

Laura Angélica Arévalo Díaz

# Desarrollo de técnicas ópticas avanzadas para el análisis de sistemas biomédicos

Departamento  
Física Aplicada

Director/es

Arroyo de Grandes, María Pilar  
Palero Díaz, Virginia

<http://zaguan.unizar.es/collection/Tesis>

© Universidad de Zaragoza  
Servicio de Publicaciones

ISSN 2254-7606





**Universidad**  
Zaragoza

Tesis Doctoral

# DESARROLLO DE TÉCNICAS ÓPTICAS AVANZADAS PARA EL ANÁLISIS DE SISTEMAS BIOMÉDICOS

Autor

Laura Angélica Arévalo Díaz

Director/es

Arroyo de Grandes, María Pilar  
Palero Díaz, Virginia

**UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA**

Física Aplicada

2015





**Universidad**  
Zaragoza

## Tesis Doctoral

### DESARROLLO DE TÉCNICAS ÓPTICAS AVANZADAS PARA EL ANÁLISIS DE SISTEMAS BIOMÉDICOS

Autor

Laura Angélica Arévalo Díaz

Director/es

María Pilar Arroyo de Grandes  
Virginia Palero Díaz

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

Física Aplicada

2015

Instituto de Investigación en Ingeniería de Aragón (I3A)  
Departamento de Física Aplicada  
Universidad de Zaragoza

**Tesis Doctoral**

# **DESARROLLO DE TÉCNICAS ÓPTICAS AVANZADAS PARA EL ANÁLISIS DE SISTEMAS BIOMÉDICOS**



**Universidad Zaragoza**

Autor: Laura Angélica Arévalo Díaz  
Directores: María Pilar Arroyo de Grandes  
Virginia Palero Díaz

Memoria presentada a la Universidad de Zaragoza para optar al grado de Doctor en Ciencias (Sección Físicas)

2015



Instituto Universitario de Investigación  
**en Ingeniería de Aragón**  
Universidad Zaragoza



Facultad de Ciencias  
Universidad Zaragoza



Departamento  
Física Aplicada  
Universidad Zaragoza



*A mis padres y mis hermanas*



## Agradecimientos

Quisiera dar un agradecimiento especial a mis directoras de tesis. A Pilar, quien no sólo me ha enseñado conceptos teóricos de la óptica sino también habilidades necesarias para el trabajo en el laboratorio. Agradezco su entusiasmo por la investigación y su pasión por la física experimental, ya que son cualidades que se contagian. Ella no solo fue mi tutora sino que también fue mi “compañera” de laboratorio, trabajando codo a codo y las horas que fuesen necesarias, y siempre manteniendo la ilusión de hacer algún experimento más. Gracias a esto espero haber captado algo de su vasta experiencia como investigadora. Por último le agradezco el rigor científico que me ha intentado inculcar durante estos últimos años.

A Virginia le agradezco su paciencia y dedicación al momento de explicar. Pero por sobre todo, agradezco el tiempo que se ha tomado (incluyendo su tiempo personal) en correcciones de artículos, de presentaciones y de esta memoria. Me ha enseñado el arte de la escritura científica (clara, concisa y ordenada), el cuál seguiré perfeccionando gracias a sus consejos.

Agradezco especialmente a todos los miembros del grupo de investigación TOL. A Eva que sin su trabajo, el cual requiere mucha paciencia y habilidad, nuestros resultados difícilmente hubiesen llegado a buen término. A Nieves, quien siempre estuvo dispuesta a colaborar y resolver cualquier duda. Y a Julia, de quién me pesa no haberla aprovechado más, pero que pude deleitarme con sus artículos y sacar provecho de sus algoritmos.

Asimismo, le agradezco al I3A y a todos sus miembros por el ambiente de colaboración y amistad. Le doy un agradecimiento especial a Maribeni del grupo GPT por todo su cariño sincero y desinteresado.

Al profesor Jeremy Coupland de la Universidad de Loughborough (UK), le agradezco por haberme acogido en su laboratorio y haberme permitido ser parte de su proyecto de investigación. Gracias a sus reuniones diarias durante los seis meses de mi estancia aprendí elementos valiosos para mi formación como profesional.

Al profesor Cosme Furlong y su grupo de investigación del Instituto Politécnico de Worcester (USA), quienes nos pusieron a disposición su laboratorio durante los cuatro meses de mi estancia, y siempre estuvieron dispuestos a orientarnos en las cuestiones básicas del manejo del mismo.



Al servicio de apoyo de mecánica de precisión de la Universidad de Zaragoza, quienes nos fabricaron algunas piezas necesarias para la realización de los experimentos.

Al grupo AMB del I3A, quienes nos suministraron el filtro anti-trombo y el material biológico utilizado en este trabajo.

Al servicio de gestión de la investigación, especialmente a Pilar Borrajo quién se encargaba de tramitarme mi permiso de residencia cada vez que fuese requerido.

A mi familia y amigos que, a pesar de los más de 8.000 Km que nos separan, siempre los he sentido cerca. Y a aquellos nuevos amigos, que se convirtieron en una familia sustituta (incluyendo a mi directora Pilar), y que hicieron mi estancia en España más llevadera gracias a sus consejos, su apoyo y compañía, especialmente en los momentos más difíciles.

Finalmente quiero agradecer al Ministerio de Ciencia e Innovación de España y del programa de la comisión Europea FEDER, por la financiación del proyecto DPI2010-20746-C03-03 y el proyecto CTQ2013-46799-C2-2-P; y por la concesión de una beca para la formación de personal investigador BES-2011-043890. Igualmente al Gobierno de Aragón por la financiación del proyecto (171-281/2).

## Contenido

<b>Introducción</b> .....	1
<b>1. Holografía digital</b> .....	9
1.1 Introducción .....	11
1.2 Fundamentos de la holografía digital .....	13
1.3 Medida de deformación .....	21
1.4 Medida de forma .....	22
1.5 Medida de cambio de índice de refracción .....	26
1.5.1 Burbujas de cavitación .....	28
1.5.2 Montaje para generar la burbuja .....	29
1.5.3 Microscopio holográfico digital .....	31
1.5.4 Resultados .....	33
1.6 Conclusiones .....	39
<b>2. PIV de alta velocidad aplicado a un modelo de vaso sanguíneo transparente con un filtro anti-trombo</b> .....	41
2.1 Introducción .....	43
2.2 Flujo laminar en un conducto circular .....	45
2.2.1 Viscosidad, número de Reynolds y caudal .....	45
2.2.2 Flujo de Poiseuille .....	47
2.2.3 Caudal pulsado .....	48
2.3 Fundamentos de la técnica PIV .....	49
2.4 Montaje experimental .....	51
2.4.1 Modelo del sistema circulatorio .....	51
2.4.2 Montaje óptico .....	55
2.5 Resultados experimentales .....	58
2.5.1 Toma de datos y análisis PIV .....	58
2.5.2 Flujo estacionario constante .....	63
2.5.3 Flujo pulsátil .....	70
2.6 Conclusiones .....	77
<b>3. PIV y holografía digital endoscópicos</b> .....	81
3.1 Introducción .....	83
3.2 Endoscopios flexibles .....	85
3.2.1 Formación de imagen .....	86
3.2.2 Holografía digital endoscópica .....	88
3.3 Endoscopios rígidos .....	90
3.3.1 Diseño óptico .....	90

3.3.2 Formación de imagen .....	94
3.3.3 Aumentos transversales .....	96
3.3.4 Campo de visión (FOV) .....	99
3.3.5 Observación oblicua .....	101
3.3.6 Observación en líquido .....	103
3.3.7 Sistema de iluminación .....	104
3.3.8 Holografía digital endoscópica .....	106
3.4 Configuraciones de observación en modelos de vasos .....	110
3.4.1 Visualización frontal directa de la pared del vaso .....	110
3.4.2 Visualización oblicua directa .....	114
3.4.3 Visualización oblicua con el sistema inmerso en líquido .....	116
3.5 Implementación del PIV Endoscópico .....	123
3.5.1 Corrección de la imagen .....	124
3.5.2 Resultados experimentales .....	128
3.6 Implementación de la holografía digital endoscópica .....	130
3.6.1 Calibración .....	132
3.6.2 Vector sensibilidad .....	138
3.6.3 Desplazamiento fuera de eje de un objeto plano .....	140
3.6.4 Deformación radial de un modelo de vaso .....	143
3.6.5 Deformación de un modelo de vaso debido a un caudal pulsado .....	145
3.7 Conclusiones .....	147
<b>4. Medida de formas con luz estructurada .....</b>	<b>153</b>
4.1 Introducción .....	155
4.1.1 Cuerdas vocales .....	157
4.2 Fundamentos de la técnica .....	159
4.2.1 Proyección de franjas .....	163
4.2.2 Proyección de puntos .....	171
4.3 Montaje experimental .....	175
4.3.1 Patrones proyectados .....	177
4.4 Calibración del sistema .....	181
4.4.1 Procedimiento del calibrado .....	181
4.4.2 Matrices del calibrado de la fase .....	183
4.4.3 Matrices del calibrado de los puntos .....	186
4.5 Medida de una membrana .....	188
4.5.1 Modo vibración .....	191
4.6 Medida de un modelo de cuerdas vocales .....	194
4.7 Medida de las cuerdas vocales .....	197
4.8 Conclusiones .....	201
<b>Lista de Publicaciones .....</b>	<b>205</b>

# Introducción





## Introducción

El estudio de sistemas biomédicos está adquiriendo cada vez más importancia para mejorar el diagnóstico, la prevención y el tratamiento de patologías que afectan a los seres vivos. La aplicación de técnicas de medida para investigar procesos biológicos se ha vuelto todo un reto dada la complejidad de los sistemas biológicos [1].

En la actualidad existen diferentes métodos para medir la anatomía de órganos internos del cuerpo humano y velocidades de flujos biológicos. La mayoría son medidas in-vivo como ecografías, ultrasonidos de efecto Doppler, rayos X, tomografías computarizadas y resonancias magnéticas [2] [3] [4]. Sin embargo, todas ellas tienen la desventaja de tener baja resolución temporal y/o espacial o de inyectar un medio de contraste que puede tener efectos secundarios. Otro tipo de técnicas de medida introducen sensores en el cuerpo humano por medio de catéteres, contando con la desventaja de ser medidas invasivas [5] [6].

En este trabajo se va a analizar la viabilidad de la aplicación de diferentes técnicas ópticas de medida para el estudio in-vitro de sistemas biomédicos. Se trata de técnicas no invasivas que poseen alta resolución espacial y temporal, y permiten extraer información como deformación, forma de sólidos, velocidades de fluidos y cambios de índice de refracción [7] [8] [9] [10] [11]. El objetivo principal

será no tanto la caracterización de dichos sistemas sino la exploración de las capacidades y limitaciones de cada técnica en cada sistema biológico concreto.

Un sistema biomédico cuyo estudio tiene una gran relevancia es el sistema cardiovascular, que está formado por el corazón y los vasos sanguíneos. La Organización Mundial de la Salud (OMS) informa de que cerca del 30% de las muertes en el mundo en el 2013 fueron causadas por enfermedades cardiovasculares (CVDs, de sus siglas en inglés, cardiovascular diseases), convirtiéndose en la principal causa de muerte a nivel mundial [12]. Sólo en la comunidad de Aragón murieron 4215 individuos a causa de estas afecciones (31.6% del total de muertes) [13]. Las CVDs pueden aparecer cuando una obstrucción, ya sean coágulos de sangre (trombos) o depósitos de grasa, impide a la sangre fluir normalmente; o cuando la pared del vaso sanguíneo se deforma (disfunción del tejido endotelial o aneurismas) causando una posterior ruptura que desencadena hemorragias internas e incluso la muerte. Muchos de estos trastornos no presentan síntoma alguno a medida que la enfermedad progresa con los años. De allí la importancia de aunar esfuerzos –por parte de distintas áreas del conocimiento– en la prevención, detección precoz, tratamiento e investigación de este tipo de enfermedades.

Para abordar el estudio de las patologías que afectan al sistema cardiovascular, es necesario un estudio hemodinámico completo que incluiría la medida de la velocidad del flujo sanguíneo (mapas de velocidades en el interior de los vasos sanguíneos) y de la deformación de las paredes del vaso (debidas a cambios internos de presión al pasar el fluido) [14]. Para obtener estas magnitudes en este trabajo se propone la combinación de técnicas típicas de la mecánica de fluidos, como el PIV [15], y de la mecánica de sólidos, como la interferometría holográfica [7] y la holografía digital [8], junto con técnicas más propias de la medicina como la endoscopia [16]. La combinación de estas medidas aportará información

sobre la interacción fluido-estructura, que se sabe que es un factor importante en el desarrollo de enfermedades cardiovasculares [17] [18] [19].

Otro fenómeno biológico cuyo estudio es importante son las burbujas de cavitación, conocidas en problemas de desgaste y erosión de maquinarias pero que también aparecen en diferentes procesos de la naturaleza. Algunos crustáceos son capaces de producir estas burbujas con sus pinzas y matar a sus presas con en el colapso de las mismas [20]. Al hacer crujir las articulaciones, el sonido que se escucha se debe a la formación de una burbuja de cavitación. En la terapia que elimina los cálculos renales, uno de los efectos secundarios es la aparición de burbujas dentro de un vaso sanguíneo debido a la onda de choque que se utiliza para romper los cálculos. El colapso de estas burbujas puede llegar a romper el vaso causando una hemorragia interna. Hasta el momento no se conoce muy bien el proceso de ruptura de la pared del vaso [21], de ahí la importancia de estudiar este fenómeno.

Por último se van aplicar técnicas de medida de formas. La medida de formas en el cuerpo humano son de interés por ejemplo para medir la forma de la córnea para cirugía, o la forma de un muñón para la adaptación de una prótesis. En este trabajo nos hemos interesado en medir un sistema biomédico concreto: las cuerdas vocales, donde lo interesante es que es un sistema que realiza un movimiento en el espacio rápido y complejo. La medida de la forma de las cuerdas vocales puede aportar información importante de algunas patologías, como la detección de una vibración anómala, que ayudaría a evitar procedimientos invasivos que dañen el órgano de fonación [22].

Esta tesis comprende los siguientes capítulos.

En el capítulo 1 se presentan los fundamentos de la Holografía Digital. Y se explican en detalle las diferentes técnicas holográficas empleadas en este trabajo para la medida de deformaciones, la medida



de formas y la medida de cambios en el índice de refracción. Como ejemplo de esta aplicación se presentan los resultados obtenidos como parte de una estancia de investigación en el laboratorio del profesor Jeremy Coupland, en la Universidad de Loughborough en el Reino Unido, cuyo objetivo era realizar un estudio óptico de una burbuja de cavitación utilizando microscopía digital holográfica.

En el capítulo 2 se evalúa con la técnica de PIV el flujo dentro de un modelo de vaso transparente con y sin filtro anti-trombo. También se estudia la influencia que ejerce la presencia de un modelo de trombo insertado en el filtro. Todas estas medidas se han hecho con distintos tipos de flujos (constantes y pulsados). Asimismo se estudia la evolución de la onda de presión y de caudal a lo largo del modelo del sistema cardiovascular.

En el capítulo 3 se presenta la combinación de la holografía digital con la endoscopia. Para ello se caracterizan distintos tipos de endoscopios comerciales. Se estudia el comportamiento de los endoscopios como formadores de imagen; se analizan los aumentos, el campo de visión, la profundidad de enfoque, el tamaño de las aperturas, etc. También se estudia su sistema de iluminación, incluyendo el tamaño y uniformidad de la zona que ilumina el endoscopio, a la vez que el comportamiento de las fibras del sistema de iluminación en un montaje de holografía digital. Se utiliza el PIV endoscópico para obtener mapas de velocidades del flujo sanguíneo y holografía digital endoscópica para la medida de la deformación de la pared de distintos modelos de vaso sanguíneo.

En el capítulo 4 se presenta el trabajo realizado en una estancia de investigación en el Instituto Politécnico de Worcester (WPI) en Estados Unidos bajo la dirección de los profesores Cosme Furlong y M<sup>a</sup> Pilar Arroyo de Grandes. El objetivo de dicha estancia era desarrollar una técnica no invasiva que permitiese determinar la forma de las cuerdas vocales. Se utiliza la técnica de proyección de franjas para medir la forma de las cuerdas vocales cuando éstas están vibrando. Diferentes aplicaciones de esta

técnica se pueden encontrar en la literatura. Sin embargo existen pocos trabajos que determinen la forma de un objeto con una geometría complicada como este.

## Referencias

- [1] John Enderle, Susan Blanchard and Joseph Bronzino., Introduction to Biomedical Engineering., Elsevier Academics Press, 2005.
- [2] P.R. Hoskins, «Measurement of arterial blood flow by Dopplear ultrasound,» *Clin. Phys. Physiol. Meas.*, vol. 11, nº 1, pp. 1-26, 1990.
- [3] Beutel, J., Kundel, H. L., & Van Metter, R. L., Handbook of Medical Imaging, volume 1: Physics and Psychophysics, SPIE, 2000.
- [4] Jerrold T. Bushberg, J. Anthony Seibert, Edwin M. Leidholdt Jr., John M. Boone, The Essential Physics of Medical Imaging, Philadelphia: Lippincott Williams, 2002.
- [5] W. Peter Klinke, Leonard G. Christie, Wilmer W. Nichols, Michael E. Ray, R. Charles Curry, Carl J. Pepine and C. Richard Conti., «Use of Catheter-tip velocity-pressure transducer to evaluate left ventricular function in man: Effects of intravenous propranolol,» *Circulation*, vol. 61, pp. 946-954, 1980.
- [6] Éric Pinet, «Fabry-Pérot Fiber-Optic Sensors for Physical Parameters Measurement in Challenging Conditions,» *Journal of Sensors*, vol. 2009, pp. 1-9, 2009.
- [7] Rastogi P. K. (Ed), Digital Speckle-Pattern Interferometry and related techniques., Chichester, UK: Wiley, 2001.
- [8] Schnars U. and Juptner W. P. O., «Digital recording and numerical reconstruction of holograms,» *Meas. Sci. Technol.*, vol. 13, pp. R85-101, 2002.
- [9] Virginia R. Palero, Julia Lobera and M. Pilar Arroyo, «Three-component velocity field measurement in confined liquid flows with high-speed digital image plane holography.,» *Exp. Fluids*, vol. 49, pp. 471-483, 2010.
- [10] Lobera J, Andrés N. and Arroyo M. P., «From ESPI to Digital Image Plane Holography (DIPH): Requirements, Possibilities and Limitations for Velocity Measurements in a 3-D Region.,» de *Particle Image Velocimetry: Recent Improvements.*, Springer Berlin Heidelberg, 2004, pp. 363-372.
- [11] Andrés N. and Arroyo M.P., «Digital speckle-pattern interferometry as a full-field-velocimetry technique.,» *Opt. Lett.*, vol. 24, pp. 575-577, 1999.
- [12] «World Health Organization,» [En línea]. Available: <http://www.who.int/en/>. [Último acceso: 2015].
- [13] Gobierno de Aragon, «Estadísticas de sanidad,» [En línea]. Available: <http://www.aragon.es/estaticos/GobiernoAragon/Departamentos/SanidadBienestarSocialFamilia/>.

[Último acceso: 09 2015].

- [14] Charles A. Taylor and Mary T. Draney, «Experimental and computational methods in cardiovascular fluid mechanics,» *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 36, pp. 197-231, 2004.
- [15] Westerweel J., «Fundamentals of digital particle image velocimetry,» *Meas. Sci. Technol.*, vol. 8, pp. 1379-1392, 1997.
- [16] Liang, Rongguang, *Optical design for biomedical imaging*, Spie Press, 2010.
- [17] Emanuele Cecchi, Cristina Giglioli, Serafina Valente, Chiara Lazzeri, Gian Franco Gensini, Rosanna Abbate, Lucia Mannini, «Role of hemodynamic shear stress in cardiovascular disease,» *Atherosclerosis*, vol. 214, pp. 249-256, 2011.
- [18] Woo, K. V., & Baldwin, H. S., «Role of Tie1 in shear stress and atherosclerosis,» *Trends in cardiovascular medicine*, vol. 21, nº 4, pp. 118-123, 2011.
- [19] Malek, A. M., Alper, S. L., & Izumo, S., «Hemodynamic shear stress and its role in atherosclerosis,» *Jama*, vol. 282, nº 21, pp. 2035-2042, 1999.
- [20] Detlef Lohse, Barbara Schmitz & Michel Versluis, «Snapping shrimp make flashing bubbles,» *Nature*, vol. 413, pp. 477-478, 2001.
- [21] Hong Chen, Andrew A. Brayman and Thomas J. Matula, «Blood vessel rupture by cavitation,» *Urol Res.*, vol. 38, nº 4, pp. 321-326, 2010.
- [22] Abie H. Mendelsohn, Marc Remacle, Mark S. Courey, Friedrich Gerhard, Gregory N. Postma, «The Diagnostic Role of High-Speed Vocal Fold Vibratory Imaging,» *Journal of Voice*, vol. 27, nº 5, pp. 627-631, 2013.

# CAPÍTULO 1

## Holografía digital

1.1 Introducción

1.2 Fundamentos de la holografía digital

1.3 Medida de deformación

1.4 Medida de forma

1.5 Medida de cambio de índice de refracción

1.6 Conclusiones

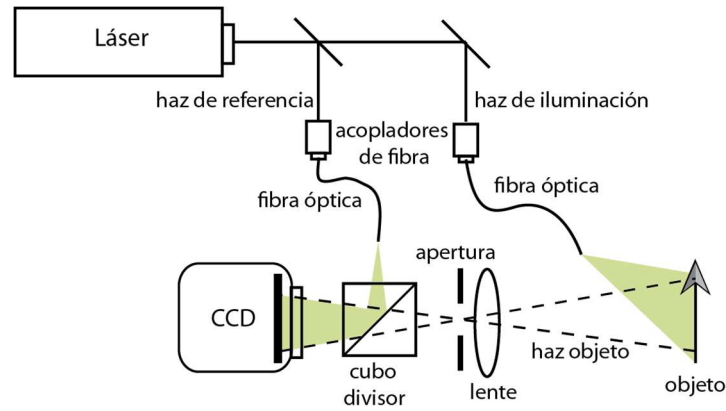




## 1.1 Introducción

Dennis Gabor propuso en 1948 una nueva técnica de formación de imágenes que denominó reconstrucción del *frente de ondas* [1] y que hoy conocemos como *holografía*. Gabor observó que cuando la luz difractada o difundida por un objeto se superpone con una onda de referencia adecuada es posible registrar información de la amplitud y de la fase de esas ondas difractadas o difundidas por el objeto a pesar de que el medio de registro sólo sea sensible a la intensidad [2].

Por lo tanto, la holografía es una técnica que permite almacenar y reconstruir frentes de onda con información de la amplitud y de la fase. Para registrar un holograma de un objeto es preciso hacer coincidir la luz difundida por el mismo (onda objeto) con una onda de referencia procedente de la misma fuente de luz coherente, como puede ser un láser (Figura 1.1). De esta forma la distribución de fase de la onda objeto se convierte en una distribución de intensidad (holograma) dada por la interferencia de ambas ondas. Es decir, un holograma es en realidad un interferograma con frecuencias espaciales variables y necesita un medio de registro que pueda resolver esas frecuencias, las cuales son localmente proporcionales al ángulo entre los dos haces. Las propiedades del holograma (y el nombre que recibe) dependen de diferentes parámetros como pueden ser el ángulo entre los dos haces (en línea o fuera de eje) o la distancia del objeto al medio de registro (de Fraunhofer, de Fresnel, imagen o de Fourier).



**Figura 1.1.** Registro de un holograma digital (DIPH fuera de eje).

En holografía digital, el medio de registro es un sensor electrónico (CCD o CMOS). Dado que su resolución espacial es relativamente baja ( $100\text{-}200\text{ líneas/mm}$ ), el ángulo entre los dos haces tiene que ser pequeño (menor de  $3^\circ$ ). Esto implica que sólo se podrían registrar objetos de un tamaño similar al del sensor (menos de  $20\text{ mm}$ ). Para objetos mayores, se puede utilizar una lente para producir una imagen del tamaño adecuado cerca del sensor (*holograma imagen*).

En holografía digital, la reconstrucción del frente de ondas se calcula numéricamente en matrices de tamaño similar al sensor, que contienen la amplitud y la fase de la onda objeto en un plano concreto. Si esta reconstrucción se utiliza para ver imágenes 3D, lo que interesa es la intensidad calculada en un volumen. En ese caso, se pueden utilizar *hologramas en línea* en el que el haz de referencia es un haz plano paralelo al haz objeto, siendo esta la configuración, más simple. En esta configuración y dependiendo del tamaño del objeto tendremos un *holograma de Fraunhofer* (objeto grande y lejos) o de *Fresnel* (objeto pequeño y cerca).

Sin embargo si la reconstrucción del frente de ondas se utiliza para medir cambios en la fase del objeto, como en este trabajo, sólo se pueden utilizar *hologramas fuera de eje*, y solo hay que reconstruir la onda en el plano (objeto) en el que se producen esos cambios de fase. En este caso, la configuración óptima es la que se muestra en la Figura 1.1, en la que la imagen del objeto está sobre el sensor

(*holograma imagen*). Especialmente importante es que el haz de referencia sea divergente y que su foco esté en el mismo plano que la apertura de la lente. Estas características lo convierten en un *holograma de Fourier sin lente de la apertura*, cuyas propiedades relevantes explicaremos en el punto 1.2. Señalemos aquí que esta configuración minimiza las frecuencias espaciales del holograma permitiendo un aprovechamiento óptimo de la baja resolución de los sensores digitales. A ella nos referiremos como DIPH (Digital Image Plane Holography).

Puesto que en este trabajo lo que vamos a medir son los cambios de fase del objeto, podemos decir que estamos usando técnicas de interferometría holográfica digital. Esos cambios de fase los vamos a relacionar con deformaciones y formas de vasos sanguíneos y con cambios de índices de refracción, para diferentes aplicaciones, como explicamos en lo que sigue.

## 1.2 Fundamentos de la holografía digital

Un holograma digital es la interferencia de la *onda objeto*  $o(x, y)$  con la *onda de referencia*  $r(x, y)$  (Figura 1.2). Estas ondas se pueden describir matemáticamente, mediante su amplitud compleja en el plano del CCD ( $z = 0$ ), como:

$$o(x, y) = A_o(x, y)\exp[j\varphi_o(x, y)], \quad r(x, y) = A_r(x, y)\exp[j\varphi_r(x, y)] \quad (1.1)$$

donde  $A_o$  y  $A_r$  son las amplitudes y  $\varphi_o$  y  $\varphi_r$  las fases de cada una de las ondas. El patrón de interferencia que se registra está dado por:

$$I(x, y) = |r(x, y) + o(x, y)|^2 = A_o^2 + A_r^2 + 2A_oA_r \cos(\varphi_o - \varphi_r) \quad (1.2)$$



Se observa que un holograma almacena como variaciones de intensidad tanto la fase  $\varphi_o$  como la amplitud  $A_o$  de la onda objeto, que son cantidades que dependen de la naturaleza y de la posición de cada punto del objeto.

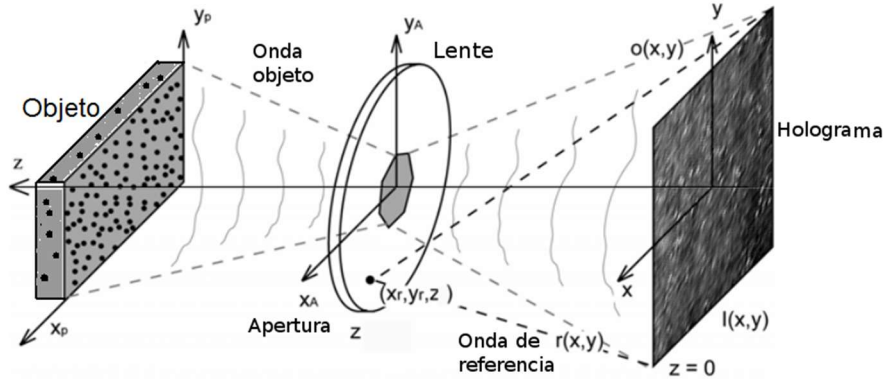


Figura 1.2. Montaje DIPH fuera de eje.

En holografía es usual expresar la intensidad del holograma de la siguiente forma:

$$I(x, y) = |r(x, y)|^2 + |o(x, y)|^2 + r^*(x, y)o(x, y) + r(x, y)o^*(x, y) \quad (1.3)$$

El proceso de reconstrucción del frente de onda a partir del holograma, consiste en multiplicar la intensidad de la ecuación (1.3) con una onda de reconstrucción  $c(x, y)$  y propagar la onda resultante al plano deseado. La amplitud compleja de esta onda se puede expresar como:

$$s(x, y) = c(x, y)I(x, y) = |r|^2 c + |o|^2 c + c r^* o + c r o^* = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 \quad (1.4)$$

Los dos primeros términos se asocian con el orden cero de la difracción, siendo una réplica de la onda de reconstrucción escalada por la intensidad de la onda objeto y la onda de referencia.

En el caso especial en que la onda de reconstrucción coincida con la onda de registro  $c(x, y) = r(x, y)$ , se tiene que:

$$s(x, y) = |r|^2 r + |o|^2 r + |r|^2 o + r^2 o^* \quad (1.5)$$

El tercer término es idéntico a la onda objeto inicial y genera la imagen virtual del objeto en su posición original. En cambio, si el holograma se multiplica por  $c(x, y) = r^*(x, y)$ , se tiene que:

$$s(x, y) = |r|^2 r^* + |o|^2 r^* + r^{*2} o + |r|^2 o^* \quad (1.6)$$

donde el cuarto término es idéntico a la onda objeto conjugada y genera la imagen real del objeto. Esta es la situación habitual en holografía digital pues la propagación numérica de  $s(x, y)$  se calcula para un plano cualquiera  $(x', y')$  situado a una distancia  $z'$  a la derecha del holograma. La amplitud compleja en ese plano se obtiene mediante la integral de Fresnel-Kirchhoff [3] como:

$$u(x', y') = \frac{1}{i\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} r^*(x, y) I(x, y) \frac{\exp(ik\rho)}{\rho} \cos \theta \, dx \, dy \quad (1.7)$$

donde  $\rho = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z'^2}$  y  $\theta$  es el ángulo entre la normal al plano del holograma y el vector de unión entre el punto  $(x', y', z')$  en estudio y el punto del holograma  $(x, y, 0)$ .

Para el caso en que  $z'$  es mayor que las dimensiones del holograma se puede utilizar la aproximación de Fresnel de forma que:

$$\rho \cong z' + \frac{(x'-x)^2}{2z'} + \frac{(y'-y)^2}{2z'} \quad (1.8)$$

lo que permite escribir la ecuación (1.7) como:

$$u(x', y') = \frac{i}{\lambda z'} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} z'\right) \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda z'} (x'^2 + y'^2)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r^*(x, y) I(x, y) \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda z'} (x^2 + y^2)\right\} \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda z'} (xx' + yy')\right] dx \, dy \quad (1.9)$$

Esta ecuación se conoce como transformada de Fresnel y permite reconstruir la onda en un plano a la derecha del holograma, es decir, en el plano de la imagen real.

La *transformada de Fresnel* se puede escribir como una *transformada de Fourier* de esta forma:

$$u\left(\frac{x'}{\lambda z'}, \frac{y'}{\lambda z'}\right) = \frac{i}{\lambda z'} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} z'\right) \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda z} \left(\left(\frac{x'}{\lambda z}\right)^2 + \left(\frac{y'}{\lambda z'}\right)^2\right)\right] \times \mathcal{F}\left\{r^*(x, y) I(x, y) \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2)\right\}\right\} \quad (1.10)$$

En este caso la imagen reconstruida aparece escalada por un factor inversamente proporcional a  $z'$  ya que estamos en el espacio de las frecuencias espaciales.

Para un holograma en el que la onda de referencia es esférica con su foco en  $(0,0, z)$ , se puede escribir que:

$$r(x, y) = A_r \frac{\exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{z^2 + x^2 + y^2}\right)}{\sqrt{z^2 + x^2 + y^2}} \approx \frac{A_r}{z} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} z\right) \exp\left(i \frac{\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2)\right) \quad (1.11)$$

Introduciendo esto en la ecuación (1.9) se obtiene, para el plano  $z' = z$ , que:

$$u\left(\frac{x'}{\lambda z'}, \frac{y'}{\lambda z'}\right) = \frac{i A_r}{\lambda z} \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda z} \left(\left(\frac{x'}{\lambda z}\right)^2 + \left(\frac{y'}{\lambda z}\right)^2\right)\right] \times \mathcal{F}\{I(x, y)\} \quad (1.12)$$

Esto implica que, calculando la transformada del Fourier del holograma, obtenemos la amplitud compleja en el plano  $z' = z$  correspondiente al foco de la onda de referencia. Si el objeto está en ese plano, la amplitud reconstruida proporciona la imagen del objeto perfectamente enfocado. Es decir, la transformada de Fourier del holograma reconstruye el objeto y por eso se conoce como *holograma de Fourier*.

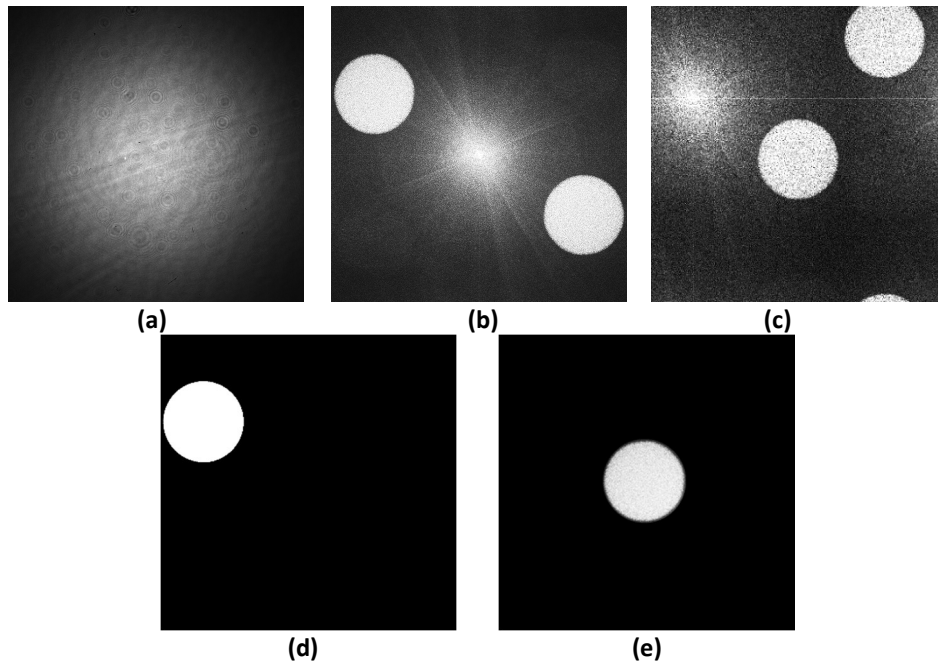
En el caso especial del montaje DIPH fuera de eje (Figura 1.2), el foco de la onda de referencia está en el plano de la apertura pero descentrado, siendo la apertura la que está centrada. La reconstrucción con la onda de referencia de la ecuación (1.11) desplaza las imágenes de su posición inicial. Es decir, la imagen real de la apertura no aparecería centrada, pero mantendría su distancia al foco de la onda de referencia, que es la que aparecería centrada (Figura 1.3b). Sin embargo, si se escribe la  $r(x, y)$  con el origen adecuado, la imagen real de la apertura aparecería en el centro (Figura 1.3c).

La reconstrucción numérica de los hologramas DIPH fuera de eje, se basa en este *método de transformada de Fourier* (FTM), el cual analiza el espectro de frecuencias del holograma [4]. Teniendo en cuenta que es un holograma de Fourier sin lentes de la apertura, primero se calcula la transformada de Fourier del holograma (ecuación 1.3), que se puede expresar como:

$$\mathfrak{F}\{I(x, y)\} = \tilde{I}(\xi, \eta) = A_r^2 \delta(0,0) + A_o^2 S(\xi, \eta) + \mathfrak{F}\{r^*o\} + \mathfrak{F}\{ro^*\} \quad (1.13)$$

$$\tilde{I}(\xi, \eta) = \tilde{I}_1(\xi, \eta) + \tilde{I}_2(\xi, \eta) + \tilde{I}_3(\xi, \eta) + \tilde{I}_4(\xi, \eta) \quad (1.14)$$

El primer término de la ecuación,  $\tilde{I}_1$ , corresponde a un haz de referencia suave con la intensidad aproximadamente constante, por tanto es una función delta que equivale a un punto central muy brillante. El segundo término  $\tilde{I}_2$  equivale al espectro del objeto en el espacio de frecuencias. Los siguientes dos términos,  $\tilde{I}_3$  y  $\tilde{I}_4$ , corresponden a la imagen real y virtual de la apertura respectivamente, que aparecen separadas. La Figura 1.3a muestra un holograma digital y la Figura 1.3b muestra la amplitud de su transformada de Fourier. Se observa la separación de los términos mencionados y la forma de la apertura.



**Figura 1.3.** (a) Holograma digital. (b) Transformada de Fourier del holograma. (c) Reconstrucción de la apertura a partir de una onda de referencia y la transformada de Fresnel. (d) Filtro en el espacio de frecuencias. (e) Imagen de la apertura centrada.

El siguiente paso del método consiste en seleccionar únicamente la información que corresponde al término  $\tilde{I}_3(\xi, \eta)$ , por medio de un filtro. El filtro es una máscara de unos y ceros (Figura 1.3d) que multiplica la transformada. Luego este término se desplaza al origen (Figura 1.3e). La onda así obtenida es equivalente a la reconstrucción de la imagen de la apertura con la onda de referencia correcta.

Si la imagen del objeto está en el plano del holograma (holograma imagen), una transformada de Fourier inversa reconstruye la distribución de amplitud compleja del objeto:

$$A(x, y) = r^* o \quad (1.15)$$

El cuadrado del valor absoluto de este término recupera la distribución de intensidad de la onda objeto multiplicada por la intensidad de la onda de referencia. Mientras que la diferencia entre la fase del objeto y la fase de la referencia se obtiene como el argumento de la amplitud compleja tal que:

$$\varphi_o - \varphi_r = \arg(A) \quad (1.16)$$

Si la imagen del objeto no está exactamente en el plano del holograma, hay que utilizar una reconstrucción según indica la ecuación (1.10), para propagar al plano deseado. Ello implica multiplicar por un término cuadrático de fase, que es el que fija la posición  $z'$  de ese plano, antes de calcular la transformada de Fourier inversa.

En este trabajo se van a medir cambios en la fase del objeto a partir de dos hologramas registrados para dos estados diferentes del objeto, manteniendo fija la onda de referencia. De acuerdo con la ecuación (1.10), de los dos hologramas se pueden obtener las fases  $(\varphi_{o,i} - \varphi_r)$  y  $(\varphi_{o,f} - \varphi_r)$  donde los subíndices  $i$  y  $f$  se refieren al estado inicial y al estado final, respectivamente. Aunque la fase del objeto pueda ser una magnitud espacialmente aleatoria, debido al moteado que produce la iluminación coherente del objeto si este es difusor, su diferencia de fase  $\Delta\phi = \varphi_{o,f} - \varphi_{o,i}$  no será aleatoria sino que mostrará los cambios que ha sufrido el objeto.

La Figura 1.4 muestra un mapa de diferencia de fase correspondiente a un objeto difusor. La diferencia de fase se obtiene como el argumento del cociente de las amplitudes complejas (con intensidad unidad) obtenidas de cada holograma, tal que

$$\Delta\phi = \arg \left[ \frac{\exp[i(\varphi_{o,f}-\varphi_r)]}{\exp[i(\varphi_{o,i}-\varphi_r)]} \right] \quad (1.17)$$

Este argumento sólo toma valores en el rango  $[-\pi, \pi]$  y esos valores están codificados en niveles de gris de negro a blanco (Figura 1.4a). Se dice que la fase  $\Delta\phi$  está plegada (wrapped,  $\Delta\phi_w$ ) y el mapa se ve como un mapa de franjas, similar a un interferograma pero con discontinuidades (saltos de  $2\pi$  en los bordes de las franjas). Esta discontinuidad de los mapas se corrige por medio de un proceso de desplegado (unwrapping), que equivale a asignar un orden interferencial  $n$  a cada franja.

Los principales problemas en el proceso de desplegado son el sub-muestreo de las franjas, el ruido y las discontinuidades de la superficie. El ruido proviene del moteado y se elimina por medio de un proceso de filtrado. Con un filtro pasa-baja se corre el riesgo de eliminar los saltos de  $2\pi$ . Por eso se filtran primero y por separado las frecuencias altas en la parte imaginaria y en la parte real de la amplitud compleja mostrada en la ecuación (1.17), multiplicadas por  $|A|$  para darle más peso a los pixeles cuya intensidad de modulación sea mayor [5]. Luego se calcula el argumento de la amplitud compleja filtrada (Figura 1.4b).

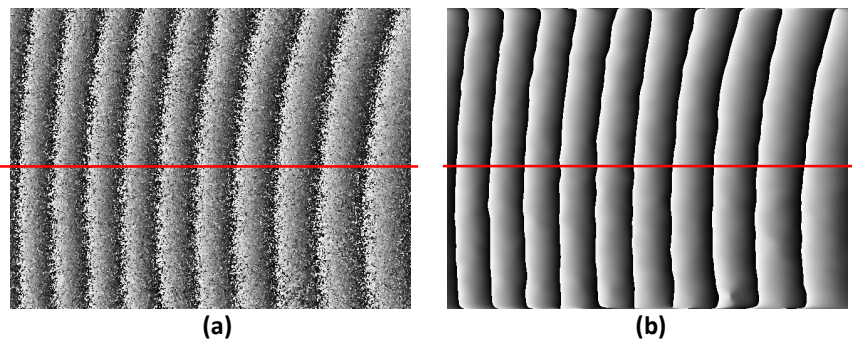
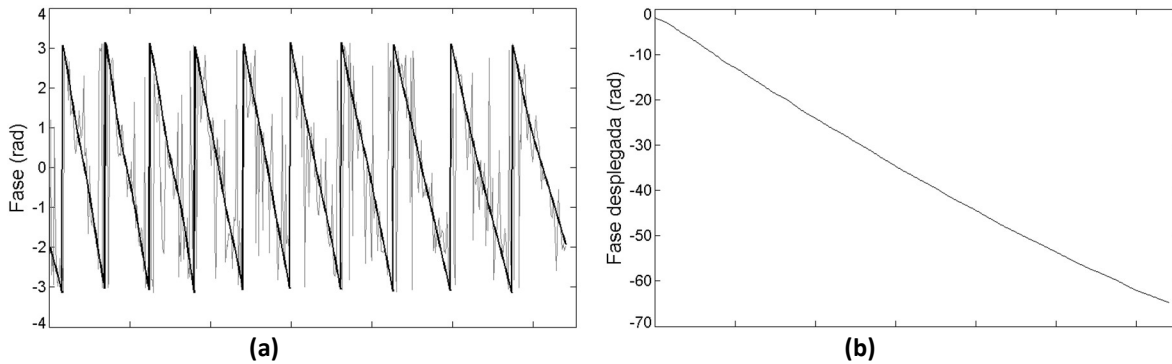


Figura 1.4. (a) Mapa de diferencia de fase. (b) Mapa filtrado.

La Figura 1.5a muestra la intensidad de una línea horizontal del mapa de diferencia de fase de la Figura 1.6. Se ha seleccionado la línea central (línea roja) del mapa original y del mapa filtrado, observándose que los valores de  $\Delta\phi_w$  van entre  $-\pi$  y  $\pi$ . Se ve que los datos filtrados se ajustan a una función diente de sierra, que muestra las discontinuidades mencionadas anteriormente.



**Figura 1.5. (a)** Fase sin filtrar y filtrada de una línea horizontal y central del mapa de la Figura 1.4. **(b)** Fase desplegada.

La relación entre la diferencia de fase plegada,  $\Delta\phi_w$ , y la diferencia de fase desplegada,  $\Delta\phi_u$ , se puede expresar de la siguiente forma:

$$\Delta\phi_w = \Delta\phi_u + 2\pi n \quad (1.18)$$

donde  $n$  es un número entero (orden de la franja) cuya solución no es única. Para encontrar  $n$  se puede suponer que la diferencia de fase es una función continua (Figura 1.5). Pero si entre dos franjas hay un salto mayor de  $2\pi$ , no es posible deducir sin información adicional de cuánto es el salto. Este problema se conoce como el problema de la ambigüedad. El resultado del desplegado se muestra en la Figura 1.5b.

Para hacer el desplegado se puede escoger cualquier pixel como punto de inicio, con lo que se obtendrá una fase relativa. Para obtener una fase absoluta se necesita saber con exactitud el valor de la fase de algún punto.

En el caso de un desplegado 2D el resultado del desplegado dependerá de la trayectoria que se escoja y de la existencia de singularidades. El algoritmo que utilizamos en este trabajo para hacer el desplegado es el que se propone en [6], donde la idea principal es seguir trayectorias discretas y no trayectorias continuas como la que se mostró en el ejemplo (Figura 1.5). Esto hace que se escojan los valores más fiables sin que las discontinuidades o las áreas de ruido interfieran. Este algoritmo es robusto y rápido y en esta tesis se ha visto que arroja buenos resultados en franjas con formas complejas.

### 1.3 Medida de deformación

En este trabajo se va a medir la deformación de la pared de un vaso sanguíneo. Para ello se calcula el desplazamiento local  $\vec{d}$  de un punto del objeto a partir de dos hologramas registrados en dos tiempos diferentes, antes y después de la deformación, utilizando el efecto que  $\vec{d}$  tiene en la fase de la onda objeto. La Figura 1.6 muestra los caminos que recorre la luz desde la salida de la fibra (punto de iluminación) hasta la apertura del sistema de registro (punto de observación) cuando se difunde en un punto del objeto que sufre un desplazamiento  $\vec{d}$  desde la posición inicial  $P_1$  a la posición final  $P_2$ . Se puede demostrar que la  $\Delta\phi$  producida por esta diferencia de caminos está relacionado con  $\vec{d}$ , tal que [7]:

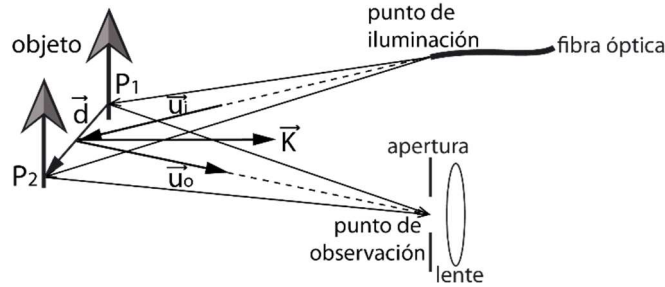
$$\Delta\phi = \vec{K} \cdot \vec{d} \quad (1.19)$$

donde  $\vec{K}$  es el vector sensibilidad que depende de la diferencia entre los vectores unitarios de observación ( $\vec{u}_o$ ) y de iluminación ( $\vec{u}_l$ ):

$$\vec{K} = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) (\vec{u}_o - \vec{u}_l) \quad (1.20)$$



siendo  $\vec{u}_i$  el vector que se dirige del punto de iluminación al objeto y  $\vec{u}_o$  el que se dirige del objeto al punto de observación.



**Figura 1.6.** Cambio de camino óptico de un rayo debido al desplazamiento de un objeto.

Los vectores  $\vec{u}_i$  y  $\vec{u}_o$  dependen de la configuración del montaje experimental. Si se optimiza el montaje de tal forma que las direcciones de observación y de iluminación sean paralelas al eje  $z$ , el vector de sensibilidad tendrá solo una componente  $\vec{K} = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) (0,0,2)$  y con el montaje se medirá esta componente  $d_z$ , que estará dado por  $\lambda \frac{\Delta\phi(x,y)}{4\pi}$ . En este caso, cada franja del mapa de diferencia de fases corresponderá a  $\Delta d_z = \lambda/2$ . En un caso general, lo que se mide es la componente en la dirección de  $\vec{K}$ ,  $d_K$ , con cada franja correspondiendo a  $\Delta d_K = \lambda/|\vec{u}_o - \vec{u}_i|$ .

## 1.4 Medida de forma

En este trabajo se va a medir también la forma de un vaso sanguíneo, utilizando holografía digital de doble longitud de onda (Figura 1.7), basada en registrar dos hologramas de un mismo objeto, pero cada uno con una longitud de onda distinta ( $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ ). En este caso el camino de los dos haces de iluminación tiene que ser idéntico, como así ocurre cuando los dos láseres se meten en la misma fibra

óptica, para que la diferencia de las fase reconstruidas de los dos hologramas se deba sólo a la diferencia de longitudes de onda. En este caso, se tiene que [8]:

$$\Delta\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\Lambda} (\vec{u}_o - \vec{u}_i) \cdot \vec{r} \quad (1.21)$$

donde  $\vec{r}$  es el vector posición de los puntos de la superficie y  $\Lambda$  es la longitud de onda efectiva dada por

$$\Lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{|\lambda_1 - \lambda_2|} \quad (1.22)$$

El mapa de diferencia de fases es ahora un mapa de líneas de nivel, donde cada curva indica una altura constante con respecto a un plano de referencia, siendo el patrón de medida la longitud de onda efectiva  $\Lambda$ . La relación entre  $\Delta\phi$  y la altura  $h$  de cada punto del objeto está dada por:

$$h(x, y) = \frac{\Delta\phi(x, y)}{2\pi} \frac{\Lambda}{\cos\theta_i + \cos\theta_o} \quad (1.23)$$

donde  $\theta_i$  y  $\theta_o$  son los ángulos de la dirección de iluminación y de observación en relación con un vector normal a la superficie del objeto.

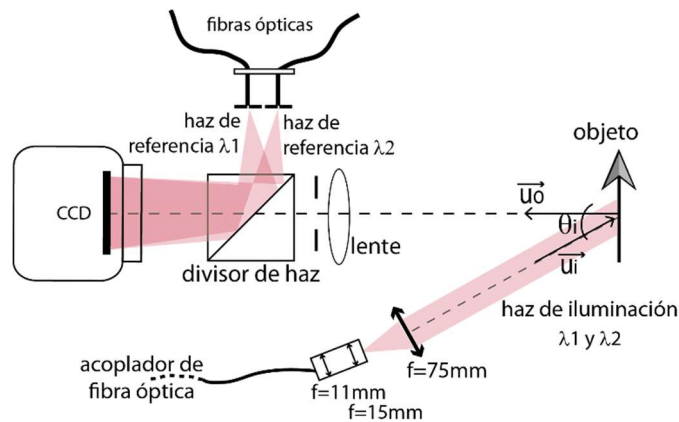
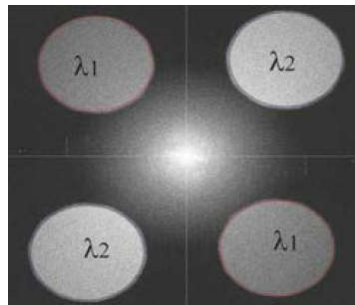


Figura 1.7. Holografía con dos longitudes de onda.

Para objetos que cambien o que estén en movimiento, es necesario capturar simultáneamente los dos hologramas y es conveniente que los dos estén en el mismo sensor. Eso se puede conseguir con un

montaje DIPH en el que las imágenes virtuales y reales de la apertura, correspondientes a cada longitud de onda, estén separadas. Esto se consigue con la geometría de registro fuera de eje, añadiendo un segundo haz de referencia en una posición angular adecuada y distinta de la posición del primer haz de referencia. En una configuración óptima se reconstruirán cuatro imágenes separadas de la apertura, dos para cada longitud de onda (Figura 1.8). Para calcular  $\Delta\phi$  según la ecuación (1.7) se utilizará el método de Fourier obteniendo cada una de las dos fases a partir de una de las imágenes de la apertura correspondiente a longitudes de onda diferentes (por ejemplo, las dos imágenes superiores en la Figura 1.8).



**Figura 1.8.** Transformada de Fourier de un holograma grabado con dos longitudes de onda simultáneamente.

En el montaje experimental usado en este trabajo (Figura 1.7) se utilizan dos láseres de estado sólido con longitudes de onda fijas:  $\lambda_1=659.597nm$  y  $\lambda_2=659.477nm$  [9]. Estos láseres producen una longitud de onda efectiva de  $\Lambda=3.6mm$ . Cada uno de los láseres se divide en dos para tener el haz objeto y el haz de referencia, los cuales se llevan al montaje por medio de fibra óptica. Los dos haces objeto son combinados con un acoplador de fibra óptica mono-modo 2x2. En una de las salidas del acoplador se coloca un sistema de lentes que abren y coliman el haz para producir una onda plana de dos longitudes de onda que ilumina el objeto. La luz que difunde el objeto se captura con una lente de  $60mm$  de longitud focal y una cámara de  $1376 \times 1040$  píxeles ( $6.4\mu m/píxel$ ). Un divisor de haz frente a la cámara

permite introducir los haces de referencia. En este montaje  $\theta_o = 0^\circ$  y  $\theta_i = 10^\circ$ , con lo que cada franja corresponderá a  $1.81mm$ .

Como ejemplo de los resultados obtenidos con este montaje, se muestra en la Figura 1.9 el mapa de diferencia de fase para un plano de referencia paralelo al sensor. En este mapa, que debería tener un valor constante, se ven unas franjas remanentes que son debidas a la lente que forma la imagen del objeto en el sensor y a algún desalineamiento del sistema. Estas franjas se restan a los demás mapas de fase para eliminar estas aberraciones residuales del sistema.

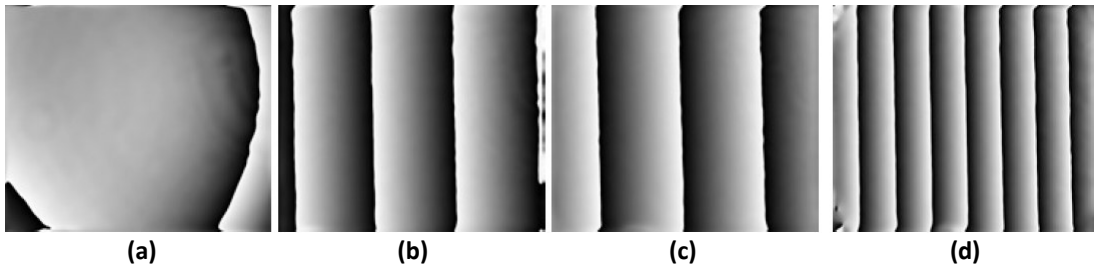


Figura 1.9. .Mapas de fase de un plano inclinado (a)  $0^\circ$ , (b)  $-20^\circ$ , (c)  $20^\circ$  y (d)  $40^\circ$ .

Si el plano se rota un ángulo  $\theta$  con respecto a un eje vertical, se obtienen patrones de franjas verticales igualmente espaciadas (Figura 1.9). Estas franjas indican que, para cada línea vertical del plano, su distancia hasta la cámara es distinta. Se puede comprobar que el ancho de cada franja es proporcional al ángulo, a partir de este ancho se puede determinar el ángulo. En estas medidas se obtuvo una discrepancia de 8% con respecto a su valor nominal.

De estos mapas también se puede deducir que un incremento de la fase corresponde a un incremento de la distancia entre el objeto y la cámara.

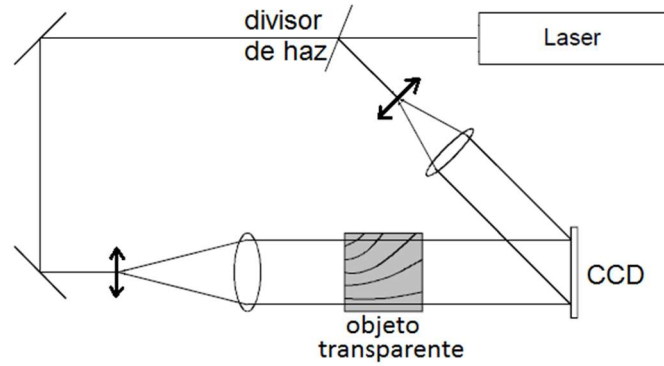


**Figura 1.10.** Superficie plana con un escalón. **(a)** Fotografía del objeto. **(b)** Mapa de fase cuando  $\theta=0^\circ$ . **(c)** Mapa de fase cuando  $\theta=20^\circ$ .

En la Figura 1.10a se muestra un objeto plano que tiene una diferencia de profundidad de 1mm debido a un escalón en su diagonal. Cuando el objeto está perpendicular al eje óptico, se obtiene el mapa de diferencia de fase de la Figura 1.10b. La diferencia entre los niveles de grises de ambas regiones permite calcular el cambio de profundidad de la muestra. Si el objeto plano se inclina un ángulo de  $20^\circ$  con respecto al eje óptico, el mapa de diferencia de fase resultante se muestra en la Figura 1.10c. En este caso las franjas se rompen en el escalón. La discontinuidad de las franjas también podría medir el cambio de profundidad, pero para ello se necesita identificar la correspondencia de las franjas en cada región del mapa.

## **1.5 Medida de cambio de índice de refracción**

Otra aplicación importante de la holografía digital es la medida del cambio de índice de refracción de medios transparentes. Un cambio de índice de refracción puede deberse a cambios de temperatura [10] [11] o de viscosidad [12] del medio, que puede ser un líquido o un gas. A manera de ejemplo, con el montaje de la Figura 1.11 se puede medir un cambio de índice  $\Delta n$  de un objeto transparente [3].



**Figura 1.11.** Montaje para medir cambio de índice de refracción con holografía digital.

El haz de iluminación atraviesa el objeto hasta llegar al sensor donde interfiere con el haz de referencia. Al igual que para la medida de deformación, es necesario capturar dos hologramas: antes y después del cambio  $\Delta n$ . Y calcular la diferencia de fase  $\Delta\phi$  a partir de la reconstrucción de ambas ondas objeto. Si la luz pasa a través del medio en dirección  $z$ , la diferencia de fase debida a un cambio de índice estará dada por:

$$\Delta\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{l_1}^{l_2} [n(x, y, z) - n_0] dz \quad (1.24)$$

donde  $n_0$  es el índice de refracción inicial,  $n(x, y, z)$  es la distribución final de índice y la integración se hace a lo largo de la dirección de propagación, entre los límites del objeto ( $l_1, l_2$ ). Si el índice de refracción no depende de  $z$ , la integral se hace directamente y la ecuación (1.18) se transforma en:

$$\Delta\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n d(x, y) \quad (1.25)$$

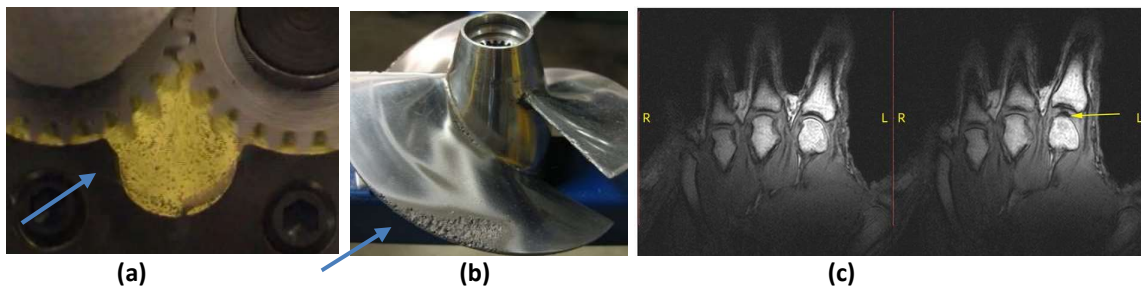
donde  $d(x, y)$  es el ancho del objeto en dirección  $z$ .

Como ejemplo de esta aplicación se presentan los resultados obtenidos como parte de una estancia de investigación en el laboratorio del profesor Jeremy Coupland, en la Universidad de

Loughborough en el Reino Unido. El objetivo del trabajo era realizar un estudio óptico de una burbuja de cavitación utilizando un microscopio digital holográfico.

### **1.5.1 Burbujas de cavitación**

La fatiga o duración de vida de materiales usados en maquinaria se puede alterar mediante el uso de lubricantes. En particular, es de gran interés estudiar el efecto que tiene la cavitación en el comportamiento de rodamientos, engranajes, pistones o turbinas [13]. La cavitación es un efecto que se produce cuando un fluido está sometido a ciertas condiciones que hacen que su presión caiga por debajo de la presión del vapor, de tal forma que sus moléculas cambian repentinamente de estado, formándose burbujas o cavidades. En la Figura 1.12a se pueden observar estas burbujas formadas por el movimiento de dos engranajes. Se sabe que la cavitación puede ejercer presión en las paredes de contacto produciendo un efecto perjudicial de desgaste de las superficies, como lo muestra la hélice de la Figura 1.12b. El cómo se produce el proceso de erosión sigue siendo aún un tema de debate [14].



**Figura 1.12. (a)** Burbujas de cavitación producidas debido al movimiento de dos engranajes. **(b)** Efecto de erosión debido a las burbujas en una turbina. **(c)** Burbujas de cavitación producidas por hacer crujir las articulaciones de los dedos.

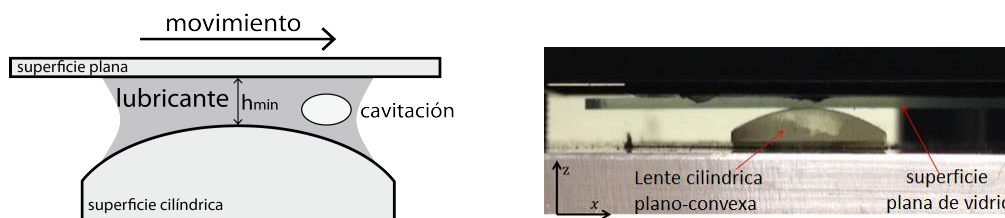
En el cuerpo humano también ocurre este fenómeno. El sonido que se percibe tras el chasquido de los dedos no es más que la formación de estas burbujas en el líquido sinovial [15], que es el líquido viscoso que evita el desgaste de los huesos de las articulaciones. La Figura 1.12c muestra el momento antes y el momento después de la formación de la burbuja visualizado con una radiografía.

Algunos estudios experimentales de la cavitación que se han realizado incluyen su observación por medio de fotografías, videos o medidas de presión en la cavidad. En la literatura se pueden encontrar distintos modelos teóricos, que están basados en elegir las condiciones de frontera apropiadas en la ecuación de Reynolds para predecir la distribución de presión a lo largo de la cavidad.

En este trabajo se ha estudiado este fenómeno utilizando por primera vez la microscopía digital holográfica realizando medidas de alta resolución. Se ha adaptado un microscopio tradicional para convertirlo en un microscopio holográfico digital. Comparando dos hologramas, uno con burbuja y otro sin la burbuja, y conociendo la diferencia de índice de refracción, se pueden obtener medidas no solo del ancho de la burbuja (con una resolución de micras a partir de la amplitud de la onda reconstruida) sino también de su espesor (con una resolución de nanómetros a partir de la fase de la onda objeto reconstruida). Estos resultados sirven para discutir la validez de los modelos teóricos [16].

### 1.5.2 Montaje para generar la burbuja

Para este estudio se generó una burbuja por medio del movimiento relativo entre una superficie plana y una superficie cilíndrica, con una pequeña cantidad de líquido viscoso entre ellas. Un corte transversal de esta geometría se observa en la Figura 1.23. En nuestro caso la superficie cilíndrica permanece estática mientras que la superficie plana se mueve en una dirección perpendicular al eje del cilindro. Se sabe que esta geometría es análoga a la geometría del anillo externo que rodea un pistón cilíndrico de un motor de combustión interna. Esta configuración ha sido utilizada en varios estudios tanto experimentales como numéricos acerca de la cavitación debido a su fácil fabricación [17].



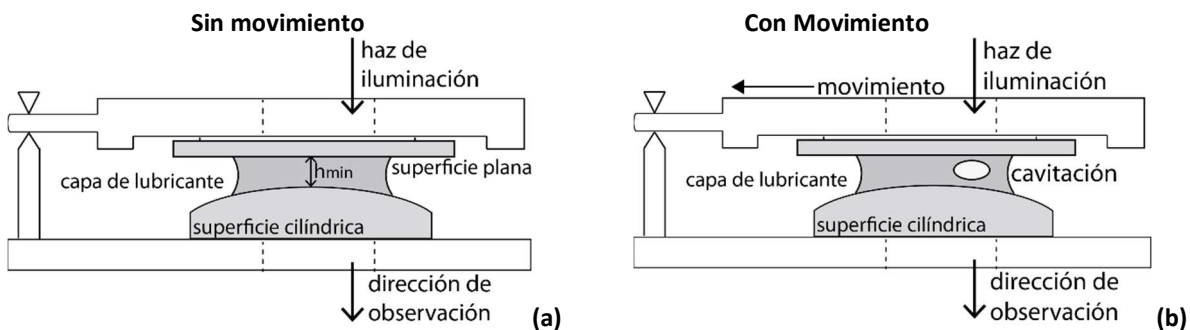
**Figura 1.13.** Generación de una burbuja de cavitación por medio del movimiento relativo entre una superficie cilíndrica y una plana con lubricante entre ellas.



Los materiales usados son piezas ópticas transparentes que permiten el paso de la luz. Estas piezas son de alta calidad, con un error en su forma menor que  $50nm$  y una rugosidad menor a  $1nm$ . La superficie cilíndrica es una lente plano-convexa con un radio de curvatura  $R=13.25mm$ , una altura de  $12.5mm$  y una longitud de  $L=25mm$ . Esta se adhiere a una superficie metálica que la mantiene fija y que cuenta con un agujero que permite el paso de la luz.

