

# Posible aplicación de los materiales Piezoeléctricos a las energías renovables

Introducción	Pag. 2
Materiales Piezoeléctricos	Pag. 3
La Resonancia	Pag. 7
Resonador	Pag. 11
Generador	Pag. 15
Conclusión	Pag. 19
Nociones Básicas de Acústica	Pag 21
Documento Básico sobre el código técnico de la edificación sobre ruidos	Pag 39
Teoría sobre el almacenamiento de la energía cinética	Pag 55
Experiencia previa	Pag 91
Desarrollo del proyecto	Pag 94
Anejo A. Normas de referencia	Pag 95
Anejo B. Notación	Pag 99
Tablas de valores	Pag 104

## Introducción

En base a la creciente demanda, cada día mayor de los recursos energéticos. Este proyecto inspira una mejora o una posible aplicación de los materiales piezoeléctricos, para la transformación de la energía eólica a energía eléctrica.

Empezaré dando una pequeña introducción de lo que son los materiales piezoeléctricos: Los materiales piezoeléctricos son cristales a los cuales si se les aplica una deformación, generan una diferencia de potencial y al contrario, si se les somete a un campo eléctrico, experimentan una deformación. Esto es debido a que tienen desequilibrado el centro de cargas eléctricas. Hay cristales que presentan estas propiedades en su estado natural como la Turmalina y el Cuarzo; o los hay ferroeléctricos, que se pueden producir artificialmente como el Nitrato de Litio o Tantalio de Litio, etc.

En primera instancia, la primera idea que tuve. Fue la de crear un “árbol de viento” observando como el viento movía y deformaba las ramas de los árboles al ejercer presión sobre las hojas de los mismos. Se me ocurrió que se podría colocar en las ramas de los árboles placas piezoeléctricas para aprovechar este efecto. Pero lo deseché, ya que un par de años antes un profesor coreano, el señor Cheon Wan-gi de la universidad nacional de Cheju (Corea del Sur) tuvo la misma idea. El cual llevó a cabo en un pequeño prototipo sobre las hojas de una planta de un metro de alto. Con resultado no demasiado satisfactorios, requiriendo una corriente de aire de 1m/s durante 5 o 6 horas para recargar completamente un par de baterías del tipo AA.

Tras esto, y recordando mis años como estudiante de Físicas sobre la resonancia, me acordé del puente de Tacoma Narrows, cerca de Seattle, el cual es famoso por ser un clásico ejemplo de errores de ingeniería. Básicamente el puente se derrumbó ya que entró en resonancia con la frecuencia del viento que en ese momento circulaba, que era de unos 61 km/h. Produciendo una frecuencia de 0.2Hz que era muy similar a la frecuencia característica del puente. Lo que derribó el puente, no fue la fuerza del viento ejerciendo presión sobre el mismo; sencillamente fue el sonido.

La resonancia es una forma de transmisión de energía; de la misma manera que en los instrumentos musicales de cuerda, vibran las mismas cuerdas que están afinadas a la misma frecuencia característica. Se puede observar que cuando se da un La (440Hz) en un piano, la cuerda del La de un violín o una guitarra vibran a su vez, sin que nadie las excite, sencillamente por resonancia.

Lo que yo presento en este proyecto es un dispositivo capaz de aprovechar el efecto de la resonancia, para producir movimiento o deformación en un material piezoeléctrico y así transformar la energía de la resonancia, en energía de deformación y esta en energía eléctrica.

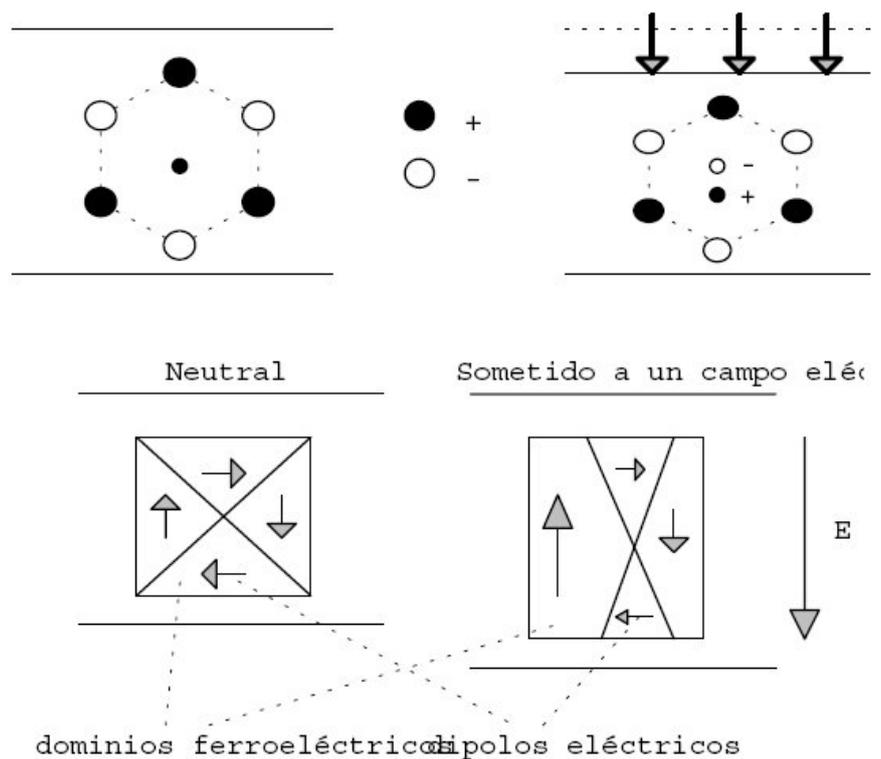
Los dos principales problemas que se me plantean para el prototipo son:

- A) Cálculo de la frecuencia característica de resonancia del material piezoeléctrico (Generador).
- B) Procedimientos y cálculos para conseguir una determinada frecuencia a partir de una corriente de aire.

# Materiales Piezoeléctricos

Los hermanos Curie descubrieron en 1880 que en ciertos cristales, como el cuarzo, la sal de Rochelle, o el sulfato de litio, se generaba un voltaje eléctrico cuando se sometían a una cierta tensión mecánica (efecto piezoeléctrico directo). Pronto se encontró que estos mismos cristales se deformaban mecánicamente cuando eran sometidos a un campo eléctrico (efecto piezoeléctrico inverso). En los años 50 se produjo un avance tecnológico importante, con la sintetización de las cerámicas piezoeléctricas, las cuales se podían fabricar con el tamaño y la forma apropiadas para cada aplicación. La primera piezocerámica usada fue el titanato de bario. En los años 60 se presentó una piezocerámica con propiedades piezoeléctricas mejoradas, el titanato circonato de plomo, o PZT, que es la base de la mayor parte de las piezocerámicas usadas en la actualidad.

Estrictamente hablando, los cristales naturales, tales como el cuarzo, presentan el efecto piezoeléctrico, mientras que las piezocerámicas, como el PZT, están basadas en el efecto ferroeléctrico. En su estado natural, la estructura cristalina es eléctricamente neutra. Sin embargo, la deformación mecánica produce un desplazamiento del centro de cargas positivas con respecto al centro de cargas negativas, lo que da lugar a la aparición de un campo eléctrico. Y a la inversa, la aplicación de un campo eléctrico desplaza las cargas de un signo con respecto a las cargas del otro signo, originando una deformación mecánica.



Un material ferroeléctrico se puede describir como un conglomerado de dominios ferroeléctricos, cada uno de ellos caracterizado por un dipolo eléctrico. En su estado neutral, los dipolos eléctricos están orientados aleatoriamente, y el momento eléctrico global es cero. Sin embargo, bajo la acción de un campo eléctrico intenso, los dipolos tienden a orientarse en la dirección del campo eléctrico, dando lugar a una deformación. Y a la inversa, una deformación del material tiende a favorecer unos dipolos con respecto a otros, dando lugar a la aparición de un campo eléctrico. Así pues, tanto el efecto piezoeléctrico como

el ferroeléctrico son reversibles. En lo sucesivo, hablamos en general de materiales piezoeléctricos englobando en el mismo término a las cerámicas ferroeléctricas.

En los materiales ferroeléctricos, la deformación es proporcional al cuadrado del campo eléctrico aplicado. Cuando se aplica un campo eléctrico senoidal a una determinada frecuencia, la deformación es armónica a la frecuencia doble (nótese que  $\sin^2(\omega t) = [1 - \cos(2\omega t)] / 2$ ). Este problema se evita polarizando la cerámica, mediante la aplicación de un campo eléctrico constante. La polarización orienta los dipolos en una dirección preferida. El proceso de polarización incluye:

- Calentamiento de la cerámica por encima de su temperatura de Curie (temperatura por encima de la cual el material pierde sus propiedades piezoeléctricas).
- Aplicación de un campo eléctrico intenso (varios kV/cm).
- Enfriamiento lento.

En una cerámica piezoeléctrica polarizada existe una relación lineal entre sus propiedades mecánicas y eléctricas. Desde un punto de vista eléctrico, una cerámica fina se comporta como un condensador plano donde la capacidad,  $C$ , la carga  $Q$ , y el voltaje,  $V$ , están relacionados por

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon_0 \frac{A}{h}$$

Definiendo el desplazamiento eléctrico  $D$  como la carga por unidad de superficie

$$C = \frac{Q}{A} = \epsilon_0 \frac{V}{h} = \epsilon_0 E$$

Donde  $E$  es el campo eléctrico. En general para una cerámica sometida a una polarización eléctrica,  $P$

$$D = \epsilon_0 E + P$$

En un sistema elástico 1D, la tensión,  $T$ , y la deformación,  $S$ , están relacionadas a través de la constante de rigidez elástica (módulo de Young)

$$T = cS$$

En un material piezoeléctrico, las variables elásticas ( $T, S$ ) y las variables eléctricas ( $E, D$ ) están interrelacionadas. Las ecuaciones que relacionan ambas variables se denominan ecuaciones constitutivas. Si consideramos ( $T, D$ ) como variables independientes y ( $S, E$ ) como variables independientes, en la aproximación lineal (IEEE, 1988).

$$T = \left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_E S - \left(\frac{\partial T}{\partial E}\right)_S E$$

$$T = \left(\frac{\partial D}{\partial S}\right)_E S - \left(\frac{\partial D}{\partial E}\right)_S E$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_E S = c \quad \text{la rigidez elástica}$$

$$-\left(\frac{\partial T}{\partial E}\right)_S = \left(\frac{\partial D}{\partial S}\right)_E = e \quad \text{la tensión piezoeléctrica}$$

$$\left(\frac{\partial D}{\partial E}\right)_S = \epsilon \quad \text{la permitividad del medio}$$

Y por tanto

$$\begin{aligned} T &= cS - eE \\ D &= eS + \epsilon E \end{aligned}$$

Análogamente, si consideramos  $(S,D)$  como variables dependientes y  $(T,E)$  como variables independientes

$$\begin{aligned} S &= sT + dE \\ D &= dT + \epsilon E \end{aligned}$$

Donde

$$\left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_T = \left(\frac{\partial D}{\partial T}\right)_E = d \quad \text{la deformación piezoeléctrica}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_E = s \quad \text{la flexibilidad del medio (inversa de la rigidez)}$$

Análogamente, si consideramos  $(S,E)$  como variables dependientes y  $(T,D)$  como variables independientes

$$\begin{aligned} S &= sT + gD \\ E &= -gT + \beta D \end{aligned}$$

Donde

$$-\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_D = \left(\frac{\partial S}{\partial D}\right)_T = g \quad \text{el voltaje piezoeléctrico}$$

$$\left(\frac{\partial E}{\partial D}\right)_T = \beta \quad \text{la impermitividad del medio (inversa de la}$$

constante dieléctrica)

Finalmente, si consideramos  $(T,E)$  como variables dependientes y  $(S,D)$  como variables independientes

$$\begin{aligned} T &= cS - hD \\ E &= -hS + \beta D \end{aligned}$$

Donde

$$-\left(\frac{\partial T}{\partial D}\right)_S = -\left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_D = h \quad \text{otra constante piezoeléctrica}$$

Existen las siguientes relaciones entre las constantes de un material piezoeléctrico:

$$\begin{aligned} d &= \epsilon g & c &= eh \\ e &= dc & g &= \beta d \\ s &= dg & \beta &= gh \\ d &= \epsilon g & h &= gc \end{aligned}$$

Resume de las variables usadas en las ecuaciones constitutivas, así como sus unidades. Y las ecuaciones constitutivas.

Nombre	Símbolo	Unidad
Tensión	T	N/m <sup>2</sup>
Deformación	S	%
Campo eléctrico	E	V/m
Desplazamiento eléctrico	D	C/m <sup>2</sup>
Módulo de Young	c	N/m <sup>2</sup>
Compliancia elástica	s	m <sup>2</sup> /N
Permitividad	ε	F/m
Impermitividad	β	m/F
Tensión piezoeléctrica	e	C/m <sup>2</sup> o N/Vm
Deformación piezoeléctrica	d	C/N o m/V
Voltaje piezoeléctrico	g	Vm/N o m <sup>2</sup> /C
Constante piezoeléctrica	h	V/m o N/C

Variables dependientes	Variables independientes	Ecuaciones piezoeléctricas
T,D	S,E	$T = cS - eE$ $D = eS + \epsilon E$
S,D	T,E	$S = sT + dE$ $D = dT + \epsilon E$
S,E	T,D	$S = sT + gD$ $E = -gT + \beta D$
T,E	S,D	$T = cS - hD$ $E = -hS + \beta D$

Las propiedades electro-mecánicas de los materiales piezoeléctricos son magnitudes tensoriales. Generalmente, el material se polariza en la dirección del eje 3 (eje z). Por convenio, el primer subíndice de una constante piezoeléctrica da la dirección del campo eléctrico o polarización, mientras que el segundo subíndice da la dirección de la tensión o deformación. Por ejemplo, la constante  $d_{31}$  relaciona la tensión mecánica en la dirección 1 (eje x) cuando se aplica una polarización en la dirección 3.

para un sensor se requiere que el material proporcione un campo eléctrico alto cuando se deforma mecánicamente, es decir un  $e$  alto.

Otro coeficiente importante es el factor de acoplamiento electromecánico,  $k$ , el cual mide la eficiencia en la conversión electromecánica. Generalmente,  $k$  es considerado como una cifra de mérito del material. Se define  $k^2$  como la fracción de energía eléctrica convertida a energía mecánica o viceversa. Por ejemplo,  $k=0.7071$  ( $k^2=0.5$ ) indica que el 50% de la energía eléctrica total será convertida a energía mecánica. El coeficiente de acoplamiento electromecánico, depende de la forma del material piezoeléctrico.

# La Resonancia

Lo primero es establecer la ecuación de movimiento del caso más simple, que es la de una masa sujeta a un muelle.

La ecuación del movimiento se escribe

$$ma = -kx$$

Teniendo en cuenta que la aceleración es la derivada segunda de la posición  $x$ , podemos expresar la ecuación del movimiento como ecuación diferencial de segundo orden.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + w^2x = 0 \quad w^2 = \frac{k}{m}$$

$w_0$  se denomina frecuencia propia o natural del oscilador armónico.

La ventaja de expresar las oscilaciones en términos de una ecuación diferencial es que podemos establecer analogías entre sistemas físicos oscilantes completamente diferentes: mecánicos eléctricos, hidráulicos, etc.

La solución de esta ecuación diferencial es la ecuación de M.A.S.

Para el caso en el que una fuerza periódica externa este actuando sobre el sistema

Las fuerzas que actúan sobre la partícula son:

- La fuerza que ejerce el muelle  $-kx$
- La fuerza de rozamiento proporcional a la velocidad  $\lambda v$  y de sentido contrario a ésta
- La fuerza oscilante  $F_0 \cos(w_f t)$  de frecuencia angular  $w_f$

La ecuación del movimiento de la partícula es

$$ma = -kx - \lambda v + F_0 \cos(w_f t)$$

Expresamos la ecuación del movimiento en forma de ecuación diferencial

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos(\omega_f t) \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad 2\gamma = \frac{\lambda}{m}$$

La solución de esta ecuación diferencial se compone de la suma de dos términos:

- el estado transitorio depende de las condiciones iniciales y que desaparece al cabo de cierto tiempo, teóricamente infinito.
- el estado estacionario, independiente de las condiciones iniciales, y que es el que permanece, después de desaparecer el estado transitorio.

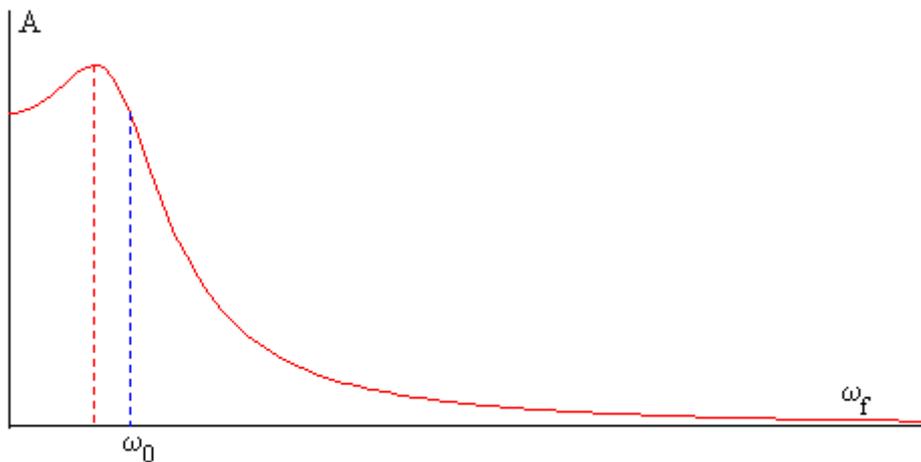
Una solución particular de la ecuación diferencial completa tiene la forma

$$x = A \sin(\omega_f t + \delta)$$

Obtendremos los valores de  $A$  y  $\delta$  haciendo que cumpla la ecuación diferencial lineal completa

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_f^2 - \omega_0^2)^2 + 4\omega_f^2\gamma^2}} \quad \tan \delta = \frac{\omega_f^2 - \omega_0^2}{2\gamma\omega_f}$$

En la figura, se muestra la respuesta en amplitud de la oscilación forzada, en el estado estacionario. Como podemos observar en la gráfica, la amplitud de la oscilación forzada en el estado estacionario disminuye rápidamente cuando la frecuencia  $\omega_f$  de la fuerza oscilante se hace mayor que la frecuencia propia del oscilador  $\omega_0$ .



Derivando la expresión de la amplitud  $A$  en función de la frecuencia de la fuerza oscilante, respecto de  $\omega_f$ , e igualando a cero, obtenemos la frecuencia  $\omega_f$  para la cual la amplitud en el estado estacionario presenta un máximo

$$\frac{dA}{d\omega_f} = \frac{-F_0 \cdot 2(\omega_f^2 - \omega_0^2)(-2\omega_f) + 8\gamma^2\omega_f}{2((\omega_f^2 - \omega_0^2)^2 + 4\omega_f^2\gamma^2)^{3/2}} = 0 \quad \omega_f = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$$

- En el caso ideal de que no existiese rozamiento  $\gamma=0$ , la amplitud de la oscilación forzada se haría muy grande, tendería a infinito, cuando la frecuencia  $\omega_f$  de la fuerza oscilante es igual a la frecuencia propia del oscilador  $\omega_0$ .
- En el caso habitual de que exista rozamiento ( $\gamma>0$ ), la amplitud se hace máxima cuando la frecuencia  $\omega_f$  de la fuerza oscilante es próxima a la natural del oscilador  $\omega_0$

### Energía del oscilador forzado. Resonancia

Denotemos por valor medio de una función periódica  $f(t)$  de periodo  $P$  a

$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{P} \int_0^P f(t) dt$$

Calculemos el valor medio de la energía por unidad de tiempo suministrada por la fuerza oscilante

$$P_1 = \langle F_0 \cos(\omega_f t) \cdot v \rangle$$

El valor medio de la energía por unidad de tiempo que disipa el oscilador a causa de su interacción con el medio que le rodea. Dicha interacción se describe en términos de una fuerza de rozamiento proporcional a la velocidad  $lv$ .

$$P_2 = \langle lv \cdot v \rangle$$

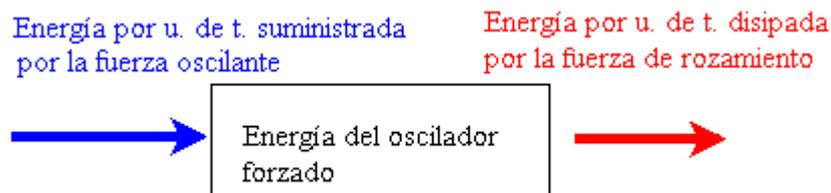
En el estado estacionario

$$x = A \cdot \sin(\omega_f t + \delta)$$

$$v = A \cdot \omega_f \cos(\omega_f t + \delta)$$

Haciendo algunas operaciones, se obtiene la misma expresión para  $P_1$  y para  $P_2$ .

$$P_1 = P_2 = \frac{F_0^2 \gamma \omega_f^2 / m}{(\omega_f^2 - \omega_0^2)^2 + 4 \gamma^2 \omega_f^2}$$

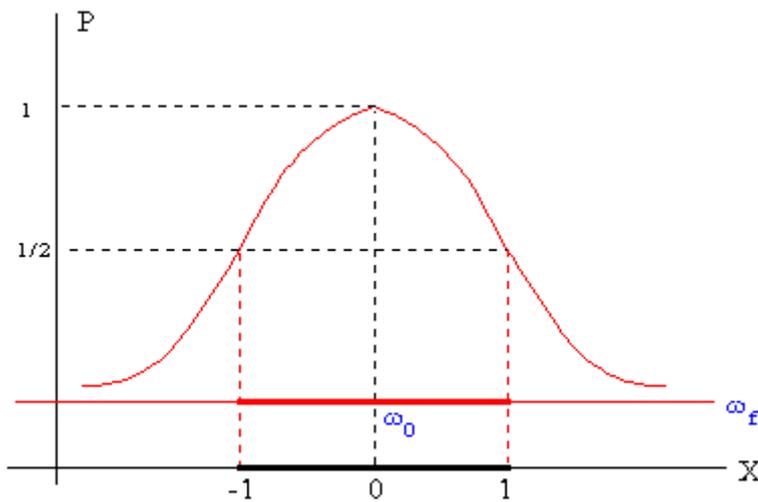


En el estado estacionario, el valor medio de la energía por unidad de tiempo suministrada por la fuerza oscilante, es igual al valor medio de la energía por unidad de tiempo que disipa el oscilador a causa de su interacción con el medio que le rodea. Manteniéndose la energía del oscilador forzado constante en valor medio.

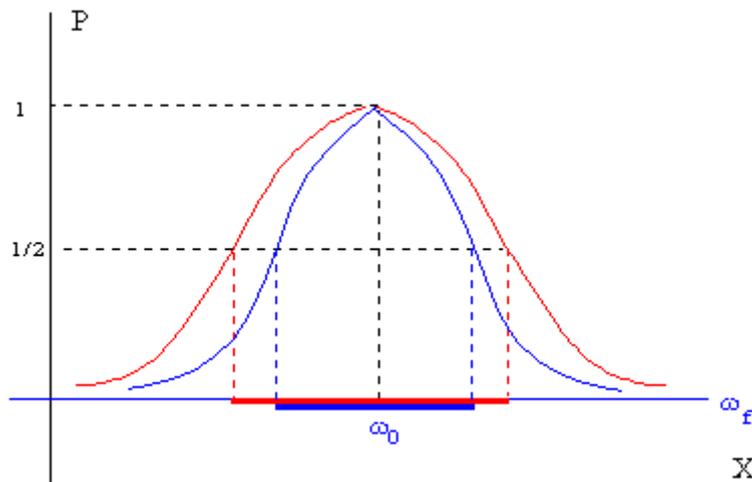
La expresión anterior la podemos escribir de una forma más simple

$$P = \frac{F_0^2}{4m\gamma^2} \left( \frac{1}{1+X^2} \right) \quad X = \tan \delta = \frac{\omega_f^2 - \omega_0^2}{2\gamma\omega_f}$$

Cuando la frecuencia  $\omega_f$  de la fuerza oscilante es igual a la frecuencia  $\omega_0$  natural del oscilador la fuerza oscilante  $F_0 \cdot \cos(\omega_f t)$  y la velocidad  $v$  del oscilador están en fase  $\delta=0$ , el valor medio de la energía por unidad de tiempo  $P$  suministrada por la fuerza oscilante es máxima. Esta situación recibe el nombre de **resonancia**.



La representación de la potencia  $P$  en función de  $X$  tiene la forma de la curva acampanada de la figura. El máximo de la potencia  $P$  se obtiene para  $X=0$ , o bien, cuando la frecuencia  $w_f$  de la fuerza oscilante es igual a la frecuencia  $w_0$  natural del oscilador. Vemos también que la función es simétrica, tiene el mismo valor para  $X$  positivos y  $X$  negativos, y que  $P$  tiende rápidamente a cero a medida que  $X$  se hace mayor o menor que cero, es decir, a medida que la frecuencia  $w_f$  de la fuerza oscilante se hace mayor o menor que la frecuencia  $w_0$  propia del oscilador.



La **anchura** es otra característica importante de la curva. Se define como el intervalo de frecuencias de la fuerza oscilante para los cuales la potencia  $P$  es mayor que la mitad de la máxima. El intervalo de frecuencias  $w_f$  alrededor de la frecuencia  $w_0$  propia del oscilador está comprendido entre  $X=-1$  a  $X=+1$ , y vale aproximadamente  $2g$ .

En la figura, se representan dos curvas con la misma frecuencia de resonancia pero con distinta anchura.

# Resonador

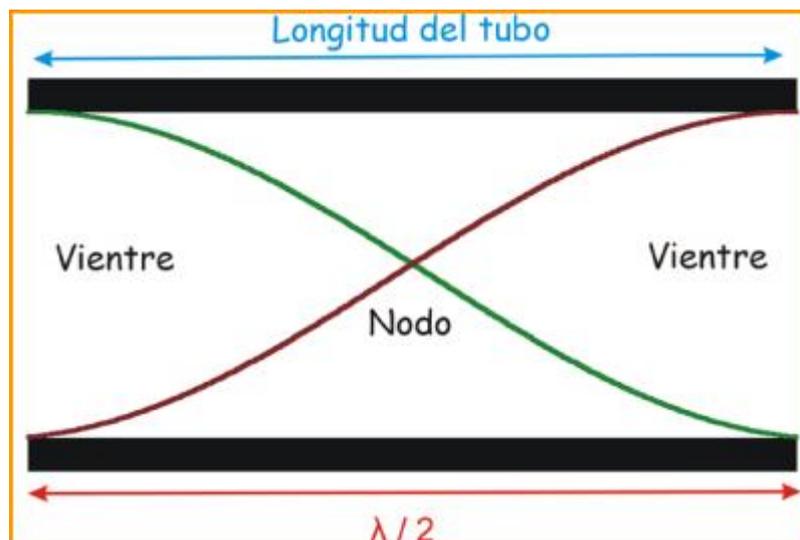
El resonador es la parte del dispositivo que se encarga de generar un sonido con una frecuencia determinada; dicha frecuencia depende de la forma, las características y geometrías del mismo. El sistema consiste en hacer circular una corriente de aire a través de él; dicha corriente será la causante de producir el sonido deseado. Para el diseño del resonador me he basado en dos teorías principalmente.

## Resonador A

Consiste en utilizar el mismo principio que utilizan los instrumentos de viento.

### **Caso de un tubo abierto**

Debido al fenómeno de la reflexión se produce una onda estacionaria en el interior del tubo. Esta onda estacionaria proporciona dos Vientres en los extremos, con lo cual el sonido fundamental se produce cuando en el centro se forme un nodo.



Tubo Abierto produciendo su sonido fundamental

$\lambda$  es la longitud de la onda, es decir el espacio que recorre la onda en un ciclo. Como tanto la onda de salida (verde) como la onda reflejada (rojo) solo realizan medio ciclo dentro del tubo, tenemos que **la Longitud del Tubo es la mitad de la Longitud de Onda ( $\lambda/2$ )**.

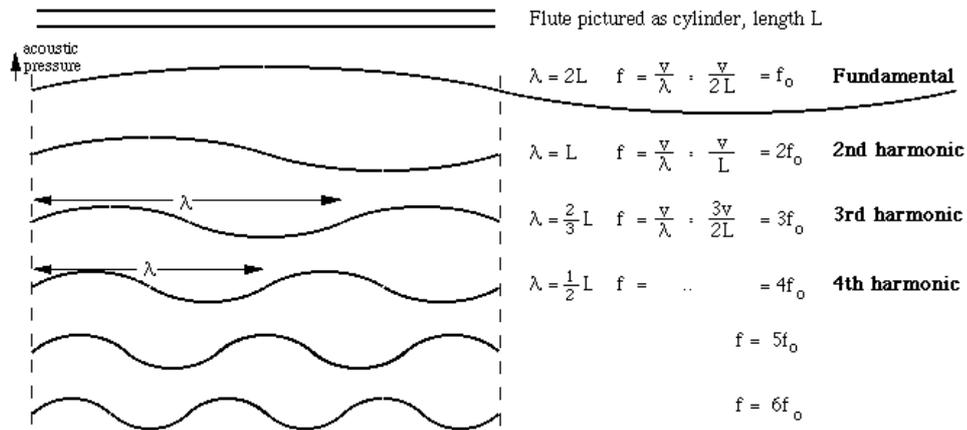
La frecuencia del sonido fundamental, dependerá de la velocidad de propagación del medio "c" (aire = 330 m/s) y de la Longitud de Onda ( $\lambda$ ).

En el caso del aire, en un segundo una onda recorrerá 330 metros, y tenemos una onda de 1 metros, si dividimos  $330 / 1$  obtendremos el número de ciclos que se sucederán en un segundo, o sea, la Frecuencia (Hz). Así tenemos que sabiendo que  $L = \lambda/2$

La frecuencia fundamental del tubo abierto es:

$$f = \frac{c}{2L}$$

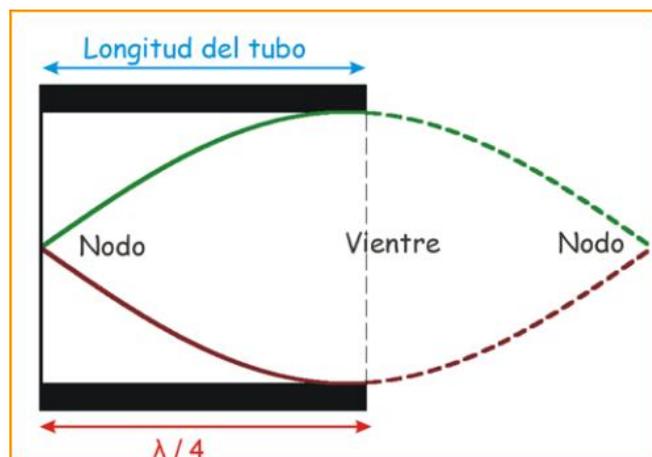
El segundo armónico tiene lugar cuando en el interior del tubo se producen dos nodos. La frecuencia del armónico de grado  $n$ ,  $f_n$ , será:  $f_n = n f_1$



Por lo tanto en un tubo abierto de longitud  $L$ , se pueden producir teóricamente, un sonido fundamental  $f_1 = c/2L$  y todos los armónicos de dicho sonido fundamental de frecuencias  $2f_1$ ,  $3f_1$ ,  $4f_1$ , ...  $nf_1$ .

### Caso tubo cerrado

En los Tubos Cerrados se produce un nodo en el extremo cerrado y un vientre en el extremo abierto. El sonido fundamental tiene lugar con un solo nodo y un solo vientre; el nodo para completar la onda estacionaria se forma fuera del tubo.



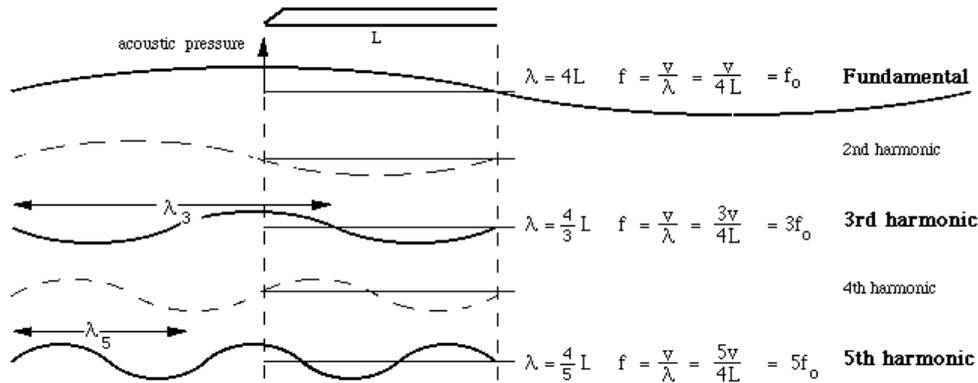
Tubo Cerrado produciendo su sonido fundamental

Si como hemos dicho hasta ahora en el extremo cerrado se produce un nodo, y en todo extremo abierto se produce un vientre, en el tubo solo se formará una cuarta parte del ciclo de la onda, o lo que es lo mismo,  $l/4 = L$ , de donde  $l = 4L$ .

Y siendo  $c$  la velocidad de propagación de la onda, la frecuencia del sonido producido será:

$$f = \frac{c}{4L}$$

La frecuencia del segundo armónico del tubo será:  $f_n = (2n-1) f_1$



Por tanto, en los tubos cerrados no se tienen los armónicos pares.

Todas estas son Las Leyes de Bernoulli:

Johann Bernoulli, fue un matemático, médico y filólogo suizo, que vivió entre los siglos XVII y XVIII. Este señor enunció una serie de leyes aplicables tanto a los tubos abiertos como a los tubos cerrados, partiendo de las expresiones anteriormente calculadas

las leyes son las siguientes:

**I.** La frecuencia del sonido producido por un tubo, tanto abierto como cerrado, es directamente proporcional a la velocidad de propagación.

Un ejemplo claro de esto se da cuando, una persona inspira Helio en lugar de aire, entonces su voz se vuelve muy aguda mientras le dure el Helio que ha almacenado en sus pulmones. La velocidad de propagación  $c$  del helio es mucho más alta que los 330 m/s del aire.

**II.** La frecuencia del sonido producido por un tubo, tanto abierto como cerrado, es inversamente proporcional a la longitud del tubo.

A mayor longitud del tubo, más grave es el sonido, es de frecuencia menor.

**III.** A igualdad de longitud entre un tubo abierto y otro cerrado, el abierto produce un sonido de frecuencia doble que el cerrado.

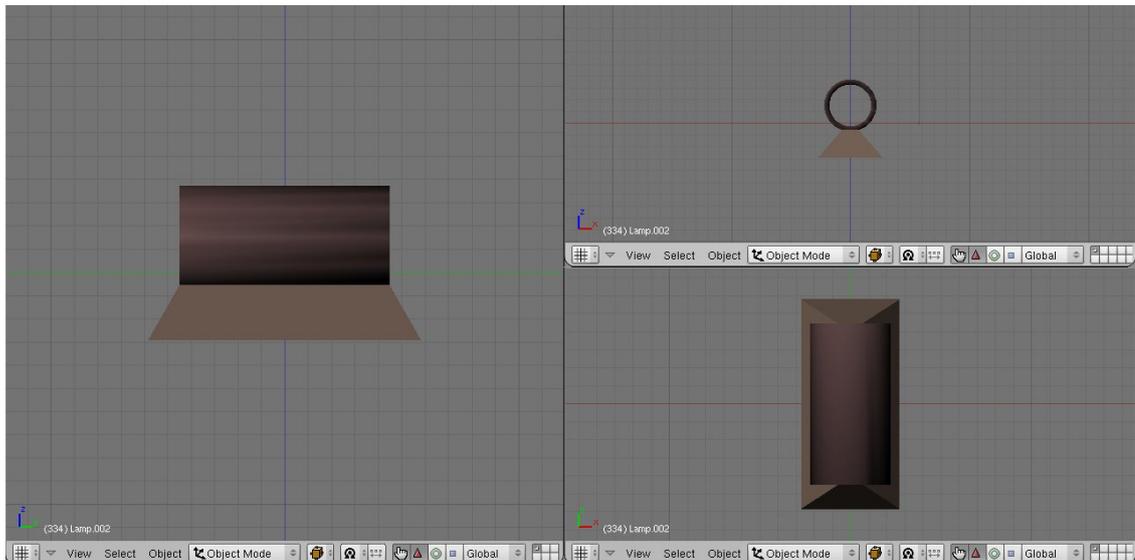
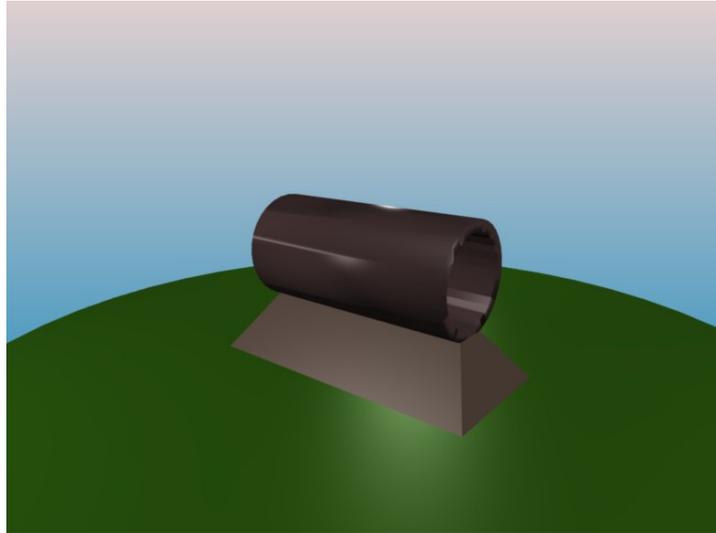
**IV.** Los tubos abiertos producen la serie completa de armónicos, mientras que los cerrados sólo los armónicos de frecuencia impar de la fundamental.

Para el caso que he planteado como resonador voy a calcular la longitud del tubo que necesitaríamos.

	Frecuencias (Hz)	L Tubo Abierto (m)	L Tubo cerrado (m)
1 sola placa	224	0.7366	0.3683

**Tabla 4 Longitud del tubo para la frecuencia dada**

Señalar que el diámetro del tubo en principio no afecta a la frecuencia, solamente al timbre del sonido. El cual es un parámetro que no afecta al estudio que se realiza en este proyecto.



## Resonador B

Efecto torbellino hace mas de cien año el físico checo Vincenc Strouhal, realizó diversos experimentos observando el efecto de diferentes cuerpos en el interior de un flujo de viento. Sus experimentos fueron de tal relevancia que se le atribuyo el nombre de una unidad adimensional llamada número de Strouhal, al igual que números tan importantes en la mecánica de fluidos como el número de Reynolds.

## Generador

El generador consiste en un montaje constituido por materiales piezoeléctricos. La capacidad de deformarse y la frecuencia a la que resuena dicha estructura dependerá de cómo se construya.

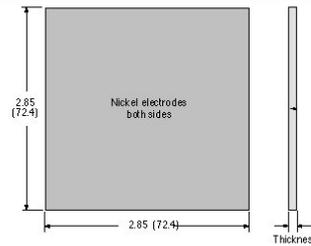
Para un primer estudio preliminar para calcular teóricamente cuanta energía se puede obtener de cada uno de estos materiales.

Para ello se va a emplear los datos aportados de Piezo System, en concreto de su piezocerámica modelo PSI-5H4E. cuyas características y dimensiones se exponen a continuación.

PIEZOCERAMIC PROPERTIES <i>Values to be used as guidelines</i>			
<b>PIEZOELECTRIC</b>			
Piezo Systems' Designation			PSI-5H4E
Industry Designations			Navy type VI; Industry Type 5H
Composition			Lead Zirconate Titanate
Relative Dielectric Constant (@ 1 KHz)	$k^T_3$		3800
Piezoelectric "d" coefficients relate the Strain Produced / Electric Field Applied or the Short Circuit Charge Density Produced / Stress Applied			
	$d_{33}$	meter/Volt or Coulomb/Newton	$650 \times 10^{-12}$
	$d_{31}$	meter/Volt or Coulomb/Newton	$-320 \times 10^{-12}$
Piezoelectric "g" coefficients relate the Open Circuit Electric Field Produced / Stress Applied or the Strain Produced / Charge Density Applied			
	$g_{33}$	Volt-meter/Newton or meter <sup>2</sup> /Coulomb	$19.0 \times 10^{-3}$
	$g_{31}$	Volt-meter/Newton or meter <sup>2</sup> /Coulomb	$-9.5 \times 10^{-3}$
Coupling Coefficient	$k_{33}$		0.75
	$k_{31}$		0.44
Polarizing Field	$E_p$	Volt/meter	$> 1.5 \times 10^6$
Initial Depolarizing Field	$E_c$	Volt/meter	$\sim 3 \times 10^6$
Coercive Field	$E_c$	Volt/meter	$\sim 8 \times 10^5$
<b>MECHANICAL</b>			
Density	$\rho$	Kg/meter <sup>3</sup>	7800
Mechanical Q			30
Elastic Modulus	$\gamma^E_3$	Newton/meter <sup>2</sup>	$5.0 \times 10^{10}$
	$\gamma^E_1$	Newton/meter <sup>2</sup>	$6.2 \times 10^{10}$

**STANDARD SIZE AND THICKNESSES**

Part Numbers	Thickness		Capacitance nF (± 10%)
	(mm)	inches	
T105-H4E-602	.127	.005	1250
T107-H4E-602	.191	.0075	850
T110-H4E-602	.267	.0105	610



Our single sheets are available in the standard 2.85 inch (72.4mm) square size for immediate delivery.

Custom Sizes: We can custom cut sheets to any size. Delivery of custom cut sheets is usually 1-2 weeks. Please contact [sales](#) for a quote.

**PRICING INFORMATION - PIEZO SHEETS USD each**

NOTE: Choose "add to basket" to proceed to the shopping cart and select the quantity. Quantity pricing will be automatically calculated.

Part Numbers	Thickness		1 pc.	5 pcs.	25 pcs.	100 pcs.	Add to Basket
	(inches)	(mm)					
T105-H4E-602	.005	.127	\$100	\$70	\$50	\$35	Add to Basket
T107-H4E-602	.0075	.191	\$100	\$60	\$40	\$30	Add to Basket
T110-H4E-602	.0105	.267	\$100	\$70	\$50	\$35	Add to Basket



La frecuencia de resonancia de una placa rectangular viene definida por la siguiente fórmula:

$$f = \frac{\lambda}{2\pi a^2} \left[ \frac{Eh^3}{12\gamma(1 - \nu^2)} \right]^{1/2}$$

Donde: E es el modulo de Young; h es el espesor de la placa; a es el largo de la placa;  $\gamma$  es el peso por unidad de área;  $\nu$  es el Coeficiente de Poisson.

$\lambda$  es una constante que depende de las condiciones de contorno, de cómo están sujetas cada una de las caras o de si están libres, simplemente apoyadas o empotradas.

Su valor esta determinado experimentalmente y depende del cociente a/b largura entre anchura de la placa, y del armónico que queramos calcular, primero, segundo, tercero, etc. Dichos valores y dicha formula los he obtenido del mismo libro, el cual adjunto en la bibliografía consultada. Para el estudio se ha considerado que las placas están fijadas por sus 4 aristas.

Programe una hoja Excel para calcular dicho dato según las especificaciones; daré un ejemplo:

Para una placa empotrada por las cuatro aristas con unas dimensiones de:  $7800 \text{ kg/m}^3$ , Modulo elástico de  $5 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ , 0.267 mm de espesor, 72.4mm de largo, con un  $\lambda$  de 36 (sin dimensiones) el Coeficiente de Poisson no lo da y he tenido que suponer uno de 0.3, que es el que se usa en el libro.

Se obtiene una frecuencia de resonancia del primer armónico es:  $f = 224 \text{ Hz}$ .

Esta será la frecuencia a la que cambie la corriente de polaridad, aparte que nos servirá para dimensionar a su vez el resonador y poder calcular así su longitud.

