

Facultad de Educación

Universidad de Zaragoza

Grado en Magisterio en Educación Primaria

Trabajo Fin de Grado

INTEGRACIÓN DE GEOGEBRA EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS FIGURAS PLANAS EN 1º DE PRIMARIA

Autor: BELÉN GUERERO BELLOC

Director: ALBERTO ARNAL BAILERA

Junio de 2015



Universidad
Zaragoza

RESUMEN

En este Trabajo de Fin de Grado exponemos nuestra experiencia en la realización, experimentación y evaluación de una secuencia didáctica creada con GeoGebra adaptada a niños de primer curso de Educación Primaria con el objetivo de incluir esta herramienta como un recurso para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría. El diseño de la secuencia se realizó teniendo en cuenta el estudio previo de diversos autores, los recursos existentes acerca de Programas de Geometría Dinámica (PGD), el currículum de Primaria y los alumnos del aula concreta del colegio CEIP Miraflores (Zaragoza) con la que se realizó la experimentación. Durante la realización de esta experiencia se tomaron datos mediante diversos instrumentos para realizar un posterior análisis y evaluación de la misma, concluyendo que GeoGebra es una herramienta útil y accesible en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en 1º de Primaria. Concretamente se diseñan actividades matemáticamente ricas que promueven una iniciación al razonamiento geométrico. Señalando también que, como toda herramienta, tiene limitaciones en el uso didáctico, por lo que hace que la complementación con otros materiales sea un primer paso para una educación global y significativa de la Geometría. Tras la experimentación y para cerrar el trabajo, exponemos una segunda secuencia mejorada y las conclusiones obtenidas durante el trabajo.

Conceptos clave: Educación Primaria, Geometría, GeoGebra, estereotipos, polígonos.

ABSTRACT

This dissertation shows our experience in the construction, implementation and evaluation of a didactic sequence created with GeoGebra and adapted to children who are in their first year of Primary Education, in order to include this tool as a teaching and learning resource in terms of Geometry. The design of this didactic sequence was made taking into account some previous studies from different authors, the resources about Dynamic Geometry Environment (DGE), the Primary curriculum and the students from a specific classroom at Miraflores Primary School (Zaragoza), in which the implementation took place. During the conduction of this experience the information was taken through several tools, for a further assessment of these data, concluding that

GeoGebra is a useful and accessible tool in the teaching and learning process of first year of Primary Education children in Mathematics. Specifically, mathematically rich activities that promote an introduction to geometric reasoning are designed. Pointing too, that as every tool, it has some limitations in the didactic use, but that the supplementation of this tool with other materials makes one step forward in order to achieve a global and meaningful Geometry education. After the implementation and as closure of this dissertation we propose a second and improved sequence and the conclusions obtained during this dissertation.

Key concepts: Primary Education, Geometry, GeoGebra, stereotypes, polygons.

ÍNDICE

TRABAJO DE FIN DE GRADO	Página
CAPÍTULO 0	4
<hr/>	
CAPÍTULO 1	8
<hr/>	
1.1 Análisis de la situación actual de la enseñanza de la Geometría en EP.	8
1.2 Modelo e Van Hiele	10
1.3 Nuevas metodologías	12
1.4 Geometría dinámica	15
CAPÍTULO 2	20
<hr/>	
CAPÍTULO 3	29
<hr/>	
3.1 Contextualización y diseño de las sesiones	29
3.2 Experimentación y evaluación de las sesiones desarrolladas.	49
3.3 Secuencia didáctica construida a partir de la experimentación.	66
CAPÍTULO 4	74
<hr/>	
BIBLIOGRAFÍA	83
ANEXOS	85

CAPÍTULO 0

Este TFG trata sobre la utilización de la Geometría Dinámica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Geometría en 1º de Educación Primaria, concretamente mediante la utilización del programa GeoGebra.

En este capítulo realizaremos una introducción al trabajo. Comenzaremos viendo las competencias del grado a las que responde dicho trabajo, siendo contribuir a su logro la meta a alcanzar durante todo el documento. Estas competencias han sido extraídas del enlace web de la página oficial de las Titilaciones ofertadas en la facultad de de Educación (<http://titulaciones.unizar.es/maestro-ed-primaria/queseaprende.html>). De la misma manera, atenderemos al contexto de la experimentación y a los objetivos generales del TFG.

Competencias generales:

(CG 11) Conocer y aplicar en las aulas las tecnologías de la información y de la comunicación como valor añadido a las actividades de enseñanza-aprendizaje guiado y autónomo. Discernir selectivamente la información audiovisual que contribuya a los aprendizajes, a la formación cívica y a la riqueza cultural.

Competencias transversales:

(CT 1) Integrar las competencias de las diferentes materias, para orientar el Trabajo de Fin de Grado y poder aplicar los conocimientos a la práctica profesional.

(CT 9). Utilizar y aplicar las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), para aprender, comunicarse y compartir conocimientos en diferentes contextos.

(CT 13). Investigar sobre la propia práctica, introduciendo propuestas de innovación encaminadas a la mejora y generando ideas nuevas.

Competencias específicas:

(CE 17) Conocer y aplicar experiencias innovadoras en educación primaria.

(CE 19) Conocer y aplicar metodologías y técnicas básicas de investigación educativa y ser capaz de diseñar proyectos de innovación identificando indicadores de evaluación.

(CE 39) Conocer el currículo escolar de Matemáticas.

(CE 40) Analizar, razonar y comunicar propuestas para la enseñanza de las Matemáticas.

(CE 43) Desarrollar y evaluar contenidos del currículo de las Matemáticas mediante recursos didácticos apropiados y promover las competencias correspondientes en los estudiantes.

(CE 65) Relacionar teoría y práctica con la realidad del aula y del centro.

(CE 66) Participar en la actividad docente y aprender a saber hacer, actuando y reflexionando desde la práctica.

(CE 71) Saber utilizar las TIC en los ámbitos personal y educativo.

El contexto en el que ha sido realizado y puesto en práctica el trabajo se trata del colegio público CEIP Miraflores, en Zaragoza. En concreto, en un aula de primero de Educación Primaria.

El CEIP Miraflores está ubicado dentro del Parque Miraflores. El colegio está dividido en dos edificios distintos: uno dedicado a 1º y 2º de Educación Infantil y otro donde se imparte toda la Educación Primaria (en adelante EP) y 3º de Educación Infantil. Este centro es un colegio de integración de niños con problemas motóricos, aunque en el desarrollo de nuestro trabajo no es particularmente relevante. Las actividades lectivas se desarrollan a lo largo de 25 horas semanales, de lunes a viernes, en jornada de mañana y tarde: de 9 a 12,30 h y de 15 a 16,30 h . Los niños en EP tienen clases de 1 hora por la mañana y de 45 minutos por la tarde. El colegio posee un aula de informática además de otros espacios como aulas de clase, despachos, servicios, secretaría, etc.

Los aspectos metodológicos por los que se rigen principalmente los docentes de primer ciclo se resumen en un enfoque globalizador e integrador de todas las áreas del currículo, que se concreta en la utilización de un libro globalizado como instrumento principal de aula. El papel activo del alumnado que le ayude a activar sus conocimientos

así como la memorización comprensiva y el desarrollo de las competencias básicas, de tal manera que sea posible la aplicación práctica del conocimiento adquirido y, sobre todo, que los contenidos que se aprendan sean necesarios y útiles.

A continuación, y teniendo en cuenta todo el contexto desarrollado anteriormente, se describen los objetivos específicos para este TFG:

Objetivo 1. Realizar una aproximación a la situación de la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría en Educación Primaria con la ayuda de GeoGebra mediante una revisión de la bibliografía de investigación educativa referida a dicho tópico.

Este objetivo hace referencia a la realización de una revisión teórica para dar lugar a un informe que refleje el estado de la cuestión estudiada. Dicha revisión se basará en unos artículos referidos a la situación, proyectos e investigaciones de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Geometría, así como una revisión de la situación actual en el currículum de Aragón referido al curso en el que se desarrolla la parte práctica. Este primer objetivo aparece plasmado en el capítulo 1 del trabajo.

Objetivo 2a: Explorar las actividades que la red oferta y que pueden ser apropiadas para su aprovechamiento en los distintos ciclos de Educación Primaria.

En el este segundo objetivo nos planeamos además de una revisión teórica, una indagación de las publicaciones prácticas que han desarrollado previamente otras personas y que han sido colgadas en la red. También implica una búsqueda crítica, seleccionando aquellas actividades adecuadas para la edad propuesta por los autores y con un nivel de significación alto para nuestras aulas de Primaria.

Objetivo 2b: Diseñar actividades propias que complementen lo que la red ofrece.

Lo que este objetivo nos propone es crear actividades que sirvan para implementar, completar o mejorar los recursos previamente encontrados en la red. Los objetivos 2a y 2b se encuentran en el capítulo 2.

Objetivo 3. Diseño, experimentación y evaluación de unas sesiones con GeoGebra en el aula de Educación Primaria para contextualizar en la práctica lo conocido a través de la teoría.

Este objetivo hace referencia a la parte más práctica del TFG consistente en la realización de unas actividades ajustadas al contexto de nuestro grupo clase y sirviéndonos de todo lo estudiado en los capítulos 1 y 2, para llevarlas a cabo en la práctica en la medida de lo posible y poder, de esta manera, evaluar nuestro propio trabajo gracias a los datos obtenidos en la implementación en el aula. Este objetivo se desarrolla durante el capítulo 3 del trabajo.

Objetivo 4. Extensión de las sesiones con GeoGebra hasta constituir una secuencia didáctica completa.

Este último objetivo del trabajo está relacionado con la posterior ampliación de las actividades propuestas en la práctica una vez evaluado el proceso. Este objetivo también se desarrolla durante el capítulo 3.

El trabajo se divide en capítulos y en subcapítulos para dar contenido a los diferentes objetivos propuestos. Los tres primeros capítulos vienen referidos a dichos objetivos mientras en el cuarto capítulo se establecen las conclusiones obtenidas de los capítulos previos. Así, en el capítulo 0 hemos visto la introducción a este trabajo. En el siguiente, el capítulo 1, recorreremos una serie de autores y publicaciones para dar una argumentación razonada del fin de nuestro trabajo, sirviéndonos para ello de una bibliografía acerca del tema y enmarcando nuestro trabajo en un contexto teórico. Posteriormente en el capítulo 2 investigaremos los recursos que existen en la red, haciendo un intento de clasificar y organizar la información que nos encontremos. El capítulo 3 se centrará en la explicación ampliada de lo que hemos llevado a cabo en el diseño, experimentación y evaluación de nuestra secuencia didáctica. Para finalizar, en el capítulo 4 desarrollaremos las conclusiones obtenidas en los capítulos anteriores.

CAPÍTULO 1

En este capítulo nos adentramos en una aproximación a la situación de la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en Educación Primaria. Para ello, nos serviremos de diferentes artículos escritos por varios autores acerca de estudios prácticos y teóricos llevados a cabo, así como del currículum de Aragón referido a estos contenidos.

1.1. Análisis de la situación actual de la enseñanza de la Geometría en Educación Primaria.

Es notorio que en general, los profesionales de la enseñanza dedicados al campo de las Matemáticas y más concretamente de la Geometría no están satisfechos con los resultados actuales. Por ejemplo, Alsina (2008) realiza una crítica sobre el sistema educativo en relación con contenidos de Geometría, afirma que la educación geométrica va empeorando a medida que se avanza en los niveles educativos. A su vez este autor ve la necesidad de un cambio en el proceso de enseñanza aprendizaje en la escuela y nos anima a realizar esfuerzos mayores que los hechos hasta ahora, para facilitar que una buena enseñanza geométrica se abra camino. También apoyan esta idea Kreis y Dorling (2009) diciendo que los profesores deben modificar sus técnicas de enseñanza, abogando por un camino diferente de pensamiento geométrico. En este mismo sentido encontramos a Bagazgoitia (2006) el cual señala que nos encontramos en una situación en la que esta área de las Matemáticas no se trabajan lo suficiente en las escuelas debido principalmente a sus dificultades intrínsecas, falta de materiales, escasa formación de los profesores y la supremacía de otros contenidos matemáticos. Sin embargo, los primeros conceptos que nuestros alumnos aprenden acerca de la Geometría son muy importantes debido a que pueden evitar errores posteriores (Gutiérrez, 2012). También Sanz (2003) apunta como rasgo negativo de los libros de texto que no se hacen apenas referencias a la actividad manipulativa tridimensional, indicándolo algunos libros como “conveniente” y no como esencial.

1.1.1 Planteamientos del nuevo currículum.

El currículum nos introduce el área de Matemáticas como una ciencia necesaria en la vida cotidiana entendida como el estudio de las propiedades de entes abstractos y sus relaciones. Se inclina por la incidencia en el desarrollo y la aplicación del razonamiento

matemático, así como la capacidad de resolución de problemas frente a antiguas concepciones basadas únicamente en el dominio de algoritmos.

Para alcanzar estos objetivos la LOMCE nos presenta los procesos de resolución de problemas como soporte principal del aprendizaje de toda la etapa, ya que como dice, en la resolución de estos problemas se utilizan muchas de las capacidades básicas que los niños deben adquirir: leer, planificar, establecer estrategias... También nos aconseja que el contexto de los problemas parta de la realidad cercana del niño, para dotarlos de sentido y significado para los alumnos. Por ello se definen entornos de referencia concéntricos al niño: escuela- familia- vida cotidiana. De esta manera, los problemas se le presentaran al niño como un desafío que resolver, así, alimentaran su deseo de conocer y de poner en marcha estrategias nuevas o conocidas, convirtiéndolo en un ser activo en su propio aprendizaje. La idea del papel activo que adquiere el alumno para incrementar la motivación en la enseñanza de estos contenidos también es compartida por Kreis y Dorling (2009) y por Canals (1997).

Más concretamente, el currículum será el documento sobre el que tendremos que dar forma al diseño de nuestras actividades, descritas en el apartado 3.1.2. Correspondiendo a la edad de nuestros sujetos de la experimentación, tendremos que fijarnos en los contenidos y sobre todo criterios de evaluación propuestos para los niños de 1^{er} curso de Educación Primaria. Entre los contenidos, centrándonos ya en el bloque de Geometría nos encontramos con: posiciones relativas de rectas y curvas en el entorno escolar; posiciones y movimientos en relación a sí mismo, utilizando los conceptos de izquierda-derecha, delante-detrás, arriba-abajo, cerca-lejos, próximo-lejano; formas rectangulares, triangulares, cuadrados y formas circulares y reconocimiento de objetos con forma de prisma y esfera. Sobre estos contenidos realizaremos la secuencia didáctica sobre la que recogeremos datos y resultados que plasmaremos más adelante.

Al hilo de este comentario, podemos darnos cuenta de algunas de las incoherencias que presenta el currículum. En la introducción al área de las Matemáticas en Primaria, este documento nos presenta unas las orientaciones sobre la metodología utilizada en la que nos proponen guiar nuestra acción docente en un sentido; pero, por otro lado, la organización alrededor de contenidos y no de procesos de razonamiento nos dan un resultado en las aulas diferente al propuesto en un primer momento. También, los estándares de aprendizaje nos obligan a centrar nuestras actividades en unos contenidos,

alejándonos de la propuesta global y significativa de la propuesta metodológica inicial. Podremos comprobarlo en la descripción del diseño de las actividades creadas en el apartado 3.1.2. De esta manera es posible que entre la proliferación de estándares con los que guiar nuestra evaluación y las pruebas externas a los alumnos que se imponen con la nueva ley pueda surgir un “efecto selectividad” en la etapa de Primaria que reduzca la educación en estos niveles a una consecución de pruebas evaluables.

1.2. Modelo de Van Hiele.

A la hora del diseño en la labor docente es importante saber en qué nivel están nuestros alumnos para saber cómo trabajar y como hacer progresos (Gutiérrez, 2012). En el ámbito de la Geometría no es diferente, por ello en 1957, Van Hiele desarrolló un modelo el cual se ha convertido en el marco teórico predominante, que afirma la existencia de cinco niveles de razonamiento sucesivos en el desarrollo de la capacidad de razonamiento matemático de los estudiantes. El que más nos interesa a nosotros para la consecución de este trabajo es el primer nivel propuesto, sin embargo describimos también los demás para saber cuál es la evolución de aprendizaje. La utilidad de estos niveles en las aulas es doble: valorar el progreso y tener un marco de referencia para organizar nuestras clases.

- *Primer nivel*, se caracteriza por una percepción global de las figuras geométricas basadas en las propiedades que se ven a simple vista, desprovista de sus componentes atributos. Este es el nivel predominante durante la Primaria, por ello los alumnos de nuestra experimentación se encontrarán en esta etapa. En términos generales, una persona que se encuentra en este nivel es capaz de aprender vocabulario geométrico, identificar unas formas especificadas y reproducirlas. En contrapunto, perciben cada figura como un objeto independiente, sin establecer relaciones con otras. Además, usan de manera imprecisa algunas de las propiedades imprecisas para identificar, ordenar, etc. Estas afirmaciones expuestas pueden ser comprobadas en el apartado 3.2 donde podemos observar las respuestas, tanto orales como escritas, de los alumnos de 1º de Primaria ante unos ejercicios de Geometría. En este nivel se pueden desarrollar numerosas actividades, pero en términos generales, el carácter de estas actividades suele ser de reconocimiento, dibujo, clasificación y comparaciones sencillas.

- *Segundo nivel*, los estudiantes reconocen elementos y propiedades matemáticas, y ya poseen capacidad de generalización, También se empiezan a comprender y utilizar las partículas lógicas sencillas. Este nivel empieza a ser introducido en los últimos periodos de la Primaria.
- *Tercer nivel*, los alumnos ya perciben las relaciones de implicación que ligan diferentes propiedades y son capaces de realizar clasificaciones inclusivas como exclusivas.
- *Cuarto nivel*, los estudiantes son capaces de usar el razonamiento matemático para realizar y comprender demostraciones formales, así como la aceptación de definiciones equivalentes.
- *Quinto nivel*, está en duda por numerosos autores ya que Van Hiele lo caracteriza por la capacidad para trabajar con diferentes sistemas axiomáticos, lo cual no ha podido ser demostrado por muchas investigaciones según Gutiérrez (2012)

Fouz (2006) señala además, tres características de cada uno de estos niveles: la secuenciación, el lenguaje que cada nivel se vuelve más formal y matemático, y el paso de nivel, que considera que se hace de forma continua mediante pequeños avances. No tener en cuenta estas reseñas podría ocasionar problemas de comunicación entre profesor y alumnos ya que estos se encuentran en un nivel de razonamiento diferente (Gutiérrez, 2012).

A su vez, el modelo de Van Hiele nos presenta una serie de fases por las que deben de pasar los alumnos para poder alcanzar un nivel superior. Esta metodología está formada por 5 fases diferenciadas que nosotros como docentes debemos conocer para saber guiar a nuestros alumnos hacia un nivel más de conocimiento. La enseñanza desarrollada de acuerdo a esta secuencia de fases promueve la adquisición de un nivel superior de razonamiento en mayor medida que la edad o la madurez intelectual del alumno. Estas cinco fases a las que Van Hiele se refiere son:

- Fase 1: de diagnóstico o información, donde estudiaremos cual es el conocimiento previo, los conceptos con los que vamos a trabajar y el vocabulario.
- Fase 2: de orientación dirigida, donde empezamos a trabajar con materiales y comenzamos por preguntas breves y sin apenas ambigüedad.

- Fase 3: de explicitación, se introduce el intercambio de experiencias entre los alumnos y se desarrollan las relaciones entre conceptos.
- Fase 4: de orientación libre, se trabaja ya con tareas más extensas y abiertas, se sale fuera de los ejercicios de aplicación de conceptos.
- Fase 5: de integración, es la fase final en la que se pone orden a lo explicado, es un resumen donde se adquiere una visión global de todo lo explicado.

En nuestro trabajo, sobre todo en la secuencia ampliada de nuestro diseño inicial (ver capítulo 3.3) hemos intentado seguir este esquema de fases en la medida de nuestras posibilidades.

1.3. Nuevas metodologías

Canals (1997) realiza una indagación sobre la manera de aprender Geometría en las primeras edades de la vida. Nos recuerda que el autentico aprendizaje es inseparable de la vida cotidiana del sujeto que aprende y hace especial hincapié de esta afirmación en las edades tempranas. Comienza desmintiendo la definición de Geometría que proponen otros autores como el conocimiento del espacio. Argumenta que el espacio contiene elementos de muy diversos tipos, los cuales tan solo la posición, formas y sus cambios son objeto puro de estudio de la Geometría. Define el conocimiento geométrico como un proceso complejo y profundo, que implica y desarrolla capacidades muy diversas de la persona, en especial la imaginación, la creatividad y la expresión. El desarrollo de estos conceptos se tienen en cuenta en el trabajo y se puede comprobar en el progreso del diseño de las actividades creadas para la experimentación, detallado en el capítulo 3.1.2. Aunando todas estas cuestiones mencionadas anteriormente propone una metodología basada en observar y trabajar sobre objetos presentes en la vida diaria, obteniendo de estos las propiedades geométricas, dotándolas de sentido. Alsina (2008) también nos anima a educar geoméricamente a nuestros alumnos, facilitar el conocimiento tridimensional, la creatividad y los procesos de matematización. Siguiendo esta corriente, habla del mundo real y de la realidad, aconsejando lo que tenemos que enseñar para actuar en el mundo, por ello no sirve de nada falsear la realidad de los enunciados propuestos a nuestros alumnos. Estos enunciados tienen que ser interesantes y realistas y que motiven al alumnado. Para que nos sirva de ayuda nos incluye en el documento una tabla con ejemplos de correspondencia de objetos en la

vida real con polígonos, poliedros, superficies, transformaciones... que podemos observar en la figura 1. Ejemplos como estos pueden ser utilizados en niños de 1º de Primaria.

POLÍGONOS Y POLIEDROS EN LA REALIDAD			
FIGURA	EJEMPLO 1	EJEMPLO 2	EJEMPLO 3
TRIÁNGULO	Instrumento musical	Señal tráfico	Señal avería
CUADRILÁTERO	Hoja papel	Loseta	Galleta
PENTÁGONO	Puntas de los dedos	Logo Chrysler	Nudo de servilleta
HEXÁGONO	Perfil plato	Sección lápiz	Loseta
OCTÁGONO	Perfil bandeja	Estrella vientos	Mesa granadina
POLIGONO ESTRELLADO	Estrella de mar	Estrella de David	Llanta de rueda
n-POLÍGONO	Puntos horas reloj	Logos comerciales	Sec. Columnas/ Gaudí
CUBO	Dado	Cubito caldo concentrado	Caja regalo
TETRAEDRO	Tetra Pack	Puzzle 3D	Trípode
OCTAEDRO	Talla diamante	Estructura mesa	Barrilete 3D
ICOSAEDRO	Dado 20-caras	Logo MAA	Cúpula
DODECAEDRO	Contenedor papel	Puzzle 3D	Dado 12 caras
PRISMA	Chocolate Toblerone	Prisma Hexagonal Pastelería	Caja Chanel nº 5

Figura 1. Algunos de los ejemplos propuestos por Alsina (2008) de correspondencias entre polígonos y poliedros en la realidad

Cabe destacar que los niños en los primeros cursos de la etapa de Educación Primaria son muy pequeños, por ello los primeros conceptos que nuestros alumnos aprenden acerca de la Geometría son muy importantes debido a que pueden evitar errores posteriores. Con frecuencia encontramos que en los centros se realiza una enseñanza muy poco cuidadosa de estos conceptos, haciendo excesivo énfasis en unas pocas figuras e ignorando por completo otras, el resultado es que los alumnos adquieren una comprensión parcial de ese concepto (Gutiérrez, 2012). Siguiendo este concepto, Vinner (1991) nos plantea el aprendizaje desde dos componentes: la definición del concepto y la imagen del concepto. La enseñanza correcta es la que ayuda a formar definiciones e imágenes de conceptos correctas y completas, además de relacionar ambos compartimentos. Esta enseñanza, nos dice, que está basada en el uso de ejemplos y contraejemplos, que ayuden a diferenciar únicamente las propiedades necesarias de los conceptos, apartando las irrelevantes de su definición. Siguiendo a Jones (1999), el proceso de significación que todos los estudiantes experimentan de las imágenes y

palabras está integrado en el contexto de aprendizaje, la interacción con el contenido así como las herramientas que se usan. Es importante tener en cuenta, y sobre todo en el área de Matemáticas, que las interpretaciones de los estudiantes ante cierto hecho pueden no coincidir con las del profesor, ya que algunos errores pueden estar provocados por el ambiente de aprendizaje en el que los alumnos están sumergidos. Al hilo de este comentario, es de utilidad recordar que el trabajo docente consiste en explicar conceptos que les son nuevos a las personas que reciben la explicación. Este desfase de conocimiento entre profesores y alumnos puede llevar a veces a errores del profesor en sus aulas, creyendo que los alumnos han entendido el concepto y siendo la realidad todo lo contrario.

