

## **Grado en Marketing e Investigación de Mercados**

### **27608 - Matemáticas II**

**Guía docente para el curso 2013 - 2014**

**Curso: 1, Semestre: 2, Créditos: 6.0**

---

### **Información básica**

---

#### **Profesores**

- **Eduardo José Casado Navarro** eduardoj@unizar.es
- **Trinidad Zabal Cortés** tzabal@unizar.es
- **María Isabel Buitrón Peñalosa** ibuitron@unizar.es

#### **Recomendaciones para cursar esta asignatura**

Para poder alcanzar los objetivos de aprendizaje previstos es necesaria la asistencia a las clases, tanto teóricas como prácticas, así como la participación activa en dichas clases. Es aconsejable el estudio continuado de la asignatura para facilitar la comprensión de la misma así como la realización de las diversas actividades programadas.

Es aconsejable que los estudiantes que vayan a cursar esta asignatura hayan adquirido todos los conocimientos necesarios para superar la asignatura Matemáticas I del primer cuatrimestre del primer curso. En cualquier caso, los estudiantes deben conocer el significado e implicaciones de la diferenciabilidad de una función y tener destreza en el cálculo de derivadas parciales de una función así como en la determinación del signo de una forma cuadrática. Además deben de poder realizar y seguir una secuencia lógica así como relacionar entre si distintos aspectos de las matemáticas ya conocidos.

#### **Actividades y fechas clave de la asignatura**

-

**Inicio de las clases** (teóricas y prácticas): según el calendario académico

**Prueba intermedia:** Se realizará un control aproximadamente en abril, de la parte de Programación Matemática (Temas 1, 2 y 3) cuya fecha se indicará el día de la presentación de la asignatura y se publicará en la página web del profesor.

**Horario:** Cada grupo recibe dos horas de teoría semanales y se desdobra en dos subgrupos cada uno de los cuales recibe dos horas de prácticas semanales. Además cada alumno puede recibir algunas horas de prácticas tipo P6 cuyo número lo establecerá el Departamento de Análisis Económico.

**Final de las clases** (teóricas y prácticas): según el calendario académico

**Examen final** de las dos convocatorias anuales: en las fechas publicadas oficialmente en la web del

**Inicio de las clases** (teóricas y prácticas): según el calendario académico

**Prueba intermedia:** Se realizará un control aproximadamente en abril, de la parte de Programación Matemática (Temas 1, 2 y 3) cuya fecha se indicará el día de la presentación de la

asignatura y se publicará en la página web del profesor.

**Horario:** Cada grupo recibe dos horas de teoría semanales y se desdobra en dos subgrupos cada uno de los cuales recibe dos horas de prácticas semanales. Además cada alumno puede recibir algunas horas de prácticas tipo P6 cuyo número lo establecerá el Departamento de Análisis Económico.

**Final de las clases** (teóricas y prácticas): según el calendario académico

**Examen final** de las dos convocatorias anuales: en las fechas publicadas oficialmente en la web del

---

## **Inicio**

---

## **Resultados de aprendizaje que definen la asignatura**

**El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados...**

**1:**

1. Ha adquirido destreza en el uso del lenguaje matemático, tanto en su comprensión como en su escritura.
2. Identifica los elementos fundamentales de un problema de optimización: variables, función objetivo y restricciones
3. Plantea problemas de optimización estática sin restricciones y con restricciones de igualdad y de desigualdad, resolviendo gráficamente cuando sea posible.
4. Valora si un programa matemático cumple las condiciones para ser resuelto mediante las técnicas estudiadas.
5. Distingue entre puntos críticos y extremos u óptimos, distingue entre óptimos locales y óptimos globales.
6. Distingue entre condiciones necesarias y condiciones suficientes de optimalidad local.
7. Calcula los puntos críticos y los estudia aplicando las condiciones de segundo orden, tanto en el caso de problemas de optimización sin restricciones como en el caso de problemas con restricciones de igualdad. Aplica las condiciones que aseguran la globalidad de los óptimos.
8. Interpreta el significado económico de los multiplicadores de Lagrange obtenidos en un problema de optimización con restricciones de igualdad.
9. Evalúa si un programa matemático es lineal y lo resuelve gráficamente, si es posible, o por medio del algoritmo del simplex.
10. Comprende el concepto de solución de una ecuación diferencial ordinaria y distingue entre solución general y solución particular.
11. Distingue si una ecuación diferencial de primer orden es de variables separadas, homogénea, diferencial exacta o lineal y la resuelve utilizando el método adecuado.
12. Distingue en una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes, la ecuación homogénea asociada y calcula su solución general.
13. Calcula una solución particular de una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes.
14. Calcula la solución general de una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes. Calcula la solución de una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes de orden n con n condiciones iniciales.
15. Identifica los elementos fundamentales en un problema de carácter económico, formaliza si es posible dicho fenómeno en un problema matemático, resuelve dicho problema matemático con el método o herramienta más adecuada e interpreta el resultado en el contexto económico original.

