



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

Música y matemáticas: aplicación interdisciplinar
de la música como herramienta didáctica.

Music and maths: cross – curricular application of music
as learning tool.

Autor

Gabriel Hernández Camas

Director

Santiago Pérez Aldeguer

Facultad de Educación
2016

ÍNDICE

RESUMEN.....	3
INTRODUCCIÓN	4
CAPÍTULO 1: LA EDUCACIÓN MUSICAL EN LA LEGISLACIÓN ESPAÑOLA: UN BREVE RECORRIDO HISTÓRICO.....	6
1.1 LA EDUCACIÓN MUSICAL EN EL S. XIX: CONSTITUCIÓN DE 1812 Y LA LEY MOYANO DE 1857.....	8
1.2 LA LEY ORGÁNICA DE EDUCACIÓN DE 1970 (LOE).....	11
1.3 LA LEY ORGÁNICA GENERAL DEL SISTEMA EDUCATIVO DE 1990 (LOGSE).....	13
1.4 LA LEY ORGÁNICA DE CALIDAD DE LA EDUCACIÓN 2002 (LOCE).....	15
1.5 LA LEY ORGÁNICA DE EDUCACIÓN DE 2006 (LOE).....	17
1.6 LEY ORGÁNICA DE MEJORA DE LA CALIDAD EDUCATIVA DE 2013 (LOMCE).....	18
CAPÍTULO 2: FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA MÚSICA	21
2.1 LA ESCUELA PITAGÓRICA	22
2.2 LA ESCALA TEMPERADA	27
2.3 LA NOTACIÓN MUSICAL.....	30
CAPITULO 3: EL APRENDIZAJE CONJUNTO DE LA MÚSICA Y LAS MATEMÁTICAS Y SU ENSEÑANZA INTERDISCIPLINAR EN EUROPA.....	33
3.1 MÚSICA Y LAS MATEMÁTICAS: CONEXIÓN EN PROCESOS COGNITIVOS	36
3.2 LA MÚSICA Y LAS MATEMÁTICAS EN EUROPA: PLANTEAMIENTO INTERDISCIPLINAR.....	37
3.3 EUROPEAN MUSIC PORTAFOLIO: SOUNDING WAYS INTO MATHEMATICS (EMP - M).....	41
4. PROPUESTA DE PROGRAMACIÓN	44
MÚSICA Y MATEMÁTICAS EN 1º CICLO DE PRIMARIA	44
5. CONCLUSIONES FINALES	64
REFERENCIAS	66
ANEXOS.....	69

RESUMEN

Las aplicaciones y el valor educativo de la música parece haber sido olvidado en el desarrollo de las actuales leyes de educación. Se restan horarios de Educación Musical y contenidos musicales, además de darle un carácter de materia prescindible. Pero lo cierto es que la música presenta aplicaciones interdisciplinarias que la pueden conectar con cualquier área y materia, no solo apoyando el aprendizaje y comprensión de los contenidos, también potenciando el desarrollo cognitivo, el personal y el autoconocimiento. Un ejemplo de esta propiedad de la música es su relación con las matemáticas en su propia naturaleza, en la cual se centra este trabajo. Como ejemplo de la aplicación didáctica interdisciplinar de la música, se ofrece una programación para el cuerpo docente para inspirar, motivar y desarrollar nuevas propuestas, metodologías y actividades que prueben el valor didáctico y formativo que tiene la música.

Palabras clave: Educación Musical, propuesta interdisciplinar, calidad educativa, música y matemáticas, renovación educativa.

Applications and educational value of music seems to have been forgotten in the development of current education laws. Music hours and content are subtracted, giving to Music Education a dispensable nature. But music is presents interdisciplinary applications that can connect it with any other curricular area, not only supporting learning contents also enhancing cognitive development, personal and self-knowledge. One of the examples of music's interdisciplinary properties is the relationship between music and math, because its own nature has a connection with math. This study focuses on this relationship and, as example of application of music as a interdisciplinary tool, programming for teachers to inspire, motivate and develop new proposals, methodologies and activities that prove the educational and formative value of music is offered.

Key words: Music Education, interdisciplinary proposal, quality of education, music and mathematics, educational renewal.