Planas (2006) nos ilustra este comentario con un ejemplo real de una clase en 1º de Primaria, donde la maestra había explicado figuras geométricas como el cuadrado, el triángulo o el círculo mediante materiales diversos. Al preguntarle personalmente, la maestra respondió que los alumnos habían comprendido estos conceptos. Decidieron experimentar con estos niños enseñándoles una ficha donde estaban dibujados dos triángulos, uno rectángulo isósceles y a su lado otro isósceles con una base muy estrecha y desproporcionada a la longitud de la altura. Ante esta situación, ante el desconcierto de la maestra, los alumnos no tuvieron ningún problema en reconocer el primer triángulo, sin embargo no reconocían el segundo, clasificándolo como “palo” o “trozo de espada”. Ejemplos parecidos nos aparecen en el desarrollo de la actividad número 5 propuesta para la experimentación (ver capítulo 3.2).

1.3.1 Los estereotipos en Geometría

Una de las causas de los errores de reconocimiento de las figuras en los niños es debido a que las representaciones gráficas de las figuras están muy estereotipadas, incorporan como elementos esenciales de la figura aspectos que son puramente circunstanciales como el color, la posición o el tamaño. (Barrantes, 2011). Estos errores pueden desencadenar en fallos tanto de reconocimiento, como de construcción y de razonamiento. Con relación al nivel matemático que alcanzan los niños de 1º de Primaria, estos errores de reconocimiento pueden clasificarse en dos tipos, veamos algunos ejemplos de ello:

- Errores debidos a la orientación de la figura: no reconocen un triángulo rectángulo si los catetos no son paralelos a los bordes del papel o la pizarra. No reconocen un triángulo isósceles si la base no es el lado desigual. No reconocen un cuadrado si sus líneas no son paralelas a los lados del papel, etc.
- Errores debidos a las dimensiones de la figura: no reconocen las figuras cuyas dimensiones son muy pequeñas o poco frecuentes. No reconocen los rectángulos si sus lados no están en una razón aproximada de 2/3, etc.

Algunos de estos errores sobre la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas que pueden haber sido generados en el mismo proceso de aprendizaje de las figuras. Estos errores, en la enseñanza de la Geometría, son causados muchas veces por una utilización exclusiva del libro de texto y la no utilización de otros recursos o materiales que amplíen el esquema conceptual del alumno. En este trabajo se presta especial atención a este hecho, procurando dar a los alumnos ejemplos variados que eviten esta estereotipación de la Geometría (capítulo 3.1.2).

1.4 Geometría dinámica

Visto lo descrito anteriormente, los autores como Bagazgoitia (2003) o Alsina (2008) se esfuerzan en buscar soluciones a los problemas o facultades existentes. Concretamente, este último autor nos habla de la necesidad de los Laboratorios de Geometría. Expone que el material didáctico es muy importante en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría y en su adquisición de conceptos y enseñanza activa, por ello estos laboratorios de Geometría son un ejemplo de modelo pedagógico que posibilita la utilización del material. Se reconoce como materiales adecuados para las clases de Geometría cuatro tipos: materiales corrientes (cartulinas) materiales creados para ello (tangrams), instrumentos geométricos (reglas) y programas de ordenador (Canals, 1997).

Ante estos problemas y los anteriormente señalados, surge un nuevo recurso bautizado como Geometría Dinámica. Esta idea general la obtenemos gracias a la tecnología y las herramientas que nos proporciona ya que a través de ella podemos movilizar las figuras geométricas y estas adquieren dinamismo (Rizo y Campistrous, 2007). Numerosos

autores se unen a esta corriente, entre ellos encontramos a estos dos autores cuyo artículo aboga por una nueva forma de enseñanza de la Geometría, bautizada la Geometría dinámica. El surgimiento de estos nuevos programas informáticos que permiten este tipo de enseñanza, afirman, ha reavivado la Geometría, incluso salvando algún currículum de Geometría. Esta concepción de enseñanza evita las figuras rígidas que se corresponden con una única forma de representación y opta por que el alumnado forme una idea más general de las figuras geométricas y comprender de una manera más compleja las propiedades geométricas. Internet nos ofrece una aproximación virtual a los mismos, con capacidades gráficas que permiten la visualización en 3 dimensiones (Bagazgoitia, 2003)

También Gutiérrez (2012) afirma que para salvar los inconvenientes nombrados, en las últimas décadas han aparecido programas de ordenador que nos permiten ver en la pantalla sólidos y manipularlos virtualmente. Además también podemos graduar la dificultad del software y adecuarlo a niños más pequeños. Como conclusión de varios estudios podemos destacar a favor de estos programas de ordenador que al manejar los sólidos desde el programa de ordenador, los estudiantes deben prestar más atención a la reflexión para decidir qué acción realizar o que comando utilizar, acciones que de tratarse de un sólido real se realizan de manera automática sin dar cabida a la reflexión.

Por último, también el currículum hace bastantes referencias acerca de la integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, entendidas como recurso habitual como forma de aprendizaje, dando al alumno la posibilidad de buscar, observar, analizar, comprobar... Por ello nos anima en la utilización de actividades en soporte digital, diseñadas con criterios didácticos. Unida a esta idea nos recomienda que el aprendizaje de esta área en Primaria deba ser eminentemente experiencial y generar el aprendizaje a partir de manipulación de materiales. Apoyando esta idea se redacta el objetivo número 5:

Obj.MAT5. Utilizar adecuadamente la calculadora y los recursos tecnológicos y otros recursos (esquemas, simulaciones, recreaciones, ábaco, instrumentos de dibujo...) como herramientas en la resolución de problemas, así como para el descubrimiento, la comprensión, la exposición y la profundización de los aprendizajes matemáticos.

1.4.1 Prerrequisitos para la correcta utilización del recurso

Rizo y Campistrous (2007) nos previenen que para que estos programas puedan ser instaurados en la escuela correctamente es necesario empezar con escolares de temprana edad para evitar barreras o bloqueos ante la asimilación de nuevos conceptos. De la misma manera tenemos que tener en cuenta unas condiciones previas o prerrequisitos a la hora de trabajar esta nueva manera de enseñar Geometría. Por parte de los alumnos las condiciones previas son de dos tipos: mentales y prácticas. Para que los alumnos lleven un desarrollo de pensamiento flexible y lógico el proceso debe iniciarse al menos en los primeros cuatro años de educación primaria.

- 6-7: trabajo intuitivo, exploración de relaciones entre figuras de forma muy simple, igualdad y superposición, mover figuras y mover en una figuras, trazar figuras, contenido de las figuras, uso del ratón y manejo general del ordenador.
Papel cuadriculado → geoplano concreto → geoplano electrónico
- 8-9: mayor nivel de exploración, relaciones de paralelismo y perpendicularidad, relacionarlo con las figuras conocidas, concepto de punto y figuras simétricas, preparar el concepto de área y perímetro.

También tenemos que tener en cuenta que para utilizar estos recursos es que tenemos que tener acceso a un número suficiente de los ordenadores (Kreis y Dorling, 2009).

1.4.2 Programas de Geometría dinámica y la visualización.

La visualización es una capacidad imprescindible para aprender Geometría, ya que esta se define como la ciencia que estudia el espacio físico y lo matematiza (Gutiérrez, 2012). Tenemos que entender la visualización como los procesos y habilidades necesarios para que nuestros alumnos puedan producir, analizar, transformar y comunicar información visual relativa a objetos reales modelos o conceptos geométricos. Esta visualización es necesario modelarla y enseñarla ya que es una actividad compleja y no es una capacidad innata del ser humano. Además, se apunta a una relación positiva directa entre el uso de la visualización con el éxito en la resolución de problemas.

Gutiérrez (2012) afirma que la mayoría de programas informáticos de Geometría potencian la representación visual. Estos programas se denominan PGD: programas de Geometría dinámica, su mayor potencial es que permiten ver a los estudiantes una gran variedad de ejemplos o casos diferentes en pocos segundos, algo que supera a la enseñanza tradicional con lápiz y papel. Dichos programas pueden convertirse en un complemento excepcional, afirma, pero nunca pueden ser un sustituto de los programas que se han venido haciendo tradicionalmente, consistentes en muestras de sólidos en madera o cartulina. Sin embargo, estos primeros nos permiten experimentar de manera más variada y completa que son los sólidos reales: superposición, truncamiento, desarrollo de planos...

1.4.3 GeoGebra como recurso en Educación Primaria

Existen varios programas de Geometría didáctica aplicable a la labor docente como por ejemplo Cabri, Geonext, Carmetal y GeoGebra, que es en el que vamos a basar nuestra labor de investigación más adelante. Arranz, Losada, Mora y Sada (2011) nos hablan en su artículo principalmente de los programas de ordenador que nos permiten realizar construcciones dinámicas e interactivas. También nos incluye un proyecto creado a partir del surgimiento de estos programas: Intergeo, cuyo objetivo es facilitar la disponibilidad, uso y evaluación del contenido digital geométrico de calidad en la enseñanza de las Matemáticas, mediante la creación de una plataforma común que puedan compartir desarrolladores, profesores y estudiantes.

Ellos destacan GeoGebra sobre otros programas debido a su facilidad y conexión. Esta facilidad es muy importante para su rápida y eficaz implantación en el aula. Además es un programa sin ningún coste para el usuario, lo cual lo hace accesible a todos los colegios que posean ordenadores. Estas ventajas se pueden comprobar en la afluencia de recursos que podemos encontrar en Internet (ver capítulo 2). Matemáticamente hablando, GeoGebra está diseñado para la coordinación de los distintos códigos de información que se usan en Matemáticas e Informática, y ha sido concebido para favorecer la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría y el cálculo en particular. También la Geometría dinámica ha resultado muy útil cuando queremos provocar el acercamiento a un concepto matemático, sugerir un método para la resolución de un problema o proporcionar practica en distintas destrezas.

En Secundaria, también Iranzo y Fortuny (2009) eligieron utilizar GeoGebra en su investigación dada su condición de software intuitivo y que no requiere estrategias de uso avanzadas para utilizarlo en el contexto de la investigación. Las conclusiones que obtuvieron de este estudio de casos fueron que GeoGebra les ayuda a visualizar el problema y a evitar los obstáculos algebraicos, además tuvieron pocas dificultades con el uso del software. Además el programa promueve un pensamiento más geométrico y facilita un soporte visual algebraico y conceptual a la mayoría de los alumnos.

En Primaria, por su parte, Kreis y Dorling (2009) nos presentan un proyecto desarrollado por la Universidad de Luxemburgo llamado GeoGebraPrim. Este proyecto ha sido desarrollado para suplir las necesidades de los escolares al utilizar este programa detectados mediante observación. Los cambios que han desarrollado han sido la simplificación de herramientas del programa y la creación de nuevos instrumentos para la realización de tareas aun no disponibles en GeoGebra. GeoGebraPrim nos permite una exploración dinámica y transformación interactiva de la representación de objetos matemáticos.

También Barbosa, Escobar y Camargo (2013) divulgan una experiencia realizada con esta herramienta. En la fase experimental de la investigación se usó el programa GeoGebraPrim pues se consideró adecuado para la edad de los niños (8 y 9 años). Este programa permite que los niños vayan construyendo su propia barra de herramientas, a medida que se van introduciendo los objetos y relaciones geométricas en el curso. Además, los puntos y líneas son de mayor tamaño para favorecer la manipulación y la visualización. Al registrar los datos para el trabajo, se pudo apreciar que el uso del programa generó una alta motivación en los niños y ellos se involucraron en procesos como construir, explorar, descubrir, verificar y justificar. Además, el uso del programa para resolver una secuencia de problemas permitió desarrollar los temas previstos para la Geometría de cuarto grado, en la institución en donde se llevó a cabo la experiencia, de tal forma que las definiciones y propiedades geométricas se introdujeron a medida que se necesitaban y como respuesta a inquietudes de los estudiantes.

CAPÍTULO 2

En este capítulo revisaremos algunos recursos que podemos encontrar en Internet sobre actividades y proyectos ya elaborados con el programa GeoGebra. De estas actividades seleccionaremos las que más se adaptan a la edad y el contexto de nuestros niños y, por ello, las que más funcionalidad pueden tener para nuestro diseño de secuencia desarrollada en el capítulo 3.1.2. Además intentaremos complementar las actividades encontrada con información didáctica atendiendo a la metodología, contenidos, modificaciones propuestas, etc. Para ello, clasificaremos los ejemplos según la fuente en la que se puede encontrar.

2.1. <http://recursostic.educacion.es/gauss/web/>

Esta página web está creada por el Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF), que en colaboración con el Ministerio de Educación, cultura y deporte nos presentan el Proyecto Gauss. Como anuncian en su portal, el **Proyecto Gauss**, aporta a la comunidad escolar una forma diferente y creativa de enseñar y de aprender Matemáticas. Dicho recurso brinda al profesorado varios centenares de ítems didácticos y de *applets de GeoGebra*, que cubren todos los contenidos de Matemáticas de Primaria y de Secundaria, los cuales están diseñados para ser utilizados tanto sobre pizarra digital como en ordenadores. En el apartado http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/primaria/actividades/novedades.htm podemos encontrar las actividades propuestas referidas a primaria. Entre todas ellas seleccionamos como interesantes las siguientes:

Actividad 1: Cuadriláteros

Esta actividad podría estar destinada para los dos primeros cursos de Primaria. El programa permite ir variando de sitio los cuatro puntos de colores y la pantalla te va diciendo que polígono de cuatro lados estas dibujando. Por ello puede ser interesante en dos sentidos, o bien pedir que los niños dibujen una figura y que el nombre les sirva para corroborar, o bien hacer que los niños descubran las características que tiene cada

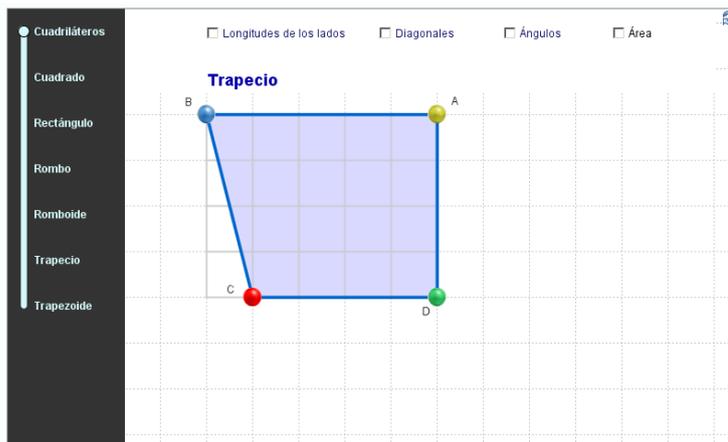


Figura 2. Ejemplo de recurso en Proyecto Gauss

figura y que son diferentes a los demás. El objetivo que puede tener la actividad es la discriminación de clases de polígonos atendiendo a sus lados.

http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/primaria/actividades/geometria/poligonos/cuadrilateros/actividad.html

Actividad 2: Perímetros

Esta actividad tendría como objetivo comprender el concepto de perímetro y medirlo, así como comparar perímetros entre polígonos. Esta actividad sería adecuada para niños

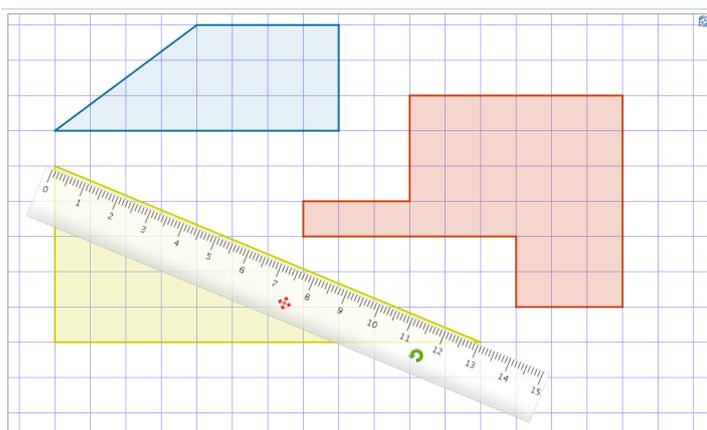


Figura 3. Ejemplo de recurso en Proyecto Gauss

que ya entienden lo que es un polígono y saben reconocer sus lados. Para evitar problemas o bloqueos del alumno podríamos nombrar cada uno de los lados y en un folio aparte hacer que fueran paso a paso,

primero midiendo cada lado, luego haciendo la suma y por último haciendo la suma y por último comparar los perímetros. Debido a la disposición de la actividad también

podría tener una utilidad como introducción al concepto de área a través del recuento. Incluso de una comparación de ambos conceptos área-perímetro.

http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/primaria/actividades/geometria/poligonos/perimetro/actividad.html

Actividad 3: Falsos cuadrados

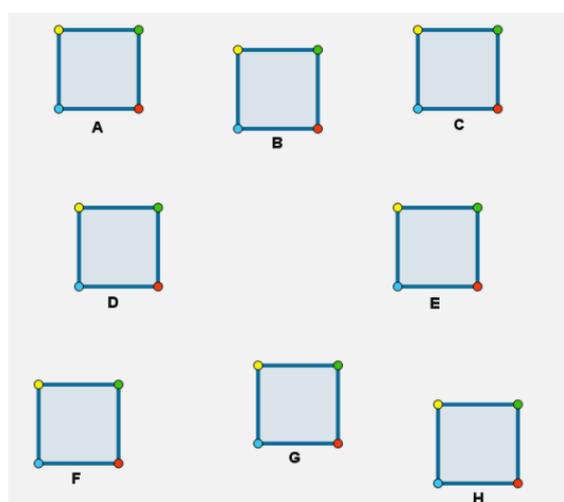


Figura 4. Ejemplo de recurso en Proyecto Gauss

La actividad les presenta 8 supuestos cuadrados iguales, sin embargo solo uno es un cuadrado verdadero ya que moviendo sus vértices conserva la igualdad de lados y ángulos, al contrario que los demás. Me parece una actividad muy interesante a desarrollar en 1º ya que exige a los niños tener claro cuál es la definición de cuadrado

aunque no sepan todavía verbalizarla. Con esta misma idea se podrían crear otras actividades similares pero con otras figuras geométricas, por ejemplo con triángulos equiláteros o rectángulos, o algunas más complicadas para niños de mayor edad: polígonos regulares, etc.

Relacionado con este ejercicio podemos mencionar la diferencia conceptual entre saber reconocer una figura y saber verbalizar su definición. El reconocimiento de figuras comienza ya en el nivel 1 de Van Hiele (ver capítulo 1.2), nivel en el que se encuentran nuestros alumnos de 1º de Primaria, por lo que esperamos que sean capaces de reconocer las figuras en ejercicios como estos. La adquisición de la idea de definición se completa en niveles posteriores, por lo que esperamos que no sabrán razonar matemáticamente por qué son o no cuadrados. Pensamos que una actividad de este tipo

trabajada de acuerdo con la metodología propuesta favorecerá la construcción mental de la definición de cuadrado. Podemos ver estos ejemplos en la evaluación de la actividad nº4 de nuestro diseño de experimentación (capítulo 3.2).

http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/primaria/actividades/geometria/poligonos/falsos_cuadrados/actividad.html

2.2. <http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/accueilmath.htm>

Esta segunda página web es una de las más interesantes que encontré por la gran cantidad de recursos y la clasificación que hace de ellos, dejando entrever diferentes niveles para cada sección: Aritmética, Geometría, Trigonometría... Esta página ha sido creada por Daniel Mentard y dedicada al uso de GeoGebra en la escuela, tanto en Física como en Matemáticas. Nosotros nos centraremos en esta última materia para explorar las actividades. Podemos ver actividades aptas para niños muy pequeños (infantil) tanto como alumnos de bachiller y universitarios. El único inconveniente que puede tener esta página es que todo está escrito en francés.

Actividad 1: Simetría

Esta actividad estaría recomendada para niños de 3º de infantil o de primeros cursos de Primaria, para desarrollar la simetría respecto a un eje con figuras sencillas como estas.

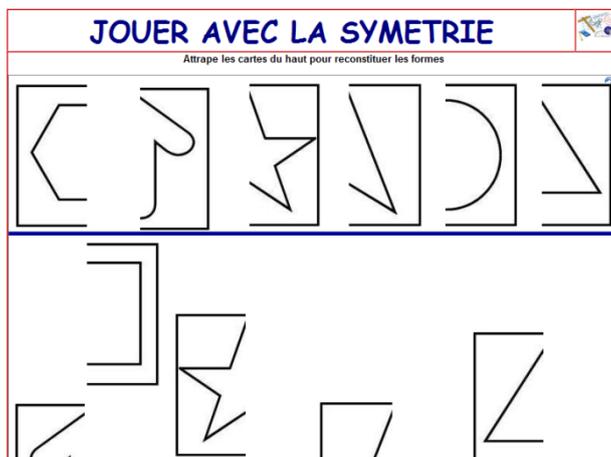


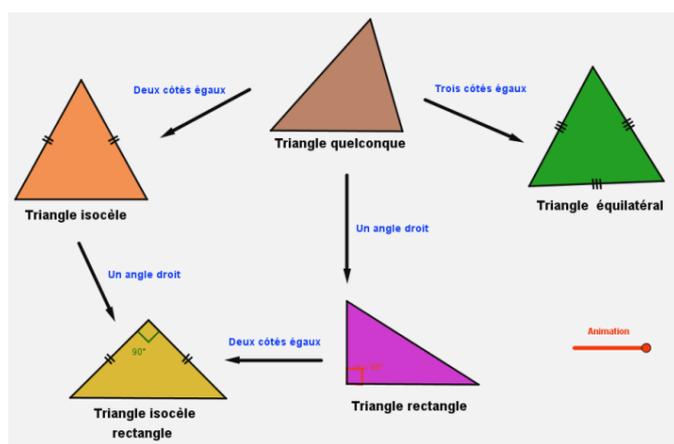
Figura 5. Ejemplo de recurso en la página de Mentard.

Esta actividad podría estar propuesta junto a alguna otra que fueran ellos los que tuvieran que dibujar alguna figura simétrica a otra propuesta por el programa. También se puede realizar de manera más sencilla la misma actividad incluyendo diferentes colores en las figuras.

<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Elementaire/Dessins/Etoile2.html>

Actividad 2: Clasificación de triángulos

Este es un ejemplo de actividad que nos puede servir como recurso didáctico para nosotros como profesores. La actividad consiste en una animación que parte del triángulo marrón y va descubriendo los demás triángulos según sus características difieren de los otros.



La animación nos permite ir hacia delante y hacia atrás, parando en el paso que nosotros queramos. Como actividad para la visualización de los niños podría tener carácter de repaso de conceptos.

Figura 6. Ejemplo de recurso en la página de Mentard.

Relacionado con esta actividad podemos hacer mención a la clasificación exclusiva de triángulos que representa. Esta clasificación se utiliza en los primeros cursos de primaria. Lo que caracteriza a esta clasificación es que cataloga a las figuras, haciendo apartados disjuntos para cada una. Por ejemplo vemos que en el dibujo separa los triángulos equiláteros de los isósceles, y no considera este primero un caso particular de los segundos. Las clasificaciones inclusivas empiezan a aparecer en niveles de Van Hiele superiores, cuando los alumnos ya han adquirido cierto grado de razonamiento matemático.

<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Geometrie/Triangles.html>

Actividad 3: Líneas abiertas y cerradas



Figura 7. Ejemplo de recurso en la página de Mentard.

Esta actividad la propondríamos en 1º de Primaria como introducción al concepto de polígono. La actividad consiste en la discriminación de las líneas poligonales cerradas respecto de las abiertas. La actividad se podría mejorar incluyendo un contraejemplo de línea no simple.

El propio ejercicio tiene opción de verificar si nuestras respuestas son acertadas o no mediante un icono que aparece debajo del ejercicio.

