

**Facultad de Educación**

**Universidad de Zaragoza**

**Grado en Magisterio en Educación Infantil**

# **Trabajo Fin de Grado**

## **RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EDUCACIÓN INFANTIL**

**Autor: Belén Vallés López-Fernández de Heredia**

**Director: Rafael Escolano Vizcarra**

**Junio 2015**



## RESUMEN

En el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, se han diseñado, implementado y evaluado dos bloques de actividades para enseñar la suma y resta, en un aula de cinco años Educación Infantil a partir de la resolución de problemas. Para ello previamente hemos analizado y evaluado las estrategias que utilizan los alumnos de tercero de Educación Infantil cuando se enfrentan a un problema de suma y resta; y hemos caracterizado la enseñanza actual de la suma y de la resta a partir de dos fuentes documentales: el currículo aragonés de Educación Infantil y la propuesta didáctica que realiza una de las editoriales de libros de texto.

**Palabras clave:** resolución de problemas, Educación Infantil, suma, resta, Teoría de Situaciones Didácticas, números naturales, conteo.

## ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN .....	4
2. MARCO TEÓRICO .....	8
2.1 Herramientas conceptuales de la Teoría de Situaciones Didácticas .....	9
2.2 Metodología de aula a partir de la Teoría de Situaciones Didácticas .....	11
3. LA SUMA Y LA RESTA COMO OBJETO MATEMÁTICO .....	15
3.1. La suma y resta de números naturales para eludir el conteo .....	16
3.2 Doble vía para la enseñanza de la suma y resta de números naturales .....	17
3.3. Las situaciones didácticas aditivo-concretas .....	18
3.4. Gestión en el aula de las situaciones didácticas aditivo-concretas .....	21
3.5. Las situaciones didácticas aditivo-formales. ....	24
4. ANÁLISIS DE LAS CARACTERÍSTICAS MÁS RELEVANTES DE LA ENSEÑANZA ACTUAL DE LA SUMA Y DE LA RESTA.....	26
4.1. Análisis del currículo oficial.....	26
4.2. Análisis de una editorial de libros de texto.....	29
5. PROPUESTA DE ENSEÑANZA.....	33
5.1 Diseño del primer bloque de actividades .....	34
5.2. Diseño del segundo bloque de actividades .....	35

# RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EDUCACIÓN INFANTIL

Belén Vallés López-Fernández de Heredia

---

6.	DESARROLLO Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA.....	38
6.1.	Contexto donde se desarrolla la propuesta.....	38
6.2.	Desarrollo del primer bloque de actividades. ....	41
6.3.	Desarrollo del segundo bloque de actividades.....	51
7.	CONCLUSIONES .....	59
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	63
	ANEXOS .....	64

## 1. INTRODUCCIÓN

Este Trabajo Fin de Grado está orientado a trabajar la resolución de problemas en Educación Infantil para lo cual nos hemos propuesto alcanzar los siguientes objetivos:

- Realizar un estudio del objeto matemático de la suma y de la resta de números naturales.
- Caracterizar la enseñanza actual de la suma y de la resta en las aulas de Educación Infantil.
- Diseñar, implementar y evaluar una propuesta parcial de enseñanza de la suma y de la resta desde la resolución de situaciones aditivo-concretas, contextualizadas y cercanas al entorno del alumno, con la intención de contrastar algunos de los resultados de las investigaciones de didáctica de las matemáticas.
- Evaluar las estrategias que usan los alumnos al resolver problemas (situaciones aditivo-concretas) que les supongan un reto y que se les han formulado en la fase experimental de este trabajo.

A pesar que el trabajo de las situaciones aditivo-formales se ha de trabajar en paralelo, no se profundiza en este concepto debido a la sobrecarga de memorización de hechos numéricos que estos alumnos ya poseían.

Sabemos que el tránsito desde que un alumno se enfrenta a la resolución de un problema hasta que identifica la operación que lo resuelve requiere de un largo período de tiempo que puede abarcar varios cursos, por lo que la propuesta de enseñanza se focaliza en los problemas de una etapa de estructura semántica de Estado-Estado-Estado, Estado-Transformación-Estado y Estado-Comparación-Estado.

De acuerdo con las investigaciones que se habían analizado previamente, sabíamos que los alumnos de Educación Infantil tienen grandes dificultades con los problemas de estructura semántica Estado-Comparación-Estado. Por este motivo, comenzamos por plantear problemas del tipo Estado-Transformación-Estado y Estado-Estado-Estado. Los resultados obtenidos por los alumnos al resolver los problemas de estas dos últimas tipologías de problemas nos animaron a abordar la enseñanza de la resta mediante la resolución de problemas del tipo Estado-Comparación-Estado.

Para ello, este Trabajo Fin de Grado se ha articulado de la siguiente manera:

En el capítulo 2 se desarrolla el marco teórico que nos sitúa en algunas de las investigaciones que se conocen al respecto de la Didáctica de las Matemáticas y las teorías en las que nos enmarcamos y de las que nos servimos para afrontar dicha propuesta de enseñanza; como la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau.

En el capítulo 3 se profundiza en la suma y la resta como objeto matemático desde su necesidad social para evitar los recuentos, existiendo una doble vía de enseñanza de la suma y la resta de números naturales desde la cual se aborda la enseñanza de las mismas en el siguiente capítulo.

En el capítulo 4 pasamos a un análisis de las características más relevantes de la enseñanza actual de la suma y de la resta, para lo que nos hemos servido de la legislación vigente, del análisis que hace de la misma Chamorro y del análisis de una editorial de libros de texto.

En el capítulo 5 se describe la propuesta de enseñanza que se divide en dos bloques de actividades, el primero de ellos destinado a la evaluación de las estrategias que utilizan los alumnos cuando se enfrentan a un problema, y el segundo propuesto para trabajar las situaciones en las cuales los alumnos han encontrado mayores dificultades.

En el capítulo 6 se desarrolla y evalúa la propuesta de enseñanza que se ha planteado en el capítulo 5. Dicha propuesta se ha llevado a cabo en el colegio público CEIP Catalina de Aragón de la ciudad de Zaragoza, donde se han tratado de alcanzar los objetivos anteriormente expuestos.

Por último en el capítulo 7 se exponen las conclusiones que se han extraído al finalizar este Trabajo Fin de Grado.

## 2. MARCO TEÓRICO

Frente a las concepciones tradicionales del aprendizaje de las matemáticas como algo difícil de asumir por parte de los alumnos de corta edad, a la que corresponden los alumnos de Educación Infantil, pensamos que la dificultad no reside en el aprendizaje de los conceptos matemáticos, sino en el formalismo simbólico asociado que imposibilita la adquisición de los conocimientos informales.

Por ello, es fundamental la observación de las estrategias iniciales que utilizan los alumnos antes de que éstos sean influenciados por las reglas que impone la escuela, anteponiendo en muchas ocasiones la institucionalización de los procesos a la adquisición de los mismos.

Como ya dijera Brousseau (1998), saber matemáticas es resolver problemas que, en un sentido amplio, incluye tanto encontrar buenas preguntas como encontrar soluciones. Por ello, y de acuerdo con este mismo autor, para que un alumno construya un conocimiento matemático debe seguir estos tres pasos:

- **Actuar:** el alumno hace, ensaya, prevé, explica y debe actuar en una situación que le provoque un verdadero problema, implicándose así de manera integral en la búsqueda de una solución al problema.
- **Formular:** esta situación planteada lleva a los alumnos a intercambiar información creando un lenguaje nuevo propio de las matemáticas.
- **Probar:** finalmente, es necesario comprobar que la solución encontrada es la correcta, ante un compañero, o ante el profesor.

La labor del profesor es poner al alcance de los alumnos situaciones-problema a las que ellos tengan la necesidad de buscar una solución. Para ello, debe disponer de un conjunto de situaciones que generen en los alumnos los conocimientos matemáticos que se pretenden.

### 2.1. Herramientas conceptuales de la Teoría de Situaciones Didácticas

En referencia al tipo de situaciones óptimas para que los alumnos generen conocimiento matemático, Brousseau nos expone la Teoría de Situaciones Didácticas como una respuesta al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, en la cual el aprendizaje matemático solo se produce como resultado a de la resolución de problemas, como una actividad estructurada, separada en diferentes niveles:

**Situaciones de acción** el alumno debe actuar sobre un medio (material o simbólico) con el fin de resolverla. Es una acción que puede o no ser manipulativas pero que siempre implica una actividad cognitiva. La situación requiere solamente la puesta en acto de conocimientos implícitos.

**Situaciones de formulación** un alumno emisor debe formular explícitamente un mensaje destinado a otro alumno receptor, que debe comprender el mensaje y actuar en base al conocimiento contenido en el mensaje. En ellas cobra gran importancia el aspecto lingüístico de las matemáticas porque los alumnos usan códigos más o menos convencionales para comunicarse con el otro para resolver la situación. En estas situaciones es fundamental que los alumnos tengan necesidad de que la codificación matemática no sea un trabajo escolar, para ello se procurará que la situación planteada al alumno sea funcional, es decir, tenga sentido por sí misma para el alumno.

**Situaciones de validación** los alumnos prueban si la respuesta dada al problema lo resuelve o no. Se hace muy presente la autonomía de los alumnos de corta edad para determinar cuándo lo han hecho bien y cuándo no, sin que sea la palabra o la respuesta del docente la única válida, convirtiéndose los alumnos en los últimos responsables de su aprendizaje. Las afirmaciones o respuestas dadas por cada grupo de alumnos deberían ser sometidas a la consideración de otros grupos de alumnos que debe tener la capacidad de “sancionarlas”, es decir ser capaz de aceptarlas, rechazarlas, pedir pruebas o proponer otras respuestas.

**Situaciones de institucionalización** el docente relaciona las producciones de los alumnos y el saber cultural que se pretende enseñar. Durante la institucionalización se deben sacar conclusiones a partir de lo producido por los alumnos, se debe recapitular, sistematizar, ordenar, vincular lo que se produjo en diferentes momentos del desarrollo de la secuencia didáctica, etc., con el objetivo de establecer relaciones entre las producciones de los alumnos y el saber cultural.

Para desarrollar la Teoría de Situaciones Didácticas el profesor propone a los alumnos situaciones matemáticas en las que ellos son los actores, y de las que emerge el conocimiento deseado como solución a la situación dada; siendo siempre el alumno el que construya dicho conocimiento.

Este modelo de la Teoría de Situaciones Didácticas se adecúa al ideal constructivista ya que, propone que los alumnos aprendan matemáticas por adaptación al medio en situaciones siempre funcionales. Estas situaciones han de proponerse de tal manera que el alumno desarrolle un trabajo intelectual similar a la actividad científica, en la cual actúe, formule, pruebe y construya modelos de lenguaje, además se intercambie el conocimiento y se llegue a un acuerdo con el resto de compañeros; para posteriormente ser recogidos (Ruiz Higuera, 2012).

Desde este enfoque, convenimos con Ruiz Higuera, 2012, que un alumno aprenderá matemáticas si:

- Entra en el problema, haciéndolo suyo.
- Pone en funcionamiento una estrategia base (que puede ser pesada, costosa, defectuosa...)
- Cuando la estrategia de base se hace insuficiente, el alumno trata de superar el desequilibrio y anticipa y emite hipótesis que le permitan:
  - Elaborar procedimientos, ponerlos en funcionamiento, y según los efectos producidos, adoptarlos o modificarlos,...

- Automatizar aquellos que sean solicitados con más frecuencia.
- Ejercer el control sobre los resultados.
- Construir con sentido un conocimiento matemático.

El cambio de estrategia resulta fundamental para avanzar en el desarrollo de los procesos cognitivos que conlleva la resolución de problemas. Este cambio puede ser gradual o abrupto; cuando existe una mayor variedad de estrategias los cambios son paulatinos, sin embargo cuando las estrategias son más escasas o se produce una instrucción se dan unos cambios más violentos.

Por suerte, el pensamiento de los alumnos de Educación Infantil es infinitamente más flexible que el de los adultos, lo que les permite adaptarse a las condiciones cambiantes del medio con mayor facilidad. Éste es el factor que facilita la tarea a los maestros a la hora de plantearles retos a los alumnos.

### **2.2. Metodología de aula a partir de la Teoría de Situaciones Didácticas.**

Para la Teoría de Situaciones Didácticas, Brousseau recuperó de la teoría piagetiana del aprendizaje el aprendizaje por adaptación al medio y lo adaptó al análisis de las actividades escolares.

Según este enfoque, en el aprendizaje por adaptación se considera esencialmente la interacción de un alumno con un medio, de tal manera que:

1. El alumno parte de una meta que desea alcanzar.
2. Para lo cual realiza una acción sobre el medio.
3. El medio reacciona a esa acción.
4. El alumno interpreta la retroacción del medio usando los conocimientos de los que ya dispone.
5. El alumno valida su acción de acuerdo con la interpretación que hace de las retroacciones del medio.

El medio en el que se va a desenvolver el niño, al cual se va a tener que adaptar y el cual le va a responder lo configura en gran medida el profesor.

La situación didáctica es una situación construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado, en la que intervienen tres elementos: un saber a enseñar, un profesor que desea enseñar ese saber y un alumno (o más) que desean aprender ese saber.

Por ello, tal y como nos indican Aguilar, B y otros (2010) parece evidente el protagonismo del docente a la hora de diseñar situaciones que cumplan estos requisitos, y lo importante que es para ello:

1. El conocimiento que la maestra posea de la Zona de Desarrollo Próximo<sup>1</sup> del grupo, de cada alumno en particular y también de aquellos entre los que se va a establecer la situación de formulación.
2. Los conocimientos matemáticos que hay que utilizar para resolver una situación (contenidos y su secuenciación).
3. Que la situación pueda ser generadora de nuevos aprendizajes, porque en ella la estrategia que hasta ahora la había sido válida al alumno para solucionar una situación se descubra como insuficiente o no apropiada.
4. Que los alumnos entren en ella haciéndola suya, erigiéndose como los últimos responsables de la resolución de la situación.