**16.** Es hábil en el uso de recursos bibliográficos para resolver las dudas que se le plantean y adquirir nuevos conocimientos (aprendizaje autónomo y continuado), en la resolución por ordenador de los problemas matemáticos planteados en el curso y en la interpretación de los resultados obtenidos. Es hábil en la búsqueda, análisis y síntesis de las distintas fuentes de información y datos y es capaz de relacionar los distintos temas tratados en la asignatura.

## Introducción

### Breve presentación de la asignatura

La asignatura de Matemáticas II, a partir de las competencias adquiridas en Matemáticas I, proporciona las técnicas matemáticas utilizadas en la resolución de determinados problemas que se plantean en el campo económico, en particular problemas de optimización de funciones de varias variables sin restricciones y con restricciones de igualdad, problemas de programación lineal y problemas de análisis dinámico utilizando ecuaciones diferenciales.

La docencia de esta materia corresponde al departamento de Análisis Económico de la Universidad de Zaragoza que tiene además responsabilidad docente en otras materias estrechamente relacionadas: Microeconomía, Macroeconomía y Econometría.

El objetivo general de estas materias es estudiar los problemas económicos desde un punto de vista formal, es decir, modelar la realidad económica para poder entenderla y dar una explicación científica de lo que ha ocurrido así como intentar predecir lo que va a ocurrir. En este marco, para poder alcanzar este objetivo, las matemáticas proporcionan:

- Un lenguaje sin ambigüedad que permita definir conceptos económicos y resultados económicos con el rigor necesario.
- Un conjunto de instrumentos y métodos de cálculo que faciliten la resolución de problemas económicos.
- Un método de razonamiento que permita estructurar los enunciados y sus interrelaciones, precisando los supuestos iniciales y dando validez a las conclusiones obtenidas a partir de éstos por deducción.

---

## Contexto y competencias

---

### Sentido, contexto, relevancia y objetivos generales de la asignatura

#### **La asignatura y sus resultados previstos responden a los siguientes planteamientos y objetivos:**

Los objetivos de carácter general de la enseñanza de asignatura Matemáticas II en este grado pueden englobarse en dos:

1. Formación matemática del estudiante.
2. Capacitación del estudiante para la utilización de las matemáticas en los problemas que se le planteen en su futura profesión.

La formación matemática es muy importante no sólo por los nuevos conceptos que proporciona sino porque desarrolla el rigor, la precisión, la capacidad de abstracción y el método científico que caracterizan a la Matemática. En cuanto al segundo objetivo, capacitación del estudiante para la resolución de problemas concretos, se debe preparar al estudiante para que pueda enfrentarse por sí solo a las nuevas situaciones que le surgirán en su actividad profesional y para resolver, con relativa facilidad, las ya conocidas.

### Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

La asignatura Matemáticas II es una asignatura de formación básica de 6 créditos, ubicada en el segundo semestre del primer curso; pertenece al Módulo 1 "Entorno de Economía y Empresa, y forma parte de la Materia 5 "Instrumentos".

Las asignaturas de matemáticas son para los futuros graduados de Marketing e Investigación de Mercados, un instrumento metodológico de trabajo que debe servir de apoyo a otras asignaturas que forman el núcleo distintivo de su formación, como Microeconomía, Macroeconomía, Econometría, Investigación Operativa, Análisis y Valoración de las Operaciones Financieras, etc. Así pues, se pondrá un empeño especial en acercar las matemáticas a los problemas de índole económica, lo que sin duda ayudará a una mejor comprensión de las matemáticas y, en consecuencia, a una mayor capacidad para su aplicación.

Al finalizar estas asignaturas los estudiantes habrán trabajado para conseguir uno de los fines más importantes de la teoría matemática: construir modelos que describan el mundo real. En particular, la Matemática puede ayudar a diseñar modelos económicos que expliquen mejor la realidad económica. El futuro graduado será capaz de utilizar el lenguaje en el que se expresa la ciencia, reconociendo el papel que las matemáticas juegan en el desarrollo de su pensamiento, al mejorar su razonamiento lógico, precisión, rigor, abstracción y capacidad para valorar resultados. Por ello, las asignaturas de carácter matemático son herramientas imprescindibles que permiten investigar, describir, comprender y reflexionar sobre la realidad económica.