<http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/Maths/Preelement/Nouveau/Ligneferm.html>

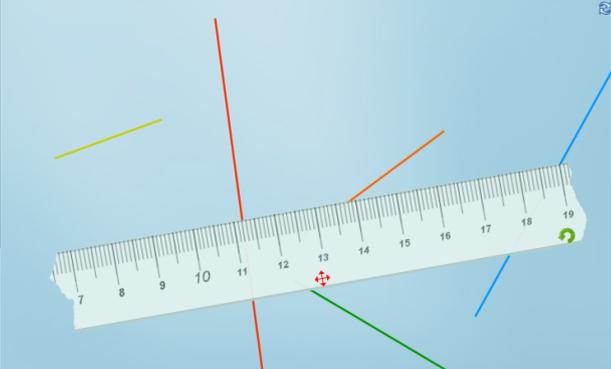
2.3. <http://platea.pntic.mec.es/jmiguel1/GEOGEBRA/GeoGebra.htm>

En este caso, la página reseñada pertenece a José Ignacio Miguel Díaz, Maestro de Educación Primaria en Gijón. En este espacio nos presenta propuestas de trabajo tanto con el programa GeoGebra como con Cabri. Al entrar en el enlace de recursos con GeoGebra, nos aparecen 17 actividades clasificadas según su contenido o contenidos, y sus características. En este último apartado divide a las actividades según si son de explicación, de investigación, o combina ambas a la vez. Las actividades de esta página no son tan llamativas visualmente como las vistas en los recursos anteriores, y tampoco son tan aplicables a la escuela Primaria como el resto de recursos señalados. Sin embargo encontramos algún ejemplo que nos podría servir:

Actividad 1: Medición de segmentos

Regla rota

Queremos medir unos segmentos, pero solo contamos con una pedazo de regla. ¿Podrás, incluso así, lograrlo?



Preguntas

1. Mide el segmento amarillo y anota en tu cuaderno esa medida en centímetros: "El segmento amarillo mide _____ cm"
2. Mide el segmento rojo y anota en tu cuaderno esa medida en centímetros: "El segmento rojo mide _____ cm"
3. Mide el segmento naranja y anota en tu cuaderno esa medida en centímetros: "El segmento naranja mide _____ cm"
4. Mide el segmento verde y anota en tu cuaderno esa medida en milímetros: "El segmento verde mide _____ mm"
5. Mide el segmento azul y anota en tu cuaderno esa medida en milímetros: "El segmento azul mide _____ mm"
6. ¿Cuál es el segmento mayor? ¿Y el menor?
7. ¿Cuál es la diferencia entre el segmento azul y el verde? ¿Y entre el rojo y el azul?

Figura 8. Ejemplo de recurso en la página de Díaz.

Esta actividad aúna dos de los contenidos que se dan en Matemáticas en 1º de primaria: la medición con regla y las restas. Además lo planea de manera realista en la siguiente animación, donde el niño deberá mover la regla rota para medir las líneas y después calcular su medida real desde 0. Debajo del ejercicio también incluye una guía con preguntas y problemas que harán a los niños pensar y aprender, por ejemplo: ¿cuál es la diferencia entre el segmento azul y el verde?

<http://platea.pntic.mec.es/jmiguel1/GEOGEBRA/Medir/rota.html>

2.4 <http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/GeoGebra/index.htm>

El autor de nuestra última página web reseñada en este capítulo es Manuel Sada. Sada es autor de numerosos recursos creados con GeoGebra, y aunque se centra más en actividades para niveles como la ESO o Bachiller, también encontramos recursos interesantes a nuestro nivel de Primaria. También en la web se puede encontrar una presentación que el mismo diseñó para informar de las ventajas y posibilidades de GeoGebra. Se podrá encontrar en el siguiente enlace: https://prezi.com/dc2ya-rb_8s8/GeoGebra-en-las-aulas-madrid/.

Centrándonos en la página mencionada, Sada incluye una clasificación de sus actividades por temas, como por ejemplo medidas de ángulos, puntos y rectas notables de un triángulo, derivadas e integrales... Podremos pinchar en el enlace que nos interese y obtener una serie de recursos de ese tipo. Al final de la misma página, Sada nos incluye tanto enlaces a otras páginas web de recursos, como manuales y guías para trabajar estas actividades con nuestros alumnos. A continuación vemos algunos ejemplos adaptados a nuestro nivel escolar:

Actividad 1: Área del cuadrado



• ¿Cuál es el área del cuadrado? Es decir, ¿cuántos cuadraditos como el azul caben en el cuadrado?

Modifica el polígono arrastrando el punto verde

• ¿Cuál será la fórmula que permita calcular el área de un cuadrado a partir de su lado?

Esta actividad se podría proponer como un sencillo ejemplo de introducción al área de los polígonos. Sería más adecuado para 2º de Primaria aunque dada su simplicidad también podría plantearse en primer curso

Figura 9. Ejemplo de recurso en la página de Sada.

como prueba o experimentación sobre la conciencia de área en esas edades. Cabe desatacar que esta actividad podría ser planteada tanto en 1º como en 2º de Primaria con objetivos diferentes: en primero trabajaríamos el concepto de área mediante el recuento y en segundo iríamos introduciendo el cálculo de área mediante la multiplicación, con cuadrados como el propuesto o con rectángulos para hacer multiplicaciones más variadas. Como comprobamos algo muy interesante que encontramos en los recursos de Sada es que en casi todos nos incluye unos pequeños ejercicios o preguntas que incitan a los alumnos a experimentar con la figura y resolver.

http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/GeoGebra/figuras/a2_cuadrado.htm

Actividad 2: Giros.



Figura 10. Ejemplo de recurso en la página de Sada.

Esta actividad nos ofrece una animación para entender y aprender el movimiento de rotación o giro. Aunque el concepto es bastante complicado, el ejemplo es muy sencillo y fácilmente trabajable con alumnos de 1º o 2º de Primaria incluso útil para cursos posteriores. En la pantalla aparece arriba una barra en la que los alumnos pueden cambiar el ángulo y ver el giro que experimenta el dibujo.

En mi opinión, para primero eliminaríamos la especificación del número de grados. Nos podría servir también para ver el cambio de situación de los puntos cardinales según nuestra posición o también la referencia relativa sobre izquierda y derecha, contenido obligatorio del currículum y en los que los alumnos suelen fallar bastante. Para desarrollar este último contenido variaríamos el dibujo de base por otro que mirara claramente en la dirección del segmento y en el sentido opuesto al centro, para no confundir a los alumnos.

<http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/GeoGebra/figuras/m3giro.htm>

CAPÍTULO 3

En este capítulo realizaremos una explicación detallada de la puesta en práctica de la experimentación, así como de su creación y modificaciones de la misma a partir de los datos y resultados obtenidos.

3.1 Contextualización y diseño de las sesiones

3.1.1 Contexto del grupo de realización de la experimentación:

El grupo de niños con el que realizo mi experimentación es el mismo grupo-clase con el que estoy realizando las Prácticas III y IV de este mismo Grado, por ello, tanto los niños y el tutor son conocidos. Para la realización de esta práctica el tutor me cedió dos horas de informática en dos de las tres vías que el colegio CEIP Miraflores posee en todos sus niveles. Los niños que se vieron implicados en la realización de esta experimentación eran en concreto de 1º de Educación Primaria.

Cabe destacar que en estos niveles, el conocimiento geométrico suele ser bastante escaso ya que se les da más importancia a otros contenidos de tipo aritmético. Los niños en infantil solo habían hecho un par de fichas de figuras, coloreándolas e identificándolas en unas fichas más grandes que tenía plastificadas la maestra; sin embargo no habían realizado actividades prácticas en esta etapa en las que se trabajaran los primeros contenidos de este Bloque: posiciones relativas, derecha-izquierda, etc. En Primaria, el primer acercamiento a la Geometría que el libro exponía estaba situado a final del segundo trimestre si nos fijamos en la Temporalización. Estas páginas trataban sobre el número de lados y la clasificación de ellos según este dato, centrándose en los polígonos de 3 lados y en los de 4 lados con la clasificación cuadrado-rectángulo-rombo. Previamente en el trimestre anterior no habían visto nada de Geometría.

En términos generales, los niños son capaces de sumar y restar sin llevadas, con algún que otro error; tienen un cálculo mental lento e impreciso, y muchos tienen que utilizar todavía los dedos como apoyo o incluso unas tablas de números que hay colocadas en la clase. Habían visto algo de contenido relacionado con la capacidad mediante actividades de comparación de recipientes. Cabe destacar la metodología utilizada para tratar la capacidad, la cual dista mucho de la recomendada durante la asignatura de

Didáctica de la Aritmética II, la cual proponía el descubrimiento de este contenido mediante la experimentación y práctica real, utilizando recipientes y líquidos. Sin embargo los niños en este caso tan solo habían realizado los ejercicios del libro, los cuales contenían algunos de los fallos típicos de los libros de texto: los dibujos no estaban a escala, sus comparaciones estaban muy claras (bañera-vaso), etc. Para concluir, la mayoría del tiempo de esta asignatura la habían estado dedicando al aprendizaje de los números de 1 al 99 y al cálculo numérico.

Po último y como dato a resaltar a favor del funcionamiento de la experimentación es que los niños ya tienen cierto manejo del ordenador al haber estado desde 3º de Infantil yendo una hora semanal al aula de informática donde realizaban actividades ya planteadas de programas similares al JClic. Por esta misma razón los niños ya conocen los funcionamientos básicos de un ordenador, y manejan el teclado y el ratón con lentitud pero con eficacia. Estos avances facilitarán la experimentación al tener los niños un cierto dominio del funcionamiento base y se podrá aprovechar mejor.

3.1.2 Elección de actividades

La elección de las actividades presentadas en la secuencia se realizó en base al análisis de los contenidos de Geometría estudiados en el libro de texto en semanas anteriores y a los errores más frecuentes en el aprendizaje de esta área de las Matemáticas. Los contenidos vistos fueron por una parte la distinción entre triángulo y cuadrilátero mediante el recuento de lados, y por otra, la muestra de los polígonos tales como cuadrado, rectángulo y rombo a través un dibujo, sin describir las propiedades o las diferencias entre ellos. Con estos escasos contenidos, la intención de la secuencia viene a desarrollarlos de una manera más profunda, realizando una ampliación de los mismos, introduciendo como objetivo la prevención de los estereotipos mediante la realización de las mismas. Como tópico a estudiar por el docente se propone tanto la destreza de estos niños con la utilización de GeoGebra como la utilidad de este programa como herramienta de trabajo en el área de Matemáticas. A través de la secuencia desarrollada a continuación podremos tomar una muestra de los resultados de los niños, tanto en la utilización del programa como en sus respuestas a las actividades que podrán ser orales, escritas y realizadas en GeoGebra.

En este apartado realizaremos una descripción de las actividades realizadas para nuestra secuencia, fijándonos por separado en cada una de las ocho actividades propuestas, así como de la evolución que experimentaron antes de dar con el modelo definitivo y su correlación con el currículum. Primeramente mostraremos una imagen con la propuesta de la actividad tal y como se la encuentran los niños, posteriormente debatiremos su propósito y relación con el currículum. También incluiremos un breve resumen sobre la evolución de la actividad desde la idea primaria y finalizaremos con una breve descripción de lo que nos ayuda GeoGebra, tanto a nosotros profesores, en el diseño de las actividades, como a los niños en la resolución y posibilidades de las mismas.

La secuencia consta de ocho actividades que a continuación presentamos. Dicha secuencia se puede encontrar en el enlace del canal GeoGebratube que a continuación les reseñamos. GeoGebratube es un portal virtual donde podemos encontrar recursos interactivos de Matemáticas creados por otras personas con el programa GeoGebra. En este portal puede crearse un usuario y subir los enlaces a los recursos creados, incluso juntar varios de ellos en una secuencia y crear un Libro. Los libros tienen la apariencia mostrada en la Figura 10. En este caso en concreto el libro coincide con la secuencia creada para el TFG, el cual se puede encontrar en el siguiente enlace:

<https://tube.geogebra.org/student/b887119>

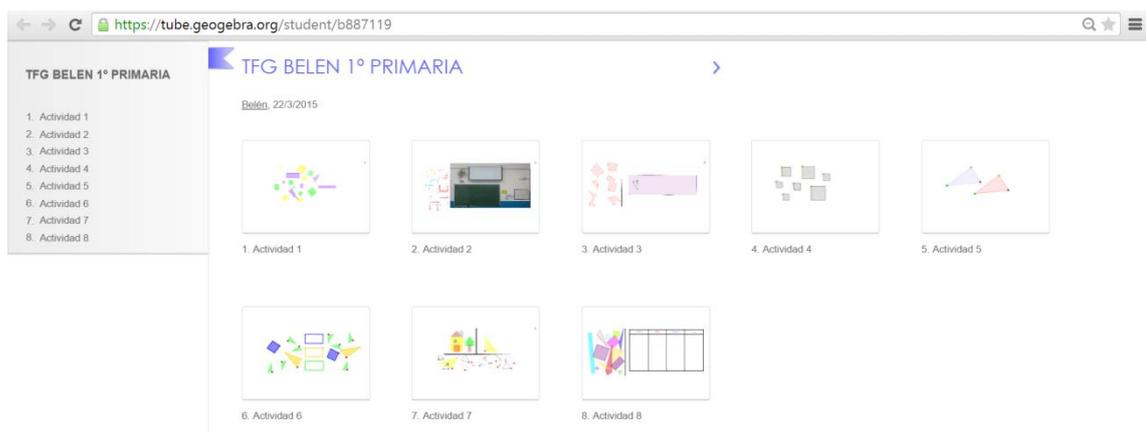


Figura 11. Libro creado en GeoGebratube

Actividad 1

El propósito de esta actividad es el reconocimiento, tanto de figuras geométricas como de posiciones relativas en el espacio. También exige el reconocimiento de colores, pero damos por supuesto que a estas edades ya está superado. Es una actividad sencilla que también pretende un acercamiento al funcionamiento del programa para los niños.

Actividad 1

¡QUÉ DESORDEN!

Debes colocar los polígonos siguiendo las instrucciones:

- Los **cuadrados verdes** a la izquierda de la imagen
- Los **cuadrados amarillos** a la derecha
- Los triángulos arriba
- Los rectángulos abajo

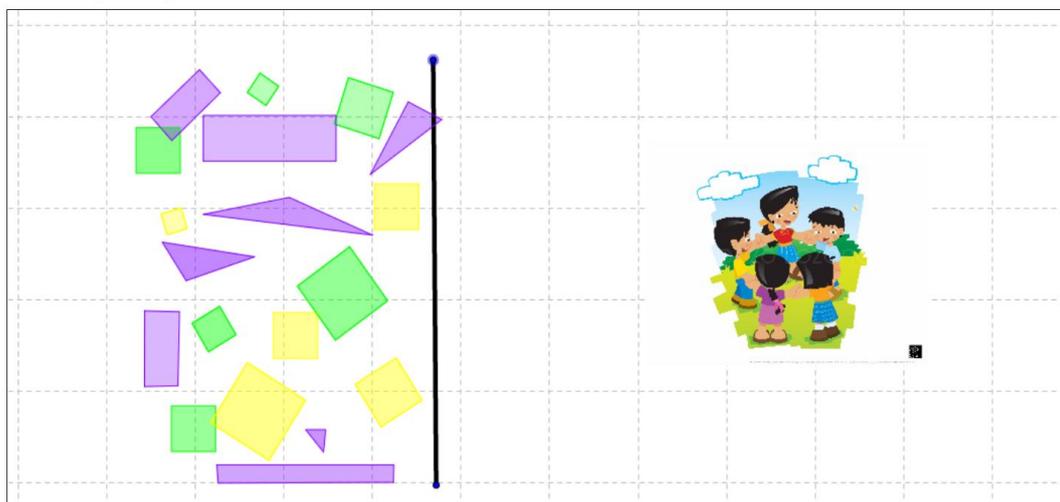


Figura 12. Portada de la actividad propuesta número 1

Si nos fijamos en el currículum, esta actividad corresponderá a los estándares de evaluación 4.1.3 y 4.2.1 propuestos en el bloque de Geometría para el curso de 1° de primaria: Est.MAT.4.1.3. *Describe posiciones y movimientos en el entorno escolar en relación a sí mismo, utilizando los conceptos de izquierda- derecha, delante-detrás, arriba-abajo, cerca-lejos, próximo-lejano.* Est.MAT.4.2.1. *Observa, identifica y diferencia en el entorno escolar formas rectangulares, triangulares.*

En un principio, solamente surgió la idea de colocar cuadrados de cuatro colores diferentes para que los colocaran. Sin embargo luego se enriqueció la actividad al incorporar también la discriminación de figuras que levemente habían trabajado en el libro de texto.

En este caso, al tratarse de una actividad inicial y de toma de contacto del programa, GeoGebra nos aporta una plataforma virtual en la que podemos realizar este tipo de actividades. De una manera rápida también podríamos desarrollar esta misma actividad con materiales en el aula ordinaria, incluso podrían complementarse.

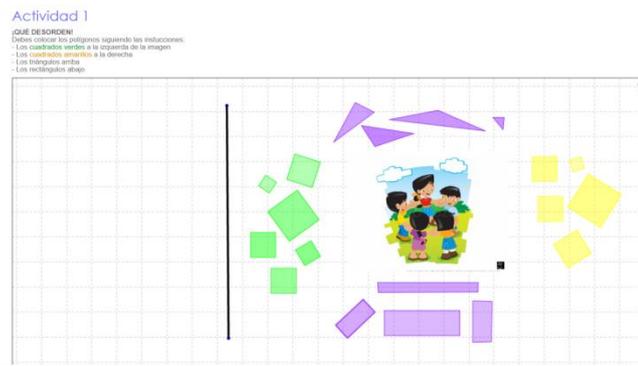


Figura 13. Solución de la actividad propuesta número 1

Actividad 2

El propósito de esta segunda actividad es que los niños practiquen el reconocimiento de figuras sencillas en su entorno escolar, dado que la fotografía propuesta en el ejercicio corresponde al frontal real de su aula ordinaria. Los niños deberán reconocer dichas formas de figuras en la foto y marcarlas modificando las ya construidas colocadas a la izquierda de la imagen situándolas encima de las reales.

Relacionándolo con el currículum puede responder a los estándares de aprendizaje propuestos Est.MAT.4.4.1 *Identifica rectángulos y cuadrados en objetos del entorno escolar y familiar* y Est.MAT.4.4.2. *Localiza en el entorno escolar y familiar objetos con formas circulares.*

La idea primaria que sucedió a esta actividad fue que los niños tendrían a su disposición la herramienta de Lápiz de GeoGebra y marcaran dichos polígonos dibujando su contorno sobre la misma foto. Al final se pensó que quedaría más claro y más visual que los niños lo marcaran de esta manera. Además, así nos cercioraríamos que diferencian los cuadrados de los rectángulos. Sin embargo no llegamos a encontrar una fórmula más sencilla para modificar el tamaño y forma de los rectángulos. De esta manera,

utilizamos uno de los puntos señalados para cambiar la altura del rectángulo y el otro para modificar su tamaño manteniendo las relaciones entre sus lados.

Actividad 2

¿POLIGONOS ESCONDIDOS EN CLASE!

¿Eres capaz de encontrar todos?

pistas: en clase hay...

- 2 cuadrados
- 9 rectángulos

pon encima de la foto las figuras de la izquierda.
puedes cambiar su tamaño arrastrando los puntos

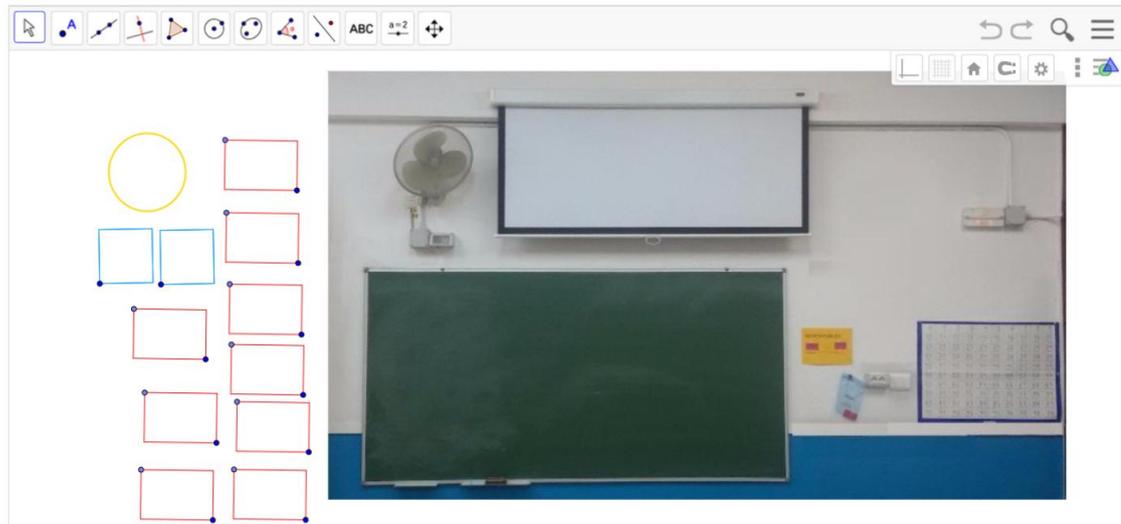


Figura 14. Portada de la actividad propuesta número 2

En esta actividad, restando esta última dificultad con la que nos encontramos a la hora de diseñar la actividad, GeoGebra nos ayuda a acercar la realidad y hacerla manipulable para los alumnos. Por ejemplo, desde esa actividad es sencillo comprobar para el alumno si una figura que parece un cuadrado realmente lo es, colocando el modelo encima y variando sus dimensiones hasta hacerlas coincidir con la figura en duda. También nos permite comprobar a nosotros profesores, si los alumnos son capaces de localizar y reconocer este tipo de figuras en su entorno cercano. Esta actividad sería algo difícil y laboriosa de trasladar al aula con materiales reales ya que sería de gran dificultad manipulativa construir un rectángulo tan grande como la pizarra, por ejemplo.

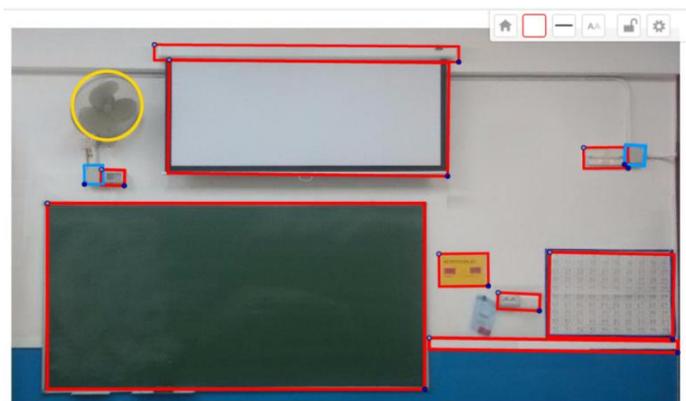


Figura 15. Solución de la actividad propuesta número 2

Actividad 3

Esta actividad tiene como objetivo que los alumnos practiquen el recuento del número de lados de un polígono y que ordenen en función de ello. Para esto, los proporcionamos un espacio donde deberán de ordenar los polígonos colocándolos uno detrás de otros. Esta actividad también les permitirá comprobar que no necesariamente el que tiene más lados es más grande (más área), que uno que tiene menos, veamos el caso del cuadrilátero y el hexágono.