Dentro de la situación didáctica encontramos la “situación a-didáctica” que es la actividad que produce el aprendizaje por adaptación, definida así por Brousseau (Brousseau, 1998):

---

<sup>1</sup> Zona de Desarrollo Próximo Vygotsky (1978): la distancia entre el nivel de desarrollo actual, es decir, lo que el niño sabe hacer solo, el nivel de desarrollo potencial, determinado por la forma en la que el niño resuelve los problemas ayudado por un adulto o en colaboración con otros alumnos y niñas más avanzados.

*“El término de situación a-didáctica designa toda situación que, por una parte no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber<sup>2</sup> que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego.”*

Para presentar una situación a-didáctica, el profesor debe preparar el problema que planteará a sus alumnos y un medio con el cual los alumnos interactúen para realizar el aprendizaje por adaptación.

Una vez que los alumnos han adquirido un conocimiento producto de la situación a-didáctica, el profesor ‘institucionaliza el saber’, es decir explicita las relaciones entre el conocimiento personal de los alumnos, contextualizado dentro de la situación a-didáctica, y el saber ‘oficial’.

Otro elemento relevante de esta teoría es el de *variable didáctica* que se define como un elemento de la situación que puede ser modificado por el docente y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución que pone en funcionamiento el alumno. Es decir las variables didácticas son aquellas que el profesor modifica para provocar un cambio de estrategia en el alumno para que llegue al saber matemático deseado.

Las variables didácticas de las situaciones aditivo-concretas que se van a tener en cuenta para diseñar la propuesta son:

- **Significado de los números:** cardinal.
- **Tamaño de los términos de resultado de la operación:** de 0 a 10, de 10 a 20.

- **Estructura semántica de la situación:** situaciones aditivas de las categorías Estado-Estado-Estado (en adelante EEE), Estado-Trasformación-Estado (en adelante ETE) o Estado-Comparación-Estado (en adelante ECE).

Con respecto a la estructura semántica, podríamos hacer una gradación de las más sencillas a las más complicadas según la situación aditiva que aparece en el enunciado, de la posición de la incógnita y del sentido de transformaciones y comparaciones, ésta podría ser la siguiente:

1. ETE con la incógnita en el estado final.
  2. EEE con la incógnita en uno de los parciales.
  3. ECE con la incógnita en la comparación o en el estado comparado).
- **Posición de la incógnita:** en una u otra de las posiciones que vienen definidas en los esquemas de las situaciones aditivas.
  - **Sentido de las transformaciones y comparaciones:** de aumento o disminución para las transformaciones; de “mayor que” o “menor que” para las comparaciones.
  - **Grado de contextualización de la situación:**
    - Situación que se refiere a materiales presentes en el aula y con el niño como actor.
    - Situación hipotética contextualizada familiar al niño y con material a su disposición.

Una adecuada gestión de estas variables hace posible una auténtica atención a la zona de desarrollo real de cada alumno, nos permite avanzar ordenadamente hacia el desarrollo real de competencias matemáticas.

Para finalizar éste capítulo cabe destacar el “Decálogo para construir matemáticas” que realizan Aguilar, B. y otros (2010):

1. Las matemáticas sirven para la vida. Si no las hacemos necesarias para vivir, no son matemáticas sino saberes escolares.
2. El docente no lo sabe todo, ni tienen la última palabra, su tarea es devolver a los alumnos y niñas la responsabilidad de su acción.
3. Se basa en procesos activos, no solo del cuerpo sino sobre todo “de la cabeza”: hipotetizar, después resolver, luego formular y por último comprobar.
4. Las matemáticas se construyen a partir de situaciones problema que desequilibran y ponen en duda conocimientos anteriores (Brousseau), no a partir de aplicaciones empíricas.
5. Las matemáticas están en todas partes, incardinadas en los proyectos, en la gestión de lo cotidiano del aula, relacionadas con otros saberes.
6. Las matemáticas han de partir de lo manipulativo y llegar a la anticipación, al “ahorro” de tareas, por modelización y transferencia.
7. Es fundamental dar cabida a todas las respuestas posibles de los alumnos y las niñas porque son nuestra primera herramienta para conocer realmente sus competencias y poder crear a partir de ellas conflictos cognitivos ajustados.
8. El error es fuente de aprendizaje.
9. Las matemáticas se construyen en interacción, y por tanto poseen una vertiente “socioemocional”, comunicativa y representativa.
10. Los maestros y maestras debemos provocar situaciones a-didácticas gestionando adecuadamente variables didácticas, como elementos de la situación creada por nosotros que afectan a la jerarquía de estrategias de resolución utilizadas por los alumnos y niñas.

Por todo ello, consideramos que la Teoría de Situaciones Didácticas es un marco teórico adecuado para explicar los fenómenos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil, y por ello vamos a utilizarlo en nuestro Trabajo Fin de Grado.

### 3. LA SUMA Y LA RESTA COMO OBJETO MATEMÁTICO

#### 3.1. La suma y resta de números naturales para eludir el conteo

Según Cid y otros (2003), en la vida diaria nos encontramos con situaciones-problema que requieren volver a contar conjuntos que ya han sido contados, a estas situaciones podrían dar solución las técnicas de conteo, pero cuando los cardinales aumentan estas técnicas dejan de ser operativas. Por ello, las operaciones aritméticas de suma y resta se construyen inicialmente como un medio de evitar los conteos en situaciones parcialmente cuantificadas.

El tamaño de las cantidades es uno de los factores externos que el profesor puede modificar, ya que las operaciones aritméticas de suma y resta se construyen inicialmente para evitar los conteos en situaciones parcialmente cuantificadas. Por esto, proponer problemas cotidianos es una buena manera de avanzar en la adquisición de las operaciones matemáticas, pues en un problema las cantidades de los conjuntos se dan cuantificadas.

El trabajo en la cuantificación de situaciones ligadas a acciones de añadir, quitar, reunir, separar o emparejar, permite construir las operaciones aritméticas de suma y resta, construcción que se organiza según:

- La determinación del campo de situaciones en las que el uso de dichas operaciones es pertinente.
- La construcción de la tabla de sumar (que sirve también para encontrar los resultados elementales de la resta).
- La invención de técnicas de cálculo eficaces, tanto orales como escritas.

Una vez que se han adquirido tanto los resultados elementales como las propiedades de la suma y la resta, se permite construir técnicas de cálculo formales, es decir, desligadas de las situaciones que contextualizan y justifican dichos cálculos.

Así, a base de almacenar bastante más información en nuestro cerebro: la tabla de sumar, las distintas técnicas de suma y resta, las propiedades de las operaciones y el tipo de situaciones que resuelven, podemos sustituir los procesos de conteo por la realización de sumas y restas, lo que, en determinadas circunstancias, supone un ahorro de tiempo muy considerable (Cid, 2003)

Pero no debemos olvidar las situaciones que dan significado a las operaciones de suma y resta, puesto que cuanto más variadas y numerosas sean estas situaciones, mayor será el grado de comprensión.

### **3.2. Doble vía para la enseñanza de la suma y resta de números naturales**

Cid y otros (2003) consideran que para aprender a realizar operaciones aritméticas se ha de comprender su significado y se han de adquirir las técnicas de cálculo asociadas al mismo.

Por una parte, la construcción del significado está asociado a la resolución de problemas y exige plantear a los alumnos diferentes situaciones aditivas para que se familiaricen con ellas, las resuelvan inicialmente por medio de conteos y terminen asociándolas con las operaciones de suma y resta.

Por otro lado, la enseñanza de las técnicas de cálculo supone plantear sumas y restas formales, es decir, descontextualizadas (por ejemplo,  $5+4$ ,  $8-5$ , etc.), para que los alumnos adquieran técnicas orales (y posteriormente, escritas) de suma y resta. Es la posesión de estas técnicas lo que convierte en interesante la decisión sobre cuál es la operación que resuelve un problema.

Por lo tanto nos encontramos con la necesidad de proponer situaciones aditivas que den sentido a la suma y a la resta y, al mismo tiempo, operaciones formales para que desarrollen las técnicas de cálculo: memorización de algunos hechos numéricos y técnicas orales.

El objetivo de la primera es que las estrategias iniciales de conteo evolucionen y que, al final, a medida que por la vía de a técnica se consolidan las técnicas de suma y resta, la experiencia del alumno en la resolución de esas situaciones le permita decidir qué operaciones resuelven el problema.

La finalidad de la segunda es que los alumnos evolucionen en las estrategias y evolucionen hacia otras más rápidas que el recuento, para este fin se deben ofrecer una gran variedad de materiales a los alumnos que les permitan realizar diferentes configuraciones numéricas, lo que es el entramado necesario para establecer las técnicas orales de suma y resta.

Como se ha referenciado anteriormente, el trabajo se va a centrar en las situaciones didácticas aditivo-concretas necesarias para establecer el sentido o significado de las operaciones, que viene asociado a las situaciones que resuelve y para justificar los resultados de la tabla de sumar y las técnicas de cálculo.

### **3.3. Las situaciones didácticas aditivo-concretas**

Con la intención de enseñar a los alumnos los diferentes significados de la suma y de la resta desde la Didáctica de las Matemáticas, debido al gran volumen de situaciones que se pueden dar y a la imposibilidad de recogerlas todas, se clasifican según los aspectos que hay que tener en cuenta para decidir qué operación la resuelve.

El criterio de clasificación depende del tipo de acciones que suceden en una situación: añadir o quitar, reunir o separar, o emparejar. Afecta a cada una de las cantidades que intervienen: los dos datos y la solución. Los datos son las cantidades conocidas y la solución es la cantidad desconocida que hay que encontrar a partir de los datos, según este criterio se pueden tomar los siguientes valores:

- Transformación: cuando la cantidad expresa la variación (aumento o disminución) que sufre una cantidad inicial en un intervalo de tiempo.

- Comparación: cuando la cantidad indica la diferencia (mayor que o menor que) que existe entre dos cantidades que se comparan entre sí.
- Estado: cuando la cantidad no transforma ni compara otras cantidades.

Los valores que adquieren estas tres cantidades que forman la situación definen la “estructura semántica de la situación”. Atendiendo a estos criterios, las situaciones aditivas de una etapa se clasifican en:

### **Categoría I: Estado-Estado-Estado (EEE)**

Es una situación en la que todas las cantidades son estados que se refieren a un todo y a las dos partes disjuntas en que se descompone. El problema puede dar las dos incógnitas y pedirnos que calculemos el total, o darnos una de las partes y el total y pedir que encontremos la otra parte.

### **Categoría II: Estado-Transformación Estado (ETE)**

Es una situación en la que tenemos una cantidad inicial, que se transforma en una cantidad final. La cantidad de la transformación cuantifica la transformación sufrida por la cantidad inicial. En este tipo de problemas se produce una acción en la cual aumentamos o quitamos un conjunto en una cantidad dada. Por ello ha dado lugar a los términos de “adición”, “sustracción” y “resta”.

### **Categoría III: Estado-Comparación-Estado (ECE)**

Es una situación en la que se comparan dos cantidades, la cantidad de la comparación cuantifica la diferencia entre dichas cantidades. Esta categoría ha dado lugar al término “diferencia” para nombrar la operación resta.

Pero la operación que resuelve la situación no solo depende de la categoría, sino que además intervienen otros criterios:

- Posición de la solución o incógnita: puede estar en cada uno de los tres valores que toman las cantidades en cada categoría.
- Sentido de las transformaciones y comparaciones: puede indicar un aumento o una disminución (en el caso de la transformación) o bien, puede indicar que el primer término es mayor o menor que el segundo (en el caso de la comparación).

La variación de los valores de estos criterios en cada una de las categorías da lugar a los diferentes tipos de situaciones aditivas de una etapa.

Además, hemos de tener en cuenta los estudios que se han realizado en torno a la resolución de problemas y las variables que influyen en el individuo a la hora de enfrentarse a un reto o problema que se le plantea. Rodríguez y otros (2008) citando otros trabajos e investigaciones anteriores propone dividir los factores influyentes en la resolución de problemas en dos tipos: factores externos y factores internos.

Dentro de los factores externos encontramos la estructura semántica del problema, el lugar de la incógnita, el tamaño de las cantidades y la presencia o no de objetos para representar las relaciones entre las cantidades descritas en el problema.

Entre los factores internos están la capacidad de la memoria de trabajo, el conocimiento conceptual y procedimental, la habilidad para formar representaciones viso-espaciales de las relaciones entre los problemas y la perseverancia a la hora de resolver los problemas.

Teniendo en cuenta estos factores, el maestro debe ir aumentando la dificultad de los factores externos a medida que los alumnos van desarrollando los procesos que conllevan los factores internos.

### 3.4. Gestión en el aula de las situaciones didácticas aditivo-concretas

Las situaciones aditivo-concretas tienen un enunciado en el que se narra una historia, en la que intervienen unas cantidades y se pregunta por otra cantidad que el enunciado no explicita y que se obtiene sumando o restando las cantidades conocidas. El alumno ha de resolverlas sin ayuda explícita del profesor.

Se trata de proponer a los alumnos situaciones problemáticas que abarquen las distintas categorías: EEE, ETE y ECE, las diferentes posiciones de la incógnita y los sentidos de las transformaciones y comparaciones. Esto es necesario para que los alumnos den significado a las operaciones y no cometan los errores comunes de identificar la operación que resuelve el problema por palabras “clave” que aparecen en el enunciado; por ejemplo una suma porque aparece la palabra “total”, “más”, “me dan”, “me regalan”, o una resta porque se pregunta “cuánto queda” o aparece “menos” o se habla de “quitar”, etc.

