

## **PCEO Grado en Derecho / Grado en Administración y Dirección de Empresas**

### **30602 - Matemáticas I**

**Guía docente para el curso 2011 - 2012**

**Curso: 1, Semestre: 1, Créditos: 6.0**

---

## **Información básica**

---

### **Profesores**

- **Juan Carlos Candeal Haro** [candeal@unizar.es](mailto:candeal@unizar.es)

### **Recomendaciones para cursar esta asignatura**

Es aconsejable que al inicio de esta asignatura los estudiantes tengan destreza en el manejo de operaciones aritméticas, de matrices y de funciones reales de una variable real, a nivel de los conocimientos adquiridos en la asignatura de Bachillerato Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II. Más concretamente, facilitará notablemente la comprensión de esta asignatura que los estudiantes hayan adquirido habilidad en:

- Cálculo operacional.
- Cálculo de raíces de polinomios con coeficientes reales.
- La resolución de sistemas de ecuaciones no lineales de dos variables.
- Operaciones con matrices.
- Operaciones elementales de matrices aplicadas al cálculo de rangos y a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Operaciones con funciones; en este sentido sería aconsejable además que el estudiante pudiera establecer con claridad la diferencia entre composición y producto de funciones y que para una función real de una variable real distinguiera entre afirmaciones del tipo “estar definida” y “ser continua” ...
- La derivación de un amplio abanico de funciones y la representación gráfica de las mismas.
- Cálculo de algunas primitivas elementales.

### **Actividades y fechas clave de la asignatura**

- Presentación de la asignatura en la primera sesión de clase
- Asistencia y aprovechamiento continuado a las clases teóricas y prácticas.
- Asistencia a las prácticas P6 (según calendario del grupo).
- Realización, según calendario indicado el día de la presentación de la asignatura, de pruebas intermedias de evaluación.
- Prueba global según calendario de los Centros.

---

## **Inicio**

---

## Resultados de aprendizaje que definen la asignatura

**El estudiante, para superar esta asignatura, deberá demostrar los siguientes resultados...**

**1:**

Ha adquirido cierta destreza en el uso del lenguaje matemático, tanto en su comprensión como en su escritura.

**2:**

Distingue cuándo las relaciones entre las variables de un problema son lineales o no lineales y utiliza para su representación el instrumento matemático adecuado en cada caso.

**3:**

Utiliza la notación matricial para representar y el cálculo matricial para resolver un problema de carácter económico en el que las relaciones entre las variables son lineales.

**4:**

Discute un sistema de ecuaciones lineales aplicando el Teorema de Rouché-Frobenius.

**5:**

Resuelve un sistema de ecuaciones lineales compatible utilizando el método más adecuado e interpreta sus soluciones en el contexto del que provenga si es el caso

**6:**

Identifica una matriz cuadrada diagonalizable.

**7:**

Diagonaliza una matriz cuadrada cuando esto sea posible.

**8:**

Aplica la diagonalización de matrices cuadradas en el contexto económico, por ejemplo en el estudio de un proceso dinámico a largo plazo.

**9:**

Identifica una forma cuadrática y es capaz de determinar su signo con el procedimiento más adecuado.

**10:**

Diferencia en un fenómeno económico las variables endógenas y exógenas y es capaz de representar mediante funciones las relaciones entre ellas.

**11:**

Comprende el significado de los conceptos matemáticos de continuidad y diferenciabilidad en el contexto económico.

**12:**

Tiene destreza en el cálculo de derivadas parciales y en su interpretación en el ámbito económico.

**13:**

Reconoce las funciones diferenciables y las implicaciones de la diferenciabilidad.

**14:**

Reconoce la dependencia en cadena de diferentes variables y es capaz de calcular la variación de las variables finales respecto a cualquiera de las iniciales.

**15:**

Reconoce si una función está dada en forma explícita o implícita y es capaz de obtener las derivadas parciales en cualquier caso.

**16:**

Reconoce cuando una función es homogénea y las implicaciones de esta propiedad, en particular en el contexto de las funciones de producción.

**17:**

Reconoce la herramienta matemática que permite determinar una magnitud total a partir de la correspondiente parcial.

**18:** Comprende los conceptos de primitiva de una función e integral indefinida.

**19:** Reconoce si la integral indefinida de una función es inmediata y la resuelve con la aplicación de la tabla de integrales inmediatas.