INTRODUCCIÓN

Al hablar de Educación Musical, y antes de plantearse su enseñanza, debemos en primer lugar plantearnos qué es el concepto de música. El diccionario de la RAE¹ define la música como “arte de combinar los sonidos de la voz humana o de los instrumentos, o de unos y otros a la vez, de suerte que produzca deleite, conmoviendo la sensibilidad, ya sea alegre, ya tristemente”². Guevara (2010) simplifica esta definición explicando que la música “es el arte de combinar sonidos agradablemente al oído según las leyes que lo rigen” (p. 5), cumpliendo los requisitos prácticos que un estudiante de música precisa, ya que se habla de la música como arte definiéndolo como un don con el que se nace, como la capacidad de comunicación entre el interior y el exterior del artista:

La música es un arte porque, en honor a la verdad, un arte no se puede enseñar, a pesar de la existencia de universidades, conservatorios, academias, institutos, la música es un don con el cual se nace. Puedo enseñar la escala blues, métodos de improvisación y armonía tradicional o jazz, pero jamás el resultado sonoro será igual entre dos personas, puedes tocar la sonata patética pero nunca podrás hacerlo como Beethoven, de manera que siendo la misma obra es totalmente diferente entre Rudolf Serkin y el mismo Beethoven su resultado sonoro, depende de la integración del mundo externo con el mundo interno individual de cada interprete, de cada persona en particular. (p. 5).

Podemos ver que la música es canal de expresión del intérprete, y podemos añadir que la música, junto con la expresión artística, es punto de conexión entre nuestro yo interno y el mundo, una vía de mostrar a los demás y a nosotros mismos los sentimientos y emociones que guardamos. Por lo tanto, podemos concluir que la música es una vía para comprendernos y conocernos a nosotros mismos y lo que sentimos.

A pesar del valor que representa, parece que actualmente la música está relegada a un segundo plano ya que no parece aportar conocimientos troncales. Oriol (2001)

¹ Real Academia Española.

² Diccionario de la Lengua Española de la RAE: <http://dle.rae.es/?id=Q9MH15m>

explica dos grandes corrientes de pensamiento cuyas bases parecen ser contrarias: la educación planteada para formar la personalidad del alumno, sensibilizar y desarrollo personal, o para prepararle para la vida, limitando los estudios a lo útil económicamente y de éxito profesional.

La música tiene una gran potencia educativa para el aprendizaje, el desarrollo personal y el conocimiento de uno mismo. No formamos futuros profesionales, formamos futuras personas que deben de conocerse a sí mismas para comprender su propia naturaleza. La música interviene en este proceso de autoconocimiento como una valiosa herramienta para el desarrollo personal del alumnado.

En este trabajo buscamos analizar las posibilidades de la música como un potente recurso para la educación y la labor del docente enfocado para trabajar de manera interdisciplinar junto con el resto de áreas, favoreciendo una mayor presencia de esta materia en los tempranos años de formación de los alumnos, garantizando una educación completa y de calidad. En este primer trabajo de este estudio propuesto, nos enfocaremos al enfoque interdisciplinar de la enseñanza conjunta de la música y las matemáticas, analizando las relaciones y las posibilidades de plantear un estudio conjunto entre ambas áreas. Para ello, primero realizaremos una breve revisión histórica del recorrido de la Educación Musical a lo largo de las distintas leyes y documentos legales en nuestro país hasta la legislación vigente, la Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa. Pasaremos al estudio de las relaciones entre los fundamentos de la música y las matemáticas y, por último, analizaremos la situación actual en Europa del planteamiento de una enseñanza interdisciplinar entre ambas áreas. Finalmente, como conclusión de toda la materia analizada, se expone una propuesta didáctica cuyo enfoque interdisciplinar trabaja contenidos musicales y matemáticos de manera conjunta en actividades musicales de canto, interpretación y expresión. El objetivo que sigue esta propuesta, es motivar al cuerpo docente a seguir creando nuevas e innovadoras metodologías y actividades para garantizar la enseñanza completa y de calidad del alumnado, utilizando un recurso poderoso pero de poco interés en el planteamiento del sistema educativo actual: la música.

CAPÍTULO 1: LA EDUCACIÓN MUSICAL EN LA LEGISLACIÓN ESPAÑOLA: UN BREVE RECORRIDO HISTÓRICO.