Se utilizaron dos superficies planas, un portaobjetos de microscopio de  $1mm$  de espesor y una pieza rectangular de zafiro transparente, de alta calidad y de  $3mm$  de espesor. La superficie plana está adherida en una de sus caras a un soporte con un agujero que permite el paso de la luz (Figura 1.14). Este soporte se mueve por medio de un motor que se desplaza con una velocidad controlada constante, en un intervalo de  $0$  a  $2.3mm/s$  y una aceleración de  $1.5mm/s^2$ . La otra cara de la superficie plana está totalmente sostenida por la película de aceite, la cual a su vez está en contacto con la lente cilíndrica.

La superficie plana está en equilibrio con respecto a la superficie curva, evitando que se incline con respecto a la horizontal. Esta superficie (junto con su soporte) aplica una carga total de  $W=2.65N$  sobre la lente. La distancia mínima entre la superficie plana y la superficie cilíndrica  $h_{min}$  es del orden de los  $200nm$ . El líquido viscoso utilizado es un aceite para lubricar maquinarias libre de aditivos con una viscosidad de  $1.508Pa.s$  ( $20^\circ$ ).



**Figura 1.14.** Esquema del soporte que genera la burbuja y permite su observación. **(a)** Sin movimiento, no hay burbuja. **(b)** Con movimiento, aparecen las burbujas.

### 1.5.3 Microscopio holográfico digital

El montaje óptico se muestra en la Figura 1.15. Como fuente de iluminación se usó un diodo láser de Nd:YLF de longitud de onda  $\lambda=523nm$ . El láser se divide en dos haces mediante un cubo divisor 50/50. El sistema de la burbuja se ilumina con una onda plana y la luz transmitida por el sistema se convierte en el haz objeto, el cual es observado con un objetivo de microscopio 80X de apertura  $NA=0.55$ . El holograma se captura con una cámara CCD (4008x2672 *pixeles*, 9 $\mu m$ /*pixel*). El haz de referencia es una onda divergente que entra en ángulo y cuyo origen se coloca en el plano de la apertura del sistema, por lo tanto se tiene una configuración DIPH.

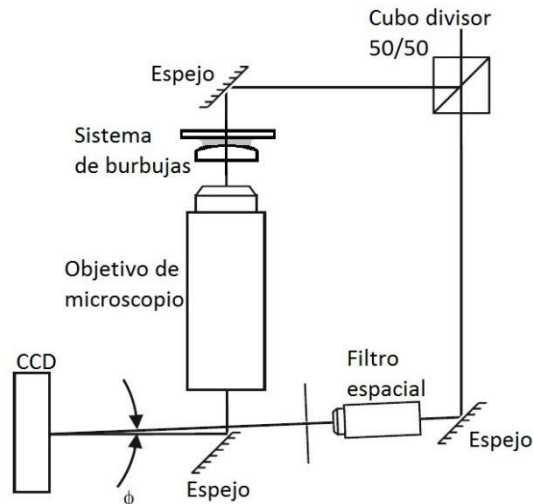
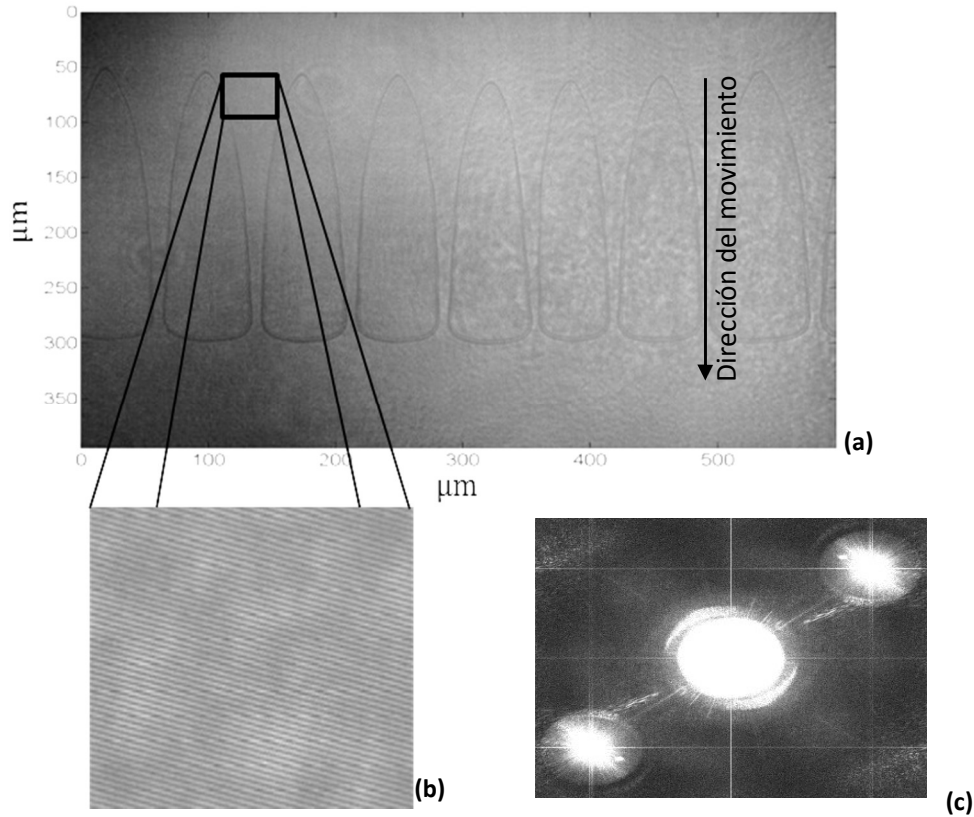


Figura 1.15. Montaje experimental del microscopio holográfico digital.

La Figura 1.16a muestra un holograma registrado con este montaje. En esta imagen se observan unos objetos con forma cónica que son los contornos visibles de las burbujas o cavidades. Según la teoría, aparecen múltiples cavidades con el fin de garantizar la continuidad del flujo [18]. Son cavidades de forma alargada cuya longitud puede medirse conociendo los aumentos del sistema, pero su profundidad y posición con respecto a las dos superficies es desconocida. Las burbujas que se muestran fueron generadas debido al movimiento de la placa que iba en dirección de arriba a abajo de la imagen.



**Figura 1.16. (a)** Holograma capturado. **(b)** Franjas de interferencia vistas haciendo un zoom digital del holograma. **(c)** Transformada de Fourier del holograma.

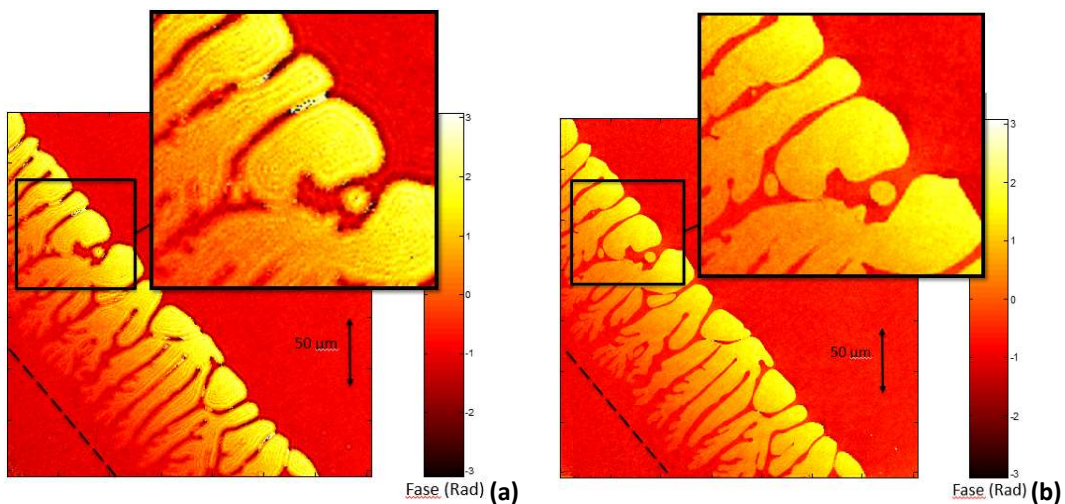
En el holograma de un objeto transparente, sin nada que disperse la luz, se puede observar las franjas de interferencia, ya que en este caso no han sido alteradas por la presencia del moteado. Haciendo un zoom del holograma se aprecian efectivamente unas franjas inclinadas (Figura 1.16b). La reconstrucción del holograma se hace con el método de la transformada de Fourier. En la Figura 1.16c se muestra la amplitud del espectro de frecuencias del holograma, donde se aprecian la imagen virtual y real de la apertura.

### 1.5.4 Resultados experimentales

#### Corrección de la imagen

La técnica de holografía digital se tiene la posibilidad de compensar numéricamente las aberraciones del sistema óptico [19], ya que se tiene acceso a la fase del frente de onda y este puede ser modificado eliminando la curvatura residual.

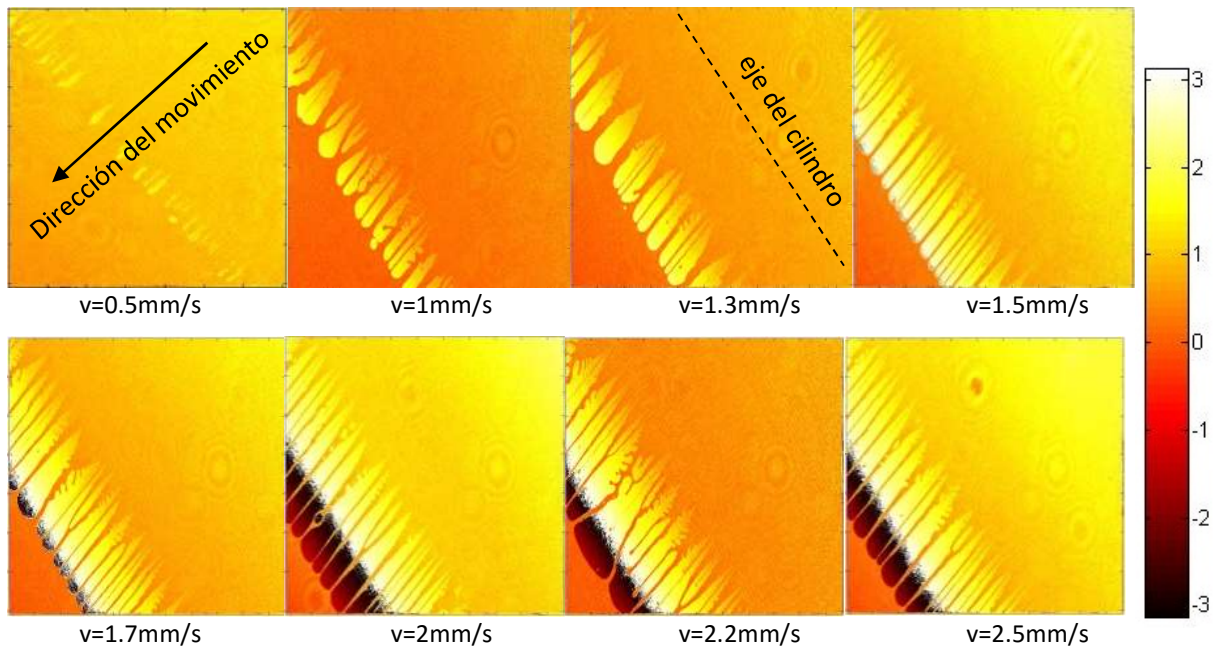
La Figura 1.17a muestra un mapa de diferencia de fase obtenido a partir del holograma con burbujas y el holograma cuando no hay burbuja y solo está el líquido viscoso. En el mapa de fase se observan burbujas con una forma un poco diferente a la forma cónica anterior. Esto es debido a que se usó como objeto plano el portaobjetos cuya superficie no es de alta calidad y su rugosidad generaba perturbaciones aleatorias en el movimiento del flujo. La fase dentro de la burbuja es distinta a la fase en el líquido, lo que indica efectivamente un cambio de índice de refracción. Si se observan detenidamente los bordes de las burbujas, se aprecian unas franjas que son debidas a aberraciones del frente de onda. Cuando a la fase se le resta el correspondiente término cuadrático y se busca el plano de mejor enfoque se encuentran imágenes con los bordes de las burbujas bien definidos y sin las franjas que se observan en la imagen original (Figura 1.17b).



**Figura 1.17. (a)** Mapa de diferencia de fase. **(b)** Mapa de diferencia de fase donde se compensa la aberración esférica.

### Longitud de la burbuja

Las burbujas aparecen cuándo comienza el movimiento relativo de las superficies. Mientras no haya movimiento, entre las superficies solo habrá líquido. El tamaño de las burbujas depende de la velocidad. Tras un tiempo muy corto de aproximadamente 2 segundos después de haber comenzado el movimiento, el objeto plano alcanza una velocidad  $v$  constante y aparecen cavidades múltiples estables mientras el movimiento permanezca constante. En la Figura 1.18 se observan mapas de diferencia de fase de las cavidades. Las burbujas se reconocen por tener una fase diferente al fondo. El valor de la fase del fondo (del líquido) es aproximadamente la misma en cada punto, indicando que no ha habido ningún cambio de espesor del lubricante, o si lo hubo habrá sido una cantidad constante a lo largo de toda la imagen. Pero en ese caso no es posible determinar cuánto cambio el espesor debido a que no se tiene una fase absoluta.



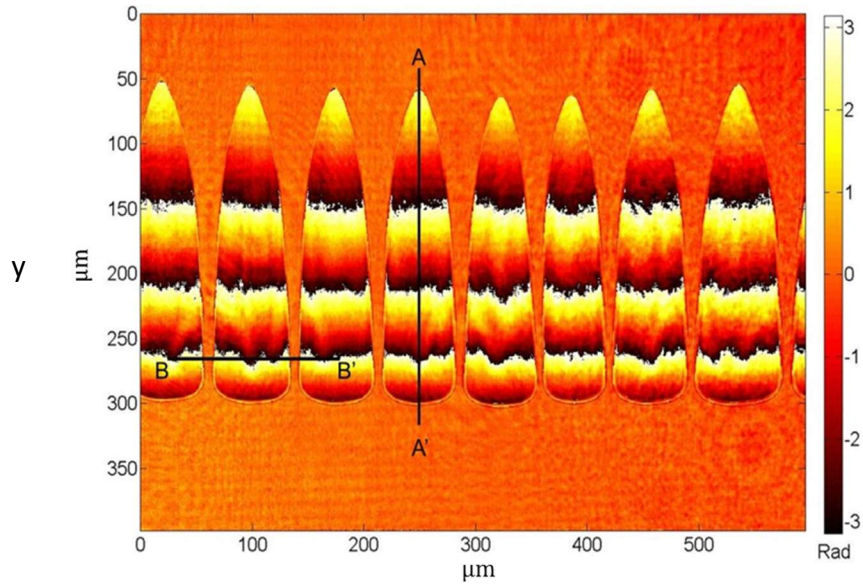
**Figura 1.18.** Burbujas de diferente tamaño generadas con distintas velocidades.

En la figura se observa que las burbujas se alargan en la dirección del movimiento, la cual es perpendicular al eje del cilindro, y sus "puntas" comienzan en una línea paralela al eje del cilindro. Las burbujas aumentan su longitud a medida que la velocidad se incrementa.

Dos conclusiones se pueden extraer de estas imágenes. En primer lugar, a velocidades más bajas, la cavitación es más irregular con una forma como "hojas de helecho" o "dedos" que se dirigen hacia el eje del cilindro contrarios hacia la dirección de movimiento. En segundo lugar, midiendo la posición de la línea de inicio de las cavidades, se puede observar que a medida que la velocidad disminuye, las burbujas se mueven hacia el eje del cilindro donde está la mínima distancia entre las superficies  $h_{min}$ .

### **Espesor de la burbuja**

Para una velocidad constante de  $2.3\text{mm/s}$  aparecen las cavidades múltiples que se muestran en la Figura 1.19. Estas burbujas se han generado con la ventana plana de zafiro, cuya calidad óptica es alta y evita las fluctuaciones vistas en las burbujas anteriores. Nuevamente se observa que las burbujas comienzan a lo largo de una misma línea que es paralela al eje del cilindro. Además están igualmente espaciadas como sugiere la teoría [20] [21] [22]. El origen del eje vertical ( $y = 0$ ) se encuentra en el punto de espesor mínimo del lubricante  $h_{min}$ , con lo que a medida que  $y$  aumenta, la región entre las dos superficies aumenta. En las imágenes se observa que el espacio entre las burbujas se vuelve más pequeño cuando la distancia  $y$  aumenta. Lo que significaría que hay una conservación de flujo másico, tal como los modelos lo plantean.



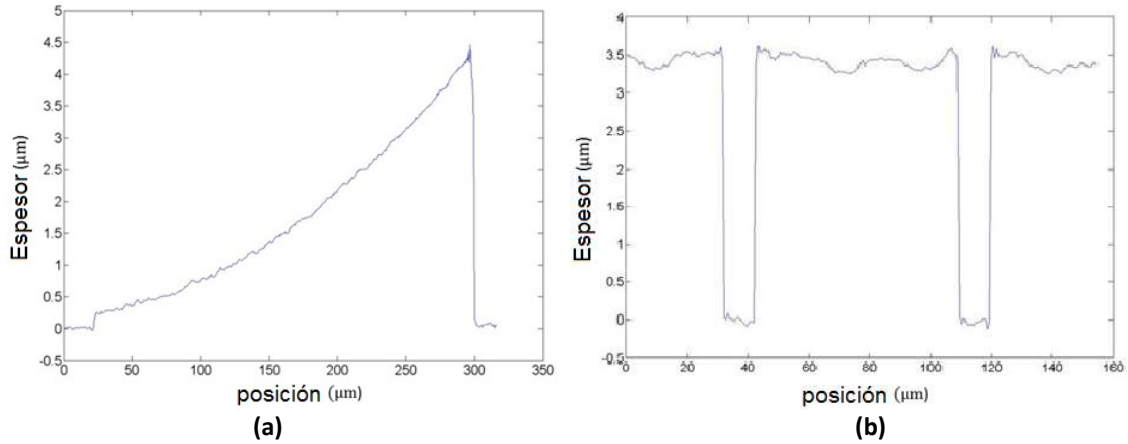
**Figura 1.19.** Mapa de diferencia de fase de las cavidades.

Las franjas que aparecen en el mapa de diferencia de fase se deben a la diferencia de índice de refracción entre el gas de la burbuja y el líquido lubricante. El cambio de fase que sufre el haz de iluminación al propagarse una distancia  $d(x, y)$  en la burbuja está dado por la ecuación 1.25. En el caso de suponer que el índice de refracción del aire en la burbuja es 1, el espesor de la burbuja podrá calcularse con la siguiente expresión:

$$d(x, y) = \frac{\lambda \Delta\varphi(x, y)}{2\pi [n_0 - 1]} \quad (1.26)$$

donde  $n_0$  es el índice de refracción del líquido lubricante. En nuestros experimentos medimos el índice con un refractómetro y el resultado de la medida fue  $n_0 = 1.499$ . Lo que quiere decir que una franja equivale a un espesor aproximadamente de  $2\lambda \approx 1\mu\text{m}$ .

La Figura 1.20 muestra dos perfiles del espesor calculados a partir del mapa de fase. El perfil corresponde a las dos líneas que se indican en el mapa de fase de la Figura 1.19. Para calcular el espesor de la burbuja se hace un proceso de despliegado usual y se utiliza la ecuación 1.26.



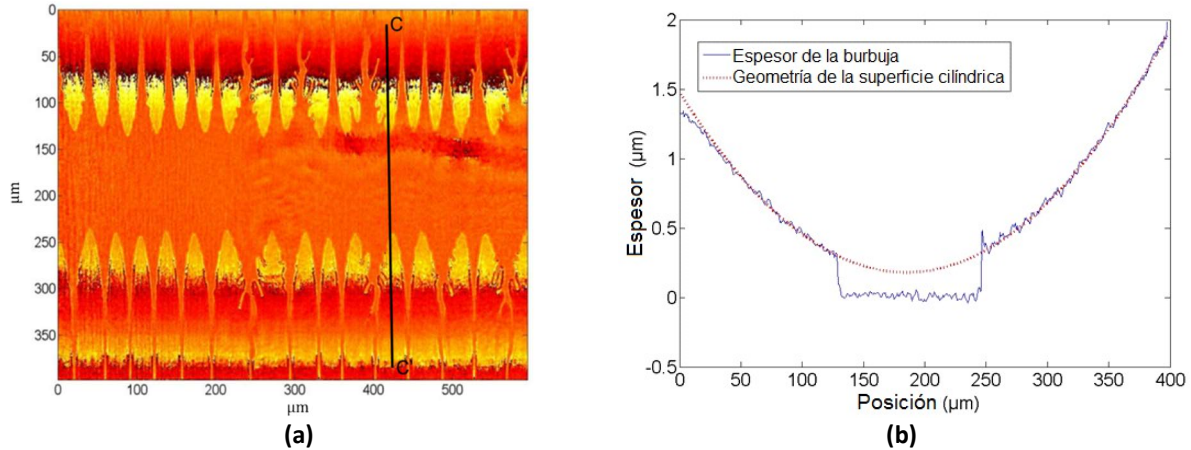
**Figura 1.20.** Espesor de la burbuja a lo largo de las líneas que se muestran en la figura 1.26. **(a)** Línea A-A'. **(b)** Línea B-B'.

En la Figura 1.20a se observa que el espesor medido a lo largo de la línea A-A' comienza en cero hasta que de repente salta hasta un valor de  $0.3\mu\text{m}$ , esa es la posición donde empieza la burbuja. Después de este punto el espesor comienza a aumentar hasta  $4.5\mu\text{m}$  y salta de nuevo a cero, en el punto donde acaba la burbuja.

El perfil de espesor a lo largo de la línea B-B'' (Figura 1.20b) muestra pequeñas variaciones del espesor que evidenciaría que el líquido se mueve haciendo pequeñas olas, arriba o abajo de la cavidad. Con lo que se podría pensar que la burbuja no está en contacto con por lo menos una de las superficies.

Para encontrar el centro de la lente o punto de mínima distancia entre las superficies, se aprovecha el hecho de que el sistema puede moverse también en la dirección contraria. Si se cambia el sentido del movimiento, nuevas burbujas aparecerán en el lado opuesto con respecto al centro de forma simétrica. Si se superponen los dos mapas de fase se podrán ver los dos conjunto de burbujas. Para una velocidad de  $1.5\text{mm/s}$  y  $-1.5\text{mm/s}$  se tienen los mapas que se muestran en la Figura 1.21a.





**Figura 1.21. (a)** Dos mapas de fase superpuestos para las dos direcciones de movimiento. **(b)** Medida de espesor de la línea C-C'

Una medida del espesor a lo largo de la línea C-C' se muestra en la Figura 1.21b. En esta medida se observa que donde no hay burbuja el espesor medido es cero y cuando las burbujas aparecen comienzan a aumentar su espesor, tanto para las burbujas de un lado como para las del lado contrario. La simetría de los hologramas superpuestos permite estimar la posición de la línea de espesor mínimo del lubricante y la aparición de la cavitación en relación con esta línea. Pero lo más interesante de estas medidas es ver que el espesor encaja con la geometría de la superficie cilíndrica ( $R=13.25\text{mm}$ ) como se observa en la Figura 1.21b donde se ha dibujado también la curvatura de la lente cilíndrica, una vez conocido su centro. Es claro que la curvatura del espesor de la burbuja es casi idéntica a la curvatura de la superficie cilíndrica. Estos resultados soportan la hipótesis que la burbuja está en contacto con la superficie inferior: la superficie cilíndrica.

## 1.6 Conclusiones

En este capítulo se ha presentado la holografía digital como técnica de medida no invasiva capaz de recuperar frentes de onda numéricamente, a partir del registro de la interferencia entre una onda objeto y la onda de referencia. Si dos hologramas se registran en dos instantes de tiempo, se podrá encontrar la diferencia de fase entre ambas ondas. Dependiendo de la aplicación y de la geometría de registro, esta diferencia será proporcional a parámetros como desplazamiento del objeto, altura, grosor o índice de refracción.

Se ha puesto a punto un sistema de holografía digital de doble longitud de onda para la medida de formas, que se va a utilizar para medir la forma de un modelo de vaso sanguíneo.

Se ha diseñado y desarrollado un microscopio holográfico digital para estudiar el comportamiento de burbujas de cavitación. Con este sistema se ha medido no sólo la longitud de la burbuja sino también su espesor. Además con los resultados obtenidos se ha podido inferir información acerca de la posición de la burbuja con respecto a las superficies de contacto.

## Referencias

- [1] D. Gabor, «A new microscope principle,» *Nature*, vol. 161, p. 777, 1948.
- [2] Goodman J. W., *Introduction to Fourier Optics*, New York: McGraw-Hill, 1968.
- [3] Schnars U. and Juptner W. P. O., «Digital recording and numerical reconstruction of holograms,» *Meas. Sci. Technol.*, vol. 13, pp. R85-101, 2002.
- [4] Takeda M., Ina H. and Kobayashi S., «Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry.,» *JosA.*, vol. 72, nº 1, pp. 156-160, 1982.
- [5] M. Lehmann, «Speckle Statistics in the Context of Digital Speckle Interferometry,» de *Digital Speckle Pattern Interferometry and Related Techniques*, Rastogi P.K. (Ed.), Chichester, John Wiley & Sons, Ltd., 2001.
- [6] Miguel Arevallilo Herraéz, David R. Burton, Michael J. Lalor, and Munther A. Gdeisat, «Fast two-dimensional phase-unwrapping algorithm based on sorting by reliability following a noncontinuous path,» *APPLIED OPTICS*, vol. 41, nº 35, pp. 7437-7444, 2002.

- [7] Vest, C. M., *Holographic interferometry*, New York: John Wiley and Sons, Inc., 1979.
- [8] Christophe Wagner, Wolfgang Osten and Soenke Seebacher, «Direct shape measurement by digital wavefront reconstruction and multiwavelength contouring,» *Opt. Eng.*, vol. 39, nº 1, pp. 79-85, 2000.
- [9] N. Andrés, L.A. Arévalo, J. A. Lorda, V. Palero, J. Lobera and M.P. Arroyo, «Dynamic shape measurements of rough surface with a two wavelength method,» de *Interferometry XVII: Advanced Applications*, San Diego, USA, 2014.
- [10] I. Thormahlen, J. Straub and U. Grigull, «Refractive Index of water and its dependence on wavelength, temperature, and density,» *J. Phys. Chem. Ref. Data*, vol. 14, nº 4, pp. 933-945, 1985.
- [11] Roy M. Waxler and G. W. Cleek , «The Effect of Temperature and Pressure on the Refractive Index of Some Oxide Glasses,» *Journal of Research of the National Bureau of Standards - A. Physics and Chemistry* , vol. 77A, nº 6, pp. 755-763, 1973.
- [12] R. T. Lagemann, «A Relation between Viscosity and Refractive Index,» *J. Am. Chem. Soc.*, vol. 67, nº 3, pp. 498-499, 1945.
- [13] M J Braun and W M Hannon, «Cavitation formation and modelling for fluid film bearings: A review,» *Proc. IMechE*, vol. 224, pp. 839-863, 2010.
- [14] Wilson, R.W. and Hannon, W.M., «The diagnosis of plain bearing failures,» *Tribology Series*, vol. 8, pp. 80-131, 1983.
- [15] A Unsworth, D Dowson, and V Wright, «'Cracking joints'. A bioengineering study of cavitation in the metacarpophalangeal joint,» *Ann Rheum Dis*, vol. 30, nº 4, pp. 348-358, 1971.
- [16] Tian Tang, Nick Morris, Jeremy Coupland and Laura Arevalo, «Cavitation Bubble Measurement in Tribological Contacts Using Digital Holographic Microscopy,» *Tribology Letters*, vol. 58, nº 1, pp. 1-10, 2015.
- [17] Dellis, P., and Arcoumanis, C., «Cavitation development in the lubricant film of a reciprocating piston-ring assembly,» *Proceedings of the Institution of mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, vol. 218, nº 3, pp. 157-171, 2004.
- [18] Swift, W., «The stability of lubricating film in journal bearing.,» *J. Inst. Civ. Eng.*, vol. 233, nº 1, pp. 267-288, 1933.
- [19] Alexander Stadelmaier and Jürgen H. Massig, «Compensation of lens aberrations in digital holography,» *OPTICS LETTERS*, vol. 25, nº 2, pp. 1630-1632, 2000.
- [20] Floberg,L, «On journal bearing lubrication considering the tensile strength of the liquid lubricant.,» de *In Transactions of the Machine Elements Division.*, Lund,Sweden, 1973.
- [21] Jakobson B. and Floberg L., «The finite journal bearing considering vaporization.,» de *Transactions of Chalmers University Technology.*, Goteborg, Sweden, 1957.
- [22] Olsson KO., «Cavitation in dynamically loaded bearings.,» de *Transactions of Chalmers University Technology.*, Goteborg, Sweden., 1965.

## CAPÍTULO 2

### **PIV de alta velocidad aplicado a un modelo de vaso sanguíneo transparente con un filtro anti-trombo**

2.1 Introducción

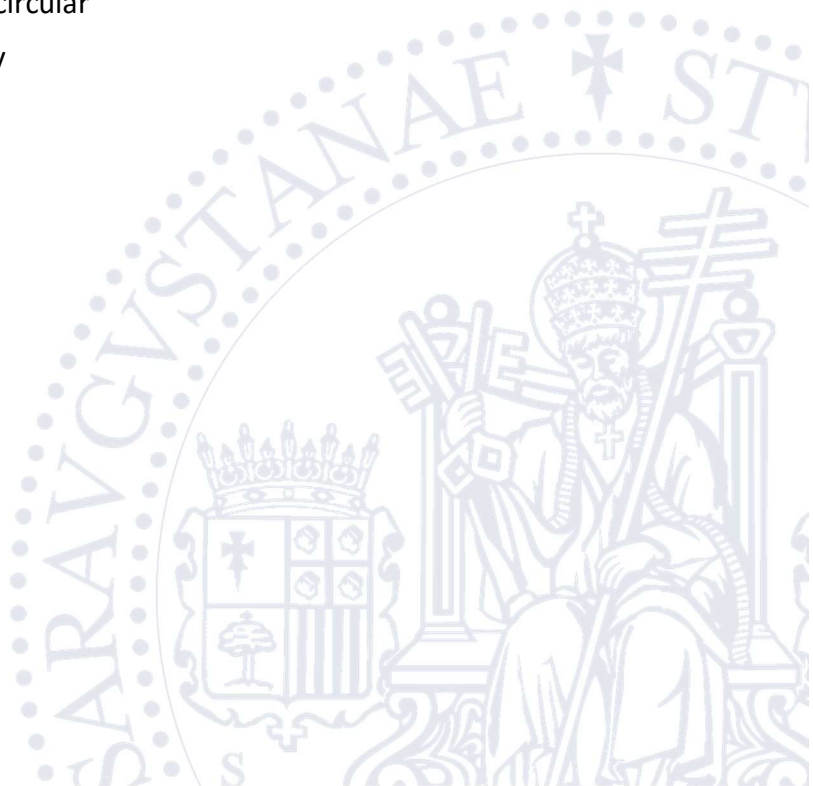
2.2 Flujo laminar en un conducto circular

2.3 Fundamentos de la técnica PIV

2.4 Montaje experimental

2.5 Resultados experimentales

2.6 Conclusiones





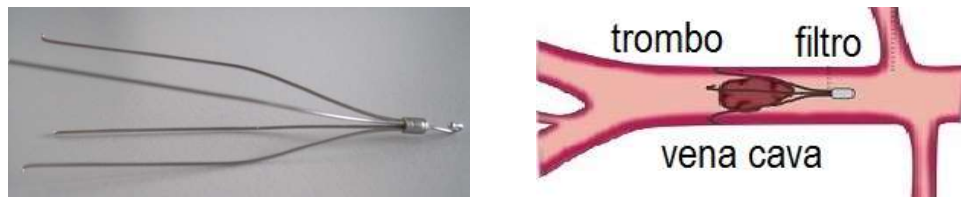
## 2.1 Introducción

La trombosis venosa profunda (TVP) consiste en la formación de trombos o coágulos de sangre en el interior de los vasos sanguíneos, generalmente de las extremidades inferiores. Estos migran hacia el pulmón o el corazón, causando una obstrucción del flujo sanguíneo y produciendo patologías graves, como embolias pulmonares o incluso paros cardíacos. Los cambios estructurales de las células y tejidos implicados en la formación de un trombo son procesos bien entendidos [1]. Este conocimiento ha permitido desarrollar fármacos como terapia principal. No obstante, algunos pacientes presentan contraindicaciones a estos medicamentos, con lo cual los filtros anti-trombo se convierten en un tratamiento alternativo muy interesante.

Los filtros anti-trombo son unos dispositivos médicos diseñados para atrapar los coágulos que viajan por la vena. Se fabrican con alambres delgados y flexibles de acero inoxidable. Su forma cónica (Figura 2.1) facilita la captura de los trombos permitiendo a su vez el flujo de sangre. Unos ganchos en el extremo final de las patas permiten la fijación del filtro a la vena, mientras que la cabeza del filtro impide que los trombos continúen fluyendo por el torrente sanguíneo. El especialista inserta el filtro en la vena cava inferior mediante una inserción percutánea, y pasados unos días lo retira. Existen diferentes estudios clínicos en la literatura donde se evalúa el rendimiento de estos dispositivos [2].

El diseño de filtros que minimicen las complicaciones y aumenten la eficacia de los mismos requiere el uso de herramientas numéricas que determinen la interacción filtro-flujo [3]. Existen

diversos modelos que simulan la hemodinámica y que deben ser validados experimentalmente [4], de ahí la importancia de realizar medidas experimentales. Algunas técnicas como los ultrasonidos, los rayos X o las resonancias magnéticas se utilizan para extraer información de interés de la mecánica de fluidos del sistema cardiovascular. Sin embargo, estas medidas tienen una limitación de resolución espacial y/o temporal que impide hacer una mejor comparación y validación con los modelos numéricos [5].



**Figura 2.1.** Filtro anti-trombo tipo Günther-Tulip de 4 patas para vena cava.

En este capítulo se utilizará la técnica PIV para evaluar el cambio del campo de velocidades en el interior de un modelo de vaso debido a la influencia de un filtro anti-trombo tipo Günther-Tulip (Figura 2.1). Se analizará la diferencia entre los mapas de velocidades obtenidos con y sin filtro. Se estudiará también la influencia que ejerce la presencia de un modelo de trombo insertado en el filtro. Se compararán así mismo los mapas de velocidades obtenidos con distintos tipos de flujos (constantes y pulsados). Estos resultados servirían no solo para hacer un estudio experimental del comportamiento de los filtros sino también para validar modelos numéricos que simulan el sistema cardiovascular [6] [7].

A continuación se revisarán algunos conceptos de mecánica de fluidos centrándonos en el problema de un fluido laminar en un conducto cilíndrico. Seguidamente se revisarán los fundamentos de la técnica PIV, técnica muy usada para medir velocidades de fluidos. Finalmente se describirá el montaje experimental utilizado junto con los resultados obtenidos.

## 2.2 Flujo laminar en un conducto circular

En este capítulo vamos a estudiar el comportamiento de un flujo laminar, estacionario, incompresible y uniformemente viscoso viajando en un conducto cilíndrico de sección circular, problema conocido como flujo de Poiseuille [8]. Antes de estudiar esta solución se revisarán algunos conceptos de mecánica de fluidos.

### 2.2.1 Viscosidad, número de Reynolds y caudal

Cuando en un fluido en movimiento se cumple que la tensión cortante  $\tau$  (shear stress), es proporcional al gradiente de la velocidad (shear rate), se dice que el fluido es *newtoniano*. La constante de proporcionalidad es el coeficiente de viscosidad dinámica  $\mu$ , propiedad física que mide la resistencia de un fluido al movimiento (Figura 2.2a),

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.1)$$

Muchas veces se trabaja con la viscosidad cinemática la cual se calcula a partir de la viscosidad dinámica  $\mu$  y la densidad  $\rho$  de esta forma:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.2)$$

Los fluidos que tienen una viscosidad que depende de la tensión cortante, se llaman fluidos *no newtonianos* (Figura 2.2b).

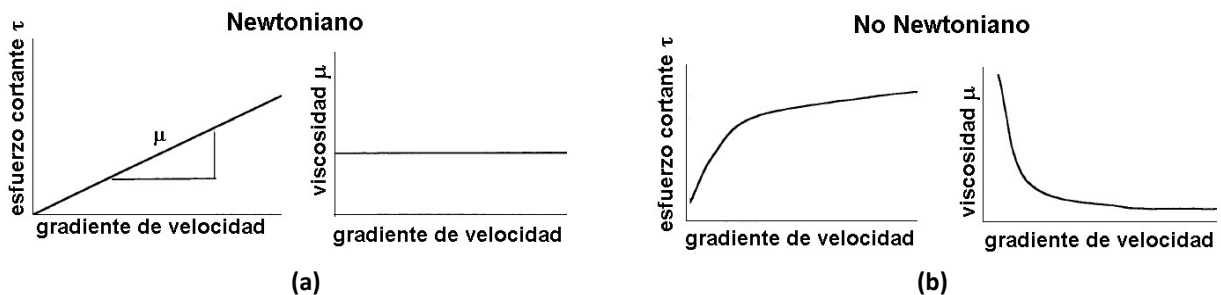


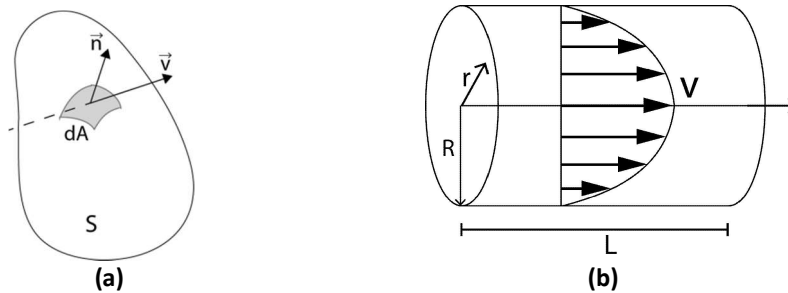
Figura 2.2. Esfuerzo cortante y viscosidad vs gradiente de velocidad, para (a) fluidos newtonianos y (b) no newtonianos.



La mayoría de los modelos numéricos, en primera aproximación, suponen la sangre como un fluido incompresible, homogéneo y newtoniano [9]. Los efectos no newtonianos se verían en vasos muy pequeños o con geometrías muy complejas, donde el esfuerzo cortante es pequeño y el gradiente de velocidad es grande [10] (ver Figura 2.2b). Por lo tanto, supondremos de ahora en adelante que vamos a trabajar con un fluido newtoniano. El principal parámetro que determina el comportamiento de los fluidos newtonianos es el número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu} \quad (2.3)$$

donde  $V$  y  $L$  representan la velocidad y la longitud características del fluido,  $\rho$  su densidad y  $\nu$  su viscosidad cinemática. Valores pequeños del número de Reynolds ( $Re < 2000$ ) indica que se tiene un flujo laminar, mientras que valores altos ( $Re > 3000$ ) están relacionados con flujos turbulentos. Valores intermedios corresponden al régimen de transición.



**Figura 2.3. (a)** Caudal a través de una superficie. **(b)** Flujo viscoso incompresible en un conducto circular.

El caudal o flujo volumétrico se define como el volumen de fluido que pasa a través de una superficie  $S$  por unidad de tiempo. Si la velocidad varía sobre la superficie y no es paralela a su normal (Figura 2.3a), el caudal se calcula como:

$$Q = \int_S (\vec{v} \cdot \hat{n}) dA \quad (2.4)$$

donde  $\hat{n}$  es el vector normal a la superficie y  $\vec{v}$  es la velocidad local en la superficie. Para el caso del flujo en un conducto cilíndrico donde la sección transversal es circular, la velocidad sólo tiene componente en la dirección del eje del cilindro y solo depende de la distancia al eje, la ecuación (2.4) se transforma en:

$$Q = 2\pi \int_0^R v_z(r) r dr \quad (2.5)$$

### 2.2.2 Flujo de Poiseuille

Tenemos un flujo de Poiseuille cuando el flujo está completamente desarrollado en un conducto cilíndrico. En este caso la velocidad tendrá solo una componente axial que dependerá de la posición radial, de esta forma:

$$v(r) = \frac{\Delta p}{L} \frac{1}{4\mu} (R^2 - r^2) \quad (2.6)$$

donde  $\Delta p$  es la caída de presión a lo largo de una longitud  $L$  del conducto. El perfil de velocidad tiene una forma parabólica con su máximo está en el eje del cilindro ( $r = 0$ ), y velocidad nula en las paredes ( $r = R$ ). Algunos resultados interesante se derivan de la ecuación anterior:

$$v_{m\acute{a}x} = \frac{\Delta p}{L} \frac{R^2}{4\mu} \quad (2.7)$$

$$v_{media} = \frac{\Delta p}{L} \frac{R^2}{8\mu} = \frac{v_{max}}{2} \quad (2.8)$$

En este caso el número de Reynolds y el caudal están dados por:

$$Re = \frac{2\rho v_{media} R}{\mu} \quad (2.9)$$

$$Q = \frac{\Delta p}{L} \frac{\pi R^4}{8\mu} = \frac{\pi R^2}{2} v_{max} \quad (2.10)$$

Y el esfuerzo cortante o de cizalla en la pared depende del gradiente de velocidad:

$$\tau_{pared} = \mu \left. \frac{\partial v}{\partial r} \right|_{r=R} = \frac{R \Delta p}{2 L}. \quad (2.11)$$

Derivando la ecuación (2.6) se tiene que:

$$\tau_{pared} = \frac{R \Delta p}{2 L}. \quad (2.12)$$

### 2.2.3 Caudal pulsado

Cuando una masa de fluido es acelerada o desacelerada en el tiempo, el fluido no responde inmediatamente al cambio debido a su *inercia* [11]. Si la caída de presión entre dos extremos del tubo cambia en el tiempo, se habla de un fluido fluctuante o inestable. Un ejemplo es el flujo sanguíneo que presenta un comportamiento pulsátil debido al bombeo del corazón.

El caudal y la caída de presión del sistema cardiovascular son funciones periódicas que se pueden aproximar, según la teoría de Fourier, a una suma de funciones senos y cosenos de diferente frecuencia más un término de orden cero. Por lo tanto, solucionar el problema de un flujo inestable se hace aproximando la caída de presión a una función armónica de frecuencia  $\omega$ , sabiendo que los siguientes armónicos tendrán la misma solución ya que las ecuaciones de momento que gobiernan el sistema bajo estudio son lineales. El resultado final será la suma de las soluciones de los demás armónicos.

Un flujo laminar oscilante en un tubo se conoce como flujo de Womersley. Para su solución el gradiente de presión se suele representar con la siguiente forma compleja:

$$\frac{dP}{dz} = \mathcal{R}e(Ae^{i\omega t}) \quad (2.13)$$

Esta es la representación para las funciones coseno, para las funciones seno se hallaría la parte imaginaria. Se puede demostrar que la solución está dada por:

$$v_z(r, t) = \mathcal{R}e \left[ \frac{iAR^2}{\mu\Omega^2} \left( 1 - \frac{J_0(\zeta)}{J_0(\Lambda)} \right) e^{i\omega t} \right] \quad (2.14)$$

donde  $J_0$  es la función de Bessel de orden cero.

$$\Omega = R \sqrt{\frac{\rho\omega}{\mu}}, \quad \Lambda = \frac{i-1}{\sqrt{2}} \Omega, \quad \zeta(r) = \Lambda \frac{r}{a} \quad (2.15)$$

El parámetro clave que determina si el comportamiento de un fluido en un tubo rígido de radio  $R$  es estable u oscilante, es el número de Womersley  $\Omega$ . Cuando es pequeño, el término oscilante no se tiene en cuenta y la solución se reduce a los perfiles parabólicos de Poiseuille. Si  $\Omega$  es grande la forma de los perfiles de velocidad difieren de una parábola.

### 2.3 Fundamentos de la técnica PIV

La velocimetría de imagen de partículas (PIV, Particle Image Velocimetry) es una técnica de medida muy utilizada en mecánica de fluidos para obtener dos componentes de la velocidad en un plano [12]. Para su implementación es necesario añadir partículas al fluido que sigan el movimiento del mismo sin perturbarlo. Se ilumina un plano del fluido con un haz laminar y se registra la luz difundida por las partículas en dos instantes de tiempo. El objetivo es medir el desplazamiento  $\vec{d}$  de las partículas y conociendo el intervalo de tiempo  $\Delta T$  entre las dos exposiciones, calcular la velocidad como  $\vec{V} = \vec{d}/\Delta T$ . Una de las técnicas más utilizadas actualmente para hallar el desplazamiento local de las partículas es la correlación digital entre dos exposiciones [13].

Ya que el proceso a evaluar es dinámico, con el fin de no registrar un promedio temporal de las imágenes, se requiere “congelar” las partículas por medio de una iluminación pulsada. En caso de movimientos muy rápidos, el intervalo de tiempo entre los dos pulsos se hace muy corto (del orden de los microsegundos).

Para el análisis de las dos imágenes de PIV, éstas se dividen en ventanas de interrogación con un tamaño típico de 32x32 píxeles. Para la misma ventana seleccionada en ambas imágenes, se calcula la función de correlación cruzada en dos dimensiones. Si no se ha perdido la correlación entre ellas, saldrá un pico notorio cuyo tamaño indica cuánto están correlacionados los datos y cuya posición, con respecto al centro de la función, indica cuánto se han desplazado en promedio las partículas. Una precisión sub-píxel en la medida se obtiene ajustando una zona alrededor del pico a un polinomio, normalmente un paraboloides, y encontrando la posición de su máximo.

El ruido en la imagen hace que disminuya el pico de correlación y se confunda con otros picos, aumentando la posibilidad de asignar erróneamente su posición. Esto también puede ocurrir cuando hay gradientes de velocidad dentro de la ventana de interrogación, o cuando hay un movimiento de las partículas fuera del plano que hace que desaparezcan en alguna de las dos imágenes. Para minimizar el error se han desarrollado diferentes procedimientos donde la mayoría están dirigidos a seleccionar una ventana de interrogación óptima en la segunda exposición. Variaciones del tamaño, la posición e incluso la forma de la ventana pueden mejorar el método de detección del pico, así como una búsqueda iterativa que vaya mejorando la precisión y la resolución espacial de los resultados en cada paso [14].

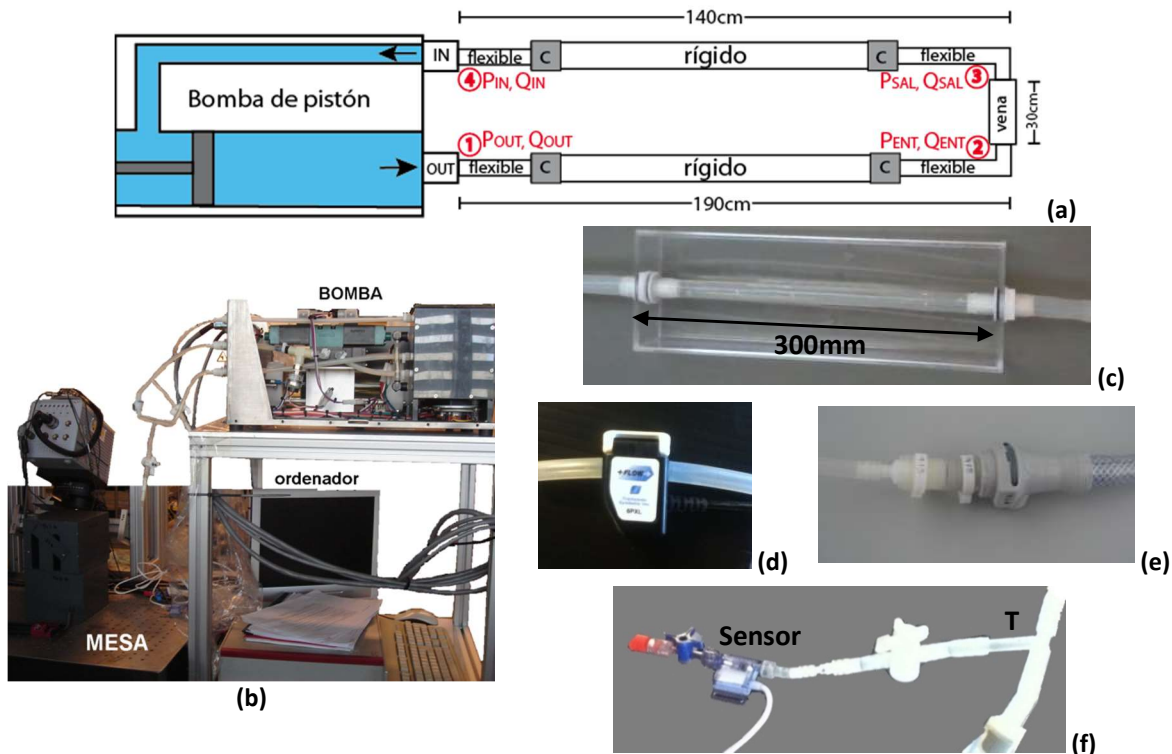
El procedimiento anterior se repite para todas las ventanas de interrogación definidas sobre las imágenes, generando un mapa de vectores desplazamientos. El desplazamiento máximo que se puede medir es del orden del tamaño de la ventana, y el mínimo será una fracción de píxel dependiendo del algoritmo de ajuste. Aumentando la ventana se aumenta el rango de medida pero se disminuye la resolución espacial. El desplazamiento óptimo de las partículas es de aproximadamente la cuarta parte del tamaño de la ventana de muestreo.

## 2.4 Montaje experimental

En el montaje experimental se pueden distinguir dos partes principales: el circuito hidráulico, que intenta reproducir lo más fielmente posible un sistema cardiovascular real y el montaje óptico con el que se hacen las medidas. Ambos se van a describir a continuación. Aunque en esta parte no se utilizaron vasos sanguíneos reales, de ahora en adelante y por simplificar, nos referiremos al modelo de vaso sanguíneo como vaso.

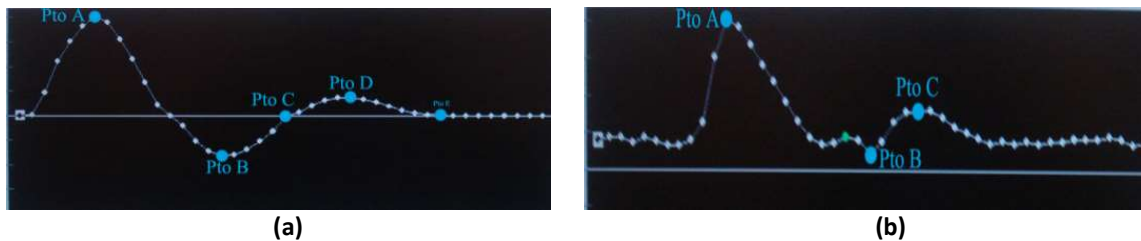
### 2.4.1 Modelo del sistema circulatorio

El modelo de sistema circulatorio (Figura 2.4a) está compuesto principalmente por una bomba de pistón (Figura 2.4b) que simula flujos sanguíneos reales, un modelo de vaso (Figura 2.4c), tubos flexibles y rígidos junto con conectores (Figura 2.4e) para unir el vaso con la bomba, y un conjunto de medidores de caudal (Figura 2.4d) y de presión (Figura 2.4f) para monitorizar los parámetros del flujo.



**Figura 2.4** (a) Sistema circulatorio (los números señalan los puntos de medida). (b) Bomba CompuFlow. (c) Vena con conectores ubicada dentro de una cubeta transparente. (d) Medidor de caudal. (e) Conectores que ensamblan tubos de diferente diámetro. (f) Medidor de presión conectado por medio de un conector en forma de T.

La bomba de pistón (CompuFlow 1000 MR) controlada con ordenador, está diseñada para generar flujos volumétricos constantes con caudales que varían desde  $0.01\text{ml/s}$  hasta  $35\text{ml/s}$  [15]. Un estudio clínico con adultos sanos se puede encontrar en [16], donde se estudian los principales parámetros de las formas de onda del flujo sanguíneo. En particular, el caudal promedio encontrado en una arteria carótida para un adulto promedio en condiciones normales es de  $6\text{ml/s}$ . El flujo volumétrico de la sangre varía en el tiempo debido al movimiento sistemático del corazón. La bomba de la que disponemos puede programarse con ondas fisiológicas típicas, como por ejemplo la que está presente en la arteria femoral, ubicada en el muslo, o la arteria carótida, en el cuello. La Figura 2.5 muestra la forma de estos caudales en función del tiempo. Estas curvas se caracterizan por comenzar cerca a cero, aumentar rápidamente hasta alcanzar un pico máximo y regresar a su estado inicial. La onda femoral (Figura 2.5a) tiene un flujo inverso en una parte del ciclo, mientras que la onda carótida (Figura 2.5b) es siempre positiva (flujo que viaja hacia adelante) [16]. La bomba reproduce estos ciclos a lo largo del tiempo de forma periódica.



**Figura 2.5.** Caudal de las ondas fisiológicas que produce la bomba CompuFlow. **(a)** Femoral. **(b)** Carótida.

En la Tabla 2.1 se muestran algunos parámetros de estas ondas indicados por el fabricante, para un caudal máximo de  $20\text{ml/s}$  y una frecuencia cercana a 60 pulsaciones por minuto (frecuencia cardiaca normal en estado de reposo).

<b>Tabla 2.1.</b> Parámetros de los caudales pulsados generados por la bomba CompuFlow			
<b>Onda</b>	<b>Periodo (ms)</b>	<b>Flujo Prom (ml/s)</b>	<b>Vol. Ciclo (ml)</b>
<b>Femoral</b>	840	2.377	1.997
<b>Carótida</b>	828	6.13	5.076

Se ha utilizado como modelo de vaso un tubo de silicona transparente y flexible de 300mm de largo, 12mm de diámetro interior y 16mm de diámetro exterior. El vaso está conectado por medio de dos tubos a la bomba. La Figura 2.4a muestra un esquema de este sistema en detalle. Gran parte de la tubería está conformada por tubos rígidos (diámetro interno=12mm, diámetro externo=16mm) que mantienen el diámetro constante y evita deformaciones bruscas de la tubería. Para tener un flujo completamente desarrollado en la zona de medida, la vena se coloca en una caja transparente acoplada a conectores que están fijos en la caja (Figura 2.4c). Para minimizar el efecto de los conectores sólo se evaluará el flujo en una zona central de 100mm.

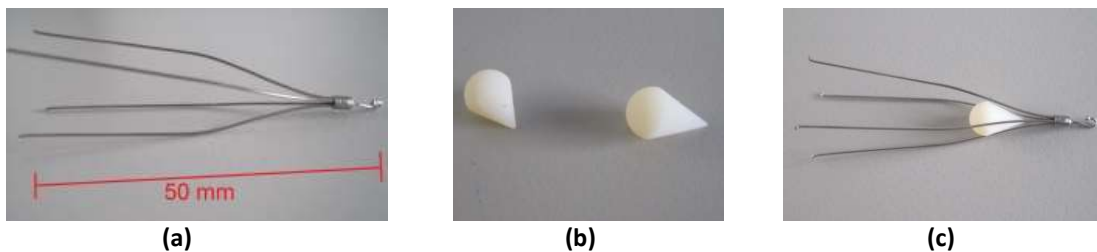
La presión y el caudal se miden por medio de sondas de presión y un caudalímetro situados en cuatro lugares diferentes del circuito (ver números en rojo en la Figura 2.4a), en la entrada (IN) y la salida (OUT) de la bomba, y en la entrada (ENT) y la salida (SAL) del vaso. La sonda de presión, de la casa AD Instruments [17], es un transductor de tecnología piezorresistiva. El caudalímetro, de la casa Transonic [18], tiene integrado un transductor de efecto Doppler. La densidad del fluido y la temperatura alteran el tiempo de tránsito de la señal de ultrasonidos, por lo que todos los sensores son calibrados bajo parámetros específicos. Los fabricantes indican un 10% de precisión en la medida del caudal.

Disponemos un sistema de adquisición de señales (PowerLab hardware de ADInstruments + software Labchart [17]) que tiene cuatro canales de medida: uno para medir caudal, dos para medir presión y uno para capturar la señal que envía la cámara cuando comienza la captura (necesaria para sincronizar las medidas). Con el fin de adquirir las cuatro señales de caudal y las cuatro señales de presión para un mismo tipo de caudal, se realizan varias medidas independientes donde se intercambian los sensores manteniendo al menos uno de ellos fijo para posteriormente sincronizar temporalmente las medidas.



Se dispone de dos sensores de caudal (Figura 2.4d) calibrados para tubos flexibles de silicona de diámetros fijos. El de  $6\text{mm}/9\text{mm}$  se coloca en el IN y OUT, y el de  $12/16\text{mm}$  en ENT y SAL. Conectores especiales permiten conectar los tubos rígidos con los tubos flexibles (Figura 2.4e) donde se hará la medida de caudal. El medidor de presión se inserta en el circuito por medio de un conector en forma de T (Figura 2.4f). Dos extremos del conector permiten la continuidad del caudal en el circuito mientras que el otro extremo permite colocar el sensor.

El filtro anti-trombo utilizado se muestra en la Figura 2.6a. Tiene una longitud de  $50\text{mm}$  y consta de cuatro patas equidistantes entre sí unidas en un extremo, donde una terminación en gancho ayuda a la inserción y extracción del filtro. La flexibilidad del hilo metálico permite la adherencia a venas de diferentes tamaños ya que el filtro se adapta al diámetro del vaso. Los trombos se modelan basándose en observaciones de trombos reales [19]. Se construye un sólido simétrico con forma cónica de modo que el ángulo de su vértice se ajuste al ángulo de separación de los alambres del filtro. La base del cono es esférica produciendo una terminación suave (Figura 2.6b). Su largo es de  $8\text{mm}$ , su ancho de  $5\text{mm}$  y está hecho de polióxido de metileno. La Figura 2.6c muestran los modelos de trombos insertados en el filtro.



**Figura 2.6 (a)** Filtro anti-trombo utilizado en las medidas experimentales. **(b)** Modelo de trombo. **(c)** Filtro con trombo incrustado.

Para simular la sangre se utiliza una mezcla en peso de glicerina (60%) y agua (40%). Esta mezcla presenta una densidad y viscosidad similares a la de la sangre, cuyos valores pueden encontrarse en la

Tabla 2.2. Un valor estándar de la viscosidad de la sangre para unas condiciones similares a las de este trabajo pueden encontrarse en [10], donde se da un valor de la viscosidad de 10mPa·s. La mezcla se eligió porque su índice de refracción es similar al de los tubos de silicona, es decir, estaremos trabajando con *líquido de índice*. De esta forma se minimizan distorsiones introducidos por la diferencia de índice entre las paredes del modelo y del líquido.

<b>Tabla 2.2.</b> Parámetros del modelo de sistema circulatorio.		
Fluido	Composición	40% agua destilada, 60% glicerina (en peso).
	Índice de refracción a 20°C	1.4185
	Densidad $\rho(20^{\circ}\text{C})$	1157.6 kg/m <sup>3</sup>
	Viscosidad $\mu(20^{\circ}\text{C})$	10.911 mPa.s [20]
Partículas	Material	Orgasol® (Poliamida).
	Diámetro	10±3 $\mu\text{m}$ .
Bomba	Modelo	CompuFlow 1000 MR.
	Rango de trabajo	0.01 to 35 ml/s.
Filtro anti-trombo	Tipo	Para vena cava inferior.
	Material	Conicromo Co-20Cr-16Fe-15Ni-7Mo.
	Longitud	50mm.

Para seguir el flujo se han utilizado como trazadores partículas esféricas de polipropileno de 10  $\mu\text{m}$  de diámetro que se dispersan y disgregan en la mezcla con la ayuda de un agitador de ultrasonidos. Estas partículas poseen micro-porosidades (desde 1 a 20  $\text{m}^2/\text{g}$  [21]) que hacen que las partículas tengan una densidad baja y puedan seguir el flujo con una menor resistencia.

### 2.4.2 Montaje óptico

Para llevar a cabo las medidas de PIV de alta velocidad se utilizó un sistema cuyo esquema se muestra en la Figura 2.7.

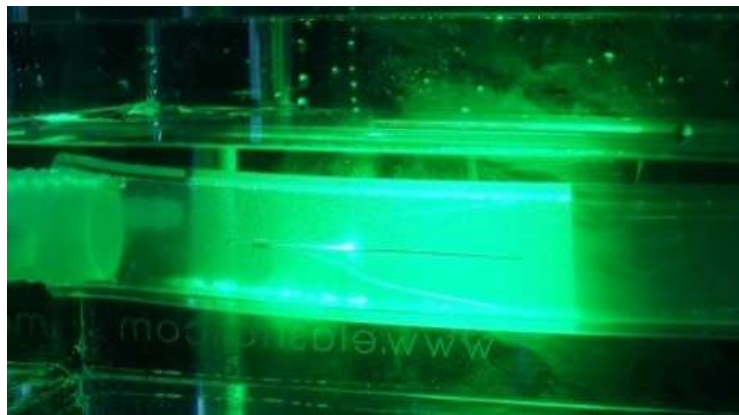
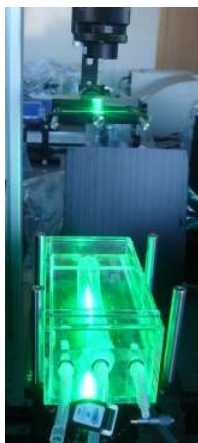
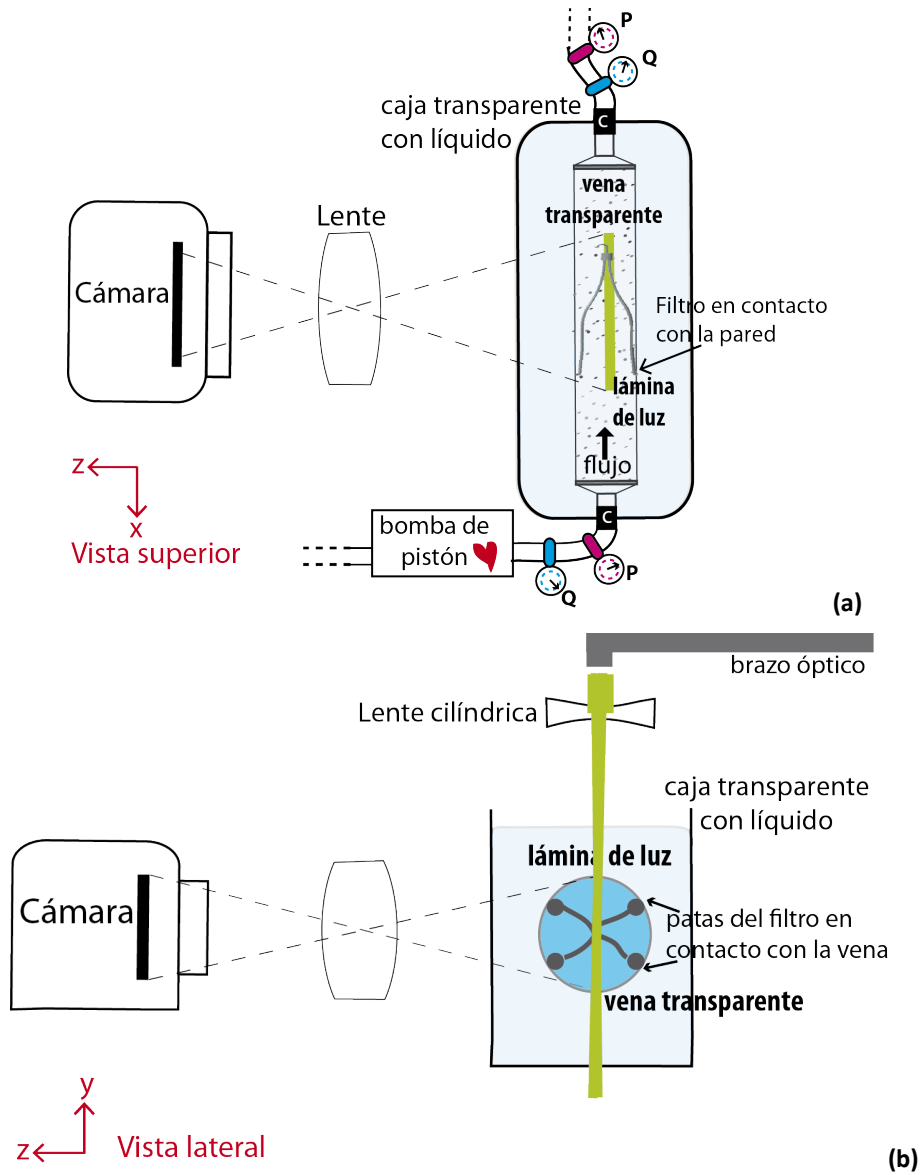


Figura 2.7. Montaje experimental. (a) Vista superior. (b) Vista lateral. (c) Fotografías del montaje experimental.

Como fuente de iluminación se empleó un láser de alta velocidad de doble cavidad New Wave Pegasus, (Nd:YLF bombeado con un diodo). La luz del láser se lleva por medio de un brazo óptico hasta el vaso. Este brazo no es más que un conjunto de espejos que transmiten el haz de forma segura y fácil. A la salida del brazo óptico, un conjunto de lentes esféricas y cilíndricas produce un plano de luz con un grosor de menos de  $1\text{mm}$  y un ancho de  $85\text{mm}$ , que iluminará desde arriba el plano central de la vena (Figura 2.7b).