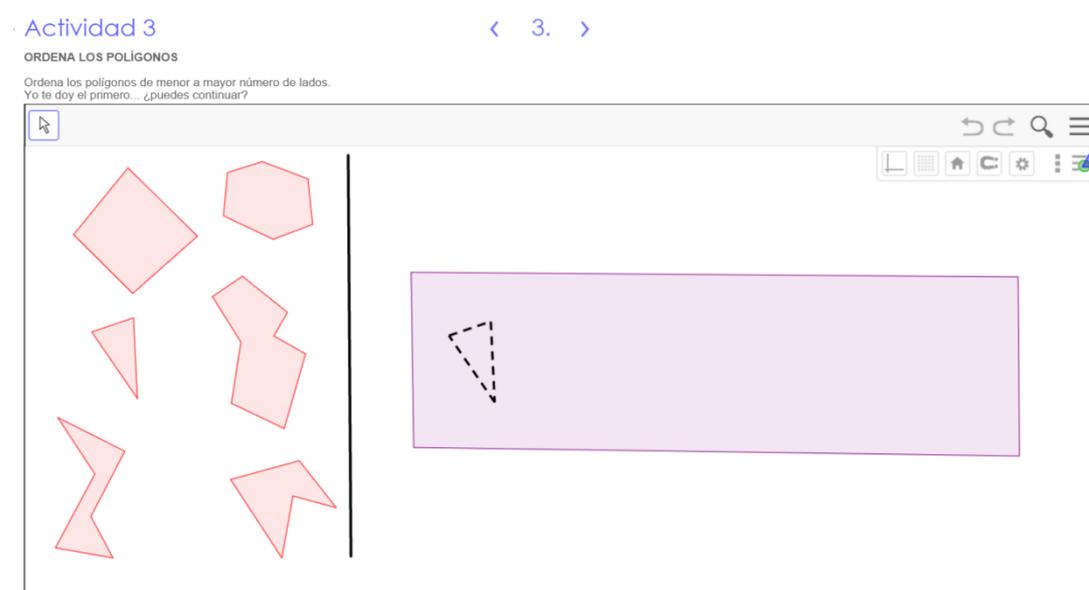


Figura 16. Portada de la actividad propuesta número 3

Si queremos relacionar dicha actividad con los criterios utilizados en el currículum la situaríamos dentro del estándar Est.MAT.4.4.4. *Compone de forma manipulativa figuras planas a partir de otras describiendo aspectos concretos del resultado (diferencias de forma, número de lados, tamaño...)*. También podríamos encuadrarlo dentro del currículum con el estándar Est.MAT.4.7.1. *Resuelve problemas geométricos relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar utilizando los conceptos básicos de alineamiento, posición* en el curso de 1º de primaria

En este caso, el resultado final no dista mucho de la idea principal, por lo que solo ha habido pequeñas modificaciones de diseño, y más concretamente la introducción de la pista primera del triángulo para que los niños sepan por donde tienen que empezar.

En la actividad descrita, GeoGebra nos ofrece la posibilidad de desplazar las figuras acercándolas o alejándolas para compararlas entre ellas, además, como en este caso, permite el diseño de las figuras poniendo los lados de un color resaltado sobre las mismas. También comprobamos el fácil reaprovechamiento de las actividades ante los fallos vistos en los alumnos. Por ejemplo, uno de los previstos es que les confunda que el área sea mayor en uno de los polígonos con menos lados que en otro con más (cuadrado-hexágono); por ello podremos rehacer la actividad haciendo estas diferencias aún más remarcadas, aumentando el área de los polígonos con menor número de lados, para evitar la asociación errónea entre una mayor área y un mayor número de lados (o perímetro) y volver a mostrarla a los alumnos para su realización.. Esta actividad también podría ser realizada con materiales pero no nos permitiría hacer estos arreglos o modificaciones con tanta facilidad y rapidez que mediante el uso de GeoGebra.

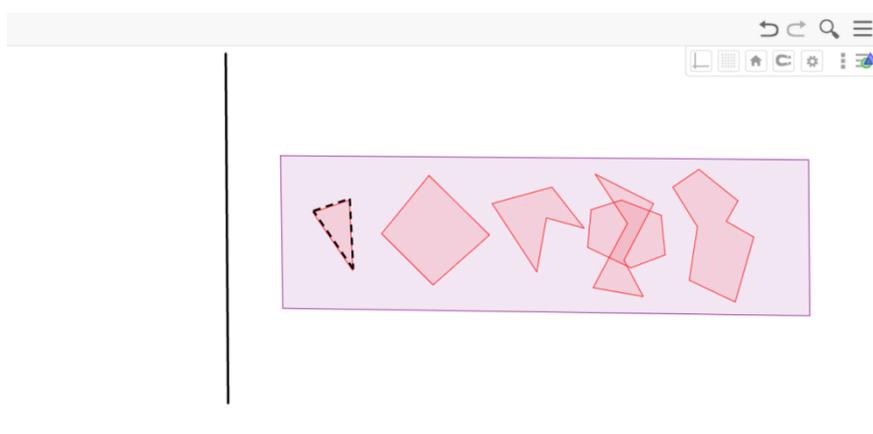


Figura 17. Solución de la actividad propuesta número 3

Actividad 4

En esta actividad se pretende un primer acercamiento a algunas características esenciales de las figuras geométricas, en este caso de los cuadrados. También supone un reconocimiento de cuadrados, al igual que en algunas de las actividades trabajadas antes. En la actividad se presentan siete cuadrados, aparentemente iguales en la pantalla. Clicando y arrastrando los puntos naranjas, las figuras cambian de forma o tamaño, algunas de ellas se deforman completamente, otras estiran dos de sus lados convirtiéndose en rectángulos y el último de los casos se convierten en rombos. Todos menos dos de ellos, que son cuadrados reales y que se modifican manteniendo la regularidad entre sus lados y solamente varía el tamaño de los mismos.

Actividad 4

< 4. >

LOS CUADRADOS MENTIROsos

Aquí tienes 9 cuadrados, pero solo 2 son cuadrados de verdad, los demás mienten.
¿Sabrías encontrar cuáles son los verdaderos?

Pista: clics y arrastra los puntos naranjas... a ver que les ocurre a las figuras.

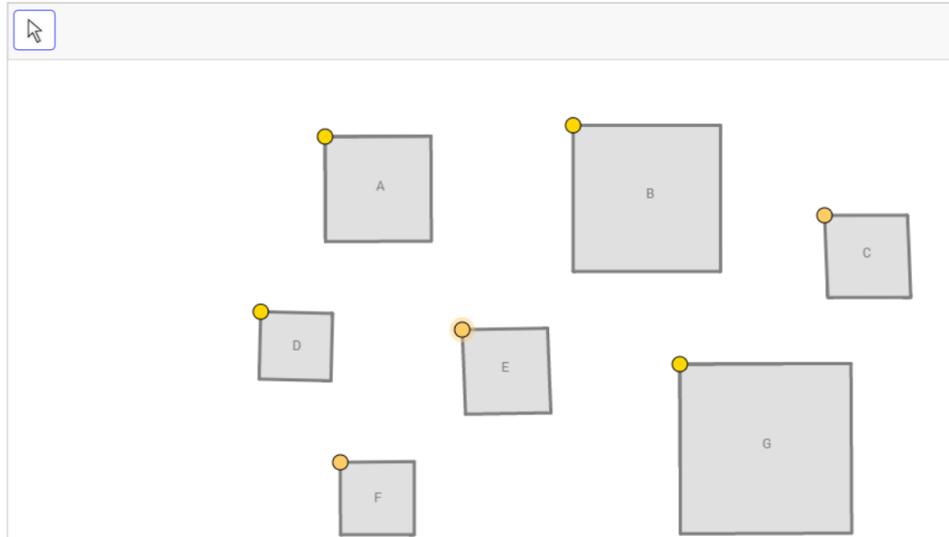


Figura 18. Portada de la actividad propuesta número 4

Mirando el currículum del primer curso, esta actividad podría relacionarse con el criterio de evaluación Est.MAT.4.5.1. *Reconoce y nombra en el entorno escolar y familiar triángulos, cuadrados y rectángulos.* Sin embargo, se trataría además de una introducción a las características de los polígonos, en este caso del cuadrado y la igualdad de lados y ángulos para cualquiera de sus dimensiones. Además, dada la

metodología que vamos a llevar (ver capítulo 3.1.3), los niños nos tendrán que dar una explicación de porqué ellos llegan a ese resultado, por tanto también se ve implicado el estándar Est.MAT.4.7.2. *Explica oralmente el proceso llevado en la resolución de problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar revisando las operaciones y las unidades de los resultados y comprobando e interpretando en el contexto la coherencia de las soluciones.*

La idea inicial surgió al visualizar en la página web creada por el Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF), que en colaboración con el Ministerio de Educación, cultura y deporte nos presentan el Proyecto Gauss. Concretamente en el enlace:

http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/primaria/actividades/geometria/poligonos/falsos_cuadrados/actividad.html

Esta actividad ha sido ya mencionada en el capítulo 2 de este mismo trabajo y donde nos presenta una actividad similar, sin embargo incluye todos los cuadrados de igual tamaño, y las deformaciones son en todos los casos la modificación de tres de sus ángulos. La primera variación que se introdujo fue colocar cuadrados de diferentes tamaños, para evitar la creación estereotipos tempranos en los alumnos. Aunque todos los cuadrados se presentan de la manera más común (con sus lados paralelos a los bordes de la pantalla o la hoja) esta no es la tarea principal, ya que colocándolos de forma girada podría haber provocado la reacción entre los alumnos de negar que aquello era un cuadrado por la falta de ejemplos vistos anteriormente. Esta carencia de variación en la posición de los cuadrados se solventa durante la resolución del ejercicio dado que los cuadrados verdaderos al moverlos aumentan de tamaño girando sobre uno de sus vértices. La segunda variante introducida, fue variar la manera de deformarse de los cuadrados, incluyendo esta vez los que se deformaban en rectángulos y en rombos, introduciendo dos de cada tipo.

En esta actividad, las posibilidades que nos da el mundo virtual son clave para desarrollar ese ejercicio, dado que en la realidad es muy difícil, por no decir imposible, reproducirla. Podemos por ejemplo construir un cuadrado con fichas y corchetes, sin embargo ese cuadrado tan solo se podrá deformar en un rombo. Así pues, GeoGebra se convierte en este caso en contexto fundamental para desarrollar esta actividad, que a mi modo de ver es muy útil y curiosa ya que tendrá que hacer a los niños reflexionar sobre

sus decisiones, ya que si leemos el enunciado propuesto en la imagen anterior, preguntaremos a los niños por los cuadrados “verdaderos” en un intento temprano de introducción de manera informal de la introducción entre figura y dibujo. Gutiérrez (2009) trabaja esta diferenciación en el contexto del software de Geometría dinámica, reconociendo que una figura es un objeto geométrico abstracto caracterizado por las propiedades matemáticas derivadas, y un dibujo es su representación. No es posible saber que figura hay detrás de un dibujo que vemos en la pantalla porque es necesaria saber que herramientas se han usado para la construcción.

Actividad 5

La quinta actividad propuesta tiene como objetivo evitar los estereotipos que se les crean a los niños al trabajar únicamente con los ejemplos del libro de texto. Además le servirá al maestro para ver si los niños tienen alguna idea preconcebida sobre la forma habitual de un triángulo en Geometría. El ejercicio consiste en esencia en que los niños jueguen a deformar los triángulos les damos, para acabar mostrándonos el triángulo que a ellos le parece más “feo” y el mas “bonito”. Esta actividad puede ser una de las actividades de la fase 4 de los niveles de Van Hiele ya que se trata de una actividad abierta en la cual no existen respuestas correctas e incorrectas.

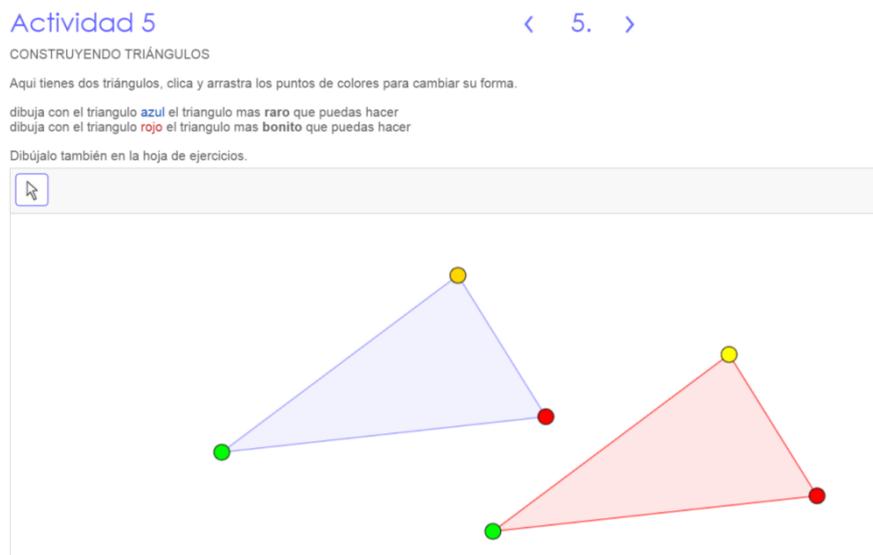


Figura 19. Portada de la actividad propuesta número 5

Fijándonos en la ley, esta actividad puede responder a los estándares de aprendizaje siguientes: Est.MAT.4.4.4. *Compone de forma manipulativa figuras planas a partir de otras describiendo aspectos concretos del resultado (diferencias de tamaño, número de lados, piezas utilizadas...)*. Además, dada la metodología que vamos a llevar, los niños nos tendrán que dar una explicación de porqué ellos llegan a ese resultado, por tanto también se ve implicado el estándar Est.MAT.4.7.2. *Explica oralmente el proceso llevado en la resolución de problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar revisando las operaciones y las unidades de los resultados y comprobando e interpretando en el contexto la coherencia de las soluciones.*

La primera idea de todas surgió debido a la sensación que con las actividades que se habían propuesto los niños no manipulaban demasiado las figuras, simplemente las trasladaban de sitio, por ello se pensó primero solamente en dar un triángulo para que experimentaran con él y nos dieran el triángulo más extraño que pudieran crear. Sin embargo luego surgió la idea de hacer también lo contrario, para ver que cánones tienen los niños de belleza geométrica con los conocimientos que tienen a esas edades acerca de tipo de triángulos, ángulos, etc.

En este caso, GeoGebra también se considera una herramienta fundamental en la realización del ejercicio, ya que si no tuviéramos esta herramienta nos sería muy difícil llevar la misma actividad a cabo. Por ejemplo les podríamos pedir que dibujaran triángulos diferentes, sin embargo, seguramente su imaginación se acabaría pronto ya que no saldrían mucho de los ejemplos dados en el libro o vistos anteriormente sobre triángulos. Sin embargo, con esta herramienta podemos fijar la condición de que el polígono tenga tres lados y que los niños modifiquen los vértices, encontrando figuras tan extrañas que igual ni parezca que son triángulos y de pie al debate y razonamiento con los niños.

Actividad 6

Esta actividad tiene como sentido que los alumnos vean que las figuras geométricas se pueden construir a base de otras diferentes o de las mismas, como si fuera un puzle. Esta actividad es un inicio a la conservación del área, destreza que a estas edades los niños aún no han desarrollado. Por ejemplo, en este caso les presentamos tres

triángulos que tienen que rellenar, uno con cuadrados, el otro con dos triángulos y el último con ocho triángulos más pequeños. Además debido a las características de la actividad y saliéndonos del maro matemático y geométrico, esta actividad potencia la motricidad fina de los niños, sobretodo en el manejo preciso del ratón. Las figuras pueden ser giradas clicando en el punto rojo.

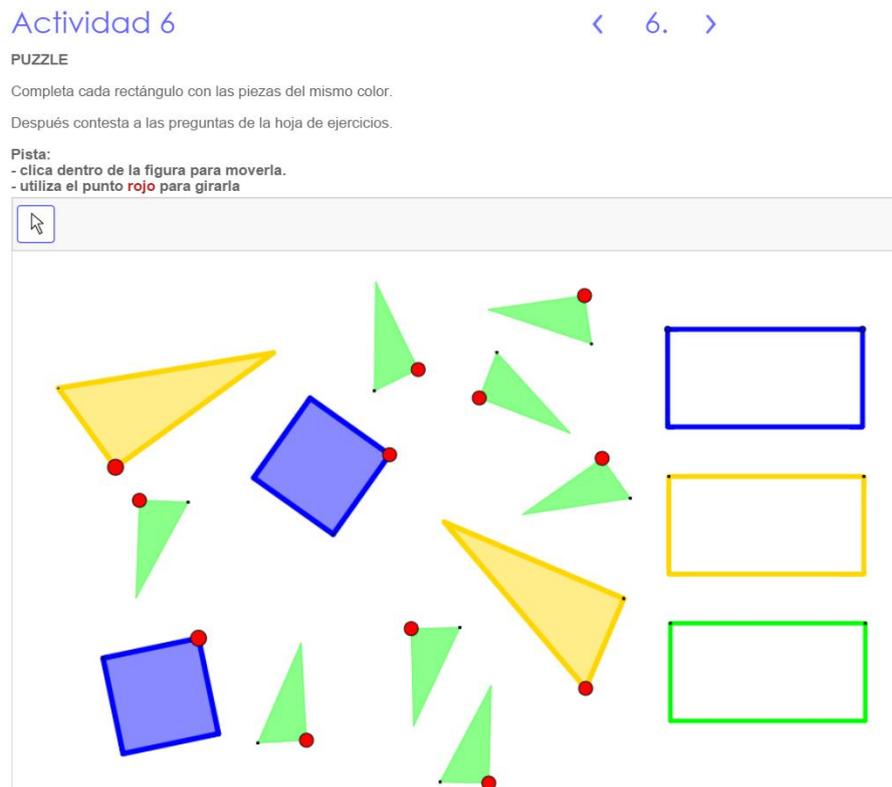


Figura 20. Portada de la actividad propuesta número 6

Esta actividad, tal y como la planteamos responde a los criterios de evaluación propuestos en el currículum, concretamente a los estándares Est.MAT.4.7.1. *Resuelve problemas geométricos relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar utilizando los conceptos básicos de alineamiento, posición.* Est.MAT.4.5.1. *Reconoce y nombra en el entorno escolar y familiar triángulos, cuadrados y rectángulos.* Est.MAT.4.4.4. *Compone de forma manipulativa figuras planas a partir de otras describiendo aspectos concretos del resultado (diferencias de tamaño, número de lados, piezas utilizadas...)*

En un principio la idea planteada era algo más sencilla, ya que las piezas con las que tenían que construir los rectángulos estaban algo más ordenadas y al lado de los rectángulos correspondientes. Sin embargo, de esta manera final la actividad se enriquece.

En este caso, GeoGebra nos proporciona un soporte en el cual realiza la actividad, con ventajas como por ejemplo ahorro de material, en el caso que propusiéramos esta misma actividad con objetos reales en el aula (cartulinas) tendríamos que hacer muchas para que todos los niños pudieran experimentar lo que nosotros queremos por ellos mismos. De esta manera se economiza trabajo y tiempo del profesor, proporcionándole al alumno la misma tarea. Planteamos hacer la misma tarea con diferentes materiales para enriquecer la experiencia de los alumnos.

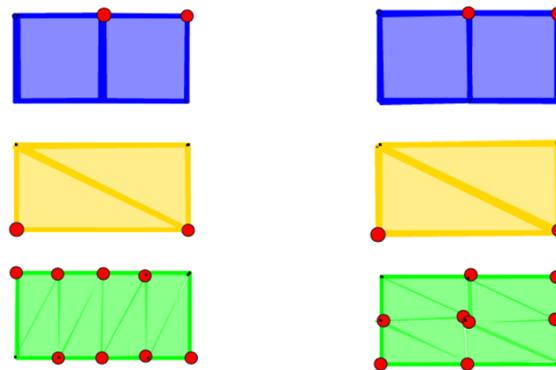


Figura 21. Soluciones de la actividad propuesta número 6

Actividad 7

En este caso, se trata de una actividad parecida a la anterior pero algo más compleja ya que conlleva la reproducción de un dibujo realizado con triángulos, cuadriláteros y un heptágono. Como dificultad, que podemos observar viendo la imagen, a ellos solo se les darán triángulos de diferentes tamaños correspondiéndose con los del dibujo propuesto.

Al ser una actividad de mayor dificultad pero similar a la Actividad 6, tanto la relación con el currículum como las ventajas del uso del programa informática se pueden aplicara a este caso de la misma manera. Por ello responde también a los

Est.MAT.4.5.1. *Reconoce y nombra en el entorno escolar y familiar triángulos, cuadrados y rectángulos.* Est.MAT.4.4.4. *Compone de forma manipulativa figuras planas a partir de otras describiendo aspectos concretos del resultado (diferencias de tamaño, número de lados, piezas utilizadas...)*

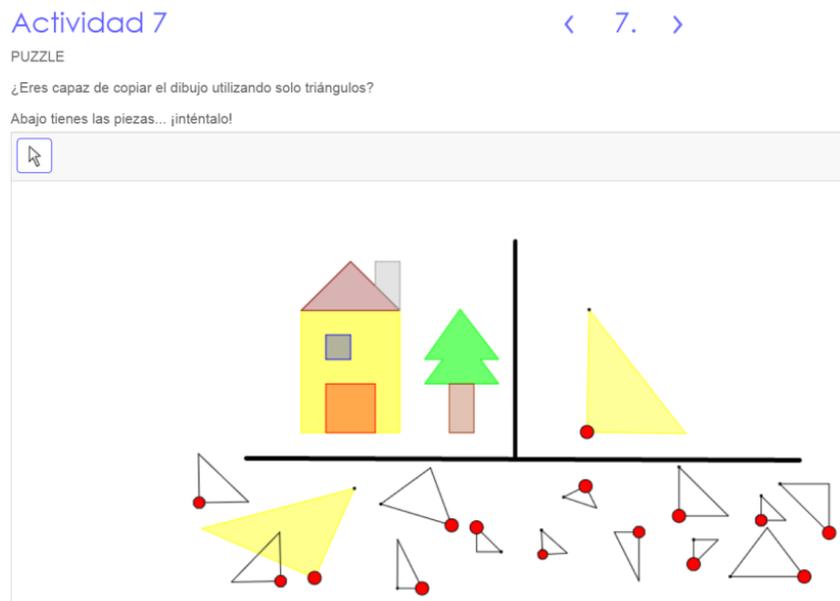


Figura 22. Portada de la actividad propuesta número 7

Las ideas previas a este diseño final incluían algunas diferencias, como por ejemplo incluir el color correspondiente en los triángulos, lo cual se eliminó dado que los niños se guiarían más por el color que por los tamaños y la correspondencia entre triángulos. También, la copa del árbol dibujado se componía de dos sencillos triángulos superpuestos, y se decidió unirlos en un solo polígono para que su resolución no fuera tan evidente.

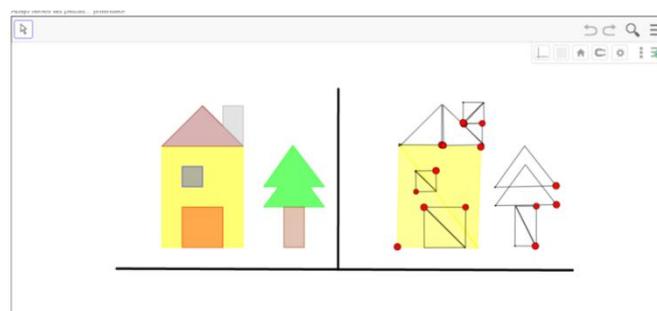


Figura 23. Solución de la actividad propuesta número 7

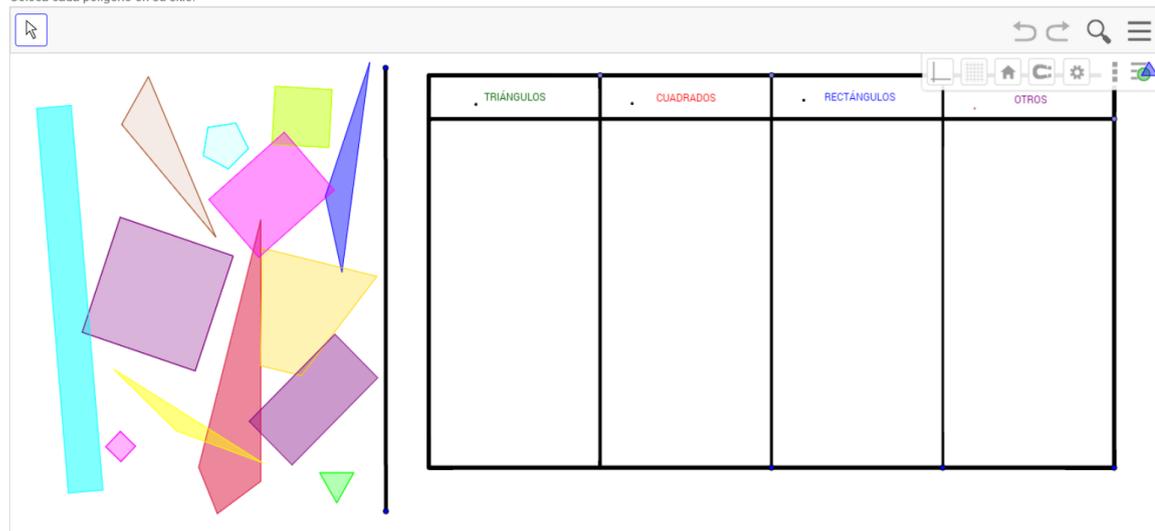
Actividad 8

La última actividad tiene como propósito la eliminación de estereotipos en Geometría, al igual que algunas actividades anteriores. En este caso pedimos a los alumnos que clasifiquen unas figuras que les proponemos a la izquierda en triángulos, cuadrados, rectángulos y otra casilla para los que no sean ninguno de estos tres. Los ejemplos proporcionados por el profesor forman un conjunto con polígonos de diferentes formas y diferentes tamaños, nada parecidos a los ejemplos que el libro de texto les suele proporcionar, con una relación de lados similar o un tamaño establecido. De esta manera, los alumnos tendrán que fijarse en las características fijas que determinan si un polígono es un triángulo, un cuadrado o un rectángulo; y colocarlo en el lugar de la tabla correspondiente.