En nuestro país, hemos visto a lo largo de los años una tendencia a la reducción de tiempo, importancia y peso curricular de aquellas disciplinas de creación, recreación y expresión artística. Parece ser que se encamina a dar los contenidos más prácticos para el desarrollo económico y tecnológico. Es cierto que estos contenidos son vitales para nuestro desarrollo y para las generaciones de profesionales que nos sucederán en el futuro, que trabajarán para las mayores empresas y que realizarán los mayores avances tecnológicos y científicos, garantizando el bienestar y el desarrollo económico del país. Pero el problema erradica en que no educamos a profesionales. Educamos a personas que se están desarrollando, que presentan necesidades emocionales, que precisan de medios de expresión para manifestar sus emociones para comprender quiénes son y formar su identidad. Si enseñamos contenidos sin tener en cuenta las necesidades específicas emocionales y de identidad, estaremos formando una generación incompleta, que no conoce sus propias capacidades ni es capaz de comprender sus sentimientos y emociones.

La expresión artística favorece el conocimiento propio, el pensamiento reflexivo y, sobre todo, la creatividad. En el documento “*La Educación Artística, Clave para el Desarrollo de la Creatividad*”³, se realiza una reflexión de la importancia y el valor de la Educación Artística para el desarrollo personal y cognitivo del alumnado:

La etapa de Educación es clave para configurar la personalidad infantil, constituyendo un periodo decisivo para el desarrollo de la sensibilidad estética del alumnado. La escuela debe impulsar un pensamiento reflexivo y crítico que favorezca la elaboración de ideas creativas. (p.6).

³ Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2001 colección *Aulas de Verano*.

Además, también se añade que:

Uno de los objetivos generales de la Educación Primaria es utilizar los medios de expresión artística: música, plástica y dramatización para que los alumnos puedan comunicar sus opiniones, sentimientos y deseos, desarrollando progresivamente su sensibilidad estética y su capacidad creativa, aprendiendo a valorar y disfrutar de las obras y manifestaciones artísticas. (p.6).

En la ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa³ se habla acerca del enriquecimiento personal e intelectual gracias a la educación artística:

El arte es una de las actividades que aporta al ser humano un notable enriquecimiento personal e intelectual, potenciando profundos valores individuales y de grupo, desarrollando capacidades creativas e imaginativas y situando a la persona formada artísticamente ante la sensibilidad y la belleza. (p. 1).

Y se añade que:

[...] entender, conocer e investigar desde edades tempranas los fundamentos de dichos lenguajes⁴ va a permitir al alumno el desarrollo de la atención, la percepción, la inteligencia, la memoria, la imaginación y la creatividad de sus propias obras como garantía de éxito y de afianzamiento de las enseñanzas adquiridas.

⁴Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, *Boletín oficial del estado*, orden de 16 de junio de 2014, anexo II Educación Artística.

⁵ Lenguajes artísticos: plástico y musical.

Conociendo el valor y la importancia de la educación artística para la formación completa tanto personal como profesional del alumnado, sería lógico pensar que las leyes educativas en España y en Europa deben garantizar una enseñanza artística y musical de calidad. La música tiene un claro papel de gran importancia en la formación del alumnado, tanto para su desarrollo personal como profesional, pero para comprender el contexto actual de la Educación Musical en España, es preciso conocer su paso por las distintas leyes educativas que se han implantado en nuestro país a lo largo de su historia. Con el objetivo de conocer las bases que han dado origen al papel que desempeña la Educación Musical en la escuela, realizaremos un recorrido histórico para analizar su paso a través de las distintas leyes que han implantado en España, desde el primer comentario de las Bellas Artes en la Constitución de 1812 hasta la última ley educativa, la Ley Orgánica de la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE).

1.1 LA EDUCACIÓN MUSICAL EN EL S. XIX: CONSTITUCIÓN DE 1812 Y LA LEY MOYANO DE 1857.

Junto con la Constitución de 1812 llega un nuevo enfoque liberal y transformador que busca formular nuevas leyes con este carácter para garantizar un sistema educativo en nuestro país. Este documento aportará las primeras bases para el futuro sistema de educación y las sucesivas leyes de carácter educativo que se formularon a lo largo del siglo XIX y XX en España. Siguiendo la revisión legal sobre Educación Musical de Emilia Martos (2013) podemos leer que:

Las alusiones a la música dentro de este sistema ideado son inexistentes, no obstante hay que destacar un artículo dentro de la constitución gaditana, según el cual, y siguiendo Antonio Embrid (2000), éste podría ser el origen de la inserción del conjunto de las bellas artes en la Universidad.