### Calculo Energético

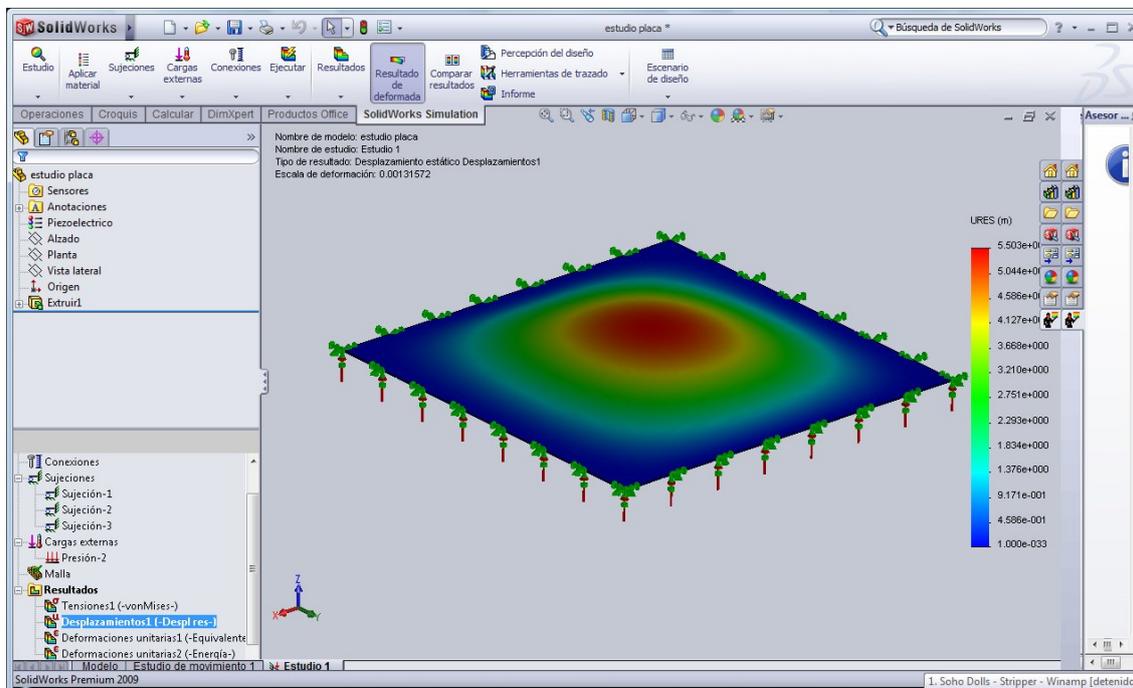
Para el cálculo de la energía eléctrica que voy a poder obtener cuando el piezoeléctrico se deforme, he tenido que calcular primero la energía de deformación que adquiere el material cuando es deformado a presión. Después, con el parámetro del coeficiente de acoplamiento que nos relaciona la tasa de energía mecánica que un piezomaterial puede transformar en energía eléctrica, se podrá calcular la energía y la potencia teórica.

El problema que surge a continuación es conocer la magnitud de la fuerza que hay que aplicar. A mayor fuerza, mayor deformación y a mayor deformación, mayor energía de deformación. En un principio y a nivel teórico, la fuerza que se podría alcanzar es infinita; ya que en la resonancia el elemento excitador esta aportando de manera continuada energía al sistema vibrador, haciendo que este alcanza amplitudes muy amplias. Por lo tanto el problema radica en hacer una estimación de una fuerza ni suficientemente elevada, porque podría colapsar la estructura; ni suficientemente pequeña, ya que entonces no se produciría deformación ni aporte de energía.

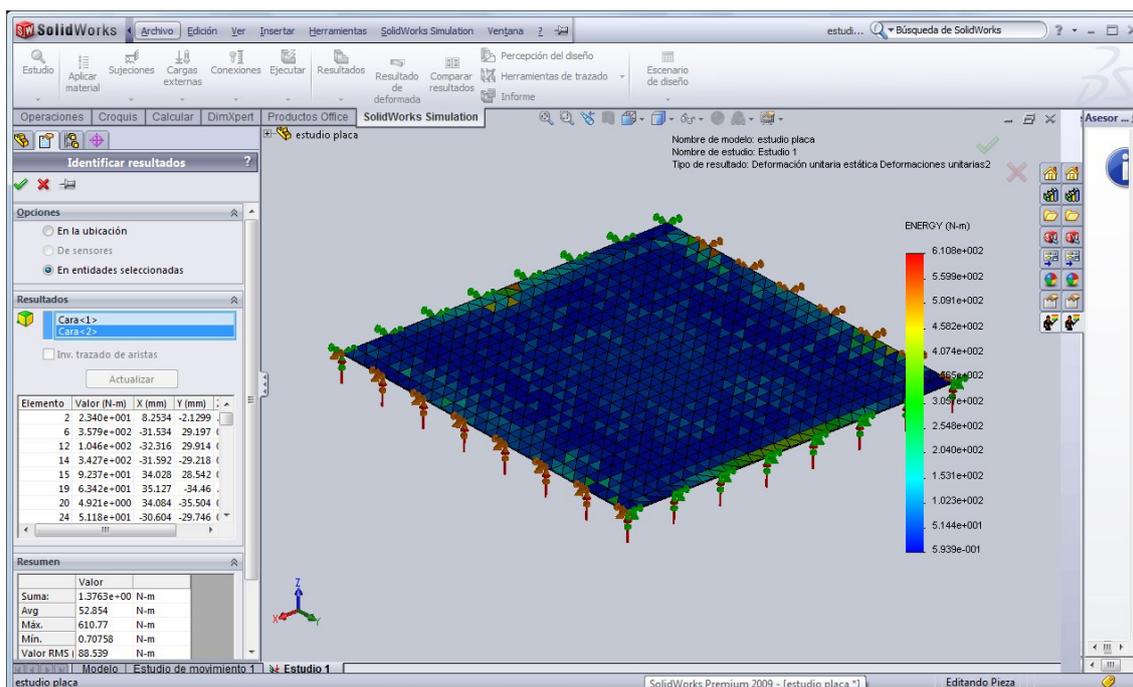
El límite que fijé en un principio es el límite elástico de los piezoeléctricos, es decir la tensión máxima a la cual aun siguen conservando la forma original cuando se les deja de aplicar una tensión. El problema es que este valor no lo aportan ninguno de entre todos los fabricantes a los que he consultado, por eso tuve que consultar a distintos profesores para conocer el rango de valores entre los que nos estábamos moviendo. Y ese valor es entorno a los 80MPa, otro problema es que los piezoeléctricos, pierden sus propiedades eléctricas (que no las propiedades elásticas) a tensiones algo menores; por lo que para mi estudio he considerado una fuerza excitadora de 40MPa.

Conociendo el esfuerzo que tengo que aplicar, las condiciones de contorno del problema y las propiedades físicas del piezoeléctrico. Realicé una simulación con el programa Solidworks

aquí una foto donde se muestran las zonas que están sometidas a desplazamiento, la magnitud de dichos desplazamientos queda representada por los distintos colores.



En esta otra foto se muestra la energía de deformación total, en la ventana inferior izquierda donde aparecen los resultados, nos da un valor de **1.3763 Julios**



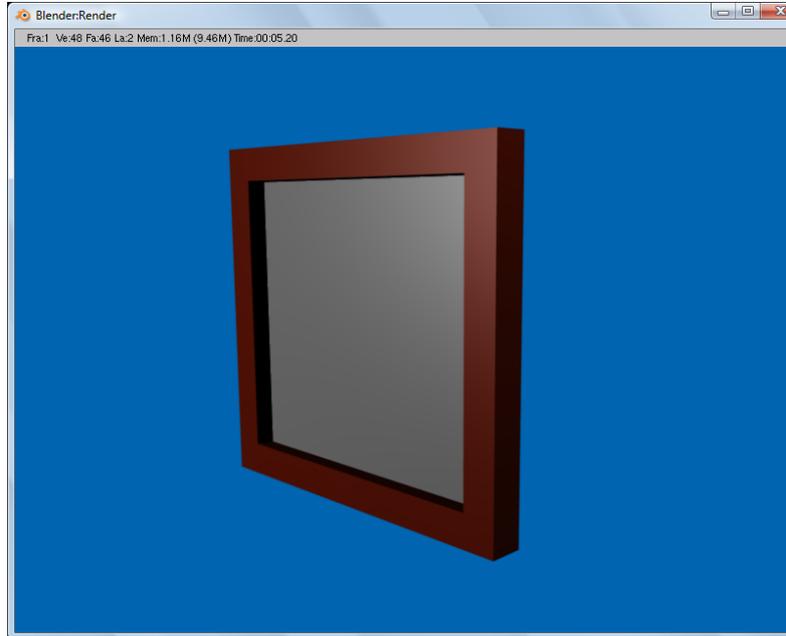
Como el coeficiente de acoplamiento  $k$  es de 0.75

$$\text{La energía eléctrica} = 0.75^2 * \text{la energía mecánica.}$$

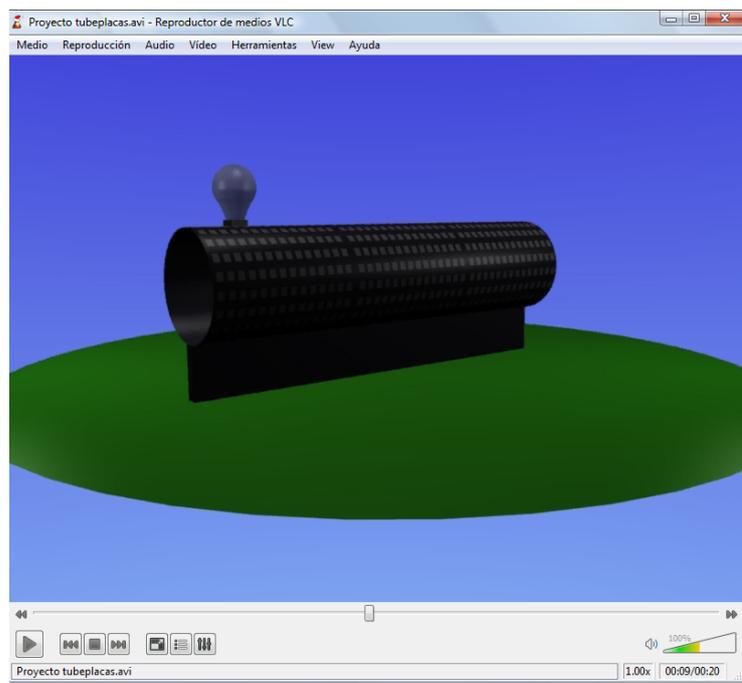
Lo cual nos da que de cada placa se pueden obtener **0.7741 J** de energía eléctrica.

Como la potencia es Energía por unidad de tiempo esos 0.7741J son dados en cada deformación o lo que es lo mismo, por cada oscilación. Si hemos quedado en que la frecuencia con la que trabajamos es de 224 Hz y los herzios son  $s^{-1}$ . Multiplicando la frecuencia por la energía nos queda:

$$\text{Energía x frecuencia} = 0.7741 \times 224 = \mathbf{173,3 \text{ J/s}}$$



Una mejora consistiría en hacer que el resonador y el generador fueran el mismo dispositivo, implementado el uno en el otro. Para ello la idea sería recubrir un tubo abierto con placas piezoeléctricas y cuando el viento circule a través del tubo, haga resonar a este haciendo que vibre y se mueva y dicho movimiento comunicárselo a los materiales piezoeléctricos.



## **Conclusión:**

Los materiales piezoeléctricos no ofrecen la energía eléctrica suficiente para suplir las necesidades energéticas de la sociedad. Quizás en un futuro cuando su tecnología mejore se puedan implementar como generadores eléctricos.

De todas formas este estudio se ha realizado completamente a nivel teórico, sin ningún tipo de experiencia de laboratorio, por lo que resultados que se dan puede que no sean los exactos, pero es por hacerse una idea del rango de magnitudes del que estamos hablando y tener algo por lo que partir.

A todos estos cálculos hay que restarles la energía que se pierde por el amortiguamiento del propio material y el sistema, por lo que la potencia final obtenida será menor.

La idea de aplicación de este proyecto es poder tener energía limpia sin necesidad de tendidos eléctricos, de la misma manera que trabajan las placas solares. Poder tener instalados en el tejado del hogar estos resonadores para poder generar electricidad para el hogar. El problema que se plante en este caso es la convivencia entre el bien estar del hogar y la compatibilidad del dispositivos, ya que un sonido prolongado muy agudo o muy grave puede ser molesto, por eso me he permitido añadir al proyecto un anexo con las normas del código técnico de edificación sobre ruidos en la construcción de edificios, indicando en que casos se podría o no instalar el aparatos, básicamente habla de los decibelios que no superen un valor de 45 dB. En principio y en teoría eso no supone un problema para el dispositivo ya que la resonancia no depende de la intensidad del sonido, solo de la frecuencia. A continuación paso a relatar unas nociones básicas sobre acústica para después introducir las normas del código técnico sobre la edificación sobre ruidos.

# NOCIONES BÁSICAS DE ACÚSTICA

## 1.1 El sonido.

El sonido es una alteración física en un medio (líquido, sólido o gaseoso) que puede ser detectada por el oído humano. Esta alteración se produce por la vibración de un objeto, que es transmitida por un medio elástico (el aire) hasta llegar al oído. Expresado en otras palabras, el sonido es la percepción de las vibraciones que llegan al oído, estimulando el sentido auditivo. La energía que producen las vibraciones de un objeto o una estructura, se propagan en forma de ondas sonoras en el aire, que al desplazarse causan variaciones de presión sobre el valor estático de la presión atmosférica ( $P = 10 \text{ Pa}$ ).

## 1.2 Propiedades de las ondas sonoras.

Las ondas sonoras se caracterizan por las siguientes propiedades:

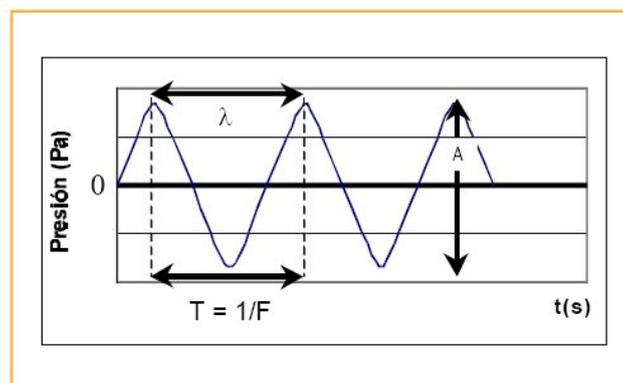


Figura 1: Representación esquemática de una onda sonora.

**Amplitud (A):** Indica la magnitud de las variaciones de presión. Cuanto mayor sea este valor mas fuerte será la sensación de sonido que percibimos. Debido a que el rango de amplitudes que el oído es capaz de detectar es muy amplio, se utiliza una escala logarítmica o 'comprimida' (cuya unidad es el decibelio) para facilitar su valoración. Otro motivo para utilizar logaritmos es que el oído responde a las variaciones de presión de acuerdo a este tipo de escala. El decibelio (dB) es una unidad logarítmica de medida, utilizada para expresar el valor relativo entre un nivel de referencia y un nivel medido de dos magnitudes de igual naturaleza. De esta forma podemos determinar el umbral de audición (mínima variación de presión que el oído es capaz de detectar y equivalente a  $2 \cdot 10 \text{ Pa}$ ) como 0 dB. Este valor (0dB) se toma como nivel de referencia.

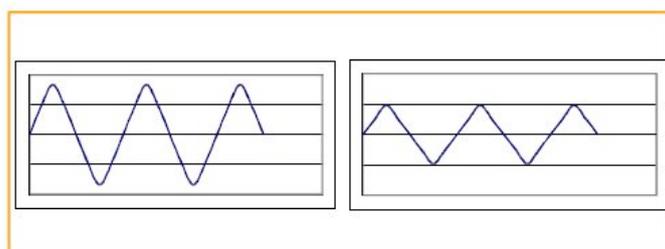
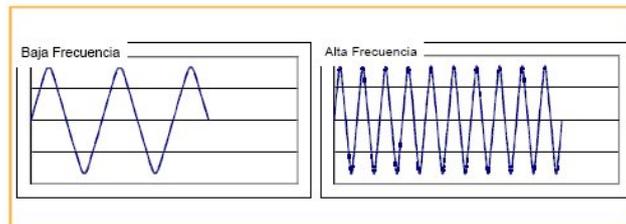


Figura 2: Representación de ondas de diferente amplitud.

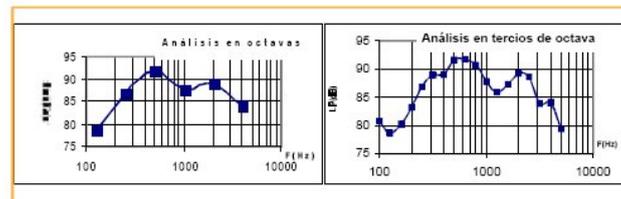
**Velocidad (c):** Indica la distancia recorrida por las ondas sonoras en un segundo. Su valor depende principalmente de la densidad del medio de propagación. Cuanto mayor sea la densidad del medio, mayor será la velocidad de propagación del sonido. En el aire este valor es aproximadamente de 343m/s.

**Frecuencia (F):** Indica el número de variaciones de presión por segundo que produce el desplazamiento de las ondas sonoras. La unidad de esta magnitud es el Hertzio (Hz). El rango o espectro de frecuencias que es capaz de percibir el oído humano va desde los 20 Hz hasta los 20.000Hz. La frecuencia de un sonido está asociada al tono, que es la apreciación subjetiva de la frecuencia. Cuando la frecuencia de un sonido es baja (inferior a 250Hz) percibimos un tono grave. Cuando es superior a 2.000 Hz percibimos un tono agudo. Las frecuencias que se encuentran entre estos valores se denominan frecuencias medias.



**Figura 3: Representación de ondas de diferente frecuencia.**

Normalmente los sonidos que percibimos son complejos, conteniendo diferentes frecuencias. Para poder analizarlos se suele dividir el rango de frecuencias audible (de 20 Hz a 20.000 Hz) en secciones o bandas de diferente anchura (octavas, tercios de octava, etc). Una octava es un intervalo de frecuencias (de  $f$  a  $2f$ ) en el que la máxima frecuencia contenida en el intervalo es dos veces la mínima ( $f = 2 \cdot f$ ). Cuando el análisis de un sonido en octavas no aporta suficiente información se recurre al análisis en tercios de octavas, que consiste en dividir un intervalo de octava en tres partes.



**Figura 4: Ejemplo de análisis por frecuencias.**

**Longitud de onda (l):** Es la distancia entre dos puntos de una onda sonora cuyo valor de presión es el mismo. Se representa con la letra griega lambda ( $\lambda$ ). Su valor depende de la frecuencia y de la velocidad de propagación. El valor de la longitud de onda decrecerá al aumentar la frecuencia. Un sonido de 100 Hz (baja frecuencia) tiene un  $\lambda = 3,43$  m, mientras que un sonido de 3.000 Hz (alta frecuencia) tiene un  $\lambda = 11$  cm. El valor de esta magnitud influye de forma notable en la propagación del sonido.

**Periodo (T):** Es el tiempo que transcurre hasta que la onda realiza una oscilación completa.

### 1.3 Presión, potencia e intensidad acústica.

**Presión acústica (P):** Es el valor de las variaciones (expresado en pascuales) que produce la propagación de una onda sonora sobre la presión atmosférica. Depende de varios factores como la frecuencia, las condiciones del recinto en donde se encuentra la fuente, la distancia al punto de emisión, etc...

**Nivel de presión acústica (LP):** Es la presión sonora expresada en decibelios, calculada mediante la siguiente expresión:

$$LP = 20 \cdot \log \left( \frac{P}{P_0} \right)$$

donde, P es la presión sonora del sonido cuyo nivel se quiere calcular y P la presión de referencia asociada al umbral de audición ( $2 \cdot 10^{-5}$  Pa). Ej: Si la presión de un sonido es de 20 Pa, el nivel de presión acústica será de 0 dB. Si la presión de un sonido es de 400 Pa, el nivel de presión acústica será de 26 dB. Si la presión de un sonido es de 800 Pa, el nivel de presión acústica será de 32 dB. Cuando se dobla el valor de presión acústica, el nivel de presión acústica aumenta 6dB. Cuando se dobla la distancia de un oyente a una fuente sonora, el nivel de presión disminuye 6 dB. Existe una relación entre el nivel de presión acústica y el nivel de potencia acústica:

$$LP = LW - 20 \log r - 11 \text{ (dB)}$$

donde, LW es el nivel de potencia acústica y 'r' es la distancia a la fuente emisora de sonido. Según esta expresión cuando se dobla la distancia de un oyente a una fuente sonora, el nivel de presión disminuye 6 dB.

**Potencia acústica (W):** Es la cantidad de energía acústica (expresada en vatios) emitida por una fuente de sonido. Su valor no depende de las condiciones del recinto en el que se encuentre la fuente, pero si de la frecuencia.

**Nivel de potencia acústica (LW):** Es la potencia acústica expresada en decibelios, calculada mediante la siguiente expresión:

$$LW = 10 \cdot \log \left( \frac{W}{W_0} \right)$$

donde, W es la potencia acústica del sonido cuyo nivel se quiere calcular y  $W_0$  la potencia de referencia asociada al umbral de audición ( $10^{-12}$  W). Cuando se dobla el valor de presión acústica, el nivel de potencia acústica aumenta 3dB.

**Intensidad acústica (I):** La intensidad acústica de un sonido se define como la potencia acústica radiada por unidad de superficie (vatios/metro cuadrado).

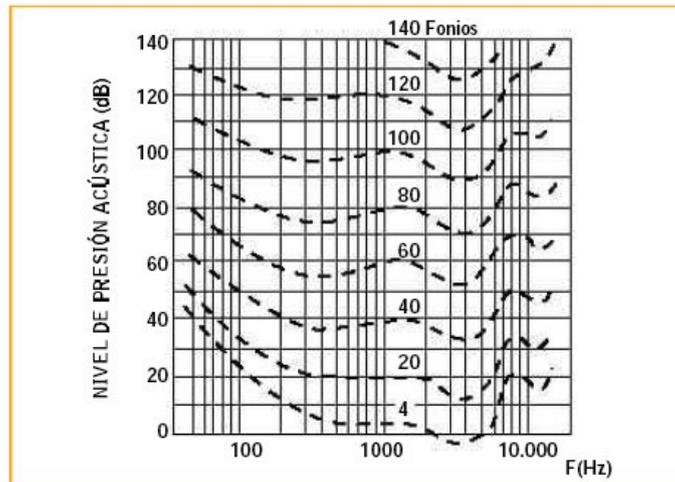
**Nivel de intensidad acústica (LI):** Es la intensidad acústica expresada en decibelios, calculada mediante la siguiente expresión:

$$LI = 10 \cdot \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

donde, I es la intensidad acústica del sonido cuyo nivel se quiere calcular e  $I_0$  la intensidad de referencia asociada al umbral de audición ( $10^{-12}$  W/m<sup>2</sup>).

## 1.4 Percepción del sonido. Sonoridad.

La sonoridad indica la percepción subjetiva de la intensidad acústica. Esta magnitud se representa en las curvas isofónicas o de igual sonoridad (Ver figura 5). El nivel de sonoridad se expresa en fonios.



**Figura 5: Curvas de igual sonoridad**

Las curvas isofónicas indican el nivel de presión que debe tener un sonido de frecuencia 'f' para producir la misma sensación que un sonido de frecuencia 1000Hz y un nivel de sonoridad dado. El concepto quedará más claro con el siguiente ejemplo: Consideremos la curva de 60fonios. Esta curva indica el nivel de presión asociado a tonos que tienen la misma sonoridad (60 fonios). Así, un tono de 1000Hz y 60dB de nivel de presión será percibido con la misma intensidad que un tono de 400 Hz y 55 dB de nivel de presión. Como hemos visto, la sensibilidad del oído no es la misma para todas las frecuencias. Por este motivo, dos sonidos distintos (de diferente frecuencia) con el mismo nivel de presión acústica, serán percibidos de forma desigual.

## 1.5 Medición del campo sonoro.

El instrumento que se utiliza para medir la magnitud de un sonido es el sonómetro. Este dispositivo permite conocer el nivel de presión acústica (en dB) instantáneo o bien integrado durante un periodo de tiempo. Debido a que la sensibilidad del oído no es la misma para todas las frecuencias, es bastante habitual aplicar una corrección a la medida realizada. Esta corrección consiste en aplicar una ponderación a los niveles obtenidos en la medida. Existen tres curvas de ponderación diferentes, llamadas 'A', 'B' y 'C', que se utilizan según la intensidad del sonido que se está midiendo. La ponderación 'A' se utiliza para sonidos débiles, la 'B' para sonidos moderados y la 'C' para sonidos intensos. Habitualmente, la curva más utilizada es la 'A'. En este caso, los resultados de la medida se expresan en **dB(A)**, para indicar que los resultados están calculados según la curva de ponderación 'A'.

## 1.6 Suma de niveles.

A la hora de sumar varios niveles de presión, esta operación no puede realizarse de forma aritmética, ya que el dB es una unidad no lineal. Si tenemos dos fuentes de ruido, generando cada una un nivel de presión de 60 dB, el nivel de presión generado por las dos no será de '60dB+60dB 120dB', sino de 63dB. La expresión para calcular la suma de varios niveles es la siguiente:

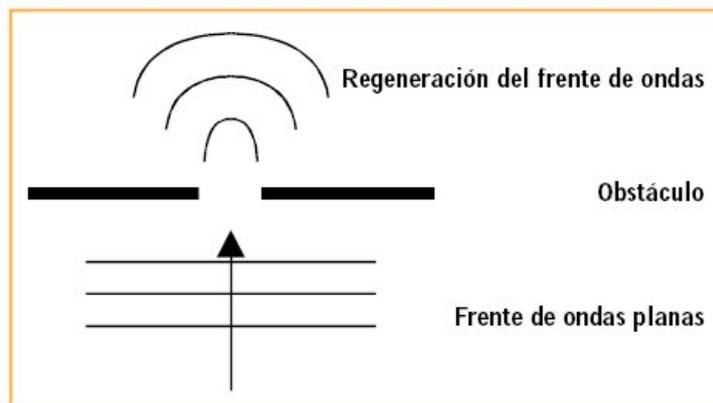
$$LP_{TOTAL} = 10 \cdot \log (\Sigma 10^{LP/10})$$

## 1.7 Propagación del sonido.

Cuando un sonido se propaga en un medio y encuentra un obstáculo, pueden ocurrir varios fenómenos:

**Reflexión:** La energía que incide en el obstáculo es de vuelta al medio de propagación. Si la superficie del elemento es lisa, se produce una reflexión especular, esto es, el ángulo del sonido reflejado es el mismo que el de sonido incidente. Si la superficie del elemento es irregular, el sonido se refleja en múltiples direcciones, produciéndose una distribución homogénea del campo sonoro (este fenómeno también se denomina difusión).

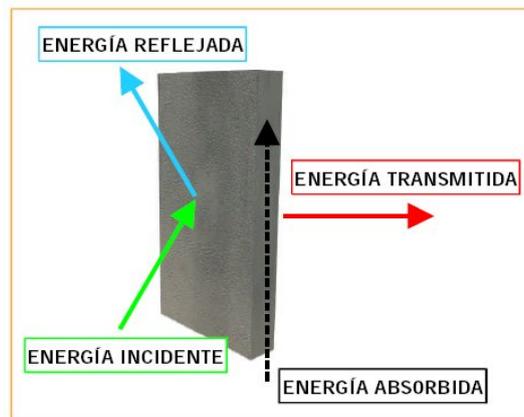
**Difracción:** Este fenómeno de distorsión se produce cuando el valor de la longitud de onda del sonido incidente es de dimensiones similares a la abertura en un obstáculo, regenerándose el campo sonoro incidente:



**Figura 6: Ejemplo de difracción**

**Absorción:** La energía que incide en el obstáculo no es de vuelta al medio de transmisión, sino que se transforma en calor. La cantidad de energía absorbida dependerá de la naturaleza del material.

**Transmisión:** La energía incidente traspasa el obstáculo, volviendo al medio de transmisión. En la mayoría de las situaciones estos fenómenos ocurren simultáneamente, como se ilustra en la siguiente figura:



**Figura 7: Fenómenos de reflexión, absorción y transmisión**

En función del tipo de material sobre el que incide el sonido, las proporciones de energía reflejada, absorbida y transmitida serán diferentes.

## **2.1 El ruido.**

El ruido es un sonido molesto, que nos produce una sensación de incomodidad y que sufrimos habitualmente en nuestro lugar de residencia o en nuestro trabajo. La exposición prolongada a fuentes de ruido puede provocar fatiga, daños auditivos irreversibles, alteraciones del sueño, estrés, disminución del rendimiento en el trabajo, ... Desde un punto de vista físico, el ruido es un sonido complejo, formado por la combinación de varias frecuencias. Los ruidos que percibimos se pueden clasificar según su naturaleza en dos grandes grupos:

### **Ruido Aéreo:**

Es todo ruido que llega a través del aire y se transmite por los cerramientos (tabiques, forjados, etc...). Ejemplos de este ruido son el tráfico, las obras, conversaciones, la radio, la televisión, etc...

### **Ruido de Impacto y Vibraciones:**

El ruido de impacto es causado por un golpe que hace vibrar los elementos estructurales. Ejemplos de este ruido son la caída de objetos, portazos, gente caminando, arrastre de muebles, etc

El ruido de vibraciones es un ruido de carácter continuo, habitualmente de baja frecuencia. Ejemplos de este ruido son los procedentes de motores y máquinas.

El grado de molestia que nos producirá un ruido dependerá de muchos factores. Los más importantes son los siguientes:

1) Características de la fuente de emisión del ruido:

- Directividad (Direcciones de propagación del ruido).
- Intensidad
- Contenido en frecuencias
- Naturaleza del ruido

2) Características de los elementos de separación que se encuentran entre la fuente de ruido y el receptor:

- Tabiques y forjados
- Estructuras
- Puertas y ventanas
- Canalizaciones (agua, ventilación, etc).

Teniendo en cuenta todos estos factores, se emplearán diferentes dispositivos y sistemas para lograr la máxima atenuación del ruido posible.

## **2.2 Grados de molestia.**

Cero decibelios (0 dB) es el mínimo nivel de presión acústica que el oído humano es capaz de percibir. En el otro extremo, se considera que un nivel de 120 dB produce daños irreversibles en el sistema auditivo. Entre estos dos valores podemos situar los niveles de presión acústica que percibimos habitualmente. En la siguiente tabla se muestran varios ejemplos:

SONIDO	NIVEL (dB)	SENSACIÓN SUBJETIVA DE NIVEL
Susurro	10	MUY DÉBIL
Conversación nivel normal	50	MODERADO
Oficina	60	MODERADO
Televisión/Radio	70	ALTO
Ruido de tráfico	90	MUY ALTO
Música en directo	100	MUY ALTO
Despegue de avión	120	DOLOR

Se debe tener en cuenta que un aumento de 10dB en el nivel de un sonido, equivale a percibir este sonido el doble de intenso. En la tabla anterior se han visto los niveles asociados a ruidos que percibimos habitualmente, por lo que sería lógico plantearse la siguiente pregunta: ¿qué nivel de aislamiento es necesario para evitar ser molestados? En la tabla siguiente se asocian diferentes valores de aislamiento a la percepción de una conversación mantenida en un tono elevado:

AISLAMIENTO (dB)	GRADO DE MOLESTIA
30	Se oye claramente
35	Se oye y se entiende
40	Se oye pero no se entiende
45	Se oye ligeramente
> 50	No se oye

Un aumento del aislamiento en cinco decibelios tiene efectos significativos en la disminución de la percepción del ruido. Un aumento de diez decibelios produce un descenso equivalente a percibir el ruido con la mitad de sonoridad.

## 2.3 Aislamiento acústico

El objetivo del aislamiento acústico es impedir que los ruidos generados en un recinto no se transmitan a los adyacentes. Del mismo modo, se pretende evitar que los ruidos procedentes del exterior se transmitan al interior de un recinto. En el caso del ruido aéreo, se suele actuar sobre los elementos de separación entre la fuente y el receptor. En el caso del ruido de impacto y vibraciones, se actúa sobre la fuente y los elementos de separación, con el fin de disminuir la vibración de los elementos constructivos.

### 2.3.1 Aislamiento acústico a ruido aéreo

El ruido aéreo se produce cuando las ondas sonoras inciden sobre un cerramiento, interior o exterior. El cerramiento entra en vibración, atenuándose parte de la energía inicial. Esta vibración traspasa el cerramiento, provocando la aparición de nuevas ondas sonoras de menor intensidad. El objetivo, en el aislamiento a ruido aéreo, es que las ondas pierdan la mayor cantidad de energía posible al atravesar el cerramiento, lo cual dependerá de sus características. Cuanto mayor sea la energía que se pierde mayor será el aislamiento del cerramiento.

### Existen varios tipos de cerramientos:

**Simples:** Están formados por una sola capa. Pueden ser homogéneos (formados por un solo material, ej: tabique de hormigón) o heterogéneos (formados por varios materiales, ej: tabique de ladrillo y yeso).

**Múltiples:** Están formados por varias capas simples, separadas por un elemento elástico (una cámara de aire, u otro medio elástico).

#### 2.3.1.1 Pérdidas de transmisión en paredes simples

Las pérdidas de transmisión (TL) de un cerramiento que separa dos recintos se definen como la cantidad de energía acústica que se atenúa al atravesar dicho cerramiento, expresada en dB. Su valor es función de la frecuencia. Este índice viene dado por la siguiente expresión:

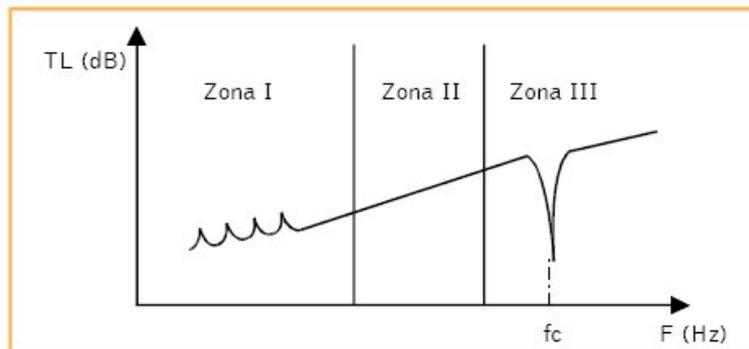
$$TL \text{ (dB)} = L_1 - L_2$$

Siendo  $L_1$  el nivel de presión acústica en el recinto emisor y  $L_2$  el nivel de presión acústica en el recinto receptor.

Los parámetros más importantes que afectan al aislamiento de una pared simple son los siguientes:

- Masa por unidad de superficie ( $\text{kg/m}^2$ ).
- Rigidez del material. ( $\text{N/m}^2$ )

La representación gráfica de los valores de TL en función de la frecuencia, para una pared simple, tiene un aspecto similar al que se muestra en la figura:



**Figura 1: Curva de pérdidas de transmisión para una pared simple**

La curva de la figura se puede dividir en tres zonas bien diferenciadas:

**Zona I:** En esta zona el aislamiento está determinado por los modos de vibración asociados al cerramiento, que provocan un comportamiento irregular en el aislamiento. La frecuencia de estos modos se puede calcular según la siguiente expresión:

$$f_{m,n} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{B}{M} \left[ \left( \frac{n}{l_x} \right)^2 + \left( \frac{m}{l_y} \right)^2 \right]} \text{ (Hz)}$$

donde:

B es el módulo de rigidez a flexión del material del cerramiento. ( $\text{N}\cdot\text{m}$ )

M es la masa por unidad de superficie ( $\text{kg/m}^2$ )  $n, m$  son números enteros que determinan el modo de vibración (adimensionales).  $l_x, l_y$ : Longitud y altura, respectivamente, del cerramiento en metros. En la mayor parte de los casos, esta zona se encuentra fuera del rango de frecuencias de interés, por lo que no se tiene en cuenta.

**Zona II:** Esta zona está controlada por la masa por unidad de superficie del cerramiento y el valor del aislamiento se puede estimar a partir de la siguiente expresión teórica, denominada “Ley de la Masa”:

$$TL = 20 \cdot \log (M \cdot f) - 43 \text{ (dB)}$$

Donde

Mes la masa por unidad de superficie ( $\text{kg/m}^2$ ) f es la frecuencia de la onda sonora (Hz)

La validez de esta expresión está limitada a un determinado rango de frecuencias, superior a la zona de los modos de vibración e inferior a la zona de coincidencia (zona III). Otra de las limitaciones de la expresión anterior es que sólo considera un ángulo de incidencia de las ondas sonoras, correspondiente a  $90^\circ$ . Para estimar el valor de las pérdidas de transmisión de una partición simple independientemente del ángulo de incidencia del sonido se utiliza la siguiente expresión:

$$TL = 20 \cdot \log (M \cdot f) - 48 \text{ (dB)}$$

Según esta expresión, al doblar el valor de la masa por unidad de superficie el aislamiento aumentará 6 dB para una frecuencia determinada. Por este motivo la utilización de paredes simples para conseguir un elevado valor de aislamiento acústico resulta ser de un coste excesivo, debiendo recurrir al empleo de paredes múltiples.

**Zona III:** En esta zona el parámetro que controla el aislamiento es la rigidez. Todos los cerramientos tienen un cierto grado de elasticidad, que facilita la propagación de las ondas de flexión. Este tipo de ondas son una composición de ondas longitudinales y transversales que pueden producir un fenómeno de coincidencia, disminuyendo considerablemente el aislamiento de la partición. Este fenómeno ocurre cuando el valor de la velocidad de las ondas de flexión que se propagan a través del cerramiento iguala al valor de la velocidad de propagación del sonido en el aire, provocando la irradiación de estas ondas, y en consecuencia una reducción del aislamiento. La aparición de este fenómeno depende del ángulo de incidencia. La primera frecuencia a la que aparece este fenómeno es llamada crítica ( $f_c$ ). El cálculo de la frecuencia crítica se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$f_c = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{M}{B}} \text{ (Hz)}$$

donde:

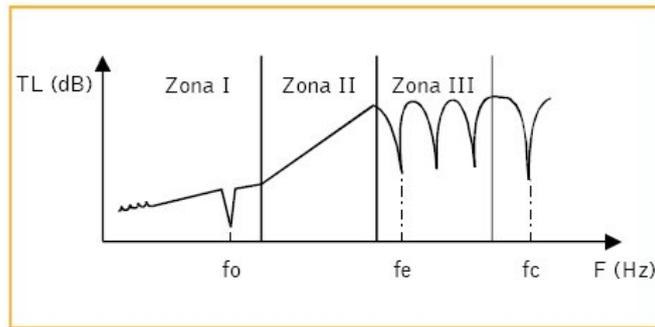
c, es la velocidad de propagación del sonido en el aire (m/s). B es el módulo de rigidez a flexión del material del cerramiento. ( $\text{N} \cdot \text{m}$ ) Mes la masa por unidad de superficie del cerramiento ( $\text{kg/m}^2$ ).

### 2.3.1.2 Pérdidas de transmisión en paredes múltiples.

Las particiones múltiples se definen como una combinación de paredes simples separadas mediante una cavidad de aire o un medio elástico. Los parámetros más importantes que afectan al aislamiento de una pared múltiple son los siguientes:

- Masa por unidad de superficie ( $\text{kg/m}^2$ ) y rigidez de cada una de las paredes simples.
- Distancia de separación entre las dos particiones simples.
- Características del medio elástico colocado en la cavidad.

La representación gráfica de los valores de las pérdidas de transmisión (TL) en función de la frecuencia para una partición múltiple tiene un aspecto similar al que se muestra en la figura:



**Figura 2: Curva de pérdidas de transmisión para una pared múltiple**

La curva de la figura se puede dividir en tres zonas bien diferenciadas:

**Zona I:** En esta zona de baja frecuencia, tras la aparición de los modos de vibración de cada pared simple, el aislamiento se rige según la ley de masas, aumentando 6 dB por octava. El sistema se comporta como una pared simple de masa  $M$ , suma de las masas de cada una de las capas rígidas. [ $M=M_1+M_2$ ].

En la frecuencia de resonancia del sistema ( $f_0$ ), el aislamiento es nulo, transmitiéndose toda la energía. Por este motivo debe mantenerse alejada del rango de frecuencias de interés (un valor adecuado es 60 Hz). Esta frecuencia se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$f_0 = 60 \cdot \sqrt{\frac{M_1 + M_2}{d \cdot M_1 \cdot M_2}} \quad (\text{Hz})$$

donde,

$d$ , es la distancia de separación entre las dos paredes.  $M$  y  $M$ , son las masas por unidad de superficie de cada partición simple. La expresión anterior es válida únicamente en el caso de que el medio de separación entre las dos capas anteriores sea el aire. Si se introduce un material elástico en la cavidad, la expresión para el cálculo de la frecuencia de resonancia es la siguiente:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{K(M_1 + M_2)}{d \cdot M_1 \cdot M_2}} \quad (\text{Hz})$$

donde,

$K$ , es la rigidez del material elástico.

**Zona II:** En esta zona, posterior a la frecuencia de resonancia, el aislamiento aumenta de 16 a 18 dB por octava, gracias a que las dos paredes simples se mueven de forma independiente.

**Zona III:** En esta zona se forman ondas estacionarias entre las dos paredes simples, que provocan una serie de caídas en la curva de aislamiento. La primera frecuencia a la que comienza este fenómeno se calcula con la siguiente expresión.

$$f_e = \left( \frac{c}{2 \cdot d} \right) \cdot n \quad (\text{Hz})$$

donde,

$c$ , es la velocidad de propagación del sonido en el aire (343m/s)  $d$ , es la distancia de separación entre las dos paredes simples.

### 2.3.1.3 Aislamiento de paredes heterogéneas.

Es bastante habitual encontrar cerramientos compuestos por diferentes elementos (ladrillo, puertas, ventanas, etc...). En estos casos el aislamiento del conjunto queda limitado por el elemento cuyo aislamiento es menor. Para calcular el aislamiento de paredes heterogéneas se utiliza la siguiente expresión:

$$a_G = 10 \log \frac{\sum S_i}{\sum \frac{S_i}{a_i}} \quad (\text{dB})$$

donde,

$S_i$ , es la superficie de cada elemento ( $\text{m}^2$ ) a, es el aislamiento específico de cada elemento (dB). Veamos un ejemplo: Una pared de  $12 \text{ m}^2$ , cuyo aislamiento es de 50 dB, contiene una puerta de  $2 \text{ m}^2$  de superficie y 30 dB de aislamiento. Utilizando la expresión anterior, el valor del aislamiento del conjunto resulta ser de 38,2 dB. En ningún caso el aislamiento del conjunto ( $a_g$ ) superará en 10 dB al mínimo valor de aislamiento de los elementos que forman la pared heterogénea (mínimo  $a_i$ ).

### 2.3.1.4 Términos para la evaluación del aislamiento acústico a ruido aéreo.

El aislamiento a ruido aéreo viene determinado por la diferencia de niveles de presión acústica entre dos recintos. Cuanto mayor sea esta diferencia mayor será el aislamiento. El aislamiento de un elemento constructivo puede expresarse de varias formas:

- 1) De forma gráfica:

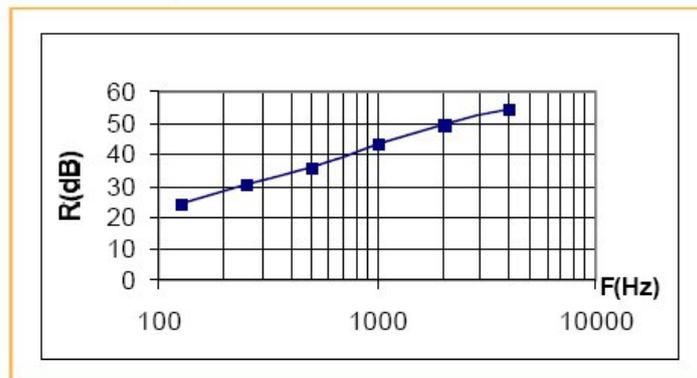


Figura 3: Expresión gráfica del aislamiento acústico (octavas).

2) De forma tabulada:

F (Hz)	R (dB)
125	24,1
250	30,5
500	36,1
1000	43,5
2000	49,9
4000	54,7

3) Mediante un único valor (índice):

$$R_w = 40 \text{ dB}$$

Para cuantificar el aislamiento de un elemento constructivo al ruido aéreo, existen varios términos:

**Aislamiento acústico bruto (entre dos recintos):**

Su valor es dependiente de la frecuencia. Se calcula mediante la siguiente expresión:

$$D = L_1 - L_2 \text{ (dB)}$$

donde,

$L_1$  es el nivel medio de presión acústica en el recinto emisor, en dB  $L_2$  es el nivel medio de presión acústica en el recinto receptor, en dB.