**20:** Identifica el método más adecuado para calcular la integral indefinida de una función, en concreto, distingue si es necesario un cambio de variable, el método por partes o el cálculo de integrales racionales.

**21:** Comprende el significado geométrico de la integral definida, integral de Riemann.

**22:** Aplica las propiedades principales de la integral definida.

**23:** Relaciona el concepto de integral indefinida con el de integral definida.

**24:** Aplica la regla de Barrow para el cálculo de la integral definida.

**25:** Introduce un cambio de variable en una integral definida.

## Introducción

### Breve presentación de la asignatura

Matemáticas I es una asignatura de formación básica de 6 créditos ECTS que se imparte en el primer semestre del primer curso. Tiene su continuación en Matemáticas II impartida en el segundo semestre del mismo curso. La docencia de esta materia está adscrita al departamento de Análisis Económico de la Universidad de Zaragoza que tiene además responsabilidad docente en otras materias estrechamente relacionadas con la matemática, como son: Microeconomía, Macroeconomía y Econometría.

La asignatura de Matemáticas I tiene como objetivo ampliar los conocimientos matemáticos relativos al cálculo matricial y funciones de una variable e introducir el estudio de funciones de varias variables, preparando así al estudiante para asimilar las herramientas matemáticas más utilizadas en el análisis económico, fundamentalmente en el campo de la Teoría Económica y de la Econometría. Esta primera asignatura ayuda al estudiante a despegar de sus conocimientos fundamentalmente calculísticos, propios de las matemáticas en enseñanzas medias, hacia el rigor y la abstracción propios del campo científico de la Matemática, lo que le permitirá enfrentarse a otras asignaturas del grado que utilicen aparato matemático y a futuros retos dentro de su profesión.

Al finalizar la asignatura el estudiante conocerá con cierta precisión el lenguaje matemático que le permitirá entender conceptos económicos e interpretar resultados con cierto rigor y, conocerá un conjunto de instrumentos y métodos de cálculo que le permitirán la resolución de problemas económicos sencillos.

---

## Contexto y competencias

---

### Sentido, contexto, relevancia y objetivos generales de la asignatura

#### La asignatura y sus resultados previstos responden a los siguientes planteamientos y objetivos:

Los objetivos de carácter general de la enseñanza de las Matemáticas en este grado pueden englobarse en dos: (1) Formación matemática del estudiante, (2) Capacitación para la utilización de las matemáticas en los problemas que se le planteen en su futura profesión.

En la asignatura Matemáticas I se inicia al estudiante en el rigor, la precisión, la capacidad de abstracción y el método

científico que caracterizan a la mayor parte de las asignaturas del grado. En cuanto al segundo objetivo, capacitación del estudiante para la resolución de problemas concretos, en esta asignatura se prepara al estudiante para la modelización y resolución de problemas sencillos utilizando técnicas el álgebra lineal y de cálculo diferencial e integral.

## **Contexto y sentido de la asignatura en la titulación**

Las asignaturas de matemáticas son, para los futuros graduados en Administración y Dirección de Empresas, un instrumento metodológico de trabajo que debe servir de apoyo a otras asignaturas, como Microeconomía, Macroeconomía, Econometría, etc. Se pondrá un empeño especial en acercar las matemáticas a los problemas de carácter empresarial, y se proporcionarán los fundamentos para que el resto de materias puedan desarrollarse con éxito.

En este primer curso se abordarán los elementos constitutivos de un modelo: variables, constantes, parámetros, ecuaciones, identidades, dominios, tipos de funciones; sistemas de ecuaciones lineales y su resolución mediante técnicas de álgebra lineal. En la segunda parte de la asignatura se introduce el análisis estático-comparativo con el estudio del cálculo tanto en una variable como en varias, que se aplicará más adelante (en Matemáticas II y Microeconomía) en la resolución de problemas de optimización.

## **Al superar la asignatura, el estudiante será más competente para...**

- 1:** La resolución de problemas.
- 2:** El análisis y síntesis.
- 3:** Tomar decisiones.
- 4:** Aplicar los conocimientos en la práctica.