No existen en la Constitución de 1812 alusiones directas a la formación de un sistema educativo que incluya la Educación Musical. Pero sí existen alusiones a la inclusión de la enseñanza de las Bellas Artes. En la revisión de la legislación en

referencia a la Educación Musical en España de Antonio Embrid (2000), podemos leer su reflexión acerca de lo que parece ser las primeras aportaciones normativas que incluyen la enseñanza de las bellas artes en el sistema educativo español.

Concretamente, habla acerca de dos artículos de la constitución: el artículo 366 y el artículo 377. Los dos hacen una breve referencia a la formación de nuevas escuelas de primeras letras y universidades u otros establecimientos de instrucción:

Artículo 366: «En todos los pueblos de la Monarquía se establecerán escuelas de primeras letras, en las que se enseñará a los niños a leer, escribir y contar, y el catecismo de la religión católica, que comprenderá también una breve exposición de las obligaciones civiles.»

Artículo 367: «Asimismo se arreglará y creará el número competente de Universidades y otros establecimientos de instrucción, que se juzguen convenientes para la enseñanza de todas las ciencias, literatura y bellas artes.»

El primer artículo hace referencia a la creación de nuevas escuelas en “*todos los pueblos de la Monarquía*”. Embrid nos indica que la Constitución también ordena generalizar la institución de los ayuntamientos en los pueblos, por lo que según su reflexión, podemos encontrar el origen de la relación y responsabilidad del estado en la enseñanza. En el artículo 367 se incluye la enseñanza de las Bellas Artes junto con las ciencias y la literatura, garantizando su enseñanza en las universidades y colocando la enseñanza de las Bellas Artes al mismo nivel que las ciencias y la literatura. De acuerdo con Embrid, Este podría ser el origen de la inserción de la enseñanza de las bellas artes dentro del nivel universitario en los orígenes del sistema educativo español.

El reglamento de la constitución de 1821 tendrá un recorrido corto, pero la estructura institucional que presenta quedará vigente en la Ley de Instrucción Pública, del 9 de septiembre de 1857, también conocida como la Ley Moyano. Es “el primer gran texto jurídico de la historia normativa de la educación en nuestro país” (Embrid 2000). Fue el fundamento del ordenamiento legislativo de la educación en España, cuyo

objetivo fue mejorar la deplorable situación de la educación española que contaba en 1857, la cual contaba con una de las mayores tasas de analfabetismo en Europa.

Esta ley, impulsada por el gobierno moderado, consta de cuatro secciones. La primera sección «De los estudios» organiza los tres niveles del sistema educativo: primera enseñanza, segunda enseñanza y nivel superior. La segunda sección «De los establecimientos de enseñanza» regula los centros educativos públicos y privados. La tercera sección «Del profesorado público» se centra en la formación y el acceso del profesorado. La última sección, «Del gobierno y administración de la instrucción pública», establece los tres niveles de la administración pública que son central, provincial y local.

Centrándonos en la primera sección, en el título tres «De las Facultades y de las enseñanzas superior y Profesional», podemos encontrar la clasificación en tres grupos de las enseñanzas, que son enseñanzas de facultades, superiores y profesionales. Dentro de las enseñanzas (art. 47) superiores se incluyen: Ingeniero de caminos, canales y puertos, de minas, de montes, agrónomos, industriales, Bellas Artes, Diplomática y Notariado. Las Bellas Artes se incluyen dentro de los estudios de enseñanza superiores, demostrando, de acuerdo con Embrid, “la alta valoración que dentro de la Ley Moyano de 1857 tienen los estudios que tratamos”, es decir, el estudio de las Artes y de la música dentro de este grupo. Pero aun no existe la educación musical independiente al estudio de las Bellas Artes ni presenta un plan de estudios propio. Además, aún no se presentan contenidos musicales para la primera y segunda enseñanza, por lo que su estudio queda relegado a estudios superiores que muy pocos alumnos podían comenzar. No será hasta el próximo siglo cuando la educación musical comience a integrarse de forma sustancial en el sistema educativo español. Oswaldo Lorenzo (2003) explica que la ley de Moyano presenta un “espíritu ajeno a lo artístico – musical” y que este espíritu se mantendrá vivo hasta el tímido avance de la educación musical en 1970, aunque no pasará de ser una declaración de intenciones y pocos de los objetivos marcados se llevarán a la práctica (Lorenzo 2003, p. 16).