Actividad 8 < 8.

A CLASIFICAR

Coloca cada polígono en su sitio.



TRIÁNGULOS	CUADRADOS	RECTÁNGULOS	OTROS

Figura 24. Portada de la actividad propuesta número 8

Relacionando esta actividad con los criterios que nos especifica el currículo podemos encuadrarla dentro de los estándares Est.MAT.4.2.1. *Observa, identifica y diferencia en el entorno escolar formas rectangulares, triangulares.* Y Est.MAT.4.4.1 *Identifica rectángulos y cuadrados en objetos del entorno escolar y familiar.*

De nuevo, GeoGebra nos proporciona un soporte donde realizar la actividad, además de dar la oportunidad de que todos los alumnos puedan realizar la misma actividad a la vez

sin tener que poseer mucho material para ello como sería necesario en caso de hacer esta actividad en formato papel con cartulinas y recortables.

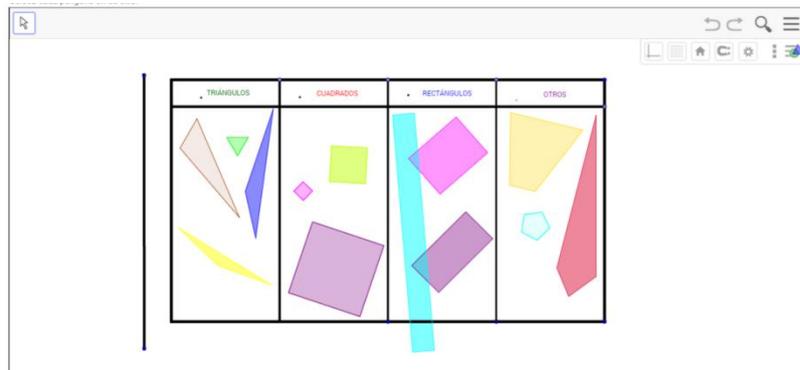


Figura 25. Solución de la actividad propuesta número 8

3.1.3 Temporalización y metodología de implementación imprevista.

La secuencia de actividades estaba pensada para dos sesiones de 45 minutos cada una. Las sesiones de informática de estos dos grupos de niños están programadas los viernes por la tarde: un grupo de 15.00 a 15.45 y el segundo grupo de 15.45 a 16.30. La primera sesión se realizará el último viernes antes de las vacaciones de Semana Santa (27 de marzo) y la segunda sesión será el primer viernes después de este mismo periodo vacacional (10 de abril).

Con respecto a la metodología a seguir, los niños se colocarán por parejas para que puedan realizar las actividades de discusión y elaboración. Al trabajar en ordenadores separados, se permitirá que cada pareja siga su propio ritmo, sin presionar a los que se queden algo retrasados respecto del grupo, intentando que realicen las actividades lo mejor posible. Los ordenadores serán independientes y no permitiremos la colaboración entre parejas. El libro GeoGebra donde están las actividades propuestas estará ya abierto en los ordenadores de cada niño para evitar pérdidas de tiempo no relacionadas con las propias actividades. Para ello se habrá entrado a la sala de informática 10 minutos antes de que los niños empiecen la clase. Previamente también se comentarán las actividades y el funcionamiento del programa tanto a mi tutor como a la tutora de la otra clase ya que ambos estarán en ambas sesiones con las dos clases porque así está organizado en el horario de cada profesor. De esta manera ellos me ayudarán a grabar las producciones

de los alumnos y mi papel será prestar atención a tomar datos y notas de cómo se van sucediendo las actividades, revisar las actuaciones de los niños y solucionar las dudas que surjan.

La recogida de datos será realizada mediante tres instrumentos:

- Una hoja de preguntas entregada a los niños y descrita en el apartado 3.1.4.
- Los archivos de ordenador guardados con las realizaciones de cada pareja. En este trabajo contaré con la ayuda de los dos profesores que están presentes en la hora de informática con la clase.
- Las notas recogidas de las intervenciones orales ante ciertas preguntas realizadas en las actividades a cada pareja por separado. Previamente numeraré los ordenadores implicados. Para facilitar la recogida de datos elaboré una tabla para cada clase como la siguiente:

Ord.	ACTIVIDAD 1	ACTIVIDAD 2	ACTIVIDAD 3	ACTIVIDAD 4	...
PREGUNTAS	¿Os ha parecido fácil de hacer?	Notas	¿Cómo los habéis ordenado? ¿Por qué los hexágonos en ese orden?	¿Por qué pensáis que esos cuadrados son los verdaderos?	
1.					
2.					
3.					
...					

Tabla 1. Tabla elaborada para la recogida de notas durante la experimentación.

3.1.4 Elaboración de actividades y/o materiales de apoyo

Como actividades de apoyo se elaboró una hoja que fue repartida a cada alumno independientemente y la rellenarán de manera individual. En ella hay preguntas tanto de contenido como de razonamiento, con el propósito de comparar la capacidad expresiva oral (recogida en la tabla de notas) y escrita, que habrá quedado pasmada en la hoja que presentamos a continuación. Cada número de pregunta está relacionada con el número de actividad a la que corresponde. Podemos observar que no todas las actividades tienen preguntas escritas, una de las causas principales fue la escasez de tiempo para la puesta en práctica.

Nombre _____ clase _____

① ¿Cuántos cuadrados amarillos hay? _____

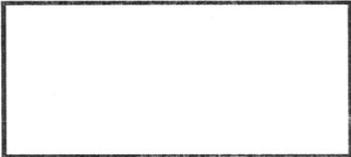
② ¿Qué polígono te ha costado más encontrar?

④ ¿Cuáles son los cuadrados verdaderos? Escribe las letras

¿Por qué dices que esos son verdaderos? Háblalo con tu
compañero y escribe:

⑤ ¿Siguen siendo triángulos aunque los cambies de forma? ¿Por
qué?

⑥ Rellena este otro rectángulo con cuadrados más pequeños
que el azul.



¿Cuántos cuadrados has
dibujado?

Figura 26. Hoja de preguntas entregada a cada niño

Las preguntas relativas a las actividades 1 y 2 son menos importantes en relación a nuestro trabajo. La razón de incluirlas es que los niños se acostumbren a contestar la hoja después de las actividades de la computadora dado que normalmente no llevan una rutina como esta y solo realizan los ejercicios en el ordenador. Las preguntas 4 y 5 nos permitirán la comparación entre expresión oral y escrita de los niños al fijarnos en las notas que se tomen durante la secuencia y las respuestas escritas por ellos después de la actividad. Para que esta comparación sea posible deberemos numerar los ordenadores y apuntar la pareja que se encuentra en cada ordenador. También tendremos que apuntar en los archivos recogidos a que ordenador pertenecen, para tener todas las producciones de los niños relacionadas.

3.1.5 Vinculación de actividades propuestas con el currículum.

Como ya hemos ido viendo en la descripción de la secuencia didáctica, cada actividad está vinculada a uno o varios estándares, con lo que podemos decir que la LOMCE nos obliga a realizar tareas que respondan a ellos, por lo que nos limita las posibilidades de creación y objetivos de las actividades. Veamos en esta tabla la relación entre actividades y estándares dentro del bloque de Geometría de 1º de Primaria a los que se refieren.

		Actividades							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Estándares	Est.MAT.4.1.3	✘							
	Est.MAT.4.2.1	✘							✘
	Est.MAT.4.4.1		✘						✘
	Est.MAT.4.4.2		✘						
	Est.MAT.4.4.4			✘		✘	✘	✘	
	Est.MAT.4.5.1				✘		✘	✘	
	Est.MAT.4.7.1			✘			✘		
	Est.MAT.4.7.2				✘	✘			

Tabla 2. Relación de los estándares del currículum con las actividades propuestas.

El desarrollo de los contenidos de cada estándar se especifica en la descripción de las actividades (ver capítulo 3.1.2) y las hojas del currículum relativas a estos estándares se encuentran en el anexo 1.

3.2 Experimentación y evaluación de las sesiones desarrolladas.

A continuación, se llevará a cabo una descripción detallada de los datos y resultados obtenidos en las sesiones, realizando esta evaluación actividad por actividad. Como anunciamos previamente, fueron dos las sesiones de 45 minutos las necesarias para terminar mi secuencia didáctica, llevadas a cabo con dos de las tres clases de 1^{er} curso de Primaria. Estos son los resultados obtenidos en la experimentación.

Actividad 1

Esta primera actividad está pensada como una primera toma de contacto del programa por parte de los alumnos. Los alumnos debían ordenar los polígonos puestos en el lado izquierdo de la pantalla según las demandas del enunciado. Es una actividad sencilla y tras realizarla, a los alumnos les parecía fácil en general. Encontramos algún alumno que expresaba dudas sobre derecha e izquierda. Pero de todos los niños que la realizaron solo uno tenía dudas acerca de los contenidos matemáticos de rectángulo y cuadrado.

Las actividades se resolvieron de manera correcta, como la siguiente:



Figura 27. Ejemplo de solución de la actividad 1 realizado por niños

Un dato curioso fue que algunos niños realizaron la actividad sin tener en cuenta la foto de referencia que se les propuso, lo que incita a pensar que igual no es necesario para realizar la actividad, incluso que dificulta la comprensión de la misma. Lo vemos en el ejemplo de la siguiente figura.

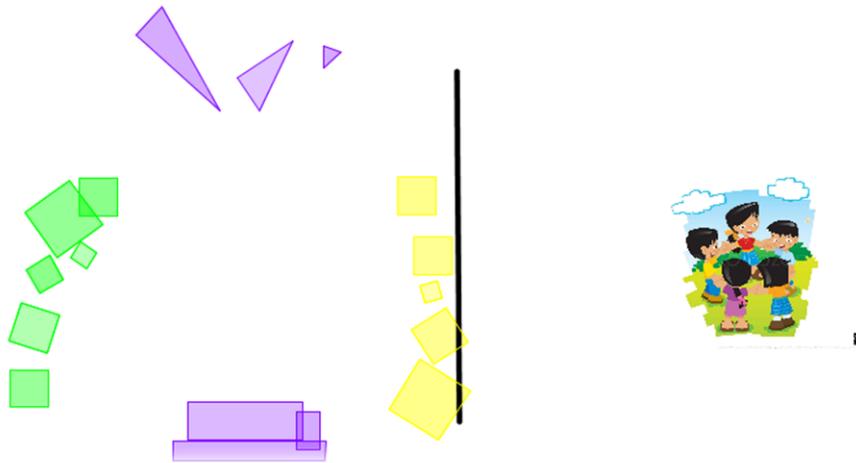


Figura 28. Ejemplo de solución de la actividad 1 sin tener en cuenta las referencias con la imagen.

Como caso curioso encontramos el ejemplo de este par de niños, que solucionaron el ejercicio de esta manera:

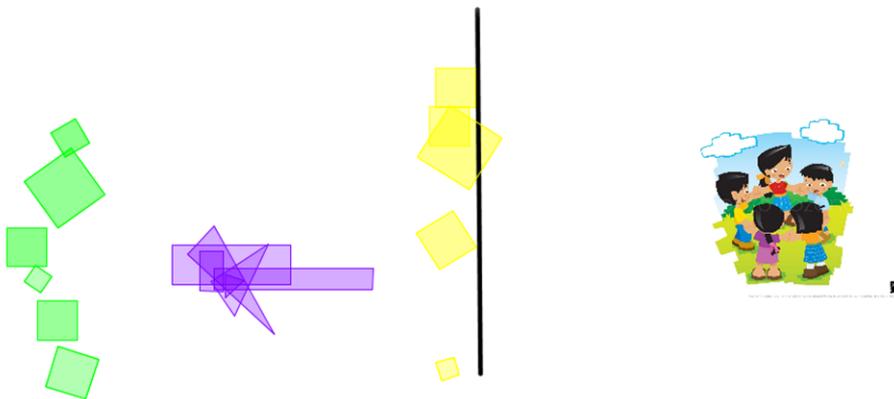


Figura 29. Ejemplo de solución de la actividad 1 de manera errónea.

Tras preguntarles si habían leído el enunciado y si lo habían entendido ellos respondieron que sí. Posteriormente les dije que me leyeran donde tenían que estar colocados los rectángulos y que me señalaran cuál de esas figuras era un rectángulo. Hice lo mismo con los triángulos. Ambas respuestas fueron correctas a la pregunta propuesta, pero los niños seguían convencidos de que la respuesta que ellos habían dado era la correcta.

Personalmente, creo que es una buena actividad inicial, ya que es sencilla y tiene bastantes contenidos matemáticos, sin embargo de cara a realizarla una segunda vez, me replantearía la necesidad de colocar imagen de referencia.

Actividad 2

Esta actividad no tuvo el resultado esperado, por ello al realizar el primer día la secuencia con dos clases, una seguida de la otra, decidí suprimir la actividad en la segunda clase viendo los resultados obtenidos en la primera. Los niños debían encontrar los objetos con forma de rectángulos o cuadrados y señalarlos ajustando los polígonos que les dábamos a la izquierda de la imagen. Nos encontramos con problemas de dos tipos: informáticos y matemáticos. Los del primer tipo eran principalmente relacionados con el manejo de las figuras para que señalaran las figuras de la foto, pese a que había instrucciones al inicio de la actividad y también habérselo explicado a todos en voz alta con un ejemplo en el proyector de la sala. Tan solo una pareja de alumnos supo ponerlas correctamente.

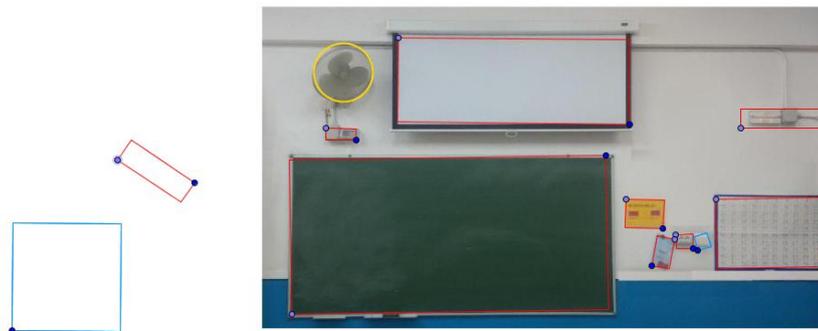


Figura 30. Ejemplo de solución de la actividad 2 realizada por una pareja

Al ver que los niños perdían mucho tiempo en colocar bien los polígonos y que algunos, aunque se lo explicáramos individualmente en la pantalla no sabían cómo hacerlo les propuse opción más sencilla, aunque menos correcta estéticamente. Esta solución era que simplemente superpusieran los polígonos encima de la figura de la foto que ellos pensaran que tenía forma de ese polígono. Veámoslo en la figura 28.

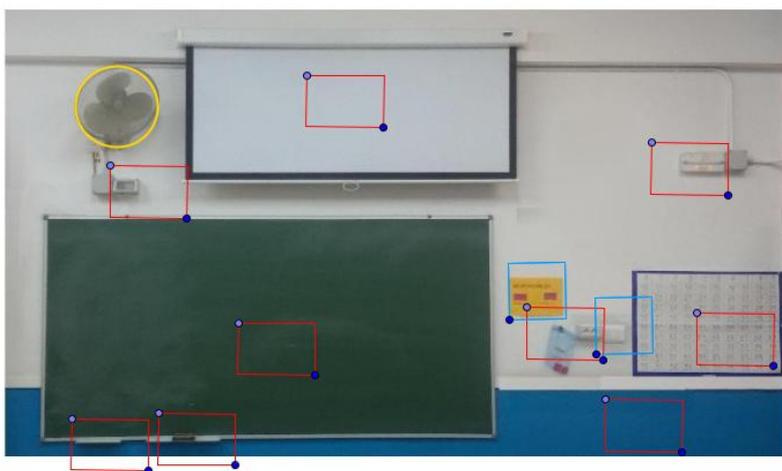


Figura 31. Ejemplo de solución propuesta a los alumnos ante los problemas tecnológicos encontrados.

El segundo tipo de problemas fueron de tipo matemático, puesto que algunos alumnos cometen fallos de reconocimiento de polígonos como los siguientes:

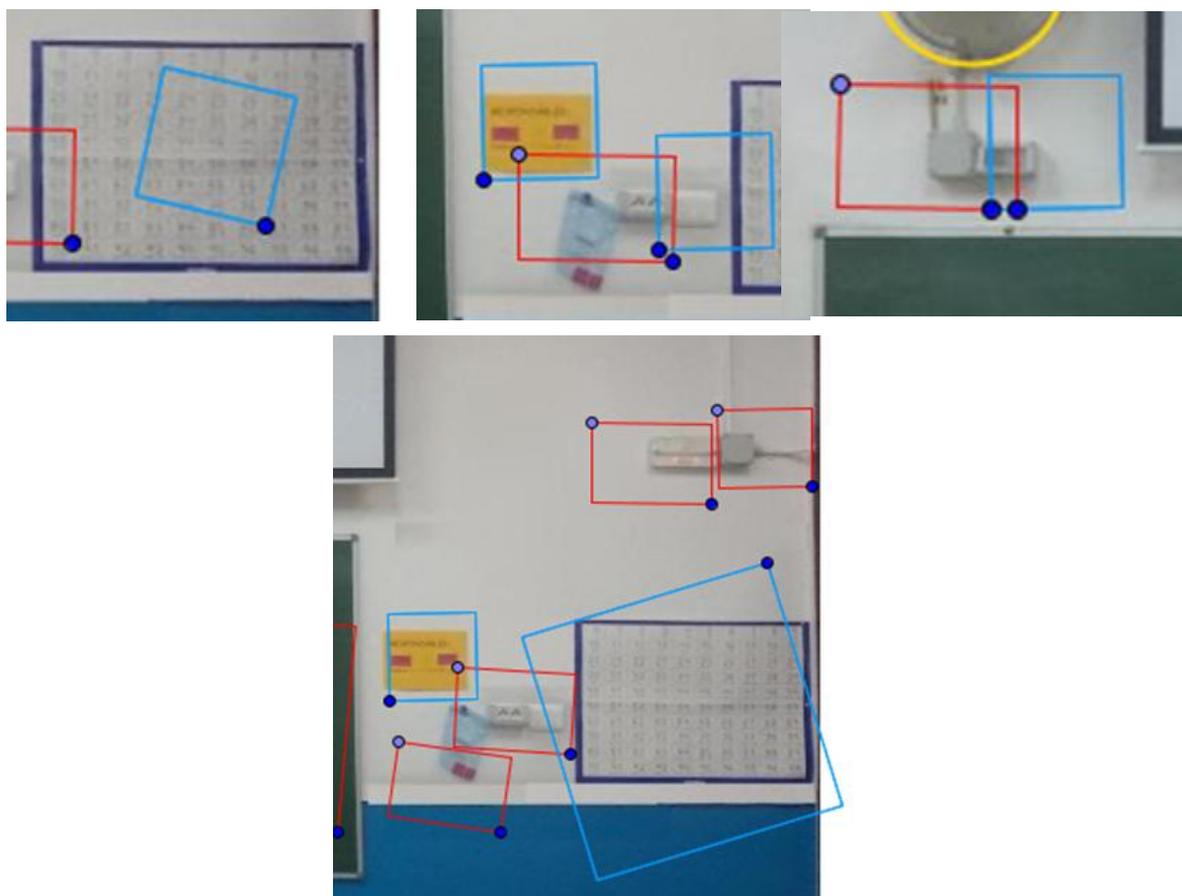


Figura 32. Ejemplos de errores geométricos encontrados en las soluciones de los niños

Como resumen cabe destacar dos defectos posibles de esta actividad:

1. Quizás sea demasiado complicada de manejar para niños tan pequeños, o no tengamos la herramienta correcta para hacer que señalen fácilmente las figuras.
2. La imagen contenga demasiadas formas para que lo niños reconozcan polígonos o que lo consigan en un tiempo razonable. Una imagen más simplificada podría ser ponerles solo la esquina inferior derecha, dado que solo esa esquina ya contiene bastantes formas que al estar tan reducida no se ven demasiado bien

Actividad 3

La tercera actividad hacía referencia a la ordenación de diferentes polígonos según el número de lados. Ante dicho ejercicio la mayoría de los alumnos reaccionan de la manera esperada vista en la figura 15 y ordenan los polígonos de esta forma:

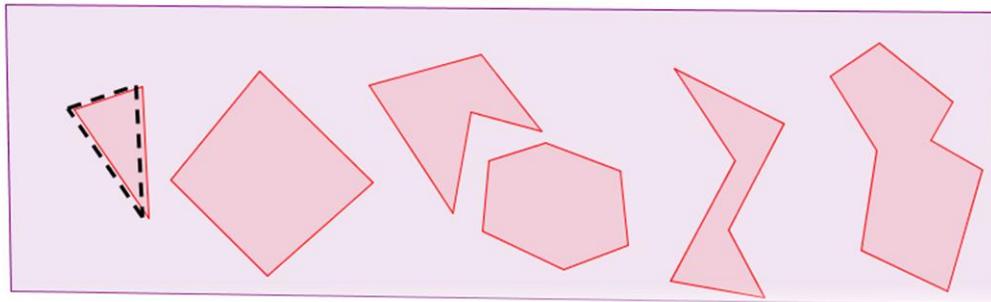


Figura 33. Ejemplos de solución de la actividad 3 realizada por una pareja

El ejercicio tenía una dificultad añadida puesta a propósito por el docente. Dos de los polígonos indicados tenían ambos 6 lados. Sin embargo, de todos los alumnos que pasaron por la actividad tan solo una pareja me preguntó esa duda. Yo les pregunte que si ante esa situación, sería posible una ordenación, me dijeron que sí, pero la solución que propusieron era similar a la figura 30.

El resto de alumnos ordenaban poniendo el hexágono cóncavo primero y el convexo detrás, tan solo encontramos un caso de ordenación contraria de los hexágonos. Cuando

les pregunto yo porqué han puesto primero uno y no otro nos encontramos con tres respuestas diferentes:

- “Este (señalando al polígono cóncavo), porque es más pequeño”

Los alumnos podrían estar asociando el tamaño al número de lados y por ello sacan esta conclusión que podemos observar en la figura 31.

- “Este (señalando al polígono convexo) porque es como los que me sé”

En este caso podrían asociar lo conocido a lo normal para ellos y ponerlo delante porque ha sido el primero que han reconocido. Ante esta respuesta pregunte si sabía cómo se llamaban esas figuras que se sabía y me contestó:

- “Este es hexágono pero hay pentágonos, “sieteagons”, octógonos y así hasta mil”
- No lo sé.

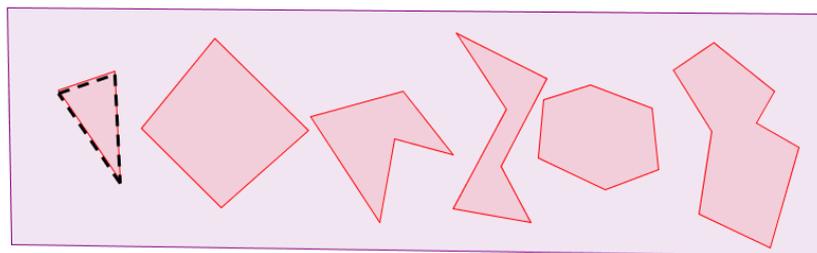


Figura 34. Ejemplos de solución de la actividad 3 colocando el polígono de 6 lados cóncavo delante del convexo.