**Tabla 2.3.** Parámetros del montaje experimental PIV alta velocidad.

Láser	Tipo	Estado sólido Nd:YLF.
	Longitud de onda	527 nm.
	Frecuencia de repetición máxima	10 KHz.
	Energía del pulso a 1KHz	10 mJ.
	Ancho del pulso a 1KHz	<120ns
Cámara	Modelo	Photron Fastcam SA2.
	Resolución	2048x2048 pixeles, 12-bit.
	Tamaño del pixel	$10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$ .
	Frecuencia de adquisición	1000 imágenes/seg
Objetivo	Modelo	Nikon Micro-Nikkor 105.
	Distancia focal	105 mm.
	Apertura	f/32 - f/2.8

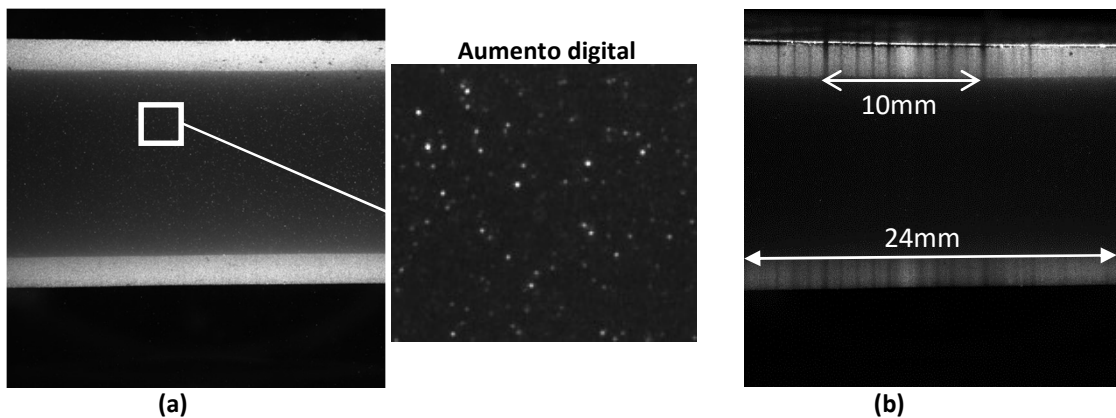
Un objetivo fotográfico Nikon Micro-Nikkor de  $105\text{mm}$ , forma la imagen del plano iluminado en una cámara de alta de velocidad Photron Fastcam SA2, que puede grabar hasta 1000 imágenes por segundo con el sensor completo. La cámara y los medidores de presión y caudal están sincronizados para tomar datos en el mismo instante de tiempo. Los parámetros más relevantes del montaje experimental óptico se resumen en la Tabla 2.3.

Para eliminar reflexiones en las paredes de la vena y la distorsión que se produce al observar a través de una superficie curva transparente con líquido en su interior, la vena se sumerge en una caja transparente de metacrilato repleta de líquido de índice.

## 2.5 Resultados experimentales

### 2.5.1 Toma de datos y análisis PIV

En la Figura 2.8a se muestra un ejemplo de las imágenes de PIV obtenidas del plano central del vaso, donde las dos franjas horizontales brillantes corresponden a las paredes superior e inferior. En medio de éstas se observan las partículas suspendidas en el líquido.



**Figura 2.8.** (a) Imagen PIV, se muestra un zoom donde se visualizan las partículas. (b) Escala proyectada en el plano capturado.

Como primer paso, es importante conocer los aumentos del sistema óptico. La forma tradicional de calcularlos consiste en capturar la imagen de una escala y encontrar la relación entre su tamaño en el plano objeto y el tamaño de su imagen en la cámara. Como en este caso es difícil colocar la escala en el interior de la vena con líquido se optó por colocar sobre la parte superior de la vena una red milimétrica impresa sobre papel translúcido. La escala proyecta una sombra en la imagen tal y como se muestra en la Figura 2.8b. Como cada marca de la escala está separada 1mm, se puede hallar la correspondencia entre milímetros y pixeles (1mm->85px). Usando el tamaño del pixel, se pueden calcular los aumentos del sistema, que en este caso son  $M=0.85$ .

Se eligió trabajar con aumentos casi unidad porque permiten visualizar todo el diámetro del vaso y una longitud de  $24\text{mm}$ , con una alta resolución espacial. Así mismo, se pueden medir los diámetros externo e interno, cuyos valores nominales son  $16\text{mm}$  y  $12\text{mm}$  respectivamente. Las medidas experimentales concuerdan con sus valores nominales.

Para poder visualizar todo el filtro sin cambiar los aumentos y mantener una resolución espacial alta, se registran cinco regiones consecutivas del vaso moviendo lateralmente la caja que lo contiene una distancia de  $20\text{mm}$ . Al ser esta distancia menor que los  $24\text{mm}$  que se observan se facilita el solapamiento digital de las imágenes. Para solapar las imágenes, primero se binarizan (Figura 2.9a) y a continuación se aplica un filtro pasa alta que detecta los bordes y permite unir las imágenes en altura (Figura 2.9b).

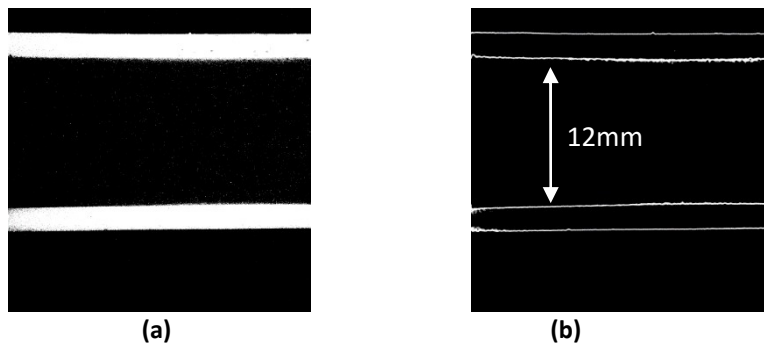
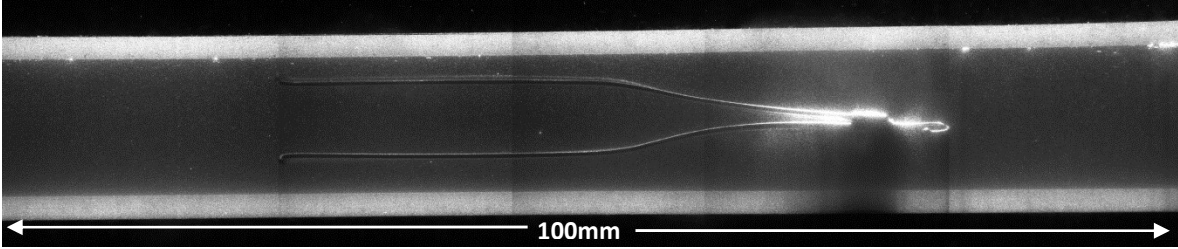


Figura 2.9. Extracción de bordes. (a) Binarización de la imagen. (b) Filtro pasa alta.

El resultado del solapamiento de las cinco imágenes se muestra en la Figura 2.10. Se visualiza una zona amplia del vaso de modo que se pueden estudiar las regiones antes y después del filtro. En la imagen se pueden distinguir las cinco regiones de solapamiento, porque hay diferencias en la iluminación. Aunque en la foto no se aprecia claramente, el filtro se ha colocado de forma simétrica con sus cuatro patas en contacto con las paredes.



**Figura 2.10.** Imagen PIV del plano central de la vena con el filtro anti-trombo dentro. Esta imagen es el resultado de combinar 5 imágenes consecutivas.

El proceso de toma de imágenes se explica a continuación. Para enfocar la imagen se abre la apertura al máximo ( $f/2.8$ ) y se baja la potencia de los láseres para no saturar la cámara. De esta manera la profundidad de enfoque disminuye, lo que permite enfocar mejor el plano iluminado. Las imágenes se registran con una apertura de  $f/22$ . Una apertura pequeña hace que el tamaño de las imágenes de las partículas aumente, ya que para partículas pequeñas (diámetro  $< 10\mu\text{m}$ ) el tamaño de su imagen  $d_e$  viene limitado por la difracción y depende de los aumentos  $M$ , la distancia focal  $f$ , la longitud de onda  $\lambda$  y la apertura  $D$  de esta forma [13]:

$$d_e \approx 2.44(1 + M) \frac{f}{D} \lambda \quad (2.16)$$

En nuestro caso particular, el tamaño de las imágenes de las partículas es de  $49\mu\text{m}$  que equivalen a 5 *pixeles*. La medida experimental del tamaño de la imagen de las partículas está en concordancia con este valor.

### **Secuencia de adquisición**

Un esquema de la secuencia de adquisición se muestra en la Figura 2.11, donde se presenta el momento de emisión de los pulsos de cada láser (A y B) con respecto al momento de adquisición de la cámara. La cámara se sincroniza con el láser para adquirir en dos cuadros (frames) distintos los dos pulsos ( $n_A$  y  $n_B$ ), los cuales están separados un intervalo  $\Delta T_{AB}$  que se puede controlar. La frecuencia de la

cámara se fija a  $500\text{imágenes/s}$  ( $\Delta t_{\text{cam}}=2\text{ms}$ ) y la frecuencia de cada láseres se fija en  $250\text{Hz}$  ( $\Delta T_A=\Delta T_B=4\text{ms}$ ).

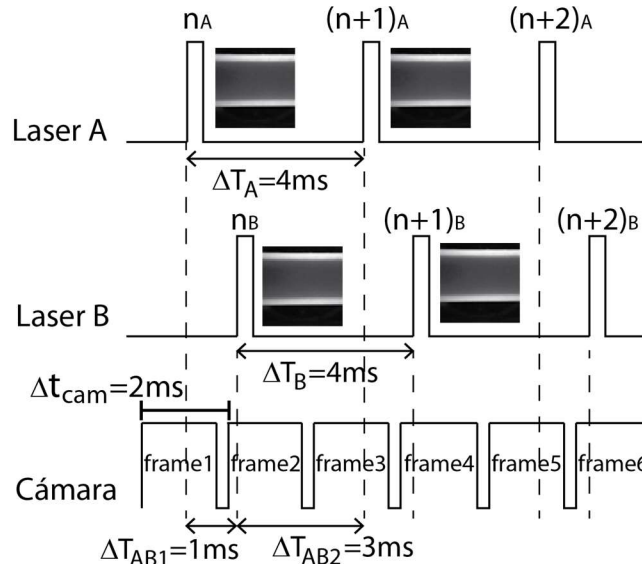


Figura 2.11. Secuencia de adquisición para la captura de imágenes PIV.

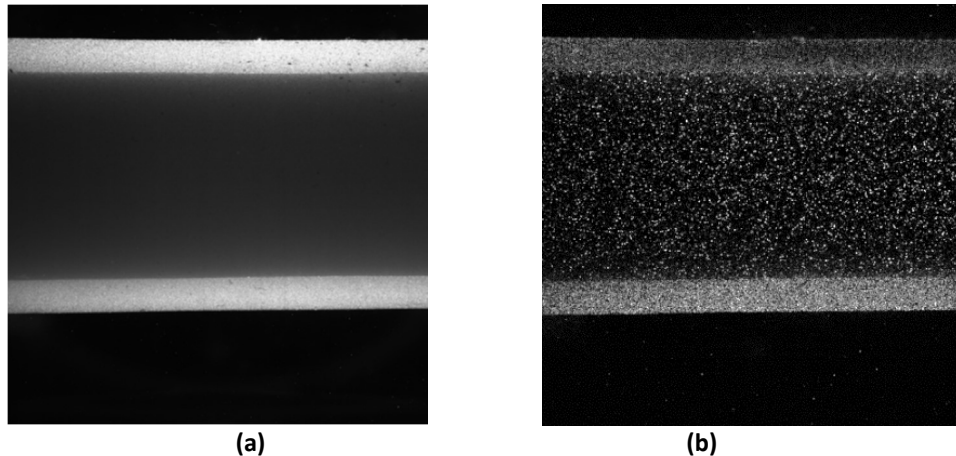
Pese a que la máxima velocidad de adquisición con el sensor completo es de  $1000\text{imágenes/s}$ , se decidió trabajar con la cámara a  $500\text{imágenes/s}$  ya que de esta forma se pueden conseguir diferentes tiempos de PIV. En el caso de utilizar las imágenes correspondientes a los pulsos  $n_A$  y  $n_B$ , el tiempo PIV será de  $1\text{ms}$  ( $\Delta T_{AB1}$ ). En caso de utilizar las imágenes correspondientes a  $n_B$  y  $(n+1)_A$ , el tiempo PIV será  $3\text{ms}$  ( $\Delta T_{AB2}$ ). Y en el caso de utilizar los pulsos del mismo láser  $n_A$  y  $(n+1)_A$ , se tendría un tiempo de  $4\text{ms}$  ( $\Delta T_B$ ). De esta forma dependiendo de la velocidad del flujo se escoge la opción más adecuada de las tres.

### Análisis PIV

Los campos de velocidades se obtienen con *Davis7.2*, un software comercial de *LaVision* [22]. Este software permite hacer un pre-procesado de las imágenes que incluye la eliminación de grandes fluctuaciones de intensidad, la inversión de colores o la normalización de la intensidad, todo ello con el fin de reducir ruido y aumentar la calidad de la imagen. La elección de cada opción dependerá de la



calidad de las imágenes y en nuestro caso fue suficiente con una eliminación del fondo. Para ello se halla el promedio de las imágenes de una serie, cuyo resultado se muestra en la Figura 2.12a. Esta imagen corresponde al fondo que se restará de todas las demás imágenes. La Figura 2.12b muestra el resultado de esta operación, donde puede comprobarse que las partículas trazadoras se aprecian mejor, lo que mejora la detección de las mismas.



**Figura 2.12.** (a) Promedio de una serie de imágenes. (b) Resultado de restar el promedio a una imagen.

Para el cálculo de los campos de velocidades el software permite realizar dos tipos de procedimiento denominados respectivamente *serie temporal* y *suma de correlaciones*. Con la opción *serie temporal* se obtienen mapas de velocidades instantáneos a partir de dos imágenes capturadas en un intervalo de tiempo conocido. Las imágenes se dividen en ventanas, cuyo tamaño puede elegir el operador, y se calcula la correlación cruzada entre ellas. El pico de la función de correlación proporciona información sobre el desplazamiento de las partículas en esa ventana. El tamaño de esta ventana define el tamaño de la malla del campo de vectores. Ventanas grandes se usan para desplazamientos grandes y viceversa. Se puede utilizar el desplazamiento promedio encontrado en cada ventana como una primera estimación. Para refinar los resultados, en un segundo paso se elige una nueva ventana generalmente

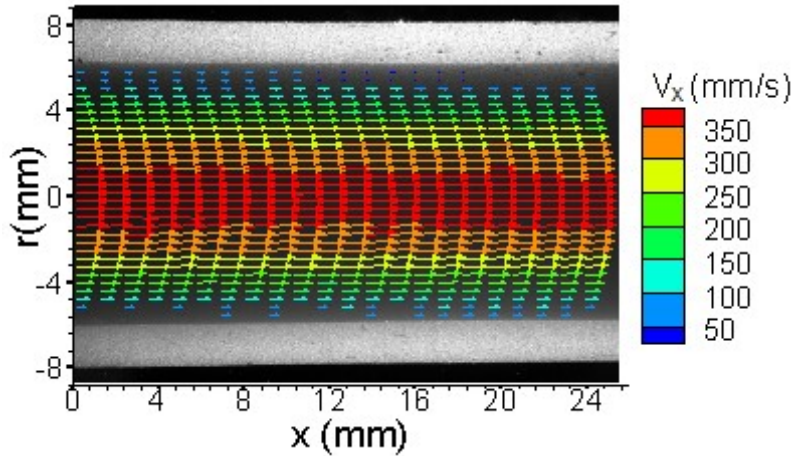
más pequeña. Esta estará desplazada en la segunda imagen una cantidad que depende del valor del desplazamiento promedio hallado en el primer paso.

La segunda opción, *suma de correlaciones*, se utiliza para estimar un campo de velocidades promedio. Ésta opción es conveniente para flujos estacionarios y/o en el caso de tener imágenes con mucho ruido o con poco sembrado. La idea es capturar varias imágenes para un mismo campo de velocidad y promediar. El promedio se puede realizar en cualquier paso del algoritmo: se pueden promediar las imágenes, las correlaciones instantáneas o los campos de velocidad instantáneos. Sin embargo, en [23] se demuestra que el resultado óptimo se obtiene cuando se calcula el promedio de las funciones de correlación instantáneas. Cada función de correlación calculada tiene un ruido inherente, este ruido se reduce al promediar varias funciones incrementando la relación señal ruido.

En el caso de un caudal constante se utilizó la opción *suma de correlaciones* registrando una serie de 100 imágenes PIV. En el caso de un caudal pulsátil se utilizó la opción *serie temporal*.

### **2.5.2 Flujo estacionario constante**

En primer lugar se llevaron a cabo medidas de la velocidad en el vaso con un flujo estacionario. Si se supone que el flujo es de Poiseuille, para un caudal de  $20\text{ml/s}$ , un radio de  $6\text{mm}$  y los valores de densidad y viscosidad de la mezcla, se encuentra una velocidad máxima de  $354\text{mm/s}$  y un número de Reynolds de 225. Por lo tanto nos encontramos en régimen laminar. Se hicieron inicialmente medidas con el vaso sin el filtro. Se programó la bomba para producir un caudal constante de  $20\text{ml/s}$  y se tomaron medidas del caudal tanto con el sensor como con los datos de PIV.



**Figura 2.13.** Mapa de velocidad en el plano central de la vena para un caudal de 20ml/s.

La Figura 2.13 muestra el mapa de velocidades obtenido con el análisis PIV (suma de correlaciones). Las imágenes PIV se analizaron dividiéndolas inicialmente en ventanas de 128x128 píxeles y en ventanas de 64x64 píxeles en un segundo procesado. Las ventanas tenían una superposición de 50%, lo que proporciona una resolución espacial de 0.38mm. En la figura sólo se presentan algunos vectores con el objetivo de tener una mejor visualización de los perfiles. Se observa que a lo largo de la vena los perfiles no cambian. La velocidad es máxima en el eje central y decrece hasta anularse en las paredes de la vena. Además se comprueba que los perfiles tienen la forma parabólica que se esperaba (Figura 2.14a). Por otro lado la componente vertical de la velocidad es prácticamente nula, lo que confirma que el flujo está bien desarrollado y es de Poiseuille.

El error de las medidas debido al ruido se puede calcular con el valor cuadrático medio de los desplazamientos. Para nuestros datos es de  $rms=0.1px$ , el cual está de acuerdo con los errores típicos en experimentos de PIV [24]. Transformando el rms en milímetros utilizando los factores de escala y dividiendo por el tiempo PIV el error debido al ruido es de 2mm/s.

Promediando las velocidades  $v_x$  máximas de cada perfil obtenemos un resultado de  $(370 \pm 2)mm/s$ , que utilizando la ecuación (2.10), permite obtener un valor de caudal de 20.9ml/s. Estos valores difieren

de los valores nominales para la velocidad y el caudal en un 4%. Sin embargo el caudalímetro registra un valor de  $22.5\text{ml/s}$  que difiere en un 12.5% del valor nominal fijado por la bomba.

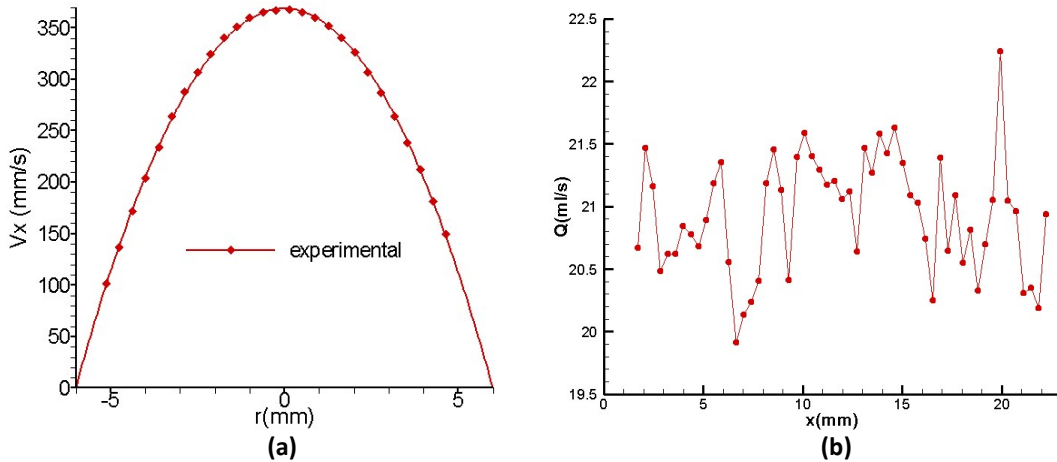
El caudalímetro está calibrado con una precisión del 10% para unas condiciones concretas de tubos, líquido y temperatura. La temperatura no la controlamos en los experimentos lo que justifica esa diferencia mayor de ese 10%. Ello significa que no podemos usar el caudalímetro para conocer el valor exacto del caudal pero sí será útil para conocer el perfil del mismo. Dado que la medida del caudal obtenido con PIV coincide bien con el valor constante fijado en la bomba, utilizaremos la relación entre el valor nominal de  $20\text{ml/s}$  y el valor medido por el caudalímetro ( $22.5\text{ml/s}$ ) para re-escalar los datos del experimento.

La Figura 2.14a muestra la componente  $x$  de la velocidad para una posición ( $x_1 = 0\text{mm}$ ) a lo largo de la vena. La posición del eje del cilindro ( $r = 0$ ) se obtiene con el valor medio de las posiciones de los bordes que se han detectado previamente. En esos bordes se impone  $v = 0$ . El caudal se puede encontrar a partir de los perfiles de velocidad resolviendo numéricamente la ecuación (2.5). La integral discreta se realiza como sigue:

$$Q = 2\pi \sum_{i=1}^N v(r_i) * r_i * \Delta r \quad (2.17)$$

donde  $N$  es el número de datos que se tiene y  $\Delta r$  la separación de los mismos. Dado que los perfiles tienen un eje de simetría ( $r = 0$ ), las velocidades correspondientes a cada posición radial  $r_i$  y  $-r_i$  se promedian obteniéndose una velocidad  $v(r_i)$  correspondiente a la posición radial  $r_i$ .

El caudal para cada perfil a lo largo de la vena se calcula y se muestra en la Figura 2.14b. Se encuentra un caudal promedio de  $(20.9 \pm 0.5)\text{ml/s}$  que coincide con el valor calculado anteriormente.



**Figura 2.14. (a)** Perfil de velocidad en uno de los extremos de la vena. **(b)** Caudal medido a lo largo de la vena.

### Filtro anti-trombo

A continuación pasamos a medir el flujo en la vena con el filtro anti-trombo y con un caudal constante de 20ml/s. El mapa de velocidades encontrado se muestra en la Figura 2.15 [6]. La Figura 2.15a muestra un mapa de vectores donde cada color indica el valor de la componente  $v_x$ . Existen regiones donde no hay datos ya que tanto las reflexiones como la sombra de la cabeza del filtro impiden hacer medidas. La Figura 2.15b muestra líneas de nivel de la componente  $v_y$  de la velocidad, donde su valor es cero excepto en los puntos cercanos a la cabeza del filtro.

Estos mapas muestran cómo se modifica el flujo al encontrarse con un obstáculo. Se observa que los perfiles de velocidad (Figura 2.15b) son inicialmente parabólicos y se mantienen así hasta cerca de la cabeza del filtro. Sin embargo, a medida que el fluido se acerca al filtro su velocidad máxima comienza a aumentar como indica los colores de los vectores que van moviéndose al rojo. Esto es debido a la presencia del obstáculo (la cabeza del filtro), que obliga al fluido a bordearlo apareciendo una componente vertical en la velocidad (Figura 2.15b) y un mínimo de velocidad en el centro del vaso después del filtro.

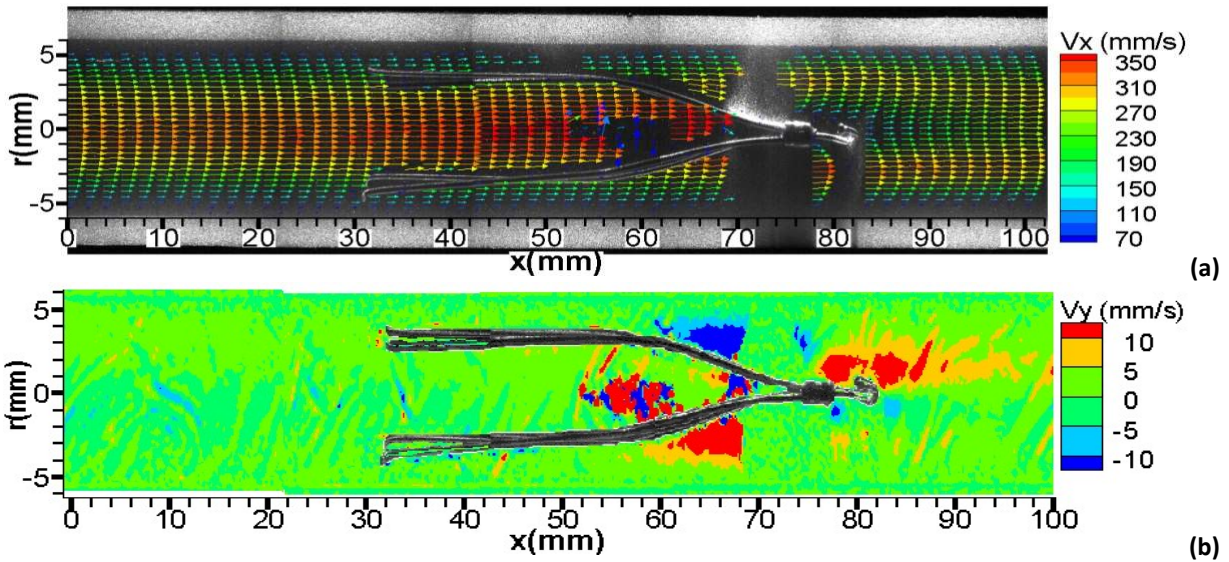
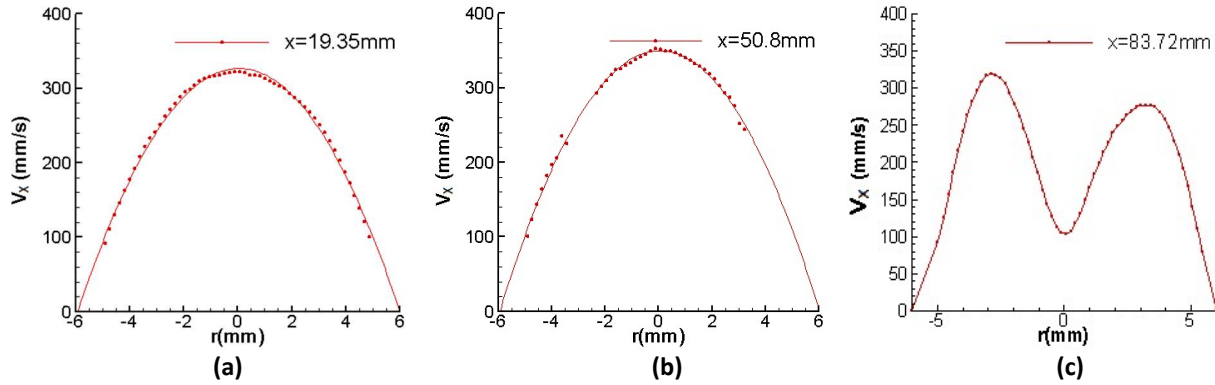


Figura 2.15. Mapa de velocidad al interior de la vena con el filtro en su interior. (a) Mapa de vectores  $V_x$ . (b) Líneas de nivel  $V_x$ .

La Figura 2.16 muestra algunos perfiles de velocidad  $v_x$  en tres posiciones diferentes a lo largo del vaso (antes, en y después del filtro). El perfil en  $x=19.35\text{mm}$  es un perfil parabólico que cumple la ley de Poiseuille (ecuación 2.6) lo que indica que no se ha visto todavía influenciado por el filtro que está aguas abajo. El perfil en  $x=50.8\text{mm}$  sigue siendo parabólico pero ya no cumple la ley de Poiseuille. Este perfil, que corresponde a una posición entre las patas del filtro, es más estrecho y alto lo que implica que el filtro ya está modificando el flujo. El perfil aguas abajo del filtro ( $x=83.72\text{mm}$ ) muestra la reducción de la velocidad en el eje del vaso, consecuencia del punto de estancamiento producido por la cabeza del filtro. El hecho de que el perfil muestre una ligera falta de simetría en vertical indica que el filtro está levemente desplazado en vertical con respecto al centro de la vena.



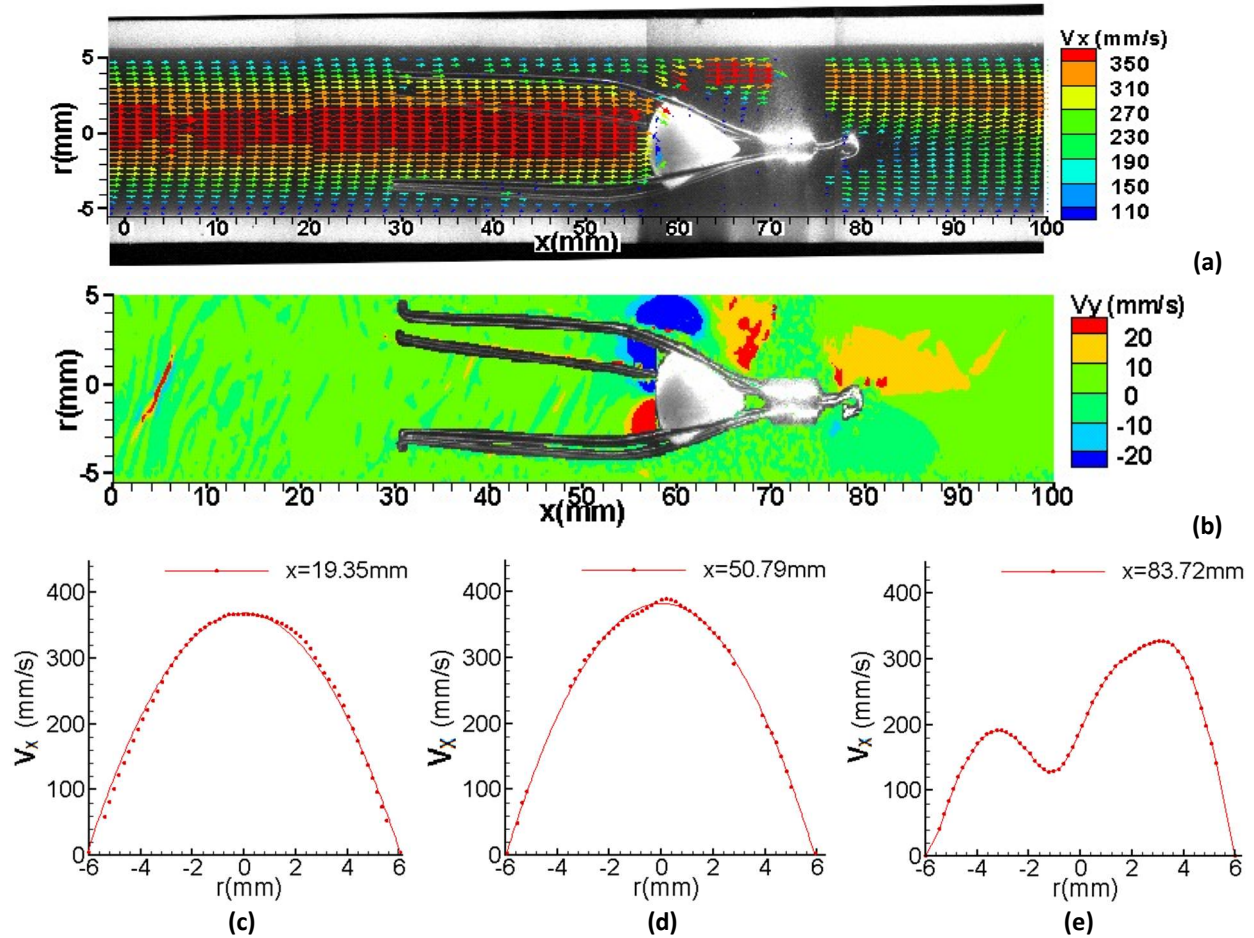
**Figura 2.16.** Perfiles de velocidad en diferentes posiciones de la vena. **(a)** Antes del filtro. **(b)** En el filtro. **(c)** Después del filtro.

El caudal correspondiente a estos perfiles, calculado según la ecuación (2.17), da unos valores de 18.7ml/s, 19.4ml/s y 20.3ml/s respectivamente, que concuerdan razonablemente con el valor nominal.

### **Filtro anti-trombo + trombo**

Finalmente, se realizaron medidas en la vena con el filtro anti-trombo y el modelo de trombo insertado en él. El mapa de velocidades resultante se muestra en la Figura 2.17. Nuevamente se observa cómo la velocidad  $v_x$  máxima se incrementa cuando el flujo se acerca al obstáculo (cabeza del filtro y trombo). En este caso el trombo interrumpe el flujo, el cual debe desviarse de forma abrupta rodeándolo (Figura 2.17b). Se observa que no lo rodea de forma simétrica ya que se ve que el trombo no está centrado en el vaso. En esta región la velocidad se incrementa considerablemente debido a que disminuye el área, de esta forma aumenta el estrés en esta parte de la pared. La Figura 2.17(c-d-e) muestra los perfiles de la velocidad en tres posiciones distintas a lo largo del vaso y que muestran lo explicado anteriormente. Los caudales correspondientes a estos perfiles son 20.8ml/s, 21ml/s y 19.7ml/s, respectivamente.

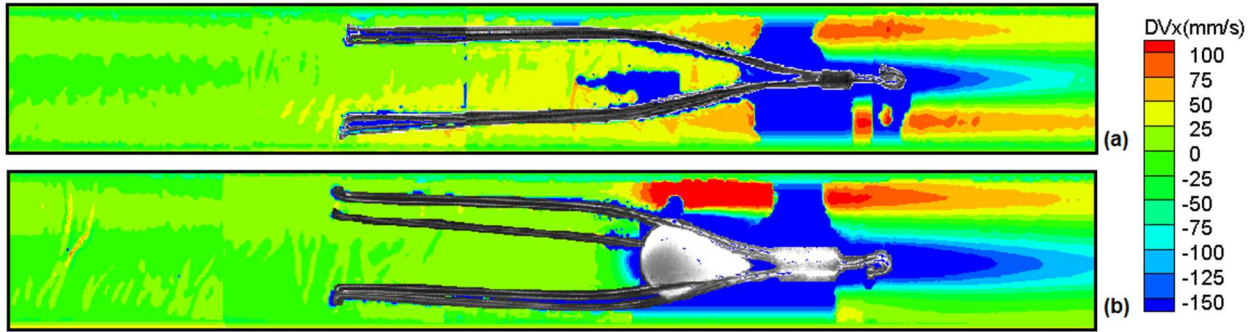




**Figura 2.17.** Mapas de velocidades del vaso con el filtro y un modelo de trombo. **(a)** Mapa de vectores  $V_x$ . **(b)** Líneas de nivel  $V_y$ . Perfiles de velocidad **(c)** Antes del filtro. **(d)** En el filtro. **(e)** Después del filtro.

Con el fin de observar la influencia del filtro y del trombo en el flujo, se comparan los mapas de velocidades con filtro y con trombo, con el mapa de velocidad sin obstáculos. Para ello se calcula la diferencia entre el valor de la componente  $V_x$  local de cada mapa. La Figura 2.18a muestra la resta entre el mapa sin filtro y el mapa con filtro. Antes del filtro la diferencia es cero, lo que indica que el fluido no se ve afectado por el filtro. Cuando el fluido se acerca al filtro, comienza a aparecer una diferencia de valor negativo, lo que indica que los perfiles cuando está el filtro comienzan a crecer.





**Figura 2.18.** (a) Diferencia entre la Vx medida y la Vx esperada sin el filtro. (b) Diferencia entre mapa con filtro+trombo y velocidad sin obstáculos.

### 2.5.3 Flujo pulsátil

Ahora se estudian algunos de los flujos fisiológicos que produce la bomba para ver el efecto del filtro y el trombo en el flujo. En primer lugar se analizarán las propiedades de las ondas que proporciona la bomba. En la Figura 2.19 se muestran medidas experimentales de presión y de caudal tomadas con los sensores correspondientes a una onda femoral generada con los parámetros de la Tabla 2.1. El pulso de caudal tiene un máximo global ( $A=18.27\text{ml/s}$ ), seguido por un valle de caudal negativo ( $B=-1.56\text{ml/s}$ ) y alcanzando un máximo local positivo ( $D=1.7\text{ml/s}$ ), como lo muestra la línea continua de la Figura 2.19a. El perfil es muy parecido al perfil programado en la bomba (Figura 2.5a). En la Tabla 2.4 se muestra el valor del caudal promedio, el volumen que fluye en un ciclo, el tiempo donde ocurre el caudal máximo y su valor.

La presión se observa en la línea punteada. Se puede observar que ambas señales son similares pero están desfasadas entre sí.

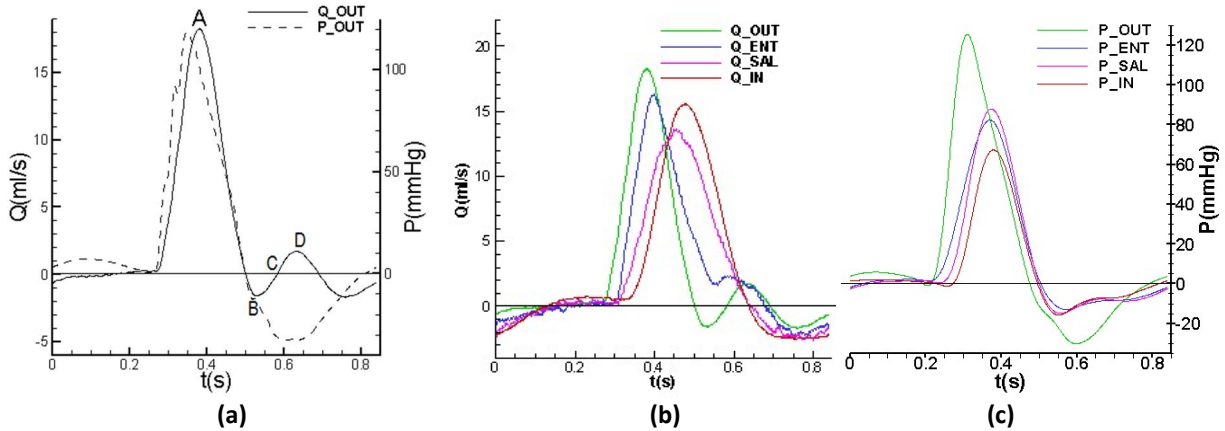


Figura 2.19. Onda femoral. (a) Caudal y presión a la salida de la bomba. (b) Caudal y (c) presión en los cuatro puntos de medida: entrada y salida de la bomba, y entrada y salida de la vena.

La Figura 2.19b muestra el caudal medido en los cuatro puntos de interés: en la entrada (IN) y la salida (OUT) de la bomba, y en la entrada (ENT) y la salida (SAL) del vaso. La onda ha viajado a lo largo de 360cm de tubería desde su medida inicial (OUT en verde) hasta la última medida (IN en rojo). Lo primero que se observa es que la forma de las ondas va cambiando a lo largo del circuito. La onda en la entrada del vaso aún conserva su pequeño pico local a la derecha de la onda. Después de pasar por 190cm de tubería, el pico ha disminuido aunque quedan vestigios del mismo. Y tras haber pasado el vaso de 30cm el pico ha desaparecido completamente. Lo mismo sucede con el pico máximo, a medida que la onda recorre el sistema, el pico máximo va disminuyendo. La tendencia de la onda es a perder sus componentes de alta frecuencia, pero manteniendo el área bajo la curva, ya que éste representa el volumen del ciclo.

Tabla 2.4. Onda femoral. Parámetros experimentales para el caudal.				
	Flujo Prom (ml/s)	Vol. Ciclo (ml)	$t_{max}$ (ms)	Amplitud $_{max}$ (ml/s)
$Q_{OUT}$	2.465	2.072	380	18.272
$Q_{ENT}$	2.362	1.986	399	16.296
$Q_{SAL}$	2.341	1.968	455	13.635
$Q_{IN}$	2.466	2.073	479	15.555

Una medida de cuantitativa de los parámetros que caracterizan estas cuatro ondas de caudal se observa en la Tabla 2.4. Se verifica que tanto el caudal promedio como el volumen desplazado en cada ciclo permanecen constantes en los cuatro puntos de medida. También se observa el comportamiento del pico en cada punto de medida. Se observa el desplazamiento que va sufriendo del pico. Esto se debe a que el cambio de caudal no es instantáneo sino que, debido a la inercia del flujo, la onda tarda un tiempo en alcanzar cada punto de la tubería.

**Tabla 2.5.** Onda femoral. Parámetros experimentales para la presión.

	<b>Presión Prom (mmHg)</b>	<b>t<sub>max</sub> (ms)</b>	<b>Amplitud<sub>max</sub> (mmHg)</b>
<b>P<sub>OUT</sub></b>	12.777	350	66.845
<b>P<sub>ENT</sub></b>	10.558	370	48.613
<b>P<sub>SAL</sub></b>	9.271	378	47.232
<b>P<sub>IN</sub></b>	6.114	386	34.047

La características medidas de la onda de presión en los cuatro puntos del circuito (Figura 2.19c) se muestran en la Tabla 2.5. Nuevamente se aprecia un desplazamiento del pico en cada medida. Pero en este caso la presión promedio disminuye conforme se avanza en la tubería, lo que indica una caída de presión, producida por la viscosidad del fluido.

### **Medidas de velocidad**

La Figura 2.20 muestra la evolución temporal de los mapas de velocidad en el plano central del vaso cuando se ha programado una onda femoral (Figura 2.5a) de 10ml/s de caudal máximo. Se miden los campos de velocidades a intervalos de 4ms a lo largo de todo el ciclo en una zona de 12mm de longitud del vaso. Se observa que los perfiles de velocidad son constantes en toda la zona pero muy diferentes de unos puntos a otros del ciclo, yendo desde perfiles planos de velocidad positiva máxima (90mm/s) a perfiles planos de velocidad negativa (-20mm/s) pasando por perfiles con velocidades tanto positivas como negativas (t=720ms).

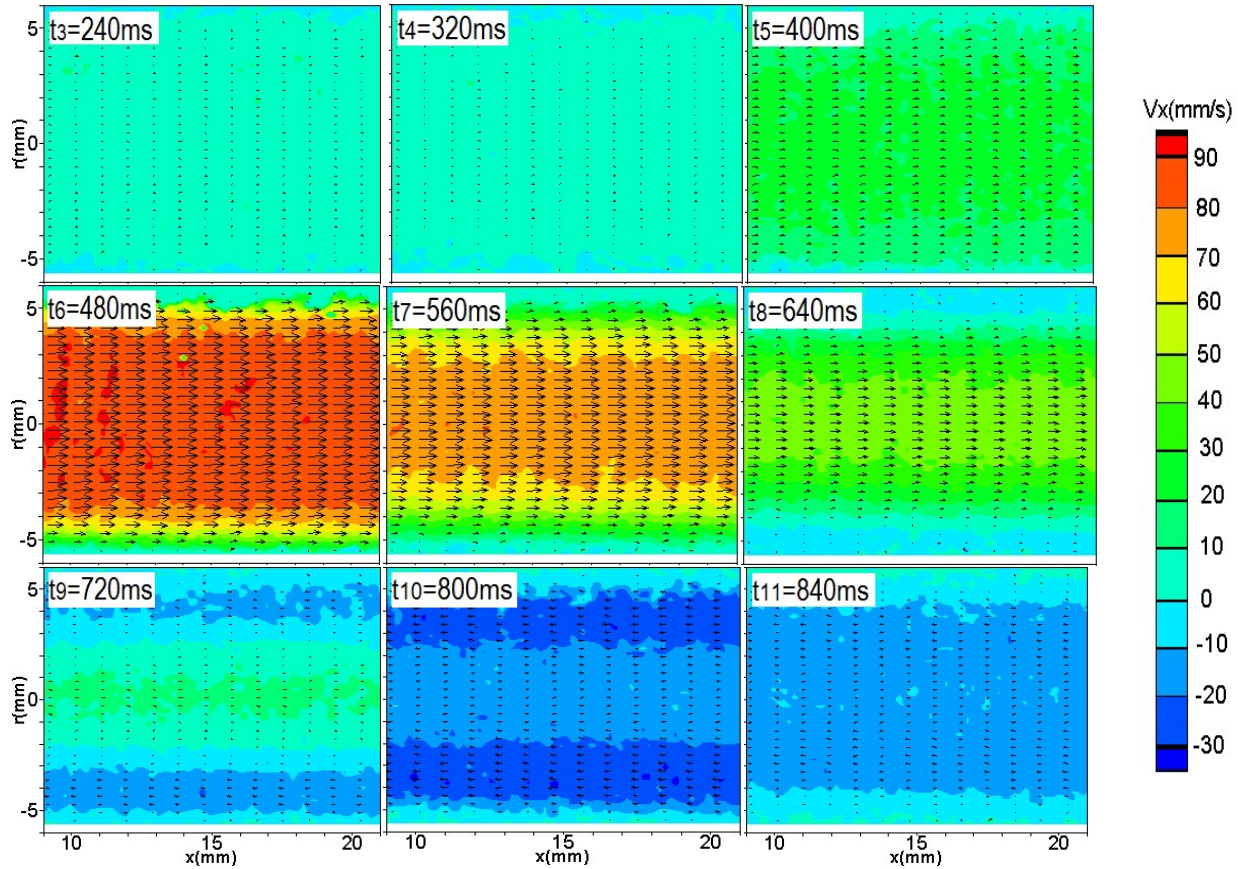
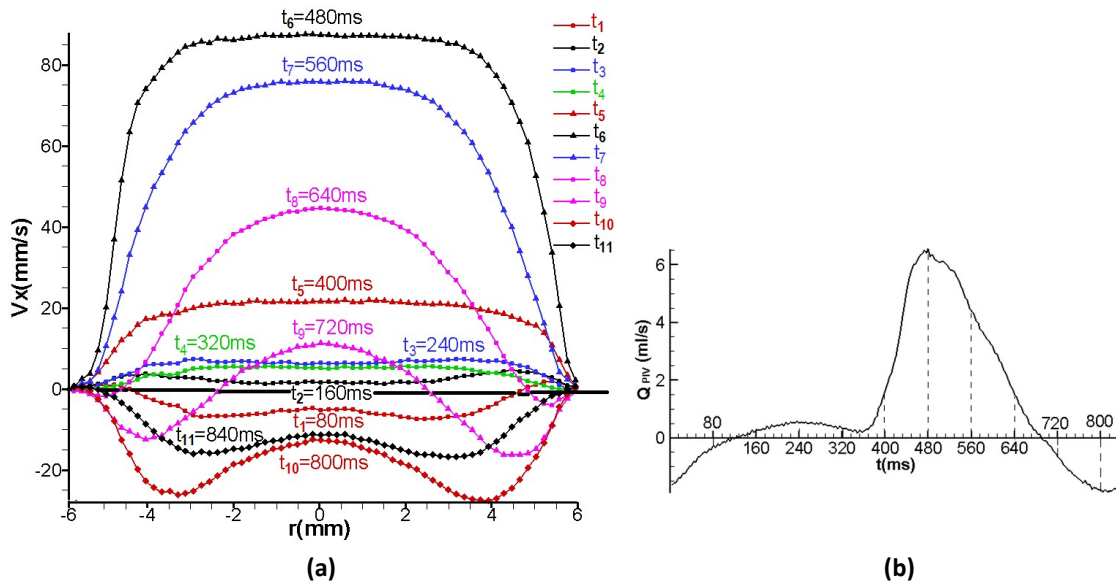


Figura 2.20. Evolución temporal de los mapas de velocidad en el interior del vaso para una onda femoral.

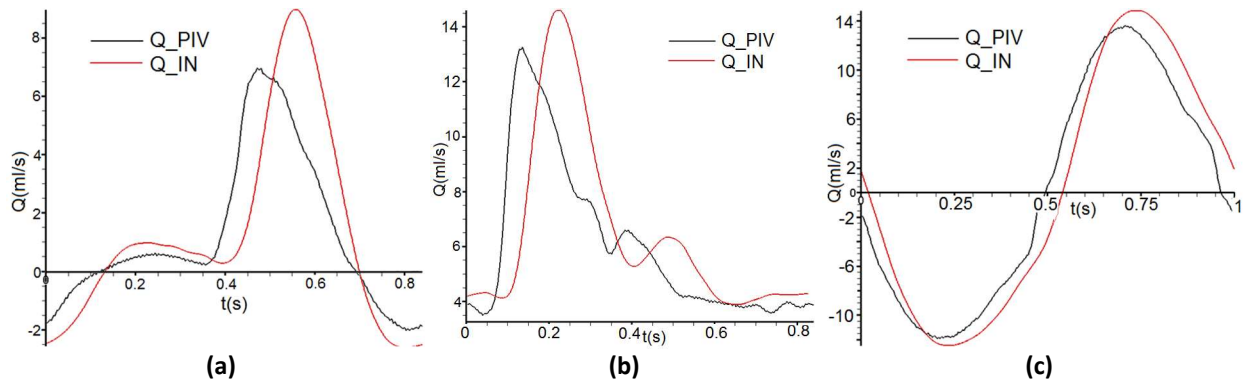
La Figura 2.21 muestra los perfiles de velocidad para un punto del vaso, junto con su posición en el perfil de caudal calculado, según la ecuación (2.17), a partir las velocidades medidas experimentalmente. Al comienzo del ciclo, cuando el caudal es pequeño, se observan perfiles de velocidad planos (o con dos picos o valles) y de valores pequeños ( $10\text{mm/s}$ ) comparados con los perfiles de velocidad máximos ( $90\text{mm/s}$ ) encontrados en el ciclo. A mitad del ciclo, coincidiendo con el pico de caudal ( $t_6$ ), se observa un aumento repentino de las velocidades, con unos perfiles planos muy diferentes de las parábolas encontradas para condiciones de caudal constante. Después de alcanzar el pico el caudal empieza a disminuir y los perfiles tienden a volverse parabólicos ( $t_7$ ). Cuando sigue disminuyendo el caudal, los perfiles vuelven a perder esa forma parabólica formándose un valle cerca de

ambas paredes ( $t_8-t_{11}$ ). Los perfiles se vuelven negativos hasta un mínimo, que coincide con el mínimo del caudal ( $t_{10}$ ), a partir del cual vuelven a hacerse menos negativos hasta volver a los valores iniciales.



**Figura 2.21. (a)** Perfiles de velocidad en diferentes puntos del ciclo para la onda femoral. **(b)** Caudal medido a partir de los datos de PIV.

Se han medido también los campos de velocidades para una onda carótida y para una función seno. La Figura 2.22 compara los perfiles de caudal obtenidos para los tres flujos pulsátiles a partir de las medidas de velocidades con los medidos directamente con el caudalímetro en la entrada de la bomba ( $Q_{IN}$ ). Se observa que, para los tres flujos, hay un acuerdo cualitativo entre ambos perfiles de caudales con un desfase entre ellos cuyo valor depende del tipo de flujo, siendo mínimo en la función seno. El desfase es debido a que el caudal está medido en puntos diferentes del circuito. El caudal promedio obtenido para cada perfil (Tabla 2.6) indica un buen acuerdo entre las dos señales.



**Figura 2.22.** Caudales medidos con los sensores ( $Q_{IN}$ ) y el calculado con los datos PIV ( $Q_{PIV}$ ). **(a)** Onda femoral. **(b)** Onda carótida. **(c)** Función seno.

Con estos experimentos se ha comprobado que efectivamente, en diferentes instantes del ciclo se obtienen mapas de velocidades diferentes, como consecuencia de los cambios temporales de presión y caudal (teoría de Womersley).

<b>Tabla 2.6.</b> Caudal promedio medido con PIV y con caudalímetro.		
	<b><math>Q_{PIV}</math> prom (ml/s)</b>	<b><math>Q_{IN}</math> prom (ml/s)</b>
<b>Femoral</b>	2.608	2.640
<b>Carótida</b>	6.172	6.419
<b>Seno (medio ciclo)</b>		

Finalmente, se han medido los campos de velocidades con los tres flujos pulsátiles cuando se inserta el filtro antitrombo con y sin el trombo. La Figura 2.23 muestra la evolución de los perfiles de velocidad en diferentes regiones del vaso para el caso del filtro con trombo, para los tres flujos programados para un caudal máximo de  $20\text{ml/s}$ . Los datos correspondientes a una línea antes del filtro (línea 1), que corresponden al flujo sin perturbar, muestran que los perfiles correspondientes a la onda femoral son totalmente diferente de los que corresponden a la onda carótida y a la función seno, los cuales son de tipo parabólico en todos los puntos del ciclo. Los perfiles correspondientes a una línea en el filtro (antes del trombo) son similares a los de la línea 1 y muestran las zonas donde las patas del filtro bloquean la visión del plano del fluido impidiendo tener medidas. Los perfiles correspondientes a la



línea después del filtro (línea 3) muestran una perturbación asimétrica en todos los casos de la onda carótida, como corresponde a que el caudal siempre es positivo, es decir, el obstáculo se encuentra siempre aguas abajo. En cambio, en la función seno, se encuentran perturbados los perfiles en los que el filtro se encuentra aguas abajo (velocidades positivas) y no se modifican aquellos en los que el filtro se encuentra aguas arriba (velocidades negativas). Aunque menos obvio, algo similar ocurre en la onda femoral en la que hay velocidades positivas y negativas.

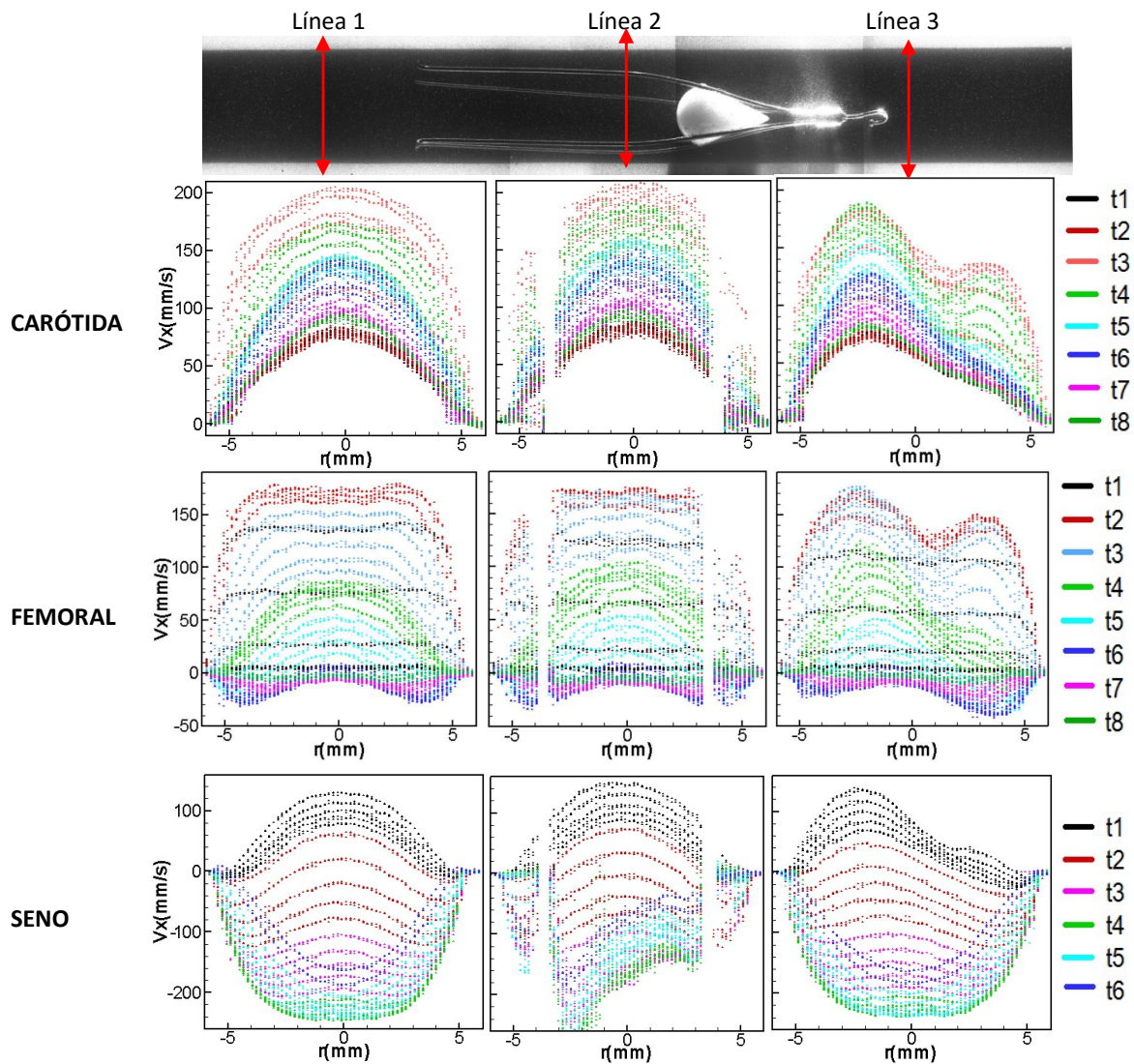


Figura 2.23. Evolución de los perfiles de velocidad para los diferentes caudales. Línea 1: antes del filtro. Línea 2: en el filtro. Línea 3: después del filtro.

## 2.6 Conclusiones

El propósito de este capítulo era establecer la influencia en un modelo de flujo de sanguíneo de la presencia de un filtro anti-trombo por un lado, y del sistema formado por el filtro con un trombo.

Para ello se ha diseñado y puesto en marcha un modelo de sistema cardiovascular que incluye, entre otros elementos, una bomba de pistón que simula un corazón, un modelo de vaso sanguíneo y distintos medidores de caudal y presión que permiten monitorizar el flujo.

Se ha puesto a punto la técnica de PIV de alta velocidad, adaptando el montaje óptico para obtener el campo de velocidades en el plano central del modelo de vaso sanguíneo.

En primer lugar se ha obtenido el mapa de velocidades en un modelo de vaso sanguíneo sin filtro anti-trombo para un flujo de caudal constante. Se ha comprobado que el campo de velocidades corresponde a un flujo de Poiseuille. Se ha determinado que el error asociado a nuestras medidas de la velocidad está dentro de los límites de la técnica de PIV (0.1 pixel, correspondiente a 2 mm/s en nuestro sistema), obteniendo además una discrepancia del 4% entre los valores de la velocidad y del caudal obtenidos experimentalmente y los valores nominales.

Se han llevado a cabo medidas del campo de velocidades en un flujo de caudal constante con un filtro anti-trombo. Los mapas obtenidos muestran claramente como el filtro perturba el flujo, haciendo que la velocidad máxima aumente en la zona en la que se encuentra. Una vez que el flujo sobrepasa el filtro, se observa como aparece un mínimo en los perfiles de la velocidad, cuya posición coincide con la posición de la cabeza del filtro. Resultados similares se obtienen al estudiar el sistema formado por el filtro más el modelo de trombo. Se observa un aumento significativo de la velocidad en las proximidades del filtro y cómo los perfiles se deforman drásticamente una vez sobrepasado el obstáculo.



Se ha medido el campo de velocidades producido por tres flujos pulsados diferentes (femoral, carótida y senoidal) en un modelo de vaso sanguíneo. Los perfiles de velocidad obtenidos para cada uno de ellos en diferentes puntos del ciclo concuerdan con los teóricos. Se comprueba de nuevo que la presencia del filtro anti-trombo con el trombo adherido, cambian la forma de los perfiles de velocidad.

Finalmente se ha creado una base de datos que contiene información de todos los campos de velocidades obtenidos experimentalmente para su comparación con simulaciones numéricas.

## Referencias

- [1] Bruce Furie, M.D., and Barbara C. Furie, Ph.D., «Mechanisms of Thrombus Formation,» *The new england journal of medicine*, vol. 359, nº 9, pp. 938-949, 2008.
- [2] M. B. Streiff, «Vena caval filters: a comprehensive review,» *BLOOD*, vol. 95, nº 12, pp. 3669-3677, 2000.
- [3] Singer, Michael A., Stephen L. Wang, and Darin P. Diachin, «Design optimization of vena cava filters: an application to dual filtration devices,» *Journal of biomechanical engineering*, vol. 132, nº 10, 2010.
- [4] A. García, S. Lerga, E. Peña, M. Malve, A. Laborda, M.A. De Gregorio, M.A. Martínez, «Evaluation of migration forces of a retrievable filter: Experimental setup and finite element study,» *Medical Engineering & Physics*, vol. 34, pp. 1167-1176, 2012.
- [5] Charles A. Taylor and Mary T. Draney, «Experimental and Computational methods in cardiovascular fluid mechanics,» *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 36, pp. 197-231, 2004.
- [6] V.R.Palero, E.M.Roche, L.Arévalo, M.Nicolás, M.Malvè, M.A.Martínez & M.P.Arroyo., «Analysis of vascular flows with optical techniques,» de *15th International Symposium on Flow Visualization*, Minsk, Belarus, 2012.
- [7] M. Nicolás, V.R. Palero, E. Peña, M.P. Arroyo, M.A. Martínez and M. Malvè, «Numerical and experimental study of the fluid flow through a medical device,» *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 61, pp. 170-178, 2015.
- [8] F. M. White, *Fluid Mechanics*, Boston: McGraw-Hill Ed., 2003.
- [9] L. Morris, P. Delassus, A. Callanan, M. Walsh, F. Wallis, P. Grace and T. McGloughlin, «3-D Numerical Simulation of Blood Flow Through Models of the Human Aorta,» *Journal of Biomechanical*

*Engineering*, vol. 127, pp. 767-775, 2005.

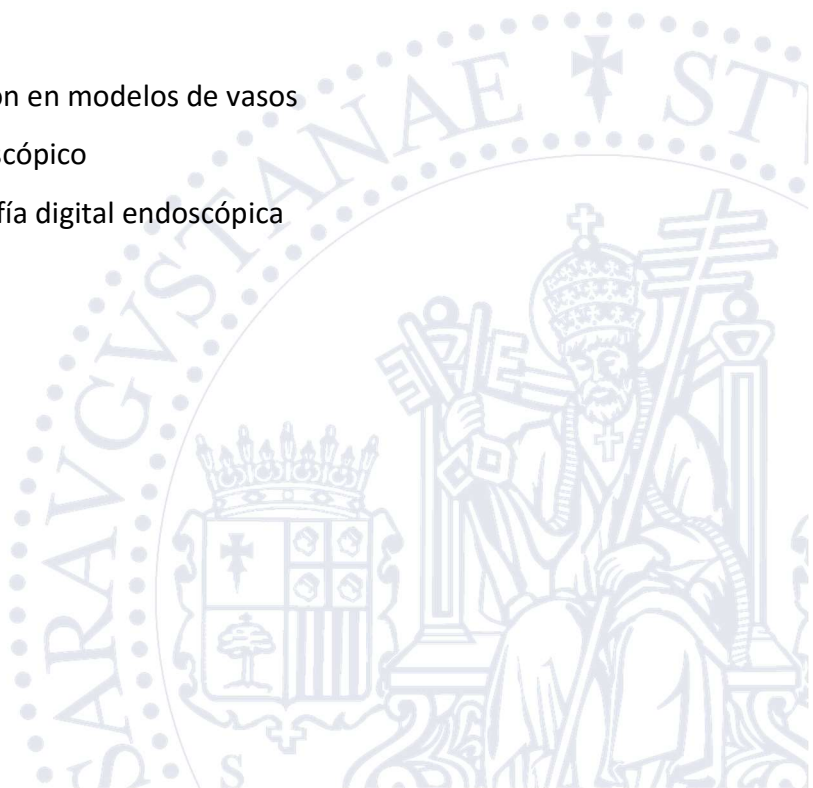
- [10] Baskurt, Oguz K., and Herbert J. Meiselman, «Blood rheology and hemodynamics,» *Seminars in thrombosis and hemostasis*, vol. 29, nº 5, pp. 435-450, 2003.
- [11] M. Zamir, *The physics of coronary blood flow*, New York: Springer Science , 2005.
- [12] Westerweel J., «Fundamentals of digital particle image velocimetry,» *Meas. Sci. Technol.*, vol. 8, pp. 1379-1392, 1997.
- [13] Adrian, Ronald J., «Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics,» *Annu. Rev. Fluid Mech*, vol. 23, pp. 261-304, 1991.
- [14] F. Sacarano, «Iterative image deformation methods in PIV,» *Meas. Sci. & Technol.*, vol. 13, nº 1, pp. R1-R19, 2001.
- [15] Holdsworth, D. W., et al., «Computer-controlled positive displacement pump for physiological flow simulation,» *Medical and Biological Engineering and Computing 29.6*, pp. 565-570, 1991.
- [16] Holdsworth, D. W., et al., «Characterization of common carotid artery blood-flow waveforms in normal human subjects.,» *Physiological measurement 20.3*, p. 219, 1999.
- [17] «AD Instruments,» [En línea]. Available: <http://www.adinstruments.com/products>.
- [18] «transonic,» [En línea]. Available: <http://www.transonic.com/products/research/product/pxl-clamp-on-flowsensor/>.
- [19] Sandy F. C. Stewart, Ronald A. Robinson, Robert A. Nelson, and Richard A. Malinauskas, «Effects of Thrombosed Vena Cava Filters on Blood Flow: Flow Visualization and Numerical Modeling,» *Annals of Biomedical Engineering*, vol. 36, nº 11, p. 1764–1781, 2008.
- [20] Nian-Sheng Cheng, «Formula for the Viscosity of a Glycerol-Water Mixture,» *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 47, pp. 3285-3288, 2008.
- [21] «Orgasol,» [En línea]. Available: <http://www.orgasolpowders.com/en/key-features-and-benefits/technical-features/index.html>.
- [22] «<http://www.lavision.de/en/products/davis.php>,» [En línea].
- [23] Meinhart, Carl D., Steve T. Wereley, and Juan G. Santiago, «A PIV algorithm for estimating time-averaged velocity fields,» *Journal of Fluids Engineering*, vol. 122, nº 2, pp. 285-289, 2000.
- [24] Westerweel, J., «Theoretical analysis of the measurement precision in particle image velocimetry,» *Experiments in Fluids*, vol. 29, nº 1, pp. S003-S012, 2000.



