

**Máster de profesorado de Secundaria, Bachillerato, Formación Profesional
y enseñanzas de Idiomas, Artísticas y Deportivas**

Especialidad de matemáticas

Trabajo Fin de Máster

**Fracciones: una propuesta
didáctica para 1º de ESO**

Autor: María Jesús de Marcos Gómez

Director: Miguel Ángel Marco Buzunariz

Junio 2015



**Universidad
Zaragoza**

1542

Índice

A. Sobre la definición del objeto matemático a enseñar	2
B. Sobre el estado de la enseñanza-aprendizaje del objetivo matemático	5
C. Sobre los conocimientos previos del alumno	8
D. Sobre las razones de ser del objeto matemático	10
E. Sobre el campo de problemas	12
F. Sobre las técnicas	16
G. Sobre las tecnologías (justificación de las técnicas)	21
H. Sobre la secuencia didáctica y su cronograma	27
I. Sobre la evaluación	31
J. Sobre la bibliografía y páginas web	39

A. Sobre la definición del objeto matemático a enseñar

El objeto matemático que se va a estudiar a lo largo de este trabajo son las fracciones. Tomando como referencia la orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón, los contenidos a enseñar en 1º de ESO respecto a fracciones que se encuentran en el bloque 2. *Números* (curso al que va dirigida esta propuesta didáctica) son los siguientes:

- *Números racionales positivos: necesidad y usos. Sistemas de representación: notación fraccionaria; notación decimal; notación porcentual. Utilización de la recta numérica para comparar y ordenar fracciones, decimales positivos. Expresión de una fracción como número decimal; transformación de un número decimal exacto en fracción. Números periódicos. Aproximaciones decimales y redondeos. Operaciones elementales con fracciones y decimales; aproximación del resultado de acuerdo con la precisión requerida. Razón y proporción. Identificación y utilización en situaciones de la vida cotidiana de magnitudes directamente proporcionales. Porcentajes para expresar composiciones o variaciones. Utilización de técnicas escritas o con calculadora para hallar aumentos y disminuciones porcentuales. Aplicación de la proporcionalidad.*
- *Interpretación y utilización, en diferentes contextos, de los números naturales, fraccionarios, decimales positivos y sus operaciones. Elaboración y utilización de estrategias personales para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y con calculadoras. Uso de la jerarquía y propiedades de las operaciones y de las reglas de uso de los paréntesis. Formulación de conjeturas sobre situaciones numéricas y su comprobación mediante el uso de ejemplos y contraejemplos, ensayo y error, etc.*

En cuanto a los criterios de evaluación que encontramos en esta misma orden referidos a fracciones, tenemos:

- *Utilizar números naturales y enteros y las fracciones y decimales sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información en actividades relacionadas con la vida cotidiana.*
- *Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones, con números enteros, decimales y fraccionarios, utilizando la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto.*

De acuerdo con lo citado arriba, los contenidos teórico-prácticos (campo de problemas, técnicas y tecnologías asociadas) que se incluyen en esta propuesta didáctica son los siguientes:

En el campo de problemas se va a ver:

- Fracción como operador.
- Sumas y restas de fracciones con igual o distinto denominador.
- Fracción de una fracción.
- Fracción como reparto.
- Fracción inversa.
- Porcentajes.

Y las técnicas que se van a tratar son:

- Fracción como operador.
- Fracciones equivalentes. (Distintos métodos para calcularlas y comprobar si dos fracciones son o no equivalentes)

- Reducción a común denominador.
- Sumas y restas con igual o distintos denominador.
- Multiplicar y dividir fracciones.
- Operaciones combinadas.
- Porcentajes.

B. Sobre el estado de la enseñanza-aprendizaje del objetivo matemático

Para la realización de este apartado, se han analizado las propuestas didácticas de tres de las más utilizadas editoriales de libros de texto: Santillana, Edebé y SM.

La fracción es introducida normalmente en el ámbito escolar como parte de un todo. Con preguntas o ejercicios como los siguientes:

- ❶ ¿ Qué fracción de mes es un día?
- ❷ ¿ Qué fracción de hora son 20 minutos?
- ❸ Expresa mediante una fracción.
 - a) La mitad de una tarta.
 - b) Un cuarto de hora.
 - c) La tercera parte de los jugadores.

A continuación se comentan los diferentes campos de problemas, técnicas y tecnologías que se enseñan habitualmente. Aunque se hayan mencionado no significa que en todos los libros analizados aparezcan todos los tipos.

En el campo de problemas destacan:

- Problemas de repartos (en los que cuando repartes la división no es exacta).
- Problemas de medida.
- Problemas en los que se usa la fracción como operador.
- Problemas de comparación de fracciones.
- Problemas de sumas y restas de fracciones.

- Problemas de proporcionalidad en las que la fracción aparece con significado de razón.
- Problemas de porcentajes.

Y las siguientes técnicas:

- Fracciones propias e impropias.
- Ejercicios de fracción como parte de un todo.
- Cálculo de fracciones equivalentes.
- Reducción a común denominador de dos o más fracciones usando el m.c.m. o usando la técnica de amplificación multiplicando por número pequeños y aumentándolos poco a poco.
- Cálculo de la fracción irreducible mediante dos técnicas: usando el m.c.d. o simplificando poco a poco hasta no que no se pueda más.
- Comparación de fracciones con el mismo numerador o denominador o con distinto numerador y denominador.
- Orden de fracciones.
- Sumas y restas, con el mismo denominador o con distinto denominador.
- Multiplicación y división de fracciones o de un número entero y una fracción.
- Cálculo de una fracción de otra fracción.
- Porcentajes.

En general, la enseñanza de las matemáticas en el aula es en muchos casos todavía una enseñanza tradicional, pues se realiza de una forma que propicia una actitud pasiva por parte del alumno, al cual se le enseñan unas técnicas y se le enseña a trabajar con ellas

de una forma mecanizada, sin dejar que éste saque sus propias conclusiones o que desarrolle su imaginación a la hora de resolver problemas. La propuesta que se plantea en este trabajo intentará que los alumnos tomen una actitud activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje, de modo que sean ellos los que vayan construyendo su propio conocimiento.

C. Sobre los conocimientos previos del alumno

Tomando como referencia la orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón. Se puede suponer que los alumnos han aprendidos los contenidos sobre fracciones que se exponen a continuación:

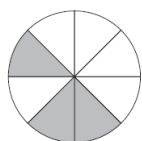
- *Contextos en que aparecen. Funciones que cumplen: medir, repartir, comparar y transformar. Lectura y escritura de fracciones: significado de numerador y denominador. Fracciones propias. Fracciones impropias: número mixto y número natural.*
- *Equivalencia de fracciones. Comparación y ordenación de fracciones - con denominadores sencillos en el caso de que sean de diferentes numeradores y denominadores- por comparación y mediante representación gráfica. Operaciones de suma y resta: situaciones, significado, terminología, símbolos y propiedades. Multiplicación y división de una fracción por un número natural: situaciones, significado, terminología, símbolos y propiedades.*
- *La fracción como operador. Multiplicación de fracciones: significado, terminología, símbolos y propiedades.*
- *La fracción como comparación de cantidades de magnitud: porcentaje. Expresión de partes utilizando porcentajes. Cálculo de tantos por ciento básicos en situaciones reales.*

Por lo que los alumnos deberían estar ya familiarizados con algunos de los contenidos que se van a enseñar y por tanto están en plenas condiciones de afrontar el aprendizaje del objeto matemático del que se ocupa esta unidad ya que los conocimientos previos que se necesitan son tener claro el concepto de unidad fraccionaria, que sepan cuales son los elementos de una fracción y lo que significan cada uno de ellos también deben saber leer y representar gráficamente fracciones de forma correcta.