## **Importancia de los resultados de aprendizaje que se obtienen en la asignatura:**

Las técnicas del Algebra Lineal permiten estudiar tanto sencillos modelos de equilibrio económico como teorías más sofisticadas relacionadas con el análisis intersectorial de una economía (modelos input-output). El Cálculo Diferencial en una y en varias variables permite introducir el enfoque marginalista en la economía. En este contexto, conceptos como los de función y relaciones funcionales (variable(s) exógena(s) y variables endógena(s)), elasticidad, productividad marginal, relación marginal de sustitución, rendimientos a escala,...etc., que van a formar parte de la jerga habitual del estudiante, se fundamentan gracias al cálculo (en especial, al cálculo diferencial). El Cálculo Integral permite también definir medidas del bienestar (como el excedente del consumidor) y es útil para el análisis de modelos financieros.

En resumen, la asignatura Matemáticas I, favorece la comprensión de conceptos y modelos teóricos que se estudian en otras disciplinas afines con las que el estudiante se va a encontrar a lo largo del grado.

---

## **Evaluación**

---

### **Actividades de evaluación**

#### **El estudiante deberá demostrar que ha alcanzado los resultados de aprendizaje previstos mediante las siguientes actividades de evaluación**

- 1:** En la **primera convocatoria** de la asignatura Matemáticas I, se ofrece a los estudiantes la posibilidad de superar la asignatura a través de un sistema de evaluación continua que consiste en la realización de tres pruebas parciales en periodo lectivo y en horario de clase.

La primera prueba se valorará con 4 puntos y se realizará la semana del 14 al 20 de noviembre de 2011. A la segunda prueba se le otorgará una puntuación de 3 puntos y se realizará la semana del 12 al 18 de diciembre de 2011. Los tres puntos restantes se obtienen en la tercera prueba, que se realizará en la última sesión de clase, semana del 16-22 de enero de 2012.

Cada prueba intermedia consistirá en un examen. La materia de cada prueba se avisará en clase y/o en las plataformas docentes que utilice del profesorado. Para superar la asignatura por evaluación continua **habrá que realizar de manera obligatoria la tercera prueba** y obtener en ella al menos un 25% de la nota de la misma. La calificación obtenida por el estudiante en evaluación continua será la suma de las calificaciones obtenidas en las tres pruebas.

El estudiante que no opte por la evaluación continua o que no supere la asignatura por este procedimiento o que quisiera mejorar su calificación, tendrá derecho a presentarse a la prueba global, prevaleciendo, en cualquier caso, la mejor de las calificaciones obtenidas.

**2:**

La **segunda convocatoria** de evaluación, a la que tendrán derecho todos los estudiantes que no hayan superado la asignatura, se llevará a cabo mediante una prueba global realizada en el periodo establecido al efecto por el Consejo de Gobierno en el calendario académico.

La prueba global consistirá en un examen escrito evaluado sobre 10 puntos. Se evaluarán una buena parte de los resultados de aprendizaje propuestos y se ajustará al tipo de enseñanza impartida.

---

## Actividades y recursos

---

### Presentación metodológica general

#### **El proceso de aprendizaje que se ha diseñado para esta asignatura se basa en lo siguiente:**

Con esta asignatura se persigue que el estudiante desarrolle la capacidad analítica, el rigor y la intuición en el uso de los conceptos y resultados matemáticos y los sepa aplicar al análisis de problemas de índole económico. Es por esto que la formación del estudiante debe ir orientada en la dirección de dotarle de unos sólidos conocimientos matemáticos e inculcarle una sistemática en el razonamiento que posteriormente le permita encarar con éxito la solución de un amplio abanico de problemas en el contexto económico.

### Actividades de aprendizaje programadas (Se incluye programa)

#### **El programa que se ofrece al estudiante para ayudarle a lograr los resultados previstos comprende las siguientes actividades...**

**1:**

**Clases teóricas**, en las que se combinará la clase magistral para exponer los conceptos y resultados de los contenidos de la asignatura con la resolución participativa de ejercicios, en los que se aplicará de forma inmediata los aspectos teóricos explicados para ayudar a los estudiantes a asimilarlos. Estas clases serán presenciales y se impartirán a todo el grupo.

Cuantificación temporal: 1,2 créditos ECTS (30 horas).

**2:**

**Clases prácticas**, en las que los estudiantes irán resolviendo, con la ayuda del profesor, ejercicios más completos y problemas de carácter económico en los que se apliquen los resultados matemáticos vistos. Estos ejercicios y problemas estarán en las hojas de problemas de la asignatura (<http://dae.unizar.es/docencia/grade/mate1/mate1.html>) y se anunciará con antelación cuáles se van a resolver en cada clase práctica para que el estudiante los pueda preparar. Estas clases serán presenciales y se impartirán a la mitad del grupo.