**Aislamiento acústico normalizado a ruido aéreo (R):**

Es el aislamiento acústico de un elemento constructivo medido en laboratorio según las indicaciones de la Norma UNE ENISO 140-3. Su valor es dependiente de la frecuencia. Se calcula según la siguiente expresión:

$$R = L_1 - L_2 + 10 \log \frac{S}{A} \text{ (dB)}$$

donde,

$L_1$  es el nivel medio de presión acústica en el recinto emisor, en dB  $L_2$  es el nivel medio de presión acústica en el recinto receptor, en dB  $S$  es el área del elemento constructivo, en  $m^2$   $A$  es el área de absorción sonora equivalente del recinto receptor, en  $m^2$  Si este índice se mide 'in situ', siguiendo las indicaciones de la Norma UNE ENISO 140-4, se indicará de la siguiente manera:  $R'$ .

**Aislamiento acústico global a ruido aéreo (R):**

Es la valoración global, expresada en decibelios A (dBA), del aislamiento acústico normalizado a ruido aéreo  $R$ , obtenidos mediante ensayo en laboratorio, para un ruido incidente rosa. Se calcula mediante la siguiente expresión:

$$R_A = -10 \log \sum_{i=1}^n 10^{(L_{rA,i} - R_i)/10}$$

donde,

$R_i$  es el valor del aislamiento acústico normalizado en la banda de frecuencia  $i$ ,  $L_{rA,i}$ , es el valor del espectro del ruido rosa ponderado A, en la banda de frecuencia  $i$ ,  $i$  recorre todas las bandas de frecuencia de tercio de octava de 100Hz a 5KHz. Si este índice se mide 'in situ', se indicará de la siguiente manera:  $R'_a$

#### **Aislamiento acústico global a ruido aéreo según UNEEN ISO717-1( $R_w$ ):**

Es el valor a 500 Hz de la curva de referencia ajustada a los valores experimentales  $R$  según el método especificado en la norma UNE-EN ISO 717-1 (1997). Si este índice se mide 'in situ', se indicará de la siguiente manera:  $R'_w$

#### **Diferencia estandarizada, de niveles de presión entre recintos a ruido aéreo ( $D_{nT}$ ):**

Es la diferencia entre los niveles medios de presión acústica producidos en dos recintos por una o varias fuentes de ruido emitiendo en uno de ellos, normalizada a un valor del tiempo de reverberación igual a 0,5 s. Su valor es dependiente de la frecuencia. Se calcula mediante la siguiente expresión:

$$D_n = L_1 - L_2 + 10 \log \frac{T_R}{0,5} \quad \text{dB}$$

donde:

$L_1$  es el nivel medio de presión acústica en el recinto emisor, en dB  $L_2$  es el nivel medio de presión acústica en el recinto receptor, en dB  $T_R$  es el tiempo de reverberación del recinto receptor, en segundos.

#### **Índice global de aislamiento a ruido aéreo entre recintos, ponderado A ( $D_{nT,A}$ ):**

Es la valoración global, en dB(A), del aislamiento acústico a ruido aéreo estandarizado,  $D_{nT}$ , para un ruido incidente rosa. Se calcula mediante la siguiente expresión:

$$D_{nT,A} = -10 \log \sum_{i=1}^n 10^{(L_{rA,i} - D_{nT,i})/10} \quad \text{dB(A)}$$

donde,

$D_{nT,i}$  es la diferencia de niveles de presión aparente estandarizada en la banda de frecuencia ' $i$ '.  $L_{rA,i}$ , es el valor del espectro normalizado del ruido rosa, ponderado A, en la banda de frecuencia ' $i$ ', ' $i$ ' recorre todas las bandas de frecuencia de tercio de octava de 100Hz a 5KHz.

A continuación se presenta una tabla resumen de los índices anteriores, indicando sus principales características:

ÍNDICE	TIPO DE RUIDO	LOCALIZACIÓN	VALOR	UNIDAD
R	Aéreo	Laboratorio	Por frecuencias	dB
R'	Aéreo	In situ	Por frecuencias	dB
R <sub>A</sub>	Aéreo	Laboratorio	Global	dB(A)
R' <sub>A</sub>	Aéreo	In situ	Global	dB(A)
R <sub>w</sub>	Aéreo	Laboratorio	Global	dB
R' <sub>w</sub>	Aéreo	In situ	Global	dB
D <sub>nT</sub>	Aéreo	Laboratorio	Por frecuencias	dB
D <sub>nT,A</sub>	Aéreo	In situ	Global	dB(A)

### 2.3.2 Aislamiento acústico a ruido de impacto.

El ruido de impacto es causado por el choque de un objeto contra un cerramiento, que hace vibrar los elementos estructurales. Estas vibraciones se transmiten a través de los cerramientos pudiendo recorrer grandes distancias hasta su atenuación. Las características y el nivel de un ruido de impacto dependerán de varios factores. Los más importantes son los siguientes:

- Las características de la fuente de ruido (ej: el tipo de objeto que golpea el suelo).
- La estructura del suelo.
- El revestimiento o material de acabado del suelo.

Un revestimiento blando, como una moqueta, favorecerá la atenuación de la intensidad del impacto. Por el contrario, un revestimiento rígido, como la cerámica, favorecerá la transmisión de las vibraciones, principalmente en la zona de alta frecuencia. El objetivo, en el aislamiento a ruido de impacto, es cortar el camino de transmisión de las vibraciones mediante la interposición de materiales de diferente naturaleza. Esto se puede conseguir bien utilizando revestimientos blandos (moqueta) o bien utilizando una estructura de 'suelo flotante', que consiste en una capa de material elástico situado entre la solera de hormigón y el forjado. Al contrario que en el caso del ruido aéreo, la masa de los elementos estructurales no influye de forma significativa. Un forjado con mayor masa por unidad de superficie no será más eficiente para la atenuación del ruido de impacto. Por último, otro de los mecanismos utilizados para reducir la transmisión de vibraciones es la construcción de un 'techo flotante', que se encuentra desligado de la estructura.

#### 2.3.2.1 Términos para la evaluación del aislamiento acústico a ruido de impacto.

En el caso del aislamiento a ruido de impacto, no se evalúa la diferencia de niveles entre dos recintos, sino que se mide únicamente el nivel del ruido recibido. Cuanto menor sea el valor de este nivel, indicará un mayor índice de aislamiento. Para cuantificar el aislamiento de un elemento constructivo al ruido de impacto, existen varios términos:

##### Nivel normalizado del ruido de impactos de un elemento constructivo horizontal (L):

Es el nivel de presión acústica medio en el recinto receptor referido a una superficie de absorción de 10 m<sup>2</sup>, con el elemento constructivo horizontal montado como elemento separador respecto al recinto superior. Tal elemento es excitado por la máquina de impactos normalizada según se describe en la Norma UNE EN ISO140-6, en condiciones de laboratorio (carencia de transmisiones indirectas). Su valor es dependiente de la frecuencia. Se calcula mediante la siguiente expresión:

$$L_n = L + 10 \log \frac{A}{10} \quad (\text{dB})$$

donde:

L es el nivel medio de presión en el recinto, en dB, producido por una máquina de impactos normalizada según la norma UNE EN ISO 140. A es el área de absorción equivalente del recinto receptor, en m<sup>2</sup>.

**Nivel global de ruido de impactos de un elemento constructivo horizontal (L<sub>n,w</sub>):**

Es el valor a 500 Hz de la curva de referencia ajustada a los valores experimentales L<sub>n</sub> según el método especificado en la norma UNE-EN ISO 717-2. Si los niveles experimentales están dados para bandas de octava, hay que reducir en 5 dB el valor a 500 Hz.

**Mejora global del aislamiento acústico a ruido de impactos de un suelo flotante, de un revestimiento de suelos o de un techo suspendido (ΔL<sub>w</sub>):**

Es la diferencia, expresada en dB, entre el nivel normalizado del ruido de impactos del forjado de referencia normalizado (78 dB) y el calculado para ese suelo de referencia con el suelo flotante, el revestimiento de mejora o el techo suspendido.

**Nivel normalizado del ruido de impactos en edificios (L'<sub>n</sub>):**

Es el nivel de presión acústica medio en el recinto receptor referido a una superficie de absorción de 10 m<sup>2</sup>, cuando el divisorio separador respecto al recinto superior es excitado por una máquina de impactos normalizada según se describe en la Norma UNE EN ISO 140-6. Su valor es dependiente de la frecuencia. Se calcula mediante la siguiente expresión:

$$L'_n = L + 10 \log \frac{A}{10} \quad (\text{dB})$$

donde:

L es el nivel medio de presión en el recinto, en dB, producido por una máquina de impactos normalizada según la norma UNE EN ISO 140. A es el área de absorción equivalente del recinto receptor, en m<sup>2</sup>.

**Nivel global de ruido de impactos en edificios (L'):**

Es el valor a 500 Hz de la curva de referencia ajustada a los valores experimentales L'<sub>n</sub> según el método especificado en la norma UNE-EN ISO 717-2. Si los niveles experimentales están dados para bandas de octava, hay que reducir en 5 dB el valor a 500 Hz. A continuación se presenta una tabla resumen de los índices anteriores, indicando sus principales características:

ÍNDICE	TIPO DE RUIDO	LOCALIZACIÓN	VALOR	UNIDAD
L <sub>n</sub>	Impacto	Laboratorio	Por frecuencias	dB
L <sub>n,w</sub>	Impacto	Laboratorio	Global	dB
L' <sub>n</sub>	Impacto	In situ	Por frecuencias	dB
L' <sub>w</sub>	Impacto	In situ	Global	dB
ΔL <sub>w</sub>	Impacto	Laboratorio	Global	dB

### 2.3.3 Aislamiento de vibraciones.

El ruido de vibraciones procede habitualmente de las máquinas. Este tipo de ruidos es una combinación de ruido aéreo y estructural, por lo que su tratamiento es complicado.

Cuando una máquina vibra, se transmite parte de la energía al aire (transformándose en ruido aéreo) y el resto a la estructura sobre la que descansa. Para disminuir la propagación de vibraciones se pueden adoptar varias soluciones:

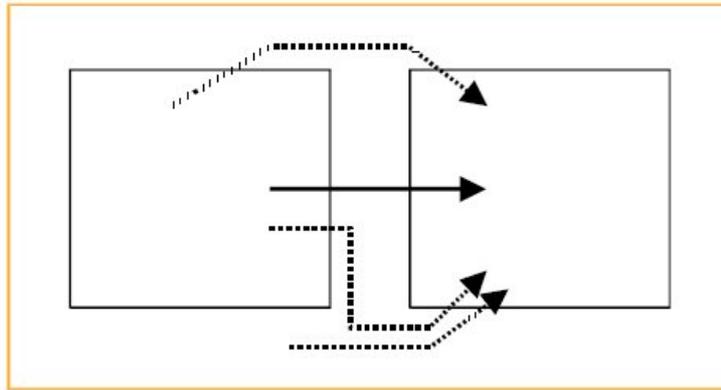
- Utilizar amortiguadores de diferentes materiales (caucho, acero, etc...) como elementos de soporte de la maquinaria. De esta forma se evita el contacto rígido de la máquina con la estructura y por tanto la transmisión de vibraciones. La elección del amortiguador depende principalmente de la frecuencia de vibración de la máquina y del peso que debe soportar. Se deben seleccionar amortiguadores cuya frecuencia natural sea de dos a cuatro veces menor que la frecuencia de vibración de la máquina.
- Utilizar un bloque de inercia, que consiste en una losa de hormigón sobre la que descansa la máquina. Esta estructura se monta a su vez sobre unos amortiguadores.

Esta solución no tiene un efecto importante sobre el aislamiento, pero es necesaria para equilibrar maquinaria que se encuentra sometida a grandes fuerzas comparadas con su peso. Al incrementar la masa del conjunto, se reduce el movimiento de la máquina disminuyendo la transmisión de vibraciones a los conductos o tuberías conectados a la máquina.

- Utilizar un suelo flotante, que consiste en interponer un material elástico entre dos materiales rígidos. Con esta solución se reduce el ruido aéreo que se pudiera transmitir a un recinto situado debajo de la máquina, pero la eficiencia en el aislamiento a vibraciones es menor respecto al uso de amortiguadores. La solución adecuada que se debe tomar en cada caso depende de diferentes factores, como el peso de la máquina, la frecuencia de las vibraciones, las características del suelo, etc...

### 2.3.4 Transmisiones indirectas.

Cuando dos recintos están separados por un cerramiento (ej: una medianera) el sonido no se propaga únicamente a través de este elemento. Las transmisiones indirectas corresponden al resto de caminos por los que el sonido se propaga desde un recinto al contiguo. El aislamiento entre dos recintos dependerá de las características del elemento separador, de los elementos contiguos (suelo, paredes laterales, techo, etc) y del tipo de unión entre ellos. Por este motivo, los valores de aislamiento medidos en laboratorio en una cámara de transmisión, en donde las transmisiones indirectas son minimizadas, difícilmente pueden ser igualados en una situación real. En una estructura bien realizada, el valor de las transmisiones indirectas es inferior a la transmisión por el camino directo. De lo contrario, el aislamiento global disminuirá de forma notable y un incremento en el aislamiento del elemento de separación no contribuirá a un aumento del aislamiento global. En definitiva, el aislamiento siempre estará limitado por el elemento menos eficiente. En la siguiente figura se ilustran varios de los posibles caminos de transmisión del ruido entre dos recintos. La línea continua corresponde a la vía directa de transmisión, mientras que las líneas discontinuas corresponden a los caminos indirectos de transmisión.



**Figura 4: Transmisiones indirectas.**

### 2.3.5 Debilitamiento del aislamiento por aberturas.

Se ha visto como las transmisiones indirectas pueden disminuir la efectividad de una solución constructiva. Otro factor de gran importancia es el debilitamiento que se produce en el aislamiento debido a pequeñas fisuras o rendijas que pueden permanecer después de la instalación de las conducciones, enchufes, etc... Para concienciarse de la importancia de la estanqueidad en el aislamiento acústico veremos el siguiente ejemplo: Supongamos una puerta de 1.2m<sup>2</sup> (2m de alto x 0,6m de ancho) de superficie que tiene un índice de aislamiento (R) de 32 dB. Este valor de aislamiento tiene asociado un coeficiente de transmisión,  $\tau = 6,3 \times 10^{-4}$

Este coeficiente indica la cantidad de energía que pasa a través del elemento constructivo, cuanto menor sea su valor mayor será el aislamiento. Al instalar la puerta queda una holgura en la parte inferior de tan solo 3 mm, valor que a priori se podría pensar que es insignificante. A consecuencia de la abertura, el coeficiente aumentará según la siguiente expresión:

$$\tau = \frac{\tau_A \cdot S_A + \tau_E \cdot S_E}{S_T}$$

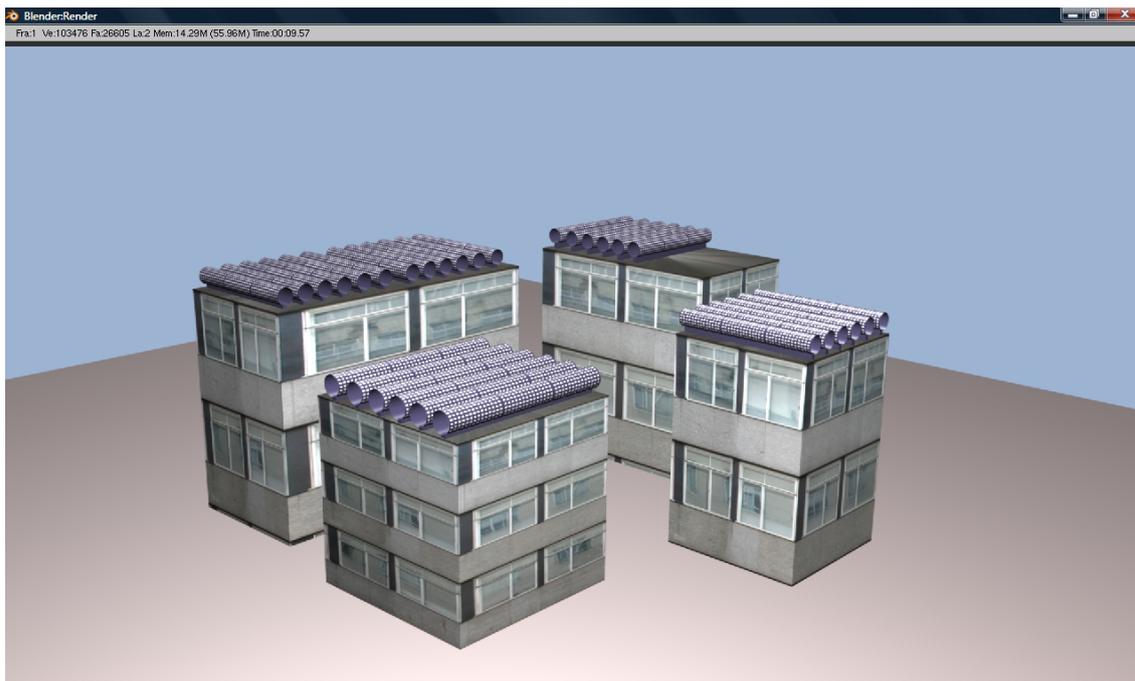
Donde  $\tau_A$  es el coeficiente de transmisión de la abertura ( $\tau = 1$ ),  $S_A$  el área de la abertura ( $S_A = 1,8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ),  $\tau_E$  el coeficiente de transmisión del elemento ( $\tau_E = 6,3 \times 10^{-4}$ ),  $S_E$  el área del elemento ( $S_E = 1,2 \text{ m}^2$ ), y  $S$  el área de la abertura más la del elemento. Realizando los cálculos oportunos obtenemos que el nuevo índice de aislamiento es de 27 dB.

Una rendija de tan solo 3 mm produce un descenso de en el aislamiento del elemento constructivo. 5 dB

Por este motivo, se debe asegurar la estanqueidad de la solución constructiva sellando todas las fisuras (por pequeñas que sean) una vez realizadas las instalaciones.

Como una de los posibles lugares de aplicación del aparato generador de corriente pueden ser tanto fábricas, grandes almacenes, naves industriales, estructuras debidamente habilitadas para dicho fin, incluso podría colocarse en los tejados de los edificios para proporcionar a su vez a estos energía. La gran ventaja es que no se requiere de un tendido eléctrico el cual transporta la energía a los diferentes lugares. De la misma forma que trabajan las estaciones solares en las montañas, donde la accesibilidad es muy escasa, se necesitan fuentes de energía que sean independientes del tendido eléctrico; por lo tanto un buen sitio para instalar el dispositivo podría ser en estaciones, cabañas o casetas situadas en las montañas, en lugares estratégicamente situados donde se permita la circulación de corriente de aire que produzcan el sonido. Incluso podría instalarse sobre señalizaciones de tráfico o alumbrado a pie de carretera en sitios alejados, con el propósito de ser unidades independientes. Otra de las ventajas de estas colocaciones estratégicas es que al estar alejadas de centros urbanos, reducen por no decir que eliminan cualquier molestia sonora sobre las personas. De todas formas habría que calcular la frecuencia, la intensidad, el volumen, la potencia del sonido, etc. Para compararlos con los estudios realizados sobre personas sometidas a distintos sonidos de diferentes frecuencias, volúmenes, etc y verificar que los valores con los que trabajamos no son nocivos, molestos ni peligrosos para las personas. Por otra parte esta el tema de las normativas, los documentos básicos, códigos técnicos sobre la contaminación sonora, por ello he querido introducir en este apartado un documento básico sobre el código técnico de la edificación sobre ruidos. Con el propósito de poder diseñar estructuras o tener en cuenta los valores que dice la norma que no se han de sobrepasar. Este documento básico nos dice como hemos de construir un edificio para que sea acústicamente habitable por ejemplo, o que cumpla las normativas vigentes. Para la misma idea se puede emplear para construir un recinto en el cual podamos colocar dentro de el, nuestro aparato y que dicho recinto sirva de capa protectora contra el ruido que produce el dispositivo frente a los elementos exteriores que alrededor de dicha “capa protectora” se construyan. Y no solamente es el ruido, sino que también nos proporciona información sobre los pasos que hemos de seguir a la hora de diseñar para amortiguar las vibraciones de las instalaciones, no es solamente el ruido lo que puede perjudicar a la gente; también los traqueteos. Dicho código técnico nos dice también como han de ser los materiales a utilizar para los diferentes tipos de estructuras dependiendo de para que van a ser habilitadas por ejemplo y no permite incluso utilizar métodos simplificados de diseño o métodos más completos y específicos, con formulas y parámetros que hay que medir de propio para un correcto estudio individual del edificio que vayamos a construir

A continuación paso a mostrar el concepto de la idea de la colocación del dispositivos sobre recintos habitables, y por lo cual veo importante añadir el siguiente documento al proyecto.



# Documento Básico sobre el código técnico de la edificación sobre ruidos

## 1 Caracterización y cuantificación de las exigencias

1 Para satisfacer las exigencias básicas contempladas en el artículo 14 de este Código deben cumplirse las condiciones que se indican a continuación, teniendo en cuenta que estas condiciones se aplicarán a los elementos constructivos totalmente acabados, es decir, albergando las instalaciones del edificio o incluyendo cualquier actuación que pueda modificar las características acústicas de dichos elementos.

2 Con el cumplimiento de las exigencias anteriores se entenderá que el edificio es conforme con las exigencias acústicas derivadas de la aplicación de los objetivos de calidad acústica al espacio interior de las edificaciones incluidas en la Ley 37/2003, de 17 de noviembre, del Ruido y sus desarrollos reglamentarios.

### 2.1 Valores límite de aislamiento

#### 2.1.1 Aislamiento acústico a ruido aéreo

Los elementos constructivos interiores de separación, así como las fachadas, las cubiertas, las medianerías y los suelos en contacto con el aire exterior que conforman cada recinto de un edificio deben tener, en conjunción con los elementos constructivos adyacentes, unas características tales que se cumpla:

- a) En los recintos protegidos:
  - i) Protección frente al ruido generado en recintos pertenecientes a la misma unidad de uso en edificios de uso residencial privado:
    - El índice global de reducción acústica, ponderado A, RA, de la tabiquería no será menor que 33 dBA.
  - ii) Protección frente al ruido generado en recintos no pertenecientes a la misma unidad de uso:

– El aislamiento acústico a ruido aéreo,  $D_{nT,A}$ , entre un recinto protegido y cualquier otro recinto habitable o protegido del edificio no perteneciente a la misma unidad de uso y que no sea recinto de instalaciones o de actividad, colindante vertical u horizontalmente con él, no será menor que 50 dBA, siempre que no compartan puertas o ventanas.

Cuando sí las compartan, el índice global de reducción acústica, ponderado A, RA, de éstas no será menor que 30 dBA y el índice global de reducción acústica, ponderado A, RA, del cerramiento no será menor que 50 dBA.

iii) Protección frente al ruido generado en recintos de instalaciones y en recintos de actividad:

– El aislamiento acústico a ruido aéreo,  $D_{nT,A}$ , entre un recinto protegido y un recinto de instalaciones o un recinto de actividad, colindante vertical u horizontalmente con él, no será menor que 55 dBA.

iv) Protección frente al ruido procedente del exterior:

– El aislamiento acústico a ruido aéreo,  $D_{2m,nT,Atr}$ , entre un recinto protegido y el exterior no será menor que los valores indicados en la tabla 2.1, en función del uso del edificio y de los valores del índice de ruido día,  $L_d$ , definido en el Anexo I del Real Decreto 1513/2005, de 16 de diciembre, de la zona donde se ubica el edificio.

– El valor del índice de ruido día,  $L_d$ , puede obtenerse en las administraciones competentes o mediante consulta de los mapas estratégicos de ruido. En el caso de que un recinto pueda estar expuesto a varios valores de  $L_d$ , como por ejemplo un recinto en esquina, se adoptará el mayor valor.

– Cuando no se disponga de datos oficiales del valor del índice de ruido día,  $L_d$ , se aplicará el valor de 60 dBA para el tipo de área acústica relativo a sectores de territorio con predominio de suelo de uso residencial. Para el resto de áreas acústicas, se aplicará lo dispuesto en las normas reglamentarias de desarrollo de la Ley 37/2003, de 17 de noviembre, del Ruido en lo referente a zonificación acústica, objetivos de calidad y emisiones acústicas.

– Cuando se prevea que algunas fachadas, tales como fachadas de patios de manzana cerrados o patios interiores, así como fachadas exteriores en zonas o entornos tranquilos, no van a estar expuestas directamente al ruido de automóviles, aeronaves, de actividades industriales, comerciales o deportivas, se considerará un índice de ruido día,  $L_d$ , 10 dBA menor que el índice de ruido día de la zona.

– Cuando en la zona donde se ubique el edificio el ruido exterior dominante sea el de aeronaves según se establezca en los mapas de ruido correspondientes, el valor de aislamiento acústico a ruido aéreo,  $D_{2m,nT,Atr}$ , obtenido en la tabla 2.1 se incrementará en 4 dBA.

**Tabla 2.1 Valores de aislamiento acústico a ruido aéreo,  $D_{2m,nT,Atr}$ , en dBA, entre un recinto protegido y el exterior, en función del índice de ruido día,  $L_d$ .**

$L_d$ dBA	Uso del edificio			
	Residencial y hospitalario		Cultural, sanitario <sup>(1)</sup> , docente y administrativo	
	Dormitorios	Estancias	Estancias	Aulas
$L_d \leq 60$	30	30	30	30
$60 < L_d \leq 65$	32	30	32	30
$65 < L_d \leq 70$	37	32	37	32
$70 < L_d \leq 75$	42	37	42	37
$L_d > 75$	47	42	47	42

<sup>(1)</sup> En edificios de uso no hospitalario, es decir, edificios de asistencia sanitaria de carácter ambulatorio, como despachos médicos, consultas, áreas destinadas al diagnóstico y tratamiento, etc.

b) En los recintos habitables:

i) Protección frente al ruido generado en recintos pertenecientes a la misma unidad de uso, en edificios de uso residencial privado:

– El índice global de reducción acústica, ponderado A, RA, de la tabiquería no será menor que 33 dBA.

ii) Protección frente al ruido generado en recintos no pertenecientes a la misma unidad de uso:

– El aislamiento acústico a ruido aéreo,  $D_{nT,A}$ , entre un recinto habitable y cualquier otro recinto habitable o protegido del edificio no perteneciente a la misma unidad de uso y que no sea recinto de instalaciones o de actividad, colindante vertical u horizontalmente con él, no será menor que 45 dBA, siempre que no compartan puertas o ventanas.

Cuando sí las compartan y sean edificios de uso residencial (público o privado) u hospitalario, el índice global de reducción acústica, ponderado A, RA, de éstas no será menor que 20 dBA y el índice global de reducción acústica, ponderado A, RA, del cerramiento no será menor que 50 dBA.

iii) Protección frente al ruido generado en recintos de instalaciones y en recintos de actividad:

– El aislamiento acústico a ruido aéreo,  $D_{nT,A}$ , entre un recinto habitable y un recinto de instalaciones, o un recinto de actividad, colindantes vertical u horizontalmente con él, siempre que no compartan puertas, no será menor que 45 dBA. Cuando sí las compartan, el índice global de reducción acústica, ponderado A, RA, de éstas, no será menor que 30 dBA y el índice global de reducción acústica, ponderado A, RA, del cerramiento no será menor que 50 dBA.

c) En los recintos habitables y recintos protegidos colindantes con otros edificios:

El aislamiento acústico a ruido aéreo ( $D_{2m,nT,Atr}$ ) de cada uno de los cerramientos de una medianería entre dos edificios no será menor que 40 dBA o alternativamente el aislamiento acústico a ruido aéreo ( $D_{nT,A}$ ) correspondiente al conjunto de los dos cerramientos no será menor que 50 dBA.

### 2.1.2 Aislamiento acústico a ruido de impactos

Los elementos constructivos de separación horizontales deben tener, en conjunción con los elementos constructivos adyacentes, unas características tales que se cumpla:

- a) En los recintos protegidos:
- i) Protección frente al ruido procedente generado en recintos no pertenecientes a la misma unidad de uso:  
El nivel global de presión de ruido de impactos,  $L_{nT,w}$ , en un recinto protegido colindante vertical, horizontalmente o que tenga una arista horizontal común con cualquier otro recinto habitable o protegido del edificio, no perteneciente a la misma unidad de uso y que no sea recinto de instalaciones o de actividad, no será mayor que 65 dB. Esta exigencia no es de aplicación en el caso de recintos protegidos colindantes horizontalmente con una escalera..
  - ii) Protección frente al ruido generado en recintos de instalaciones o en recintos de actividad:  
El nivel global de presión de ruido de impactos,  $L_{nT,w}$ , en un recinto protegido colindante vertical, horizontalmente o que tenga una arista horizontal común con un recinto de actividad o con un recinto de instalaciones no será mayor que 60 dB.
- b) En los recintos habitables:
- i) Protección frente al ruido generado de recintos de instalaciones o en recintos de actividad:  
El nivel global de presión de ruido de impactos,  $L_{nT,w}$ , en un recinto habitable colindante vertical, horizontalmente o que tenga una arista horizontal común con un recinto de actividad o con un recinto de instalaciones no será mayor que 60 dB.

## 2.2 Valores límite de tiempo de reverberación

1 En conjunto los elementos constructivos, acabados superficiales y revestimientos que delimitan un aula o una sala de conferencias, un comedor y un restaurante, tendrán la absorción acústica suficiente de tal manera que:

- a) El tiempo de reverberación en aulas y salas de conferencias vacías (sin ocupación y sin mobiliario), cuyo volumen sea menor que  $350 \text{ m}^3$ , no será mayor que 0,7 s.
- b) El tiempo de reverberación en aulas y en salas de conferencias vacías, pero incluyendo el total de las butacas, cuyo volumen sea menor que  $350 \text{ m}^3$ , no será mayor que 0,5 s.
- c) El tiempo de reverberación en restaurantes y comedores vacíos no será mayor que 0,9 s.

2 Para limitar el ruido reverberante en las zonas comunes los elementos constructivos, los acabados superficiales y los revestimientos que delimitan una zona común de un edificio de uso residencial público, docente y hospitalario colindante con recintos protegidos con los que comparten puertas, tendrán la absorción acústica suficiente de tal manera que el área de absorción acústica equivalente,  $A$ , sea al menos  $0,2 \text{ m}^2$  por cada metro cúbico del volumen del recinto.

## 2.3 Ruido y vibraciones de las instalaciones

1 Se limitarán los niveles de ruido y de vibraciones que las instalaciones puedan transmitir a los recintos protegidos y habitables del edificio a través de las sujeciones o puntos de contacto de aquellas con los elementos constructivos, de tal forma que no se aumenten perceptiblemente los niveles debidos a las restantes fuentes de ruido del edificio.

2 El nivel de potencia acústica máximo de los equipos generadores de ruido estacionario (como los quemadores, las calderas, las bombas de impulsión, la maquinaria de los ascensores, los compresores, grupos electrógenos, extractores, etc) situados en recintos

de instalaciones, así como las rejillas y difusores terminales de instalaciones de aire acondicionado, será tal que se cumplan los niveles de inmisión en los recintos colindantes, expresados en el desarrollo reglamentario de la Ley 37/2003 del Ruido. 3 El nivel de potencia acústica máximo de los equipos situados en cubiertas y zonas exteriores anejas, será tal que en el entorno del equipo y en los recintos habitables y protegidos no se superen los objetivos de calidad acústica correspondientes.

### 3 Diseño y dimensionado

#### 3.1 Aislamiento acústico a ruido aéreo y a ruido de impactos

##### 3.1.1 Datos previos y procedimiento

1 Para el diseño y dimensionado de los elementos constructivos, puede elegirse una de las dos opciones, simplificada o general, que figuran en los apartados 3.1.2 y 3.1.3 respectivamente.

2 En ambos casos, para la definición de los elementos constructivos que proporcionan el aislamiento acústico a ruido aéreo, deben conocerse sus valores de masa por unidad de superficie,  $m$ , y de índice global de reducción acústica, ponderado  $A$ ,  $RA$ , y, para el caso de ruido de impactos, además de los anteriores, el nivel global de presión de ruido de impactos normalizado,  $L_{n,w}$ . Los valores de  $RA$  y de  $L_{n,w}$  pueden obtenerse mediante mediciones en laboratorio según los procedimientos indicados en la normativa correspondiente contenida en el Anejo C, del Catálogo de Elementos Constructivos u otros Documentos Reconocidos o mediante otros métodos de cálculo sancionados por la práctica.

3 También debe conocerse el valor del índice de ruido día,  $L_d$ , de la zona donde se ubique el edificio, como se establece en el apartado 2.1.1.

##### 3.1.2 Opción simplificada: Soluciones de aislamiento acústico

1 La opción simplificada proporciona soluciones de aislamiento que dan conformidad a las exigencias de aislamiento a ruido aéreo y a ruido de impactos.

2 Una solución de aislamiento es el conjunto de todos los elementos constructivos que conforman un recinto (tales como elementos de separación vertical y horizontal, tabiquería, medianerías, fachadas y cubiertas) y que influyen en la transmisión del ruido y de las vibraciones entre recintos adyacentes o entre el exterior y un recinto.

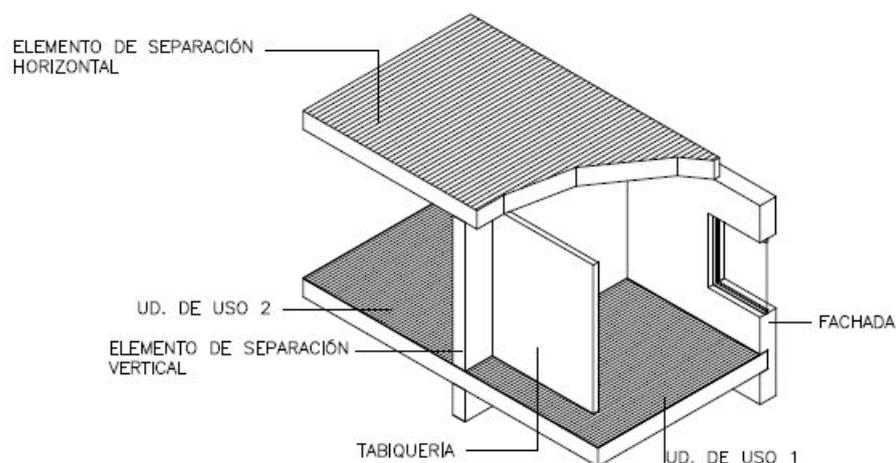


Figura 3.1. Elementos que componen dos recintos y que influyen en la transmisión de ruido entre ambos

3 Para cada uno de dichos elementos constructivos se establecen en tablas los valores mínimos de los parámetros acústicos que los definen, para que junto con el resto de

condiciones establecidas en este DB, particularmente en el punto 3.1.4, se satisfagan los valores límite de aislamientos establecidos en el apartado 2.1.

### **3.1.2.1 Condiciones de aplicación**

- 1 La opción simplificada es válida para edificios de cualquier uso. En el caso de vivienda unifamiliar adosada, puede aplicarse el Anejo I.
- 2 La opción simplificada es válida para edificios con una estructura horizontal resistente formada por forjados de hormigón macizos o aligerados, o forjados mixtos de hormigón y chapa de acero.

### **3.1.2.2 Procedimiento de aplicación**

Para el diseño y dimensionado de los elementos constructivos, deben elegirse:

- a) la tabiquería;
- b) los elementos de separación horizontales y los verticales:
  - i) entre unidades de uso diferentes o entre una unidad de uso y cualquier otro recinto del edificio que no sea de instalaciones o de actividad;
  - ii) entre un recinto protegido o un recinto habitable y un recinto de actividad o un recinto de instalaciones;
- c) las medianerías
- d) las fachadas, las cubiertas y los suelos en contacto con el aire exterior.

### **3.1.2.3 Elementos de separación**

#### **3.1.2.3.1 Definición y composición de los elementos de separación**

1 Los elementos de separación verticales son aquellas particiones verticales que separan una unidad de uso de cualquier recinto del edificio o que separan recintos protegidos o habitables de recintos de instalaciones o de actividad. En esta opción se contemplan los siguientes tipos:

- a) tipo 1: Elementos compuestos por un elemento base de una o dos hojas de fábrica, hormigón o paneles prefabricados pesados ( $E_b$ ), sin trasdosado o con un trasdosado por ambos lados ( $T_r$ );
- b) tipo 2: Elementos de dos hojas de fábrica o paneles prefabricados pesados ( $E_b$ ), con bandas elásticas en su perímetro dispuestas en los encuentros de, al menos, una de las hojas con forjados, suelos, techos, pilares y fachadas;
- c) tipo 3: Elementos de dos hojas de entramado autoportante ( $E_c$ ).

En todos los elementos de dos hojas, la cámara debe ir rellena con un material absorbente acústico o amortiguador de vibraciones.

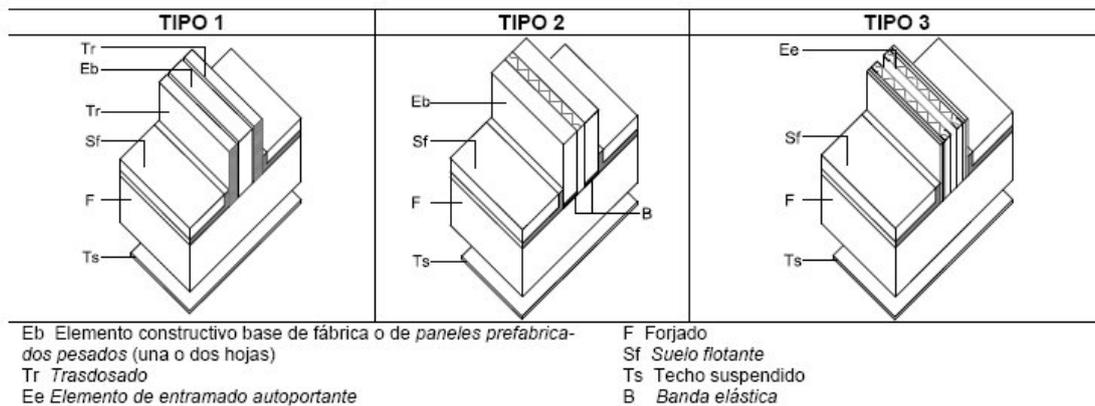


Figura 3.2. Composición de los elementos de separación entre recintos

2 Los elementos de separación horizontales son aquellos que separan una unidad de uso, de cualquier otro recinto del edificio o que separan un recinto protegido o un recinto habitable de un recinto de instalaciones o de un recinto de actividad. Los elementos de separación horizontales están formados por el forjado (F), el suelo flotante (S<sub>f</sub>) y, en algunos casos, el techo suspendido (T<sub>s</sub>). (Véase figura 3.2).

3 La tabiquería está formada por el conjunto de particiones interiores de una unidad de uso. En esta opción se contemplan los tipos siguientes (Véase figura 3.3):

- tabiquería de fábrica o de paneles prefabricados pesados con apoyo directo en el forjado, sin interposición de bandas elásticas;
- tabiquería de fábrica o de paneles prefabricados pesados con bandas elásticas dispuestas al menos en los encuentros inferiores con los forjados, o apoyada sobre el suelo flotante;
- tabiquería de entramado autoportante.

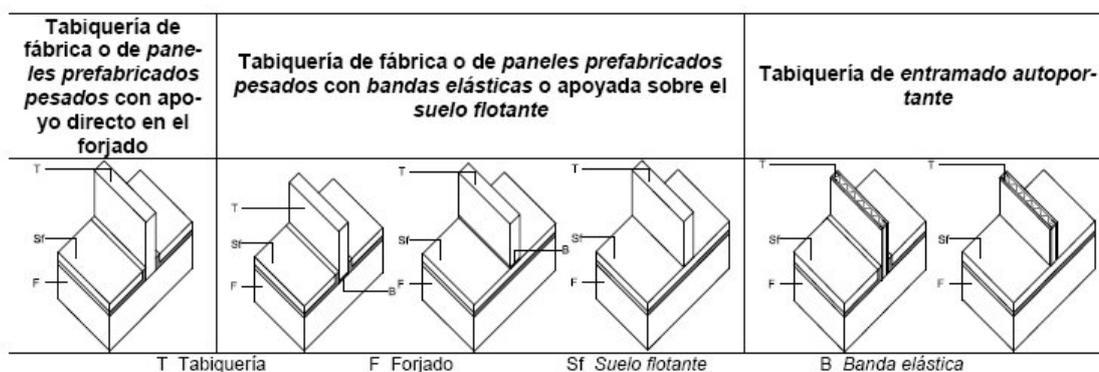


Figura 3.3. Tipo de tabiquería

### 3.1.2.3.2 Parámetros acústicos de los elementos constructivos

Los parámetros que definen cada elemento constructivo son los siguientes:

- Para el elemento de separación vertical, la tabiquería y la fachada:
  - m, masa por unidad de superficie del elemento base, en kg/m<sup>2</sup>;
  - R<sub>A</sub>, índice global de reducción acústica, ponderado A, del elemento base, en dBA;
  - Δ R<sub>A</sub>, mejora del índice global de reducción acústica, ponderado A, en dBA, debida al trasdosado.
- Para el elemento de separación horizontal:

- i)  $m$ , masa por unidad de superficie del forjado, en  $\text{kg/m}^2$ , que corresponde al valor de masa por unidad de superficie de la sección tipo del forjado, excluyendo ábacos, vigas y macizados;
- ii)  $R_A$ , índice global de reducción acústica, ponderado A, del forjado, en dBA;
- iii)  $\Delta L_w$ , reducción del nivel global de presión de ruido de impactos, en dB, debida al suelo flotante;
- iv)  $\Delta R_A$ , mejora del índice global de reducción acústica, ponderado A, en dBA, debida al suelo flotante o al techo suspendido.

### 3.1.2.3.3 Condiciones mínimas de la tabiquería

En la tabla 3.1 se expresan los valores mínimos de la masa por unidad de superficie,  $m$ , y del índice global de reducción acústica, ponderado A,  $R_A$ , que deben tener los diferentes tipos de tabiquería.

Tabla 3.1. Parámetros de la tabiquería

Tipo	$m$ $\text{kg/m}^2$	$R_A$ dBA
Fábrica o paneles prefabricados pesados con apoyo directo	70	35
Fábrica o paneles prefabricados pesados con bandas elásticas	65	33
Entramado autoportante	25	43

### 3.1.2.3.4 Condiciones mínimas de los elementos de separación verticales

1 En la tabla 3.2 se expresan los valores mínimos que debe cumplir cada uno de los parámetros acústicos que definen los elementos de separación verticales..

2 En el caso de elementos de separación verticales de tipo 1, el trasdosado debe aplicarse por ambas caras del elemento constructivo base. Si no fuera posible trasdosar por ambas caras y la transmisión de ruido se produjera principalmente a través del elemento de separación vertical, podrá trasdosarse el elemento constructivo base solamente por una cara, incrementándose en 4 dBA la mejora  $\Delta R_A$  del trasdosado

3 En el caso de que una unidad de uso no tuviera tabiquería interior, como por ejemplo un aula, puede elegirse cualquier elemento de separación vertical. De acuerdo con lo establecido en el apartado 2.1.1, las puertas que comunican un recinto protegido de una unidad de uso con cualquier otro del edificio que no sea recinto de instalaciones o de actividad, deben tener un índice global de reducción acústica, ponderado A,  $R_A$ , no menor que 30 dBA y si comunican un recinto habitable de una unidad de uso en un edificio de uso residencial (público o privado) u hospitalario con cualquier otro del edificio que no sea recinto de instalaciones o de actividad, su índice global de reducción acústica, ponderado A,  $R_A$  no será menor que 20 dBA. Si las puertas comunican un recinto habitable con un recinto de instalaciones o de actividad, su índice global de reducción acústica, ponderado A,  $R_A$ , no será menor que 30 dBA.

5 Con carácter general, los elementos de son aplicables junto con forjados de masa por unidad de superficie,  $m$ , de al menos  $300\text{kg/m}^2$ . No obstante, pueden utilizarse con forjados de menor masa siempre que se cumplan las condiciones recogidas en las notas indicadas a pie de tabla para las diferentes soluciones.

6 En el caso de que un elemento de separación vertical acometa a un muro cortina, podrá utilizarse asimilando la fachada a alguna de las contempladas en la tabla, en función del tipo específico de unión entre el muro cortina y el elemento de separación vertical.