Para facilitar el citado avance en las estrategias, el profesor no le debe decir al niño cómo se hace pero debe controlar que comprende el enunciado, pidiéndole que lo explique con sus propias palabras, y animándole a que encuentre una estrategia de resolución por medio de la representación de la situación con algún tipo de material y de conteo.

En todo momento se debe dejar que el niño resuelva los problemas recurriendo a la modelización y el conteo, sin forzar a decir cuál es la operación que lo resuelve. Los primeros números deben ser preferiblemente pequeños, pero se han de ir aumentando para forzar el avance, además de no permitir el conteo de uno de los términos para pasar del “conteo de todo” y “conteo de lo que queda o de la diferencia” a estrategias más elaboradas.

Las variables didácticas de las situaciones aditivo-concretas son:

- **Significado de los números;** cardinal.
- **Tamaño de los términos de resultado de la operación:** de 0 a 10, de 10 a 20...
- **Estructura semántica de la situación:** situaciones aditivas de las categorías EEE, ETE o ECE.

Con respecto a la estructura semántica, podríamos hacer una gradación de las más sencillas a las más complicadas según la situación aditiva que aparece en el enunciado, de la posición de la incógnita y del sentido de transformaciones y comparaciones, ésta podría ser la siguiente:

1. EEE (con la incógnita en el estado total) y ETE (con la incógnita en el estado final).
2. EEE (con la incógnita en uno de los parciales) y ETE (con la incógnita en a transformación).
3. ECE (con la incógnita en la comparación o en el estado comparado).
4. ETE (con la incógnita en el estado inicial).
5. ECE (con la incógnita en el estado de referencia).

Las dos últimas categorías no se van a trabajar porque exceden las capacidades cognitivas de los alumnos de ed. Infantil.

- **Posición de la incógnita:** en una u otra de las posiciones que vienen definidas en los esquemas de las situaciones aditivas.
- **Sentido de las transformaciones y comparaciones:** de aumento o disminución para las transformaciones; de “mayor que” o “menor que” para las comparaciones.

- **Grado de contextualización de la situación:**

- Situación que se refiere a materiales presentes en el aula y con el niño como actor.
- Situación hipotética contextualizada familiar al niño y con material a su disposición.

La modificación de estas variables didácticas de las situaciones aditivo-concretas, incrementará o disminuirá la dificultad del problema. El profesor ha de conocer cuáles son los conocimientos y estrategias iniciales de sus alumnos para, modificando las variables, forzar el avance en las estrategias.

Cada alumno tiene unas características únicas, pero la mayoría de los alumnos de tercero de E.I (5-6 años) son capaces de resolver situaciones-problema usando materiales tangibles para representarla y después realizar un conteo.

Analizando las fases por las que pasan los alumnos, la mayoría atraviesan tres fases:

- **Fase I:** resuelven los problemas exclusivamente representando las acciones y después cuenta.
- **Fase II:** sustituyen las representaciones con objetos físicos por el uso exclusivo de técnicas de conteo.
- **Fase III:** utilizan los hechos numéricos para resolver los problemas.

La transición de una fase a otra conlleva tiempo ya que, los alumnos que resuelven determinados problemas mediante técnicas de conteo, necesitan representar físicamente otros problemas para resolverlos correctamente.

Los docentes hemos de tener en cuenta tanto las variables didácticas, como las fases que atraviesan los alumnos a la hora de elaborar situaciones-problemas que les planteamos a los alumnos, para que por un lado sean capaces de resolverlos con las

estrategias de las que disponen, y por otro les suponga un reto y vayan abandonando las estrategias iniciales en favor de otras más elaboradas. Este abandono de las estrategias iniciales no lo consiguen todos los alumnos tercer curso de educación infantil.

### 3.5. Las situaciones didácticas aditivo-formales.

Las situaciones didácticas aditivo-formales son aquellas en las que se presentan las sumas y restas de manera formal, o lo que es lo mismo, sin contextualizar.

El primer paso es animar al alumno a contar para obtener el resultado otorgándole a la suma un sentido de adicción y a la resta un sentido de sustracción.

El segundo paso es utilizar materiales estructurados para evitar los conteos y facilitar la progresiva memorización de los resultados y la adquisición de las técnicas orales; éstos pueden ser las regletas de Herbinière-Lebert que facilitan el conteo por subitación, o el ábaco para operar con cantidades mayores.

Posteriormente, se pasa a la adquisición y justificación de las técnicas escritas.

Cuando éstas técnicas de cálculo oral son enseñadas, se han de tener en cuenta las siguientes variables didácticas de las situaciones aditivo-formales:

- *Tipo de operación:* suma o resta.
- *Dirección de la operación:* directa o descomposición.
- *Tamaño de los términos y del resultado de la operación:*
  - Operaciones que acaben en una mano
  - Operaciones que caben en las dos manos
  - Operaciones de números repetidos de una cifra.
  - Operaciones de la tabla de sumar o restar.
  - Operaciones con términos y resultado menor o igual que 20
- *Número de términos:* dos o tres.

- *Técnica de cálculo:* conteo sobre material no estructurado, conteo sobre material estructurado, memorización, técnica oral.
- *Tipo de material estructurado:* dedos, plaquetas, regletas, ábaco, etc.
- *Estimación del resultado:* con o sin exigencia previa de estimación del resultado.

Nuestro trabajo se centra en el estudio de las situaciones aditivo-concretas, con las que los alumnos de Educación Infantil dan sentido a las operaciones suma y resta de números naturales.

No obstante, la resolución de un problema exige dar solución al problema y sabemos que los alumnos utilizan inicialmente diferentes estrategias de conteo para obtener la solución y que, posteriormente, sustituyen estas estrategias por otras más potentes como la memorización y aplicación de los hechos numéricos.

Esto quiere decir, que las situaciones aditivo-formales están fuertemente vinculadas a las situaciones aditivo-concretas, dado que los alumnos tienden a utilizar diferentes estrategias en función de la estructura semántica del problema que resuelven. Por este motivo las situaciones didácticas aditivo-formales también son objeto de nuestro estudio.

#### 4. ANÁLISIS DE LAS CARACTERÍSTICAS MÁS RELEVANTES DE LA ENSEÑANZA ACTUAL DE LA SUMA Y DE LA RESTA

Nos proponemos abordar el análisis de las características más relevantes de la enseñanza de la suma y de la resta en el segundo ciclo de Educación Infantil a partir de dos fuentes documentales: el currículo oficial de Educación Infantil y el análisis del libro de texto de la editorial que siguen los alumnos que participan en este estudio.

##### 4.1. Análisis del currículo oficial.

Actualmente, el currículo de Educación Infantil se articula en torno a bloques de contenido en diferentes áreas curriculares:

- Conocimiento de sí mismo y autonomía personal.
- Conocimiento del entorno.
- Lenguajes: comunicación y representación.

Es en la segunda donde se concentran los contenidos matemáticos en torno a bloques muy amplios y con una vaga definición de los conceptos. Como semejanza y diferencias en los objetos, discriminación de atributos o identificación de cualidades y grados.

Estos contenidos son:

- *Aproximación a la cuantificación de colecciones. Utilizando del conteo como estrategia de estimación y uso progresivo de los números cardinales para calcular y resolver problemas sencillos relacionados con la vida cotidiana.*
- *Aproximación a la serie numérica y su utilización oral para contar. Observación y toma de conciencia de la funcionalidad de los números en la vida cotidiana. Representación gráfica de la cuantificación mediante códigos convencionales y no convencionales.*

El criterio de evaluación en el que aparece una referencia al número es el siguiente:

- *Discriminar objetos y elementos del entorno inmediato y actuar sobre ellos. Agrupar, clasificar y ordenar elementos y colecciones según semejanzas y diferencias ostensibles, discriminar y comparar algunas magnitudes y cuantificar colecciones mediante el uso de la serie numérica.*

El documento oficial concreta el criterio en los siguientes términos:

“Se refiere a sí mismo, al modo en que van desarrollando determinadas habilidades lógico-matemáticas, como consecuencia del establecimiento de relaciones cualitativas y cuantitativas entre elementos y colecciones. También se observará la habilidad para utilizar estrategias convencionales o no convencionales para representar e interpretar la realidad y resolver problemas de la vida cotidiana.

Se valorará el interés por la exploración de las relaciones numéricas con materiales manipulativos y el reconocimiento de las magnitudes relativas a los números elementales, así como el acercamiento a la comprensión de los números en su doble vertiente cardinal y ordinal, el conocimiento de algunos de sus usos y su capacidad para utilizarlos en situaciones propias de la vida cotidiana”.

De éste criterio se deduce la importancia de que los alumnos resuelvan situaciones problemáticas de la vida real con números, por ello una propuesta sustentada en la resolución de problemas debería contemplar la resolución de:

- Problemas que relacionen dos colecciones para construir una colección del mismo número de objetos que otra dada, para comparar dos colecciones, para completar una colección de modo que tenga tantos objetos como la otra, y para combinar dos colecciones.

- Problemas de referencias ordinales para que el alumno tenga referencias en cuanto a su posición o la posición de un objeto en una ordenación.
- Problemas de separación o distribución de una colección en otras más pequeñas.
- Problemas muy elementales de trueque o de compra-venta.

Sin embargo, en el documento oficial no propone situaciones de este tipo y, además, es poco orientador para el docente porque no establece ninguna graduación de problemas aditivos para proponer a los escolares de Educación Infantil.

Por otro lado, Chamorro (2011, p. 36) al analizar el currículo nacional de Educación Infantil destaca la pobreza del bloque numérico, e indica que esta muy por debajo de las posibilidades de los alumnos de ese ciclo. Además critica que se explotan poco los aspectos fenomenológicos del número, dado que el acceso al cálculo, a través de los distintos tipos de conteo y los procedimientos artesanales tanto de cálculo escrito como pensado, están ausentes.

Otra crítica de esta investigadora se centra en la escasa importancia que el currículo concede al juego, a pesar de que en los planteamientos generales de la Educación Infantil, el Currículum pondera el juego como elemento metodológico no lo usa en el área lógico matemática, afianzando la idea de que juego y matemáticas son irreconciliables, y tienen epistemologías distintas y enfrentadas desde el punto de vista escolar.

A partir del análisis del currículo nacional que realiza Chamorro (2011) se puede vaticinar que el único objetivo a nivel legislativo es que los alumnos de esta etapa adquieran un lenguaje y unos conocimientos formales que, poco o nada tienen que ver con los conceptos subyacentes de carácter lógico-matemático.

En resumen, podemos concluir que el actual currículo de Aragón, al igual que el nacional, es poco orientador tanto para el docente, ya que está muy por debajo de las capacidades de los alumnos de Educación Infantil y de los conocimientos que los alumnos de estas edades son capaces de adquirir.

### **4.2. Análisis de una editorial de libros de texto.**

Dada la imprecisión de currículo oficial de Aragón, las editoriales articulan sus ediciones en base a criterios cuanto menos tradicionales de la enseñanza de las matemáticas.

El colegio donde se va a desarrollar el proyecto, trabaja a través de una metodología activa, participativa, lúdica, motivadora y se realizan proyectos de trabajo (unidades didácticas) para complementar todos los contenidos curriculares de la etapa de Educación Infantil. Además, se amplían conocimientos lógico-matemáticos con cuadernillos de la editorial Edelvives, los cuales son analizados a continuación.

El cuarto cuadernillo de matemáticas de una serie de cinco es el indicado para los alumnos de la edad de tercero de Educación Infantil, y en él aparecen: 28 fichas denominadas como resolución de problemas, de las cuales solo seis constituyen un intento de problema de suma o de resta que, a nuestro juicio, resulta fallido; el resto (22) son fichas dedicadas a la enseñanza de los hechos numéricos.

En las actividades se pone de manifiesto que en ninguna de las tareas de EEE o ETE se plantea un problema en el que aparezca la necesidad de utilizar la suma o la resta asociada a las acciones básicas de juntar, añadir, comparar o completar. Es decir, no son verdaderos problemas porque no se trabajan los significados de la suma y de la resta. En todos estos casos, se supone que debe ser el docente el que debe convertir la tarea en un problema aditivo reformulando el enunciado de la tarea.

Si nos fijamos en una de las situaciones que propone dicha editorial (*Figura 1*) encontramos una situación-problema en la que se propone: en el primer caso que se colorean los vasos de color azul si están hacia arriba y de amarillo si están hacia abajo, después se cuentan los de color azul y los de color amarillo y se “sume” el total de vasos. En este caso podemos comprobar que: no es una situación contextualizada ni cercana a la realidad del niño, no supone un reto para ellos y además pueden realizar correctamente la tarea sin necesidad de que los alumnos den ningún significado a la operación suma. La operación suma aparece de modo formal y, en el mejor de los casos, deberá ser el docente el que indique a los alumnos que el significado es el de juntar los vasos amarillos y azules. En ningún caso, son los alumnos los que resuelven el problema asociando a la operación el significado de juntar.

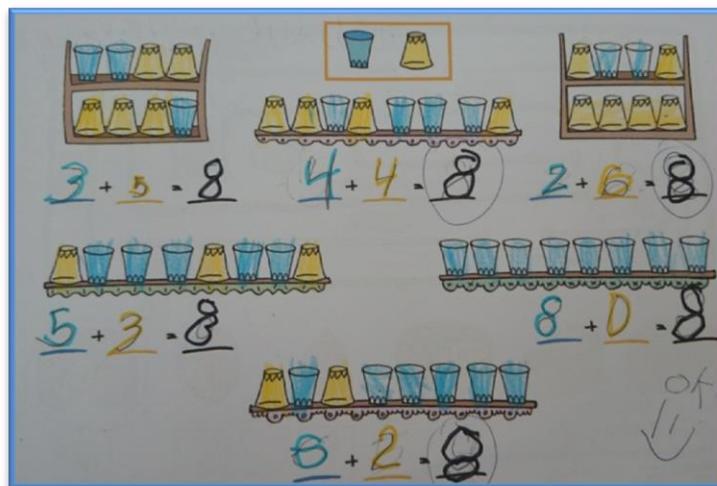


Figura 1

En este ejemplo se observa un gran énfasis en conducir a los alumnos a la institucionalización de las operaciones, sin haber realizado los pasos previos, sin contar con sus intereses y por lo tanto sin dotar de significado a la operación dado que la suma no aparece asociada a la acción de “juntar” los vasos de colores diferentes.