Se intentará saber si los alumnos tienen estos conocimientos previos y algún otro que según el currículo deberían de saber haciendo la prueba inicial que se encuentra a continuación. Dependiendo de los resultados que se obtengan se insistirá más en unos conceptos o en otros según las necesidades del alumnado.

Prueba inicial

1. Expresa en forma de fracción la parte coloreada de las siguientes figuras.



(a)



(b)

2. Dibuja las siguientes fracciones:

a) $\frac{5}{8}$

c) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{2}{4}$

3. Completa.

FRACCIÓN	NUMERADOR	DENOMINADOR	SE LEE
$\frac{2}{5}$			
	3	7	
			seis quinceavos
	12	8	
$\frac{20}{35}$			
			dieciocho veintitresavos

4. Completa con los símbolos $<$, $>$ y $=$.

a) $\frac{5}{2} \square 1$

b) $\frac{2}{2} \square 1$

c) $\frac{3}{4} \square 1$

5. Cuatro amigos desean repartirse en partes iguales 3 tabletas de chocolate. ¿Cuánto chocolate recibe cada uno?

Ayuda: Dibuja como resolverías el problema.

D. Sobre las razones de ser del objeto matemático

La razón de ser que se va a tener en cuenta para introducir el objeto matemático es la fracción como operador y no coincide con las razones de ser históricas que son la fracción como reparto y la fracción como medida ya que en primaria ya se trabaja bastante con ellas y así se introduce en los alumnos otra razón más para la utilización de fracciones.

En cuanto a la implementación en el aula una vez hecha la prueba inicial se plantearán de forma paulatina los siguientes problemas para que los alumnos los fueran pensando. El primer problema que se planteará en el aula será el siguiente:

- Javier y su padre han ido a pasear por el puerto. Javier sabe que hoy hay 350 barcos atracados, pero tiene interés por saber cuántos hay de cada tipo.

Le pregunta a una empleada, quien le contesta lo siguiente:

- Tres séptimas partes de los barcos son veleros.
- Dos séptimas partes son lanchas a motor.
- Una décima parte son cruceros.
- El resto son barcos de carga.

A continuación se les dejará unos minutos para que reflexionen y expongan sus conclusiones. Alguno se habrá acercado a la solución final pero no todos, así que el profesor tendrá que guiarles y explicarles paso a paso como llegar a la solución. Primero se les dirá que hay que escribir con fracciones el enunciado ya que eso esperamos que sepan hacerlo y escribieran:

$$\frac{3}{7} \text{ de } 350$$

- ① Dividimos el número de barcos, 350, en 7 partes iguales, porque así lo indica el denominador: $350 : 7 = 50$
- ② Multiplicamos el resultado por 3, es decir, tomamos 3 de esas partes por que así lo indica el numerador: $50 \times 3 = 150$

- ③ La respuesta al problema es: Hay 150 veleros.

A continuación como el resto de apartados se hacen igual, el profesor les volverá a dejar un tiempo para que, esta vez tomando este apartado como ejemplo lo resuelvan como les ha explicado y dejando que reflexionen sobre la necesidad utilizar fracciones para resolver este tipo de problemas. Para finalizar les preguntarán las soluciones y es de esperar que estén bien. La clase seguirá con otro problema del mismo estilo para seguir creándoles la necesidad de utilizar fracciones para la resolución del problema.

- Luisa ha realizado las $\frac{3}{4}$ partes de los ejercicios de matemáticas que tenía que hacer hoy. Si tenía 16 ejercicios por hacer, ¿ cuántos ejercicios ha hecho? ¿ cuántos le faltan?

De la misma forma que en el problema anterior el profesor les dejará que piensen y propongan sus respuestas, con la esperanza de que como el problema anterior es parecido la mayoría lo hagan bien. Para hacer la clase un poco más interesante para los alumnos el profesor pedirá algún voluntario para que salga a la pizarra a resolver el problema y lo explique a sus compañeros.

Para finalizar los problemas que dan la razón de ser de esta unidad didáctica se termina presentando un problema de porcentajes en el que la fracción que representa el porcentaje sea usada como operador.

- En una ciudad de 23.500 habitantes, el 68 % están contentos con la gestión municipal. ¿ Cuántos ciudadanos están contentos con la gestión municipal?

De igual forma que en los problemas anteriores se deja a los alumnos que piensen y digan las respuesta que ellos creen que son las correctas. A algunos el profesor tendrá que explicarles que el $68\% = \frac{68}{100}$. Como ese puede ser el mayor conflicto que les provoque este problema y ya esta explicado, volverá a pedir la colaboración de algún alumno para que lo resuelva en la pizarra siguiendo los pasos descritos en el primer problema y les ayudará si no sabe terminarlo.

E. Sobre el campo de problemas

En esta unidad didáctica se comenzarán planteando problemas sencillos como los que se han planteado para obtener la razón de ser y poco a poco se irán añadiendo problemas más complicados en los que además de usar la fracción como operador habrá que usar más técnicas.

◆ Fracción como operador

Estos dos primeros problemas les servirán a los alumnos para practicar el uso de la fracción como operador que ya se ha visto en la razón de ser de esta unidad didáctica.

1. Juan tiene 92 cromos, pero $\frac{3}{4}$ de éstos están repetidos. ¿ Cuántos cromos repetidos tienen Juan?
2. En una clase, $\frac{3}{4}$ de sus 24 alumnos llevan gafas. ¿ Cuántos alumnos llevan gafas?

◆ Suma y resta de fracciones

En estos 3 problemas siguientes se practican sumas y restas de igual y distinto denominador, practicando a la vez el concepto de fracción equivalente así como la técnica de reducción de dos o más fracciones a común denominador.

3. En un jardín hemos plantado 100 plantas. De éstas, $\frac{3}{5}$ son geranios y $\frac{1}{5}$ son rosales. ¿ Cuántos geranios y rosales hemos plantado? ¿ Qué fracción del total representan las plantas restantes?
4. Se reparten 300€ entre 3 personas de modo que a la primera le correspondiesen las $\frac{2}{5}$ partes de esa cantidad; a la segunda $\frac{1}{3}$ de la misma cantidad y el resto para la 3ª persona. ¿ Cuánto dinero obtuvo cada una? Y ¿ qué fracción de la totalidad le correspondió a la última?

5. Un depósito de 500 litros está lleno de agua. En una primera extracción se sacan dos quintos de su contenido, en una segunda extracción se sacan 100 litros y por último se sacan los $\frac{3}{10}$ del agua restante. Calcula el volumen de agua que aún queda en el depósito.

◆ Fracción de una fracción

En los dos siguientes problemas los alumnos van a tener la necesidad de calcular una fracción de otra fracción para resolverlos.

6. Entre tres obreros tienen que excavar un pozo de 360 metros. Si el primero excava los $\frac{3}{8}$, el segundo $\frac{3}{5}$ del resto y el tercero lo que faltaba para terminar, ¿Qué fracción del pozo excava cada obrero? ¿Cuántos metros de zanja realiza cada uno?
7. Un finca de 141 hectáreas está cultivada en sus dos terceras partes. De la parte dedicada al cultivo se arriendan $\frac{2}{7}$. ¿Qué fracción cultiva el propietario? ¿Cuántas hectáreas cultiva el propietario?

