorias definidas por la ISO 9283 [3] como trayectorias consideradas de interés.

La herramienta que se ha utilizado tanto para el modelado como el análisis de fuerzas y pares es la Robotic toolbox de Matlab, en la que se han incluido modificaciones en las funciones que permiten calcular la dinámica inversa de un robot.



# TABLA DE CONTENIDOS

1. INTRODUCCIÓN .....	13
2. TRAYECTORIAS .....	15
2.1 TRAYECTORIAS PUMA 560 Y ROBOT ANGULAR .....	15
2.2 TRAYECTORIAS SCARA.....	16
2.3 TRAYECTORIAS ELEGIDAS.....	17
3. MODELADO PUMA 560 .....	21
3.1 PARÁMETROS DEL MANIPULADOR .....	22
3.1.1 CRITERIO ARMSTRONG-UNIMATION.....	22
3.1.2 CRITERIO DE PAUL 81.....	23
3.1.3 CRITERIO TARN .....	23
3.2 CINEMÁTICA INVERSA.....	24
3.3 DINÁMICA INVERSA.....	24
4. MODELADO ROBOT ANGULAR.....	27
4.1 PARÁMETROS DEL MANIPULADOR .....	28
4.2 CINEMÁTICA Y DINÁMICA INVERSA .....	28
4.3 CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE SEGURIDAD DE LOS SÓLIDOS .....	29
5. MODELADO ROBOT SCARA .....	31
5.1 PARÁMETROS DEL MANIPULADOR .....	32
5.2 CINEMÁTICA Y DINÁMICA INVERSA .....	33
5.3 CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE SEGURIDAD DE LOS SÓLIDOS .....	33
6. MÉTODO ITERATIVO DE CÁLCULO .....	35
7. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	37
7.1 RESULTADOS PUMA 560 .....	37
7.1.1 RESULTADOS TRAYECTORIA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE .....	37
7.1.2 RESULTADOS TRAYECTORIA CARA FRONTAL EXTERIOR.....	43
7.2 RESULTADOS ROBOT ANGULAR.....	48
7.2.1 RESULTADOS TRAYECTORIA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE.....	51
7.2.2 RESULTADOS TRAYECTORIA CARA EXTERIOR.....	54
7.3 RESULTADOS SCARA.....	57
7.3.1 RESULTADOS TRAYECTORIA CARA EXTERIOR.....	59
7.3.2 RESULTADOS TRAYECTORIA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE.....	62
8. CONCLUSIONES .....	67
9. BIBLIOGRAFÍA .....	69
ANEXO I. ROBOTIC TOOLBOX .....	71
ANEXO II CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS DINÁMICOS DEL ROBOT ANGULAR.....	77
ANEXO III CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS DINÁMICOS DEL ROBOT SCARA.....	81
ANEXO IV-DEFINICIÓN DEL PUMA, ANGULAR Y ESCARA EN LA RTB.....	85
ANEXO V TRAYECTORIAS Y GRÁFICAS PUMA 560.....	89
ANEXO VI TRAYECTORIAS Y GRÁFICAS ROBOT ANGULAR.....	107
ANEXO VII TRAYECTORIAS Y GRÁFICAS ROBOT SCARA.....	115
ANEXO VIII MOTOR BALDOR .....	125



## ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1- DIMENSIONES PARALELEPÍPEDO-PUMA-ANGULAR .....	16
TABLA 2- DIMENSIONES PARALELEPÍPEDO SCARA .....	17
TABLA 3- PARÁMETROS DE DH PUMA 560 .....	21
TABLA 4- PARÁMETROS ARMSTRONG .....	23
TABLA 5- PARÁMETROS DE PAUL 81.....	23
TABLA 6- PARÁMETROS DE TARN .....	24
TABLA 7- PARÁMETROS DE DH ROBOT ANGULAR.....	27
TABLA 8- DIMENSIONES ROBOT ANGULAR.....	28
TABLA 9- PARÁMETROS DINÁMICOS ROBOT ANGULAR.....	28
TABLA 10- PARÁMETROS DE DH SCARA.....	31
TABLA 11- DIMENSIONES SÓLIDOS ROBOT SCARA.....	32
TABLA 12- DIMENSIONES SÓLIDOS ROBOT SCARA.....	32
TABLA 13- PARÁMETROS DINÁMICOS ROBOT SCARA .....	32
TABLA 14- RESULTADOS PUMA 560.....	37
TABLA 15- VALORES MÁXIMOS TRAYECTORIAS ANGULAR.....	48
TABLA 16- PAR PROPORCIONADO POR MOTORES .....	48
TABLA 17- PAR REQUERIDO ROBOT ANGULAR PAYLOAD 8 KG .....	48
TABLA 18- PAR REQUERIDO ROBOT ANGULAR PAYLOAD 10 KG .....	49
TABLA 19- VALORES MÁXIMOS TRAYECTORIAS SCARA .....	57
TABLA 20- PAR REQUERIDO ROBOT SCARA PAYLOAD 8 KG.....	57
TABLA 21- PAR REQUERIDO ROBOT SCARA PAYLOAD 10 KG .....	57



## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1-EJEMPLO DE TAREAS REALIZADAS POR ROBOTS INDUSTRIALES.....	13
FIGURA 2- VOLUMEN DE TRABAJO-PUMA-ANGULAR .....	16
FIGURA 3- VOLUMEN DE TRABAJO-SCARA .....	17
FIGURA 4- TRAYECTORIAS PUMA 560 Y ANGULAR.....	18
FIGURA 5- TRAYECTORIAS SCARA .....	19
FIGURA 6-PUMA 560-EJES D-H.....	21
FIGURA 7-CINEMÁTICA INVERSA .....	24
FIGURA 8- DINÁMICA INVERSA .....	25
FIGURA 9- ROBOT ANGULAR-EJES-D-H .....	27
FIGURA 10-ROBOT SCARA-EJES-D-H .....	31
FIGURA 11- ESQUEMA MÉTODO ITERATIVO.....	35
FIGURA 12- TRAYECTORIA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE PUMA 560.....	37
FIGURA 13-CINEMÁTICA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE PUMA.....	38
FIGURA 14-FUERZAS DE TRACCIÓN CARA FROTNAL CERCANA A LA BASE PUMA.....	39
FIGURA 15- FUERZAS DE CIZALLADURA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE PUMA .....	39
FIGURA 16-MOMENTO FLECTOR CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE PUMA.....	40
FIGURA 17- MOMENTO TORSOR CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE PUMA.....	41
FIGURA 18-PAR MOTOR CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE PUMA .....	42
FIGURA 19- TRAYECTORIA CARA FRONTAL EXTERIOR PUMA 560.....	43
FIGURA 20-ACELERACIONES CARA FRONTAL EXTERIOR PUMA.....	43
FIGURA 21-FUERZAS DE TRACCIÓN CARA EXTERIOR PUMA.....	44
FIGURA 22-FUERZAS DE CIZALLADURA CARA EXTERIOR PUMA .....	44
FIGURA 23-MOMENTO FLECTOR CARA EXTERIOR PUMA.....	45
FIGURA 24-MOMENTO TORSOR CARA EXTERIOR PUMA.....	46
FIGURA 25-PAR REQUERIDO CARA EXTERIOR PUMA .....	46
FIGURA 26-PAR CONTINUO VS PESO ROBOT ANGULAR.....	49
FIGURA 27- PAR PICO VS PESO ROBOT ANGULAR .....	49
FIGURA 28- ZOOM PAR CONTINUO VS PESO ANGULAR .....	50
FIGURA 29-TRAYECTORIA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE ANGULAR .....	51
FIGURA 30-CINEMÁTICA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE ANGULAR.....	52
FIGURA 31-DINÁMICA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE ANGULAR .....	53
FIGURA 32-PAR REQUERIDO CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE ANGULAR.....	53
FIGURA 33- TRAYECTORIA CARA EXTERIOR ANGULAR .....	54
FIGURA 34-CINEMÁTICA CARA EXTERIOR ANGULAR.....	54
FIGURA 35- DINÁMICA CARA EXTERIOR ANGULAR .....	55
FIGURA 36- PAR REQUERIDO CARA EXTERIOR ANGULAR.....	56
FIGURA 37- PESO VS PAR MOTOR ROBOT SCARA.....	58
FIGURA 38-TRAYECTORIA CARA EXTERIOR SCARA .....	59
FIGURA 39-CINEMÁTICA CARA EXTERIOR SCARA .....	60
FIGURA 40-DINÁMICA CARA EXTERIOR SCARA.....	62
FIGURA 41-PAR REQUERIDO CARA EXTERIOR SCARA .....	62
FIGURA 41-TRAYECTORIA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE SCARA.....	62
FIGURA 42-CINEMÁTICA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE SCARA .....	63
FIGURA 43-DINÁMICA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE SCARA .....	64
FIGURA 44-PARA REQUERIDO CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE SCARA.....	64



# 1. INTRODUCCIÓN

Los robots industriales o manipuladores, que son objeto de estudio en este documento, son elementos importantes de la automatización flexible, puesto que se pueden programar y adaptar rápidamente a cualquier cambio en las tareas de producción. Están diseñados para mover piezas, herramientas o artefactos especiales, mediante movimientos variables programados, para la ejecución de tareas muy diversas.

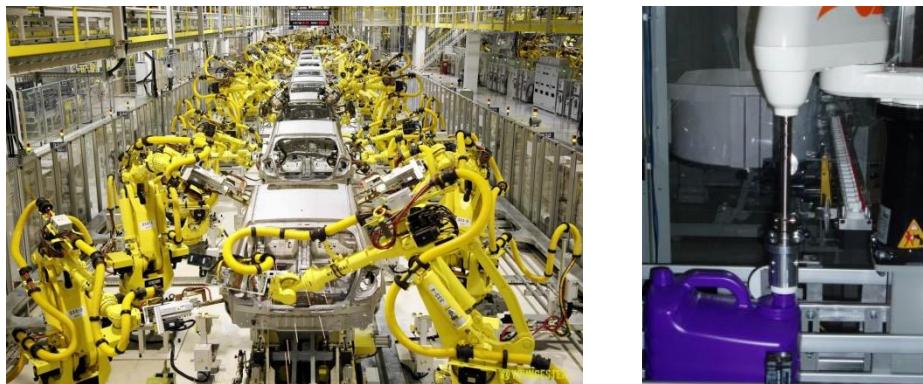


Figura 1-Ejemplo de tareas realizadas por robots industriales

Están encaminados principalmente a la reducción de costes, entre sus ventajas se encuentra:

- Incremento de la productividad
- Flexibilidad de los programas de fabricación
- Ahorro de materias primas
- Homogeneización e incremento de la calidad
- Mejora de las condiciones de trabajo
- Acumulación instantánea de experiencias

Dada la importancia de los robots en la industria en este proyecto se propone una metodología sistemática que proporciona una referencia o punto de partida para la fabricación de los mismos, a través del dimensionado de los sólidos y motores que conforman dichos robots.

Así pues en este documento se establece como objetivo dimensionar los sólidos y accionamientos de un robot Angular y un robot Scara, para ello se ha tomado como referencia el Puma 560, dimensionado por Unimation, fabricante del mismo.

Para alcanzar dicho objetivo se ha propuesto un método iterativo, en el cuál se parte de un modelo inicial del robot y a partir del modelo dinámico inverso se calcula el coeficiente de seguridad y el par requerido por cada sólido del robot, dichos parámetros han permitido el correcto dimensionado del mismo.

Otro de los factores que se ha tenido en cuenta dada su importancia a la hora de elegir un manipulador para realizar una tarea, es la carga máxima que puede soportar el mismo. Dicha

carga afecta tanto al dimensionado de los sólidos como de los motores, puesto que cuanto mayor es la carga de trabajo (payload) mayores son las tensiones que se producen en los sólidos y más par se requiere por parte de los accionamientos.

Para el desarrollo de este proyecto la Robotic Tool Box de Matlab se presenta como la herramienta perfecta para el estudio y dimensionado de los sólidos, así como de los motores. Esta herramienta nos permitirá visualizar las fuerzas y momentos que se producen en cada sólido, así como el par necesario para mover dichos sólidos.

Por otra parte durante la realización de este estudio, no se ha considerado el aporte de la muñeca del robot (excepto en el caso del puma), puesto que su aporte se considera despreciable frente al resto de sólidos del manipulador.

La estructura del documento es la siguiente. Primero, en el segundo capítulo se presentan las trayectorias con las que se va realizar el estudio en los distintos robots. En el tercer capítulo se presenta el modelo del robot Puma 560 y las herramientas que se han usado para su estudio. En el cuarto capítulo se presenta el modelado de un robot angular, tanto de sus sólidos como de los motores que incorpora. En el quinto capítulo se lleva a cabo el mismo proceso que en el del robot angular, pero en este caso para un robot Scara. En el sexto capítulo se muestra el método que se ha utilizado para resolver los modelos en este proyecto. En el séptimo se muestran y analizan los resultados obtenidos para los distintos manipuladores. Por último en el capítulo de conclusiones se establece si se ha alcanzado el objetivo establecido en el proyecto.

## 2. TRAYECTORIAS

Las trayectorias llevadas a cabo por el manipulador son un factor importante a tener en cuenta puesto que influyen tanto en las fuerzas a las que se someten los distintos sólidos, como al par motor que hay que ejercer para realizar dicha trayectoria.

Para la definición de las distintas trayectorias se ha tenido en cuenta:

**El alcance del manipulador en cada caso.**- Se ha definido el alcance máximo de cada manipulador a partir de la dimensión de sus sólidos

**La norma ISO 9283 [3].**- Es la norma que describe métodos para especificar y ensayar determinadas características del funcionamiento de robots industriales. Se definen las trayectorias dentro de un cubo que describe nuestro volumen de trabajo, dentro de dicho cubo se definen planos, siendo el más recomendado, el plano inclinado entre las diagonales del cubo.

**Evitar singularidades.**- Se denominan configuraciones singulares de un robot a aquellas en el que el determinante de su matriz Jacobiana (Jacobiano) se anula. Por esta circunstancia, en las configuraciones singulares no existe jacobiana inversa. Al anularse el Jacobiano, un incremento infinitesimal de las coordenadas cartesianas supondría un incremento infinito de las coordenadas articulares, lo que en la práctica se traduce en que las inmediaciones de las configuraciones singulares, el pretender que el extremo del robot se mueva a velocidad constante, obligaría a movimientos de las articulaciones a velocidades inabordables por sus actuadores. Ocurren dentro de la zona de trabajo y en las fronteras exterior e interior de la misma, se producen generalmente por el alineamiento de dos o más ejes de las articulaciones del robot. Por tanto pasar por una singularidad nos lleva a obtener resultados inapropiados para el estudio.

**Trayectorias de interés.**- Se han definido trayectorias que resultan útiles para realizar el análisis de fuerzas y pares. Estás trayectorias tratan de poner al robot en la posiciones desfavorables, lo que incrementa las fuerzas y las acciones requeridas por los motores, por ejemplo con el brazo totalmente extendido, o con el brazo muy cerca de la base.

### 2.1 TRAYECTORIAS PUMA 560 Y ROBOT ANGULAR

Para el cálculo de las trayectorias a seguir, se parte del volumen de trabajo máximo que puede alcanzar el robot. En este caso dicho volumen es el de una esfera de radio la suma del sólido uno y dos del manipulador.

$$\text{Cálculo diagonal del cubo: } a = 2R/\sqrt[3]{3} \quad \text{Puma}=1.2 \text{ m} \quad \text{Angular}=1.38 \text{ m}$$

A partir del cubo calculado anteriormente, se ha elegido un paralelepípedo inscrito en este. Dicha elección se debe a que se han ejecutado trayectorias con el brazo cercano a la base y no solo trayectorias simétricas respecto a la base del robot.

Por otra parte puesto que el cubo representa el máximo alcance del robot, implicaría pasar por una singularidad puesto que el brazo estaría totalmente estirado. Para que no se produzca este efecto en el caso del puma 560 se ha reducido dicho cubo un 15% de su longitud, mientras que en el caso del robot angular se ha reducido un 20%. Además la cara frontal del paralelepípedo cercana a la base, estará a una distancia de 22 cm del origen de la misma. Con esto se consigue evitar las singularidades que se producen en las fronteras exterior e interior del máximo volumen de trabajo.

En la siguiente tabla se presentan las dimensiones del paralelepípedo para cada uno de los manipuladores.

Robot	Ancho(cm)	Alto(cm)	Profundidad(cm)
Puma 560	100	100	28
Angular	110	110	33

Tabla 1- Dimensiones paralelepípedo-puma-angular

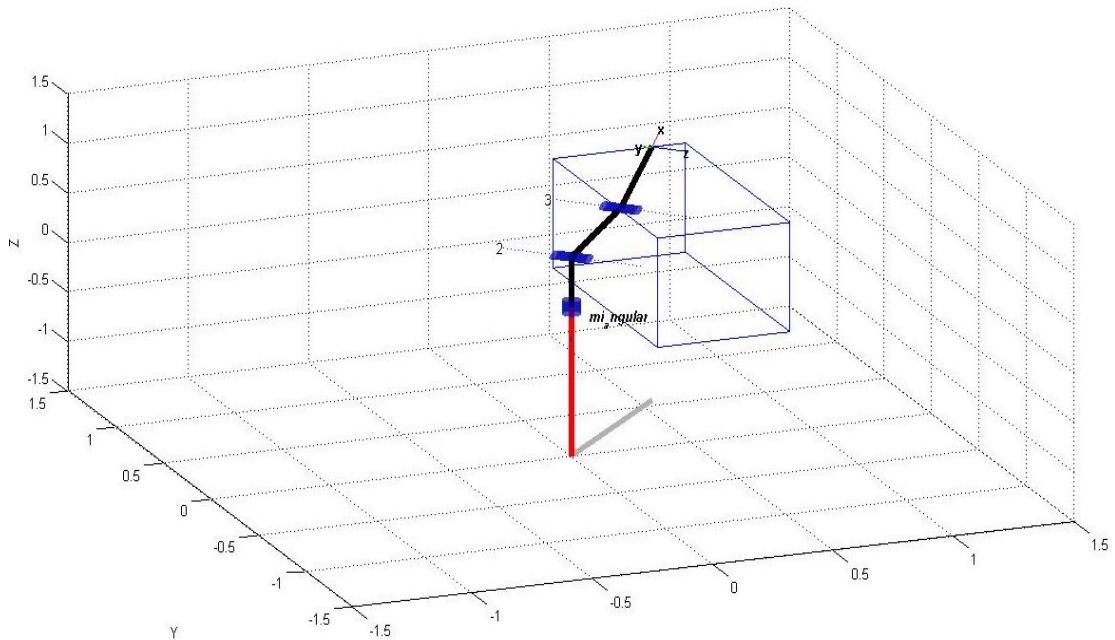


Figura 2- Volumen de trabajo-Puma-Angular

## 2.2 TRAYECTORIAS SCARA

En este caso, se parte del volumen de un cilindro, de radio la suma del sólido uno y dos, y de altura, la longitud del sólido 3.

Cálculo del paralelepípedo inscrito en el cilindro:

$$\text{Arista cara inferior} \longrightarrow a = \sqrt{\frac{4R}{2}} \quad \text{Scara}=1.41 \text{ m}$$

Igual que en el caso anterior, se ha elegido un paralelepípedo inscrito en el calculado anteriormente. Para que no se produzcan singularidades en este caso se ha reducido un 5% la longitud. Además la cara frontal cercana a la base, estará a una distancia de 22 cm del origen de la misma y la cara superior a 5 cm del sólido 2.

Dimensiones paralelepípedo:

Robot	Ancho(cm)	Alto(cm)	Profundidad(cm)
Scara	68	35	46

Tabla 2- Dimensiones paralelepípedo Scara

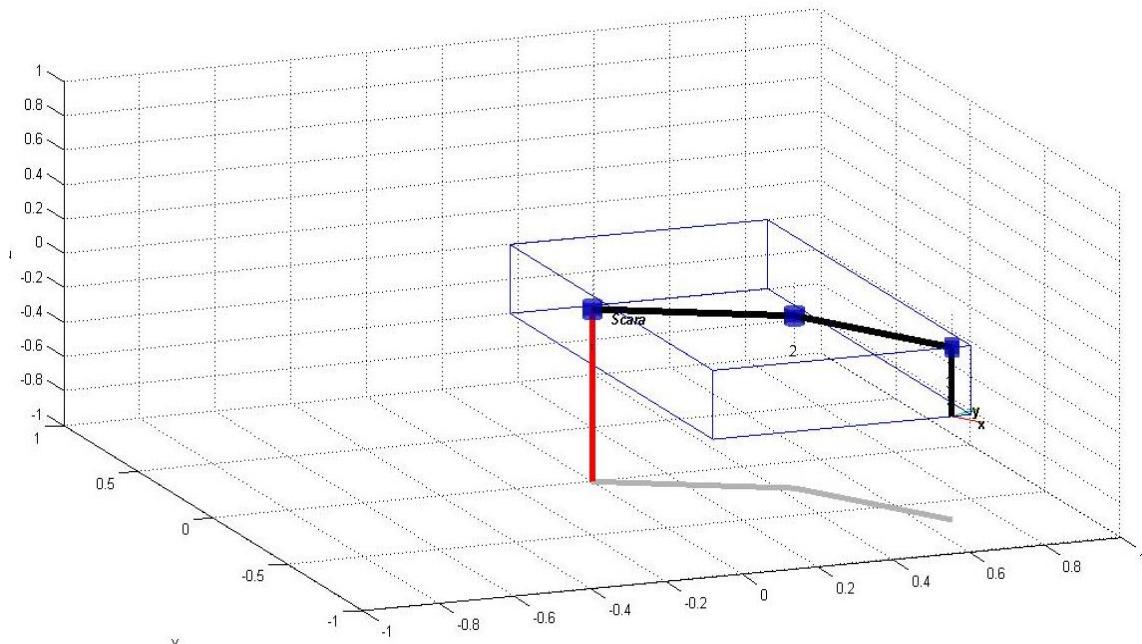


Figura 3-Volumen de trabajo-Scara

## 2.3 TRAYECTORIAS ELEGIDAS

De entre los posibles planos inscritos en el paralelepípedo, que representa el volumen de trabajo, se ha elegido el correspondiente a la ISO 9283 y los que resultan de interés para el estudio. El método para definir dichas trayectorias se detallan en el Anexo I.

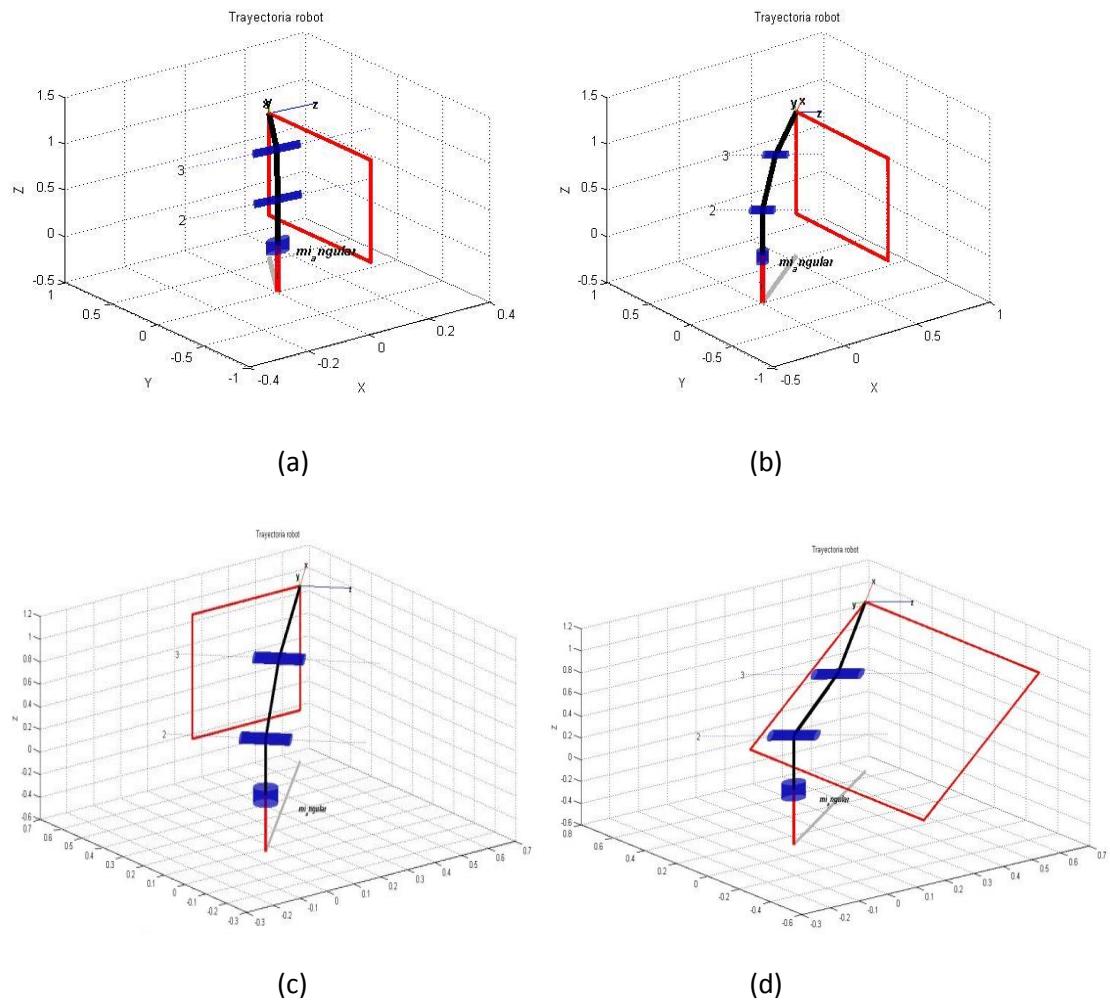


Figura 4- Trayectorias Puma 560 y Angular

- Cara frontal del paralelepípedo cercana a la base del robot. Se ha planteado como trayectoria de interés puesto que el “brazo” está encogido.
- Cara frontal del paralelepípedo alejada a la base del robot. Se ha planteado como trayectoria de interés puesto que el “brazo” está estirado.
- Cara lateral del paralelepípedo.
- Trayectoria ISO 9283

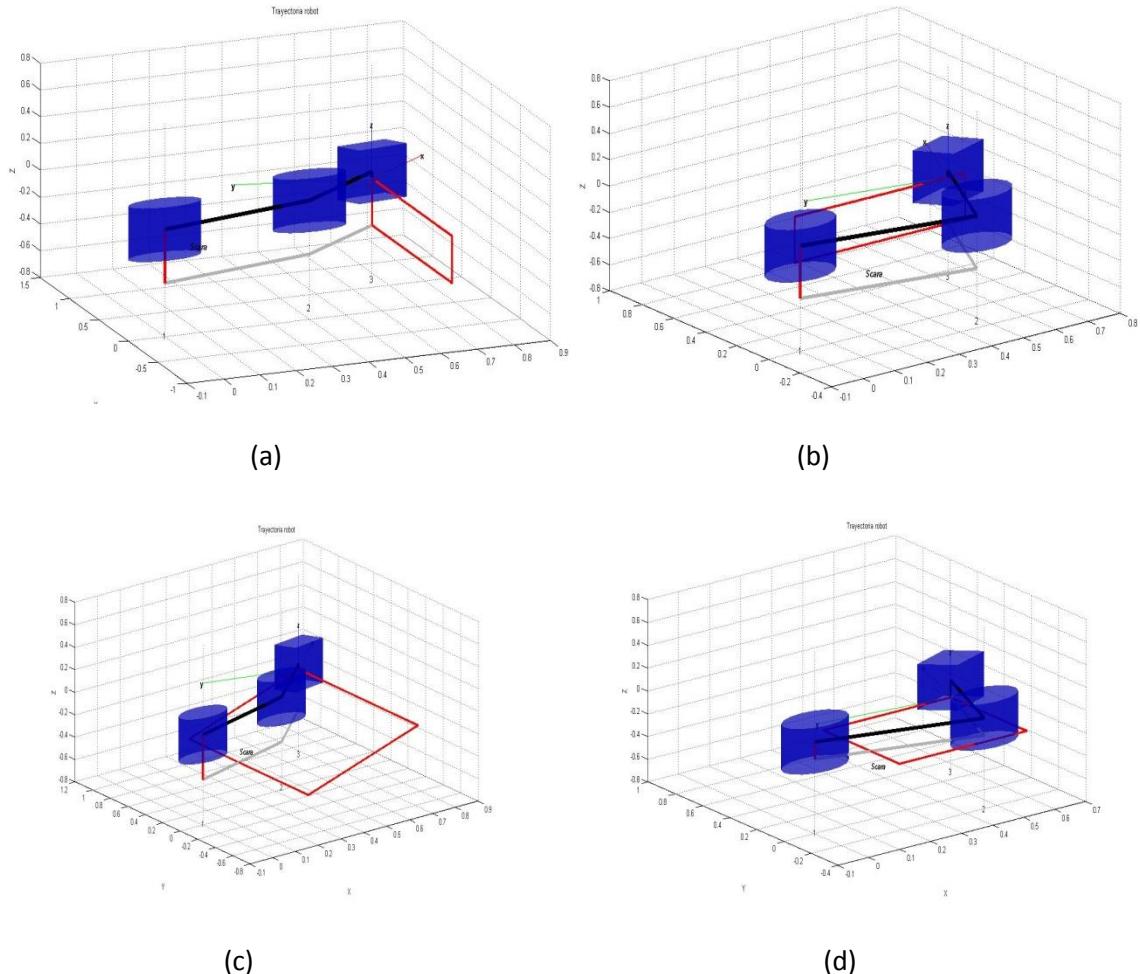


Figura 5- Trayectorias Scara

- a) Cara frontal exterior.
- b) Cara lateral del paralelepípedo.
- c) Trayectoria ISO 9283
- d) Cara superior del paralelepípedo

Estas trayectorias se pueden llevar a cabo bajo distintas configuraciones del robot:

- l: brazo a la izquierda
- r: brazo a la derecha
- u: codo arriba
- d: codo abajo
- n: muñeca not flipped
- f: muñeca flipped (rotada 180 grados)



### 3. MODELADO PUMA 560

Este segundo capítulo del documento consiste en la presentación del modelo del robot Puma 560 (Programmable Universal Machine for Assembly), fabricado por Unimation. Los modelos tanto para el Puma como para el robot Angular y Scara (que se discutirán en los capítulos siguientes), se constituyen mediante la definición de segmentos rígidos consecutivos que conforman la dinámica de los mismos. Este análisis se completa con más detalle en el Anexo I sobre la “Robotic Toolbox” de Matlab y el modelo del mismo se puede ver en el Anexo IV

La estructura del Puma 560 está constituida por 6 articulaciones de revolución, y por lo tanto 6 *GdL*, que le permiten posicionar y orientar su herramienta final para satisfacer una determinada tarea. Las matrices de transformación que establecen la relación de posición relativa entre articulaciones sucesivas se forman a partir de los parámetros del método de Denavit-Hartenberg. Estos parámetros a su vez establecen un sistema de coordenadas para cada sólido.

Sólido/Parámetro	$\theta$ (grados)	$\alpha$ (grados)	a(mm)	d(mm)	Tipo articulación
1	$\theta_1$	90	0	0	Revolución
2	$\theta_2$	0	431.8	0	Revolución
3	$\theta_3$	-90	20.3	150.05	Revolución
4	$\theta_4$	90	0	431.8	Revolución
5	$\theta_5$	-90	0	0	Revolución
6	$\theta_6$	0	0	0	Revolución

Tabla 3- Parámetros de DH Puma 560

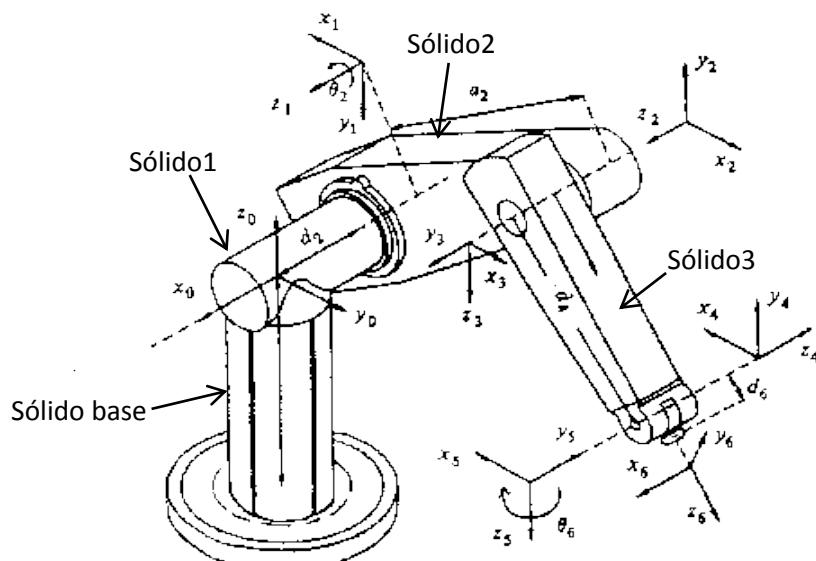


Figura 6-Puma 560-Ejes D-H

### 3.1 PARÁMETROS DEL MANIPULADOR.

En este caso el modelo del puma 560 se encuentra validado dentro de la Robotic Toolbox, permitiendo así encontrar los parámetros cinemáticos, y los pares a los que se tiene que ver sometido cada sólido. Pero dado que este modelo no tiene en cuenta todos los parámetros dinámicos del sólido uno, tales como la masa o la Inercia en cada eje, se ha optado por modificarlo puesto que dichos parámetros afectan al análisis dinámico de las fuerzas, momentos y pares a los que está sometido dicho sólido y que son objeto de estudio en este documento. En el caso del sólido base, se ha modelado como un cilindro de 1 metro de altura, sobre el cual está apoyado el sólido 1.

Puesto que no existe un acuerdo en concreto a la hora de modelar los parámetros dinámicos del robot [1], se ha decidido ejercer una comparativa utilizando el modelo validado dentro de la Robotic Toolbox (RTB), ajustando los parámetros dinámicos según distintos criterios que se detallan a continuación.

Por otra parte se ha utilizado el mismo modelo de la muñeca en todos los casos, puesto que como se ha dicho antes su aporte se considera despreciable frente al de los otros sólidos, además no es objeto de estudio en este documento

#### 3.1.1 CRITERIO ARMSTRONG-UNIMATION

Se ha utilizado los parámetros dinámicos del modelo validado que vienen por defecto, los cuales son una mezcla de los parámetros estimados por Armstrong y Unimation, los cuales vienen dados en [1]. A partir de estos valores, en el caso de las inercias y centros de gravedad se han realizado las transformaciones con las matrices correspondientes (Anexo I), puesto que los parámetros de Denavit-Hartenberg dados por Armstrong no se corresponden con los del modelo validado por la Robotic Toolbox de Peter Corke, por tanto las posiciones de los ejes asignadas a cada sólido no son iguales en los dos casos.

Sólido/Parámetro	Masa (kg)	Jm (kg.m <sup>2</sup> )	G	Inercia (kg.m <sup>2</sup> )		CDG (mm)	
1	13	200 e-6	-62.61	I <sub>x</sub>	1.1	X	0
				I <sub>y</sub>	1.11	Y	309
				I <sub>z</sub>	0.177	Z	4
2	17.4	200 e-6	107.82	I <sub>x</sub>	0.13	X	-363.8
				I <sub>y</sub>	0.524	Y	6
				I <sub>z</sub>	0.539	Z	227.5
3	4.8	200 e-6	-53.71	I <sub>x</sub>	66 e-3	X	-20.3
				I <sub>y</sub>	12.5 e-3	Y	14.1
				I <sub>z</sub>	8.6 e-3	Z	70
4	0.82	33 e-6	76.04	I <sub>x</sub>	1.8 e-3	X	0
				I <sub>y</sub>	1.3 e-3	Y	19
				I <sub>z</sub>	1.8 e-3	Z	0
5	0.34	33 e-6	71.92	I <sub>x</sub>	300 e-6	X	0
				I <sub>y</sub>	300 e-6	Y	0
				I <sub>z</sub>	400 e-6	Z	0
6	0.09	33 e-6	76.69	I <sub>x</sub>	150 e-6	X	0
				I <sub>y</sub>	150 e-6	Y	0

				Iz	40 e-6	Z	32
--	--	--	--	----	--------	---	----

Tabla 4- Parámetros Armstrong

### 3.1.2 CRITERIO DE PAUL 81

Al igual que en el caso anterior, las inercias y CDG se han modificado para ajustarlos a los parámetros de D-H correspondientes. En el caso de las inercias del motor y el ratio del reductor se han tomado los valores proporcionados por Unimation y Armstrong respectivamente, puesto que [1] no aporta información sobre valores dados por Paul. Además puesto que el modelo validado por la RTB utiliza dichos parámetros se ha considerado oportuno el uso de los mismos.

Sólido/Parámetro	Masa (kg)	Jm (kg.m <sup>2</sup> )	G	Inercia (kg.m <sup>2</sup> )		CDG (mm)	
1	4.43	200 e-6	-62.61	Ix	0.195	X	0
				Iy	0.026	Y	-80
				Iz	0.195	Z	0
2	10.2	200 e-6	107.82	Ix	0.588	X	216
				Iy	1.886	Y	0
				Iz	1.47	Z	26
3	4.8	200 e-6	-53.71	Ix	324 e-3	X	0
				Iy	17 e-3	Y	216
				Iz	324 e-3	Z	0
4	0.82	33 e-6	76.04	Ix	1.8 e-3	X	0
				Iy	1.3 e-3	Y	19
				Iz	1.8 e-3	Z	0
5	0.34	33 e-6	71.92	Ix	300 e-6	X	0
				Iy	300 e-6	Y	0
				Iz	400 e-6	Z	0
6	0.09	33 e-6	76.69	Ix	150 e-6	X	0
				Iy	150 e-6	Y	0
				Iz	40 e-6	Z	32

Tabla 5- Parámetros de Paul 81

### 3.1.3 CRITERIO TARN

Como en los casos anteriores las inercias y CDG se han modificado para ajustarlos a los parámetros de D-H correspondientes. Además se han utilizado las inercias del motor proporcionadas por el propio Tarn.

Sólido/Parámetro	Masa (kg)	Jm (kg.m <sup>2</sup> )	G	Inercia (kg.m <sup>2</sup> )		CDG	(mm)
1	13	198 e-6	-62.61	I <sub>x</sub>	1.1	X	0
				I <sub>y</sub>	1.11	Y	-4
				I <sub>z</sub>	0.177	Z	309
2	22.4	203 e-6	107.82	I <sub>x</sub>	0.403	X	103
				I <sub>y</sub>	0.969	Y	-5
				I <sub>z</sub>	0.965	Z	40
3	5	202 e-6	-53.71	I <sub>x</sub>	74.8 e-3	X	-20
				I <sub>y</sub>	7.3 e-3	Y	4
				I <sub>z</sub>	75.6 e-3	Z	14
4	0.82	33 e-6	76.04	I <sub>x</sub>	1.8 e-3	X	0
				I <sub>y</sub>	1.3 e-3	Y	19
				I <sub>z</sub>	1.8 e-3	Z	0
5	0.34	33 e-6	71.92	I <sub>x</sub>	300 e-6	X	0
				I <sub>y</sub>	300 e-6	Y	0
				I <sub>z</sub>	400 e-6	Z	0
6	0.09	33 e-6	76.69	I <sub>x</sub>	150 e-6	X	0
				I <sub>y</sub>	150 e-6	Y	0
				I <sub>z</sub>	40 e-6	Z	32

Tabla 6- Parámetros de Tarn

### 3.2 CINEMÁTICA INVERSA

La cinemática inversa consiste en el cálculo de las coordenadas articulares del robot a partir de las coordenadas cartesianas que definen una trayectoria requerida. La RTB utiliza para el cálculo de las mismas la función ikine recogida en el Anexo I.

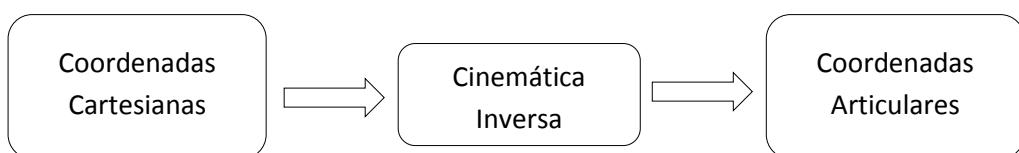


Figura 7-Cinemática Inversa

### 3.3 DINÁMICA INVERSA

La dinámica inversa consiste en el cálculo de las Fuerzas y Momentos a los que está sometido cada sólido mientras se ejecuta una trayectoria, además también se realiza el cálculo del Par que debe suministrar cada motor a las articulaciones del robot. Dicho cálculo se lleva a cabo partir de la cinemática articular que generan una trayectoria requerida. En la toolbox se calcula

mediante la función rne, modificada a partir de la función que viene por defecto en dicha toolbox, los detalles de las modificaciones se recogen en el Anexo I.



Figura 8- Dinámica Inversa

La función rne, con la que se calcula la dinámica, utiliza las ecuaciones recursivas de Newton Euler. Dichas ecuaciones nos han permitido hallar la dinámica de todos los sólidos móviles del robot, puesto que la base no está contemplada dentro de las recursiones se ha calculado la dinámica de la base mediante la matriz de transformación de esfuerzos base-sólido 1.

En la figura 6 se observa que las coordenadas de la base coinciden con las del sólido 1, según los parámetros de Denavit-Hartenger. Dado que es más útil conocer los momentos en el punto de unión de la base con el suelo, se ha trasladado el origen de los ejes del sólido base al inicio del mismo, el cual según se ha modelado dista 1 metro en el eje Z del planteado por D-H.

$$\begin{pmatrix} F_{base} \\ M_{base} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & 0 \\ \check{p} * R & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ M_1 \end{pmatrix}$$

$$\check{p} = \begin{pmatrix} 0 & -p_z & p_y \\ p_z & 0 & -p_x \\ -p_y & p_x & 0 \end{pmatrix}$$

R: matriz de rotación

p: coordenadas del origen del sólido 1 respecto del origen de coordenadas de la base.



## 4. MODELADO ROBOT ANGULAR

En este capítulo se presenta el modelado del Robot Angular, dicho modelo se constituye mediante la definición de cilindros rígidos consecutivos que conforman la dinámica del mismo. Este análisis se completa con más detalle en el Anexo I sobre la “Robotic Toolbox” y el modelo en Matlab se presenta en el Anexo IV.

El dimensionado se presenta de forma iterativa puesto que se plantea un modelo inicial tanto para los sólidos como para los accionamientos del mismo. El procedimiento se detalla en el Apartado 6.

La estructura del Robot Angular está constituida por 3 articulaciones de revolución, y por lo tanto 3 *GdL*. Los parámetros de Denavit-Hartenberg vienen dados en la siguiente tabla:

Sólido/Parámetro	$\theta$ (grados)	$\alpha_i$ (grados)	a(mm)	d(mm)	Tipo articulación
1	$\theta_1$	90	0	500	Revolución
2	$\theta_2$	0	500	0	Revolución
3	$\theta_3$	0	500	0	Revolución

Tabla 7- Parámetros de DH Robot Angular

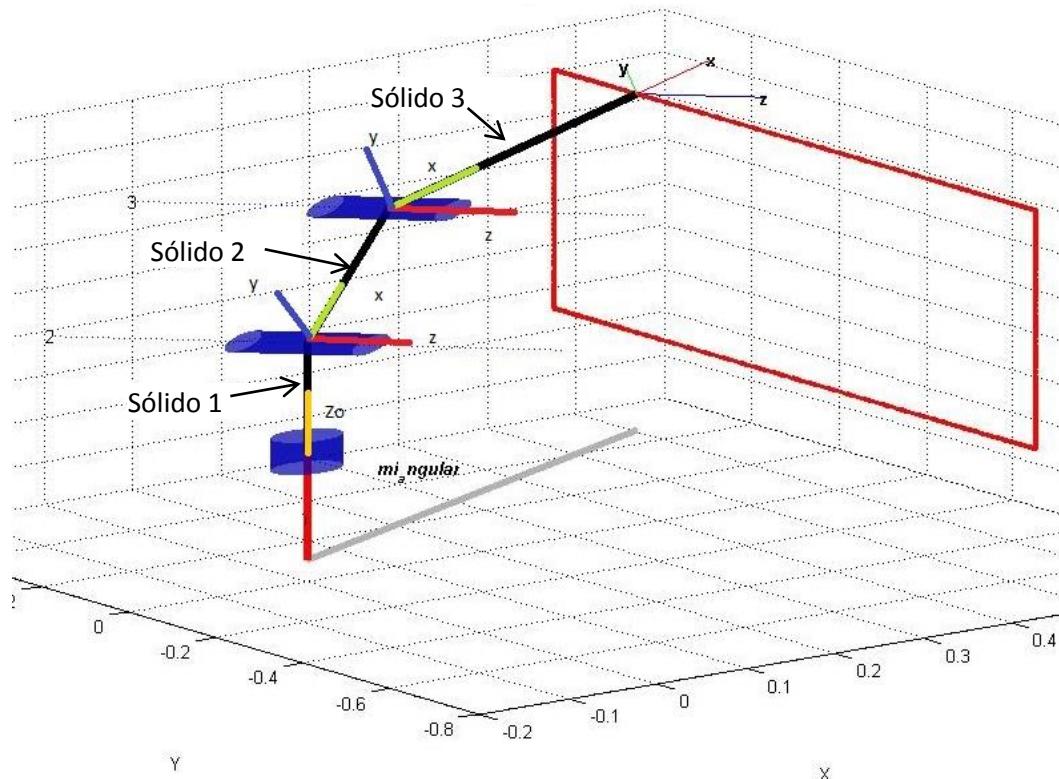


Figura 9- Robot Angular-ejes-D-H

## 4.1 PARÁMETROS DEL MANIPULADOR.

En este caso se ha modelado el robot partiendo de 3 cilindros huecos, los cuales constituyen los sólidos del robot, dentro de dichos sólidos se han modelado los dispositivos de accionamiento como cilindros macizos. La ubicación del motor de accionamiento del sólido 1 se ha dispuesto en la base del robot por tanto los parámetros dinámicos del sólido no dependen del motor elegido, en el caso del sólido 2 se ha modelado que lleva dentro del mismo los motores de accionamiento del propio sólido así como los del sólido 3. En el caso de la base del robot se ha dispuesto que el sólido 1 esté anclado directamente al suelo.

Los motores que sirven de accionamiento a cada sólido se han supuesto iguales ya que suele ser habitual para abaratar costes de fabricación.

En la siguiente tabla se muestran las dimensiones iniciales de iteración de los sólidos:

Sólido	Tipo	R <sub>ext</sub> (mm)	R <sub>int</sub> (mm)	h(mm)
1	Cilindro hueco	100	93	500
2	Cilindro hueco	100	90	500
3	Cilindro hueco	100	80	500

Tabla 8-Dimensiones Robot Angular

El modelo de los parámetros dinámicos se ha calculado a partir de las dimensiones de los sólidos, la densidad del material y las características de los motores [2]. Los cálculos se detallan en el Anexo II “Cálculo de los parámetros dinámicos del Robot Angular”.

Como se ha descrito anteriormente, los parámetros dinámicos como la Inercia, CDG, J<sub>m</sub> y la masa dependen tanto de las dimensiones de cada sólido como del motor elegido para este, la elección de dichos motores depende a su vez del par necesario para mover cada sólido al ejecutar la trayectoria requerida. En el capítulo de Resultados se hace un análisis de la elección de los motores más favorable. En la siguiente tabla se recogen los parámetros dinámicos de los sólidos con uno de los casos más representativos.

Sólido/Parámetro	Masa (kg)	J <sub>m</sub> (kg.m <sup>2</sup> )	G	Inercia (kg.m <sup>2</sup> )		CDG (mm)	
				I <sub>x</sub>	I <sub>y</sub>	I <sub>z</sub>	X
1	5.73	338.9 e-6	100	I <sub>x</sub>	0.146	I <sub>z</sub>	0
				I <sub>y</sub>	0.053	I <sub>x</sub>	-250
				I <sub>z</sub>	0.146	I <sub>y</sub>	0
2	16.4	338.9 e-6	100	I <sub>x</sub>	0.431	I <sub>z</sub>	-346
				I <sub>y</sub>	0.456	I <sub>x</sub>	0
				I <sub>z</sub>	0.456	I <sub>y</sub>	0
3	15.27	338.9 e-6	100	I <sub>x</sub>	0.125	I <sub>z</sub>	-250
				I <sub>y</sub>	0.381	I <sub>x</sub>	0
				I <sub>z</sub>	0.381	I <sub>y</sub>	0

Tabla 9- Parámetros Dinámicos Robot Angular

## 4.2 CINEMÁTICA Y DINÁMICA INVERSA

Tanto la cinemática como la dinámica se calculan igual que en el caso del puma, apartado 3.2 y 3.3.