Las otras cinco tareas que el texto presenta como problemas de suma o de resta tienen características similares a las descritas en el ejemplo anterior. No son adecuadas para que los alumnos identifiquen la operación con las acciones físicas de juntar, añadir, completar o comparar que generan la suma o la resta. El objetivo de la tarea no es el dotar de significado a la operación, lo que se persigue el texto es introducir la representación simbólica de la operación y el cálculo numérico.

Una de éstas llama especialmente la atención (*Figura 2*) por lo incomprensible de su finalidad, ya que es difícil de entender qué es lo que el alumno ha de realizar y más aún el objetivo didáctico. Lo que el niño debe hacer es “sumar o restar” elementos que vienen dados, y dibujar el resultado o uno de los estados. Así, en la “operación” inferior derecha se espera que el alumno asocie el significado de la resta con la idea de que si tiene un vaso azul y se le quita el color azul se le convierte en un vaso blanco. La idea que plantea el texto no incorpora datos numéricos y, por lo tanto, nada tiene que ver la operación aritmética de la suma o resta de números.

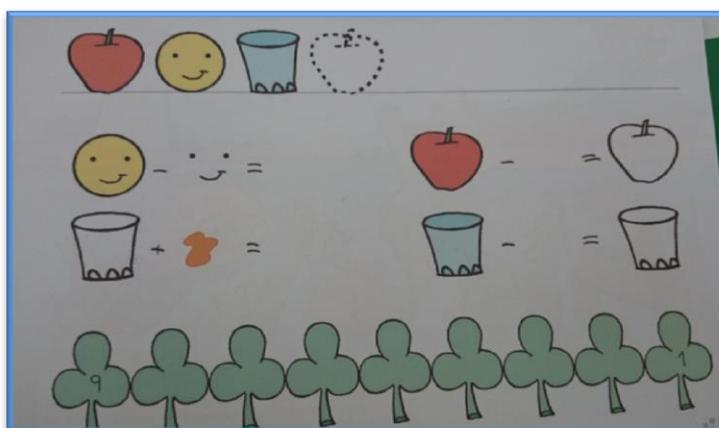


Figura 2

Por otro lado, las fichas dedicadas a la enseñanza de los hechos numéricos se preocupan fundamentalmente por la memorización de los hechos numéricos, ya que todas las tareas tienen este objetivo. No debemos olvidar que son 22 las actividades dedicadas a este fin.

Por todo ello, se puede afirmar que no hay problemas contextualizados con el objetivo de resolver un reto, sino únicamente la iniciación a la suma y a la resta en su versión más formal; ya que parece que el único objetivo de los ejercicios que se plantean es que los alumnos adquieran el conocimiento de la simbología asociada a estas dos operaciones, sin tener en cuenta los significados de éstas.

Se puede comprobar que en esta editorial no hay actividades lúdicas, ni tampoco situaciones didácticas de comunicación entre alumnos. Por este motivo vamos diseñar, experimentar y evaluar una propuesta parcial de enseñanza de la suma y de la resta, en la cual el juego sea la principal herramienta de aprendizaje a través de la cual los alumnos avancen en sus conocimientos y estrategias matemáticas.

### 5. PROPUESTA DE ENSEÑANZA

Tras esta revisión teórica y análisis de la enseñanza actual de la resolución de problemas en Educación Infantil., en este apartado pasamos a realizar una propuesta de enseñanza que ponga en práctica tanto mis conocimientos adquiridos durante mi formación, como la adquirida al realizar este trabajo fin de grado.

Vamos a implementar una propuesta parcial de enseñanza con el objetivo de evaluar las estrategias que usan unos alumnos concretos para resolver tres tipos de situaciones que, a priori, consideramos graduadas en orden creciente de dificultad conceptual. Los alumnos van a tener a su disposición diverso material didáctico a la hora de resolver los problemas. Después de experimentar cada situación procederemos al análisis de los resultados con el objetivo de detectar dificultades y de articular y modificar, si es el caso, una propuesta parcial de enseñanza.

Posteriormente, tras analizar los resultados obtenidos, allí donde se encuentren las dificultades, se llevará a cabo una serie de intervenciones que les permita a los alumnos resolver aquellas situaciones anteriormente planteadas y en las que habían encontrado dificultades.

La propuesta se articula en dos bloques, uno inicial en la que pretenden analizar las estrategias que utilizan los alumnos cuando se enfrentan a dos situaciones aditivo-concretas de diferentes niveles de dificultad, y un segundo bloque donde se pretenden que, de manera muy escueta en el tiempo, los alumnos avancen en las estrategias que utilizaron en el bloque anterior.

### 5.1 Diseño del primer bloque de actividades

El primer bloque contiene dos situaciones-problema, la primera situación aditivo-concreta es un problema de Estado-Transformación-Estado con la incógnita en el estado final: Tienes 4 caramelos, y te compran 8 más, ¿cuántos tendrás ahora? Este problema está considerado por la gradación, en cuanto a la variable didáctica de la semántica del problema, como nivel uno, por lo tanto los más fáciles de resolver.

La segunda situación del primer bloque incluye dos preguntas de diferente nivel: la primera se trata de un problema de Estado-Estado-Estado con la incógnita en uno de los estados parciales, por lo que si consideramos la variable de la semántica del problema nos encontramos en el nivel dos de cinco totales: tienes diez caramelos de dos sabores, de limón y de naranja. Si 4 son de limón, ¿cuántos son de naranja? La segunda parte es un problema de Estado-Comparación-Estado con la incógnita en la comparación: ¿De qué sabor hay más de limón o de naranja? ¿Cuántos más?, en este caso al analizar la estructura semántica nos encontramos con un problema de mayor dificultad que los de las anteriores tipologías ETE y EEE.

Para llevar a cabo este primer bloque de actividades, los alumnos cuentan con policubos de diferentes colores a su alcance, y se dieron las siguientes condiciones:

**Condiciones temporales:** la intervención se realizó cuando los alumnos terminaban la tarea que debían realizar, por lo que se alargó en el tiempo más de lo que debería, una semana aproximadamente del 16-4-2015 al 20-4-2015.

**Condiciones espaciales:** la profesora se encontraba en el rincón del ordenador y los alumnos pasaban de forma individual a “jugar”.

**Condiciones estructurales:** los problemas se presentaban de la siguiente forma: primero el problema de ETE y segundo el de EEE junto con el de ECE.

**Condiciones materiales:** los alumnos contaban con policubos de diferentes colores para representar el problema.

**Condiciones actitudinales:** había una gran expectación por saber que era lo que había que hacer.

Esperamos encontrar estrategias de conteo muy dependientes del material que se les proporcione, otros alumnos que no requieran del material y realicen la operación de forma mental con ayuda de sus dedos, e incluso esperamos encontrar alumnos que ya conozcan los hechos numéricos; se detallan con más precisión en el siguiente capítulo.

### 5.2. Diseño del segundo bloque de actividades

Tras analizar las estrategias que utilizan los alumnos para resolver las situaciones-problema del primer bloque, y en función de los resultados obtenidos, pasamos a diseñar las actividades del segundo bloque. En este punto se produce un giro en el trabajo, ya en un principio esperábamos encontrarnos estrategias muy elementales de conteo propias de la edad y una tasa de éxito en torno al 50% en los problemas de ETE y EEE, sin embargo, como se muestra en el desarrollo de la propuesta no fue así y por lo tanto decimos no incidir más en este tipo de problemas y abordar la enseñanza de problemas del tipo ECE, que se caracterizan por tener un nivel de dificultad superior que los tipos antes indicados.

Teniendo en cuenta la importancia del juego en Educación Infantil de un adecuado contexto a la hora de plantear y resolver un problema, hemos considerado oportuno programar un juego en cual tuvieran que comparar cantidades numéricas, y en el que se les exigiera realizar una cuestión similar a la propuesta anteriormente ¿cuántos más?

En la primera sesión en la que se van a trabajar estas situaciones, los alumnos se dispondrán en dos filas sentados en el suelo, la maestra comienza a preguntarles por sus hermanos: ¿tienes hermanos?, ¿cuántos tienes?, ¿el mayor cuántos años tiene?, ¿y tú cuántos años tienes?, ¿cuántos años es mayor tu hermano que tú?, ¿y tu hermano pequeño cuántos años tiene?, ¿cuántos años es tu hermano más pequeño que tú? Las

preguntas se hacen a todos los alumnos, con el objetivo de que paulatinamente los alumnos vayan resolviendo bien la actividad. En el caso de los tres alumnos que no tienen hermanos se les pregunta por sus primos.

El objetivo de comenzar la sesión con esta actividad es dotar de sentido a la acción de comparar y acercar a los alumnos a la semántica de este tipo de situaciones. Este es el motivo por cual, se decide comenzar con esta actividad.

Después de realizar las preguntas, se propone el juego de las *Torres* con la finalidad de los alumnos practiquen las comparaciones con materiales tangibles. En la misma disposición se explica el juego: con los policubos de colores que se les había proporcionado para realizar la primera actividad, dos alumnos tienen que apilar los policubos realizando cada uno su propia torre. Después colocan las torres en el suelo y la maestra pregunta qué torre es más alta y cuántos cubos es más alta la de un color que la del otro.

Y posteriormente, se pasa al juego de *la guerra* con algunas modificaciones.

**Descripción:** cada alumno cuenta con diez cartas que van desde el número uno hasta el número diez representado en este caso por “la sota”, ya que se va a jugar con una baraja española en la que existen el número ocho y el nueve, y se suprimirán el caballo y el rey. Los alumnos destapan una carta cada uno al mismo tiempo, tienen las cartas boca abajo de manera que no ven la carta que van a destapar, el que ha sacado la carta mayor hace otro montón con las cartas que ha ganado; una vez que han terminado de sacar las cartas, ambos alumnos tienen un montón de cartas que han ganado, deben contarlas y el que tenga el mayor número de cartas resultará ganador del juego.

Una vez realizado el juego dos veces podemos ratificar la importancia de administrar un contexto significativo y funcional, como es en este caso el juego, para que los alumnos comprendan el problema, lo modelicen y sean capaces de realizarlo.

**Objetivo del juego:** es que los alumnos realicen una primera comparación del cardinal inicial de la puntuación de dos cartas repetidas veces, y posteriormente calcular el cardinal de las dos colecciones que obtienen cada jugador con las cartas que ha ganado, para realizar una comparación cuantitativa entre ambos cardinales y contestar a la pregunta ¿por cuantas cartas de más tiene un jugador que otro jugador?

**Contenido que trabaja este juego:** se trata de un problema de resta del tipo ECE con la incógnita en la comparación. Por lo que supera con creces tanto las expectativas curriculares que depositan en los alumnos de Educación Infantil, como las que depositan las editoriales que diseñan secuencias didácticas para alumnos de la etapa de Educación Infantil

Para realizar el juego los alumnos se distribuyen en parejas por orden de lista realizando, si fuera necesario, alguna modificación para que fueran equilibradas; formándose así un total de 12 parejas las cuales juegan al mismo tiempo. El juego se realiza dos veces para que los alumnos tengan una mayor experimentación.

**Evaluación:** una vez que los alumnos hayan terminado de jugar se les proporcionará el marcador (*Figura 3*) en el que habrán de anotar las cartas que ha obtenido cada uno, quién ha resultado ganador y por cuántas cartas lo ha hecho.

Nombre \_\_\_\_\_ tiene  cartas.

Nombre \_\_\_\_\_ tiene  cartas.

Ha ganado \_\_\_\_\_ porque tiene  cartas más que \_\_\_\_\_

Figura 3: marcador usado por los alumnos

## 6. DESARROLLO Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA

### 6.1. Contexto donde se desarrolla la propuesta.

En primer lugar, se describe el contexto en el que se ha realizado tanto el estudio preliminar como la puesta en práctica de la propuesta didáctica.

El colegio en el que se va a realizar la propuesta es el Colegio de Educación Infantil y Primaria Catalina de Aragón. Es un centro bilingüe inmerso en el proyecto PIBLEA-CILE 2 situado en el barrio Parque Goya. Este barrio es de reciente creación (14 años) por lo que la población es, en su mayoría, joven y con estudios superiores; por ello el nivel socio-cultural de las familias del colegio es medio alto.

La configuración jurídica es de 12 unidades de Educación Infantil y 12 de Educación Primaria, con un total de 570 alumnos/as.

El centro cuenta con 38 docentes, que completan la atención al centro en los niveles de 1º, 2º y 3º de Educación Infantil y 1º, 2º, 3º y 4º de Educación Primaria. Además cuenta con la presencia de un orientador.

Dentro de este centro me encuentro en un aula de tercero de Educación Infantil con 24 alumnos de entre 5 y 6 años 10 niñas y 14 alumnos, los cuales muestran grandes capacidades, salvando las diferencias individuales, más si cabe en esta etapa.

Los alumnos se encuentran en un entorno familiar rico, con una situación económica estable, pues todos los padres y madres trabajan, menos 3, ocupando puestos de funcionariado y del sector servicios. Además, solo hay dos parejas separadas del total de la clase, y todos los alumnos tienen al menos un hermano excepto 3 de los 24.