1.2 LA LEY ORGÁNICA DE EDUCACIÓN DE 1970 (LOE)

Tras finalizar la guerra civil, toda ley o renovación del sistema educativo de carácter republicano es desmantelado y pasa al control y dominio de la Falange Española y, en parte, de la Iglesia Católica. De hecho, la Iglesia en 1945 se hace con el control de la Educación Primaria con la Ley sobre Educación Primaria del 17 de Julio de 1945, implicando una separación entre las escuelas públicas y las privadas, siendo esta ley la que sustituya a la Ley Moyano de 1857. En relación a la Educación Musical, todos los esfuerzos y la voluntad de incluir la música entre los contenidos de la educación española fueron erradicados ante el triunfo de la falange, condenando a la Educación Musical a una posición inferior a las demás disciplinas (Lorenzo 2003) y a efectos prácticos para su uso político y religioso, limitándose al estudio de canciones con temática religiosa o en su defecto de exaltación falangista (Martos 2013).

Pero en 1970 llega una nueva renovación del sistema educativo con el sorprendente carácter democrático y participativo que caracterizaba a la Ley General de Educación, aunque “solo fue una declaración de intenciones” (Lorenzo 2003, p. 19). Esta ley coincide temporalmente con el régimen franquista que gobernaba España en 1970. Recordemos que este periodo no finalizará hasta 1975 con la muerte y sucesión de Franco. El carácter modernizador de esta ley (Embrid 2000) potencia la enseñanza pública creando la enseñanza obligatoria hasta la edad de 14 años, los estudios de Educación General Básica conocida como la EGB, de ocho años, el bachillerato y la posibilidad del acceso a los estudios universitarios, estableciéndose como fines “la formación integral y el desarrollo armónico de la personalidad y la adquisición de hábitos de estudio y trabajo, así como la capacitación para el ejercicio de las actividades profesionales” (Martos 2013, p. 47).

Lorenzo (2003) explica que:

En concreto, la ley reconoce que la formación del alumnado se ha de orientar, entre el resto de aprendizajes necesarios, hacia la “iniciación en la apreciación y expresión estética y artística (...)” (art. 16), enmarcado ésta en la finalidad de la EGB de “proporcionar una formación integral (...)” (art. 15. 1.), con lo que parece que los legisladores asumían que la música era parte integrante de una educación que deseaba ser *completa*. (p. 20).

Pérez (2005 citado en Martos, 2013) contempla la distribución de la música por todas las etapas educativas por primera vez desde la Constitución de 1812. Es la primera ley que enfoca la música como materia a lo largo de la formación del alumnado de forma más independiente, aunque aun ligada, a las Bellas Artes y la Expresión Artística. La educación musical se distribuye a todas las etapas del sistema educativo de 1970, que son: la Educación Preescolar, la Educación General Básica (EGB) y Bachillerato. En Educación Preescolar se imparte en los contenidos de la Expresión Dinámica, ya independiente de las Bellas Artes y la Expresión Artística, buscando el desarrollo de la expresión mediante el ritmo, la dinámica y la música, incluyendo esta última la expresión corporal, vocal e instrumental. En EGB la educación musical se imparte dentro de los contenidos del área de Expresión Artística, mientras que en Bachillerato Unificado Polivalente se engloba dentro del área de Formación Estética, siendo cursada en el primero de los tres años de duración del Bachillerato con el nombre de “Música y actividades artístico-culturales” con contenidos más relacionados con la historia de la música en Occidente y con la posibilidad de cursarla en segundo y tercer curso como una enseñanza Técnico-profesional.

Esta idea coincide con Embrid (2000), quien destaca que las dos principales decisiones de la LGE son inicio del cambio de la aportación de la música a la educación española y bases de las futuras aportaciones de la LOGSE⁵, las cuales son la integración de la música dentro del área de educación artística en EGB y el carácter obligatorio en el primer curso de Bachillerato Unificado Polivalente.