## 4.3 CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE SEGURIDAD DE LOS SÓLIDOS

El cálculo del coeficiente de seguridad se ha realizado calculando la diferencia entre el límite elástico del aluminio y las tensiones a las que está sometido cada sólido.

$$CS = \frac{\sigma_{Alumio}}{\sigma_{solido}}$$



## 5. MODELADO ROBOT SCARA

En este capítulo se presenta el modelado del Robot Scara, dicho modelo se constituye mediante la definición de sólidos con perfil del tipo viga cajón y con sólidos cilíndricos rígidos. Este análisis se completa con más detalle en el Anexo I sobre la “Robotic Toolbox” de Matlab y el modelo se presenta en el Anexo IV.

La realización del dimensionado al igual que el robot angular se presenta de forma iterativa puesto que se plantea un modelo inicial tanto para los sólidos como para los accionamientos. El procedimiento se detalla en el apartado 6.

La estructura del Robot Scara está constituida por 2 articulaciones de revolución y una de traslación, y por lo tanto 3 *GdL*. Los parámetros de Denavit-Hartenberg vienen dados en la siguiente tabla:

Sólido/Parámetro	$\theta$ (grados)	$\alpha_i$ (grados)	a(mm)	d(mm)	Tipo articulación
1	$\theta_1$	0	500	0	Revolución
2	$\theta_2$	0	500	0	Revolución
3	0	0	0	$d_3$	Traslación

Tabla 10- Parámetros de DH Scara

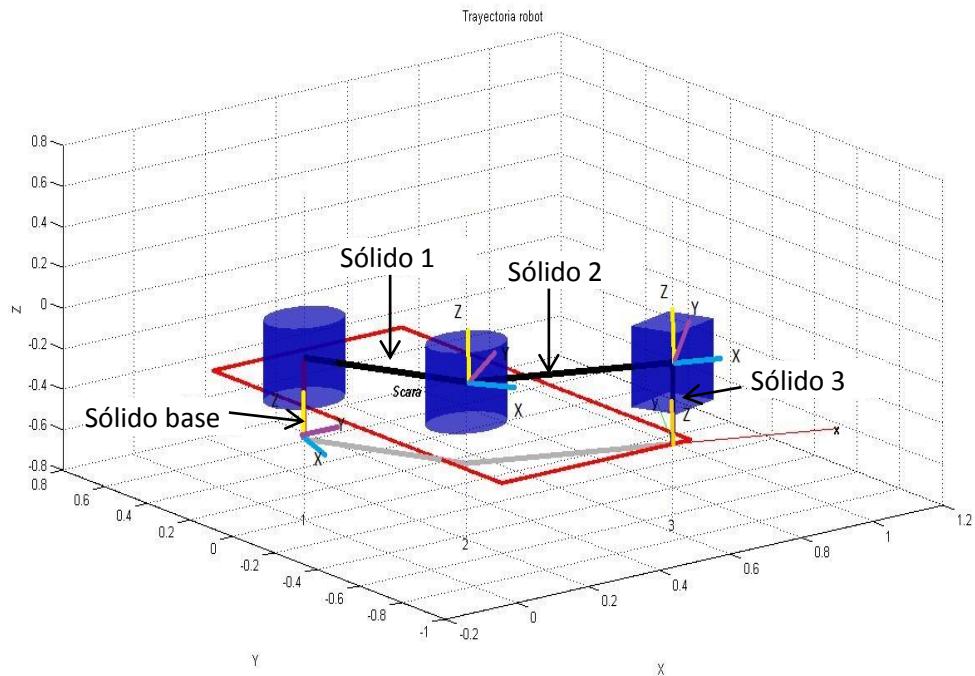


Figura 10-Robot Scara-ejes-D-H

## 5.1 PARÁMETROS DEL MANIPULADOR.

En este caso se ha modelado el robot partiendo de 2 sólidos con perfil del tipo viga cajón y uno del tipo cilindro macizo los cuales constituyen los sólidos del robot, sobre dichos sólidos se han modelado los dispositivos de accionamiento como cilindros macizos. La ubicación del motor de accionamiento del sólido 1 se ha modelado en la base del robot, mientras que sobre dicho sólido se ha colocado el accionamiento del sólido 2. El motor de accionamiento del sólido 3 por su parte se ha colocado sobre el final del sólido 2. En el caso del sólido base, se ha modelado como un cilindro de 50 centímetros de altura, sobre el cual está apoyado el sólido 1. Los motores que sirven de accionamiento a cada sólido se han supuesto iguales ya que suele ser habitual para abaratar costes de fabricación.

En la siguiente tabla se muestran las dimensiones iniciales de iteración de los sólidos:

Sólido	Tipo	h(mm)	b(mm)	e(mm)	L (mm)
1	Viga cajón	100	50	3	500
2	Viga cajón	100	50	3	500

Tabla 11-Dimensiones sólidos Robot Scara

Sólido	Tipo	R <sub>ext</sub> (mm)	R <sub>int</sub> (mm)	h (mm)
base	Cilindro hueco	100	90	500
3	Cilindro macizo	20		400

Tabla 12-Dimensiones sólidos Robot Scara

El modelo de los parámetros dinámicos se ha calculado a partir de las dimensiones de los sólidos, la densidad del material y las características de los motores [2]. Los cálculos se detallan en el Anexo III “Cálculo de los parámetros dinámicos del Robot Scara”.

En el capítulo de Resultados se hace un análisis de la elección de los motores más favorable. En la siguiente tabla se recogen los parámetros dinámicos de los sólidos con uno de los casos más representativos.

Sólido/Parámetro	Masa (kg)	J <sub>m</sub> (kg.m <sup>2</sup> )	G	Inercia (kg.m <sup>2</sup> )		CDG (mm)
1	5.73	338.9 e-6	100	I <sub>x</sub>	0.234	X
				I <sub>y</sub>	0.234	Y
				I <sub>z</sub>	0.231	Z
2	16.4	338.9 e-6	100	I <sub>x</sub>	0.234	X
				I <sub>y</sub>	0.234	Y
				I <sub>z</sub>	0.231	Z
3	15.27	338.9 e-6	100	I <sub>x</sub>	0.018	X
				I <sub>y</sub>	0.018	Y
				I <sub>z</sub>	0.00027	Z

Tabla 13- Parámetros Dinámicos Robot Scara

## 5.2 CINEMÁTICA Y DINÁMICA INVERSA

Tanto la cinemática como la dinámica se calculan igual que en el caso del puma, apartado 3.2 y 3.3.

## 5.3 CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE SEGURIDAD DE LOS SÓLIDOS

$$CS = \frac{\sigma_{Alumio}}{\sigma_{solido}}$$



## 6. MÉTODO ITERATIVO DE CÁLCULO

En esta parte del documento se detalla el proceso seguido para realizar el dimensionado. Se ha partido de unas dimensiones similares a las del puma 560 para los distintos sólidos, puesto que ha sido nuestro modelo de referencia. Para validar las dimensiones de los sólidos y motores, el coeficiente de seguridad de los sólidos se ha propuesto que debe ser mayor a 10, por su parte el par requerido para ejecutar la trayectoria tiene que ser mayor que el par que puede proporcionar el motor, en caso de no cumplirse las premisas se deberá redimensionar los sólidos o elegir un motor más potente respectivamente.

En el siguiente esquema se muestra el proceso de trabajo:

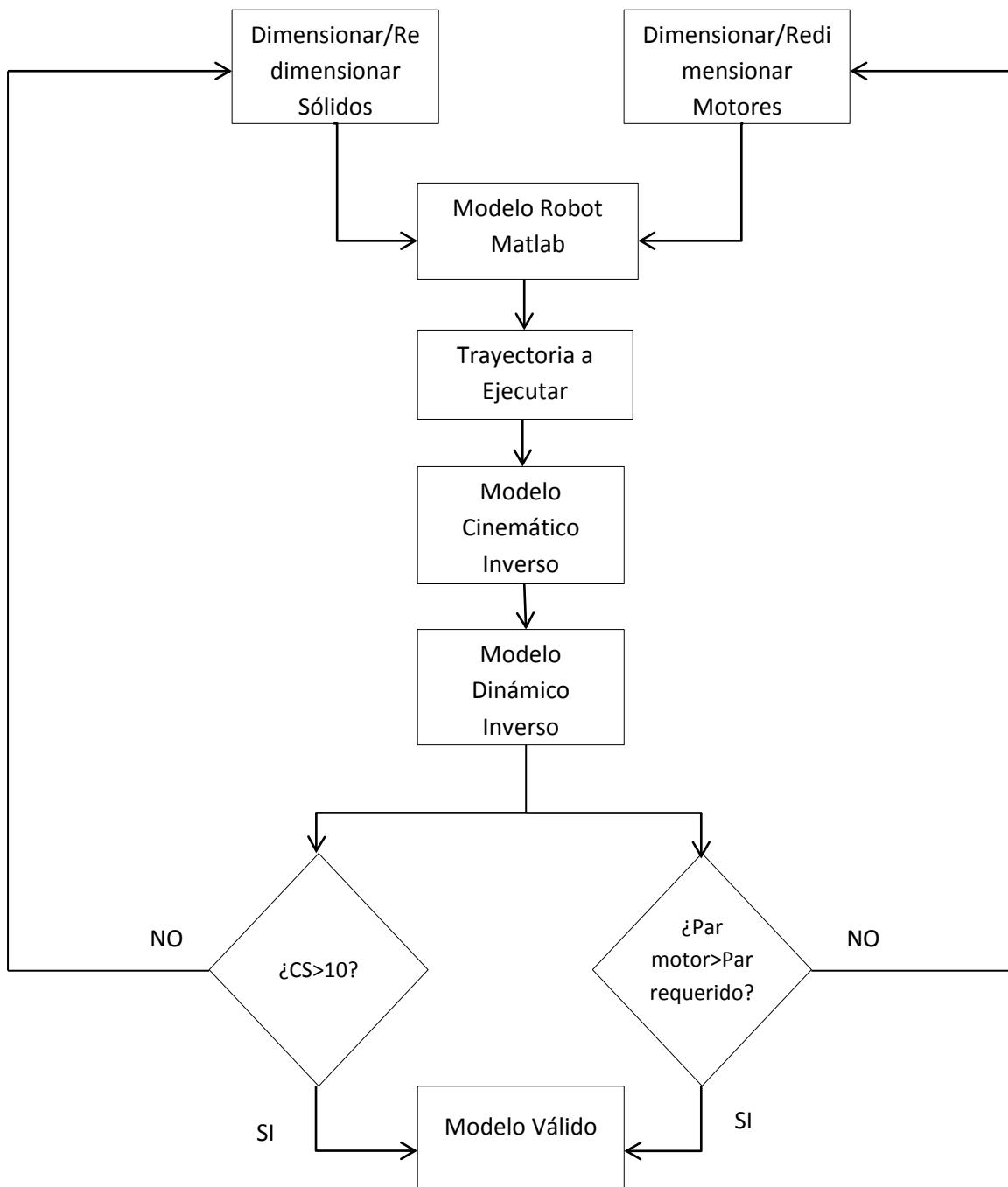


Figura 11- Esquema método iterativo

En cada iteración el cambio de motor provoca un cambio en los parámetros dinámicos del modelo del sólido correspondiente puesto que cambia la inercia del sólido, masa, centro de gravedad, inercia del motor.

## 7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este apartado se presentan los resultados de los modelos planteados en los apartados 3, 4 y 5.

### 7.1 RESULTADOS PUMA 560

En la siguiente tabla se muestran los valores máximos de las fuerzas, momentos y par para las distintas trayectorias descritas en el Apartado 2.3 (Figura 4).

Trayectoria	Tracción (N)	Clizalladura (N)	Flector (N.m)	Torsor(N.m)	Par (N.m)	Configuración
a: Frontal cercana	696.91	976.43	1331.3	525.63	6.35	lun
b: Frontal exterior	619.34	664.15	529.56	228.29	3.23	lun
c: Lateral	478.57	484.38	248.15	165.81	1.65	lun
d: ISO	619.34	664.15	616.92	288.29	3.63	lun

Tabla 14- Resultados Puma 560

A continuación se hace un análisis detallado con los casos más representativos. La gráfica de estas trayectorias y las restantes se pueden consultar en el Anexo V, donde también se incluyen las gráficas de la dinámica de las mismas.

#### 7.1.1 RESULTADOS TRAYECTORIA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE.

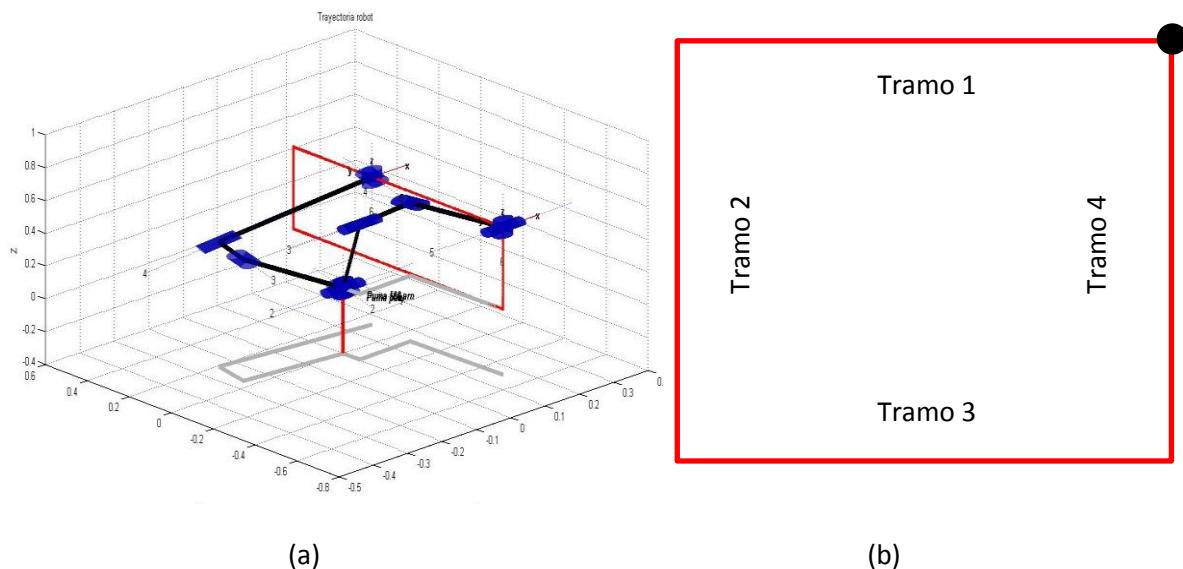


Figura 12- Trayectoria cara frontal cercana a la base Puma 560

La trayectoria empieza y termina con el robot parado durante 1 segundo en el punto marcado en la figura 12 (b). La trayectoria se ha dividido en 4 tramos con duración de 1 segundo cada uno, en cada uno de los cuales se ha establecido para la velocidad un perfil trapezoidal.

En la figura 12 (a) se muestra el punto más desfavorable de la trayectoria, el cual se encuentra en el tramo 1. En las siguientes gráficas se muestra en detalle:

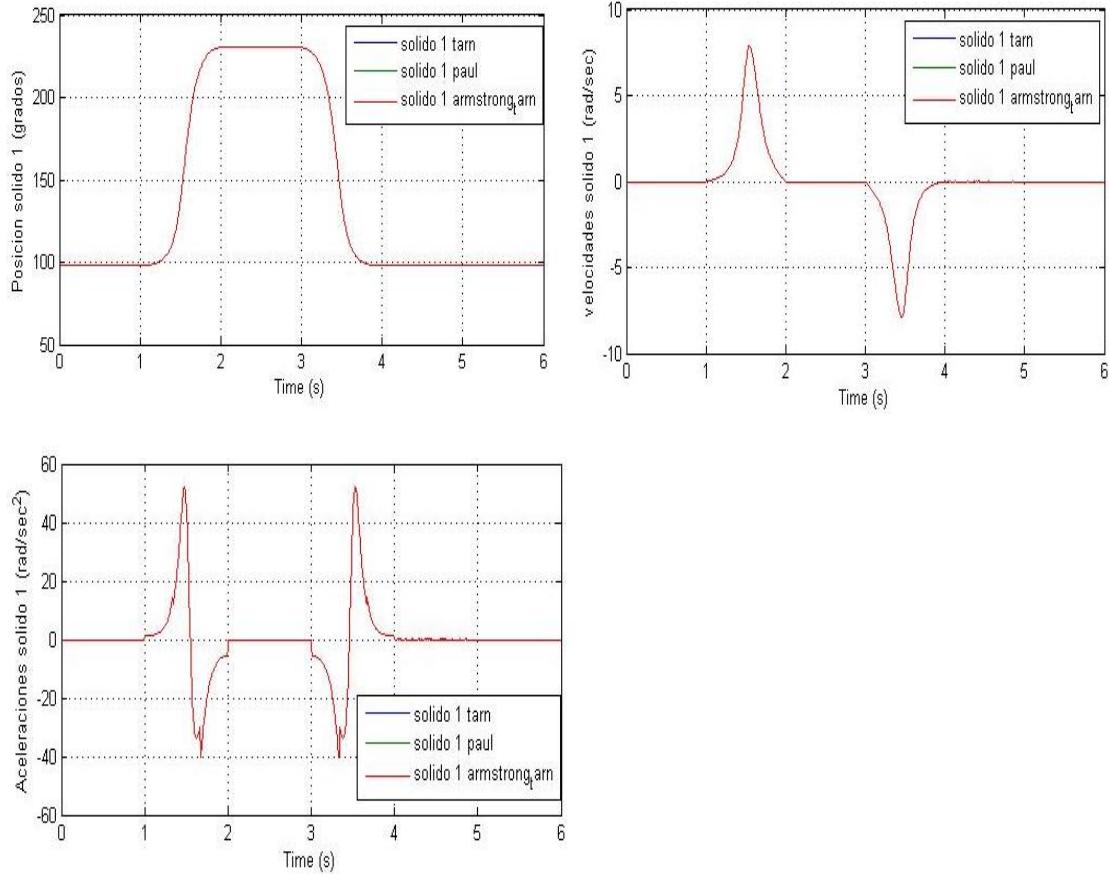


Figura 13-Cinemática cara frontal cercana a la base Puma

Se puede observar que los puntos más desfavorables considerando la cinemática se producen en el sólido 1 en los tramos 1 y 3, esto se debe a que dicho sólido realiza un giro de aproximadamente 145 grados en 0.5 segundos lo que deriva en una velocidad y aceleraciones elevadas respecto al resto de la trayectoria. Este hecho afecta posteriormente a la dinámica puesto que las ecuaciones de Newton-Euler son función de la cinemática y por tanto el modelo dinámico inverso basado en el mismo lo es también.

El hecho de que se produzca un pico elevado de aceleración se debe a que mientras más nos acercamos a la base al ejecutar la trayectoria más nos acercamos a una posición de singularidad del manipulador.

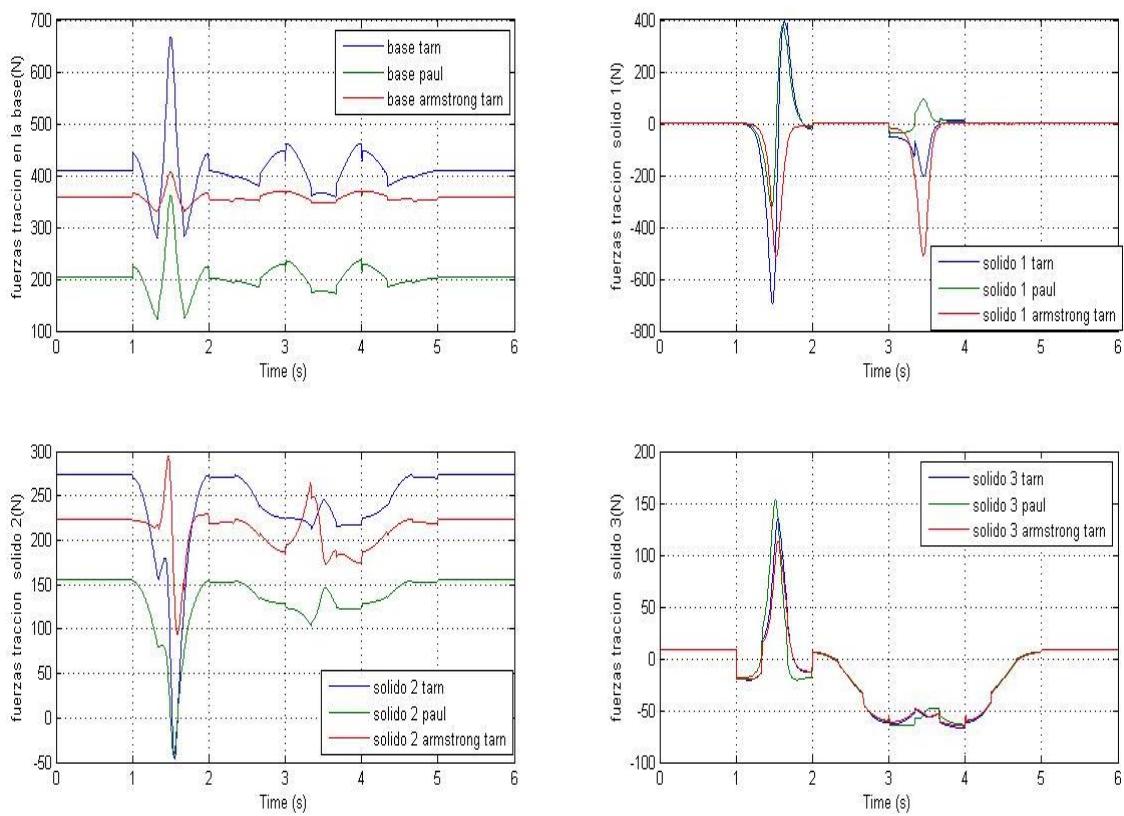


Figura 14-Fuerzas de tracción cara frontal cercana a la base Puma

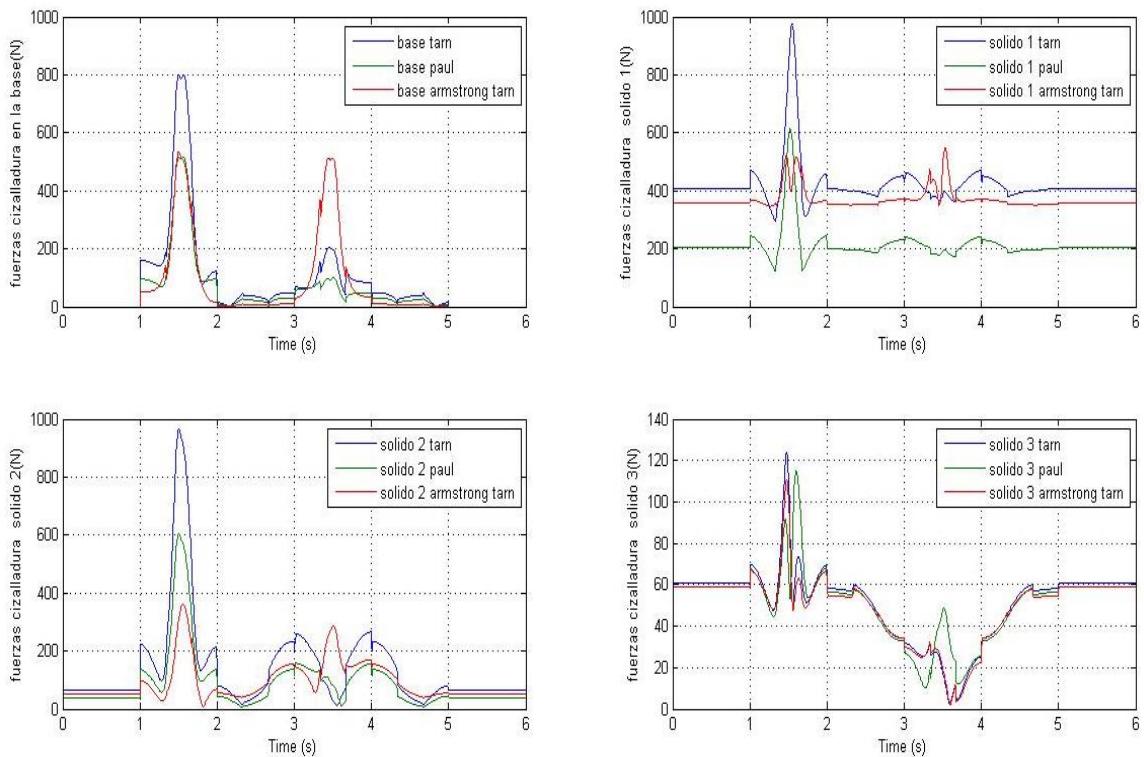


Figura 15- Fuerzas de Cizalladura cara frontal cercana a la base Puma

Se observa que en el modelo de Tarn las fuerzas son mayores respecto al modelo de Paul y Armstrong-Unitimation (Armstrong-Tarn), esto se debe a que las masas de los sólidos son mayores por lo que afectan más a la dinámica.

En este caso la fuerza de cizalladura es mayor en el sólido 1 debido al pico de aceleración, por su parte el sólido 2 presenta un valor semejante debido a que dicho sólido ejecuta el tramo desfavorable inclinado hacia atrás por lo que el peso del sólido 3 le afecta en mayor medida. En cuanto a la fuerzas de tracción, el valor máximo se produce en el sólido 1 debido al giro de 145 grados mencionado anteriormente y a sus aceleraciones elevadas que provoca que el resto de sólido tiren hacia fuera del mismo produciendo dicha tracción. Cabe recalcar que en la gráfica el valor de la fuerza de tracción es negativo, esto se debe a que está referenciada a los ejes definidos por los parámetros de Denavit-Hartenberg y no a que se trate una fuerza de compresión.

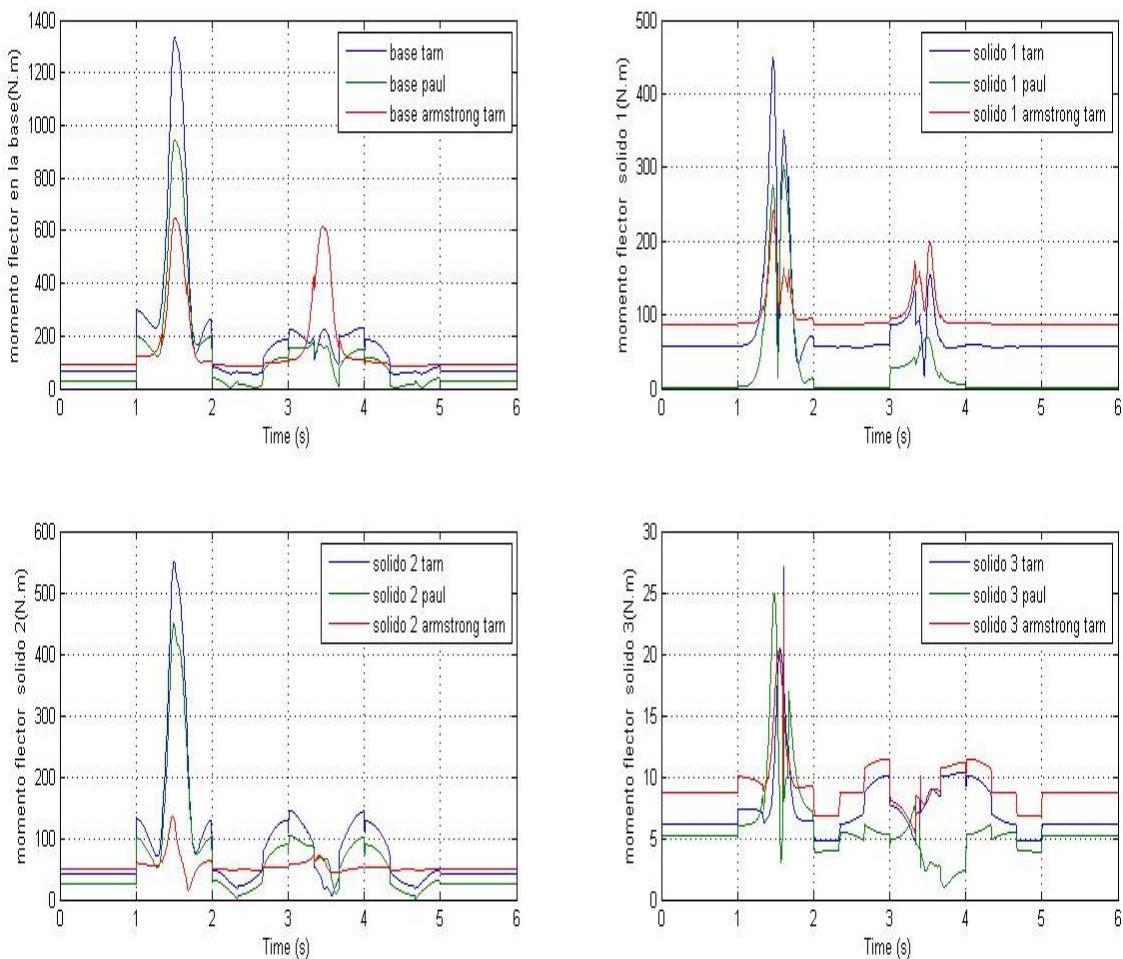


Figura 16-Momento fletor cara frontal cercana a la base Puma

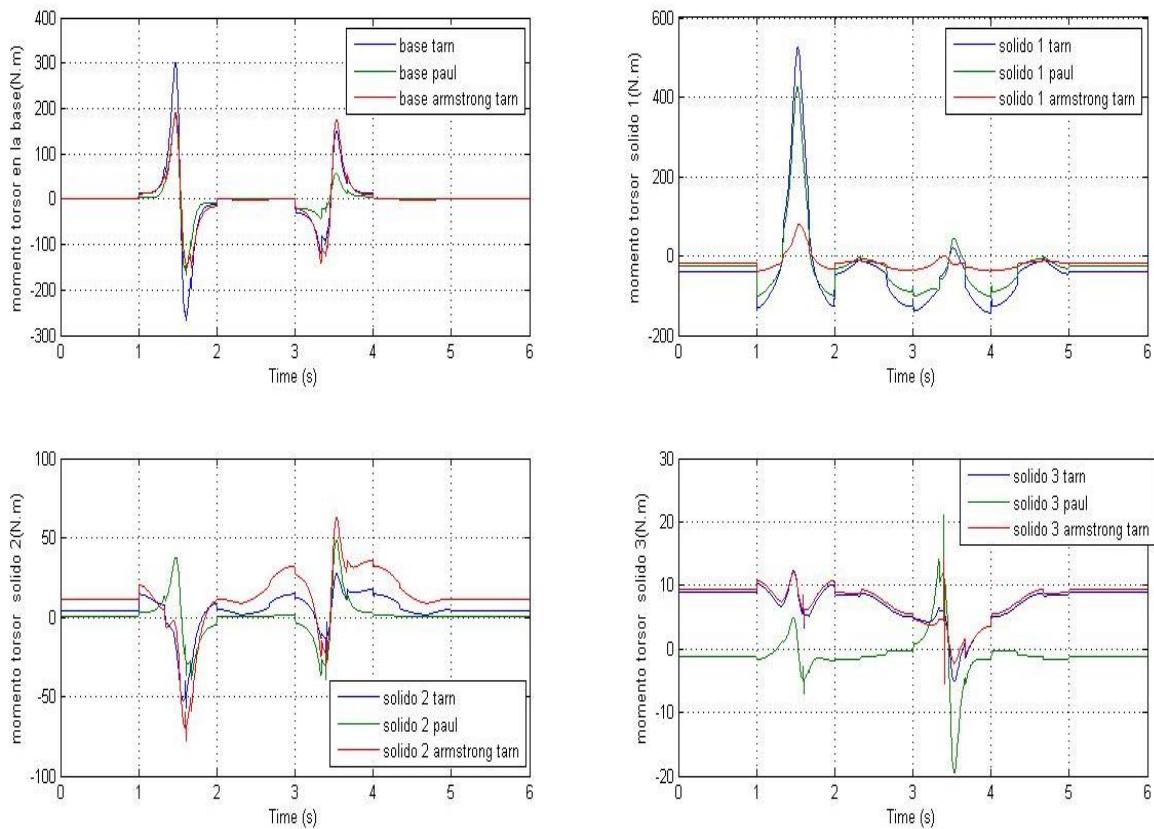


Figura 17- Momento torsor cara frontal cercana a la base Puma

En el caso del momento fletor se puede observar que es mayor en la base (punto de unión con el suelo) como era de esperar dada la posición del sólido 2 y que las fuerzas de tracción del sólido 1 se convierten en fuerzas de cizalladura en la base, lo que provoca un mayor fletor. Además de soportar todo el peso de la estructura.

Para el momento torsor el mayor valor se produce en el sólido 1 ya que al igual en las fuerzas de tracción se ve afectado por el giro rápido que efectúa el mismo.

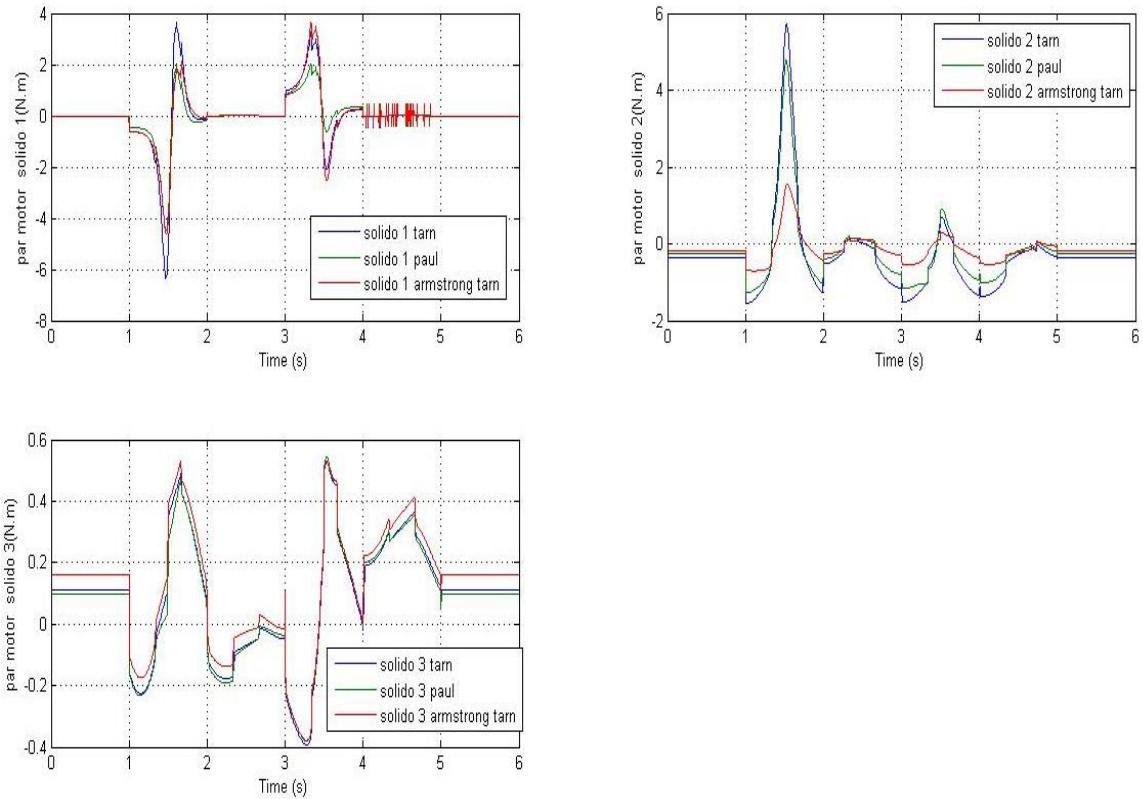


Figura 18-Par motor cara frontal cercana a la base Puma

Dado que en el sólido 1 se presentan en mayor parte las fuerzas y momentos más altos, así como aceleraciones elevadas, el par requerido por dicho sólido se presenta también como el par máximo requerido para ejecutar la trayectoria. Dado que el caso de Tarn presenta sólidos más pesados implica pares más grandes por lo que el par alcanzado es de 6.35 frente al par próximo a 4.6 requerido en el caso del modelo de Paul y Armstrong-Tarn.

Tomando como referencia los motores BSM 80-333 de [2], ya que su inercia y peso es parecida a la del modelo se ha supuesto que es un valor válido de referencia. Teniendo en cuenta los valores del análisis realizado se tiene que el par requerido es mayor que el valor comportamiento continuo, por tanto los motores se verán obligados a reducir su velocidad de giro durante 0.5 segundos para ejecutar el tramo de trayectoria. Además el robot perdería la trayectoria (en posición y en orientación, teniendo una u otra un mayor protagonismo en función de la articulación afectada). La solución para que esta "salida de trayectoria" no pase es reducir la velocidad de operación del robot o rebajar nuestras pretensiones y alejarnos de la base.

Por tanto este tipo de trayectorias tan cerca de la base no es recomendado en la industria dado que este comportamiento de los motores reduce el tiempo de vida de los mismos para ciclos prolongados de trabajo.

## 7.1.2 RESULTADOS TRAYECTORIA CARA FRONTAL EXTERIOR.

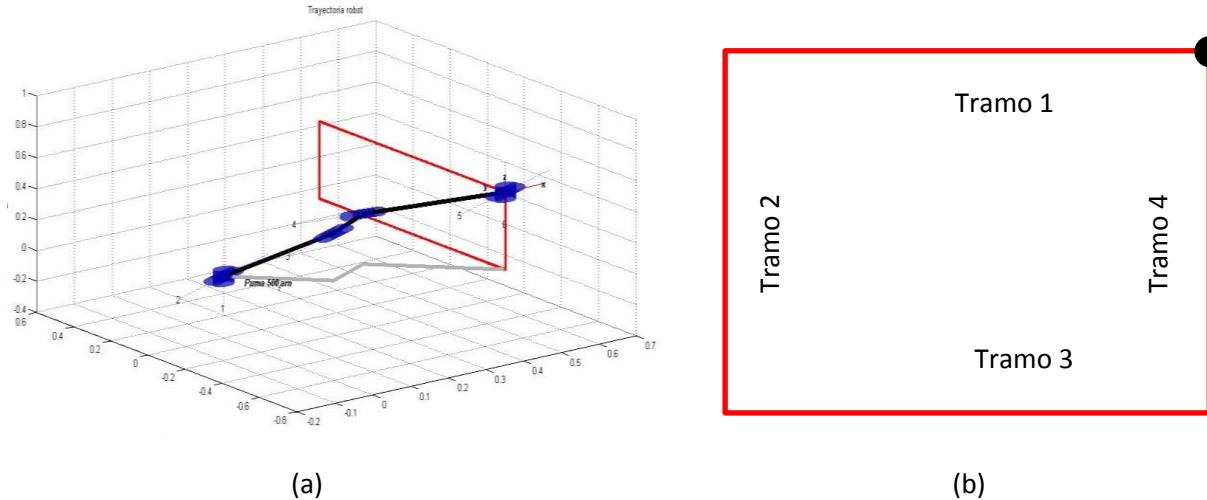


Figura 19- Trayectoria Cara frontal exterior Puma 560

En las figuras 19 (a) y (b) se pueden observar los distintos tramos de trayectoria así como el punto inicial-final de la misma. Además en (a) se ve la posición del robot en el punto más desfavorable.

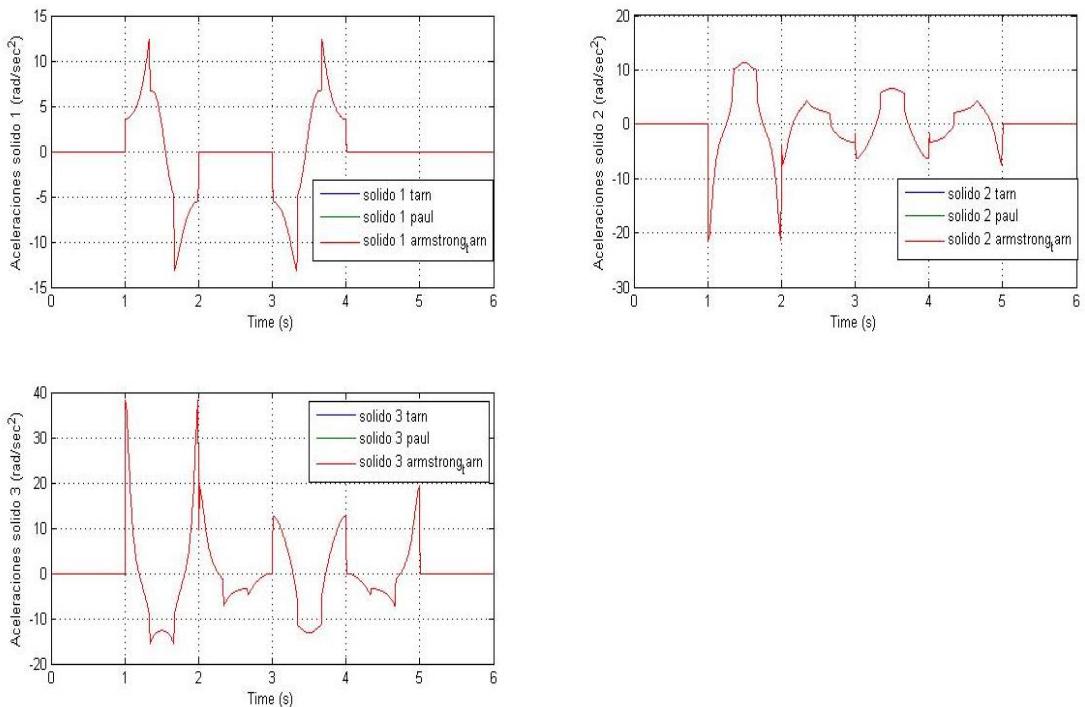


Figura 20-Aceleraciones Cara frontal exterior Puma.

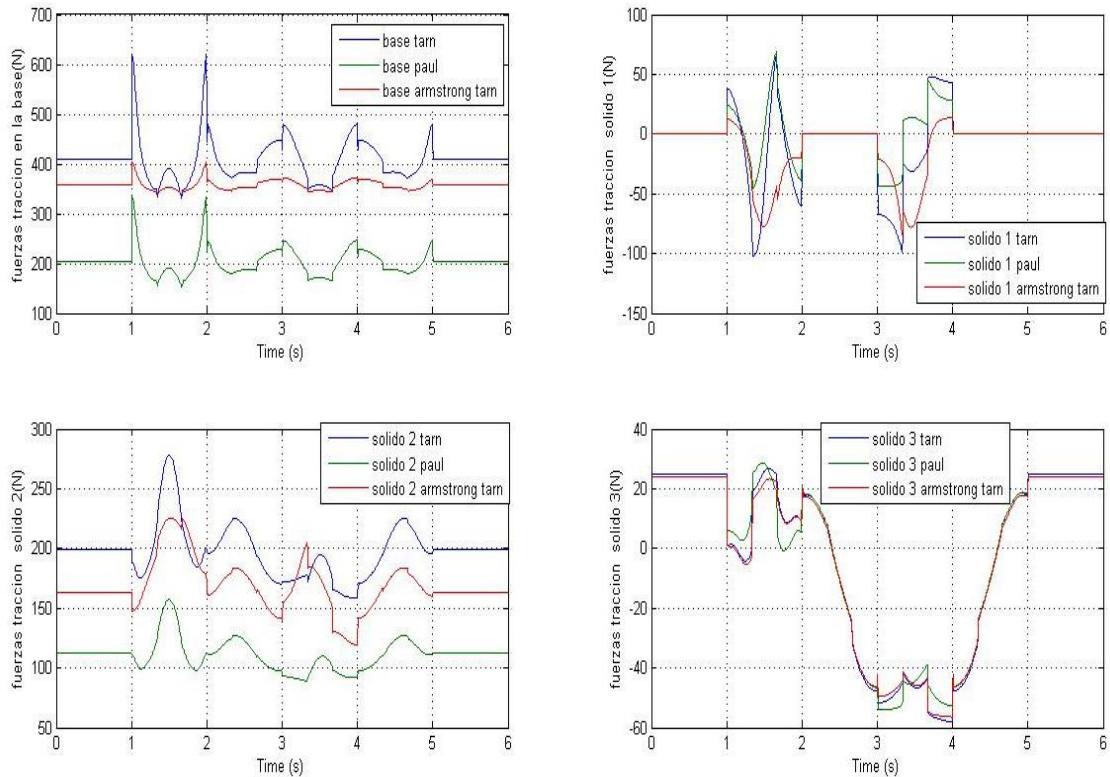


Figura 21-Fuerzas de Tracción cara exterior Puma

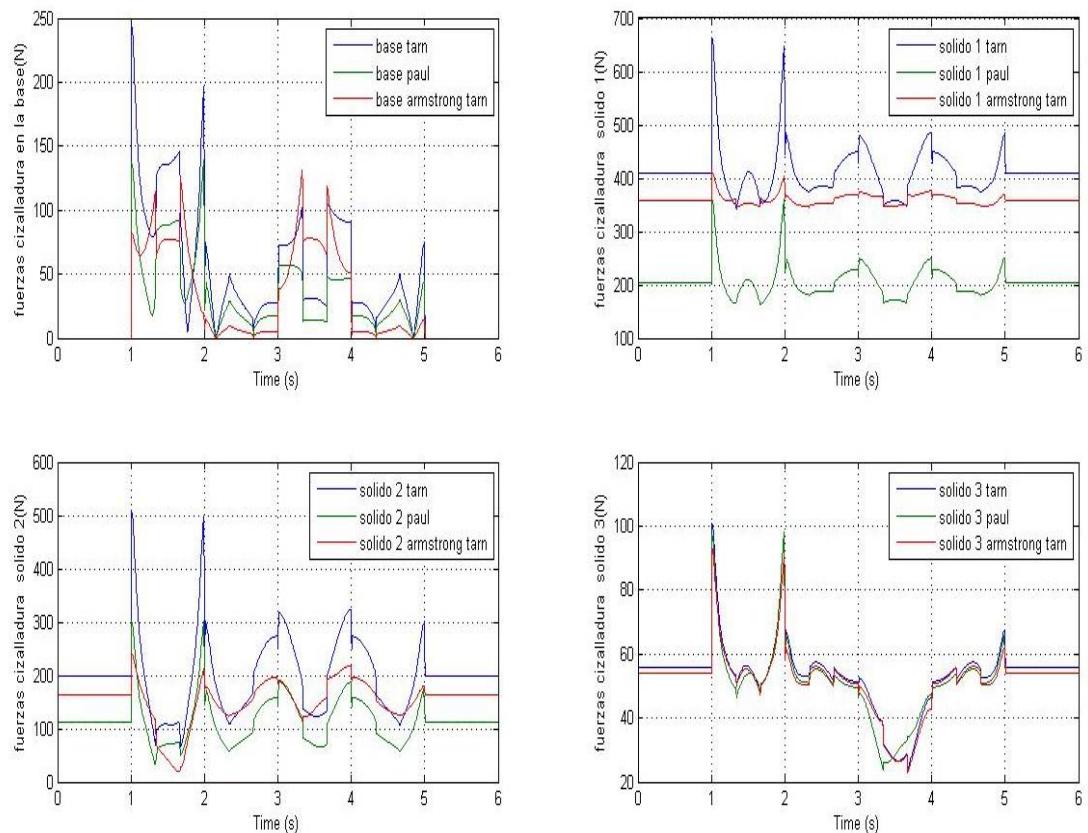


Figura 22-Fuerzas de Cizalladura cara exterior Puma

Se puede observar que el punto más desfavorable de la trayectoria es el punto inicial del tramo 1, comportamiento esperado puesto que en ese instante el brazo se encuentra totalmente extendido, provocando por tanto que el sólido 1 presente la mayor fuerza de cizalladura, al tener uno de sus extremos apoyado en la base y el otro unido al sólido 2 y consecuentemente soportar el peso del resto de sólidos.

Por su parte la base se ve afectada por el valor máximo de las fuerzas de tracción debido a que toda la fuerza de cizalladura que afecta al sólido 1 se convierte en tracción para la base.