◆ Fracción como reparto.

8. María recibe para merendar las $\frac{4}{9}$ partes de una tableta de chocolate y da a su hermana $\frac{2}{5}$ de su parte. Si la tableta entera ha costado 1'5 €. ¿cuánto cuesta lo que se ha comido cada niña?. El resto de la tableta se reparte a partes iguales entre sus cinco primos, hallar el coste del trozo de chocolate que se come cada uno.

◆ Problemas de modificación de la técnica de usar la fracción como operador.

En los dos siguientes problemas la clave es que los alumnos consigan plantear bien el problema y así vean que es una modificación de la técnica de fracción como operador.

9. Calcula el precio de un caballo sabiendo que las $\frac{2}{3}$ partes del precio son 990€.
10. Javier se ha gastado 453€ en la compra de una televisión. Esta cantidad representa $\frac{3}{8}$ partes del total de dinero que había ahorrado. ¿Qué cantidad de dinero había ahorrado?

◆ Problemas de porcentajes.

Estos últimos problemas son de cálculo de porcentajes, con modificaciones de la técnica y añadiendo en alguno de ellos sumas y restas.

11. En el aparcamiento de unos grandes almacenes hay 420 coches, de los que el 35 % son blancos. ¿ Cuántos coches hay no blancos?
12. Una máquina que fabrica tornillos produce un 3 % de piezas defectuosas. Si hoy se han apartado 51 tornillos defectuosos, ¿ cuántos piezas ha fabricado la máquina?
13. Un hospital tiene 420 camas ocupadas, lo que representa el 84 % del total. ¿ De cuántas camas dispone el hospital?
14. El 24 % de los habitantes de un pueblo tienen menos de 30 años. ¿ Cuántos habitantes tiene el pueblo si hay 90 jóvenes menores de 30 años?
15. ¿ Cuánto me costará un abrigo de 360 € si me hacen una rebaja del 20 %?
16. El precio de un monopatín está rebajado en un 10 %. Si costaba 40€, ¿ cuál es ahora su precio?

Las modificaciones de la técnica se aplican en los problemas 9, 10, 12, 13 y 14. En ellos, los alumnos no tienen que calcular una fracción de un número tal y como explica la técnica, sino que al plantear el problema ellos saben que la fracción de un número desconocido es igual a otro número. Para comenzar, los alumnos trataran de tantear para averiguar el número que desconocen. Pero tras unos minutos de pensamiento individual, el profesor guiará a los alumnos para que comprueben que lo que tienen que hacer es multiplicar el número que conocen por la inversa de la fracción que aparece en el enunciado. De esta manera surgirá de forma natural el concepto de fracción inversa y la técnica para la división de fracciones.

En el aula se irán proponiendo poco a poco los problemas y a partir de cada uno irán surgiendo las diferentes técnicas que se van a tratar en esta unidad didáctica, con

cada problema se empleará el tiempo suficiente para que los alumnos vayan descubriendo por ellos mismos las diferentes técnicas para resolver los problemas de fracciones. Más adelante se tratará la metodología conjunta con las técnicas y las tecnologías.

F. Sobre las técnicas

En esta unidad didáctica las técnicas van a ir surgiendo conforme se vaya avanzando en el campo de problemas y en ese orden se van a tratar en el aula con el objetivo de que todos los alumnos lleguen dominar todas y cada una de las técnicas que se usan en los problemas.

- ◆ En los ejercicios 1 y 2 se practica la técnica que utiliza la fracción como operador. Para que les quede muy claro que significa y como se calcula.

1. Calcula:

- Las horas que son una cuarta parte del día.
- Los meses que son las dos terceras partes de un año.
- Los días que son las dos quintas partes del mes de junio.
- Los minutos que son la tercera parte de una hora.
- Los gramos que son un kilo y cuarto.
- Los minutos que transcurren en tres cuartos de hora.

2. Calcula mentalmente:

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| a) $\frac{2}{3}$ de 15 | b) $\frac{1}{5}$ de 25 |
| c) $\frac{3}{6}$ de 4 | d) $\frac{8}{10}$ de 20 |

- ◆ En los cuatro ejercicios siguientes se practican distintos métodos para el cálculo de fracciones equivalentes así como para averiguar si dos fracciones son equivalentes.

3. Indica en cada caso si las fracciones son equivalentes:

- | | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\frac{3}{4}$ y $\frac{9}{12}$ | b) $\frac{5}{9}$ y $\frac{15}{27}$ | c) $\frac{4}{6}$ y $\frac{8}{18}$ |
|-----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|

4. Completa:

$$\text{a) } \frac{2}{3} = \frac{\quad}{3 \times 4} =$$

$$\text{b) } \frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{\quad} = \frac{\quad}{10}$$

$$\text{c) } \frac{8}{16} = \frac{\quad}{16 : 2} =$$

$$\frac{15}{45} = \frac{15 : 5}{\quad} =$$

5. Completa las siguientes fracciones para que sean equivalentes.

$$\text{a) } \frac{8}{10} = \frac{4}{\square} \quad \text{b) } \frac{6}{9} = \frac{\square}{3} \quad \text{c) } \frac{5}{\square} = \frac{1}{4}$$

6. Busca tres fracciones equivalentes por simplificación y tres más por amplificación.

$$\text{a) } \frac{48}{72}$$

$$\text{b) } \frac{30}{150}$$

$$\text{c) } \frac{24}{84}$$

$$\text{d) } \frac{40}{64}$$

- ♦ En este ejercicio se pretende que intuyan el método de reducción a común denominador pero no mediante el algoritmo tradicional sino más bien por tanteo. En el siguiente ejercicio se les explicará y justificará el algoritmo tradicional pero este les ayudará a darse cuenta que si van cambiando el denominador también tiene que cambiar el numerador, con esto se pretende evitar uno de los errores más comunes que se producen al aplicar el algoritmo de reducción a común denominador que es que los alumnos cambian el denominador pero no cambian el numerador.

7. Mediante la técnica de amplificación conseguid que cada pareja de fracciones tenga el mismo denominador.

$$\text{a) } \frac{6}{12} \text{ y } \frac{3}{4}$$

$$\text{b) } \frac{2}{10} \text{ y } \frac{1}{5}$$

$$\text{c) } \frac{2}{3} \text{ y } \frac{4}{5}$$

$$\text{d) } \frac{1}{4} \text{ y } \frac{3}{16}$$

- ♦ En este ejercicio se practica la suma y resta de fracciones tanto con el mismo denominador como con distinto, si estamos en el segundo caso además de la suma y la resta se practica el método de reducción a común denominador.

8. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{4}{7} + \frac{2}{7} =$

b) $\frac{3}{8} - \frac{1}{8} =$

c) $\frac{4}{5} + \frac{3}{7} + \frac{5}{8} =$

d) $\frac{3}{5} + \frac{2}{4} =$

e) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$

f) $\frac{3}{6} - \frac{3}{7} - \frac{1}{5} =$

◆ Los ejercicios 9 y 10 son distintas modificaciones de la técnica aplicada en el ejercicio 2, de las que surge el concepto de fracción inversa y división de fracciones.