# CAPÍTULO 3

## PIV y holografía digital endoscópicos

- 3.1 Introducción
- 3.2 Endoscopios flexibles
- 3.3 Endoscopios rígidos
- 3.4 Configuraciones de observación en modelos de vasos
- 3.5 Implementación del PIV Endoscópico
- 3.6 Implementación de la holografía digital endoscópica
- 3.7 Conclusiones





### 3.1 Introducción

Las técnicas de medidas no invasivas suscitan cada día un mayor interés en campos como la biología [1], la protección de antigüedades [2], la arqueometría [3] o el estudio del arte [4]. Gran parte de los trabajos hallados en la literatura acerca de estas técnicas están dirigidos al estudio de objetos cuya imagen se puede capturar de forma relativamente simple. Sin embargo, existen pocos trabajos en donde se evalúen objetos con acceso óptico limitado o incluso que estén ocultos como tuberías [5], cavidades corporales [6], o piezas en el interior de máquinas o de estructuras difíciles de desmontar [7].

Como alternativa para visualizar objetos escondidos se cuenta con los endoscopios, dispositivos ópticos de forma tubular usados especialmente en el área de la medicina. Estos instrumentos mínimamente invasivos fueron diseñados principalmente para inspeccionar el interior del cuerpo humano. En la actualidad existe una gran variedad de ellos adaptados a cada tipo de necesidad [8]. En el ámbito médico se utilizan para el diagnóstico, la cirugía y el tratamiento de enfermedades. Sin embargo, recientemente algunas técnicas ópticas se han implementado en conjunto con los endoscopios para realizar medidas cuantitativas.

La técnica PIV combinada con imágenes endoscópicas ha sido aplicada especialmente en problemas de combustión interna [9] y en turbo-máquinas [10]. Para estos casos, se utiliza un tipo de endoscopio rígido llamado boroscopio, construido especialmente para la inspección de partes internas de máquinas. Estos endoscopios se caracterizan por tener grandes diámetros que puede alcanzar

incluso los 70mm [11]. Hasta el momento la técnica PIV endoscópica no se ha utilizado para evaluar flujos biológicos.

La holografía digital endoscópica se ha implementado anteriormente para examinar cavidades corporales como el abdomen [12], donde se estudió la textura de la membrana que recubre el estómago. O el oído interno [13] [14], donde se observaron y analizaron los modos de vibración del tímpano. Sin embargo, en este tipo de problemas donde se evalúan sólidos, no se tiene en cuenta los efectos que produciría un líquido alrededor. Cabe remarcar que en este trabajo se muestra por primera vez el registro e iluminación de hologramas con un único endoscopio.

Las venas y arterias son conductos elásticos y opacos que pueden llegar a ser observados mediante endoscopios comerciales. Una medida de la deformación de la pared del vaso y una medida de la dinámica del flujo sanguíneo aportaría conocimiento acerca de la interacción fluido-estructura. De manera ideal se busca realizar medidas en el interior de los conductos sin interferir con el flujo; es por esto que la propuesta se basa principalmente en la idea de observar –con un endoscopio– una vena opaca de forma oblicua a través de una superficie transparente.

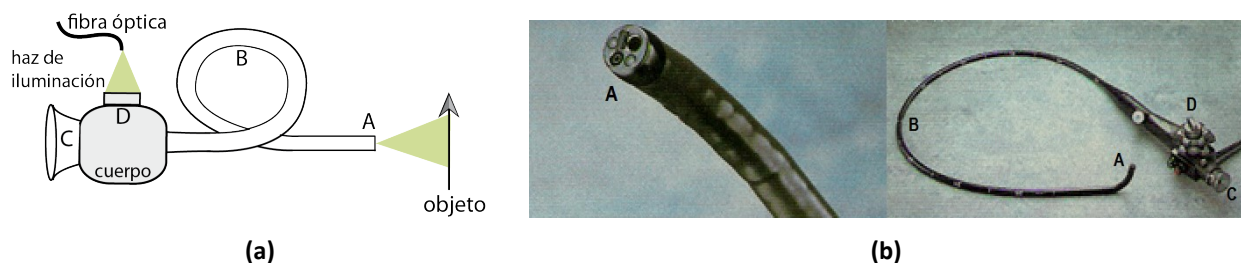
Los tipos de endoscopios que se encuentran en el mercado se dividen en dos grandes grupos: rígidos y flexibles. Los flexibles poseen un extremo maleable que permite por un lado variar la dirección de observación, pudiendo observar diferentes zonas del espacio con facilidad; y por otro lado, acceder a regiones de geometría complicada como la del intestino. Los endoscopios rígidos presentan una mejor calidad en la imagen que los flexibles, por lo que en general se prefiere utilizar endoscopios rígidos siempre que la región a evaluar lo permita.

Este capítulo presenta en su primera parte una caracterización de los endoscopios utilizados en este trabajo. Se ha estudiado su comportamiento óptico estimando sus principales parámetros. En una segunda parte se verán los diseños y las diferentes configuraciones de modelos de venas que se

proponen y la forma de acceder a ellas, viendo además las ventajas y dificultades que presenta su implementación. Y finalmente se mostrará no solo la técnica de holografía digital combinada con los endoscopios, que mide la deformación de la pared del vaso, sino también se ha aprovechado la visualización del interior de los vasos para medir mapas de velocidades como los que se mostraron en el capítulo 2. Se presentan resultados numéricos de velocidad del flujo y deformación de las paredes del vaso.

### 3.2 Endoscopios flexibles

De manera general, los endoscopios están compuestos por un sistema de iluminación, un objetivo, un sistema de transmisión de imagen y un ocular [15]. En la Figura 3.1a se muestra el esquema de un endoscopio flexible. Igual que en otros instrumentos ópticos –como el microscopio– el objetivo es la lente (o conjunto de lentes) que se encuentra más cerca del objeto y forma la imagen invertida del mismo (A en la Figura 3.1a). Esta imagen se transfiere a lo largo del tubo por medio del denominado sistema de transmisión (B en la Figura 3.1a). El ocular –la lente más próxima al ojo– produce una imagen ampliada y virtual en el infinito, lo que permite al especialista ver, con el ojo en reposo, la zona de interés (C en la Figura 3.1a).



**Figura 3.1.** (a) Esquema del endoscopio flexible. (b) FibrogastroscoPIO de Fujinon modelo FG-1Z.



El sistema de transmisión es el que define si un endoscopio es rígido o flexible. En el caso de los endoscopios flexibles, el sistema de transmisión consiste en un conjunto de cerca de 3000 fibras ópticas, cada una con un diámetro típico de  $3\mu\text{m}$  dispuestas en una matriz hexagonal [16]. Estas fibras multimodo, que pueden llegar a tener hasta 2m de largo, se introducen en un tubo flexible y hermético que permite la inserción del endoscopio en la cavidad de interés. Este tubo está adherido a un cuerpo rígido que permite su soporte. La Figura 3.1b muestra el fibrogastroscoPIO que se estudió en este trabajo.

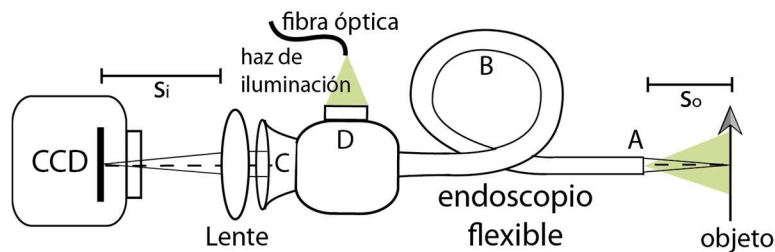
El sistema propio de iluminación de los endoscopios está formado por otro conjunto de fibras ópticas. Éstas dirigen la luz desde la entrada de luz ubicada en el cuerpo del endoscopio (D en la Figura 3.1a) hasta el extremo distal del dispositivo (A en la Figura 3.1a), donde sale divergiendo e iluminando el objeto que se está observando.

En esta sección nos interesa conocer el comportamiento de los endoscopios flexibles como sistemas formadores de imagen y como elementos en un montaje de holografía digital donde se pretende usarlos para iluminar y observar simultáneamente. Para ello se utilizan dos montajes que se explicarán a continuación junto con el fibrogastroscoPIO. En todos los experimentos de caracterización de endoscopios se utilizará como objeto una pantalla plana con un papel milimetrado adherido.

### **3.2.1 Formación de imagen**

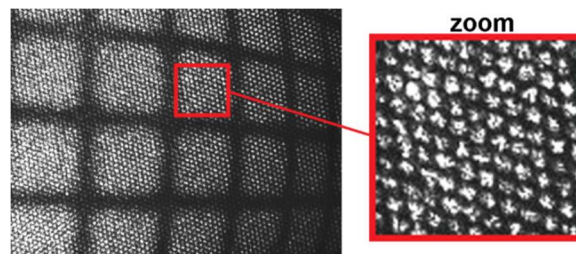
El montaje utilizado para evaluar las capacidades de este endoscopio como sistema formador de imagen y como sistema iluminador se presenta en la Figura 3.2. El fibrogastroscoPIO tiene un ángulo de visión de  $105^\circ$ , una longitud de 1m y un diámetro en su extremo distal de 9.5mm. Un trozo de papel milimetrado, situado a una distancia  $s_0$  del extremo distal del endoscopio, se ilumina con el sistema propio de iluminación del dispositivo. Para ello, la luz de un láser continuo de estado sólido ( $\lambda=532\text{nm}$ ), se lleva con una fibra óptica a la entrada de luz del endoscopio (C en el dibujo). La imagen se registra con una cámara CCD Pulnix/JAI que tiene un sensor de tamaño  $640 \times 480$  píxeles y  $7.4 \mu\text{m}/\text{pixel}$ .

El endoscopio forma la imagen del objeto en el infinito, por lo tanto es necesario utilizar una lente convergente extra para formar esta imagen sobre el sensor de la cámara. Se utilizó una lente con una distancia focal  $f=50\text{mm}$ . La lente se coloca cerca del ocular –tal como lo haría el ojo– formando una imagen real en su plano focal, donde se coloca el sensor CCD. Se ha observado experimentalmente que la distancia imagen ( $s_i$  en el dibujo) no siempre es la distancia focal de la lente. Para objetos muy cercanos al fibrogastroscoPIO ( $s_o \leq 3\text{mm}$  para este endoscopio), se debe mover la cámara unos milímetros para buscar el plano de mejor enfoque.



**Figura 3.2.** Montaje óptico que evalúa la imagen que proporciona el endoscopio flexible.

La Figura 3.3 muestra un ejemplo de las imágenes registradas con este montaje. A simple vista se observa que la retícula aparece deformada y que la imagen presenta una textura rugosa que degrada la calidad de la fotografía. Se pensaría que el ruido presente es debido al moteado del láser; sin embargo, al hacer un aumento digital, se distingue una estructura regular que evidencia la salida de las fibras ópticas que forman la imagen. Por otro lado, la distorsión de la retícula podría deberse a aberraciones del sistema óptico o a una pequeña inclinación del objeto con respecto al objetivo del endoscopio.



**Figura 3.3.** Imagen que produce el endoscopio flexible con el objeto en  $s_o=3\text{mm}$ .

La Figura 3.4 muestra la imagen de la retícula a diferentes distancias  $s_o$  registradas con un tiempo de exposición de 20 ms. Se observa que conforme aumenta  $s_o$  el área visualizada es mayor, con una distribución de intensidad menor y no uniforme. También se observa una deformación de la retícula cada vez mayor.

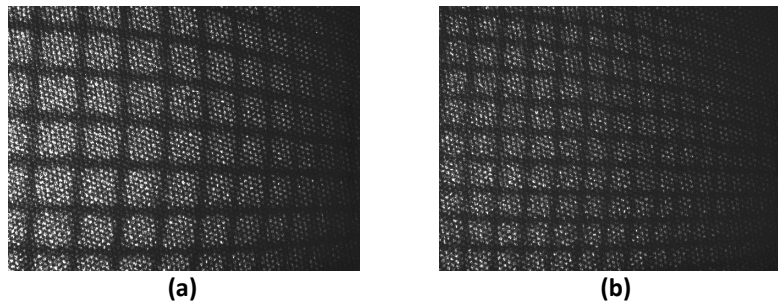


Figura 3.4. Imagen que produce el endoscopio flexible con el objeto en (a)  $s_o=8\text{mm}$ . (b)  $s_o=13\text{mm}$ .

### 3.2.2 Holografía digital endoscópica

Para hacer holografía digital, la luz del láser se divide en dos con una lámina divisora de haz. Como haz de referencia se utiliza un haz con una intensidad entorno al 5% de la intensidad original mientras que el resto formará el haz objeto. Dos fibras ópticas conducen ambos haces al montaje experimental (Figura 3.5), el cual es una modificación del mostrado en la Figura 3.2. En este caso se añade un cubo divisor 50/50 entre la lente y la cámara. Este elemento óptico permite introducir el haz de referencia en el sensor CCD para que interfiera con el haz objeto.

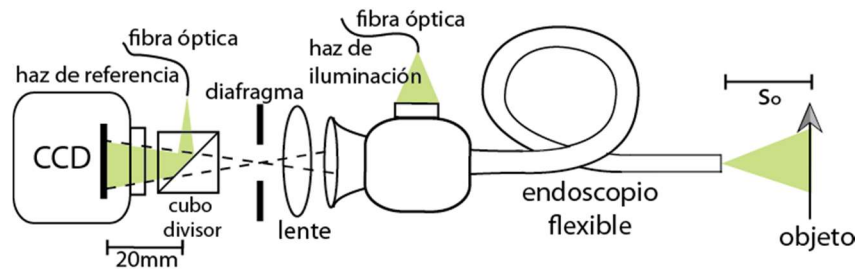
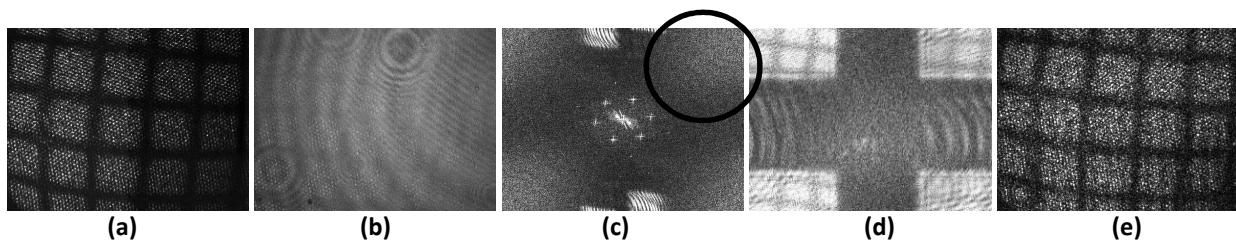


Figura 3.5. Montaje holografía digital con endoscopios.

Las Figuras 3.6a y 3.6b muestran el objeto y el holograma respectivamente, cuando  $s_0=3mm$  y  $s_i=64mm$ . En la Figura 3.6c se muestra el espectro de frecuencias del holograma. Puede observarse que la imagen de la apertura se encuentra en las esquinas y desenfocada, esta se ha señalado con un círculo. Esto se debe a que la apertura del sistema se encuentra en el interior del endoscopio, por lo que existe cierta incertidumbre en su ubicación. El término central u orden cero está relacionado con las frecuencias espaciales presentes en el objeto. En la imagen se aprecian seis picos en el área de las frecuencias bajas, que ponen en manifiesto la estructura periódica en la imagen que se puede observar en el zoom de la Figura 3.3.

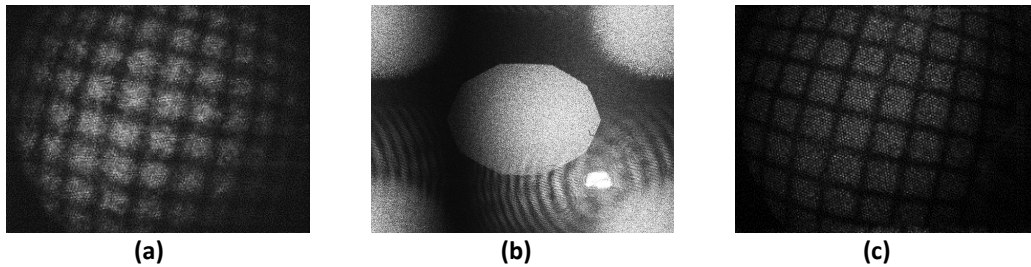
En la Figura 3.6d se muestra la imagen de la apertura enfocada que se ha obtenido propagando numéricamente. Se observa que tiene una forma cuadrada y que aparece también el objeto, lo que significa que en este caso el sensor CCD actúa como la apertura del sistema. La reconstrucción del objeto, seleccionando la apertura de la Figura 3.6c, se muestra en la Figura 3.6e. La buena calidad de la imagen demuestra que el enfoque de la apertura no es crítico a la hora de reconstruir el objeto, algo que ya se había visto en [17].



**Figura 3.6.** Holografía digital con endoscopio flexible. **(a)** Objeto. **(b)** Holograma. **(c)** Transformada de Fourier del holograma. **(d)** Propagación de la apertura. **(e)** Reconstrucción del objeto.

No obstante, se hizo una última prueba, colocando un diafragma físico entre la lente y el cubo divisor, y ajustando el origen del haz de referencia para que estuviese en el plano de dicho diafragma. Se registró el objeto que se muestra en la Figura 3.7a, el cual está ligeramente desenfocado. La Figura 3.7b muestra la transformada de Fourier del holograma, donde se observa la imagen real del diafragma una

vez ha sido centrada. La reconstrucción numérica del objeto se muestra en la Figura 3.7c. El objeto enfocado se encuentra por medio de una propagación numérica.



**Figura 3.7.** (a) Imagen del objeto ligeramente desenfocada. (b) Espacio de frecuencias con la apertura centrada. (c) Reconstrucción de la onda objeto propagando hasta el plano de mejor enfoque.

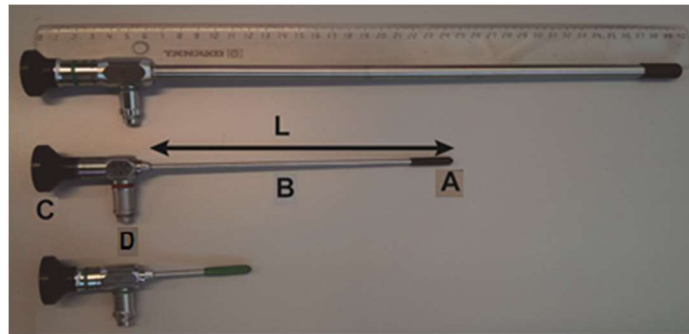
En [18] se hace un estudio de la calidad de los mapas de fase resultantes en función de la resolución de las fibras de diferentes tipos de endoscopios flexibles, encontrando una correlación directa entre la resolución de las fibras y la calidad de las franjas. También se demuestra que el ruido en los mapas no depende del tamaño del moteado, ya que se probaron aperturas de distinto tamaño. Dadas estas observaciones se decidió trabajar con endoscopios rígidos, no solo porque generen una imagen de mejor calidad, sino también porque al ser rígidos se colocan con mayor facilidad en los montajes experimentales. También se decidió trabajar sin un diafragma externo y tomar como apertura el diafragma del endoscopio ya que con o sin diafragma, los resultados son similares.

### **3.3 Endoscopios rígidos**

#### **3.3.1 Diseño óptico**

Los médicos especialistas solicitan endoscopios que posean un gran ángulo de visión, una alta resolución, una gran profundidad de enfoque y a su vez pequeñas dimensiones, propiedades no tan fáciles de conseguir simultáneamente [19]. Existen distintos tipos de endoscopios rígidos, dependiendo

de la parte del cuerpo humano que se vaya a estudiar. Cada parte del cuerpo, al ser distinta, requiere un dispositivo endoscópico especial cuyo nombre se debe al órgano para el que fue diseñado; por ejemplo, el laparoscopio observa la cavidad abdominal, el artroscopio las articulaciones y el otoscopio el interior del oído. Para llevar a cabo los experimentos descritos en esta memoria se adquirieron, en la compañía ST Endoscopia [20], varios endoscopios de estos tres tipos que se muestran en la Figura 3.8. Todos ellos, al diferir en tamaño y en propiedades ópticas, se estudiaron con el fin de escoger el más conveniente para nuestros experimentos.



**Figura 3.8.** Tres tipos de endoscopios rígidos usados en este trabajo: laparoscopio (arriba), artroscopio (centro) y otoscopio (abajo).

A continuación se hará una descripción del diseño óptico de los endoscopios rígidos. Como se ve en la Figura 3.8, la característica que primero llama la atención es su forma tubular rígida, construida tal que su longitud  $L$  sea relativamente más grande que su diámetro. Este tubo es el que se introduce en la cavidad de interés. En el extremo  $A$ , extremo distal, se encuentra el objetivo. Por lo general, en el extremo distal de los endoscopios, los fabricantes colocan una ventana protectora debido a que los endoscopios suelen estar en contacto con superficies húmedas. A lo largo del tubo está el sistema de transmisión ( $B$  en la Figura 3.8). El punto  $C$  corresponde al extremo proximal donde se encuentra el ocular. En él una montura facilita la observación con el ojo obstruyendo la luz externa.

El objetivo es gran angular y tele-céntrico en el espacio imagen. De esta forma captura un área muy grande y fuerza a los rayos principales a salir paralelos al eje óptico para que todos entren en el sistema de transmisión [16].

La transferencia de la imagen se realiza por medio de un sistema de lentes. Este grupo de lentes es similar al que tienen los sistemas periscopicos afocales [21], donde pequeños conjuntos de lentes van transfiriendo la imagen de un plano a otro plano con un aumento unidad. La Figura 3.9 muestra un tramo básico del sistema de transmisión. Por simetría, cada tramo es tele-céntrico en ambas direcciones, frontal y posterior. Lo que significa que tanto su pupila de entrada como la de salida están en el infinito, haciendo que el rayo principal entre y salga del tramo de forma paralela al eje óptico y por consecuencia al tubo, evitando pérdidas de luz por reflexiones internas [21].

Cada endoscopio tendría tantos conjuntos de lentes como fuese necesario para ajustarse a la longitud deseada. Sin embargo se requiere un número impar de tramos para invertir la imagen que produce el objetivo. Una lente, llamada lente de campo, sirve para formar una imagen de la pupila de salida del sistema anterior sobre la pupila de entrada del sistema siguiente. De esta forma se conserva la propiedad tele-céntrica ya que la lente mantiene los rayos marginales (línea punteada negra en la Figura 3.9) en el sistema de transmisión. Sin esta lente los rayos se saldrían del sistema siguiendo la línea punteada azul. La lente de campo se ubica en el plano imagen, de esta forma no afecta la imagen del objeto.

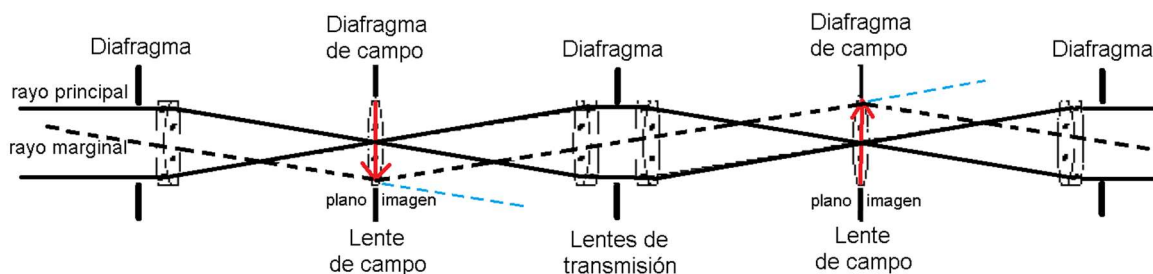


Figura 3.9. Sistema óptico de transmisión de una imagen en un endoscopio.

Haciendo estos tramos simétricos se puede conseguir corregir algunas aberraciones. Además de la anterior, existen otros diseños de la zona de transmisión. Por ejemplo el tipo Hopkins, donde el espacio de aire entre la lente de transmisión y la lente de campo se llena con vidrio incrementando el brillo de la imagen. O el tipo GRIN, construido con lentes de gradiente de índice que corrigen la aberración esférica. Una comparación completa de estos sistemas de transmisión se puede encontrar en [22].

El sistema propio de iluminación de los endoscopios está compuesto por un conjunto de fibras ópticas ubicadas a lo largo del tubo y en su periferia, terminando en el extremo distal y bordeando el objetivo. El punto **D** de la Figura 3.8 indica el comienzo de las fibras ópticas de iluminación. Las fibras tienen una gran apertura numérica (NA), una alta eficiencia de transmisión, y son tan largas como lo sea el endoscopio.

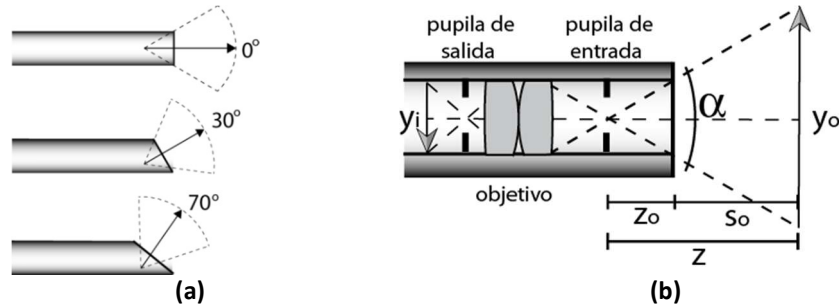
Las dimensiones físicas de los tres endoscopios mencionados anteriormente se muestran en la Tabla 3.1. El otoscopio está diseñado para ser relativamente corto ( $50\text{mm}$ ) y con un pequeño diámetro ( $4\text{mm}$ ). Estas características lo hace ideal para ser introducido en el conducto auditivo y poder ver de cerca la membrana timpánica en su totalidad. Por otro lado el laparoscopio, con una longitud de  $300\text{mm}$  y un diámetro de  $10\text{mm}$ , se introduce en la cavidad abdominal para observar órganos de mayor dimensión. El artroscopio tiene el mismo diámetro que el otoscopio, pero las lentes se diseñaron para que tuviera un comportamiento parecido al del laparoscopio.

<b>Tabla 3.1.</b> Parámetros de los endoscopios rígidos utilizados.			
	<b>Laparoscopio</b>	<b>Artroscopio</b>	<b>Otoscopio</b>
Diámetro (mm)	10	4	4
Longitud (mm)	300	180	50
Ángulo de observación	0°	0°	0°

Los tres endoscopios tienen un ángulo de observación de  $0^\circ$ . Eso significa que la dirección de observación es paralela al tubo como lo muestra la Figura 3.10a. Los endoscopios con un ángulo de



visión diferente de cero son convenientes en estructuras anatómicas especiales como la laringe, donde el órgano a explorar se encuentra ubicado en algún punto fuera del eje central del endoscopio, pero estos no fueron evaluados en este trabajo.

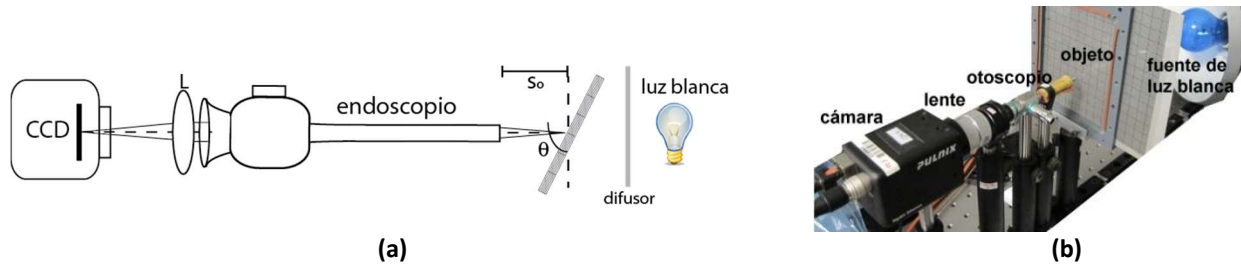


**Figura 3.10.** Observación de los endoscopios rígidos. **(a)** Diferentes ángulos de observación que se pueden encontrar en el mercado. **(b)** Ángulo  $\alpha$  que define el campo de visión del endoscopio.

La Figura 3.10b muestra la extensión angular del campo de visión (FOV por sus siglas en inglés: field of view), dada por el ángulo  $\alpha$ . La distancia de trabajo se define como la distancia entre el objeto observado y la última superficie óptica del sistema [21]. A una distancia de trabajo  $z$ , el endoscopio forma la imagen de una porción  $y_o$  del objeto, delimitada por el ángulo  $\alpha$ . El tamaño de la imagen viene dado por  $y_i$ . La distancia  $z_0$  corresponde a la longitud que hay entre el extremo distal del endoscopio y la pupila de entrada.

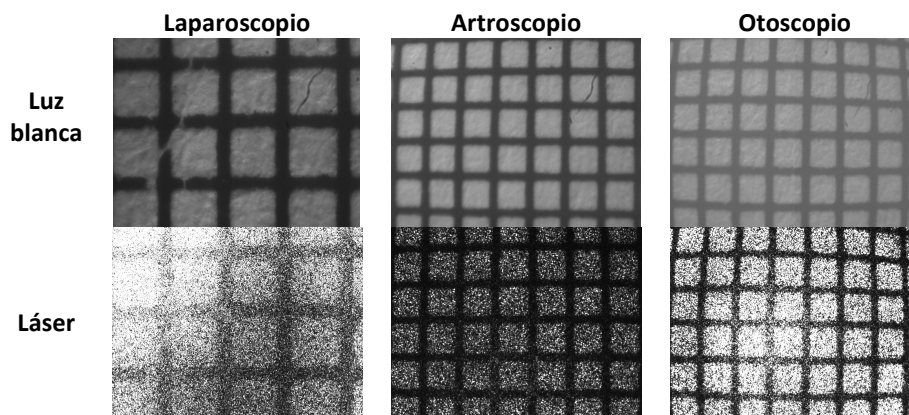
### 3.3.2 Formación de imagen

La imagen de un papel milimetrado que forma el endoscopio rígido se evalúa de la misma forma que en el caso de los endoscopios flexibles, usando la cámara Pulnix/JAI y la lente de  $f=50mm$  (Figura 3.11a). El objeto se puede ubicar perpendicular al eje óptico ( $\theta=90^\circ$ ) o formando un ángulo  $\theta$  con el eje del endoscopio y se ilumina o bien con el láser o con luz blanca.



**Figura 3.11.** (a) Montaje experimental que evalúa la imagen que proporcionan los endoscopios. (b) Fotografía del montaje.

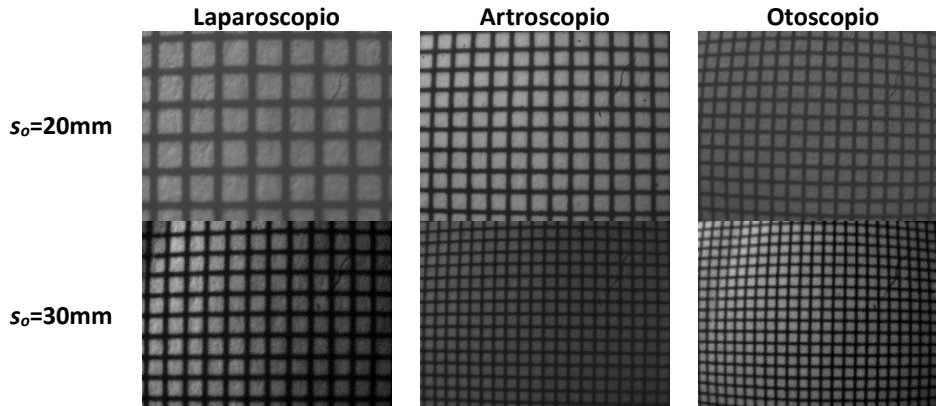
La Figura 3.12 muestra las imágenes producidas por los tres endoscopios cuando  $\theta=90^\circ$ . La fila superior muestra las imágenes del objeto situado a  $s_o=10\text{mm}$ , cuando se ilumina con iluminación blanca (tiempo de exposición  $t_e=100\text{ms}$ ), mientras que la fila inferior muestra las imágenes del objeto iluminado con el láser ( $t_e=2\text{ms}$ ). Claramente se ve que el laparoscopio amplifica más la imagen, observándose  $4\text{mm}$  de largo, mientras que la zona visualizada por el artroscopio y el otoscopio son similares ( $7\text{mm}$  y  $7.5\text{mm}$  respectivamente).



**Figura 3.12.** Formación de imagen de los endoscopios con  $s_o=10\text{mm}$  y  $\theta=90^\circ$ .

Cuando el objeto se aleja se visualiza un área mayor (Figura 3.13) con los tres endoscopios. En el caso de  $s_o=20\text{mm}$  (fila superior), el tamaño de la imagen es de  $12\text{mm}$  para el laparoscopio,  $20\text{mm}$  para el

artroscopio y  $24mm$  para el otoscopio. De estas imágenes es claro que el dispositivo con mayor poder de aumento es el laparoscopio.



**Figura 3.13.** Imagen que producen los endoscopios de un objeto ubicado en  $s_o=20mm$  (fila superior) y  $s_o=30mm$  (fila inferior).

También se puede apreciar que las imágenes están afectadas por distorsión de barril. Esta aberración óptica es típica en objetivos con un gran campo de visión y consiste en un cambio de los aumentos para puntos del objeto que se alejan de su centro. Es por esto que al observar un mayor campo, se aprecia más la distorsión [23].

### 3.3.3 Aumentos transversales

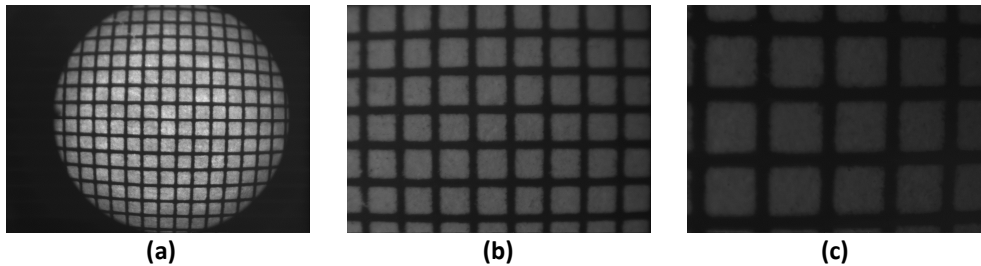
El aumento transversal de un sistema óptico se define como la relación entre el tamaño imagen y el tamaño objeto:  $M_T = \frac{y_i}{y_o}$ . Su expresión newtoniana está dada por [23]:

$$M_T = -\frac{x_i}{f} = -\frac{f}{x_o} \quad (3.1)$$

donde  $x_i$  es la distancia entre la imagen y el foco imagen del sistema, y  $x_o$  la distancia entre el objeto y el foco objeto. Para un sistema de varias lentes, el aumento total del sistema estará dado por el producto de los aumentos de cada una de las lentes individuales.

Con el fin de encontrar los aumentos transversales del sistema endoscopio-lente, se utiliza el montaje anterior (Figura 3.11) pero esta vez con un sensor más grande que permite observar una zona mayor (cámara Pulnix/JAI, tamaño de sensor:  $1392 \times 1040$  píxeles y  $6.45 \mu\text{m}/\text{pixel}$ ). La Figura 3.14a muestra un ejemplo de una imagen capturada con una lente de focal  $f=25.4\text{mm}$ , en la que se puede ver el campo completo que captura el endoscopio limitado por su apertura circular.

En la Figura 3.14 se observan tres imágenes diferentes capturadas con el laparoscopio pero cambiando la lente en cada imagen. Se probaron tres lentes de diferente distancia focal:  $f_1=25.4\text{mm}$ ,  $f_2=50\text{mm}$  y  $f_3=75\text{mm}$ . El objeto observado está ubicado en  $s_0=10\text{mm}$ . El aumento del sistema completo vendrá dado por el producto del aumento de la lente y el aumento del endoscopio. De la ecuación 3.1 se ve que los aumentos son proporcionales a la distancia focal; por lo tanto, para una lente de distancia focal mayor los aumentos serán más grandes, como se observa en la Figura 3.14.



**Figura 3.14.** Objeto en  $s_0=10\text{mm}$  y  $\theta=90^\circ$  visto con el laparoscopio y usando una lente de focal (a)  $f=25.4\text{mm}$ , (b)  $f=50\text{mm}$  y (c)  $f=75\text{mm}$ .

Se estudió la dependencia de los aumentos ( $M$ ) con la distancia objeto ( $s_0$ ). Se registraron varias imágenes variando  $s_0$  y se calculó en cada una de ellas la relación *pixel/milímetro*. Estas medidas se realizaron en la región central de la imagen donde la distorsión es pequeña (región paraxial) y usando la lente de focal  $f=25.4\text{mm}$ . La Figura 3.15 muestra la relación entre  $M$  y  $s_0$  para los tres endoscopios, observándose que  $M$  es inversamente proporcional a  $s_0$ . Las ecuaciones de un ajuste lineal permiten hallar el tamaño de un objeto a partir del tamaño de su imagen y de su posición con respecto al

endoscopio. Se observa también que el aumento unidad se obtiene para una distancia de 4mm para el laparoscopio, 2.6mm para el artroscopio y 2.3mm para el otoscopio. Para distancias menores el objeto se amplifica y para distancias mayores el objeto se reduce. Cabe recalcar que para gran parte de la distancia de trabajo los aumentos son menores que uno.

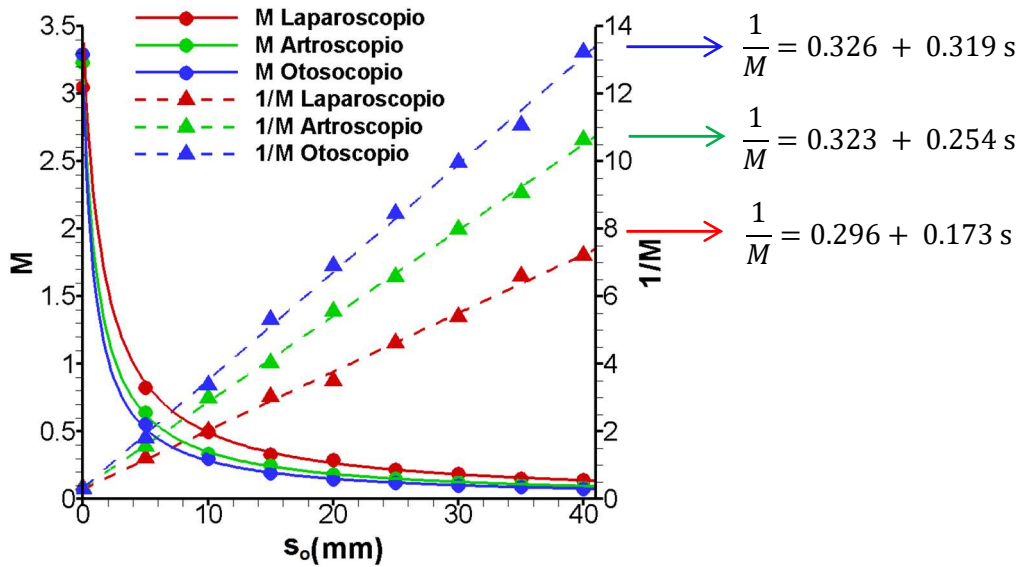


Figura 3.15. Aumentos transversales del sistema endoscopio + lente ( $f=25mm$ ) en función de la distancia objeto  $s_o$ .

Se ve también que el laparoscopio tiene el mayor aumento y el otoscopio el menor. Ello implica que para observar un vaso de diámetro fijo, ésta debería de estar más cerca del otoscopio que del laparoscopio. En ese sentido, usar el otoscopio tendría sus ventajas ya que al disminuir la distancia endoscopio–objeto se capturaría más luz proveniente del objeto. La cantidad de luz que captura el dispositivo es proporcional a la radiancia de la fuente de luz, al coeficiente de reflexión del objeto, al diámetro de la pupila de entrada, e inversamente proporcional a la distancia de trabajo [16].

### 3.3.4 Campo de visión (FOV)

Con la lente adecuada es posible capturar todo el campo que visualiza cada endoscopio que está limitado únicamente por la pupila de salida. El ángulo de visión en función de la distancia objeto  $s_o$  se puede calcular a partir del esquema de la Figura 3.10, donde se deduce que:

$$y_o = 2 \tan(\alpha/2) s_o + 2 \tan(\alpha/2) z_o \quad (3.2)$$

Se ve que la región que se observa depende linealmente de la posición del objeto y de una constante que depende de la ubicación del objetivo con respecto al extremo distal del endoscopio ( $z_o$  en la Figura 3.10). La Figura 3.16 muestra el campo total que registra cada endoscopio para diferentes distancias objeto. Claramente la pupila de salida mayor es la del laparoscopio, ya que éste tiene el mayor diámetro. Mientras que el artroscopio y el otoscopio tienen pupilas de tamaño similar.

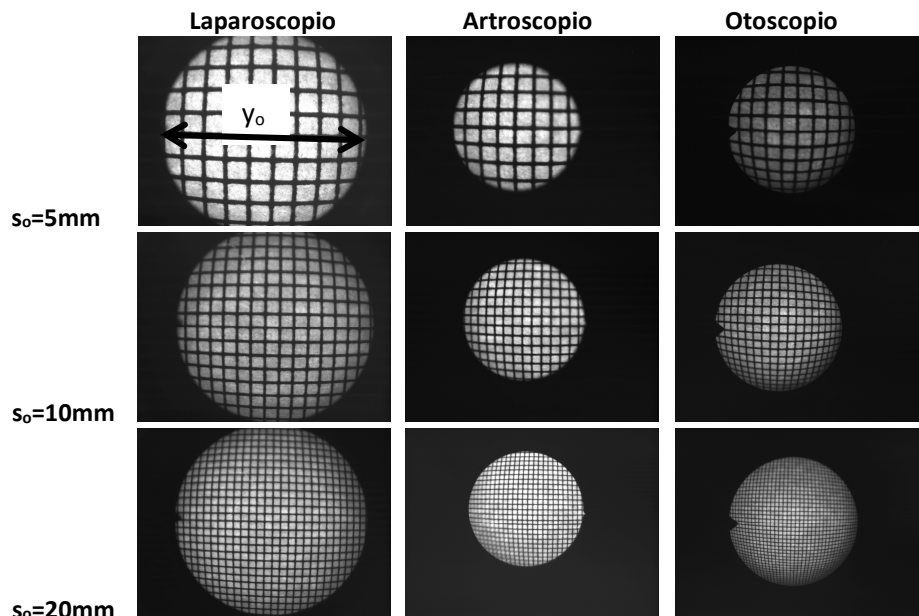


Figura 3.16. Campo de visión de los endoscopios a diferentes distancias objeto  $s_o$ .

Midiendo el tamaño de la rejilla que se observa ( $y_o$ ) para cada imagen se obtiene la gráfica de la Figura 3.17. De manera general se observa que para una misma distancia, el otoscopio captura un área

mayor que los otros dos endoscopios, los cuales capturan un área similar. También se observa como el campo observado crece de manera lineal con respecto a la distancia objeto para los tres endoscopios tal como se esperaba (ecuación 3.2).

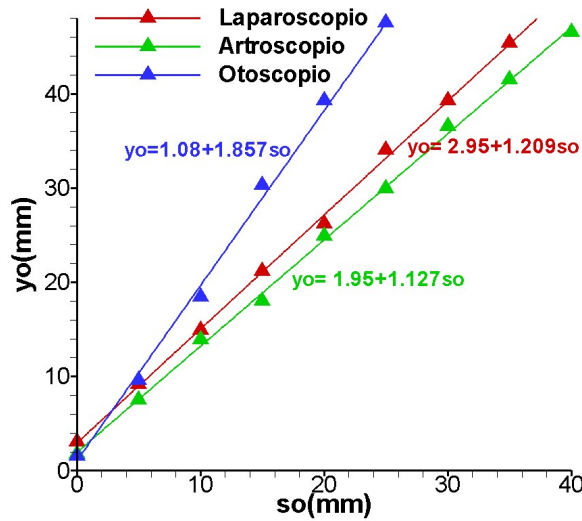


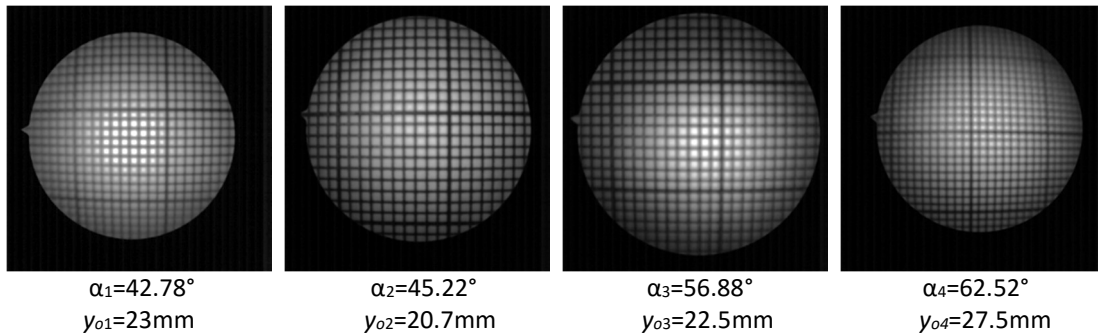
Figura 3.17. Diámetro del campo de visión de los endoscopios en función de la distancia objeto.

Relacionando la ecuación de cada ajuste lineal con la ecuación 3.2 se halla el ángulo  $\alpha$ . Los resultados para cada endoscopio se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Ángulo de visión ( $\alpha$ ) experimental		
Laparoscopia	Artroscopia	Otoscopia
62.34°	58.80°	85.75°

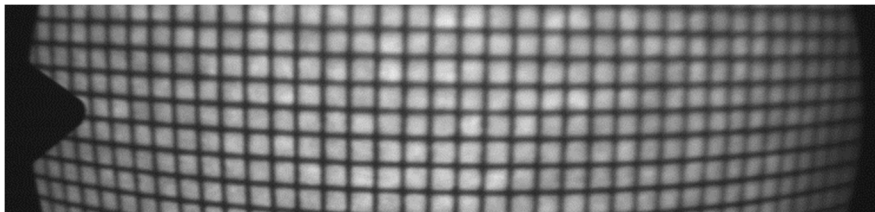
Ya que se contaba con cuatro artroscopios técnicamente iguales, se decidió comprobar que eran realmente idénticos. La Figura 3.18 muestra la imagen que produce cada uno de los cuatro dispositivos para un objeto a 27mm del extremo distal. Se usó una cámara Photron Fastcam SA2 con un sensor aún más grande (2048x2048 *pixeles*), y una lente de focal 100mm para formar la imagen. En las figuras se observan dos grandes diferencias entre ellos, el tamaño de la pupila y el área capturada. También se observa que la calidad de la imagen (enfoco y aberración) difiere de dispositivo en dispositivo pese a

que las imágenes se capturaron bajo las mismas condiciones y a que las especificaciones dadas por el fabricante indicaban que eran idénticas.



**Figura 3.18.** Campo de visión de cuatro artroscopios idénticos.

En estas imágenes también se aprecia, que además de la distorsión de barril, los bordes aparecen menos enfocados que el centro (Figura 3.19). Esta aberración se denomina curvatura de campo, y sucede cuando un objeto plano tiene como imagen una superficie curva [23].



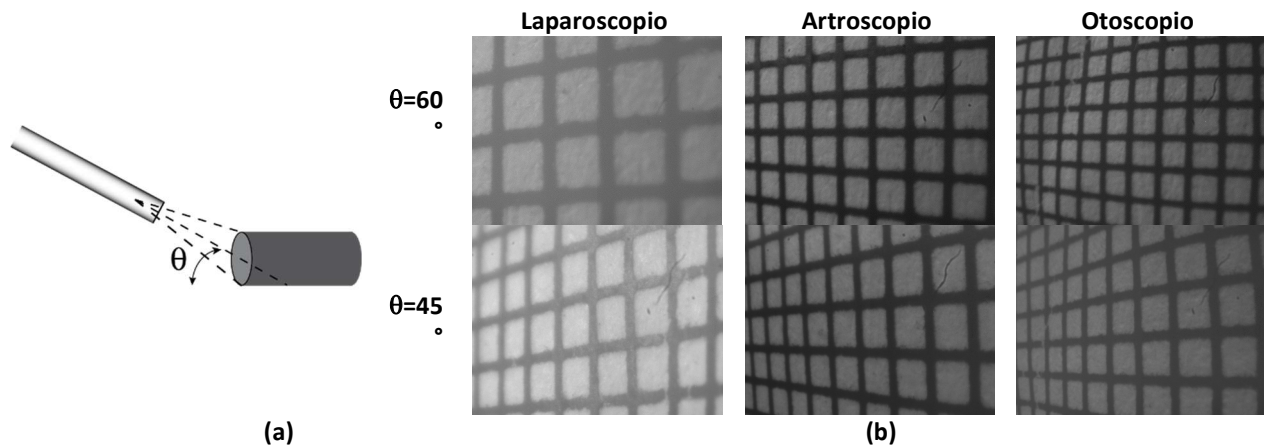
**Figura 3.19.** Distorsión y curvatura de campo en la imagen endoscópica.

### 3.3.5 Observación oblicua

Uno de los objetivos finales de esta tesis es la medida en el interior de conductos opacos. Por lo tanto será necesario inclinar los endoscopios con el fin de explorar los conductos como muestra la Figura 3.20a. Ese tipo de medida implica que el eje óptico del endoscopio no va a ser perpendicular al objeto estudiado.

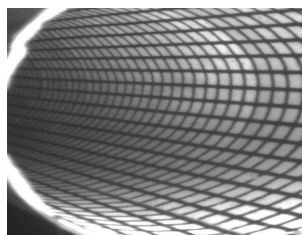


La Figura 3.20b muestra la imagen proporcionada por los tres endoscopios de un objeto situado a una distancia  $s_o=10\text{mm}$  e inclinado dos ángulos distintos  $\theta=45^\circ$  y  $\theta=60^\circ$ . Se observa que por un lado la imagen no presenta aumentos uniformes, disminuyendo considerablemente la resolución espacial en la zona más alejada del objeto. También se observa que la profundidad de enfoque de estos dispositivos es relativamente grande, debido a una pupila de entrada pequeña, ya que la profundidad de enfoque es inversamente proporcional al cuadrado de la apertura numérica [24].



**Figura 3.20.** (a) Observación oblicua. (b) Objeto en  $s_o=10\text{mm}$  e inclinado un ángulo  $\theta=60^\circ$  (fila superior) y  $\theta=45^\circ$  (fila inferior).

Aprovechando la gran profundidad de enfoque de los endoscopios, una observación oblicua del interior del vaso permitiría la captura de una longitud suficiente de medida. Un ejemplo de esta visualización se observa en la Figura 3.21, donde el interior de un cilindro se ha revestido con papel milimetrado. La imagen fue obtenida con el artroscopio y con una lente de  $f=100\text{mm}$ . Se ve como parte de la pared interior de un conducto opaco se puede visualizar desde la entrada del mismo.



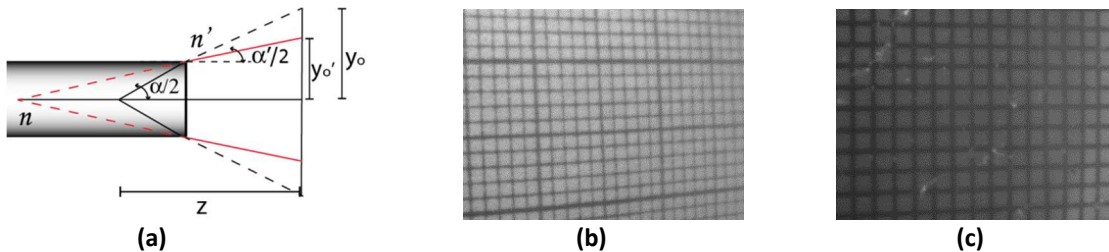
**Figura 3.21.** Imagen del interior de un cilindro vista con el artroscopio.

### 3.3.6 Observación en líquido

Los endoscopios se van a utilizar en sistemas con líquidos. Por lo tanto es necesario observar lo que sucede cuando el extremo distal del endoscopio se introduce en un líquido con un índice de refracción  $n'$ . Cuando el endoscopio está en aire (con un índice  $n$ ) el área de visión está subtendida por un ángulo  $\alpha$ , al cambiar el índice de refracción en el exterior, el ángulo de visión cambia según la ley de Snell

$$\sin(\alpha'/2) = \frac{n}{n'} \sin(\alpha/2). \quad (3.3)$$

Si  $n' > n$ , el nuevo ángulo será menor ( $\alpha' < \alpha$ ) y la longitud observada inicialmente ( $y_o$  en la Figura 3.22a) se reducirá a  $y'_o$  como se observa en la figura. La Figura 3.22b muestra la imagen en aire que produce un laparoscopio de un papel milimetrado ubicado en  $s_0=40mm$ . Al sumergir el mismo objeto y el extremo distal del endoscopio en líquido de índice  $n'=1.4185$  se obtiene la imagen de la Figura 3.22c, donde se ve que efectivamente la zona visualizada ha disminuido. Esto se puede interpretar también como una reducción de la distancia objeto.



**Figura 3.22.** (a) Reducción del área de visión cuando el endoscopio se sumerge en líquido. (b) Escala sin líquido. (c) Escala con líquido.

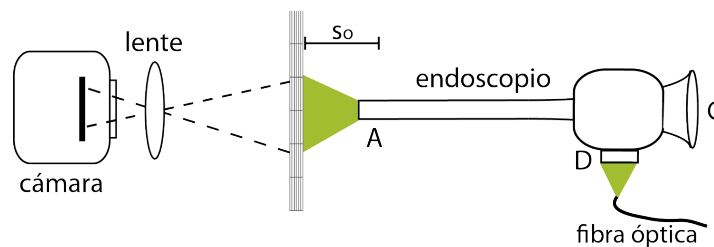
La Tabla 3.3 muestra el ángulo de visión de los endoscopios cuando están sumergidos en el líquido de índice, calculados con la ecuación (3.3). Para observar el interior de una superficie curva transparente llena de líquido, ésta se puede sumergir en el mismo líquido para reducir los efectos de la reflexión y la

refracción, tal como se hizo en el capítulo anterior. La ventaja de usar endoscopios radica en que estos pueden sumergirse con facilidad en un recipiente con líquido, por lo que no habría que usar ventanas transparentes, como en el Capítulo 2.

Laparoscopio	Artroscopio	Otoscopio
42.80°	40.49°	57.33°

### 3.3.7 Sistema de iluminación

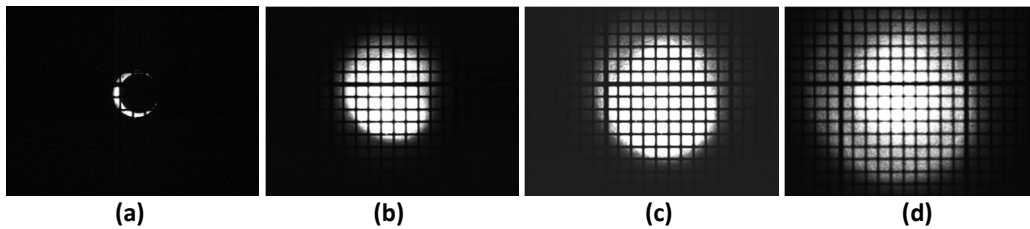
El objetivo de este apartado es evaluar la distribución de luz que proporcionan las fibras ópticas que forman parte del sistema propio de iluminación del endoscopio. La Figura 3.23 muestra el montaje experimental utilizado en estos experimentos. Se ilumina una pantalla con papel milimetrado con el sistema de iluminación del endoscopio. Un diodo láser de estado sólido de longitud de onda  $532.4nm$  y potencia  $317mW$  se usa como fuente de iluminación. Esta luz se lleva por medio de una fibra óptica mono-modo hasta la entrada de luz del endoscopio (**D**). El objeto, perpendicular al eje óptico, se coloca a diferentes distancias  $s$  del extremo distal del endoscopio. La imagen de la zona iluminada se registra por medio de una lente de distancia focal  $50mm$  y una cámara CCD JAI-Pulnix ( $604 \times 480$  pixels,  $7.4\mu m/pixel$ ).



**Figura 3.23.** Montaje óptico que evalúa la iluminación de los endoscopios.

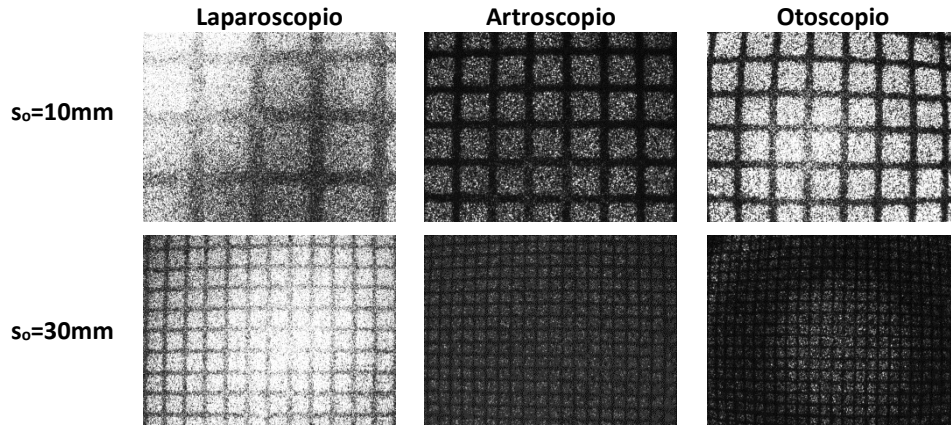
La Figura 3.24 muestra la distribución de intensidad obtenidas con el otoscopio para distintas posiciones del objeto. En el caso de los otros dos endoscopios el comportamiento es similar. Justo en el

extremo distal se ve cómo la luz sale con una distribución de anillo casi completo (Fig. 3.24a), lo que indica que la distribución de las fibras no es uniforme. Para planos más lejanos, el tamaño de la zona iluminada crece y pese a no existir una uniformidad en la colocación de las fibras, las imágenes muestran una iluminación más o menos uniforme de la zona que queremos estudiar. Se concluye que la luz que sale del sistema propio de iluminación es una onda esférica cuyo origen está muy próximo al extremo distal del endoscopio [25].



**Figura 3.24.** Tamaño de la iluminación a diferentes distancias del otoscopio. **(a)**  $s_o=0\text{mm}$ , **(b)**  $s_o=5\text{mm}$ , **(c)**  $s_o=10\text{mm}$ , **(d)**  $s_o=15\text{mm}$ .

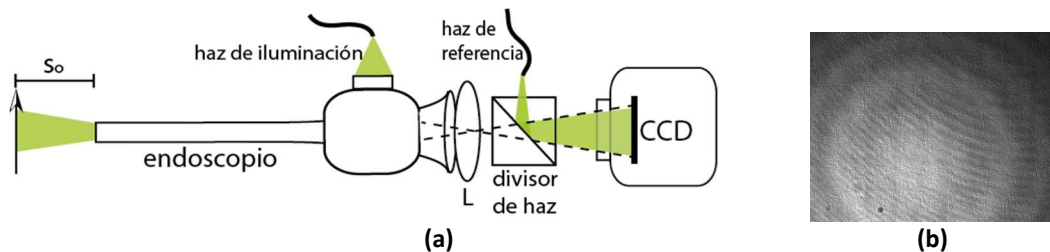
En la Figura 3.25 se muestra la imagen producida por los tres endoscopios cuando se ilumina el objeto con su sistema propio. Las imágenes aparecen moteadas debido a la luz coherente que se utiliza. Se registraron dos imágenes con un tiempo de exposición de  $10\text{ms}$ , con el objeto en  $s_o=10\text{mm}$  y  $s_o=30\text{mm}$ . Podemos comprobar que la imagen dada por el laparoscopio es la más luminosa, seguida de la proporcionada por el otoscopio y por último por la del artroscopio. La causa la podemos encontrar en las diferencias de tamaño de las aperturas, donde no solo una apertura mayor recolecta más luz, sino que además un diámetro mayor del cilindro permite poner más fibras para iluminar. Para distancias muy largas la iluminación se pierde considerablemente, sin embargo para los propósitos de la holografía digital, la luz que se captura es suficiente.



**Figura 3.25** Objeto en  $s_o=10\text{mm}$  (fila superior) y  $s_o=30\text{mm}$  (fila inferior), visto e iluminado simultáneamente con los tres tipos de endoscopios rígidos.

### 3.3.8 Holografía digital

En este trabajo hemos combinado la holografía digital con los endoscopios, utilizando el montaje experimental que se muestra en la Figura 3.26a. La luz del láser se divide en dos con una lámina divisora. Cada haz se lleva al montaje óptico por medio de fibras ópticas mono-modo. El haz objeto (con una intensidad del 95% de la intensidad original) se introduce en el sistema de iluminación del endoscopio e ilumina el objeto. El haz de referencia se envía a la cámara por medio de un cubo divisor. El endoscopio junto con una lente de focal  $f=50\text{mm}$  forman la imagen del objeto en una cámara CCD Pulnix/JAI. El holograma resultante se muestra en la Figura 3.26b.



**Figura 3.26.** (a) Montaje holografía digital endoscópica. (b) Holograma capturado con el artroscopio.

El valor absoluto de la transformada de Fourier de un holograma capturado con cada uno de los tres endoscopios se muestra en la Figura 3.27. En estas imágenes se comprueba que las aperturas de cada dispositivo tienen distinto tamaño y concuerdan con las imágenes de la Figura 3.16. Conociendo la distancia entre el origen de la referencia y el endoscopio se concluye que las aperturas que se recuperan en el espectro de Fourier corresponden a un diafragma ubicado en el extremo proximal del endoscopio (en el ocular).

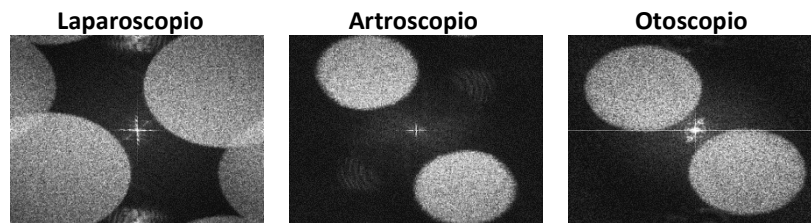


Figura 3.27. Transformada de Fourier de los hologramas vistos con los tres endoscopios.

La fila superior de la Figura 3.28 muestra la imagen que forma cada endoscopio de un papel milimetrado ubicado en  $z_0=20\text{mm}$  e inclinado un ángulo  $\theta=45^\circ$ . Mientras que la fila inferior muestra la reconstrucción numérica de dicho objeto realizada con el método de Fourier. Se comprueba que la reconstrucción de la onda objeto tiene una calidad similar a la imagen registrada del propio objeto.

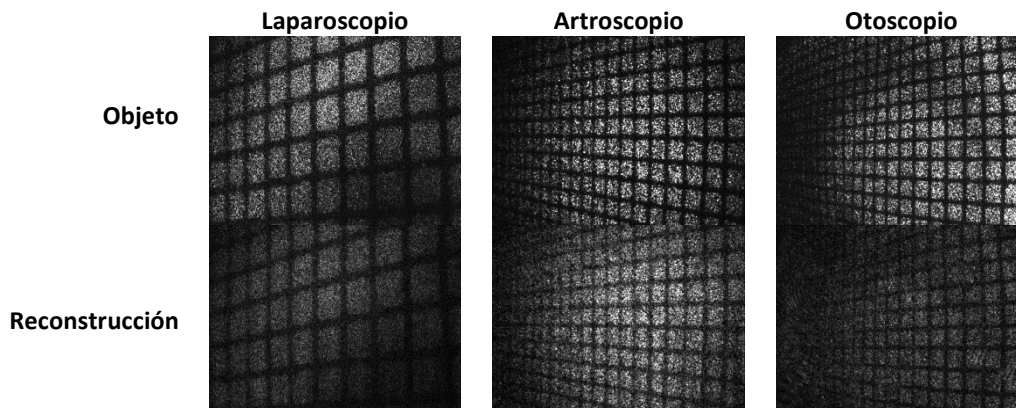


Figura 3.28. Objeto (fila superior) y reconstrucción de la onda objeto (fila inferior) para hologramas capturados con los endoscopios.

