

## **Grado en Ingeniería Mecatrónica**

### **28805 - Matemáticas II**

**Guía docente para el curso 2013 - 2014**

**Curso: 1, Semestre: 2, Créditos: 6.0**

---

### **Información básica**

---

#### **Profesores**

- Cesar Asensio Chaves -

#### **Recomendaciones para cursar esta asignatura**

Se trata de una asignatura de carácter básico que representa la continuación natural de las Matemáticas I cursadas a lo largo del primer semestre. Se extiende el conocimiento del lenguaje y procedimiento matemáticos al campo del Álgebra Lineal, Cálculo Diferencial y Cálculo Integral bien que ahora en varias variables.

#### **Actividades y fechas clave de la asignatura**

Las actividades que se desarrollarán en la asignatura son las siguientes:

- **Clases teóricas**, en las que se exponen los conceptos fundamentales que constituyen el cuerpo de conocimientos básicos que deben aprenderse para conseguir los resultados de aprendizaje relacionados más adelante. Los conceptos teóricos se complementan con ejemplos detallados que ilustran su funcionamiento dentro de un contexto concreto.
- **Clases prácticas**, en las que se proponen problemas que deberán resolverse empleando los métodos y conceptos considerados con anterioridad. En estas clases se fomenta la discusión, la participación, la cooperación y la reflexión.
- **Sesiones de evaluación**, en las que los alumnos se someten a pruebas escritas sobre ciertas partes bien especificadas del temario que se cubre, o bien exponen públicamente los trabajos elaborados en grupo propuestos en la actividad anterior. Seminarios, en los que se introducen las herramientas informáticas que se emplean en el resto de las actividades, como el manipulador simbólico Maxima, el lenguaje de cálculo numérico Octave, el sistema de representación gráfica Gnuplot y la composición de textos y presentaciones mediante LATEX.
- **Trabajo personal**, en el que los alumnos dedican tiempo fuera de clase para estudiar los conceptos impartidos en clase, resolver problemas análogos y/o complementarios a los considerados en clase.
- **Prueba global de evaluación**, que comprende una prueba escrita. Hay dos pruebas globales, una por cada convocatoria oficial, y ambas tienen lugar tras la finalización de las clases y cuando el resto de las actividades han concluido y han sido evaluadas.

Las fechas clave serán anunciadas con la suficiente antelación durante el curso. Las hay de dos tipos:

- **Hitos evaluatorios** asociados al sistema de evaluación continua, en los que se desarrolla una de las actividades descritas anteriormente. Estas fechas quedan fijadas al principio de curso por el profesor, y pueden modificarse con previo aviso si el desarrollo del calendario así lo exige.
- **Convocatorias oficiales**, en las que cualquier alumno puede someterse a la evaluación de la totalidad de la asignatura. Estas fechas se fijan a principio de curso desde la dirección del centro.

---

## **Inicio**

---

### **Resultados de aprendizaje que definen la asignatura**

**El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados...**

- 1:** Sabe aplicar los resultados fundamentales del Álgebra Lineal y el Cálculo Infinitesimal e Integral en Varias Variables. Es además capaz de describir los conceptos básicos como el de matriz, solución de un sistema lineal, ortogonalidad y subespacio vectorial, curvas y superficies en el espacio y las derivadas, problemas de extremos e integrales asociadas a ellas.
- 2:** Desarrolla y experimenta estrategias de resolución de problemas y distingue el método más adecuado en cada situación.
- 3:** Es capaz de razonar la dificultad de resolver un problema de forma exacta y la necesidad de recurrir a la aplicación de métodos de aproximación numérica para su resolución, determinando el grado de precisión y el error cometido.
- 4:** Sabe utilizar algún software matemático en sus aplicaciones al Álgebra Lineal, Derivación, Optimización e Integrales de línea y superficie.
- 5:** Es capaz de plantear y resolver con rigor problemas de las áreas anteriores aplicados a la Ingeniería Mecatrónica, seleccionando de forma crítica los métodos y resultados teóricos más adecuados, y ante la complejidad de la resolución de estos problemas reales de modo analítico es capaz de resolverlos con el software matemático propuesto en el apartado 4.
- 6:** Es capaz de resolver, trabajando en equipo, los problemas del apartado 5, ampliando la información y los métodos propuestos en el aula. Es además capaz de realizar presentaciones orales de los resultados obtenidos, usando el lenguaje matemático adecuado y los programas informáticos más convenientes.
- 7:** Es capaz de expresar tanto de forma oral como escrita y utilizando el lenguaje científico, los conceptos básicos de la asignatura así como el proceso de resolución de problemas.