Tabla 3.2. Parámetros acústicos de los componentes de los elementos de separación verticales

Elementos de separación verticales				
Tipo	Elemento base <sup>(1)(2)</sup> (Eb - Ee)		Trasdosado <sup>(3)</sup> (Tr) (en función de la tabiquería)	
	m kg/m <sup>2</sup>	R <sub>A</sub> dBA	Tabiquería de fábrica o paneles prefabricados pe- sados <sup>(4)</sup> $\Delta R_A$ dBA	Tabiquería de entramado autoportante $\Delta R_A$ dBA
TIPO 1 Una hoja o dos hojas de fábrica con Trasdosado	67	33		16 <sup>(8)(11)</sup>
	120	38		14 <sup>(8)(11)</sup>
	150 <sup>(7)</sup>	41 <sup>(7)</sup>	16 <sup>(8)</sup>	13 <sup>(11)</sup>
	180	45	13	9 <sup>(11)</sup> (12) <sup>(11)</sup>
	200	46	11 <sup>(11)</sup>	10 <sup>(13)</sup> (10) <sup>(11)</sup>
	250	51	6 <sup>(13)</sup>	4 <sup>(13)</sup> (8) <sup>(13)</sup>
	300	52	3 <sup>(13)</sup> 8 (9)	3 <sup>(13)</sup> (8) <sup>(13)</sup>
	300 <sup>(7)</sup>	55 <sup>(7)</sup>	-	-
	350	55	5 <sup>(13)</sup> (8) <sup>(11)</sup>	0 <sup>(13)</sup> (6) <sup>(13)</sup>
	400	57	0 <sup>(13)</sup> 2 <sup>(13)</sup> (6) <sup>(13)</sup>	0 <sup>(13)</sup> (6) <sup>(13)</sup>
TIPO 2 Dos hojas de fábrica con bandas elásticas perimétricas	130 <sup>(6)</sup>	54 <sup>(5)</sup>	-	-
	170 <sup>(6)</sup>	54 <sup>(5)</sup>	-	-
	(200) <sup>(6)</sup>	(61) <sup>(6)</sup>	-	-
TIPO 3 Entramado autopor- tante	44 <sup>(12)</sup>	58 <sup>(12)</sup>		
	(52) <sup>(6)</sup>	(64) <sup>(6)</sup>		
	(60) <sup>(10)</sup>	(68) <sup>(10)</sup>		

### 3.1.2.3.5 Condiciones mínimas de los elementos de separación horizontales

- 1 En la tabla 3.3 se expresan los valores mínimos que debe cumplir cada uno de los parámetros acústicos que definen los elementos de separación horizontales.
- 2 Los forjados que delimitan superiormente una unidad de uso deben disponer de un suelo flotante y, en su caso, de un techo suspendido con los que se cumplan los valores de mejora del índice global de reducción acústica, ponderado A,  $\Delta R_A$  y de reducción del nivel global de presión de ruido de impactos,  $\Delta L_w$  especificados en la tabla 3.3.
- 3 Los forjados que delimitan inferiormente una unidad de uso y la separan de cualquier otro recinto del edificio deben disponer de una combinación de suelo flotante y techo suspendido con los que se cumplan los valores de mejora del índice global de reducción acústica, ponderado A,  $\Delta R_A$ .
- 4 Además, para limitar la transmisión de ruido de impactos, en el forjado de cualquier recinto colindante horizontalmente con un recinto perteneciente a unidad de uso o con una arista horizontal común con el mismo, debe disponerse un suelo flotante cuya reducción del nivel global de presión de ruido de impactos,  $\Delta L_w$ . De la misma manera, en el forjado de cualquier recinto de instalaciones o de actividad que sea colindante horizontalmente con un recinto protegido o habitable del edificio o con una arista horizontal común con los mismos, debe disponerse de un suelo flotante cuya reducción del nivel global de presión de ruido de impactos,  $\Delta L_w$ , sea la especificada en la

5 En el caso de que una unidad de uso no tuviera tabiquería interior, como por ejemplo un aula, puede elegirse cualquier elemento de separación horizontal de la tabla 3.3.

6 Entre paréntesis figuran los valores que deben cumplir los elementos de separación horizontales entre un recinto protegido o habitable y un recinto de instalaciones o de actividad.

7 Además de lo especificado en las tablas, los techos suspendidos de los recintos de instalaciones deben instalarse con amortiguadores que eviten la transmisión de las bajas frecuencias (preferiblemente de acero). Asimismo los suelos flotantes instalados en recintos de instalaciones, pueden contar con un material aislante a ruido de impactos, con amortiguadores o con una combinación de ambos de manera que evite la transmisión de las bajas frecuencias.

#### **3.1.2.4 Condiciones mínimas de las medianerías**

1 El parámetro que define una medianería es el índice global de reducción acústica, ponderado A,  $R_A$ .

2 El valor del índice global de reducción acústica ponderado,  $R_A$ , de toda la superficie del cerramiento que constituya una medianería de un edificio, no será menor que 45 dBA.

#### **3.1.2.5 Condiciones mínimas de las fachadas, las cubiertas y los suelos en contacto con el aire exterior.**

1 En la tabla 3.4 se expresan los valores mínimos que deben cumplir los elementos que forman los huecos y la parte ciega de la fachada, la cubierta o el suelo en contacto con el aire exterior, en función de los valores límite de aislamiento acústico entre un recinto protegido y el exterior indicados en la tabla 2.1 y del porcentaje de huecos expresado como la relación entre la superficie del hueco y la superficie total de la fachada vista desde el interior de cada recinto protegido.

2 El parámetro acústico que define los componentes de una fachada, una cubierta o un suelo en contacto con el aire exterior es el índice global de reducción acústica, ponderado A, para ruido exterior dominante de automóviles o de aeronaves,  $R_{A,tr}$ , de la parte ciega y de los elementos que forman el hueco.

3 Este índice,  $R_{A,tr}$ , caracteriza al conjunto formado por la ventana, la caja de persiana y el aireador si lo hubiera.

En el caso de que el aireador no estuviera integrado en el hueco, sino que se colocara en el cerramiento, debe aplicarse la opción general.

4 En el caso de que la fachada del recinto protegido fuera en esquina o tuviera quiebros, el porcentaje de huecos se determina en función de la superficie total del perímetro de la fachada vista desde el interior del recinto.

Tabla 3.4 Parámetros acústicos de fachadas, cubiertas y suelos en contacto con el aire exterior de recintos protegidos

Nivel límite exigido (Tabla 2.1) $D_{2m,nT,Atr}$ dBA	Parte ciega 100 % $R_{A,ir}$ dBA	Parte ciega ≠ 100 % $R_{A,ir}$ dBA	Huecos					
			Porcentaje de huecos $R_{A,ir}$ de los componentes del hueco <sup>(2)</sup> dBA					
			Hasta 15 %	De 16 a 30%	De 31 a 60%	De 61 a 80%	De 81 a 100%	
$D_{2m,nT,Atr} = 30$	33	35	26	29	31	32	33	
		40	25	28	30	31		
		45	25	28	30	31		
$D_{2m,nT,Atr} = 32$	35	35	30	32	34	34	35	
		40	27	30	32	34		
		45	26	29	32	33		
$D_{2m,nT,Atr} = 34^{(1)}$	36	40	30	33	35	36	36	
		45	29	32	34	36		
		50	28	31	34	35		
$D_{2m,nT,Atr} = 36^{(1)}$	38	40	33	35	37	38	38	
		45	31	34	36	37		
		50	30	33	36	37		
$D_{2m,nT,Atr} = 37$	39	40	35	37	39	39	39	
		45	32	35	37	38		
		50	31	34	37	38		
$D_{2m,nT,Atr} = 41^{(1)}$	43	45	39	40	42	43	43	
		50	36	39	41	42		
		55	35	38	41	42		
$D_{2m,nT,Atr} = 42$	44	50	37	40	42	43	44	
		55	36	39	42	43		
		60	36	39	42	43		
$D_{2m,nT,Atr} = 46^{(1)}$	48	50	43	45	47	48	48	
		55	41	44	46	47		
		60	40	43	46	47		
$D_{2m,nT,Atr} = 47$	49	55	42	45	47	48	49	
		60	41	44	47	48		
$D_{2m,nT,Atr} = 51^{(1)}$	53	55	48	50	52	53	53	
		60	46	49	51	52		

### 3.1.3 Opción general. Método de cálculo de aislamiento acústico

1 La opción general contiene un procedimiento de cálculo basado en el modelo simplificado para la transmisión acústica estructural de la UNE EN 12354 partes 1, 2 y 3. También podrá utilizarse el modelo detallado que se especifica en esa norma.

2 La transmisión acústica desde el exterior a un recinto de un edificio o entre dos recintos de un edificio se produce siguiendo los caminos directos y los indirectos o por vía de flancos.

3 En el cálculo de ruido aéreo se usa el aislamiento acústico aparente  $R'$  (o índice de reducción acústica aparente), que se considera en su forma global  $RA'$ ; en el cálculo de ruido de impactos se usa el nivel global de presión de ruido de impactos normalizado  $L'_{n,w}$ .

#### 3.1.3.1 Procedimiento de aplicación

1 Para el correcto diseño y dimensionado de los elementos constructivos de un edificio que proporcionan el aislamiento acústico, tanto a ruido aéreo como a ruido de impactos, debe realizarse el diseño y dimensionado de sus recintos teniendo en cuenta las diferencias en forma, tamaño y de elementos constructivos entre parejas de recintos, y considerando cada uno de ellos como recinto emisor y como recinto receptor.

2 Debe procederse separadamente al cálculo del aislamiento acústico a ruido aéreo tanto de elementos de separación verticales (particiones y medianerías) y elementos de separación horizontales, como de fachadas y de cubiertas y al cálculo del aislamiento acústico a ruido de impactos de los elementos de separación horizontales entre recintos superpuestos, entre recintos adyacentes y entre recintos con una arista horizontal común

(3 A partir de los datos previos establecidos en el apartado 3.1.1, debe determinarse el aislamiento acústico a ruido aéreo ( $D_{nT,A}$ , diferencia de niveles estandarizada, ponderada A) y el nivel global de presión de ruido de impactos estandarizado,  $L'_{nT,w}$ , para un recinto, teniendo en cuenta las transmisiones acústicas directas de los elementos constructivos que lo separan de otros y también las transmisiones acústicas indirectas por todos los caminos posibles, así como las características geométricas del recinto, los elementos constructivos empleados y las formas de encuentro de los elementos constructivos entre sí.

4 Los valores finales de las magnitudes que definen las exigencias, diferencia de niveles estandarizada, ponderada A,  $D_{nT,A}$ , y nivel global de presión de ruido de impactos estandarizado,  $L'_{nT,w}$ , se expresarán redondeados a un número entero. Los valores de las especificaciones de productos y elementos constructivos podrán usarse redondeados a enteros o con un decimal y en las magnitudes de cálculos intermedios se usará una cifra decimal.

### 3.1.3.4 Método de cálculo de aislamiento acústico a ruido aéreo en fachadas, en cubiertas y en suelos en contacto con el aire exterior.

1 Cuando el ruido exterior dominante es el ferroviario o el de estaciones ferroviarias, se debe usar la magnitud de aislamiento global  $D_{2m,nT,A}$ . Cuando el ruido exterior dominante es el de automóviles o el de aeronaves, la magnitud del aislamiento global es  $D_{2m,nT,Atr}$ .

El valor de  $D_{2m,nT,Atr}$  se puede aproximar mediante  $D_{2m,nT,A} + C_{tr}$ , usando para  $C_{tr}$ , el valor del término de adaptación espectral para ruido de tráfico del índice de reducción acústica del elemento de aislamiento más débil, generalmente la ventana, que se obtendrá en los datos de los productos o en tabulaciones incluidas en el Catálogo de Elementos Constructivos u otros Documentos Reconocidos.

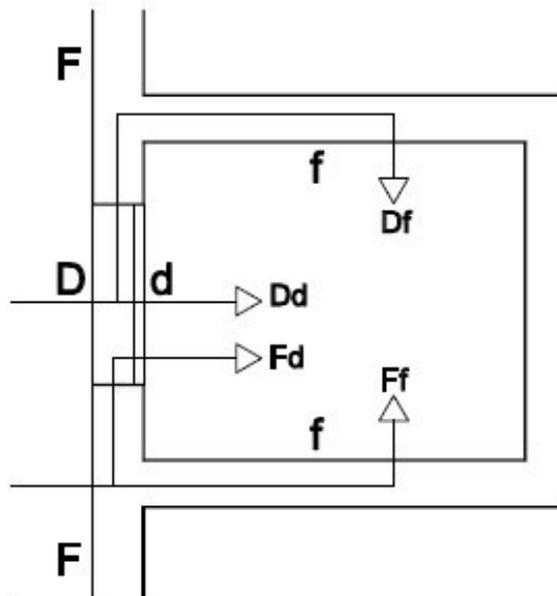


Figura 3.6 Definición de los caminos de transmisión acústica desde el exterior al recinto.

2 La diferencia de niveles estandarizada, ponderada A, de la fachada o de la cubierta, viene dada por la expresión:

$$D_{2m,nT,A} = R'_A + \Delta L_{fs} + 10 \log \frac{V}{6TS} \quad [\text{dBA}] \quad (3.17)$$

Siendo

$R'_A$  índice global de reducción acústica aparente, ponderado A, [dBA];

$\Delta L_{fs}$  mejora del aislamiento o diferencia de niveles por la forma de la fachada, [dB], que figura en el anejo F; este factor sólo es aplicable en el caso de ruido de automóviles y ruido ferroviario o de estaciones ferroviarias, y no en el caso de ruido de aeronaves;

V volumen del recinto receptor, [m<sup>3</sup>];

S área total de la fachada o de la cubierta, vista desde el interior del recinto, [m<sup>2</sup>];

T<sub>0</sub> tiempo de reverberación de referencia; su valor es T<sub>0</sub> = 0,5 s.

3 El índice global de reducción acústica aparente, ponderado A,  $R'_A$ , se obtiene considerando las transmisiones directas e indirectas de la misma manera que en el índice global de reducción acústica entre recintos interiores. (Véase figura 3.6).

4 La transmisión por flancos comprende todos los caminos indirectos, incluidos los correspondientes a elementos de fachada o de cubierta que no pertenecen al recinto.

$$R'_A = -10 \cdot \lg \left( 10^{-0,1R_{m,A}} + \sum_{F=f-1}^n 10^{-0,1R_{Ff,A}} + \sum_{f=1}^n 10^{-0,1R_{Df,A}} + \sum_{F=1}^n 10^{-0,1R_{Fd,A}} + \frac{A_0}{S} \sum_{ai=ei, Si} 10^{-0,1D_{n,ai,A}} \right) \quad [\text{dBA}] \quad (3.18)$$

Siendo

$R_{m,A}$  índice global de reducción acústica del elemento constructivo mixto (aislamiento mixto), ponderado A [dBA]. En el Anejo G se detalla el cálculo del aislamiento de estos elementos;

n número de caminos indirectos.

Para aireadores sin tratamiento acústico se considera:

$$D_{ne,A} = -10 \log \left( \frac{S_0}{10} \right) \quad [\text{dBA}] \quad (3.19)$$

Donde

S<sub>0</sub> área del aireador, [m<sup>2</sup>].

### 3.1.3.6 Método de cálculo de aislamiento acústico a ruido de impactos

1 Las situaciones con transmisiones más importantes del ruido de impactos corresponden a recintos superpuestos, recintos adyacentes y recintos con una arista horizontal común formando diedros opuestos por la arista.

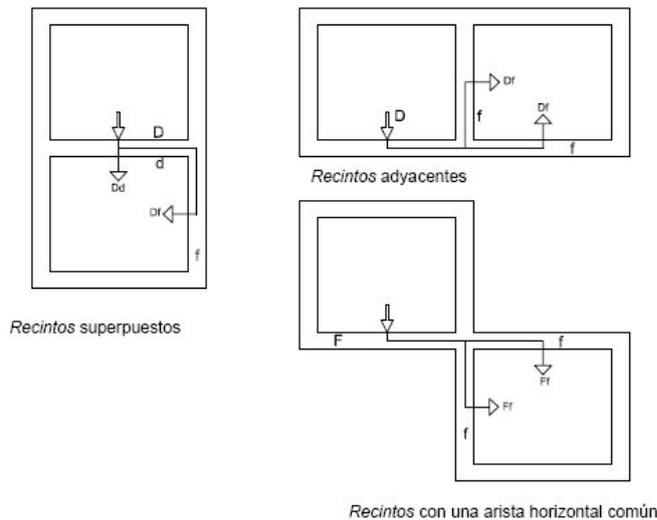


Figura 3.7 Definición de los caminos de transmisión entre dos *recintos* (Vista en sección vertical).

2 El nivel global de presión de ruido de impactos estandarizado se calcula mediante la expresión:

$$L'_{nT,w} = L'_{n,w} - 10 \cdot \log(0,032 \cdot V) \text{ [dB]} \quad (3.20)$$

Siendo

V volumen del recinto receptor, [m<sup>3</sup>];

L'\_{n,w} nivel global de presión de ruido de impactos normalizado, [dB].

3 El nivel global de presión de ruido de impactos normalizado, L'\_{n,w}, resultante, para recintos superpuestos, recintos adyacentes y recintos con una arista horizontal común se calcula mediante las expresiones que se indican en los siguientes apartados.

4 Podrán aplicarse valores globales a todas las magnitudes de los elementos constructivos que aparecen en el cálculo.

### 3.1.3.6.1 Recintos superpuestos

1 El nivel global de presión de ruido de impactos normalizado viene dado por:

$$L'_{n,w} = 10 \cdot \lg \left( 10^{0,1L_{n,w,d}} + \sum_{j=1}^n 10^{0,1L_{n,w,ij}} \right) \text{ [dB]}$$

Siendo

L\_{n,w,d} nivel global de presión de ruido de impactos normalizado, debido a la transmisión directa, [dB];

L\_{n,w,ij} nivel global de presión de ruido de impactos normalizado, debido a la transmisión indirecta, o por flancos, [dB];

n número de flancos o de elementos de flanco, generalmente 4.

2 La transmisión directa vale:

$$L_{n,w,d} = L_{n,w} - \Delta L_w - \Delta L_{d,w} \text{ [dB]} \quad (3.22)$$

Siendo

$L_{n,w}$ , nivel global de presión de ruido de impactos normalizado, [dB];

$\Delta L_w$  reducción del nivel global de presión de ruido de impactos por revestimiento del lado de la emisión, (p.e. suelos flotantes), [dB];

$\Delta L_{d,w}$  reducción del nivel global de presión de ruido de impactos por revestimiento del lado de la recepción, (p.e. techos suspendidos), [dB].

3 La transmisión indirecta desde el elemento i al j vale:

$$L_{n,w,ij} = L_{n,w} - \Delta L_w + \frac{R_{i,A} - R_{j,A}}{2} - \Delta R_{j,A} - K_{ij} - 10 \cdot \lg \frac{S_i}{l_{ij} l_0} \quad [\text{dB}]$$

Siendo

$L_{n,w}$  nivel global de presión de ruido de impactos normalizado, [dB];

$\Delta L_w$  reducción del nivel global de presión de ruido de impactos por revestimiento, colocado en este caso, del lado de la emisión, (p.e. suelos flotantes), [dB];

RA índice global de reducción acústica de un elemento, ponderado A, [dBA];

$\Delta R_{j,A}$  mejora del índice global de reducción acústica por revestimiento del elemento j, [dB];

$K_{ij}$  índice de reducción de vibraciones para cada camino de transmisión del elemento i al j, [dB];

$S_i$  área del elemento excitado, [m<sup>2</sup>];

$l_{ij}$  longitud común de la arista de unión entre el elemento i y el j, [m];

$l_0$  longitud de la arista de unión de referencia de valor 1 m, [m].

### 3.1.3.6.2 Recintos adyacentes y recintos con una arista horizontal común

En estos casos no existen transmisiones directas. Las expresiones resultantes son inmediatas a la vista de las figuras correspondientes y de las relaciones para los distintos caminos de transmisión indirecta señalados en el punto anterior para  $L_{n,w,ij}$ :

$$L'_{n,w} = 10 \cdot \lg \left( \sum_{j=1}^n 10^{0.1 L_{n,w,ij}} \right) \quad [\text{dB}]$$

con la misma notación que la expresión 3.21.

### 3.1.4 Condiciones de diseño de las uniones entre elementos constructivos

Deben cumplirse las siguientes condiciones relativas a las uniones entre los diferentes elementos constructivos, para que junto a las condiciones establecidas en cualquiera de las dos opciones y las condiciones de ejecución establecidas en el apartado 5, se satisfagan los valores límite de aislamientos especificados en el apartado 2.1.

#### 3.1.4.2 Elementos de separación horizontales

##### 3.1.4.2.1 Encuentros con los elementos verticales

1 Deben eliminarse los contactos entre el suelo flotante y los elementos de separación verticales, pilares y tabiques con apoyo directo; para ello, se interpondrá entre ambos una capa de material elástico o del mismo material aislante a ruido de impactos del suelo flotante.

2 Los techos suspendidos o los suelos registrables no serán continuos entre dos recintos pertenecientes a unidades de uso diferentes. La cámara de aire entre el forjado y un techo suspendido o un suelo registrable debe interrumpirse o cerrarse cuando el techo

suspendido o el suelo registrable acometa a un elemento de separación vertical entre unidades de uso diferentes.

#### 3.1.4.2.2 Encuentros con los conductos de instalaciones

1 En el caso de que un conducto de instalaciones, por ejemplo, de instalaciones hidráulicas o de ventilación, atraviese un elemento de separación horizontal, se recubrirá y se sellarán las holguras de los huecos efectuados en el forjado para paso del conducto con un material elástico que garantice la estanquidad e impida el paso de vibraciones a la estructura del edificio.

2 Deben eliminarse los contactos entre el suelo flotante y los conductos de instalaciones que discurran bajo él. Para ello, los conductos se revestirán de un material elástico.

### 3.2 Ruido y vibraciones de las instalaciones

#### 3.2.1 Datos que deben aportar los suministradores

Los suministradores de los equipos y productos incluirán en la documentación de los mismos los valores de las magnitudes que caracterizan los ruidos y las vibraciones procedentes de las instalaciones de los edificios:

- a) el nivel de potencia acústica,  $LW$ , de equipos que producen ruidos estacionarios;
- b) la rigidez dinámica,  $s'$ , y la carga máxima,  $m$ , de los lechos elásticos utilizados en las bancadas de inercia;
- c) el amortiguamiento,  $C$ , la transmisibilidad,  $\tau$ , y la carga máxima,  $m$ , de los sistemas antivibratorios puntuales utilizados en el aislamiento de maquinaria y conductos;
- d) el coeficiente de absorción acústica,  $\alpha$ , de los productos absorbentes utilizados en conductos de ventilación y aire acondicionado;
- e) la atenuación de conductos prefabricados, expresada como pérdida por inserción,  $D$ , y la atenuación total de los silenciadores que estén interpuestos en conductos, o empotrados en fachadas o en otros elementos constructivos.

#### 3.2.2 Condiciones de montaje de equipos generadores de ruido estacionario

1 Los equipos se instalarán sobre soportes antivibratorios elásticos cuando se trate de equipos pequeños y compactos o sobre una bancada de inercia cuando el equipo no posea una base propia suficientemente rígida para resistir los esfuerzos causados por su función o se necesite la alineación de sus componentes, como por ejemplo del motor y el ventilador o del motor y la bomba.

2 En el caso de equipos instalados sobre una bancada de inercia, tales como bombas de impulsión, la bancada será de hormigón o acero de tal forma que tenga la suficiente masa e inercia para evitar el paso de vibraciones al edificio. Entre la bancada y la estructura del edificio deben interponerse elementos antivibratorios.

3 Se consideran válidos los soportes antivibratorios y los conectores flexibles que cumplan la UNE 100153 IN.

4 Se instalarán conectores flexibles a la entrada y a la salida de las tuberías de los equipos.

5 En las chimeneas de las instalaciones térmicas que lleven incorporados dispositivos electromecánicos para la extracción de productos de combustión se utilizarán silenciadores.

A continuación paso a contar un par de artículos relacionados con el mismo tema de mi estudio que mi director de proyecto me pasó por internet, y los cuales vengo a contar aquí. Los artículos originales están íntegramente en inglés, y lo que he hecho ha sido traducirlos y escribir un resumen de los mismos, ya que de lo que hablaban algunos apartados no tenían que ver con mi estudio o resultaban irrelevantes para el proyecto.

## **2. Teoría sobre el almacenamiento de la energía cinética**

### **2.1. Mecanismos de transducción**

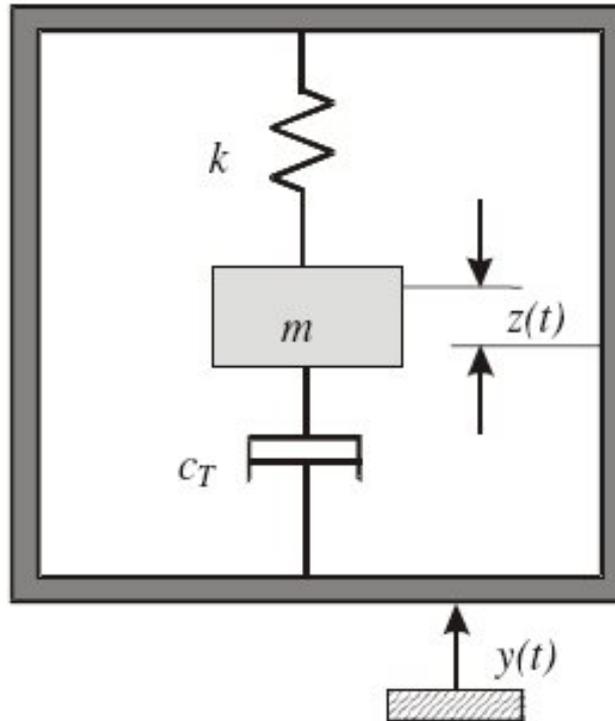
El almacenamiento de la energía cinética requiere un mecanismo de transducción para generar energía eléctrica del movimiento y el generador requerirá un sistema mecánico que conecte el desplazamiento por el ambiente al mecanismo de transducción. El diseño del sistema mecánico debe maximizar el acoplamiento entre los recursos de la energía cinética y el mecanismo de transducción; dicho diseño dependerá enteramente de las características del movimiento ambiental. La energía de vibración es la más adecuada para generadores inerciales con componentes mecánicos adjuntos al armazón interno el cual actúa como referencia fija. El armazón interno transmite las vibraciones a una masa interior suspendida, lo cual produce un desplazamiento relativo entre el armazón y la masa. Como todo sistema, poseerá una frecuencia de resonancia la cual puede ser diseñada para que sea la frecuencia característica de la aplicación medioambiental. Esta gran aproximación de la amplitud de la vibración medioambiental con el factor de calidad del sistema resonante será discutida más adelante en la siguiente sección.

El mecanismo de transducción puede generar el mismo la electricidad aprovechando las tensiones mecánicas o los desplazamientos relativos ocurridos dentro del sistema. El efecto de la tensión utiliza la deformación del sistema mecánico y típicamente se emplea para activar materiales (como los piezoeléctricos). En el caso de los desplazamientos relativos tanto la velocidad como la posición pueden ser acoplados al mecanismo de transducción. La velocidad es típicamente asociada con transductores electromagnéticos en cambio la posición relativa es asociada con transductores eléctricos. Cada mecanismo de transducción presenta un amortiguamiento característico diferente y esto debe de ser tenido en consideración a la hora de modelar el generador. El sistema mecánico puede volverse más complejo y sofisticado por ejemplo si le añadimos un sistema hidráulico para aumentar la amplitud o la fuerza o acoplar desplazamientos lineales a generadores rotatorios.

### **2.2. La potencia obtenida de un generador resonante.**

El análisis presentado en la siguiente sección presenta la máxima potencia disponible en un sistema resonante. Esto está basado en el sistema convencional de segundo orden masa-muelle con un amortiguamiento lineal y es el más parecido al caso electromagnético, ya que el mecanismo de amortiguamiento es proporcional a la velocidad. Un análisis general sin embargo aun provisiona de la capacidad de poder entender el generador resonante y destacar los aspectos importantes del mismo que son aplicables a todos los mecanismos de transducción. El factor de

amortiguamiento de cada mecanismo de transducción será discutido con más detalle en la siguiente sección.



**Figure 1.** Model of a linear, inertial generator.

### 2.2.1. La teoría general del generador resonante.

Los generadores basados en la inercia son esencialmente sistemas masa-muelle de segundo orden. La figura 1 muestra un esquema general de un tipo de sistema basado en una masa sísmica,  $m$ , en un muelle de constante elástica,  $k$ . Las pérdidas de energía del sistema (están comprendidas en pérdidas parasitas,  $c_p$ , ya pertenecientes al sistema en sí y a la energía eléctrica extraída por el mecanismo de transducción  $c_e$ ) son representados por el coeficiente de amortiguamiento,  $c_t$ . Este comportamiento está localizado en el interior del armazón inercial, el cual es excitado por una vibración sinusoidal externa de la forma  $y(t)=Y\sin(\omega t)$ . Esta vibración externa se mueve en fase con la masa cuando la estructura esta vibrando en la resonancia resultante de un desplazamiento neto,  $z(t)$ , entre la masa y el armazón. Asumiendo que la masa de la fuente de la vibración es significativamente más grande que la masa sísmica y que por ellos no afectará con su presencia y que además la excitación externa es harmónica, es entonces la ecuación diferencial que describe el movimiento es de la forma:

$$m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) = -m\ddot{y}(t). \quad (1)$$

La siguiente ecuación se puede aplicada, desde que la energía es extraída del movimiento relativo entre la masa y el armazón interior. La solución estacionaria dada por dicha ecuación para la masa que sufre el desplazamiento es dada por:

$$z(t) = \frac{\omega^2}{\sqrt{\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{c_t \omega}{m}\right)^2}} Y \sin(\omega t - \phi) \quad (2)$$

Donde  $\phi$  es el ángulo de fase dado por:

$$\Phi = \tan^{-1} \left( \frac{c_t \omega}{k - \omega^2 m} \right) \quad (3)$$

La máxima energía que se puede extraer es cuando la frecuencia de excitación coincide con la frecuencia natural del sistema,  $\omega_n$ , dada por

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4)$$

La potencia disipada por el amortiguamiento (tanto el amortiguamiento intrínseco del sistema como el amortiguamiento aportado por el mecanismo de transducción que toma la energía del sistema para transformarla) viene dado por:

$$P_d = \frac{m \zeta_T Y^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^3 \omega^3}{\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right]^2 + \left[2 \zeta_T \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2} \quad (5)$$

Donde  $\xi_t$  es la cantidad de amortiguamiento total ( $\xi_t = c_t/2m\omega_n$ ). La máxima potencia aparece cuando el dispositivo trabaja a  $\omega_n$  y es en este caso donde  $P_d$  es dado por la siguiente ecuación:

$$P_d = \frac{m Y^2 \omega_n^3}{4 \zeta_T} \quad (6)$$

$$P_d = \frac{m A^2}{4 \omega_n \zeta_T} \quad (7)$$

La ecuación 7 usa los niveles acelerados de excitación, A, en la expresión para  $P_d$  la cual es la derivada simple de  $A = \omega_n 2Y$ . Esta es la solución estacionaria, la potencia no tenderá a infinito cuando la cantidad de amortiguamiento tienda a cero. La máxima potencia que se puede extraer mediante el mecanismo de transducción puede ser calculado al incluir el amortiguamiento parasito y el amortiguamiento del transductor.

$$P_e = \frac{m A^2 \zeta_e}{4 \omega_n (\zeta_p + \zeta_e)^2} \quad (8)$$

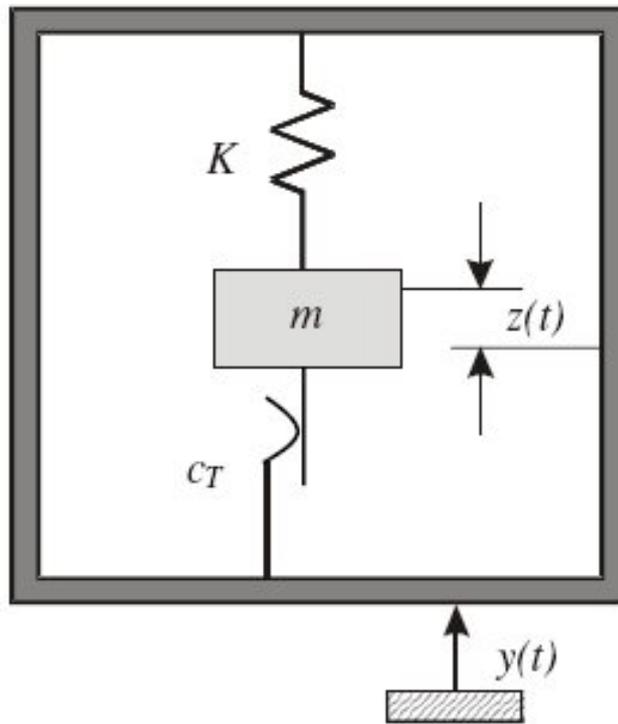
$P_e$  es máxima cuando  $\xi_p = \xi_e$ . Algunos amortiguamientos parásitos están fijados y son inevitables y esto puede ser utilizado para ser capaz de variar los niveles de amortiguamiento del sistema. Por ejemplo puede ser útil en mantener  $z(t)$  dentro de límites permisibles. Sin embargo no se deben sacar conclusiones precipitadas sin considerar la frecuencia ni tener en cuenta las magnitudes de la excitación de vibración y el máximo desplazamiento  $z(t)$  posible de la masa. Suministrar la suficiente aceleración en este momento, incrementa los efectos del amortiguamiento que resultaran en una amplísima gama de respuestas y en un generador que será menos sensible a la frecuencia. Una excesiva amplitud del dispositivo puede incluso llevar a un comportamiento no lineal y a introducir dificultades a la hora de mantener el generador operando en modo resonante. Está claro entonces que ambos, frecuencia del generador y los niveles de amortiguamiento deben de ser diseñados en concreto para una determinada aplicación para llegar a obtener el mayor rango de potencia extraíble. Por ellos la masa de la estructura mecánica debe de ser maximizada dándole un tamaño limitado para llegar a alcanzar el máximo de energía eléctrica obtenible. Lo cual se debe notar, que la energía entregada no será necesariamente toda ella utilizada en su almacenamiento.

Desde que la potencia de salida es inversamente proporcional a la frecuencia natural del generador al cual se le proporciona aceleración. Es generalmente preferible operar a las más bajas frecuencias fundamentales disponibles. Esto se compone por la observación práctica de los niveles de aceleración asociados con la vibración ambiental que tienden a reducirse con el incremento de la frecuencia. La aplicación del espectro de vibraciones debería de ser cuidadosamente estudiada antes de ser diseñado el generador antes que identificar correctamente la frecuencia de operación dándole al diseño del generador limitaciones de tamaño y del desplazamiento  $z(t)$  permisible.

Coefficiente de amortiguamiento del transductor. El coeficiente de amortiguamiento alcanzado por los transductores electromagnéticos  $C_e$ , pueden ser estimados por:

$$C_e = \frac{(NIB)^2}{R_{load} + R_{coil} + j\omega L_{coil}} \quad (9)$$

Donde  $N$  es el numero de vueltas en la espiral del generador,  $l$  es la longitud de tamaño del la espiral (asumida cuadrada), y  $B$  es el flujo de densidad el cual es fijo. Y  $R_{load}$ ,  $R_{coil}$  y  $L_{coil}$  son la carga resistente, resistencia de la espira y la inductancia de la espira, respectivamente. La ecuación (9) es una aproximación y es únicamente para el caso ideal de una espiral moviéndose desde una región donde  $B$  el flujo de densidad es elevado a otra región donde el flujo de densidad es cero. Para un valor más preciso del coeficiente de amortiguamiento electromagnético se debería de determinar mediante un análisis por elementos finitos.



**Figure 2.** Model of an electrostatic resonant generator.

La ecuación (9) muestra que  $R_{load}$  puede ser usada para ajustar  $c_e$  de tal manera que coincida con  $c_p$  y así maximizar la potencia. Aunque esto tendría que ser hecho con los parámetros de la espiral en mente. Esto puede ser mostrado ya que el  $R_{load}$  óptimo puede ser encontrado con la ecuación (10) y maximizar así la cantidad de potencia entregada a la resistencia, todo ellos puede ser hallado mediante la ecuación (11):

$$R_{load} = R_{coil} + \frac{(NIB)^2}{+C_p} \quad (10)$$

$$P_{eloadmax} = \frac{mA^2}{16\omega_n \zeta_p} \left( 1 - \frac{R_{coil}}{R_{load}} \right) \quad (11)$$

Una expresión para el coeficiente de amortiguamiento piezoeléctrico es:

$$C_e = \frac{2mk^2\omega_n^2}{2\sqrt{\omega_n^2 + \left(\frac{1}{(R_{load}C_{load})^2}\right)^2}} \quad (12)$$

Donde  $k$  es el factor de acoplamiento del material piezoeléctrico electromecánico y  $C_{load}$  es la carga de capacitancia. Otra vez  $R_{load}$  puede ser usado para optimizar  $\xi_e$  y el valor óptimo puede

ser encontrado con la ecuación (13) y como ya ocurrió anteriormente, la potencia máxima se obtiene cuando  $\xi_e$  es igual a  $\xi_p$ .

$$R_{opt} = \frac{2 \xi p}{\omega_n C \sqrt{4 \xi_p^2 + k^4}} \quad (13)$$

Transductores electrostáticos son caracterizados por el efecto de una fuerza de amortiguamiento constante, denominada como amortiguamiento de Coulomb y el sistema básico es mostrado en la figura 2.

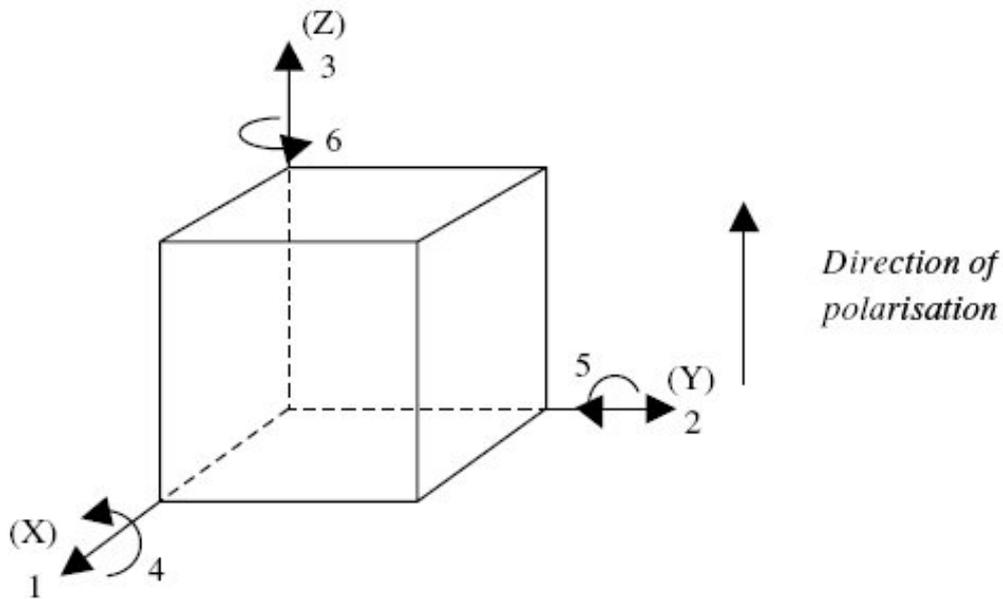
La energía disipada en el amortiguamiento, y por lo tanto la potencia, es dada por el producto de la fuerza-distancia mostrado en la ecuación (14) donde  $\omega_c = \omega / \omega_n$  y  $U = (\sin(\pi / \omega_c) / [1 + \cos(\pi / \omega_c)])$ :

$$P = \frac{4 y_o F \omega \omega_c^2}{2 \pi} \left[ \frac{1}{1 - \omega_c^2} - \left( \frac{F}{Y_o m \omega_c \omega^2} U \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

La fuerza de amortiguamiento óptima es dada por:

$$F_{opt} = \frac{y_o \omega^2 m}{\sqrt{2}} \frac{\omega_c}{|(1 - \omega_c^2) U|} \quad (15)$$

La aplicación de estas ecuaciones a las aplicaciones prácticas es bastante enrevesada y va más allá del campo de este proyecto.



**Figure 3.** Notation of axes.

### 3. Generador piezoeléctrico

#### 3.1. Introducción

Las cerámicas piezoeléctricas han sido utilizadas durante muchos años para convertir la energía mecánica en energía eléctrica. La siguiente sección describe el rango de los generadores piezoeléctricos anteriormente citados. Para el propósito de este apartado, los generadores piezoeléctricos han sido clasificados según el método de operación y la aplicación en las cuales están incluidas las dos escalas, la macro-escala (>cm) y la micro-escala (.m hasta los mm). Esto comienza con una pequeña descripción de la teoría piezoeléctrica para poder apreciar los diferentes tipos de generadores y las relevantes propiedades de los materiales piezoeléctricos.

#### 3.2. Piezoelectricidad

Como ya se comentó el efecto piezoeléctrico fue descubierto por el matrimonio Curie en 1880. Ellos encontraron que si ciertos cristales eran sometidos a tensiones mecánicas, dichos materiales sufrirían una polarización eléctrica, el grado de polarización era proporcional a la tensión aplicada. De la misma manera, los materiales se deformaban cuando eran expuestos a un campo eléctrico.

Los materiales piezoeléctricos están ampliamente disponibles de múltiples formas, incluida la de cristales sueltos como el cuarzo, las piezocerámica como el zirconato de titanio o PZT y materiales poliméricos como el polyvinylindenfluoride (PVDF).

Los materiales piezoeléctricos presentan de forma natural características anisotropías, lo cual significa que las propiedades del material son diferentes dependiendo de que en dirección y orientación estén las fuerzas de polarización y los electrodos. Las propiedades piezoeléctricas anisotropías de las cerámicas están definidas por un sistema de símbolos y notaciones. Los cuales nos dicen la orientación de las cerámicas y de las direcciones de las magnitudes y de las aplicaciones de las tensiones y las fuerzas. Las bases de esto son mostradas en la Figura 3.

El nivel de la actividad piezoeléctrica de un material es definido por una serie de constantes usadas en conjunto con los ejes de notación. La constante piezoeléctrica de la tensión puede ser definida como:

$$d = \frac{\text{tensión desarrollada}}{\text{campo aplicado}} \text{ m/V} \quad (16)$$

$$d = \frac{\text{densidad de carga}}{\text{estres aplicado}} \text{ C/N} \quad (17)$$

El generador piezoeléctrico que depende de una tensión de compresión aplicada perpendicularmente sobre el electrodo se denomina con d33 mientras que el coeficiente del material que aplica una tensión transversal paralela a los electrodos utiliza el coeficiente d31. La potencia de salida lograda en el modo de compresión puede ser mejorada al incrementar el espesor de los elementos piezoeléctricos o usando una pila de multi-capas. La carga de compresión sin embargo no es en la práctica un mecanismo de acoplamiento para la energía de vibración almacenada en la mayoría de las aplicaciones. Típicamente, en el caso de las laminillas piezoeléctricas o en los elementos piezoeléctricos en los cuales llevan intrínsecamente substratos, los elementos son acoplados en la dirección transversal. Disponiéndolos tal y como suministren una amplificación mecánica de la tensión aplicada.

Otra importante constante que afecta al generado de la potencia eléctrica es el coeficiente de acoplamiento electro-mecánico,  $k$ . El cual describe la eficiencia con la cual la energía es convertida por el material de eléctrica a mecánica o de mecánica a eléctrica en según qué dirección. Dicho coeficiente está definido en la ecuación (18) donde  $W_{ei}$  es el almacenador de energía eléctrica en el eje  $i$  y  $W_{mj}$  es la entrada de energía mecánica a través del eje  $j$ .

$$k_{ij}^2 = \frac{W_i^e}{W_j^m} \quad (18)$$

Además  $k_p$  es definida como el factor de acoplamiento planar, el cual es típicamente usado para modos radiales en discos finos, y  $k_t$  es definida como el factor de acoplamiento en modo de espesor,  $n \dots$ , para elementos piezoeléctricos de abrazaderas para un substrato y ciclicamente sometido a compresión a la frecuencia de resonancia es dada en la ecuación (19) donde  $Q$  es el factor de calidad del generador. Esta relación sugiere que la eficiencia se mejora cuando se incrementa  $k$  y  $Q$ , los cual proporciona una útil guía cuando se ha de elegir los materiales y el diseño del generador.

$$\eta = \frac{\frac{k^2}{2(1-k^2)}}{\frac{1}{Q} + \frac{k^2}{2(1-k^2)}} \quad (19)$$

Goldfarb ha investigado la eficiencia de un montón de piezoeléctricos operando a compresión. Y descubrió que la eficiencia se maximizaba a frecuencias barios órdenes de magnitud inferiores a la frecuencia natural de resonancia (5Hz). Esto es debido a la capacitancia del montón de piezoeléctricos, los cuales actúan en paralelo a la resistencia. Se encontró también que la eficiencia se incrementaba al aumentar la fuerza y la carga resistente, pero estos factores eran mucho menos significativos que el de la frecuencia.