Los alumnos conformaron la misma clase desde que entraron al colegio, junto con la maestra; por lo que ésta tiene un gran conocimiento de los alumnos en todos los niveles y ha podido comprobar la evolución durante los tres años. Junto con la tutora, la

profesora British Council desarrolla a la par los temas que se están desarrollando en el aula. Además, los alumnos que hacen uso del comedor mantienen también la misma monitora (una monitora por clase 16 alumnos aprox.) durante los tres cursos, en los cuales adquieren progresivamente hábitos de higiene personal y autonomía en la realización de las rutinas.

De esta manera la metodología global que este centro plantea es fomentar la autonomía y el trabajo en competencias básicas, principalmente la que versa sobre aprender a aprender.

La clase está distribuida por rincones (*Anexo 1*): juego simbólico, puzzles y juegos lógicos, rincón del ordenador, rincón del proyecto, zona de asamblea y las mesas de trabajo. Esta disposición de la clase facilita la consecución de la metodología que se lleva a cabo.

Por este motivo, la maestra tiene unas rutinas estipuladas en las que se trabajan los problemas de una manera adecuada y significativa. Todas las mañanas cuando los alumnos llegan al colegio realizan una asamblea, la cual es dirigida por un niño diferente cada día.

En la asamblea, el niño encargado tiene unas tareas a realizar: rodear en un calendario el día correspondiente, una vez lo ha rodeado lo tiene que encontrar en un “calendario” hecho por la maestra en el que tanto los días de la semana como los números están desordenados (*Anexo 2: Figura 1*); después mira el tiempo que hace, lo verbaliza y lo coloca (*Anexo 2: Figura 2*). Cuando ha terminado, pasa lista para comprobar si falta algún compañero (la lista de los nombres está pegada en la pared y numerada), tras comprobar si alguien se ha quedado en casa o no lo escribe en una plantilla (*Anexo 2: Figura 3*) entonces escribe los alumnos y niñas que sí han ido al colegio en otra plantilla similar (*Anexo 2: Figura 3*).

Una vez que el alumno ha realizado todas las tareas, la maestra le pregunta: ¿en qué día estamos?, ¿qué día fue ayer?, ¿qué día será mañana?, ¿en qué mes estamos, el pasado y el siguiente?, ¿en qué año estamos, el pasado y el siguiente?, ¿cuántos alumnos se han quedado en casa? ¿cuántas niñas?, ¿cuántos alumnos han venido al colegio? ¿y si hubieran faltado 3 cuántos habrían venido? Entonces ¿cuántos alumnos y niñas seríais en total?, y si vienen dos alumnos y una niña de la otra clase ¿cuántos seríais en clase?

Durante estas preguntas, la profesora intenta que los alumnos resuelven problemas verbales que los alumnos resuelven haciendo operaciones contando “hacia delante” o “hacia atrás”, pero en algunas ocasiones los alumnos requieren de soporte físico para resolver el problema, sus dedos o la lista numerada de clase para seguir las indicaciones de la maestra.

Los proyectos se llevan a cabo en los dos idiomas (español-inglés), en la que la búsqueda de información, contrastación, selección y puesta en común, cuyo objetivo principal es formar personas críticas, capaces de tomar decisiones, autónomas, seguras de sí mismas y de sus conocimientos. Las salidas escolares están siempre en relación con el mismo.

Los proyectos se desarrollan de tal forma que, se trabajen todos los contenidos del Proyecto Curricular a lo largo del ciclo, sin que haya repeticiones. El segundo trimestre, el proyecto es común a todo el colegio Educación Infantil y Educación Primaria., este año ha sido “Los cuentos” y cada nivel lo ha realizado de un cuento; en tercero de Educación Infantil en concreto de *Blancanieves y los siete enanitos*.

Además, se llevan a cabo dos proyectos transversales a lo largo de todo el curso: “El protagonista” y “Las audiciones”.

El primero se desarrolla de tal forma que cada semana completa (L-V) un alumno es el protagonista de la semana: el lunes trae una noticia y se la cuenta a toda la

clase, después escribe el titular en el ordenador y justo con todas las de sus compañeros se conforma un periódico de clase que se entrega a final de curso; el martes la profesora de British Council dibuja su cuerpo a tamaño real en papel continuo y repasa las partes del cuerpo; el miércoles trae su juguete y libro preferido y cuenta el cuento; el jueves trae fotos significativas para él se visualizan durante la hora de British Council y el viernes vienen los padres a realizar una actividad preparada por ellos con los alumnos.

El segundo consiste en presentarles a los alumnos bits de inteligencia con fotos de un cantante o grupo musical y explicarles una breve biografía del mismo antes de escuchar una de sus obras. La canción elegida será escuchada a lo largo de la semana en diferentes ocasiones, y el viernes realizan un trabajo en papel, a final de curso se entregan todas juntas.

Por otro lado, se fomenta la lectura con un intercambio de libros que los alumnos se llevan los viernes para leer con sus familias durante el fin de semana.

### **6.2. Desarrollo del primer bloque de actividades.**

En este contexto se ha llevado a cabo ambos bloques de actividades. El primero se divide en dos situaciones aditivo-concretas que se presentan de forma individual, en la que he podido comprobar con mayor exactitud cuáles eran los conocimientos de los alumnos y qué estrategias seguían a la hora de enfrentarse a un problema.

La primera situación es de Estado-Transformación-Estado con la incógnita en el estado final, y la segunda consta de tres preguntas; la primera de Estado-Estado-Estado con la incógnita en el uno de los estados parciales, la segunda y la tercera de Estado-Comparación-Estado con la incógnita en la comparación.

Así, se recogen resultados de los tres primeros niveles de dificultad atendiendo a la estructura semántica de la situación, tal y como se ha explicado en el diseño de la propuesta.

Para resolver los problemas se cuenta con las condiciones presentadas en el diseño, de entre las que se recuerda que la intervención se realizó cuando los alumnos terminaban la tarea que debían realizar, por lo que se alargó en el tiempo más de lo que debería, una semana aproximadamente (16-4-2015 al 20-4-2015), y que había una gran expectación por parte de los alumnos por saber que era lo que había que hacer.

### **6.2.1. Resultados del problema I (ETE)**

Tienes 4 caramelos, y te compran 8 más, ¿cuántos tendrás ahora?

Los alumnos no piden material manipulativo ni de dibujo para modelizar los problemas, porque nunca han trabajado apoyándose en representaciones pictóricas de los objetos.

Los resultados de este primer problema se indican en el (*Anexo 3*); a continuación se detalla el análisis de los resultados.

#### **Análisis de los resultados problema I (ETE)**

<b>Resultado</b>	<b>Nº de alumnos</b>
<b>Bien (Mental o con dedos)</b>	16
<b>Bien (Necesita material)</b>	6
<b>Mal (Necesita ayuda)</b>	1
<b>No lo realiza</b>	1
<b>TOTAL</b>	24

Tabla 1: análisis resultados problema I (ETE)

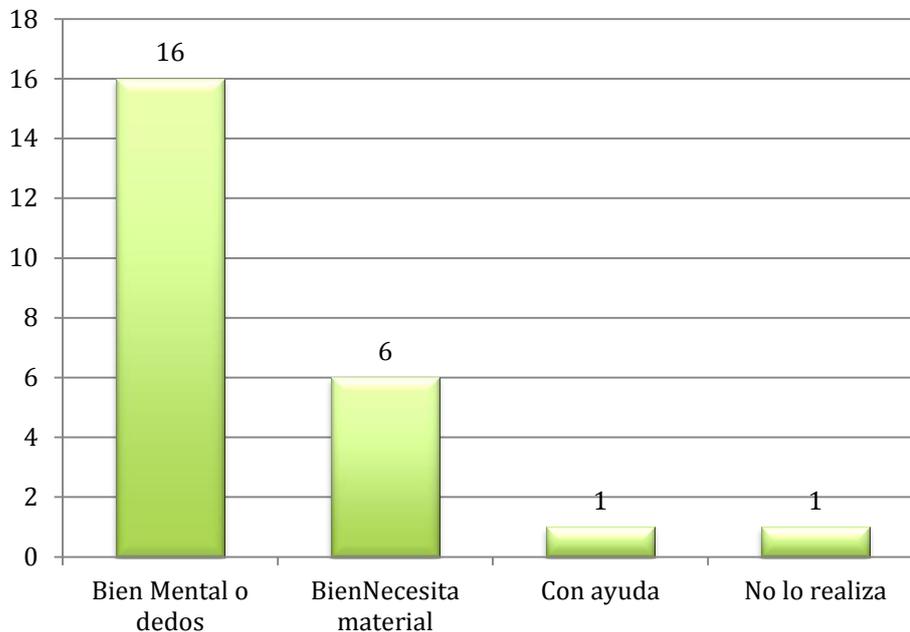
**Resultados problema I (ETE)**

Gráfico 1: análisis resultados problema I (ETE)

Consideramos que realiza el problema “bien mental o con dedos” cuando realiza la suma  $(4+8)$  correctamente de forma mental, y por lo tanto no necesita la representación física de las cantidades, o cuando la realiza correctamente necesitando representar con sus dedos una de las dos cantidades o ambas.

Si lo realiza “bien-necesita material” el alumno realiza correctamente la operación pero para modelizar el problema requiere de los policubos que se le proporcionan.

Por el contrario, si lo realiza “mal-con ayuda” de la maestra suponemos que de otro modo no sería capaz de llevarlo a cabo. Así mismo, el que “no lo realiza” entendemos que todavía no comprende la semántica del problema.

Para resolver el problema I los alumnos utilizan una serie de estrategias que son expuestas a continuación:

**Análisis de las estrategias problema I (ETE)**

Estrategia de resolución del problema del tipo ETE	Nº de alumnos
Junta la colección y cuenta desde el principio con los dedos	1
Junta la colección y cuenta desde el principio con material	7
Representa una colección y contar a partir del siguiente con los dedos	7
Representa una colección y contar a partir del siguiente mentalmente	1
Permuta los sumandos para contar a partir del número mayor con los dedos	2
Permuta los sumandos para contar a partir del número mayor mentalmente	3
Identifica la operación y aplica los hechos numéricos	2

Tabla 2: análisis de las estrategias problema I (ETE)

## Análisis de las estrategias problema I (ETE)

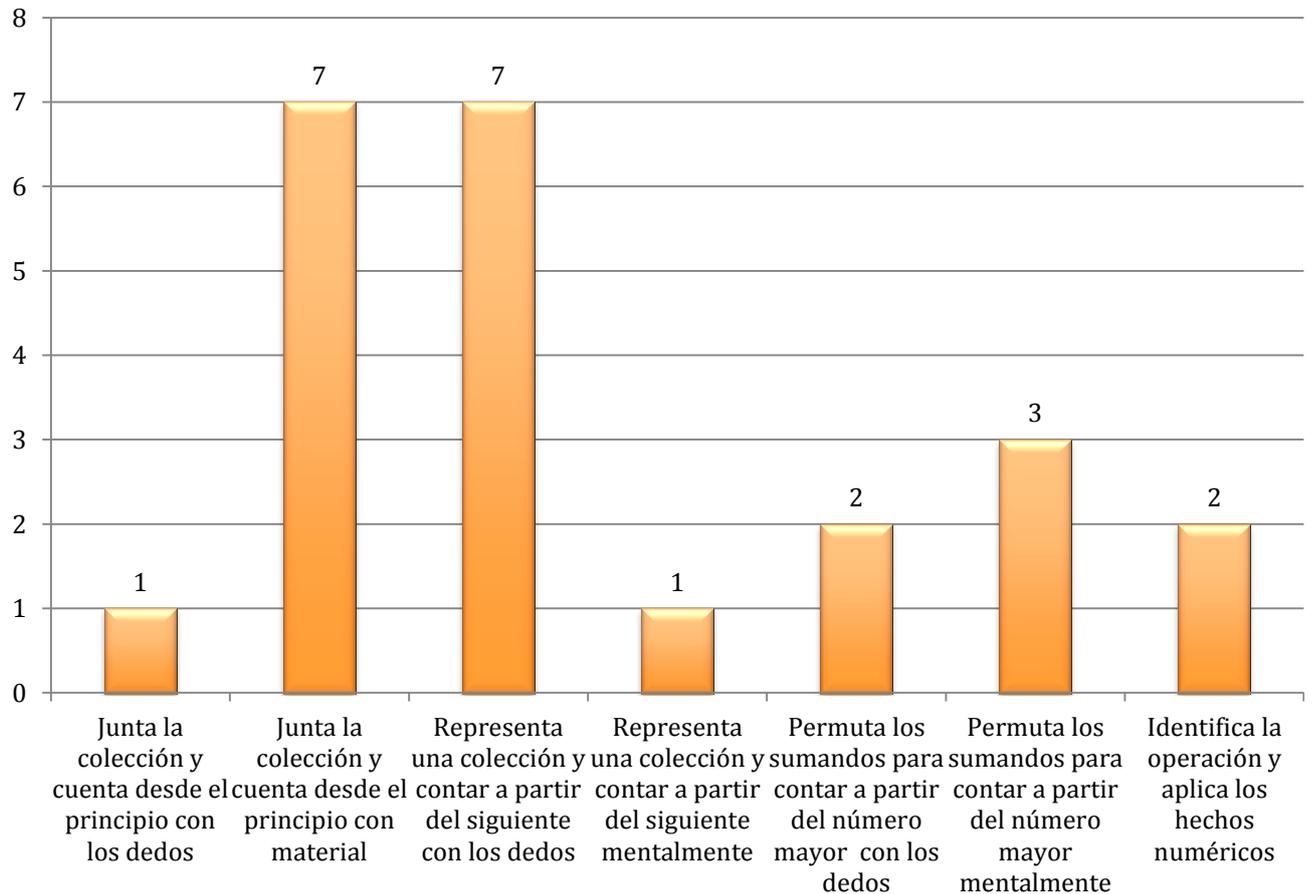


Gráfico 2: análisis de las estrategias problema I (ETE)

Tal y como se aprecia en las gráficas, el primer problema del tipo Estado-Transformación-Estado con la incógnita en el estado final lo realizan sin ninguna dificultad el 92% de la clase. Coincidiendo con la gradación expuesta anteriormente, este problema corresponde al tipo de situaciones de primer nivel consideradas las más fáciles de resolver por el tipo de transformación y el lugar de la incógnita. Aun así no

debemos olvidar que se trata de alumnos de tercero de infantil, por lo que es una tasa de éxito muy elevada.