## **Introducción**

### **Breve presentación de la asignatura**

En esta asignatura se trabajan los principios básicos del Álgebra Lineal, en particular la teoría de las matrices y los espacios vectoriales y su uso desde un punto de vista práctico mediante herramientas de cálculo contemporáneas y eficaces. También se exponen los conceptos fundamentales del Cálculo Infinitesimal e Integral en Varias Variables, completando así la teoría del cálculo infinitesimal en una variable comenzada en el semestre anterior y añadiendo las técnicas de cálculo relevantes a un nivel básico. Se pretende así cubrir un área de conocimiento estándar, que se extiende al estudio de las ecuaciones diferenciales en el curso siguiente. El énfasis se pone en los conceptos más concretos, ilustrándolos siempre con ejemplos tomados de la Física y la Ingeniería, y se complementan con técnicas de cálculo que hacen uso de software especializado, moderno y de libre distribución. En todo momento se fomenta la participación del alumno y su interacción

con el profesor, bien a través de clases y/o tutorías presenciales, bien a través del correo electrónico y la plataforma Moodle, que se usa como referencia virtual para la distribución de material, comunicación con los alumnos y publicación de resultados.

---

## **Contexto y competencias**

---

### **Sentido, contexto, relevancia y objetivos generales de la asignatura**

#### **La asignatura y sus resultados previstos responden a los siguientes planteamientos y objetivos:**

Los métodos matemáticos básicos forman parte de las numerosas herramientas con las que todos los profesionales de la Ingeniería deben contar para resolver los problemas que aparecen en su trabajo. Entre los resultados de aprendizaje figuran precisamente el dominio de técnicas no sólo teóricas, sino también prácticas, que permiten la aplicación directa de los métodos considerados en la asignatura a problemas reales, con métodos de cálculo realistas que se incorporan en paquetes de software eficaces y contrastados. Es por tanto fundamental en la correcta formación de un ingeniero obtener los resultados de aprendizaje que abarca esta asignatura.

#### **Contexto y sentido de la asignatura en la titulación**

La asignatura Matemáticas II está ubicada en el segundo semestre del primer curso en la titulación de Grado en Ingeniería Mecatrónica. Junto con las asignaturas Matemáticas I (que se imparte en el semestre previo) y Matemáticas III (que se imparte en el segundo curso) constituye la materia "Matemáticas" dentro del módulo de "Formación Básica". Como el resto de las asignaturas de formación básica, es obligatoria y tiene asignados 6 créditos ECTS.

Dado su carácter básico, la asignatura tiene sentido como presentación de diversos métodos matemáticos que se aplican en otras asignaturas de la titulación. Dichos métodos matemáticos cubren el álgebra lineal y sus métodos numéricos, el cálculo infinitesimal e integral y sus métodos numéricos. El énfasis se pone en los conceptos que tienen aplicación directa en Física, Estadística, Economía, etc. En muchas ocasiones el enfoque unificador de las Matemáticas simplifica los problemas que se tratan en otras materias, y hace aparentes las semejanzas en problemas aparentemente distintos que pueden ayudar en la solución.

#### **Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para...**

- 1:** Interpretar datos experimentales, contrastarlos con los teóricos y extraer conclusiones.
- 2:** Recurrir a la abstracción y el razonamiento lógico.
- 3:** Aprender de forma continuada, autodirigida y autónoma.
- 4:** Evaluar alternativas.
- 5:** Liderar un equipo o mostrarse como un miembro comprometido del mismo.
- 6:** Localizar información técnica y proceder a la oportuna valoración.
- 7:**

Redactar documentación técnica y presentarla con ayuda de herramientas informáticas adecuadas.

- 8:** Utilizar las materias básicas y tecnológicas que capacitan para el aprendizaje de nuevos métodos y dotan de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.
- 9:** Resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad y razonamiento crítico.
- 10:** Comunicar sus razonamientos y diseños de modo claro a públicos especializados y no especializados.
- 11:** Resolver los problemas matemáticos que puedan plantearse en la Ingeniería.
- 12:** Comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en el campo de la Ingeniería Industrial y en particular en el ámbito de la Electrónica Industrial.
- 13:** **Competencias específicas:** Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre Álgebra Lineal y Cálculo Infinitesimal e Integral en Varias Variables.