9. Calcula:

a) $\frac{2}{3}$ de ... = 600

b) $\frac{4}{9}$ de ... = 156

c) $\frac{4}{5}$ de ... = 20

d) $\frac{3}{4}$ de ... = 36

e) $\frac{5}{8}$ de ... = 500

f) $\frac{3}{10}$ de ... = 45

10. Calcula el termino que falta:

a) $\frac{\square}{3}$ de 33 = 22

b) $\frac{2}{\square}$ de 75 = 30

c) $\frac{4}{\square}$ de 100 = 80

d) $\frac{\square}{7}$ de 140 = 100

◆ En este ejercicio se practica la técnica de calcular una fracción de otra fracción.

11. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{2}{7}$ de $\frac{3}{4}$

b) $\frac{6}{5}$ de $\frac{2}{9}$

c) $\frac{13}{25}$ de $\frac{20}{23}$

d) $\frac{3}{10}$ de $\frac{18}{19}$

◆ En los ejercicios 12 y 13 se practican las técnicas de multiplicación y división de fracciones.

12. Realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} =$

b) $\frac{6}{7} \times \frac{3}{2} =$

c) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} =$

d) $\frac{3}{8} \times \frac{5}{6} =$

13. Realiza las siguientes divisiones:

a) $\frac{4}{7} : \frac{2}{7} =$

b) $\frac{15}{6} : \frac{3}{1} =$

c) $\frac{2}{9} : \frac{3}{5} =$

d) $\frac{3}{7} : \frac{5}{6} =$

- ◆ Este ejercicio, el 14, es una clara modificación de de los ejercicios 12 y 13, y como no pueden seguir la técnica tal cual se ha explicado al principio comenzaran a resolverlo por tanteo pero poco a poco irán averiguando que hay técnicas más directas y rápidas que el tanteo.

14. Completa.

a) $\frac{3}{7} \times \frac{5}{\square} = \frac{15}{42}$

b) $\frac{\square}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$

c) $\frac{2}{5} \times \frac{5}{\square} = 1$

d) $\frac{4}{\square} \times \frac{5}{4} = 1$

e) $\frac{2}{5} : \frac{3}{\square} = \frac{8}{15}$

f) $\frac{4}{\square} : \frac{2}{7} = \frac{28}{10}$

- ◆ En el ejercicio 15 se práctica el cálculo de operaciones combinadas y la correcta aplicación de la jerarquía de las operaciones.

15. Realiza las siguientes operaciones combinadas prestando especial atención en la jerarquía de las operaciones:

a) $\frac{2}{3} : \left[5 : \left(\frac{2}{4} + 1 \right) - 3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \right] =$

b) $\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9} \right) + 13 \left(\frac{2}{3} - 1 \right) \left(\frac{1}{2} - 1 \right) 2\frac{1}{2} \right] =$

- ◆ En este ejercicios se práctica el cálculo de porcentajes de una cantidad dada.

16. Calcula en tu cuaderno:

a) 5 % de 400

c) 32 % de 384000

b) 25 % de 1200

d) 55 % de 1960

- ◆ Y por último en este ejercicio se ve una clara modificación del ejercicio anterior pero que no les va a costar resolver ya que es igual al ejercicio 9 cuando son consecuentes de un porcentaje es una de fracción.

17. Completa:

- a) 25 % de ... =250
- b) 75 % de ... =180
- c) ... % de 500 = 125
- d) ... % de 300 = 30

Estas técnicas son adecuadas al campo de problemas que se ha propuesto anteriormente ya que la mayoría surgen cuando se quiere resolver alguno de ellos, aunque también hay algún ejercicio que es una modificación de dichas técnicas. Estas modificaciones son necesarias para que los alumnos afiancen las técnicas iniciales.

La metodología tanto de estas técnicas, como de los problemas y las tecnologías que se verán a continuación se tratará de forma conjunta en el apartado sobre la secuencia didáctica y su cronograma.

G. Sobre las tecnologías (justificación de las técnicas)

Las técnicas se van a justificar de forma conjunta entre el profesor y los alumnos, al comienzo del tema el profesor dará barras de plastilina de diferentes tamaños a cada alumno y les dirá que traigan una regla. Con estos materiales y la ayuda del profesor se podrán justificar la mayoría de las técnicas que van a aprender en esta unidad didáctica.

Lo primero que se va a justificar es lo que da sentido a esta unidad didáctica que es usar la fracción como operador. Así que lo primero que harán será coger una barra de plastilina y les dirá que hagan los $\frac{2}{3}$ de dicha barra, es decir, que la dividan en 3 partes y cojan 2 y para que practiquen les dirá que calculen también los $\frac{2}{5}$ y los $\frac{3}{4}$.

Antes de comenzar la justificación de la suma de fracciones el profesor tendrá que ayudar a los alumnos a razonar porque se habla de la suma de $\frac{3}{5} + \frac{1}{4}$ y no de $\frac{3}{5}x + \frac{1}{4}x$ y la razón que les dará es muy sencilla y es que $\frac{3}{5}x + \frac{1}{4}x = \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{4}\right)x$ y por tanto lo que realmente se opera son las fracción sin tener en cuenta sobre que número o cantidad se está aplicando el operador.

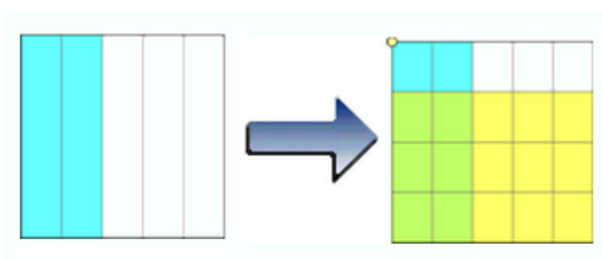
Para justificar la suma el profesor les dirá a los alumnos que cojan dos barras de plastilina del mismo tamaño, y les va a pedir que realicen la siguiente suma $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Por tanto lo primero que harán será aplicar el operador $\frac{1}{2}$ sobre una de las barras y el operador $\frac{1}{3}$ sobre la otra como ya les ha explicado.

Como lo que los alumnos quieren es sumar y poder expresar el resultado como fracción van a tener que pensar como hacerlo, con un poco de ayuda del profesor que les sugerirá que pongan ambas barras en paralelo y los dividan en partes más pequeñas hasta que las nuevas marcas coincidan exactamente con las marcas antiguas que habían hecho antes, les insistirá en que las marcas tienen que coincidir en las dos barras. Una vez conseguido verán que han tenido que dividir las barras en 6 partes y ahora con las nuevas divisiones podrán juntar los partes que han quedado y de la primera porción habrán cogido $\frac{3}{6}$ y de la segunda $\frac{2}{6}$ al unirlos o sumarlos van a obtener el resultado final que será $\frac{5}{6}$.

Con la justificación de la suma también han aprendido lo que son fracciones equivalentes ya que el profesor conseguirá que se fijen en que ocupan lo mismo $\frac{1}{2}$ de la barra de plastilina que $\frac{3}{6}$. El profesor también les habrá explicado lo que es la reducción a común denominador y les hará ver que eso es lo que han aplicado cuando han hecho coincidir las nuevas marcas con las antiguas. Para finalizar el profesor pedirá a los alumnos que siguiendo los pasos que han hecho para la suma justifiquen la resta.

La justificación de la multiplicación la van a hacer con cartulina, el profesor les mandará que realicen la siguiente multiplicación $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$ y lo que harán será calcular los $\frac{2}{5}$ del trozo de cartulina que el profesor les indique y de la parte resultante calcularán los $\frac{3}{4}$ y ya tendrán el resultado.