Otra relevante constante piezoeléctrica incluye la permisividad del material,  $\epsilon$ , la cual es definida como el desplazamiento dieléctrico por unidad de campo eléctrico,  $s$ , la cual es la presión producida por unidad de tensión. Finalmente la constante de voltaje piezoeléctrico,  $g$ , es definida como el campo eléctrico generado por unidad de tensión mecánica, o la presión desarrollada al aplicar una determinada densidad de carga. Estas constantes son anisotropías. Para una más completa descripción de la constante hay que dirigirse a la normativa IEEE. La propiedades piezoeléctricas varían con los años, la tensión y la temperatura. La carga en las propiedades de los piezoeléctricos, con el tiempo se sabe que el grado de envejecimiento depende del método de construcción y de los materiales empleados. Los cambios en los materiales tienden de forma logarítmica con el tiempo, lo cierto es que las propiedades de los materiales se estabilizan con los años, y las manufacturaciones normalmente específicas sobre las constantes del dispositivo antes de un específico periodo de tiempo. El proceso de envejecimiento es acelerado por la cantidad de tensión aplicada sobre las cerámicas y esto debe de ser considerado en cargas cíclicas de las aplicaciones de almacenamiento energético. Delicados componentes piezoeléctricos, como el PZT-5H, son más susceptibles al estrés induciendo cambios que los componentes más sólidos como el PZT-5<sup>a</sup>. La temperatura es además un factor limitante de los materiales piezoeléctricos que perderían la eficiencia de las propiedades piezoeléctricas, pasando a ser de-polarizados. La aplicación de tensión puede además reducir la temperatura de Curie.

**Table 1.** Coefficients of common piezoelectric materials [35, 36].

Property	PZT-5H	PZT-5A	BaTiO <sub>3</sub>	PVDF
$d_{33}$ ( $10^{-12}$ C N <sup>-1</sup> )	593	374	149	-33
$d_{31}$ ( $10^{-12}$ C N <sup>-1</sup> )	-274	-171	78	23
$g_{33}$ ( $10^{-3}$ V m N <sup>-1</sup> )	19.7	24.8	14.1	330
$g_{31}$ ( $10^{-3}$ V m N <sup>-1</sup> )	-9.1	-11.4	5	216
$k_{33}$	0.75	0.71	0.48	0.15
$k_{31}$	0.39	0.31	0.21	0.12
Relative permittivity ( $\epsilon/\epsilon_0$ )	3400	1700	1700	12

### 3.3. El impacto sobre dispositivos acoplados

Un primer ejemplo del sistema de almacenamiento de energía cinética piezoeléctrica extrae la energía de los impactos. Los trabajos iniciales explotan la fiabilidad de la aproximación de lanzar una bola de acero de 5.5g desde una altura de 20mm sobre un transductor piezoeléctrico. El transductor piezoeléctrico consiste en un diámetro de 19mm, 0.25 mm de espesor de material piezoeléctrico el cual va dentro de un disco de bronce de 0.25mm de espesor y de un diámetro de 27mm. Este trabajo determina que la eficiencia optima de la excitación del impacto se aproxima a 9.4% en una carga resistente de 10kohmios con la que la mayor parte de la energía es devuelta a la bola lanzada al rebotar sobre el transductor después del impacto inicial. Si ocurriera una colisión inelástica, simultáneamente se predeciría una eficiencia del 50% asumiendo un moderado sistema de factor Q y un típico acoplamiento electromecánico y una pérdida del factor dieléctrico basado en el PZT. Las últimas investigaciones aunque explotan la fiabilidad del almacenamiento de la carga en capacitores o baterías. La salida del generador es conectada a una vía puente rectificador de capacidades 0.1, 1 y 10picofaradios. La habilidad del generador de cargar el condensador depende del valor del condensador y del voltaje inicial. La eficiencia óptima se encuentra cuando al condensador de 1 picofaradio se le somete a múltiples

impactos, pero grandes condensadores puede evidentemente almacenar más energía. Al generador se le añadieron además baterías de cadmio níquel, metal de níquel y iones de litio con un alto rango de capacidad. Las características de la resistencia se encontró que no son afectadas por el tipo de batería o capacidad y cuanto más similar es el condensador al de 10 picofaradios. El tiempo que lleva aproximar la recarga de baterías no es determinante.

Recientes trabajos de Cavalier han explorado el acoplamiento de impactos mecánicos a platos piezoeléctricos (PZT) a través de paquetes de níquel. El impacto ocurre en el lado exterior del níquel. (un paquete de HC45, típicamente es usado para empaquetar al vacío resonadores de cuarzo) y las vibraciones son transmitidas al elemento piezoeléctrico. Este trabajo investiga la disposición óptima del montaje para el plato piezoeléctrico y la inclusión de una viga de silicio a modo de sándwich entre los dos platos PZT formando una estructura resonante. El dispositivo fue probado dejando caer una bola de 40g a una altura de 1cm y 3 cm (3.92 y 11.7 picojulios de energía respectivamente) la energía eléctrica generada fue encontrada al variar linealmente la energía incidente. La inclusión del silicio entre los dos paquetes encontró que mejoraba las magnitudes y la duración de la electricidad de salida comparada con el compacto plato básico de PZT. Sobre 2 V fueron generados para cada 11.7 picojulios de impacto con un tamaño total de empaquetamiento de 120mm cúbicos.

Xu ha comparado la eficiencia de la presión del impacto en una cerámica piezoeléctrica frente a una lenta carga de compresión. El impacto fue generado al dejar caer una bola de acero sobre una abrazadera piezoeléctrica mientras la carga compresiva mientras se realizaba una aplicación cíclica de presión compresiva desde arriba, hasta 28MPa en un periodo de 2 segundos. El estrés dentro de la piezocerámica fue mantenido en una región lineal y las propiedades del piezoeléctrico no fueron afectadas por el experimento. Una lenta aplicación de la presión demostró que producía más energía que la presión producida por un impacto, aunque los niveles de voltaje eran comparables.

El estrés por impacto en las piezocerámica demostró que era más problemático debido a su naturaleza quebradiza y a la pobre eficiencia de la transferencia de la energía mecánica entre el impacto y la señal.

La eficiencia de los platos de litio niobate ( $\text{LiNbO}_3$ ) bajo la excitación por impacto ha sido además evaluada por Funasaka.  $\text{LiNbO}_3$  fue elegido porque posee un alto factor de acoplamiento  $k$  y un intrínseco factor de calidad  $Q$ . la eficiencia de los PZT y de los platos  $\text{LiNbO}_3$  fue comparada bajo condiciones de impacto y fueron calculadas con los resultados de 65% y 78% respectivamente. Este trabajo exigía una excitación por impacto de un 70% de eficiencia, el cual es de los más altos en comparación con otros valores. Desde que la constante dieléctrica del  $\text{LiNbO}_3$  es menor que la de los PZT la cantidad de energía eléctrica generada es verdaderamente menor que la del caso de los PZT. Los generadores eléctricos puede ser mejorado mediante el uso de capas de  $\text{LiNbO}_3$  pero esto reduce la eficiencia debido a la influencia de las capas fronterizas usadas en la fabricación del empaquetamiento.

### **3.4. Aplicación de generadores piezoeléctricos a la potencia humana.**

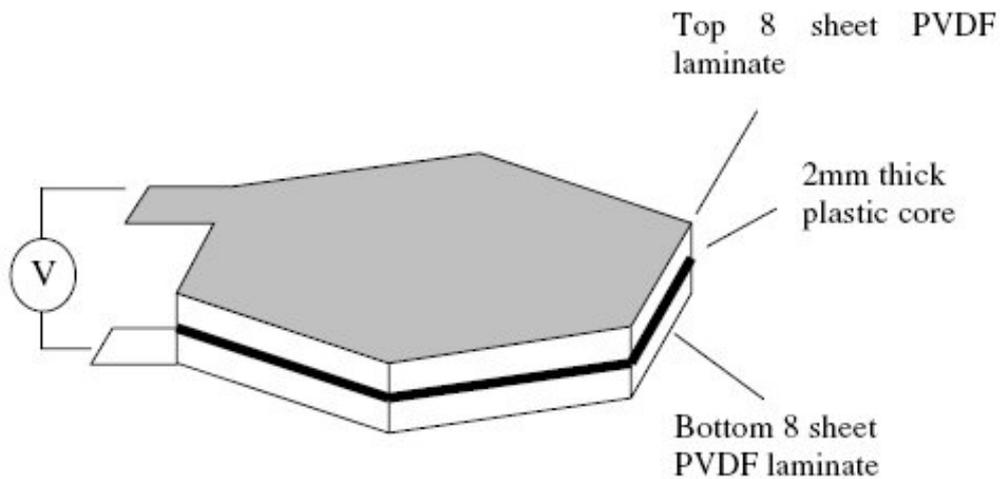
El uso de generadores piezoeléctricos capaces de aprovechar la potencia del cuerpo humano ha sido estudiado de forma exhaustiva. El movimiento humano se caracteriza por movimientos de grandes amplitudes a bajas frecuencias y esto hace además que sea difícil diseñar un generador resonante en miniatura capaz de funcionar en humanos. Acoplándolos por tensión directa, o por impacto directo, las aplicaciones de elementos piezoeléctricos sobre aplicaciones humanas están detalladas más adelante.

Estudios han mostrado que la cantidad de energía producida por un humano de 68kg al caminar es de 67W sobre la suela de los zapatos. El almacenamiento de dicha energía podría interferir en el correcto andar de la persona. Pero está claro que extraer energía del caminar de una persona presenta una potencial oportunidad de almacenar energía.

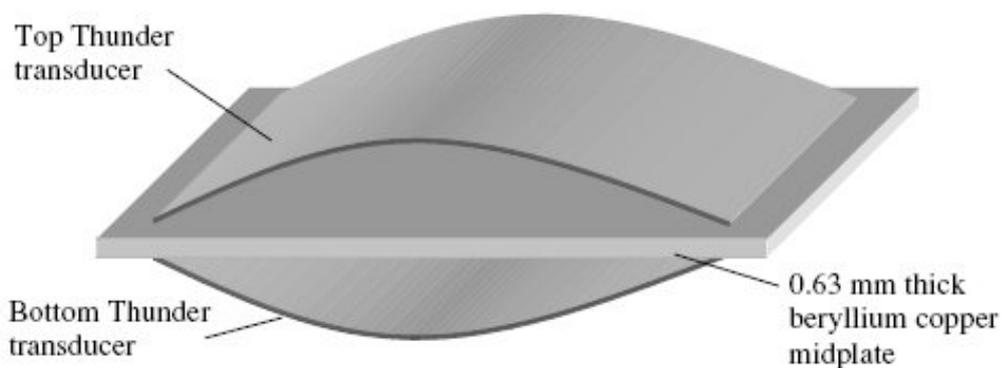
El límite teórico del almacenamiento de energía de los piezoeléctricos en aplicaciones humanas está basado en asumir la conversión eficiente que se ha sugerido de que 1.27W pueden ser

obtenidos del caminar. Uno de los primeros ejemplos de generadores montados sobre los zapatos, incorporaba un sistema hidráulico en talón de los zapatos y acoplado en la suela de los zapatos un paquete cilíndrico de PZT. El sistema hidráulico amplifica la fuerza del paquete de piezoeléctricos mientras reduce el impacto. Cálculos iniciales fueron mejorados según el diseño del generador capaz de desarrollar 10W. Un modelo a escala 1:17 fue construido y probado y se encontró que generaba 5.7 mas menos 2.2 mWkg<sup>-1</sup> mientras se caminaba, lo cual sugiera que 6.2W podrían ser generados con el tamaño completo de un sujeto de 75Kg. El generador diseñado fue relativamente largo en tamaño y los niveles de potencia prevista parece que interfieren con el andar del usuario.

Los siguientes dispositivos fueron desarrollados en el MIT en la década de los noventa. Primeras investigaciones montaban paquetes de 8 capas de PVDF laminados con laminas de electrodos plásticos de 2 mm de espesor. Lo cual es usado como aislante en las zapatillas de deporte donde los movimientos de flexión de la tensión de la suela PVDF producen una carga del modo d31. A la frecuencia de un pie en caída de 0.9Hz, este arreglo produce una cantidad de potencia de 1.3 mW en una resistencia de 250 kiloohmios. Una segunda aproximación tiene que ver con el uso de la compresión localizada en el tacón de una bota militar generando energía a partir del golpe del tacón, se le llama dimorfismo. El dimorfismo incorpora dos transductores piezoeléctricos TH-6R fabricados por Face International Corporation.



**Figure 4.** PVDF shoe insole (after Kymiss *et al* [44]).



**Figure 5.** Schematic of the piezoelectric dimorph (after Shenck *et al* [45]).

El transductor se pre-tensiona ensamblándolo a una pieza de acero sin tensiones, PZT y aluminio los cuales son montados juntos a elevadas temperaturas usando polímeros adhesivos patentados por la NASA. La diferencia de los coeficientes de expansión térmica de los materiales resulta en una estructura curvilínea característica con la capa de PZT siendo comprimida por tensión, permitiendo así deformarse de forma extendida que la estructura estándar del PZT. Cuando el tacón de los zapatos es golpeado, el transductor es forzado a deformarse, cuando el tacón es elevado, el transductor vuelve a recuperar su forma original. Los resultados de ambos eventos es la generación de un voltaje con una excitación de 0.9Hz el cambio de forma produce una cantidad de potencia de 8.4 mW en una resistencia de 500 kilohmnios. Por regla general el modelado sugiere que es más efectivo incrementar el ancho de la deformación en una sola dirección y sentido que la longitud y que la altura en el centro y en el espesor de los substratos de material serían maximizados con la capacidad de manufacturar procesos y la fuerza de compresión disponible. Las normas fueron validadas por un simple test de compresión de la colocación del transductor bajo el tacón del sujeto de unos 45 kg. La instalación de estos PVDF han sido más recientemente estudiados analíticamente por “Mateu” quien comparó las vigas homogéneas (dos capas de PVDF unidas juntas) con las vigas heterogéneas (PVDF biomorfas) con diferentes condiciones de contorno (voladizos y soportes simples) y ambas formas tanto rectangulares como triangulares. Los voladizos fueron considerados como si estuvieran localizados dentro de una cavidad en la planta de los zapatos, con la flexión limite por la dimensión de la cavidad. La conclusión general fue que la mejor viga con una carga distribuida con una gran cantidad de substratos de espesor PVDF es la más preferible.

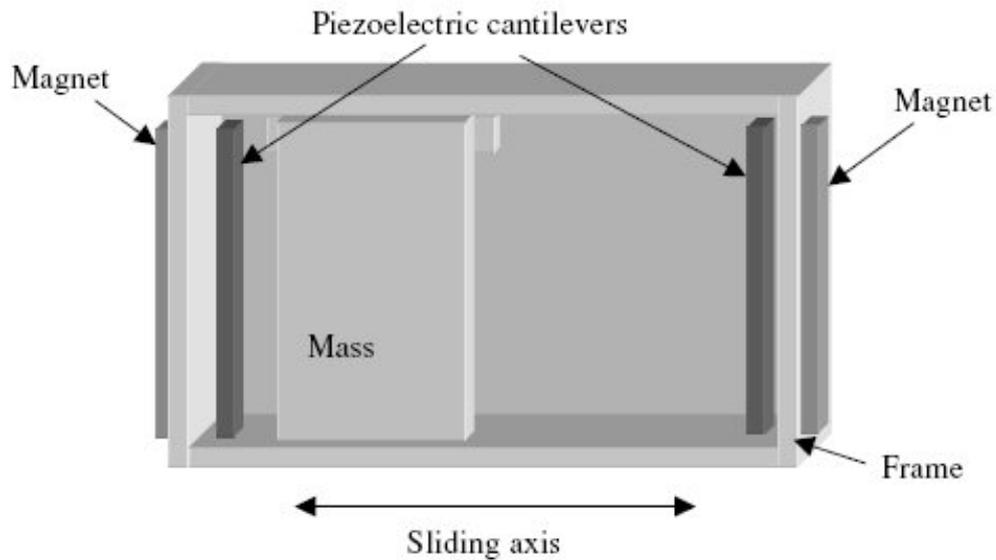
Los cristales piezoeléctricos incrustados en el tacón del zapato han sido además demostrados en UK por “Electric Shoe Company”. Esta aproximación fue evaluada a la hora de recargar un móvil pone después de 5 días caminando.

El almacenamiento de la energía piezoeléctrica en las aplicaciones “in vivo” han sido exploradas por Ramsay and Clak. La motivación de este trabajo fue el potencial de los sistemas “in vivo” como el “lab on a chip” o otros sistemas que funcionan con los recursos de las energías cinéticas presentes dentro de un mismo sujeto. El diseño usa un plato de geometría cuadrada para extraer la energía del cambio de la presión sanguínea en cada pulso. Típicamente la presión sanguínea cambia unos 40mmHg a una frecuencia de 1 Hz, estos datos fueron usados para calcular el rango de poder de un plato cuadrado de 9  $\mu\text{m}$  a 1100  $\mu\text{m}$  de espesor y con unas longitudes de lado que van desde los 1mm hasta 1 cm.

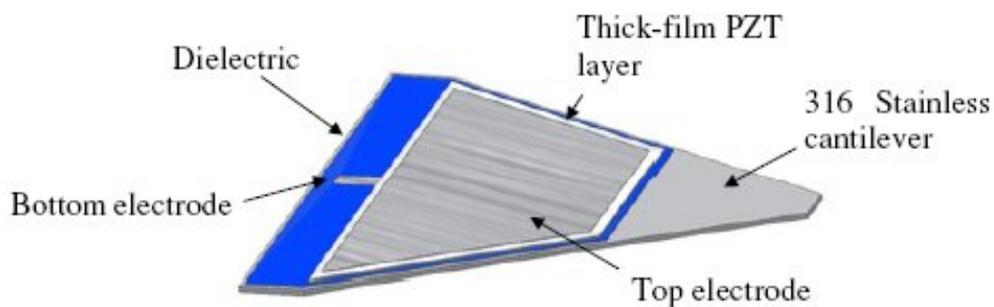
Maximizando el área y minimizando el espesor de los platos, se maximiza la energía calculada proveniente del valor teórico de 2.3  $\mu\text{W}$ . Los platos circulares y cuadrados de PVDF para el uso de almacenamiento energético de la carga con respecto a la presión sanguínea han sido investigados por Sohn. Un análisis por elementos finitos de las membranas de PVDF determinó que para un diafragma circular de 5.56 mm de radio con el espesor óptimo de 9  $\mu\text{m}$  produce 0.61  $\mu\text{W}$  mientras que una membrana cuadrada de 10 x 10 mm de 110  $\mu\text{m}$  de espesor producía 0.03  $\mu\text{W}$ . Pruebas experimentales usando membranas de 28  $\mu\text{m}$  de espesor sometidas a unos pulsos de 5333  $\text{N}/\text{m}^2$  (presión uniforme) a 60 Hz tenían un rendimiento de 0.34  $\mu\text{W}$  y 0.25  $\mu\text{W}$  para las placas circulares y cuadradas respectivamente.

Estos valores podrían claramente haber sido aumentados empleando electrodos estampados y polaridades diferentes como se muestran en la figura 13.

La generación de energía por el posicionamiento de injertos piezoeléctricos dentro de implantes ortopédicos ha sido estudiada por Platt. Estos injertos son planeados para los sensores energéticos que proveen la monitorización “in vivo” de los implantes con el propósito de prevenir posibles complicaciones. La fuerza axial que recorre la articulación de la rodilla puede alcanzar tres veces lo que es el peso del cuerpo varias veces por paso o zancada y esta carga fue aplicada a lo largo de un prototipo de generador que contiene tres paquetes piezoeléctricos de 1 x 1 x 2 cm en los cuales cada uno contiene 145 capas de PZT. El implante fue demostrado con un almacenamiento del capacitor de 10  $\mu\text{F}$  y un microprocesador periódico que encendía y apagaba un LED en la duración de cada paso. Se encontró que el sistema ofrecía 850  $\mu\text{W}$



**Figure 6.** Bi-stable piezoelectric generator designed for human applications.



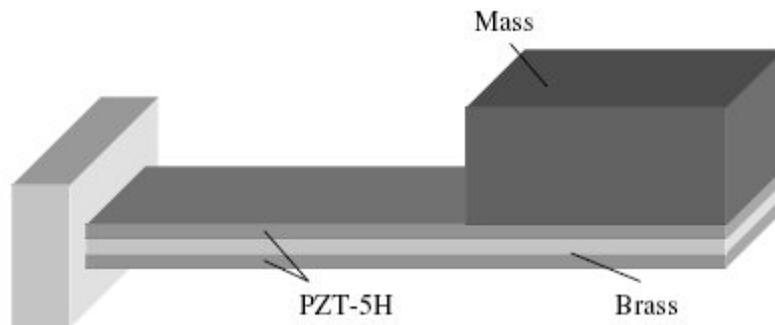
**Figure 7.** Tapered thick-film PZT generator (not to scale) after Glynn-Jones *et al* [55].

De una regularmente continua energía con una eficiencia eléctrica del 19% con la máxima eficiencia mecánica siendo del 20% bajo la carga de impedancia seleccionada. Ensayos de durabilidad supusieron que el generador sería capaz de producir energía útil durante cientos de millones de ciclos.

El acoplamiento de impactos en los transductores piezoeléctricos diseñados para el uso en aplicaciones humanas ha sido descrita por Renaud. El aparato está comprendido por una masa inercial confinada en el interior de una casilla pero libre para deslizarse a lo largo de uno de los ejes. La masa inercial de acero se deslizaba a lo largo de 2 mm sobre el eje, 10mm de ancho y 5 mm de espesor hacen al final una masa de 750 mg. La casilla tenía 12 mm de largo en la dirección del eje deslizante y 10 mm de ancho. La energía es generada cuando la masa deslizante de acero impacta con el canto de PZT localizado en cada final de la casilla. Con el motivo de incrementar la energía de salida y lograr una operación semi-estable, unos imanes de contención son posicionados en cada final de la casilla como muestra la figura 6. Resultados de la modelización predicen que el dispositivo generara por encima de los 40  $\mu\text{W}$  de energía eléctrica útil de un volumen de 1  $\text{cm}^3$  dándole una amplitud de excitación de 10 cm a 1 Hz ( $0.1 \text{ m/s}^2$ )

### 3.5 Voladizos basados en los generadores piezoeléctricos

Una estructura en voladizo con materiales piezoeléctricos adjuntos sobre la parte superior e inferior de las caras, es una geometría atractiva para el almacenamiento de la energía producida por la vibración. La estructura es diseñada para trabajar en modo de flexión. De ese modo se consigue estresar a las láminas piezoeléctricas y generar una carga a partir del efecto de d31. Un voladizo suministra bajas frecuencias de resonancia, reduciéndose aun más por la adhesión de masas al final de la viga, en una estructura poco voluminosa y altamente tensionada en las capas piezoeléctricas.



**Figure 8.** Schematic of cantilever piezoelectric generator developed by Roundy *et al* [59].

Un cabezal de la viga en voladizo fue desarrollado por Glynne-Jones como se muestra en la figura 7. El perfil del cabezal asegura una tensión constante en el filamento piezoeléctrico a lo largo de su longitud al darle un desplazamiento. El generador fue fabricado al pintar en una pantalla un material piezoeléctrico con un espesor de 0.1 mm en un acero tensionado endurecido AISI 316. El material piezoeléctrico está basado en un PZT-5H pulido con grano de cristal 7575 y un adecuado espesor de lamina para formar una pasta apantalladora de thixotropica que sirva para pintar. Esto fue pintado por ambos lados del voladizo de acero para cancelar los lados desiguales causados por el coeficiente de expansión térmica y maximizar así la energía generada. La estructura con la que se opera en este estado fundamental de flexión, funciona a una frecuencia de 80.1 Hz y produce sobre 3  $\mu$ W de potencia en una carga resistiva de 333 kohmios. El espesor de los filamentos pintados de material piezoeléctrico es un proceso de bajo coste. Pero la energía generada es limitada por las propiedades piezoeléctricas del material comparadas con la mayor parte de piezocerámica. Avances recientes en las propiedades de las láminas mejorarán la energía de salida.

Otro generador en forma de viga en voladizo constituido por composites piezoeléctricos ha sido desarrollado por Roundy y Wright.

El voladizo utilizado era de anchura constante lo cual simplificaba el modelo analítico y la fabricación de la viga. Pero resultó en una desigual distribución de tensión a lo largo de la longitud. Para un detallado análisis de los modelos matemáticos presentado al lector se refieren a un prototipo de generador que fue fabricado añadiéndole un PZT-5A adecuadamente a cada uno de los lados de la viga central de acero. Un cubo que hace de masa, hecho de una aleación de titanio y bismuto fue adjuntado al final y la frecuencia de resonancia del generador se vio modificada a 120 Hz. El prototipo produjo una energía máxima de salida de cerca de 80  $\mu$ W en una carga resistente de 250 kohmios con una aceleración de entrada de 2.5 m/s<sup>2</sup> y los resultados mostraron un razonable nivel de coincidencia con el modelo analítico. Estos modelos fueron utilizados para optimizar el diseño del generador sobre todo el tamaño restringido de 1 cm<sup>3</sup>. Dos diseños fueron adoptados, uno utilizando un PZT-5H adjunto a una junta central

metálica de 0.1 mm de espesor. El diseño número dos utiliza un PZT de 0.28 mm de espesor, poseyendo una longitud de viga de 11 mm y una masa de prueba de tungsteno de 17 x 7.7 x 3.6 mm, producía 375  $\mu$ W con una aceleración de entrada de 2.5 m/s<sup>2</sup> a una frecuencia de 120 Hz. Este generador ha demostrado una potencia similar a la de un transmisor de radio con un capacitor usado a modo de almacenador energético y lográndose un ciclo de servicio del 1.6%. Este trabajo concluye con que los que nos aporta el generador en la resonancia es proporcional a la masa adjuntada al voladizo, y esto debería de ser maximizado teniendo en cuenta que el tamaño y la tensión de las limitaciones no tienen que ser sobrepasados.

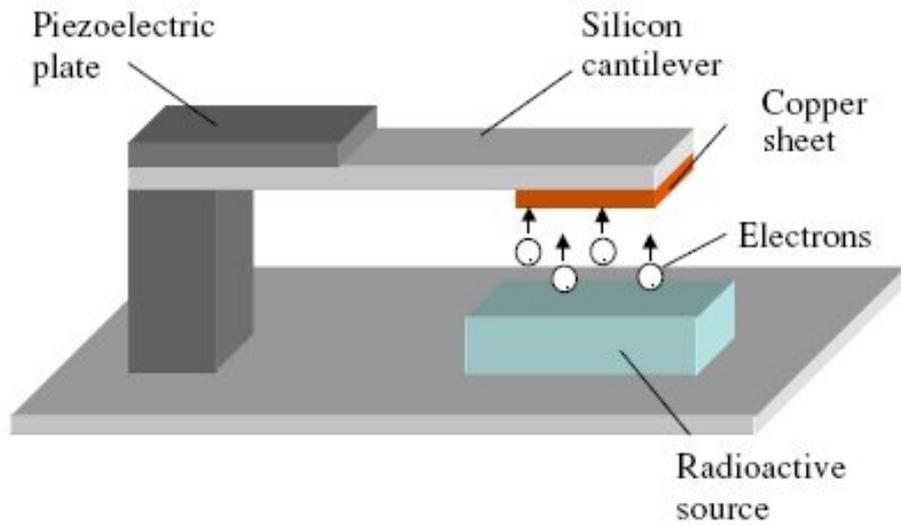
Los generadores voladizos piezoeléctricos han sido además estudiados por Sodano. Un análisis matemático alternativo a los métodos energéticos para llegar a la ecuación del voladizo PZT bimorfológico similar a esto se muestra en la figura 8 pero sin masa un el PZT no esta extendido hasta el final de la viga. Los modelos son validados por la evaluación de un Quick Pack Qp40 N (Mide Technology Corporation) los actuadores piezoeléctricos se colocan uno sobre otro desde el primero hasta el último en un cubilete. El transductor es un composite formado por cuatro elementos piezocerámica sumergidos en una matriz Kapton de epoxy. El modelo está dispuesto a predecir la corriente de salida para una frecuencia de excitación y una amplitud suministrada y los resultados fueron dentro del 4.61% de valor experimental. La eficiencia de la conversión y el grado de amortiguamiento no es solamente dependiente del transductor son además dependientes del circuito asociado. La influencia de la impedancia de entrada en el sistema amortiguado fue evaluada y una optima eficiencia y por lo tanto el amortiguamiento máximo resultado a los 15 kohmios. Este valor será particular para el transductor y coincide con la impedancia del dispositivo. The Mide Technology Corporation a marcado desde entonces una vibración de energía de almacenamiento para el dispositivo basada sobre todo en el voladizo transductor Quik Pack con una masa inercial añadida al final libre. El dispositivo es de 3.6 x 1.7 x 0.39 pulgadas de tamaño y genera 500  $\mu$ W a 113 Hz y 1 gramo de aceleración. Sodano ha investigado además la cantidad de energía generada a través de la vibración de un composite piezoeléctrico de aluminio con forma de platillo y ha comparado dos métodos de almacenamiento energéticos. Un plato Piezo Systems PSI-5H4E (62 x 40 x 0.27 mm) fue unido a un plato de aluminio (80 x 40 x 1mm) y excitado usando un agitador electromagnético con ambas resonancias y aleatorias señales de excitación. Se encontró que el plato podría generar a un máximo de energía de 2 mW cuando se le excitaba a su frecuencia de resonancia. Este papel demostró que la energía de salida de un material piezoeléctrico estaba habilitado para recargar una batería completamente descargada y sugería que la batería era la mejor opción para almacenar una continua aplicabilidad de los suministros de energía. Los capacitores son sugeridos como los mejormente adecuados para aplicaciones de ciclos de servicio que solo requieren un periódico suministro de energía.

Más modelados y análisis de las influencias de las cargas resistentes en la energía de salida de los generadores bi-morfológicos voladizos piezoeléctricos. La carga óptima fue encontrada al variar diferentes generadores piezoeléctricos como se muestra en la ecuación 20 donde  $t$  es el espesor de la capa piezoeléctrica,  $b$  es la anchura,  $L$  es la longitud del filamento piezoeléctrico sobre la viga.  $E_{33}$  la constante dieléctrica,  $\omega$  la frecuencia y  $C_p$  es la capacitancia del elemento piezoeléctrico:

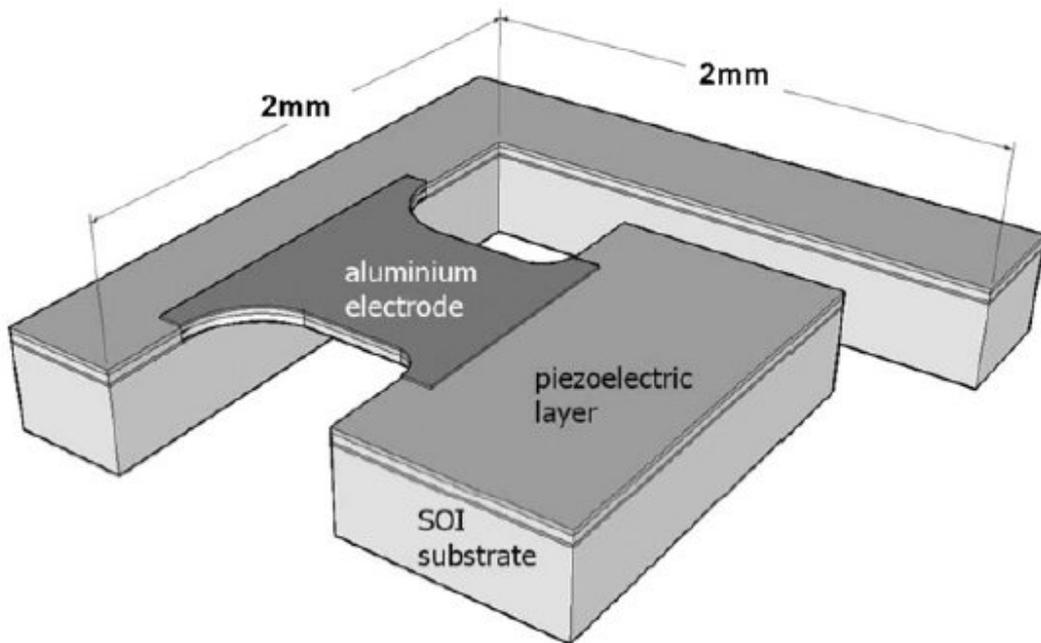
$$R_{opt} = \frac{t}{bL\omega\epsilon_{33}} = \frac{1}{\omega C_p} \quad (20)$$

Los méritos de la uni-morfología frente a los de la bi-morfología en los voladizos ha sido estudiada por Ng. Su modelo asumía un material piezoeléctrico ideal con propiedades similares a los del PZT 5H colocado y tasteado tanto en uni-morfos como bi-morfos configuraciones. Los relativos meritos de la configuración depende de la frecuencia con la carga resistente. Generalmente las uni-morfos son más adecuadas para bajas frecuencias y pequeñas resistencias. La disposición bi-mórfica con las capas piezo puestas en paralelo encajan mejor a medias frecuencias y bajas resistencias. Pero la configuración más eficiente es generada cuando el bi-morfismo es conectado en serie y trabaja a altas frecuencias y bajas resistencias. El valor exacto

depende del diseño del generador, pero la disposición en serie de bi-morfo fue el mejor para grandes valores de frecuencia y resistencia.



**Figure 9.** Radiation-driven piezoelectric generator.

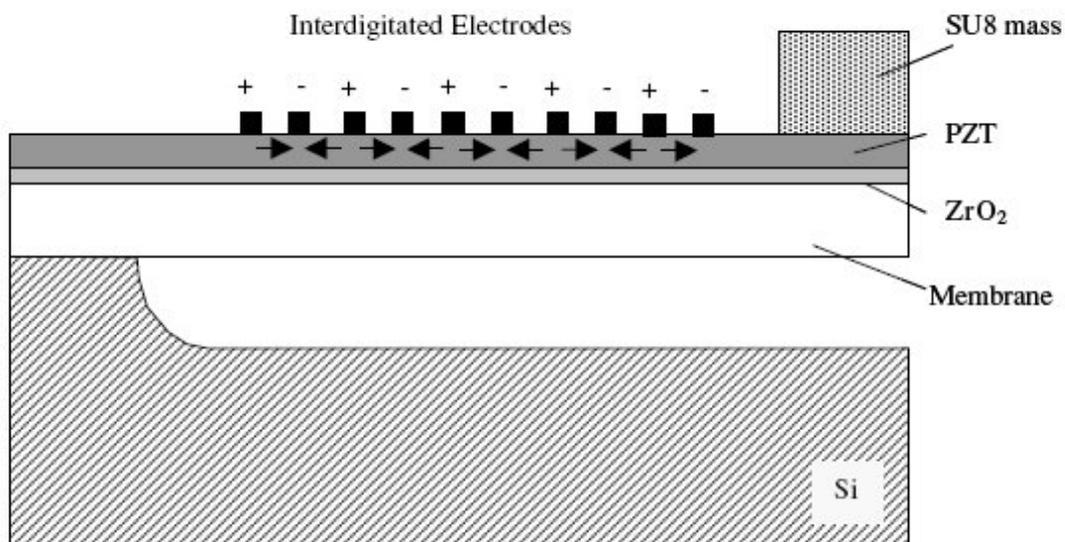


**Figure 10.** Micromachined silicon cantilever mass piezoelectric generator.

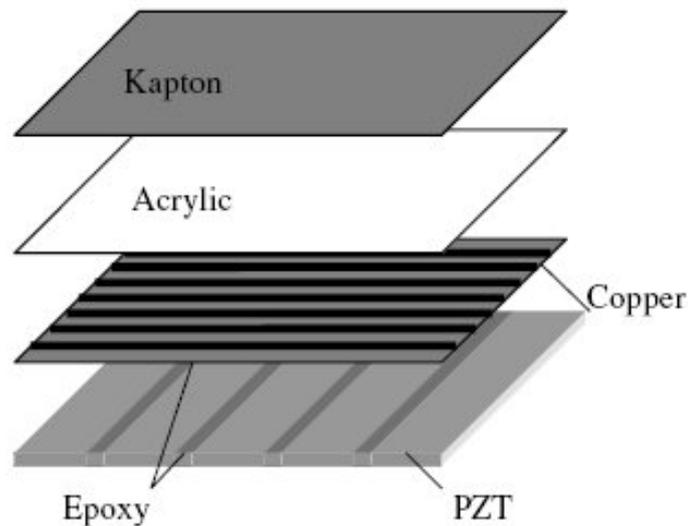
Voladizos piezoeléctrico uni-morfos han sido además acoplados a recursos radioactivos con el propósito de lograr un método de excitación que no pertenece realmente a las vibraciones medio

ambientales. El principal uso de la radiación de partículas B en cargas electrostáticas en un plato conductor en la parte inferior de piezoeléctrico uni-morfo. Como construir un campo electrostático, la viga es adherida a la fuente hasta que la contractura es hecha y el campo es disipado. En este punto, la viga es liberada para que vibre a su frecuencia natural y la energía cinética almacenada por el filamento piezoeléctrico. Un esquema de dispositivo es mostrado en la figura 9. Diferentes combinaciones de materiales, geometrías del aparato y radioisótopos pueden alterar la señal de salida y las características del generador. Por ejemplo, una fuente en forma de filamento de N de 1 cm<sup>2</sup> y 0.5 mcurie con una vida media de 2 años acoplada a un voladizo de silicio de 15 mm de largo y 2 mm de ancho produce un pico de potencia de 16  $\mu$ W con un periodo de reciprocidad de 115 minutos. Mientras que esto presenta un novedoso y repetible método de excitación de las vibraciones del voladizo, la potencia de salida es muy periódica y cuando el marcado de salida supera los tiempo periódicos dados, muy por debajo ( $< 1$ nW).

Una micro máquina de silicio MEMS versión de la geometría de la masa del voladizo ha sido desarrollada bajo un proyecto fundado por la unión europea en el marco de 6 programas titulados vibraciones de la energía escarbada (VIBES). El dispositivo, muestra en la figura 10, consistente en un 1.5 mm x 0.75 mm de área de la masa inercial “deep reactive ion etched” (DRIE) para un SOI pequeño plato con 400  $\mu$ m de espesor manejable, 2  $\mu$ m de espesor sepultando oxígeno y 5  $\mu$ m de espesor de la parte superior de una capa de silicio. El soporte voladizo es fabricado desde la parte superior de la capa de silicio únicamente y es 750  $\mu$ m de largo. La estructura ha sido simulada con un espesor de capa de 1  $\mu$ m de nitrato de aluminio (AlN) y materiales piezoeléctricos PZT. Resultados del modelado predicen 100 nW para el aparato AlN y 600 nW para el aparato PZT a la frecuencia de resonancia de aproximadamente 900 Hz.



**Figure 11.** MEMS PZT generator with interdigitated electrodes (after [70]).

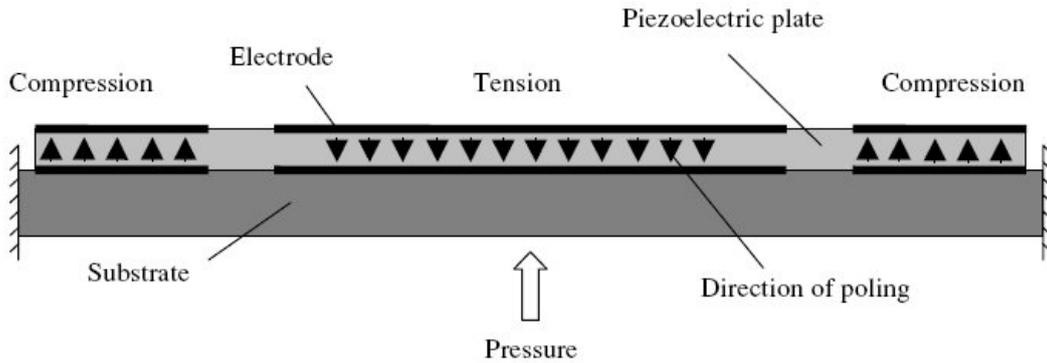


**Figure 12.** MFC Actuator (after Sodano *et al* [71]).

Otro dispositivo en voladizo MEMS ha sido demostrado por Jeon. El voladizo fue formado por una membrana hecha de una capa térmica de óxido de silicio depositando nitrato de silicio y una solución en forma de gel de dióxido de circonio el cual actúa como capa amortiguante. En la parte superior de la capa un espesor de 0.58 mm fue finalmente depositado de nuevo usando una solución en forma de gel durante el proceso. La novedad de este trabajo principalmente surge del uso de un electrodo interdigital Ti/Pt de modelo e-beam evaporado y diseñado en la parte superior de la capa PZT. Esta configuración del electrodo capacita al los coeficientes  $d_{33}$  y al  $g_{33}$  del PZT, típicamente entre 2 y 2.5 veces de largo que el  $d_{31}$  y  $g_{31}$  para ser explotados como si se tratara de una viga flectante. La viga es liberada al cortarse las láminas depositadas usando vapor de silicio cortante para evitar el efecto de estricción. Una masa de prueba puede ser adherida al final de la viga para definir una forma característica para un espesor de capa de SU8 foto resistente (ver figura 11). En el generador se encontró que tenía una frecuencia fundamental de resonancia de 13.9 kHz a la cual suministraba 1.01  $\mu\text{W}$  como respuesta a un desplazamiento base de 14 nm (10  $\text{m/s}^2$  de aceleración).

### 3.6 Otros generadores piezoeléctricos

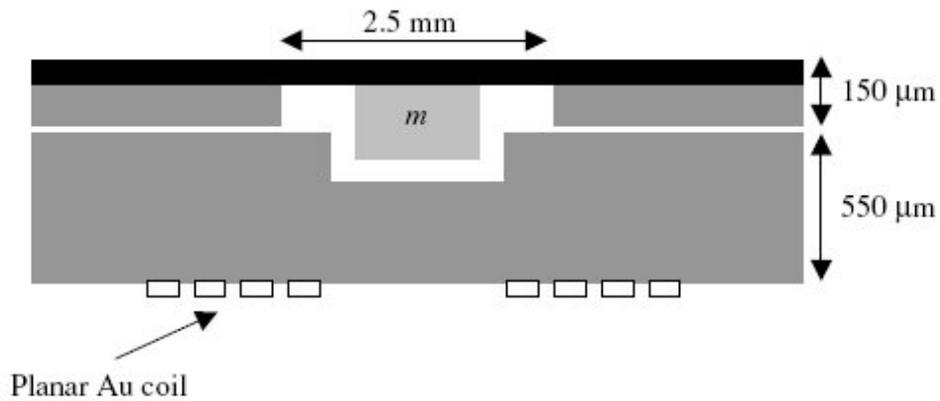
Sodano además comparó macro-fibras de composites (MFC) actuadores con piezocerámica estándar. Las estructuras MFC fueron desarrolladas por la NASA y consisten en estas fibras PZT pertenecientes en una fibra de Kapton y conectada con un electrodo interdigital (IDE) diseño mostrado en la figura 12. Cuando el actuador es unido a la estructura, el estrés es acoplado a lo largo de la longitud de la fibra de ese modo se pueden explotar ( $d_{33}$ ) las propiedades del material más allá del mínimo  $d_{31}$ . A pesar de eso, el MFC se encontró que suministraba muy pequeñas corrientes para cargar baterías mientras que la piezocerámica estándar PZT era adecuada para cargar varios capacitores híbridos de metal de níquel de una batería. Por ejemplo, una batería de 200 mA-hora fue cargada en 4 horas. La geometría del IDE resulto en dispositivos de relativa baja capacidad comparados con un plato paralelo con la misma área piezoeléctrica. Estos resultados en una alta impedancia a la frecuencia de excitación típica y por lo tanto reducen el uso de la potencia de salida del generador.