En cuanto a las estrategias que utilizan para resolver el problema, destacan dos por encima del resto: juntar la colección y contar desde el principio con material (siete alumnos), y representar la colección y contar a partir del siguiente con los dedos (siete alumnos). Estas estrategias indican que los alumnos están avanzando desde la más elemental juntar la colección y contar desde el principio con los dedos, solo lo realiza un niño, hacia la más avanzada identificar la operación y aplicar los hechos numéricos, la cual solo usan dos alumnos.

En el nivel más avanzado, además de estos dos alumnos se encuentran cinco alumnos que permutan los sumandos para contar a partir del mayor; éstos se acercan más a la estrategia final de identificar la operación y aplicar los hechos numéricos.

Por lo tanto podemos observar que nos encontramos con alumnos que todavía necesitan de la estrategia del conteo para resolver la situación, mientras que hay otros que conocen los hechos numéricos.

En el primer grupo de alumnos está Iván que junta la colección y cuenta desde el principio con los dedos: primero coloca cuatro dedos, después coloca ocho y empieza a contar desde el principio; cuando llega al octavo dedo sigue colocando cuatro dedos más y cuenta hasta el doce.

En el segundo grupo está Jorge que identifica la operación y aplica los hechos numéricos: da la siguiente explicación a la pregunta ¿cómo lo has sabido? “porque cuatro más ocho son doce”

Esta gran diferencia en cuanto a las estrategias utilizadas se ha de tener en cuenta a la hora de plantear el segundo bloque de actividades, pues ha de atender a esta diversidad y todos han de poder realizarlas en mayor o menor medida.

### 6.2.2. Resultados del problema II (EEE y ECE)

Como se ha dicho anteriormente, el segundo problema que se les plantea es un problema de Estado-Estado-Estado con una pregunta final de Estado- Comparación-

Estado. La teoría expuesta vaticina que estos dos tipos de problemas son más complejos para los alumnos de esta edad que el resuelto en el problema I.

Tienes diez caramelos de dos sabores, de limón y de naranja. Si 4 son de limón, ¿cuántos son de naranja? EEE (con incógnita en uno de los parciales)

¿De qué sabor hay más de limón o de naranja?¿Cuántos más? ECE (con la incógnita en la comparación).

Para resolver el segundo problema, los alumnos usaron las siguientes estrategias:

Estrategia 1: separar la colección y contar lo que queda, con material.

Estrategia 2: contar desde el sustraendo hasta el minuendo, con los dedos.

Estrategia 3: contar desde el sustraendo hasta el minuendo. Mentalmente sin ayuda de dedos ni de materiales manipulativos

Estrategia 4: sabe los hechos numéricos.

En la última pregunta ofrecí una pregunta extra como ayuda: ¿Cuántos sobran para que sean iguales?, ya que los alumnos no comprendían qué era lo que se les estaba preguntando debido a que ¿cuántos más? es un concepto de comparación de cantidades que adquieren más adelante y, nunca antes se habían enfrentado a un problema de este tipo de estructura semántica.

Los resultados de este segundo problema se indican en el (*Anexo 4*); a continuación se detalla el análisis de los resultados.

## Análisis de los resultados problema II (EEE)

Resultado	Nº de alumnos
Bien sin apoyos (Mental o con dedos)	13
Bien (Necesita material)	1
Mal (Necesita ayuda)	6
No lo realiza	4
<b>TOTAL</b>	<b>24</b>

Tabla 3: análisis resultados problema II (EEE)

## Resultados problema I (ETE)

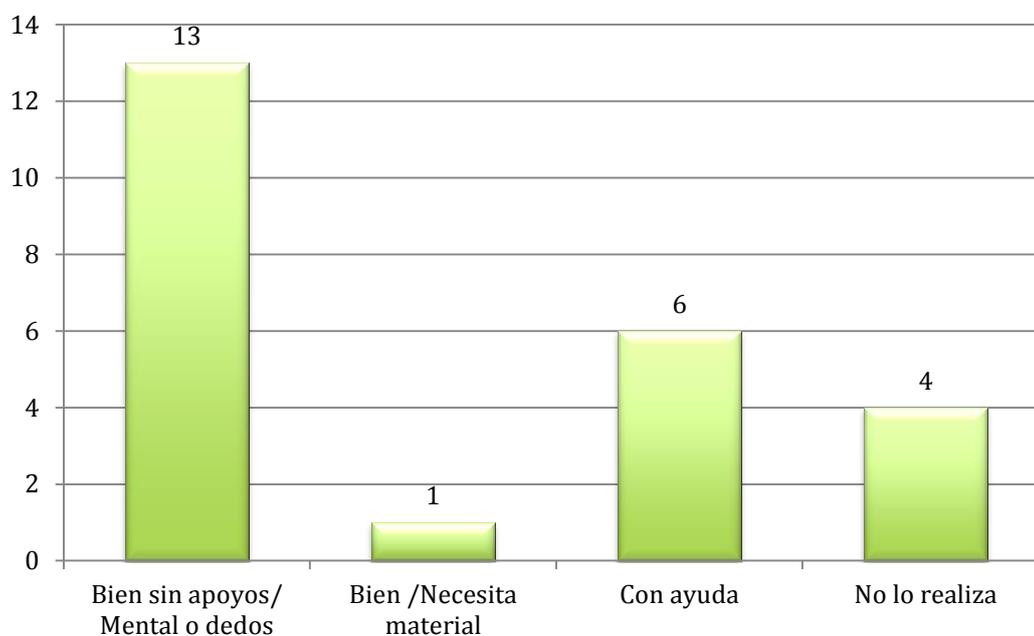


Gráfico 3: análisis resultados problema II (EEE)

Para resolver el problema II-EEE los alumnos utilizan una serie de estrategias que son expuestas a continuación:

**Análisis de las estrategias problema II (EEE)**

Estrategia de resolución del problema del tipo EEE	Nº de alumnos
Separa la colección y cuenta lo que queda	7
Cuenta desde el sustraendo hasta el minuendo con los dedos	3
Cuenta mentalmente desde el sustraendo hasta el minuendo	3
Cuenta hacia atrás desde el minuendo al sustraendo	0
Identifica la operación y aplica los hechos numéricos	6

Tabla 4: análisis de las estrategias problema II (EEE)

**Análisis de las estrategias problema II (EEE)**

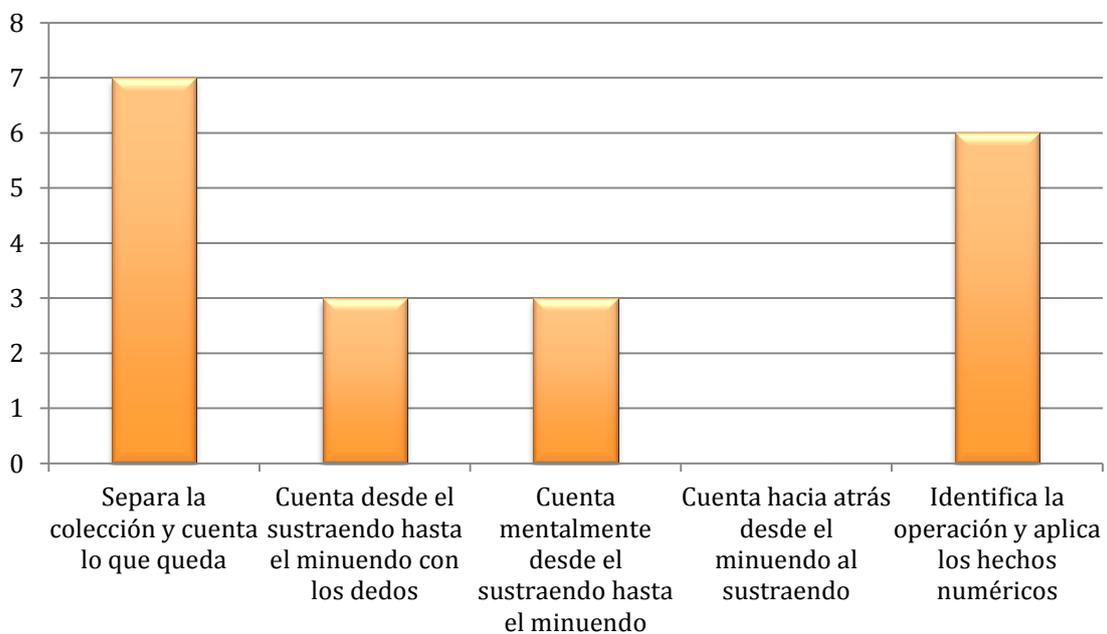


Gráfico 4: análisis de las estrategias problema II (EEE)

En el segundo problema del tipo Estado-Estado-Estado con la incógnita en el estado parcial, se observa un descenso de la tasa de éxito sin ayuda, pasa de un 92% a un 58%, y un aumento de los que requirieron ayuda (del 4% al 25%) y de los que no lo realizaron (del 4% al 17%). Esta variación de los resultados es debida al aumento de la dificultad del mismo, si nos fijamos en la clasificación realizada anteriormente.

Además, solo un 3% realiza correctamente la última pregunta en la que se planteaba una situación-problema de Estado-Comparación-Estado con la incógnita en la comparación, lo cual les resulta complejo. La dificultad no reside en que el problema se resuelva con una resta, sino en que no entienden la comparación ni lo que se les pregunta. Por ello, consideramos oportuno que la propuesta parcial de enseñanza se centre en este tipo de situaciones aditivo-concretas de Estado-Comparación-Estado en las cuales los alumnos han encontrado grandes dificultades, queriendo comprobar si con el contexto funcional y adecuado son capaces de resolver este tipo de situaciones y mejorar la tasa de éxito.

Cabe destacar a Belían que realizó con éxito la tercera pregunta ¿cuántos más? Y que es un alumno que no destaca por su rendimiento académico, cuando se le proporciona material para modelizar los problemas ambos los realiza con éxito, y en concreto para resolver la última pregunta muestra la siguiente estrategia de emparejamiento: coloca los policubos de color naranja representando los caramelos de naranja en una fila, y en otra fila paralela policubos de color amarillo simulando los caramelos de limón, entonces retira de la fila naranja los dos que sobran y dice “dos más”.

De este caso podemos extraer una hipótesis comprobada por numerosas investigaciones: si proporcionas un contexto funcional y representativo para los alumnos, y además tienen la posibilidad de usar material para modelizar la situación, los alumnos son capaces de solventar problemas mucho más complejos de los que habitualmente se les exige, siendo así la resolución del mismo un verdadero reto para ellos.

Por lo tanto, podemos afirmar que los alumnos encuentran dificultades a la hora de resolver el segundo problema y en concreto la última pregunta *¿Cuántos caramelos hay más de naranja que de limón?*, y por ello el segundo bloque de actividades se va a centrar en trabajar este tipo de transformaciones.

Los resultados no hacen sino confirmar las investigaciones que hasta el momento se han realizado en torno a la didáctica de las matemáticas: los alumnos encuentran más difíciles los problemas de ECE que los de ETE o de EEE. Además, en el problema II del tipo EEE constatamos que la variable *posición de la incógnita* influye en los resultados de los alumnos porque han obtenido resultados inferiores al del problema de ETE con la incógnita en el estado final.

### **6.3. Desarrollo del segundo bloque de actividades.**

Tras analizar los resultados obtenidos al realizar los problemas I y II del primer bloque de actividades, observamos que los alumnos encuentran grandes dificultades a la hora de solventar un problema de ECE, por lo que se propone la siguiente secuencia con la intención de que los alumnos sean capaces al final de la misma de afrontar la resolución de este tipo de problemas con mayores garantías de éxito.

En la primera sesión se comienza con las pregunta a cerca de las edades suyas y de sus hermanos con el objetivo de dotar de sentido a la acción de comparar y acercar a los alumnos a la semántica de este tipo de situaciones. A pesar de que trabajar con edades suele resultar complejo por lo abstracto del concepto, los alumnos entran sin dificultad en la dinámica.

Después de realizar las preguntas, se propone el juego de las *Torres*. En la misma disposición se explica el juego: con los policubos de colores que se les había proporcionado para realizar la primera actividad, dos alumnos tienen que apilar los policubos realizando cada uno su propia torre. Después colocan las torres en el suelo y la maestra pregunta qué torre es más alta y cuántos cubos es más alta la de un color que la del otro, la maestra pregunta a los alumnos que levantan la mano en señal de conocer la respuesta de manera que comprueba que todos entienden la semántica del problema y qué se les está preguntando.

Una vez haya finalizado la actividad anterior se pasa a explicar el juego principal *La guerra*: los alumnos se agrupan en parejas, cada alumno tiene 10 cartas de una baraja española numeradas del 1 al 10 a las que se le han quitado las figuras del caballo y el rey boca abajo, los alumnos enseñan una carta y han de comparar las cartas que presentan a la vez, el que haya enseñado la carta con el número mayor recoge ambas haciendo un montón; cuando hayan terminado cuentan las cartas que han obtenido y resulta ganador el alumno que tiene más cartas. Los alumnos tienen que apuntar en un marcador cuantas cartas ha obtenido cada uno, quién ha ganado y por cuántas cartas ha ganado. El juego se repetirá en dos ocasiones más antes de evaluar las posibles mejoras en el desarrollo de estrategias de los alumnos en este tipo de situaciones.