## **Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para...**

**1:**

### **Competencias Específicas:**

- Conocer las herramientas e instrumentos del ámbito económico-empresarial
- Obtener e interpretar la información de los mercados para extraer conclusiones relevantes
- Conocer las herramientas cualitativas y cuantitativas de análisis y diagnóstico para la investigación de mercados

### **Competencias Transversales:**

- Adquisición con rapidez de nuevos conocimientos
- Búsqueda, análisis y síntesis de fuentes de información y datos
- Búsqueda de nuevas ideas y soluciones
- Capacidad para cuestionar de forma constructiva ideas propias o ajenas

## **Importancia de los resultados de aprendizaje que se obtienen en la asignatura:**

Posibilitan la comprensión de conceptos y modelos teóricos que se estudian en otras disciplinas afines con las que el estudiante se va a encontrar a lo largo del grado. El papel de las matemáticas con esta finalidad es muy importante ya que facilita el análisis y la discusión de los modelos y conceptos analizados. En este sentido podemos añadir que las técnicas de Optimización permiten fundamentar los dos paradigmas básicos de la microeconomía; a saber, la teoría del consumo y la teoría de la producción. Los conceptos de convexidad para conjuntos y de concavidad/convexidad para funciones, que se interpretan en términos de la diversidad en el consumo y de la ley de productividad marginal decreciente, respectivamente, tienen importantes aplicaciones. Las herramientas que proporciona la Programación Lineal son muy útiles en problemas de planificación de la producción y permiten realizar sencillos ejercicios de estática comparativa. Por otra parte, el análisis de procesos dinámicos en tiempo continuo, básico, por ejemplo, en modelos de crecimiento económico, requiere de otras técnicas bien distintas. En este sentido, la teoría de ecuaciones diferenciales proporciona el instrumental necesario para el estudio de conceptos clave como el de trayectoria temporal, evolución del sistema, estabilidad,...etc.

---

## **Evaluación**

---

### **Actividades de evaluación**

#### **El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación**

**1:**

##### **En PRIMERA CONVOCATORIA**

La evaluación será **Global** y consistirá en un examen final realizado en el periodo establecido al efecto por el Consejo de Gobierno en el calendario académico.

La prueba global consistirá en un examen escrito evaluado sobre 10 puntos. Se evaluarán una buena parte de los resultados de aprendizaje propuestos mediante preguntas teóricas (definiciones, propiedades, enunciados de teoremas, relaciones y gráficas), prácticas (planteamiento y resolución de problemas) y/o teórico-prácticas, que se ajustarán al tipo de enseñanza impartida.

Además con objeto de facilitar la superación de la asignatura, se realizará una **prueba intermedia voluntaria** teórico- práctica mediante un examen. Esta prueba evaluará los conocimientos sobre la materia de Programación matemática correspondiente a los temas 1, 2 y 3, y se llevará a cabo en el mes de abril, salvo posibles modificaciones de última hora que se indicarán en la página web del profesor, en clase y en el tablón de anuncios del aula, con suficiente antelación durante el curso.

Los alumnos que superen dicha prueba con una calificación superior o igual a 4 podrán optar por eliminar dicha materia del examen global, en cuyo caso su nota será traspasada en el porcentaje correspondiente en que dichos contenidos se valoren en el examen final (aproximadamente un 50%). Esta nota no podrá superar el 50% de la nota final. En este caso para aprobar la asignatura será necesario alcanzar una nota superior o igual a 4, sobre un total de 10 puntos, en la parte restante.

Para superar la asignatura el alumno debe obtener un mínimo de 5 puntos sobre 10.

Estos exámenes se ajustarán a los contenidos teóricos y prácticos de la asignatura, valorándose en ellos los conocimientos básicos previos necesarios, los contenidos específicos y su aplicación a la economía.

#### En **SEGUNDA CONVOCATORIA**

La evaluación será **Global** y consistirá en un examen final realizado en el periodo establecido al efecto por el Consejo de Gobierno en el calendario académico.

Dicho examen se realizará de forma escrita y evaluará una buena parte de los resultados de aprendizaje propuestos mediante preguntas teóricas, teórico-prácticas y/o prácticas que se ajustarán a la materia impartida. Puntuará sobre 10 puntos.

Para superar la asignatura el alumno debe obtener un mínimo de 5 puntos sobre 10.

Este examen se ajustará a los contenidos teóricos y prácticos de la asignatura, valorándose en ellos los conocimientos básicos previos necesarios, los contenidos específicos y su aplicación a la economía.