⁵ Ley Orgánica General del Sistema Educativo (1990).

A partir de la LGE la educación española vive una nueva etapa de cambios en su sistema y estructura con la aparición de nueve leyes orgánicas en este periodo. Nos centraremos por su peso y por sus cambios y modificaciones más significativas en la Ley Orgánica General del Sistema Educativo (LOGSE), la Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE), la Ley Orgánica de Educación (LOE) y la ley actual de nuestro país, la Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE).

1.3 LA LEY ORGÁNICA GENERAL DEL SISTEMA EDUCATIVO DE 1990 (LOGSE)

Hay tres grandes acontecimientos que marcan la llegada de la LOGSE al sistema educativo español (Lorenzo, 2003) que son la normalización durante los años 80 de la Constitución de 1978, las reformas educativas en Preescolar, EGB y de las Enseñanzas Medias y, por último, la Ley Orgánica del Derecho a la Educación de 1985 (LODE) como respaldo de la Constitución de 1978. Pero hasta su llegada era raro que los centros educativos impartieran la Educación Musical y los profesionales que la impartían, con una formación escasa y pobre, no estaban lo suficientemente cualificados para impartir la materia (Lorenzo 2003). Por lo tanto, la situación de la Educación Musical, a pesar de las intenciones de darle un mayor peso en la LGE, no era muy esperanzadora.

La LOGSE ofrece un nuevo escenario para la Educación Musical. Promulgada en 1990 dentro del BOE, esta ley incluye a la música en el currículo de forma mucho más independiente a la Educación Artística, dotándola de los recursos necesarios para adquirir importancia entre las demás áreas y el horario del centro (Lorenzo 2003). Nunca antes la música había tomado un carácter obligatorio en la EGB con anterioridad, solo en, como vimos en el estudio de la LGE, la etapa de preescolar y en el primer curso de Bachillerato. Además, es en la Educación Secundaria Obligatoria cuando se independiza de la Educación Artística y forma una nueva área de conocimiento obligatoria. Dentro del capítulo III *De la Educación Secundaria*, en el artículo 20, podemos ver el conjunto de áreas de conocimiento de carácter obligatorio que incluye a la Música independiente de la Educación Plástica y Visual.

Más adelante, en el mismo capítulo, el artículo 24 nos habla acerca del título requerido para poder impartir las enseñanzas en Secundaria, incluida la música:

2. Para impartir las enseñanzas de esta etapa será necesario además estar en posesión de un título profesional de especialización didáctica. Este título se obtendrá mediante la realización de un curso de cualificación pedagógica [...].

Martos (2013) comenta que la novedad de esta ley en relación a la Educación Musical “no será la inclusión de la misma en el sistema [...], sino crear un espacio curricular independiente para la misma y dotar a ésta de los recursos necesarios para estar al nivel del resto de áreas” (p. 48). En Educación Primaria se une a la materia de Educación Artística, junto con la plástica, la dramatización, las artes y la cultura (Lorenzo 2003). Los profesores que imparten música deben de ser maestros especialistas del área de música. Se crean los nuevos cuerpos de Profesores de Música y Artes Escénicas, y el cuerpo de Catedráticos de Música y Artes Escénicas, siendo el primer cuerpo de profesores los encargados de la enseñanza de la música en los grados elemental y medio y el segundo cuerpo encargado del grado superior (Embrid 2000). Así se asientan las bases de una materia de música que exige profesionales cualificados para su enseñanza, que adquiere materiales propios para su impartición y que adquiere un nuevo peso dentro del centro educativo.

Nicolás Oriol (2005) califica de logro la introducción de la música en la Enseñanza Primaria y la creación de estas plantillas o cuerpos de profesorado del Maestro especialista en educación musical:

Paralelamente se crea dentro de la plantilla de los colegios públicos *el Maestro especialista en educación musical* que se corresponde con la creación en las Universidades de la *Especialidad de Maestro en Educación Musical*. A mi juicio este es el paso más importante para la introducción de la música en la Enseñanza Primaria (p. 7).