### Medida de desplazamientos

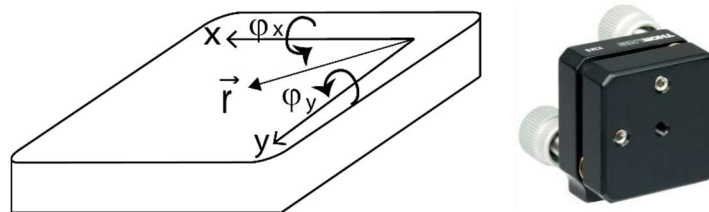
Ahora se quiere observar la calidad de los mapas de diferencia de fase obtenidos con los endoscopios. Para ello se registraron hologramas de un papel milimetrado pegado a una plataforma plana que permite hacer giros controlados alrededor de los ejes del plano, con la ayuda de un tornillo micrométrico (Figura 3.29). La plataforma está diseñada para girar un máximo de  $4^\circ$  con un ajuste de  $15\text{mrad/revolución}$ . Para ángulos muy pequeños ( $\sin\phi \approx \phi$ ), un punto con coordenadas  $\vec{r}$  se desplaza una distancia  $\vec{d}$  dada por:

$$\vec{d} = \vec{\phi} \times \vec{r} \quad (3.4)$$

En caso de que el objeto gire en torno al eje  $x$ ,  $\vec{\phi} = (\phi_x, 0, 0)$ , solo habrá desplazamiento fuera del plano:  $d_z = \phi_x y$ . Por lo tanto, el mapa de diferencia de fases tendrá la forma:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} k_z \phi_x y \quad (3.5)$$

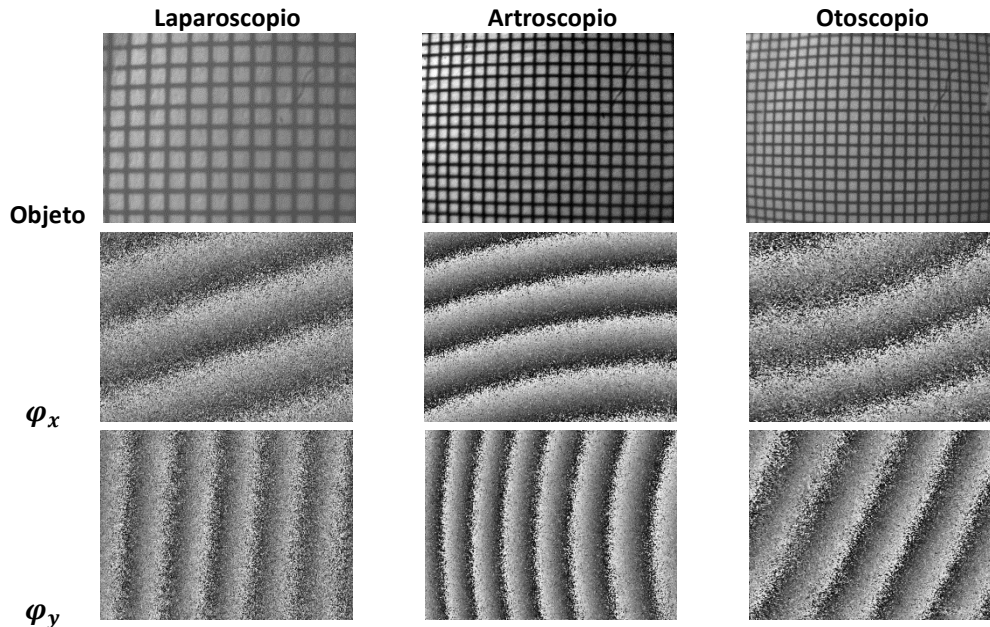
Si la componente  $z$  del vector sensibilidad se aproxima a un valor constante sobre toda la imagen, el mapa de diferencia de fase que se obtiene al hacer pequeños giros serán franjas horizontales o verticales dependiendo del eje de giro.



**Figura 3.29.** Plataforma que permite hacer giros micrométricos alrededor de los ejes  $x$  e  $y$ .

La Figura 3.30 muestra los mapas de diferencia de fase para giros en  $x$  y en  $y$  de un objeto observado con los endoscopios. Las franjas que se observan tienen orientaciones verticales y horizontales tal como se esperaba. Sin embargo, las franjas tienden a curvarse debido a que en este caso

el vector sensibilidad no se puede aproximar a una constante sobre toda la imagen. Se resalta la buena calidad de los mapas de fase.



**Figura 3.30.** Objeto en  $z_0=30\text{mm}$  y  $\theta=90^\circ$  capturado con los tres endoscopios (fila superior). Mapa de diferencia de fase cuando el objeto gira un ángulo  $\varphi_x$  (fila intermedia) y  $\varphi_y$  (fila inferior).

También se utilizó el mismo experimento pero observando el objeto con una cierta inclinación ( $\theta=45^\circ$ ). Estos mapas de diferencia de fase se muestran en la Figura 3.31. Se obtienen mapas similares que en el caso anterior, mapas de buena calidad con franjas verticales que tienden a curvarse. Al estar el objeto inclinado, una parte del objeto está más cerca del endoscopio. En particular la Figura 3.31a muestra que la parte más cercana se salió de la región de enfoque de ese endoscopio (extremo derecho), por lo el contraste de las franjas en esa parte de la imagen es malo (Figura 3.31d).



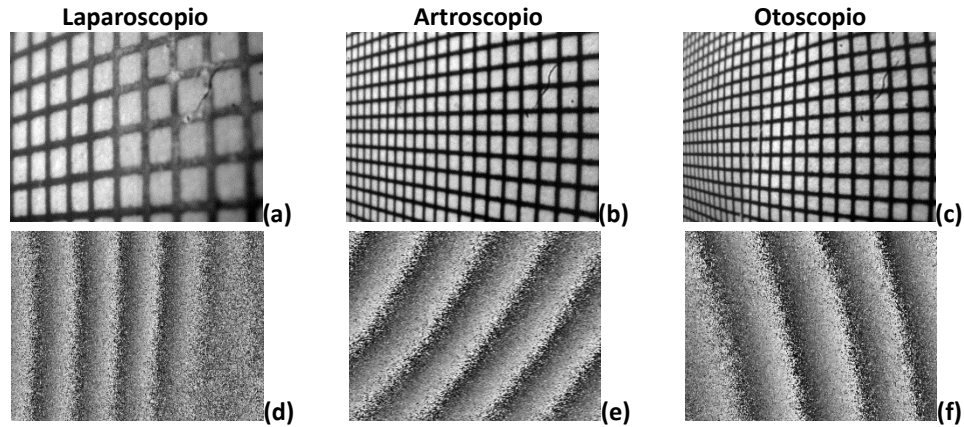


Figura 3.31. Objeto en  $z_o=20\text{mm}$  y  $\theta=45^\circ$  capturado con los tres endoscopios (fila superior). Mapa de diferencia de fase cuando el objeto gira (fila inferior).

### 3.4 Configuraciones de observación en modelos de vasos

Tras haber estudiado las propiedades ópticas de los endoscopios, a continuación se mostrarán las propuestas que se hacen en este trabajo para acceder ópticamente al interior de diferentes modelos de vasos. Nuestro propósito es obtener información tanto del movimiento del fluido como de la pared. El líquido en todos los experimentos será la mezcla usual de glicerina (60%) y agua (40%). En este punto nos centraremos en la descripción de la parte del montaje que involucra el endoscopio y el modelo de vaso. Se mostrarán también las imágenes y los hologramas registrados. Los montajes utilizados para obtener dichas imágenes y hologramas son los mostrados en la Figura 3.11 y 3.26 respectivamente.

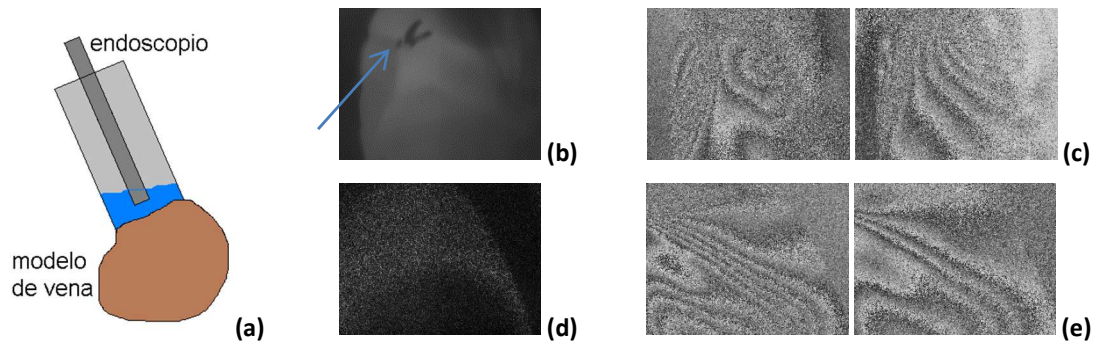
#### 3.4.1 Visualización frontal directa de la pared del vaso

Como primer paso para evaluar la influencia en los mapas de fase del líquido que está dentro del vaso, empezamos visualizando directamente el interior. Las primeras pruebas se llevaron a cabo conectando un globo de goma con un cilindro de vidrio (Figura 3.32a). Llenando la cavidad con líquido e introduciendo el endoscopio en el tubo para observar el interior del vaso (globo) directamente. Se utiliza el sistema propio de iluminación del endoscopio para iluminar el interior del vaso. Cambiando la presión

en el líquido al soplar en el interior del tubo, se producen movimientos pequeños y aleatorios de la pared del vaso.

El objeto iluminado con luz blanca se muestra en la Figura 3.32b cuando no hay líquido. Dado que no hay una escala, es difícil saber qué zona se está observando. La zona clara indica la pared del vaso ya que se observa una marca hecha previamente señalada con la flecha. En la Figura 3.32c se muestran algunos de los mapas de fase obtenidos.

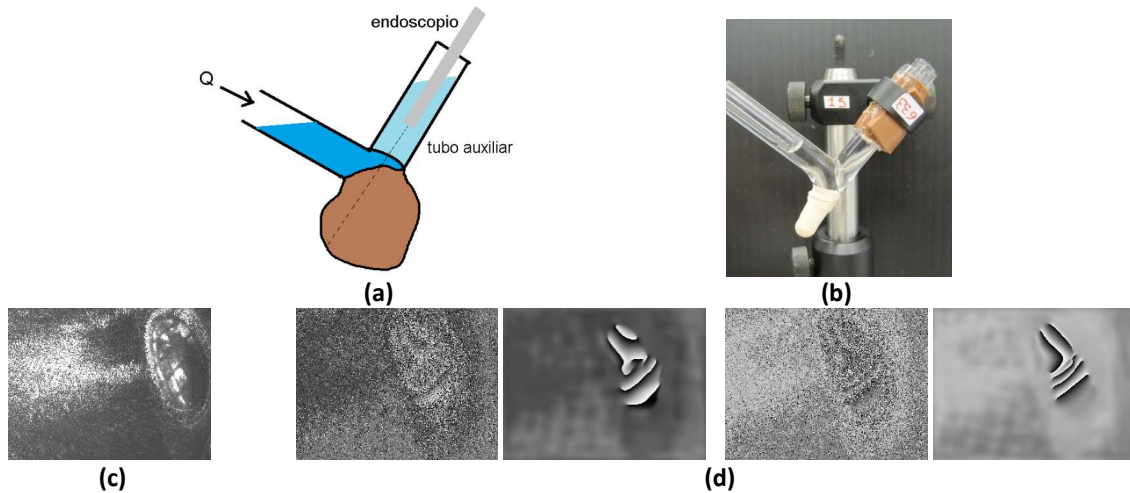
La Figura 3.32d muestra el objeto en el caso de llenar la cavidad con líquido e iluminado con la luz láser. En este caso los aumentos cambian debido a la presencia del líquido observándose una zona más pequeña para la misma posición del endoscopio. Los mapas de fase resultantes en este caso (Figura 3.32e) muestran franjas más contrastadas que cuando no había líquido. Estas medidas cualitativas muestran el potencial de la técnica para medir deformaciones de sólidos cuando hay líquido de por medio.



En los modelos anteriores, el endoscopio está en contacto con el líquido. Como forma de no interferir con el flujo se propone la observación a través de un tubo transparente en forma de L al que se conecta el vaso (Figura 3.33a). En el codo de este tubo principal se coloca un tubo auxiliar de vidrio

alineado con el brazo corto de la L. Introduciendo el endoscopio en este tubo auxiliar, que se llena del fluido para minimizar las reflexiones en el tubo, se puede observar la pared del globo de frente [26].

Colocando una escala en el extremo del tubo donde se va a colocar el globo, se ve la región de la imagen donde se verá el vaso (Figura 3.33c). Se obtuvieron mapas de fase, cambiando la presión sobre el globo soplando en el tubo principal. Pese a no estar muy bien contrastadas las franjas, se pudo hacer un filtrado de los mapas (Figura 3.33d). Esta configuración limita la zona que se observa al impedir que se mire desde otra dirección o desde más cerca.



**Figura 3.33** Observación mediante un tubo auxiliar. **(a)** Esquema. **(b)** Fotografía del modelo. **(c)** Interior del globo con líquido. **(d)** Mapas de fase originales y filtrados.

Otra opción para observar de frente el interior de una vena es por medio de algún agujero o bifurcación. Para ello se diseñó un modelo de vena (tubo de silicona) con una bifurcación perpendicular de diámetro interno  $4\text{mm}$ , por la que se introduce el otoscopio (Figura 3.34). La bifurcación se ajusta perfectamente al endoscopio evitando pérdidas de líquido y permitiendo colocar el dispositivo óptico a cualquier distancia de la pared que está observando.

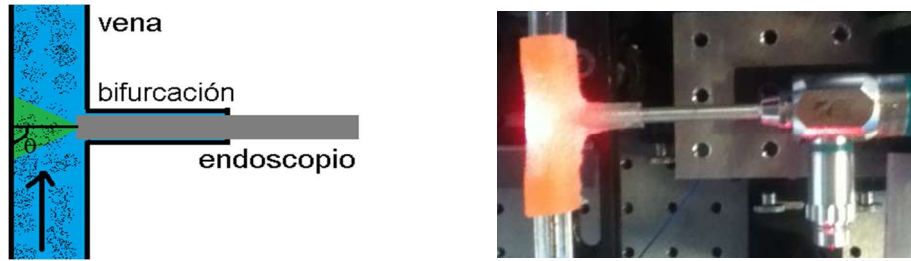


Figura 3.34. Observación directa a través de una bifurcación.

En este caso el dispositivo observa la pared interior del vaso sin ninguna inclinación y se ilumina el objeto por medio del mismo endoscopio. Cuando no hay líquido en su interior se puede adherir una escala a la pared interna del vaso (Figura 3.35a). Para producir movimiento de la pared del vaso, ésta se deforma por medio de un tornillo micrométrico que se desplaza cantidades controladas y empuja la pared en dirección  $z$  (Figura 3.35b). El mapa resultante para un desplazamiento de  $1\mu\text{m}$  se muestra en la Figura 3.35c.

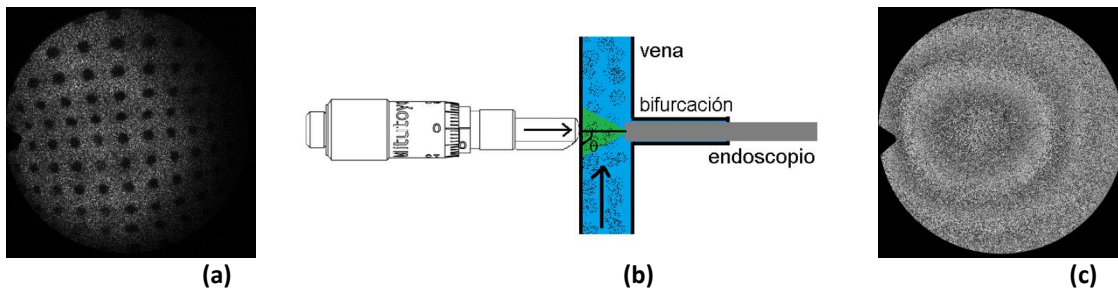


Figura 3.35. Observación directa de un vaso sin líquido. (a) Escala recubriendo la pared interior. (b) Desplazamiento externo de la pared del vaso. (c) Mapa de fase debido al desplazamiento del vaso.

Los modelos permitirían estudiar vasos con forma de globo o vasos tubulares con bifurcaciones. Para vasos tubulares sin bifurcaciones, es necesario una visualización oblicua.

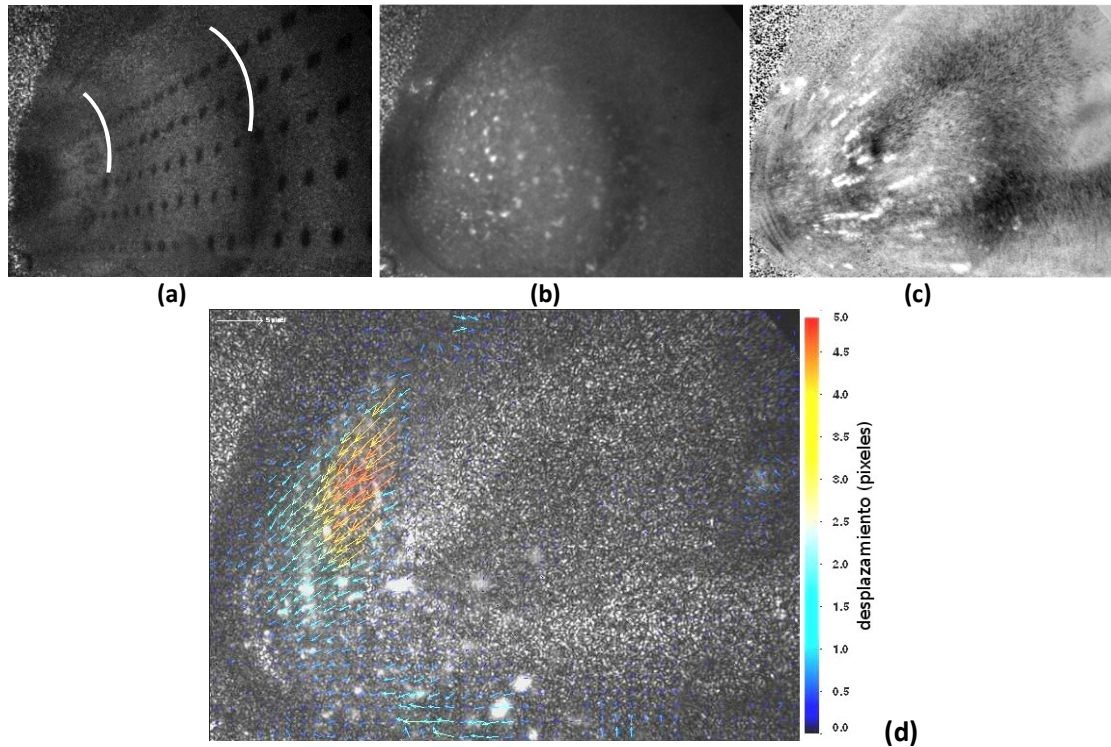
### 3.4.2 Visualización oblicua directa

Para este tipo de visualización el vaso se conecta a un tubo transparente recto. Ahora el tubo auxiliar se coloca con una inclinación fija de  $\theta=13^\circ$  (Figura 3.36a) lo más cerca posible del extremo del tubo principal. Todo el sistema se coloca en vertical (Figura 3.36b) de modo que el líquido fluye por efectos de la gravedad cuando se retira un tapón que hay en la parte final.



### Fotografía

El interior del vaso con líquido visto e iluminado con el endoscopio se muestra en la Figura 3.37a. Una escala transparente de puntos que se ha introducido en el tubo, indica que la zona de visualización es de  $22\text{mm}$  a lo largo del vaso. Se distinguen los límites del vaso (marcados con dos curvas en la imagen). El círculo inferior negro corresponde al tapón que cierra el vaso.



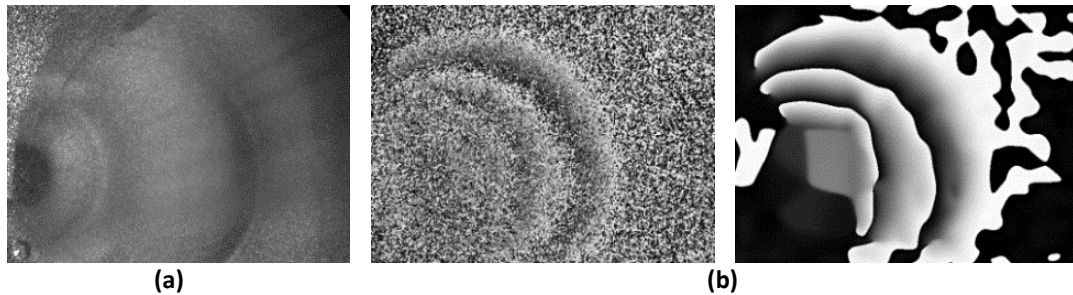
**Figura 3.37.** Visualización oblicua. **(a)** Escala transparente de puntos inmersa en líquido. **(b)** Interior del vaso con partículas. **(c)** Superposición de 5 imágenes consecutivas. **(d)** Mapa de velocidades.

La Figura 3.37b muestra el interior del vaso con líquido y con partículas. Se tomaron imágenes PIV con un  $\Delta T=10ms$ . La superposición de 5 imágenes consecutivas se muestra en la Figura 3.37c, donde se observan trazas que describen la trayectoria de las partículas, lo que indica la viabilidad para medir mapas de velocidades. En este caso, las partículas que se observan corresponden a un volumen. El mapa de desplazamientos que se mide se muestra en la Figura 3.37d. En la zona de la derecha se detectan pocos cambios ya que en esta región llega poca luz comparada con la región de la izquierda.

### Holografía

Si al vaso lleno de líquido se le aplica presión soplando en la superficie del líquido, se encuentran mapas de fase como los que se muestran en la Figura 3.38. La figura muestra franjas en la pared del vaso y en la región que está más cerca al endoscopio, los puntos más lejanos no se resuelven ya sea porque

estos puntos no están enfocados o porque la deformación que se mide es muy pequeña que no se alcanza a resolver. Estas franjas con forma circular indican que puntos ubicados a una misma altura se desplazan la misma cantidad. Esto sugiere un desplazamiento radial de las paredes del vaso.



**Figura 3.38.** Visualización oblicua. **(a)** Interior del conducto. **(b)** Mapa de fase original y filtrado.

Estos resultados cualitativos muestran el potencial de la técnica para medir velocidad y deformación del interior de un vaso opaco usando una observación oblicua. El sistema permitiría ubicar el vaso en el sistema de medida de forma sencilla aunque el ángulo de observación estaría limitado.

### **3.4.3 Visualización oblicua con el sistema inmerso en líquido**

En esta configuración se introduce el modelo de vaso sanguíneo y el endoscopio en una cubeta llena de líquido de índice, como se muestra en la Figura 3.39a. De esta forma el endoscopio podrá colocarse a cualquier ángulo y distancia con respecto al vaso con facilidad. Cuando el endoscopio varía su distancia al vaso, los aumentos y la zona observada cambia, lo que permitiría evaluar desde pequeños vasos sanguíneos hasta los grandes vasos principales. El vaso, conectado a tubos rígidos, se ubica de forma horizontal en el interior de la cubeta. Un ejemplo de lo que se observa con esta configuración se muestra en la Figura 3.39, donde la pared del vaso ha sido revestida con papel milimetrado.





**Figura 3.39.** Modelo de vaso y endoscopio inmersos en líquido de índice. **(a)** Esquema y foto. **(b)** Vena de silicona revestida con papel milimetrado.

Esta configuración fue la más usada a lo largo de la elaboración de esta tesis, y fue con la que se hicieron las medidas cuantitativas que se presentan más adelante, por lo tanto se va a describir con más detalle este montaje.

### **Montaje experimental**

Esta configuración requiere que el endoscopio observe desde una posición vertical para poder introducirse en la cubeta desde arriba. Para ello se proponen dos montajes ópticos que se explican a continuación.

En la primera configuración el eje óptico de la cámara, del cubo divisor y de la lente es horizontal, mientras que el endoscopio se inclina con un soporte especial. Ya que una parte del eje óptico está horizontal y otra parte está inclinada, se utiliza un espejo para alinear ambos ejes y llevar la imagen a la cámara, como se muestra en la Figura 3.40. En este montaje se puede cambiar el ángulo de inclinación del endoscopio con facilidad y la imagen se formará en la cámara simplemente ajustando la inclinación del espejo.



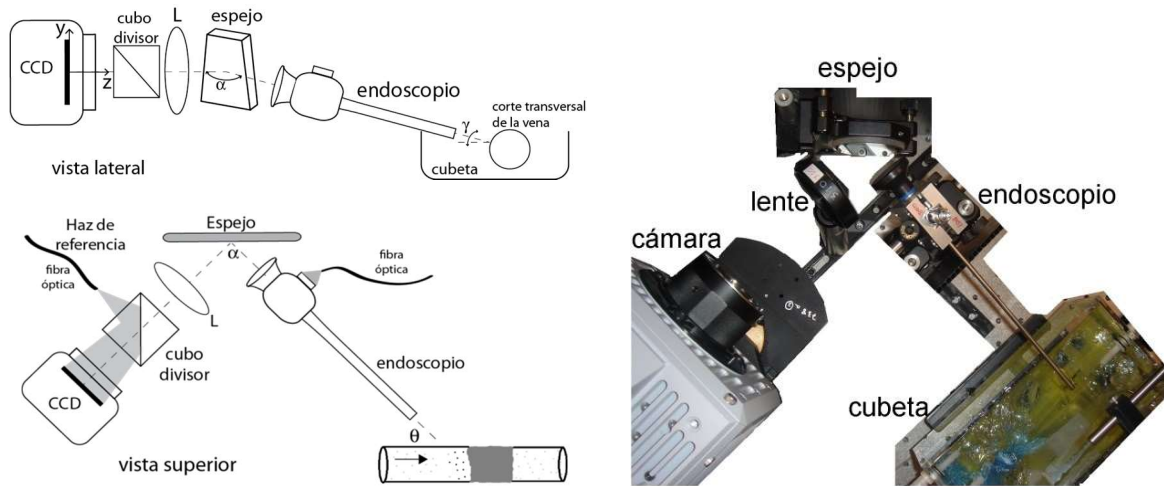


Figura 3.40. Sistema inmerso en líquido. Montaje 1.

En el segundo montaje, todos los elementos ópticos están en el mismo eje sobre una plataforma especial que permite inclinar el eje cualquier ángulo (Figura 3.41). Con este montaje no hay que realinear el sistema, solo cambiar la inclinación de la plataforma.

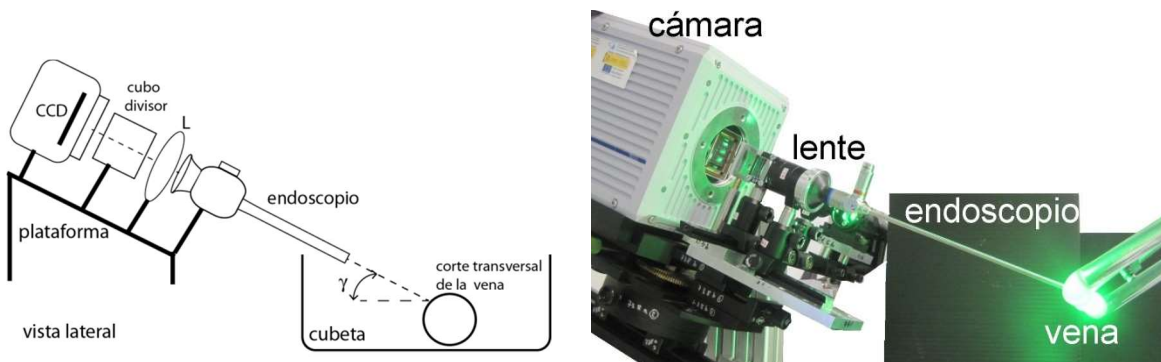
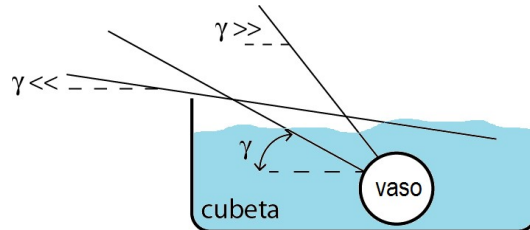


Figura 3.41. Sistema inmerso en líquido. Montaje 2.

Para ambas configuraciones, el ángulo  $\gamma$  corresponde al ángulo necesario para entrar a la cubeta y acercarse al vaso. El ángulo está limitado por la forma y las dimensiones de la cubeta como se muestra en la Figura 3.42. Con un ángulo muy pequeño ( $\gamma \ll$ ) no sería posible alcanzar el vaso, mientras que un ángulo muy grande requiere acercarse mucho el sistema a la cubeta, hasta que físicamente no sea posible.

En cualquier caso un endoscopio de largas dimensiones, como el artroscopio, sería el más adecuado en esta configuración. Éste ángulo no se tiene en cuenta en las medidas por la simetría circular del vaso.

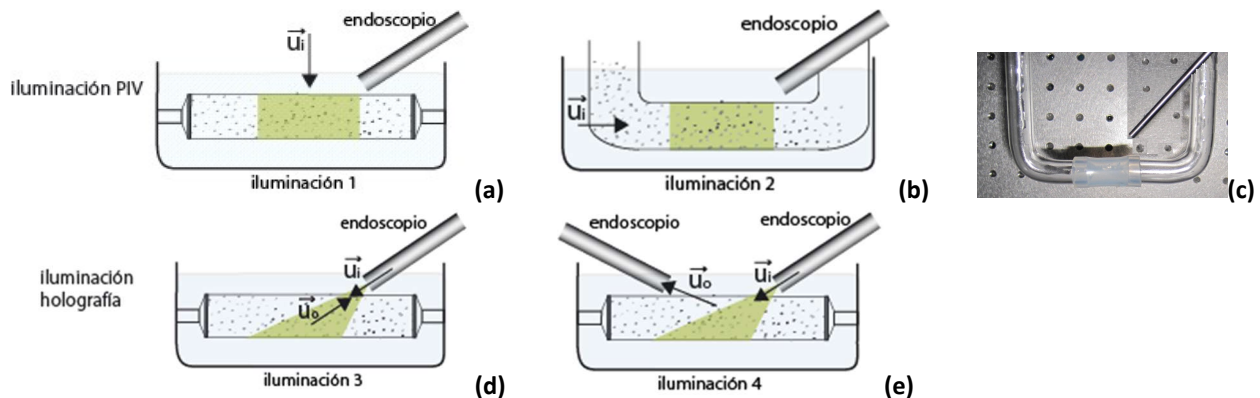
El ángulo  $\theta$  (ángulo entre el endoscopio y el vaso) en ambas configuraciones se ajusta ubicando la cubeta con el vaso en la posición deseada.



**Figura 3.42.** Sistema inmerso en líquido.  $\gamma$  es el ángulo de inclinación necesario para observar el vaso en la cubeta.

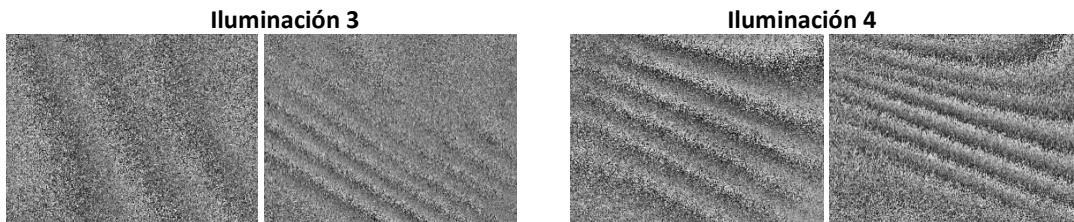
### Iluminación

Probamos varias opciones de iluminar el interior del vaso. La Figura 3.43 muestra estas formas de iluminar señalando la dirección de iluminación (dada por la dirección del vector  $\vec{u}_i$ ) y la de observación (dada por el vector  $\vec{u}_o$ ). Cuando se quieren hacer medidas de velocidades de flujos con la técnica PIV y en caso de evaluar una vena transparente, el plano interior del vaso se ilumina introduciendo el plano de luz desde arriba (Figura 3.43a). En el caso de una vena opaca, la iluminación se debe hacer desde un lateral (Figura 3.43b). Para ello se coloca el vaso en dos tubos de vidrio en forma de L (Figura 3.43c). Este dispositivo permite meter el vaso en la cubeta con facilidad e introducir la iluminación a través del codo.



**Figura 3.43.** Formas de iluminar para **(a)(b)** experimentos de PIV y para **(d)(e)** experimentos de holografía.

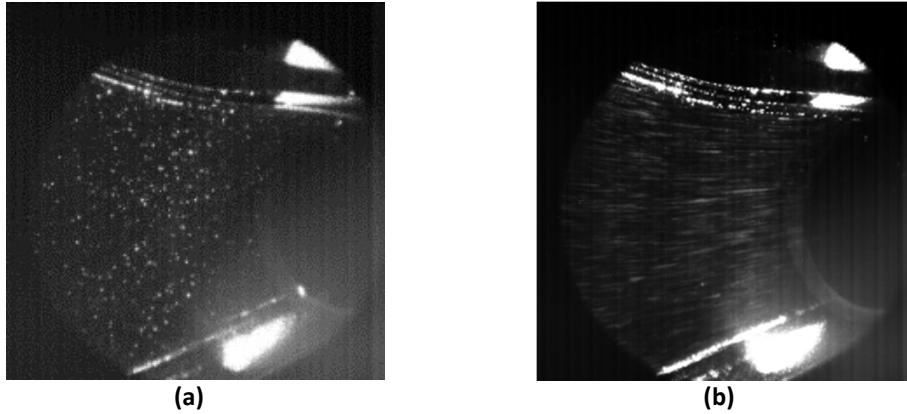
Para observar la deformación de la pared del vaso se utiliza el sistema propio de iluminación del endoscopio (Figura 3.43d). Se probó también iluminar con un endoscopio en una dirección y observar con otro endoscopio en la otra dirección (Figura 3.43e). La Figura 3.44 muestra mapas de fase resultantes para deformaciones de la pared externa el vaso y con estas dos formas de iluminar. Se observa que la iluminación 3 produce franjas mejor contrastadas que la iluminación 4, sin embargo en esta configuración se necesita manipular un endoscopio adicional.



**Figura 3.44.** Mapas de diferencia de fase para dos iluminaciones distintas.

### **Fotografía**

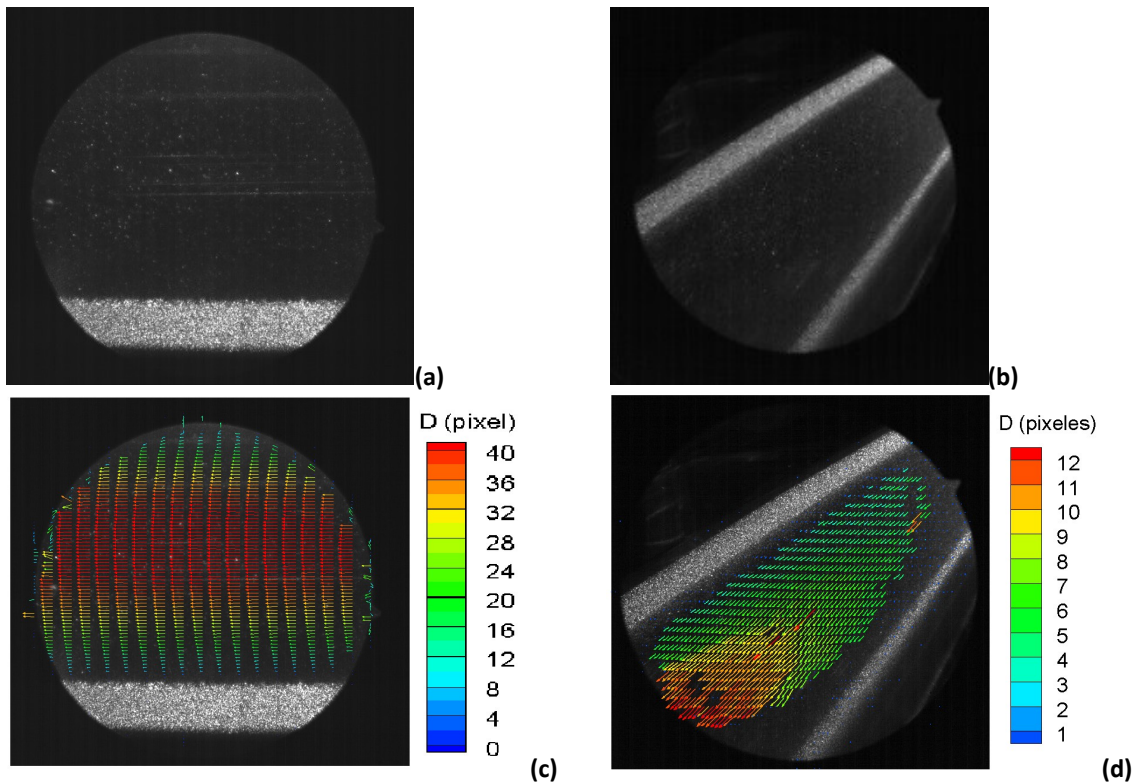
A continuación se mostrarán algunos ejemplos de lo que se observa con el laparoscopio y el montaje 1. Se ilumina un plano de un modelo de vaso sanguíneo de vidrio transparente con líquido y con partículas en su interior (iluminación 1). La Figura 3.45a muestra el vaso distorsionado debido a la observación oblicua. Se ven también las partículas y algunos reflejos de luz en las paredes. Cuando el líquido se mueve por medio de una bomba conectada al modelo de vaso, se registran imágenes PIV cuya superposición se muestra en la Figura 3.45b, donde se aprecian las trazas de las partículas. Lo que indica la viabilidad de medir velocidades.



**Figura 3.45.** Sistema inmerso en líquido. **(a)** Vena de vidrio con partículas. **(b)** Vena de vidrio con las trazas de las partículas.

Con el montaje 2 y la iluminación 1 se observa una vena de silicona transparente desde dos perspectivas. Vista normal (Figura 3.46a) y vista inclinada (Figura 3.46b). Al observar de forma inclinada y gracias a la gran profundidad de enfoque del vaso se observa una mayor longitud que cuando se observa de frente. En las imágenes se observa la luz que difunden las paredes del vaso y las partículas. El fluido se mueve con una bomba que produce un caudal constante de  $10\text{ mL/s}$ . Se captura una serie de 100 imágenes para realizar un análisis PIV.

En el caso de la observación de frente, el análisis PIV produce un mapa de desplazamientos (Figura 3.46c) con el perfil parabólico típico correspondiente a un flujo de Poiseuille. En el caso de una observación oblicua, el mapa de desplazamientos resultante difiere al caso anterior pese a estar midiendo el mismo fluido (Figura 3.46d). La distorsión debida a la observación oblicua deforma los esperados perfiles parabólicos.



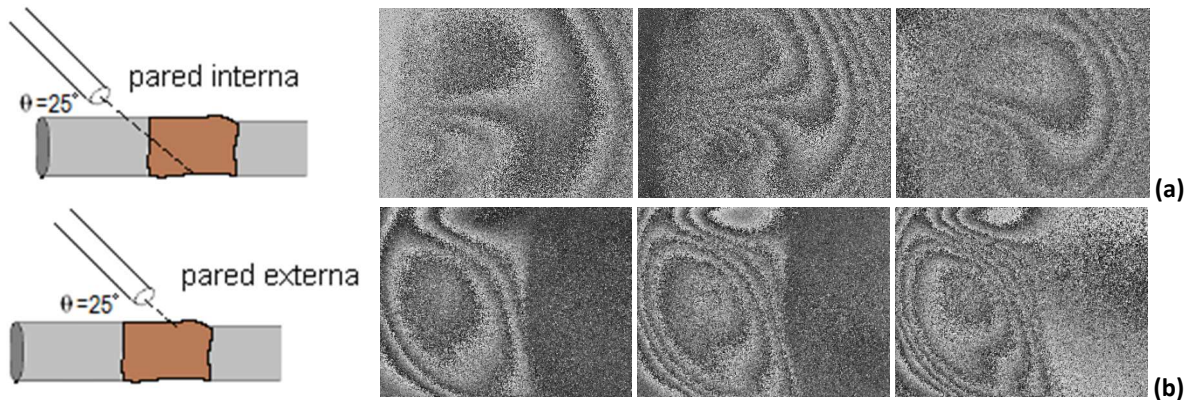
**Figura 3.46** Vena de silicona transparente observada **(a)** de frente y **(b)** de forma oblicua. **(c)** Mapa de desplazamientos del vaso vista de frente. **(d)** Mapa de desplazamientos del vaso vista de forma inclinada.

Con este tipo de observación, sería posible medir en cualquier plano de un modelo vaso sanguíneo únicamente cambiando la orientación del plano de luz. Esta es una ventaja con respecto a los experimentos tradicionales de PIV donde la dirección de observación es fija. Otra de las ventajas del uso de endoscopios es la posibilidad de hacer estereoscopia usando dos sistemas iguales; de esta forma se podrían obtener mapas 3C-2D.

### **Holografía**

Se quiere evaluar la posibilidad de medir la deformación de las paredes internas y externas del vaso. Cuando circule un flujo cuyo caudal varía en el tiempo se tienen cambios de presión, que hacen que el vaso se deforme. Si se cambia lateralmente la posición del vaso con respecto al endoscopio se

puede observar o la pared externa o la interna (Figura 3.47). Los mapas de fase resultantes se muestra en la Figura 3.47a para el caso de la pared interna y en la Figura 3.47b en el caso de la pared externa.



**Figura 3.47.** Mapas de diferencia de fase en (a) la pared interna y en (b) la pared externa.

El contraste de las franjas de la pared externa es mejor que los de la pared interna ya que no hay tubo de por medio. Sin embargo, con estos experimentos preliminares se ve que es posible medir la deformación de la pared interna de un conducto opaco.

### 3.5 Implementación del PIV Endoscópico

En el capítulo 2 se realizaron medidas de velocidades en el interior de modelos de vasos sanguíneos, donde el plano de luz observado era paralelo al sensor y visto a través de una ventana transparente. En esta sección se medirá el mismo sistema pero usando un endoscopio para acceder al interior del vaso de forma oblicua. En las secciones anteriores se vio que las imágenes se distorsionaban cuando se observaba de forma oblicua. En esta sección se corregirán las imágenes con el fin de dar una medida realista de la velocidad [27].

### 3.5.1 Corrección de la imagen

Como se ha visto en las imágenes anteriores, la imagen endoscópica presenta fuertes aberraciones y distorsiones debidas a una observación oblicua. A continuación se explicará cómo se hace la corrección numérica necesaria.

#### Corrección de la distorsión

En un sistema óptico ideal o en la región paraxial, la imagen de un papel milimetrado paralelo al sensor se verá de la misma forma: líneas verticales y horizontales igualmente espaciadas. Sin embargo, la imagen que produce un endoscopio presenta una distorsión radial (Figura 3.48a), que puede corregirse numéricamente usando esta misma imagen como plano de calibración. El modelo más implementado se encuentra detallado en [28] y se resume brevemente a continuación. El modelo de la distorsión tiene la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (1 + K_1 r'^2 + K_2 r'^4 + K_3 r'^6) \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

donde  $r'^2 = x'^2 + y'^2$ . Las coordenadas  $(x',y')$  corresponden a un punto en el espacio distorsionado, mientras que  $(x,y)$  son las coordenadas en el espacio corregido. Debido a la simetría circular de las lentes se supone una dependencia radial de la distorsión, como se observa en el primer término de la ecuación (3.6). Por otro lado también se tiene en cuenta una descentralización de los elementos ópticos con respecto al centro del CCD, que se refleja en el término de distorsión tangencial (segundo sumando de la ecuación 3.6).



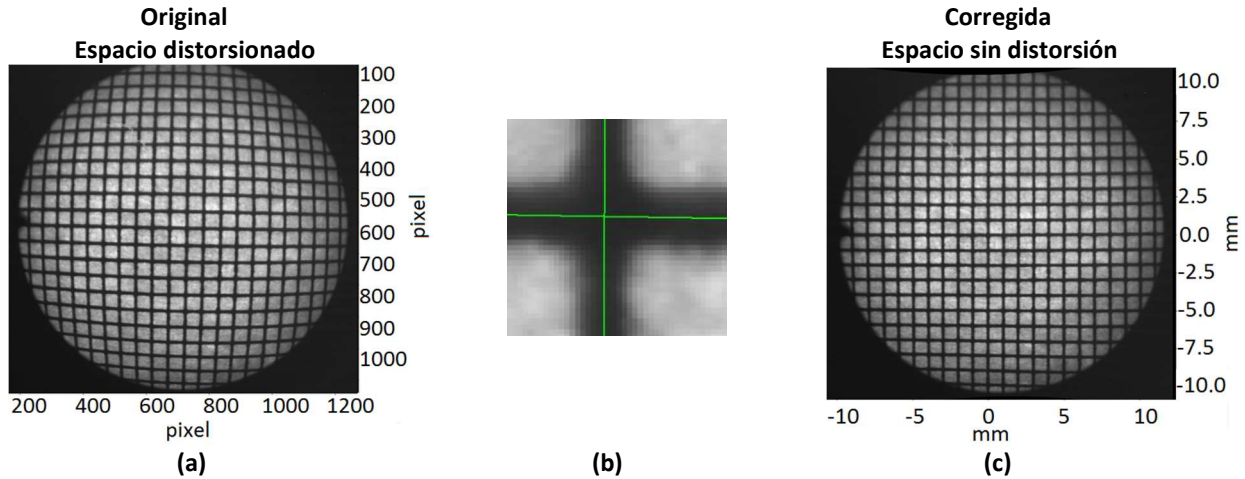


Figura 3.48. Corrección de la distorsión de la imagen del laparoscopio.

Este modelo está implementado en programas comerciales como Davis de Lavision [29] o en software libres, siendo el código hecho por J.-Y. Bouguet con Matlab una de las más usadas [30]. Estos algoritmos utilizan un objeto de test plano con un patrón definido que se captura por el sistema óptico a corregir. En nuestro caso usamos papel milimetrado colocado en  $s_0=10\text{mm}$  y capturado por el otoscopio (Figura 3.48). Las intersecciones de las líneas detectadas (Figura 3.48b) se usan como coordenadas del espacio distorsionado  $(x',y')$ . Por lo tanto se conoce tanto  $(x',y')$  como  $(x,y)$  para todas las intersecciones. Cada pareja cumple el sistema de ecuaciones descrito en (3.6), donde las variables desconocidas son los coeficientes  $K_1$ ,  $K_2$  y  $K_3$ . Se tiene un sistema lineal de ecuaciones sobredeterminado (más ecuaciones que incógnitas) que se resuelve como un problema de minimización. El resultado de la corrección de la Figura 3.48a calculada por el software de Lavision se muestra en la Figura 3.48c. Se observa cómo los cuadrados de la rejilla de calibrado están igualmente espaciados y la imagen ha sido corregida.

La corrección de Bouguet es una generalización del caso anterior utilizando varios planos de calibrado. Para su implementación se requiere capturar varias imágenes de un tablero de ajedrez como el que se muestra en la Figura 3.49. Este objeto de prueba se debe colocar en distintas posiciones en el



espacio y con diferentes orientaciones de forma aleatoria. A partir de varias imágenes de este tipo el algoritmo devuelve no solo la imagen corregida sino también el modelo de distorsión resultante [31] [32]. En la Figura 3.49 se muestra un ejemplo de dos imágenes originales usadas en la calibración y su respectiva corrección. Se observa como una corrección aceptable se puede realizar incluso para planos que estén inclinados y que por lo tanto están afectados por distorsión debida a la perspectiva (Figura 3.49b).

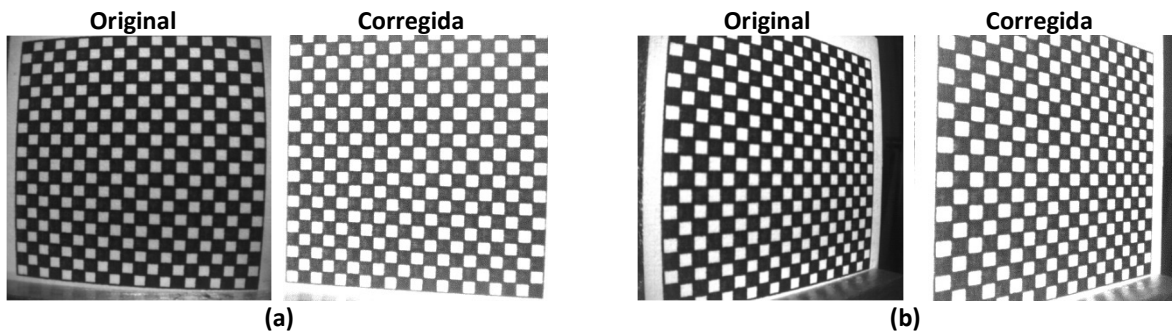


Figura 3.49. Ejemplo de imágenes originales y su corrección a partir del modelo de distorsión encontrado.

El modelo de distorsión que encuentra el algoritmo ( $K_1=-0.3581/\text{mm}^2$ ,  $K_2=0.2296/\text{mm}^4$ ,  $K_3=0$ ) se observa en la Figura 3.50. Cada vector representa el desplazamiento que produce la distorsión radial y tangencial sobre cada pixel de la imagen, mientras que los números indican la cantidad de pixeles desplazados. Se obtiene que la distorsión tangencial es menor que la radial.

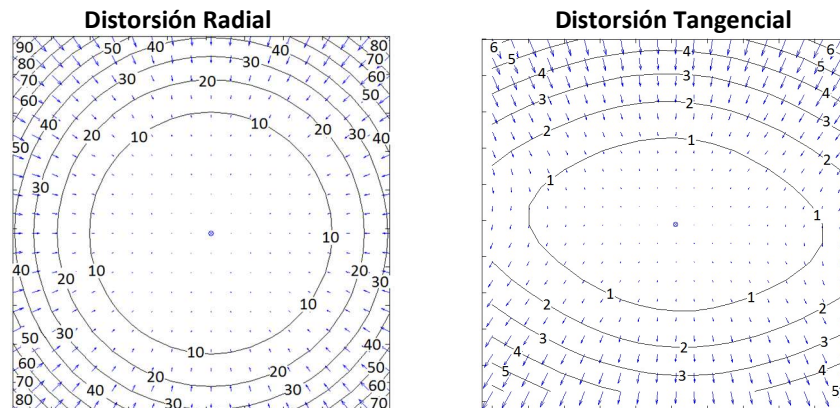


Figura 3.50. Modelo completo de distorsión para el laparoscopio (radial y tangencial).

### Corrección de la perspectiva

La corrección de la perspectiva que surge cuando se observa un objeto inclinado (Figura 3.51a) es un problema ampliamente conocido en procesamiento de imágenes. Existen dos modelos básicos: el modelo del pinhole [33] y el ajuste polinomial de grado tres [34]. Ambos algoritmos requieren una escala a la que se le detectan los centros de los puntos conocidos. Estos sirven como coordenadas del objeto distorsionado y se relacionan con las coordenadas del objeto sin distorsión.

El modelo de pinhole supone que los puntos sobre el objeto  $\vec{X}$  se proyectan en puntos sobre la cámara  $\vec{I}$  pasando todos por un único punto en el espacio llamado pinhole. La posición de este centro con respecto a la cámara son los parámetros intrínsecos del sistema **A**. Los parámetros extrínsecos incluyen la rotación **R** y translación **t** del plano con respecto a la cámara. Ambos parámetros transforman el punto sobre el objeto en un punto sobre la cámara de manera lineal:

$$\vec{I} = A[R \ t]\vec{X} \quad (3.7)$$

Este modelo lineal se resuelve como un problema de optimización y necesita registrar varias imágenes con planos colocados en distinta orientación y posición. Como resultado se obtienen los parámetros intrínsecos del sistema, que no cambian si la configuración experimental no cambia. Y además se puede calcular los parámetros extrínsecos de cada plano por separado. Estos parámetros permiten corregir la distorsión de cada plano ya que el calibrado permite conocer su rotación y translación con respecto a la cámara.

En el caso de un modelo polinomial, se supone que la posición corregida (x,y) de cada pixel será igual a la posición sin corregir (x',y') más un desplazamiento (dx,dy):

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' + dx(x',y') \\ y' + dy(x',y') \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

donde  $d_x$  y  $d_y$  son polinomios de dos variables  $(x',y')$  de grado tres. Haciendo un ajuste polinomial se hallan los coeficientes de  $dx$  y  $dy$ . Un ejemplo de este tipo de corrección se muestra en la Figura 3.51 realizada con el programa Davis. Se observa un plano inclinado con un patrón de puntos (Figura 3.51a), y después de la corrección el plano se ve como si estuviera de frente, y además sin ninguna distorsión radial.

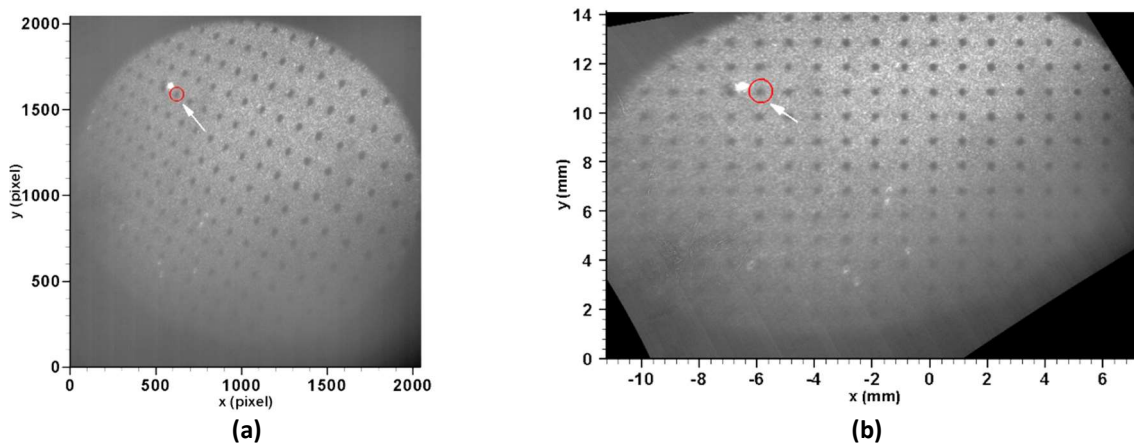


Figura 3.51. (a) Objeto inclinado con respecto al eje óptico. (b) Corrección de la perspectiva.

### 3.5.2 Resultados experimentales

En el ejemplo que se muestra a continuación se midió la velocidad del plano central de un modelo de vaso transparente. Se formó la imagen del plano iluminado con un artroscopio, visualizando de forma oblicua con el montaje de la Figura 3.40. Se registraron una serie de imágenes con el sistema de PIV de alta velocidad con un tiempo  $\Delta T_{PIV}$  entre imágenes de 1ms (frecuencia de adquisición de 1000img/seg). Se utilizó como modelo de vena un tubo de vidrio de diámetro interno 12mm y diámetro externo 16mm, conectado a una bomba que produce un flujo continuo. El caudal que se controla cambiando el voltaje que alimenta la bomba, varía desde 0 hasta 300ml/min. Para este experimento se fijó un caudal de 230ml/min. El modelo está inmerso en la caja llena de líquido de índice. Girando la caja que contiene el vaso se puede observar su interior desde distintos ángulos. El ángulo entre el endoscopio y el eje central

del vaso puede variar desde  $90^\circ$  hasta  $0^\circ$ . El plano de luz también se puede ajustar a la orientación deseada.

La imagen PIV que se obtiene para una inclinación de  $\theta=40^\circ$  (Figura 3.52a) está afectada por la distorsión radial y principalmente por la distorsión debida a la perspectiva. Ya que un extremo del vaso está más lejos que otro (extremo izquierdo en la imagen), y los aumentos varían con respecto a la distancia objeto, en el extremo derecho de la imagen se tiene mayor resolución espacial. Esta distorsión también hace que las paredes del vaso (líneas más brillantes en la imagen) no se vean paralelas.

La buena calidad de las imágenes producidas por el artroscopio permite obtener un buen mapa de desplazamientos (Figura 3.52b). Este mapa de desplazamientos se ha calculado con el método de suma de correlaciones a partir de una serie de 100 imágenes. En el mapa de desplazamientos de colores, el color azul representa desplazamientos cercanos a cero, que se encuentran en las paredes del vaso. El color rojo representa la magnitud máxima de desplazamiento encontrada, se observa que en el mapa de desplazamientos el color rojo se concentra en una región alrededor del eje del cilindro y cercana al extremo distal del endoscopio. Para las regiones que se alejan, la velocidad medida disminuye.

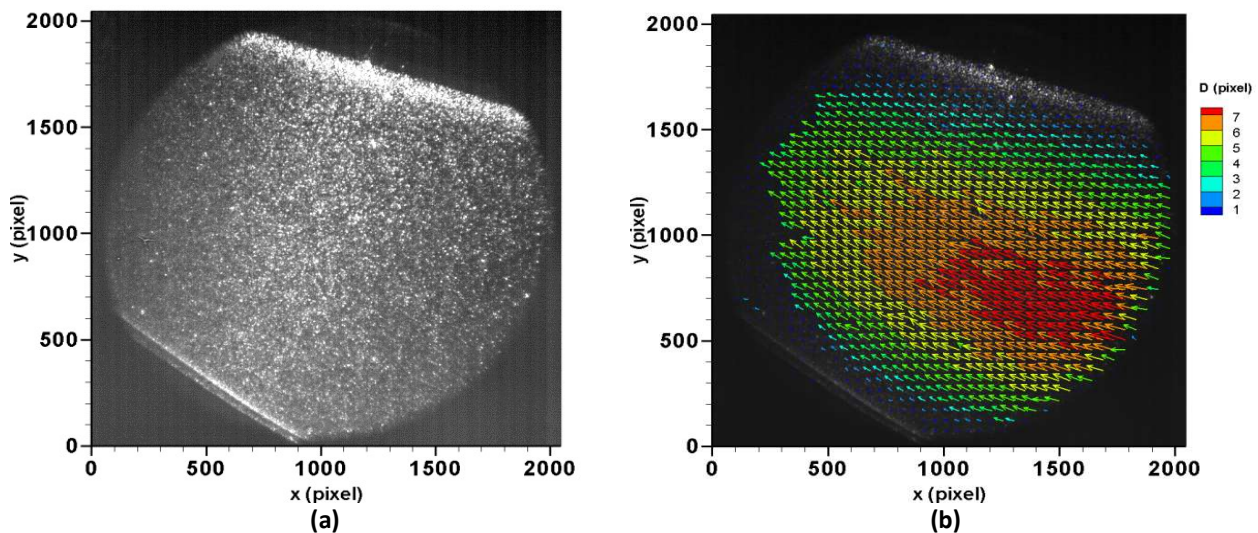


Figura 3.52. (a) Imagen PIV registrada con  $\theta=40^\circ$ . (b) Mapa de vectores desplazamientos.

La corrección de la distorsión se muestra en la Figura 3.53. El primer paso consiste en corregir las imágenes PIV consiguiendo que las paredes del vaso, que originalmente estaban inclinadas sean ahora líneas horizontales paralelas entre ellas (Figura 3.53a). Una vez corregidas la imágenes se recalcula el mapa de velocidades (Figura 3.53b). En este mapa se observan los perfiles parabólicos correspondientes al esperado flujo de Poiseuille. Se midió una velocidad máxima de  $65.7\text{mm/s}$ . El caudal calculado integrando el campo de velocidad es de  $222.8\text{ml/min}$ , el cual es similar a su valor nominal. La falta de vectores en la parte izquierda de la figura se debe a que el plano de luz no ilumina esa región suficientemente.

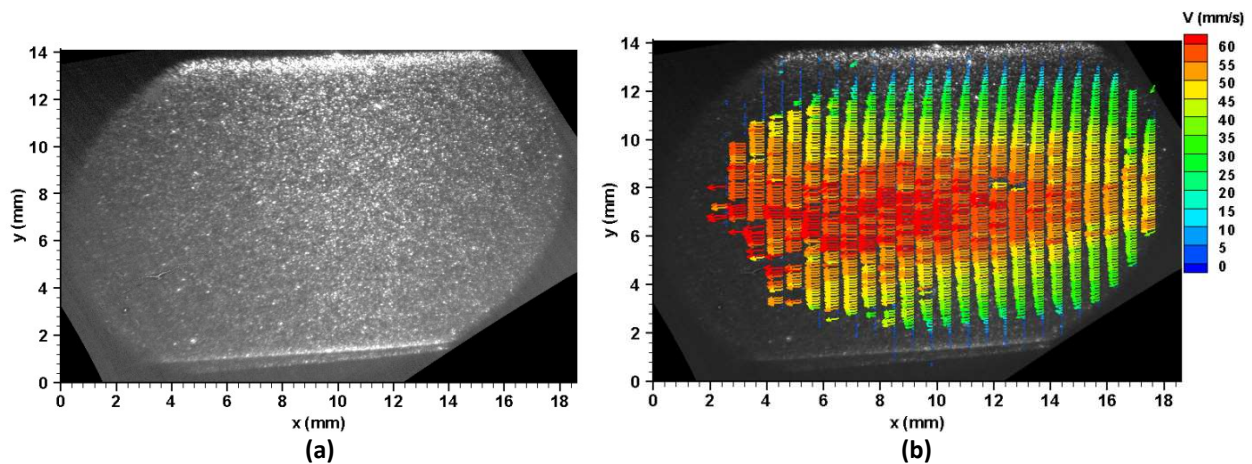


Figura 3.53. (a) Imagen PIV corregida. (b) Mapa de velocidades.

### 3.6 Implementación de la holografía digital endoscópica

En esta sección se quiere evaluar la deformación de la pared del vaso cuando hay cambios de caudal del líquido que fluye en su interior. Para una medida cuantitativa es importante conocer el vector sensibilidad  $\vec{K}$  que relaciona el mapa de fase con el desplazamiento. Como ya se sabe el vector sensibilidad está relacionado con la diferencia entre el vector de observación y el vector de iluminación. En algunos montajes experimentales estos vectores se optimizan para medir únicamente

desplazamientos fuera del plano  $d_z$  [35]. En el caso en que ambos vectores sean paralelos al eje óptico y con dirección contraria, el vector sensibilidad estará dado por:  $\vec{K} = \frac{4\pi}{\lambda} \hat{k}$ .

Sin embargo, en el caso del endoscopio, la pequeña distancia entre el objeto y el endoscopio hace que una aproximación del vector sensibilidad a una constante no sea válida [36]. La divergencia del haz de iluminación es grande y el ángulo de observación también, por lo que para cada posición del objeto el vector  $\vec{K}$  tendrá una dirección distinta tal como se muestra en la Figura 3.54.

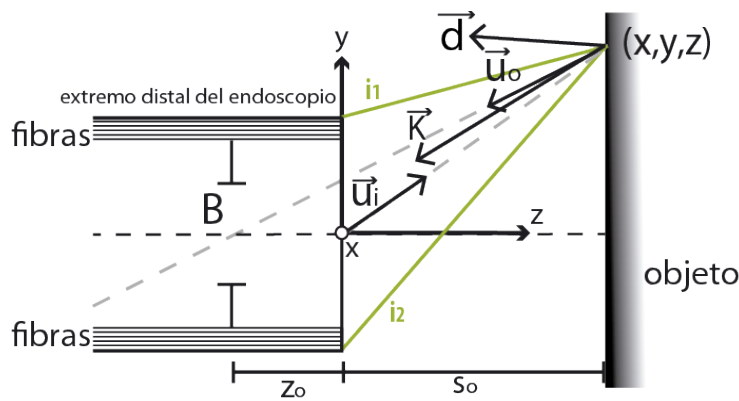


Figura 3.54. Definición del vector sensibilidad para los endoscopios.

El vector de observación lo define básicamente el objetivo del endoscopio. Los rayos de luz que vienen de cada punto del objeto tienen una dirección promedio que está dada por el rayo principal, que es el rayo que pasa por el centro de la apertura (B en la Figura 3.54). B fija el punto de observación determinando a su vez la dirección de los vectores de observación, los cuales estarán en la dirección del rayo principal. En la Figura 3.55 se muestra el rayo principal para un punto  $y_{j1}$  del objeto (línea roja). Todos los puntos del espacio objeto que se encuentren sobre la línea roja tendrán el mismo ángulo de visión  $\alpha_{yj}$ , y se mapearán a un mismo pixel  $j$ , al que se le asignará un vector unitario de observación. Dado que no se conoce la ubicación de B ( $z_0$ ), es necesario realizar un proceso de calibrado

experimental, que consiste en hallar estos parámetros intrínsecos a partir de la captura de varias imágenes de calibrado.

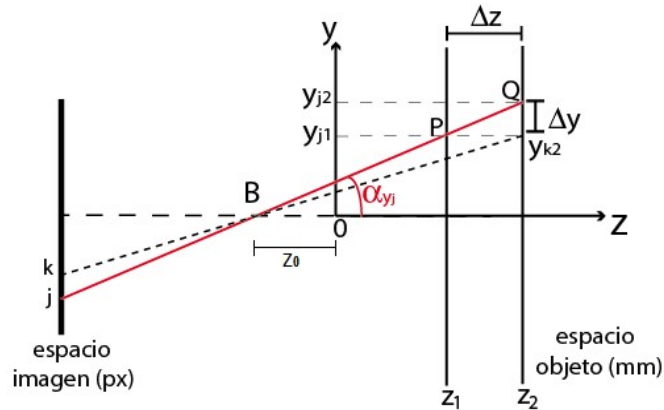


Figura 3.55. Geometría para el proceso de calibrado.