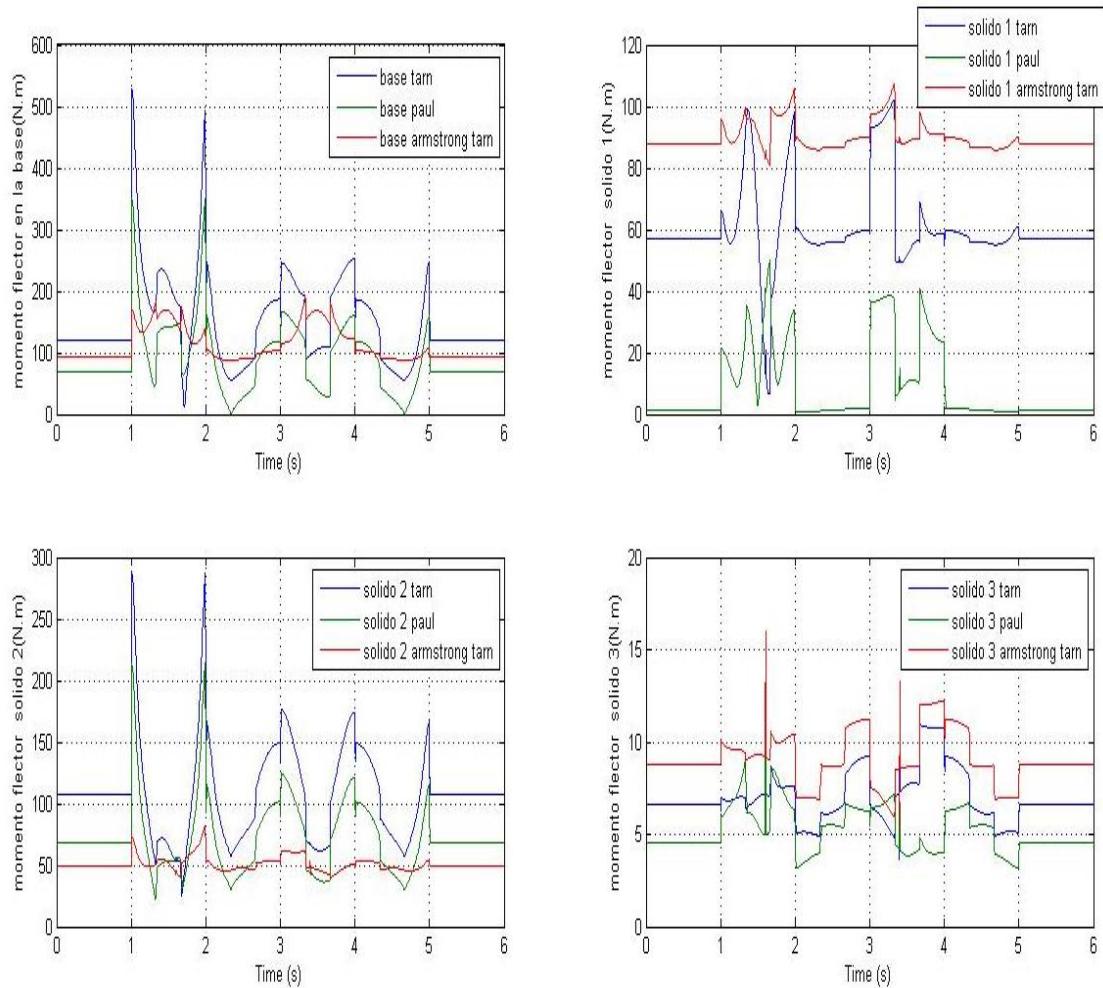


Figura 23-Momento flector cara exterior Puma

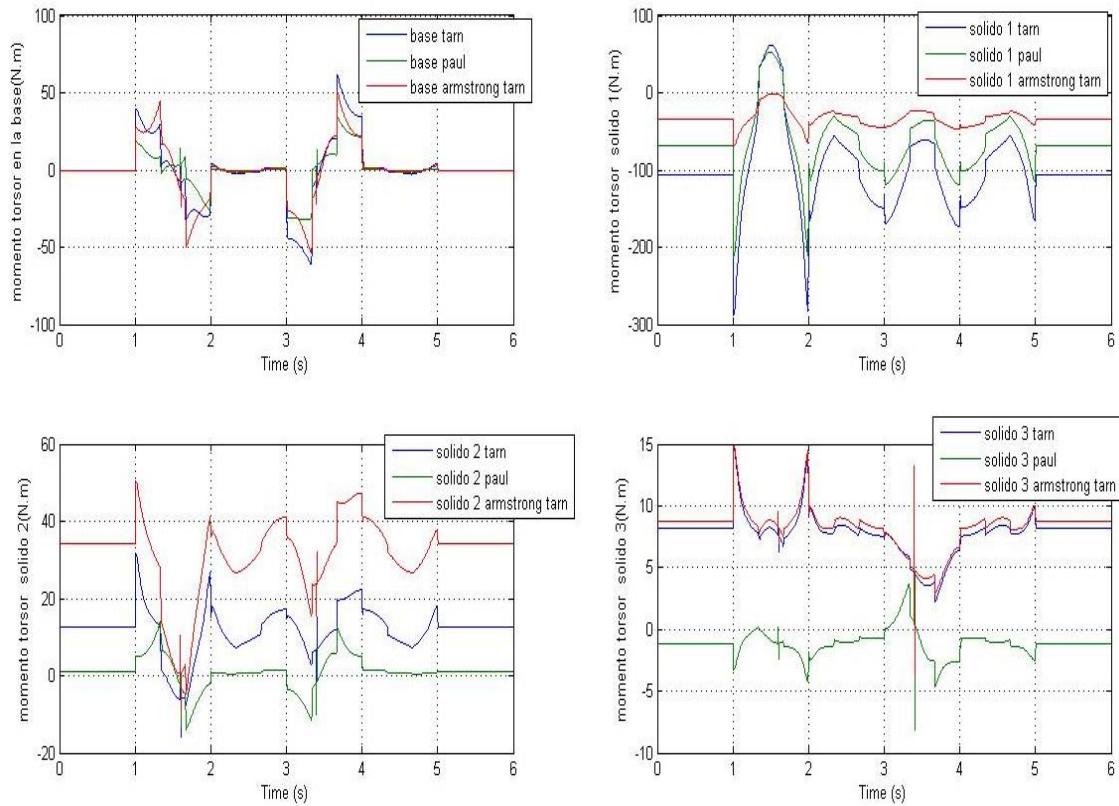


Figura 24-Momento torsor cara exterior Puma

El momento flector máximo se produce en la base igual que en el caso de la trayectoria anterior, puesto que soporta toda la estructura del manipulador. En cuanto al momento torsor al igual que las fuerzas se produce en el sólido 1 al estar el brazo extendido.

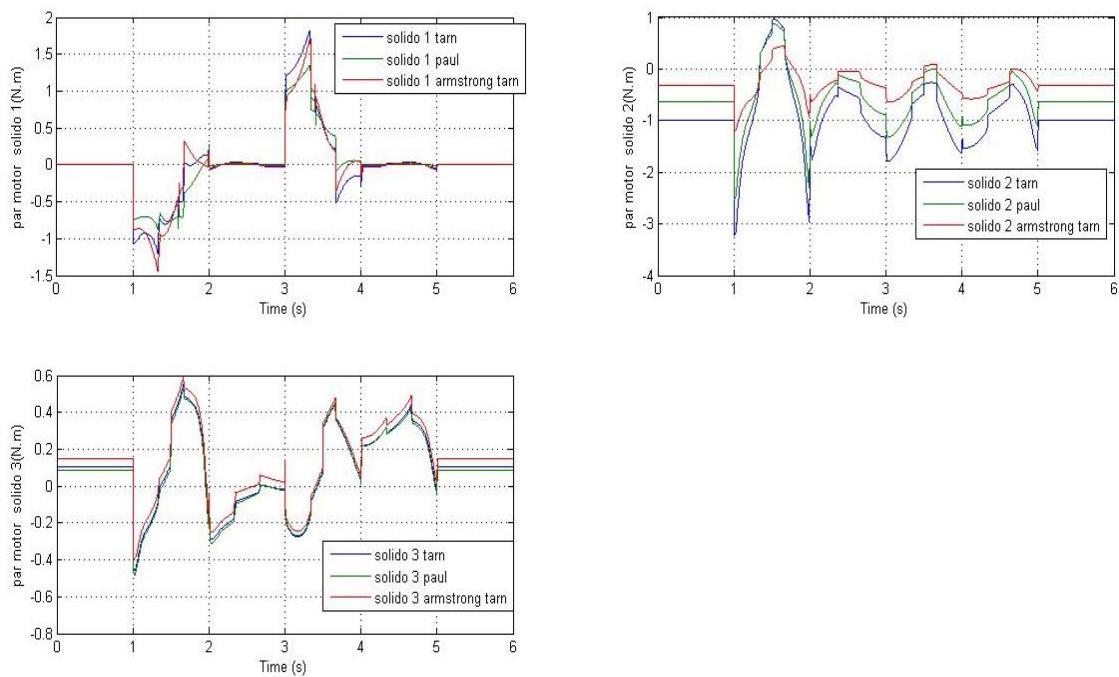


Figura 25-Par requerido cara exterior Puma

Dado que el sólido 2 está en la posición más desfavorable (brazo estirado) en el instante inicial, el motor de dicho sólido tiene que proporcionar un par mayor en dicho instante.

Tomando como referencia al igual que el caso anterior la serie de motores BSM 80-333, en este caso se observa que el par requerido puede ser proporcionado por el par de comportamiento continuo, que es el par recomendado para realizar trabajos en la industria durante ciclos prolongados.

## 7.2 RESULTADOS ROBOT ANGULAR

En primer lugar se ha tomado como referencia los valores del par requerido por el puma 560 para realizar un primer modelo con un motor de la serie BSM 80N-333, en la siguiente tabla se muestra un análisis de los valores máximos para las distintas trayectorias con el robot sin carga.

Trayectoria	Tracción (N)	Clizalladura (N)	Flector (N.m)	Torsor(N.m)	Par (N.m)	Configuración
a: Frontal cercana	497.53	521.84	506.04	91.89	2.18	codo arriba
b: Frontal exterior	518.19	449.02	251.11	60.77	2.29	codo arriba
c: Lateral	516.27	447.17	240.22	16.76	2.28	codo arriba
d: ISO	496.03	438.98	406.28	91.99	1.9	codo arriba

Tabla 15- Valores máximos trayectorias Angular

Se ha tomado como trayectorias representativas las mismas que en el Apartado 7.1 puesto que se ha demostrado que contienen posiciones de interés como el brazo extendido o tramos cercanos a la base. La definición de estas trayectorias y sus resultados así como las restantes se detallan en el Anexo VI.

En segundo lugar se ha procedido a encontrar el motor más apropiado y la carga máxima que puede manejar el robot, a través de los motores proporcionados por Baldor en [2] y del método iterativo planteado en el Apartado 6.

Serie Motor	Peso motor (Kg)	Par continuo (N.m)	Par pico (N.m)
BSM 50	1,1	0,45	1,8
BSM 50	1,6	0,9	3,65
BSM 50	2	1,36	5,44
BSM 63	1,68	0,77	3,08
BSM 63	2,3	1,47	5,88
BSM 63	2,9	2,09	8,36
BSM 80	3,2	1,65	6,6
BSM 80	4,6	3,2	12,8
BSM 80	6	4,52	18,08
BSM 90	8,2	6	24
BSM 90	12,7	10	40
BSM 90	17,3	13,3	53,2
BSM 100	16	14	56

Tabla 16- Par proporcionado por motores

Peso motor (kg)	Par requerido 1 (N.m)	Par requerido 2 (N.m)	CS mínimo	Payload (Kg)
1.1	3,212	5,1827	13795	8
6	3,4711	6,1803	13602	8
8.2	3,5604	6,51	13534	8
12.7	3,9623	7,7014	13286	8

Tabla 17- Par requerido Robot Angular Payload 8 Kg

Peso motor (kg)	Par requerido 1 (N.m)	Par requerido 2 (N.m)	CS mínimo	Payload (Kg)
1.1	3,9563	6,398	11086	10
6	4,2154	7,396	10971	10
8.2	4,3047	7,73	10932	10
12.7	4,6386	8,9	10791	10

Tabla 18- Par requerido Robot Angular Payload 10 Kg

Las columnas Par requerido 1 y Par requerido 2 corresponden a las trayectorias de la cara exterior y cara frontal cercana a la base del paralelepípedo respectivamente.

A partir de estas tablas se ha realizado un ajuste lineal de los datos y se ha representado el Par frente al peso que caracteriza a cada motor.

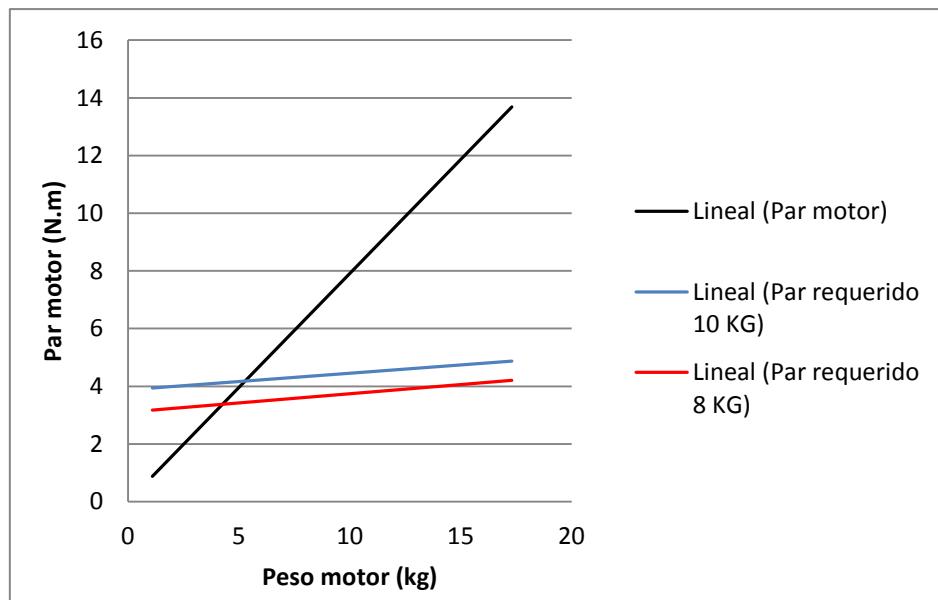


Figura 26-Par continuo vs Peso Robot angular

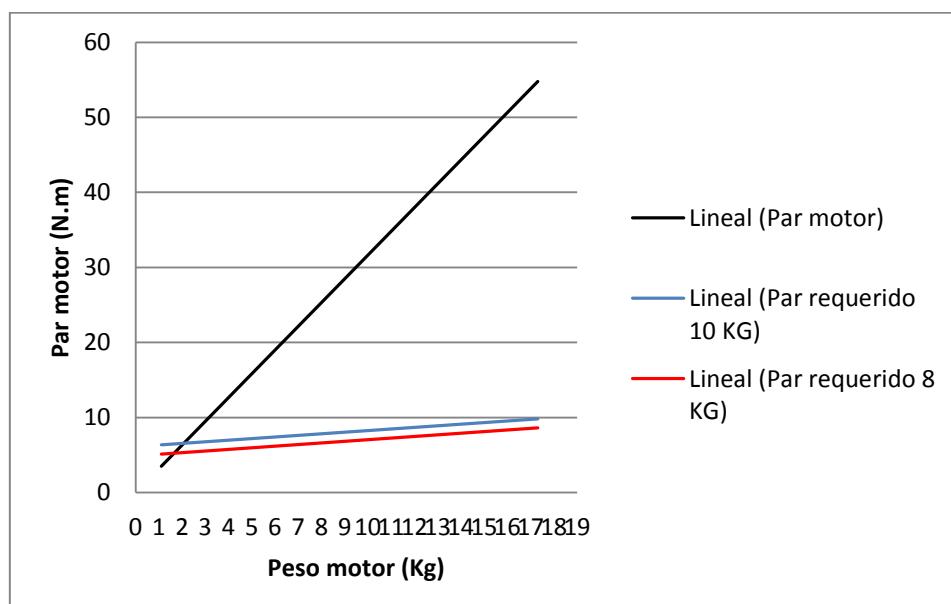


Figura 27- Par pico vs Peso Robot angular

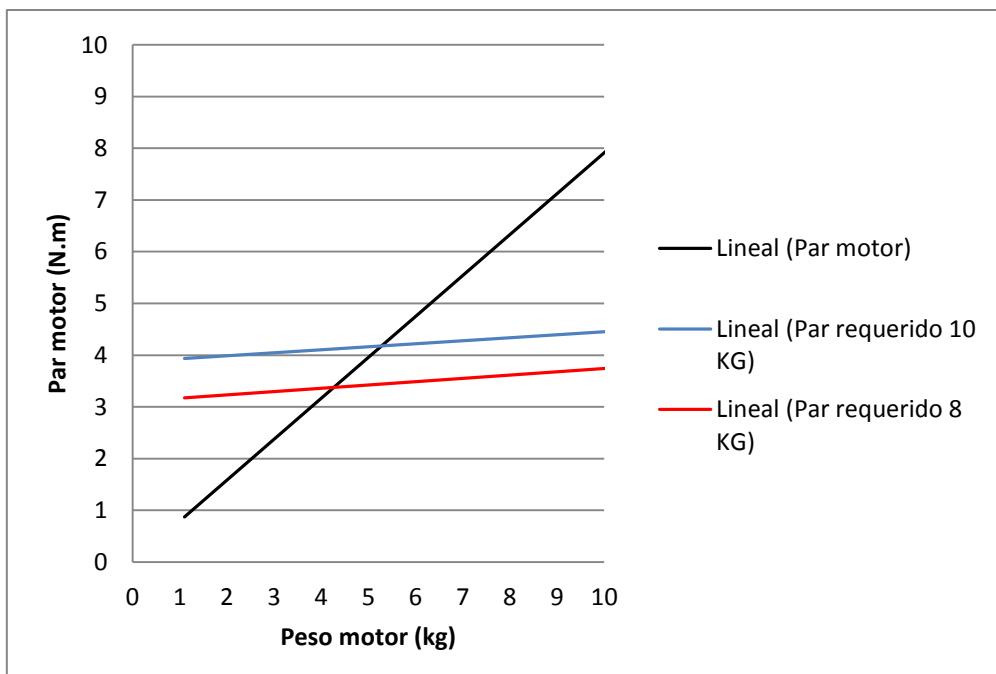


Figura 28- Zoom Par continuo vs peso Angular

Al igual que en el caso del Puma la trayectoria cercana a la base el robot requiere un par mayor que el resto de trayectorias, que como se verá en el análisis detallado se produce durante un corto instante de tiempo por lo que se ha considerado que dicho par debe ser inferior al valor de pico del motor elegido. Además mientras este tipo de trayectorias se aproxime más a la base mayor será el par requerido puesto que nos aproximamos a una singularidad.

Por tanto para un correcto dimensionado del motor se ha tenido en cuenta que el par de comportamiento continuo sea mayor que el par máximo requerido por la trayectoria de la cara exterior y que el par de pico del motor sea mayor que el par requerido por la trayectoria de la cara cercana a la base.

En la figura 28 se puede observar que la pendiente de la recta del par proporcionado por los motores es mucho mayor que la del par requerido tanto para el robot cargado con 8 Kg como con 10 Kg. Esto implica que el método converge.

En el caso del robot cargado con 8 Kg se tiene que a partir de los 4,3 Kg será indiferente la elección del motor puesto que el par que pueden proporcionar los mismos es mayor al par requerido, es decir la influencia de los parámetros del motor pese a cambiar la dinámica de los sólidos del robot pasa a ser despreciable.

En el caso del robot cargado con 10 Kg será indiferente elegir un motor u otro a partir de los 5.2 Kg.

A partir de estos parámetros se deduce que la serie mínima a elegir BSM 80-233 con un peso de 4.6 Kg en el caso del robot cargado con 8 Kg, pero en [2] se observa que el par de comportamiento continuo es inferior a los valores obtenidos en la tabla puesto que el ajuste lineal simplemente nos da unos valores de referencia y no datos exactos. Dado que el motor

anterior no cumple con el par requerido se elige el siguiente motor en la serie, en este caso es el BSM 80-333 (Anexo VIII) que puede proporcionar un par de comportamiento continuo de 4.52 Nm y un par de pico de 18.08 N.m cumpliendo así con los pares requeridos para las dos trayectorias planteadas.

Análogamente al caso anterior se comprueba que el mismo motor cumple los requisitos para el robot cargado con 10 Kg. Además se ha dado el caso que el motor elegido coincide con el que se había tomado como referencia a partir del Puma 560, pero cabe recalcar que en el caso del Puma el robot no se encontraba cargado como en el caso del Angular.

En cuanto al dimensionado de los sólidos se comprueba que las dimensiones elegidas inicialmente cumplen ampliamente con el coeficiente de seguridad exigido, siendo dicho coeficiente en el caso más desfavorable de 17091 mientras que el exigido es de 10. Esto nos indica que la dimensión de los sólidos no presenta un problema para cargas pequeñas de trabajo y hay que centrarse principalmente en el dimensionado de motores.

A partir del motor elegido, en este caso el BSM 80-333 y de la carga máxima que puede soportar el robot, en este caso 10, se realiza un análisis detallado de la dinámica para las trayectorias elegidas como representativas. Las gráficas de estas trayectorias y las restantes se pueden consultar en el Anexo VI, donde también se incluyen las gráficas de la dinámica de las mismas.

### 7.2.1 RESULTADOS TRAYECTORIA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE.

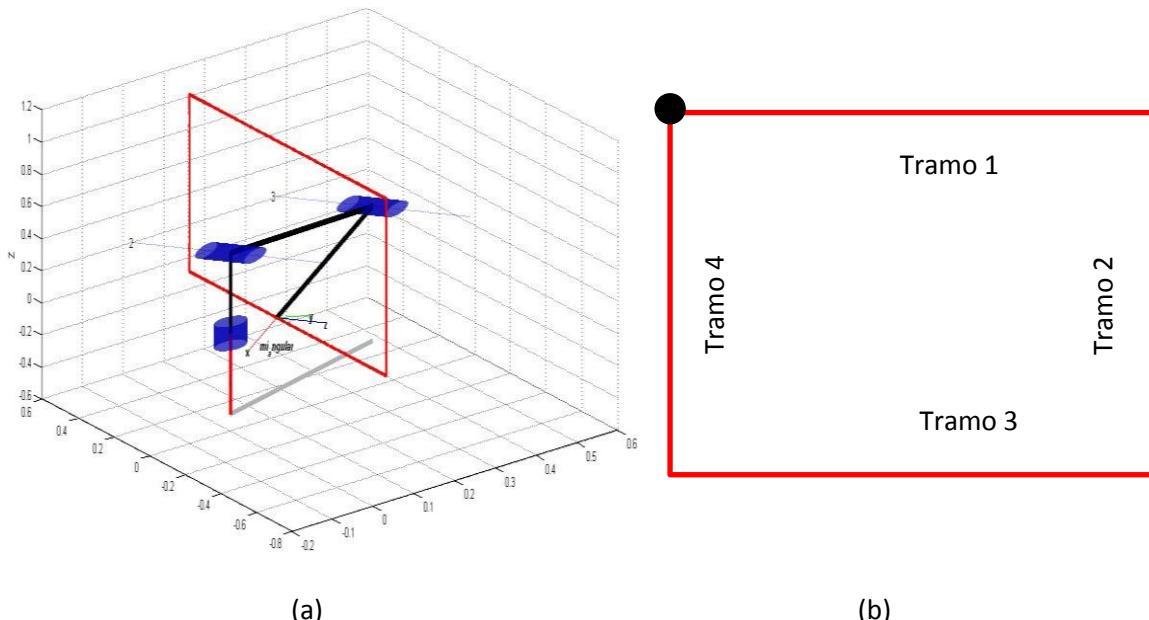


Figura 29-Trayectoria cara frontal cercana a la base Angular

En las figuras 29 (a) y (b) se pueden observar los distintos tramos de trayectoria así como el punto inicial-final de la misma. Además en (a) se ve la posición del robot en el punto más desfavorable.

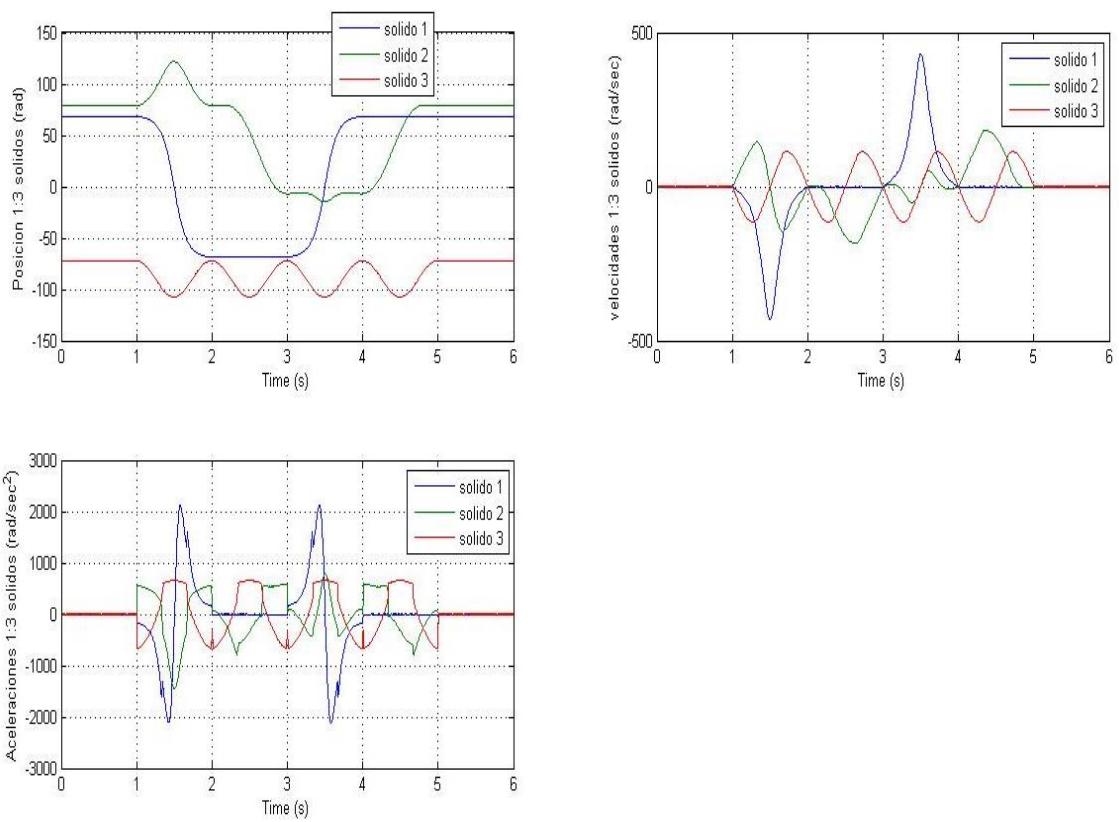


Figura 30-Cinemática cara frontal cercana a la base Angular

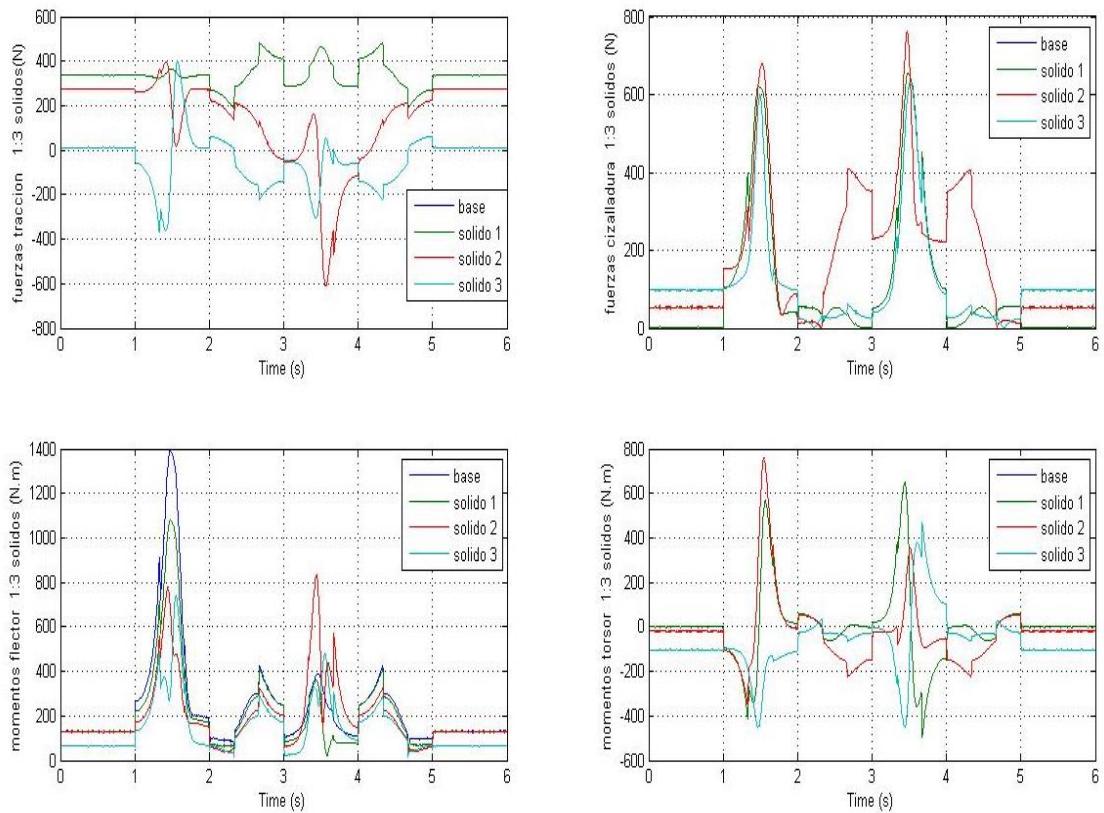


Figura 31-Dinámica cara frontal cercana a la base Angular

Este caso es similar al del Apartado 7.1.1 en el que se producen picos de aceleración debido a un giro brusco, estos giros se producen en el tramo 1 y 3, siendo en este caso más desfavorable para el caso de las fuerzas el del tramo 3 ya que el sólido 2 se encuentra aproximadamente en horizontal lo que sumado al giro provoca grandes fuerzas de cizalladura. Por su parte el giro rápido incrementa la tracción en dicho sólido.

En cuanto a los momentos, el caso más desfavorable está en el tramo 1 ya que en este instante el sólido 2 está inclinado hacia atrás lo que provoca mayor flector en la base. El torsor por su parte es mayor en el sólido 2 debido al giro rápido mencionado anteriormente.

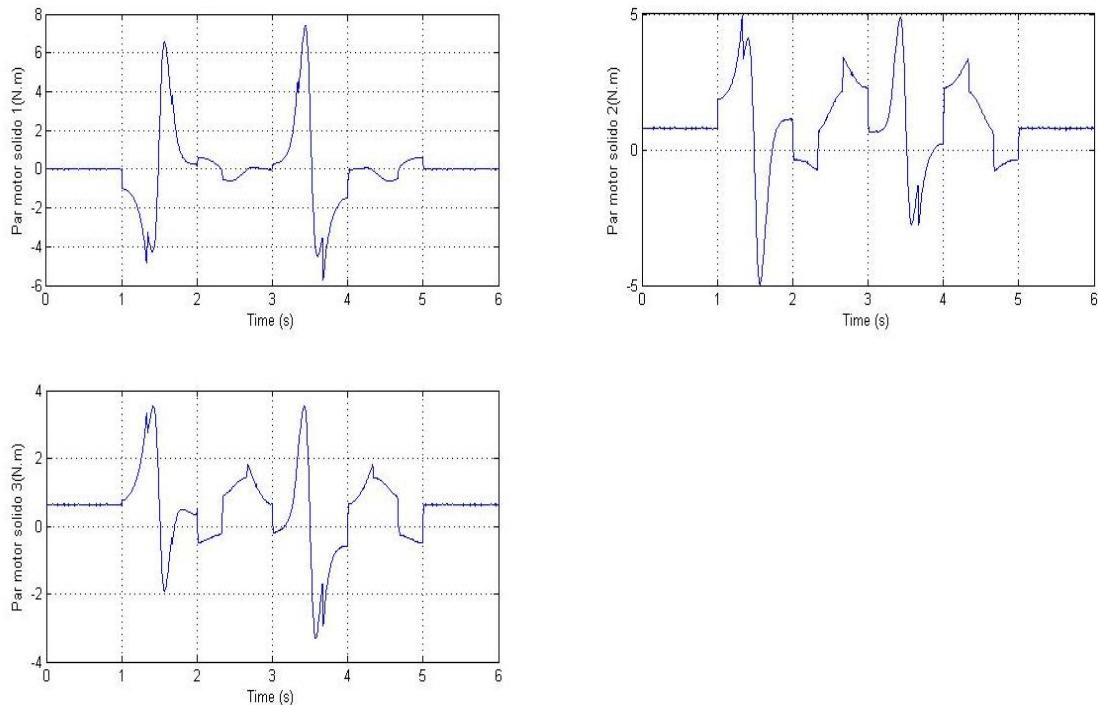


Figura 32-Par requerido cara frontal cercana a la base Angular

En cuanto al par se observa que el par requerido es menor que el par de pico proporcionado por el motor, por tanto los motores pueden ejecutar la trayectoria sin problemas, pero en dicho pico el motor bajará sus velocidad al igual que en el caso del puma, ocasionando los mismos problemas. La solución es la misma que se ha planteado en el caso del Puma.

## 7.2.2 RESULTADOS TRAYECTORIA CARA EXTERIOR

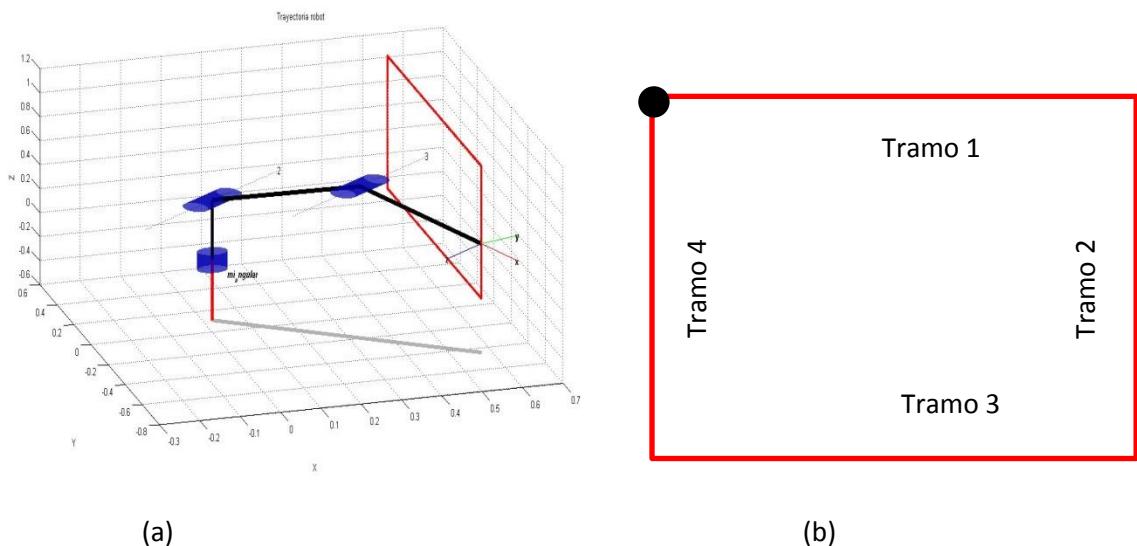


Figura 33- Trayectoria cara exterior Angular

En las figuras 33 (a) y (b) se pueden observar los distintos tramos de trayectoria así como el punto inicial-final de la misma. Además en (a) se ve la posición del robot en el punto más desfavorable.

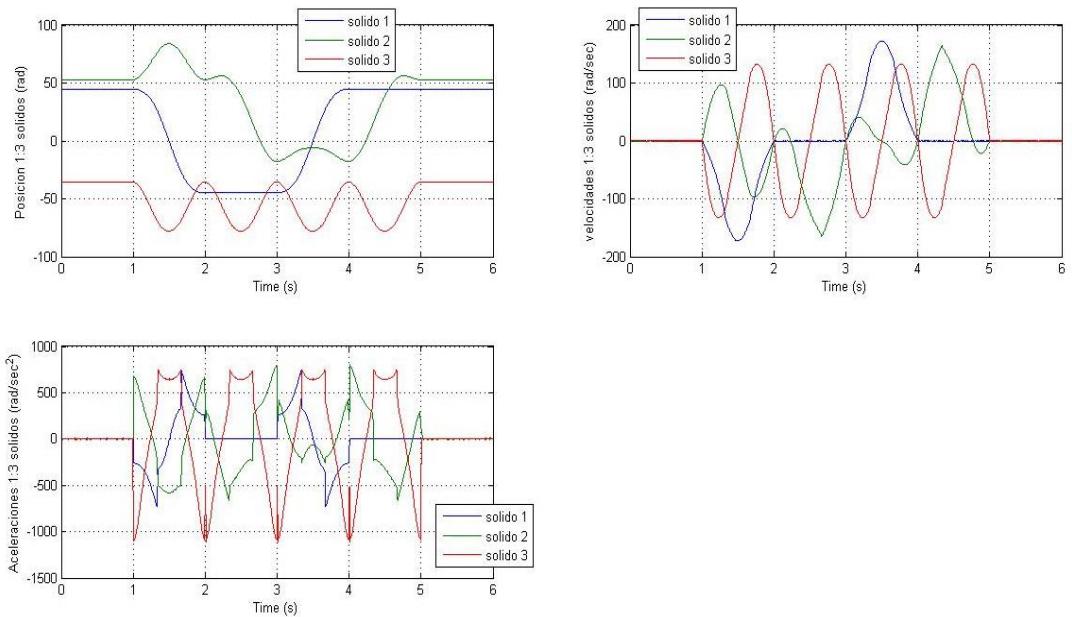


Figura 34-Cinemática cara exterior Angular

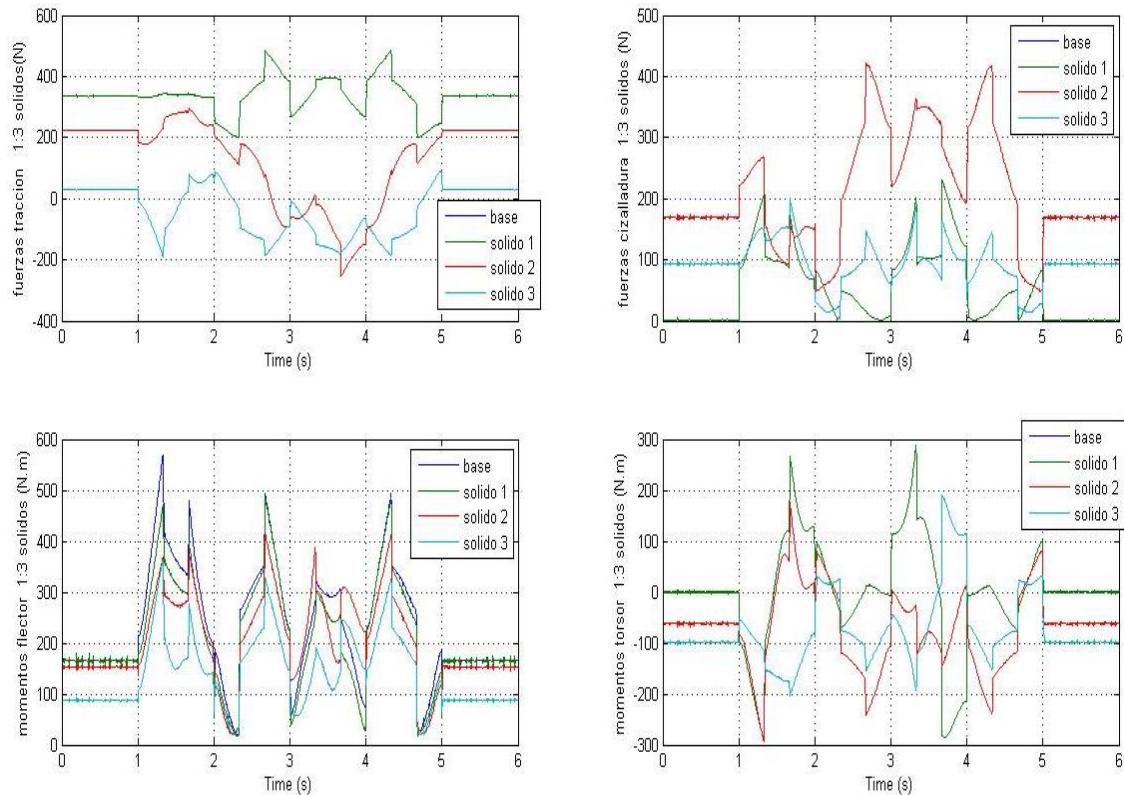


Figura 35- Dinámica cara exterior angular

En las gráficas se puede observar que para las fuerzas los valores del sólido 1 y la base se superponen, puesto que los ejes planteados por D-H coinciden.

Las fuerzas de Tracción son mayores en sólido 1/base cuando el brazo está extendido y se pone en movimiento puesto que soporta el peso de toda la estructura. Las fuerzas de cizalladura por su parte son mayores en el sólido 2 pero en este caso a diferencia del puma no se produce en el punto inicial de la trayectoria con el brazo extendido sino pasada la mitad del tramo 2 de la misma cuando han transcurrido 2,67 segundos, esto se debe a que el sólido 2 y 3 alcanzan una posición aproximadamente horizontal provocando un incremento en las fuerzas, en el caso del Puma dichos sólidos no alcanzan una posición similar sino que están mucho más inclinados dado que posee 3 grados de libertad más a causa de la muñeca.

En cuanto al momento flector al igual que pasaba en el caso del puma, la base es la que alcanza el valor máximo cuando el brazo está estirado y se pone en movimiento. Por su parte el máximo momento torsor se produce en el sólido 1 al igual que en el puma.

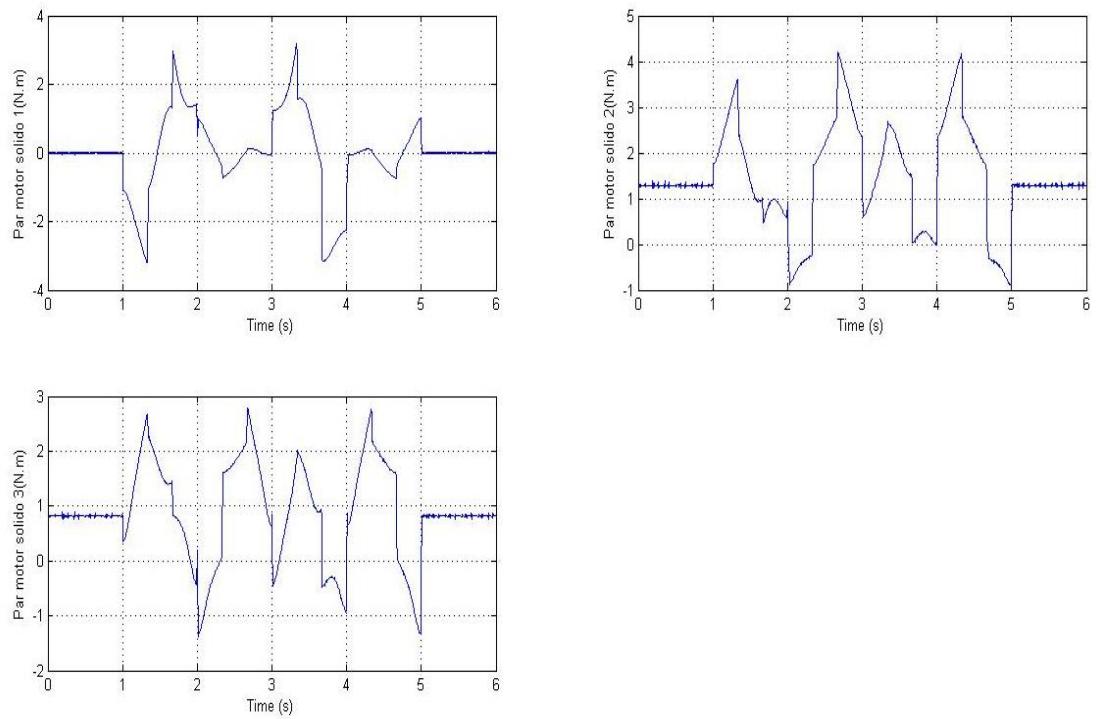


Figura 36- Par requerido cara exterior Angular

En este caso se demuestra que las situaciones más desfavorables no tienen por qué coincidir con las situaciones a robot parado, en este caso el brazo estirado, puesto que el robot está en movimiento con velocidades apreciables que pueden hacer que esta situación varíe.

Dado que el sólido 2 está en la posición más desfavorable (aproximadamente en horizontal), el motor de dicho sólido tiene que proporcionar un par mayor en dicho instante. Dicho par requerido puede ser proporcionado por el par de comportamiento continuo del motor con el que se ha dimensionado el Robot.

## 7.3 RESULTADOS SCARA

En primer lugar se ha tomado como referencia los valores del par requerido por el puma 560 y Angular para realizar un primer modelo con un motor de la serie BSM 80N-333, en la siguiente tabla se muestra un análisis de los valores máximos para las distintas trayectorias con el robot sin carga.

Trayectoria	Tracción (N)	Clizalladura (N)	Flector (N.m)	Torsor(N.m)	Par (N.m)
a: Frontal cercana	323.6	358.73	269	222.86	2.8
b: Superior	154.33	173.71	157.93	60.92	0.87
c: Lateral	156.3	156.3	155.27	28.3	0.199
d: ISO	323.6	358.37	267.1	222.82	2.8
f: Frontal exterior	156.3	162.6	182.06	108.28	1.1

Tabla 19- Valores máximos trayectorias Scara

Se ha tomado como trayectoria representativa las mismas que en casos anteriores. La definición de estas trayectorias y sus resultados así como las restantes se detallan en el Anexo VII.

En segundo lugar se ha procedido a encontrar el motor más apropiado y la carga máxima que puede manejar el robot, a través de los motores proporcionados por Baldor en [2] y del método iterativo planteado en el Apartado 6 al igual que el caso anterior.

Peso motor (kg)	Par requerido 1 (N.m)	Par requerido 2 (N.m)	CS mínimo	Payload (Kg)
1.1	3,03	4,79	506,6	8
4.6	3,4	5,33	494,25	8
6	3,64	5,54	485,1	8
8.2	3,95	5,8	476,25	8
12.7	4,95	7,16	457,28	8

Tabla 20- Par requerido Robot Scara Payload 8 Kg

Peso motor (kg)	Par requerido 1 (N.m)	Par requerido 2 (N.m)	CS mínimo	Payload (Kg)
1.1	3,79	6	406,41	10
4.6	4,1	6,53	398,46	10
6	4,336	6,749	394,76	10
8.2	4,64	7	387,43	10
12.7	5,64	7,95	375,06	10

Tabla 21- Par requerido Robot Scara Payload 10 Kg

Las columnas Par requerido 1 y Par requerido 2 corresponden a las trayectorias de la cara exterior y cara frontal cercana a la base del paralelepípedo respectivamente.

A partir de estas tablas y la Tabla 16 se ha realizado un ajuste lineal de los datos y se ha representado el Par frente al peso que caracteriza a cada motor.