Cuantificación temporal: 1,2 créditos ECTS (30 horas).

**3: Seminarios** (prácticas tipo P6) en los que, para mejorar el proceso de aprendizaje, se podrán realizar diversas actividades: seguimiento del desarrollo de pequeños trabajos que se habrán propuesto a un grupo de estudiantes y defensa del mismo; tutorías colectivas de determinados temas; desarrollo de problemas de carácter económico en cuya resolución se utilicen herramientas matemáticas explicadas en la asignatura. Estos seminarios podrían dedicarse además a la ampliación de conocimientos mostrando a los estudiantes que estén interesados otras herramientas matemáticas que permitan resolver problemas más generales. Se pone así de manifiesto que tanto la Ciencia Matemática como la Ciencia Económica son ciencias vivas y por tanto con muchos aspectos para estudiar.

Cuantificación temporal: el profesor dispondrá de 4 horas para esta actividad en el Campus Paraiso (Zaragoza), 16 horas en el Campus de Huesca y 4 horas en el Campus de Teruel.

**4:**  
**Actividades no presenciales:** 3,6 créditos

## Planificación y calendario

### Calendario de sesiones presenciales y presentación de trabajos

El día de la presentación de la asignatura se expondrá, en cada grupo, el calendario detallado de la asignatura según las características del curso académico.

## Programa de la asignatura

### Programa

#### BLOQUE I. MATRICES

**Preliminares: Conjunto  $\mathbb{R}^n$ .**

#### **1.- Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales.**

- 1.1.- Matrices elementales
- 1.2.- Determinante de una matriz cuadrada.
- 1.3.- Cálculo de la matriz inversa.
- 1.4.- Rango de una matriz.
- 1.5.- Sistemas de ecuaciones lineales.
  - 1.5.1.- Teorema de Rouché-Frobenius.
  - 1.5.2.- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

#### **2.- Diagonalización de matrices cuadradas.**

- 2.1.- Valores y vectores propios de una matriz.
- 2.2.- Polinomio característico.
- 2.3.- Matrices diagonalizables.

#### **3.- Formas cuadráticas reales.**

- 3.1.- Formas cuadráticas: definición.
- 3.2.- Expresión diagonal de una forma cuadrática.
- 3.3.- Clasificación de las formas cuadráticas.

3.4.- Formas cuadráticas restringidas.

## **BLOQUE II. CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL**

### **Preliminares: Nociones topológicas en $R^n$ .**

#### **1. Funciones de real de variable real.**

- 1.1. Función real de variable real.
- 1.2. Límites y continuidad
- 1.3. Derivabilidad
- 1.4. Derivadas de orden superior. Teorema de Taylor.

#### **2. Introducción a la teoría de integración**

- 2.1. Integral indefinida.
  - 2.1.1. Función primitiva e integral indefinida. Propiedades.
  - 2.1.2. Algunos métodos de integración: cambio de variable, integración por partes e integrales racionales.
- 2.2. Integral definida.
  - 2.2.1. Integral de Riemann. Propiedades.
  - 2.2.2. Aplicaciones.

#### **3. Funciones de $R^n$ en $R^m$ .**

- 3.1. Funciones escalares y funciones vectoriales. Conjuntos de nivel.
- 3.2. Límites y continuidad. Propiedades.
- 3.3. Derivación de una función. Propiedades.
- 3.4. Función diferenciable. Propiedades.
- 3.5. Funciones compuestas. Regla de la cadena.
- 3.6. Derivadas de orden superior.
- 3.7. Derivación de funciones implícitas.
- 3.8. Funciones homogéneas.

## **Bibliografía**

- ALEGRE, Y OTROS: Ejercicios resueltos de Matemáticas Empresariales I. Madrid. Ed. A.C., 1991.
- BALBÁS, A.; GIL, J.A.; GUTIÉRREZ, S.: *Análisis Matemático para la Economía I. Cálculo diferencial*. Editorial AC, Madrid, 1989.
- Balbás, A., Gil, J.A. y Gutiérrez, S.: *Análisis Matemático para la Economía II. Cálculo Integral y Sistemas Dinámicos*. Ed. AC, 1988.
- Chiang, A. y Wainwright, K. (2006) "Métodos fundamentales de Economía Matemática" Ed. McGraw-Hill, 4<sup>a</sup>Ed.
- DEMANA, F. Y OTROS: Matemáticas universitarias introductorias con nivelador MyMathLab. Ed. Pearson, 2009.
- GARCÍA, F.; GUTIÉRREZ, A.: *Cálculo infinitesimal I y II*. Vol. 1. Editorial Pirámide. Madrid.
- GUTIÉRREZ, S.: *Algebra Lineal para la Economía*. Editorial AC, Madrid, 1993.
- HERAS, A., VILAR, J.: Problemas de Álgebra Lineal para la Economía. Ed. A.C.
- JARNE, G.; PÉREZ-GRASA, I.; MINGUILLÓN, E.: *Matemáticas para la Economía. Álgebra Lineal y Cálculo Diferencial*. Editorial McGraw-Hill, Madrid, 1997.