**Figure 13.** Differential poling of piezoelectric layer bonded to a clamped circular plate.

Elvin ha explorado la posibilidad de usar la energía generada de los sensores piezoeléctricos para encender una conexión sin cables de ese modo se realiza una retro alimentación inalámbrica de tensión en el sensor. Una larga pieza de PVDF de un espesor de  $28\ \mu\text{m}$ ,  $23\ \text{mm}$  de ancho y  $40\ \text{mm}$  de largo fue anexada por cuatro puntos distintos a una viga de prueba sometida a flexión de carga cíclica. El elemento de PVDF fue usado no solo para medir el resultado de la tensión, pero esta energía de salida fue almacenada en un capacitor. El cual fue usado para encender un simple espiral de aire con núcleo de cobre en serie con un capacitor ajustado a  $1\ \text{MHz}$  el cual logró subir hasta un rango de transmisión de  $2\ \text{m}$ .

Un transductor ultrasónico micro maquinado piezoeléctrico (pMUT) ha sido también demostrado en aplicaciones de aprovechamiento de la energía. El transductor consistía en una membrana de silicio circular de  $1\ \mu\text{m}$  de espesor y de  $600\ \mu\text{m}$  de diámetro con un espesor de  $2\ \mu\text{m}$  de capas PZT depositadas en la parte superior de la cara. El coeficiente de expansión térmica no ajustaba correctamente entre los resultados del material en las acumulaciones del estrés dentro de la estructura las cuales causaban una deflección estática de  $5.5\ \mu\text{m}$  en el centro de la membrana. Esta deflección podría ser evitada o por debajo de la superficie de la membrana y el dispositivo sería de esta manera bi-estable. Se encontró que la membrana se partía de una posición a otra por la simple rotación del dispositivo en el campo gravitatorio terrestre el cual en cada cambio de posición producía un pico de señal de más de  $1\ \text{V}$  sobre un periodo de más de  $100\ \mu\text{s}$ . La electricidad de salida fue aumentada por el almacenamiento de tensión dentro de la estructura bi-estable. Este dispositivo introdujo las muy atractivas posibilidades de una estructura no-resonante que responderá a cualquier movimiento frecuente con suficiente aceleración. El almacenamiento de energía usando platos circulares piezoeléctricos, introducidos en una circular abrazadera ha sido además sustituida por Kim. Este estudio ha utilizado electrodos estampados y con diferente región de polarización del plato piezoeléctrico para asegurarse de que el voltaje de cada región es de la misma polaridad a pesar de que la tensión sea opuesta inducida al aplicar presión (Como muestra la figura 13). Este arreglo podría además aplicarse a las otras estructuras abrazadera-abrazadera de tal manera que formaran una viga.



**Figure 14.** Cross-section of the electromagnetic generator proposed by Williams *et al* [23, 82].

Materiales piezoeléctricos han sido usados para almacenar energía cinética de una cantidad determinada de fuentes u orígenes, típicamente vibraciones pero además de flujos de fluidos. El almacenador anguila de energía utiliza una membrana de PVDF localizada en el vórtice de una parte localizada de la estela del cuerpo en una corriente de fluido para generar electricidad. Este vórtice en la estela deforma la membrana PVDF la cual es de más de 0.7 mm de espesor y 0.457 m de largura. Esta aplicación es obviamente limitada en una larga escala de aplicaciones de fluidos y puede que se le encuentren usos en la generación de energía a partir de boyas sensoras oceánicas.

# Generadores que obtienen energía vibratoria de los materiales piezoeléctricos al ser sintonizados en la resonancia son usados en una precarga compresivamente axial.

## Resumen

El aprovechamiento de la energía vibratoria, el almacenamiento de las vibraciones ambientales en estructuras para su conversión en electricidad útil, proporciona un potencial de recursos para las tecnologías emergentes incluyendo sensores inalámbricos networks. La mayoría de los dispositivos que aprovechan la energía desarrollados hasta la fecha operan eficientemente a una señal específica de frecuencias dictadas por el diseño del aparato. Sin embargo para que esta tecnología sea comercialmente viable, colectores de energía vibratoria que generaban energía aprovechable a lo largo de un rango de frecuencias dadas tienen que ser desarrollados. Este artículo detalla el diseño y los resultados de un colector de energía vibratoria sincronizado resonantemente el cual usa una nueva aproximación de la compresión axial de los piezoeléctricos bi-deformables para bajas frecuencias de resonancia. Esto ha determinado que una precarga axial puede ajustar la frecuencia de resonancia de un simple soporte bi-deformable de 24% perteneciente a frecuencias de resonancia sin carga. La energía de salida de una carga resistiva se encontró que fue entre el 65%-90% del valor nominal de las frecuencias 19%-24% pertenecientes a frecuencias de resonancia sin carga. Prototipos que producen 300-400  $\mu\text{W}$  de energía al funcionar entre frecuencias de 200 y 250 Hz han sido desarrollados. Además, el valor del coeficiente de acoplamiento piezoeléctrico ha sido incrementado utilizando dicho método, con valores de  $K_{eff}$  alcanzando más del 25% desde 0.37 a 0.46. El amortiguamiento del aparato se incremento en un 67% bajo la precarga, desde 0.0265 a 0.0445, afectando negativamente a la energía de salida a bajas frecuencias. Un modelo teórico modificado para incluir el efecto de la precarga en el amortiguamiento predijo una energía de salida entre el 0-30% del valor obtenido experimentalmente. La carga resistente optima se desvían significativamente de la teórica, y por ello merece más adelante una investigación.

## Introducción

Los aprovechadores de la energía vibratoria son aparatos que convierten la energía mecánica de las vibraciones en energía eléctrica utilizable. Los desarrollos en curso de los sensores inalámbricos de baja energía son una motivación para los aprovechadores de energía eléctrica. El pequeño factor de forma y los años esperados en la esperanza de vida de los nodos de sensores inalámbricos requieren un compacto, infinito suministro de energía para suplantar o reemplazar a las tecnologías de baterías existentes en estos momentos. Las células solares pueden ser una alternativa, pero los aprovechadores de energía vibratoria se vuelven una opción atractiva en zonas medioambientales donde existen unas pobres condiciones de luz.

La mayoría de los dispositivos que aprovechan la energía de las vibraciones han sido desarrollados hasta la fecha como aparatos de resonancia en los que la frecuencia de resonancia dominante ha sido determinada por las propiedades del material y las dimensiones del dispositivo y sus diferentes partes componentes. Así como estos dispositivos tienden a convertir la energía los más eficientemente posible donde la frecuencia del origen de las vibraciones transmitidas (típicamente una superficie vibratoria o estructura sobre la cual el dispositivo es montado) muy cerca de dar con la frecuencia de resonancia fijada del aparato. Sin embargo una pequeña desviación de solo una cientos tantos porcientos de la frecuencia suministrada, resulta

en un significativo decrecimiento de la energía de salida. Este fenómeno sugiere la necesidad de un diseño del recolector de energía vibratoria cuya resonancia puede ser ajustada o sintonizada para dar con la fuente de las vibraciones en un rango de frecuencias. Este artículo detalla el diseño, las fabricaciones y las pruebas de un nuevo tipo de recolector de energía vibratoria sintonizador resonante que utiliza la nueva propuesta de aplicar una precarga de compresión axial para ajustar la frecuencia de resonancia de un piezoeléctrico bi-deformable.

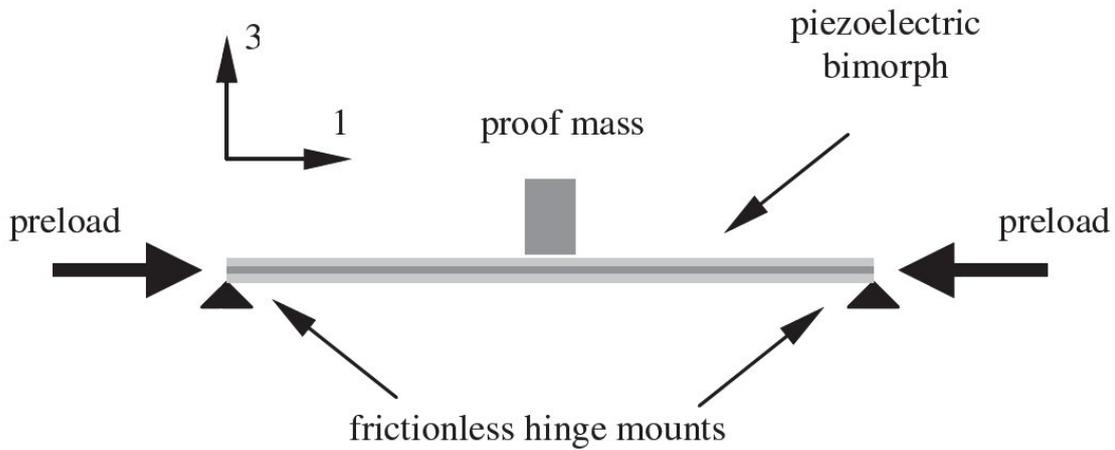
Una variedad de diseños y aplicaciones para la recolección de energía vibratoria ha sido examinada previamente. Esto incluye diseños que usan piezoeléctricos bi-deformables montados sobre voladizos. Dispositivos electromagnéticos y aparatos electrostáticos. Estudios han buscado la forma de mejorar la energía de salida de los colectores de energía vibratoria. Sensores de nodos activados por la vibración han sido usados para monitorizar la temperatura ambiental y como herramienta para controlar las condiciones de las máquinas. Muchas opiniones están disponibles para diseñar un colector de energía sintonizable con la resonancia. Roundy and Zhang examinaron la posibilidad “de forma activa” sintonizas las características de un dispositivos de resonancia y para ello presentaron un diseño que usaba la retro alimentación eléctrica para alterar la frecuencia de resonancia de un piezoeléctrico bi-deformable. El estudio presentado aquí, sin embargo, busca diseñar un dispositivo que opere “de forma pasiva”, es decir el cual podría ser ajustado periódicamente para sintonizar su frecuencia de resonancia pero requeriría actuaciones no continuadas. Alternativas para un diseño piezoeléctricos basado en la bi-deformablidad incluían el ajuste de la longitud de los bi-deformables, el ajuste de la masa de prueba montada sobre el bi-deformable y el uso de la precarga axial para alterar la rigidez del bi-deformable. Cargas tensas presentan potenciales problemas surgen de la inherente naturaleza quebradiza de las cerámicas piezoeléctricas. El uso de una precarga axial compresiva fue elegida. Esto permite un sencillo diseño en el cual la resonancia podría ser fácilmente ajustada. Además, trabajos previos de Lesieutre y Davis mostraron que la precarga axial compresiva puede incrementar el coeficiente de acoplamiento de un bi-deformable piezoeléctricos dispositivos eléctrico. Un novedoso diseño de un colector de energía vibratoria sincronizable con la resonancia fue desarrollado y construido en este estudio. Este aparato usa un simple soporte bi-deformable piezoeléctrico como elemento activo, con una masa de prueba montada en el centro del bi-deformable. Una precarga axial compresiva fue aplicada al bi-deformable, reduciendo así su rigidez y de ese modo la frecuencia de resonancia del aparato. Los experimentos examinaron los efectos de la precarga axial compresiva en las características resonantes del colector de energía vibratoria, el coeficiente de acoplamiento del los aparatos piezoeléctricos, el índice de amortiguamiento, y la energía de salida.

## 2. Teoría previa

### 2.1. resonancia de un soporte simple bi-deforme sin carga.

La figura 1 muestra un esquema de un colector de energía vibratoria de simple soporte piezoeléctrico bi-deformable. El bi-deformable en este diseño consiste en un calze de latón cubierto por ambos lados con una capa de titanato zirconato de plomo (PZT) cerámica piezoeléctrica. En la ausencia de precarga axial, la frecuencia de resonancia del generados es descrita por:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{K_o}{m_{eff}}} \quad (1)$$



**Figure 1.** Schematic of a simply supported piezoelectric bimorph vibration energy scavenger.

**Table 1.** Variable descriptions and their values.

Symbol	Description	Value
$m_p$	Proof mass	7.1, 12.2
$b$	Bimorph width	12.7
$L$	Bimorph length	31.7
$h_b$	Brass shim thickness	0.127
$E_b$	Brass shim Young's modulus	100
$\rho_b$	Brass density	8140
$h_p$	Piezo layer thickness	0.191
$E_n$	Piezo Young's modulus	52

Donde  $K_o$  es la rigidez transversal del centro del bi-deformable, y  $M_{eff}$  es la masa efectiva actuando en el centro de la viga. La rigidez transversal de un soporte elemental simplemente homogénea es dada por el modelo Euler-Bernoulli como:

$$K_o = E I \left( \frac{\pi}{L} \right)^4 \left( \frac{L}{2} \right) \quad (2)$$

Donde  $E$   $I$  representan la rigidez de la flexión, definida como el producto del modulo de Young's y el segundo momento de inercia del área, y  $L$  es la longitud del bi-deformable. La tabla 1 detalla el nombre y describe las variables numéricas usadas en la siguiente ecuación. Considerando al bi-deformable como múltiples capas, la rigidez transversal toma una forma más complicada

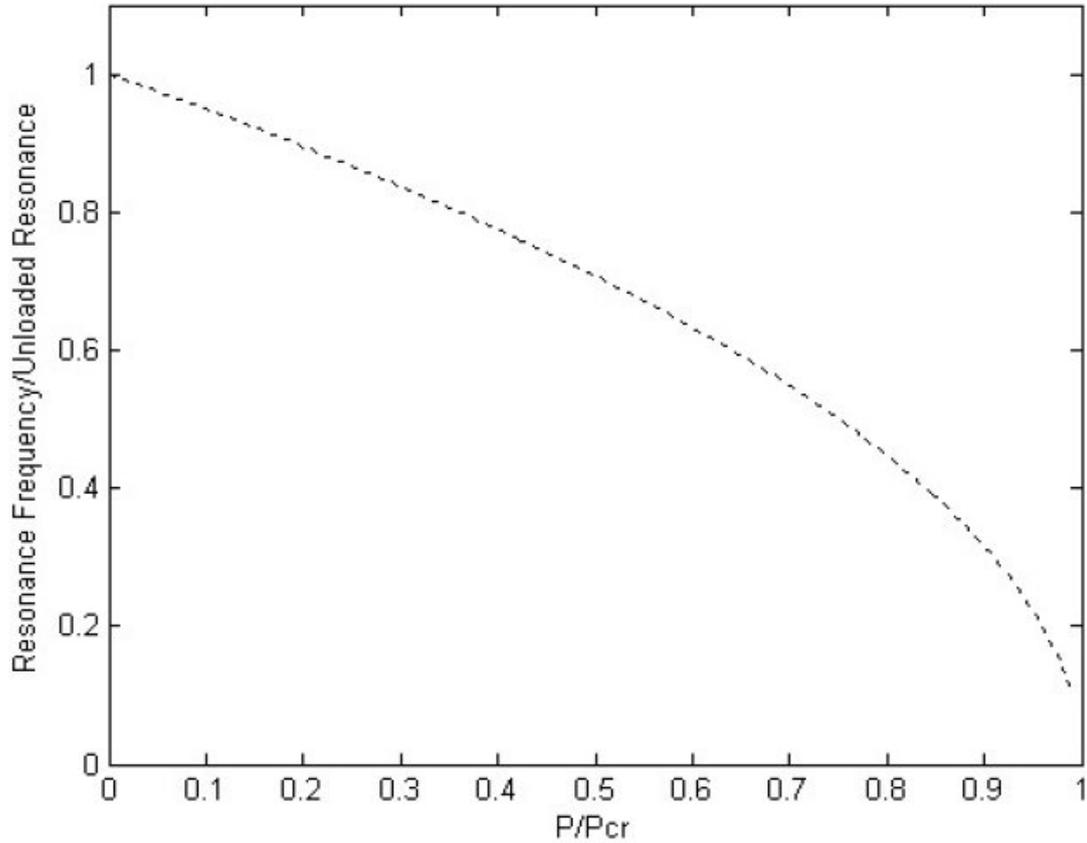
$$K_o = b \left( E_b \frac{h_{3b}}{12} + 2E_p \left( \frac{h_{3p}}{12} + h_p \left( \frac{h_b + h_p}{2} \right)^2 \right) \right) \times \left( \frac{\pi}{L} \right)^4 \left( \frac{L}{2} \right) \quad (3)$$

La masa efectiva es igual a la masa de prueba más tres medios de la masa del bi-deformable:

$$m_{\text{eff}} = m_p + \frac{bL}{2} (\rho_b h + 2\rho_p h_p) \quad (4)$$

## 2.2 efectos de la precarga axial compresible en la resonancia

El nuevo diseño del colector energético presentado en este estudio usa una precarga axial compresiva para alterar la frecuencia de resonancia del dispositivo. La aplicación de una precarga axial compresiva desestabiliza el simple soporte bi-deformable, reduciendo eficientemente la rigidez transversal. La nueva rigidez aparente  $K_{app}$  es definida como



**Figure 2.** Resonance frequency versus preload, normalized.

$$K_{app} = K_o - K_d \quad (5)$$

Donde  $K_d$  es termino de la rigidez desestabilizante, introducido como resultado de la precarga.  $K_d$  es definido como

$$K_d = P \left( \frac{\pi}{L} \right)^4 \left( \frac{L}{2} \right) \quad (6)$$

Donde P es el valor de la precarga axial compresiva. La frecuencia de resonancia del bi-deformable bajo la precarga queda de tal manera modificada a

$$\omega_o = \sqrt{\frac{K_{app}}{m_{eff}}} \quad (7)$$

En tanto a que la precarga aumenta, el valor de  $K_d$  se incrementa al final hasta el punto en donde el bi-deformable adquiere la rigidez aparente, y de este modo la frecuencia de resonancia es

igual a cero. La precarga compresiva a la cual el bi-deformable es completamente desestabilizado es igual a la carga de flexión crítica  $P_{cr}$ , dada por

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{L^2} \quad (8)$$

Figure 2 muestra la frecuencia de resonancia normalizada de un bi-deformable soporte simple con precarga incrementándose desde cero hasta la carga de flexión crítica.

### 2.3. Coeficiente de acoplamiento de los dispositivos piezoeléctricos y precarga

El coeficiente de acoplamiento  $k_2$  del aparato caracteriza la efectividad del acoplamiento electromecánico en un dispositivo piezoeléctrico. En el caso de un colector energético vibratorio piezoeléctrico, el coeficiente de acoplamiento del dispositivo es definido como

$$k_2 = \frac{\text{energía eléctrica recuperada}}{\text{energía mecánica suministrada}} \quad (9)$$

Lesieutre y Davis determinaron que el coeficiente de acoplamiento del dispositivo es afectado por la precarga según la relación

$$k_2 = \frac{p^2}{p^2 + (K_o - K_d)C_b} \quad (10)$$

Donde  $C_b$  es la capacidad del bi-deformable y  $p$  es un término de acoplamiento piezoeléctrico definido como

$$p = 2be_{31}(h_b + h_p) \left( \frac{\pi}{L} \right) \quad (11)$$

Notar que en (10), en cuanto la precarga es incrementada y  $K_{app}$  (igual a  $K_o - K_d$ ) se aproxima a cero,  $k_2$  se aproxima a la unidad.

Experimentalmente, el coeficiente de acoplamiento del dispositivo puede ser medido usando la expresión

$$k_2 = \frac{\omega_o^2 - \omega_c^2}{\omega_o^2} \quad (12)$$

Donde  $\omega_o$  y  $\omega_c$  representan el circuito abierto y el circuito cerrado de la frecuencia de resonancia del dispositivo, respectivamente.

Debería de señalarse que el coeficiente de acoplamiento del aparato estudiado aquí no incluye en sus cálculos la energía requerida para aplicar una precarga compresiva al generador piezoeléctrico. El diseño presentado en este artículo está previsto para trabajar en modo "pasivo", donde el dispositivo es sintonizado por el operador una vez puesto en marcha y a

partir de entonces ocasionalmente. Este escenario no incluye ninguna actuación activa continua de sintonización del aparato. Por ende no se requiere ninguna energía para aplicar dicha precarga.

#### 2.4. Modelo eficiente de generador piezoeléctrico básico

Williams y Yates presentaron un modelo de generador para la conversión de energía de vibración a electricidad. Roundy mostró que este modelo puede ser alterado para revelar la siguiente relación de energía de salida:

$$|Power| = \frac{m\zeta_e A^2}{4\omega\zeta_t^2} \quad (13)$$

En esta expresión,  $m$  es la masa de prueba del colector de energía vibratoria,  $A$  es la magnitud de la aceleración de las vibraciones transmitidas,  $\omega$  es la frecuencia de las vibraciones transmitidas, y  $\zeta_e$  y  $\zeta_t$  son la cantidad de electricidad y el amortiguamiento total de la energía recolectada respectivamente. Esta relación asume que la frecuencia de resonancia del recolector de energía ha de ser ajustada o encontrada de forma muy precisa con la frecuencia de las vibraciones transmitidas.

La ecuación anterior (13) informa de un par de importantes pautas en el diseño de un colector de energía y selección de una adecuada fuente de vibraciones. Con el fin de maximizar la potencia, el diseño debería de usar un masa de prueba lo más pesada posible. Similarmente, seleccionando entre múltiples posibles suministros de vibraciones, la fuente con el valor más grande de la fracción  $A^2/\omega$  suministra el más grande potencial para la recolección de energía.

Un poderoso modelo para un colector de energía vibratoria bi-deformable piezoeléctrico fue presentado por Roundy, y es mostrado en (14). Este modelo la transferencia de energía a una carga resistente, y esto incluye la suposición de que las vibraciones transmitidas esta en perfecta sincronía con la frecuencia de resonancia del generador.

$$Power = \frac{1}{\omega^2} \frac{RCb^2 \left( \frac{Y_{cd31} h_p b^4}{\epsilon} \right)^2}{(4\zeta^2 + k_{31}^4)(RC_b\omega)^2 + 4\zeta k_{31}^2 (RC_b\omega) + 2\zeta^2} \times A_{in}^2 \quad (14)$$

En este modelo,  $\omega$  es la frecuencia de vibración,  $R$  es la resistencia de la carga eléctrica,  $C_b$  es la capacidad del bi-deformable,  $Y_c$  es el modulo de Young del material piezoeléctrico,  $d_{31}$  es el coeficiente de tensión piezoeléctrico,  $t_c$  es el espesor de una sola capa piezoeléctrica, y  $b^*$  es un parámetro geométrico de la ecuación del valor promedio de la tensión en una capa de piezoeléctrico del bi-deformable flecándose este ultimo en su zona central. Mas precisamente,  $b^4 = 3(h_b + h_p)/L_2$ . La constante dieléctrica del material piezoeléctrico es representada por  $\epsilon$ ,  $\zeta$  es la cantidad de amortiguamiento del dispositivo,  $k_{31}$  es el coeficiente de acoplamiento piezoeléctrico, y  $A_{in}$  es la magnitud de la aceleración de las vibraciones transmitidas.

Una carga resistente optima que maximicé la transferencia de energía puede ser determinada por diferenciación (14) con respecto a  $R$ , la posición de los resultado de la expresión igualada a cero, y despejando  $R$  de la ecuación. El resultado de la expresión para una óptima carga resistente es:

$$R_{opt} = \frac{1}{\omega C_b} \frac{2\zeta}{\sqrt{4\zeta^2 + k_{31}^4}} \quad (15)$$

Esta carga resistente óptima coincide con la impedancia eléctrica de la carga del generador. Esto se puede notar en que el valor de  $R_{opt}$  tiene su máximo valor en  $1/\omega C$ . Esto debería de señalar que este modelo asume que el generador presenta un comportamiento lineal.

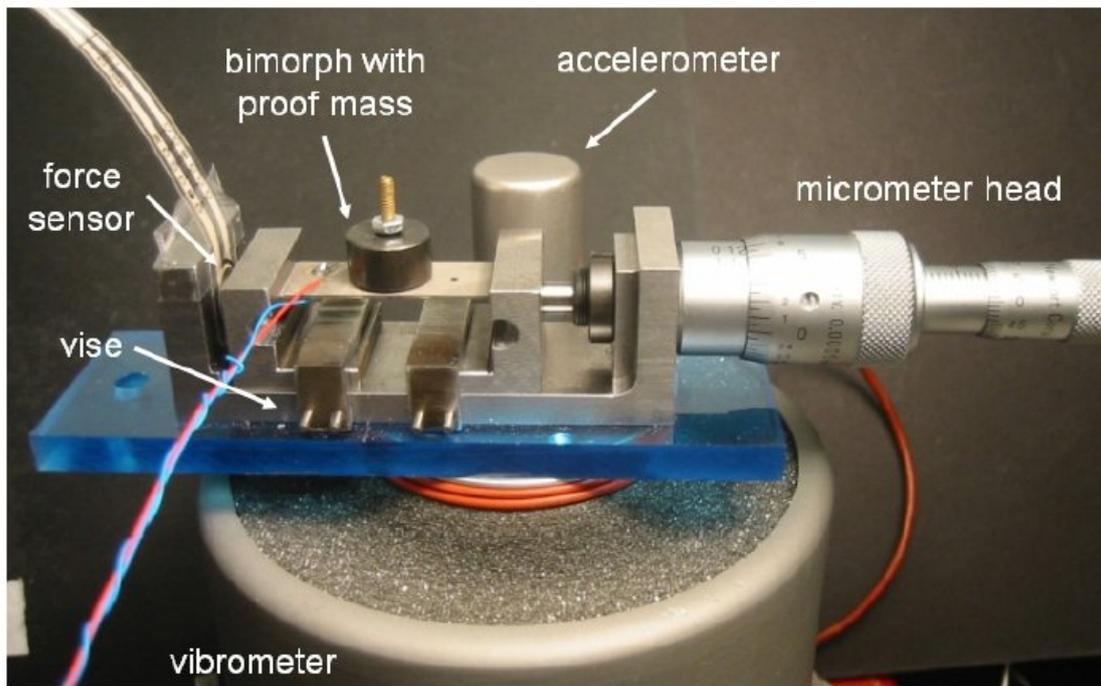
### 3. aparatos de experimentación

Cada generador piezoeléctrico usado en esta investigación ha sido construido usando un modelo T220-A4-303X bi-deformable piezoeléctrico de Piezo Systems, Inc. El bi-deformable fue comprimido por un calce concéntrico de latón, colocado entre las dos capas piezocerámicas de PZT-5<sup>a</sup>. Una pulverización de Niquel sobre los electrodos sobre las caras exteriores de cada capa PZT permitió una conexión eléctrica. Cables de plomo fueron soldados a las otras capas del electrodo. Las capas de PZT fueron polarizadas en serie, eliminando así la necesidad de conectarlas mediante cables de plomo al centro del calce. Las dimensiones y las propiedades de los bi-deformables han sido listadas en la tabla 1.

El montaje de la masa de prueba fue realizado en la forma de un tornillo de cabeza plana adherido de arriba debajo de la parte superior de la cara del bi-deformable. Un adaptador metálico fue utilizado como masa de prueba, y fue mantenido en su sitio usando como tornillos pequeñas tuercas.

Un pequeño tornillo de acero fue mecanizado para mantener el bi-deformable y facilitar la aplicación de la carga compresiva axial para sintonizar la frecuencia de resonancia del generador. El tornillo fue diseñado para que se auto-centrara bajo una precarga, con el bi-deformable manteniendo entre los dos soportes deslizantes en forma de L. La precarga axial fue aplicada usando un micrómetro de transmisión diferencial Nweport DM-13 montado en uno de los finales del tornillo. Un FelxiForce, el cual es un sensor de fuerza piezoresistente de la marca Tekscan, Inc. Fue montado en el otro final del tornillo para medir la precarga aplicada. Figure 3 muestra una fotografía de la configuración experimental. El diseñador original incorporaba surcos Delrin pulverizados para mantener ambas partes finales del bi-deformable. Este pulverizado fue planeado para producir unas condiciones que permitan al final una menor fricción cuando se produzca el giro. Los primeros experimentos mostraron que el pulverizado no producía las condiciones deseadas. Una solución para este problema fue encontrada al archivar el final del bi-deformable a la forma del borde, y el montaje a presión del bi-deformable entre los surcos del soporte producidos en forma de L.

Una carga resistiva variable de forma continua fue construida para medir la salida del generador frente a la carga desde cero hasta  $375 K_{ohm}$ . Un amplificador de señal LabWorks y generador de vibraciones ET-126 produjo las vibraciones transmitidas para el colector de energía. Un generador de señales Agilent produjo una señal de ondas sinusoidal de frecuencia variable para el amplificador y el medidor de vibraciones. El software Tekscan's ELF fue usado para grabar la salida del sensor de fuerza en un listado dentro del ordenador. Un acelerómetro piezoeléctrico de PCB Piezotronics midió la magnitud de las vibraciones transmitidas. Un osciloscopio digital de doble canal de la compañía Tektronix fue usado para ver y grabar la salida de ambos, del acelerómetro y del colector energético piezoeléctrico.



#### 4. Procedimiento experimental

Fueron puestos en marcha experimentos para estudiar el efecto de la precarga de compresión axial en los colectores de energía de vibración piezoeléctricos. Dos series de datos fueron tomados usando una masa de prueba de 7.1 g y otros dos fueron tomados usando otra masa de prueba de 12.2 g. El pico nominal de la aceleración de las vibraciones transmitidas usadas en este experimento fue 9.8 m/s<sup>2</sup>, o aproximadamente 1g de fuerza. Para cada serie de datos, un bi-deformable fue montado en el aparato de pruebas y la precarga fue aplicada en incrementos de entre 8 a 10 N. Las características de resonancia del aparato, coeficiente de acoplamiento, y la energía de salida fueron medidas para cada nivel de precarga. La precarga fue incrementada hasta el pandeo visible del bi-deformable- después del pandeo, el bi-deformable fue descargado y no se volvió a usar el mismo bi-deformable en las siguientes experiencias de medida. Se debe de señalar que el pandeo del bi-deformable se encuentra muy por debajo del pandeo crítico producido por la carga, predicho por la teoría. La combinación de la masa de prueba y las vibraciones aparentemente causadas en el bi-deformable para formarlo más allá del rango de valores en el cual son mecánicamente estables, y así de este modo ellos cedieran.

El circuito abierto de la frecuencia de resonancia fue medido manualmente en cada nivel de la precarga al variar la frecuencia de las vibraciones transmitidas y observando el voltaje de salida del circuito abierto del generador usando el osciloscopio. Similarmente, el circuito cerrado de la frecuencia de resonancia fue determinado usando una curva de frecuencias manual y midiendo el voltaje obtenido al pasar por una resistencia de 50 Ohm. Esta resistencia fue elejida porque era la el valor más pequeño que producía el voltaje obtenido lo suficientemente grande como para ser leído por el osciloscopio. El coeficiente de acoplamiento fue calculado usando desde el circuito abierto y el circuito cerrado de la frecuencia de resonancia (12).

Las medidas de las energías para cada nivel de precarga fueron tomadas usando la transmisión de vibraciones las cuales cuya frecuencia fue igual al del circuito abierto de la frecuencia de resonancia para ese nivel de precarga. La energía de salida fue determinada midiendo el voltaje obtenido que cruzaba por una resistencia de valor conocido y calculado la energía usando la relación  $P = V^2/R$ . El pico de energía del generado para cada nivel de precarga fue determinado al variar la carga resistente en pequeños incrementos y puestos los resultados en una gráfica en

tiempo real. La máxima energía de salida y la correspondiente carga resistente fue anotada para cada nivel de precarga.

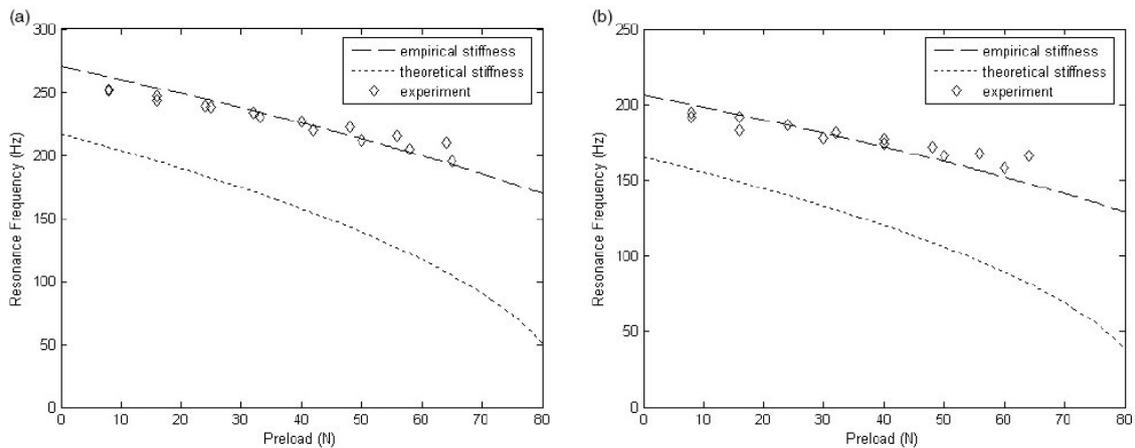


Figure 4. Resonance frequency versus preload, (a) 7.1 g proof mass, (b) 12.2 g proof mass.

Referida anteriormente a (13), en la cual se puede observar la magnitud de la energía producida por el colector de energía vibratoria es inversamente proporcional a la frecuencia de las vibraciones transmitidas. Como se describe aquí la frecuencia de las vibraciones transmitidas usada para medir la energía variaba al incrementarse la precarga. Esto fue de esta manera necesario para compensar las variaciones de las frecuencias transmitidas y asegurar una apropiada comparación de las medidas de la energía.

La compensación para esta variación de frecuencias fue lograda al ajustar la magnitud de la aceleración de las vibraciones transmitidas a una idéntico valor de  $A_2/w$  para todos los niveles de precarga. Refiriéndonos otra vez a (13), se constata que en ausencia de otras variables el generador energético y el colector de energía vibratoria deberían de ser para el mismo uso y con dos fuentes de vibración cuyos rangos de  $A_2/w$  sean iguales. Considerando los siguientes ejemplos: En la primera medida, el primer dato encontrado del circuito abierto de la frecuencia de resonancia de 250 Hz, y el dato de la energía fue recogido usando vibraciones con un pico en la magnitud de la aceleración de 9.8 m/s<sup>2</sup>. Si mantenemos incrementando la precarga el circuito abierto de la frecuencia de resonancia cae a 240 Hz, las medidas de la energía para esta precarga fueron tomadas usando vibraciones con una magnitud de la aceleración de 9.6 m/s<sup>2</sup> con el motivo de mantener una relación constante  $A_2/w$  entre las dos medidas de energía.

La relación entre la precarga y la cantidad de amortiguamiento del aparato fue además examinado experimentalmente. El bi-deformable fue montado sobre el mediante tornillos y excitado con un pequeño impulso mecánico. La decadente señal resultante de voltaje oscilatorio fue grabada usando un osciloscopio, y el método del logaritmo decreciente fue usado para calcular el coeficiente de amortiguamiento. En este experimento, el generador fue ajustado a una carga resistente de 173  $k_{ohm}$ , un valor determinado por las medidas de energía para estar cerca del principal valor de resistencia optima. Las medidas fueron tomadas en niveles del rango de la precargas de entre 0 y 60 N, en incremento de 10 N.

## 5. Resultados y conclusiones.

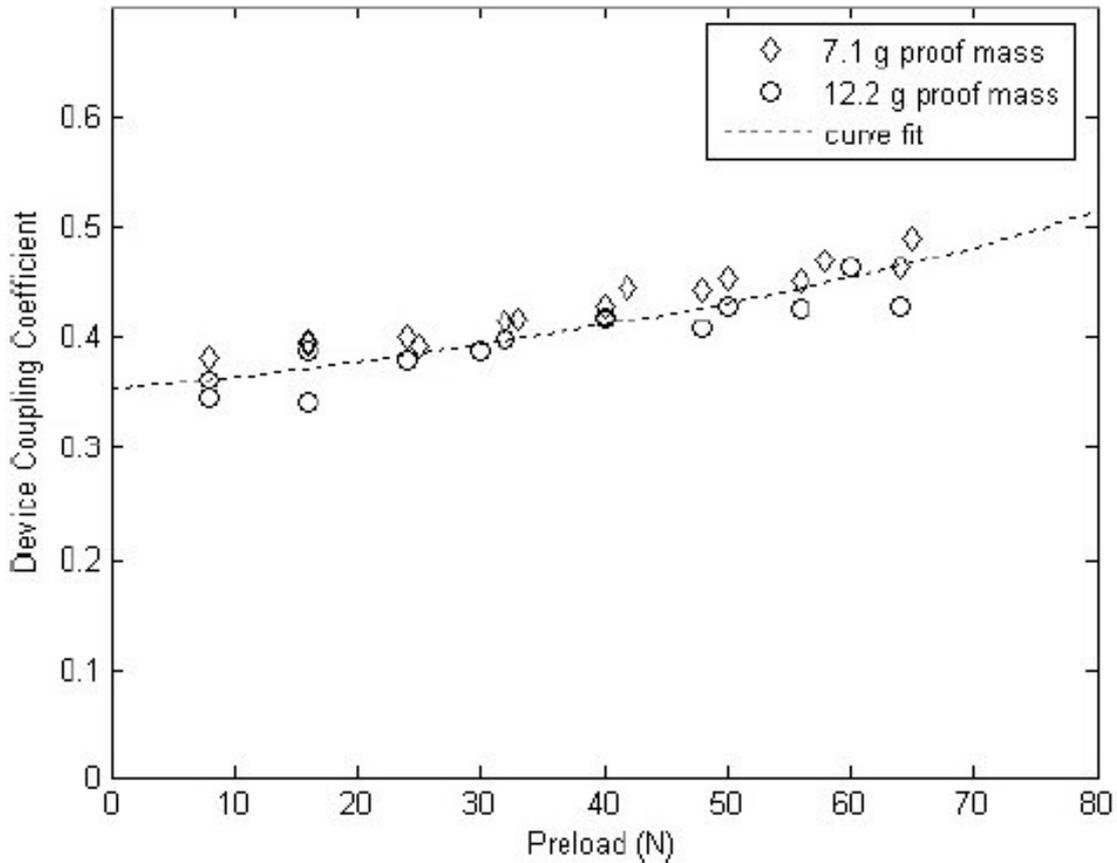
### 5.1 Precarga y resonancia

La figura 4 muestra los efectos de una precarga axial compresiva bajo la frecuencia de resonancia del generador piezoeléctrico. Los resultados de los generadores que usaban masa de prueba de entre 7.1 y 12.2 gr han sido mostrados. Para las masas de prueba de 7.1 gr, la frecuencia se redujo alrededor de entre 250 Hz y sobre 200 Hz, una reducción en la frecuencia de cerca de un 24%. Para las masas de prueba de 12.2 gr la frecuencia de resonancia fue reducida a cerca de 190 Hz a 160 Hz, una reducción de la frecuencia del 19%. En ambos casos, el generador bi-deformable falló con cargas de 65 N.

En estas gráficas, la línea punteada representa la precarga frente a la resonancia, dicha relación predice usando valores teóricos para la rigidez transversal de los bi-deformables  $K_o$ , como un determinado uso (2) y las constantes de los materiales de los cuales se obtienen a partir de las instrucciones de los mismo. La dimensionable y constante discrepancia entre esta curva teórica y los resultados del experimento sugieren que la teoría de la verdadera rigidez del bi-deformable usada en este experimento está significativamente subestimada. Un número de posibles explicaciones surgen para explicar esta diferencia de resultados:

- La cantidad de longitud de bi-deformable para su anchura fue de solo 2.5, mientras que la longitud teórica asumida en las vigas, vigas delgadas.
- Las lesiones localizadas de rigidez que dentro del bi-deformable existen donde la masa atornillada fue pegada sobre los alambres de plomo soldados a las almohadillas
- Conseguir las condiciones de mínima fricción es muy difícil de alcanzar, en las condiciones finales se ha tenido que conferir algún tipo de momento a la viga.

Un valor empírico de la rigidez transversal  $K_o$  del bi-deformable fue calculado desde los datos experimentales. Usando dichos valores se ha hecho una gráfica de una nueva curva precarga frente a resonancia, (la línea discontinua de la figura 4). Esta curva fija los datos mucho más ajustados, sugiere que el valor  $K_o$  calculado usando vigas teóricas fue de hecho muy bajo. Esto debería de ser remarcado, el que la curva generada usando el valor empírico de  $K_o$  es de la misma forma que la generada usando el valor teórico, diferenciándose únicamente en la sustitución del valor de rigidez empírico en (5) y (7).



**Figure 5.** Device coupling coefficient versus preload.

## 5.2. Coeficiente de precarga y acoplamiento

La figura 5 muestra el efecto de la precarga axial compresiva en el coeficiente de acoplamiento del dispositivo para el generador piezoeléctrico. La línea punteada representa una curva adecuada usando el modelo descrito en (10), en el cual el término  $p$  de acoplamiento piezoeléctrico fue dejado como incógnita.

El coeficiente de acoplamiento del dispositivo fue incrementado alrededor de un 25% de una cantidad de 0.367 con una precarga de 8 N a una cantidad de 0.461 con un 64 N de precarga. Los datos experimentales de corresponden con la forma de la curva muy bien, indicando que el modelo descrito en (10) es útil para describir el comportamiento del coeficiente de acoplamiento. Además de que los datos obtenidos usando una masa de prueba de 7.1 gr y los obtenidos usando una masa de prueba de 12.2 gr son muy similares el uno del otro, Se ve así de forma ilustrada la robustez de dicha tendencia.

## 5.3 Precarga y energía de salida.

La figura 6 muestra la máxima energía generada por el dispositivo a lo largo de un amplio rango de frecuencias de resonancia. Los datos que se han mostrados para generadores que usaban masas de prueba de 7.1 y 12.2 gr Recordar que la frecuencia de resonancia del generador fue ajustada hacia abajo al incrementar la precarga axial compresiva.

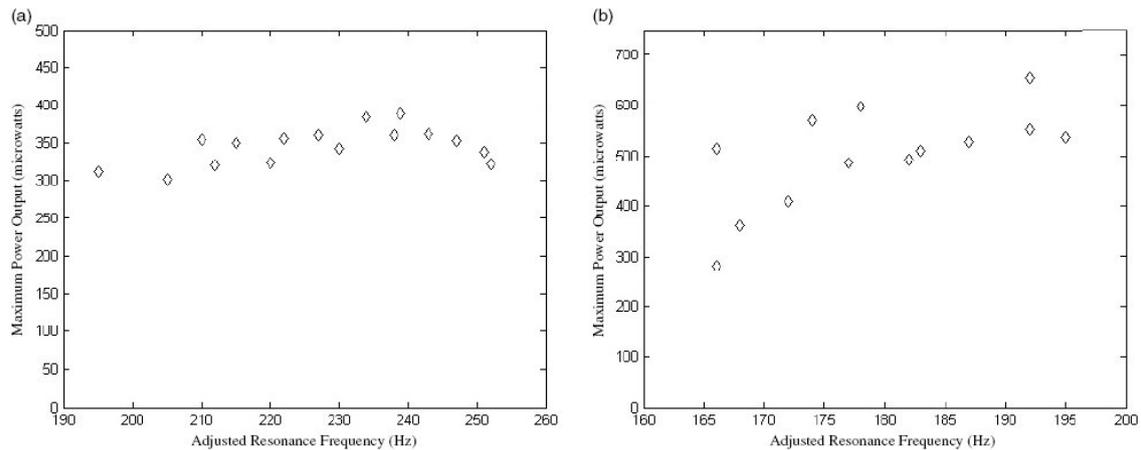


Figure 6. Power output versus resonance frequency, (a) 7.1 g proof mass, (b) 12.2 g proof mass.

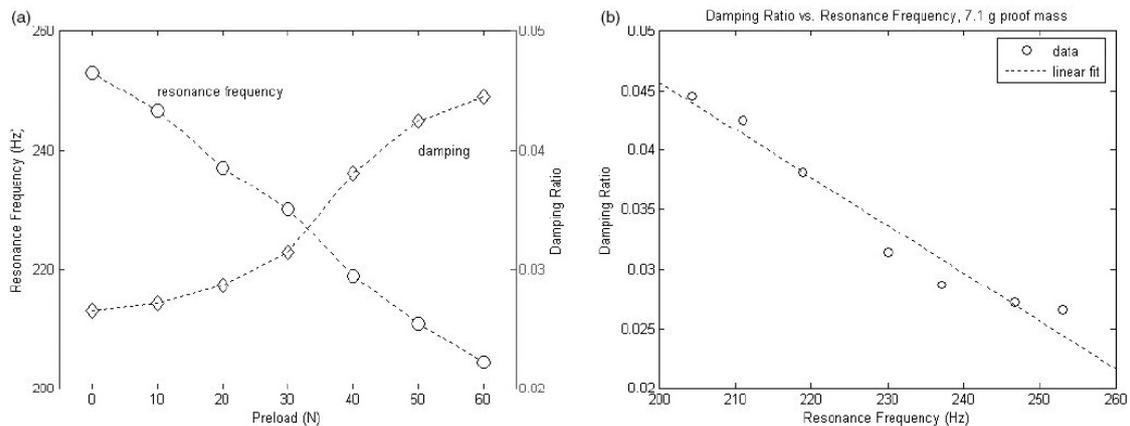


Figure 7. (a) Resonance frequency and damping versus preload, (b) damping versus resonance frequency.