Por último encontramos a un sector de alumnos que realizan la actividad de manera incorrecta, y la solucionan ordenando los polígonos en función del tamaño y no de la forma, como vemos a continuación:

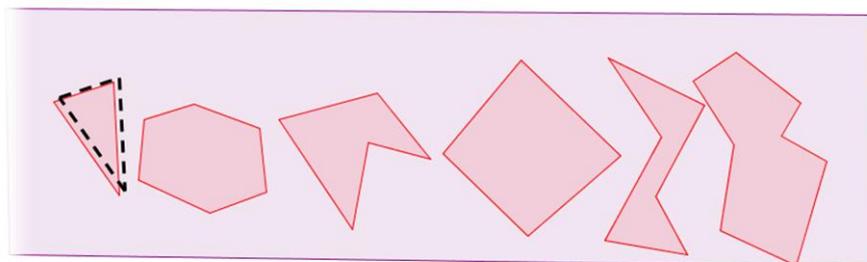


Figura 35. Ejemplos de solución de la actividad 3 de manera errónea

A este grupo de parejas (tres de entre todas las participantes) les pedí que me leyeran el enunciado y que me dijeran como lo habían hecho para ordenar. Algunas respuestas fueron del tipo “si son mas grandes tienen más lados” o “hemos mirado cual era más grande que el de antes”.

En general creo que es una buena actividad ya que se ha conseguido el propósito propuesto y descrito en el punto 3.1.2 además de que ha tenido buena acogida entre los niños y los resultados obtenidos han sido satisfactorios.

Actividad 4

En esta actividad les presentábamos siete figuras con forma de cuadrado y debían encontrar cual eran los cuadrados de verdad clicando en el punto y arrastrando. La mayoría de las parejas logran saber cuáles son los cuadrados verdaderos (A y G) aunque algunos incluyen también los cuadrados que se deforman en rombo. Mientras que con los cuadrados que se deforman completamente y el que se deforma en rectángulo no son confundidos por los alumnos.

Sus producciones tras experimentar con los cuadrados quedan de esta manera:

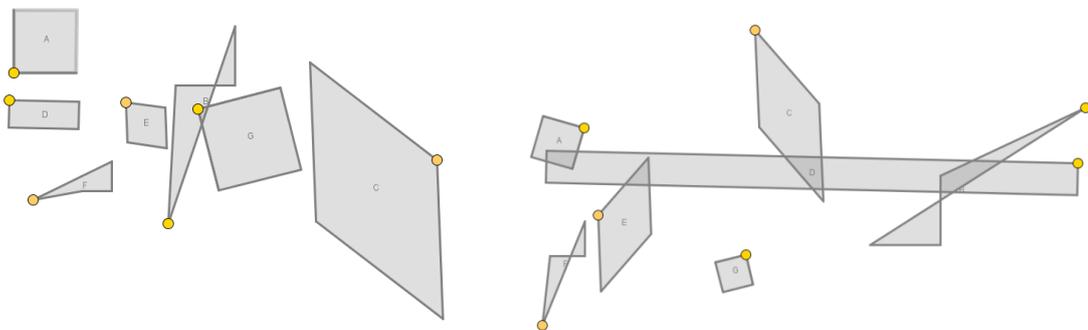


Figura 36. Ejemplos de la actividad 4 una vez finalizada por los alumnos

Sin embargo en esta actividad lo verdaderamente interesante son las respuestas y comentario de los niños ante las preguntas de razonamiento del docente. Muestro a continuación algunos de los diálogos que se dan en el aula y el correspondiente comentario de las mismas. En el anexo 2 podemos encontrar el resto de conversaciones anotadas, tanto en esta actividad como en la siguiente.

La pregunta general que el docente (yo en este caso) realiza de manera común a cada pareja es: **¿y porque decís que esos son los cuadrados de verdad?** Ante esta pregunta los alumnos responden de esta manera. Para aclarar el formato de los diálogos de todo el trabajo muestro mis comentarios en letra negrita. En este caso, no es necesario relacionar cada diálogo con su producción en el ordenador ya que son todas similares.

Pareja 1

- Porque se mueve como un cuadrado
- **¿Y qué significa que se mueva como un cuadrado?**
- Que hace así (muestra movimientos de grande y pequeño con las manos)
- **¿Y los otros no hacen eso?**
- No esos cambian, son raros

Comentario: la respuesta “porque se mueve como un cuadrado” fue la respuesta más frecuente en ambas clases. Es lo que la mayoría de parejas argumentan cuando se les plantea esta pregunta. Podemos pensar que los niños sí que distinguen lo que es un cuadrado por su forma, lo visual, la simetría de sus lados, etc. Sin embargo no saben decir porque sigue siendo un cuadrado al tirar del punto, ellos reconocen que cuando mueven el punto, la figura sigue manteniendo esa forma que ellos reconocen como cuadrado, y sin embargo los otros no lo hacen, se deforman y por tanto “no se mueven como cuadrados”.

Pareja 5

- Porque tiene forma de cuadrado
- **¿Y cuál es la forma de un cuadrado?**
- No saben responder
- **¿tiene algo de especial que no tengan los demás?**
- Sus lados son iguales

Comentario: existe otro sector menor de alumnos que logran relacionar una de las características de estas figuras que, aunque no aparece aún en el libro de texto, los maestros sí que han comunicado a sus alumnos. Esta característica es la igualdad de

lados, que como vemos, utilizan para contestarnos aunque esta respuesta no sea del todo cierta o este incompleta.

Pareja 8

- Porque no se convierte en otra figura
- **¿Y los otros si?**
- Si mira este es un rombo y este es un rectángulo y este es algo raro.

Comentario: esta respuesta la recibí sólo de una pareja. Es de comprender debido a su complejidad, ya que incluye contenido de figuras geométricas que levemente habían leído en el libro anteriormente, como es el caso de rombos y rectángulos. En concreto se trataba de una pareja de chicos de buen rendimiento académico. Básicamente comparan los resultados finales tras las experimentaciones realizadas.

Pareja 3

- Porque están rectos
- **¿Por qué dices que están rectos?**
- No se
- **¿Y siempre están rectos?**
- Si

Comentario: cómo podemos ver, estos alumnos entienden más conceptos que los que pueden ellos explicar. En este caso es muy posible que se esté haciendo referencia a los ángulos de un cuadrado y que al mantener su medida de 90° en todas las deformaciones, les dé a estos alumnos la sensación de que “se quedan rectos” mientras los demás no.

Pareja 10

- Porque es como...raro es como... así apretado
- **¿Y el cuadrado no se aprieta?**
- No, se queda siempre así bonito, los otros se hacen feos.

Comentario: en este caso, este par de alumnas puede entenderse que estén haciendo referencia a los cánones de estética según la simetría. Por ello que encuentren a las figuras que mantienen su condición de cuadrado como “bonitas” ya que los cuadrados poseen cuatro ejes de simetría mientras que los rectángulos y rombos tienen dos ejes de simetría. Sin embargo las otras se deforman estirándose o doblándose, en resumen modificando las medidas de sus ángulos o lados.

Además de las respuestas orales, en la hoja que los alumnos tenían que rellenar, había una pregunta para que rellenasen individualmente. A continuación muestro algunas de las respuestas, muy similares a lo que hemos comentado anteriormente. Ante la pregunta siguiente, estas fueron las respuestas obtenidas.

“¿Por qué dices que esos son los cuadrados verdaderos? Háblalo con tu compañero y escribe:”

R1	
R2	
R3	
R4	

Figura 37. Ejemplos de respuestas escritas a la actividad 4.

En resumen, me parece una actividad a la que se le puede sacar mucho partido, y cuyas respuestas variarán mucho según a qué edad se propongan.

Actividad 5

Esta actividad es una de las más sencillas de manejar para los niños y una de las que me demostró tener mayor aprovechamiento didáctico. A continuación se muestran algunas de las producciones realizadas por los niños, y posteriormente expongo las explicaciones que ellos dieron de por qué les parecía ese triángulo el mas “bonito” o el mas “raro”.

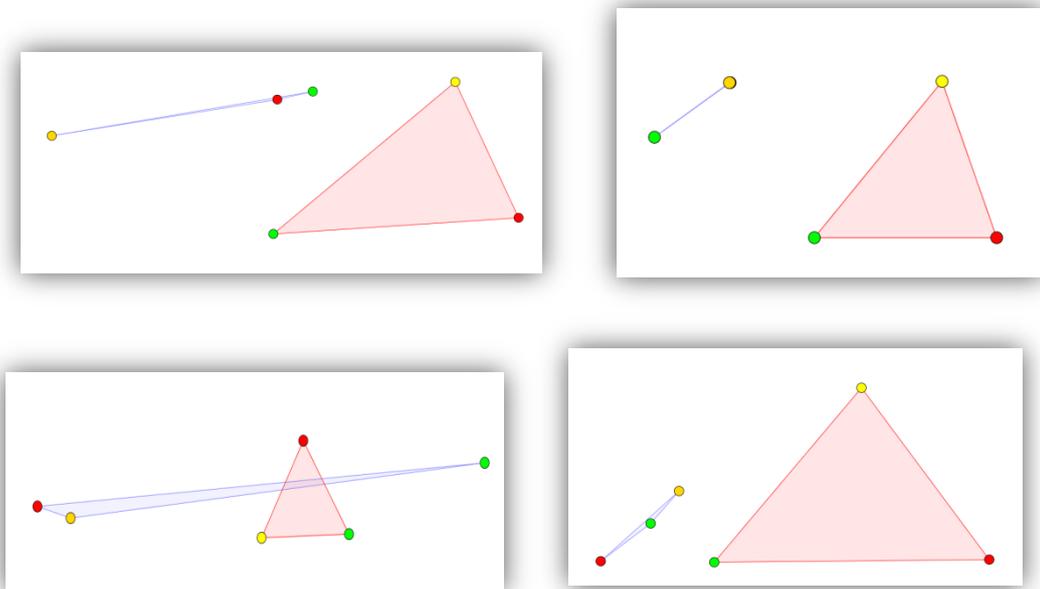


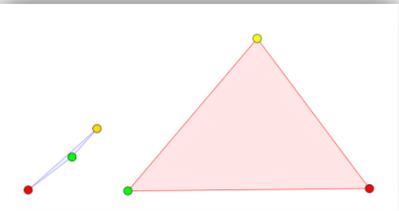
Figura 38. Ejemplos de respuestas escritas a la actividad 4.

Como podemos comprobar en las imágenes anteriores hay una corriente muy similar en todas las parejas, una tendencia a considerar el triángulo “bonito” como un triángulo equilátero, normalmente bastante grande. También la mayoría de parejas consideraban triángulo “raro” a un triángulo escaleno, muy alargado, hasta convertirlo a veces en una línea. Estos resultados son curiosos a la vez que habituales, ya que siempre se ha asociado la belleza y la armonía con la simetría, y estamos comprobando que incluso niños con escasos conocimientos sobre estos campos también lo reproducen. De otra manera, es posible también que este tipo de triángulos sean los que primero se enseñan en las clases de Infantil, y sea por otro lado, los que primero reconozcan y por tanto memoricen sus formas. También encontramos una cierta racionalización en el triángulo

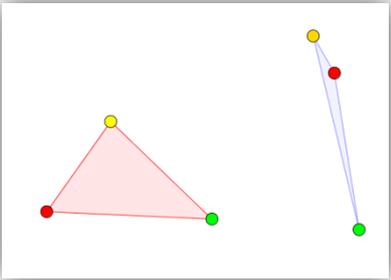
que les es extraño, dado que visualmente, casi deja de ser un triángulo. Este hecho nos abrirá la oportunidad para preguntar a los niños si esto siguen siendo triángulos o son ya otra figura.

Veamos algunas de las razones que ellos dieron ante la pregunta de por qué les parecían raros o bonitos esos triángulos. Adjuntamos al lado la imagen que ellos mostraron como solución. En el anexo 3 podemos encontrar el resto de diálogos con sus ejemplos.

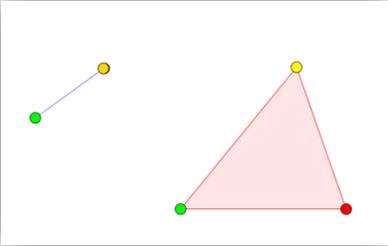
Pareja 1

<ul style="list-style-type: none"> - ¿Por qué os parece este bonito? - Porque se parece a una montaña - ¿y por qué pensáis que este es raro? - Porque no se ve lo de dentro - ¿Y sigue siendo un triángulo? - No - ¿Por qué? - No se parece al otro 	
---	---

Pareja 7

<ul style="list-style-type: none"> - ¿Por qué os parece este bonito? - Porque están muy separados - ¿El que está separado? - Los puntos están separados - ¿Y eso es lo que lo hace bonito? - Si porque no se, es bonito - ¿y por qué pensáis que este es raro? - Porque no se ve lo de dentro - ¿Y sigue siendo un triángulo? - Sí, pero muy chatito 	
---	--

Pareja 3

<ul style="list-style-type: none">- ¿Por qué os parece este bonito?- Porque es bonito míralo- ¿Y a todos les parecerá bonito?- Si- ¿Por qué?- Porque es grande y así (movimiento de manos)... no sé.- ¿y por qué pensáis que este es raro?- Porque esta así muy raro- ¿Y sigue siendo un triángulo?- Si porque aun que eso tienen tres lados	
--	--

Como comprobamos, la mayoría de las parejas razonan sus elecciones con dificultades, y nos argumentan sus opiniones con los dibujos, atribuyendo como características buenas lo espacios, la separación de sus vértices y el área claramente coloreada y como negativos los contrarios. Tampoco nos pueden dar muchas más explicaciones debido en parte a la falta de vocabulario que ellos tienen sobre el contenido.

En la mayoría de los casos, el triángulo azul no es reconocido como tal, dado que en casos límite lo convertían en un segmento como podemos comprobar en la imagen de la pareja 3. Ante estas situaciones, decidí utilizar la herramienta que me proporciona GeoGebra para aumentar su dibujo hasta que se llegaran a vislumbrar los dos vértices con la línea que les unía. Sin embargo y a pesar de la demostración pocas eran las parejas que cambiaban de opinión sobre esa figura. La mayoría seguían pensando que no era un triángulo o se quedaban sin saber decidir si era o no.

Me parece una actividad muy interesante, que al igual que la anterior, se obtendría diferentes resultados y razonamientos según las edades a las que se les plantee. Como hemos visto en la explicación, puede dar pie a hablar de muchos conceptos y es una primera puerta para romper con los estereotipos creados en el libro de clase.

Actividad 6

En la actividad número 6 no se vislumbraron grandes dificultades. Los niños tardaban un poco en descubrir cómo se giraban las figuras pero una vez hecho esto, el resto de la actividad les resultó sencilla. La única pega que los niños encontraban era con el rectángulo verde, dado que este se componía de triángulos más pequeños y por ello había que tener más cuidado para que el rectángulo quedara sin huecos blancos. Podemos observar en las figuras 36 y 37 la diferencia de motricidad entre dos parejas, y aunque esta sea claramente existente, el ejercicio está resuelto correctamente en ambos ejemplos.

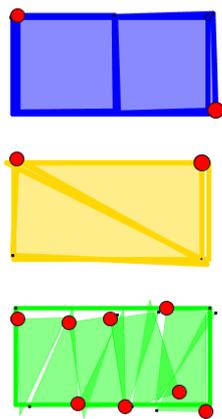


Figura 39. Ejemplos de respuestas a la actividad 6.
Niños con un menor control de la motricidad fina

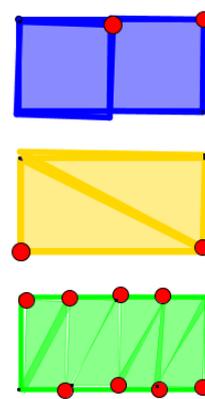


Figura 40. Ejemplos de respuestas a la actividad 6.
Niños con un mayor control de la motricidad fina

Los diálogos entablados con los alumnos en esta actividad trataban sobre si los niños se habían fijado con qué polígonos se podían formar un rectángulo. La mayoría de las parejas eran capaces de contestar bien a estas preguntas, por lo que la actividad les pareció sencilla. Al fin y al cabo no deja de ser un puzzle, donde sus piezas son figuras geométricas. Sin embargo, aunque la realización de la actividad fuera correcta, comprobamos que algunos niños no habían comprendido el sentido de la misma dadas las respuestas que dieron en la actividad que se les pedía en la hoja, donde les demandábamos que rellenaran un rectángulo nuevo con mas cuadrados de los que habían puesto en el rectángulo azul. Veamos algunos ejemplos de ello:

“Rellena este rectángulo con cuadrados más pequeños que los de la actividad 6”

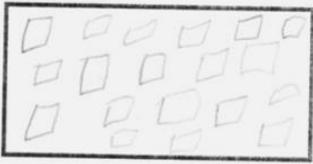
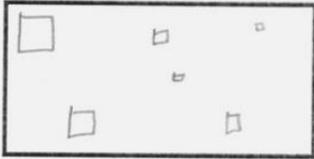
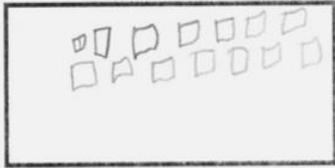
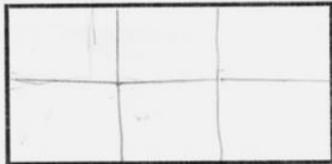
R1		¿Cuántos cuadrados has dibujado? <u>diecinueve</u>
R2		¿Cuántos cuadrados has dibujado? _____
R3		¿Cuántos cuadrados has dibujado? <u>diecinueve</u>
R4		¿Cuántos cuadrados has dibujado? <u>seis</u>

Figura 41. Ejemplos de respuestas escritas a la actividad 6

Como comprobamos, muchos de los alumnos no han comprendido el sentido exacto del ejercicio, mientras que otros lo realizan de manera más o menos correcta.

Actividad 7

La séptima actividad, como ya comentamos en el apartado 3.1, es una ampliación de la actividad 6, a modo de juego. La principal diferencia que los niños tuvieron es que las piezas para completa el dibujo solo eran triángulo, mientras que las que aparecían en el dibujo eran de formas variadas: triángulos, rectángulos, cuadrados pentagons y heptagons. Esa actividad, aunque les llevó algo mas de tiempo que las anteriores dada la precision y dificultad que tiene, más de la mitad de los niños supieron resolverla correctamente como podemos comprobar en la figura 39.

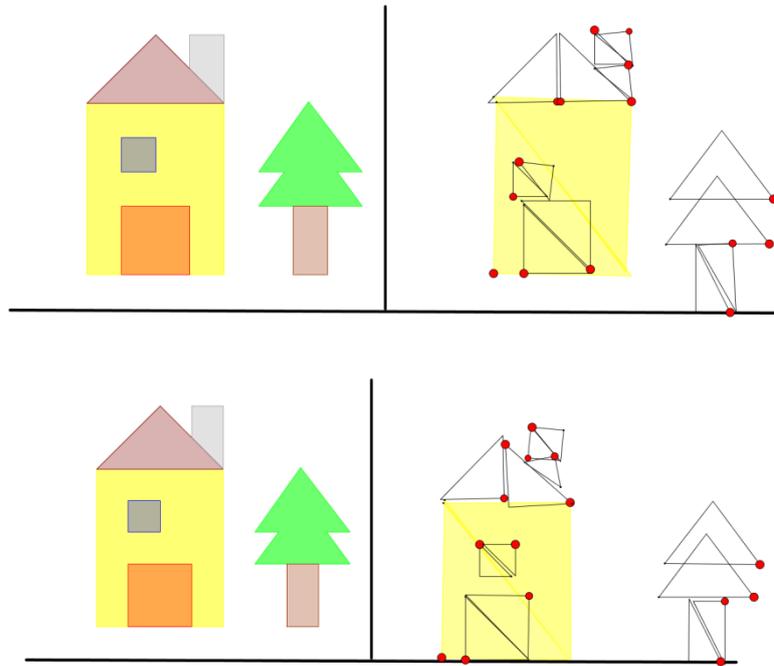


Figura 42. Ejemplos de soluciones a la actividad 7.

La mayor dificultad que se encontraron los niños fue la formación de la chimenea de la casa. Probablemente porque el resto de polígonos se componen de dos triángulos, sin embargo este lo forman tres piezas. En mi opinión, esta dificultad incrementada se debe a que los niños aun no han adquirido esta capacidad que permite ver la chimenea (triángulo rectángulo) como tres triángulos adyacentes. Comprobamos esta dificultad en la figura 43, donde los niños son capaces de construir el resto de la imagen correctamente menos esa parte.

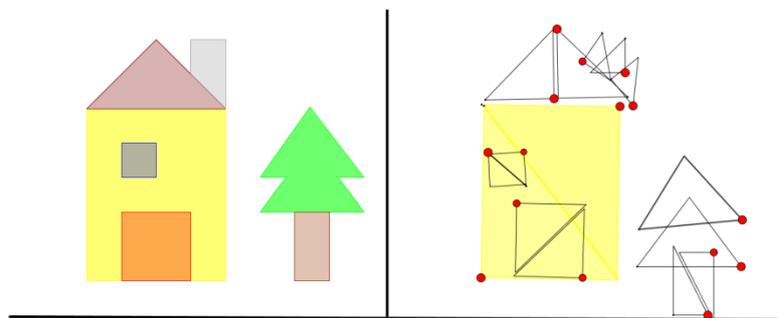


Figura 43. Ejemplos de la dificultad que encontraron los niños para formar la chimenea.

Actividad 8

Por último, la octava actividad fue realizada por los alumnos sin ningún problema. Este ejercicio estaba puesto a propósito, con formas de polígonos que no son normalmente enseñadas en la escuela, y por ello los alumnos tienen que remitirse a las características fundamentales para definir un polígono. Podemos ver los resultados de algunas soluciones que nos dieron los alumnos en la figura 44.

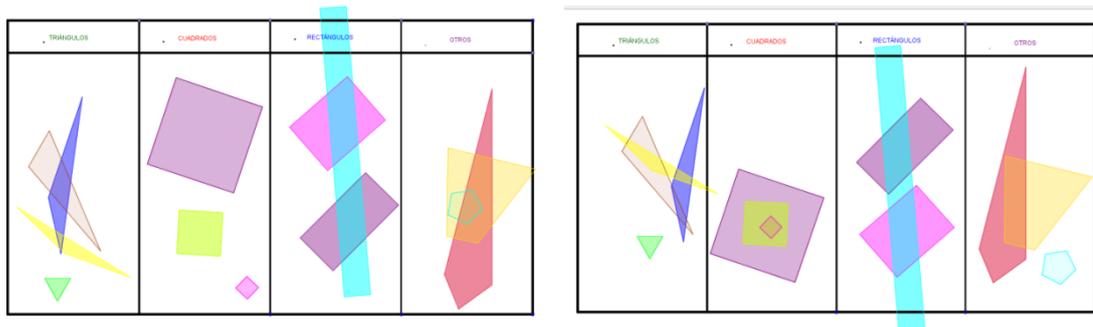


Figura 44. Ejemplos de soluciones a la actividad 8.

Como vemos en las resoluciones, las figuras dadas eran de diferente índole, representando el mismo polígono. Por ejemplo encontramos cuadrados de tamaños variados, triángulos de diferentes clasificaciones (equilátero, obtusángulos, etc.), rectángulos cuyas proporciones entre los lados son diferentes... Esta actividad al ser la última no a todas las parejas les dio tiempo a llegar ya que muchas se quedaron en la actividad anterior que llevaba algo más de tiempo.

3.3 Secuencia didáctica construida a partir de la experimentación.

Una vez que hemos experimentado con nuestra secuencia didáctica inicial y hemos sacado los resultados obtenidos en cada actividad procederemos a diseñar la secuencia didáctica final. No se trata de una secuencia independiente, sino de una versión mejorada y más completa de la secuencia que hemos llevado a cabo y que podemos diseñar sin limitaciones de tiempo o de espacio dado que esta secuencia no será llevada a cabo con niños. La exponemos a modo de mejora de la secuencia anterior, teniendo en cuenta los resultados.

Esta secuencia mejorada consta de nueve actividades entre las que se encuentran algunas que ya se han hecho en la secuencia anterior, otras que han sido modificadas y algunas que son introducidas de forma novedosa. Por ejemplo, la mayor carencia que encontré en mi secuencia didáctica fue a falta de ejercicios de construcción. Tal vez por la limitación de tiempo que tuve para realizar la experimentación y dado que este tipo de ejercicios suele costar algo más ya que requiere mayor atención de los niños.