Los pasos que seguirán se muestran en la figura de abajo, primero recortarán un cuadrado y luego dividirán el cuadrado en 5 partes iguales y pintarán 2 de azul, el siguiente paso como se ve en el dibujo es dividir el mismo cuadrado en 4 y pintar 3 de amarillo, el resultado final lo averiguarán contando los trozos en los que ha quedado dividido el cuadrado y viendo cuales están pintados de verde que es la mezcla de azul y amarillo y verán que son los $\frac{6}{20}$ de la cartulina.



La justificación de la división se realizará con los problemas en los que se ha modificado la técnica, por ejemplo: Si un depósito contiene 3000 litros cuando está ocupando los $\frac{3}{4}$ del depósito. ¿Cuántos litros caben cuando el depósito está totalmente lleno?

Que como ya se ha dicho anteriormente a base de tantear y ensayo error los alumnos llegarán a que tienen que multiplicar 3000 por $\frac{4}{3}$ y que esto es lo mismo que multiplicar por la fracción inversa. Y con ayuda del profesor llegarán a ver que multiplicar por la fracción inversa es lo mismo que dividir.

Lo esencial es que los alumnos hagan un planteamiento correcto del problema y escriban $\frac{3}{4}$ de $\dots = 3000$ (en caso de que no supieran plantearlo se les guiaría).

Una vez los estudiantes hayan planteado bien el problema, tendrán que deducir que el número que deben escribir en lugar de los puntos suspensivos es mayor que 3000, ya que cuando se multiplica un número por $\frac{3}{4}$, el número en cuestión disminuye.

Una vez que los alumnos lleguen a esa deducción como primer paso para la resolución del problema, será el profesor el que les guíe para que se den cuenta de que, si dividen por tres el número dado (3000), podrán averiguar a qué número correspondía cada una de las cuatro partes de la fracción (en este caso, 1000). Así, descubrirán que para averiguar qué cifra había al principio (la que se oculta bajo los puntos suspensivos), solo tienen que multiplicar lo que había en cada parte (1000) por 4, obteniendo así la solución final: 4000.

Finalmente, el profesor ayudará a la clase a fijarse en que lo que han hecho a lo largo de este proceso es multiplicar 3000 por la fracción inversa de $\frac{3}{4}$. O lo que es lo mismo, les mostrará que han dividido 3000 entre $\frac{3}{4}$ para llegar al resultado final.

Como ya se ha visto la responsabilidad de la justificación de las técnicas recae en los alumnos y el profesor de forma conjunta, en cambio el proceso de institucionalización va a ser llevado cabo por el profesor ya que es capaz de ordenar lo que los alumnos han descubierto durante la justificación de las técnicas.

- ◆ La primera técnica que se va a institucionalizar es la técnica de reducción de fracciones a común denominador
 - ❶ Conseguir que todas las fracciones tengan el mismo denominador como han hecho con las barras de plastilina que las han dividido todas en las mismas partes.
 - ❷ Calcular por cuanto se ha multiplicado cada denominador, osea que vean en cuantos trozos han dividido cada una de las partes en las que ya estaba dividida la barra y verán que coincide con el número que multiplica al denominador.
 - ❸ Multiplicar cada numerador por lo que se ha multiplicado su denominador, en

otras palabras, comprobar que si cogen los trozos de la barra de plastilina que habían elegido antes y vuelven a contar las partes que ahora tienen, estos se han multiplicado por el mismo número que el denominador de su fracción.

- ◆ La instucionalización de la suma requiere un orden a seguir y lo mejor para los alumnos es numerar los pasos (aunque sean pocos para que tengan claro el orden) a seguir de la siguiente forma.
 - ❶ Si las fracciones tienen distinto denominador, lo primero que hay que hacer es reducir a común denominador.
 - ❷ Una vez hayan visto que todas las barras están divididas en las mismas partes tendrán que ver las partes que han cogido de cada barra de plastilina, es decir, si las fracciones tienen el mismo denominador o ya se han reducido a común denominador hay que fijarse en los numeradores.
 - ❸ Los alumnos unirán los trozos que han cogido de todas las fracciones y contarán cuantos hay, es decir se suman los numeradores y esa suma se escribe en el numerador de la fracción resultante que tiene como denominador el que tenían todas las fracciones, o sea el número de partes en el que estaban divididas las barras de plastilina.
- ◆ Para la resta se siguen prácticamente los mismos pasos que para la suma con la diferencia de que el final en vez de sumar los numeradores se restan.
- ◆ Para la técnica de amplificación, una de las formas de calcular fracciones equivalentes se les darán las siguientes directrices:
 - ❶ Los alumnos decidirán en cuantas trozos quieren dividir cada fragmento en el que ya se ha partido la barra de plastilina o lo que es lo mismo elegirán el número por el que se va a multiplicar numerador y denominador.
 - ❷ Partirán cada fragmento en el número de trozos que hayan decidido, en otras palabras multiplicarán numerador y denominador de la fracción dada por el número que se ha elegido.

- 3 Contarán los trozos que han cogido y en los que han dividido la barra de plastilina, esto es, el resultado de multiplicar el numerador por el número elegido se escribe en el numerador de la fracción resultante y el resultado de multiplicar el denominador por el número elegido se escribe en el denominador de la fracción resultante.

◆ Para la multiplicación de fracciones se van a seguir los siguientes pasos:

- 1 Multiplicar los numeradores, este producto es el número de trozos que se pintan de dos colores en la cartulina sobre las que se aplican estas dos fracciones.
- 2 Multiplicar los denominadores, este producto es el número total de partes en las que se divide la cartulina sobre la que se aplican las fracciones.
- 3 Contar los trozos coloreados de dos colores y ese número se escribirá en el numerador y contar el número total de partes en las que se ha dividido la cartulina y ese será el denominador o lo que es lo mismo, escribir en el numerador de la fracción resultante el producto de los numeradores y en el denominador el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

◆ Para la división de fracciones se van a seguir los siguientes pasos que han surgido de la resolución del problema que se ha planteado en la justificación de la división:

- 1 Invertir la segunda fracción es decir cambiar el numerador por el denominador.
- 2 Multiplicar la fracción que ocupaba el lugar de dividendo por la que ocupaba el lugar de divisor pero esta última invertida.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

◆ Para calcular un porcentaje de un número se van a seguir los siguientes pasos:

- 1 Dividir el número entre 100.

- ② Multiplicar el resultado del cociente anterior por el porcentaje que se quiere calcular.

El cálculo de porcentajes no se explica más ya que cuando el profesor consigue que entiendan que un porcentaje es una fracción es volver a todo lo anterior.

H. Sobre la secuencia didáctica y su cronograma

En 1º de la ESO hay cuatro clases de matemáticas cada semana y como este tema es muy importante se van a usar 12 sesiones, es decir tres semanas del curso. A continuación se presenta una secuenciación de las actividades con su duración temporal aproximada de como se repartirá el campo de problemas, las técnicas y las tecnologías en las 12 sesiones que se van a dedicar a esta unidad didáctica.