El generador que usaba una masa de prueba de 7.1 gr obtenía una energía de salida entre los 300 y los 400  $\mu\text{W}$  de potencia a lo largo de un rango de frecuencias de 200 hasta 250 Hz. El generador que usaba una masa de prueba de 12.2 gr mostraba una larga propagación, con un rango de energía de salida desde los 360 hasta los 650  $\mu\text{W}$  sobre una frecuencia de propagación de entre 160 y 195 Hz. Los resultados comparados favorablemente con una aparato de resonancia fija optimizaban de forma más eficiente cuando el dispositivo era de una sola específica frecuencia.

#### 5.4 Precarga y aparato de amortiguamiento

Como se muestra en la figura 6, la energía de salida fue relativamente plana sobre el rango de frecuencias examinadas, incluso decreciendo algo a bajas frecuencias. La relación descrita en (13) y en (14), sin embargo, sugiere que la energía de salida se debería de incrementar a bajas frecuencias. Se propuso que un incremento en el amortiguamiento del aparato a altos niveles de precarga puede explicar estos decrecimientos en la energía de salida. Así entonces experimentos fueron tenidos en cuenta para examinar la posible relación entre la precarga y la cantidad de amortiguamiento. La Figura 7 (a) muestra los efectos de la precarga en ambas frecuencias de

resonancia y cantidades de amortiguamiento para un generador con una masa de prueba de 7.1 gr.

Estos experimentos demuestran una relación entre la precarga y la cantidad de amortiguamiento, conforme la cantidad de amortiguamiento se incrementa un 67 % de 0.0265 a 0 N de precarga hasta 0.0445 a 60 N de precarga. La Figura 7(b) muestra más adelante que la relación entre la frecuencia de resonancia y el amortiguamiento de una masa de prueba de 7.1 gr en el generador es aproximadamente lineal.

### **5.5 “compensador de amortiguamiento” modelo de generador energético piezoeléctrico.**

La relación observada entre el amortiguamiento, la precarga y la frecuencia de resonancia sugiere que esta variabilidad debería ser explicada por la teoría del modelo de energía piezoeléctrica descrito en (14). La adecuada gráfica mostrada en la figura 7(b) fue así sustituida en términos de de amortiguamiento del modelo energético. Los resultados de este modelo energético “amortiguamiento-compensado” son mostrados en la figura 8.

La inclusión de la variable de amortiguamiento del modelo energético resultan predicen una razonable precisión la energía de salida a lo largo del rango de frecuencias observadas, la forma de la curva es menos precisa. Investigaciones más avanzadas en la asunción de modelos energético pueden dar mejores predicciones de la energía de salida.

Por ejemplo, esto puede merecer la pena para examinar si el comportamiento del generador es lo suficientemente cercano a la linealidad o no, particularmente para altos niveles de precarga.

Además, mientras la figura 7(b) muestra que la relación entre frecuencia de resonancia y cantidad de amortiguamiento pueden ser aproximadamente lineales, los datos sugieren que la asociación puede de hecho ser una curva con forma de S mucho más compleja. Ninguna de estas avanzadas investigaciones fueron asumidas en este estudio, sin embargo.

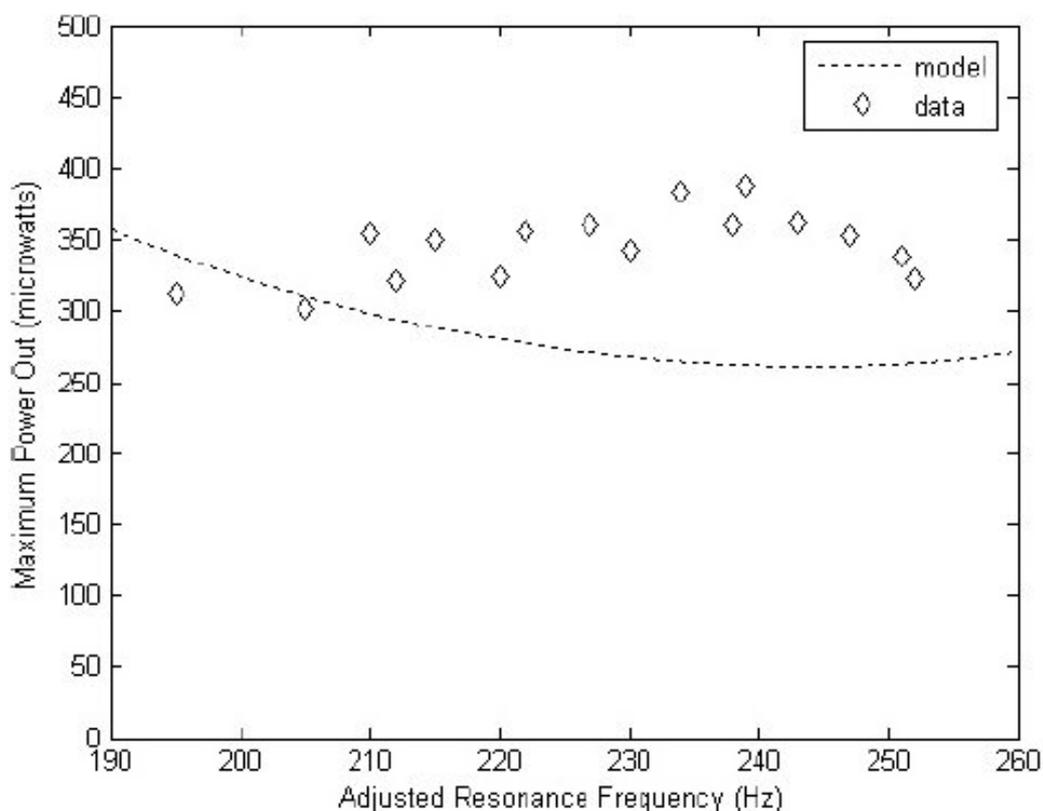
Sobre todo, las medidas de energía presentadas aquí son altamente alentadoras. Usando una precarga axial compresiva es clara la posibilidad de construir un colector de energía vibratoria sintonizado con la resonancia que pueda producir una energía significativa a lo largo del rango de frecuencias transmitidas. Estos experimentos indican que estos métodos de sintonización de la resonancia pueden permitir a un solo dispositivo colector de energía trabajar en una variedad de diferentes ambientes.

### **5.6. Carga resistente optima**

Cada medida de la energía en los correspondientes secciones previas presentaba una optima carga resistente determinada de acuerdo al método descrito en la sección 4. La figura 9(a) muestra una sola serie datos de energía frente a resistencia y se muestra como un ejemplo ilustrativo. La figura 9(b) muestra en la gráfica, todos los valores óptimos de la carga resistente con su frecuencia de resonancia asociada. La curva en la gráfica el valor de resistencia optima predicho por el modelo de energía piezoeléctrica y fue generado usando (15).

Se puede comparar inmediatamente que el valor de la carga resistente óptima observada experimentalmente son más largas que el valor predicho por el modelo de energía piezoeléctrica por un factor de tres a cuatro veces mayor. Una particular explicación de dicha discrepancia puede yacer en el modo en el cual la masa de prueba fue montada sobre el bi-deformable.

La masa de prueba fue montada sobre un pequeño tornillo de cabeza plana, fijado en el centro de la parte superior de la superficie del centro del bi-deformable. Este montaje resulto en una rigidez local circular de 4.5 mm de diámetro en el centro del bi-deformable, precisamente cuando la tensión (y así la carga de separación) podría haber sido por lo demás alargada. Este efecto podría elevar la apariencia de la impedancia del generador, a través del cual es poco probable que esto diera la suficiente explicación a la diferencia de las magnitudes mostradas en la figura 9(b). El comportamiento de la carga resistente óptima de estos generadores merece un estudio más exhaustivo.



**Figure 8.** Power output versus resonance frequency, theory and experiment.

## 6. Conclusiones y futuros trabajos

Estos papeles presentan la investigación tomada al examinar el efecto de una precarga axial compresiva sobre un colector de energía vibratoria construido con materiales piezoeléctricos bi-deformables. En particular, este estudio buscaba evaluar el potencial de las técnicas de unión entre el colector energético trabajando de forma eficiente en una variedad de ambientes con vibraciones ambientales de diferentes frecuencias.

Esto determinó que una precarga axial compresiva puede reducir la frecuencia de resonancia de un colector de energía vibratoria hasta un 24 % mientras se incrementaba el coeficiente de acoplamiento del dispositivo hasta un 25 %. Lo más importante, es que los datos experimentales presentados aquí muestran que un solo colector de energía puede ser sintonizado para producir una energía significativa a lo largo de un amplio rango de frecuencias. Un generador que usa una masa de prueba de 7.1 gr mostró que producía una energía de 300 – 400  $\mu\text{W}$  mientras trabajaba en un rango de frecuencias de 200 – 250 Hz. Similarmente, un generador que usa una masa de prueba de 12.2 gr produce entre 360 y 650  $\mu\text{W}$  de energía a lo largo de un rango de frecuencias de 165 a 190 Hz. Estos resultados sugieren que una precarga axial compresiva presenta una opción viable para construir un colector de energía vibratoria el cual puede ser sintonizado para operar eficientemente en una diferente variedad de marcos de aplicaciones.

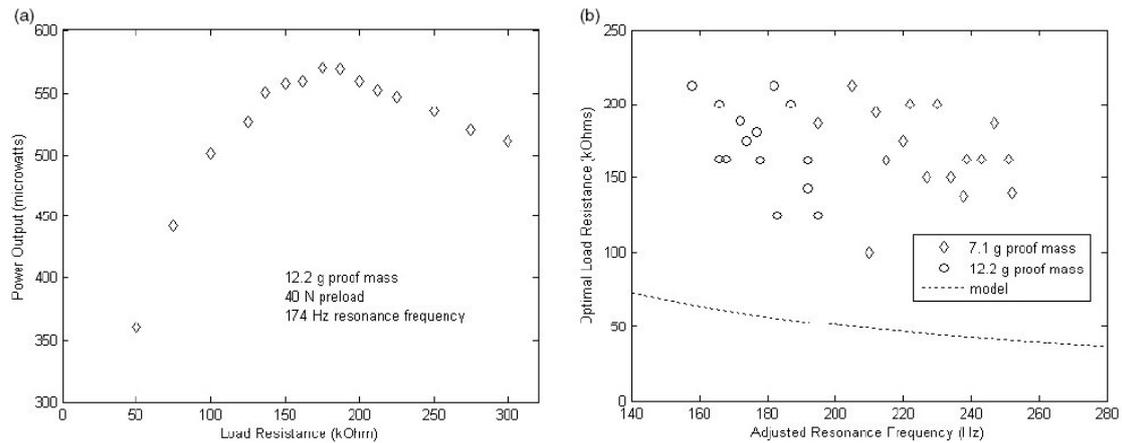


Figure 9. (a) Power output versus load resistance, (b) load resistance versus resonance frequency.

Algunas diferentes vías de investigación del futuro se han sugerido en este estudio. Mientras el modelo energético piezoeléctrico usado en este proyecto ofrece razonables predicciones de la energía de salida del dispositivo, la forma de la curva de energía generada por el modelo difiere por lo sugerido según los datos experimentales. La asunción del modelo energético de un comportamiento lineal debería de ser evaluado, así como la relación entre precarga y amortiguamiento. La larga discrepancia entre lo predicho y los observados óptimos valores de resistencia no fueron adecuadamente explicados y deberían de ser examinados con mayor profundidad. Desde la perspectiva del diseño, unas posibles mejoras son inmediatamente evidentes. Las condiciones finales de los bi-deformables podrían ser modificadas para parecerse de manera más cercana a un montaje en forma de bisagra sin fricción. La masa de prueba montada puede ser mejorada para eliminar la rigidez local situada en una determinada región central del bi-deformable lo cual podría contribuir significativamente en la energía obtenida del generador. Estas dos áreas, futuros análisis y trabajos de diseño podrían jugar un papel importante en el desarrollo de una comercialización viable de futuros colectores de energía vibratoria sintonizados en la resonancia. Trabajos futuros pueden además incluir combinaciones de diseño para un colector de energía sintonizador-resonancia con una actuador y un controlador de loop de retroalimentación. Resultando así un “colector inteligente” que podría periódicamente buscar los niveles de precarga que corresponden con la frecuencia de resonancia más eficiente para un generador de energía.

## Experiencia previa

Antes de proceder a la experimentación con los piezomateriales sobre la plancha para demostrar la viabilidad del proyecto, realice una serie de pruebas previas.

Ya que los piezomateriales que encontré por internet eran relativamente caros:

Un P-876 DuraAct™ Piezoelectric Patch Transducers de 61x35x0.4 mm cuesta 195\$

Se puede consultar esta información en la siguiente página:

<http://store.pi-usa.us/ProductDetails.asp?ProductCode=P-876>

Antes de desembolsar el dinero en dichos materiales, montarlos en el dispositivo, construirlo y tener todo preparado. Para realizar los experimentos oportunos.

Quise constatar una experiencia previa, y es la de intentar romper un vaso de cristal mediante la resonancia. Dicho experimento se puede observar en multitud de videos en Youtube.

El propósito era, que antes de hacer la inversión inicial con los posibles resultados no previstos en los cálculos teóricos iniciales. Quería demostrar que efectivamente sí, la resonancia, el sonido producido por una fuente; puede hacer que otro objeto entre en resonancia, es decir que se mueva, que vibre a la misma frecuencia.

Para ello, para el experimento utilice una copa de vino de cristal ya que resulta menos susceptible a la hora de colapsar y romperse antes que un vaso normal de cristal que resulta mucho más robusto y difícil de romper.

La fuente generadora de ondas fue mi propio ordenador portátil; buscando en internet. Encontré varios programas que generaban sonidos a las frecuencias que el usuario decidiera. En mi caso utilice, el NCH Tone generator el cual me permitía usar la tarjeta de sonido del ordenador portátil como generador de frecuencias del rango desde los 100 Hz hasta los 15kHz.

El problema que se planteaba era saber cual era la frecuencia exacta de resonancia de la copa de cristal, para poder introducir ese mismo dato en el programa del ordenador. Al no disponer de un osciloscopio para realizar las medidas necesarias tuve que recurrir a una solución más creativa para hallar la frecuencia requerida. Para ello utilice un afinador de guitarras, el cual indica qué tipo de nota es la que está recibiendo. En concreto utilice un afinador Chromatic Tuner CA-30 de la casa KROG. El problema es que el afinador da como lectura notas musicales A, B, C, D, E, F, G con sus correspondientes sostenidos o bemoles. Dando ligeros golpes a la copa, esta producía un sonido más o menos igual, cuantos más golpes se le dan y más medidas se realicen; más precisa será la frecuencia de resonancia calculada.

Para mi copa en particular el afinador me daba un F# la nota fa sostenida. Lo que tenía que calcular es en que armónica se encontraba y cual era la frecuencia más o menos exacta.

Para calcular la frecuencia exacta de una nota dada se recurre a la siguiente expresión:

$$Frecuencia_n = 440 \times 2^{\frac{n}{12}}$$

El 440 viene de que la nota de referencia en música es el La que según la norma ISO 16:1975 corresponde a 440Hz

n es el número de semitonos que hay desde la nota de referencia hasta la nota que queremos calcular. O lo que es lo mismo el numero de teclas (incluyendo blancas y negras) que hay en un piano entre el La y la nota que deseamos conocer.

Como F# esta 3 semitonos es decir tres teclas por debajo del La, la expresión me queda así.

$$Frecuencia_{F\#} = 440 \times 2^{\frac{-3}{12}} = 369.994 \text{ Hz}$$

Ahora bien, la frecuencia que daba no era la correspondiente al armónico fundamental de la copa, es decir que estaba unas cuantas octavas por debajo.

Hay otra nota **La**, de una "octava" superior (la cuarta octava) cuando el aire vibra a 880 hertzios, y otra más cuando vibra a 880\*2 (quinta octava), y otra a 880\*2\*2 (sexta octava), etc, del mismo modo que hay un La que se produce cuando el aire vibra a 440/2 (segunda octava) y otra a 440/2/2 (primera octava).

Diferencias una octava de otra es muy sencillo, se puede hacer simplemente a oído, determinándola cuando se sienta que los sonidos son iguales. No es lo mismo tener que determinar una frecuencia de un semitono a otro ya que la diferencia de frecuencias en valor es muy pequeña, aun que los músicos expertos puedan diferenciar una frecuencia de otra que disten una de otra de un herzio por ejemplo. No es lo mismo que diferenciarlo que disten del doble.

Así que fue probando para:

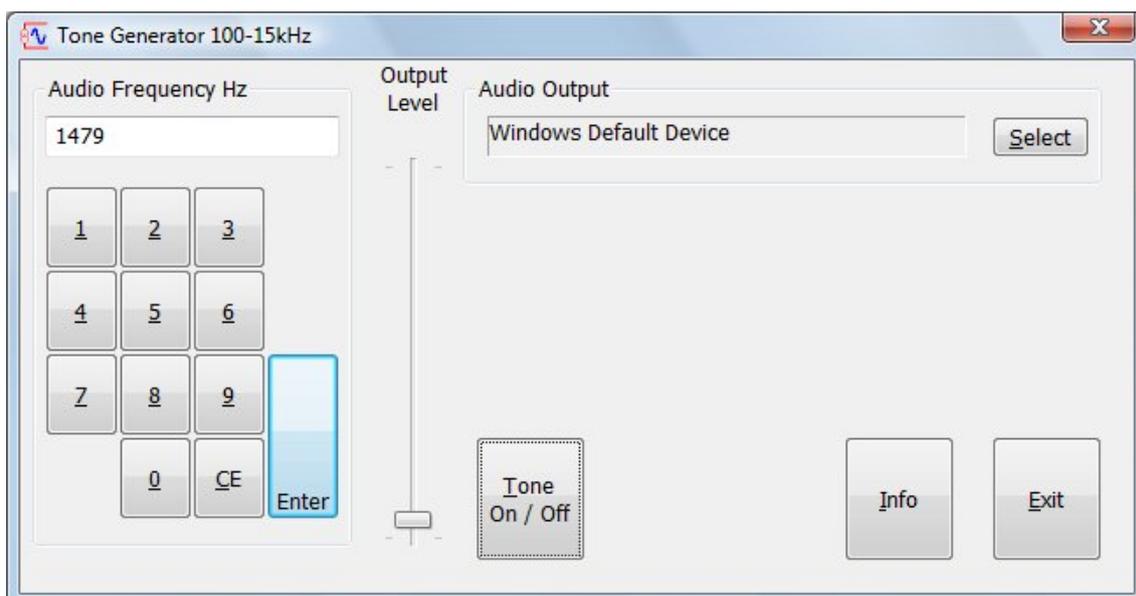
$$369.994 \times 2^n$$

Donde n es la octava en la que me estaba moviendo, con los siguientes resultados posibles:

Número de octava (n)	Frecuencia calculada (Hz)
0	369.994
1	739.988
2	1479.976
3	2959.952

Concluí que la frecuencia que estaba buscando, y por la tanto la frecuencia de resonancia que más se parecía a la de la copa era la de 1479.976 Hz

Ya solo quedaba introducir el dato en el programa:



La idea consiste en colocar la copa de vino lo más cerca posible de los altavoces del ordenador portátil y ejecutar el programa para que produjera dicho sonido.

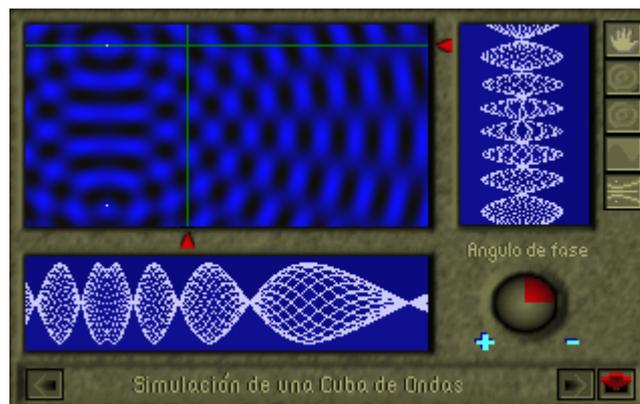
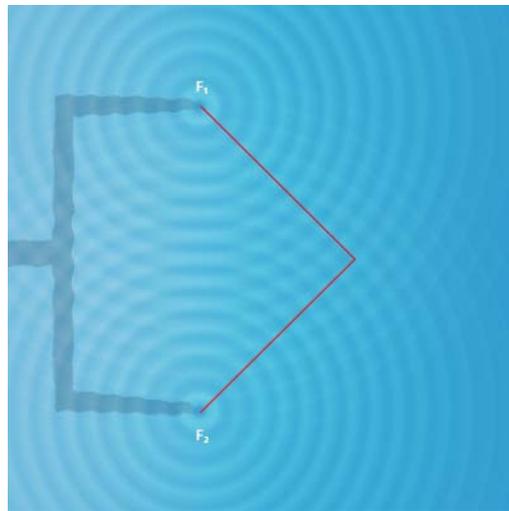
El experimento, resultó ser bastante molesto ya que el sonido generado por el ordenador era un tono muy penetrante. Y a penas se podía aguantar más de diez minutos ininterrumpidos con el sonido encendido.

Probé no solamente con 1479 Hz sino con  $\pm 10$ . Es decir 1478, 1477, 1476, 1475,... etc.

Al final no se consiguió lo que se había propuesto en un principio, la copa no se rompió. Por lo que si ni siquiera fui capaz de hacer vibrar una simple copa de vino, me abordaron las dudas de si sería capaz de hacer vibrar un elemento más rígido como una plancha de metal con materiales piezoeléctricos acoplados. Al menos no, con los materiales de lo que disponía en ese momento.

En teoría el volumen, y la intensidad del volumen no tienen por que afectar a la resonancia. Pero quizás una mayor potencia de sonido en resonancia, hace que la resonancia “transporte” o “transfiera” una mayor energía al sistema.

Por otro lado esta la calidad de los altavoces del ordenador portátil, que igual no es la correcta y no da un rendimiento optimo para el efecto. También sucede, que son dos los altavoces fijos incorporados y no uno. Con dos altavoces se producen fenómenos de interferencia de onda.



Haciendo que las ondas que inciden sobre la copa no transmitan la energía necesaria para hacer vibrar la copa

## Desarrollo del proyecto

Para el desarrollo del proyecto, me dirigí a diferentes entidades e instituciones. Empezando por mi propia universidad, en la cual no encontré ningún profesor ni investigador que trabajara con materiales piezoeléctricos de la manera en que la yo estaba interesada trabajar.

Después probé en Alemania, en la Hochschule Bremen que es donde realice mi estancia Erasmus y donde ya conocía a algún profesor con quien hablar, tampoco recibí ninguna ayuda por parte de la escuela, tan solo lo mismo que me ofrecían en España, acceso al laboratorio y a los instrumentos de medida. Consulte también en la central de Patentes de Bremen a ver si existían precedentes de proyectos similares al mío y tampoco encontré nada, probé también en la Universidad de Bremen, mandando diferentes correos a un montón de profesores que me mandaron a un instituto de investigación sobre la energía eólica especializado en turbinas generadoras. El instituto se llama Fraunhofer-Institut al cual mande un par de correos y llame de propio por teléfono y no recibí respuesta alguna. También asistí a un congreso sobre energía renovables celebrado en Hamburgo para buscar subvención a mi proyecto, por lo que se exponía ahí no tenía relación con lo que yo vengo a aportar.

Para las diferentes entrevistas que mantuve con los profesores o con las personas pertinentes, tuve que explicarles mi proyecto en alemán. Al no ser mi lengua materna y estar aun en proceso de aprendizaje, elabore con ayuda de compañeros, amigos y conocidos alemanes que me ayudaron a redactar una especie de texto introductorio sobre lo que trataba mi proyecto. Habiéndoles explicado a ellos previamente sobre que trataba, por su puesto. Lo que venía a contar lo expongo en el texto siguiente:

*Mein Projekt beschreibt eine regenerative Energie-Tonalage*

*Die Idee ist, die Resonanzfrequenz mit dem Piezoelektrizitätskonzept zu verbinden.*

*Die Resonanzfrequenz ist fähig in einem System Bewegung zu produzieren; wenn diese Bewegung unkontrolliert ist, könnte es passieren, dass das ganze System zusammenbricht. Ein bekanntes Beispiel ist die Tacoma-Narrows-Brücke, welche aufgrund winderegter Schwingungen spektakulär ist. Am Ende wurde bei der heftigen Schwingung die Brücke zerstört.*

*Auf der andere Seite haben wir die piezoelektrischen Materialien, welche eine elektrische Spannung erzeugen, wenn sie sich verformen.*

*Die Anlage wird für zwei Teile ausgemacht.*

*Ein Teil ist der „Resinator“ welcher eine lange Röhre ist; ein Windstrom fließt durch die Röhre und dieser Strom ruft einem bestimmten Ton hervor (der Ton hängt von der Länge der Röhre ab).*

*Der andere Teil ist der „Generator“. Der Generator ist ein Teil, welcher aus piezoelektrischen Materialien gebildet wird.*

*Wenn der Ton des Resonators gleich mit der Resonanzfrequenz ist, dann beginnt der Generator zu flattern. Die Bewegung zwingt ständig die piezoelektrischen Materialien um, und dann haben wir elektrischen Strom.*

## Anejo A. Normas de referencia

En este anejo se indica la relación de normas incluidas en el DB-HR, ordenadas como sigue: en primer lugar las UNE EN ISO, después las UNE EN y por último las UNE y, dentro de cada grupo, siguiendo un orden numérico.

UNE EN ISO 140-1: 1998 Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 1: Requisitos de las instalaciones del laboratorio sin transmisiones indirectas. (ISO 140-1: 1997) UNE EN ISO 140-1: 1998/A1:2005

Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 1: Requisitos de las instalaciones del laboratorio sin transmisiones indirectas.

Modificación 1: Requisitos específicos aplicables al marco de la abertura de ensayo para particiones ligeras de doble capa (ISO 140-1: 1997/AM1: 2004)

UNE EN ISO 140-3: 1995 Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 3: Medición en laboratorio del aislamiento acústico al ruido aéreo de los elementos de construcción. (ISO 140-3: 1995) UNE EN ISO 140-3: 2000

ERRATUM

Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 3: Medición en laboratorio del aislamiento acústico al ruido aéreo de los elementos de construcción. (ISO 140-3: 1995) UNE EN ISO 140-3: 1995/ A1:2005

Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 3: Medición en laboratorio del aislamiento acústico al ruido aéreo de los elementos de construcción. Modificación 1: Condiciones especiales de montaje para particiones ligeras de doble capa. (ISO 140-3:1995/AM 1:2004)

UNE EN ISO 140-4: 1999 Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 4: Medición in situ del aislamiento al ruido aéreo entre locales. (ISO 140-4: 1998)

UNE EN ISO 140-5: 1999 Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 5: Medición in situ del aislamiento acústico al ruido aéreo de elementos de fachadas y de fachadas. (ISO 140-5: 1998)

UNE EN ISO 140-6: 1999 Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 6: Medición en laboratorio del aislamiento acústico de suelos al ruido de impactos. (ISO 140-6: 1998)

UNE EN ISO 140-7: 1999 Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 7: Medición in situ del aislamiento acústico de suelos al ruido de impactos (ISO 140-7: 1998)

UNE EN ISO 140-8: 1998 Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 8: Medición en laboratorio de la reducción del ruido de impactos transmitido a través de revestimientos de suelos sobre un forjado normalizado pesado (ISO 140-8: 1997) UNE EN ISO 140-11: 2006

Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 11: Medición en laboratorio de la reducción del ruido de impactos transmitido a través de revestimientos de suelos sobre suelos ligeros de referencia (ISO 140-11: 2005)

UNE EN ISO 140-14:2005

Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 14: Directrices para situaciones especiales in situ (ISO 140-14: 2004) UNE EN ISO 140-16:2007

Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 16: Medición en laboratorio de la mejora del índice de reducción acústica por un revestimiento complementario (ISO 140-16:2006)

UNE EN ISO 354: 2004 Acústica. Medición de la absorción acústica en una cámara reverberante. (ISO 354: 2003)

UNE EN ISO 717-1: 1997 Acústica. Evaluación del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 1: Aislamiento a ruido aéreo (ISO 717-1:1996) UNE EN ISO 717-1:1997/A1:2007

Acústica. Evaluación del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 1: Aislamiento a ruido aéreo. Modificación 1: Normas de redondeo asociadas con los índices expresados por un único número y con las magnitudes expresadas por un único número. (ISO 717-1:1996/AM 1:2006)

UNE EN ISO 717-2: 1997 Acústica. Evaluación del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 2: Aislamiento a ruido de impactos (ISO 717-2: 1996) UNE-EN ISO 717-2:1997/A1:2007

Acústica. Evaluación del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 2: Aislamiento a ruido de impactos. Modificación 1 (ISO 717-2:1996/AM 1:2006)

UNE ISO 1996-1: 2005 Acústica. Descripción, medición y evaluación del ruido ambiental. Parte 1: Magnitudes básicas y métodos de evaluación. (ISO 1996-1:2003)

UNE-EN ISO 3382-2:2008 Acústica. Medición de parámetros acústicos en recintos. Parte 2: Tiempo de reverberación en recintos ordinarios (ISO 3382-2:2008).

UNE EN ISO 3741:2000 Acústica. Determinación de los niveles de potencia acústica de las fuentes de ruido a partir de la presión acústica. Métodos de precisión en cámaras reverberantes. (ISO 3741: 1999)UNE EN ISO 3741/AC:2002

Acústica. Determinación de los niveles de potencia acústica de las fuentes de ruido a partir de la presión acústica. Métodos de precisión en cámaras reverberantes. (ISO 3741:1999)

UNE EN ISO 3743-1:1996 Acústica. Determinación de los niveles de potencia acústica de fuentes de ruido. Métodos de ingeniería para fuentes pequeñas móviles en campos reverberantes. Parte 1: Método de comparación en cámaras de ensayo de paredes duras. (ISO 3743-1: 1994)

UNE EN ISO 3743-2:1997 Acústica. Determinación de los niveles de potencia acústica de fuentes de ruido utilizando presión acústica. Métodos de ingeniería para fuentes pequeñas móviles en campos reverberantes. Parte 2: Métodos para cámaras de ensayo reverberantes especiales. (ISO 3743-2: 1994)

UNE EN ISO 3746:1996 Acústica. Determinación de los niveles de potencia acústica de fuentes de ruido a partir de la presión sonora. Método de control en una superficie de medida envolvente sobre un plano reflectante. (ISO 3746: 1995)

UNE EN ISO 3747:2001 Acústica. Determinación de los niveles de potencia acústica de fuentes de ruido a partir de la presión acústica. Método de comparación in situ. (ISO 3747: 2000) UNE EN ISO 3822-1: 2000

Acústica. Medición en laboratorio del ruido emitido por la grifería y los equipamientos hidráulicos utilizados en las instalaciones de abastecimiento de agua. Parte 1: Método de medida (ISO 3822-1: 1999) UNE EN ISO 3822-2: 1996

Acústica. Medición en laboratorio del ruido emitido por la grifería y los equipamientos hidráulicos utilizados en las instalaciones de abastecimiento de agua. Parte 2: Condiciones de montaje y de funcionamiento de las instalaciones de abastecimiento de agua y de la grifería (ISO 3822-1: 1995) UNE EN ISO 3822-2: 2000 ERRATUM

Acústica. Medición en laboratorio del ruido emitido por la grifería y los equipamientos hidráulicos utilizados en las instalaciones de abastecimiento de agua. Parte 2: Condiciones de montaje y de funcionamiento de las instalaciones de abastecimiento de agua y de la grifería (ISO 3822-2: 1995) UNE EN ISO 3822-3: 1997

Acústica. Medición en laboratorio del ruido emitido por la grifería y los equipamientos hidráulicos utilizados en las instalaciones de abastecimiento de agua. Parte 3: Condiciones de montaje y de funcionamiento de las griferías y de los equipamientos hidráulicos en línea (ISO 3822-3: 1997) UNE EN ISO 3822-4: 1997

Acústica. Medición en laboratorio del ruido emitido por la grifería y los equipamientos hidráulicos utilizados en las instalaciones de abastecimiento de agua. Parte 4: Condiciones de montaje y de funcionamiento de los equipamientos especiales (ISO 3822-4: 1997)

UNE EN ISO 10846-1: 1999

Acústica y vibraciones. Medida en laboratorio de las propiedades de transferencia

vibroacústica de elementos elásticos. Parte 1: Principios y líneas directrices. (ISO 10846-1: 1997) UNE EN ISO 10846-2: 1999

Acústica y vibraciones. Medida en laboratorio de las propiedades de transferencia vibroacústica de elementos elásticos. Parte 2: Rigidez dinámica de soportes elásticos para movimiento de translación. Método directo. (ISO 10846-2: 1997) UNE EN ISO 10846-3: 2003

Acústica y vibraciones. Mediciones en laboratorio de las propiedades de transferencia vibroacústica de elementos elásticos. Parte 3: Método indirecto para la determinación de la rigidez dinámica de soportes elásticos en movimientos de traslación. (ISO 10846-3:2002) UNE EN ISO 10846-4:2004

Acústica y vibraciones. Mediciones en laboratorio de las propiedades de transferencia vibroacústica de elementos elásticos. Parte 4: Rigidez dinámica en traslación de elementos diferentes a soportes elásticos. (ISO10846-4: 2003)UNE-EN ISO 10848-1:2007

Acústica. Medida en laboratorio de la transmisión por flancos del ruido aéreo y del ruido de impacto entre recintos adyacentes. Parte 1: Documento marco (ISO 10848-1:2006) UNE EN ISO 10848-2:2007

Acústica. Medida en laboratorio de la transmisión por flancos del ruido aéreo y del ruido de impacto entre recintos adyacentes. Parte 2: Aplicación a elementos ligeros cuando la unión tiene una influencia pequeña. (ISO10848-2:2006)UNE-EN ISO 10848-3:2007

Acústica. Medida en laboratorio de la transmisión por flancos del ruido aéreo y del ruido de impacto entre recintos adyacentes. Parte 3: Aplicación a elementos ligeros cuando la unión tiene una influencia importante. (ISO10848-3:2006)

UNE EN ISO 11654:1998 Acústica. Absorbentes acústicos para su utilización en edificios. Evaluación de la absorción acústica (ISO 11654:1997)

UNE EN ISO 11691:1996 Acústica. Medida de la pérdida de inserción de silenciadores en conducto sin flujo. Método de medida en laboratorio. (ISO 11691:1995)

UNE EN ISO 11820:1997 Acústica. Mediciones in situ de silenciadores. (ISO 11820:1996)

UNE-EN 200:2008 Grifería sanitaria. Grifos simples y mezcladores para sistemas de suministro de agua de tipo 1 y tipo 2. Especificaciones técnicas generales.

UNE EN 1026: 2000 Ventanas y puertas. Permeabilidad al aire. Método de ensayo. (EN 1026: 2000)

UNE EN 12207: 2000 Puertas y ventanas. Permeabilidad al aire. Clasificación. (EN 12207: 1999)

UNE EN 12354-1: 2000 Acústica de la edificación. Estimación de las características acústicas de las edificaciones a partir de las características de sus elementos. Parte 1: Aislamiento acústico del ruido aéreo entre recintos. (EN 12354-1:2000)

UNE EN 12354-2: 2001 Acústica de la edificación. Estimación de las características acústicas de las edificaciones a partir de las características de sus elementos. Parte 2: Aislamiento acústico a ruido de impactos entre recintos. (EN 12354-2:2000)

UNE EN 12354-3: 2001 Acústica de la edificación. Estimación de las características acústicas de las edificaciones a partir de las características de sus elementos. Parte 3: Aislamiento acústico a ruido aéreo contra el ruido del exterior. (EN 12354-3:2000)

UNE EN 12354-4: 2001 Acústica de la edificación. Estimación de las características acústicas de las edificaciones a partir de las características de sus elementos. Parte 4: Transmisión del ruido interior al exterior. (EN 12354-4:2000)

UNE EN 12354-6: 2004 Acústica de la edificación. Estimación de las características acústicas de las edificaciones a partir de las características de sus elementos. Parte 6: Absorción sonora en espacios cerrados. (EN 12354-6:2003)

UNE EN 20140-2: 1994 Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y en elementos de edificación. Parte 2: Determinación, verificación y aplicación de datos de precisión. (ISO 140-2: 1991)

UNE EN 20140-10: 1994 Acústica. Medición del aislamiento acústico en los edificios y de los elementos de construcción. Parte 10: Medición en laboratorio del aislamiento al ruido aéreo de los elementos de construcción pequeños. (ISO 140-10:1991). (Versión oficial EN 20140-10:1992)

UNE EN 29052-1: 1994 Acústica. Determinación de la rigidez dinámica. Parte 1: Materiales utilizados en *suelos flotantes* en viviendas. (ISO 9052-1:1989). (Versión oficial 29052-1: 1992)

UNE EN 29053: 1994 Acústica. Materiales para aplicaciones acústicas. Determinación de la resistencia al flujo de aire. (ISO 9053: 1991)

UNE 100153: 2004 IN Climatización: Soportes antivibratorios. Criterios de selección

UNE 102040: 2000 IN Montajes de los sistemas de tabiquería de placas de yeso laminado con estructura metálica. Definiciones, aplicaciones y recomendaciones

UNE 102041: 2004 IN Montajes de los sistemas de trasdosados con placas de yeso laminado. Definiciones, aplicaciones y recomendaciones

## Anejo B. Notación

En este anejo se recogen, ordenados alfabéticamente, los símbolos correspondientes a las magnitudes que se utilizan en este DB junto con las unidades.

$\alpha$  : Coeficiente de absorción acústica

$\alpha_f$ : Coeficiente de absorción acústica de un material para la banda de frecuencia  $f$

$\alpha_i$ : Coeficiente de absorción acústica del material  $i$

$\alpha_m$ : Coeficiente de absorción acústica medio

$\alpha_{m,i}$  Coeficiente de absorción acústica medio del material  $i$

$\alpha_{m,t}$  Coeficiente de absorción acústica medio del techo

$\alpha_w$ : Coeficiente de absorción acústica ponderado según la UNE EN ISO 11654

$\Phi$  Factor de directividad de la fuente

$\rho$  : Densidad, [kg/m<sup>3</sup>]

$\sigma$  : Coeficiente de Poisson

$\tau$  : Transmisibilidad de un sistema antivibratorio

$\tau^?$ : Factor de transmisión total de potencia acústica

$\Delta L$ : Reducción del nivel de presión de ruido de impactos de un *revestimiento*, [dB]

$\Delta L_d$ : Reducción del nivel de presión de ruido de impactos mediante una capa adicional sobre la cara de recepción del elemento de separación, [dB]

$\Delta L_{d,lab}$ : Reducción del nivel de presión de ruido de impactos mediante una capa adicional sobre la cara de recepción del elemento de separación, medido en laboratorio, [dB]

$\Delta L_{d,situ}$ : Reducción del nivel de presión de ruido de impactos mediante una capa adicional sobre la cara de recepción del elemento de separación medido in situ, [dB]

$\Delta L_{d,w}$  Reducción del nivel global de presión de ruido de impactos por *revestimiento* del lado de la recepción, [dB]

$\Delta L_{fs}$ : Diferencia de niveles por la forma de la *fachada*, [dB]

$\Delta L_{lab}$ : Reducción del nivel de presión de ruido de impactos de un *revestimiento* de forjado, medido en laboratorio, [dB]

$\Delta L_{situ}$ : Reducción del nivel de presión de ruido de impactos por *revestimiento* de la cara de emisión del elemento de separación, medido in situ, [dB]

$\Delta L(f)$ : Reducción del nivel de presión de ruido de impactos, para cada banda de tercio de octava, de un *revestimiento*, [dB]

$\Delta L_w$ : Reducción del nivel global de presión de ruido de impactos de un *revestimiento*, [dB]

$\Delta R$ : Mejora del índice de reducción acústica de un *revestimiento*, [dB]

$\Delta R_{d,A}$ : Mejora del índice global de reducción acústica por *revestimiento* del elemento de separación en el *recinto* receptor, [dBA]

$\Delta R_{i,A}$ : Mejora del índice global de reducción acústica por *revestimiento* del elemento  $i$ , [dBA]

$\Delta R_{ij,A}$ : Mejora del índice global de reducción acústica para cada camino de *transmisión indirecta*, [dBA]

$\Delta R_{j,A}$ : Mejora del índice global de reducción acústica por *revestimiento* del elemento  $j$ , [dBA]

$\Delta R_{lab}$ : Mejora del índice global de reducción acústica de un *revestimiento*, medido en laboratorio [dB]

$\Delta R_{situ}$ : Mejora del índice de reducción acústica de un *revestimiento* medido in situ, [dB]

$\Delta R_w$ : Mejora del índice global de reducción acústica de un *revestimiento*, [dB]

$\Delta R_A$ : Mejora del índice global de reducción acústica, ponderado A, de un *revestimiento*, [dBA]

$\Delta R_{A,l}$ : Índice global de la mejora del índice de reducción acústica, para la curva de referencia con frecuencia crítica baja, [dBA]

$\Delta R_{A,m}$ : Índice global de la mejora del índice de reducción acústica, para la curva de referencia con frecuencia crítica media, [dBA]

$\Delta R_{D,A}$ : Mejora del índice global de reducción acústica, ponderado A, por *revestimiento* del elemento de separación en el *recinto* emisor, [dBA]

$\Delta R_{Dd,A}$ : Mejora del índice global de reducción acústica, por efecto de *revestimientos* del lado de la emisión y/o recepción del elemento de separación para ruido rosa, [dBA]

$\Delta R_{Df,A}$ : Mejora del índice global de reducción acústica, por efecto de *revestimientos* en el elemento de separación del lado de la emisión y/o del elemento de flanco en la recepción para ruido rosa, [dBA]

$\Delta R_{Fd,A}$ : Mejora del índice global de reducción acústica, por efecto de *revestimientos* en el elemento de flanco del lado de la emisión y/o del elemento de separación en la recepción para ruido rosa, [dBA]

$\Delta R_{Ff,A}$ : Mejora del índice global de reducción acústica, por efecto de *revestimientos* del lado de la emisión y/o recepción del elemento de flanco para ruido rosa, [dBA]

a: Longitud de absorción equivalente de vibraciones de un elemento constructivo, [m]

c<sub>o</sub>: Velocidad de propagación, [m/s]

d: Espesor de la pared, [m]

e<sub>1</sub>: Espesor del elemento flexible interpuesto, [m]

f: Frecuencia, [Hz]

f<sub>c</sub>: Frecuencia crítica, [Hz]

f<sub>ref</sub>: Frecuencia de referencia de valor 1000 Hz, [Hz]

f<sub>o</sub>: Frecuencia de resonancia, [Hz]

h: Altura libre de un *recinto*, [m]

k': Rigidez dinámica de una suspensión o sistema antivibratorio, [MN/m<sup>3</sup>]

l: Longitud común de la arista de unión entre el elemento de separación y los elementos de flancos F y f, [m]

l<sub>ij</sub>: Longitud común de la arista de unión entre el elemento i y el j, [m]

l<sub>o</sub>: Longitud de la arista de unión de referencia de valor 1 m, [m]

m: Masa por unidad de superficie, [kg/m<sup>2</sup>]

m: Carga máxima, [kg/m<sup>2</sup>]

m: Coeficiente de absorción acústica en el seno del aire, [m<sup>-1</sup>]

m<sub>m</sub>: Coeficiente de absorción acústica medio en el aire, para las frecuencias de 500, 1000 y 2000 Hz, [m<sup>-1</sup>]

m<sup>2</sup><sub>i</sub>: Masa por unidad de superficie del elemento i en el camino de transmisión ij, [kg/m<sup>2</sup>]

m<sup>2</sup><sub>⊥i</sub>: Masa por unidad de superficie de otro elemento, perpendicular al i, que forma la unión, [kg/m<sup>2</sup>]

n: Número de elementos de flanco del *recinto*

n: Número de caminos indirectos

n: Número total de materiales caracterizados por un coeficiente de absorción acústica diferente

p: Presión acústica, [Pa]

p<sub>o</sub>: Presión sonora de referencia, de valor 2 · 10<sup>-5</sup> Pa, [Pa]

p(t): Presión acústica en el instante t, [Pa]

r: Resistividad al flujo del aire, [kPa s/m<sup>2</sup>]

s': Rigidez dinámica, [MN/m<sup>3</sup>]