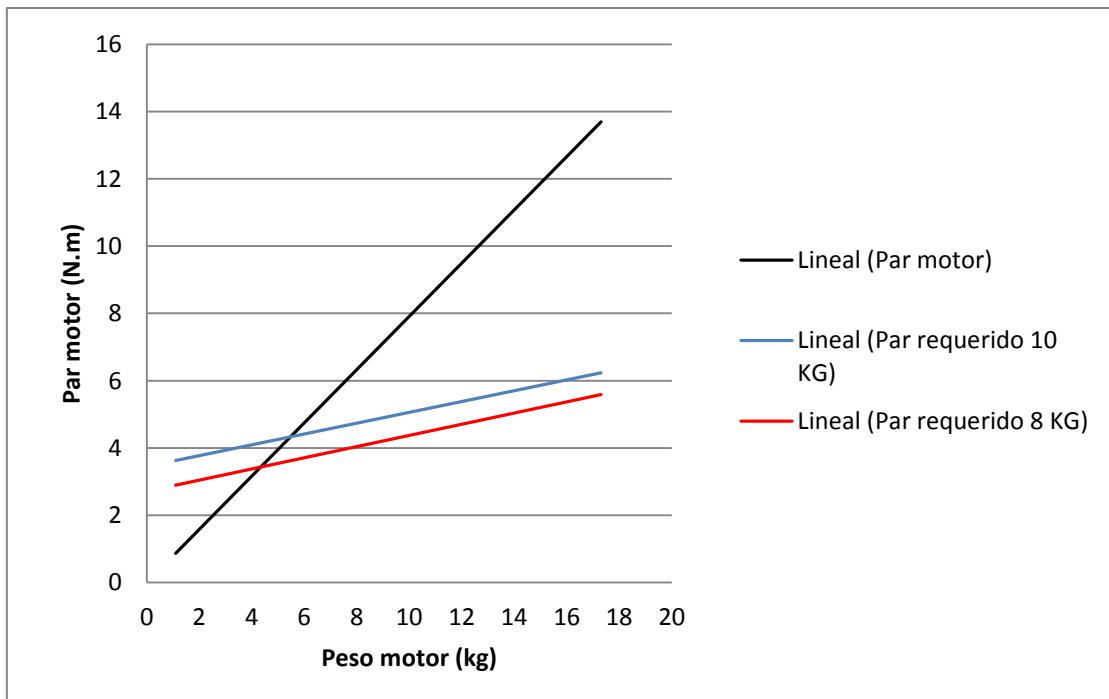


Figura 37- Peso vs Par motor Robot Scara

Al igual que en el caso del Angular la trayectoria cercana a la base el robot requiere un par mayor que el resto de trayectorias, que como se verá en el análisis detallado se produce durante un corto instante de tiempo por lo que se ha considerado que dicho par debe ser inferior al valor de pico del motor elegido. Además mientras este tipo de trayectorias se aproximen más a la base mayor será el par requerido puesto que nos aproximamos a una singularidad.

Por tanto para un correcto dimensionado del motor se ha tenido en cuenta que el par de comportamiento continuo sea mayor que el par máximo requerido por la trayectoria de la cara exterior y que el par de pico del motor sea mayor que el par requerido por la trayectoria de la cara cercana a la base.

En la figura 37 se puede observar que la pendiente de la recta del par proporcionado por los motores es mucho mayor que la del par requerido tanto para el robot cargado con 8 Kg como con 10 Kg, al igual que en el caso del Angular.

En el caso del robot cargado con 8 Kg se tiene que a partir de los 4,4 Kg será indiferente la elección del motor puesto que el par que pueden proporcionar los mismos es mayor al par requerido, es decir la influencia de los parámetros del motor pese a cambiar la dinámica de los sólidos del robot pasa a ser despreciable.

En el caso del robot cargado con 10 Kg será indiferente elegir un motor u otro a partir de los 5.4 Kg.

A partir de estos parámetros se deduce que la serie mínima a elegir BSM 80-233 con un peso de 4.6 Kg en el caso del robot cargado con 8 Kg, pero en [2] se observa que tanto el par de comportamiento continuo es inferior a los valores obtenidos en la tabla puesto que el ajuste

lineal simplemente nos da unos valores de referencia y no datos exactos. Dado que el motor anterior no cumple con el par requerido se elige el siguiente motor en la serie, en este caso es el BSM 80-333 que puede proporcionar un par de comportamiento continuo de 4.52 Nm y un par de pico de 18.08 N.m cumpliendo así con los pares requeridos para las dos trayectorias planteadas.

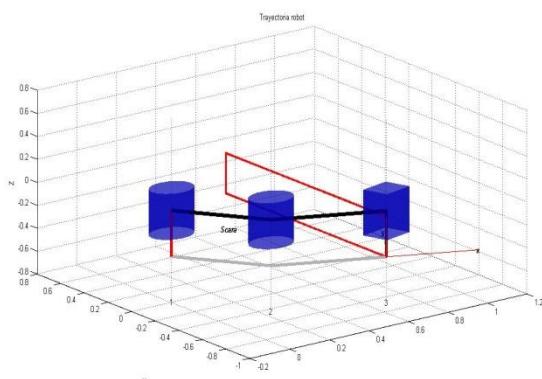
Análogamente al caso anterior se comprueba que el mismo motor cumple los requisitos para el robot cargado con 10 Kg.

El hecho de que se obtenga un motor igual al dimensionado en el caso del Angular se debe a que en el caso del Scara las trayectorias exteriores están más alejadas de la base que en caso del Angular (profundidad de paralelepípedo mayor), puesto que el volumen de trabajo es cilíndrico y no esférico como en los otros casos, por tanto el robot se acerca a una de las singularidades frontera que provoca un aumento en el par sin llegar a ocasionar pares de pico elevados puesto que aún se encuentra lo suficientemente alejado para evitarlos. En el caso de tomarse un paralelepípedo con las mismas dimensiones que el angular el par de comportamiento continuo se reduce a 2 N.m por tanto se necesitará un motor de gama más baja. Por tanto se ha decidido aumentar el espacio de trabajo a costa de requerir un motor de mayor gama.

En cuanto al dimensionado de los sólidos se comprueba que las dimensiones elegidas inicialmente cumplen ampliamente con el coeficiente de seguridad exigido, siendo dicho coeficiente en el caso más desfavorable de 394 mientras que el exigido es de 10.

A partir del motor elegido, en este caso el BSM 80-333 y de la carga máxima que puede soportar el robot, en este caso 10, se realiza un análisis detallado de la dinámica para las trayectorias elegidas como representativas. Las gráficas de estas trayectorias y las restantes se pueden consultar en el Anexo VII, donde también se incluyen las gráficas de la dinámica de las mismas.

### 7.3.1 RESULTADOS TRAYECTORIA CARA EXTERIOR



(a)



(b)

Figura 38-Trayectoria cara exterior Scara

En las figuras 42 (a) y (b) se pueden observar los distintos tramos de trayectoria así como el punto inicial-final de la misma. Además en (a) se ve la posición del robot en el punto más desfavorable.

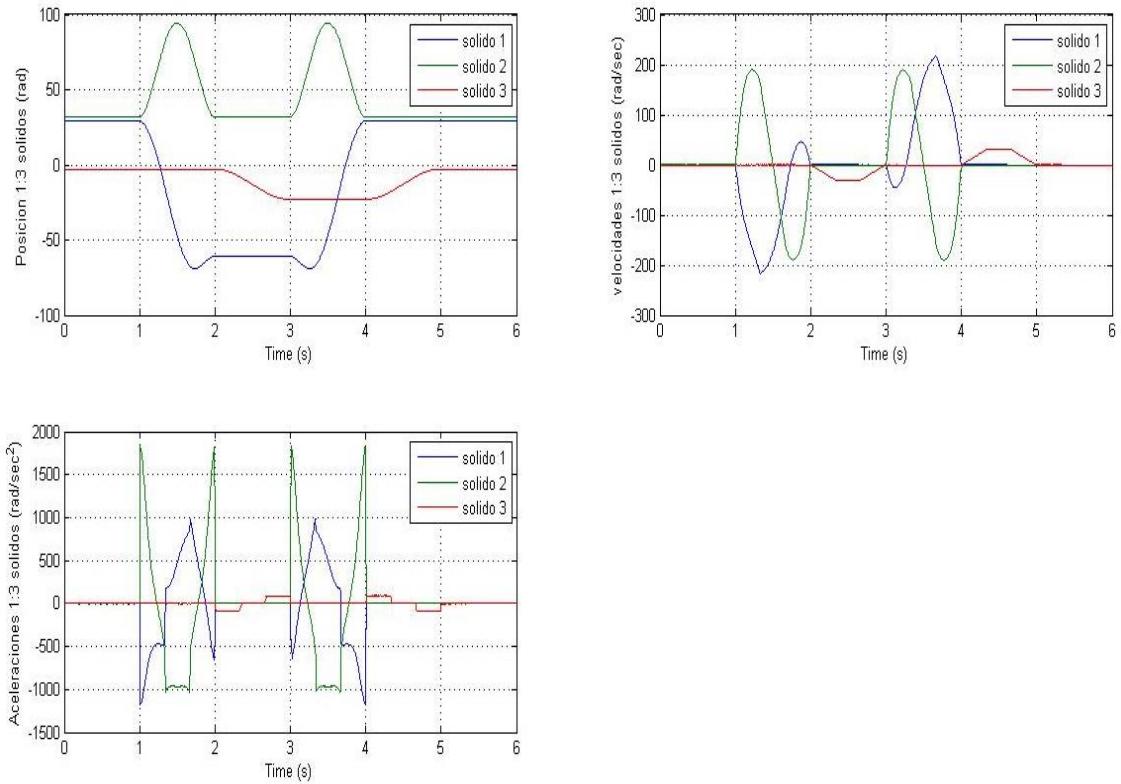


Figura 39-Cinemática cara exterior Scara

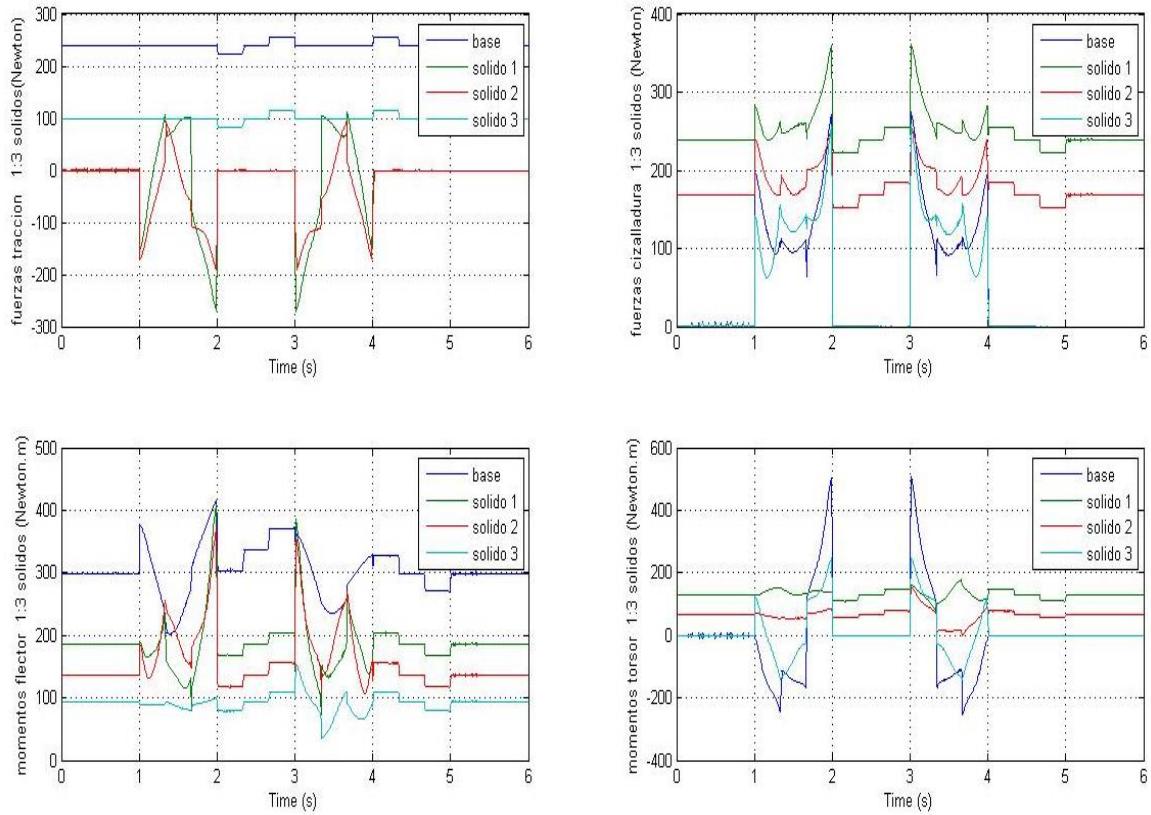


Figura 40-Dinámica cara exterior Scara

Se puede observar que la fuerza de tracción en la base es constante en los tramos horizontales, esto se debe a que los sólidos 1 y 2 se mueven en el plano XY mientras que el sólido 3 está fijo en Z. Por su parte el sólido 3 también presenta tracción constante en los tramos en que está fijo mientras que en los tramos en movimiento se produce una gráfica de tipo escalón debido al perfil trapezoidal de la velocidad. El valor máximo de tracción se alcanza en el sólido 1 cuando el brazo está totalmente extendido.

En el caso de la cizalladura se observa que el valor máximo se alcanza, al igual que la tracción, cuando el brazo está totalmente extendido, dado que tanto el sólido 1 como el 2 trabajan en horizontal. Por su parte en el sólido 3 no se produce cizalladura en los tramos 2 y 4 puesto que el sólido 1 y 2 están parados y es propio sólido 3 el que se mueve hacia arriba o abajo.

Los momentos flectores y torsores son máximos en la base puesto que soporta la posición del brazo estirado provoca este efecto. Por su parte en el sólido 3 el momento torsor se anula cuando este se desplaza en Z y los sólidos 1 y 2 están parados.

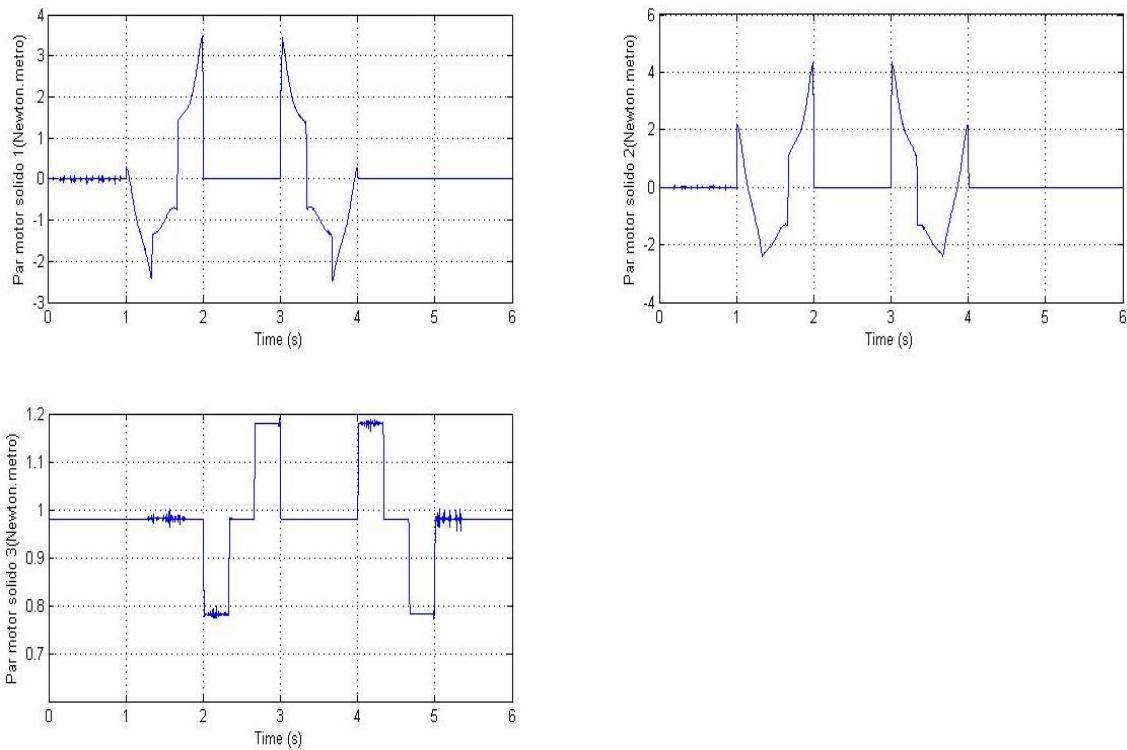


Figura 41-Par requerido cara exterior Scara

Dado que el sólido 2 está en la posición más desfavorable (brazo estirado), el motor de dicho sólido tiene que proporcionar un par mayor en dicho instante. Dicho par requerido puede ser proporcionado por el par de comportamiento continuo del motor con el que se ha dimensionado el Robot.

### 7.3.2 RESULTADOS TRAYECTORIA CARA FRONTAL CERCANA A LA BASE.

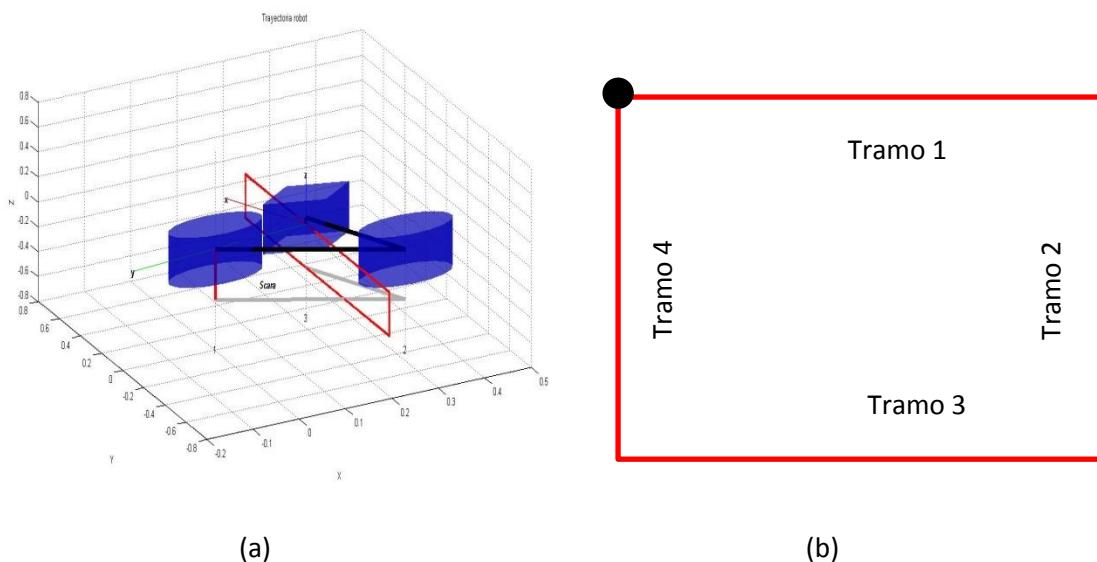


Figura 42-Trayectoria cara frontal cercana a la base Scara

En las figuras 42 (a) y (b) se pueden observar los distintos tramos de trayectoria así como el punto inicial-final de la misma. Además en (a) se ve la posición del robot en el punto más desfavorable, momento en el que sólido 1 ejecuta un giro brusco para seguir la trayectoria.

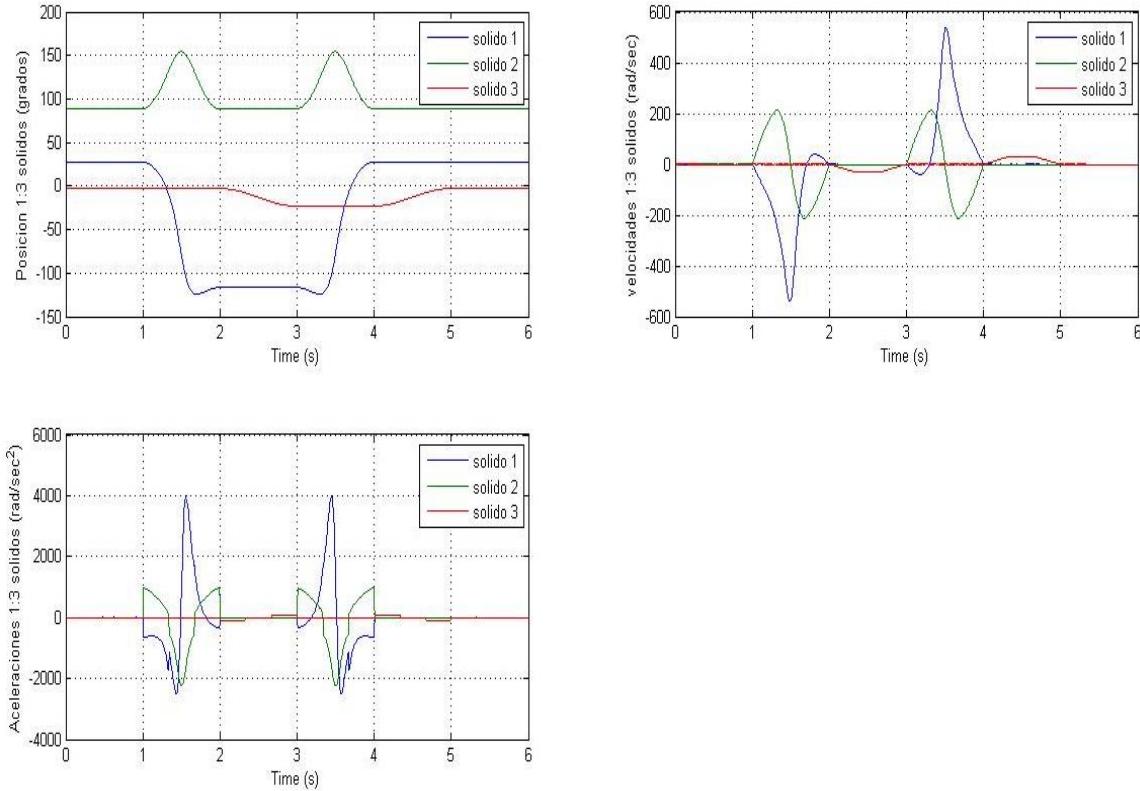


Figura 43-Cinemática cara frontal cercana a la base Scara

Se puede observar el giro rápido del sólido 1 en los dos tramos de trayectoria horizontal, lo que provoca un pico de aceleración.

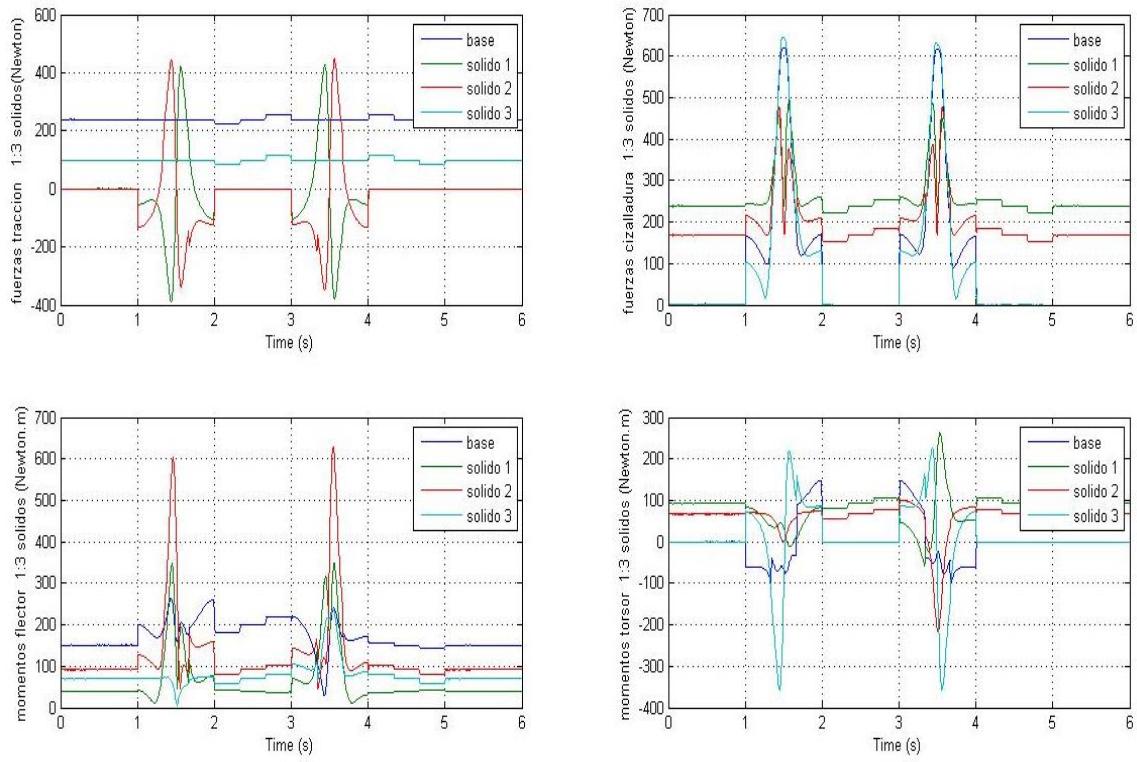


Figura 44-Dinámica cara frontal cercana a la base Scara

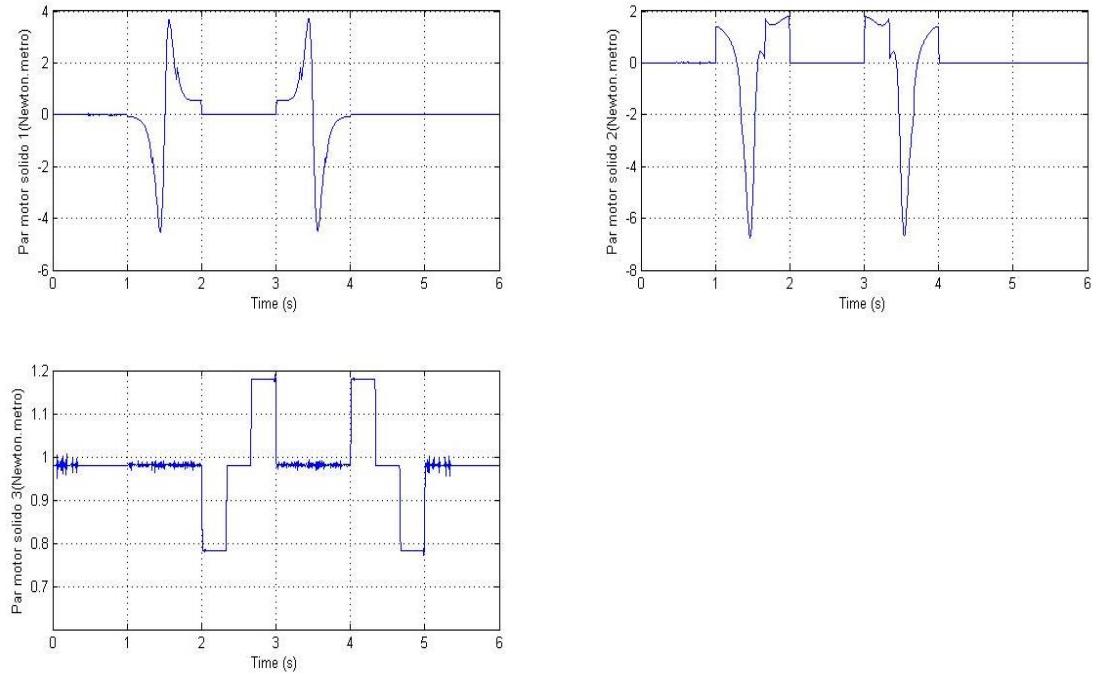


Figura 45-Para requerido cara frontal cercana a la base Scara

Los valores más desfavorables se producen en el instante en que el sólido 1 ejecuta un giro rápido igual que en el caso del Puma y el Angular. El análisis dinámico es similar al del Angular y Puma 560 para este tipo de trayectoria.

El par requerido es menor que el par de pico proporcionado por el motor, por tanto los motores pueden ejecutar la trayectoria sin problemas, pero en dicho pico el motor bajará sus velocidad al igual que en el caso del puma, ocasionando los mismos problemas. La solución es la misma que se ha planteado en el caso del Puma.



## 8. CONCLUSIONES

Las ecuaciones de Newton-Euler en las que se basa el modelo dinámico inverso han permitido desarrollar unas herramientas que sumadas a las incluidas por defecto en la Robotic Toolbox de Matlab han demostrado ser de gran utilidad a la hora de realizar el dimensionado de los sólidos y actuadores de un robot industrial.

Se ha demostrado que para cargas pequeñas de trabajo los distintos manipuladores, objeto de estudio en este proyecto, presentan coeficientes de seguridad de un orden de magnitud dos o tres veces superior al exigido, por tanto el dimensionado de los sólidos pasa un segundo plano siendo más importante centrarse en los motores de accionamiento de los distintos sólidos.

Por su parte en el caso de los motores, se ha dimensionado el motor para el caso más desfavorable entre los distintos sólidos, puesto que suele ser habitual en la industria incluir motores iguales para los distintos sólidos de un manipulador, por motivos económicos. Al aplicar el método iterativo se observa que este converge, puesto que se obtienen 2 rectas que se cortan, las cuales representan el par proporcionado por los motores del fabricante que se ha tomado como referencia y el par más desfavorable requerido por el robot en función del peso de la distinta gama de motores. A partir de dicho punto de corte será indiferente elegir un motor u otro, por lo que se selecciona el que proporcione el par superior más cercano al requerido puesto que es más económico.

En cuanto a las trayectorias que puede ejecutar el robot se concluye que mientras más alejado se encuentre este de la base y de los límites frontera marcados por el alcance del robot necesitaremos menor par permitiendo a los motores trabajar con el par de comportamiento continuo, puesto que nos alejamos de singularidades, lo que nos permite evitar picos de aceleración y por tanto evitar esfuerzos en los motores y otros componentes como el reductor, engranajes, etc. Además se evitan las posibles pérdidas de la trayectoria derivadas de las limitaciones de los accionamientos.

Por otra parte se ha demostrado que la configuración más desfavorable del robot, para una trayectoria definida, puede no coincidir para el robot parado y el robot en movimiento, puesto que la velocidad de ejecución de dicha trayectoria puede afectar en mayor medida a los esfuerzos que se encuentra sometido cada sólido.

Finalmente se considera que se ha conseguido el objetivo marcado en este proyecto puesto que se ha conseguido desarrollar una herramienta que permite dimensionar tanto los sólidos como los motores de los distintos manipuladores, comprobando en cada caso para distintas trayectorias el correcto funcionamiento de los mismos.



## 9. BIBLIOGRAFÍA

- [1] A Search for Consensus Among Model Parameters Reported for the PUMA 560 Robot.  
Peter Corke, Brian Armstrong
- [2] AC Servo Motors BSM-N Series Baldor  
<http://www.baldor.com/support/Literature/Load.ashx/9AKK106417?LitNumber=9AKK106417>
- [3] ISO 9283:1998 Manipulating industrial robots -- Performance criteria and related test methods
- [4] Robotic Toolbox For Matlab Release 9  
<http://www.petercorke.com/RTB/robot.pdf>
- [5] A New Algorithm for Measuring and Optimizing the Manipulability Index. Mohammed, Ayssam Elkady and Tarek Sobh School of Engineering, University of Bridgeport, USA.
- [6] Robótica. Control, Detección, Visión e Inteligencia.  
K.S.FU-R.C.GONZALES-C.S.G LEE
- [7] Ejercicios de Resistencia de Materiales. Begoña Calvo, Jesús Zurita.



## ANEXO I. ROBOTIC TOOLBOX

La robotic toolbox es un conjunto de librerías y funciones que se ejecutan a través del entorno de Matlab. Esta herramienta, desarrollada por Peter Corke, ha permitido llevar a cabo la simulación de los distintos robots industriales que son objeto de estudio en este documento.

Los robots o manipuladores se han definido como una serie de articulaciones sucesivas, denominadas *links*, unidas por medio de segmentos en forma de barras, mediante el uso de estructuras *serial-link*.

Los parámetros geométricos se definen mediante el método de Denavit-Hartenberg (D-H) estándar, este método utiliza un convenio que define sucesivamente las coordenadas de las articulaciones que lo forman respecto de la anterior, mediante el uso de transformadas, tanto de rotación como de traslación dependiendo de la posición de una respecto de la otra, y el tipo de grado de libertad de cada link. De esta manera, los parámetros anteriormente mencionados y los restantes que completan la descripción de la dinámica del robot se encapsulan dentro de la estructura serial-link, donde estos datos quedan registrados y almacenados, formándose así, un objeto compacto que simula la estructura del robot.

### Parámetros de la estructura serial-link

Para describir la geometría del manipulador se utiliza el método de Denavit-Hartenberg descrito anteriormente. Para cada link que forma la estructura del robot se describen los 5 parámetros que caracterizan el método.

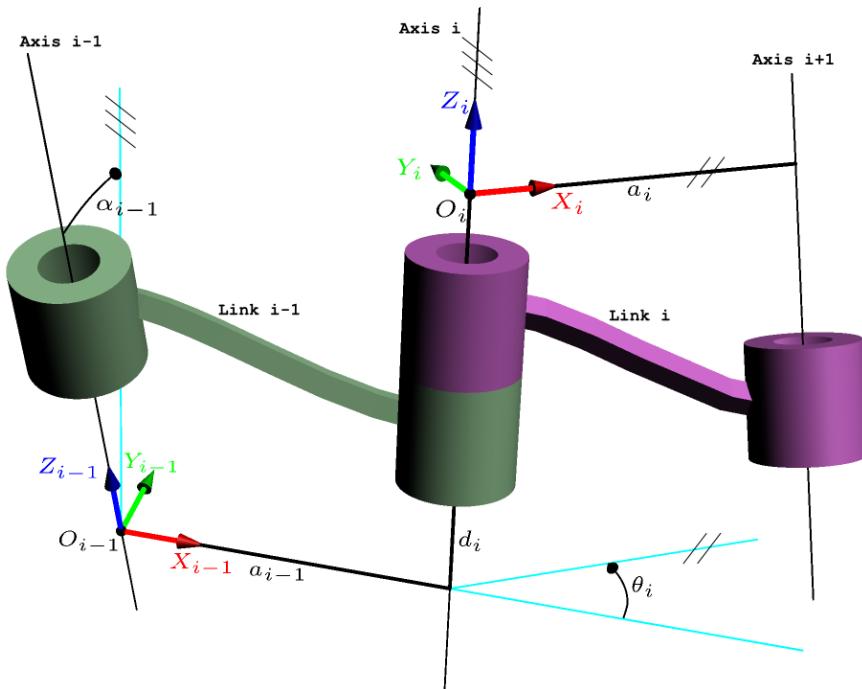


Figura 46- Denavit-Hartenberg

$a_i$ : distancia entre  $z_{i-1}$  y  $z_i$  medida a lo largo de  $x_i$

$d_i$ : distancia entre  $x_{i-1}$  y  $x_i$  medida a lo largo de  $z_{i-1}$

$\alpha_i$ : ángulo entre  $z_{i-1}$  y  $z_i$  medido en torno a  $x_i$

$\theta_i$ : ángulo entre  $x_{i-1}$  y  $x_i$  medido en torno a  $z_{i-1}$

Tipo de articulación: Revolución (Revolute) o Traslación (Prismatic)

A partir de estos parámetros, se asigna un sistema de coordenadas para los distintos sólidos (figura 6), como se explica más adelante, es posible desarrollar un modelo cinemático que permite determinar la posición y orientación de la herramienta del manipulador, respecto a la base del mismo.

Los links están numerados de 1 a  $N$ , donde cada uno representa un grado de libertad. Además se considera que existe un link 0 que representa la base del robot.

Una vez se ha definido la geometría, se asigna a cada link( $i$ ) los siguientes parámetros dinámicos que definen el comportamiento del mismo:

Masa,  $m$ : Para simplificar la dinámica de los distintos sólidos, se aproxima la masa de cada segmento que forma el sistema como una masa puntual situada en el centro de gravedad del mismo.

Distancia al centro de gravedad (CDG),  $r$ : Indica la posición del centro de gravedad en [X Y Z] respecto al origen de coordenadas de cada link, dicho origen de coordenadas y ejes vienen definido por los parámetros de D-H.

Tensor de Inercia,  $I$ : Define la inercia de cada sólido, por tanto depende de la masa y la forma del mismo. Puesto que la matriz del tensor es simétrica respecto de la diagonal se define de la siguiente forma  $[I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{yz} \ I_{xz}]$ .

Inercia del motor,  $J_m$ : Asociada al motor alojado en cada link para desarrollar el par necesario para realizar un determinado movimiento por parte del objeto.

Gear ratio,  $G$ : Este parámetro establece un ratio acerca de la velocidad angular entre links consecutivos, y se calcula directamente a partir del número de dientes de los engranajes que unen los links

Joint variable limits,  $q_{lim}$ : indica los límites, máximo y mínimo, constructivos o de seguridad teóricos de los grados de libertad del objeto. Se han definido como teóricos ya que en la práctica, las funciones de cálculo de la dinámica inversa no tienen estos límites en cuenta, y por lo tanto, pueden llegar a ser rebasados si las condiciones así lo requieren.

No se han tenido en cuenta parámetros como la fricción viscosa o la fricción de Coulomb puesto que no se han tenido en cuenta para el cálculo de la dinámica.

Finalmente, una vez que cada link está correctamente definido, se procede a encapsular toda esta información en una única estructura objeto, que representa el robot con el que se quiere trabajar.

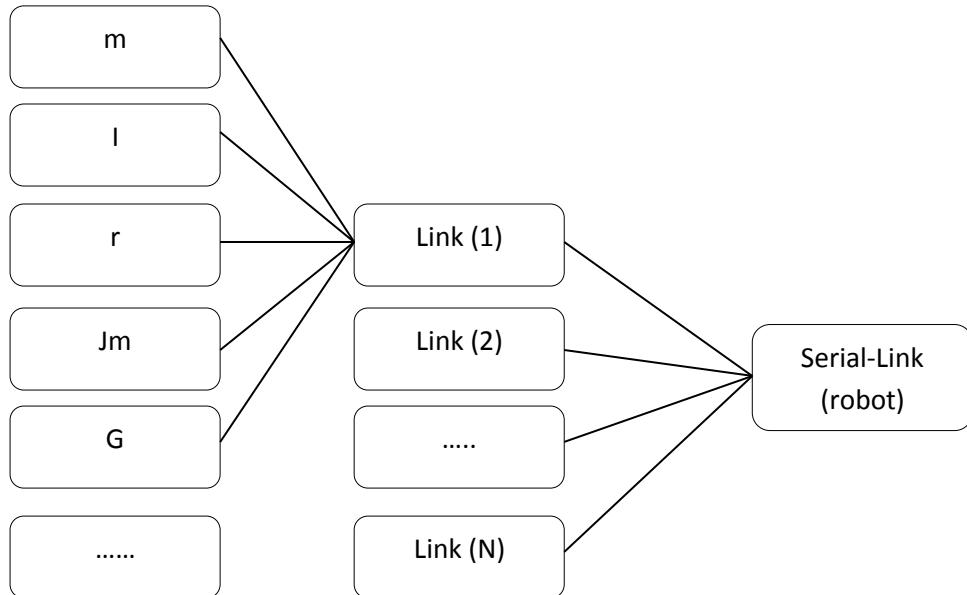


Figura 47-Estructura Serial-link (robot)

## Representación de la localización: Matrices de Transformación

A partir del sistema de coordenadas establecido por D-H para cada elemento, se desarrollan matrices de Transformación homogénea que relaciona el sistema de coordenadas i-ésimo con el sistema de coordenadas (i-1)-ésimo.

$$A_i^{i-1} = \begin{pmatrix} R & a_i \cos \theta_i \\ 0 & a_i \sin \theta_i \\ 0 & d_i \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

R es la matriz de rotación de los ejes.

$$R_i^{i-1} = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \sin \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix}$$

Una vez determinadas las matrices de transformación homogénea de todos los *links* que conforman el robot respecto del anterior, se puede determinar la posición relativa entre *links* no consecutivos mediante el producto de las matrices de transformación homogénea que los unen. Este producto es de ayuda para encontrar la posición de la herramienta o del sólido final respecto de la base, para así posicionar el robot y poder ejecutar las trayectorias requeridas.

$$A_0^N = A_1^0 A_2^1 \dots \dots A_i^{i-1}$$

## Definición de Trayectorias

Las trayectorias a realizar se definen a partir de las matrices de transformación, las cuales a su vez vienen definidas mediante puntos en coordenadas de usuario.

$$T = \begin{pmatrix} R & p_x \\ 0 & p_y \\ 0 & p_z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Los valores  $p_x$ ,  $p_y$ ,  $p_z$  representan las coordenadas cartesianas del punto y la  $R$  representa la matriz de rotación, la cual indica el ángulo que debe tener la herramienta para alcanzar dicha posición.

Para cada tramo de trayectoria se ha definido una velocidad con perfil trapezoidal, y un tiempo para ejecutar dicha trayectoria de 1 seg, puesto que los tramos están limitados por el alcance del robot, la velocidad con la que se ejecuta nunca supera los 1,2 m/s que suele ser un valor normal dentro de los distintos fabricantes de robots.

## Modelo cinemático Inverso

Para el cálculo de las coordenadas articulares, es decir de la posición de cada sólido respecto de la base, se utiliza la función `ikine6s` e `ikine`, la primera para robots con 6 grados de libertad como el puma 560 y la segunda para robots con 3 grados de libertad, como el angular y Scara.

Dicha función viene predefinida en la Robotic Toolbox, y se basa en un proceso iterativo que necesita como entrada la matriz Transformada de la posición que define la trayectoria.

$$q = \text{robot.ikine}(X)$$

El cálculo de la velocidad y aceleración a la que está sometido cada sólido se ha realizado con el método de derivación aproximada, el cuál se calcula mediante la función `diff(q)` de matlab.

$$\dot{q} = \frac{\text{diff}(q)}{t}$$

$$\ddot{q} = \frac{\text{diff}(\dot{q})}{t}$$

## Modelo Dinámico Inverso

Para evaluar la dinámica inversa de los distintos modelos de manipulador se ha tomado como base la función `rne` de la Robotic Toolbox y se ha modificado para obtener las fuerzas y momentos a los que están sometidos los distintos sólidos del robot, así como el par motor necesario para mover cada uno de dichos sólidos. Además en el caso del Robot angular y Scara también calcula el Coeficiente de Seguridad (CS) de cada sólido. Dicha función por defecto solo era capaz de calcular el par que había que ejercer en cada sólido para llevar a cabo el movimiento.

La función rne está basada en las ecuaciones de movimiento recursivas de Newton-Euler. La recursión hacia adelante propaga información cinemática tal como velocidades angulares, aceleraciones angulares y aceleraciones lineales desde el sistema de referencia de la base hasta el efecto final. La recursión hacia atrás propaga las fuerzas ejercidas sobre cada elemento desde el efecto final del manipulador hasta el sistema de referencia de la base, y los pares que se aplican a cada articulación se calculan a partir de estas fuerzas. A partir de estos pares y fuerzas se ha calculado el par motor teniendo en cuenta el ratio del reductor que presenta cada sólido, así como las fuerzas de tracción/compresión, cizalladura, momento flector, momento torsor y CS.

Para el cálculo tanto de las fuerzas como de los momentos, se ha partido del sistema de coordenadas establecido por los parámetros de D-H para cada sólido, se han definido las fuerzas de tracción/compresión y el momento torsor en el eje longitudinal de dicho sólido y las fuerzas de cizalladura y el momento flector en los ejes transversales.

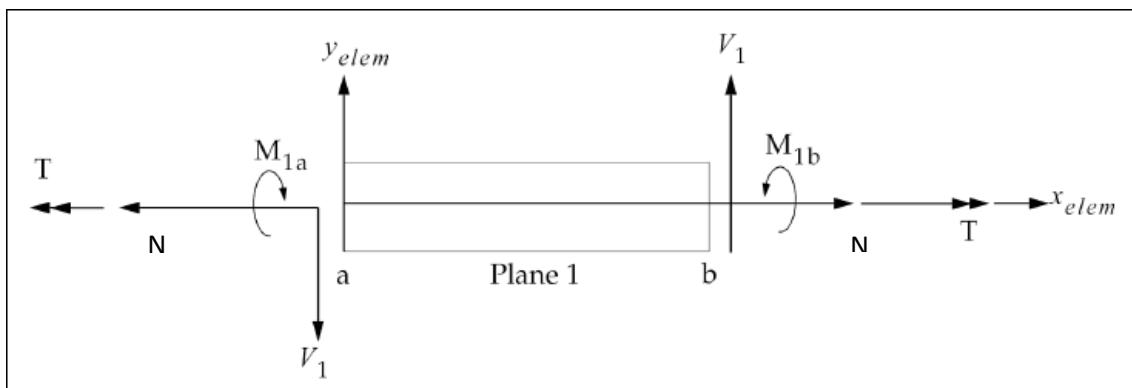


Figura 48-Representación fuerzas y momentos en un sólido

$y_{elem}$ : Eje transversal definido por D-H

$x_{elem}$ : Eje longitudinal definido por D-H

$V_Y$ : Fuerza de Cizalladura en el eje Y

T: Momento torsor

$M_Z$ : Momento flector en el eje Z

N: Fuerza de tracción/compresión

En el caso de las fuerzas de cizalladura y los momentos flectores puesto que se representan en los dos ejes transversales Z e Y, se ha calculado su módulo resultante.

$$M = \sqrt{M_Z^2 + M_Y^2}$$

$$V = \sqrt{V_Z^2 + V_Y^2}$$

En el caso de las fuerzas que soporta la base del robot, puesto que el método de Newton-Euler está restringido a los sólidos del robot, se han transformado las fuerzas y momentos a partir de los cálculos realizados para el sólido 1.

$$\begin{pmatrix} F_{base} \\ M_{base} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & 0 \\ \check{p} * R & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ M_1 \end{pmatrix}$$

$$\check{p} = \begin{pmatrix} 0 & -p_z & p_y \\ p_z & 0 & -p_x \\ -p_y & p_x & 0 \end{pmatrix}$$

R: matriz de rotación

p: coordenadas del origen del sólido 1 respecto del origen de coordenadas de la base.

El cálculo del coeficiente de seguridad para cada robot se detalla en el Anexo II y Anexo III.

$$CS = \frac{\sigma_{Alumio}}{\sigma_{solido}}$$

[Fuerzas, Momentos, Par motor, CS]=robot.rne(q,  $\dot{q}$ ,  $\ddot{q}$ )

Para el cálculo de la dinámica no se han tenido en cuenta la fuerza de Coriolis y la fricción viscosa (en el caso del puma si, puesto que ya viene por defecto) ya que se han supuesto despreciables en comparación a las fuerzas de tracción, cizalladura, etc.

## Payload

Para el modelado de la carga que soporta el robot se utiliza la función predefinida en la Robotic Toolbox payload. Dicha función agrega una carga de masa m en la posición P en el efecto final en el caso del Puma 560, en el caso del manipulador Angular y Scara la agrega al final del sólido 3.

Robot.payload(m, P)

## ANEXO II. CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS DINÁMICOS DEL ROBOT ANGULAR

En este anexo se detalla el cálculo de los parámetros dinámicos de los sólidos que componen el robot angular. El material para el modelo de los distintos sólidos es el aluminio con densidad  $2700 \text{ kg/m}^3$ . Los parámetros de los distintos motores utilizados en el método iterativo tales como masa, dimensiones, inercia se han sacado de [2].

**Sólido 1:** Puesto que el motor de accionamiento se ha establecido en la base, la inercia, el CDG y el peso del sólido no son dependientes de los parámetros del motor.

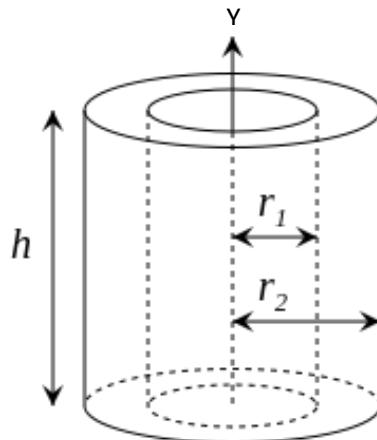


Figura 49-Sólido 1 angular

$$I = \begin{pmatrix} \frac{1}{12}m(3(r_2^2 + r_1^2) + h^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}m(r_2^2 + r_1^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}m(3(r_2^2 + r_1^2) + h^2) \end{pmatrix}$$

$$m = \pi(r_2^2 - r_1^2)h\rho_{aluminio} \quad Y_{CDG} = h/2 \quad X_{CDG} = Z_{CDG} = 0$$

Según el sistema de coordenadas establecido:

Eje Y: Fuerzas de Tracción/Compresión (N), Momento Torsor ( $M_T$ )

Eje X y Eje Z: Fuerzas de Cizalladura (V), Momento flector ( $M_f$ )

$$\sigma_N = \frac{N}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} \quad \sigma_f = \frac{M_f}{W} \quad W = \frac{\pi(r_2^4 - r_1^4)}{4r_2}$$

$$\tau_V = \frac{V}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} \quad \tau_T = \frac{M_T}{J} \quad J = \frac{\pi(r_2^4 - r_1^4)}{2r_2}$$

$$\sigma_{sol1} = \sqrt{(\sigma_N + \sigma_f)^2 + 3(\tau_V + \tau_T)^2}$$

$$CS = \frac{\sigma_{aluminio}}{\sigma_{sol1}}$$

**Sólido 2:** Incorpora los motores del propio sólido y los del 3. Los motores se han modelado como cilindros macizos dentro de este.