- 1ª En esta sesión se dedicará la mitad de la clase a que los alumnos realicen la prueba inicial y en la segunda mitad el profesor comenzará planteando los problemas que se han usado como razón de ser para que puedan reflexionar sobre ello en casa y realicen los ejercicios 1 y 2 para la siguiente clase.
- 2ª La clase comenzará corrigiendo los ejercicios 1 y 2 y proponiendo los problemas 1 y 2 que son similares a los planteados como razón de ser para comprobar si realmente han entendido la razón con la que se quiere trabajar. Una vez corregidos los problemas se les entregarán las barras de plastilina que cada uno tendrá asignado para usar en esta unidad para que vean por ellos mismo que hacen cuando están escribiendo los $\frac{3}{5}$ de una determinada cantidad.
- 3ª Esta sesión comenzará de nuevo usando la plastilina ya que es necesario que justifiquen con ayuda del profesor que son las fracciones equivalentes. De ahí se pasará a justificar como se reduce a común denominador y la técnica de amplificación ya que son conceptos muy relacionados. Una vez se haya observado que los han entendido se les dejará un tiempo en clase para que realicen los ejercicios 3, 4, 5, 6 y 7, si no los terminan en clase tendrán que terminarlos en casa para la siguiente clase.
- 4ª Se comenzará la clase corrigiendo los ejercicios propuestos en la clase anterior y seguirá proponiendo el problema 3 y dejando unos minutos para que lo piensen. En este problema van a tener la necesidad de sumar y restar fracciones además de seguir ahondando en la razón de ser de la que surge esta unidad didáctica. Si tie-

nen dificultades se les orientará para que alcancen la solución. Una vez se haya corregido el problema 3 se les planteará el problema 4 que es muy parecido al 3, la única diferencia es que en este tendrán sumar fracciones con distinto denominador, así que si alguno no recuerda como se hace se le recordará la clase anterior en la que con plastilina han aprendido lo que era reducir dos fracciones a común denominador. Para afianzar las técnicas los alumnos realizarán el ejercicio 8. Una vez finalizado el ejercicio o al menos habiendo dejado un tiempo prudencial para que lo hicieran se corregirán los ejercicios que había pendientes de la sesión anterior.

5^a Esta sesión comenzará corrigiendo el ejercicio 8 para asegurar que han aprendido correctamente a sumar y restar fracciones. Luego se planteará el problema número 5 que es también parecido al anterior pero con ligeras variaciones ya que tienen que darse cuenta sobre que se está aplicando la fracción en cada parte del problema. Cuando ya se ha finalizado el problema y se han corregido los inevitables errores, se propondrá el siguiente ejercicio, el número 6, en el que tendrán que calcular la fracción de una fracción. Antes de corregir las soluciones de los alumnos tendrán que sacar una cartulina que el profesor había pedido que trajeran el día anterior para que aprendan lo que significa calcular la fracción de una fracción o la multiplicación de fracciones. Y gracias a la justificación que se construirá de forma conjunta entre el profesor y los alumnos, estos últimos podrán volver al problema que se había quedado sin corregir y así justificar cada paso que dan en la resolución del problema. Para que practiquen la nueva técnica aprendida se les dejará que hagan lo que queda de clase los ejercicios 11 y 12 y si no terminan los tendrán que terminar en casa junto con el problema 7.

6^a La clase comenzará corrigiendo los ejercicios 11 y 12 y dejando que un alumno voluntario resuelva en la pizarra el problema número 7, ya que si alguno no ha terminado de entender los problemas igual le ayuda que un compañero lo explique en la pizarra. Para continuar se les propondrá el problema 8 y como es algo más complicado que el resto se les dirá que lo resuelvan en parejas y que vayan preguntando

sus dudas al profesor, se les dejará pensarlo entre 5 y 10 minutos. El profesor pedirá a cada pareja que entregue la solución que han obtenido para revisarla en casa y comprobar donde están los fallos más gordos. Para finalizar la clase el profesor mandará el problema número 9 para que lo piensen en casa dándoles el resultado final para que así vayan pensando diferentes formas de resolverlo y no se queden con la primera solución que piensen sin saber si esta bien o mal.

7^a Al comenzar la clase el profesor devolverá a los alumnos las soluciones que le habían entregado del problema 8 y comentará los errores más graves mientras resuelve el problema en la pizarra. Después les preguntará si han conseguido llegar a la solución del problema 9, algunos si habrán conseguido llegar así que pedirá algún voluntario para que les explique a sus compañeros como ha llegado a la solución final (el profesor se asegurará de que el alumno que va a salir a la pizarra ha llegado a la solución de forma correcta). Una vez el alumno voluntario haya explicado el problema el profesor se asegurará de que todos han entendido la explicación. A continuación sugerirá el problema número 10 y además para que practiquen la técnica que surge en estos problemas se propondrá el ejercicio número 9 y el 10, que es similar al 9 pero con una ligera modificación de la técnica.

8^a La sesión comenzará corrigiendo los ejercicios 9 y 10 y el problema número 10. Tanto el problema 9 como el 10 son usados como justificación de la técnica de multiplicar por la fracción inversa. A continuación los alumnos realizarán los ejercicios 13, 14 y 15 para asegurar que tienen las técnicas de multiplicación y división controladas y además de eso que saben aplicar la jerarquía de las operaciones aprendidas en unidades anteriores.

9^a Esta clase comenzará con el problema 11, se pretende que se den cuenta de que los porcentajes también son fracciones usados como operadores. Este problema se resuelve de la misma forma que los problemas que se han planteado como razón de ser, de hecho es muy parecido a uno de ellos. Una vez se ha resuelto el problema con las pertinentes explicaciones y justificaciones se dejará a los alumnos que hagan

ellos solos el problema 12 dándoles tiempo para que lo piensen. Para finalizar la clase se les sugerirá que realicen el ejercicio 16 para que practiquen la técnica de calcular un porcentaje de un número.

10^a La clase comenzará con la corrección del ejercicio 16 y comprobando que todos realizaron correctamente el problema 12. A continuación se planteará el problema 13 que supone una modificación de la técnica ya conocida para fracciones por tanto no les costará relacionarla con la que ya han aprendido. Se les dejará algo de tiempo para que lo piensen y se comprobarán los resultados entre todos, una vez se ha terminado con el problema 13, se propondrán los problemas 14 y 15 y el ejercicio 17 para que practiquen la técnica que surge en alguno de estos problemas que es la de multiplicar por la fracción inversa. Se les dejará tiempo para que los hagan en clase y los que no les de tiempo los realizarán en casa.

11^a La última sesión previa al examen comenzará proponiendo a los alumno el problema número 16 y dejando que lo resuelvan solos. Una vez transcurrido un tiempo prudencial para que la mayoría lo haya resuelto el profesor formara grupos de 4, con alumnos con distintos niveles de aprendizaje, es decir, en un mismo grupo habrá alumnos que entiendan todo a la primera y alumnos a lo que les cueste más. Cuando los grupos ya están formados el profesor dejará que pongan en común los ejercicios que faltan por corregir para que todos los miembros del grupo consigan entenderlos con ayuda de sus compañeros, al finalizar la puesta en común se pedirá que entre todos corrijan los ejercicios en la pizarra. Para terminar la clase se les dejarán unos minutos para que pregunten las dudas que tengan para el examen.

12^a Esta sesión es la dedicada al examen que se encuentra en el apartado siguiente de esta unidad didáctica.