Si nos remitimos al capítulo 1 de este TFG uno de los puntos estudiados fue los niveles de razonamiento de Van Hiele. En esta secuencia didáctica intentamos adecuar las actividades a las fases propuestas por el autor. No con esta corta secuencia de actividades estarían completas todas las fases, ni sería suficiente para que los alumnos lograran pasar de nivel; sin embargo hemos intentado llevar el orden que nos orienta Van Hiele para crear la secuencia implementada, esta vez sin condicionantes de tiempo. Comentamos en esta sencilla tabla el orden seguido:

	Objetivo de la fase	Nº de actividad
Fase 1	Diagnóstico/ conocimiento previo	1
Fase 2	Orientación dirigida, cuestiones cerradas	2, 3, 4
Fase 3	Intercambio de experiencias	-
Fase 4	Orientación libre, cuestiones abiertas	3,4, 5, 6, 7
Fase 5	Resumen, visión global	8, 9

Veamos las actividades planteadas:

Actividad 1



Figura 45. Actividad 1 secuencia final

Dado el resultado obtenido con la actividad propuesta, se tomó la decisión de suprimir la imagen de referencia donde los alumnos tenían que colocar los polígonos por lo que los alumnos tendrán que reagrupar los polígonos en la pantalla en blanco del fondo, al igual que hicieron algunos omitiendo la imagen propuesta.

Al suprimir la imagen sobre la que había que colocar las figuras también cambia la redacción del enunciado de la misma, ya que ahora proponemos que los alumnos ordenen las figuras poniéndolo arriba, abajo, a la derecha o a la izquierda simplemente. Los estándares que se trabajan siguen siendo los mismos que en la actividad de la secuencia original: Est.MAT.4.1.3 y Est.MAT.4.2.1

Actividad 2

Dada la dificultad de manejo y la gran inversión de tiempo que necesitaba a la actividad dos de la secuencia previa se toma la decisión de suprimirla y cambiarla por la que a continuación se plantea. En esta actividad mostramos a los niños uno de los famosos cuadros de Piet Mondrian, en el aparecen cuadrados rectángulos mezclados. Para que los niños nos digan el número de cuadrados que hay les dejaremos al alcance una de las herramientas de GeoGebra. A la izquierda del cuadro podrán encontrar un cuadrado al cual podrán desplazar y variar su tamaño para comprobar si lo que ven son cuadrados de verdad (coincidirá con el cuadrado móvil) o rectángulos que dan la impresión de ser

cuadrados (no coincidirán del todo).

ACTIVIDAD 2

¿Eres capaz de contar cuantos cuadrados hay en este dibujo?
Ayúdate del cuadrado verde para comprobar si son cuadrados de verdad o son rectángulos.
Puedes variar su tamaño pinchando en el punto rojo y arrastrando.

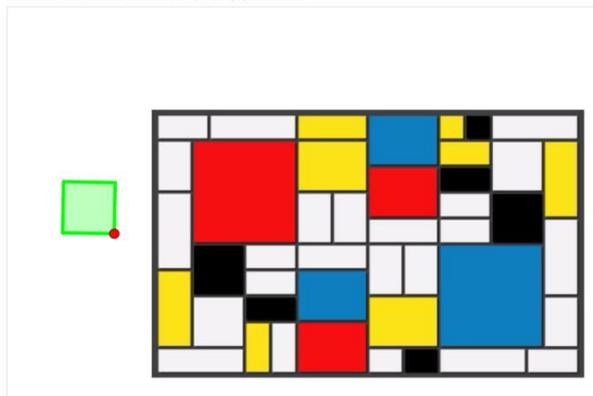


Figura 46. Actividad 2 secuencia final

De esta manera les presentamos una herramienta para la comprobación de cuadrados realizada con GeoGebra y utilizada desde el mismo programa. La portada de esa actividad se refleja en la figura 46.

Supliremos las carencias de la sustitución de la actividad inicial número 2 con una sesión de reconocimiento real en el aula de clase. Esta actividad corresponde a los estándares Est.MAT.4.4.1

Esta actividad es un ejemplo de la relación entre el arte y la Geometría que puede ser tratada en Primaria.

Actividad 3

Una de las carencias que encontrábamos en la secuencia planteada previamente era la inexistencia de ejercicios en los que los niños tuvieran que crear polígonos en GeoGebra. En esta nueva secuencia incluimos un par de actividades en las que los niños realicen sus propios polígonos. Esta actividad nos servirá como ensayo, aprendizaje y práctica de cómo se dibujan los polígonos. Les remitiremos a la herramienta útil para ello, que en este caso será la de “polígono rígido” y al abrir la actividad se encontrarán con una pantalla como la que podemos ver en la figura 47. En ella tendrán que dibujar los polígonos que ellos quieran. Para ayudarles, en el primer cuadrado les damos los puntos para que unan en orden de las letras y vean como se forma el polígono y en los tres siguientes dibujarán el que a ellos les apetezca. Podemos indicar que algún tienen que parecerse a algún objeto real, o darles las indicaciones que nos parezcan necesarias. Sobre todo, para que cumpla la condición de polígono, la línea poligonal tiene que estar cerrada y ser simple.

ACTIVIDAD 3

Utiliza la herramienta de POLIGONO RIGIDO para crear tus propios poligonos dentro de los recuadros de colores
¿puedes crear alguno que se parezca a un objeto de clase?

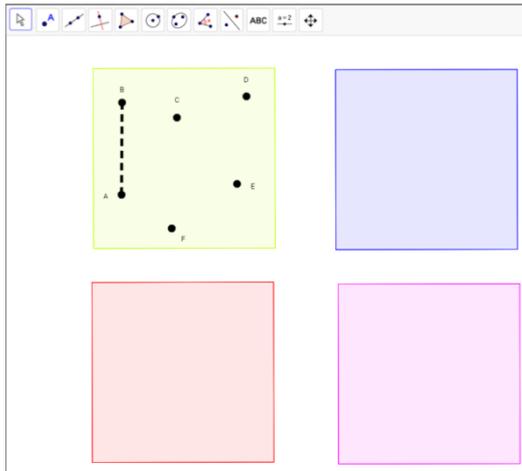


Figura 47. Actividad 3 secuencia final

Esta será la mínima dificultad de aprendizaje que tendrá el ejercicio, que como hemos dicho, supone un aprendizaje más de las herramientas de GeoGebra.

Los estándares trabajados en la actividad 3 de la secuencia implementada será el Est.MAT.4.4.4, más concretamente apreciada en el desarrollo del primer polígono ya que los polígonos de después entran dentro de una dinámica de actividad abierta.

Actividad 4

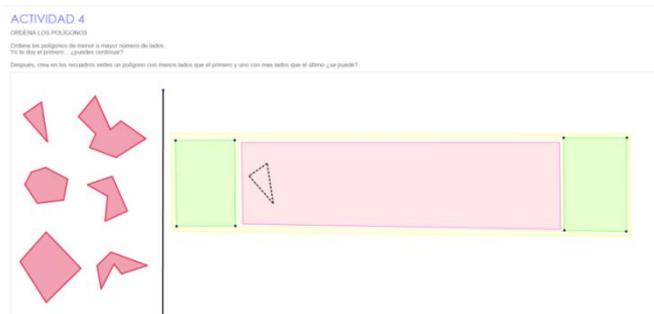


Figura 48. Actividad 4 secuencia final

La actividad 4 corresponde a la actividad 3 de la secuencia previa. En esencia, las demandas son las mismas: que los niños ordenen los polígonos que se les dan en función del número de lados.

Además aprovecharemos el hecho de que ya son capaces de construir polígonos dado el ejercicio anterior para pedirles que formen en los recuadros verdes un polígono de menos lados que el primero y uno de más lados que el último. Vemos como queda la tarea en la figura siguiente. Como se puede comprobar, al ser el primer polígono un triángulo, no existe polígono menor, por lo que suscitará el debate entre la pareja. También puede dar pie a hablar del concepto de área como “lo que se puede pintar dentro de un polígono” y que nos podrá servir de argumentación para explicarles a los alumnos porqué una línea no es un polígono.

En este caso, se mantienen los estándares Est.MAT.4.7.1 y Est.MAT.4.4.4 que veíamos en la actividad de la secuencia original.

Actividad 5

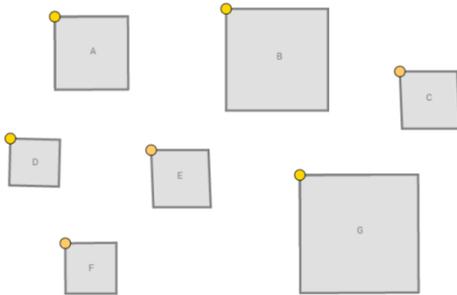


Figura 49a. Actividad 5 secuencia final

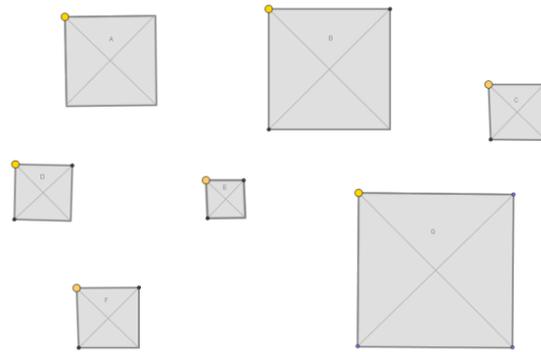


Figura 49b. Actividad 5 secuencia final

Esta actividad 5 se corresponde a la actividad 4 de la secuencia anterior. Por lo buenos resultados obtenidos y el aprovechamiento didáctico que nos ofrece, decidimos mantener la misma actividad añadiéndole una tarea más. Esta tarea consistirá en que una vez los niños hayan encontrado los dos cuadrados “verdaderos” tendrán que volver a recolocar otra vez las figuras que se deformaban en rectángulos para que vuelvan a tener apariencia de cuadrados.

Además, hemos incluido otra propuesta que el docente elegirá si usarla o no (dependiendo de los alumnos, de cómo se haya resuelto la actividad original...). Es esta nueva propuesta (figura 49b) incluimos como parte de los cuadrados, las diagonales dibujadas sobre ellos. Están colocadas por si algún alumno la utiliza para explicarnos porque unos son cuadrados y otros no, también nos puede servir a nosotros docentes para incitar a más debate dentro de la pareja. Por ejemplo ¿os habéis fijado que esta línea nunca sale del cuadrado mientras que de algún otro si? ¿Por qué? Seguramente los alumnos no tengan vocabulario ni madurez matemática como para darnos la respuesta correcta, sin embargo es un buen ejercicio para introducirles conceptos que tienen que ver con las características definitorias de un polígono convexo. Hay que prestar especial atención a las preguntas que hacemos en referencia a las diagonales porque estaremos utilizando uno u otro contenido.

Actividad 6

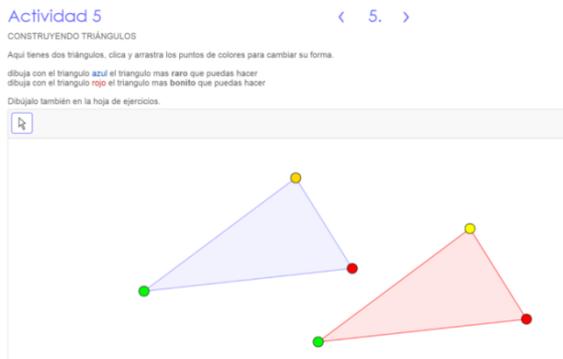


Figura 50. Actividad 6 secuencia final

Dada la buena aceptación y los resultados satisfactorios, se decide que esta actividad permanezca tal y como se planteó en un principio, por lo que no se producen modificaciones en la misma. Por ello, se mantienen los estándares trabajados en ella, concretamente Est.MAT.4.7.2 y Est.MAT.4.4.4

Actividad 7

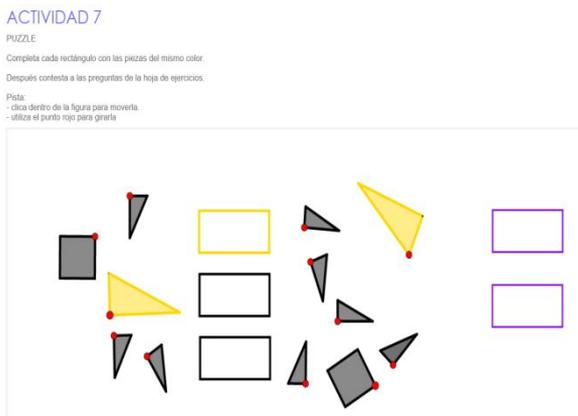


Figura 51. Actividad 6 secuencia final

Para enriquecer esta actividad ya propuesta a los alumnos se suprimirán las ayudas por colores de las figuras, dando un primer ejemplo en amarillo para que los alumnos supieran como actuar pero dejando los otros dos rectángulos en color neutro. Por ello podrían ser varias las soluciones que nos propongan los alumnos, dando así más importancia a la finalidad que a la unión de los colores.

Además aprovecharemos la actividad realizando otra demanda a los alumnos. Una vez hayan resuelto el primer ejercicio, les mandaremos que rellenen ellos mismos los rectángulos de color morado que aparecen a la derecha con polígonos que dibujen con la herramienta polígono rígido. Podemos especificar que sean todos del mismo tipo o dejarles libertad para que corresponda fielmente a la fase 4 de Van Hiele.

A los estándares escogidos en la actividad de la secuencia original (Est.MAT. 4.7.1 y Est.MAT. 4.5.1) se unirá también el Est.MAT.4.4.4 dadas las nuevas modificaciones introducidas.

Actividad 8

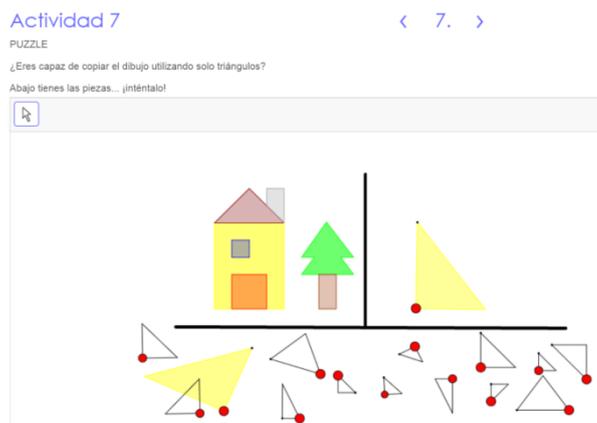


Figura 52. Actividad 8 secuencia final

Tanto esta actividad como la siguiente, se deciden mantener de manera original dada su utilidad y dificultad vista en los resultados mostrados en el apartado 3.2 de este mismo trabajo, por ello no sufren modificaciones. Corresponde de la misma manera a los estándares Est.MAT.4.5.1. y Est.MAT.4.4.4.

Actividad 9

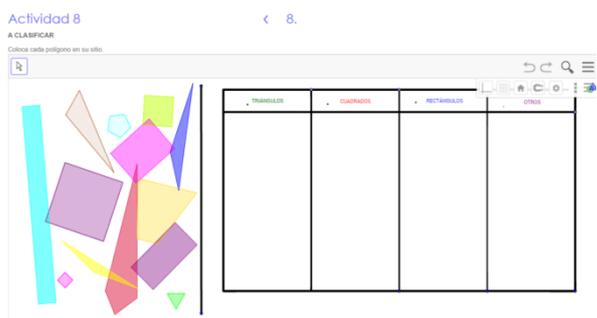


Figura 53. Actividad 9 secuencia final.

Esta actividad y la anterior nos servirían a modo de resumen de la intención de la secuencia, en este caso del intento de evitar los estereotipos tempranos en Geometría, por ello proponemos esta clasificación en la que introducimos polígonos de diferentes formas, tamaños y posiciones en el espacio. Al igual que en la secuencia original, dicho ejercicio corresponde a los estándares Est.MAT.4.2.1. y Est.MAT.4.4.1.

La vinculación entre actividades y estándares de evaluación en esta secuencia didáctica mejorada se muestran en la tabla siguiente:

		Actividades de la secuencia implementada								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Estándares	Est.MAT.4.1.3	✘								
	Est.MAT.4.2.1	✘								✘
	Est.MAT.4.4.1		✘							✘
	Est.MAT.4.4.2									
	Est.MAT.4.4.4			✘	✘		✘	✘	✘	
	Est.MAT.4.5.1					✘		✘	✘	
	Est.MAT.4.7.1				✘			✘		
	Est.MAT.4.7.2					✘	✘			

Tabla 3. Relación de los estándares del currículum con las actividades de la secuencia mejorada.

En esta nueva tabla se muestran los cambios respecto a la de la secuencia didáctica anterior debido a las modificaciones en las actividades propuestas. Como dato a destacar podemos nombrar la desaparición de uno de los estándares referido a la localización en el entorno escolar, que se suprime al no incorporar la actividad número 2 de la secuencia inicial (actividad de localizar formas poligonales en la foto de la clase).

CAPÍTULO 4

En este capítulo desarrollaremos las conclusiones obtenidas a lo largo de todo el trabajo. Estas conclusiones se dividirán en tres ámbitos a las que hacen referencia: ámbito matemático, ámbito tecnológico y ámbito metodológico.

Conclusiones matemáticas

CM1. Los alumnos en 1º de Primaria en general no muestran un conocimiento geométrico estereotipado fuertemente arraigado dados los resultados obtenidos durante la experimentación de la secuencia didáctica creada con GeoGebra.

Como podemos revisar en el capítulo 3.1.2, en el diseño de nuestra secuencia introdujimos algunas actividades para evitar la creación de estereotipos en el aprendizaje de la Geometría. GeoGebra se muestra como una herramienta útil para lidiar contra los estereotipos que vienen de otros momentos de la enseñanza. Es importante introducirlo cuanto antes ya que es en estas edades primarias donde se forjan algunos de los errores que llevan a equivocaciones y falsas creencias cuando los alumnos alcanzan la etapa de Secundaria y posteriores. Ante estas actividades, la mayor parte de los alumnos supieron responder correctamente a los ejercicios aun habiendo este tipo de dificultades. El mayor error que pudimos ver fue en la actividad número 5 en las que les proponíamos deformar dos triángulos, donde muchas de las parejas al alargar uno de los triángulos hasta casi convertirlo en un segmento negaban que fuera un triángulo. Señalamos que este fallo podía no ser causa de la estereotipación sino de una falta de conocimiento del objeto matemático (en este caso del triángulo).

CM2. Los alumnos de 1º curso de Primaria son capaces de reconocer un cuadrado que moviendo uno de sus vértices en cualquiera de sus posiciones o tamaños mantiene su forma frente a dibujos que no lo hacen, sin embargo no saben argumentar sus respuestas.

Como iniciábamos tanto en el capítulo 1 con el estudio de los niveles de Van Hiele como en la descripción de las actividades de nuestra secuencia (en concreto de la actividad número 4) en el capítulo 3.1.2, los alumnos de 1º se encuentran en el primer nivel de Van Hiele, donde son capaces de reconocer las figuras, incluso de dibujarlas

pero sin embargo no tienen el suficiente nivel de razonamiento matemático para formar una definición en función de sus propiedades. Esta característica comienza en el segundo nivel y se perfecciona en niveles posteriores. Por ello, comprobamos en el desarrollo de esta actividad, descrita en el capítulo 3.2, que la mayoría de los alumnos que realizaron la experimentación eran capaces de reconocer los dos cuadrados que mantenían su condición de igualdad de lados y ángulos aunque se les variara el tamaño o se les girara, frente a otros dibujos con forma de cuadrados inicialmente que ante estas mismas modificaciones no mantenían la igualdad de lados (se convertían en rectángulos), de ángulos (se convertían en rombos) o ambas a la vez (la figura se deformaba). Sin embargo ante la pregunta del docente de por qué decían que eran cuadrados y los demás niños no conseguían dar una respuesta matemáticamente correcta. La más frecuente fue “se mueve como un cuadrado”. Creemos interesante la inclusión de este ejercicio para ir haciendo razonar a los alumnos de manera temprana sobre las características que tienen los cuadrados y que los demás cuadriláteros no. Nos sirve de ejemplo para comprobar que es posible que los niños entiendan contenidos aunque no sean capaces de elaborar una explicación oral, destreza que se adquiere con posterioridad.

CM3. Los alumnos de 1º de Primaria tienden a preferir representaciones del triángulo cercanos al triángulo isósceles/equilátero por encima de otros más cercanos al triángulo degenerado en un segmento.

Dados los resultados obtenidos de la actividad número 5 de la secuencia experimentada, la cual se detalla durante el capítulo 3.2, observamos la tendencia de los alumnos a considerar como “bonitos” los triángulos equiláteros de gran tamaño y como “feos” los triángulos muy alargados, casi degenerados en un segmento. Esta tendencia es curiosa dado que los alumnos aun no han visto contenidos en el aula acerca de las clasificaciones de los triángulos ni sus partes, tan solo los reconocen como polígonos de tres lados. Además, comprobamos que la mayoría de los alumnos que alargan el triángulo hasta convertirlo a este en un segmento consideran que ya no es un triángulo, aunque como en la actividad anterior, no saben decirnos por qué, simplemente nos argumentan que “no se parece a un triángulo”. Vemos una vez más la pertenencia de

estos alumnos al primer nivel de Van Hiele ya que justifican sus decisiones con los reconocimientos o no de las figuras.

CM4. El conocimiento matemático puede y debe ser construido a partir de lo que los alumnos dicen o interpretan de las actividades propuestas, las cuales dan pie a estos debates.

En el capítulo 1 hacemos un recorrido por la teoría de los niveles de razonamiento de Van Hiele, siendo esta la línea que hemos intentado seguir durante nuestro diseño. Los alumnos a los que realizamos la experimentación se encuentran en el primer nivel, que se caracteriza por la percepción global de las figuras geométricas. En esa fase se pueden crear diversas actividades aunque el carácter de las actividades suelen ser de reconocimiento, creación, clasificación y comparaciones sencillas e las figuras. En las fases que Van Hiele propone para que los alumnos avancen de nivel nos deja entrever la afirmación de nuestra conclusión, proponiéndonos una fase 3 en la que los alumnos cuentan sus experiencias obtenidas en la fase 2 y se transmiten unos a otros el conocimiento generado. En nuestro diseño, sobre todo en las actividades 4 y 5 de la experimentación, a pesar de la edad de los niños y a la escasez de conocimientos previos, podemos ver mucha intuición en sus respuestas. En la fase 5 de Van Hiele, el profesor podrá hacer una recopilación de todos estos comentarios dados en clase de manera individual para hacer una puesta en común y así finalizar con un resumen de todo lo visto.

CM5. Es recomendable tratar el mismo conocimiento utilizando diversas herramientas y materiales para generar un conocimiento más global dados los datos de la práctica realizada y los conocimientos de este campo obtenidos durante el Grado de Magisterio en Educación Primaria.

Los programas de Geometría dinámica nos han demostrado durante este trabajo que son de gran utilidad tanto en la enseñanza como el aprendizaje de la Geometría, sin embargo, en el estudio del área de Matemáticas abogamos por una complementación de los materiales, ya que si nos centramos en uno (y en este comentario también incluimos el libro de texto) no podremos abarcar todas las cuestiones relativas a algún contenido.

Hemos comprobado que en algunos casos GeoGebra nos ha ofrecido oportunidades para trabajar una serie de dificultades matemáticas que el libro de texto no contempla (por ejemplo la estereotipación de los polígonos) pero en otros casos GeoGebra ha mostrado limitaciones para llevarlas a cabo (por ejemplo la actividad 2 sobre reconocimiento de objetos del aula con formas poligonales). Por ello, complementando unos materiales con otros el alumno irá adquiriendo diversas experiencias que conducirán en la misma dirección, produciéndose un mejor entendimiento del contenido y un enriquecimiento en los conocimientos procedimentales. Más concretamente, en el bloque de la Geometría vemos muy importante la unión de GeoGebra y el trabajo con materiales en el aula, ya descrito en el capítulo 3.1.2.

CM6. El maestro que empieza a trabajar con GeoGebra en 1^{er} ciclo de Primaria encuentra la necesidad de realizar un análisis previo del tratamiento del conocimiento matemático de los recursos existentes en la web creados con Programas de Geometría Dinámica antes de utilizarlos en su clase.

Hemos podido comprobar a lo largo de todo el segundo capítulo que existen numerosas páginas web y blogs de profesores donde cuelgan los recursos que ellos crean. También encontramos en el canal de GeoGebratube muchas actividades creadas por docentes. Sin embargo, aunque es mucha la oferta de recursos, escasas son las actividades que vienen complementadas con la metodología a emplear, aspectos didácticos o comentarios de otros profesores que la hayan utilizado antes. Por ello, al igual que nosotros hemos realizado en este trabajo antes de hacer nuestro diseño, creemos necesario que los docentes hagan un análisis crítico de los recursos encontrados, viendo la utilidad de los mismos y seleccionando los que mejor estén adaptados estén al nivel matemático de sus alumnos (por ejemplo, en nuestro caso, las referentes a las figuras planas o polígonos) o modificar las propias actividades encontradas para que respondan a los objetivos que se haya planteado. Incluyendo, además, el conocimiento matemático necesario para resolverlo, prever con qué herramienta matemática va a responder el niño y cómo va a desarrollar el profesor la actividad. Por ejemplo lo vemos en la actividad de los cuadrados (número 4) donde en el recurso encontrado en la web los cuadrados solo se deformaban de una determinada manera y terminamos enriqueciendo esa actividad incluyendo algunas modificaciones.