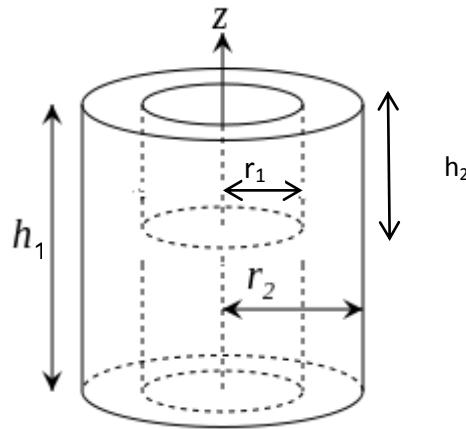


Figura 50-Sólido 2 Angular

El cilindro de altura  $h_1$  representa el sólido y el de altura  $h_2$  los motores. Para simplificar el modelo se han considerado los dos motores como un único cilindro macizo de masa la suma de los dos motores, que a su vez forman un cilindro macizo con el espesor del sólido, por tanto el radio del motor se ha considerado que es igual al radio exterior del sólido 2.

$$m_1 = \pi (r_2^2 - r_1^2)h_1 \rho_{aluminio} \quad m_2 = \pi r^2 h_2 \rho_{aluminio} \quad m_{total} = m_1 + m_2$$

$$X_{CDG_1} = h_1/2 \quad X_{CDG_2} = h_2/2 \quad Y_{CDG_1} = Y_{CDG_2} = Z_{CDG_1} = Z_{CDG_2} = 0$$

$$X_{CDG_{sol2}} = \frac{X_{CDG_1}V_1 + X_{CDG_2}V_2}{V_{total}}$$

$$I_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}m(r_2^2 + r_1^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m(3(r_2^2 + r_1^2) + h_1^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}m(3(r_2^2 + r_1^2) + h_1^2) \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}m(r^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m(3r^2 + h_2^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}m(3r^2 + h_2^2) \end{pmatrix}$$

Para el cálculo de la Inercia total se aplica el teorema de Steiner

$$I_{Total} = I_1 + m_1 d_1^2 + I_2 + m_2 d_2^2$$

El cálculo de las fuerzas se realiza igual en el caso del sólido 1 teniendo en cuenta:

Eje X: Fuerzas de Tracción/Compresión (N), Momento Torsor ( $M_T$ )

Eje Y y Eje Z: Fuerzas de Cizalladura (V), Momento flector ( $M_f$ )

**Sólido 3:** Puesto que el motor de accionamiento se ha establecido en la base, la inercia, el CDG y el peso del sólido no son dependientes de los parámetros del motor.

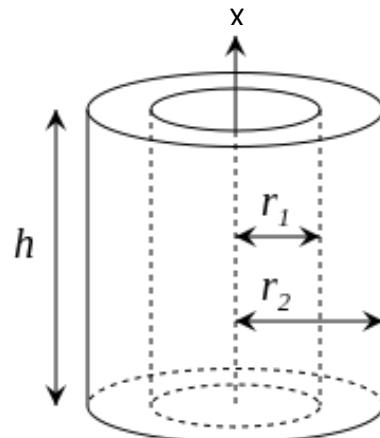


Figura 51-Sólido 3 Robot angular

$$I = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}m(r_2^2 + r_1^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m(3(r_2^2 + r_1^2) + h_1^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}m(3(r_2^2 + r_1^2) + h_1^2) \end{pmatrix}$$

$$m = \pi(r_2^2 - r_1^2)h\rho_{aluminio} \quad X_{CDG} = h/2 \quad Y_{CDG} = Z_{CDG} = 0$$

El cálculo de las fuerzas se realiza igual que en el sólido 1 teniendo en cuenta:

Eje X: Fuerzas de Tracción/Compresión (N), Momento Torsor ( $M_T$ )

Eje Y y Eje Z: Fuerzas de Cizalladura (V), Momento flector ( $M_f$ )



### ANEXO III. CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS DINÁMICOS DEL ROBOT SCARA

En este anexo se detalla el cálculo de los parámetros dinámicos de los sólidos que componen el robot Scara. El material para el modelo de los distintos sólidos es el aluminio con densidad  $2700 \text{ kg/m}^3$ . Los parámetros de los distintos motores utilizados en el método iterativo tales como masa, dimensiones, inercia se han sacado de [2].

**Sólido 1:** El motor de accionamiento de este sólido se ha modelado en la base, pero al final y arriba del mismo se ha dispuesto el motor del sólido 2.

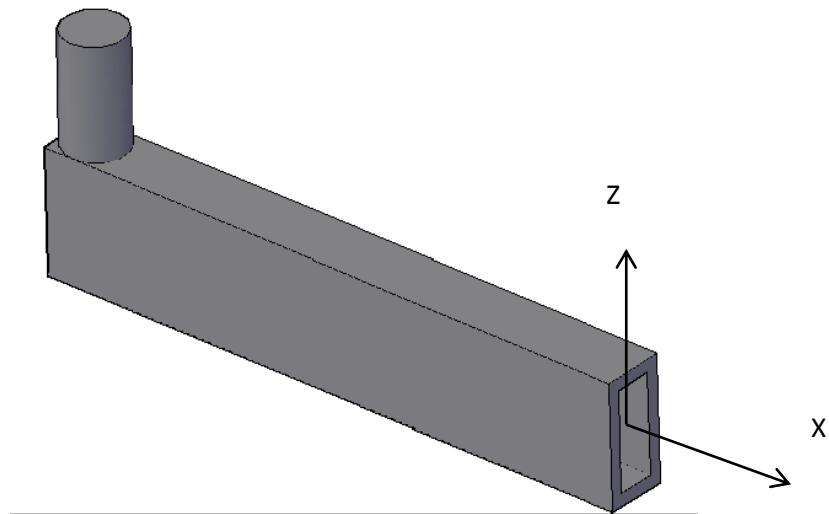


Figura 52-Sólido Robot Scara

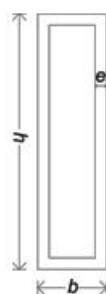


Figura 53-Perfil Sólido 1

$$V_1 = (bh_1 - (h_1 - 2e)(b - 2e))L_1 \quad V_2 = \pi r^2 h_2$$

$$m_1 = V_1 \rho_{aluminio} \quad m_2 = V_2 \rho_{aluminio} \quad m_{total} = m_1 + m_2$$

$$X_{CDG_1} = L_1/2 \quad X_{CDG_2} = 0 \quad Y_{CDG_1} = Y_{CDG_2} = 0 \quad Z_{CDG_1} = 0 \quad Z_{CDG_2} = h_2/2$$

$$X_{CDG\,sol1} = \frac{X_{CDG\,1}V_1 + X_{CDG\,2}V_2}{V_{total}} \quad Z_{CDG\,sol1} = \frac{Z_{CDG\,1}V_1 + Z_{CDG\,2}V_2}{V_{total}}$$

$$I_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{12}m_1(b^2 + h_1^2 - (h_1 - 2e)^2 - (b - 2e)^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m_1(h_1^2 - (h_1 - 2e)^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}m_1(b_1^2 - (b_1 - 2e)^2) \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{12}m(3r^2 + h_2^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m(3r^2 + h_2^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}m(r^2) \end{pmatrix}$$

Para el cálculo de la Inercia total se aplica el teorema de Steiner

$$I_{Total} = I_1 + m_1d_1^2 + I_2 + m_2d_2^2$$

Según el sistema de coordenadas establecido:

Eje X: Fuerzas de Tracción/Compresión (N), Momento Torsor ( $M_T$ )

Eje Y y Eje Z: Fuerzas de Cizalladura (V), Momento flector ( $M_f$ )

$$\sigma_N = \frac{N}{(bh_1 - (h_1 - 2e)(b - 2e))} \quad \sigma_f = \frac{M_f}{W} \quad W = \frac{2(bh_1^3 - (b - 2e)(h_1 - 2e)^3)}{12h_1}$$

$$\tau_V = \frac{V}{2h_1e} \quad \tau_T = \frac{M_T}{J} \quad J = e(bh_1 - (h_1 - 2e)(b - 2e))$$

$$\sigma_{sol1} = \sqrt{(\sigma_N + \sigma_f)^2 + 3(\tau_V + \tau_T)^2}$$

$$CS = \frac{\sigma_{aluminio}}{\sigma_{sol1}}$$

**Sólido 2:** Puesto que este sólido se ha modelado con el motor del sólido 3 al final y arriba del mismo, los parámetros son los mismo que en el caso del sólido 1.

**Sólido 3:** Se ha modelado como un cilindro macizo

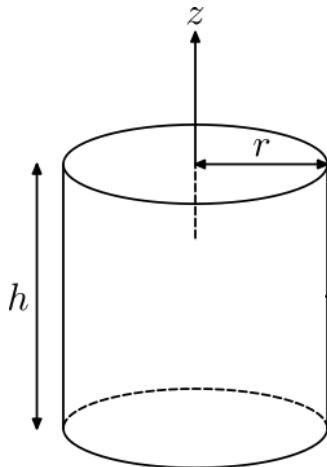


Figura 54-Sólido 3 Robot Scara

$$V = \pi r^2 h \quad m_{total} = V \rho_{aluminio}$$

$$Y_{CDG_1} = Y_{CDG_2} = 0 \quad Z_{CDG_2} = h_2/2$$

$$I = \begin{pmatrix} \frac{1}{12}m(3r^2 + h^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m(3r^2 + h^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}m(r^2) \end{pmatrix}$$

Según el sistema de coordenadas establecido:

Eje Z: Fuerzas de Tracción/Compresión (N), Momento Torsor ( $M_T$ )

Eje Y y Eje X: Fuerzas de Cizalladura (V), Momento flector ( $M_f$ )

$$\sigma_N = \frac{N}{\pi r^2} \quad \sigma_f = \frac{M_f}{W} \quad W = \frac{\pi r^3}{4}$$

$$\tau_V = \frac{V}{\pi (r_2^2 - r_1^2)} \quad \tau_T = \frac{M_T}{J} \quad J = \frac{\pi r^3}{2}$$

$$\sigma_{sol1} = \sqrt{(\sigma_N + \sigma_f)^2 + 3(\tau_V + \tau_T)^2}$$

$$CS = \frac{\sigma_{aluminio}}{\sigma_{sol1}}$$

### Sólido base

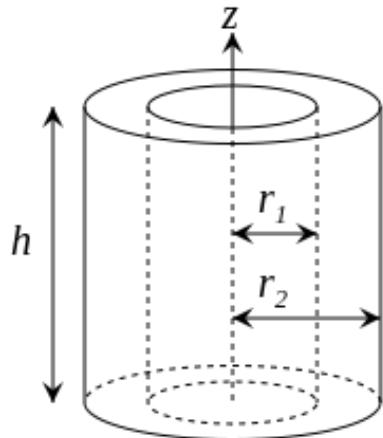


Figura 55-Sólido base Robot Scara

$$I = \begin{pmatrix} \frac{1}{12}m(3(r_2^2 + r_1^2) + h_1^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m(3(r_2^2 + r_1^2) + h_1^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}m(r_2^2 + r_1^2) \end{pmatrix}$$

$$m = \pi (r_2^2 - r_1^2)h\rho_{aluminio} \quad Z_{CDG} = h/2 \quad X_{CDG} = Y_{CDG} = 0$$

Eje Z: Fuerzas de Tracción/Compresión (N), Momento Torsor ( $M_T$ )

Eje Y y Eje X: Fuerzas de Cizalladura (V), Momento flector ( $M_f$ )

Las fuerzas se calculan igual que en el caso del sólido del robot angular.

## ANEXO IV. DEFINICIÓN DEL PUMA, ANGULAR Y SCARA EN LA RTB

### Puma 560

```

L(1) = Revolute('d', 0, 'a', 0, 'alpha', pi/2, ...
'I', [1.1, 1.11, 0.177, 0, 0, 0], ...
'r', [0,-0.004,0.309,], ...
'm', 13, ...
'Jm', 200e-6, ...
'G', -62.6111, ...
'B', 1.48e-3, ...
'Tc', [0.395 -0.435], ...
'qlim', [-160 160]*deg );

L(2) = Revolute('d', 0, 'a', 0.4318, 'alpha', 0, ...
'I', [0.13, 0.524, 0.539, 0, 0, 0], ...
'r', [-0.3638, 0.006, 0.2275], ...
'm', 17.4, ...
'Jm', 200e-6, ...
'G', 107.815, ...
'B', .817e-3, ...
'Tc', [0.126 -0.071], ...
'qlim', [-45 225]*deg );

L(3) = Revolute('d', 0.15005, 'a', 0.0203, 'alpha', -pi/2, ...
'I', [0.066, 0.086, 0.0125, 0, 0, 0], ...
'r', [-0.0203, -0.0141, 0.070], ...
'm', 4.8, ...
'Jm', 200e-6, ...
'G', -53.7063, ...
'B', 1.38e-3, ...
'Tc', [0.132, -0.105], ...
'qlim', [-225 45]*deg );

L(4) = Revolute('d', 0.4318, 'a', 0, 'alpha', pi/2, ...
'I', [1.8e-3, 1.3e-3, 1.8e-3, 0, 0, 0], ...
'r', [0, 0.019, 0], ...
'm', 0.82, ...
'Jm', 33e-6, ...
'G', 76.0364, ...
'B', 71.2e-6, ...
'Tc', [11.2e-3, -16.9e-3], ...
'qlim', [-110 170]*deg );

L(5) = Revolute('d', 0, 'a', 0, 'alpha', -pi/2, ...
'I', [0.3e-3, 0.4e-3, 0.3e-3, 0, 0, 0], ...
'r', [0, 0, 0], ...
'm', 0.34, ...
'Jm', 33e-6, ...
'G', 71.923, ...
'B', 82.6e-6, ...
'Tc', [9.26e-3, -14.5e-3], ...
'qlim', [-100 100]*deg );

L(6) = Revolute('d', 0, 'a', 0, 'alpha', 0, ...
'I', [0.15e-3, 0.15e-3, 0.04e-3, 0, 0, 0], ...

```

```

'r', [0, 0, 0.032], ...
'm', 0.09, ...
'Jm', 33e-6, ...
'G', 76.686, ...
'B', 36.7e-6, ...
'Tc', [3.96e-3, -10.5e-3], ...
'qlim', [-266 266]*deg );

p560 = SerialLink(L, 'name', 'Puma 560', ...
    'manufacturer', 'Unimation', 'comment', 'viscous friction; params
of 8/95');

```

## Angular

```

L(1) = Revolute('d', 0.5, 'a', 0, 'alpha', pi/2, ...
    'I', [0.146, 0.053, 0.146, 0, 0, 0], ...
    'r', [0, -0.25, 0], ...
    'm', 5.73, ...
    'Jm', 251.9e-6, ...
    'G', 100, ...
    'qlim', [-180 180]*deg );

L(2) = Revolute('d', 0, 'a', 0.5, 'alpha', 0, ...
    'I', [0.401, 0.442, 0.442, 0, 0, 0], ...
    'r', [-0.339, 0, 0], ...
    'm', 18.62, ...
    'Jm', 251.9e-6, ...
    'G', 100, ...
    'qlim', [-180 180]*deg );

L(3) = Revolute('d', 0, 'a', 0.5, 'alpha', 0, ...
    'I', [0.125, 0.381, 0.381, 0, 0, 0], ...
    'r', [-0.25, 0, 0], ...
    'm', 15.27, ...
    'Jm', 251.9e-6, ...
    'G', 100, ...
    'qlim', [-180 180]*deg );

angular = SerialLink(L, 'name', 'mi_angular', ...
    'manufacturer', 'unizar', 'comment', 'viscous friction; params of
8/95');

```

## Scara

```

L(1) = Link('d', 0, 'a', 0.5, 'alpha', 0, 'standard', ...
    'I', [0.242, 0.242, 0.231, 0, 0, 0], ...
    'r', [-0.203, 0, 0.019], ...
    'm', 7.17, ...
    'Jm', 251.9e-6, ...
    'G', 100, ...
    'qlim', [-180 180]*deg );

L(2) = Link('d', 0, 'a', 0.5, 'alpha', 0, 'standard', ...
    'I', [0.242, 0.242, 0.242, 0, 0, 0], ...
    'r', [-0.203, 0, 0.019], ...
    'm', 7.17, ...
    'Jm', 251.9e-6, ...

```

```

'G', 120, ...
'qlim', [-180 180]*deg );

L(3) = Link('theta', 0, 'a', 0, 'alpha', 0, 'standard', ...
'I', [0.018, 0.018, 0.00027, 0, 0, 0], ...
'r', [0, 0, -0.2], ...
'm', 1.36, ...
'Jm', 251.9e-6, ...
'G', 100, ...
'qlim', [-180 180]*deg );

scara = SerialLink(L, 'name', 'Scara', ...
'manufacturer', 'Unimation', 'comment', 'viscous friction; params
of 8/95');