Para registrar las imágenes de calibrado el objeto plano se coloca perpendicular al eje óptico, como muestra la Figura 3.55, y se desplaza en el eje una cantidad  $\Delta z$  para cada captura. El objetivo del calibrado es encontrar el ángulo de visión que le corresponde a cada pixel a partir de la captura de puntos con coordenadas conocidas. El resultado del calibrado será un mapa de ángulos  $\alpha_y, \alpha_x$  (matrices de calibrado) y la posición  $z_0$ . El proceso de calibrado se explica en detalle a continuación.

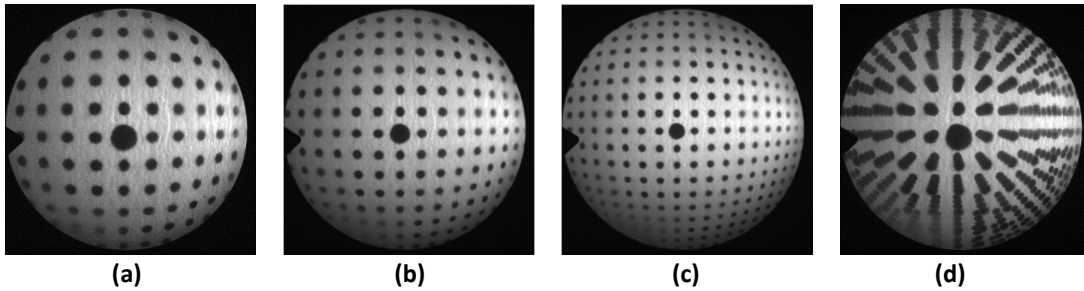
### 3.6.1 Calibración

En la Figura 3.55 se esquematiza el análisis básico del calibrado para dos posiciones  $s_o$  del plano que llamamos:  $z_1$  y  $z_2$ . Por simplicidad se presenta solo el plano  $z$ - $y$ . El punto  $P(z_1, y_1)$  que se mapea en el pixel  $j$ , al desplazarse a  $z_2$  se mapeará en el pixel  $k$ . Propagando el rayo principal del punto  $P$ , se ve que es el punto  $Q(z_2, y_2)$  el que ahora se mapea en el pixel  $j$ . Midiendo la diferencia  $\Delta y = y_2 - y_1$  en el espacio objeto y conociendo  $\Delta z$  se encuentra el ángulo  $\alpha_{yj}$  de la siguiente forma

$$\alpha_{yj} = \tan^{-1} \left( \frac{\Delta y}{\Delta z} \right) \quad (3.9)$$



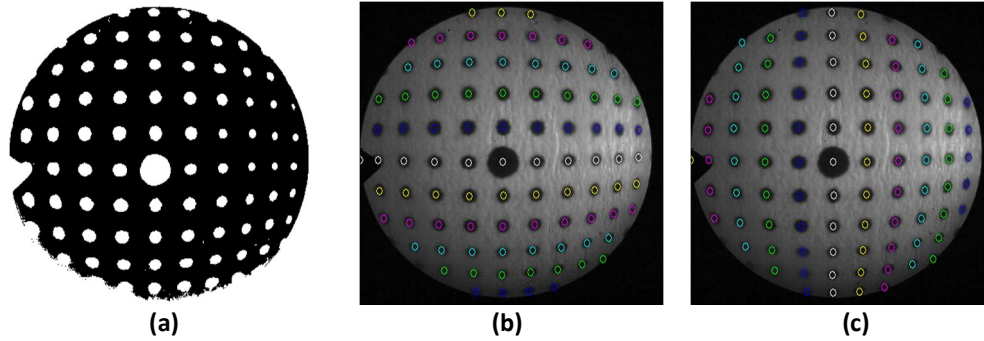
En la Figura 3.56 se muestran unas imágenes de calibrado tomadas con el otoscopio, la lente  $f=100mm$  y la cámara de alta velocidad ( $2048 \times 2048 \text{ pixels}$ ). El objeto utilizado corresponde a un plano con un patrón rectangular de círculos de diámetro  $0.2mm$  y separados  $1mm$ . Un punto central de diámetro mayor es utilizado como referencia para distinguir los otros puntos y poderlos seguir en cada plano. En la Figura 3.55a-c se observan imágenes capturadas para tres distancias objeto diferentes:  $5mm$ ,  $7mm$  y  $9mm$ . La superposición de varias imágenes de calibrado se muestra en la Figura 3.55d, donde se ve perfectamente como cada círculo se encuentra en una zona distinta sobre el CCD para cada posición  $z$ , tendiendo todos a desplazarse en dirección radial hacia el centro de la imagen.



**Figura 3.56.** Objeto de calibrado ubicado en **(a)**  $s_o=5mm$ , **(b)**  $s_o=7mm$  y **(c)**  $s_o=9mm$ . **(d)** Superposición de varias imágenes de calibrado.

El procedimiento comienza con la detección del centro de cada círculo. Para ello se binariza la imagen y se invierte, transformando los pixeles con un valor menor que el umbral en 1 y los demás en 0 (Figura 3.57a). Se busca el centroide de cada punto para obtener así las coordenadas en pixeles de los puntos con los que se realiza el calibrado. Estos puntos se ordenan asignándoles un valor  $(x,y)$  en milímetros, teniendo en cuenta que el círculo central tendrá las coordenadas  $(0,0)$ . En la Figura 3.57b-c se muestran los puntos detectados y ordenados automáticamente. Puntos pertenecientes a una misma fila/columna están dibujados con un mismo color en la Figura 3.57b/Figura 3.57c.





**Figura 3.57.** Detección de puntos de calibrado. **(a)** Binarización de la imagen. Detección y organización de puntos por **(b)** filas y **(c)** por columnas.

Después de la detección automática de puntos, se define una función de dos variables que para cada punto relaciona la coordenada  $(x',y')$  en píxeles con la coordenada  $(x,y)$  en milímetros. Se realiza una interpolación sobre una malla regular de esta función con el fin de asignar a cada píxel un valor  $(x,y)$ . Si para un mismo píxel se representa su coordenada  $y$  o  $x$  con respecto a su posición  $z$ , se encuentra la trayectoria del rayo principal en el espacio objeto. Estos puntos se ajustan a una línea recta (Figura 3.58a), donde cada línea indica los puntos en el espacio que se mapean en un único píxel.

Puede observarse cómo todas las líneas convergen en un único punto en el espacio, el centro de la apertura. Su ubicación está en valores de  $z$  negativos, lo que significa que B está dentro del endoscopio. En la Figura 3.58b se muestra el plano  $x$ - $y$  donde la dispersión de los puntos es mínima ( $z = z_0$ ). En esta figura se ve que los rayos realmente no convergen en un único punto, si no en una pequeña región con una dispersión de  $0.1\text{mm}$ . Esta dispersión se debe a errores en la detección de la coordenada de los puntos de calibrado y al ruido en las imágenes. El valor de  $z_0$  encontrado es de  $(-1.2 \pm 0.1)\text{mm}$ .

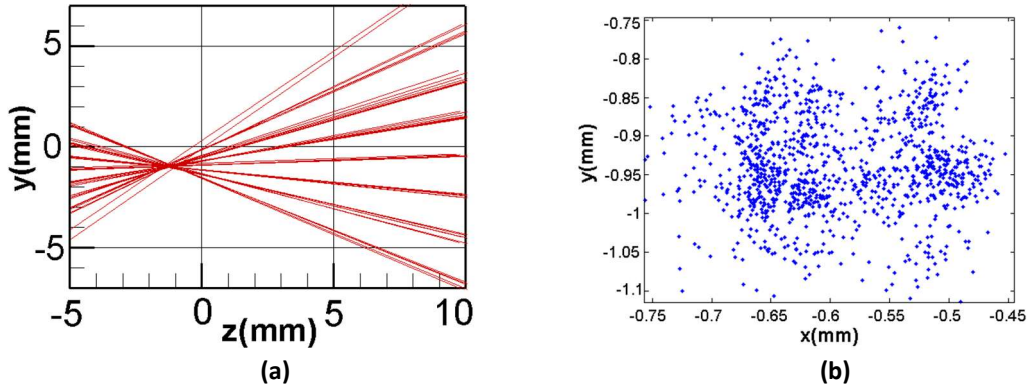


Figura 3.58. Representación de los rayos principales en (a) el plano y-z y en (b) el plano y-x.

El mapa de los ángulos de visión ( $\alpha_x$  y  $\alpha_y$ ) se muestra en la Figura 3.59. De estas figuras se puede observar que hay un rayo cuya dirección es paralela al eje z ( $\alpha_x = 0, \alpha_y = 0$ ). Este punto se encuentra localizado en:  $x_0=893\text{px}$  ( $-0.33\pm 0.1\text{mm}$ ),  $y_0=957\text{px}$  ( $-0.56\pm 0.1\text{mm}$ ). Y no coinciden con el centro del círculo que define la apertura, que se encuentra en (993px,1023px) y con una ángulo de visión de  $\alpha_{x0} = 0.05\text{rad}$ ,  $\alpha_{y0} = 0.04\text{rad}$ . Esta diferencia se puede deber a una pequeña desalineación de la óptica del endoscopio.

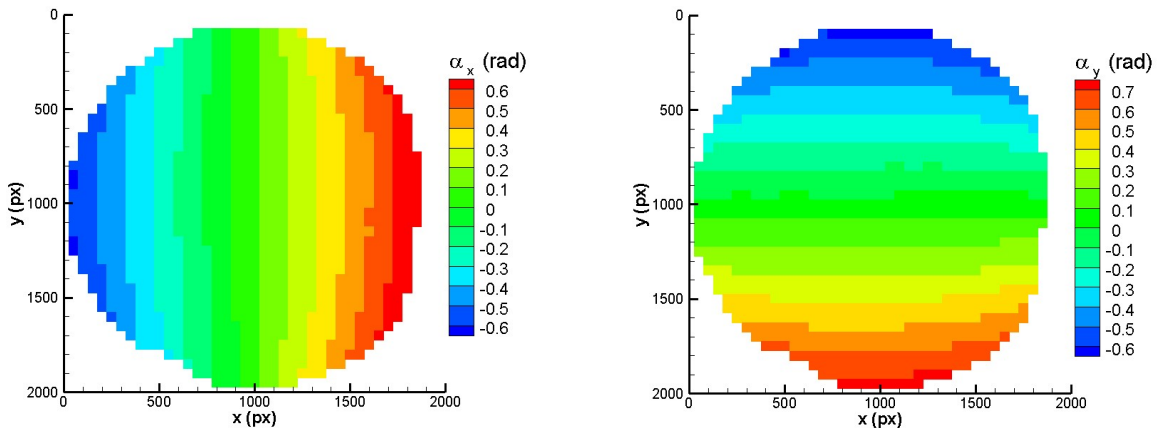


Figura 3.59. Ángulos de visión del otoscopio para todo el campo de visión.

Con el calibrado se han encontrado los parámetros intrínsecos del endoscopio:  $\alpha_x, \alpha_y, x_0, y_0, z_0$ . Si se conoce la posición z de un punto del objeto, a partir de estos parámetros se pueden hallar las

coordenadas  $(x, y)$  de ese punto con respecto al origen del sistema de coordenadas que hemos definido (centro del extremo distal del endoscopio) de la siguiente forma:

$$x = \tan \alpha_x (z - z_0) + x_0, \quad y = \tan \alpha_y (z - z_0) + y_0 \quad (3.10)$$

La ventaja de nuestro calibrado es que no solo se obtienen las direcciones de observación sino la ubicación de  $z_0$ . Eso significa que hemos encontrado las características del objetivo del endoscopio, que son independientes de los otros elementos del montaje óptico. Por lo tanto para trabajar con los endoscopios en cualquier condición sólo sería necesario hacer un calibrado inicial y en caso de mover el dispositivo o cambiar la lente, solo sería necesario desplazar y/o escalar las matrices de calibrado hasta que el tamaño de las aperturas coincidan. Además las distorsiones debidas a la óptica ya están incluidas en las matrices de calibrado, con lo que no sería necesario corregir las imágenes previamente.

### Reconstrucción de planos y cilindros a partir de las matrices de calibrado

Una de las aplicaciones interesantes de las matrices de calibrado es la posibilidad de encontrar la posición de un plano perpendicular al eje óptico, siempre y cuando se conozca alguna distancia sobre el plano. El procedimiento para hacer esta reconstrucción se esquematiza en la Figura 3.60, donde se observa un plano ubicado en una posición  $s_0$  de valor desconocido. Para calcular este  $s_0$  se seleccionan dos puntos  $(y_a$  y  $y_b)$ , cuya separación  $d$  sea conocida.

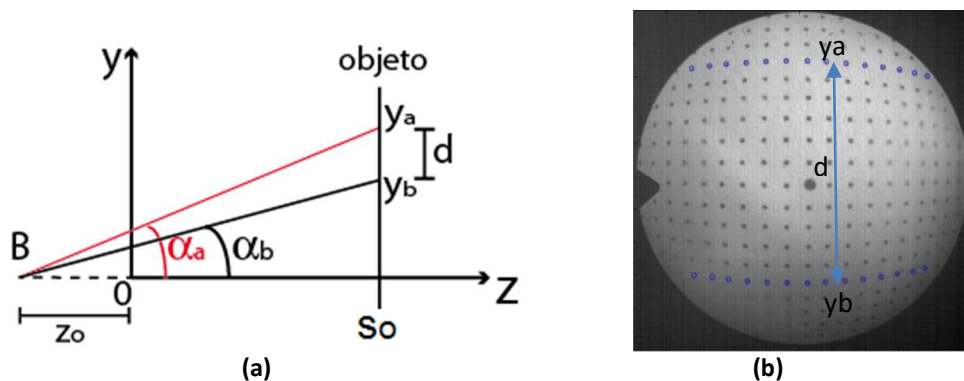
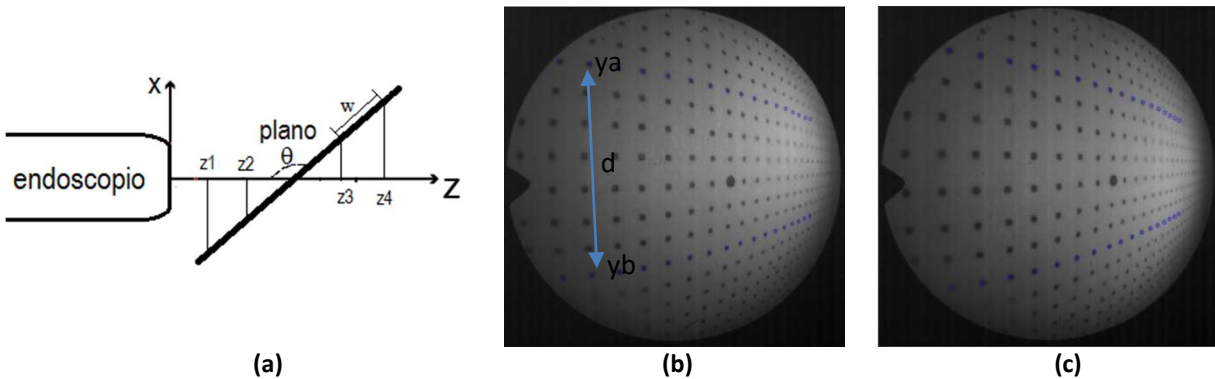


Figura 3.60. (a) Reconstrucción de un objeto plano. (b) Plano con posición desconocida.

De las matrices de calibrado se conoce el ángulo de observación de cada punto seleccionado. De la geometría de la Figura 3.60 se puede demostrar que  $s_o$  se puede encontrar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} y_a &= (s_o + z_0) \tan \alpha_a \\ y_b &= (s_o + z_0) \tan \alpha_b \end{aligned} \Rightarrow s_o = \frac{d}{\tan \alpha_a - \tan \alpha_b} - z_0 \quad (3.11)$$

Este procedimiento se puede generalizar para planos inclinados como los que se muestran en la Figura 3.61. Para un plano inclinados un ángulo  $\theta$  con respecto al eje óptico (Figura 3.61a), habrá una columna de puntos paralelos al eje  $y$  y con una misma coordenada  $(x, z)$ . Al seleccionar dos puntos de cada columna se encuentra la coordenada  $z$  de esa columna con la ecuación (3.11). Si se realiza el procedimiento con todas las columnas, se encontrará una posición  $z$  para cada una y conociendo la separación entre las columnas ( $w$ ) se podrá encontrar el ángulo  $\theta$ . Este procedimiento se ha testeado registrando varios planos a intervalos de  $5^\circ$  de rotación, de los que se muestran dos ejemplos en la Figura 3.61. Con la metodología propuesta se encuentra para el plano 1,  $\theta_{exp} = 119.0^\circ$  y para el plano 2,  $\theta_{exp} = 123.8^\circ$ . La diferencia experimental es de  $4.8^\circ$ , que está de acuerdo con el valor nominal.



**Figura 3.61.** (a) Esquema de la medida de inclinación de un plano. Planos reconstruidos a partir de dos líneas. (b) Plano 1:  $\theta=120^\circ$ . (c) Plano 2:  $\theta=125^\circ$ .

Usando la metodología anterior también es posible encontrar las coordenadas de un cilindro con respecto al otoscopio. La Figura 3.62a muestra un modelo de vaso flexible y opaco de  $12\text{mm}$  de diámetro externo, ubicado en  $s_o=10\text{mm}$ , siendo  $s_o$  la posición del punto más próximo al vaso. Se ha

recubierto el vaso con una escala de puntos separados  $1\text{mm}$ . El cilindro se coloca con su eje principal perpendicular al eje óptico, de tal forma que a los puntos de cada fila horizontal le corresponde una misma coordenada  $z$ . Esta coordenada se halla seleccionando dos puntos alejados sobre la misma línea y haciendo el análisis anterior. Una vez hallada la coordenada  $z$ , las coordenadas  $x$  y  $y$  se pueden hallar a partir de la ecuación 3.10. La reconstrucción completa del objeto se observa en la Figura 3.62b. Ajustando las posiciones  $(x, y, z)$  a un cilindro de radio  $R$ , se encuentra con la reconstrucción un radio de  $R=6.12\text{mm}$ .

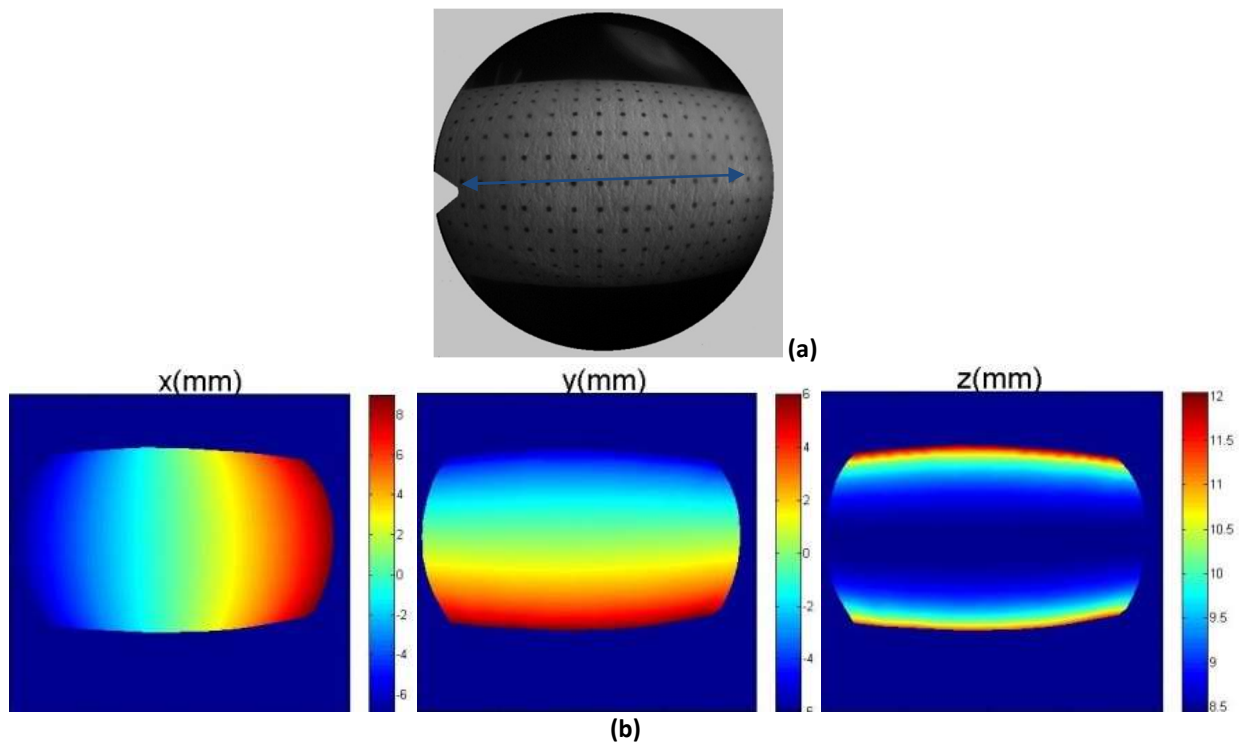


Figura 3.62. (a) Cilindro recubierto con una escala y observado con el otoscopio. (b) Medida de forma.

### 3.6.2 Vector sensibilidad

Para hallar el vector sensibilidad es necesario conocer también el vector de iluminación  $\vec{u}_i$ , lo que se explica a continuación.

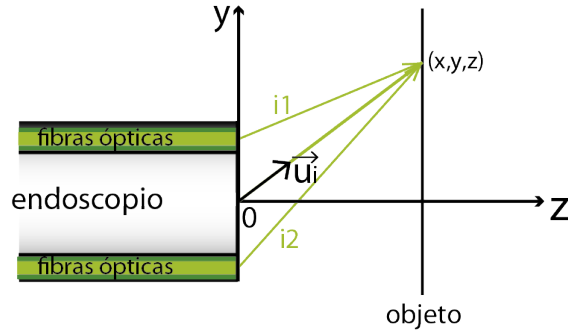


Figura 3.63. Cálculo del vector de iluminación.

Las salidas de las fibras de iluminación se distribuyen en la periferia del extremo distal del endoscopio en forma de anillo. Cada fibra actúa como una fuente de luz divergente y define una dirección de iluminación. Por ejemplo en la Figura 3.63 se muestra en el plano z-y dos direcciones de iluminación  $i1$  y  $i2$ . Promediando todos los vectores de todas las fibras se definirá el vector de iluminación total. Por la simetría del sistema de iluminación, se tendrá que el origen de este vector promedio está en el centro del anillo, que en un principio suponemos que está en el origen del sistema de coordenadas  $(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0}) = (0,0,0)$ . Por lo tanto el vector de iluminación para cada punto del objeto  $(x, y, z)$  está dado por:

$$\vec{u}_i = \frac{1}{\sqrt{(x-x_{i0})^2+(y-y_{i0})^2+(z-z_{i0})^2}} [(x-x_{i0})\hat{i} + (y-y_{i0})\hat{j} + (z-z_{i0})\hat{k}] \quad (3.12)$$

Es por esto que es necesario conocer la forma y la ubicación del objeto a evaluar  $(x, y, z)$ . Nótese que los vectores de observación y de iluminación son unitarios.

La Figura 3.64 muestra las tres componentes del vector sensibilidad para el caso del otoscopio observando un objeto plano perpendicular en  $s_0=10mm$ . Cada una de estas componentes da una idea de la forma de las franjas que se obtienen cuando se produce un desplazamiento constante del plano en cada una de las tres direcciones. Un desplazamiento constante en  $x$  produce franjas verticales, uno en  $y$

produce franjas horizontales y uno en z, franjas circulares. Una combinación de desplazamientos en z y en y haría que el centro de las franjas circulares se desplazase en dirección y.

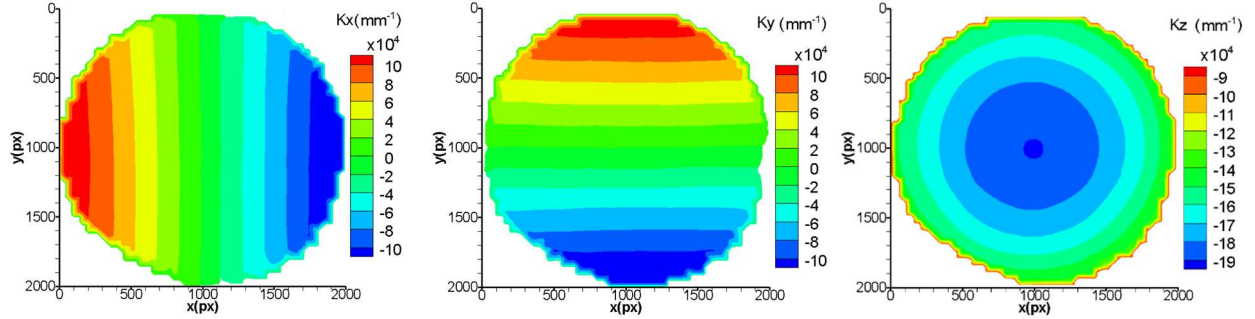


Figura 3.64. Tres componentes del vector sensibilidad.

### 3.6.3 Desplazamiento fuera de eje de un objeto plano

Como forma de verificar la metodología propuesta, en esta sección se utilizarán los endoscopios y sus matrices de calibrado para calcular desplazamientos constantes en una sola dirección de sólidos rígidos. Cuando todos los puntos de un objeto se trasladan una cantidad constante  $\vec{d} = (d_x, d_y, d_z)$ , este vector desplazamiento se puede hallar a partir del mapa de diferencia de fase y de las matrices de calibrado con el procedimiento descrito a continuación. Cada pixel  $i$  tiene un valor de fase  $\Delta\varphi_i$  que se ha medido y un vector sensibilidad  $(K_{xi}, K_{yi}, K_{zi})$  calculado con la calibración. Estos parámetros deben cumplir la siguiente relación:

$$\Delta\varphi_i - \Delta\varphi_0 = K_{xi} d_x + K_{yi} d_y + K_{zi} d_z \quad (3.13)$$

donde  $\Delta\varphi_0$  es la fase necesaria que se suma para encontrar la fase absoluta ya que solo tenemos la fase relativa. Por lo tanto en esta ecuación hay cuatro incógnitas:  $d_x, d_y, d_z, \Delta\varphi_0$ . La ecuación 3.13 es válida para todos los puntos del objeto, siempre que el movimiento del sólido sea una translación constante. En consecuencia se tendrá un sistema lineal de 4 incógnitas y N ecuaciones, donde N es el número de pixeles del sensor:

$$\begin{aligned}
 \Delta\varphi_1 &= K_{x1} dx + K_{y1} dy + K_{z1} dz + \Delta\varphi_0 \\
 \Delta\varphi_2 &= K_{x2} dx + K_{y2} dy + K_{z2} dz + \Delta\varphi_0 \\
 &\vdots \\
 \Delta\varphi_N &= K_{xN} dx + K_{yN} dy + K_{zN} dz + \Delta\varphi_0
 \end{aligned}
 \tag{3.14}$$

Como se sabe, una forma sencilla de resolver este sistema lineal consiste en escribirlo de forma matricial, como se muestra a continuación:

$$\begin{pmatrix} \Delta\varphi_1 \\ \vdots \\ \Delta\varphi_N \end{pmatrix}_{N \times 1} = \begin{pmatrix} K_{x1} & K_{y1} & K_{z1} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{xN} & K_{yN} & K_{zN} & 1 \end{pmatrix}_{N \times 4} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \Delta\varphi_0 \end{pmatrix}_{4 \times 1}$$

$$\vec{\Phi} = \mathbb{A} \vec{d}
 \tag{3.15}$$

Este sistema es sobredeterminado y la mejor solución, hallada con el método de mínimos cuadrados, está dada por [37]:

$$\vec{d} = (A^T A)^{-1} A^T \vec{\Phi}
 \tag{3.16}$$

Si la matriz  $(A^T A)$  es invertible, el sistema tiene solución.

### **Desplazamiento de un objeto plano**

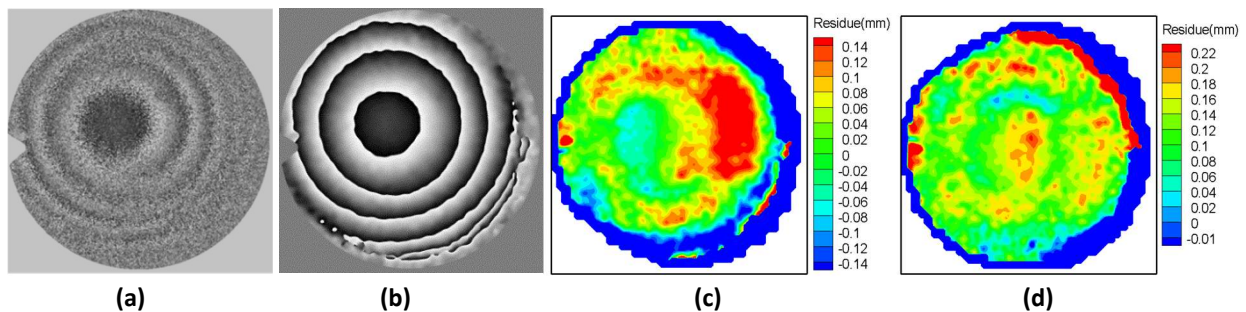
A continuación se muestran las medidas obtenidas cuando se produce un desplazamiento de un objeto plano. Para estas medidas se usó el montaje de la Figura 3.26. Para desplazar el objeto se utilizó un tornillo micrométrico con una sensibilidad de  $1\mu\text{m}$  y se observó el objeto con el otoscopio. El plano se coloca perpendicular al eje óptico en  $s_o=10\text{mm}$ . El objeto se desplaza en dirección  $z$  una cantidad constante de  $d_z=5\mu\text{m}$ . El mapa de fase que se obtiene se muestra en la Figura 3.65a. Se observan franjas circulares como era de esperarse. El contraste de las franjas es bajo haciendo difícil filtrar las franjas. Por eso, el mapa de fase filtrado se obtiene grabando 5 diferentes hologramas donde se ha realizado un desplazamiento de  $1\mu\text{m}$  de manera consecutiva. Estos cinco mapas filtrados se van sumando



numéricamente para al final obtener un mapa filtrado de un desplazamiento de  $5\mu\text{m}$ . El resultado de esta suma se muestra en la Figura 3.65b.

Tras realizar el despliegado de la fase y usar la ecuación 3.16 se halla un desplazamiento de  $d_z = (4.9 \pm 0.1)\mu\text{m}$ . En el cálculo de los vectores sensibilidad se tuvo en cuenta que el origen de los vectores de iluminación eran  $(0,0,0)$ . El residuo de la minimización se muestra en la Figura 3.65c. La desviación estándar de este residuo es de  $0.1\text{mm}$ , que está en concordancia con los errores de medida. Sin embargo en la figura se puede ver un comportamiento circular.

Si el origen de la iluminación se reajusta a un valor adecuado, el nuevo residuo resultante se muestra en la Figura 3.65d. En este nuevo residuo se puede ver como la tendencia circular empieza a disminuir. Este experimento ha servido para encontrar la posición del origen del vector de iluminación de forma más precisa. Este procedimiento se puede ver como un calibrado para los vectores de iluminación. El origen de la iluminación encontrado para el otoscopio es  $x_{i0} = -0.9\text{mm}$ ,  $y_{i0} = -0.7\text{mm}$ , el hecho de que no estén en el centro se debe a una asimetría en la disposición de las fibras ópticas.



**Figura 3.65.** Objeto plano ubicado en  $s_0=10\text{mm}$  y desplazado una cantidad  $d_z=5\mu\text{m}$ . **(a)** Mapa de diferencia de fase experimental. **(b)** Mapa de diferencia de fase filtrado. **(c)** Residuo. **(d)** Residuo corrigiendo la posición de la iluminación.

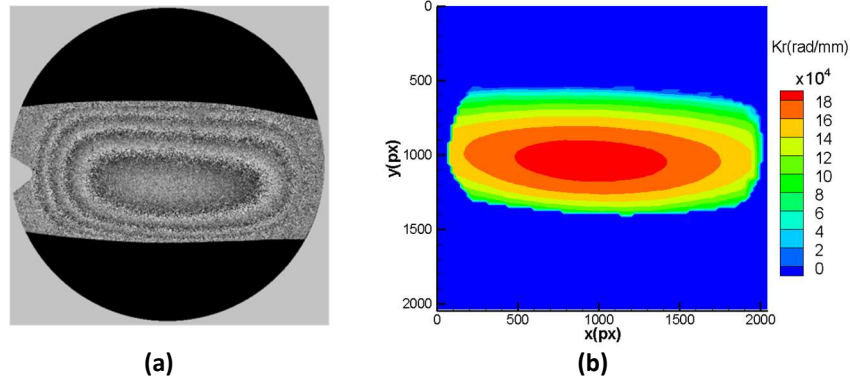
### 3.6.4 Deformación radial de un modelo de vaso

La deformación más habitual de un vaso cilíndrico es una deformación radial. Para calcular esa deformación es necesario conocer la componente radial del vector sensibilidad, que es la proyección de  $\vec{K}$  en la dirección radial del cilindro,  $\vec{u}_r$ :  $K_r = \vec{K} \cdot \vec{u}_r$ . Omitiendo un término constante, que puede ser o no nulo,  $\vec{K}_r$  se puede obtener como:

$$K_r = \frac{K_y y + K_z z}{R} \quad (3.17)$$

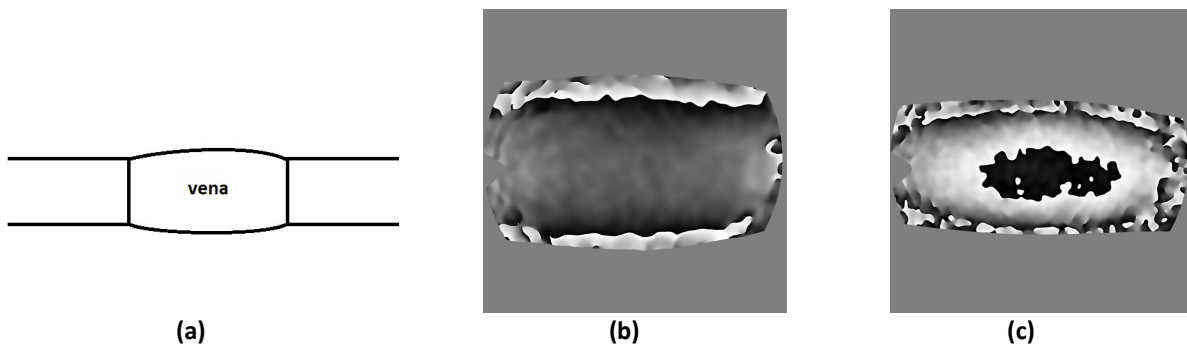
Se observa que esta componente depende de dos componentes del vector sensibilidad ( $K_y$  y  $K_z$ ), del radio del cilindro ( $R$ ) y de su posición (a través de las coordenadas  $x$ ,  $y$  y de los puntos del vaso). En estos experimentos se quiere medir la deformación radial del vaso que se ha mostrado en la Figura 3.62a, cuyas coordenadas ya se han medido (Figura 3.62b). A partir de estas medidas se obtiene el vector de iluminación (ecuación 3.12) y junto con el vector de observación (obtenido con el calibrado), se hallan las tres componentes del vector sensibilidad y su componente radial (Figura 3.66b).

Si el vaso se conecta con un sistema de tuberías a un depósito de líquido, es posible cambiar la presión interna del vaso cambiando la altura del depósito. Al cambiar la presión el vaso se va a dilatar o contraer, produciendo así un desplazamiento radial. La Figura 3.66a muestra las franjas correspondientes a un cambio de presión de  $\Delta P = 1.2 \text{ mmHg}$ . Si el desplazamiento fuera radial y constante, la forma de las franjas resultantes debería ser idéntica a la forma de la componente radial del vector sensibilidad. Sin embargo hay una diferencia visible entre estas franjas, concluyendo que el desplazamiento radial no es constante. De hecho, se puede deducir también que el desplazamiento radial es menor en los extremos del vaso. Esto es compatible con la restricción impuesta por los tubos que sujetan el vaso en ambos extremos.



**Figura 3.66. (a)** Mapa de diferencia de fase correspondiente a un desplazamiento radial dr. **(b)** Componente radial del vector sensibilidad.

Para comprobar el efecto de las restricciones en los extremos de las venas, hemos medido la forma de dos venas distintas, una sujeta en sus extremos y otra con sus extremos libres (Figura 3.67). La medida de forma se realizó con holografía digital de dos longitudes de onda tal como se explicó en el capítulo 1. Se utilizó el montaje de holografía digital endoscópica (Figura 3.26) con el haz de referencia de doble longitud de onda tal como se muestra en la Figura 1.8. Se ve que las líneas de nivel de  $z$  para una vena con sus extremos libres (Figura 3.67b) son líneas horizontales, como corresponde a un cilindro recto. En cambio, para el caso del vaso conectada al sistema fluido (Figura 3.67c), las líneas de nivel de  $z$  ya no son horizontales sino que muestran un abombamiento del vaso. Es decir, el vaso tiene un diámetro ligeramente mayor en el centro que en sus extremos. Este abombamiento se puede ver como una deformación radial producida por la presión del líquido en el interior del vaso, que concuerda con la forma de las deformaciones ya medidas.



**Figura 3.67. (a)** Vaso con sus extremos sujetos. **(b)** Forma de un vaso con sus extremos libres, y con aire en su interior **(c)** Forma de un vaso con sus extremos sujetos y con líquido en su interior.

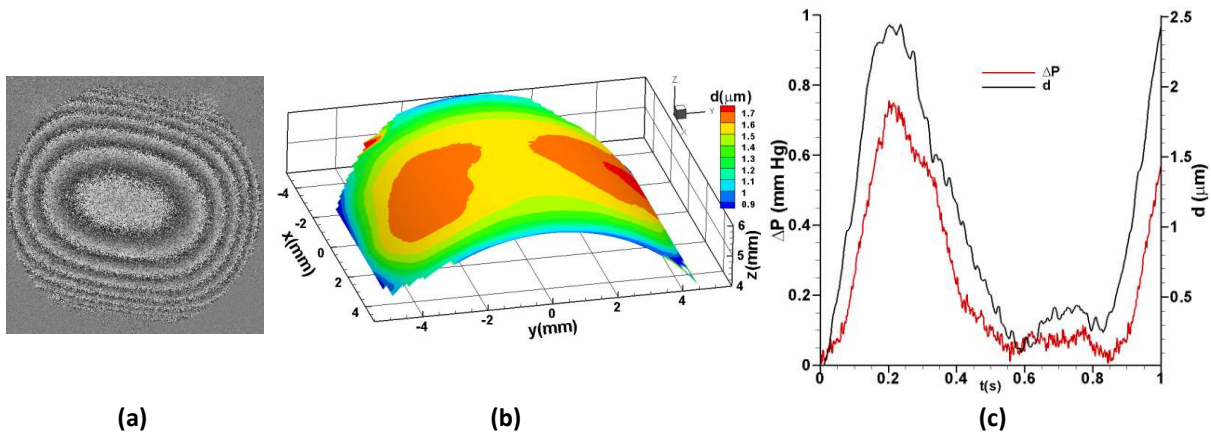
### 3.6.5 Deformación de un modelo de vaso debido a un caudal pulsado

En esta sección presentamos la medida de la deformación de una vena en una situación realista en la que el flujo es pulsátil. Como ya vimos en el capítulo 2, las variaciones de caudal producen variaciones de presión, que producirán deformaciones radiales del vaso.

La Figura 3.68a muestra un ejemplo de los mapas de fase correspondientes a la deformación de un tubo flexible. En este caso, se utilizó un artroscopio para registrar múltiples hologramas por ciclo del flujo pulsátil con una resolución temporal de  $2ms$ . El mapa de la Figura 3.68a corresponde a la comparación del vaso en el punto de máxima presión con el punto de mínima presión del ciclo. Las franjas obtenidas para cualquier punto del ciclo tienen una estructura similar, cambiando únicamente el número de franjas del mapa. La forma de estas franjas concuerda con las obtenidas en el experimento de cambio de presión estático, lo que pone de manifiesto de nuevo el efecto de las restricciones de los extremos del vaso. La Figura 3.68b muestra los valores de deformación radial calculados a partir del mapa y del vector  $K_r$ , estando las isóneas dibujadas sobre la forma del cilindro. Se puede observar como el desplazamiento radial es prácticamente constante en cada sección transversal (valor fijo de  $x$ ), como debería esperarse en un tubo cilíndrico homogéneo. Se ha medido un valor máximo de  $1,7\mu m$  en el centro del tubo, siendo constante en una longitud de  $5mm$ , a partir de la cual la deformación del vaso disminuye debido a que el vaso está restringida en sus extremos al estar sujeta a los tubos. Esta sujeción es necesaria para que el vaso no se salga del circuito.

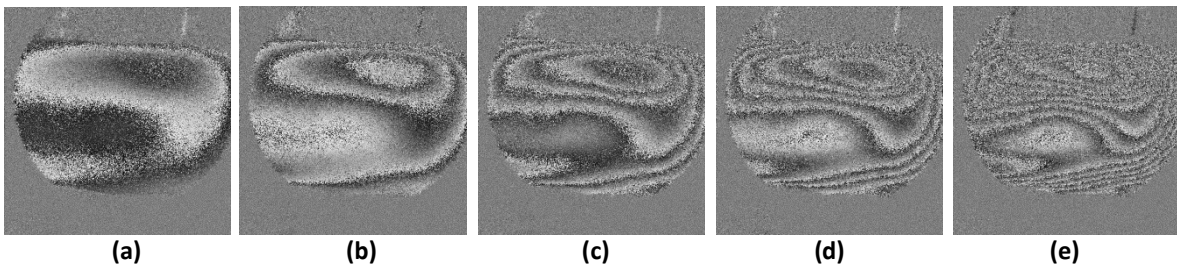
La Figura 3.68c muestra la evolución temporal de la deformación radial correspondiente al punto central del vaso, comparada con el registro de presión tomado a la vez que los hologramas. El valor cuantitativo de la deformación para cada punto del ciclo se ha obtenido a partir de los mapas de diferencia de fase mediante un proceso de filtrado y desplegado. Se ve como la deformación y la presión

cambian sincronizadamente sin que haya desplazamiento temporal de los máximos, confirmando el satisfactorio funcionamiento de la medida de deformaciones.



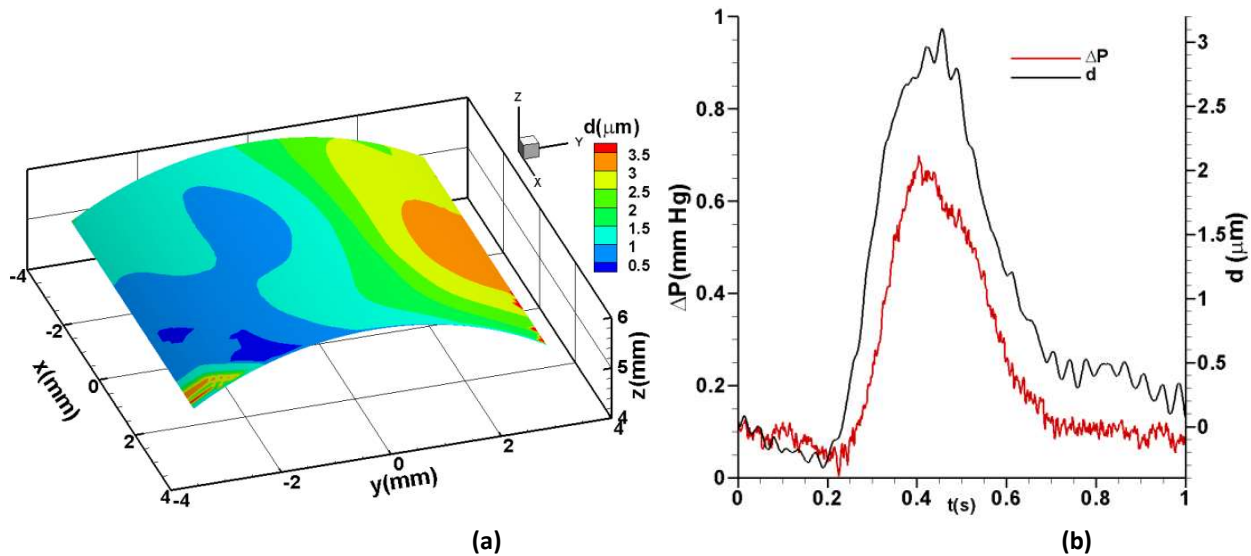
**Figura 3.68.** Desplazamiento radial para un tubo flexible. **(a)** Mapa de diferencia de fase. **(b)** Mapa de deformación radial. **(c)** Evolución temporal del desplazamiento del punto central y de la presión medida.

Hemos medido también la deformación de una sección de una aorta real de oveja. En este caso, la deformación radial puede no ser uniforme ya que depende no sólo de la presión sino también de las propiedades elásticas del material. La Figura 3.69 muestra cinco mapas de diferencia de fase correspondientes a distintos puntos del ciclo. Se observa que el patrón de las franjas es similar en todos los casos, siendo el número de franjas mayor en la Figura 3.69e, que corresponde al punto de máxima deformación. Este patrón de franjas ya no tiene la forma circular obtenida anteriormente, por lo que se concluye que el desplazamiento radial no es constante. Varios factores pueden ser responsables de este patrón, siendo el más importante que la aorta puede que no tenga un espesor uniforme, o que la distribución de su tejido celular no sea uniforme a lo largo del vaso.



**Figura 3.69.** Evolución de los mapas de diferencia de fase obtenidos en una aorta de una oveja para un flujo pulsátil. Los tiempos mostrados corresponden a **(a)** 254ms, **(b)** 274ms, **(c)** 294ms, **(d)** 314ms y **(e)** 374ms

Los valores de deformación (Figura 3.70a) corresponden al mapa de fase de la Figura 3.69e. Como se puede observar este mapa tiene franjas difíciles de resolver, por lo que el mapa filtrado se ha calculado a partir de la suma de los mapas anteriores que se resuelven mejor y se pueden filtrar bien. Nuevamente la comparación de la evolución temporal de la deformación y la presión (Figura 3.70b) muestra una buena concordancia entre ambas variables.



**Figura 3.70.** Resultados para una aorta de oveja. **(a)** Deformación radial para la máxima presión ( $t = 0.5$  s). **(b)** Evolución temporal de la deformación en un punto central y de la presión medida.

### 3.7 Conclusiones

En este capítulo se han explorado en detalle las capacidades de varios endoscopios comerciales para el estudio mediante técnicas como la holografía digital y el PIV de la mecánica de sólidos y de fluidos en diferentes modelos de vasos sanguíneos. Aunque la holografía endoscópica se ha utilizado en trabajos anteriores, en este trabajo se muestra por primera vez el registro e iluminación de los hologramas con un único endoscopio.

Se ha llevado a cabo una caracterización completa de los parámetros ópticos más relevantes de cuatro endoscopios comerciales diferentes, tres rígidos y uno flexible.

Se han estudiado y corregido las distorsiones introducidas en la imagen que proporciona el endoscopio.

Se ha combinado el PIV de alta velocidad con endoscopía para observar el interior de un plano central de un modelo de vaso sanguíneo, demostrando que es posible medir la velocidad con una observación oblicua. Esta observación inclinada abre la posibilidad de hacer medidas de PIV estereoscópico.

Se ha diseñado y puesto a punto un sistema óptico que permite realizar hologramas usando un único endoscopio para iluminar el objeto y registrarlo. Se ha desarrollado un sistema completo de calibrado que permite calcular el vector sensibilidad en cada punto del campo de visión del endoscopio. Se ha comprobado su utilidad para la medida de formas (con doble longitud de onda) y de deformaciones (una única longitud de onda) de la pared externa de un modelo de vaso sometida a cambios de presión estáticos.

Se ha medido la deformación de la pared externa de un modelo de vaso y de un vaso sanguíneo real (una sección de aorta de oveja) cuando circula un flujo pulsado. Se encontró que el modelo de vaso se comporta según lo esperado, con una deformación radial prácticamente constante. Sin embargo para el caso del vaso sanguíneo real, se encontró una deformación irregular indicando que la estructura de la pared juega un papel importante en la forma de la deformación. Se concluye que la holografía digital endoscópica es una técnica con gran potencial en el estudio de la dinámica de vasos opacos.

## Referencias

- [1] Astrid Aksnes Dyrseth, "Measurement of plant movement in young and mature plants using electronic speckle pattern interferometry," *Applied optics*, vol. 35, no. 19, pp. 3695-3701, 1996.
- [2] G. Gulker, K. Hinsch, C. Holscher, A. Kramer, and H. Neunhaber, "Electronic speckle pattern interferometer for in situ deformation monitoring on buildings," *Opt. Eng.*, vol. 29, pp. 816-820, 1990.
- [3] Marco Andreetto, Nicola Brusco, and Guido Maria Cortelazzo, "Automatic 3-D modeling of textured cultural heritage objects," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 13, no. 3, pp. 354-369, 2004.
- [4] Paolo Castellini, Nicola Paone & Enrico Primo Tomasini, "The laser doppler vibrometer as an instrument for nonintrusive diagnostic of works of art: application to fresco paintings," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 25, pp. 227-246, 1996.
- [5] N. R. Kesana, S. A. Grubb, B. S. McLauri and S. A. Shirazi, "Ultrasonic measurement of multiphase flow erosion patterns in a standard elbow," *J. Energy Resour. Technol*, vol. 135, no. 3, pp. 1-11, 2012.
- [6] Rosowski JJ, Mehta RP, Saamil N, "Merchant, diagnostic utility of laser-Doppler vibrometry in conductive hearing loss with normal tympanic membrane," *Otol Neurotol*, vol. 25, no. 3, p. 323–332, 2004.
- [7] Melanie Voges, Manfred Beversdorff, Chris Willert & Hartmut Krain, "Application of particle image velocimetry to a transonic centrifugal compressor," *Exp Fluids*, vol. 43, p. 371–384, 2007.
- [8] Rudolf Kingslake, "Medical Optical Instruments," in *Applied Optics and Optical Engineering, Volume V: Optical Instruments, Part II*, Elsevier, 2012, pp. 251-279.
- [9] U. Dierksheide, P. Meyer, T. Hovestadt, W. Hentschel, "Endoscopic 2D particle image velocimetry (PIV) flow field measurements in IC engines," *Experiments in Fluids*, vol. 33, pp. 794-800, 2002.
- [10] Schiffer, Martin Kegalj and Heinz-Peter, "Endoscopic PIV measurements in a low pressure turbine rig," *Exp Fluids*, vol. 47, pp. 689-705, 2009.
- [11] Rottier, C., Godard, G., Corbin, F., Boukhalfa, A. M., & Honoré, D., "An endoscopic particle image velocimetry system for high-temperature furnaces," *Meas. Sci. Technol*, vol. 21, no. 11, p. 115404, 2010.
- [12] Bjorn Kemper, Dieter Dirksen, Wolfgang Avenhaus, Andre Merker, and Gert von Bally, "Endoscopic double-pulse electronic-speckle-pattern interferometer for technical and medical intracavity inspection," *Applied Optics*, vol. 39, no. 22, pp. 3899-3905, 2000.
- [13] Jorge Mauricio Flores-Moreno, Fernando Mendoza Santoyo, and Julio Cesar Estrada Rico, "Holographic otoscope using dual-shot-acquisition for the study of eardrum biomechanical displacements," *APPLIED OPTICS*, vol. 52, no. 8, pp. 1731-1742, 2013.
- [14] Dobrev, I., Harrington, E. J., Cheng, T., Furlong and C. and Rosowski, J. J., "Digital holographic otoscope for measurements of the human tympanic membrane in-vivo.," *Proc. Imaging Methods for Novel Materials and Challenging Applications.*, vol. 3, pp. 39-45, 2013.



- [15] Prescott, Rochelle, "Model for the assessment of image quality in endoscopes," *25th Annual Technical Symposium. International Society for Optics and Photonics.*, vol. 310, pp. 53-57, 1981.
- [16] Liang, Rongguang, *Optical design for biomedical imaging*, Spie Press, 2010.
- [17] J Lobera, N Andres and M P Arroyo, "Digital speckle pattern interferometry as a holographic velocimetry technique," *Meas. Sci. Technol*, vol. 15, pp. 718-724, 2004.
- [18] Staffan Schedin, Giancarlo Pedrini, Hans J. Tiziani, and Anil K. Aggarwal, "Comparative study of various endoscopes for pulsed digital holographic interferometry," *Applied Optics*, vol. 40, no. 16, pp. 2692-2697, 2001.
- [19] Dewen Cheng, Yongtian Wang, Lu Yu, and Xiaohua Liu, "Optical design and evaluation of a 4 mm cost-effective ultra-high-definition arthroscope," *Biomedical optics express*, vol. 5, no. 8, pp. 2697-2714, 2014.
- [20] "<http://www.st-endoscopia.es/>," [Online].
- [21] Daniel Malacara-Hernández & Zacarías Malacara-Hernández, in *Handbook of optical design. Second Edition.*, New York, Marcel Dekker, Inc., 2004, pp. 455-461.
- [22] Tomkinson, T. H., Bentley, J. L., Crawford, M. K., Harkrider, C. J., Moore, D. T., & Rouke, J. L., "Rigid endoscopic relay systems: a comparative study," *Applied optics*, vol. 35, no. 34, pp. 6674-6683, 1996.
- [23] Eugene Hecht, *Optics*, New York: Addison Wesley, 2002.
- [24] Daniel Malacara, *Optical Shop Testing*, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2007.
- [25] Arévalo L., Palero V., Lobera J. and Arroyo M. P., "Endoscopic digital holography for measuring flows in opaque vessels," in *Speckle 2012. Proc. SPIE 84131B.*, Vigo, Spain., 2012.
- [26] Laura Arévalo, *Holografía digital endoscópica para el estudio de flujos biológicos*, Tesis de máster dirigida por Pilar Arroyo y Virginia Palero: Universidad de Zaragoza, España, 2010-2011.
- [27] Laura Arévalo, Virginia Palero, Julia Lobera, Nieves Andrés and Pilar Arroyo., "Combining endoscopes with PIV and digital holography for the study of vessel model mechanics.," *Meas. Sci. & Tech.*, vol. 26, p. 115701, 2015.
- [28] Brown, D., "Close-Range camera calibration," *Photo. Eng.*, vol. XXXVII, no. 8, pp. 855-866, 1987.
- [29] "<http://www.lavision.de/en/products/davis.php>," [Online].
- [30] J. Y. bouguet, "Camera calibration toolbox for matlab," [Online]. Available: [http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/index.html](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/index.html).
- [31] Zhang, Z., "Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations.," in *In Computer Vision, 1999. The Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on (Vol. 1, pp. 666-673). IEEE.*, 1999.
- [32] Heikkila, J., & Silvén, O., "A four-step camera calibration procedure with implicit image correction.," in *In Computer Vision and Pattern Recognition. IEEE Computer Society Conference on (pp. 1106-1112). IEEE.*, 1997.
- [33] Song Zhang & Peisen S. Huang, "Novel method for structured light system," *Optical Engineering*, vol. 45, no. 8, p. 083601, 2006.

- [34] S M Soloff, R J Adrian and Z-C Liu, "Distortion compensation for generalized stereoscopic particle image velocimetry," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 8, pp. 1441-1454, 1997.
- [35] Rastogi P. K. (Ed), *Digital Speckle-Pattern Interferometry and related techniques.*, Chichester, UK: Wiley, 2001.
- [36] Kemper, B., D. Dirksen, J. Kandulla, and G. Von Bally., "Quantitative determination of out-of-plane displacements by endoscopic electronic-speckle-pattern interferometry.," *Optics communications*, vol. 194, no. 1, pp. 75-82, 2001.
- [37] Richard L. Burden and J. Douglas Faires, *Numerical Analysis*, Boston, MA: Brooks/Cole, 2001.



# CAPÍTULO 4

## Medida de formas con luz estructurada

4.1 Introducción

4.2 Fundamentos de la técnica

4.3 Montaje experimental

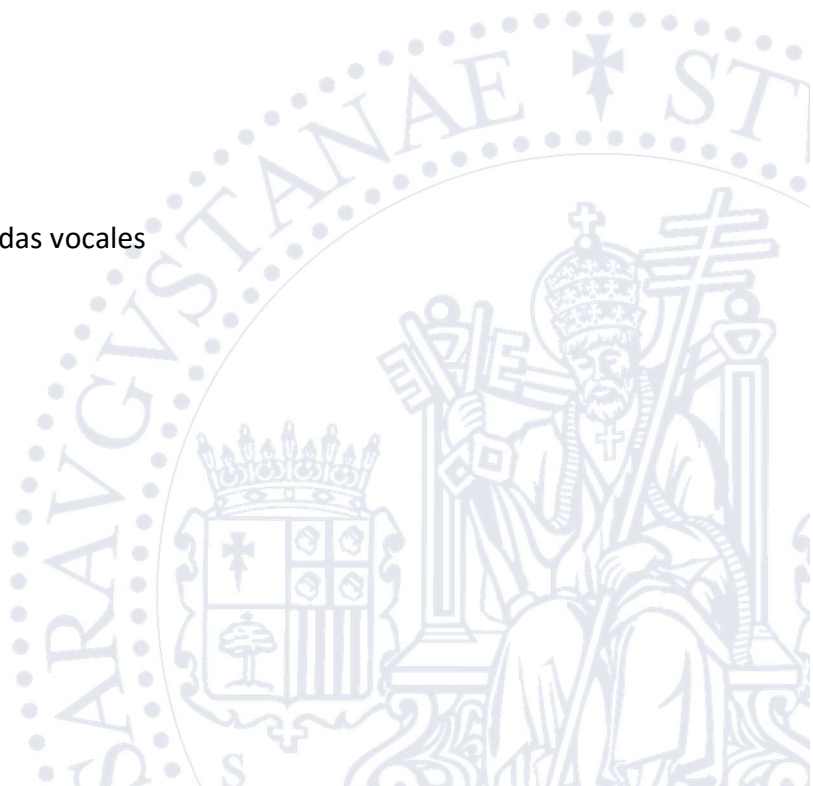
4.4 Calibración del sistema

4.5 Medida de una membrana

4.6 Medida de un modelo de cuerdas vocales

4.7 Medida de las cuerdas vocales

4.9 Conclusiones



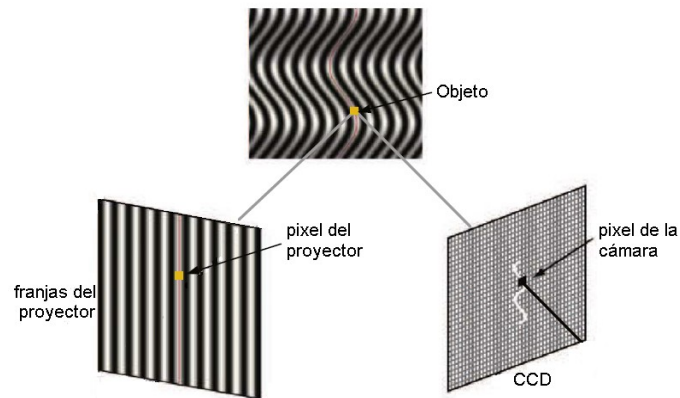


## 4.1 Introducción

La medida de la forma de un objeto por medio de una técnica no invasiva es útil en una gran variedad de campos como la biología, la industria, el arte y la bioingeniería. En este capítulo se presentará una técnica óptica que utiliza luz blanca como fuente de iluminación.

Existen varios métodos ópticos no invasivos que miden la forma 3D de un objeto [1], como la interferometría con dos longitudes de onda que se explicó en el capítulo 1. Existe un método muy conocido y antiguo que son las imágenes estereoscópicas [2], técnica inspirada en la visión humana donde ambos ojos observan la escena desde dos puntos diferentes con el fin de inferir información 3D. Pese a que las cámaras y sensores capturan información 2D, al combinar dos o más cámaras y realizar registros desde diferentes puntos de vista, se halla una correspondencia entre los puntos de la escena. Con esta correspondencia y conociendo la geometría del sistema es posible obtener información de profundidad por medio de una triangulación. En algunas ocasiones el problema de correspondencia presenta inconvenientes [3]. Puede haber puntos escondidos (oclusión) que solo se ven en una de las imágenes, objetos sin textura, escenas poco densas donde los puntos detectados son insuficientes, o puntos que pueden quedar emparejados múltiples veces. Es por esto que para algunos problemas se prefiere utilizar una técnica llamada, de manera general, *proyección de luz estructurada*. En esta técnica una de las cámaras de la estereoscopia es reemplazada por un proyector de luz. La escena se ilumina con un patrón de intensidad que tiene una estructura definida, como franjas o puntos, creando una

correspondencia sobre cada punto de la imagen. A continuación se captura una imagen 2D del objeto que está siendo iluminado con el patrón. Si el objeto es una pantalla plana el patrón capturado será similar al patrón proyectado. Sin embargo, si el objeto no es plano el patrón capturado estará distorsionado (Figura 4.1). Esta distorsión dependerá, entre otras cosas, de la geometría del objeto y su forma podrá ser inferida a partir de la distorsión.



**Figura 4.1.** Proyección de franjas. Distorsión que sufren las franjas debidas a la geometría del objeto.

Existen varios patrones de luz que se utilizan dependiendo de la aplicación [4]. Se dividen en tres grandes grupos: los que proyectan una variación continua de luz blanca como un arcoíris, los que proyectan luz con variaciones en 1D como franjas y los que proyectan patrones con variaciones en 2D como una cuadrícula. En [5] se discuten las ventajas y desventajas de proyectar algunos de los patrones mencionados anteriormente. Nosotros nos hemos centrado en utilizar dos tipos de patrones: franjas verticales y puntos en una cuadrícula regular.

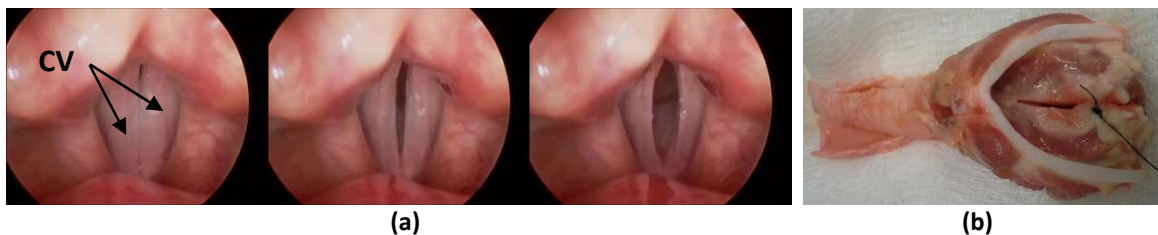
Las medidas realizadas para este capítulo se llevaron a cabo en el laboratorio del profesor Cosme Furlong como parte de una estancia de cuatro meses en el Instituto Politécnico de Worcester (WPI) en Estados Unidos. El objetivo de esta colaboración era medir la forma de las cuerdas vocales (CV) mientras éstas vibran. Una medida cuantitativa de la vibración ayudaría a entender mejor la fisiología de las

cuerdas vocales y sus enfermedades. Todas las pruebas realizadas están enfocadas para proponer un diseño de endoscopio que pueda ser llevado a la práctica médica.

Este capítulo presentará en su primera parte los fundamentos de la técnica de proyección de patrones de luz. Se describirá el proceso de calibrado necesario para encontrar la relación entre la información capturada y la profundidad del objeto a evaluar. Seguidamente se mostrarán algunos ejemplos utilizados para probar, verificar y validar la técnica. En nuestro trabajo el proceso de medida consiste, no solo en extraer la forma de las cuerdas vocales, sino en hacerlo mientras estas vibran. Finalmente se mostrarán las medidas in-vitro realizadas en una laringe de cerdo.

#### 4.1.1 Cuerdas vocales

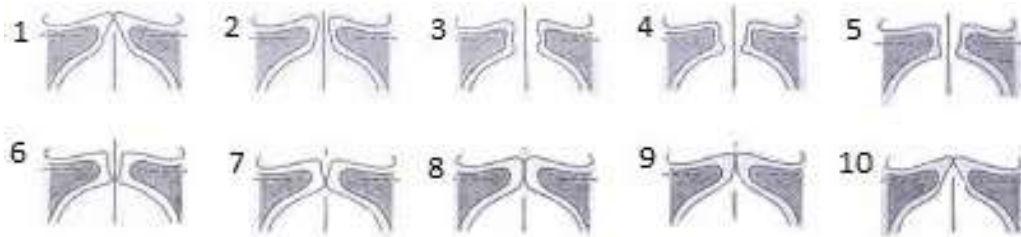
En el proceso de emisión de sonidos participan los pulmones, la laringe y las cuerdas vocales (CV), siendo estas últimas las que juegan un papel primordial. La Figura 4.2a muestra las CV en diferentes estados. Se observa que realmente no son cuerdas sino una serie de repliegues membranosos situados dentro de la laringe. Los bordes externos están adheridos a los músculos de la laringe mientras que los bordes internos están libres con la posibilidad de vibrar. La glotis, el espacio entre las dos cuerdas, está completamente abierta en la respiración para permitir el paso del aire y se cierra en el momento de la producción de sonido o la ingesta de alimentos. Los músculos ajustan la tensión en las cuerdas en el momento de la vibración para producir el sonido deseado. Para los humanos, la frecuencia vocal fundamental es aproximadamente 200 Hz para las mujeres, y 120 Hz para los hombres.



**Figura 4.2.** (a) Imágenes de las CV tomadas de un video. (b) Muestra biológica usada en el experimento.



La Figura 4.2b muestra la laringe porcina utilizada en estos experimentos. Dicha laringe fue diseccionada del animal por un experto para propósitos de estudios académicos. Este órgano es similar anatómicamente al de los seres humanos [6]. A la laringe se le ha quitado el tejido superglótico para exponer las cuerdas vocales pero se le han dejado cartílagos que permiten variar la tensión de las cuerdas. La imagen muestra la tráquea intacta por donde pasará el aire. Se observa el cartílago en forma de V y de color blanco rodeando las cuerdas. En el extremo opuesto al cartílago se ven unas protuberancias que conectaban las cuerdas con el tejido superglótico.