I. Sobre la evaluación

Las preguntas de la prueba escrita son las siguientes:

1. Calcula y simplifica el resultado: (1.75 puntos)

a) $2 + \frac{5}{6} + \frac{6}{9}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{11}{15}$

c) $\frac{4}{3} \times \frac{9}{10}$

d) $\frac{15}{9} : \frac{10}{6}$

e) $\frac{5}{12} - \frac{2}{3} \times \frac{5}{3}$

f) $\frac{2}{3} \times \frac{13}{4} - \left(\frac{2}{3} : \frac{9}{2} + \frac{1}{5} \right)$

2. Comprueba si los siguientes pares de fracciones son equivalentes.(1 punto)

a) $\frac{5}{30}$ y $\frac{1}{6}$

b) $\frac{3}{2}$ y $\frac{2}{4}$

3. Busca dos fracciones equivalentes, una por amplificación y otra por simplificación, a cada una de las siguientes.(1 punto)

a) $\frac{10}{150}$

b) $\frac{13}{26}$

4. En un instituto de 700 alumnos, $\frac{3}{7}$ son chicos: (1.5 puntos)

a. ¿Cuál es la fracción de chicas?

b. ¿Cuántos chicos hay?

c. ¿Cuántas chicas hay?

5. Me he comido $\frac{4}{7}$ de las fresas que había en mi casa; si todavía quedan 180g ¿Cuántos había al principio (1.5 puntos)

6. Un billete de avión a París costaba el verano pasado 460€. Si este año ha subido un 20 %,¿ cuánto vale ahora el billete? (1.5 puntos)

7. Una familia cuyos ingresos mensuales son de 2000 €, invierte las tres décimas partes de su presupuesto en comida, un quinto en ropa, un décimo en ocio y un cuarto en otros gastos. ¿ Cuánto ahorra en un año? (1.75 puntos)

A continuación se va a analizar que aspectos del conocimiento de los alumnos sobre fracciones se evalúa en cada pregunta y cuanta puntuación restaremos según el error cometido.

Pregunta 1

Se evalúa si han adquiridos las destrezas para sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones y si respetan la jerarquía de las operaciones y las han aplicado bien en el ejercicio.

Se tiene como tarea principal que apliquen correctamente los algoritmos de sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones así como el de reducción a común denominador. Como tarea auxiliar general sumar, restar o multiplicar los numero enteros que surgen en las operaciones con fracciones.

En este ejercicio hay 6 operaciones las 5 primeras valen 0.25 puntos cada una y la última vale 0.5 puntos. Si se falla en alguna de las tareas principales la operación valdrá 0 puntos, en caso de fallar en alguna de las tareas auxiliares generales siguiendo el modelo de tercios se restará 0.08 puntos en cada una de las operaciones que se falle.

Pregunta 2

Se evalúa si han aplicado correctamente los algoritmos específicos para comprobar si dos fracciones son equivalentes.

Como tarea principal se tiene la aplicación correcta del algoritmo antes mencionado y como tarea auxiliar general los productos de los números naturales que aparecen como resultado de la aplicación de la técnica de comprobación de fracciones equivalentes.

Como en este ejercicio hay dos apartados cada una valdrá 0.5 puntos, si se falla en la tarea principal el apartado valdrá 0 puntos, en caso de fallar en la tarea auxiliar general restaremos 0.15 puntos en el apartado que se haya fallado.

Pregunta 3

Se evalúa si han aplicado correctamente las técnicas de amplificación y simplificación y si saben distinguirlas.

En este ejercicio las tareas principales son la técnica de amplificación y la de simplificación y la tarea auxiliar general son los productos y cocientes de números naturales que van a aparecer en el ejercicio.

Como en este ejercicio hay dos apartados cada uno valdrá 0.5 puntos, si se falla en la tarea principal el apartado valdrá 0 puntos en caso de fallar en la tarea auxiliar general restaremos 0.15 puntos en el apartado que se haya fallado.

Pregunta 4

Se evalúa que hayan planteado el problema correctamente, todas las operaciones necesarias para resolverlo y que las hayan resuelto adecuadamente llegando al resultado que les pedían interpretando los resultados.

Como tarea principal se tiene el planteamiento del problema y la interpretación de los resultados. Como tarea auxiliar general, resolver correctamente las operaciones que aparezcan en el planteamiento.

Si plantean mal el problema la puntuación será de 0 puntos, si no interpretan correctamente el resultado se restará 0.5 puntos y si no resuelven el problema completamente o no llegan al resultado final se restará 0.5 puntos. Si falla en alguna operación se restará 0.5 puntos.

Pregunta 5

Se evalúa que hayan planteado el problema correctamente, todas las operaciones necesarias para resolverlo y que las hayan resuelto adecuadamente llegando al resultado que les pedían interpretando los resultados.

Como tarea principal se tiene el planteamiento del problema y la interpretación de los resultados. Como tarea auxiliar específica, aplicar correctamente la modificación de

la técnica que aparece en este problema y como tarea auxiliar general, resolver las operaciones que aparezcan en el planteamiento.

Si plantean mal el problema la puntuación será de 0 puntos, si no interpretan correctamente el resultado se restará 0.5 puntos y si no resuelven el problema completamente o no llegan al resultado final se restará 0.5 puntos. Si fallan en la tarea auxiliar específica se restará 1 punto y si fallan en alguna operación se restará 0.5 puntos.

Pregunta 6

Se evalúa que hayan planteado el problema correctamente, todas las operaciones necesarias para resolverlo y que las hayan resuelto adecuadamente llegando al resultado que les pedían interpretando los resultados.

Como tarea principal se considera el cálculo correcto del porcentaje que se pide, el planteamiento adecuado del problema así como la interpretación del resultado. Como tareas auxiliares generales la correcta resolución de las operaciones.

Si plantean mal el problema la puntuación será de 0 puntos, si no interpretan correctamente el resultado se restará 0.5 puntos y si no resuelven el problema completamente o no llegan al resultado final se restará 0.5 puntos. Si se falla en alguna operación se restará 0.5 puntos.

Pregunta 7

Se evalúa que hayan planteado el problema correctamente, todas las operaciones necesarias para resolverlo y que las hayan resuelto adecuadamente llegando al resultado que les pedían interpretando los resultados.

Como tarea principal se tiene el planteamiento del problema y la interpretación de los resultados. Como tarea auxiliar general, la resolución correcta de las operaciones.

Si plantean mal el problema la puntuación será de 0 puntos, si no interpretan correctamente el resultado se restará 0.5 puntos, si fallan en alguna operación se restará 0.5 puntos y si no se resuelve el problema completamente o no se llega al resultado final se restará 0.5 puntos.

A continuación se hablará de las posibles soluciones tanto correctas como incorrectas que se espera encontrar como respuestas de los alumnos a esta prueba.

Pregunta 1

En esta pregunta solo hay una respuesta correcta que es la que se pide ya que al tratarse de operaciones solo hay una forma de realizarlas porque la división aunque hay dos formas de hacerla en esta unidad didáctica solo se va a enseñar la técnica de multiplicar por la fracción inversa. Y en el orden la jerarquía de las operaciones no da lugar a elegir excepto en el apartado f) que existen estas dos opciones:

$$\frac{26}{12} - \left(\frac{4}{27} + \frac{1}{5} \right) = \frac{26}{12} - \frac{4}{27} - \frac{1}{5} = \frac{491}{270}$$

La última operación no la desarrollo porque bien solo hay una forma de hacerla.

$$\frac{26}{12} - \left(\frac{4}{27} + \frac{1}{5} \right) = \frac{26}{12} - \frac{47}{135} = \frac{491}{270}$$

Respecto a los posibles errores que se pueden encontrar en este ejercicio el que más se va a repetir sin duda es el de aplicar mal la técnica de reducir a común denominador ya que muchos alumnos se van a olvidar de multiplicar el numerador por el mismo número que han multiplicado el denominador. Otro error muy frecuente es el de olvidar la jerarquía de las operaciones y realizarlas en el orden que aparecen o en el orden que a ellos les va mejor y por último y no menos importante hay que nombrar los que confunden las técnicas de multiplicación y división y las aplican al revés.