### **Importancia de los resultados de aprendizaje que se obtienen en la asignatura:**

Los métodos matemáticos básicos forman parte de las numerosas herramientas con las que todos los profesionales de la Ingeniería deben contar para resolver los problemas que aparecen en su trabajo. Entre los resultados de aprendizaje figuran precisamente el dominio de técnicas no sólo teóricas, sino también prácticas, que permiten la aplicación directa de los métodos considerados en la asignatura a problemas reales, con métodos de cálculo realistas que se incorporan en paquetes de software eficaces y contrastados. Es por tanto fundamental en la correcta formación de un ingeniero obtener los resultados de aprendizaje que abarca esta asignatura.

Además, al superar la asignatura el alumno se encuentra capacitado para abordar a lo largo de los semestres que siguen materias tales como las ecuaciones diferenciales en sus dos versiones (ordinarias o parciales).

---

## **Evaluación**

---

### **Actividades de evaluación**

**El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación**

- 1:** **Pruebas escritas:** Los ejercicios individuales siguen siendo una manera fiable de saber si el alumno tiene capacidad para aplicar los métodos considerados. Dos exámenes se reparten a lo largo del semestre, cada uno abarcando partes diferentes del temario, si bien no siempre pueden ser excluyentes por la propia naturaleza de las Matemáticas. Las pruebas escritas comprenden un 80 % de la nota total, repartidas en dos pruebas con valores 40 % y 40 %.
- 2:** **Controles de participación:** Algunas clases de problemas se complementan con la elaboración de ejercicios análogos a los considerados que se someten a evaluación, de forma similar a las pruebas anteriores pero centrados en problemas más concretos y de menor valor. De esta forma se evalúa la colaboración de los alumnos, tanto entre ellos como con el discurso de las clases, y su implicación en las actividades previas que llevan a la resolución de estos controles. Los controles de participación comprenden el 20 % de la nota total, repartidos en cuatro controles con valores iguales.

**3: Pruebas globales escritas:** En cada una de las dos convocatorias oficiales se puede realizar una prueba global de evaluación, que consta de una prueba global escrita que comprende el 100 %. Así, si un alumno no ha podido superar las pruebas escritas y los controles, puede optar mediante esta prueba a lograr la calificación más alta. Todos los alumnos tienen derecho a esta prueba global.

## Criterios de evaluación

**En las pruebas escritas y controles de participación se evaluará:**

- 1:** El entendimiento de los conceptos matemáticos usados para resolver los problemas.
- 2:** El uso de estrategias y procedimientos eficientes en su resolución.
- 3:** Explicaciones claras y detalladas.
- 4:** La ausencia de errores matemáticos en el desarrollo y las soluciones.
- 5:** Uso correcto de la terminología y notación.
- 6:** Exposición ordenada, clara y organizada.

---

## Actividades y recursos

---

### Presentación metodológica general

**El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:**

Las clases de teoría y problemas se intercalan con las actividades de evaluación, de tal forma que haya tiempo suficiente para preparar las actividades propuestas pero que estas no se superpongan entre sí. Así se consigue que la motivación extra que supone una evaluación impulse la consecución de los resultados de aprendizaje.

Las prácticas con ordenador no están separadas de las clases, sino que las clases se imparten en salas con ordenadores que permiten trasladar de manera inmediata los conceptos a su implementación informática. Con esto se consigue que los conceptos teóricos se refuercen con una forma rápida de efectuar los cálculos, y que la teoría y la práctica se integren tanto como sea posible. La teoría tiene su reflejo inmediato en la práctica, y la flexibilidad informática permite explorar más en profundidad algunos aspectos teóricos.

También se fomentan todas las vías de comunicación entre los estudiantes y el profesor, mediante tutorías presenciales, correo electrónico y la plataforma Moodle, que sirve como guía y referencia de la asignatura en cuanto a consultas, programación y planificación, comunicación día a día, distribución de material y asignación de tareas. De esta forma el contacto con la asignatura es continuo y dinámico.

En todas las aplicaciones de la informática a la materia bajo estudio se usa sólo software de libre distribución, de manera que todos los alumnos puedan acceder a él tanto dentro como fuera del centro.

## **Actividades de aprendizaje programadas (Se incluye programa)**

**El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades...**

**1:**

**Clases teóricas**, en las que se exponen los conceptos fundamentales que constituyen el cuerpo de conocimientos básicos que deben aprenderse para conseguir los resultados de aprendizaje. Los conceptos teóricos se complementan con ejemplos detallados que ilustran su funcionamiento dentro de un contexto concreto.