Conclusiones tecnológicas

CT1. Los programas de Geometría dinámica aportan una herramienta muy útil para el docente en la enseñanza y aprendizaje de Geometría con alumnos de Primaria.

Dados los artículos de referencia comentados en el capítulo 1, los ejemplos de experimentaciones creadas por otros docentes y la desarrollada por nosotros en este trabajo podemos comprobar las ventajas que nos ofrecen los PGD en la enseñanza y aprendizaje en Primaria. Destacamos GeoGebra sobre otros programas debido a su facilidad y conexión. Esta facilidad es muy importante para su rápida y eficaz implantación en el aula. GeoGebra está diseñado para la coordinación de los distintos códigos de información que se usan en Matemáticas e Informática, y ha sido concebido para favorecer la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría y el cálculo en particular. Además estos PGD favorecen la manipulación y la visualización en los alumnos, así como una alta motivación y la involucración en procesos como construir, explorar, descubrir, verificar y justificar, argumentados en el capítulo 1.

CT2. Dada la investigación realizada en el capítulo 2 de este trabajo donde realizábamos un recorrido por los recursos encontrados en la web creados con PGD, concluimos que hay muy pocas actividades creadas para niños de Primaria en comparación con el volumen total de ellas, especialmente para 1^{er} ciclo.

Encontramos numerosos recursos creados con GeoGebra en la web para alumnos de ESO, Bachiller y niveles universitarios, relacionados con las Matemáticas, Dibujo técnico y la Tecnología. Sin embargo es muy pequeño el volumen de actividades encontradas para Primaria. Con todo, comprobamos en el desarrollo de este trabajo que este tipo de programas nos presentan una herramienta muy útil hasta para los niños de menor edad dentro de la etapa de Primaria, por lo que es un error pensar que los PGD son solo aplicables a alumnos a partir de los 12 años. Como hemos visto en la CT1, este tipo de actividades son posibles en la etapa de Primaria.

CT3a. Es positivo y se debe mantener el instrumento con el que los alumnos están trabajando para solucionar las dudas o ampliar información ya que observamos que los niños tienden a apoyarse en los PGD para responder a las cuestiones realizadas por el docente en las actividades del programa.

En los resultados de la experimentación, detallados en el capítulo 3.2 podemos comprobar que numerosos alumnos intentan suplir su falta de vocabulario o destreza en la expresión oral, mostrándonos lo que quieren decir mediante la utilización del mismo programa. Lo vemos en actividades como la número 4, donde les pedíamos que encontraran dos cuadrados que no se deformaran, en la que para argumentar que los cuadrados que ellos dicen son los verdaderos usan la propia herramienta para mover las figuras e intentar convencernos de que esas figuras mantienen la condición de igualdad de ángulos y lados para cualquier giro que realicen. Es importante entender que los niños no habían trabajado con GeoGebra, por ello estaban en proceso de conocimiento de la herramienta, a pesar de ello ningún niño sintió la necesidad de coger papel y lápiz. Por tanto también creemos que el profesor debe seguir esta línea de trabajo y tratar las cuestiones planteadas con la misma herramienta sobre la que se está trabajando.

CT3b. El docente tiene que tener los conocimientos necesarios en el manejo de GeoGebra para saber solucionar las dudas y cuestiones planteadas por los alumnos durante la realización de las actividades con este programa.

Unida a la conclusión anterior vemos la necesidad que si los alumnos no utilizan lápiz y papel para la resolución o el razonamiento de las actividades propuestas con GeoGebra y el profesor tampoco debe hacerlo, es necesario que este sepa manejar la herramienta sobre la que está trabajando, conociendo las funciones básicas del programa, las posibilidades el mismo y también sus limitaciones. Una buena manera de cumplir estas recomendaciones sería que el maestro elaborara las actividades personalmente (aunque pueda utilizar idea de recursos ya elaborados), de esta manera, como hemos podido comprobar en este trabajo, se van adquiriendo los procedimientos básicos además de un mejor conocimiento de las tareas que propones a los alumnos.

CT4. Existen limitaciones en las actividades que se pueden crear con PGD que deberán de ser solventados con el trabajo en el aula con materiales y otro tipo de herramientas dados los datos tomados en nuestra experimentación de la creación y puesta en práctica de una secuencia didáctica creada con este tipo de programas.

Como hemos visto a lo largo de todo el trabajo y de las conclusiones anteriores, GeoGebra es una herramienta que nos puede servir de utilidad para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en primaria. Argumentado previamente en el capítulo 1 vemos que nos ofrece ciertas posibilidades de uso que con materiales se haría muy complicado de desarrollar. Sin embargo, también nos vamos a encontrar con limitaciones en el propio programa, que hace que no podamos servirnos solo de esta herramienta (véase actividad 2 en el capítulo 3.2 sobre reconocimiento de objetos del aula con formas poligonales) Por ello la complementación con otros materiales es la clave para una buena enseñanza de la Geometría como hemos visto en la CM5.

Conclusiones metodológicas

CMet1. De manera global, existen errores e incoherencias en la metodología llevada por los docentes en la enseñanza de la Geometría en Educación Primaria por el estudio de artículos realizado en el capítulo 1 y la propia experimentación en un aula real durante el periodo de prácticas.

Diversos autores estudiados (ver capítulo 1) dan testimonio de que no están satisfechos con los resultados actuales de la enseñanza de las Matemáticas y más concretamente de la Geometría. Realizan una crítica en relación a los contenidos, afirmando que la educación geométrica va empeorando a medida que se avanza en los niveles educativos así como abogan por un camino diferente de pensamiento geométrico. También incluyen a este descontento la falta de materiales, escasa formación de los profesores y la supremacía de otros contenidos matemáticos frente a la Geometría. Unido a estos errores, encontramos las incoherencias que se producen entre el currículum de Primaria y la verdadera realidad encontrada en las aulas en la práctica del día a día. Una de las mayores dificultades encontradas es el sistema de evaluación de los alumnos propuesta

por la LOMCE que hace de la educación un proceso constante de evaluación por criterios muy concretos, que no globalizan las tareas y no persiguen un conocimiento significativo.

CMet2. Existen limitaciones e incoherencias en el documento referentes a la metodología y a los sistemas de evaluación, dado el estudio del estudio realizado del Currículum en el área de Matemáticas y la utilización del mismo para el desarrollo de este trabajo.

En el capítulo 1 vemos de manera general la metodología que el currículum de Primaria de la LOMCE nos aconseja seguir, sin embargo la organización que nos presenta después distribuida alrededor de contenidos y no de procesos de razonamiento nos da un resultado en las aulas diferente al propuesto en un primer momento. Por otro lado, en los métodos de evaluación, propone un sistema a través de criterios de evaluación y estándares de evaluación que consideramos demasiado concretos. Como consecuencia nos obliga a centrar nuestras actividades en unos contenidos, alejándonos de la propuesta global y con significado de la propuesta metodológica inicial. Podemos comprobarlo en la descripción del diseño de las actividades creadas en el apartado 3.1.2.

CMet3. GeoGebra es una herramienta que permite crear secuencias didácticas adaptables a varios niveles de aprendizaje en Educación Primaria dada la versatilidad de las actividades con GeoGebra experimentadas durante todo el desarrollo del trabajo.

Como hemos visto tanto en el capítulo 2 como en el capítulo 3.1.2 los recursos creados con GeoGebra suelen tener un rango amplio de edades en las que el docente las puede aplicar, según el objetivo se proponga. Esto se da en nuestro trabajo sobre todo en las tareas más abiertas, las actividades nº 4 y nº 5, donde variará tanto la resolución como el vocabulario empleado por los alumnos según en qué nivel de primaria las apliquemos. A modo de ampliación del trabajo nos parecía interesante, de la misma manera, proponer las mismas actividades conforme el alumno va avanzando de cursos, viendo la diferencia de razonamiento que utiliza y la ampliación de vocabulario que va adquiriendo a lo largo de los cursos. Por ejemplo, variaciones que se podrían incluir en

la tarea de los cuadrados (número 4 de la secuencia original) serían mostrar o no las longitudes de los lados y la medida de los ángulos y ver, por ejemplo, que cuando variamos uno de los ángulos rectos modifica o no a los demás ángulos del polígono.

CMet4. Por nuestra experimentación en la búsqueda, creación y modificación de actividades creadas con GeoGebra, concluimos que es una herramienta que permite adecuar las actividades a niveles diferentes en Primaria con un ahorro de tiempo y materiales para el profesor.

Como hemos visto en la CMet3, las características de algunas actividades creadas con GeoGebra pueden ser aplicadas a varios niveles de aprendizaje. Además, también podemos modificar fácilmente algunas actividades para adaptarlas a otros cursos o a las dificultades vistas en las resoluciones de los niños. Vemos el caso de la actividad nº 3 sobre la ordenación de unos polígonos según el número de lados, desarrollada en el capítulo 3.1.2. Estas modificaciones realizadas sobre el propio recurso tienen la doble ventaja hacia el profesor: por un lado ahorro de tiempo, dado que las modificaciones en GeoGebra se realizan fácilmente sin necesidad de haber manejado anteriormente el programa; y por otra parte ahorro de materiales, ya que las modificaciones con materiales supondrían la compra de un nuevo material de base para realizar unas nuevas figuras o recortables para los alumnos. También supone un ahorro de materiales ya que los 25 alumnos de una clase pueden estar haciendo una misma tarea sin necesidad de tener materiales reales para todos ellos.

BIBLIOGRAFIA

- Alsina, C. (2008) Geometría y realidad. *Sigma N°33*, 165-179.
- Arranz, J.M. Losada, R. Mora, J.A y Sada, M. (2011) Realidades de GeoGebra. *Suma N° 67*, 7-20.
- Bagazgoitia, A. (2003) Geometría con Cabri. *Sigma N° 22*, 83-98.
- Bagazgoitia, A. (2006) Geometría con ayuda virtual. *Sigma N° 28*, 157-169.
- Barbosa, A. Escobar, A. y Camargo, L (2013). GeoGebraPrim como instrumento para descubrir y justificar propiedades geométricas en cuarto de Primaria. *Educación científica y tecnológica*, 578-585.
- Barrantes, G., Casas, L. M., y Luengo, R. (2011). Obstáculos percibidos para la integración de las TIC por los profesores de Infantil y Primaria en Extremadura. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 39, 83-94.
- Canals, T. M^a A. (1997) La Geometría en las primeras edades escolares. *Suma N°25*, 31-44.
- Fouz, F (2006) Test geométrico aplicando el modelo de Van Hiele. *Suma N° 28*, 33-57.
- Gutiérrez, A. (2009). Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de Geometría dinámica. *Colección Digital Eudoxus*, 1(2).
- Gutiérrez, A., y Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la Geometría en primaria y secundaria. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 32, 55-70.
- Iranzo, N., y Fortuny, J. M. (2009). La Influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 27(3), 433-446
- Jones, K. (1999). Student interpretations of a dynamic geometry environment. En I. Schwank (Ed.) *Proceedings of the First Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, Vol. I. Osnabrueck: Forschungsinstitut fuer Mathematikdidaktik.

Kreis, Y. y Dording, C. (2009) GeoGebraPrim- GeoGebra for Primary school. In Proceedings of the The Ninth International Conference on Technology in Mathematics Teaching (ICTMT 9).

Planas, N. y Alsina, A. (2006) Argumento para los futuros maestros en torno al conocimiento matemático. *Uno N° 42*, 87-98.

Rizo, C. y Campistrous, L (2007) Geometría dinámica en la escuela, ¿mito o realidad? *Uno N° 45*, 61-79.

Sanz, L. I. (2003) Las actividades matemáticas. Tipos de actividades propuestas en libros escolares para Geometría. *Arte, Individuo y Sociedad*, 23(2), 121-134.

Páginas web consultadas

http://educacion.unizar.es/Grado_primaria.html Fecha consulta 15-06-15

<http://cpmirzar.educa.aragon.es/> Fecha consulta 15-06-15

http://www.educaragon.org/HTML/carga_html.asp?id_submenu=52. Fecha consulta 15-06-15

ANEXOS

Anexo 1. Contenidos, criterios y estándares de aprendizaje propuestos por el currículum en el bloque de Geometría para 1^{er} curso.

MATEMÁTICAS			Curso: 1º
BLOQUE 4: Geometría.			
Contenidos: Posiciones relativas de rectas y curvas en el entorno escolar. Posiciones y movimientos en relación a sí mismo, utilizando los conceptos de izquierda- derecha, delante-detrás, arriba-abajo, cerca-lejos, próximo-lejano. Formas rectangulares, triangulares, .cuadrados y formas circulares. Reconocimiento de objetos con forma de prisma y esfera.			
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	COMPETENCIAS CLAVE	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE	RELACIÓN DE CCC CON ESTÁNDARES
Crit.MAT.4.1. Utilizar las nociones geométricas situación y paralelismo para describir y comprender situaciones del entorno escolar.	CCL CMCT	Est.MAT.4.1.1. Identifica posiciones relativas de rectas y curvas en el entorno escolar.	CMCT
		Est.MAT.4.1.3. Describe posiciones y movimientos en el entorno escolar en relación a sí mismo, utilizando los conceptos de izquierda- derecha, delante-detrás, arriba-abajo, cerca-lejos, próximo-lejano.	CCL CMCT
Crit.MAT.4.2. Reconocer las figuras planas; cuadrado, rectángulo, y triángulo.	CMCT	Est.MAT.4.2.1. Observa, identifica y diferencia en el entorno escolar formas rectangulares, triangulares.	CMCT
Crit.MAT.4.4. Utilizar las propiedades de las figuras planas para resolver problemas	CMCT CAA	Est.MAT.4.4.1 Identifica rectángulos y cuadrados en objetos del entorno escolar y familiar.	CMCT
		Est.MAT.4.4.2. Localiza en el entorno escolar y familiar objetos con formas circulares.	CMCT
		Est.MAT.4.4.4. Compone de forma manipulativa figuras planas a partir de otras describiendo aspectos concretos del resultado (diferencias de tamaño, número de lados, piezas utilizadas...)	CMCT CAA
Crit.MAT.4.5. Reconocer e identificar	CCL	Est.MAT.4.5.1. Reconoce y nombra en el	CCL

MATEMÁTICAS			Curso: 1°
BLOQUE 4: Geometría.			
intuitivamente en el entorno escolar objetos con forma de prisma o esfera.	CMCT	entorno escolar y familiar triángulos, cuadrados y rectángulos.	CMCT
		Est.MAT.4.5.2 Reconoce e identifica intuitivamente en el entorno escolar objetos con forma de prisma.	CMCT
		Est.MAT.4.5.3 Reconoce e identifica intuitivamente en el entorno escolar objetos con forma de esfera.	CMCT
Crit.MAT.4.6 Interpretar mensajes sobre relaciones espaciales del entorno escolar, utilizando los conceptos de izquierda-derecha, delante-detrás, arriba-abajo, cerca-lejos y próximo-lejano.	CCL CMCT	Est.MAT.4.6.1. Comprende y describe posiciones y recorridos en el entorno escolar utilizando los conceptos de izquierda-derecha, delante-detrás, arriba-abajo, cerca-lejos y próximo-lejano.	CCL CMCT
		Est.MAT.4.6.2. Realiza un recorrido en el entorno escolar a partir de una información oral que incluya los conceptos izquierda-derecha, delante-detrás, arriba-abajo, cerca-lejos y próximo-lejano.	CCL
Crit.MAT.4.7 Resolver problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar utilizando los conceptos básicos de alineamiento, posición explicando oralmente el proceso aplicado.	CMCT CAA	Est.MAT.4.7.1. Resuelve problemas geométricos relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar utilizando los conceptos básicos de alineamiento, posición.	CMCT
		Est.MAT.4.7.2. Explica oralmente el proceso llevado en la resolución de problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar revisando las operaciones y las unidades de los resultados y comprobando e interpretando en el contexto la coherencia de las soluciones.	CAA

Anexo 2. Ejemplos de diálogos sucedidos durante la actividad 4.

Pareja 1

- **¿Y porque decís que esos son los cuadrados de verdad?**
- Porque se mueve como un cuadrado
- **¿Y qué significa que se mueva como un cuadrado?**
- Que hace así (muestra movimientos de grande y pequeño con las manos)
- **¿Y los otros no hacen eso?**
- No esos cambian, son raros

Pareja 2

- **¿Y porque decís que esos son los cuadrados de verdad?**
- Porque se mueve como un cuadrado
- **¿Y qué significa que se mueva como un cuadrado?**
- (no contestan)
- **¿Por qué este se mueve como un cuadrado y los otros no?**
- No se

Pareja 3

- **¿Y porque decís que esos son los cuadrados de verdad?**
- Porque están rectos
- **¿Por qué dices que están rectos?**
- No se
- **¿Y siempre están rectos?**
- Sí

Pareja 4

- **¿Y porque decís que esos son los cuadrados de verdad?**
- No lo se
- **¿y entonces por qué decís que son cuadrados? ¿veis algo diferente a los demás?**
- Estos son cuadrados

Pareja 5

- **¿Y porque decís que esos son los cuadrados de verdad?**
- Porque tiene forma de cuadrado
- **¿Y cuál es la forma de un cuadrado?**
- No saben responder
- **¿tiene algo de especial que no tengan los demás?**
- Sus lados son iguales

Pareja 6

- **¿Y porque decís que esos son los cuadrados de verdad?**
- Porque se mueve como un cuadrado
- **¿Y qué significa que se mueva como un cuadrado?**
- No se
- **¿Y este otro (se lo muevo yo) no se mueve como un cuadrado?**
- No
- **¿Porque no? ¿Que ves diferente?**
- No se pero no son iguales.

Pareja 7

- **¿Y porque decís que esos son los cuadrados de verdad?**
- Porque son cuadrados
- **¿Y los otros no son cuadrados?**
- No
- **¿Por qué?**
- No se no son cuadrados

Pareja 8

- **¿Y porque decís que esos son los cuadrados de verdad?**
- Porque no se convierte en otra figura
- **¿Y los otros si?**
- Si mira este es un rombo y este es un rectángulo y este es algo raro.

Pareja 9

- **¿Y porque decís que esos son los cuadrados de verdad?**
- Porque no se doblan
- **¿Cómo que se doblan?**
- Si mira (me enseña en la pantalla uno de los que se deforman en cuadriláteros)
- **¿Y porque ves que se dobla?**
- Mira es que esta punta se va y lo otro no

Pareja 10

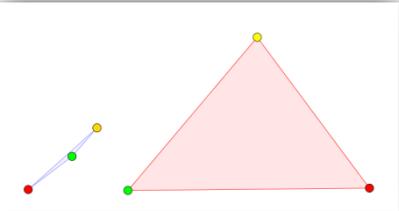
- **¿Y porque decís que esos son los cuadrados de verdad?**
- Porque es como... raro es como... así apretado
- **¿Y el cuadrado no se aprieta?**
- No, se queda siempre así bonito, los otros se hacen feos.

Pareja 11

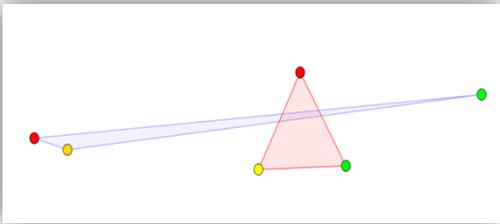
- **¿Y porque decís que esos son los cuadrados de verdad?**
- Porque se estiran como un cuadrado
- **¿Y cómo se estiran los cuadrados?**
- (no saben contestar)
- **¿Siempre tienen algo igual o cómo?**
- Si siempre son lo mismo

Anexo 3. Ejemplos de diálogos sucedidos durante la actividad 5.

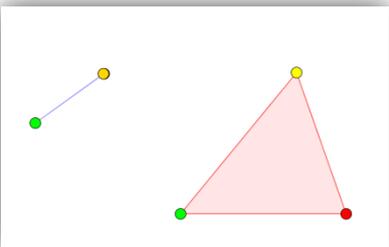
Pareja 1

<ul style="list-style-type: none">- ¿Por qué os parece este bonito?- Porque se parece a una montaña- ¿Y por qué pensáis que este es raro?- Porque no se ve lo de dentro- ¿Y sigue siendo un triángulo?- No- ¿Por qué?- No se parece al otro	
--	--

Pareja 2

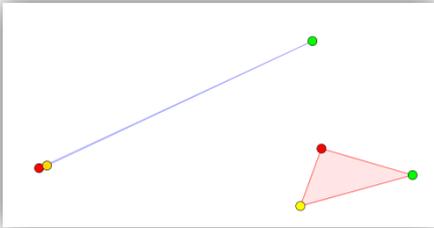
<ul style="list-style-type: none">- ¿Por qué os parece este bonito?- Porque se ve lo que hay dentro- ¿Y por qué pensáis que este es raro?- Porque esta así muy raro- ¿Y sigue siendo un triángulo?- No se	
---	--

Pareja 3

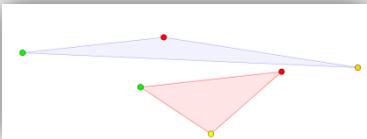
<ul style="list-style-type: none">- ¿Por qué os parece este bonito?- Porque es bonito míralo- ¿Y a todos les parecerá bonito?- Si- ¿Por qué?- Porque es grande y así (movimiento de	
---	--

<p>manos)... no sé.</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿y por qué pensáis que este es raro? - Porque esta así muy raro - ¿Y sigue siendo un triangulo? - Si porque aun que eso tienen tres lados 	
--	--

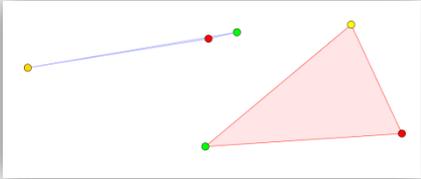
Pareja 4

<ul style="list-style-type: none"> - ¿Por qué os parece este bonito? - No se - ¿Y por qué pensáis que este es raro? - Porque parece una raya - ¿Y sigue siendo un triangulo? - No 	
--	---

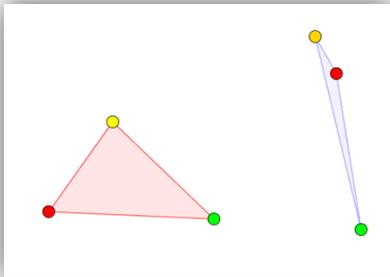
Pareja 5

<ul style="list-style-type: none"> - ¿Por qué os parece este bonito? - Porque es bonito - ¿Y por qué pensáis que este es raro? - Porque no parece un triangulo - ¿Pero lo sigue siendo? - Mm... si porque era así y ahora es así pero es lo mismo 	
--	--

Pareja 6

<ul style="list-style-type: none">- ¿Por qué os parece este bonito?- Porque es más bonito- ¿Más bonito que el qué?- Más bonito- ¿Y por qué pensáis que el otro es feo?- Porque es muy delgadito- ¿Y sigue siendo un triángulo?- No, es una raya	 The diagram shows two geometric figures. On the left is a very thin, elongated triangle with a yellow vertex at the top, a red vertex at the bottom left, and a green vertex at the bottom right. The interior of the triangle is shaded light red. On the right is a blue line segment with a yellow dot at the left end, a red dot in the middle, and a green dot at the right end.
--	--

Pareja 7

<ul style="list-style-type: none">- ¿Por qué os parece este bonito?- Porque están muy separados- ¿El que está separado?- Los puntos están separados- ¿Y eso es lo que lo hace bonito?- Si porque no se, es bonito- ¿y por qué pensáis que este es raro?- Porque no se ve lo de dentro- ¿Y sigue siendo un triángulo?- Sí, pero muy chatito	 The diagram shows two geometric figures. On the left is a very flat, wide triangle with a yellow vertex at the top, a red vertex at the bottom left, and a green vertex at the bottom right. The interior of the triangle is shaded light red. On the right is a very narrow, tall triangle with a yellow vertex at the top, a red vertex in the middle, and a green vertex at the bottom. The interior of the triangle is shaded light red.
--	---