**Figura 4.3.** Movimiento de las cuerdas vocales en diferentes puntos del ciclo.

La Figura 4.3 muestra el movimiento de las cuerdas en distintos puntos del ciclo. Las cuerdas vocales realizan un movimiento complejo en el espacio 3D. Inicialmente están unidas en su extremo superior (como se observa en el punto 1), ocultando su parte inferior. En este punto del ciclo se está acumulando presión del aire debajo de la glotis. La presión aumenta lo suficiente para empujar las cuerdas y separarlas liberando de un solo “soplo” el aire acumulado. Seguidamente las cuerdas empiezan a cerrarse desde su parte inferior. El punto de contacto (punto 6 en la Figura 4.3) va subiendo hasta que finalmente quedan completamente cerradas en su parte superior. Este movimiento es como el de una onda y por eso se llama onda mucosa.

Los médicos acceden ópticamente a este órgano por medio de un endoscopio llamado laringoscopio y observan su vibración con estroboscopia. La estroboscopia consiste en iluminar un

objeto, que se mueve periódicamente, con destellos de luz sincronizados que permiten “congelar” cada parte del ciclo y ver el movimiento como en cámara lenta [7].

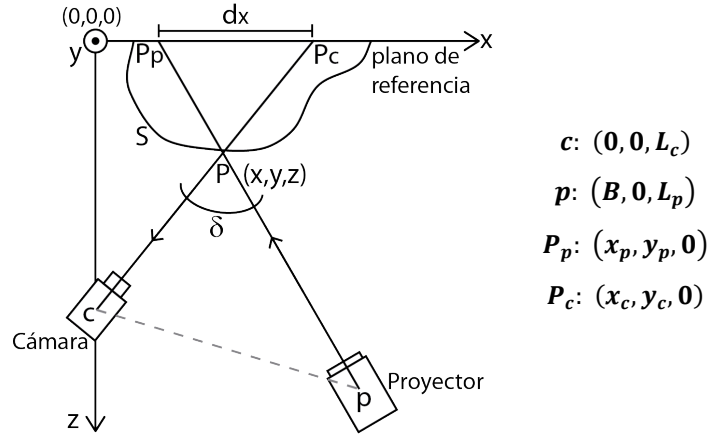
Más recientemente se ha utilizado tecnología de alta velocidad donde las cámaras son capaces de capturar la vibración completa. Un análisis posterior de las imágenes permite extraer información relevante como la frecuencia de vibración, la velocidad y la aceleración [8]. Sin embargo con estas técnicas 2D no es posible conocer mucho acerca del movimiento 3D, que incluye la amplitud del desplazamiento de las CV. Tampoco es capaz de evaluar la fase cerrada del ciclo vibratorio. Una vibración anómala de las cuerdas puede ser debida al desarrollo de lesiones vocales o a alguna patología como nódulos y pólipos [9]. Mejorar las técnicas que permiten obtener información funcional de la vibración de las cuerdas ayudaría al especialista a diagnosticar enfermedades sin necesidad de realizar biopsias o procedimientos invasivos que puedan dañar las cuerdas.

## 4.2 Fundamentos de la técnica

A continuación se van a presentar los fundamentos de la técnica cuyo objetivo es encontrar la coordenada  $z$  (profundidad) de cada punto del objeto en estudio respecto a un plano de referencia.

La Figura 4.4 muestra la geometría de un sistema cámara-proyector que evalúa una superficie  $S$ . Por simplicidad se muestra el plano  $x$ - $z$ . El origen del sistema de coordenadas se coloca en el plano de referencia. Las coordenadas de la cámara y el proyector se suponen conocidas ( $c$  y  $p$ ). El ángulo  $\delta$  es el llamado ángulo de triangulación. Un rayo sale del proyector e incide sobre un punto  $P$  de la superficie. Un rayo difundido por el objeto se dirige a la cámara. Si no existiese el objeto  $S$ , el rayo inicial incidiría en un punto del plano de referencia  $P_p$ . Para la cámara es como si la luz del punto  $P$  viniese del punto  $P_c$ . Es

decir, ha habido un “desplazamiento” del rayo de luz ( $d_x$ ) en el plano de referencia. Lo mismo ocurriría en la otra dirección ( $d_y$ ). Estos desplazamientos dependen de la dimensión  $z$  del objeto.



**Figura 4.4.** Geometría cámara-proyector que encuentra la profundidad  $z$  con respecto a un plano.

Si somos capaces de medir el desplazamiento  $d_x$ , hallando la relación entre  $d_x$  y  $z$ , podríamos encontrar a la profundidad del objeto  $z$ . La relación entre  $d_x$  y  $z$  se puede encontrar analíticamente a partir de la geometría del sistema cámara-proyector. El análisis que se hará a continuación es válido para cualquier patrón de luz proyectado. De la configuración de la Figura 4.4 se deducen las siguientes relaciones geométricas:

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{L_c}{L_c - z} x, & y_c &= \frac{L_c}{L_c - z} y \\ x_p &= B - \frac{L_p}{L_p - z} (B - x), & y_p &= \frac{L_p}{L_p - z} y. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Utilizando las ecuaciones anteriores y sabiendo que  $d_x = x_c - x_p$  y que  $d_y = y_c - y_p$ , el desplazamiento que ha sufrido el patrón de luz en cada dirección está dado, de manera general, por las siguientes expresiones:

$$d_x = \left( \frac{L_c}{L_c - z} - \frac{L_p}{L_p - z} \right) x + \frac{z B}{L_p - z}, \quad d_y = \left( \frac{L_c}{L_c - z} - \frac{L_p}{L_p - z} \right) y \quad (4.2)$$

En el caso en que la profundidad a medir sea muy pequeña comparada con las distancias de la cámara y del proyector ( $L_c \gg z$  y  $L_p \gg z$ ), se puede hacer la siguiente aproximación de orden cero:

$L_c - z \approx L_c$  y  $L_p - z \approx L_p$ . Con lo que las expresiones en 4.2 se simplifican de esta forma:

$$d_x = \frac{zB}{L_p}, \quad d_y = 0 \quad (4.3)$$

Vemos que los desplazamientos dependen de la geometría del sistema y de la altura del objeto. El desplazamiento  $d_y$  es cero ya que la cámara y el proyector están a la misma altura y no existe ángulo de triangulación en esa dirección. Midiendo el desplazamiento  $d_x$  en el plano objeto y los parámetros del sistema ( $B$  y  $L_p$ ), se obtiene la profundidad del objeto ( $z$ ) con respecto al plano de referencia:

$$z = \frac{L_p}{B} d_x \quad (4.4)$$

Es importante remarcar que los valores  $B$  y  $L_p$  cambian cuando cambia el plano de referencia (ya que estos se miden con respecto al plano de referencia), independientemente de que la distancia relativa entre la cámara y el proyector cambie o no.

En algunos casos se conoce el ángulo de triangulación. De la geometría del sistema se deduce que este ángulo puede aproximarse a:

$$\tan \delta \approx \frac{B}{L_p} \quad (4.5)$$

Con lo que se tiene que la  $z$  dependerá del ángulo de triangulación y de lo que se haya desplazado el rayo:

$$z = \frac{d_x}{\tan \delta} \quad (4.6)$$

Si lo que se proyectan son franjas, el desplazamiento  $d_x$  se mide contando el número de franjas en el mapa de fase que hay entre  $P_p$  y  $P_c$  ( $\Delta m$ ) y conociendo el ancho de la franja en el plano de referencia ( $b_x$ ), por lo tanto:

$$d_x = \Delta m b_x \quad (4.7)$$

En ese caso la profundidad  $z$  estará dada por:

$$z = \Delta m \frac{b_x}{\tan \delta} \quad (4.8)$$

De esta ecuación se puede deducir la sensibilidad del sistema, para una sola franja ( $\Delta m = 1$ ) la profundidad que se mide será  $b_x / \tan \delta$ .

En el caso de proyectar puntos, una vez identificado el punto proyectado tanto en el plano de referencia como en el objeto, se mide el desplazamiento en el plano imagen (en pixeles). Pero el desplazamiento del punto se debe dar en el plano de referencia, por lo tanto se necesita una escala en este plano para saber la conversión. Esta misma escala sirve para encontrar la coordenada  $(x, y)$  de cada punto del objeto. De esta forma se encuentra el perfil completo 3D del objeto.

Cuando la aproximación de orden cero no se ajusta a los datos medidos, podemos reescribir las ecuaciones (4.2) de la siguiente forma:

$$d_x = \left( \frac{1}{1-\frac{z}{L_c}} - \frac{1}{1-\frac{z}{L_p}} \right) x + \left( \frac{1}{1-\frac{z}{L_p}} \right) \frac{zB}{L_p}, \quad d_y = \left( \frac{1}{1-\frac{z}{L_c}} - \frac{1}{1-\frac{z}{L_p}} \right) y \quad (4.9)$$

Usando una aproximación de primer orden teniendo en cuenta que  $L_{c,p} > z$  y la siguiente expresión  $\frac{1}{1-x} = 1 + x$ , para  $|x| < 1$ , se tiene que:

$$d_x = \left( \frac{1}{L_c} - \frac{1}{L_p} \right) z x + \frac{zB}{L_p} + \frac{z^2 B}{L_p^2}, \quad d_y = \left( \frac{1}{L_c} - \frac{1}{L_p} \right) z y \quad (4.10)$$

Se ve que  $d_x$  depende no solo de  $z$  sino también de  $x$ . En esta otra aproximación se observa una dependencia cuadrática del desplazamiento con respecto a  $z$ :

$$d_x(x, y) = a z^2 + b z + c \quad (4.11)$$

donde:

$$a = \frac{B}{L_p^2}, \quad b = \left[ \left( \frac{1}{L_c} - \frac{1}{L_p} \right) x + \frac{B}{L_p} \right], \quad c = 0. \quad (4.12)$$

Estos parámetros ( $a$ ,  $b$  y  $c$ ) son importantes para medir la profundidad del objeto. Si no se conocen los valores de los parámetros de la geometría del sistema, los coeficientes del polinomio cuadrático se pueden obtener mediante un proceso de calibrado. Si la configuración del sistema cambia se deberá hacer una nueva calibración.

Una de las geometrías más sencillas se da cuando  $L_c = L_p = L$ , es decir cuando la línea que une al proyector con la cámara es paralela al plano de referencia, en ese caso,

$$d_x = \frac{zB}{L} + \frac{z^2 B}{L^2}, \quad d_y = 0 \quad (4.13)$$

Aquí se ve que el desplazamiento tiene un factor cuadrático y otro lineal en  $z$ . Resolviendo  $z$  en la ecuación (4.9 o 4.10) se puede hallar la profundidad del objeto.

#### 4.2.1 Proyección de franjas

Al proyectar un patrón de luz sobre todo el objeto, cada pixel registra información de intensidad. La intensidad de un patrón de franjas sinusoidales de frecuencia constante  $f_0$  se puede describir de la siguiente forma [10]:

$$I(x, y) = I_0(x, y) + I_M(x, y) \cos(2\pi f_0 x) \quad (4.14)$$

donde  $I_0$  corresponde a la intensidad promedio,  $I_M$  a la intensidad de modulación, y  $f_0$  la frecuencia de las franjas y  $2\pi f_0 x$  corresponde a la fase de oscilación. La idea básica detrás del análisis de franjas es que la fase se modifica (modular las franjas) debido a la presencia del objeto. En ese caso la intensidad capturada estaría dada por:

$$I(x, y) = I_0(x, y) + I_M(x, y) \cos[2\pi(f_0 x + \psi(x, y))] \quad (4.15)$$

donde  $\psi(x, y)$  es la perturbación debida al objeto que modula las franjas y que viene dada por:

$$\psi(x, y) = \frac{d_x(x, y)}{b_x} \quad (4.16)$$

donde  $d_x(x, y)$  es el desplazamiento de las franjas y  $b_x$  su periodo. El objetivo es encontrar la función de modulación  $\psi(x, y)$ , y luego la profundidad. Si se definen las siguientes funciones, llamadas fase del objeto y fase del plano de referencia

$$\varphi_o = 2\pi(f_0 x + \psi(x, y)), \quad \varphi_r = 2\pi f_0 x \quad (4.17)$$

La diferencia entre ambas fases permite encontrar la función  $\psi(x, y)$ :

$$\psi(x, y) = \frac{\varphi_{obj} - \varphi_{ref}}{2\pi} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \Delta m \quad (4.18)$$

que está relacionado con la profundidad del objeto con respecto al plano (ecuación 4.8). A continuación se mostrarán dos métodos distintos para hallar esa diferencia de fase.

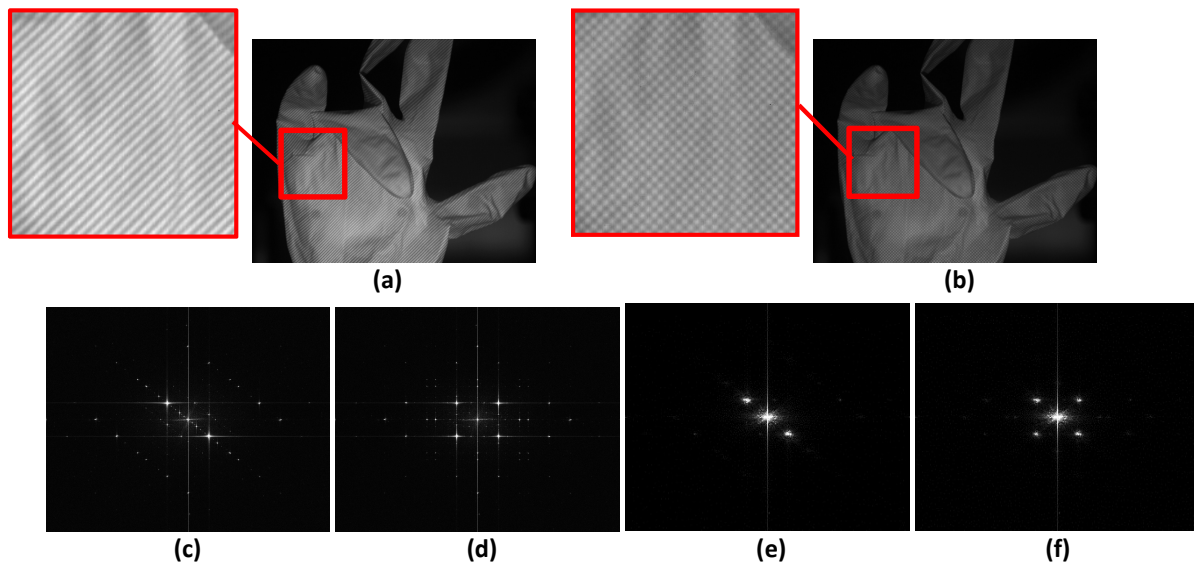
### **Método de transformada de Fourier**

Una forma de encontrar la fase  $\Delta\varphi$ , es utilizando el método de la transformada de Fourier ya explicado en el capítulo 1 en el contexto de la holografía digital. Aquí se muestra un ejemplo de este método aplicado a la técnica de proyección de franjas. Para ello se proyectaron dos patrones diferentes de franjas sobre una pantalla plana paralela al sensor y sobre un guante de látex. El patrón 1

corresponde a franjas inclinadas  $45^\circ$ , mientras que el patrón 2 corresponde a dos conjuntos de franjas perpendiculares entre ellas e inclinadas, unas a  $45^\circ$  y las otras  $-45^\circ$ .

La Figura 4.5 muestra el guante de látex sobre el que se ha proyectado el patrón 1 (en a) y el patrón 2 (en b) proyectado sobre el mismo objeto. Un zoom digital de una región sobre cada imagen permite observar los patrones con mayor claridad.

Se analizan inicialmente las franjas proyectadas sobre la pantalla plana. Su transformada de Fourier se muestra en la Figura 4.5c para el caso del patrón 1. Se sabe que transformada de una función sinusoidal con frecuencia definida  $f_0$  corresponde a dos máximos en el plano de Fourier ubicados en  $f_0$  y en  $-f_0$ . En el espectro de Fourier se observan efectivamente estos dos máximos principales ubicados simétricamente con respecto al origen y a lo largo de una línea inclinada  $45^\circ$ . En la Figura 4.5d se observa el espacio de frecuencias para el caso del patrón 2, donde los máximos aparecen en una línea a  $45^\circ$  y en otra línea a  $-45^\circ$ . Las Figuras 4.5e y 4.5f muestra el espectro de frecuencia del guante para el patrón 1 y el patrón 2 respectivamente. En la frecuencia fundamental ya no se observa un punto máximo sino una región más amplia que contiene la información del objeto.

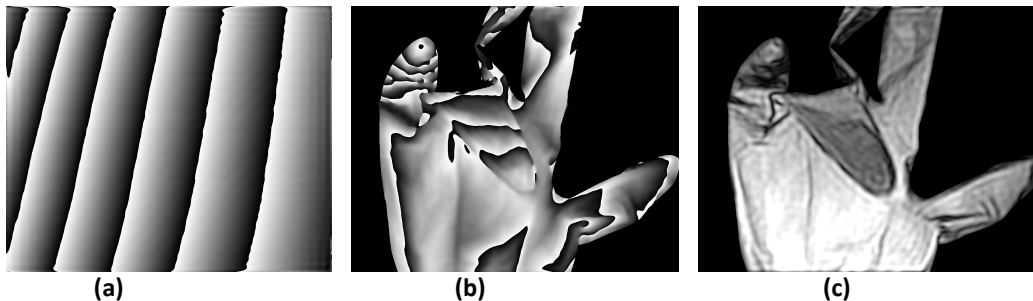


**Figura 4.5.** (a) Franjas proyectadas sobre un guante con una inclinación de  $45^\circ$ . (b) Dos conjuntos de franjas proyectadas sobre un guante con una inclinación de  $45^\circ$  y  $-45^\circ$ . (c-d) TF de las franjas proyectadas sobre una pantalla plana. (e-f) TF de las franjas proyectadas sobre el guante.



El método de Fourier proporciona una imagen con valores complejos, de la que se puede extraer su amplitud y su fase. La fase calculada para la pantalla plana se muestra en la Figura 4.6a. Tal y como se observa en la fase aparecen unas franjas que indican que sobre el plano se han proyectado franjas cuya frecuencia no es constante (si las franjas tuviesen una frecuencia constante la fase encontrada sería también una constante). Este efecto puede deberse a que el plano no este colocado perpendicular al eje del proyector.

Hay que señalar que el espaciado de las franjas residuales es mucho mayor que el de las franjas proyectadas, indicando que la variación de la frecuencia es pequeña y difícilmente evitable.



**Figura 4.6.** Reconstrucción con el método de Fourier. **(a)** Fase de la pantalla plana. **(b)** Diferencia de fase y **(c)** amplitud del guante.

La Figura 4.6b muestra la diferencia de fase del guante y del plano de referencia,  $\Delta\varphi$ . A partir de esta imagen se puede obtener información de la forma del guante con respecto al plano de referencia. La amplitud encontrada (figura 4.6c) es similar a la imagen capturada cuando se ilumina con luz blanca.

#### **Método de desplazamiento temporal de la fase**

El método de desplazamiento temporal de la fase es otra técnica que se puede utilizar para encontrar la fase  $\Delta\varphi$ . En este caso, se necesita proyectar varios patrones de franjas idénticos desplazados en fase, sobre el objeto, manteniéndolo constante. Si escribimos la intensidad de franjas proyectadas (ecuación 4.15) así:

$$I_1(x, y) = I_0(x, y) + I_M(x, y) \cos(\varphi_o(x, y)) \quad (4.19)$$

Las franjas desplazadas en una fase  $\alpha$  conocidas serán:

$$I_2(x, y) = I_0(x, y) + I_M(x, y) \cos(\varphi_o(x, y) + \alpha) \quad (4.20)$$

Tendríamos dos ecuaciones con tres incógnitas:  $I_0$ ,  $I_M$  y  $\varphi_o$ . Bastará con proyectar otro patrón de franjas con un nuevo desplazamiento para tener la información mínima necesaria. El método elegido para nuestras medidas utiliza cuatro patrones de franjas verticales, cada una desplazada en  $\pi/2$  (un cuarto de franja) respecto de la anterior. La intensidad correspondiente a cada patrón que se proyecta por separado y se registra con una cámara digital, se puede poner como:

$$\begin{aligned} I_1(x, y) &= I_0(x, y) + I_M(x, y) \cos(\varphi_o(x, y)) \\ I_2(x, y) &= I_0(x, y) + I_M(x, y) \cos\left(\varphi_o(x, y) + \frac{\pi}{2}\right) \\ I_3(x, y) &= I_0(x, y) + I_M(x, y) \cos(\varphi_o(x, y) + \pi) \\ I_4(x, y) &= I_0(x, y) + I_M(x, y) \cos\left(\varphi_o(x, y) + \frac{3\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.21)$$

donde la fase del objeto se resolvería de forma sencilla de la siguiente manera,

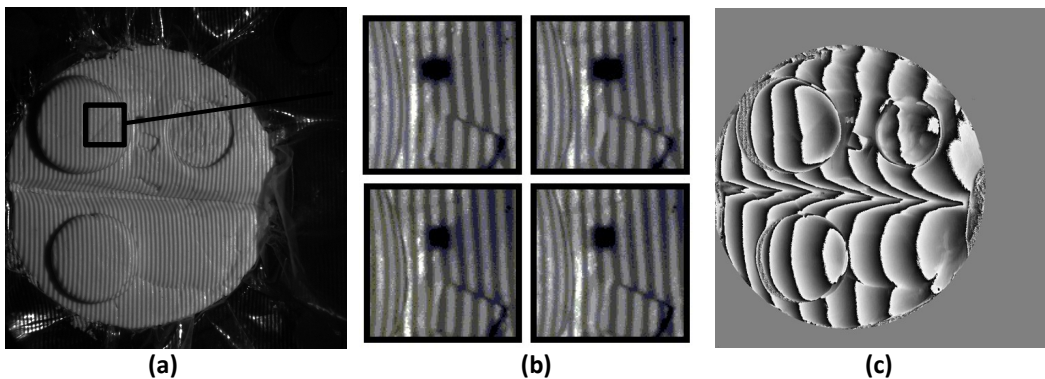
$$\varphi_o(x, y) = \tan^{-1} \left( \frac{I_2 - I_4}{I_3 - I_1} \right) \quad (4.22)$$

La técnica de proyección de franjas tiene la ventaja que cada pixel tiene asignado un valor de fase, aumentando así la resolución espacial con respecto a otras técnicas. Sin embargo, la naturaleza periódica de las franjas hace que exista el problema de la ambigüedad cuando se quiere determinar el orden de la franja (proceso de desplegado). Este problema es más notorio cuando se observan objetos con una geometría complicada o con algún tipo de discontinuidad o agujero como se verá en el siguiente ejemplo.

La Figura 4.7 muestra la evaluación de un objeto tridimensional que consiste en un modelo en plastilina con una pequeña hendidura que lo atraviesa y dos bultos prominentes. La Figura 4.7a muestra

el objeto con las franjas proyectadas. El patrón de franjas tiene un pequeño cuadrado negro que no se desplaza y que servirá como referencia. Una región alrededor de este punto se muestra en la Figura 4.7b para los cuatro patrones de franjas. Se observa el desplazamiento de las franjas con respecto al cuadrado estático.

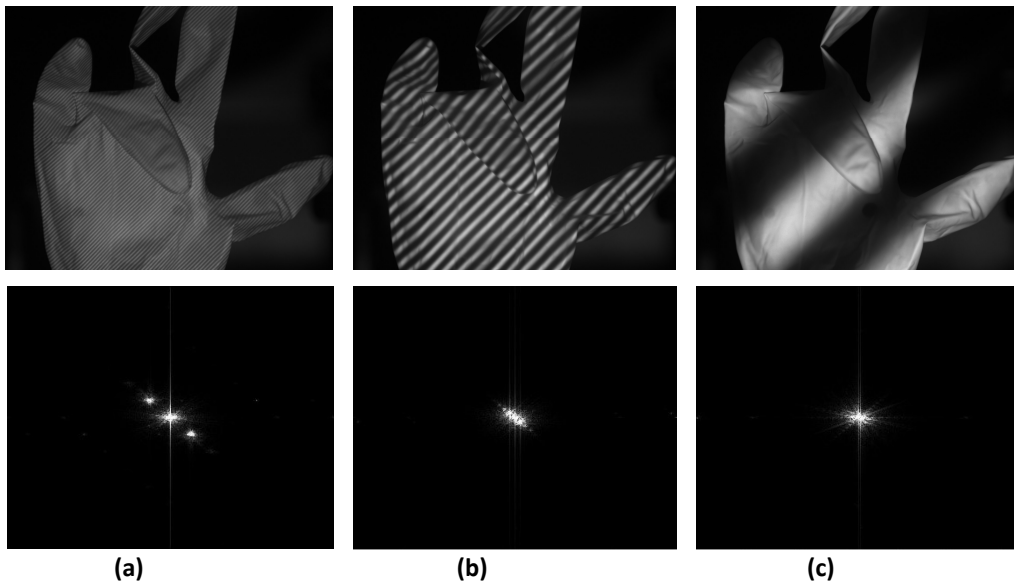
La Figura 4.7c muestra la diferencia de fase obtenida a partir de las cuatro imágenes de franjas proyectadas en este objeto y de las cuatro proyectadas en el plano de referencia. En la ranura se ve cómo las franjas cambian abruptamente su tendencia vertical pero permanecen conectadas sin perder su continuidad. Sin embargo las franjas sobre las protuberancias están completamente desconectadas de las franjas que barren la mayor parte del objeto, lo que complica el proceso de desplegado al no saber qué valor asignarle a esta región desconectada del resto. También se observa que el alto relieve produce una sombra a su izquierda que hace imposible obtener datos.



**Figura 4.7.** (a) Proyección de franjas sobre un objeto. (b) Zoom de una pequeña zona de cada uno de los cuatro patrones de franja desplazados. (c) Mapa de fase resultante.

Con el fin de determinar el orden de la franja, existen varios métodos propuestos donde se utiliza información complementaria o un conocimiento a priori [4]. Uno de ellos consiste en proyectar franjas de distinto espaciado [11]. Ya se ha visto que una sola franja en el mapa de fase mide una profundidad proporcional al ancho de la franja (ecuación 4.8). A medida que el ancho de la franja aumenta, el número de franjas que se observan disminuye. La idea es que el primer patrón proyectado produzca una

única franja en el mapa de fase, evitando el proceso de desplegado y así el problema de la ambigüedad. La franja más ancha dará una primera estimación de la profundidad. A medida que va disminuyendo el ancho de la franja disminuye la sensibilidad de cada franja (ecuación 4.8), lo que mejoraría la estimación inicial.



**Figura 4.8** Fila superior: proyección de franjas de distinto ancho. Fila inferior: Transformada de Fourier.

Un ejemplo de este método se muestra en la Figura 4.8, donde se ha utilizado el método de Fourier para hallar la fase. La figura muestra tres franjas cuyo ancho va en aumento. Para las franjas más estrechas (Figura 4.8a) su transformada de Fourier (debajo de la imagen) muestra la separación clara del espectro del objeto con el término central. A medida que la longitud aumenta, la frecuencia fundamental disminuye, acercando el espectro al centro y haciendo cada vez más difícil separarlo (Figura 4.8b), hasta que se vuelve imposible distinguir los términos (Figura 4.8c).

La Figura 4.9 muestra el mapa de fase que se obtiene utilizando franjas de diferente ancho. La Figura 4.9a muestra el resultado de las franjas correspondientes a la Figura 4.8a. El resultado es un mapa de varias franjas. Cuando la longitud aumenta empieza a disminuir el número de franjas pero a

aparecer errores y ruido en la imagen (Figura 4.9b). Hasta que finalmente el mapa resultante no es fiable debido a su forma rara.

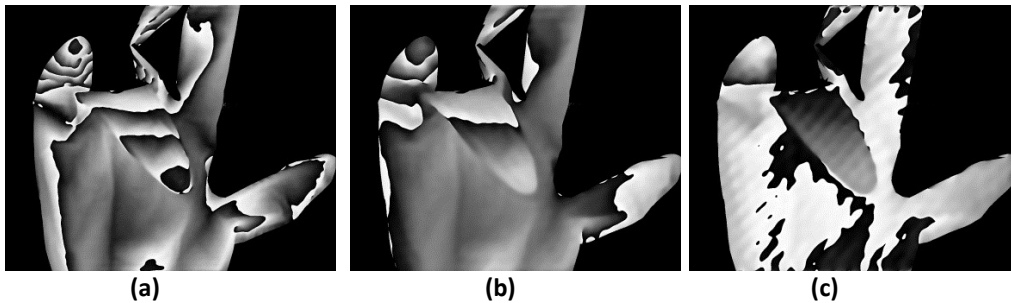


Figura 4.9 Proyección de franjas de distinto ancho. Mapas de fase obtenidos.

La Figura 4.10 ilustra la misma metodología de reducción del ancho de la franja, pero haciendo el análisis de desplazamiento de fase. El objeto evaluado se muestra en la Figura 4.10a. Este consiste en dos objetos planos colocados uno detrás del otro: una escala y un objeto rectangular opaco.

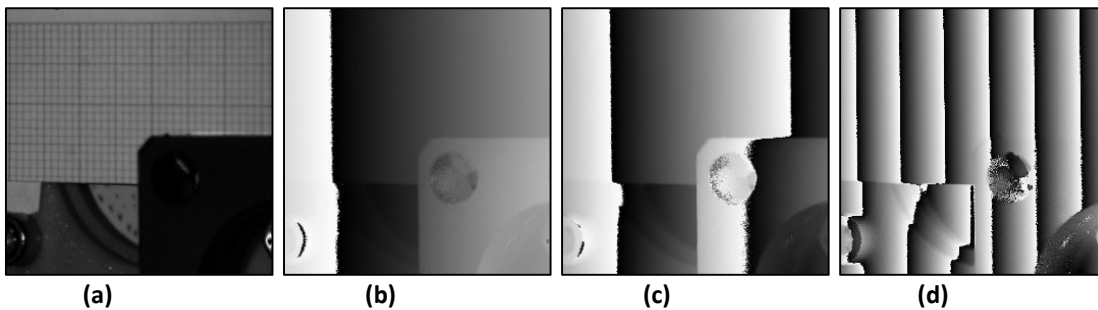
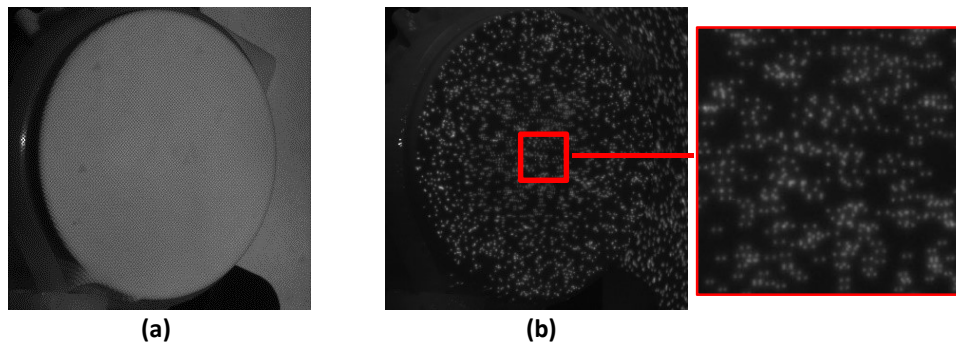


Figura 4.10 (a) Objeto. (b-e) Mapas de fase obtenidos con franjas de diferente longitud de onda.

El mapa de fase obtenido con el ancho de la franja más grande muestra prácticamente solo una franja en la fase (Figura 4.10b), con este mapa se haría un primer estimado. Al disminuir el ancho de la franja aparecen dos franjas (Figura 4.10c), en este mapa una de las franjas se rompe debido a la presencia del objeto opaco. La Figura 4.10d muestra el mapa de fase que se obtiene con una ancho de franja pequeño, se puede apreciar que en la frontera de los dos objetos las franjas no cambian. Por lo tanto con ese único mapa no se identificaría la presencia de dos objetos distintos.

### 4.2.2 Proyección de puntos

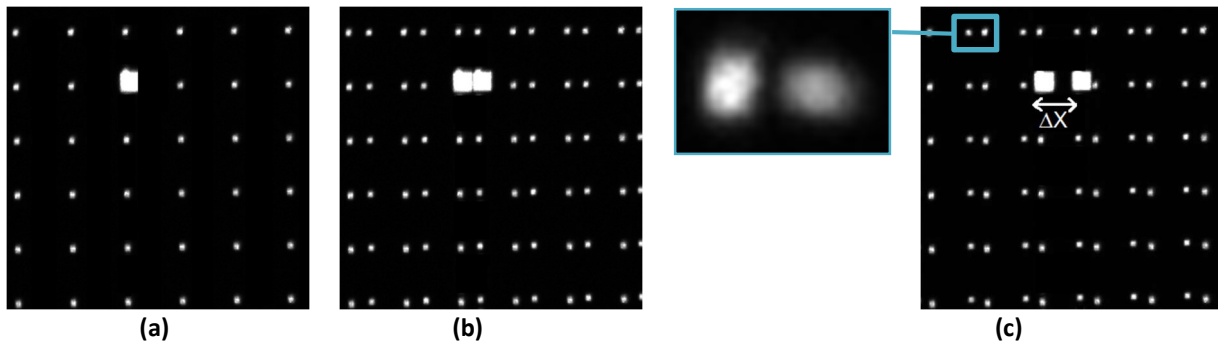
Para solventar el problema de la ambigüedad de las franjas, se pensó en proyectar adicionalmente puntos, ya sea dispuestos en una malla regular o de manera aleatoria. En la Figura 4.11 se muestra un ejemplo de la proyección de puntos aleatorios. Una membrana circular flexible se ha utilizado como objeto de prueba (Figura 4.11a). Cuando se empuja la membrana desde atrás y en su centro, ésta se deformará de manera suave, con un desplazamiento en  $z$  máximo en su centro y cero en sus bordes. La Figura 4.11b muestra dos imágenes superpuestas de la membrana con los puntos proyectados, antes y después del desplazamiento. En el zoom digital de esta imagen se pueden observar las parejas de puntos que indican que se han desplazado.



**Figura 4.11.** Proyección de puntos aleatorios sobre la membrana. **(a)** Fotografía de la membrana. **(b)** Superposición de dos imágenes de puntos con la membrana con dos formas distintas.

Para hallar el desplazamiento de los puntos se podría usar una función de correlación, como en la técnica PIV, o identificar cada punto en particular y seguirlo, como en la técnica PTV (*Particle Tracking Velocimetry* [12]). En este último caso es necesario contar con una densidad menor de puntos proyectados para asegurar una mejor identificación de un mismo punto en imágenes diferentes. Si los puntos proyectados están colocados en una cuadrícula regular, el seguimiento individual de cada punto proyectado se haría asignándole a cada uno un número de fila y un número de columna partiendo desde un punto de referencia.

Un ejemplo de una cuadrícula de puntos proyectados sobre una pantalla plana perpendicular al eje óptico (colocada en el plano de referencia  $z=0$ ) se muestra en la Figura 4.12a. Se toma como punto de referencia el de mayor tamaño. Cuando la pantalla se desplaza a lo largo del eje  $z$ , los puntos proyectados se desplazarán con respecto a su posición en el plano de referencia. La Figura 4.12b muestra una superposición de los puntos proyectados en plano de referencia y los puntos proyectados cuando el plano está colocado en  $z=0.5\text{mm}$  y  $z=4\text{mm}$ . Se puede observar un desplazamiento en horizontal  $\Delta X$ . Cuando hay triangulación en la dirección vertical, el mismo análisis se aplica, por simplicidad solo explicaremos el caso del desplazamiento en horizontal.



**Figura 4.12.** (a) Puntos proyectados en el plano de referencia  $z=0$  mm. (b) Superposición de puntos en el plano de referencia y en el plano en (b)  $z=0.5\text{mm}$  y (c)  $z=4\text{mm}$ .

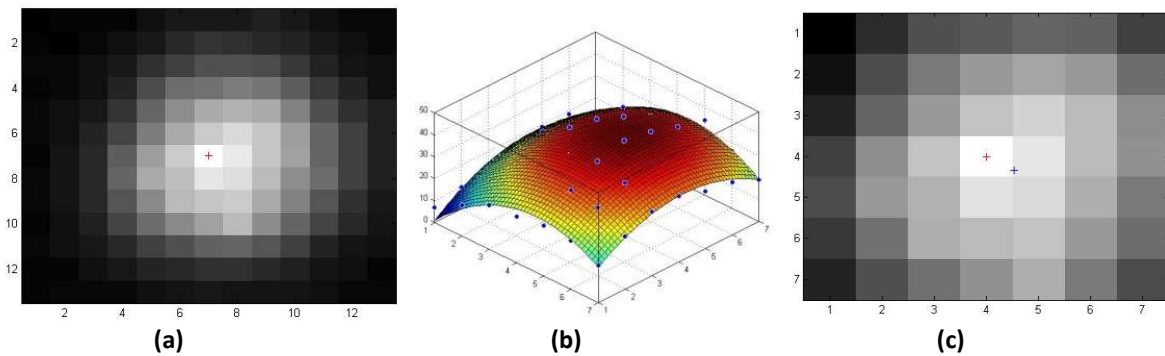
Este es el desplazamiento que nos interesa para calcular la profundidad del objeto. En el caso de los puntos el desplazamiento medido sobre la imagen en pixeles se transforma en milímetros del espacio objeto:

$$d_x = \Delta X * \text{factor de e conversión} \quad (4.23)$$

Para hallar  $\Delta X$ , es necesario detectar y encontrar la posición de los puntos que se observan como regiones circulares o elípticas dependiendo de su ubicación espacial (Figura 4.12c). Para su detección, primero se elimina ruido en la imagen con un filtro gaussiano y se da un valor de cero a los pixeles cuyo nivel de gris esté por debajo de un cierto umbral. Un algoritmo detecta los objetos que están

conectados, definiéndose como frontera (o desconexión) a los píxeles de valor cero, de esta forma se identifica la región donde hay puntos proyectados. La Figura 4.13a muestra una de estas regiones de  $13 \times 13$  píxeles, donde se ve que el punto tiene un valor de intensidad mayor en su centro. Hallando el centro de masa de esta región (cruz roja en la Figura 4.13a) se puede asignar este valor como la posición del punto. Para refinar la detección de la coordenada de cada punto proyectado se probaron dos metodologías distintas que se explican a continuación.

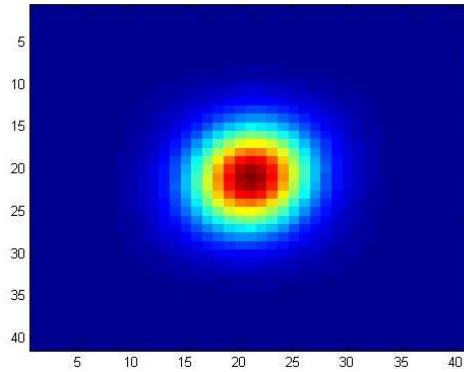
En la primera se selecciona una región más pequeña alrededor del centroide ( $7 \times 7$  píxeles), y los valores de intensidad de esta región se ajustan a un paraboloides (Figura 4.13b). El máximo del paraboloides se considera como el nuevo centroide, de esta forma se tendrá precisión sub-píxel en la posición. El nuevo centroide se muestra en la Figura 4.13c con una cruz azul.



**Figura 4.13** (a) Imagen de un punto proyectado con su centroide. (b) Ajuste de la intensidad de cada punto a un paraboloides. (c) Nueva centroide detectado (flecha azul).

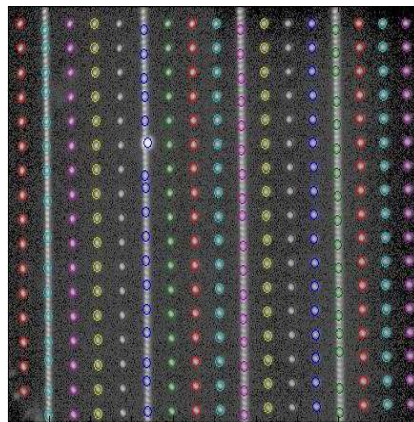
En la segunda metodología se detecta el punto en el plano de referencia y el mismo punto en el plano desplazado, y se calcula la función de correlación entre ambas imágenes (Figura 4.14). La posición del máximo de la función indica el desplazamiento entre el punto en una imagen y la otra.





**Figura 4.14.** Función de correlación entre un punto proyectado en un plano y en el plano de referencia.

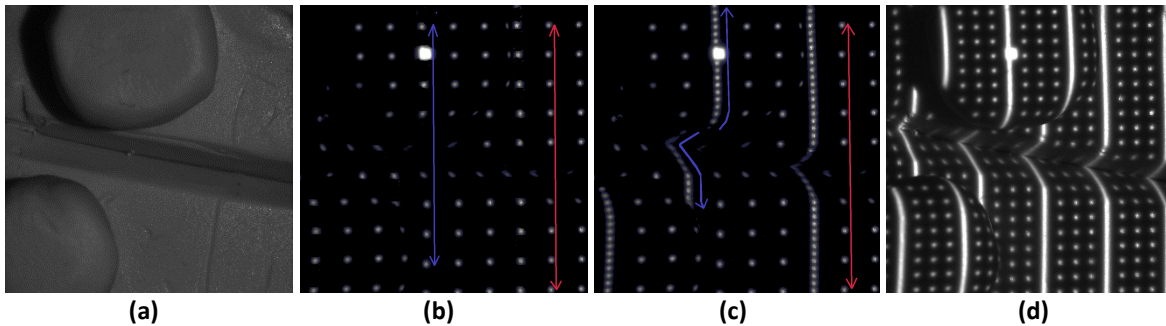
Una vez realizada la detección de las coordenada de cada punto proyectado, estos se ordenan siguiendo el punto de referencia. Un ejemplo de los puntos ordenados se muestra en la Figura 4.15, donde se han dibujado círculos de varios colores con su centro en la posición detectada y cuyo color depende del número de columna asignado.



**Figura 4.15.** Detección de puntos proyectados igualmente espaciados y ordenados. Cada columna está asignada con un color.

La Figura 4.16 muestra un ejemplo de proyección de puntos igualmente espaciados sobre el modelo. En la figura se han dibujado dos flechas continuas de color azul y rojo, indicando una primera aproximación de la asignación del orden. En una primera observación los puntos que se encuentran sobre estas líneas vendrían a ser parte de la misma columna. Sin embargo, si proyectamos un patrón

que no solo contiene los puntos igualmente espaciados, sino dos columnas con una mayor densidad de puntos y nos enfocamos en la columna que tiene el punto de referencia (línea azul), nos damos cuenta que la asignación realizada en un principio es incorrecta ya que la columna de puntos densos tiende a desviarse de su forma vertical y luego desaparecen de la imagen debido a la geometría del objeto (Figura 4.16c). Mientras que los puntos de la flecha roja siguen una línea recta ya que pasan por una superficie prácticamente plana.



**Figura 4.16.** (a) Objeto de plastilina. (b) Puntos de poca densidad. Detección de una fila. (c) Puntos con líneas. Corrección de la detección. (d) Puntos con mayor densidad.

La Figura 4.16d muestra una proyección de puntos similares al de la Figura 4.16c pero con una distancia entre puntos menor. Con esta imagen se puede concluir que la mezcla entre puntos igualmente espaciados y líneas verticales ayudan a dar un estimado de la posición de los puntos más fiable.

### 4.3 Montaje experimental

El montaje experimental utilizado se muestra en la Figura 4.17. Un proyector proyecta las franjas y los puntos sobre el objeto, que se captura con una lente tele-céntrica (55mm) y una cámara Pike F-100 de 1000x1000 píxeles ( $7.4\mu\text{m}/\text{px}$ ) a una frecuencia de adquisición máxima de 30fps.

Las franjas se generan con un proyector DMD (Digital Micro-mirror Device) modelo Discovery D4100 de *Texas Instruments Inc.* El proyector está formado por un chip con micro espejos cuadrados de  $10.8\mu\text{m}$  de largo. Cada espejo se inclina  $\pm 12^\circ$ , reflejando o no la luz, y produciendo así imágenes binarias con una resolución de  $1920 \times 1080$  pixeles a una frecuencia máxima de  $400\text{MHz}$ . Una lente a la salida del proyector amplifica las franjas formando su imagen en el plano de referencia, donde se coloca el objeto a evaluar. Las franjas se enfocan a una distancia cercana al proyector para así obtener franjas lo más estrechas posible. Una franja de 4 pixeles de ancho del proyector, tiene un ancho de  $b_x = 0.4\text{mm}$  en el plano de referencia. La distancia entre la lente del proyector y el plano de referencia es de  $100\text{mm}$ .

En nuestro montaje el plano de referencia es paralelo al sensor CCD. Así se evitan las distorsiones en la imagen producidas por la observación oblicua y permite cambiar los aumentos de la cámara con facilidad. Ya que el plano de referencia está cerca del proyector y el proyector es de grandes dimensiones, la cámara se coloca con su eje paralelo al plano de referencia como se ve en la Figura 4.17. Para alinear la imagen se utiliza un espejo inclinado  $45^\circ$ .

El eje del proyector es perpendicular al plano de referencia (Figura 4.17), de esta forma la frecuencia de las franjas se mantiene constante a lo largo del plano de referencia. El ángulo de triangulación en nuestro montaje es de  $\delta = 17.5^\circ$ . La sensibilidad en  $z$  del sistema (ecuación 4.8) es de  $1.25\text{mm}$  por franja.

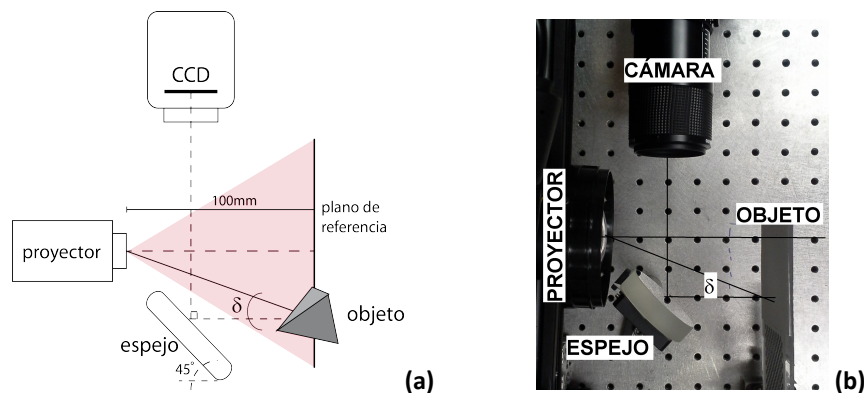
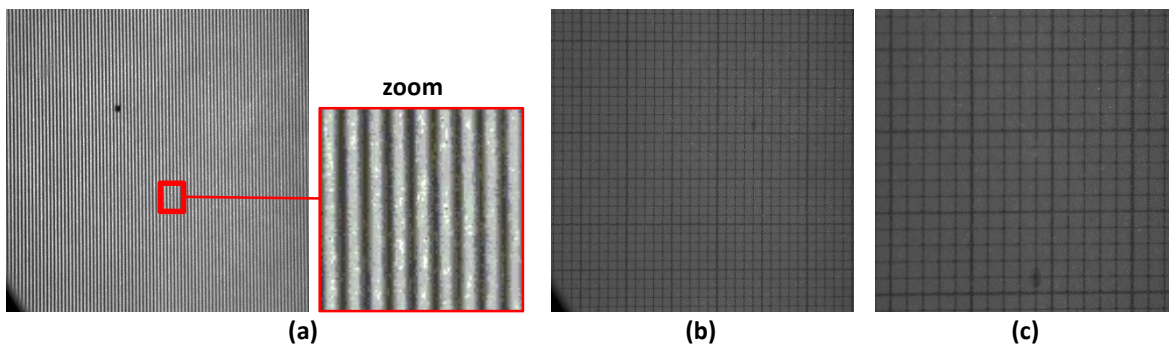


Figura 4.17. Montaje experimental para la proyección de luz estructurada.

La Figura 4.18a muestra las franjas proyectadas sobre el plano de referencia, las cuales aparecen completamente en vertical. Se han llevado a cabo experimentos con dos regiones de observación distintas: la primera con un área de  $35 \times 35 \text{ mm}^2$  (aumentos  $M=0.22$ ) que llamaremos la geometría 1 (Figura 4.18b) y la segunda, una región más pequeña de área  $19 \times 19 \text{ mm}^2$  (aumentos  $M=0.39$ ) llamada geometría 2 (Figura 4.18c). Con estos aumentos se tiene  $11.5 \text{ pixeles/franja}$  para la geometría 1 y  $21.5 \text{ pixeles/franja}$  para la geometría 2.



**Figura 4.18.** (a) Franjas proyectadas en un plano de referencia. (b) Escala capturada con el sistema para la geometría 1. (c) Escala capturada con el sistema para la geometría 2.

### 4.3.1 Patrones proyectados

Con el fin de encontrar la configuración óptima entre alta resolución y mínima susceptibilidad de errores, se probaron diferentes patrones de franjas. En la Figura 4.19 se muestran los dos patrones que se usaron en las medidas. El primero corresponde a franjas verticales del menor ancho posible ( $4 \text{ pixeles}$ ). Y el segundo corresponde a una matriz de puntos de  $2 \times 2 \text{ pixeles}$  separados  $10 \text{ pixeles}$  junto con líneas verticales (los pixeles a los que nos referimos aquí corresponden a los pixeles del proyector). Se identifica un punto común en ambos patrones (con un tamaño de  $7 \times 7 \text{ pixeles}$ ) cuya fase absoluta es necesario conocer para determinar la fase absoluta de toda la imagen.

Estos patrones proyectados sobre el plano de referencia y capturados con la cámara se pueden observar en la Figura 4.19a para la geometría 1 y en la Figura 4.19b para la geometría 2, en las figuras solo se muestra una zona de la imagen de 320x320 píxeles de la cámara.

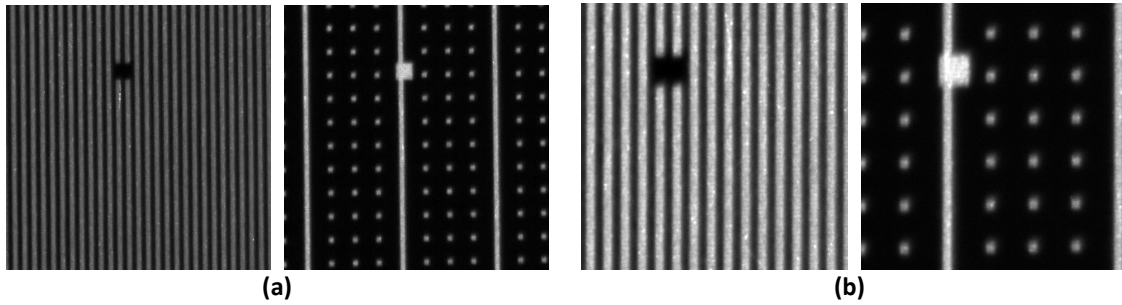


Figura 4.19 Imagen de los patrones proyectados vistos con (a) la geometría 1 y (b) con la geometría 2.

La Figura 4.20 muestra el perfil de intensidad normalizado de una línea horizontal en la imagen de las franjas para la geometría 2. En estas imágenes se puede observar que los perfiles de intensidad capturados no corresponden a imágenes binarias como las que sí se proyectan, sino que el perfil se puede aproximar a una función sinusoidal. Esto hace que los resultados obtenidos con el desplazamiento de fase son lo suficientemente buenos como si se hubiesen proyectado franjas sinusoidales.

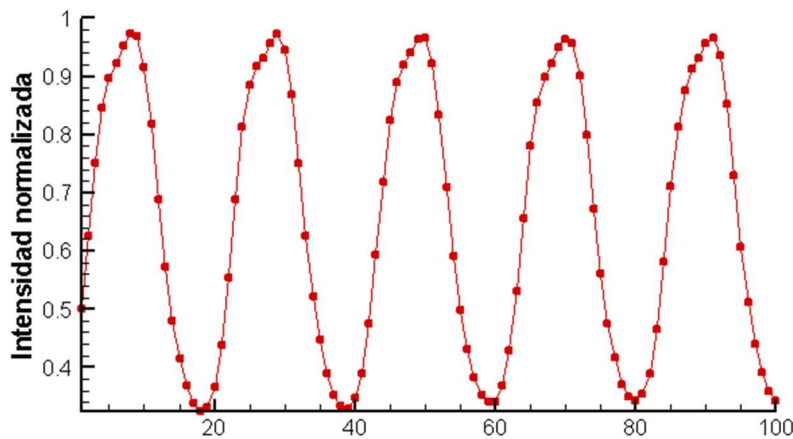
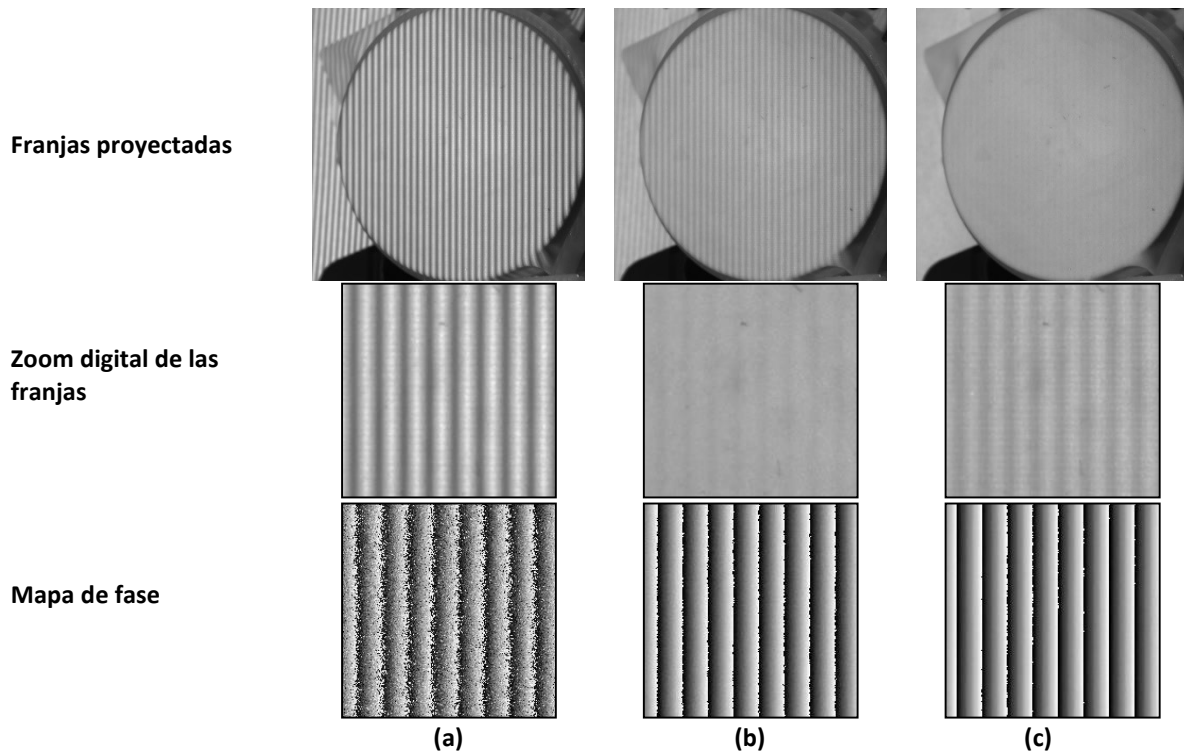


Figura 4.20. Intensidad normalizada de una línea horizontal para en la imagen de las franjas.

### Enfoque de las franjas

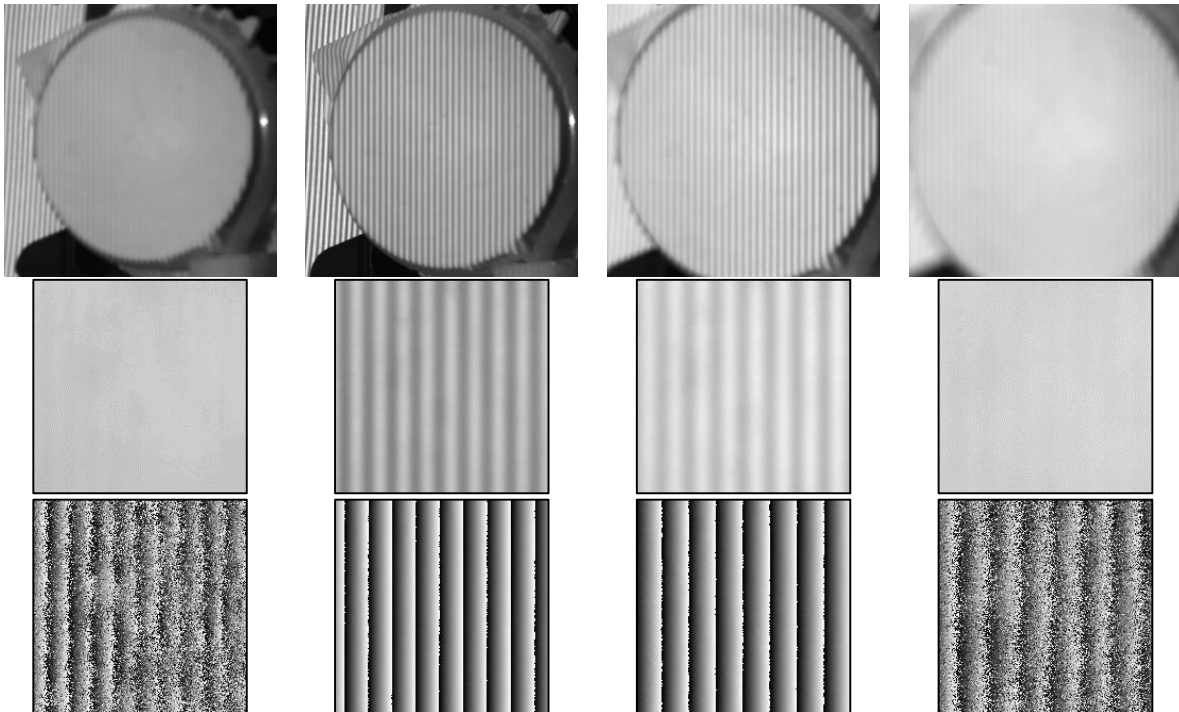
La proyección de franjas sobre un objeto plano permite estudiar la influencia del desenfoque de las franjas, producido o bien porque el objeto, o parte del mismo, este fuera de la zona de enfoque del proyector, o fuera de la zona de enfoque del sistema cámara-lente.

La Figura 4.21 muestra lo que sucede con los mapas de fase cuando el proyector se desenfoca. Se muestran tres enfoques distintos. Se ve que, a pesar del desenfoque, el tamaño de las franjas permanece mas o menos constante. Además se obtienen mapas de fase incluso en el caso en que las franjas son apenas visibles (Figura 4.21c), y que el ruido en los mapas se incrementa a medida que el desenfoque aumenta, lo que no supondría mayor problema ya que el mapa se puede filtrar.



**Figura 4.21.** Diferentes enfoques del proyector. Fila superior: franjas proyectadas. Fila intermedia: Zoom de las franjas proyectadas. Fila inferior: Mapa de fase resultante.

La Figura 4.22 muestra el caso cuando se desenfoca la imagen. Se muestran 4 imágenes donde el enfoque ha ido cambiando progresivamente de izquierda a derecha, además de los aumentos. Para los planos más alejados del punto de enfoque, se observa nuevamente una leve disminución de la calidad de los mapas de fase. Sin embargo, es notable la aparición de franjas en el mapa de fase aún cuando las franjas proyectadas tienen muy poca visibilidad.



**Figura 4.22.** Diferentes desenfocos de la cámara. Fila superior: franjas proyectadas. Fila intermedia: Zoom de las franjas proyectadas. Fila inferior: mapas de fase.

Estos resultados demuestran la alta tolerancia que tiene la técnica cuando hay un desenfoco, ya sea del proyector o de la cámara. Siendo esto una gran ventaja que tiene esta técnica de proyección de franjas.

## 4.4 Calibración del sistema

El calibrado del sistema es primordial en la reconstrucción 3D del objeto. Como ya se mencionó en la sección 4.2, es necesario encontrar la relación entre el desplazamiento del rayo de luz debido al objeto y la altura de este objeto con respecto a un plano de referencia. Esta relación depende de los parámetros del sistema de medida: posición y orientación de la cámara y del proyector, propiedades de la lente, ancho de las franjas, etc. Estos parámetros, difíciles de medir directamente con precisión, pueden determinarse mediante un proceso de calibrado geométrico [13]. Sin embargo en algunas ocasiones este tipo de calibrado presenta problemas, es por esto que en nuestro trabajo decidimos implementar un calibrado analítico [14]. Con el calibrado geométrico es necesario calibrar la cámara y el proyector de manera separada, mientras que el calibrado propuesto tiene en cuenta los dos componentes simultáneamente.

El calibrado implementado en este trabajo encuentra los coeficientes de la función cuadrática que determina el desplazamiento  $d_x$  en función de  $z$  (ecuación 4.11) sin necesidad de determinar la geometría del sistema. A continuación se describirá el procedimiento para calibrar. En una pantalla plana se buscará para determinados  $z$ , tanto la diferencia de fase como el desplazamiento de los puntos proyectados, de tal forma que para un experimento donde se mida una determinada fase o un determinado desplazamiento de puntos se podrá conocer la posición  $z$  que le corresponde.

### 4.4.1 Procedimiento de calibrado

Para calibrar se utiliza una pantalla plana paralela al plano de referencia. La pantalla se mueve a lo largo del eje  $z$  de forma controlada por medio de un tornillo micrométrico. Se barrió desde  $-5mm$  hasta  $5mm$ , a intervalos de  $0.1mm$ , registrándose un total de 101 imágenes.

Para cada posición  $z_k$  de la pantalla se encuentra:



- La diferencia de fase  $\Delta\varphi_k(i, j)$  en cada pixel del sensor, que se divide por  $2\pi$  para tener el número de franja  $\Delta m_k(i, j)$ . Aquí  $(i, j)$  representa la coordenada de cada pixel ( $i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, N$ ).
- El desplazamiento de cada punto proyectado con respecto a su posición en el plano de referencia:  $\Delta X_k(u, v)$ . Donde  $(u, v)$  representa la fila y la columna de cada punto proyectado ( $u = 1, \dots, U; v = 1, \dots, V$ ).

Una vez encontradas estas variables para cada plano  $k$ , se puede representar  $\Delta m_k(i, j)$  vs  $z_k$ , para cada pixel, y  $\Delta X_k(u, v)$  vs  $z_k$  para cada punto proyectado. De la ecuación (4.11) se sabe que estas variables están relacionadas por una función cuadrática como la siguiente:

$$\Delta m(i, j, z) = A_{1ph}(i, j) \cdot z^2 + B_{1ph}(i, j) \cdot z + C_{1ph}(i, j) \quad (4.24)$$

$$\Delta X(u, v, z) = A_{1Xdot}(u, v) \cdot z^2 + B_{1Xd}(u, v) \cdot z + C_{1Xd}(u, v) \quad (4.25)$$

Pero es aún más interesante invertir esta relación:

$$z(i, j, \Delta m) = A_{2ph}(i, j) \cdot \Delta m(i, j)^2 + B_{2ph}(i, j) \cdot \Delta m(i, j) + C_{2ph}(i, j) \quad (4.26)$$

$$z(u, v, \Delta X) = A_{2Xd}(u, v) \Delta X(u, v)^2 + B_{2Xd}(u, v) \Delta X(u, v) + C_{2Xd}(u, v) \quad (4.27)$$

Si se hace un ajuste de los datos discretos a un polinomio de orden dos, con los ajustes se podrá encontrar la posición  $z$  correspondiente a cualquier número de franja  $\Delta m$ , y la  $z$  correspondiente para cierto desplazamiento de los puntos  $\Delta X$ .

Cada parámetro de cada ajuste se coloca en matrices  $\mathbf{A}_{2ph}$ ,  $\mathbf{B}_{2ph}$  y  $\mathbf{C}_{2ph}$  de  $N \times N$  para el caso de la fase, y en matrices  $\mathbf{A}_{2dot}$ ,  $\mathbf{B}_{2dot}$  y  $\mathbf{C}_{2dot}$  de  $U \times V$  para el caso de la proyección de puntos. Estas son las llamadas matrices de calibrado.

#### 4.4.2 Matrices de calibrado de la fase

La Figura 4.23 muestra la diferencia de fase (sin desplegar) para cuatro posiciones distintas del plano de calibración:  $-5mm$ ,  $-2.5mm$ ,  $2.5mm$ ,  $5mm$ . En las figuras se observa que para valores de  $z$  negativos, la fase aumenta si se recorre la imagen de izquierda a derecha. Mientras que para valores de  $z$  positivos, el sentido se invierte.