Pregunta 2

Entre las respuestas correctas que se esperan en este ejercicio esta el algoritmo de multiplicar en aspa ambas fracciones y comprobar que producto de medios es igual a producto de extremos y la otra forma de realizar correctamente el ejercicio es realizar el cociente de ambas fracciones y ver si el resultado es el mismo. Un ejemplo de este último algoritmo empleado es el siguiente:

$$5 : 1 = 5 \text{ y } 30 : 6 = 5 \Rightarrow \text{Las fracciones son equivalentes.}$$

$$3 : 2 = 1,5 \text{ y } 2 : 4 = 0,5 \Rightarrow \text{Las fracciones no son equivalentes.}$$

El error más frecuente que se encuentra en este ejercicio es que en vez de multiplicar en aspa multipliquen como si fuera una multiplicación, es decir:

$$5 \times 1 \neq 30 \times 6 \Rightarrow \text{Estas dos fracciones no son equivalentes.}$$

Pregunta 3

Las diferentes respuestas correctas que se pueden encontrar en este ejercicio son meramente cuantitativas es decir, cuando los alumnos amplifiquen unos multiplicaran por números más pequeños y otros por número más grandes.

En cuanto a los errores que se pueden encontrar uno es dividir o multiplicar solo el numerador o el denominador y otro menos grave y menos frecuente sería confundir amplificación con simplificación.

Pregunta 4

Solo hay una respuesta posible a la primera pregunta que es restarle al total los $\frac{3}{7}$ es decir:

$$\frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

La segunda pregunta los alumnos podrían responderla de dos maneras:

La primera sería dividiendo 700 entre 7 y multiplicando por 3 es decir:

$$700 : 7 = 100 \Rightarrow 100 \times 3 = 300$$

La segunda sería multiplicando 700 por 3 y dividiendo por 7 es decir:

$$700 \times 3 = 2100 \Rightarrow 2100 : 7 = 300$$

La tercera pregunta se puede resolver de dos formas restando a 700 el número de chicos que han calculado en la pregunta anterior o utilizando la fracción como operador y pueden resolverlo como el apartado anterior.

El error más destacado es que en la primera pregunta muchos fallan en que no saben a que total hay que restarle los $\frac{3}{7}$ aunque parezca increíble más de uno hará la siguiente resta:

$$700 - \frac{3}{7}$$

Pregunta 5

Como respuesta correcta solo hay una que es:

1º Averiguar que fracción de fresas quedan es decir,

$$\frac{7}{7} - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$$

2º Plantear el problema de la siguiente forma:

$$\frac{3}{7} \text{ de } \dots = 180$$

3º Multiplicar 180 por $\frac{7}{3}$ y ya se tiene la solución

$$180 \times 7 = 1260 \Rightarrow 1260 : 3 = 420$$

Este último paso se puede hacer así o dividiendo 180 por 3 y multiplicando por 7 es la única variación posible.

En este problema se van a encontrar varios errores, el más básico y que mucho alumnos cometen es usar los dos números que hay en el enunciado es decir,

$$\frac{4}{7} \text{ de } 180$$

Otro de los errores que se cometen a menudo es olvidarse de restar los cuatro séptimos al total y plantear el problema de forma incorrecta

$$\frac{4}{7} \text{ de } \dots = 180$$

También pueden llegar a plantear bien el problema habiendo hecho bien los pasos 1º y 2º pero resolverlo mal es decir, multiplicar 180 por $\frac{3}{7}$ en vez de por $\frac{7}{3}$.

Pregunta 6

Este problema puede resolverse de varias formas según como calculen el porcentaje. La primera forma es multiplicar 460×0.2 .

La segunda es dividir 460 entre 100 y multiplicar ese resultado por 20. Cualquiera de las dos formas es correcta para calcular el 20 % de 460 que es 92.

El siguiente paso solo hay una forma de hacerlo y es realizar la siguiente suma $460+92=552$.

El error más común aunque básico en este problemas es olvidarse de sumar el 92 a 460, ya que mucho alumnos piensan que ya han terminado una vez han calculado el porcentaje.

Pregunta 7

Este problema puede resolverse de dos formas correctas.

La primera es sumar todas las fracciones que aparecen en el enunciado es decir,

$$\frac{3}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{4} = \frac{17}{20}$$

Calcular los $\frac{17}{20}$ de 2000 y el resultado restárselo a 2000.

La segunda forma es calcular por separado lo que se gasta en comida, ropa, ocio y otros gastos, sumarlo y el total restárselo a 2000.

Si se resuelve de la primera forma el error más común es no reducir bien a común denominador. Y resolviéndolo de cualquiera de las dos formas otro error que puede ocurrir es que una vez sumados todos los gastos no los resten a 2000 y por tanto no lleguen a la solución final.

J. Sobre la bibliografía y páginas web

- [1] REDAL, E.J., GARCÍA, P., PÉREZ, C. (2007) *Matemáticas 1º ESO*, Editorial Santillana
- [2] CARRERA, A., CELMA, J, SERRANO, E., MORENO, M. (2009) *Matemáticas-Múltiplo para 1º de ESO*, Editorial SM
- [3] LINARES CISCAR, S., SÁNCHEZ GARCÍA, M.V. (1988) *Fracciones. La relación parte-todo*, Editorial Síntesis
- [4] GUASCH, M., MERINO, R.M., SOLSONA, J.(1996)*Matemáticas. 1º ESO. Primer Ciclo*, Editorial Edebé
- [5] GAIRÍN, J.M., MUÑOZ, J.M., OLLER, A.M.(2012)*Propuesta de un modelo para la calificación de exámenes de matemáticas*. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 261 - 274). Jaén: SEIEM
- [6] http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/sumarestafracciones/suma_con_diferente_denominador.html
- [7] <http://funes.uniandes.edu.co/884/1/20Conferencias.pdf>
- [8] <https://univiassecmatematicas1.wordpress.com/2012/11/30/de-donde-vienen-las-fracciones/>
- [9] <http://www.bdigital.unal.edu.co/6084/1/43701138.2012.pdf>
- [10] http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_1eso_fracciones/1quincena5.pdf

- [11] <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4059230>
- [12] http://agrega.hezkuntza.net/repositorio/07052011/79/es-eu_2011042033_1310503/numeros_fraccionarios/modulos/es/content_1_4.html
- [13] <http://web.educastur.princast.es/ies/pravia/carpetas/recursos/mates/anaya1/Programa/menu.htm>
- [14] http://www.iessuel.es/portal/attachments/article/393/1RF_FRAC.pdf
- [15] <http://www.portaleducativo.net/pais/es/quinto-basico/531/Que-es-una-fraccion>
- [16] <http://www.alasala.cl/wp-content/uploads/2013/06/Problemas-de-porcentajes.pdf>
- [17] <http://oscarm.aprenderapensar.net/files/2009/11/13.LASFRACCIONES.pdf>