**2:**

**Clases prácticas**, en las que se proponen problemas que deberán resolverse empleando los métodos y conceptos considerados con anterioridad. En estas clases se fomenta la discusión, la participación, la cooperación y la reflexión. El uso del paquete informático adecuado a cada situación es permanente (Maxima para cálculo simbólico, Octave para cálculo numérico), de manera que las clases de problemas son a su vez clases de prácticas con el ordenador. Así, el uso del ordenador se enfoca de forma natural como el método de cálculo más conveniente, y quedan integradas las técnicas informáticas con las técnicas abstractas.

**3:**

**Controles de participación**, que son clases de problemas y sesiones de evaluación a la vez. Mientras los alumnos resuelven un problema propuesto, se puede evaluar su implicación y colaboración además del resultado que obtienen. Esto sirve como motivación para que trabajen el problema de forma colectiva y con el profesor, facilitando la asimilación de conceptos que se persigue.

**4:**

**Trabajo personal**, en el que los alumnos dedican tiempo fuera de clase para estudiar los conceptos impartidos en clase, resolver problemas análogos y/o complementarios a los considerados en clase.

## **Planificación y calendario**

### **Calendario de sesiones presenciales y presentación de trabajos**

Puesto que la asignatura consta de 6 créditos ECTS, y cada uno de ellos consta de 25 horas divididas en 10 horas de trabajo tutelado y 15 horas de trabajo autónomo, las actividades de aprendizaje presenciales como las **clases teóricas y clases prácticas**, y las actividades de evaluación presenciales como controles de participación y pruebas escritas, ocuparán 60 horas durante el semestre. Las actividades presenciales como las tutorías personales, y las no presenciales como las tutorías virtuales (a través del correo electrónico o la plataforma Moodle), la preparación de exámenes, el desarrollo de problemas y el estudio para la asimilación de conceptos, técnicas y herramientas requerirán 90 horas de trabajo autónomo del alumno. Todas estas actividades deben sumar las 150 horas necesarias para lograr los resultados de aprendizaje que persigue la asignatura.

La planificación concreta y completa de la asignatura se pondrá en conocimiento de los alumnos al comienzo del curso. Todas las actividades de evaluación quedarán entonces fijadas, salvo ajustes de calendario que se avisarán con la suficiente antelación. También desde el principio de curso quedarán fijadas las fechas de las convocatorias oficiales desde la dirección del centro.

La ubicación orientativa de los temas e hitos evaluatorios en las quince semanas lectivas del curso queda como sigue:

Semana	Tema	Contenidos	Hitos evaluatorios	Pesos	Contenido
1	1	Introducción a Octave			
2	2	Sistemas lineales			
3		Determinantes			

<b>Semana</b>	<b>Tema</b>	<b>Contenidos</b>	<b>Hitos evaluatorios</b>	<b>Pesos</b>	<b>Contenido</b>
4		A.L. Numérica	1er control	5	Sist. Lin.
5	3	Espacios vectoriales			
6		Aprox. óptima	2º control	5	Espacios
7	4	Diagonalización			
8		Valores singulares	1ª prueba escrita	40	Álgebra Lineal
9	5	Curvas			
10	6	Continuidad var.var.			
11	7	Diferenciabilidad	3er control	5	Dif./cont.
12		Extremos			
13	8	Integrales múltiples	4º control	5	
14	9	Integrales de línea			
15	10	Integral de superficie	2ª prueba escrita	40	Cálculo V.V.

## Bibliografía

### Bibliografía

#### Álgebra Lineal y Geometría

- [1] G. Allaire, S. M. Kaber. Numerical Linear Algebra. Springer-Verlag, 2008.
- [2] J. de Burgos. Álgebra lineal y Geometría cartesiana. McGraw-Hill, 2000.
- [3] J. Rojo. Álgebra lineal. McGraw-Hill, 2001.
- [4] A. Quarteroni, F. Saleri. Cálculo científico con MATLAB y Octave. Springer-Verlag, 2006.

#### Cálculo en Varias Variables

- [5] T.M. Apostol. Calculus. 2 volúmenes. Reverté, 1982.
- [6] G. L. Bradley, K. J. Smith. Cálculo de varias variables, Volumen II. Prentice Hall, 1998.
- [7] J. de Burgos. Cálculo Infinitesimal de varias variable. McGraw-Hill, 1997.
- [8] J. de Burgos. Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería. Ed. García Maroto, 2008.
- [9] Glyn James. Matemáticas avanzadas para ingeniería. Pearson Educación 2006.