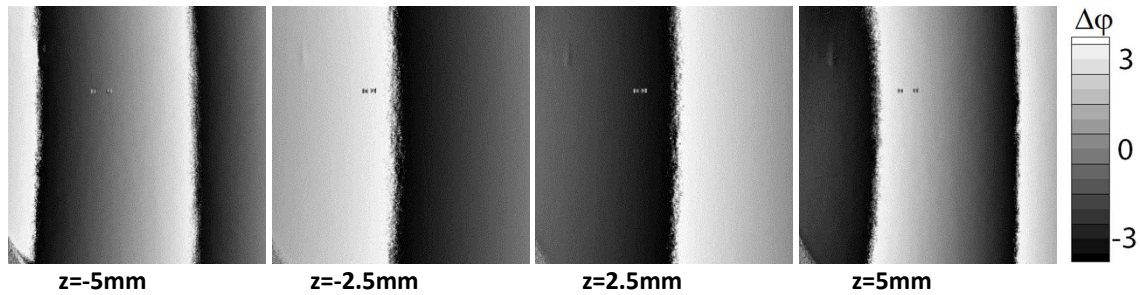
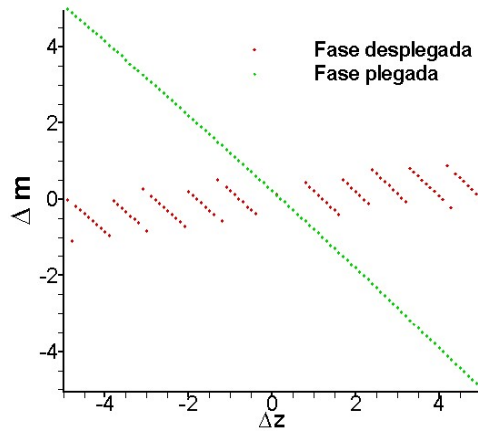


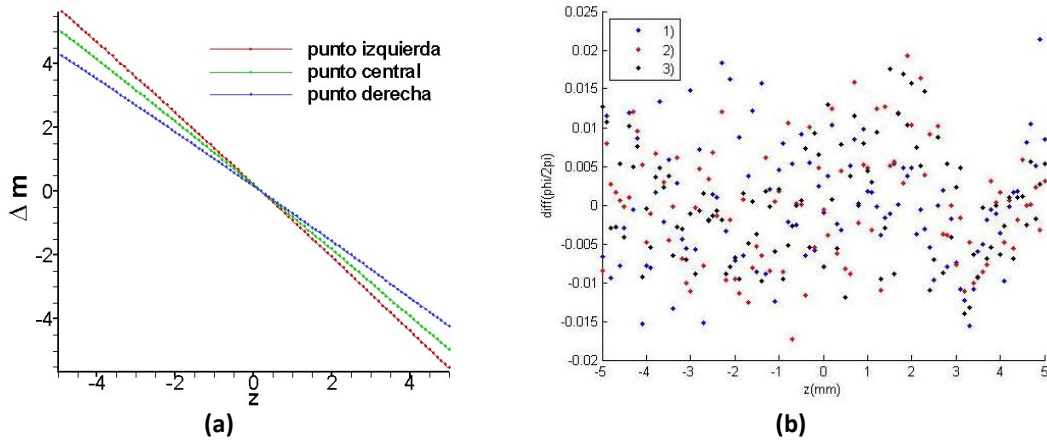
Figura 4.23 Diferencia de fase para distintas posiciones del planos de calibración en la geometría 1.

Tras realizar un desplegado 2D de cada mapa, se selecciona la fase de un mismo pixel en cada uno de los planos para realizar la gráfica  $\Delta m_k(i, j)$  vs  $z_k$ . Para el pixel central de la imagen ( $i=500$  y  $j=500$ ) se tiene la curva de puntos rojos de la Figura 4.24. Como se observa, el número de franja en función de  $z$  no es una curva continua, por lo tanto es necesario hacer un nuevo desplegado de la fase pero esta vez en dirección  $z$ . El resultado es la curva verde que se muestra en la Figura 4.24, donde se ha impuesto como número de franja cero en  $z = 0$ . Este proceso de desplegado en  $z$  es necesario hacerlo con todos los pixeles.



**Figura 4.24** Número de franja sin desplegada (puntos rojos) y desplegada (puntos verdes) en función de  $z$  para el pixel central (500,500).

La Figura 4.25a muestra el resultado final de doble desplegado para tres pixeles distintos: el punto central (500,500), un punto en el extremo izquierdo de la imagen (500,100) y otro en el derecho (500,900). Es interesante observar que las pendientes de cada curva difieren para estos tres puntos. Para las tres curvas se realiza un ajuste cuadrático y el residuo del ajuste se muestra en la Figura 4.25b, que indica que el ajuste de grado dos es suficientemente bueno con una dispersión de 0.01 (cuyas unidades son número de franjas).



**Figura 4.25 (a)** Número de franja desplegada para tres puntos de la imagen. **(b)** Residuo de los ajustes cuadráticos para los ajustes de fase de los tres pixeles.

En la ecuación (4.12) se encontró analíticamente que el término que acompaña la parte cuadrática  $a$  es una constante, el término que acompaña la parte lineal  $b$  depende de la coordenada  $x$ , y el término independiente  $c$  es cero. La Figura 4.26 muestra las tres matrices de calibrado que se encontraron para la geometría 1.

La matriz  $A_{1ph}$  tiene un valor aproximadamente constante con un valor medio de  $-0.005/\text{mm}^2$  y una desviación estándar de 0.02, lo que se puede decir que la matriz es aproximadamente una constante. La matriz  $C_{1ph}$  tiene un valor medio de  $-0.007$  y una desviación estándar de 0.02, en concordancia con el valor cero que se esperaba. Mientras que se ve que el término  $B_{1ph}$  depende linealmente de  $x$  (Figura 4.23b), tal como se esperaba.

A manera de ejemplo, si se escoge el punto central de las matrices y se encuentra el número de franja correspondiente cuando  $z=1\text{mm}$ , se encuentra un desplazamiento de  $d_x = -0.39\text{mm}$ .

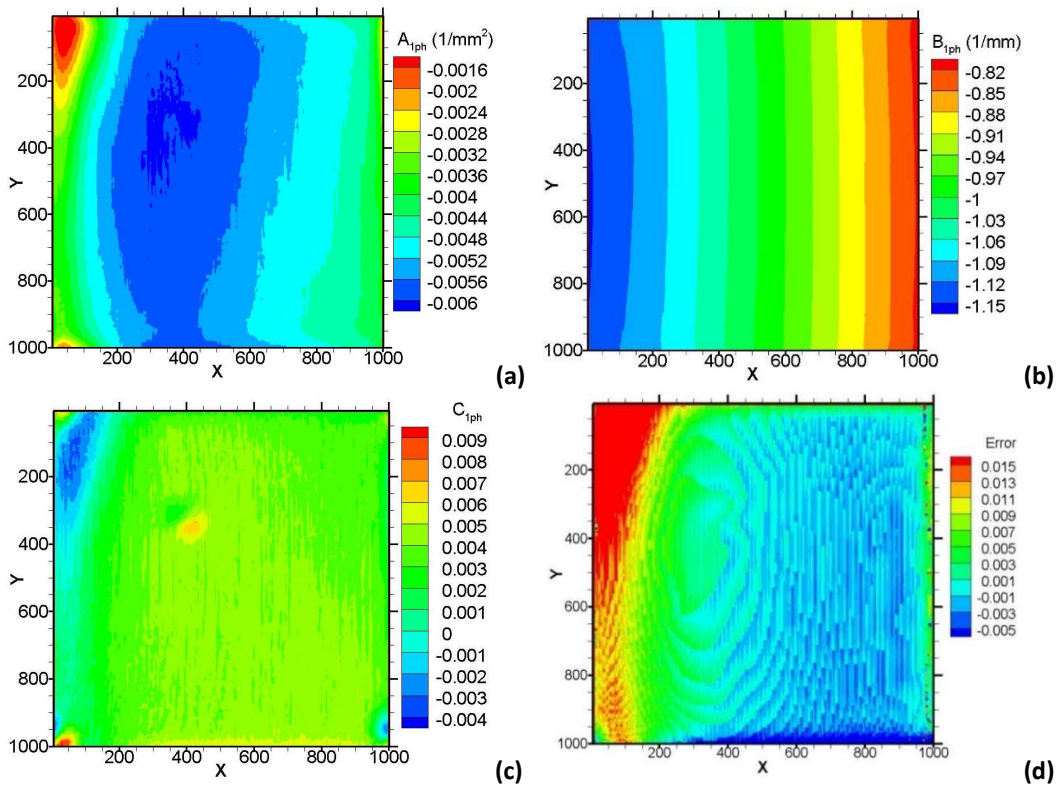


Figura 4.26 Matrices de calibración de la fase para la geometría 1.

La figura 4.26d muestra el error del ajuste para cada punto de la imagen., se encuentra un valor promedio de 0.005. Por lo tanto el error de la medida para el número de franja  $\Delta m$  es  $\pm 0.005$ .

#### 4.4.3 Matrices del calibrado de los puntos

En la Figura 4.27 se muestra tres planos de calibración colocados en  $z = -5mm, 0mm$  y  $5mm$ . En las imágenes se han señalado tres puntos: el punto 1 de la izquierda (flecha azul), el punto 2 en el centro (flecha roja) y el punto 3 en la derecha (flecha verde). Se observa cómo, en cada plano, los puntos proyectados cambian su posición.

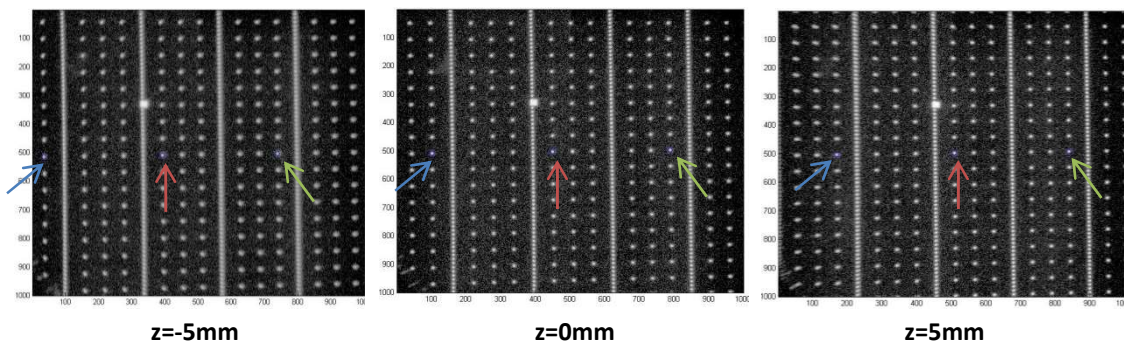


Figura 4.27 Proyección de puntos en diferentes planos de calibración en la geomtería 1.

El desplazamiento de estos puntos se puede apreciar mejor en la Figura 4.28. Tras haber detectado la posición de cada punto en cada plano, ésta se representa en función de  $z$  (Figura 4.28a). Como lo que nos interesa es la diferencia de posición entre los puntos proyectados en el plano de referencia y los puntos proyectados en los diferentes planos, se realiza esta resta y se muestra en la Figura 4.28b. Se ve que en  $z=0, \Delta x=0$  como era de esperarse. Sobre estas curvas se hace un ajuste cuadrático, para todos los puntos proyectados, y los coeficientes resultantes del ajuste se colocan en las respectivas matrices.

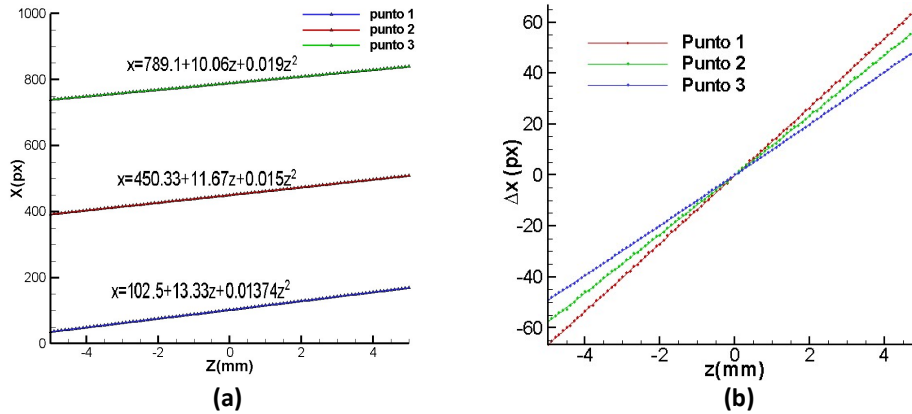


Figura 4.28 (a) Posición  $x$  de tres puntos proyectados en el plano de calibración. (b)  $\Delta x$  vs  $z$  para los tres puntos.

Un análisis del error de los ajustes de estos tres puntos proyectados se muestra en la Figura 4.29. La detección del punto y su medida de posición se hizo con los dos métodos propuestos anteriormente (sección 4.2.2): usando la función de correlación y la detección de los centroides. Los errores del ajuste cuando se han utilizado ambos métodos se muestran en la Figura 4.29, donde se observa que el menor error se tiene cuando se utilizó la medida de centroides en el método de detección de puntos proyectados. De aquí podemos ver que el error de la medida es de 0.1px.

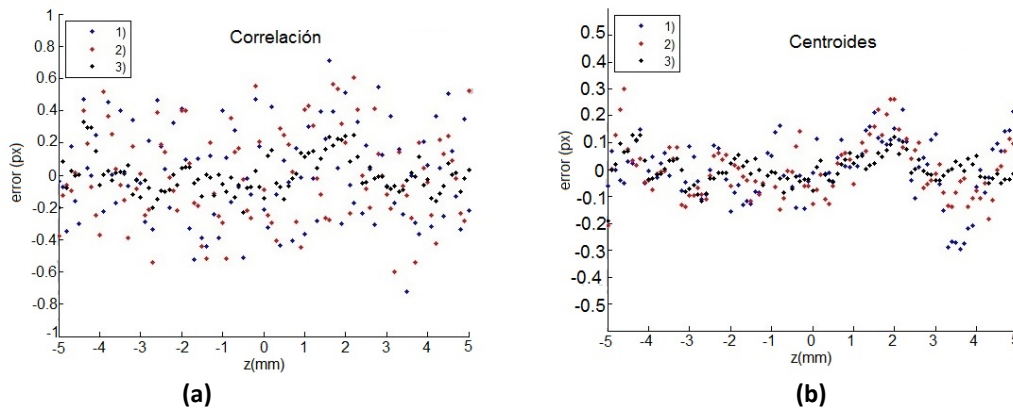


Figura 4.29. Errores del ajuste para los tres puntos seleccionados y usando la detección por (a) la correlación y por (b) cálculo de centroides.

Las matrices de calibración para la proyección de puntos tienen un tamaño mucho menor que las matrices de calibración de la fase. Su tamaño depende del número de puntos proyectados. Las matrices

resultantes para la geometría 1 se pueden observar en la Figura 4.30. Tal como en el caso anterior  $A_{1Xdot}$  es aproximadamente constante,  $C_{1Xdot}$  es aproximadamente cero con un promedio de  $(0.1 \pm 0.05)mm$ . Y  $B_{1Xdot}$  varía con la posición en  $x$ .

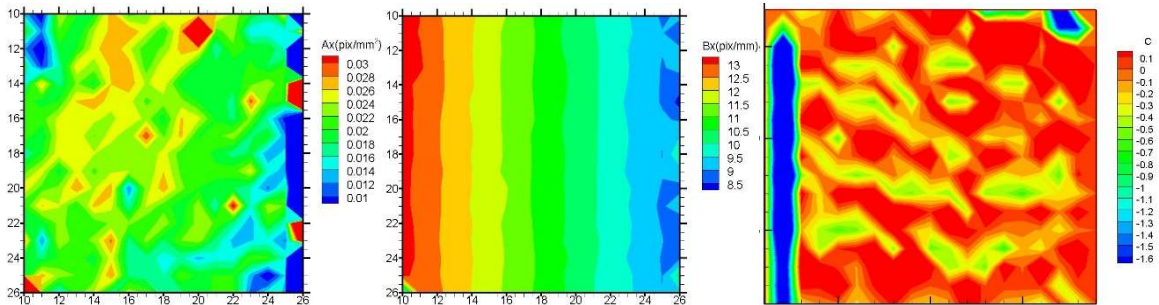


Figura 4.30. Matrices de calibración para los puntos proyectados.

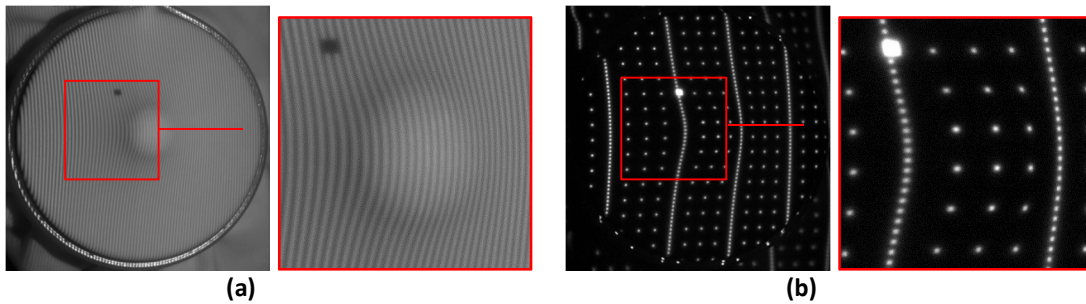
Nuevamente se escoge los valores de  $A_{Xdot}$ ,  $B_{Xdot}$  y  $C_{Xdot}$  de un punto central, con la ecuación del ajuste, usando  $z=1mm$  y la escala que transforma pixeles en milímetros, se halla un desplazamiento del rayo de  $d_x = 0.37mm$ . El cual concuerda con el hallado en la sección anterior con el calibrado de las franjas.

#### 4.5 Medida de una membrana

Como primera prueba se buscó un objeto cuya forma se pueda cambiar de manera sencilla y controlada, y que además vibrase fácilmente. En este caso se utilizó una membrana circular de látex flexible que se deforma empujando desde la parte de atrás con una barra cilíndrica (Figura 4.31a). La barra se mueve por medio de un tornillo micrométrico que permite hacer desplazamientos de forma controlada. La Figura 4.31a muestra la membrana ( $\phi=30mm$ ) capturada con la geometría 1. En el centro de la membrana se observa la sombra que produce la presencia de la barra (anillo central). También se ve el punto de referencia. Un zoom digital muestra en detalle las franjas proyectadas sobre la



membrana. Estas se curvan de forma suave y continua debido a la deformación. Una imagen análoga se observa en la Figura 4.31b con la proyección de puntos. Se muestra un aumento digital de la misma zona, dónde se observa nuevamente cómo se curva la trayectoria de los puntos que pertenecen a la misma columna.

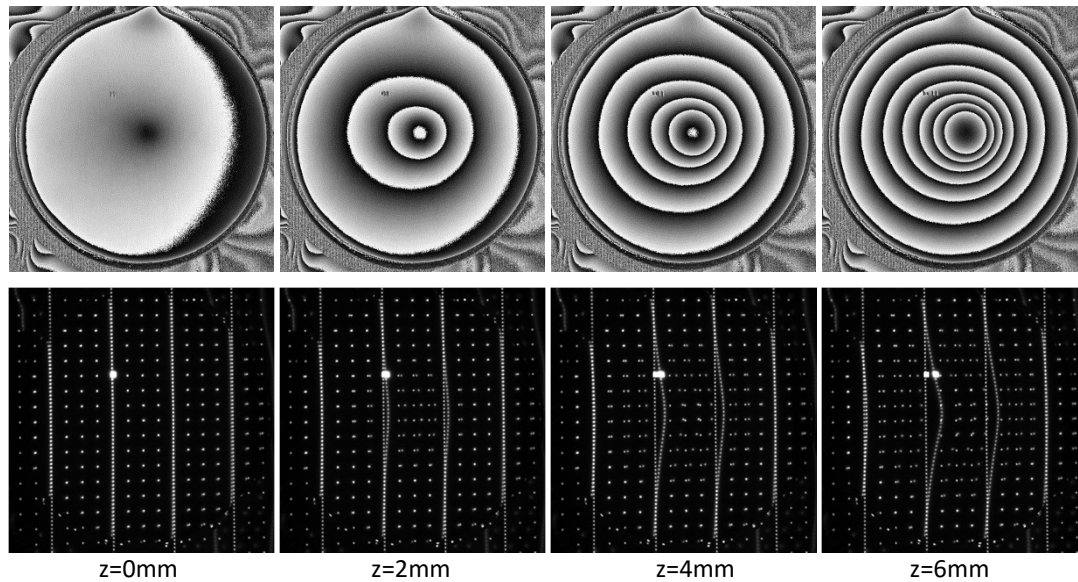


**Figura 4.31** Membrana circular deformada vista con la geometría 1. **(a)** Proyección de franjas. **(b)** Proyección de puntos.

La membrana inicialmente está colocada en el plano de referencia con la varilla en contacto. La varilla se mueve hacia la cámara distancias conocidas  $\Delta z=0.1mm$  por medio de un tornillo micrométrico, y se registran los patrones en cada posición. Los mapas de fase encontrados para cuatro posiciones diferentes de la varilla se muestran en la fila superior de la Figura 4.32. La primera posición se tiene cuando la varilla apenas toca la membrana. Se observa una fase distinta en el centro de la membrana que en el borde, lo que indica una pequeña deformación con respecto al plano de referencia. Cada vez que se deforma la varilla aparecen más franjas lo que indica un mayor desplazamiento.

En la fila inferior de la Figura 4.32 se observan los puntos proyectados para las mismas posiciones que en el caso de las franjas. Sobre estas imágenes se ha superpuesto la imagen de los puntos proyectados en el plano de referencia. Se observa a los puntos desplazarse lateralmente con respecto a los puntos de referencia. El mayor desplazamiento en lateral se encuentra en el centro de la imagen. En los bordes prácticamente no se observa desplazamiento de los puntos, como era de esperar.

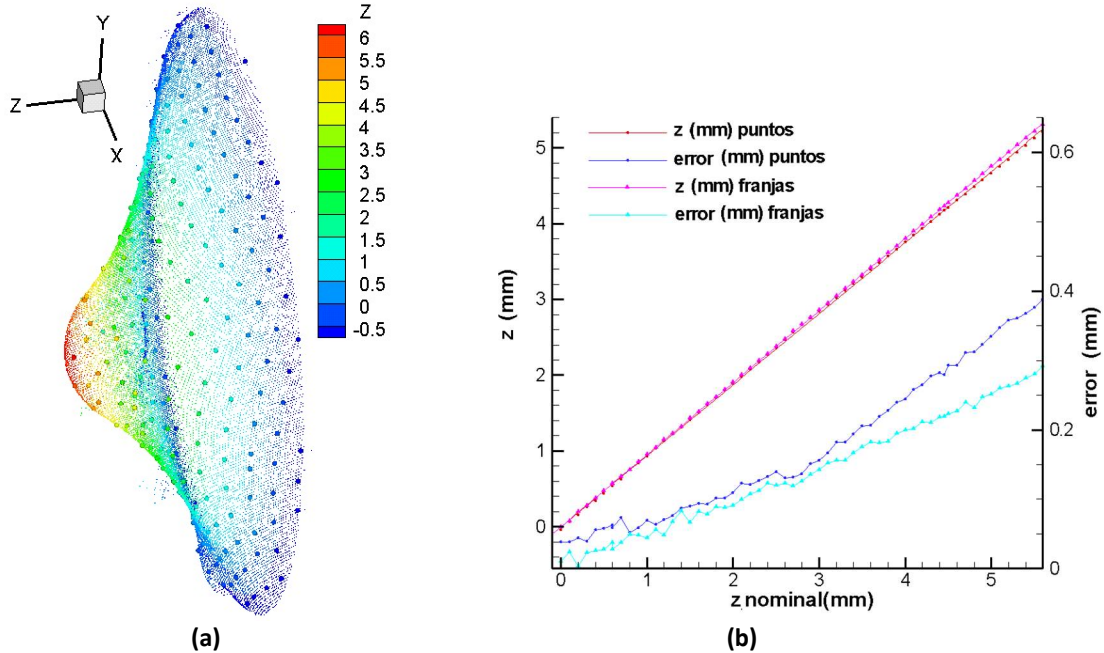




**Figura 4.32** Deformación de una membrana elástica. **(a)** Mapas de fase. **(b)** Desplazamiento de los puntos con respecto a los puntos proyectados en el plano de referencia.

Para calcular la profundidad de la membrana, como primer paso se encuentra el desplazamiento del punto de referencia. A partir de ese valor se halla su posición  $z$  absoluta (ecuación 4.27). Una vez conocida su posición se encuentra su correspondiente número de franja (ecuación 4.24). Este valor servirá para dar el orden absoluto de la fase relativa que se encuentra. Si no hay discontinuidad en el mapa de fase, la forma del objeto se puede obtener directamente del mapa de fase sin necesidad de utilizar la proyección de puntos. No obstante se comprobaron las dos proyecciones.

Ambos resultados se muestran en la Figura 4.33a. Los puntos más pequeños son los obtenidos con la fase, mientras que los puntos más grandes son los obtenidos con la proyección de puntos. Con la fase se tiene claramente una resolución espacial mayor que con la proyección de puntos.



**Figura 4.33 (a)** Reconstrucción 3D de la membrana deformada 6mm en su centro. **(b)** Deformación máxima calculada en cada estado.

Una medida cuantitativa se muestra en la Figura 4.33b, donde se ha representado el desplazamiento máximo de la membrana (punto central en la imagen) en función del desplazamiento de la varilla. Se muestra el resultado obtenido para las franjas y para los puntos. Estas curvas presentan un comportamiento lineal de pendiente 1 como era de esperarse.

Una gráfica del error de la medida con respecto al valor nominal se muestra en las curvas azules de la Figura 4.33b. Como se observa el error tiende a crecer para desplazamientos mayores, es un error sistemático que se va acumulando en cada desplazamiento.

#### 4.5.1 Modo vibración

Se va a estudiar la deformación de la membrana sometida a una oscilación periódica. La vibración de la membrana de látex se consigue por medio de un altavoz. Un generador de funciones produce una onda sinusoidal de frecuencia  $F$ . El altavoz transduce esta señal eléctrica en una señal mecánica y a su

vez en una señal acústica, generando un sonido de la misma frecuencia. Sobre el diafragma del altavoz se adhiere, justo en el centro de la bobina cilíndrica, un bastoncillo rígido con la punta de algodón en contacto con la membrana (Figura 4.34a). Al vibrar el altavoz el bastoncillo se mueve y deformará la membrana. El desplazamiento del bastoncillo, y a su vez de la membrana, se controla cambiando la amplitud  $A$  de la señal sinusoidal. Con una amplitud  $A=100mV$  se producen desplazamientos suficientemente grandes como para medirlos con nuestro sistema.

Para las medidas necesitamos proyectar y capturar 5 imágenes (4 franjas más la malla de puntos). Para un objeto que vibra se aprovecha el hecho de que, su movimiento se repite de forma oscilatoria, para capturar las imágenes. La proyección y la captura de todos los 5 patrón de luz se tienen que hacer en el mismo punto del ciclo de vibración. Por lo tanto debe haber una sincronización entre el proyector y la cámara con la frecuencia de vibración. Es por esto que es necesario conocer la frecuencia de vibración del objeto

Un micrófono captura la señal acústica de la vibración. Se utiliza un micrófono en el caso en que no se conozca la frecuencia exacta de vibración, como sucede cuando vibran las cuerdas vocales. El micrófono detectará una señal que, tras un filtrado, se encuentra la frecuencia fundamental de vibración. Este análisis lo hace un instrumento virtual que, una vez conocida la frecuencia de vibración, se encarga de enviar una señal de sincronización a la cámara para indicar cuando debe capturar la imagen. La cámara captura imágenes justo en el punto del ciclo que se desea (por ejemplo en la flechas rojas de la figura 4.34b). La señal de sincronización se puede ajustar para capturar cualquier punto del ciclo que se desee.

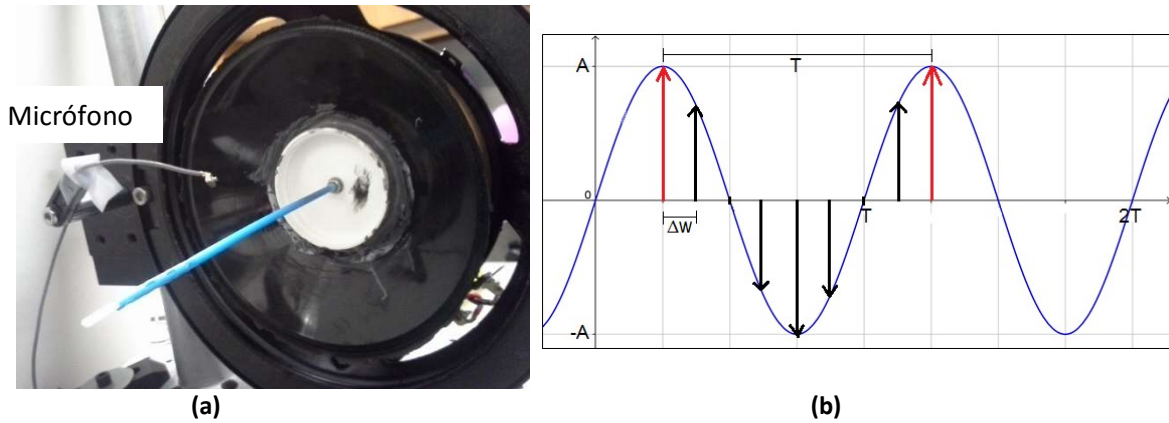


Figura 4.34 (a) Altavoz que deforma la membrana a una frecuencia determinada. (b) Ciclo de adquisición.

En los experimentos se puso a vibrar la membrana con un ciclo de vibración similar al de las cuerdas vocales, de  $T_1=20ms$  ( $F_1=50Hz$ ) y de  $T_2=10ms$  ( $F_2=100Hz$ ). La captura de  $N$  puntos en el ciclo requiere tomarlos cada  $\Delta w=T/N$ . Si  $N=20$  se tiene  $\Delta w=1ms$  para  $50Hz$  y  $\Delta w=0.5ms$  para  $100Hz$ . Para un tiempo de exposición de  $1ms$  se usa una apertura de  $f/2.8$ . La Figura 4.35 muestra la fase obtenida en tres puntos distintos del ciclo. Cualitativamente se observa que para una amplitud mayor el desplazamiento (número de franjas) es mayor.

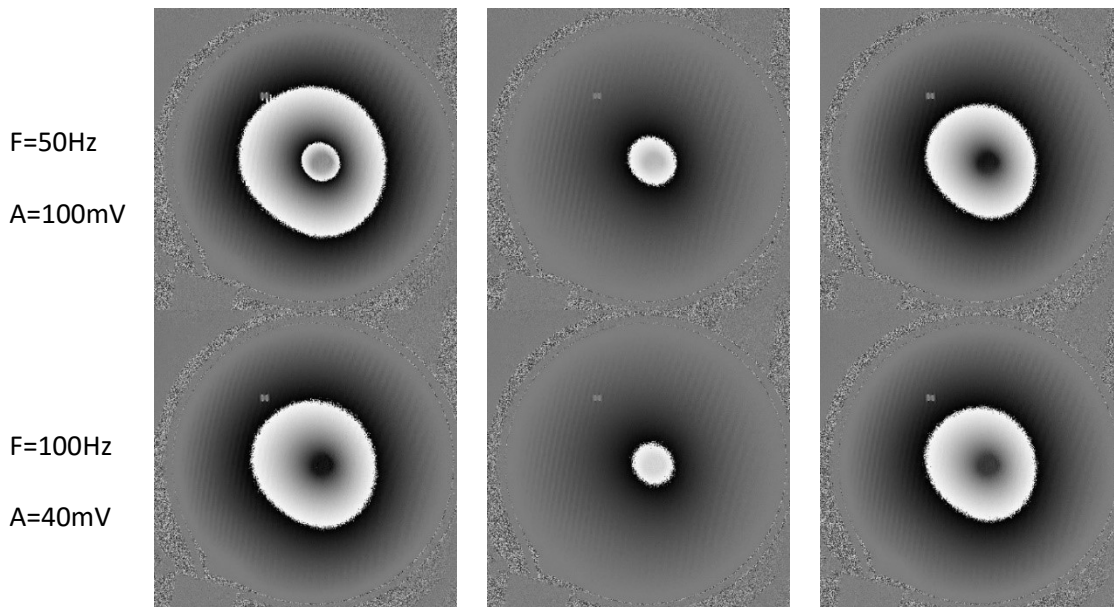


Figura 4.35. Deformación de la membrana en tres ciclos distintos  $t$  y para dos frecuencias diferentes  $F$ .

Una medida de la fase de una línea horizontal sobre la imagen se muestra en la Figura 4.36, donde se ha dibujado la fase de diferentes puntos del ciclo. Se observa cómo se va deformando la membrana a medida que el bastoncillo la empuja. La deformación del centro tiene una forma plana, indicando la punta rectangular del bastoncillo. Después de alcanzar el máximo ( $t_3$  en la Figura 4.36a), la deformación comienza a disminuir, pasa por el cero (membrana completamente plana) y tiene a irse hacia el bastoncillo ( $t_5$  en la Figura 4.36a), debido a su elasticidad. Una medida de la fase en el punto central de la membrana para varios puntos del ciclo se muestra en la Figura 4.36b. Donde se observa el ciclo oscilatorio de la membrana.

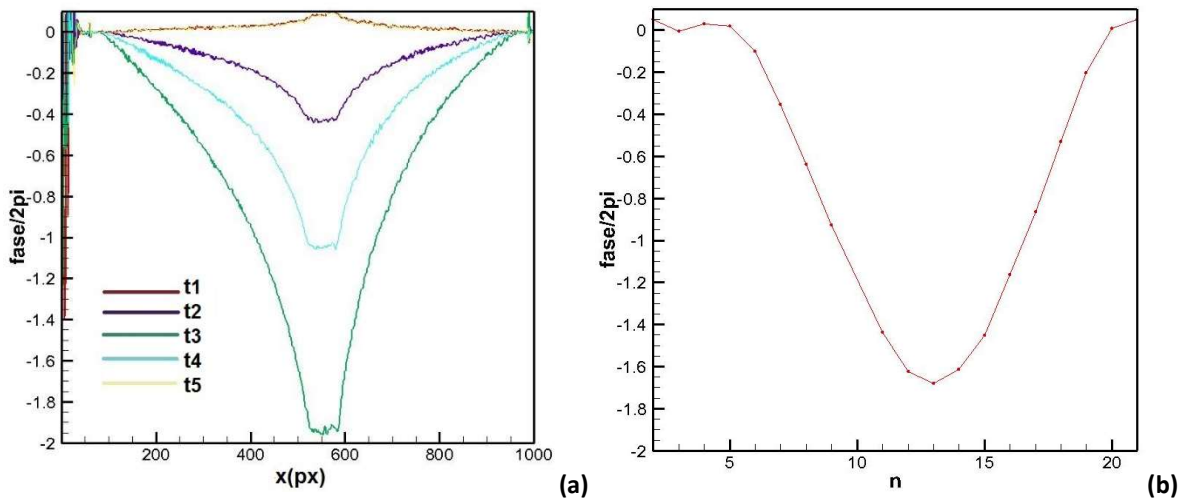
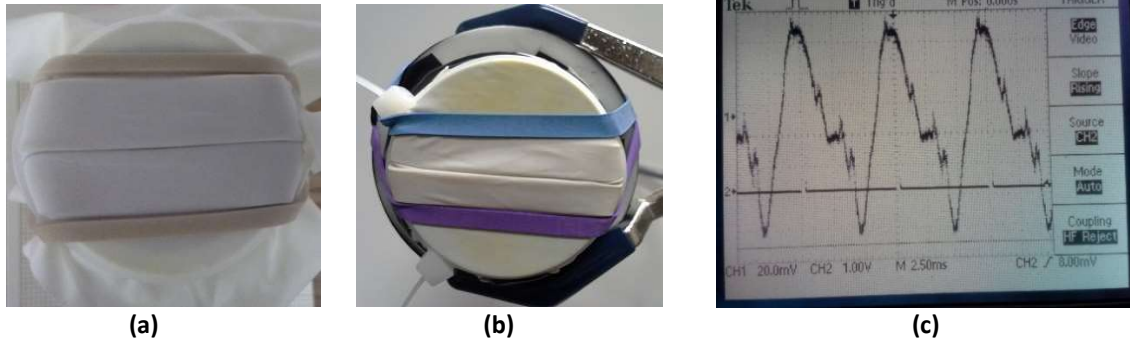


Figura 4.36. Oscilación  $F=50\text{Hz}$ ,  $A=100\text{mV}$ . (a) Perfil de fase para  $y=500\text{px}$ . (b) Fase del punto central de la imagen.

## 4.6 Medida de un modelo de cuerda vocal

Un modelo sencillo de cuerdas vocales consiste en tensar dos bandas elásticas una al lado de la otra. Cada banda se recubre con látex y se tensa nuevamente. Una salida de aire continuo se ubica detrás del modelo. Al pasar el aire por entre las cuerdas, éstas vibran produciendo sonido. La Figura 4.37 muestra los modelos que construimos, cada uno con diferentes diámetros. El modelo *a* tiene un diámetro de 30mm mientras que el modelo *b* tiene un diámetro de 50mm.

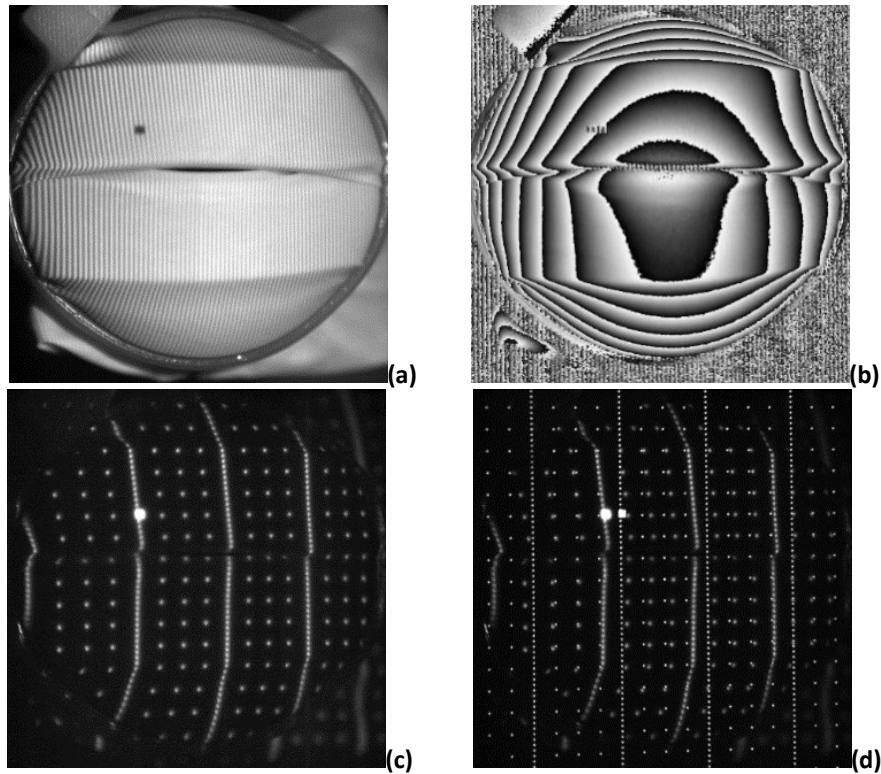


**Figura 4.37 (a)(b)** Modelos de cuerda vocal construido con bandas elásticas que al vibrar debido al paso del aire producen sonido. **(c)** Medida de la señal acústica de las cuerdas vibrando.

Las medidas de un objeto que vibra se hacen de la misma forma que se explicó en el caso anterior, sincronizando las capturas con el punto del ciclo a evaluar. Tras el paso del aire se produce un sonido que se captura con el micrófono (Figura 4.37c). Cada modelo, al ser de distinto tamaño producen sonidos con frecuencias distintas. Para el modelo *a* se encuentra una frecuencia de 360Hz ( $T=2.77ms$ ) y para el modelo *b* una frecuencia de 135Hz ( $T=7.4ms$ ).

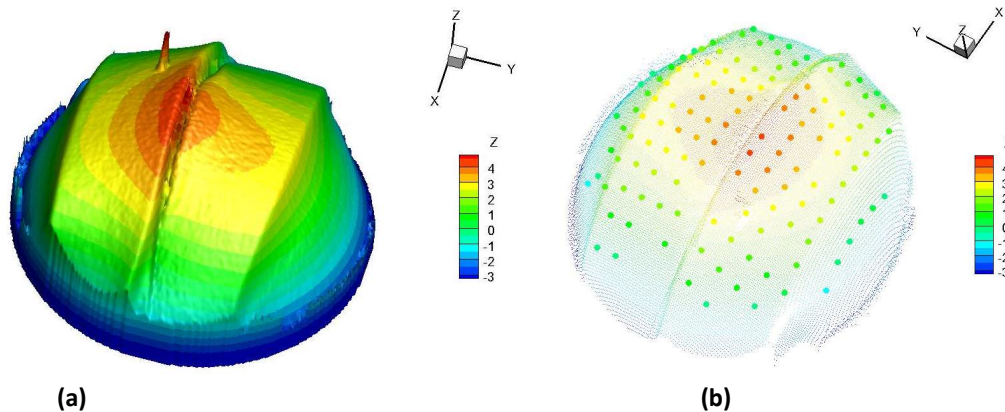
La Figura 4.38 muestra la membrana *a* abierta debido al paso del aire. En la imagen se observa un agujero entre las cuerdas. El mapa de fase resultante se muestra en la Figura 4.38b donde se observa que las franjas se parten en la interfaz de las dos cuerdas. Los puntos proyectados también se observan en la Figura 4.38c. Al superponer la imagen de los puntos sobre la membrana y los puntos de referencia, se observa que los puntos se han desplazado, y que este desplazamiento varía sobre la imagen.





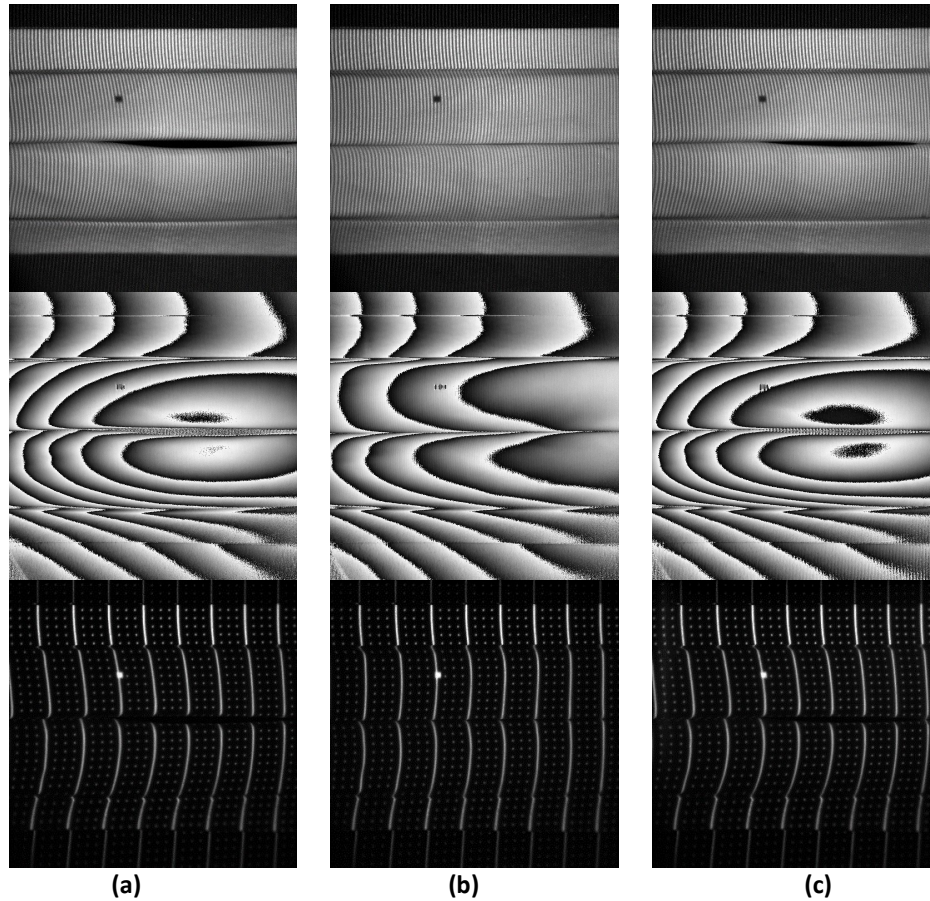
**Figura 4.38** Membrana vibrando. **(a)** Proyección de franjas. **(b)** Mapa de fase. **(c)** Proyección de puntos. **(d)** Superposición de puntos de referencia y puntos sobre la membrana.

La Figura 4.39 muestra la forma de la membrana hallada a partir de las franjas y de los puntos. Se observa como una de las bandas se eleva más que la otra, algo que era imposible de observar a partir de la fotografía. La altura máxima encontrada con respecto al plano de referencia es de  $4mm$ . Los resultados obtenidos con las franjas son similares a los obtenidos con los puntos.



**Figura 4.39** Medida de forma de la membrana vibrando. **(a)** Usando las franjas. **(b)** Usando los puntos.

En el caso de la membrana de mayor diámetro, en la Figura 4.40 se muestran los resultados para tres puntos del ciclo ( $t=0$ , 2.8ms, 5.6ms). En la fotografía se distinguen cuatro bandas, las bandas de los extremos superior e inferior, que permanecen estáticas, mientras que las dos bandas centrales son las que vibran. En la figura se observa cómo las franjas en las bandas estáticas son iguales, mientras que en las bandas que vibran son diferentes en cada instante de tiempo.



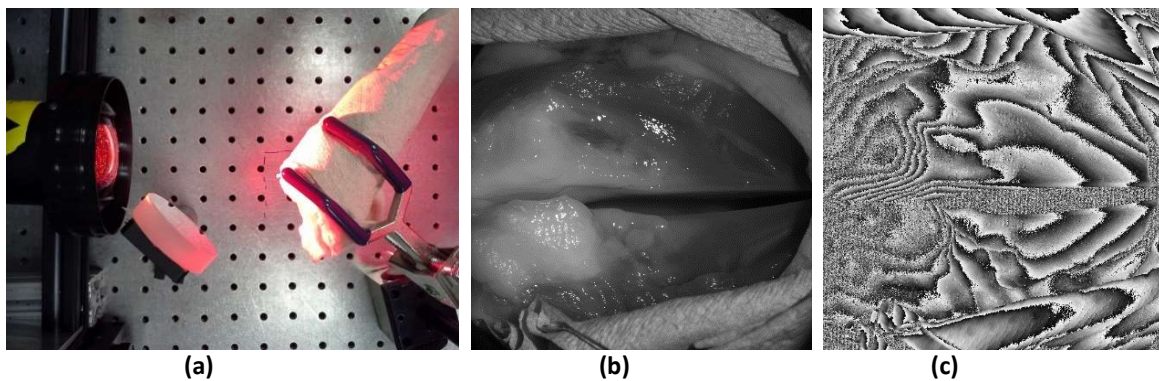
**Figura 4.40.** Tres puntos del ciclo de vibración de la membrana. **(a)**  $t=0$ , **(b)**  $t=2.8\text{ms}$  y **(c)**  $t=5.6\text{ms}$ . Fila superior: proyección de franjas. Fila de la mitad: mapas de fase. Fila inferior: proyección de puntos.

## 4.7 Medida de las cuerdas vocales

En los casos anteriores se trabajó con un material que reflejaba muy bien la luz, por lo tanto las franjas estaban muy bien contrastadas. En el caso de una laringe se evalúa inicialmente qué sucede con



los mapas de fase al evaluar material biológico. La Figura 4.41a muestra parte del montaje experimental con la laringe. Se sujeta la laringe con unas pinzas que la mantienen fija y además generan presión sobre las cuerdas. Se coloca de tal forma que las cuerdas queden en lo posible paralelas al plano de referencia, aunque en la figura el órgano aparece inclinado. Lo que captura la cámara iluminando con luz blanca se muestra en la Figura 4.41b, la primera observación que se hace son algunos reflejos aleatorios de luz, estos pueden venir de la propiedad del tejido o de zonas húmedas, la laringe tiene que estar húmeda para facilitar su vibración.

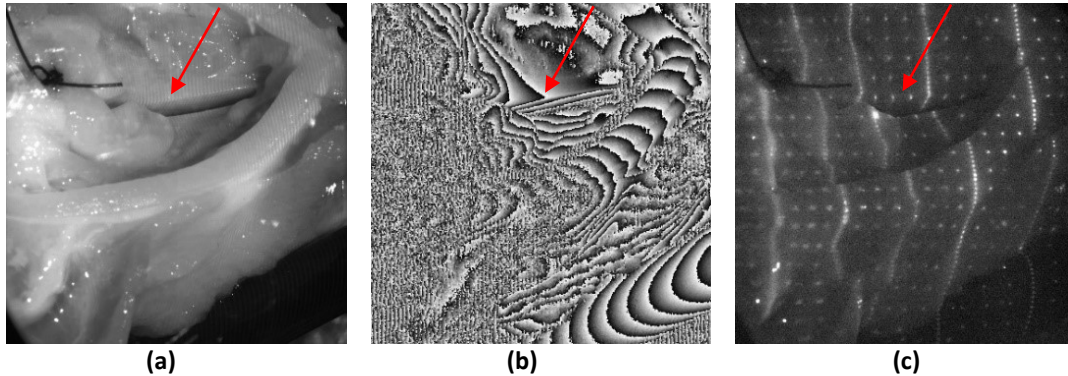


**Figura 4.41 (a)** Fotografía del montaje experimental con la laringe de cerdo. **(b)** Laringe de cerdo vista con la geometría 1. **(c)** Mapa de fase.

Un mapa de fase de las cuerdas se muestra en la Figura 4.41c, este mapa muestra franjas de diferentes formas y resolución. Las cuerdas y la supraglotis (tejido más blanco en la Figura 4.41b) están situadas a diferente profundidad. La distancia entre ambas es tal que las franjas no alcanzaban a enfocarse simultáneamente en ambas regiones. De allí es la diferencia de resolución en ambas regiones. Como la parte que nos interesa son las cuerdas, por lo tanto se procura enfocar las franjas en esta región.

Como se observa en la Figura 4.41c, entre las cuerdas no hay datos solo ruido. Esta región tiene un gran interés médico. Por eso se evalúa una orientación diferente de la laringe, con el fin de poder observar la pared interior de las cuerdas. La Figura 4.42 muestra esta nueva posición, donde se alcanza a

observar parte de la pared interna. En el mapa de fase (Figura 4.43b) se ven franjas en esta región (señaladas con una flecha roja) al igual que algunos puntos (Figura 4.43c). Lo que permitiría obtener datos en la región de interés.



**Figura 4.42.** (a) Imagen de la laringe con una orientación distinta. (b) Mapa de fase. (c) Proyección de puntos.

La Figura 4.43 muestra el efecto de cambiar la apertura en el mapa de fase. Cuanto más cerrada esté la apertura del sistema óptico, la profundidad de enfoque aumenta, consiguiendo mayor zona enfocada. Sin embargo la cantidad de luz disminuye, por lo que habría que aumentar el tiempo de exposición. Pero el tiempo no puede ser demasiado largo ya que se está evaluando un objeto en movimiento.

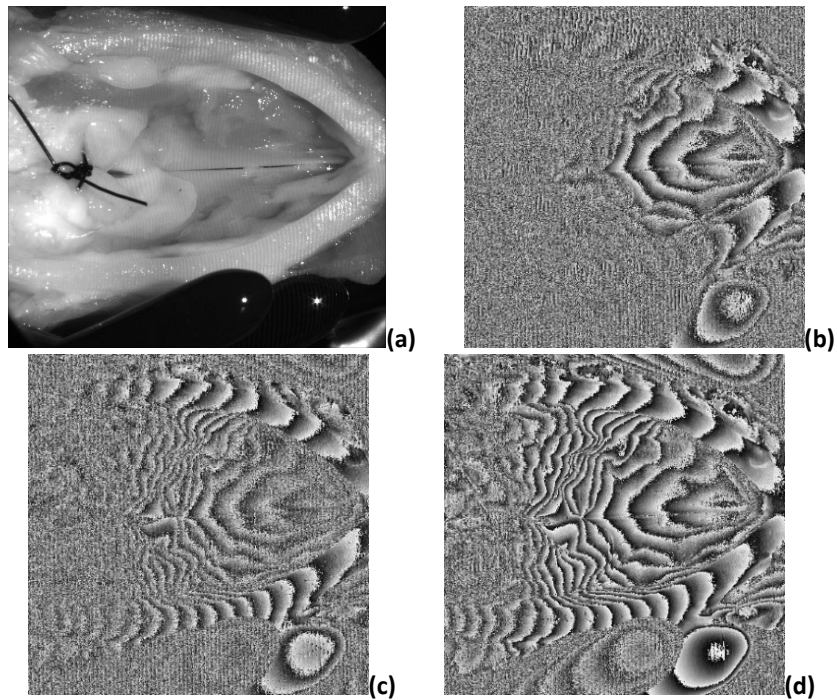


Figura 4.43 Efecto de la apertura en las franjas. (a) Objeto. (b) f/2.8 (c) f/16 (d) f/32.

La Figura 4.44 muestra la reconstrucción de la laringe a partir del mapa de fase que se muestra en la Figura 4.43d. Como se puede observar la laringe está completamente cerrada, lo que hace que las franjas tengan continuidad cuando pasan de una cuerda a la otra, y no siendo este un problema al momento de la reconstrucción. Incluso se alcanza a medir el soporte que sujetaba la laringe.

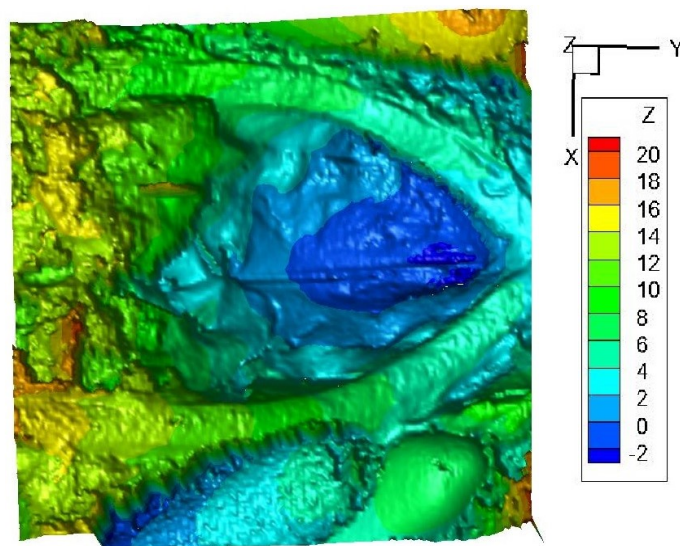


Figura 4.44 Mapa de profundidad de la laringe de la figura 4.45 hallada a partir del mapa de fase de la figura 4.45c.

Para hacer vibrar las cuerdas vocales del cerdo in vitro se utiliza aire húmedo y caliente que se envía a través de la laringe. Para el caso de este tejido, se necesita un tiempo de exposición mayor que en el caso de los ejemplos anteriores, con el fin de capturar más luz y tener las franjas mejor contrastadas. Pero al aumentar la apertura, la profundidad de enfoque disminuye y solo se ve una porción de las cuerdas, con lo cual no es posible resolver toda la imagen.

## **4.9 Conclusiones**

El objetivo de este capítulo es el desarrollo de una técnica óptica novedosa para la medida de formas para su aplicación a un sistema biomédico concreto: las cuerdas vocales, donde lo interesante es que es un sistema que realiza un movimiento en el espacio rápido y complejo.

Se ha desarrollado una técnica de proyección de luz estructurada en la que se ha propuesto una combinación novedosa de proyección de franjas y de puntos espaciados regularmente. De esta forma, la información adicional discreta pero absoluta, que proporcionan los puntos se utiliza para convertir las medidas de la altura del objeto, de alta resolución pero relativas, en medidas absolutas incluso en objetos con discontinuidades como la cuerdas vocales.

Se ha desarrollado un sistema de calibrado que permite la reconstrucción de la forma del objeto a partir de la deformación producida en los patrones (puntos y franjas) proyectados.

Se ha validado la técnica desarrollada midiendo la forma de una membrana y de un modelo de cuerdas vocales tanto en reposo como en vibración.

Se ha demostrado la aplicabilidad de la técnica para la medida en un tejido animal, en particular se ha medido la forma de las cuerdas vocales de un cerdo.

Todas estas medidas demuestran que sería posible diseñar un endoscopio que utilice esta técnica para evaluar la fisiología de las cuerdas vocales y ayude al especialista en el diagnóstico de sus enfermedades.

## Referencias

- [1] Frank Chen, Gordon M. Brown and Mumin Song, «Overview of three-dimensional shape measurement using optical methods,» *Opt. Eng.*, vol. 39, nº 1, pp. 10-22, 2000.
- [2] R. Hartley and A. Zisserman, *Multiple view geometry in computer vision*, Cambridge Univ Press, 2000.
- [3] E. Mouaddib, J. Batllea and J. Salvia, «Recent Progress in Structured Light in order to Solve the Correspondence Problem in Stereovision,» *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 130-136, 1997.
- [4] Jason Geng, «Structured-light 3D surface imaging: a tutorial,» *Advances in Optics and Photonics*, vol. 3, pp. 128-160, 2011.
- [5] Joaquim Salvi, Jordi Pages and Joan Batlle, «Pattern codification strategies in structured light systems,» *Pattern Recognition*, vol. 37, pp. 827-849, 2004.
- [6] Flores, E., Flánega, M., Rico, B., Adaro, L., & Cattaneo, G., «Comparación anatómica de laringe de cerdos con laringe humana,» *Avances en Ciencias Veterinarias*, vol. 23, nº 1-2, pp. 54-59, 2008.
- [7] Rosa Hernández Sandemetro, Pilar Nieto Curiel, José Dalmau Galofre, Marta Forcada Barona, «¿Qué nos aporta la estroboscopia en el diagnóstico de los trastornos de la voz?,» *Acta Otorrinolaringológica Española*, vol. 61, nº 2, pp. 145-148, 2010.
- [8] Jörg Lohscheller, Ulrich Eysholdt, Hikmet Toy, and Michael Döllinger, «Phonovibrography: Mapping High-Speed Movies of Vocal Fold Vibrations Into 2-D Diagrams for Visualizing and Analyzing the Underlying Laryngeal Dynamics,» *IEEE TRANSACTIONS ON MEDICAL IMAGING*, vol. 27, nº 3, pp. 300-309, 2008.
- [9] Abie H. Mendelsohn, Marc Remacle, Mark S. Courey, Friedrich Gerhard, Gregory N. Postma, «The Diagnostic Role of High-Speed Vocal Fold Vibratory Imaging,» *Journal of Voice*, vol. 27, nº 5, pp. 627-631, 2013.
- [10] Kjell J. Gasvik, *Optical Metrology*, 3rd Edition, Wiley, 2002.
- [11] Posdamer, J. L., & Altschuler, M. D., «Surface measurement by space-encoded projected beam systems,» *Computer graphics and image processing*, vol. 18, nº 1, pp. 1-17, 1982.
- [12] Ronald J. Adrian, «Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics,» *Annu. Rev. Fluid*

*Mech.*, vol. 23, pp. 261-304, 1991.

[13] Song Zhang and Pelsen S. Huang, «Novel method for structured light system calibration,» *Optical Engineering*, vol. 45, nº 8, pp. 083601-1 - 083601-8, 2006.

[14] Hongwei Guo, Haitao He, Yingjie Yu and Mingyi Chen, «Least-squares calibration method for fringe projection profilometry,» *Optical Engineering*, vol. 44, nº 3, p. 033603, 2005.



## Lista de publicaciones

Los resultados de este trabajo doctoral se han presentado en los siguientes artículos y congresos científicos:

### Artículos

- Laura Arévalo, Virginia Palero, Julia Lobera, Nieves Andrés, Pilar Arroyo. "Combining endoscopes with PIV and digital holography for the study of vessel model mechanics". *Meas. Sci. & Tech.* 26, 115701 (2015).
- Tian Tang, Nick Morris, Jeremy Coupland, Laura Arevalo. "Cavitation Bubble Measurement in Tribological Contacts Using Digital Holographic Microscopy". *Tribology Letters* 58(1), 1-10 (2015).
- L. Arévalo, E. Roche, V. Palero, N. Andrés, J. Lobera, M.A. Martínez, M.P. Arroyo. "Endoscopic metrology for cardiovascular flows studies". *Proc. of SPIE Vol. 9204 920403-1* (2014).
- N. Andrés, L. Arévalo, J. A. Lorda, V. Palero, J. Lobera, M.P. Arroyo. "Dynamic shape measurements of rough surface with a two wavelength method". *Proc. of SPIE Vol. 9204 92040B-1*(2014).
- L. Arévalo, E. Roche, V. Palero, M. A. Martínez, M. P. Arroyo. "PIV and digital holography for measuring blood flows and vessel wall dynamics". *Proc. of SPIE Vol. 8785 8785CY-1* (2013).
- Laura Arévalo, Virginia Palero, Julia Lobera, M. Pilar Arroyo. "Endoscopic digital holography for measuring flows in opaque vessels". *Proc. of SPIE Vol. 8413 84131B-1*(2012).



## Conferencias

- 
- Autores: L. Arévalo, V. Palero, N. Andrés, J. Lobera, M.P. Arroyo  
Título: Endoscopic metrology for cardiovascular flows studies.  
Congreso: VI International Conference on Speckle Metrology.  
Lugar: Guanajuato, México. Fecha: 24-26 Agosto, 2015
- 
- Autores: L. Arévalo, E. Roche, V. Palero, N. Andrés, J. Lobera, M.A. Martínez, M.P. Arroyo.  
Título: Endoscopic metrology for cardiovascular flows studies.  
Congreso: Interferometry XVII: Advanced Applications.  
Lugar: San Diego, USA. Fecha: 18-20 Agosto, 2014
- 
- Autores: N. Andrés, L. Arévalo, J. A. Lorda, V. Palero, J. Lobera, M.P. Arroyo.  
Título: Dynamic shape measurements of rough surface with a two wavelength method.  
Congreso: Interferometry XVII: Advanced Applications.  
Lugar: San Diego, USA Fecha: 18-20 Agosto, 2014
- 
- Autores: L. Arévalo, E. Roche, V. Palero, M.A. Martínez, M.P. Arroyo  
Título: Endoscopic High Speed PIV and Digital Holography for vessel dynamics characterization.  
Congreso: 7th World Congress of Biomechanics.  
Lugar: Boston, USA Fecha: 6-11 Julio, 2014
- 
- Autores: Tian Tang, L. Arévalo, Jeremy Coupland.  
Título: Measurement of Cavitation in a Sliding Bearing using Digital Holography.  
Congreso: 4th Micro and Nano Flows Conference.  
Lugar: Londres, Reino Unido. Fecha: 7-10 Septiembre, 2014.
- 
- Autores: L. Arévalo, E. Roche, V. Palero, N. Andrés, J. Lobera, J. A. Lorda, R. Martínez, M.P. Arroyo.  
Título: Aplicaciones biomédicas de la holografía digital y del PIV.  
Congreso: VII Seminario Internacional de Ingeniería Biomédica.  
Lugar: Bogotá, Colombia. Fecha: 2-4 Abril, 2014.
- 
- Autores: Jeremy Coupland, L. Arévalo, Tian Tang.  
Título: Holographic Measurement of Cavitation in Sliding Bearings.  
Tipo de participación: Presentación tipo oral  
Congreso: COST Action MP1106: Smart and green interfaces- from single bubbles and drops to industrial, environmental and biomedical applications.  
Lugar: Zaragoza, España. Fecha: 3-4 Octubre, 2013
- 
- Autores: L. Arévalo, E. Roche, V. Palero, M. A. Martínez, M. P. Arroyo  
Título: PIV and digital holography for measuring blood flows and vessel wall dynamics.  
Tipo de participación: Presentación tipo oral  
Congreso: VIII Reunión Iberoamericana de Óptica 2013 RIAO.  
Lugar: Oporto, Portugal. Fecha: 22-26 Julio, 2013
- 
- Autores: L. Arévalo, V. Palero, M. P. Arroyo  
Título: Holografía digital endoscópica para el estudio de la dinámica de sistemas cardiovasculares.  
Tipo de participación: Presentación tipo oral  
Congreso: II Encuentro de Jóvenes Investigadores del I3A.  
Lugar: Zaragoza, España. Fecha: 22-26 Mayo, 2013
-

---

Autores: L. Arévalo, V. Palero, J. Lobera, M. P. Arroyo

Título: Endoscopic digital holography for measuring flows in opaque vessels.

Tipo de participación: Presentación tipo oral

Congreso: V International Conference on Speckle Metrology.

Lugar: Vigo, España.

Fecha: 10-12 Septiembre, 2012

---

Autores: Laura Arévalo, Virginia Palero, Julia Lobera, M. Pilar Arroyo.

Título: Holografía digital endoscópica para el estudio combinado de flujos y deformaciones de conductos opacos.

Tipo de participación: Presentación tipo oral.

Congreso: X Reunión Nacional de Óptica.

Lugar: Zaragoza, España.

Fecha: 4-7 Septiembre, 2012

---

Autores: V. Palero, E. Roche, L. Arévalo, M. Nicolás, M. Malvè, M.A. Martínez, M.P. Arroyo.

Título: Analysis of vascular flows with optical techniques.

Tipo de participación: Presentación tipo poster.

Congreso: 15th International Symposium on Flow Visualization.

Lugar: Minsk, Bielorrusia.

Fecha: 25-28 Junio, 2012

---

## **Premios**

- Mejor presentación oral en la conferencia “V International Conference on Speckle Metrology”.
- Mejor poster en la conferencia “15th International Symposium on Flow Visualization”.