La primera vez que se realiza el juego de *la guerra* no se pueden recoger las estrategias utilizadas por los alumnos debido a que todos lo realizaron al mismo tiempo, y por lo tanto, fue imposible.

Por otro lado cabe destacar que todos los alumnos supieron jugar con agilidad, de lo que se puede deducir que no les supone un obstáculo comparar números del uno al diez, además cuando terminan conocen el ganador de forma instantánea aunque, algunas parejas no consigan rellenar el marcador.

**Los resultados del juego de *la guerra* del día 14/04/15 son los siguientes:**

<b>Pareja</b>	<b>Operación que han de realizar</b>	<b>Éxito al rellenar el marcador</b>
<b>Daniela y Genoveva</b>	12-8	No lo realizan.
<b>Iris y Olaya</b>	12-8	Si, primero suman los números y al reformular la profesora la pregunta rectifican.
<b>Emma y Javier</b>	12-8	Si, lo realizan solos.
<b>Alba y Natalia</b>	12-8	Si, lo realizan solos.
<b>Jorge y Lorien</b>	12-8	Si, lo realizan solos.
<b>Lara y Pablo</b>	12-8	Si, lo realizan solos.
<b>Sofía e Izan</b>	14-6	Si, lo realizan solos.
<b>Iker y Nayra</b>	15-5	Si, lo realiza Iker.
<b>Belián y Víctor</b>	12-8	Si, lo realiza Belían por emparejamiento.
<b>Álvaro y Hugo</b>	16-4	No lo realizan.
<b>Daniel y Andrés</b>	12-8	No lo realizan.
<b>Iván y Adrián</b>	13-7	No lo realizan.

Tabla 5: resultados del juego de *la guerra* primera vez

## Rendimiento de las parejas la primera vez que juegan a *la guerra*

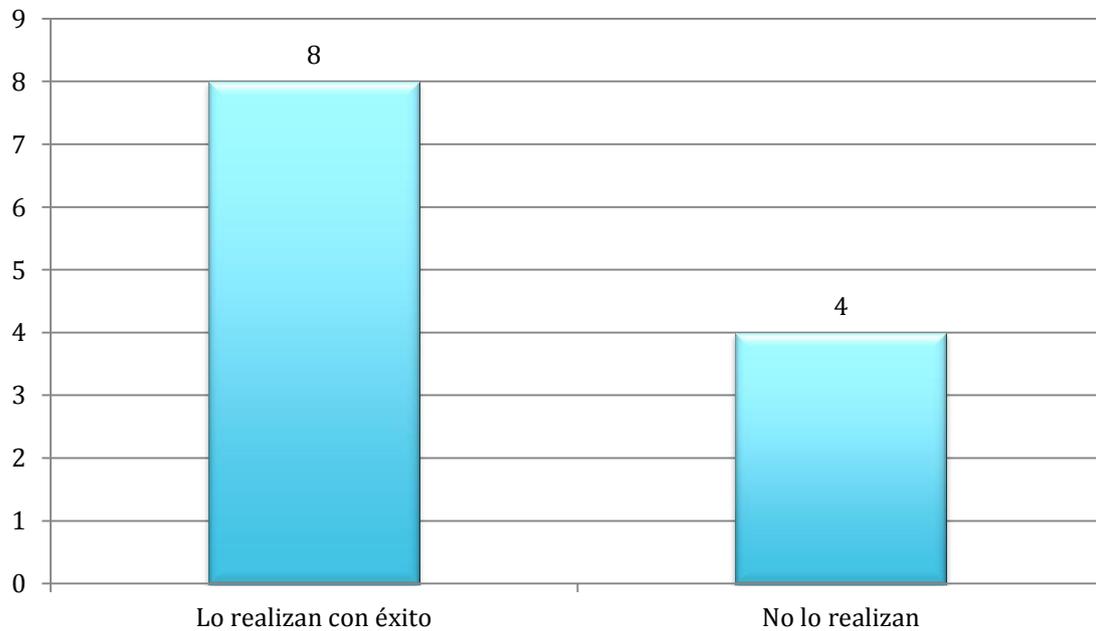


Gráfico 5: rendimiento de las parejas la primera vez que juegan a *la guerra*

Tras esta primera sesión podemos comprobar un gran aumento de la tasa de éxito, si lo comparamos con la última pregunta del primer bloque ¿cuántos caramelos hay más de naranja que de limón?, ha pasado de un 3% a un 67%. A pesar de que esta vez el trabajo ha sido en parejas y eso es un sesgo a tener en cuenta, podemos afirmar que al proporcionar un contexto apropiado y funcional los alumnos son capaces, en una amplia mayoría, de resolver este tipo de situaciones.

Así mismo, Belían, el alumno antes mencionado, desarrolla la misma estrategia de emparejamiento cuando tienen que rellenar el marcador en la frase “Ha ganado

\_\_\_\_\_ porque tiene  cartas más que \_\_\_\_\_ ” le dice a su compañero que se muestra perdido “mira Víctor, echamos cada uno una carta de nuestro montón a la vez, y cuando a ti se te acaben contamos las que me quedan a mí”. Este alumno muestra una total comprensión de la situación que se le esta planteando, y la resuelve sin necesidad de saber qué operación soluciona dicho problema (resta) y sin conocer el hecho numérico que da respuesta a la operación. Belían se encuentra en la dirección correcta para avanzar en sus estrategias progresivamente y terminar por conocer los hechos numéricos, pero ya es capaz de comprender el problema y de modelizarlo.

La segunda vez que se realiza el juego se distribuye la clase en las mismas parejas que la primera vez para poder comprobar el posible avance, además esta vez sí que se registran las estrategias que usan los alumnos para resolver la situación.

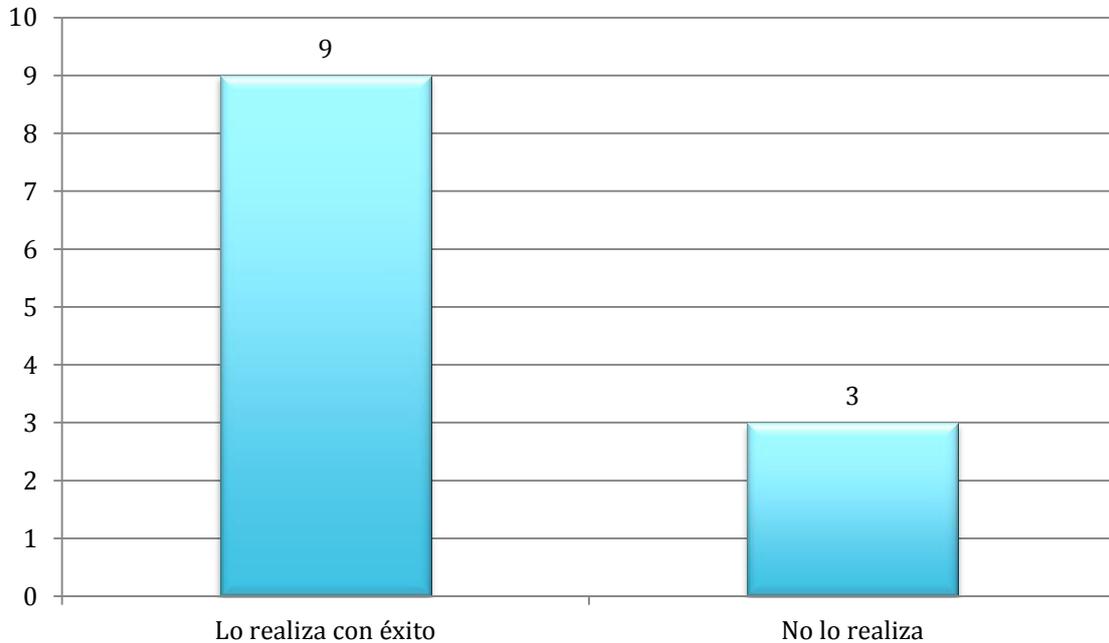
Las estrategias que se observaron fueron las siguientes:

1. Emparejamiento.
2. Recuento progresivo desde el sustraendo al minuendo con los dedos.
3. Recuento regresivo desde el minuendo hasta el sustraendo.
4. Identifican la operación y aplican los hechos numéricos.
5. Invierten la operación y la convierten en suma.

La segunda vez que los alumnos juegan a *la guerra* se obtienen los siguientes resultados:

Pareja	Operación que han de realizar	Estrategia que utilizan
Daniela y Genoveva	13-7	No lo realizan.
Iris y Olaya	12-8	E2. Olaya del 8 al 12.
Emma y Javier	12-8	No lo realizan.
Alba y Natalia	12-8	E2 ambas.
Jorge y Lorien	12-8	E5. Jorge explica: porque $8+4=12$ .
Lara y Pablo	12-8	E2. Pablo y Lara cuentan desde el 8 hasta el 12.
Sofía e Izan	14-6	E3. Sofía del 14 al 6.
Iker y Nayra	16-4	E5. Iker hasta completar 20.
Belián y Víctor	11-9	E1. Belían
Álvaro y Hugo	14-6	E2. Álvaro cuenta desde el 6 hasta el 14 con los dedos.
Daniel y Andrés	12-8	E3. Andrés desde el 12 hasta el 4 hacia atrás.
Iván y Adrián	13-7	No lo realizan.

Tabla 6: resultados del juego de *la guerra* segunda vez

**Rendimiento de las parejas la segunda vez que juegan a *la guerra***Gráfico 6: rendimiento de las parejas la segunda vez que juegan a *la guerra*

En esta segunda oportunidad se observa una leve progresión en la tasa de éxito respecto a la primera, pasando de un 67% a un 75% de éxito en la consecución de la situación aditivo-concreta de Estado-Comparación-Estado; debido a que las parejas comprenden mejor la comparación al entender que se les pregunta por la diferencia entre cantidades.

Este aumento general desde la primera recogida de datos donde la tasa era muy baja (3%), se debe a que se les ha proporcionado un contexto rico de juego, que a su vez ha sido motivador, por lo que han sido capaces de entender y resolver el problema que a priori resultaba casi incomprensible para ellos.

Este hecho confirma el progresivo abandono que realizan los alumnos de las técnicas de conteo, cada vez más complejas, en favor del conocimiento de los hechos numéricos. Por lo que se reafirma la idea de que con las condiciones adecuadas en relación al contexto que se proporciona, los materiales, la metodología y la motivación adecuada de los alumnos, por pequeños que éstos sean, pueden comprender estructuras semánticas complejas y resolverlas de manera satisfactoria.

### 7. CONCLUSIONES

Consideramos que los objetivos de este TFG se han alcanzado por cuanto nos han permitido:

1. Constatar que el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas en la que se desarrollado este trabajo ha resultado eficaz para diseñar, implementar y evaluar una propuesta de enseñanza que se ha llevado a cabo en un aula de tercero de Educación Infantil en el colegio CEIP Catalina de Aragón de Zaragoza.

2. Realizar una revisión teórica desde la Didáctica de las Matemáticas de la enseñanza de la suma y la resta. Hemos estudiado las variables didácticas que intervienen en la resolución de los problemas de suma y resta de una etapa, como son la estructura semántica del problema, la posición de la incógnita, y el cardinal de las cantidades que intervienen como datos en el problema. También se han estudiado las diferentes fases y estrategias que utiliza el alumno desde el momento en que enfrenta a la resolución de un problema mediante procedimientos informales hasta que llega a una fase de desarrollo superior en el que identifica la operación y aplica los hechos numéricos. En la conclusión 5 comentaremos que hemos tenido ocasión de confirmar algunos de los resultados teóricos durante la fase experimental.

3. Caracterizar la enseñanza habitual de la suma y la resta que se lleva a cabo en las aulas de Educación Infantil, tomando como referencia tanto los documentos estatal y autonómico como la propuesta didáctica de una importante editorial de libros de texto que utiliza el colegio donde se ha realizado la parte experimental.

Concluimos que el currículo oficial es poco orientador para el docente y de gran pobreza conceptual para los alumnos, ya que lo que se les exige está muy por debajo de las capacidades de los alumnos de esta etapa.

A consecuencia de esta ausencia de indicaciones por parte de las autoridades educativas, las editoriales de libros de texto plantean los contenidos desde una óptica bastante tradicional de la concepción de las matemáticas. Por lo que del análisis de la editorial que se trabaja en este centro se puede concluir que las actividades tienen objetivos poco definidos, están descontextualizadas, y en ocasiones resultan incluso incompresibles.

4. Diseñar, desarrollar y evaluar una propuesta alternativa y parcial de enseñanza de la suma y de la resta a través de las situaciones aditivo-concretas que, a nuestro juicio y en base a las teorías expuestas anteriormente, es una manera óptima de involucrar a los alumnos en el aprendizaje de éstos conocimientos matemáticos de una forma lúdica y motivadora. La propuesta ha sido viable porque se ha desarrollado según lo planificado inicialmente, teniendo en cuenta que la única modificación que se ha realizado ha supuesto abordar unos problemas de estructura semántica de complejidad superior a los planteados en un primer momento.

5. Confirmar, en la fase experimental, los resultados teóricos e investigaciones de Ruiz Higuera (2012), Chamorro, M.C. (2011), Cid (2003) y De Castro (2007), entre otros. En efecto, los resultados obtenidos por los alumnos de cinco años que se han enfrentado a los problemas de ETE, EEE y ECE nos corrobora los datos que aportan otras investigaciones acerca de esas situaciones, como por ejemplo encontraron mayores dificultades en los problemas de ECE ya que poseen una estructura más compleja. Además se confirma el paso gradual de estrategias que van desde la modelización del problema con materiales manipulativos y el conteo, al paso de técnicas más avanzadas de conteo y, finalmente, a la identificación de la operación y la aplicación de los hechos numéricos.