```



## ANEXO V. TRAYECTORIAS Y GRÁFICAS PUMA 560

### Cara frontal exterior

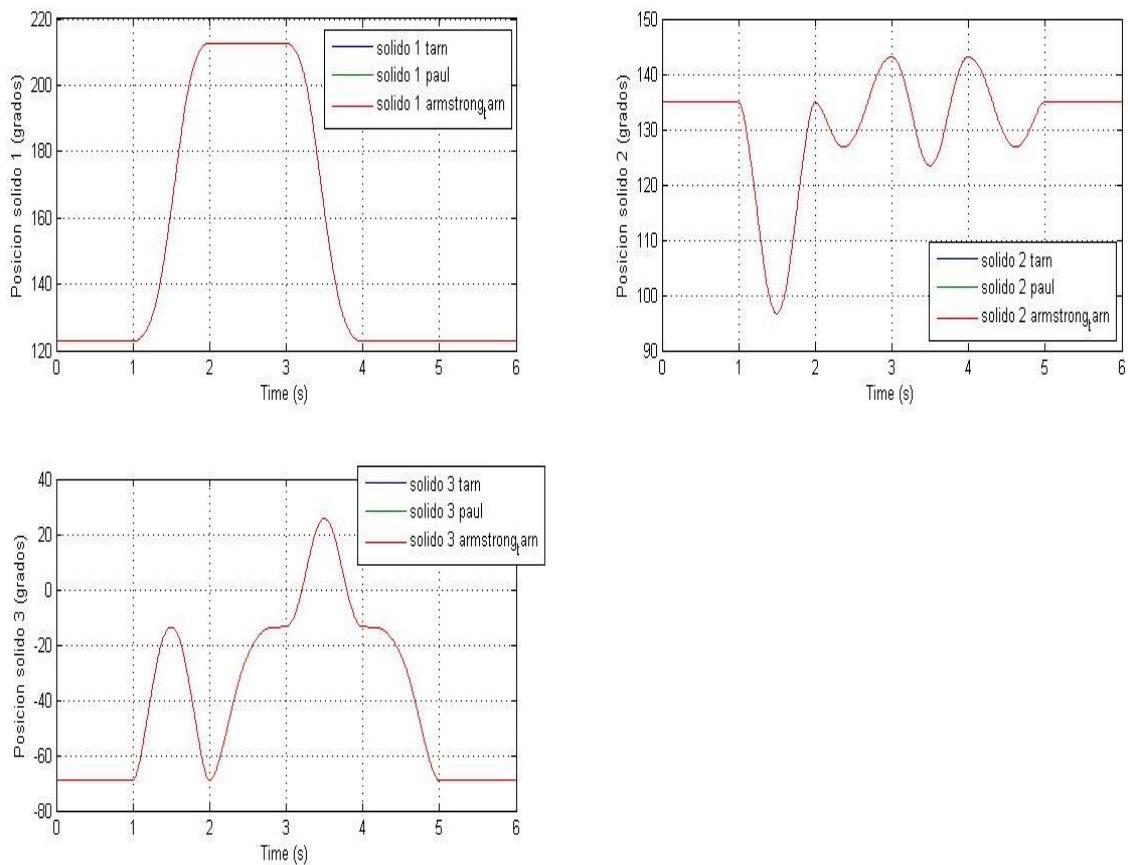


Figura 56- Posición conjunta cara exterior Puma

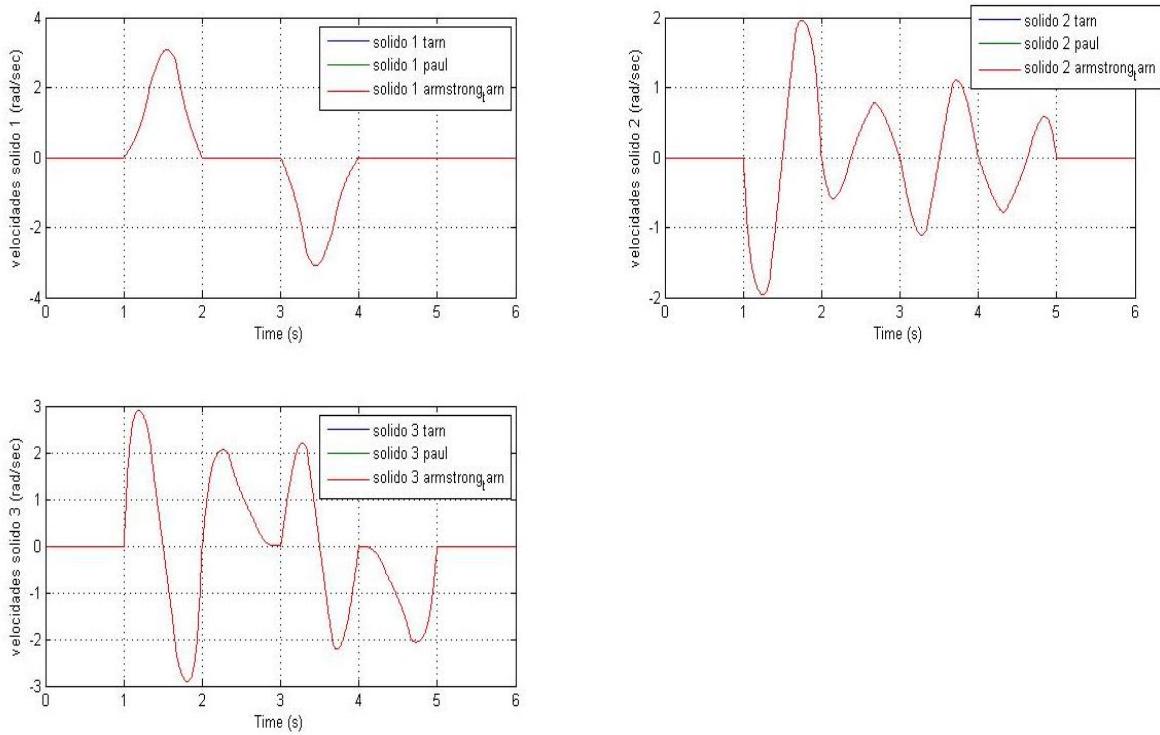


Figura 57- Velocidades conjunta cara exterior Puma

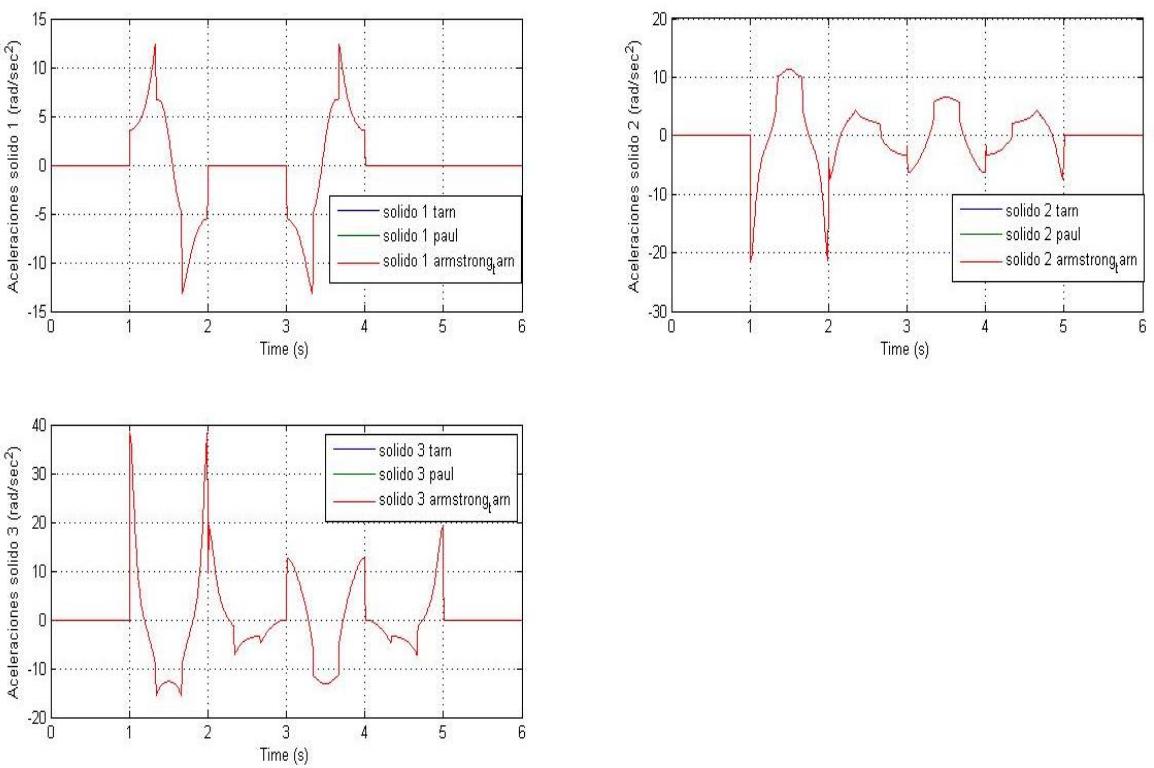


Figura 58-Aceleraciones conjunta cara exterior Puma

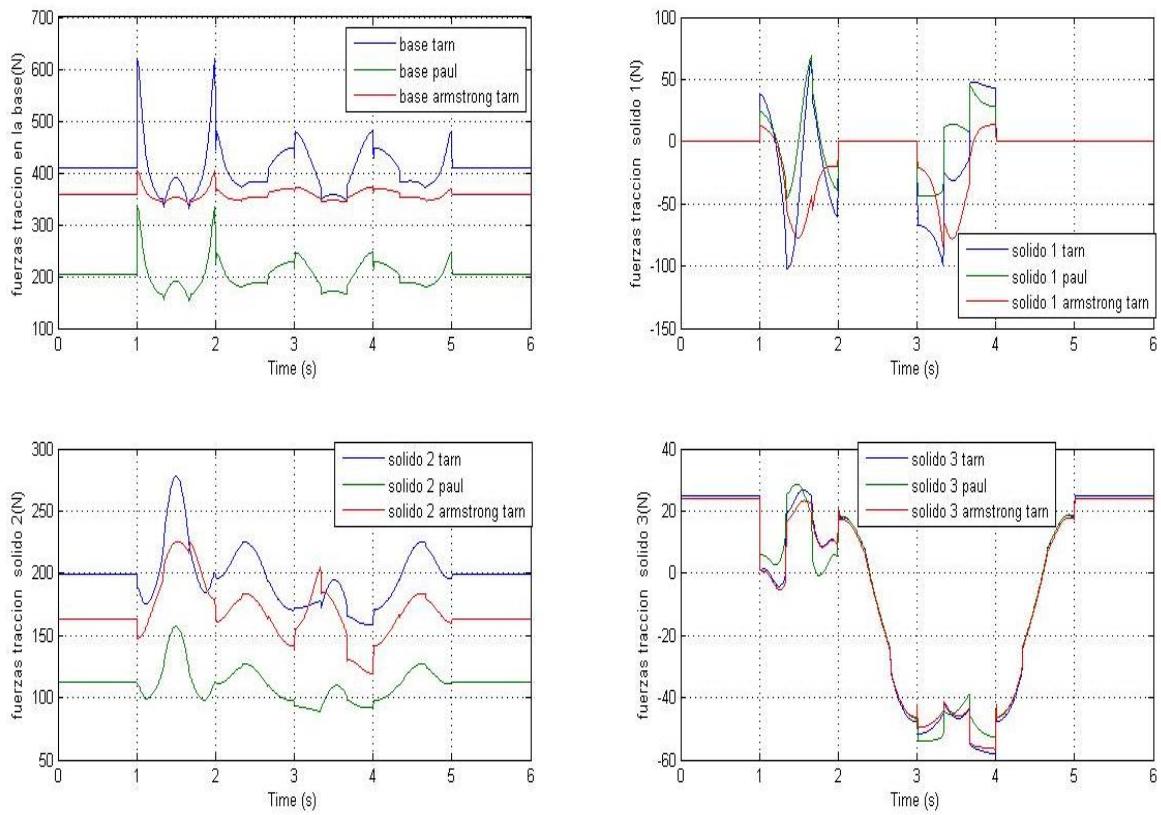


Figura 59-Tracción conjunta cara exterior Puma

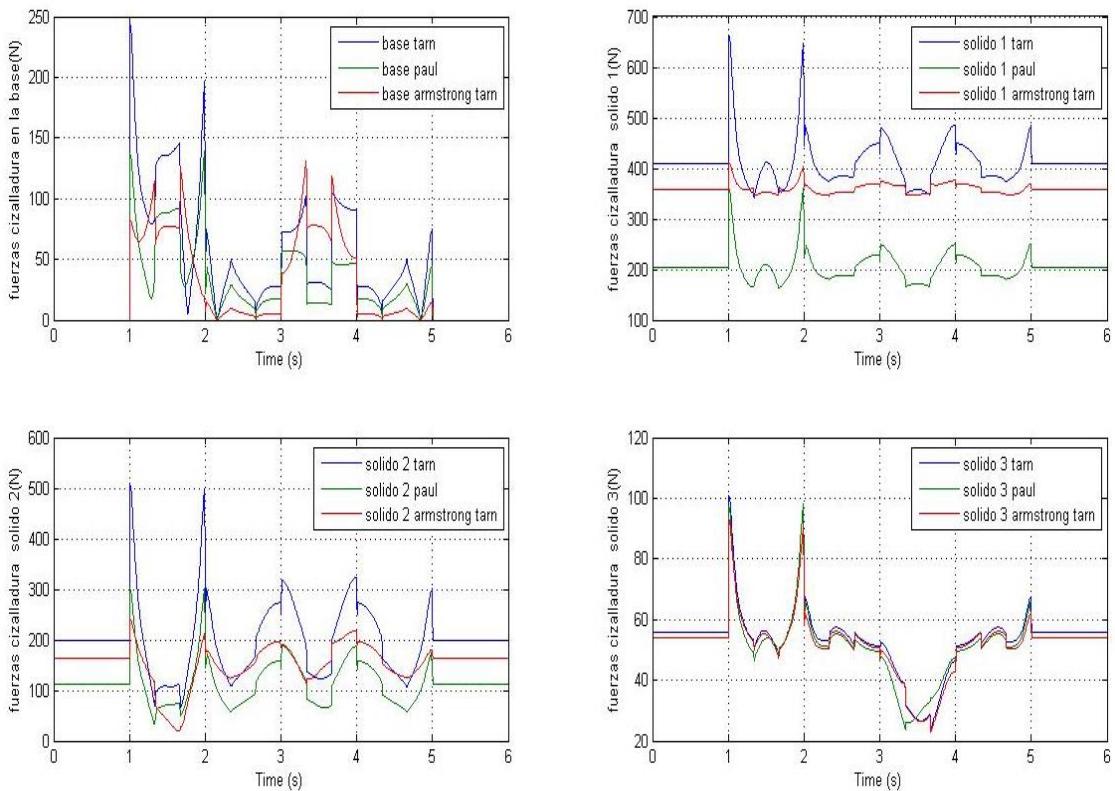


Figura 60-Cizalladura conjunta cara exterior Puma

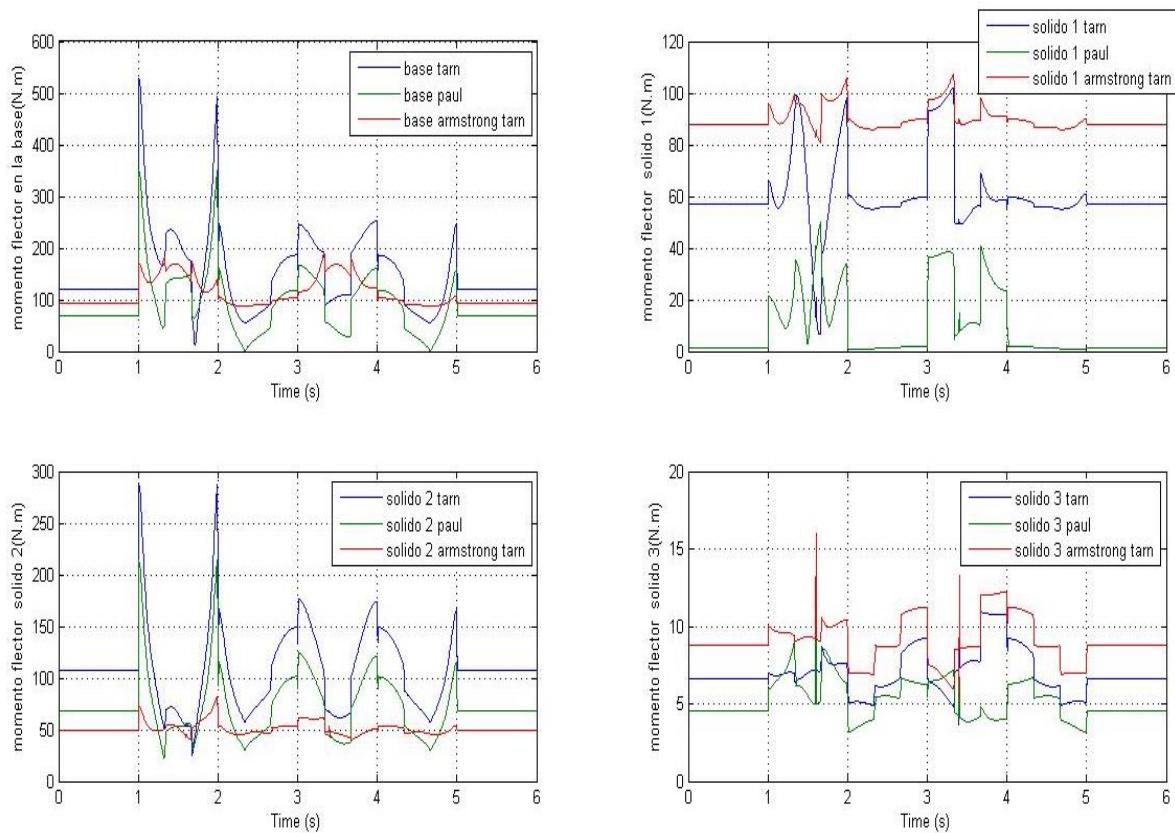


Figura 61-Fletor conjunta cara exterior Puma

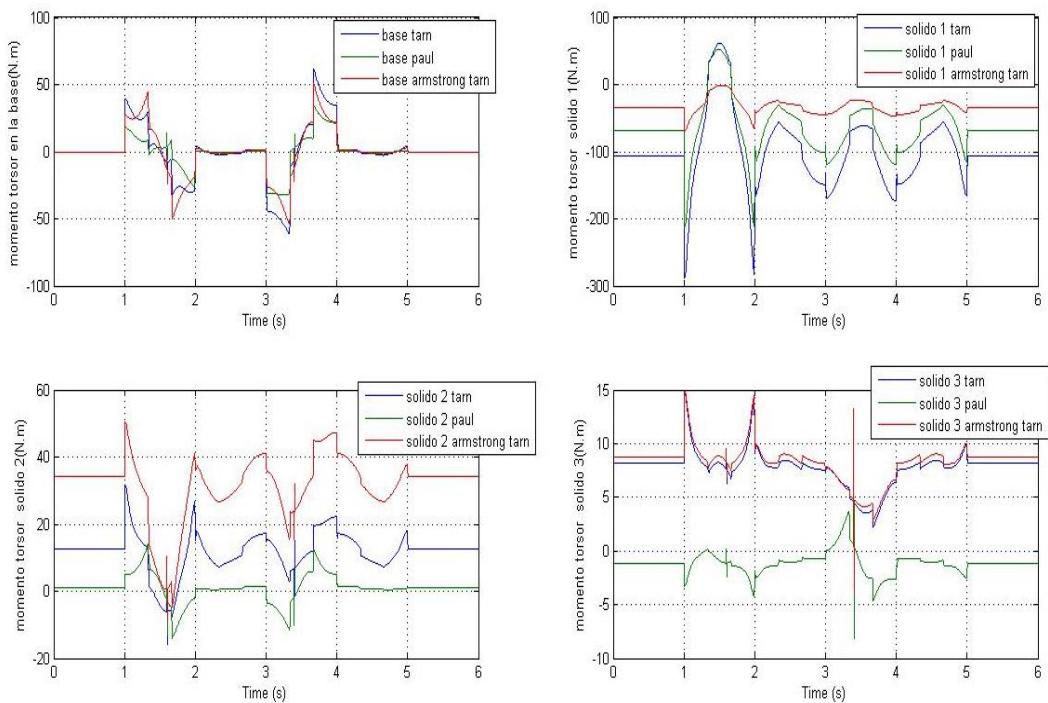


Figura 62-Torsor conjunta cara exterior Puma

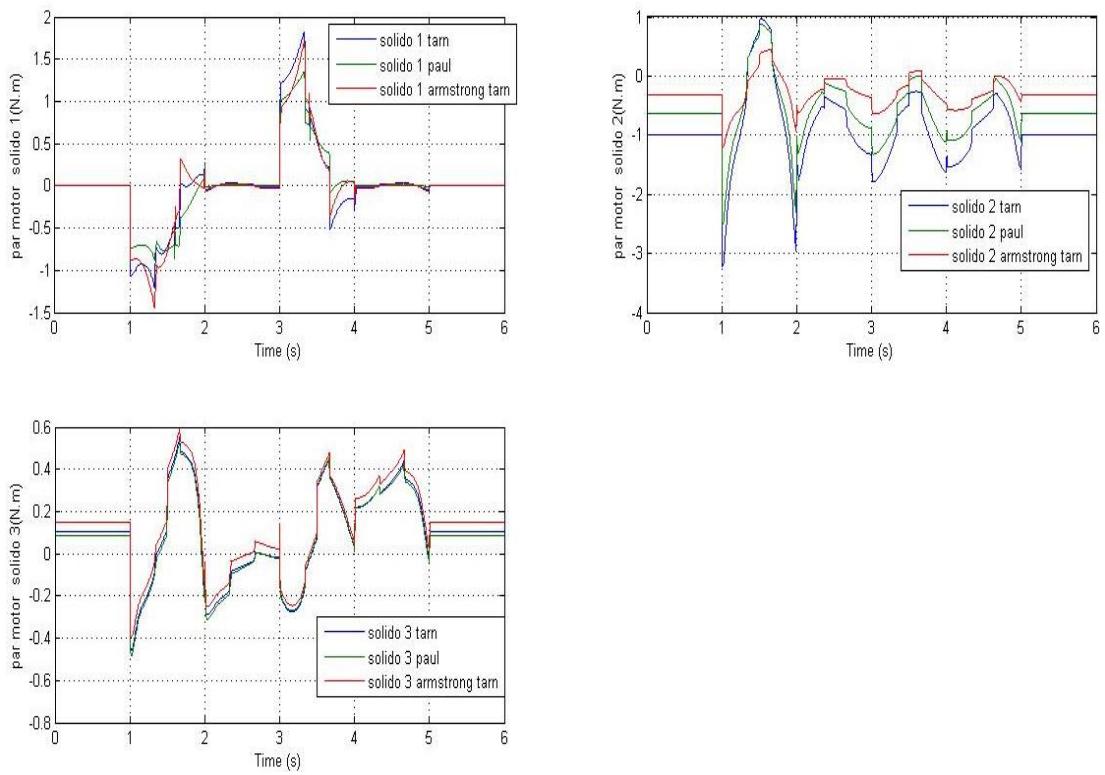


Figura 63-Par requerido conjunta cara exterior Puma

### Cara frontal cercana a la base

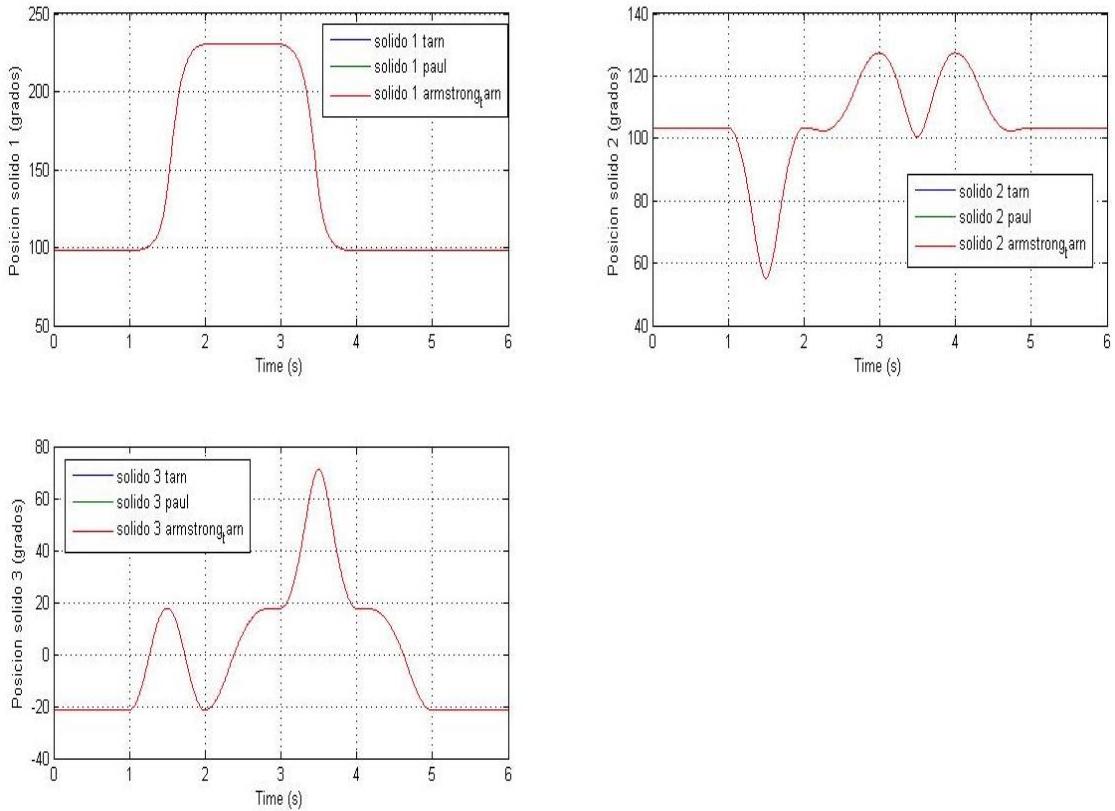


Figura 64-Posición conjunta cara frontal cercana a la base Puma

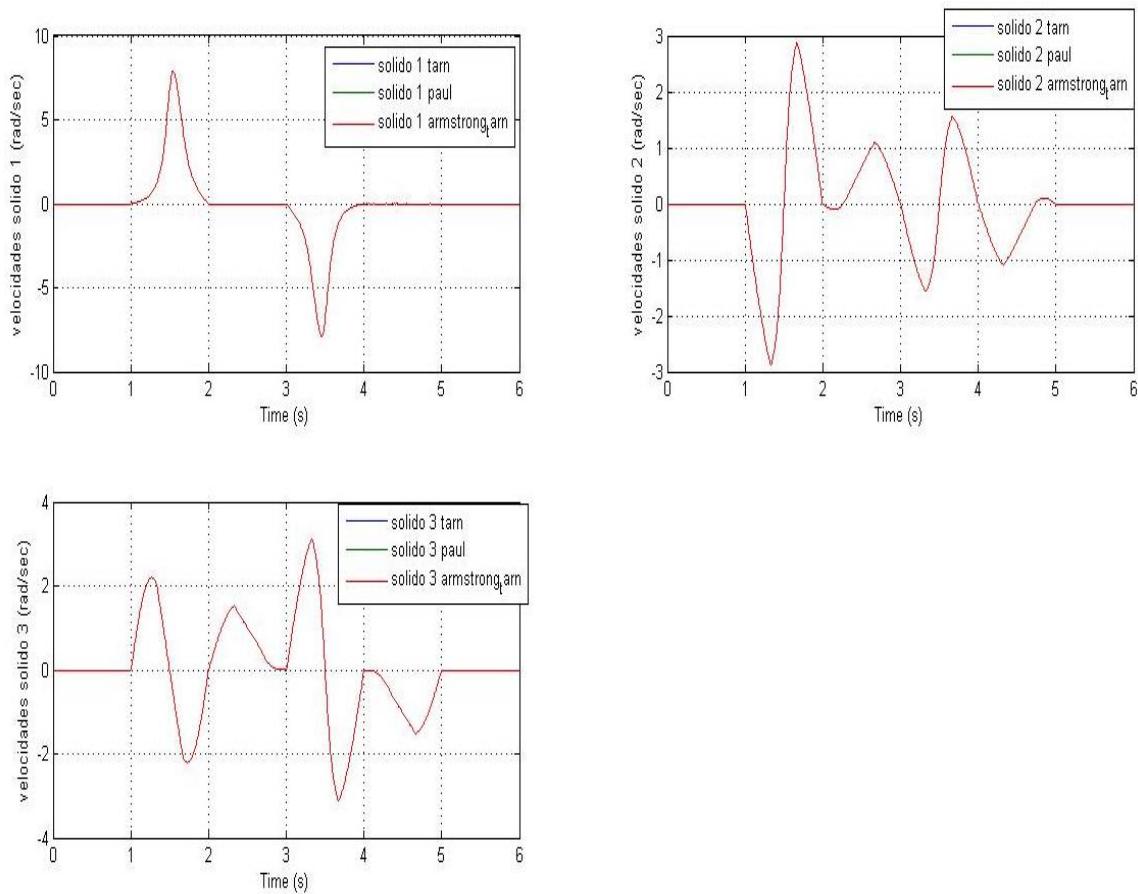


Figura 65-Velocidades conjunta cara frontal cercana a la base Puma

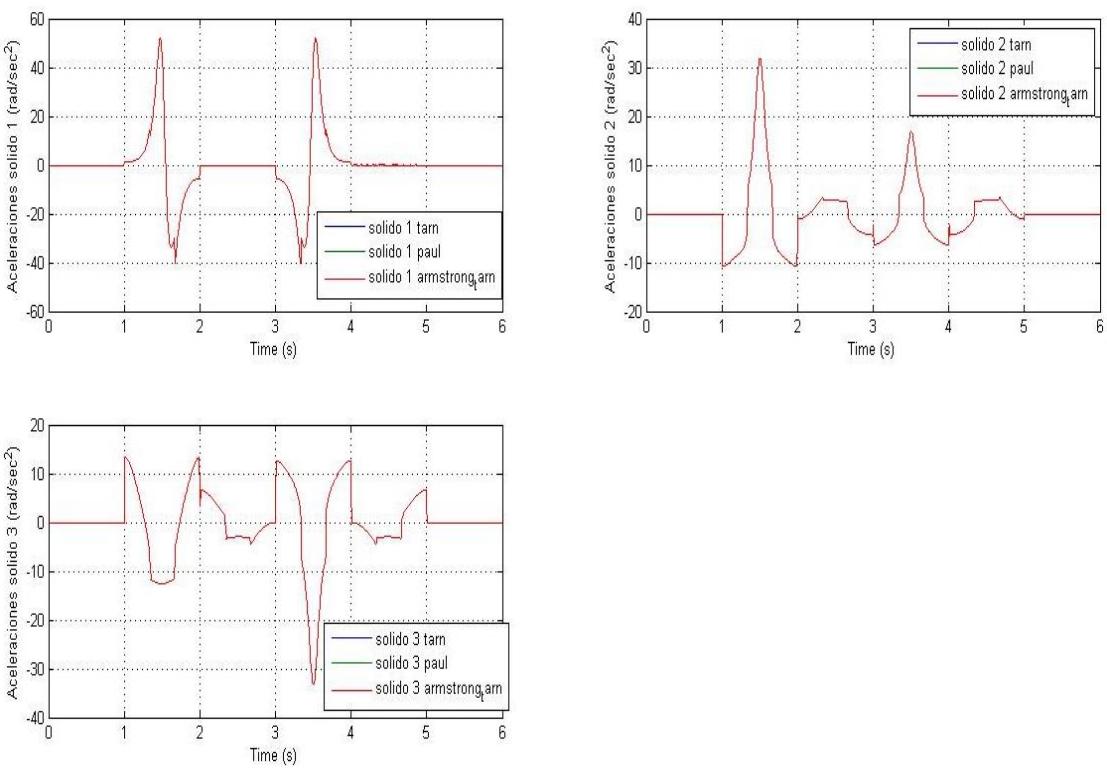


Figura 66-Aceleraciones conjunta cara frontal cercana a la base Puma

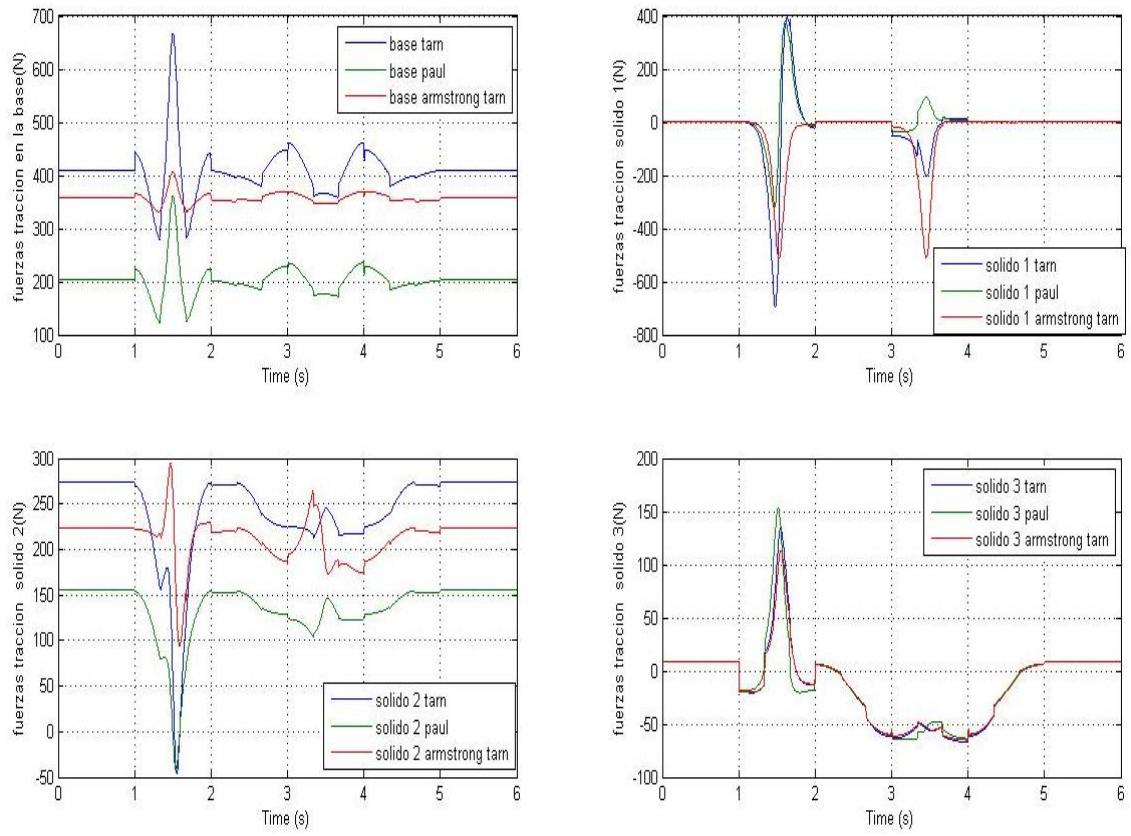


Figura 67-Tracción conjunta cara frontal cercana a la base Puma

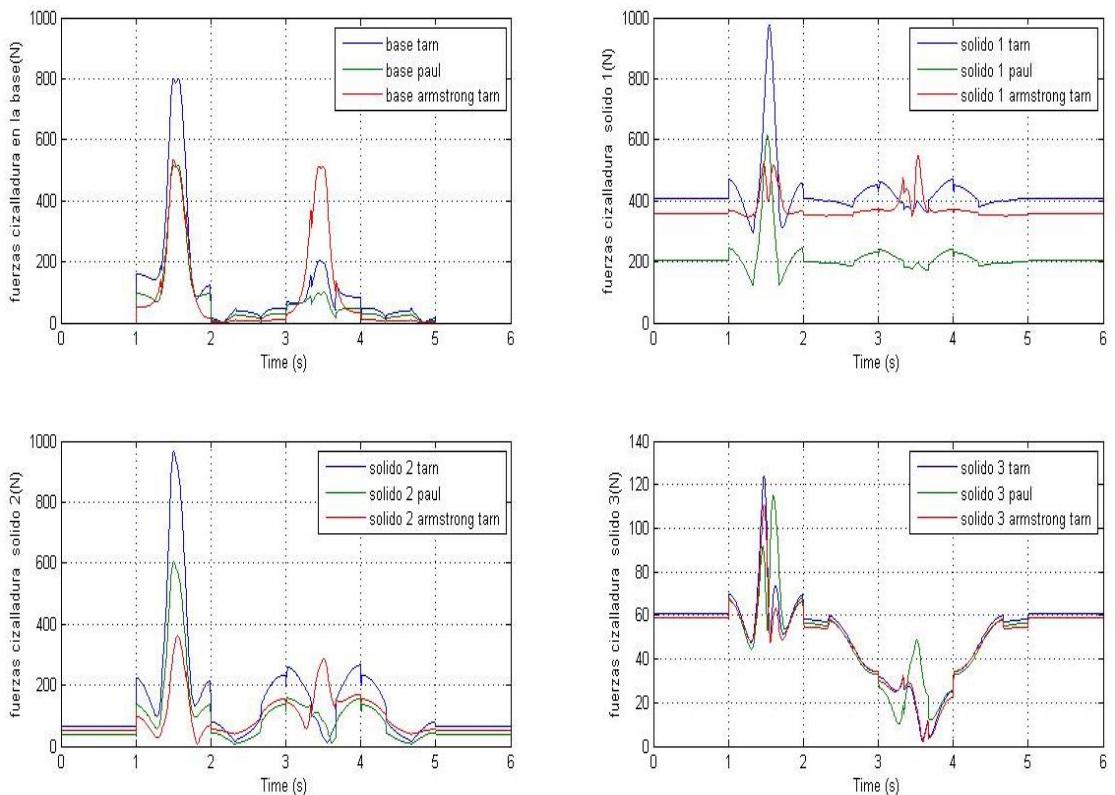


Figura 68-Cizalladura conjunta cara frontal cercana a la base Puma

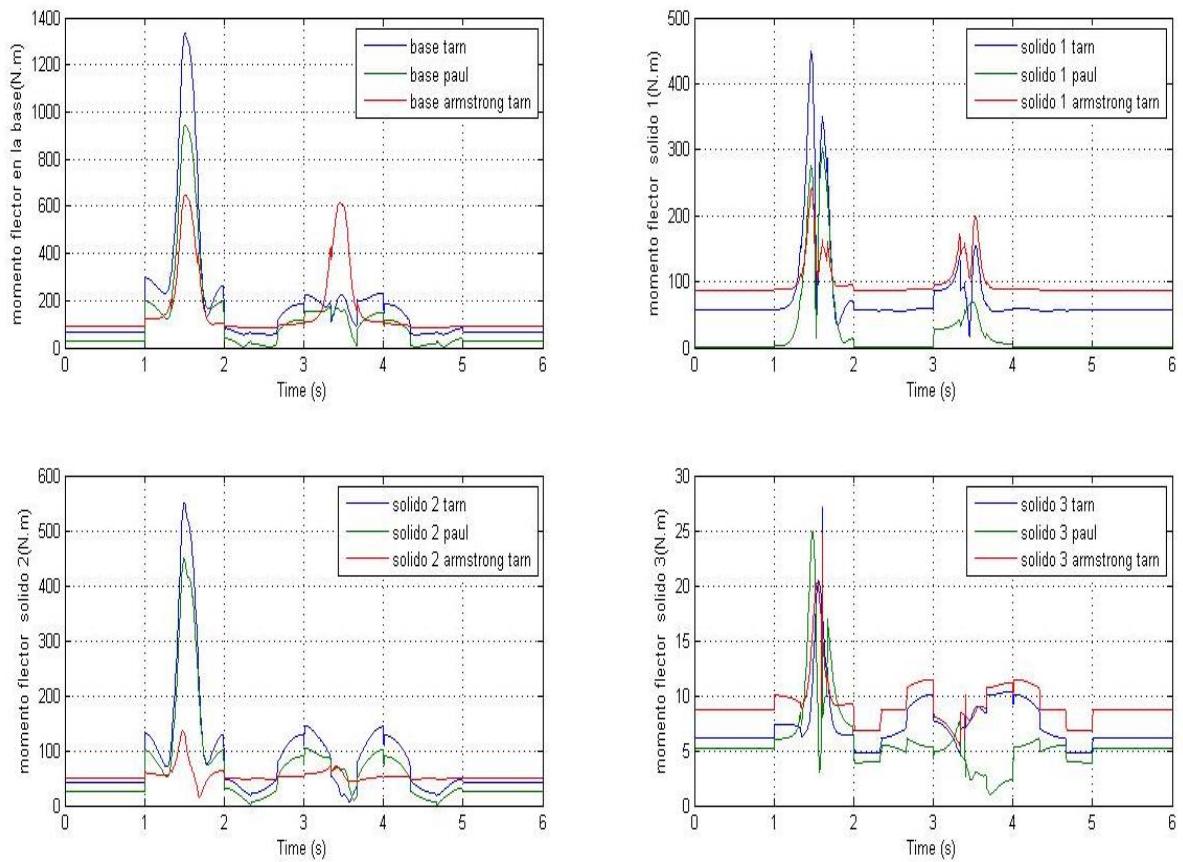


Figura 69-Flector conjunta cara frontal cercana a la base Puma

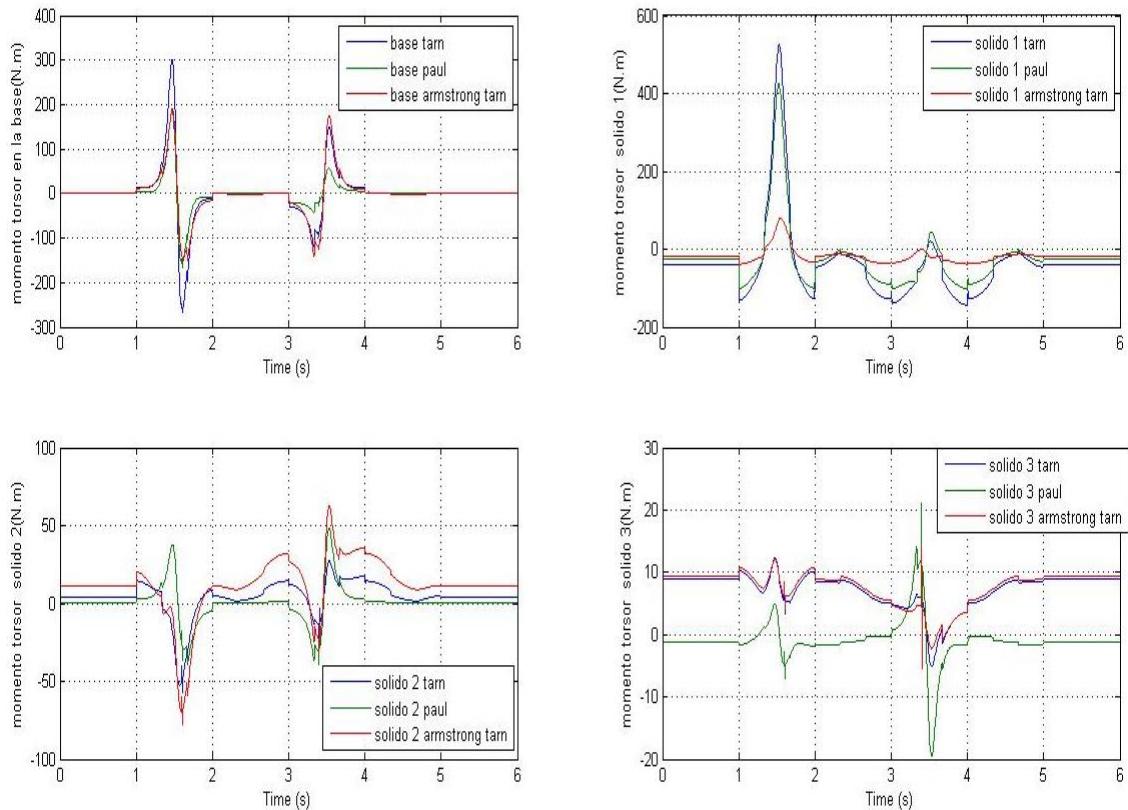


Figura 70-Torsor conjunta cara frontal cercana a la base Puma

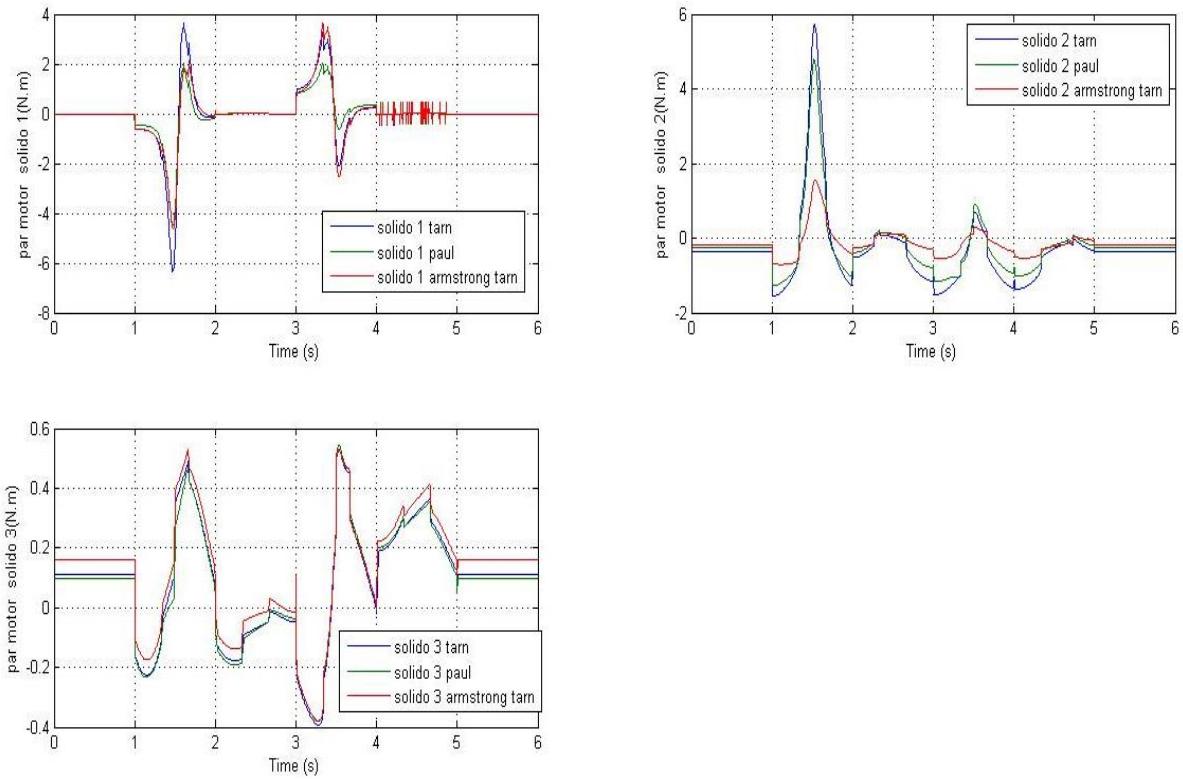


Figura 71-Par requerido conjunta cara frontal cercana a la base Puma

## Cara Lateral

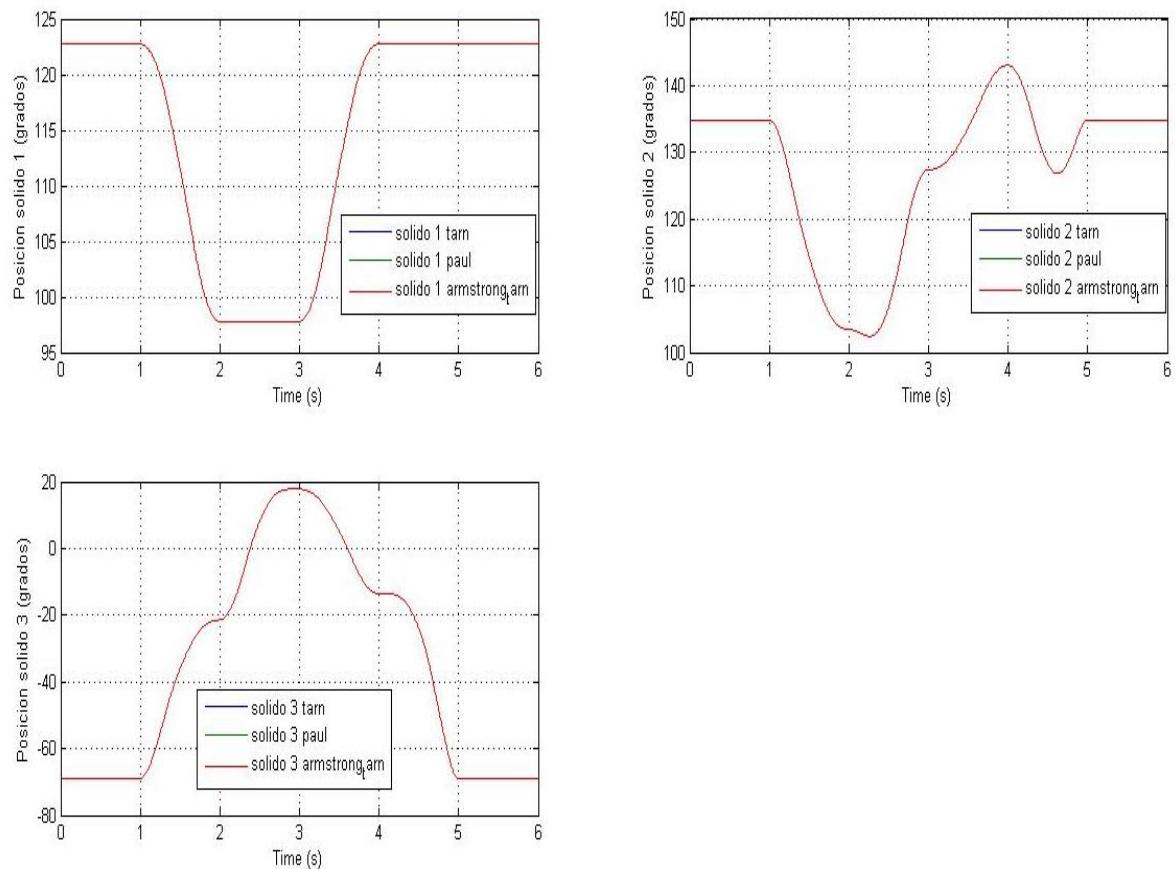


Figura 72-Posición conjunta cara lateral Puma

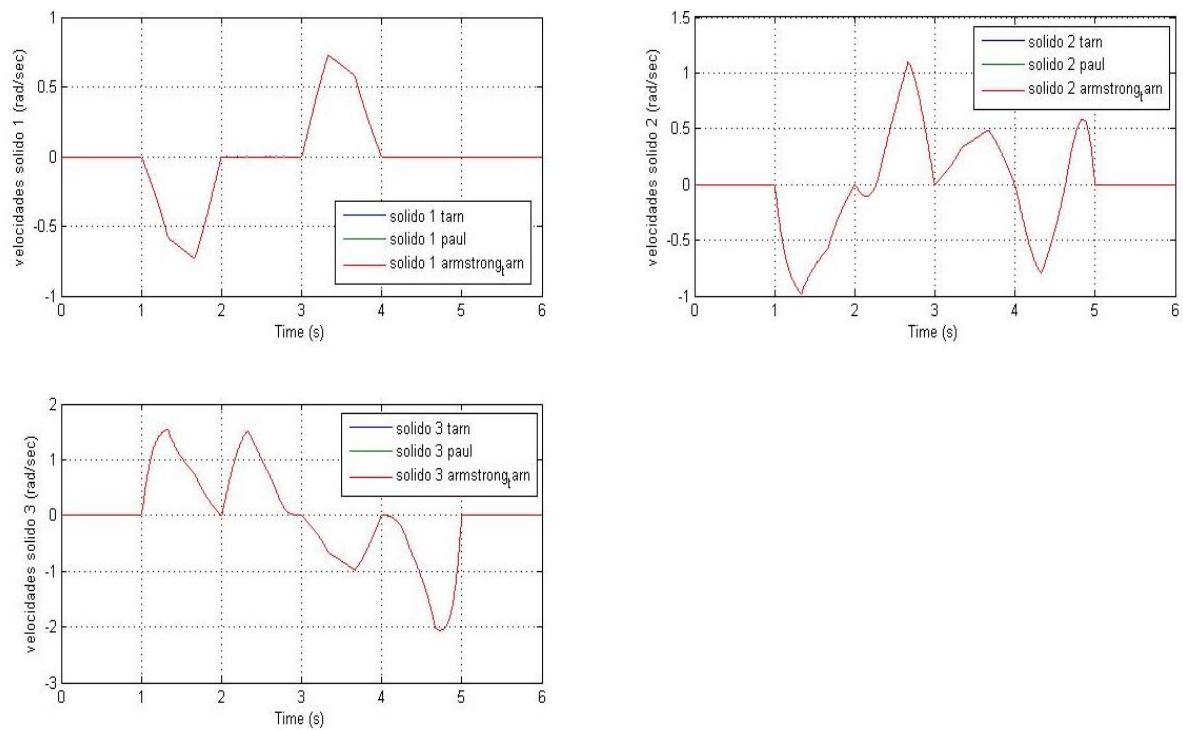


Figura 73-Velocidades conjunta cara lateral Puma

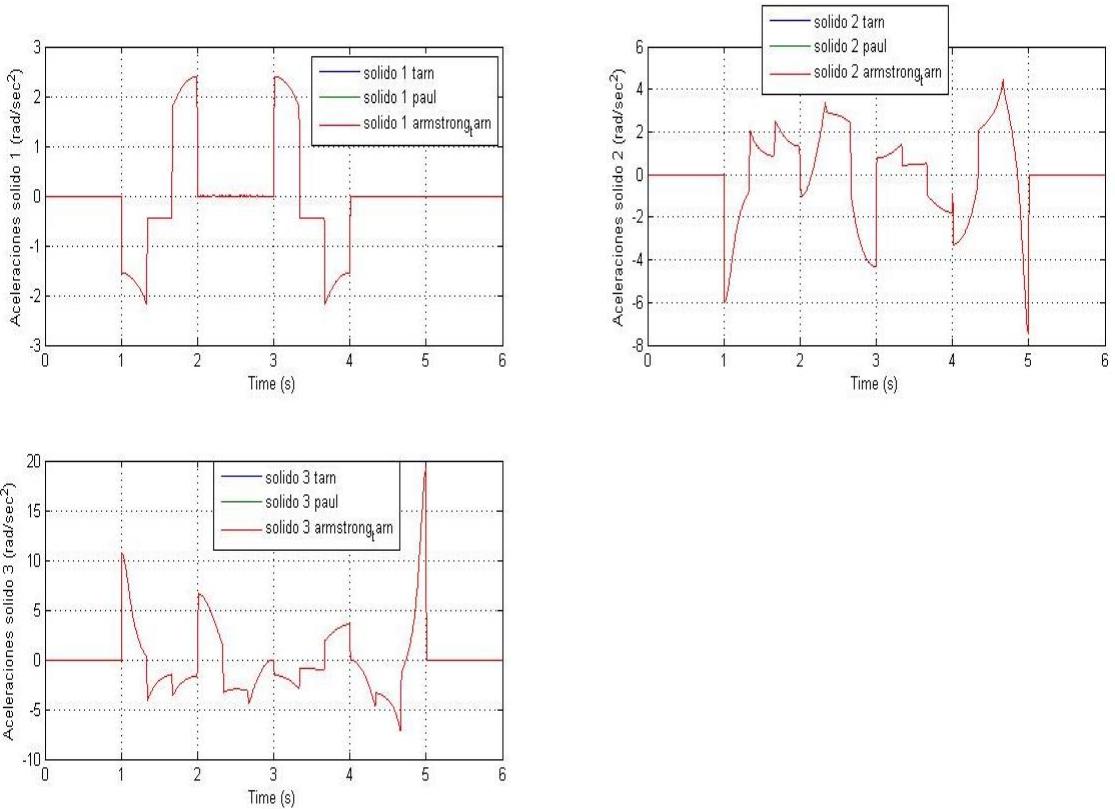


Figura 74-Aceleraciones conjunta cara lateral Puma

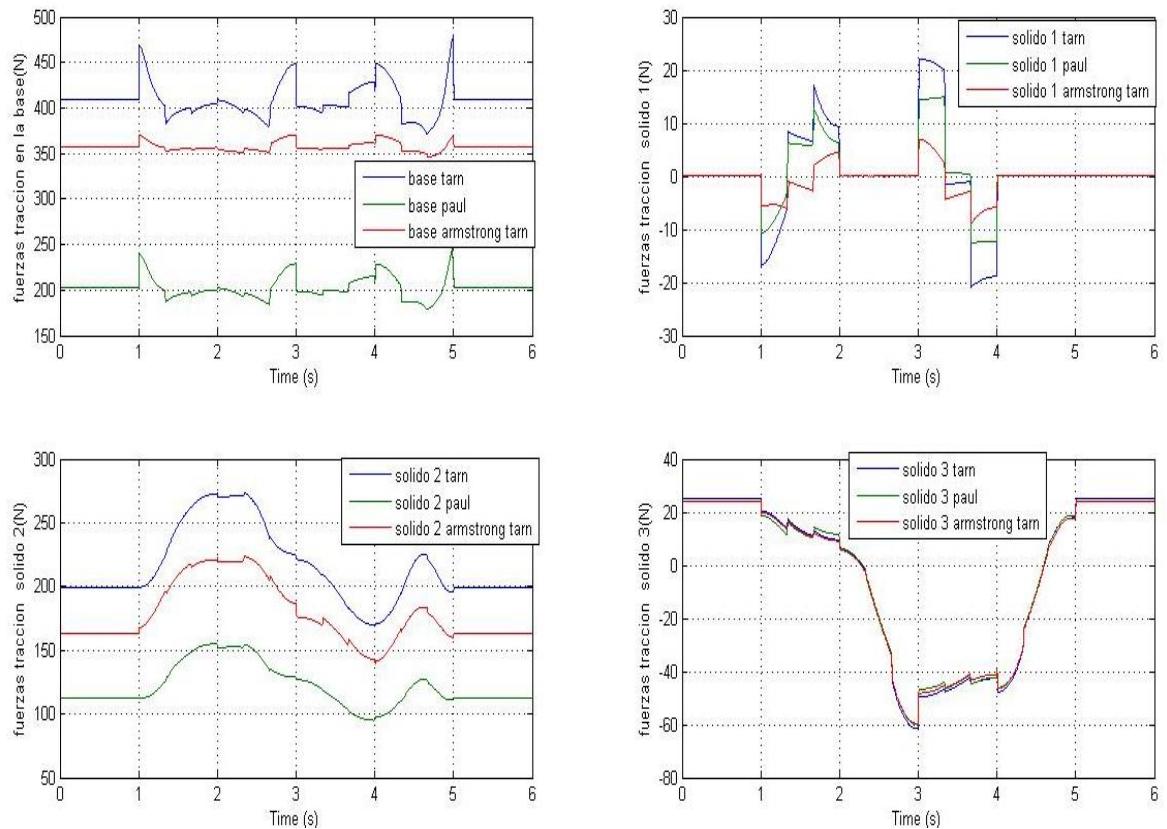


Figura 75-Posición conjunta cara lateral Pum

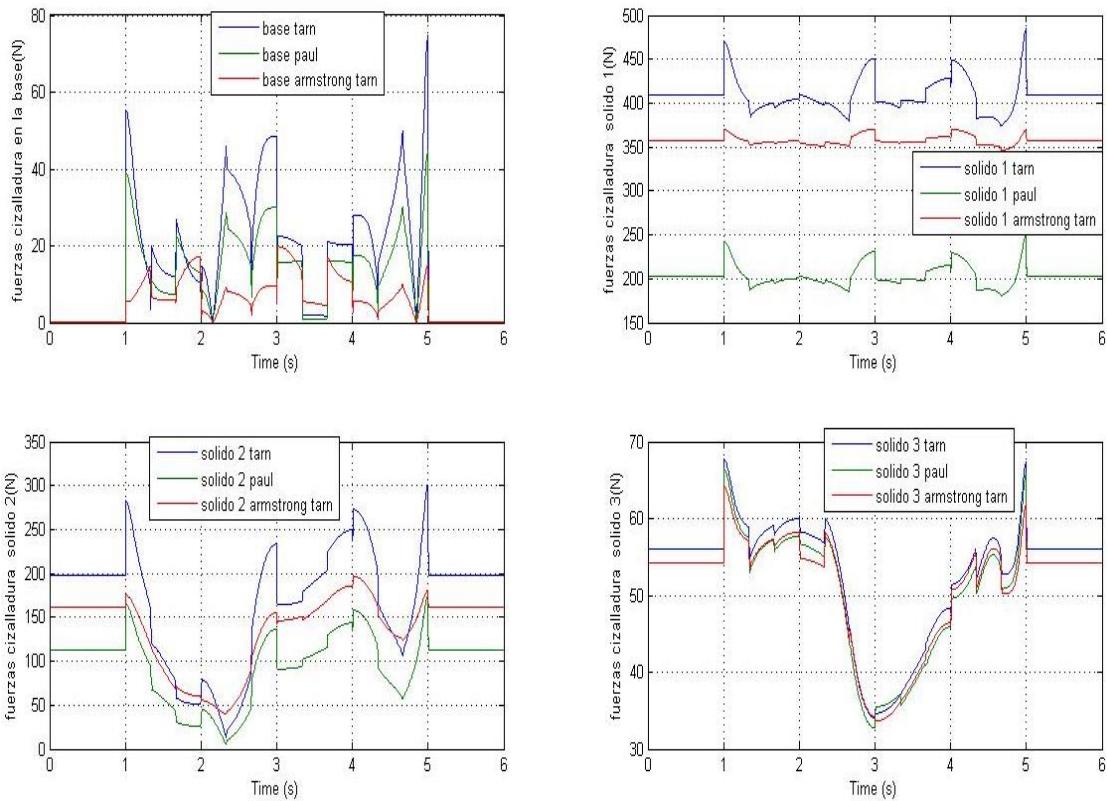


Figura 76-Cizalladura conjunta cara lateral Puma

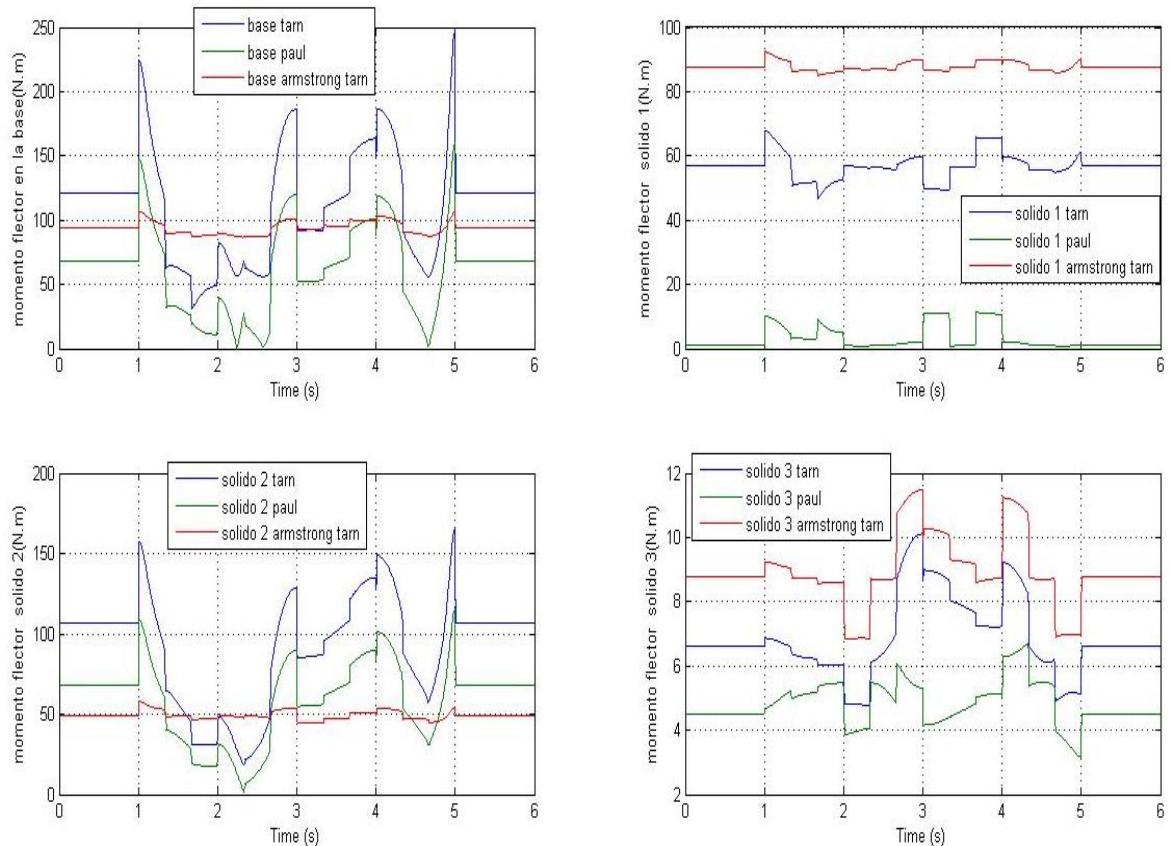


Figura 77-Flector conjunta cara lateral Puma