- Larson, R.E., HostelerR.P. y Edwards, B.H. (2006) "Cálculo I y II" Volumen 1 y 2. Ed. McGraw-Hill.
- MINGUILLÓN, E.; JARNE, G.; PÉREZ-GRASA, I.: Matemáticas para la Economía. Libro de Ejercicios. Álgebra Lineal y Cálculo Diferencial. Editorial McGraw-Hill, Madrid, 2004.
- MUÑOZ, F.; DEVESA, J.; MOCHOLI, M.; GUERRA, J.: *Manual de Álgebra Lineal*. Editorial Ariel, Barcelona, 1988.
- Pérez-Grasa, I., Minguillón, E. y Jarne, G.: *Matemáticas para la Economía. Programación Matemática y Sistemas Dinámicos*. Ed. McGraw-Hill, 2001
- SYDSATER, K. y HAMMOND, P.: *Matemáticas para el Análisis Económico*. Prentice Hall, 1996.
- "Curso básico de matemáticas para estudiantes de economía" [http://www.unizar.es/aragon\\_tres/](http://www.unizar.es/aragon_tres/)

## Referencias bibliográficas de la bibliografía recomendada

- Balbás de la Corte, Alejandro. Análisis matemático para la economía. I, Cálculo diferencial / Alejandro Balbás de la Corte, José Antonio Gil Fana, Sinesio Gutiérrez Valdeón . [reimp.] Madrid : AC, D.L. 1991
- Balbás de la Corte, Alejandro. Análisis matemático para la economía. II, Cálculo integral y sistemas dinámicos / Alejandro Balbás de la Corte, José Antonio Gil Fana, Sinesio Gutierrez Valdeón Madrid : AC, 1990
- Ejercicios resueltos de matemáticas empresariales / P. Alegre... [et al.] . - 1<sup>a</sup> ed., 3<sup>a</sup> reimp. Madrid : AC, D.L. 2004
- García Castro, Fernando. Cálculo infinitesimal-I / Fernando García Castro, Andrés Gutiérrez Gómez . [5a. ed.] Madrid : Pirámide, D.L. 1992
- García Castro, Fernando. Cálculo infinitesimal-II / Fernando García Castro, Andrés Gutiérrez Gómez . 4a ed Madrid : Pirámide, 1992
- Gutierrez Valdeón, Sinesio. Álgebra lineal para la economía / Sinesio Gutierrez Valdeón . 2<sup>a</sup> ed., 1<sup>a</sup> reimp. Madrid : AC, 2002
- Heras Martínez, Antonio. Problemas de álgebra lineal para la economía / Antonio Heras Martínez, José Luis Vilar Zanón . Madrid : AC, 1988
- Jarne Jarne, Gloria. Matemáticas para la economía : álgebra lineal y cálculo diferencial / Gloria Jarne Jarne, Isabel Pérez-Grasa, Esperanza Minguillón Constante . Madrid [etc] : McGraw-Hill, D.L. 2004
- Manual de álgebra lineal / Francisco Muñoz...[et.al.] . 1a ed., 1a reimp. Barcelona : Ariel, 1990
- Minguillón Constante, Esperanza]. Matemáticas para la economía : álgebra lineal y cálculo diferencial : libro de ejercicios / Esperanza Minguillón Constante, Gloria Jarne Jarne, Isabel Pérez-Grasa . Madrid [etc] : McGraw-Hill, D.L. 2004
- Sydsaeter, Knut. Matemáticas para el análisis económico / Knut Sydsaeter, Peter Hammond ; traducción, Manuel Jesús Soto Prieto, José Luis Vicente Córdoba ; revisión técnica, Emilio Cerdá Tena , Xavier Martínez Guiralt . Última reimp. Madrid [etc.] : Prentice Hall, 2008