## Contenidos

### Los contenidos de la asignatura son:

#### 1: Introducción a Octave

#### 2: Sistemas de ecuaciones lineales

- Grupos, anillos, cuerpos
- Sistemas de ecuaciones lineales: operaciones elementales
- Eliminación gaussiana y rango de una matriz
- Teorema de caracterización de los sistemas lineales (Rouché-Frobenius)
- Determinantes
- Eliminación gaussiana numérica, número de condición

- Descomposiciones LU, QR y Choleski
- Métodos iterativos

3:

### **Espacios vectoriales con producto escalar**

- Independencia lineal, dimensión y base
- Subespacios
- Producto escalar
- Distancias, ángulos y ortogonalidad
- Sistemas y subespacios ortogonales
- Proyectores y teorema de aproximación óptima

4:

### **Diagonalización**

- Valores y vectores propios
- Descomposición espectral y funciones de matrices
- Matrices normales
- Cálculo numérico de autovalores
- Matrices compatibles
- Descomposición en valores singulares

5:

### **Geometría diferencial de curvas**

- Curvas tridimensionales, vector tangente, triedro de Frenet
- Curvatura y torsión

6:

### **Funciones de varias variables reales**

- Límites de funciones de varias variables
- Continuidad

7:

### **Diferenciabilidad de funciones de varias variables**

- Derivada direccional
- Derivadas parciales
- Diferencial
- Regla de la cadena
- Extremos
- Extremos condicionados: El método de los multiplicadores de Lagrange

8:

### **Integrales múltiples**

- Integrales dobles
- Cambio de variables
- Integrales triples

9:

### **Integral de línea**

- Campos vectoriales
- Integral de línea
- Independencia del camino
- Trabajo y Energía
- Teorema de Green

10:

### **Integral de superficie**

- Definición de superficie, ejemplos
- El plano tangente y el vector normal
- Integrales de superficie
- Teorema de Stokes, teorema de Gauss

## **Recursos**

## **Los recursos con que se cuenta son:**

**1:**

Materiales de la asignatura (transparencias y hojas de problemas), disponibles a través de la página web de la asignatura en Moodle (ver Presentación General, más arriba).

**2:**

Aulas de informática con su equipación correspondiente.

**3:**

Recursos bibliográficos (ver más arriba).

**4:**

Tutorías presenciales y virtuales a través de Moodle.

## **Referencias bibliográficas de la bibliografía recomendada**

- Allaire, Grégoire. Numerical Linear Algebra / Grégoire Allaire, Sidi Mahmoud Kaber. - 1<sup>a</sup> edición New York: Springer-Verlag, 2008
- Apostol, Tom M.. Calculus. Vol.1, Cálculo con funciones de una variable, con una introducción al álgebra lineal / Tom M. Apostol. - 2<sup>a</sup> ed. reimp. Barcelona [etc.] : Reverté, cop. 2002
- Apostol, Tom M.. Calculus. Vol.2, Cálculo con funciones de varias variables y álgebra lineal, con aplicaciones a las ecuaciones diferenciales y a las probabilidades / Tom M. Apostol. - 2<sup>a</sup> ed., 7<sup>a</sup> reimp. Barcelona, [etc.] : Reverté, D.L. 2002
- Bradley, Gerald L.. Cálculo de varias variables / Gerald L. Bradley, Karl J. Smith ; traducción, José Luis Vicente Córdoba ; revisión técnica, Pedro Paúl Escolano Madrid [etc.] : Prentice Hall, D.L. 1998
- Burgos Roman, Juan de. Algebra lineal y geometría cartesiana / Juan de Burgos Román . - 2<sup>a</sup> ed. Madrid : McGrawHill, D.L. 1999
- Burgos Roman, Juan de. Fundamentos matemáticos de la ingeniería (álgebra y cálculo) : definiciones, teoremas y resultados / Juan de Burgos Román . - Ed. Estudiante Madrid : García-Maroto, D. L. 2008
- Matemáticas avanzadas para ingeniería / Glyn James ... [et al.] ; traducción, Elena de Oteyza de Oteyza, Carlos Hernández Garciadiego ; revisión técnica, Juan Carlos del Valle, Juan Aguilar Pascual . - 2a ed. México [etc.] : Pearson Educación, 2002
- Quarteroni, Alfio. Cálculo científico con MATLAB y Octave / A. Quarteroni, F. Saleri Milano : Springer, cop. 2006
- Rojo, Jesús. Algebra lineal / Jesús Rojo . - 2<sup>a</sup> ed. Madrid [etc.] : McGraw-Hill Interamericana, D. L. 2007