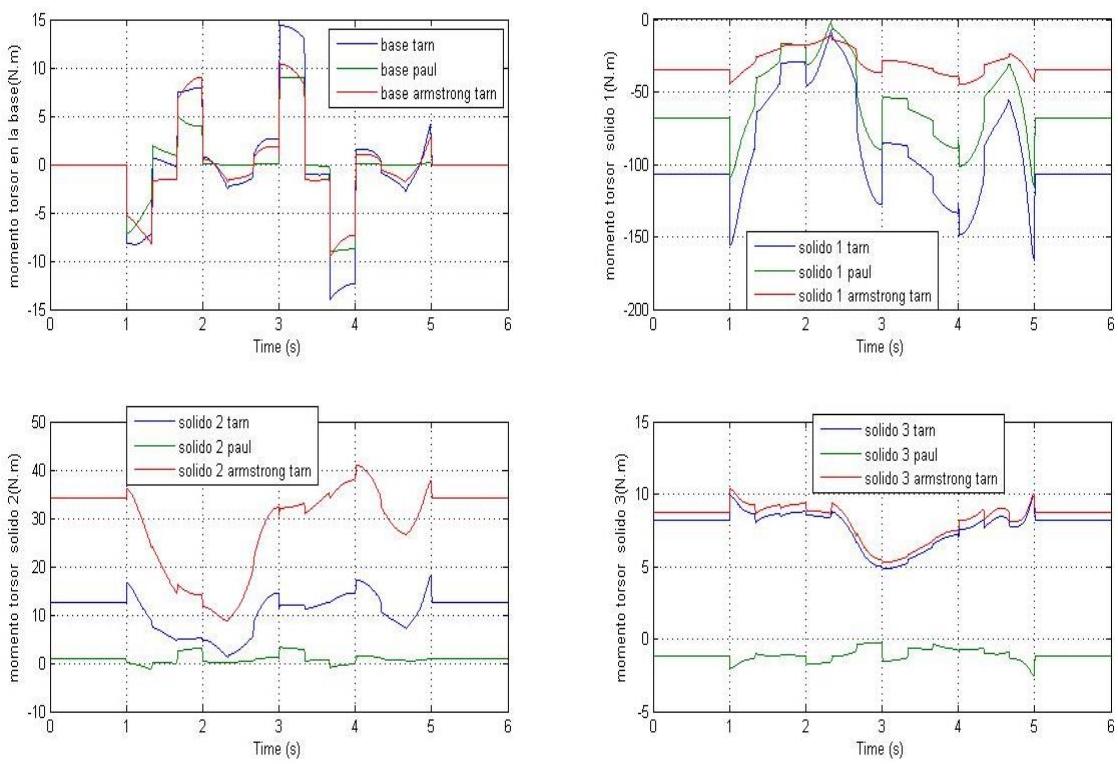


Figura 78-Torsor conjunta cara lateral Puma

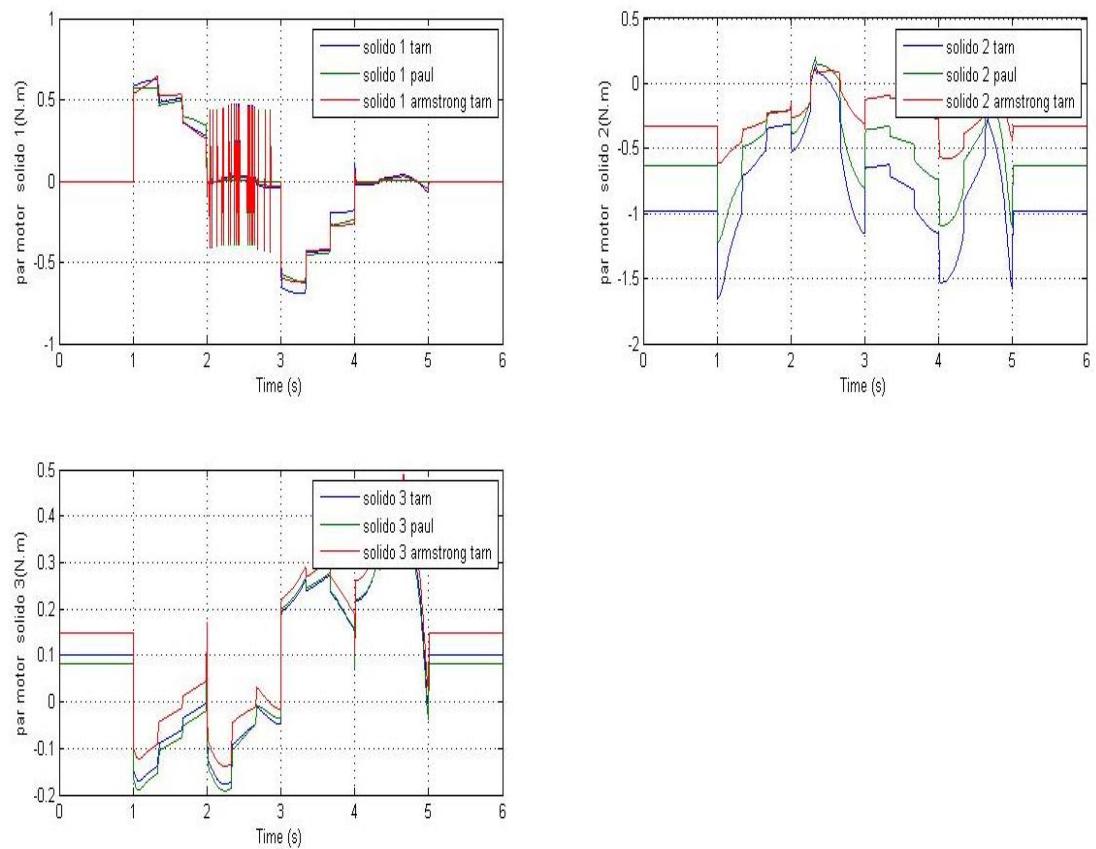


Figura 79-Par requerido conjunta cara lateral Puma

## ISO 9283

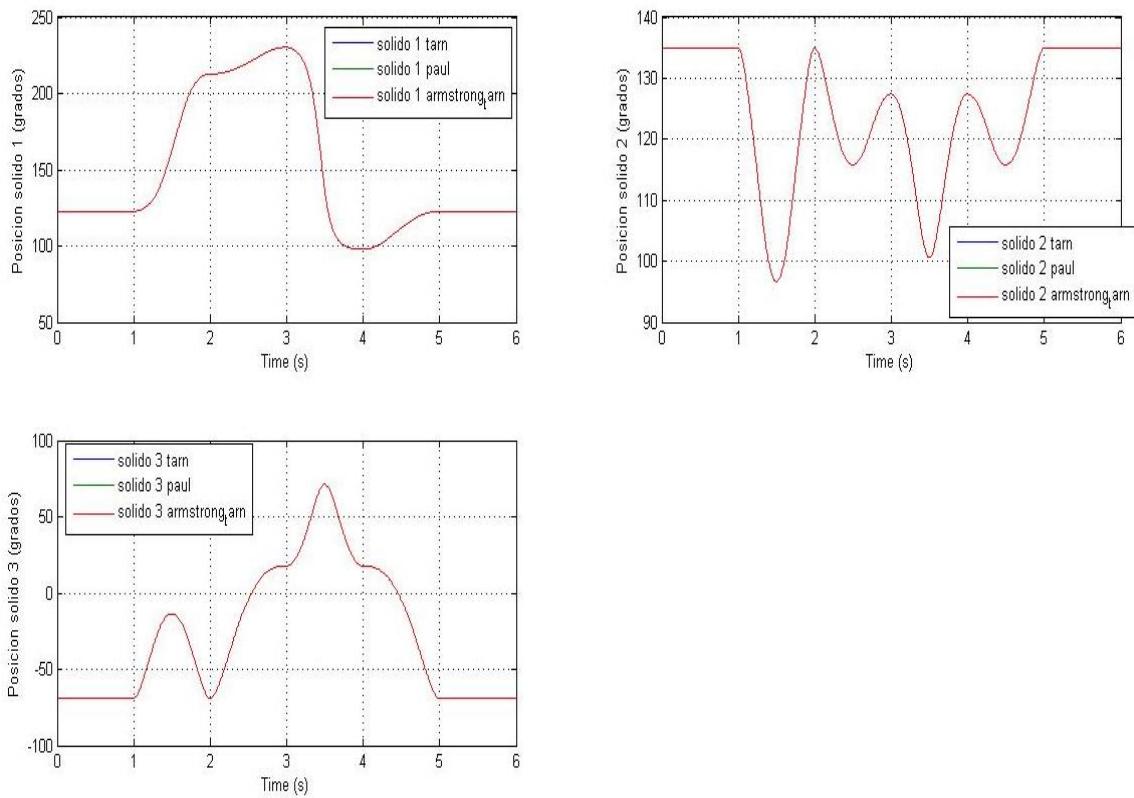


Figura 80-Posición conjunta ISO Puma

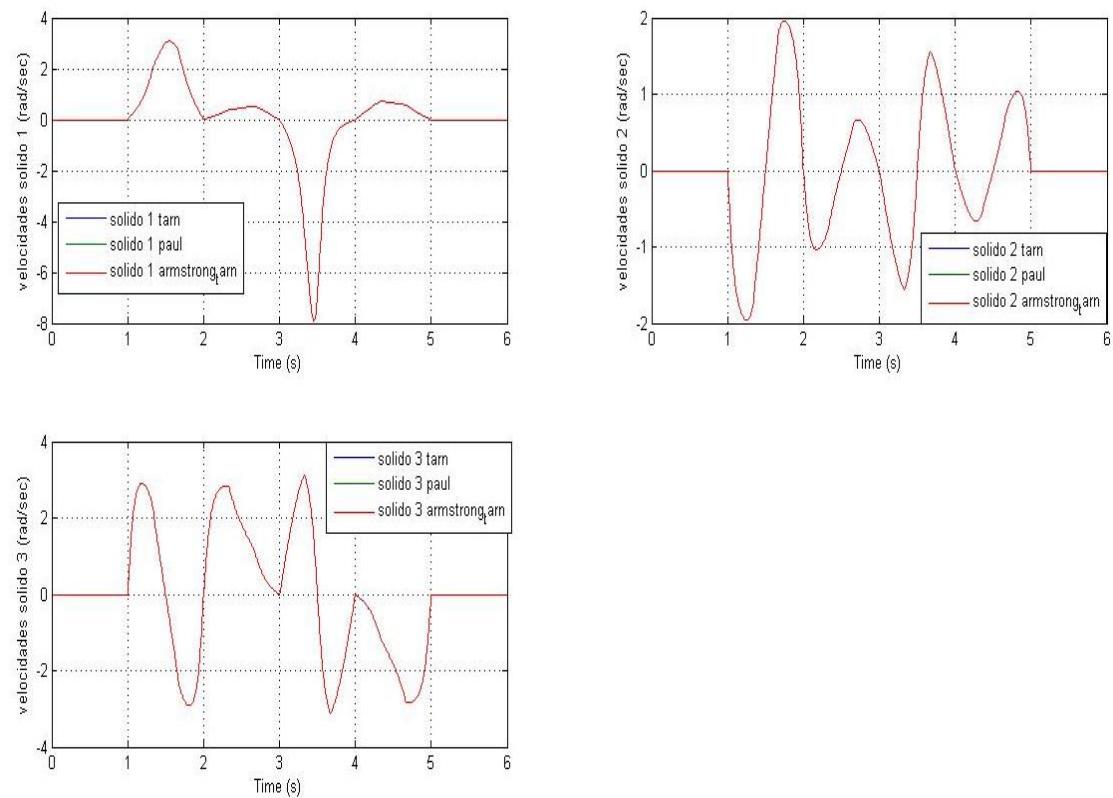


Figura 81-Velocidades conjunta ISO Puma

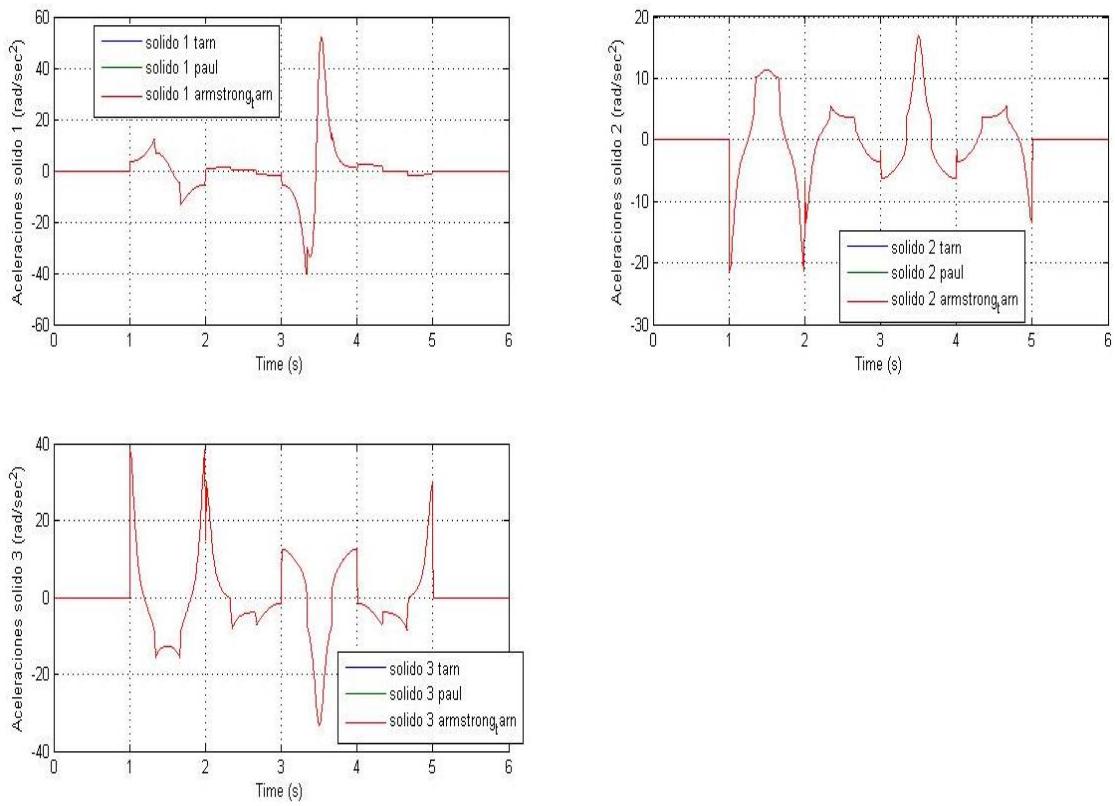


Figura 82-Aceleraciones conjunta ISO Puma

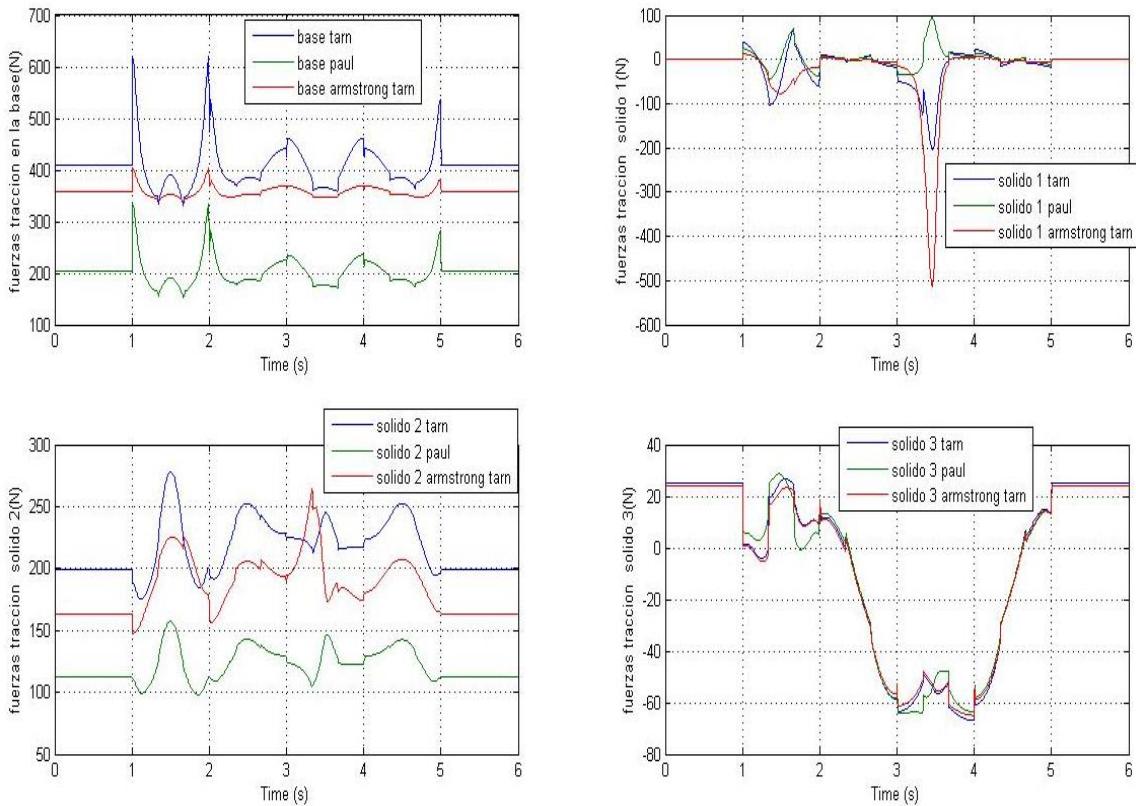


Figura 83-Tracción conjunta ISO Puma

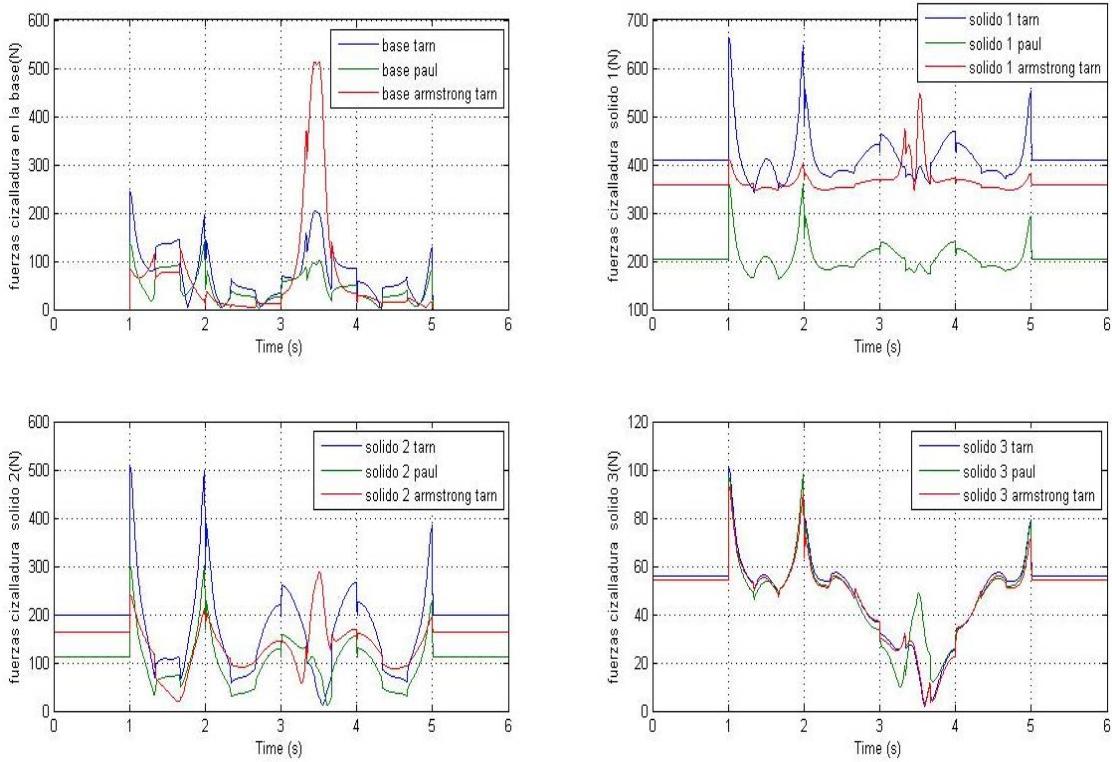


Figura 84-Cizalladura conjunta ISO Puma

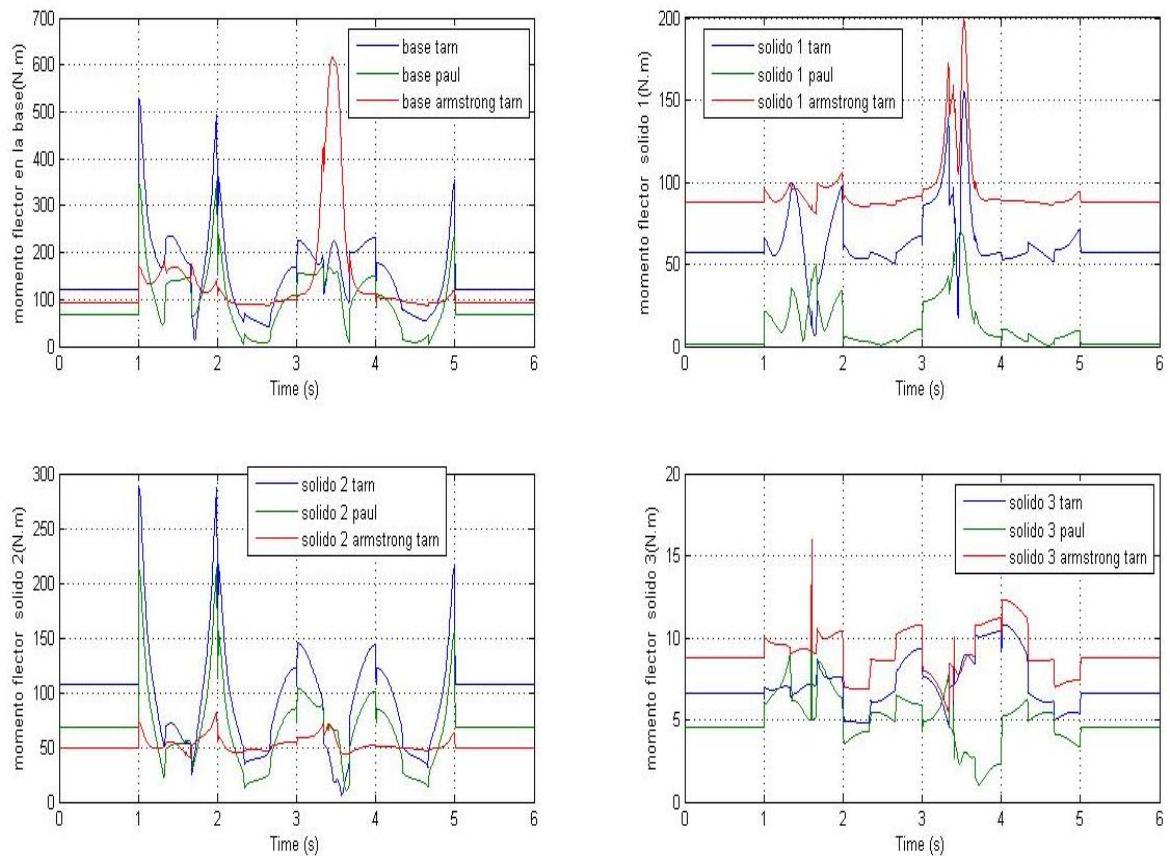


Figura 85-Fletor conjunta ISO Puma

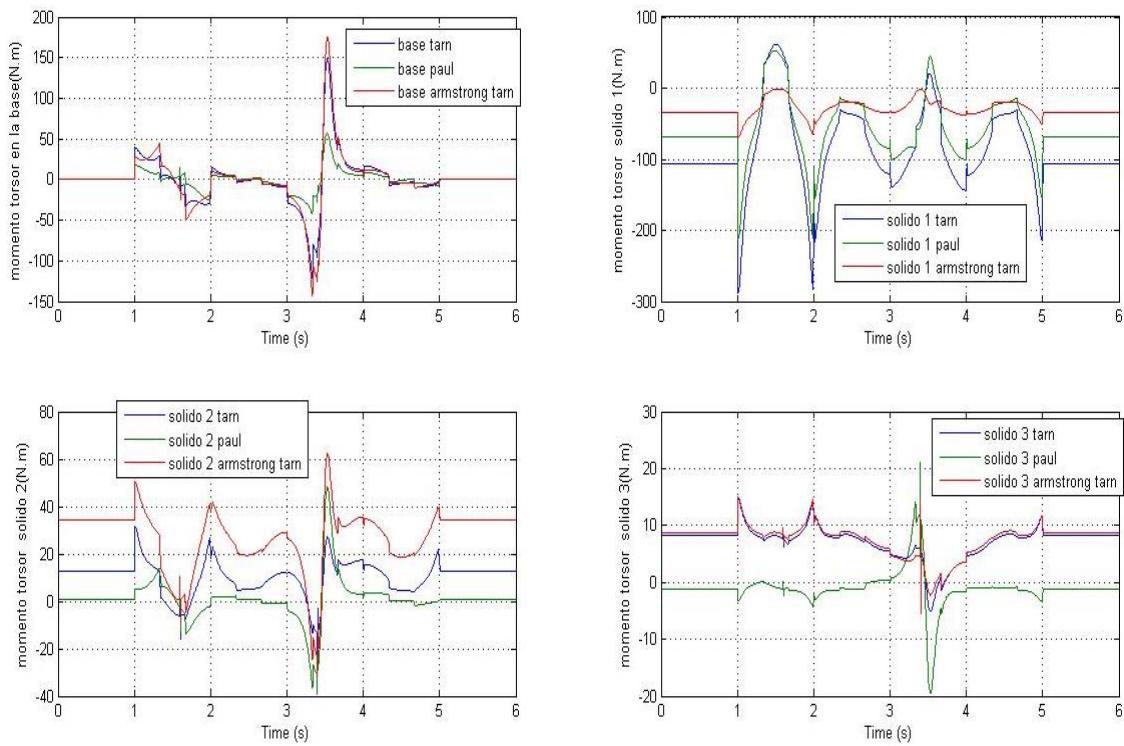


Figura 86-Torsor conjunta ISO Puma

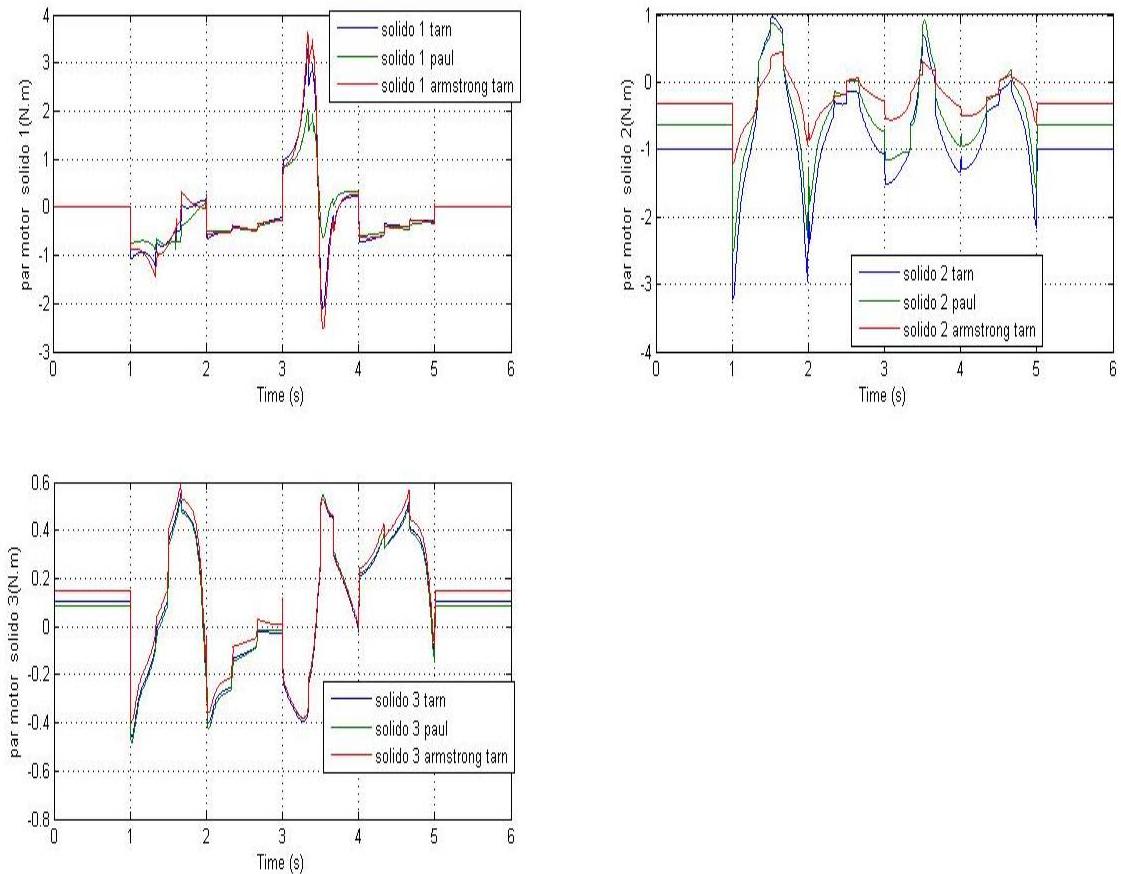


Figura 87-Par requerido conjunta ISO Puma



## ANEXO VI. TRAYECTORIAS Y GRÁFICAS ROBOT ANGULAR

### Cara frontal exterior

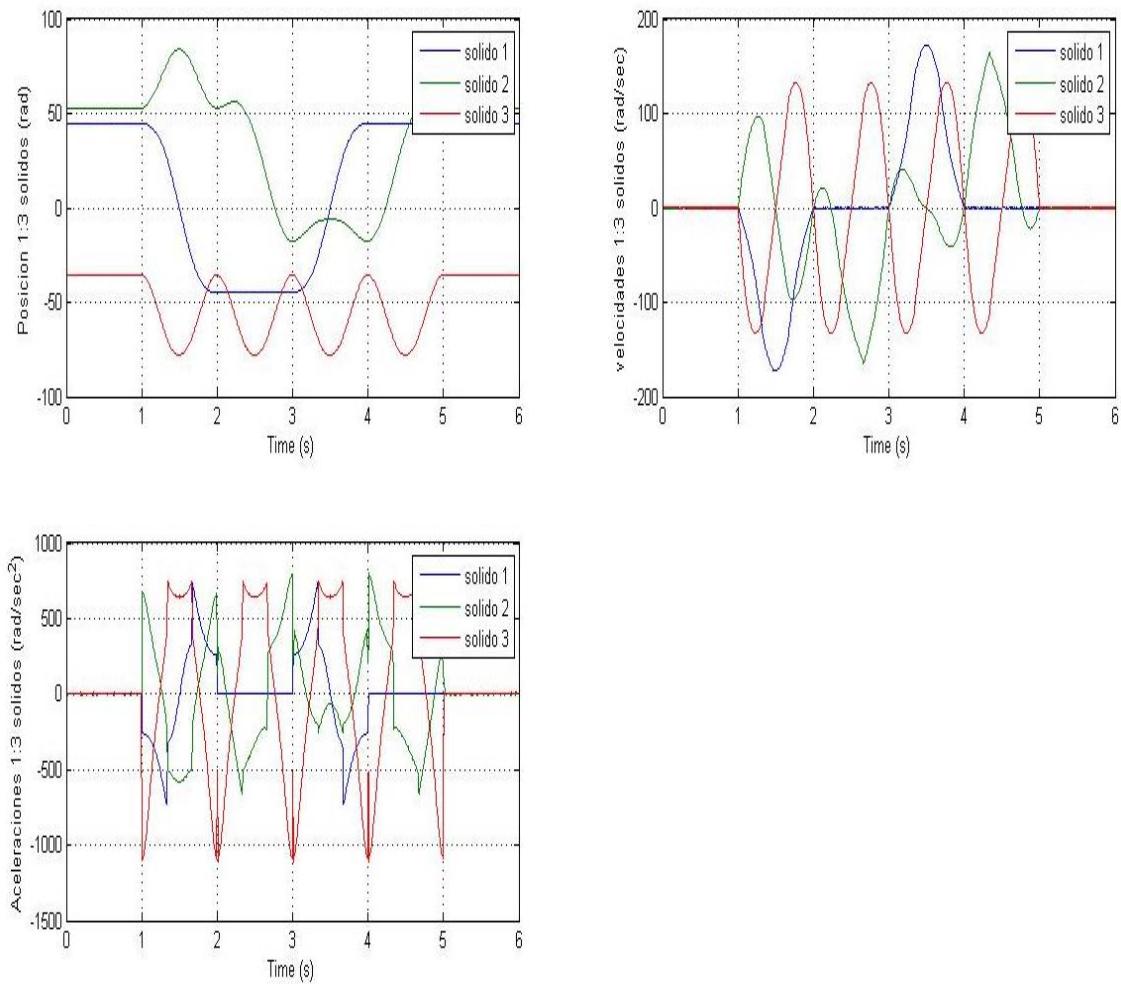


Figura 88-Cinemática cara exterior Angular

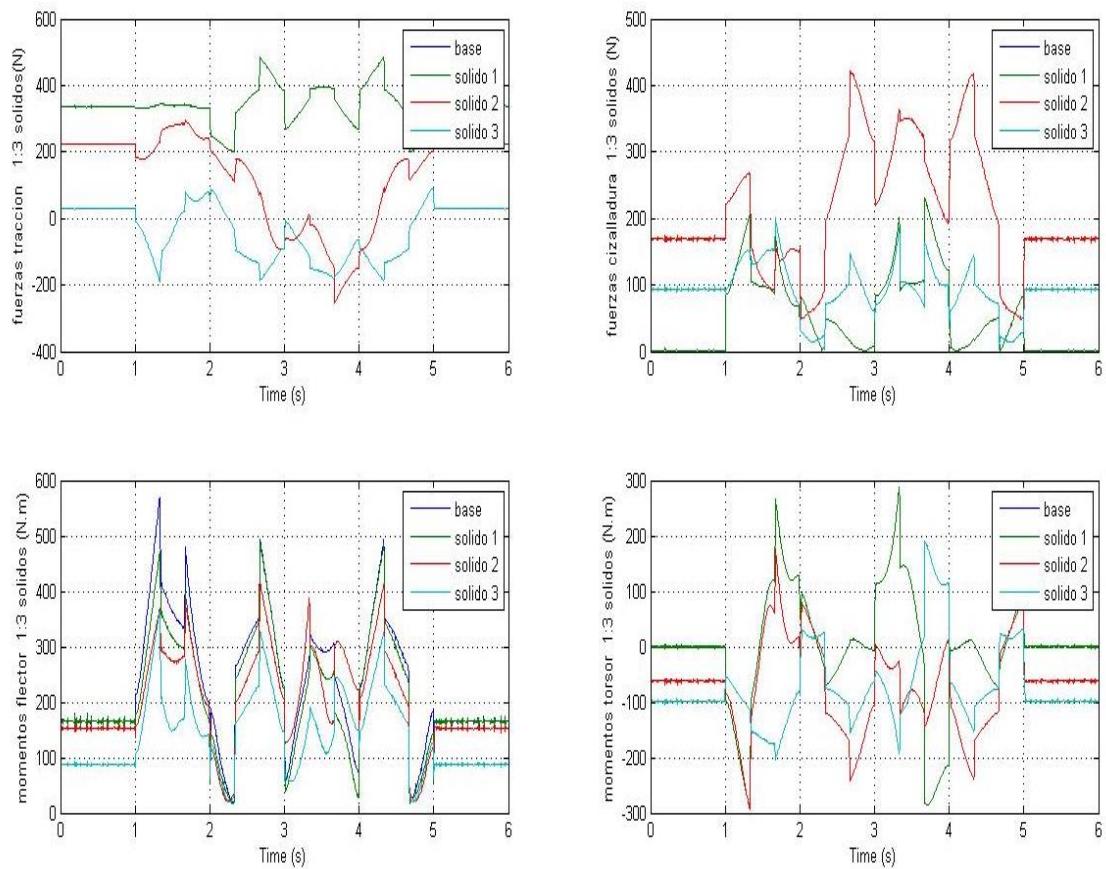


Figura 89-Cinemática cara exterior Angular

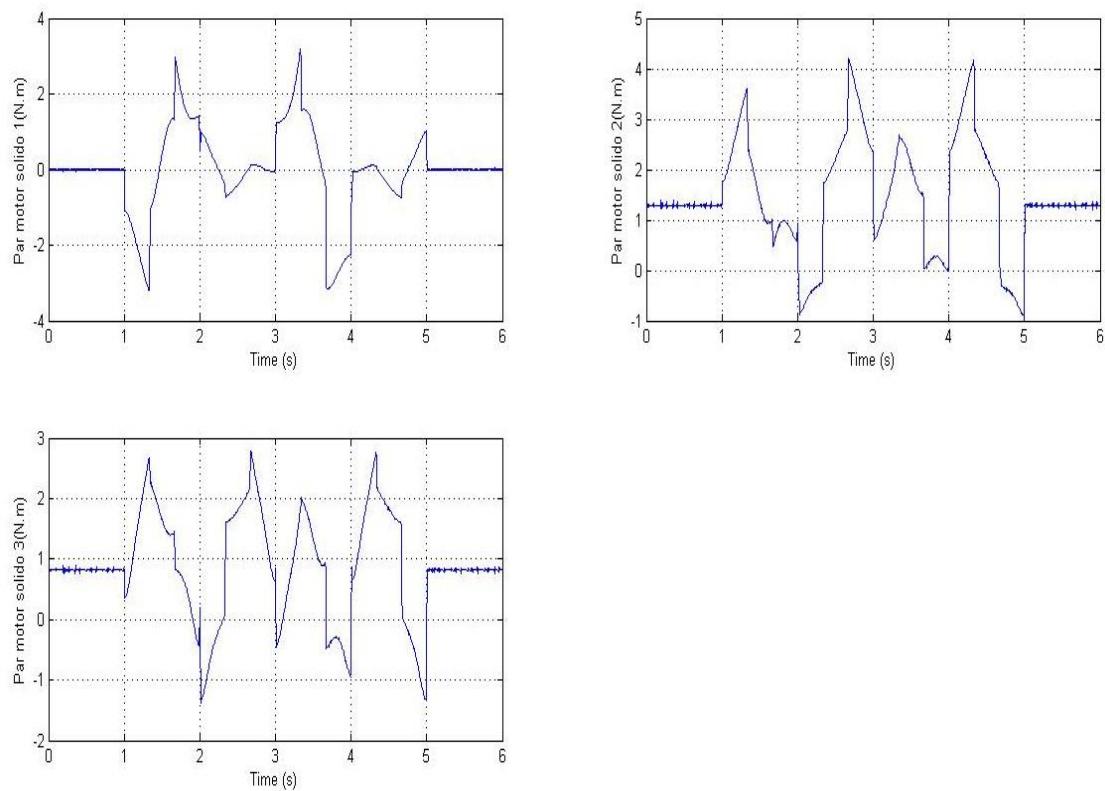


Figura 90-Par requerido cara exterior Angular

## Cara Cercana a la base

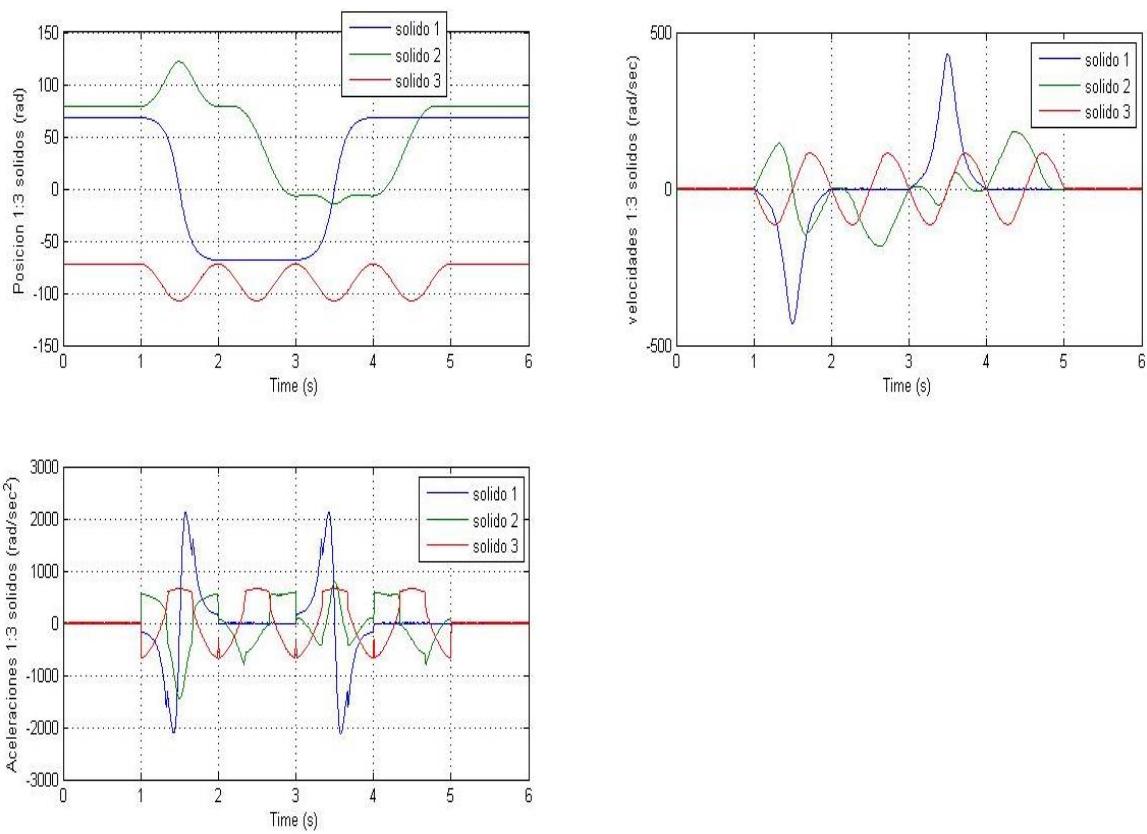


Figura 91-Cinemática cara cercana a la base Angular

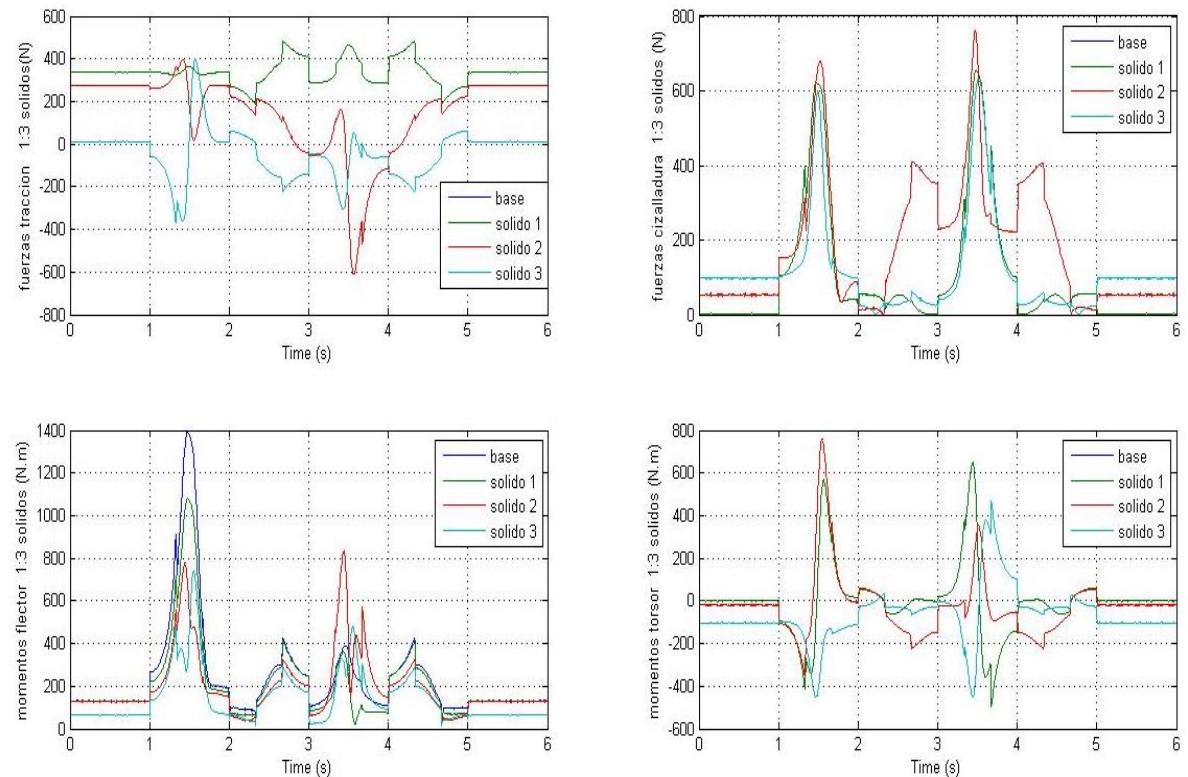


Figura 92-Dinámica cara cercana a la base Angular

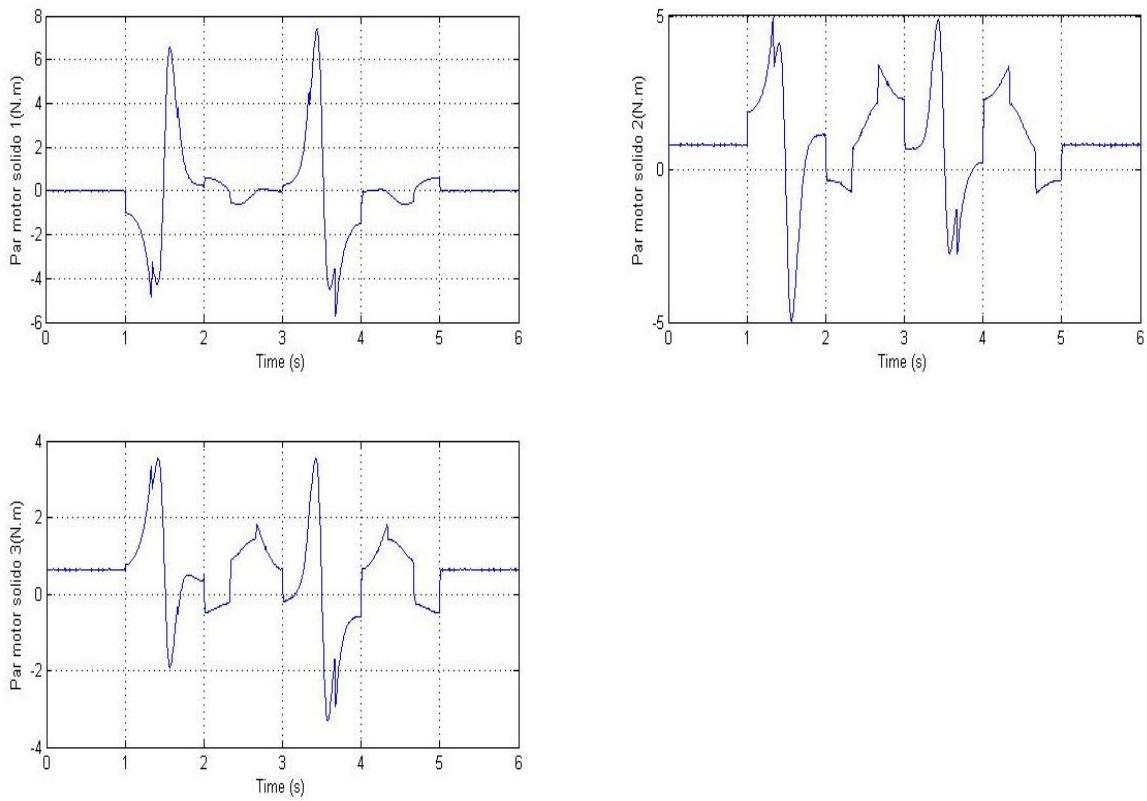


Figura 93-Par requerido cara cercana a la base Angular

### Cara lateral

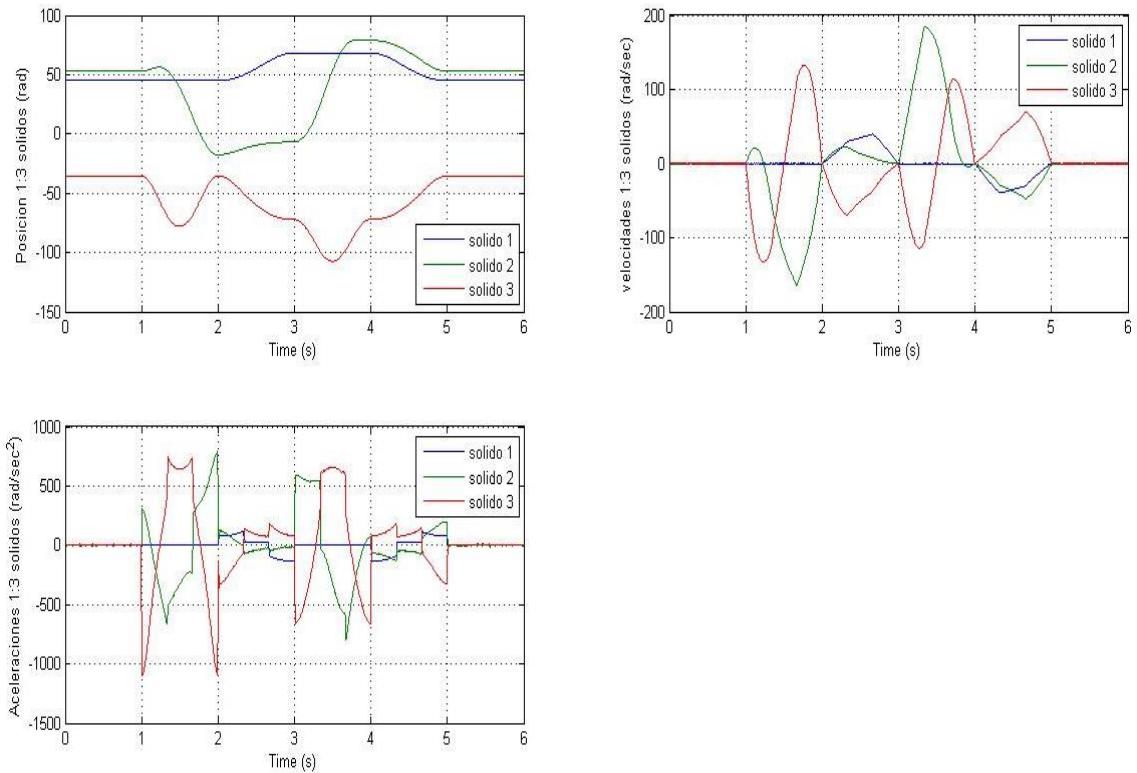


Figura 94-Cinemática cara lateral Angular

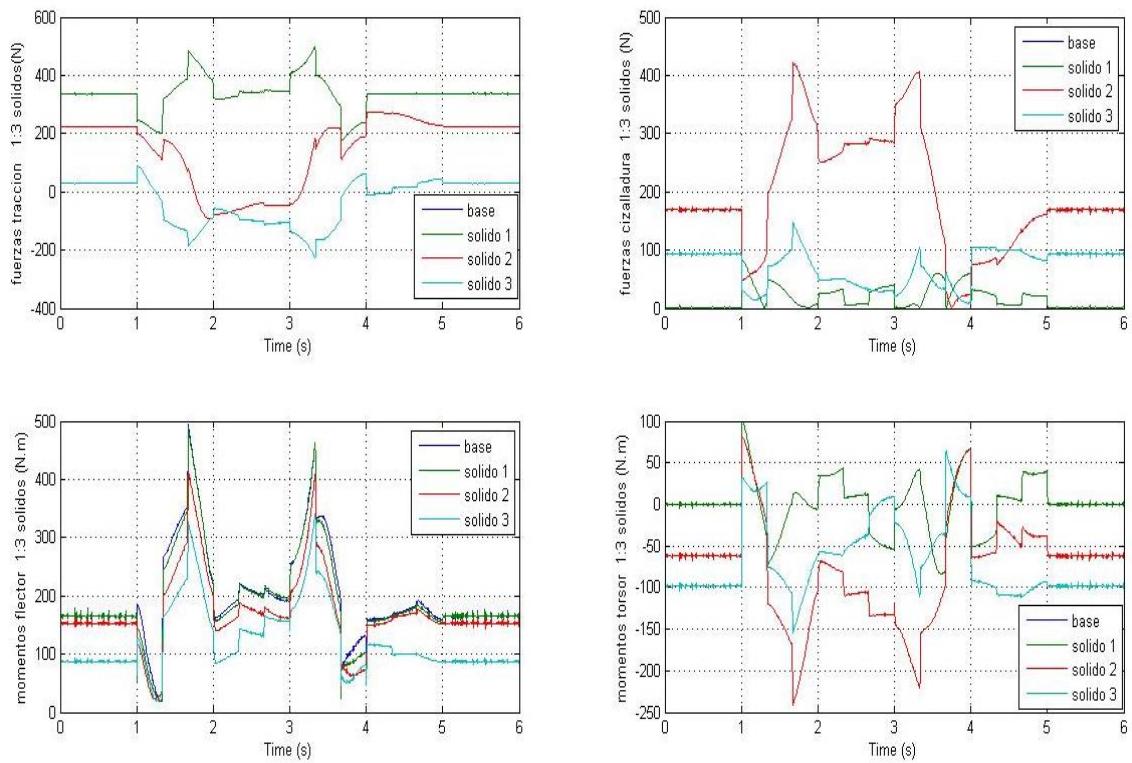


Figura 95-Dinámica cara lateral Angular

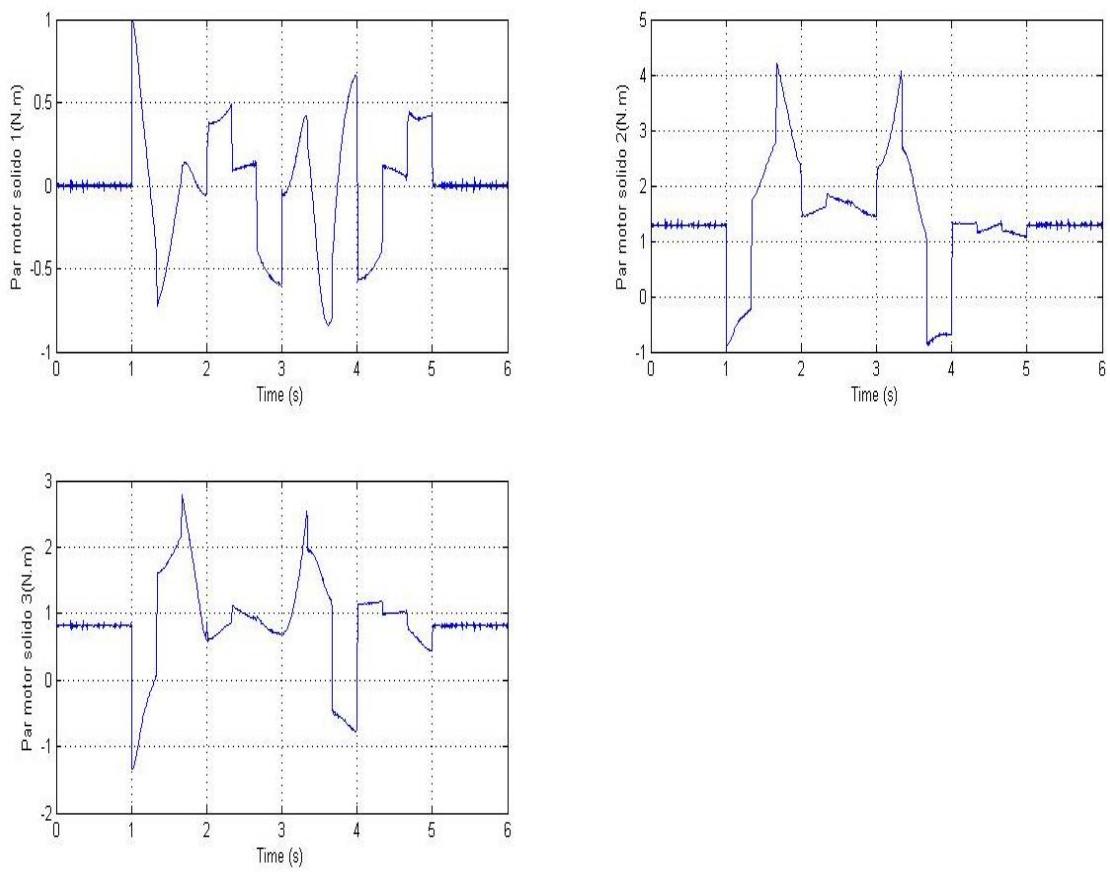


Figura 96-Par requerido cara lateral Angular

## ISO 9283

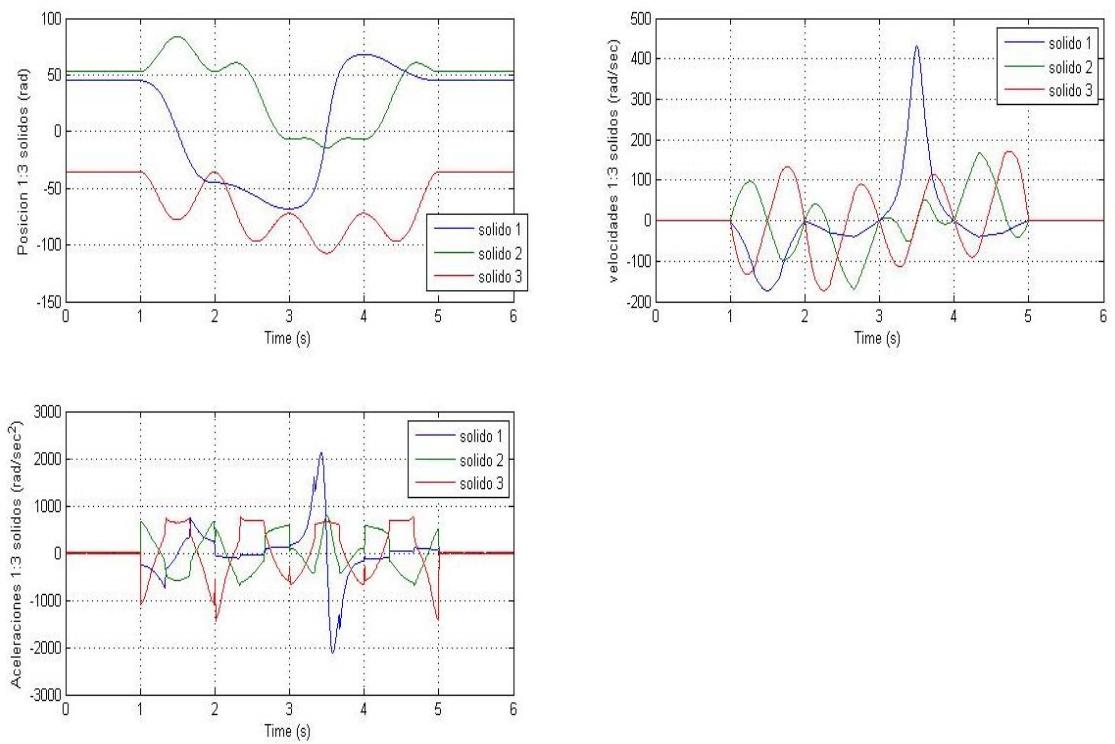


Figura 97-Cinemática ISO Angular

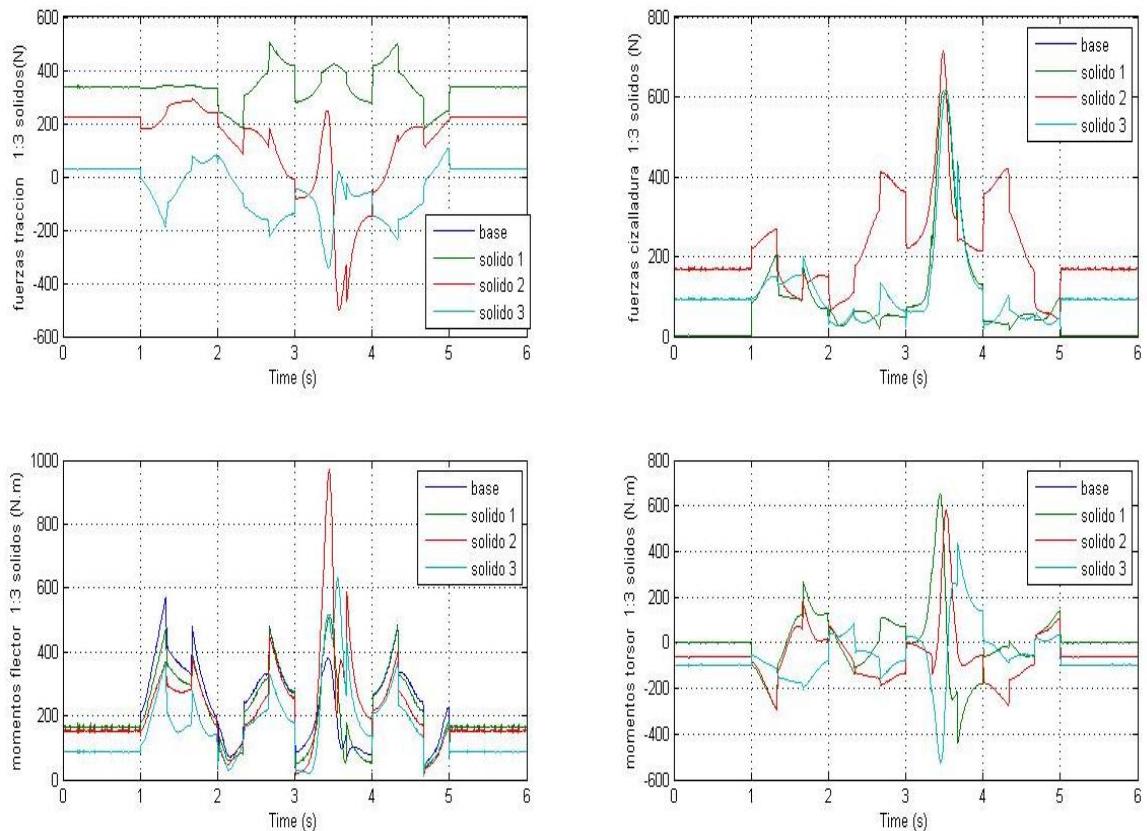


Figura 98-Dinámica ISO Angular

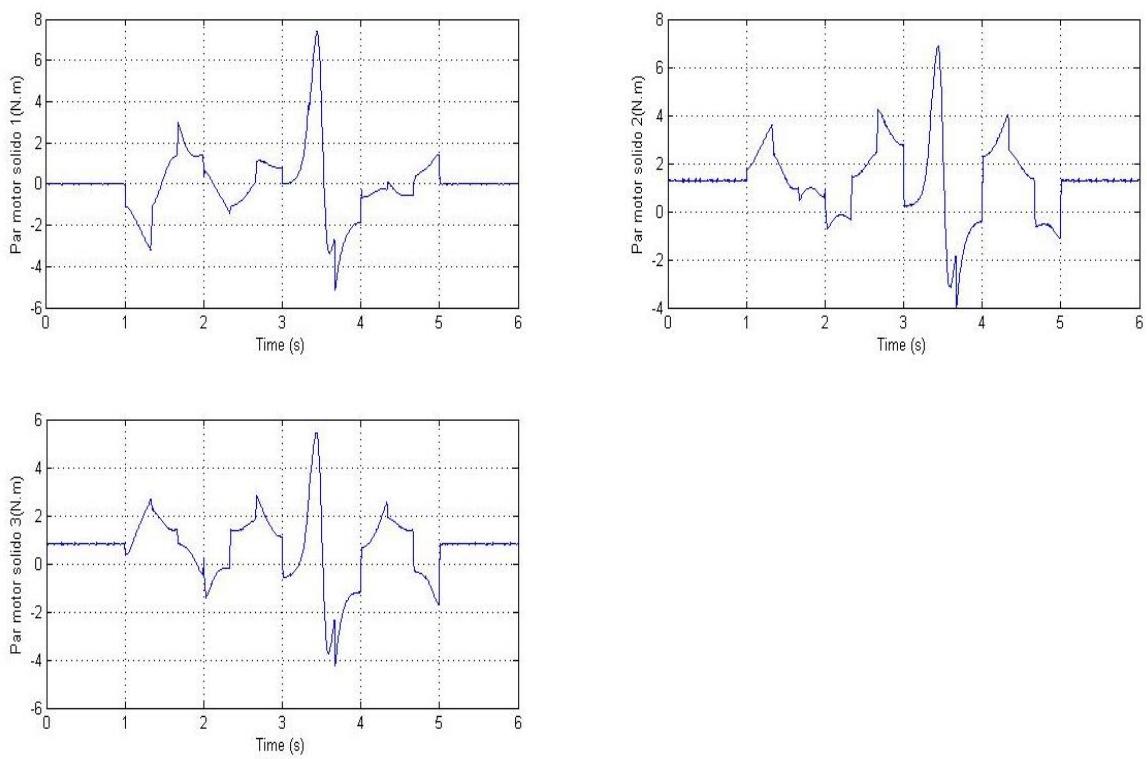


Figura 99-Par requerido ISO Angular



## ANEXO VII. TRAYECTORIAS Y GRÁFICAS ROBOT SCARA

### Cara Superior

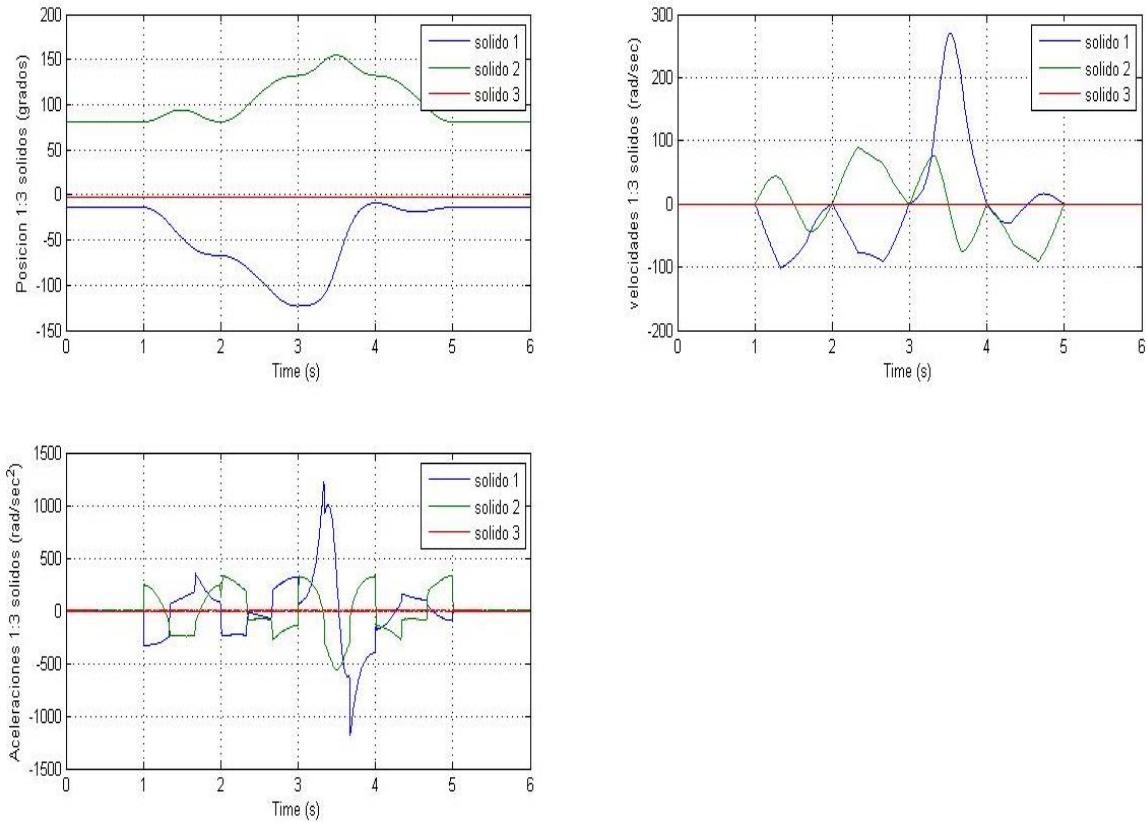


Figura 100-Cinemática cara superior Scara

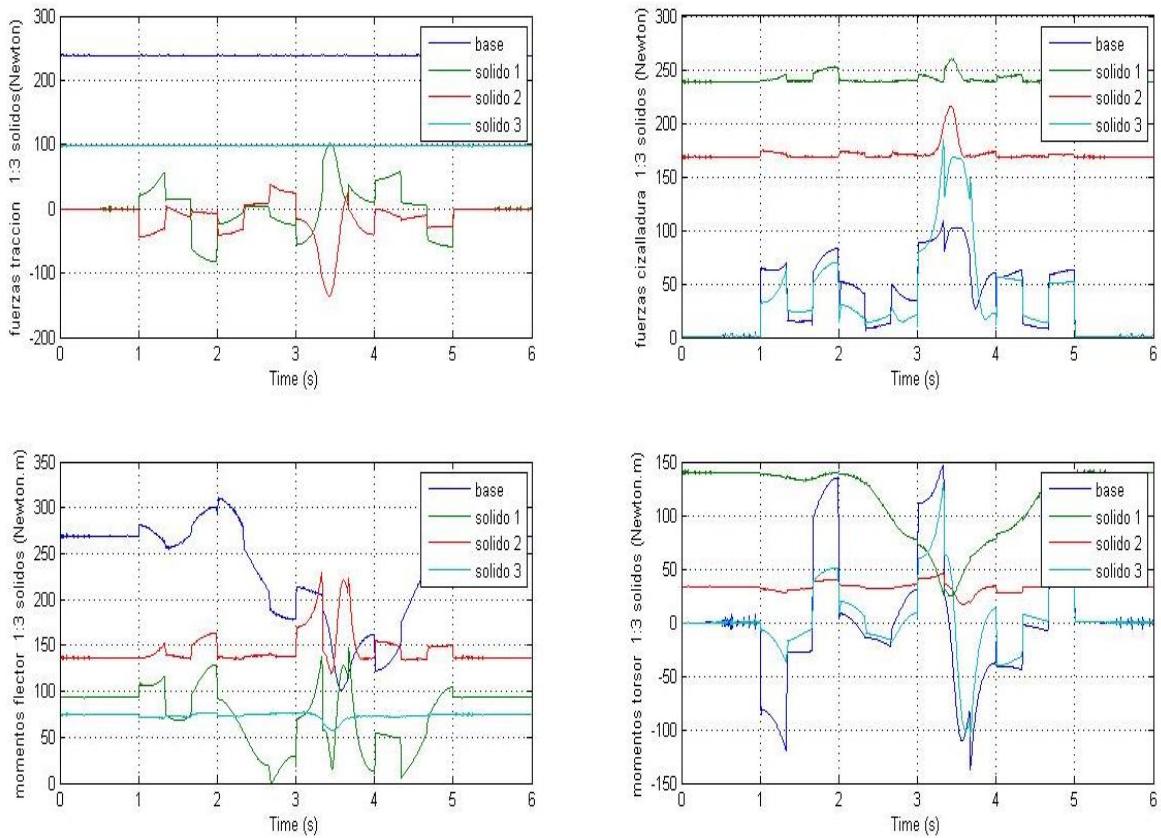


Figura 101-Dinámica cara superior Scara

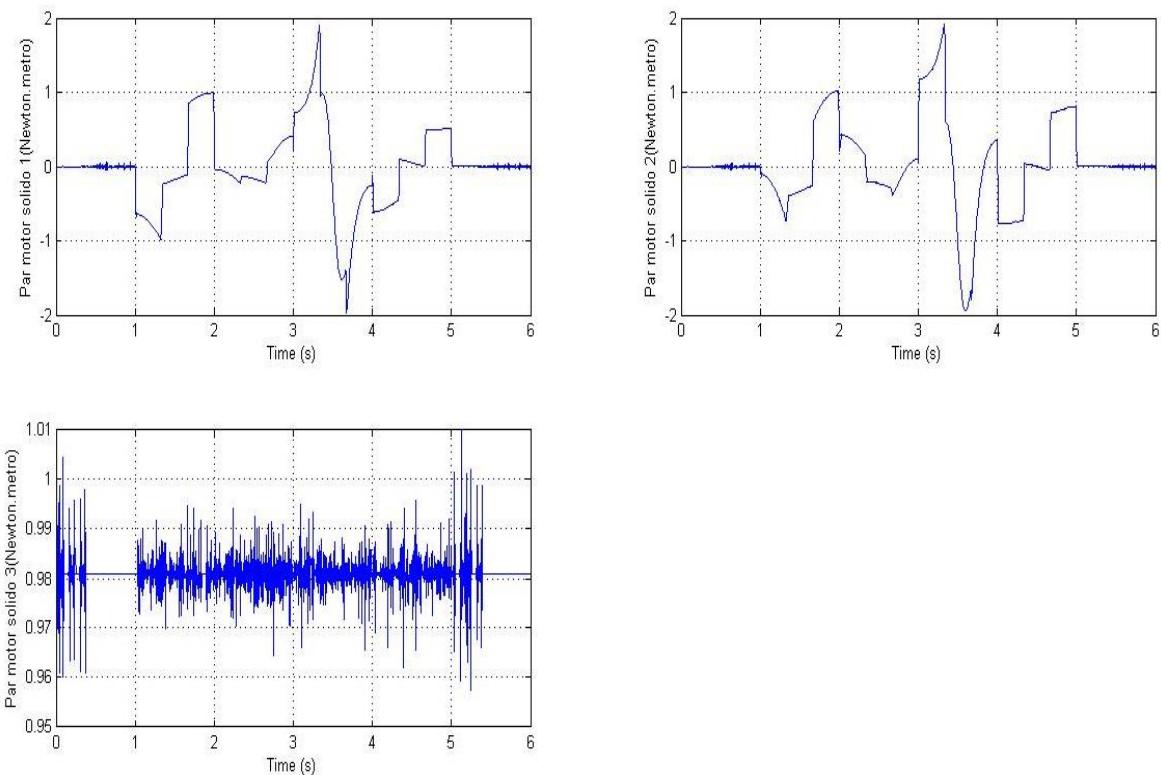


