



## Grado en Matemáticas 27013 - Geometría de curvas y superficies

Guía docente para el curso 2012 - 2013

Curso: 3, Semestre: 0, Créditos: 10.5

---

### Información básica

---

#### Profesores

- Ignacio Álvaro Gutiérrez Ruiz [alvaro@unizar.es](mailto:alvaro@unizar.es)
- Felicísimo Máximo Gregorio García Castellón [fcastell@unizar.es](mailto:fcastell@unizar.es)

#### Recomendaciones para cursar esta asignatura

Para cursar la asignatura se recomienda haber aprobado la otra asignatura del Módulo así como haber superado el Módulo de Álgebra Lineal y Geometría y las asignaturas de Análisis Matemático I, Análisis Matemático II y Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

#### Actividades y fechas clave de la asignatura

Habrà una prueba escrita al final del primer cuatrimestre y otra al final del curso, en fechas acordes con el periodo habilitado para exámenes dentro del calendario académico de la Facultad.

---

### Inicio

---

#### Resultados de aprendizaje que definen la asignatura

**El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados...**

- 1:** Reconocer la naturaleza de los puntos de una curva en  $\mathbb{R}^3$ . Cálculo de la curvatura y torsión.
- 2:** Usar la primera forma fundamental de una superficie para resolver sobre ella problemas de longitudes, ángulos y áreas.
- 3:** Usar la segunda forma fundamental de una superficie para reconocer la naturaleza de sus puntos.
- 4:** Saber calcular, aplicar e interpretar las curvaturas principales, de Gauss y media.
- 5:** Aplicar las integrales de línea y superficie para reconocer algunas propiedades globales de curvas y superficies.

# Introducción

## Breve presentación de la asignatura

Se trata de una asignatura de carácter obligatorio y duración anual, equipada de 10.5 ECTS. Su finalidad es el estudio de propiedades geométricas de curvas y superficies de  $\mathbb{R}^3$  utilizando herramientas, entre otras, del análisis. Comenzando con propiedades locales se llegará a formular algunos resultados de naturaleza global.

---

## Contexto y competencias

---

### Sentido, contexto, relevancia y objetivos generales de la asignatura

#### La asignatura y sus resultados previstos responden a los siguientes planteamientos y objetivos:

Profundizar en el estudio de la forma que capacite al alumno para reconocer la presencia de la Matemática en distintos ámbitos (Naturaleza, Ciencia, Tecnología, Arte...).

Colaborar al desarrollo de las competencias asociadas a la labor del futuro matemático.

#### Contexto y sentido de la asignatura en la titulación

Esta es una asignatura interdisciplinar donde el álgebra, el análisis y la geometría van de la mano.

Se utilizan herramientas y técnicas ya estudiadas en el grado para resolver problemas geométricos. Aporta visión espacial y el ámbito de aplicación de los resultados obtenidos es susceptible de ser utilizado en cualquier otra asignatura del grado. En particular la asignatura constituye un primer contacto del alumno con el campo de la Geometría Diferencial cuya continuación natural se encuentra en el Módulo de Ampliación de Geometría y Topología.

#### Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para...

**1:**  
Competencias Transversales

CT1 Saber expresar con claridad, tanto por escrito como de forma oral, razonamientos, problemas, informes...etc.

CT3 Distinguir ante un problema lo que es sustancial de lo que es accesorio, formular conjeturas y razonar para confirmarlas o refutarlas, identificar errores en razonamientos incorrectos, etc.

**2:**  
Competencias específicas

CE1 Comprender y utilizar el lenguaje y método matemáticos. Conocer demostraciones rigurosas de los teoremas básicos de las distintas ramas de la Matemática.

CE2 Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

CE3 Resolver problemas matemáticos mediante habilidades de cálculo básico y otras técnicas.

CE4 Utilizar aplicaciones informáticas con distintos tipos de software científico para experimentar en Matemáticas y resolver problemas.

#### Importancia de los resultados de aprendizaje que se obtienen en la asignatura:

Proporcionan al estudiante conocimientos y procedimientos que se encuentran en la base de otras asignaturas.