#### **Criterios de Valoración**

Se evaluará si el alumno ha adquirido los resultados de aprendizaje expuestos anteriormente. En particular se valorarán los siguientes aspectos:

1. El uso correcto de la escritura del lenguaje matemático.
2. El razonamiento lógico en el planteamiento y en la resolución de los problemas.
3. La referencia al contenido teórico que se utiliza, si es destacable
4. La elección del método adecuado para la resolución del problema
5. La claridad en la aplicación de los conceptos y procedimientos matemáticos.
6. Cálculos llevados a cabo con cuidado.
7. La expresión correcta en los resultados obtenidos al resolver problemas.

La evaluación de los estudiantes de 5<sup>a</sup> y 6<sup>a</sup> convocatoria se realizará según el acuerdo del 22 de diciembre de 2010 del Consejo de Gobierno en el que se aprueba el reglamento de normas de evaluación del aprendizaje de la Universidad de Zaragoza.

---

## **Actividades y recursos**

---

### **Presentación metodológica general**

#### **El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:**

Con esta asignatura se persigue que el estudiante desarrolle la capacidad analítica, el rigor y la intuición en el uso de los conceptos y resultados matemáticos y los sepa aplicar al análisis de problemas de índole económico. Es por esto que la formación del estudiante debe ir orientada en la dirección de dotarle de unos sólidos conocimientos matemáticos e inculcarle una sistemática en el razonamiento que posteriormente le permita encarar con éxito la solución de un amplio abanico de problemas en el contexto económico.

## **Actividades de aprendizaje programadas (Se incluye programa)**

**El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades...**

**1:**

**Clases Teóricas**, en las que se combinará la clase magistral para exponer los conceptos y resultados de los contenidos de la asignatura con la resolución participativa de ejercicios, en los que se aplicará de forma inmediata los aspectos teóricos explicados para ayudar a los estudiantes a asimilarlos. Estas clases serán presenciales y se impartirán a todo el grupo.

Cuantificación temporal: 1,2 créditos ECTS (30 horas).

**Clases Prácticas**, en las que los estudiantes irán resolviendo, con la ayuda del profesor, ejercicios más completos y problemas de carácter económico en los que se apliquen los resultados matemáticos vistos. Estos ejercicios y problemas estarán en las hojas de problemas de la asignatura que se podrán adquirir en reprografía. Estas clases serán presenciales y se impartirán a la mitad del grupo.

Cuantificación temporal: 1,2 créditos ECTS (30 horas para cada uno de los dos subgrupos).

**Prácticas De Tipo P6**, según las horas que se especifiquen en el POD de acuerdo a lo establecido por el departamento. Estas prácticas servirán para mejorar el proceso de aprendizaje, se podrán realizar diversas actividades: tutorías colectivas de determinados temas; desarrollo de problemas de carácter económico en cuya resolución se utilicen herramientas matemáticas explicadas en la asignatura, ampliación de algunos temas, repaso de aquellos ejercicios de mayor dificultad...

## **Planificación y calendario**

### **Calendario de sesiones presenciales y presentación de trabajos**

El desarrollo y estudio de los cinco temas indicados en el programa, se llevará a cabo con una duración aproximada de 3 semanas por tema, con la flexibilidad requerida por las distintas incidencias que se puedan presentar en cada momento.

## **PROGRAMA**

### **Tema 1: Programas matemáticos**

- 1.1 Formulación general de un programa matemático. Clasificación.
- 1.2 Definiciones y propiedades. Teorema de Weierstrass.
- 1.3 Introducción a la convexidad.
  - 1.3.1 Conjuntos convexos. Definición y propiedades.
  - 1.3.2 Funciones convexas y cóncavas. Definiciones y propiedades.
  - 1.3.3 Programas convexos.
- 1.4 Resolución gráfica.

### **Tema 2: Programación sin restricciones**

- 2.1 Formulación del problema.
- 2.2 Óptimos locales.
  - 2.2.1 Condiciones de primer orden para la existencia de óptimo local.
  - 2.2.2 Condiciones de segundo orden para la existencia de óptimo local.

2.3 Óptimos globales. Programas convexos.

### **Tema 3: Programación con restricciones de igualdad.**

3.1 Formulación del problema.

3.2 Óptimos locales.

3.2.1 Condiciones de primer orden para la existencia de óptimo local.

3.2.2 Condiciones de segundo orden para la existencia de óptimo local.

3.3 Óptimos globales: Programas convexos y Teorema de Weierstrass.