Figura 102-Par requerido cara superior Scara

## Cara lateral

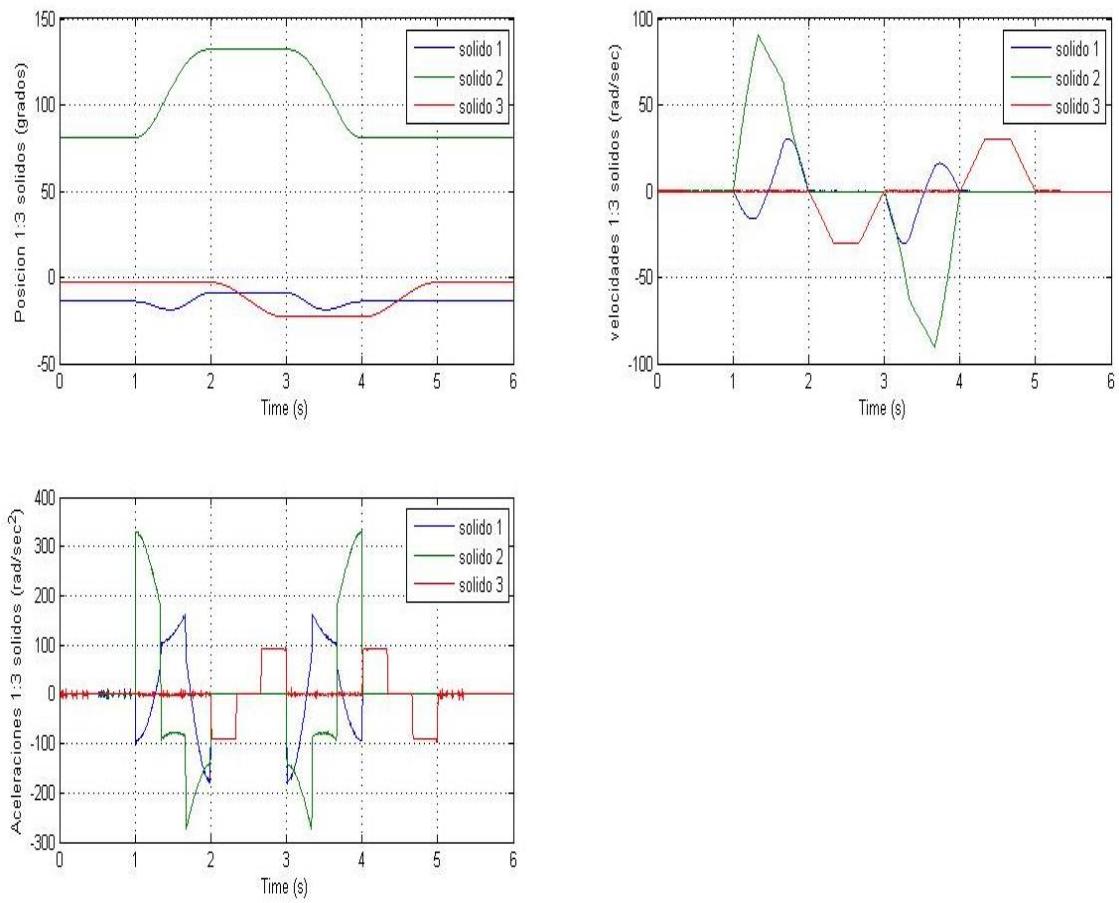


Figura 103-Cinemática cara lateral Scara

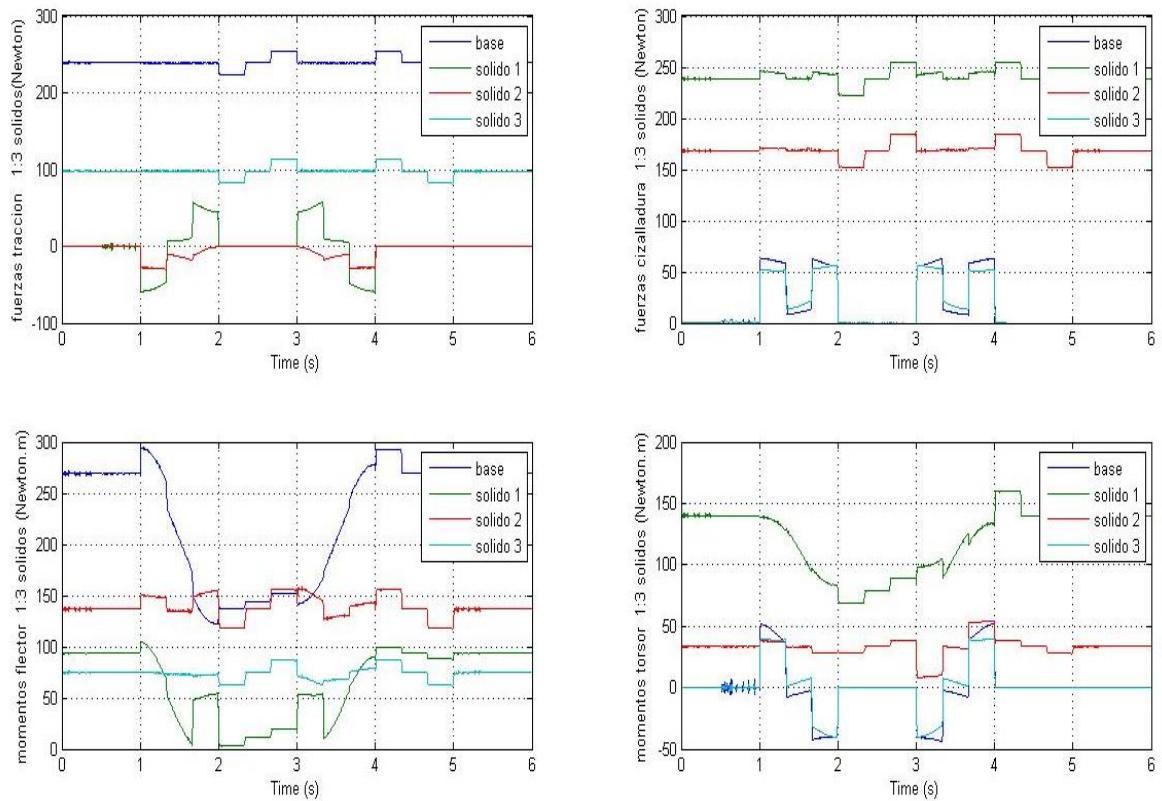


Figura 104-Dinámica cara lateral Scara

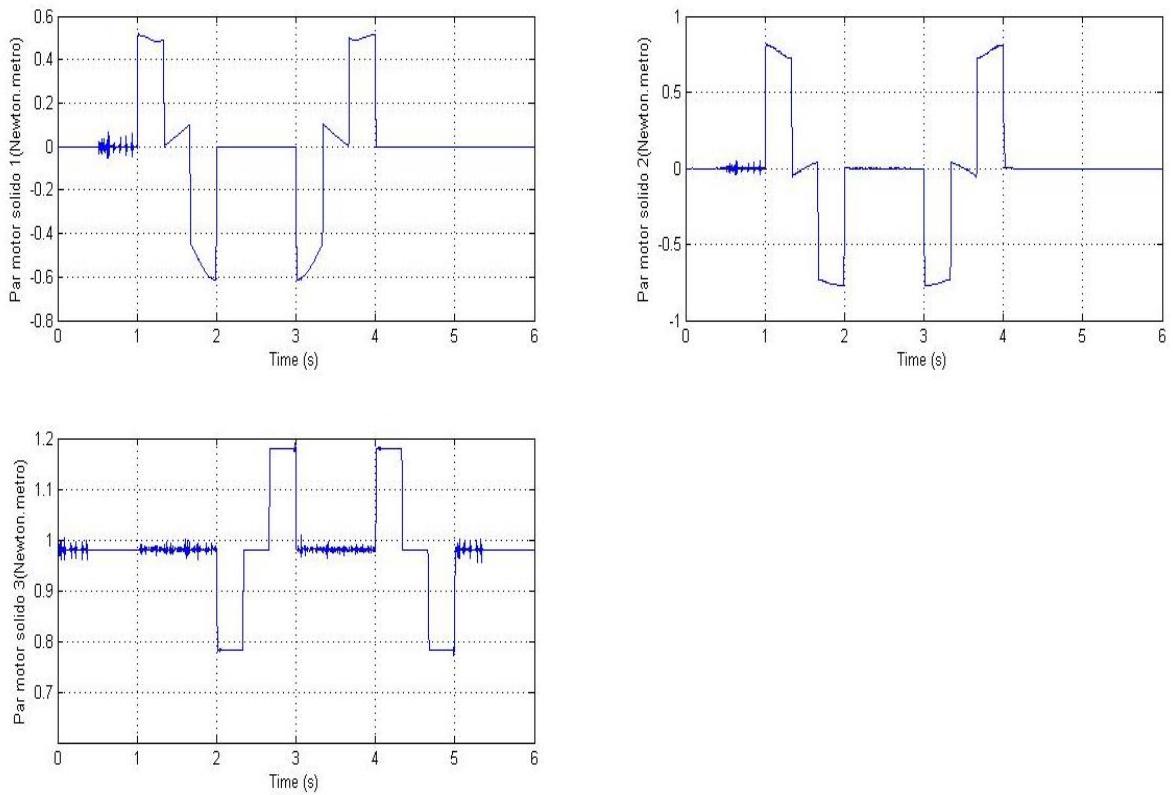


Figura 105-Par requerido cara lateral Scara

## ISO 9283

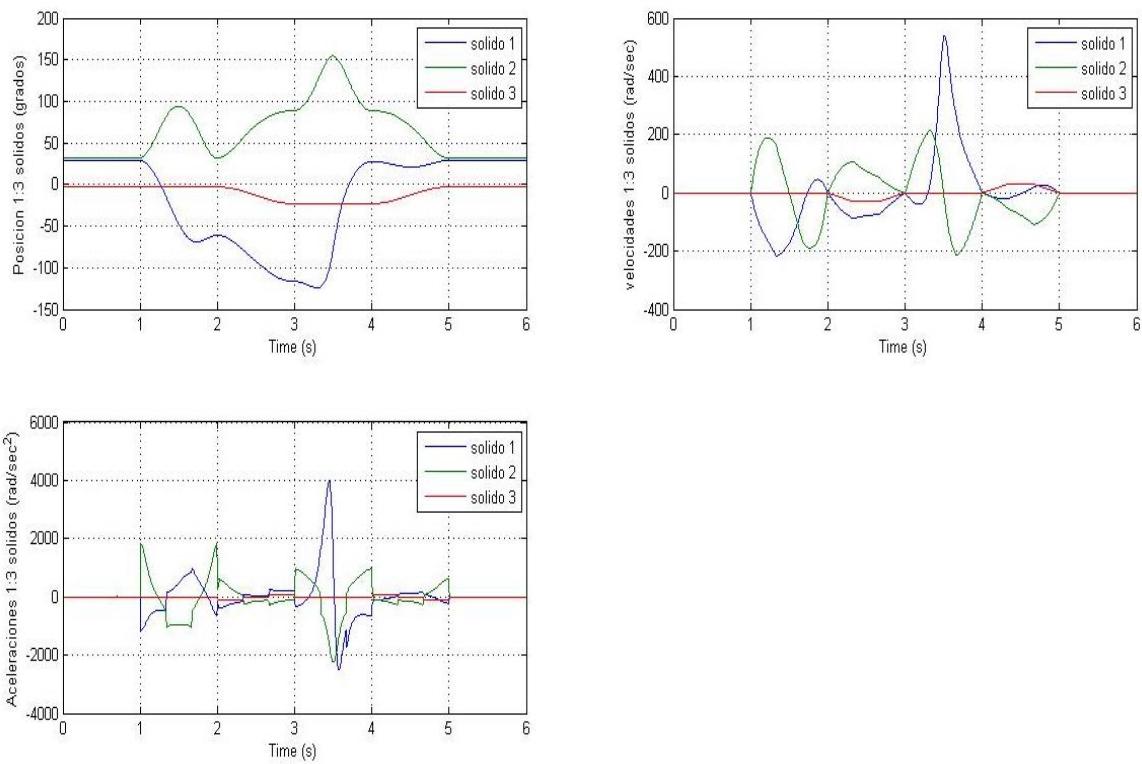


Figura 106-Cinemática ISO Scara

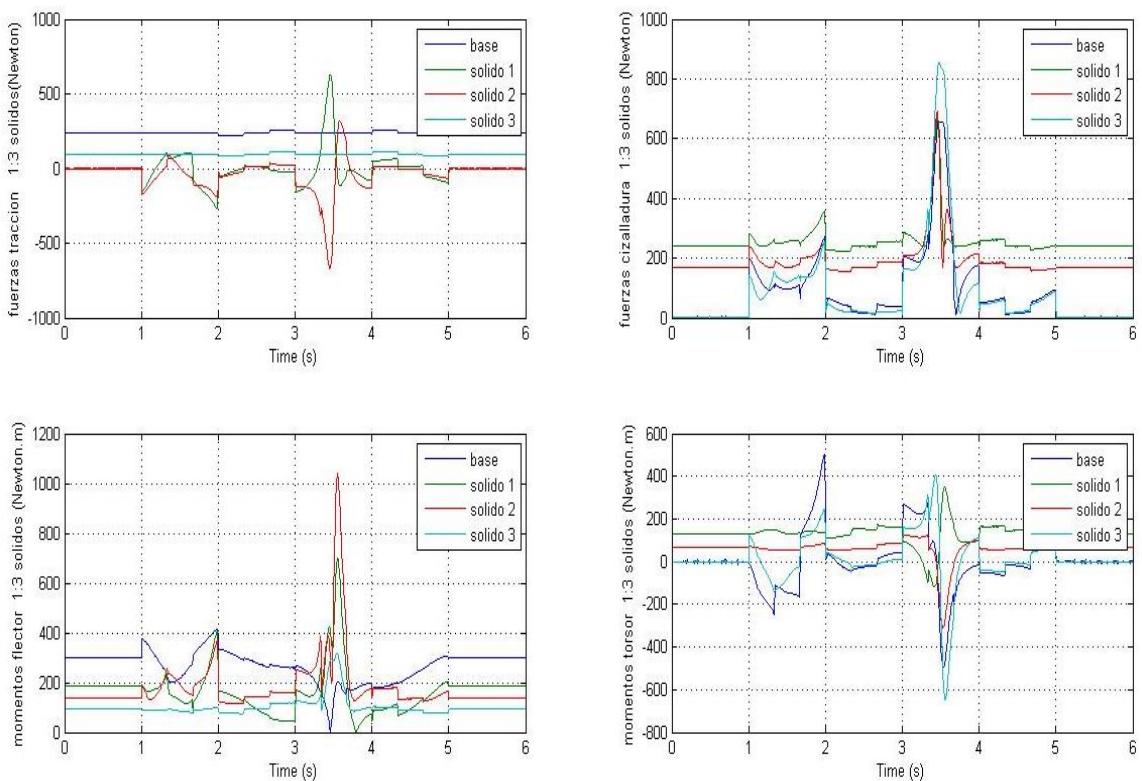


Figura 107-Cinemática ISO Scara

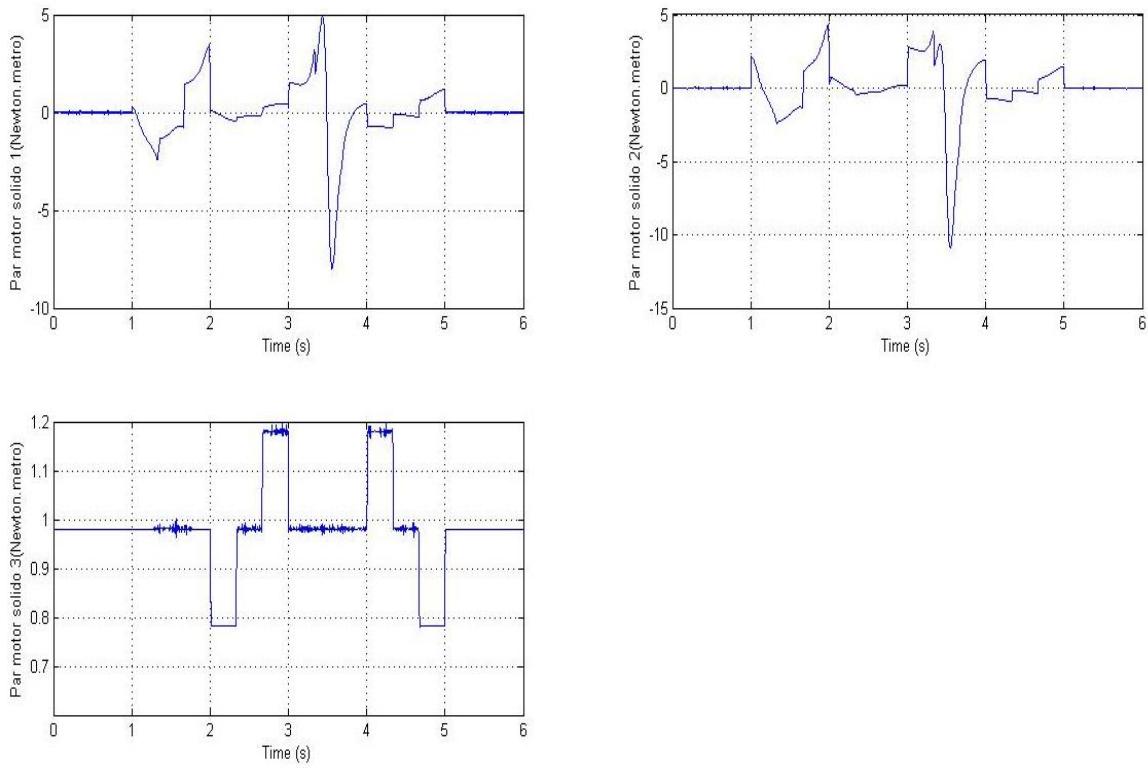


Figura 108-Par requerido ISO Scara

### Cara frontal cercana

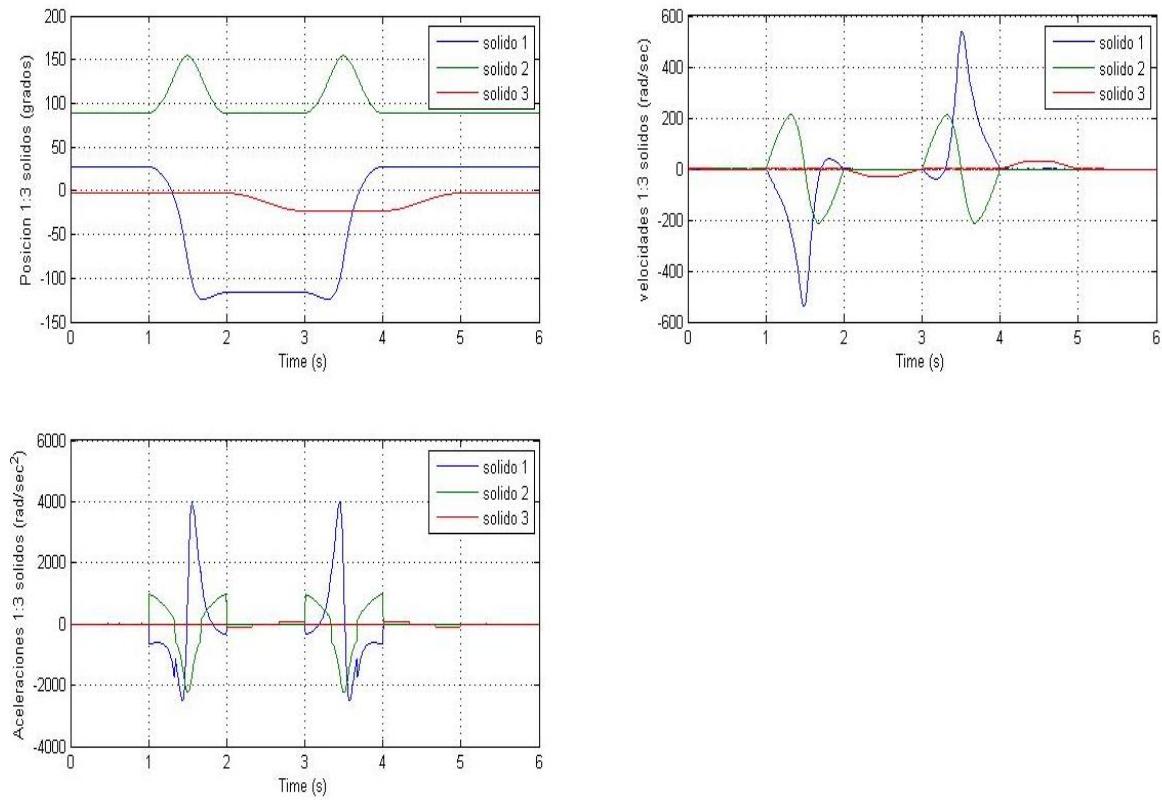


Figura 109-Cinemática cara frontal cercana Scara

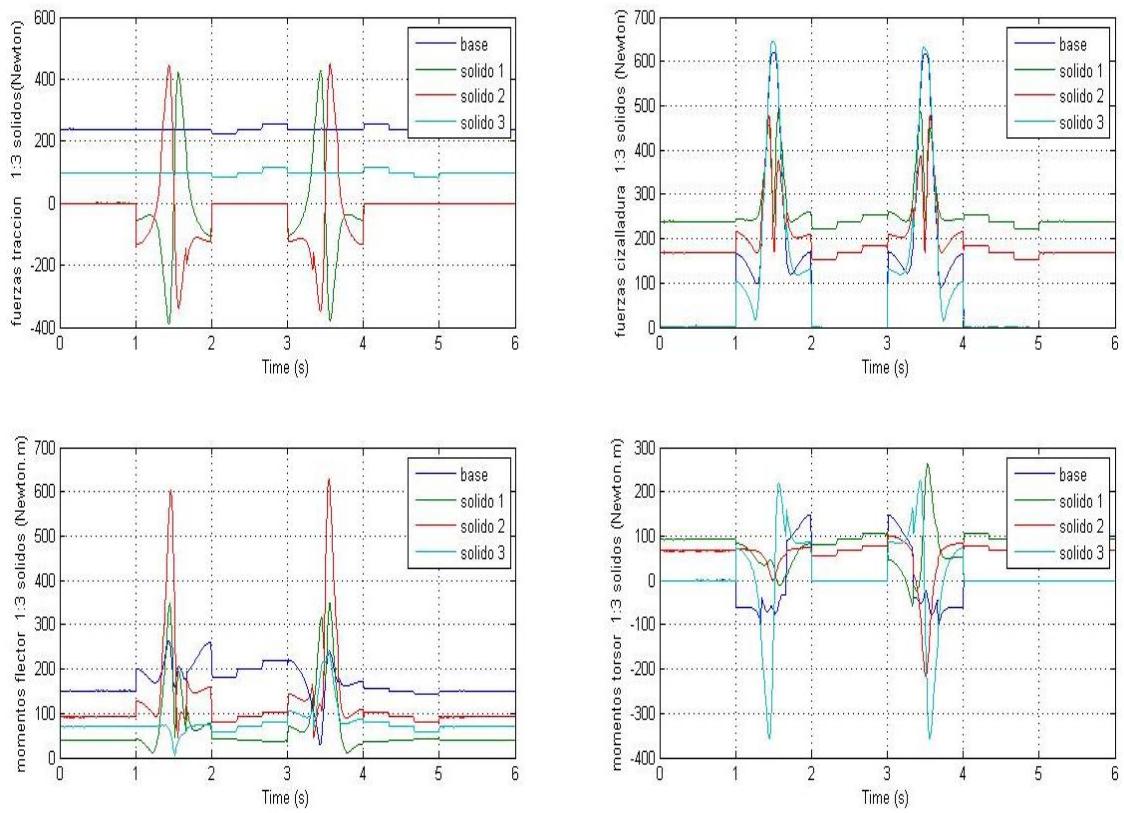


Figura 110-Dinámica cara frontal cercana Scara

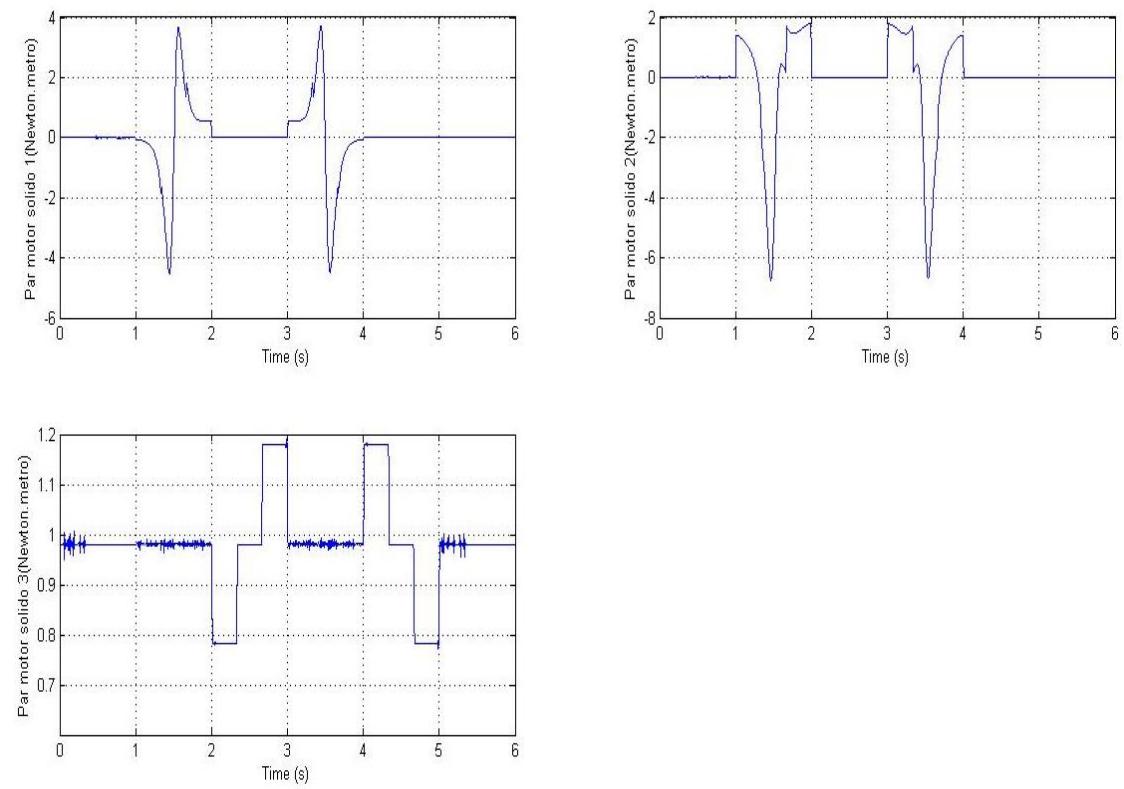


Figura 111-Par requerido cara frontal cercana Scara

## Cara frontal exterior

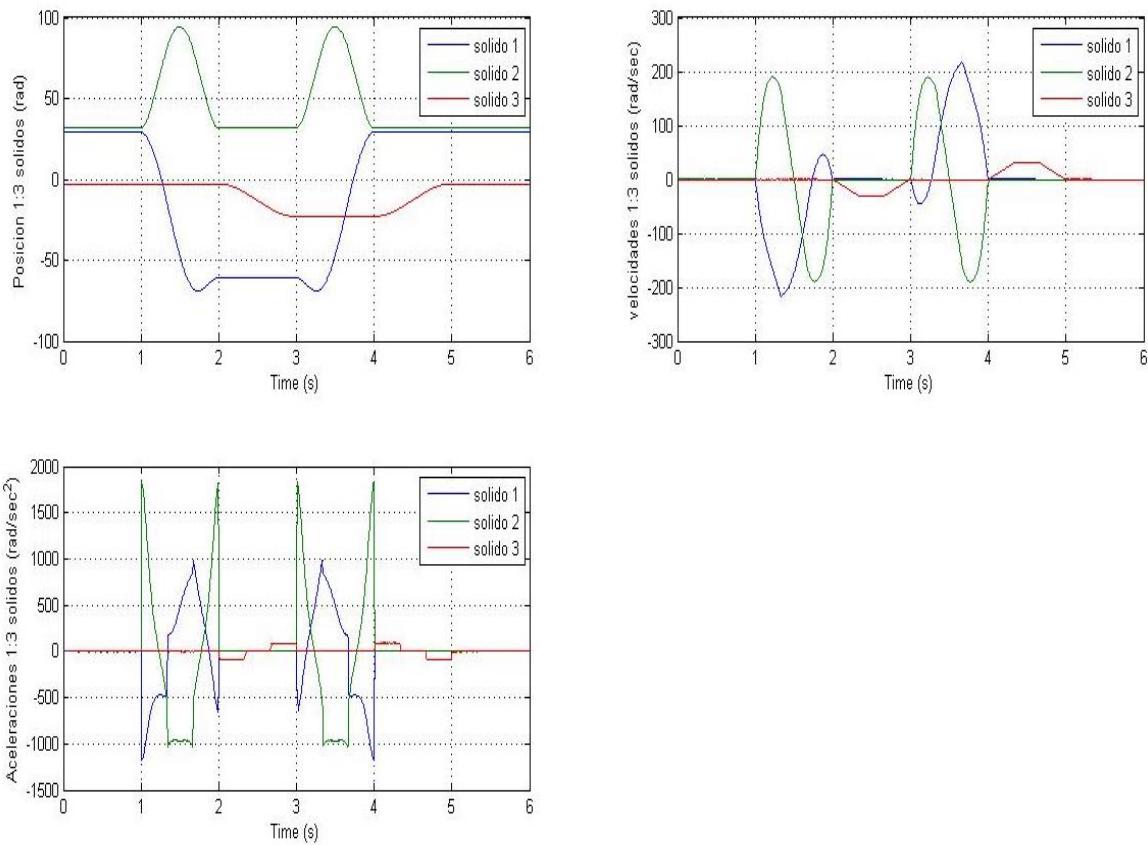


Figura 112-Cinemática cara frontal exterior Scara

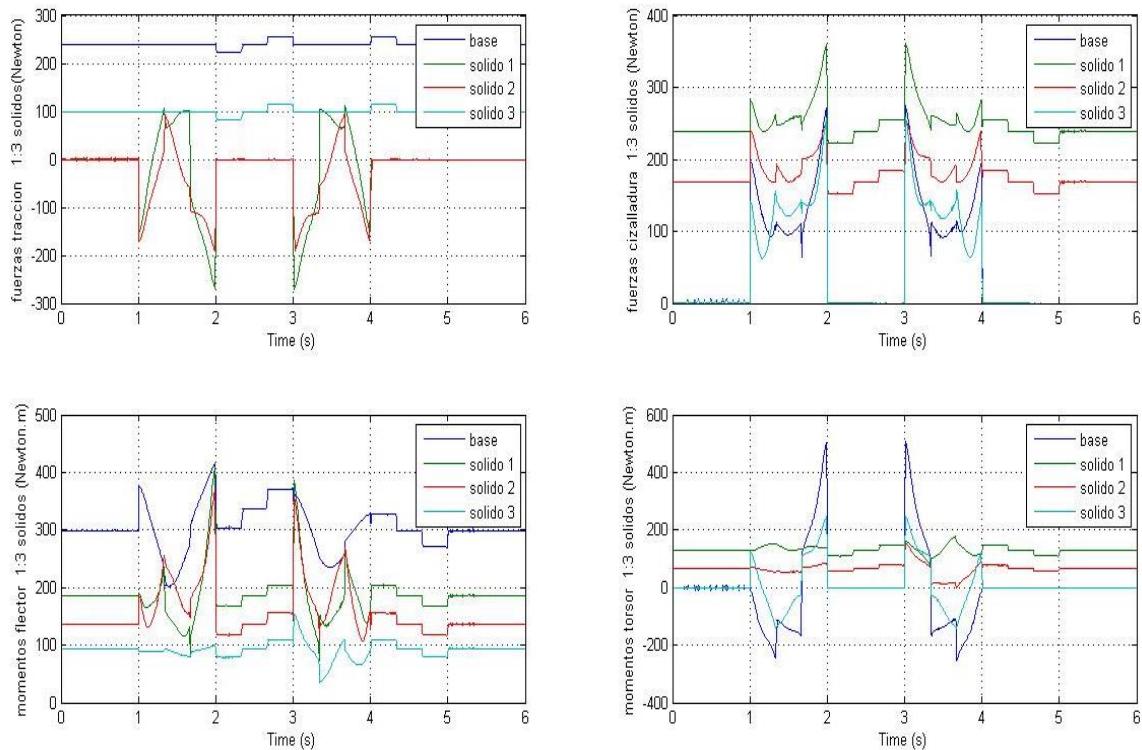


Figura 113-Dinámica cara frontal exterior Scara

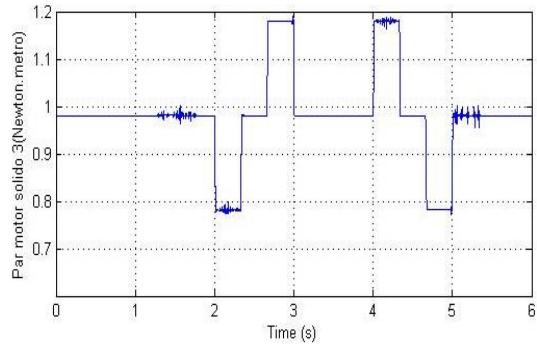
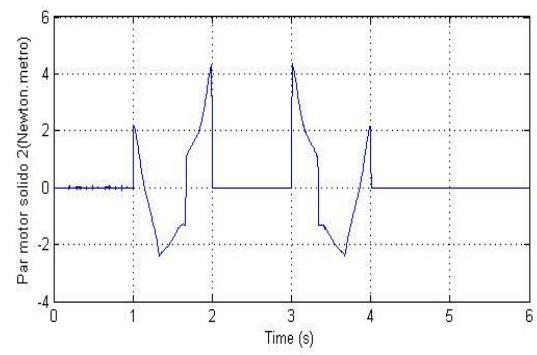
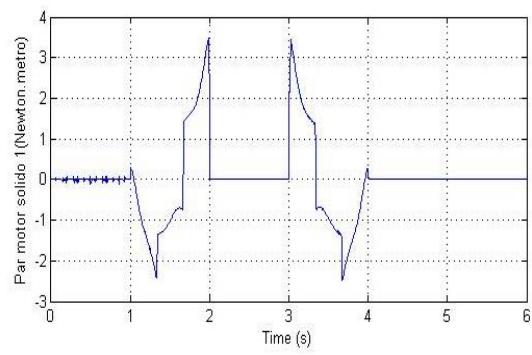
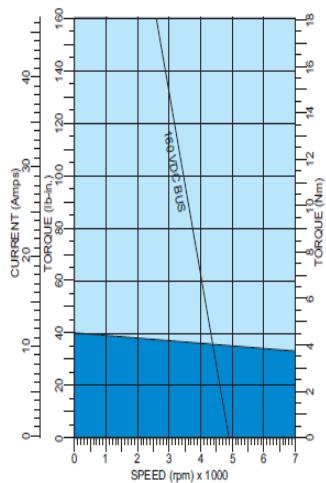


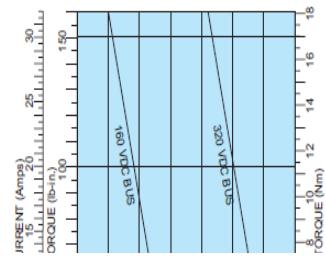
Figura 114-Par requerido cara frontal exterior Scara



## ANEXO VIII MOTOR BALDOR



BSM80N-350



Model number	BSM80N-333	BSM80N-350	BSM80N-375	
<b>General</b>				
Continuous stall torque	lb-in	40	40	40
	Nm	4.52	4.52	4.52
Continuous current	amps	12.98	8.61	5.54
Peak torque	lb-in	160	160	160
	Nm	18.08	18.08	18.08
Peak current	amps	46.71	31.01	19.96
Thermal resistance	°C/watt	1.22	1.22	1.22
Thermal time constant	Min	34	34	34
Mechanical time constant	msec	0.75	0.7	0.69
Electrical time constant	msec	3.9	4.3	4.2
Rated speed @ 300 volts	rpm	6000	4000	
Rated speed @ 160 volts	rpm	4800	3200	2130
<b>Electrical</b>				
Torque constant	lb-in/amp	3.42	5.15	8.01
	Nm/amp	0.387	0.583	0.906
Voltage constant	Vpk/krpm	33.2	49.7	77.4
	Vrms/krpm	23.41	35.2	54.7
Resistance	ohms	0.433	0.935	2.22
Inductance	mH	1.7	4	9.3
<b>Mechanical</b>				
Inertia	lb-in-s <sup>2</sup>	0.00223	0.00223	0.00223
	Kg-cm <sup>2</sup>	2.519	2.519	2.519
Maximum speed	rpm	7,000	7,000	7,000
Number of motor poles	—	4	4	4
Weight lbs/Kg	—	13/6	13/6	13/6