A: Área de absorción acústica equivalente, [m<sup>2</sup>]

A: Área de absorción acústica equivalente de un *recinto*, [m<sup>2</sup>]

A<sub>f</sub>: Absorción acústica para la banda de frecuencia f, [m<sup>2</sup>]

A<sub>i</sub>: Valor de la ponderación A en la banda de frecuencia i, [dBA]

A<sub>o</sub>: Área de absorción acústica equivalente de un mueble fijo, [m<sup>2</sup>]

$A_{O,m}$ : Área de absorción acústica equivalente media de un mueble fijo, [m<sup>2</sup>];  
 $A_0$ : Área de absorción equivalente de referencia, para viviendas es 10 m<sup>2</sup>, [m<sup>2</sup>]  
 $C$ : Amortiguamiento del sistema antivibratorio  
 $C$ : Término de adaptación espectral del índice de reducción acústica para ruido rosa incidente, [dB]  
 $C_{tr}$ : Término de adaptación espectral del índice de reducción acústica para ruido de automóviles y ruido de aeronaves, [dB]  
 $C_0$ : Amortiguamiento crítico  
 $D$ : Pérdidas por inserción, [dBA/m]  
 $D$ : Diferencia de niveles entre *recintos*, [dB]  
 $D_{n,ai,A}$ : Diferencia de niveles normalizada, ponderada A, para la transmisión de ruido aéreo por vía directa *ei* o indirecta *Si* de todos los *sistemas* instalados, [dBA]  
 $D_{nT}$ : Diferencia de niveles estandarizada entre *recintos* interiores, [dB]  
 $D_{nT,i}$ : Diferencia de niveles estandarizada en la banda de frecuencia *i*, [dB]  
 $D_{nT,w}$ : Diferencia global de niveles estandarizada, [dB]  
 $D_{nT,A}$ : Diferencia de niveles estandarizada, ponderada A, entre *recintos* interiores, [dBA]  
 $D_{n,e}$ : Diferencia de niveles normalizada de un *elemento de construcción pequeño*, [dB]  
 $D_{n,e,A}$ : Diferencia de niveles normalizada, ponderada A, de un *elemento de construcción pequeño*, [dBA]  
 $D_{n,e,Atr}$ : Diferencia de niveles normalizada, ponderada A, de un *elemento de construcción pequeño*, para *ruido exterior dominante* de automóviles o de aeronaves, [dBA]  
 $D_{n,s,A}$ : Diferencia de niveles normalizada, ponderada A, para *transmisión indirecta* a través de un *sistema s*, [dBA]  
 $v_{ij,situ} D$ : Diferencia de niveles de velocidad promediada en los dos sentidos de propagación para cada camino de transmisión *ij* sobre la unión medida in situ, [dB]  
 $D_{2m,nT}$ : Diferencia de niveles estandarizada en *fachadas* y en *cubiertas*, [dB]  
 $D_{2m,nT,A}$ : Diferencia de niveles estandarizada, ponderada A, en *fachadas* y en *cubiertas*, para ruido rosa y para *ruido exterior dominante* ferroviario o de estaciones ferroviarias, [dBA]  
 $D_{2m,nT,Atr}$ : Diferencia de niveles estandarizada, ponderada A, en *fachadas* y en *cubiertas*, para *ruido exterior dominante* de automóviles o de aeronaves, [dBA]  
 $D_{2m,nT,Ai}$ : Diferencia de niveles estandarizada, ponderada A, en la banda de frecuencia *i*, [dB]  
 $E$ : Módulo de Young, [N/m<sup>2</sup>]  
 $K_{ij}$ : Índice de reducción de vibraciones para cada camino de transmisión *ij* ( $ij = Ff, Fd$  o  $Df$ )  
 $K_{ij \min}$ : Valor mínimo del índice de reducción de vibraciones  
 $K_{Df}$ : Índice de reducción de vibraciones para el camino de transmisión  $Df$ , [dB]  
 $K_{Fd}$ : Índice de reducción de vibraciones para el camino de transmisión  $Fd$ , [dB]  
 $K_{Ff}$ : Índice de reducción de vibraciones para el camino de transmisión  $Ff$ , [dB]  
 $L$ : Nivel medio de presión de ruido de impactos en un *recinto*, [dB]  
 $L$ : Nivel medio de presión sonora en un *recinto*, [dB]  
 $L_d$ : Índice de ruido día, [dBA]  
 $L_{eqA}$ : Nivel sonoro continuo equivalente, ponderado A, [dBA]  
 $L_{eqA,T}$ : Nivel sonoro continuo equivalente estandarizado, ponderado A, [dBA]  
 $L_i$ : Nivel de presión sonora en la banda de frecuencia *i*, [dB];  
 $L_n$ : Nivel sonoro equivalente noche [dBA]  
 $L_n$ : Nivel de presión de ruido de impactos normalizado, [dB]  
 $L_{n,lab}$ : Nivel de presión de ruido de impactos normalizado medido en laboratorio, [dB]  
 $L_{n,r}(f)$ : Nivel de presión de ruido de impactos, para cada banda de tercio de octava, del forjado normalizado, [dB]  
 $L_{n,r+}(f)$ : Nivel de presión de ruido de impactos, para cada banda de tercio de octava, del forjado normalizado con el *suelo flotante*, [dB]  
 $L_{n,r,0}(f)$ : Nivel de presión de ruido de impactos, para cada banda de tercio de octava, del forjado normalizado de referencia, [dB]

$L_{n,r,0+}(f)$ : Nivel de presión de ruido de impactos, para cada banda de tercio de octava, del forjado normalizado de referencia incrementado con los valores de la reducción del nivel de ruido de impactos del *suelo flotante*, [dB]

$L_{n,r,0,w}$ : Nivel global de presión de ruido de impactos del forjado normalizado de referencia, de valor 78dB, [dB]

$L_{n,r,0+,w}$ : Nivel global de presión de ruido de impactos del forjado normalizado de referencia incrementado con los valores de la reducción del nivel de ruido de impactos del *suelo flotante*, [dB]

$L_{n,situ}$ : Nivel de presión de ruido de impactos normalizado medido in situ, [dB]

$L_{n,w}$ : Nivel global de presión de ruido de impactos normalizado, [dB]

$L_{n,w,d}$ : Nivel global de presión de ruido de impactos normalizado para la *transmisión directa*, [dB]

$L_{n,w,ij}$ : Nivel global de presión de ruido de impactos normalizado para la *transmisión indirecta*, o por flancos [dB]

$L_p$ : Nivel de presión sonora, [dB]

$L_{pi}$ : Nivel de presión sonora en el punto i, [dB]

$L_{pA}$ : Nivel de presión sonora ponderado A, [dBA]

$L_{ref,w}(f)$ : Curva de referencia para el nivel de presión de ruido de impactos, [dB]

$L_{Ar,i}$ : Valor del espectro normalizado de ruido rosa, ponderado A, en la banda de frecuencia i, [dBA]

$L_A$ : Nivel medio de presión sonora, ponderado A, en un *recinto*, [dBA]

$L_{Aav,i}$ : Valor del espectro normalizado de ruido de aeronaves, ponderado A, en la banda de frecuencia i, [dBA]

$L_{Aef,i}$ : Valor del espectro normalizado de ruido ferroviario o de estaciones ferroviarias, ponderado

A, en la banda de frecuencia i, [dBA]

$L_{Atr,i}$ : Valor del espectro normalizado de ruido de automóviles, ponderado A, en la banda de frecuencia i, [dBA]

$L_{A,T}$ : Nivel medio de presión sonora estandarizado, ponderado A, [dBA]

$L_w$ : Nivel de potencia acústica, [dB]

$L'_n$ : Nivel de presión de ruido de impactos normalizado medido in situ, [dB]

$L'_{nT}$ : Nivel de presión de ruido de impactos estandarizado, [dB]

$L'_{nT,w}$ : Nivel global de presión de ruido de impactos estandarizado, [dB]

$L'_{n,w}$ : Nivel global de presión de ruido de impactos normalizado, [dB]

$L(t)_{pA}$ : Nivel de presión sonora, ponderado A, en el instante t, [dBA]

$L_1$ : Nivel medio de presión sonora en el *recinto* emisor, [dB]

$L_{1,s}$ : Nivel medio de presión sonora medio en el plano de la *fachada* o la *cubierta*, [dB]

$L_{1,2m}$ : Nivel medio de presión sonora a 2 metros de la *fachada* o la *cubierta*, [dB]

$L_2$ : Nivel medio de presión sonora en el *recinto* receptor, [dB]

R: Índice de reducción acústica de un elemento constructivo, [dB]

$R_{con}$ : Índice de reducción acústica, para cada banda de tercio de octava, del elemento constructivo base con el *revestimiento*, [dB]

$R_{sin}$ : índice de reducción acústica, para cada banda de tercio de octava, del elemento constructivo base solo, [dB]

$R_{f,A}$ : Índice global de reducción acústica del elemento de flanco f para ruido rosa incidente, [dBA]

$R_i$ : Índice de reducción acústica en la banda de frecuencia de i, [dB]

$R_{ij}$ : Índice de reducción acústica por vía indirecta, para cada uno de los caminos ij (ij = Ff; Fd o Df), [dB]

$R_{ij,A}$ : Índice global de reducción acústica por vía indirecta, ponderado A, para cada uno de los caminos ij (ij = Ff; Fd o Df), [dBA]

$R_{i,A}$ : Índice global de reducción acústica, ponderado A, del elemento i, [dBA]

$R_{lab}$ : Índice de reducción acústica de un elemento medido en laboratorio, [dB]

$R_{m,A}$ : Índice global de reducción acústica, ponderado A, del *elemento constructivo mixto*, [dBA]  
 $R_{situ}$ : Índice de reducción acústica de un elemento medido in situ, [dB]  
 $R_w$ : Índice global de reducción acústica, [dB]  
 $R_A$ : Índice global de reducción acústica de un elemento, ponderado A, [dBA]  
 $R_{A,tr}$ : Índice global de reducción acústica, ponderado A, para *ruido exterior dominante* de automóviles o de aeronaves, [dBA]  
 $R_{Dd,A}$ : Índice global de reducción acústica, ponderado A, para la *transmisión directa*, [dBA]  
 $R_{Df,A}$ : Índice global de reducción acústica, ponderado A, para la *transmisión indirecta*, del camino  
 $D_f$ , [dBA]  
 $R_{Fd,A}$ : Índice global de reducción acústica, ponderado A, para la *transmisión indirecta*, del camino  
 $F_d$ , [dBA]  
 $R_{Ff,A}$ : Índice global de reducción acústica, ponderado A, para la *transmisión indirecta*, del camino  
 $F_f$ , [dBA]  
 $R_{F,A}$ : Índice global de reducción acústica del elemento de flanco F para ruido rosa incidente, [dBA]  
 $R_{S,A}$ : Índice global de reducción acústica del elemento de separación para ruido rosa incidente, [dBA]  
 $R_0$ : Índice de reducción acústica de la curva de referencia para mediciones con la pared base de referencia con frecuencia crítica baja, en las bandas de tercio de octava del intervalo 100-5000 Hz, [dB]  
 $R_{0,A}$ : Índice global de reducción acústica, ponderado A, del elemento constructivo base, [dBA]  
 $R_{0,l}$ : Valores del índice de reducción acústica de la curva de referencia para mediciones con la pared base de referencia con frecuencia crítica baja, en las bandas de tercio de octava del intervalo 100-5000 Hz, [dB]  
 $R_{0,m}$ : Valores del índice de reducción acústica de la curva de referencia para mediciones con la pared base de referencia con frecuencia crítica media, en las bandas de tercio de octava del intervalo 100-5000 Hz, [dB]  
 $R_{1,A}$ : Índice global de reducción acústica, ponderado A, del elemento de mayor aislamiento acústico, generalmente la parte ciega de la *fachada* o de la *cubierta*, [dBA]  
 $R_{2,A}$ : Índice global de reducción acústica, ponderado A, del elemento de menor aislamiento, generalmente los huecos, puertas, ventanas y lucernarios, [dBA]  
 $R^?$ : Índice de reducción acústica aparente de un elemento constructivo medido in situ, [dB]  
 $R^?_i$ : Índice de reducción acústica aparente en la banda de frecuencia de  $i$ , [dB]  
 $R^?_w$ : Índice global de reducción acústica aparente, [dB]  
 $R^?_A$ : Índice global de reducción acústica aparente, ponderado A, [dBA]  
 $S$ : Área, [m<sup>2</sup>]  
 $S_a$ : Área de un tratamiento adicional de superficie, [m<sup>2</sup>]  
 $S_h$ : Área de los huecos de una *fachada* o de una *cubierta*, [m<sup>2</sup>]  
 $S_i$ : Área de cada elemento  $i$  con coeficiente de absorción acústica  $\alpha_i$ , [m<sup>2</sup>]  
 $S_j$ : Área del elemento radiante  $j$  en el *recinto* receptor, [m<sup>2</sup>]  
 $S_s$ : Área compartida del elemento de separación, [m<sup>2</sup>]  
 $S_t$ : Área del techo, [m<sup>2</sup>]  
 $S_o$ : Área del aireador, [m<sup>2</sup>]  
 $T$ : Intervalo temporal considerado, [s]  
 $T$ : *Tiempo de reverberación* de un *recinto*, [s]  
 $T$ : *Tiempo de reverberación* en el *recinto* receptor, [s]  
 $T_s$ : Tiempo de reverberación estructural de un elemento, [s]  
 $T_{s,lab}$ : Tiempo de reverberación estructural de un elemento medido en laboratorio, [s]  
 $T_{s,situ}$ : Tiempo de reverberación estructural de un elemento medido in situ, [s]  
 $T_0$ : *Tiempo de reverberación* de referencia; su valor es 0,5 s, [s]  
 $V$ : Volumen del *recinto* receptor, [m<sup>3</sup>]

W: Potencia acústica, [W]

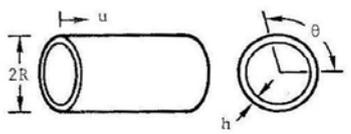
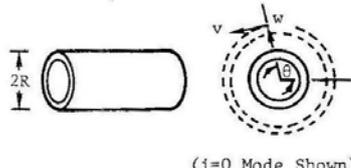
W<sub>0</sub>: Potencia acústica de referencia, de valor 10<sup>-12</sup> W, [W]

## Tablas de valores

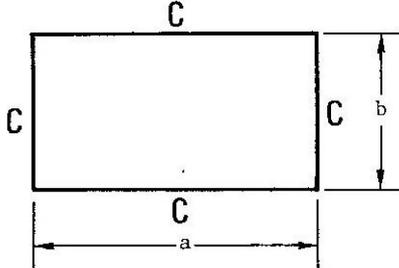
Las siguientes tablas de valores son las fotocopias del libro donde saque la información necesaria para calcular las frecuencias de resonancia de una placa dependiendo del tipo de sujeción en sus lados.

**Table 12-1. Cylindrical Shells of Infinite Length.**

Notation:  $h$  = cylinder thickness;  $i$  = number of circumferential waves in mode shape;  $j$  = number of axial half-waves in mode shape;  $u$  = deformation parallel to cylinder axis;  $v$  = circumferential deformation;  $w$  = radial deformation, positive outward from cylinder axis;  $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$  = mode shapes associated with  $u, v,$  and  $w,$  respectively;  $E$  = modulus of elasticity;  $R$  = cylinder radius to midsurface;  $\theta$  = angle (radians)  $\mu$  = density of shell material;  $\nu$  = Poisson's ratio; consistent sets of units are given in Table 3-1; see text for discussion of the derivation of the formulas; see Fig. 12-1 for definitions of  $u, v,$  and  $w.$

Natural Frequency (hertz), $f_i = \frac{\lambda_i}{2\pi R} \left[ \frac{E}{\mu(1-\nu^2)} \right]^{1/2}$		
Description	Mode Shape	$\lambda_i$ and Remarks
<p>1. Axial Modes</p> 	$\begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} \cos i\theta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p><math>i=1,2,3,\dots</math></p>	$\frac{(1-\nu)^{1/2} i}{2^{1/2}} ; i=1,2,3,\dots$ <p>Shell theory result (Ref. 12-9)</p>
<p>2. Extension Modes</p>  <p>(<math>i=0</math> Mode Shown)</p>	$\begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ i \sin i\theta \\ \cos i\theta \end{pmatrix}$	$(1+i^2)^{1/2} ; i=0,1,2,\dots$ <p>Membrane theory result, exact only for <math>i=0</math>. Bending stiffness of shell neglected for <math>i=1,2,3,\dots</math> (Refs. 12-2, 12-9)</p>

**Table 11-4. Rectangular Plates. (Continued)**

Natural Frequency (hertz), $f_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{2\pi a^2} \left[ \frac{Eh^3}{12\gamma(1-\nu^2)} \right]^{1/2} ; i=1,2,3,\dots ; j=1,2,3,\dots$																																																						
Description	$\lambda_{ij}^2$ and (ij)																																																					
<p>21. Clamped-Clamped - Clamped-Clamped</p> 	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2"><math>\frac{a}{b}</math></th> <th colspan="6">Mode Sequence</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.4</td> <td>23.65 (11)</td> <td>27.82 (12)</td> <td>35.45 (13)</td> <td>46.70 (14)</td> <td>61.55 (15)</td> <td>63.10 (21)</td> </tr> <tr> <td>2/3</td> <td>27.01 (11)</td> <td>41.72 (12)</td> <td>66.14 (21)</td> <td>66.55 (13)</td> <td>79.85 (22)</td> <td>100.9 (14)</td> </tr> <tr> <td>1.0</td> <td>35.99 (11)</td> <td>73.41 (21)</td> <td>73.41 (12)</td> <td>108.3 (22)</td> <td>131.6 (31)</td> <td>132.2 (13)</td> </tr> <tr> <td>1.5</td> <td>60.77 (11)</td> <td>93.86 (21)</td> <td>148.8 (12)</td> <td>149.74 (31)</td> <td>179.7 (22)</td> <td>226.9 (41)</td> </tr> <tr> <td>2.5</td> <td>147.80 (11)</td> <td>173.9 (21)</td> <td>221.5 (31)</td> <td>291.9 (41)</td> <td>384.7 (51)</td> <td>394.4 (12)</td> </tr> </tbody> </table>						$\frac{a}{b}$	Mode Sequence						1	2	3	4	5	6	0.4	23.65 (11)	27.82 (12)	35.45 (13)	46.70 (14)	61.55 (15)	63.10 (21)	2/3	27.01 (11)	41.72 (12)	66.14 (21)	66.55 (13)	79.85 (22)	100.9 (14)	1.0	35.99 (11)	73.41 (21)	73.41 (12)	108.3 (22)	131.6 (31)	132.2 (13)	1.5	60.77 (11)	93.86 (21)	148.8 (12)	149.74 (31)	179.7 (22)	226.9 (41)	2.5	147.80 (11)	173.9 (21)	221.5 (31)	291.9 (41)	384.7 (51)	394.4 (12)
$\frac{a}{b}$	Mode Sequence																																																					
	1	2	3	4	5	6																																																
0.4	23.65 (11)	27.82 (12)	35.45 (13)	46.70 (14)	61.55 (15)	63.10 (21)																																																
2/3	27.01 (11)	41.72 (12)	66.14 (21)	66.55 (13)	79.85 (22)	100.9 (14)																																																
1.0	35.99 (11)	73.41 (21)	73.41 (12)	108.3 (22)	131.6 (31)	132.2 (13)																																																
1.5	60.77 (11)	93.86 (21)	148.8 (12)	149.74 (31)	179.7 (22)	226.9 (41)																																																
2.5	147.80 (11)	173.9 (21)	221.5 (31)	291.9 (41)	384.7 (51)	394.4 (12)																																																
$\lambda$ is independent of $\nu.$																																																						

**Table 11-4. Rectangular Plates. (Continued)**

Natural Frequency (hertz),  $f_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{2\pi a^2} \left[ \frac{Eh^3}{12\gamma(1-\nu^2)} \right]^{1/2}$  ;  $i=1,2,3\dots$ ;  $j=1,2,3\dots$

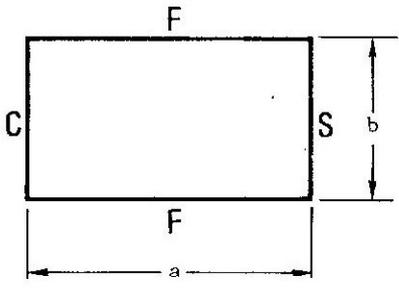
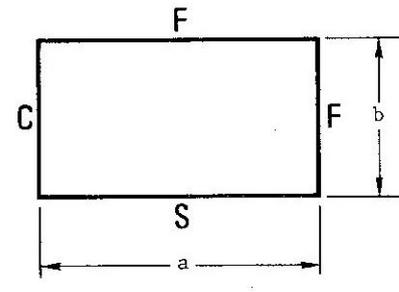
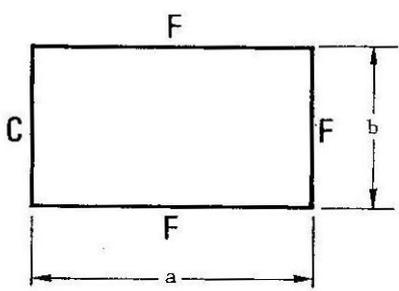
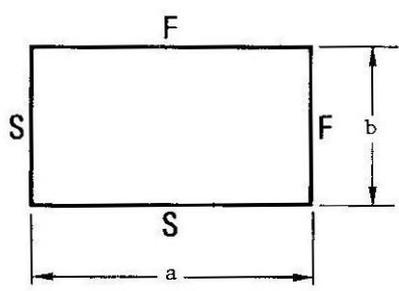
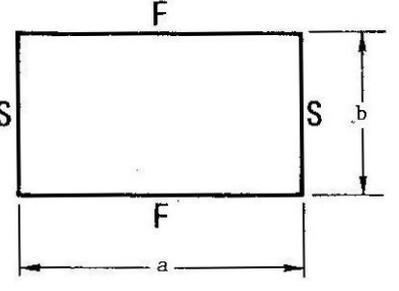
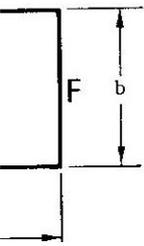
Description		$\lambda_{ij}^2$ and (ij)																																													
6. Clamped-Free - Simply Supported-Free 		<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2"><math>\frac{a}{b}</math></th> <th colspan="5">Mode Sequence</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.4</td> <td>15.38 (11)</td> <td>16.37 (12)</td> <td>19.66 (13)</td> <td>25.55 (14)</td> <td>34.51 (15)</td> </tr> <tr> <td>2/3</td> <td>15.34 (11)</td> <td>17.95 (12)</td> <td>26.73 (13)</td> <td>43.19 (14)</td> <td>49.84 (21)</td> </tr> <tr> <td>1.0</td> <td>15.29 (11)</td> <td>20.67 (12)</td> <td>39.78 (13)</td> <td>49.73 (21)</td> <td>56.62 (22)</td> </tr> <tr> <td>1.5</td> <td>15.22 (11)</td> <td>25.71 (12)</td> <td>49.55 (21)</td> <td>64.01 (22)</td> <td>68.13 (13)</td> </tr> <tr> <td>2.5</td> <td>15.13 (11)</td> <td>37.29 (12)</td> <td>49.23 (21)</td> <td>83.33 (22)</td> <td>103.1 (31)</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;"><math>\nu = 0.3</math></p>					$\frac{a}{b}$	Mode Sequence					1	2	3	4	5	0.4	15.38 (11)	16.37 (12)	19.66 (13)	25.55 (14)	34.51 (15)	2/3	15.34 (11)	17.95 (12)	26.73 (13)	43.19 (14)	49.84 (21)	1.0	15.29 (11)	20.67 (12)	39.78 (13)	49.73 (21)	56.62 (22)	1.5	15.22 (11)	25.71 (12)	49.55 (21)	64.01 (22)	68.13 (13)	2.5	15.13 (11)	37.29 (12)	49.23 (21)	83.33 (22)	103.1 (31)
$\frac{a}{b}$	Mode Sequence																																														
	1	2	3	4	5																																										
0.4	15.38 (11)	16.37 (12)	19.66 (13)	25.55 (14)	34.51 (15)																																										
2/3	15.34 (11)	17.95 (12)	26.73 (13)	43.19 (14)	49.84 (21)																																										
1.0	15.29 (11)	20.67 (12)	39.78 (13)	49.73 (21)	56.62 (22)																																										
1.5	15.22 (11)	25.71 (12)	49.55 (21)	64.01 (22)	68.13 (13)																																										
2.5	15.13 (11)	37.29 (12)	49.23 (21)	83.33 (22)	103.1 (31)																																										
7. Clamped-Free - Free-Simply Supported 		<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2"><math>\frac{a}{b}</math></th> <th colspan="5">Mode Sequence</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.4</td> <td>3.854 (11)</td> <td>6.420 (12)</td> <td>11.58 (13)</td> <td>19.77 (14)</td> <td>22.52 (21)</td> </tr> <tr> <td>2/3</td> <td>4.425 (11)</td> <td>10.91 (12)</td> <td>22.96 (21)</td> <td>25.70 (13)</td> <td>32.43 (22)</td> </tr> <tr> <td>1.0</td> <td>5.364 (11)</td> <td>19.17 (12)</td> <td>24.77 (21)</td> <td>43.19 (22)</td> <td>53.00 (13)</td> </tr> <tr> <td>1.5</td> <td>6.931 (11)</td> <td>27.29 (21)</td> <td>38.59 (12)</td> <td>64.25 (22)</td> <td>67.47 (31)</td> </tr> <tr> <td>2.5</td> <td>10.10 (11)</td> <td>35.16 (21)</td> <td>74.99 (31)</td> <td>99.93 (12)</td> <td>127.7 (22)</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;"><math>\nu = 0.3</math></p>					$\frac{a}{b}$	Mode Sequence					1	2	3	4	5	0.4	3.854 (11)	6.420 (12)	11.58 (13)	19.77 (14)	22.52 (21)	2/3	4.425 (11)	10.91 (12)	22.96 (21)	25.70 (13)	32.43 (22)	1.0	5.364 (11)	19.17 (12)	24.77 (21)	43.19 (22)	53.00 (13)	1.5	6.931 (11)	27.29 (21)	38.59 (12)	64.25 (22)	67.47 (31)	2.5	10.10 (11)	35.16 (21)	74.99 (31)	99.93 (12)	127.7 (22)
$\frac{a}{b}$	Mode Sequence																																														
	1	2	3	4	5																																										
0.4	3.854 (11)	6.420 (12)	11.58 (13)	19.77 (14)	22.52 (21)																																										
2/3	4.425 (11)	10.91 (12)	22.96 (21)	25.70 (13)	32.43 (22)																																										
1.0	5.364 (11)	19.17 (12)	24.77 (21)	43.19 (22)	53.00 (13)																																										
1.5	6.931 (11)	27.29 (21)	38.59 (12)	64.25 (22)	67.47 (31)																																										
2.5	10.10 (11)	35.16 (21)	74.99 (31)	99.93 (12)	127.7 (22)																																										

Table 11-4. Rectangular Plates. (Continued)

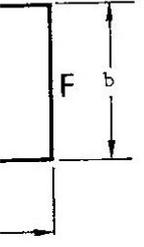
Natural Frequency (hertz),  $f_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{2\pi a^2} \left[ \frac{Eh^3}{12\nu(1-\nu^2)} \right]^{1/2}$  ;  $i=1,2,3,\dots$ ;  $j=1,2,3,\dots$

Description	$\lambda_{ij}^2$ and (ij)																																																
<p>3. Clamped-Free-Free-Free</p> 	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2" style="width: 10%;"><math>\frac{a}{b}</math></th> <th colspan="6" style="text-align: center;">Mode Sequence</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.40</td> <td>3.511 (11)</td> <td>4.786 (12)</td> <td>8.115 (13)</td> <td>13.88 (14)</td> <td>21.64 (21)</td> <td>23.73 (22)</td> </tr> <tr> <td>2/3</td> <td>3.502 (11)</td> <td>6.406 (12)</td> <td>14.54 (13)</td> <td>22.04 (21)</td> <td>26.07 (22)</td> <td>31.62 (14)</td> </tr> <tr> <td>1.0</td> <td>3.492 (11)</td> <td>8.525 (12)</td> <td>21.43 (21)</td> <td>27.33 (13)</td> <td>31.11 (22)</td> <td>54.44 (23)</td> </tr> <tr> <td>1.5</td> <td>3.477 (11)</td> <td>11.68 (12)</td> <td>21.62 (21)</td> <td>39.49 (22)</td> <td>53.88 (13)</td> <td>61.99 (31)</td> </tr> <tr> <td>2.5</td> <td>3.456 (11)</td> <td>17.99 (12)</td> <td>21.56 (21)</td> <td>57.46 (22)</td> <td>60.58 (31)</td> <td>106.5 (32)</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;"><math>\nu = 0.3</math></p>	$\frac{a}{b}$	Mode Sequence						1	2	3	4	5	6	0.40	3.511 (11)	4.786 (12)	8.115 (13)	13.88 (14)	21.64 (21)	23.73 (22)	2/3	3.502 (11)	6.406 (12)	14.54 (13)	22.04 (21)	26.07 (22)	31.62 (14)	1.0	3.492 (11)	8.525 (12)	21.43 (21)	27.33 (13)	31.11 (22)	54.44 (23)	1.5	3.477 (11)	11.68 (12)	21.62 (21)	39.49 (22)	53.88 (13)	61.99 (31)	2.5	3.456 (11)	17.99 (12)	21.56 (21)	57.46 (22)	60.58 (31)	106.5 (32)
$\frac{a}{b}$	Mode Sequence																																																
	1	2	3	4	5	6																																											
0.40	3.511 (11)	4.786 (12)	8.115 (13)	13.88 (14)	21.64 (21)	23.73 (22)																																											
2/3	3.502 (11)	6.406 (12)	14.54 (13)	22.04 (21)	26.07 (22)	31.62 (14)																																											
1.0	3.492 (11)	8.525 (12)	21.43 (21)	27.33 (13)	31.11 (22)	54.44 (23)																																											
1.5	3.477 (11)	11.68 (12)	21.62 (21)	39.49 (22)	53.88 (13)	61.99 (31)																																											
2.5	3.456 (11)	17.99 (12)	21.56 (21)	57.46 (22)	60.58 (31)	106.5 (32)																																											
<p>4. Simply Supported-Free-Free-Simply Supported</p> 	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2" style="width: 10%;"><math>\frac{a}{b}</math></th> <th colspan="6" style="text-align: center;">Mode Shape</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.4</td> <td>1.320 (11)</td> <td>4.743 (12)</td> <td>10.36 (13)</td> <td>15.87 (21)</td> <td>18.93 (14)</td> <td>20.17 (22)</td> </tr> <tr> <td>2/3</td> <td>2.234 (11)</td> <td>9.575 (12)</td> <td>16.76 (21)</td> <td>24.66 (13)</td> <td>27.06 (22)</td> <td>44.17 (23)</td> </tr> <tr> <td>1.0</td> <td>3.369 (11)</td> <td>17.41 (12)</td> <td>19.37 (21)</td> <td>38.29 (22)</td> <td>51.32 (13)</td> <td>53.74 (31)</td> </tr> <tr> <td>1.5</td> <td>5.026 (11)</td> <td>21.54 (21)</td> <td>37.72 (12)</td> <td>55.49 (31)</td> <td>60.88 (22)</td> <td>99.39 (32)</td> </tr> <tr> <td>2.5</td> <td>8.251 (11)</td> <td>29.65 (21)</td> <td>64.76 (31)</td> <td>99.21 (12)</td> <td>118.3 (41)</td> <td>126.1 (22)</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;"><math>\nu = 0.3</math></p>	$\frac{a}{b}$	Mode Shape						1	2	3	4	5	6	0.4	1.320 (11)	4.743 (12)	10.36 (13)	15.87 (21)	18.93 (14)	20.17 (22)	2/3	2.234 (11)	9.575 (12)	16.76 (21)	24.66 (13)	27.06 (22)	44.17 (23)	1.0	3.369 (11)	17.41 (12)	19.37 (21)	38.29 (22)	51.32 (13)	53.74 (31)	1.5	5.026 (11)	21.54 (21)	37.72 (12)	55.49 (31)	60.88 (22)	99.39 (32)	2.5	8.251 (11)	29.65 (21)	64.76 (31)	99.21 (12)	118.3 (41)	126.1 (22)
$\frac{a}{b}$	Mode Shape																																																
	1	2	3	4	5	6																																											
0.4	1.320 (11)	4.743 (12)	10.36 (13)	15.87 (21)	18.93 (14)	20.17 (22)																																											
2/3	2.234 (11)	9.575 (12)	16.76 (21)	24.66 (13)	27.06 (22)	44.17 (23)																																											
1.0	3.369 (11)	17.41 (12)	19.37 (21)	38.29 (22)	51.32 (13)	53.74 (31)																																											
1.5	5.026 (11)	21.54 (21)	37.72 (12)	55.49 (31)	60.88 (22)	99.39 (32)																																											
2.5	8.251 (11)	29.65 (21)	64.76 (31)	99.21 (12)	118.3 (41)	126.1 (22)																																											
<p>5. Simply Supported-Free-Simply Supported-Free</p> 	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2" style="width: 10%;"><math>\frac{a}{b}</math></th> <th colspan="6" style="text-align: center;">Mode Sequence</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.4</td> <td>9.760 (11)</td> <td>11.04 (12)</td> <td>15.06 (13)</td> <td>21.71 (14)</td> <td>31.18 (15)</td> <td>39.24 (21)</td> </tr> <tr> <td>2/3</td> <td>9.698 (11)</td> <td>12.98 (12)</td> <td>22.95 (13)</td> <td>39.11 (21)</td> <td>40.36 (14)</td> <td>42.69 (22)</td> </tr> <tr> <td>1.0</td> <td>9.631 (11)</td> <td>16.14 (12)</td> <td>36.73 (13)</td> <td>38.95 (21)</td> <td>46.74 (22)</td> <td>70.74 (23)</td> </tr> <tr> <td>1.5</td> <td>9.558 (11)</td> <td>21.62 (12)</td> <td>38.72 (21)</td> <td>54.84 (22)</td> <td>65.79 (13)</td> <td>87.63 (31)</td> </tr> <tr> <td>2.5</td> <td>9.484 (11)</td> <td>33.62 (12)</td> <td>38.36 (21)</td> <td>75.20 (22)</td> <td>86.97 (31)</td> <td>130.4 (32)</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;"><math>\nu = 0.3</math></p>	$\frac{a}{b}$	Mode Sequence						1	2	3	4	5	6	0.4	9.760 (11)	11.04 (12)	15.06 (13)	21.71 (14)	31.18 (15)	39.24 (21)	2/3	9.698 (11)	12.98 (12)	22.95 (13)	39.11 (21)	40.36 (14)	42.69 (22)	1.0	9.631 (11)	16.14 (12)	36.73 (13)	38.95 (21)	46.74 (22)	70.74 (23)	1.5	9.558 (11)	21.62 (12)	38.72 (21)	54.84 (22)	65.79 (13)	87.63 (31)	2.5	9.484 (11)	33.62 (12)	38.36 (21)	75.20 (22)	86.97 (31)	130.4 (32)
$\frac{a}{b}$	Mode Sequence																																																
	1	2	3	4	5	6																																											
0.4	9.760 (11)	11.04 (12)	15.06 (13)	21.71 (14)	31.18 (15)	39.24 (21)																																											
2/3	9.698 (11)	12.98 (12)	22.95 (13)	39.11 (21)	40.36 (14)	42.69 (22)																																											
1.0	9.631 (11)	16.14 (12)	36.73 (13)	38.95 (21)	46.74 (22)	70.74 (23)																																											
1.5	9.558 (11)	21.62 (12)	38.72 (21)	54.84 (22)	65.79 (13)	87.63 (31)																																											
2.5	9.484 (11)	33.62 (12)	38.36 (21)	75.20 (22)	86.97 (31)	130.4 (32)																																											

$$f_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{2\pi a^2} \left[ \frac{Eh^3}{12\gamma(1-\nu^2)} \right]^{1/2}; \quad i=1,2,3,\dots; \quad j=1,2,3,\dots$$

Free	$\lambda_{ij}^2$ and (ij)						
	$\frac{a}{b}$	Mode Sequence					
		1	2	3	4	5	6
0.4	3.463 (13)	5.288 (22)	9.622 (14)	11.44 (23)	18.79 (15)	19.10 (24)	
2/3	8.946 (22)	9.602 (13)	20.74 (23)	22.35 (31)	25.87 (14)	29.97 (32)	
1.0	13.49 (22)	19.79 (13)	24.43 (31)	35.02 (32)	35.02 (23)	61.53 (41)	
1.5	20.13 (22)	21.60 (31)	46.65 (32)	50.29 (13)	58.20 (41)	67.49 (23)	
2.5	21.64 (31)	33.05 (22)	60.14 (41)	71.48 (32)	117.5 (51)	119.4 (42)	

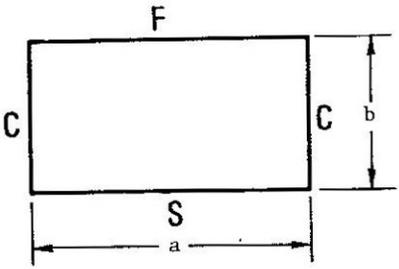
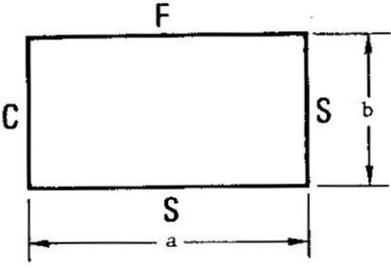
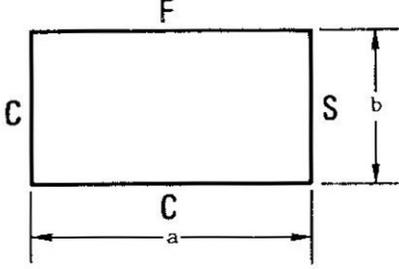
$\nu = 0.3$ ; (ij) = (11), (12), (21) are rigid body modes. Also see Ref. 11-82.

-Free -	Mode Sequence						
	$\frac{a}{b}$	1	2	3	4	5	6
							
0.4	2.692 (12)	6.503 (13)	12.64 (14)	15.34 (21)	17.51 (22)	21.70 (15)	
2/3	4.481 (12)	13.01 (13)	15.67 (21)	20.37 (22)	30.55 (14)	33.41 (23)	
1.0	6.648 (12)	15.02 (21)	25.49 (22)	26.13 (13)	48.71 (31)	50.85 (23)	
1.5	9.850 (12)	15.01 (21)	34.03 (22)	48.33 (31)	55.07 (13)	70.70 (32)	
2.5	14.94 (21)	16.24 (12)	48.84 (31)	52.09 (22)	97.23 (32)	102.3 (41)	

$\nu = 0.3$ ; (ij) = (11) is a rigid body mode.

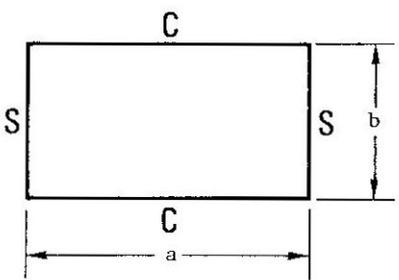
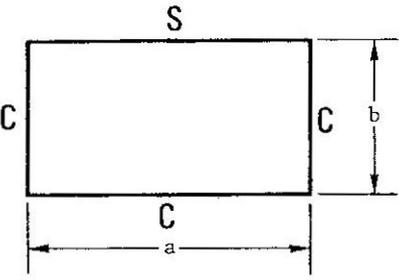
Table 11-4. Rectangular Plates. (Continued)

$$\text{Natural Frequency (hertz), } f_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{2\pi a^2} \left[ \frac{Eh^3}{12\gamma(1-\nu^2)} \right]^{1/2}; \quad i=1,2,3\dots; j=1,2,3\dots$$

Description		$\lambda_{ij}^2$ and (ij)					
12. Clamped-Free - Clamped-Simply Supported  	$\frac{a}{b}$	Mode Sequence					
		1	2	3	4	5	6
	0.4	22.54 (11)	24.30 (12)	28.34 (13)	35.35 (14)	45.71 (15)	59.56 (16)
	2/3	22.86 (11)	27.97 (12)	40.68 (13)	62.31 (21)	62.70 (14)	68.68 (22)
	1.0	23.46 (11)	35.61 (12)	63.13 (21)	66.81 (13)	77.50 (22)	109.0 (23)
	1.5	24.78 (11)	53.73 (12)	64.96 (21)	97.26 (22)	124.5 (31)	127.9 (13)
	2.5	28.56 (11)	70.56 (21)	114.0 (12)	130.8 (31)	159.5 (22)	210.3 (41)
$\nu = 0.3$							
13. Clamped-Free - Simply Supported-Simply Supported  	$\frac{a}{b}$	Mode Sequence					
		1	2	3	4	5	6
	0.4	15.65 (11)	17.95 (12)	22.90 (13)	30.89 (14)	42.11 (15)	50.22 (21)
	2/3	16.07 (11)	22.45 (12)	36.70 (13)	50.70 (21)	57.91 (22)	59.84 (14)
	1.0	16.87 (11)	31.14 (12)	51.63 (21)	64.04 (13)	67.65 (22)	101.2 (23)
	1.5	18.54 (11)	50.44 (12)	53.72 (21)	88.80 (22)	108.2 (31)	126.1 (13)
	2.5	23.07 (11)	59.97 (21)	112.0 (12)	115.1 (31)	153.2 (22)	189.5 (41)
$\nu = 0.3$							
14. Clamped-Free - Simply Supported-Clamped  	$\frac{a}{b}$	Mode Sequence					
		1	2	3	4	5	6
	0.4	15.70 (11)	18.37 (12)	23.99 (13)	32.81 (14)	44.86 (15)	50.25 (21)
	2/3	16.29 (11)	24.20 (12)	40.70 (13)	50.82 (21)	59.07 (22)	66.26 (14)
	1.0	17.62 (11)	36.05 (12)	52.07 (21)	71.19 (22)	74.35 (13)	106.3 (31)
	1.5	21.04 (11)	55.18 (21)	63.18 (12)	99.01 (22)	109.2 (31)	150.9 (13)
	2.5	33.58 (11)	66.61 (21)	119.9 (31)	150.8 (12)	187.6 (22)	193.2 (41)
$\nu = 0.3$							

**Table 11-4. Rectangular Plates. (Continued)**

Natural Frequency (hertz),  $f_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{2\pi a^2} \left[ \frac{Eh^3}{12\gamma(1-\nu^2)} \right]^{1/2}$  ;  $i=1,2,3,\dots$ ;  $j=1,2,3,\dots$

Description		$\lambda_{ij}^2$ and (ij)					
19. Simply Supported-Clamped - Simply Supported-Clamped  	$\frac{a}{b}$	Mode Sequence					
		1	2	3	4	5	6
	0.4	12.13 (11)	18.36 (12)	27.97 (13)	40.75 (14)	41.38 (21)	47.00 (22)
	2/3	17.37 (11)	35.34 (12)	45.43 (21)	62.05 (13)	62.31 (22)	88.80 (23)
	1.0	28.95 (11)	54.74 (21)	69.32 (12)	94.59 (22)	102.2 (31)	129.1 (13)
	1.5	56.35 (11)	78.98 (21)	123.2 (31)	146.3 (12)	170.1 (22)	189.1 (41)
2.5	145.5 (11)	164.7 (21)	202.2 (31)	261.1 (41)	342.1 (51)	392.9 (12)	
							$\lambda$ is independent of $\nu$ .
20. Clamped-Simply Supported - Clamped-Clamped  	$\frac{a}{b}$	Mode Sequence					
		1	2	3	4	5	6
	0.4	23.44 (11)	27.02 (12)	33.80 (13)	44.13 (14)	58.03 (15)	62.97 (21)
	2/3	25.86 (11)	38.10 (12)	60.33 (13)	65.62 (21)	77.56 (22)	92.15 (14)
	1.0	31.83 (11)	63.35 (12)	71.08 (21)	100.8 (22)	116.4 (13)	130.4 (31)
	1.5	48.17 (11)	85.51 (21)	124.0 (12)	144.0 (31)	158.4 (22)	214.8 (32)
2.5	107.1 (11)	139.7 (21)	194.4 (31)	270.5 (41)	322.6 (12)	353.4 (22)	
							$\lambda$ is independent of $\nu$ .