Algunos de los resultados obtenidos (teorema egregio de Gauss, geometrías no euclídeas...) tienen en la Historia de las Matemáticas una relevancia fundamental.

---

## Evaluación

---

### Actividades de evaluación

**El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación**

**1:** El peso de la evaluación durante el curso en la calificación final será de un 20%. Será el resultado de la valoración de determinadas tareas propuestas a lo largo del curso. Algunas de estas actividades se calificarán tras su presentación oral.

Las pruebas escritas tendrán un peso del 80%. El estudiante podrá examinarse de parte de la asignatura al final del primer cuatrimestre.

Los alumnos que lo deseen podrán presentarse únicamente a una prueba específica global que evalúe la adquisición de las competencias de la asignatura.

---

## Actividades y recursos

---

### Presentación metodológica general

**El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:**

Clases de teoría, clases de problemas, prácticas con ordenador, tutorías individuales, realización de ejercicios y estudio y trabajo personal del alumno.

### Actividades de aprendizaje programadas (Se incluye programa)

**El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades...**

**1:** Trabajo presencial (105 horas) Consta de :

-Clases teóricas donde se presentan y desarrollan los siguientes contenidos:

- Tema 1.- Curvas planas regulares. Diedro de Frénet. Curvatura . Teorema fundamental de curvas planas.
- Tema 2.- Curvas regulares en  $\mathbb{R}^3$ . Curvatura y torsión. Triedro de Frénet-Serret. Teorema fundamental de curvas.
- Tema 3.- Hojas y superficies .Curvas sobre superficies. Orientación. Algunos tipos de superficies.
- Tema 4.-Superficies regulares. Orientación .La aplicación de Gauss.
- Tema 5.-Formas fundamentales sobre una superficie. Primera forma. Fórmulas de Darboux. Segunda forma fundamental.
- Tema 6.-Aplicación de Weingarten. Direcciones y curvaturas principales. Curvas notables sobre una superficie.
- Tema 7.-Curvatura de Gauss y curvatura media.
- Tema 8.-Geodésicas sobre una superficie. Ecuaciones. Existencia. Teorema egregio de Gauss.
- Tema 9.-Aplicaciones entre superficies. Isometrías. Aplicaciones conformes. Equivalencias .Fórmula de

Girard.

- Tema 10.-Teorema de Gauss-Bonnet. Caso de curvas cerradas y simples. Superficies compactas.

-Clases de problemas sobre los tópicos anteriores

-Laboratorio informático: 5 prácticas anuales de 2 horas de duración cada una.

-Tutoría ordinaria

**2:**

Trabajo no presencial (157,5 horas)

Comprende el estudio teórico de la asignatura, la realización de ejercicios propuestos (portafolios del estudiante), el tiempo dedicado a la resolución de problemas y el que se deriva de las actividades realizadas en el laboratorio informático.

**3:**

Bibliografía:

Cordero-Fernández-Gray, Geometría Diferencial de Curvas y Superficies, Addison Wesley Iberoamericana.

Costa-Gamboa-Porto, Notas de Geometría Diferencial de Curvas y Superficies, Edit. Sanz y Torres

Milman-Parker, Elements of Differential Geometry, Prentice-Hall

## Planificación y calendario

### Calendario de sesiones presenciales y presentación de trabajos

Las clases se imparten según el calendario académico establecido por la Universidad de Zaragoza y horario aprobado por la Facultad de Ciencias (ver página web) .Las fechas concretas claves para el desarrollo del curso se darán con la suficiente antelación.

### Referencias bibliográficas de la bibliografía recomendada

- Cordero-Fernández-Gray. Geometría Diferencial de Curvas y Superficies Addison Wesley Iberoamericana
- Costa, Antonio F.. Notas de geometría diferencial de curvas y superficies / Antonio F. Costa, Manuel Gamboa, Ana M. Porto Madrid : Sanz y Torres, D.L. 1997
- Millman, Richard S.. Elements of differential geometry / Richard S. Millman, George D. Parker New Jersey : Prentice Hall, cop. 1977