Además hemos podido constatar una gran variedad de estrategias en la resolución de los problemas de EEE y ETE como son: juntar la colección y contar desde el principio con los dedos, juntar la colección y contar desde el principio con material, representar una colección y contar a partir del siguiente con los dedos, representa una colección y contar a partir del siguiente mentalmente, permutar los sumandos para contar a partir del número mayor con los dedos, permuta los sumandos para contar a partir del número mayor mentalmente e identificar la operación y aplicar los hechos numéricos. Finalmente, hemos tenido ocasión de constatar esta evolución de las estrategias en los alumnos del grupo experimental

En cuanto a las estrategias que utilizan para resolver el problema I de estructura ETE se diferencian dos grupos, un nivel más avanzado que conocen los hechos numéricos y otro que se encuentran muy dependientes del conteo para resolver la situación.

6. Constatar los buenos resultados obtenidos en los problemas de ETE y EEE, que, tal y como exponen las teorías anteriormente citadas, son los de menor dificultad conceptual pero en los cuales no esperábamos encontrar un tasa de éxito cercana al 100%. Sin embargo, no fue así en los problemas de ECE, que tuvieron una tasa de éxito del 3%, por lo que modificamos la propuesta inicial y abordamos la enseñanza de este tipo de problemas.

Los resultados no hace sino confirmar las investigaciones que hasta el momento se han realizado en torno a la Didáctica de las Matemáticas: los alumnos encuentran más difíciles los problemas de ECE que los de ETE o de EEE. Además, en el problema II del tipo EEE constatamos que la variable *posición de la incógnita* influye en los resultados de los alumnos porque han obtenido resultados inferiores al del problema de ETE con la incógnita en el estado final.

Sin embargo, aportándoles un contexto significativo, lúdico y funcional los alumnos se mostraron capaces de resolver el problema del tipo ECE que se planteó en dos ocasiones.

En la segunda ocasión en la que los alumnos se enfrentan al problema de estructura semántica ECE se observa una tasa de éxito del 75% en la consecución de la situación aditivo-concreta de Estado-Comparación-Estado, que si lo comparamos con la primera recogida de datos donde la tasa era muy baja (3%), se ha producido un gran aumento. Éste se debe a que se les ha proporcionado un contexto rico de juego, que a su vez ha sido motivador, por lo que han sido capaces de entender y resolver el problema que a priori resultaba casi incomprensible para ellos.

Estos resultados nos reafirman en la idea de que con las condiciones adecuadas en relación al contexto que se proporciona, los materiales, la metodología y la motivación adecuada de los alumnos, por pequeños que éstos sean, pueden comprender estructuras semánticas complejas y resolverlas de manera satisfactoria.

7. Concluimos que los alumnos de esta edad son capaces de realizar actividades de mucha mayor complejidad de la que habitualmente se les pide si se les aporta un contexto adecuado y se atiende a las variables didácticas que entran en juego es estas situaciones.

En conclusión, este trabajo nos ha servido para constatar las grandes posibilidades que tienen los alumnos de Educación Infantil, ya que tienen conocimientos informales muy válidos que desarrollan en otros ámbitos de su vida como es el juego diario, y que debe ser aprovechado en la escuela para potenciar dichas posibilidades.

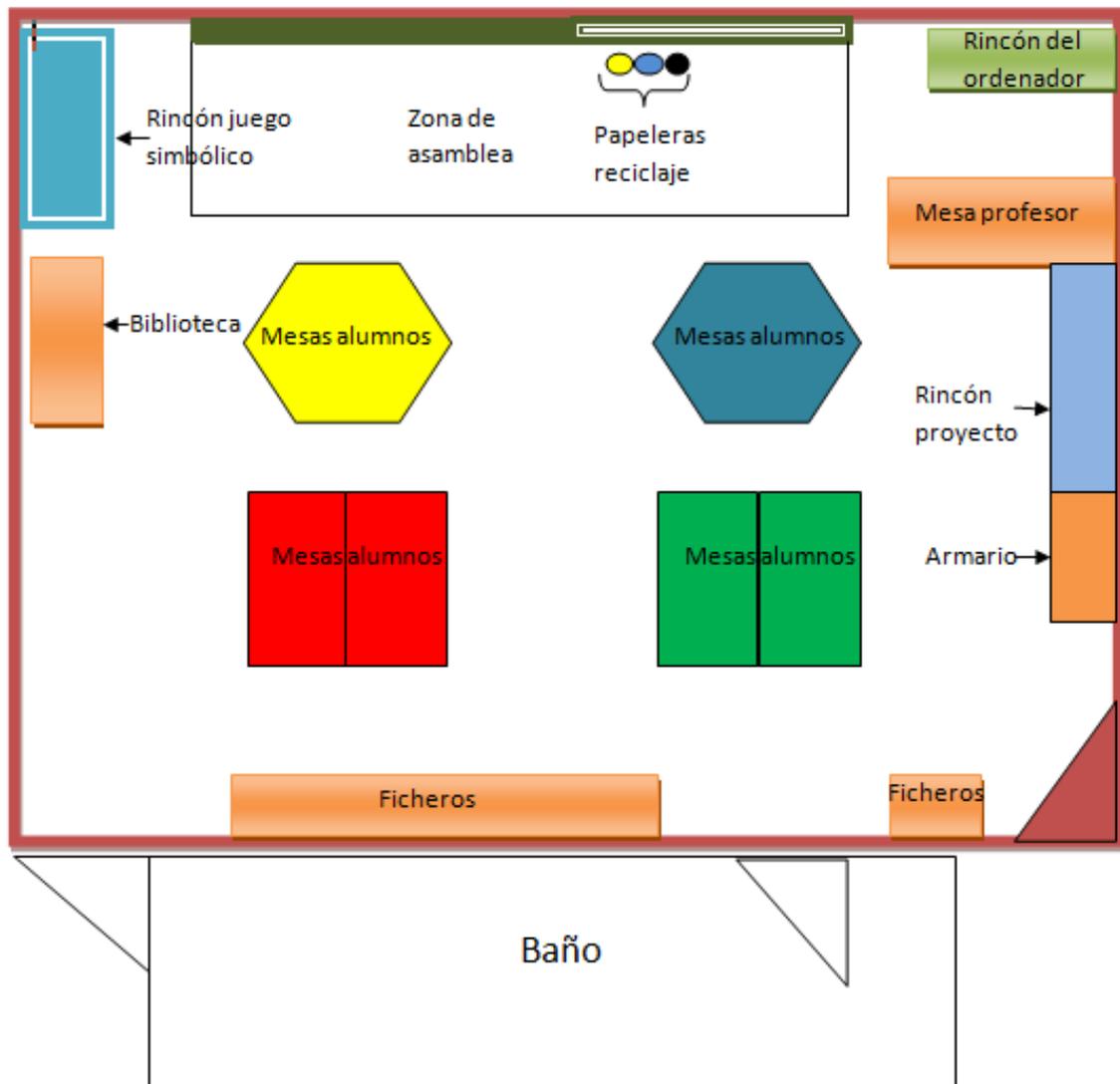
;

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguilar Liébana, B.; Ciudad Pérez, A.; Láinez Casañas, M.C y Tobaruela Pérez, A. (2010) *Construir, jugar y compartir. Un enfoque constructivista de las matemáticas en Educación Infantil*. Enfoques educativos S.L., Jaén
- Brousseau, G. (1998) *La Théorie des Situations Didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Chamorro, M.C. (2011) *La mejora del aprendizaje del área lógico-matemática desde el análisis del currículum de Educación Infantil*. *Educatio Siglo XXI*, Vol. 29 (2011), pp.23-40. Universidad Complutense de Madrid.
- Cid, E, Godino, J y Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- De Castro, C. y Escorial, B. (2007) *Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: Una experiencia de enfoque investigativo*. *Indivisa, Boletín de Estudios e Investigación, Monografía IX*, pp. 23-47. CSEU La Salle, Universidad Autónoma de Madrid.
- Gordon Alcorta, M<sup>a</sup> P.; De la Cruz González, A.; Rodríguez Rodríguez, A.; y Martín Ibáñez, C. (2009) *Primeros pasos*. Cuaderno 8 Matemáticas (nivel 3). Colección *A tu medida*. Edelvives.
- Rodríguez, P.; Lago, M.O.; Caballero, S. et al. (2008) *El desarrollo de las estrategias infantiles. Un estudio sobre el razonamiento aditivo y multiplicativo*. *Anales de psicología*, vol. 24, nº 2, pp. 240-252. Universidad Complutense de Madrid.
- Ruiz Higuera, L. (2012) *¿Qué es hacer matemáticas en Educación Infantil?* X Jornadas provinciales de Educación Infantil, Jerez.
- Vergnaud G., Durand C. (1976). *Structures additives et complexité psychogénétique*. *Revue Française de Pédagogie*, 36, pp. 28-43.

# ANEXOS

ANEXO 1: Plano de la clase



ANEXO 2: Material utilizado en la asamblea.



Figura 1: calendario usado en la asamblea



Figura 2: plantilla para el tiempo usado en la asamblea

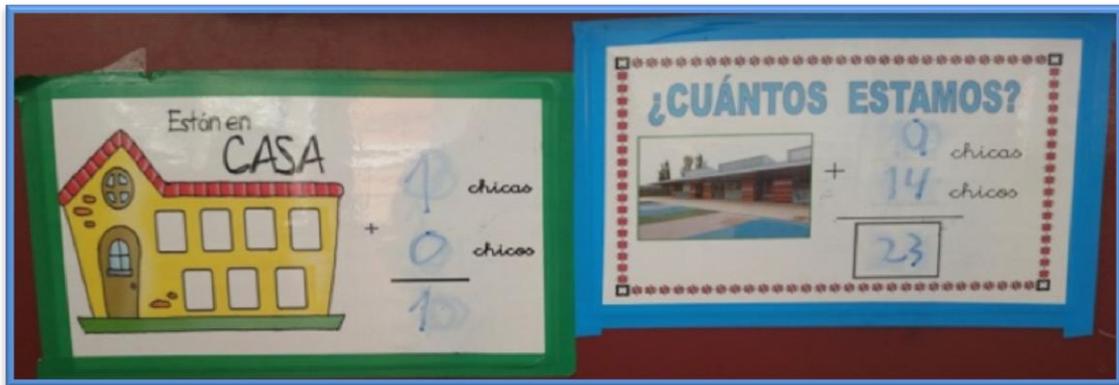


Figura 3: plantilla para anotar los alumnos en clase usado en la asamblea

**ANEXO 3: Resultados del problema I (ETE)**

Alumnos	Bien sin apoyos Mental o dedos	Bien Necesita material	Con ayuda de la profesora	No lo realiza	Estrategia
Alba	X				3 MENTAL
Iván	X				1 DEDOS
Adrián				X	
Hugo		X	X		1 MATERIAL
Natalia		X			1 MATERIAL
Álvaro	X				2 DEDOS
Jorge	X				4 MENTAL
Lorien	X				2 DEDOS
Izan	X				2 DEDOS
Sofía	X				3 DEDOS
Daniel		X			1 MATERIAL
Andrés	X				2 DEDOS
Nayra		X			1 MATERIAL
Iker	X				2 MENTAL
Lara	X				2 DEDOS
Pablo		X			1 MATERIAL
Emma		X			1 MATERIAL
Javier	X				3 MENTAL
Belian	X				2 DEDOS
Victor			X		1 MATERIAL
Iris	X				2 DEDOS
Genoveva	X				3 MENTAL
Olaya	X				3 DEDOS
Daniela	X				4 MENTAL

Tabla 1: Resultados del problema I (ETE)

<b>Estrategia de resolución del problema del tipo ETE</b>
1. Junta la colección y cuenta desde el principio con los dedos
2. Junta la colección y cuenta desde el principio con material
3. Representa una colección y contar a partir del siguiente con los dedos
4. Representa una colección y contar a partir del siguiente mentalmente
5. Permuta los sumandos para contar a partir del número mayor con los dedos
6. Permuta los sumandos para contar a partir del número mayor mentalmente
7. Identifica la operación y aplica los hechos numéricos

Tabla 2: Estrategia de resolución del problema del tipo ETE

**ANEXO 4: Resultados del problema II (EEE)**

Alumnos	Bien sin apoyos Mental o dedos	Bien Necesita material	Con ayuda	No lo realiza	Estrategia
Alba	X				4, naranja, si represento
Iván			X		2, naranja, no
Adrián				X	
Hugo				X	
Natalia				X	
Álvaro	X				2 mental, naranja, si
Jorge	X				2 mental, naranja, si representa
Lorien	X				4 naranja, si con ayuda*
Izan	X				4, naranja, si con material
Sofía	X				4, naranja, si con ayuda
Daniel			X		1, naranja, no
Andrés	X				1, naranja, si
Nayra			X		1, naranja, si
Iker	X				2 mental, naranja, sin ayuda
Lara	X 15-5				4, naranja, con ayuda
Pablo				X	
Emma		X	X		1, añadiendo policubos, naranja, no
Javier	X				4, naranja, no
Belian	X				2 dedos, naranja, si representa colección en fila
Victor			X		
Iris	X				1, quita dedos, naranja, no
Genoveva			X		Usa mis dedos
Olaya	X				1, sabe dedos, naranja, no
Daniela			X		2 dedos, naranja, no

Tabla 1: Resultados del problema II (EEE)

<b>Estrategia de resolución del problema del tipo EEE</b>
1. Separa la colección y cuenta lo que queda.
2. Cuenta desde el sustraendo hasta el minuendo con los dedos
3. Cuenta mentalmente desde el sustraendo hasta el minuendo
4. Cuenta hacia atrás desde el minuendo al sustraendo
5. Identifica la operación y aplica los hechos numéricos

Tabla 2: Estrategia de resolución del problema del tipo EEE