3.4 Interpretación económica de los multiplicadores de Lagrange.

### **Tema 4; Programación lineal.**

4.1 Formulación del problema.

4.2 Soluciones de un programa lineal. Soluciones factibles básicas.

4.3 Algoritmo simplex.

4.4 Dualidad. (esta parte se impartirá dependiendo del tiempo)

4.5 Análisis post-óptimo. (esta parte se impartirá dependiendo del tiempo)

## **BLOQUE II. ANÁLISIS DINÁMICO**

### **Tema 5: Introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias.**

5.1 Concepto de ecuación diferencial, solución y tipos de soluciones.

5.2 Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:

5.2.1 Ecuaciones en variables separadas.

5.2.2 Ecuaciones homogéneas.

5.2.3 Ecuaciones diferenciales exactas.

5.2.4 Ecuaciones lineales de primer orden.

5.3 Ecuaciones diferenciales lineales de orden n con coeficientes constantes:

5.3.1 Definiciones básicas y teoremas fundamentales.

5.3.2 Solución general de la ecuación completa.

## **Referencias bibliográficas de la bibliografía recomendada**

- Ayres, Frank. Ecuaciones diferenciales / Frank Ayres, Jr. ; Traducción y adaptación Tomás Gómez de Dios . - [reimp.] México [etc.] : McGraw-Hill, imp. 2001
- Balbás de la Corte, Alejandro. Análisis matemático para la economía. II, Cálculo integral y sistemas dinámicos / Alejandro Balbás de la Corte, José Antonio Gil Fana, Sinesio Gutierrez Valdeón Madrid : AC, 2005
- Balbás de la Corte, Alejandro. Programación matemática / Alejandro Balbás, Jose Antonio Gil . - 2a. ed, 3a. reimp. Madrid : AC, 2005
- Barbolla García, Rosa.. Optimización : programación matemática y aplicaciones a la economía / Rosa Barbolla, Emilio Cerdá, Paloma Sanz. . - 1<sup>a</sup> ed., 1<sup>a</sup> imp. Madrid : Garceta, 2011.
- Barbolla, Rosa. Optimización : cuestiones, ejercicios y aplicaciones a la economía / Rosa Barbolla, Emilio Cerdá, Paloma Sanz . - [1a. ed. en español], reimp. Madrid [etc.] : Prentice Hall, 2006
- Blanco García, Susana. Matemáticas empresariales I : enfoque teórico-práctico. Vol. 2, Cálculo diferencial / Susana Blanco García, Pilar García Pineda, Eva del Pozo García . - [1<sup>a</sup> ed.] Madrid : Editorial AC, [2004]
- Chiang, Alpha C.. Métodos fundamentales de economía matemática / Alpha C. Chiang, Kevin Wainwright ; traducción, Francisco Sánchez Fragoso, Raúl Arrioja Juárez ; revisión técnica, Andrés González Nucamendi, Filadelfo León Cázares . - 4<sup>a</sup>

- ed. México [etc.] : McGraw-Hill, cop. 2006
- Ejercicios resueltos de matemáticas empresariales / P. Alegre... [et al.] . - 1<sup>a</sup> ed., 3<sup>a</sup> reimpr. Madrid : AC, 2005
  - Luenberger, David G.. Programación lineal y no lineal / David G. Luenberger ; versión en español de Manuel López Mateos ; con la colaboración de Manuel Garrido y Juan Claudio López Argentina [etc.] : Addison-Wesley Iberoamericana, cop. 1989
  - Matemáticas aplicadas a la economía y a la empresa : 434 ejercicios resueltos y comentados / Rafael E. Caballero Fernández... [et al.] Madrid : Pirámide, D.L. 2003
  - Matemáticas empresariales / Pedro Alegre Escolano... [et al.] . - 1<sup>a</sup> ed., 2<sup>a</sup> reimpr. Madrid : Editorial AC, Thomson, D.L. 2005
  - Mocholi Arce, Manuel. Programación lineal : ejercicios y aplicaciones / M. Mocholi Arce, R. Sala Garrido Madrid : Tebar Flores, D.L. 1984
  - Pardo Llorente, Leandro. Programación lineal continua : aplicaciones prácticas en la empresa / Leandro Pardo Llorente . - 1a. ed. Madrid : Díaz de Santos, 1987 [i.e.1988]
  - Pérez Grasa, Isabel. Matemáticas para la economía : programación matemática y sistemas dinámicos / Isabel Pérez-Grasa, Esperanza Mingüillón Constante, Gloria Jarne Jarne Madrid [etc] : McGraw-Hill, cop. 2001
  - Programación matemática y modelos económicos : un enfoque teórico-práctico / Antonio Heras Martínez... [et.al.] Madrid : AC, D. L. 1990