A pesar de estos logros, Lorenzo explica que el carácter globalizador de la Educación Artística no permitió el desarrollo completo de la Educación Musical en la etapa primaria debido a la coexistencia de tantas materias dentro de la misma área. Un horario propio pero reducido de una hora semanal, complicaciones administrativas por su carácter artístico y un pobre respaldo social dificultaron su propio desarrollo dentro del sistema educativo. Pero estos avances consiguieron ser base de la renovación de la calidad de la educación y los primeros pilares necesarios para llevar a la música al nivel educativo que merece al ser un derecho fundamental para recibir una educación general y global de calidad.

1.4 LA LEY ORGÁNICA DE CALIDAD DE LA EDUCACIÓN 2002 (LOCE)

Siendo la primera ley promulgada en el s. XXI en España, contempla la enseñanza de la Educación Artística en todas las etapas del sistema educativo español, presentando nuevas modificaciones en algunas de las aportaciones de la LOGSE centrados en la reducción de contenidos y de horarios para el área de música (Oriol 2005).

Centrándonos en los contenidos musicales, esta ley no ofrece muchas variaciones respecto a su predecesora en las etapas de Infantil, Primaria y Bachillerato, pero sí se producen cambios significativos en la Educación Secundaria. Oriol explica que todos los progresos de la música a lo largo de las legislaciones se vieron afectados y prácticamente suprimidos en la Educación Secundaria debido a los decretos promovidos por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (Oriol 2005, p. 9). Los decretos a los que alude Oriol son los Reales Decretos 831/2003 y 832/2003 del 27 de junio. Se mantiene las exigencias ya redactadas en la anterior LOGSE en cuanto al requerimiento del título de Especialización Didáctica para el ingreso en los Cuerpos de Profesores de Música. En la disposición adicional duodécima *Del título profesional de Especialización Didáctica* podemos leer:

2. Para el ingreso en los Cuerpos de Profesores de Música y Artes Escénicas, de Profesores de Escuelas Oficiales de Idiomas, de Profesores de Artes Plásticas y Diseño y de Maestros de Taller de Artes Plásticas y Diseño se requerirá estar en posesión del título de Especialización Didáctica que se establece en el artículo 58 de esta Ley, así como superar el correspondiente proceso selectivo.

Específicamente, en relación a los profesores que pueden impartir la Educación Artística en primaria, y la Educación Musical, en el capítulo IV *De la Educación Primaria* se nos especifica la formación necesaria para impartir clases de estas áreas:

Artículo 19. *Profesorado*

La Educación Primaria será impartida por maestros, que tendrán competencia docente en todas las áreas de este nivel y en las tutorías de los alumnos. Las enseñanzas de la música, [...] o de aquellas otras enseñanzas que se determinen, serán impartidas por maestros con la especialidades correspondientes.

Martos explica la situación de la Educación Musical respecto a las aportaciones que la LOCE sugiere:

Por lo que respecta a la educación musical, no hay muchas variaciones en las etapas de Infantil, Primaria o Bachillerato, pero sí en Secundaria, donde se sufriría una pérdida de carga lectiva, ya que se contaría con tan solo una hora en el primer ciclo, dos horas en el tercero, y continuaría la optativa de cuarto con tres horas semanales (p. 49).

A pesar del carácter reformador de esta ley, la música se quedó relegada a un segundo plano. Se redujeron sus contenidos y su presencia en el horario de los centros educativos. Esta ley no llega a instaurarse debido al cambio de gobierno en 2004 que pasó a ser un gobierno de ideología socialista. El nuevo gobierno paralizará el proceso de implantación de esta ley el 28 de mayo de 2014 y dará vida a una nueva ley basada en la calidad, la equidad, el esfuerzo compartido y el compromiso con la Unión Europea.

1.5 LA LEY ORGÁNICA DE EDUCACIÓN DE 2006 (LOE)

La LOE nació como freno a la implantación de la anterior ley de educación LOCE, con el cambio de gobierno en 2004. Fue publicada en el Boletín Oficial del Estado el 4 de mayo de 2006. De acuerdo a su preámbulo, su objetivo es regular legalmente y adecuar toda la educación no universitaria y adaptarla a la realidad social que España vivía en aquel momento. Tres principios fundamentales presiden esta ley:

El primero consiste en la exigencia de proporcionar una educación de calidad a todos los ciudadanos de ambos sexos, en todos los niveles del sistema educativo. [...]

El segundo principio consiste en la necesidad de que todos los componentes de la comunidad educativa colaboren para conseguir ese objetivo tan ambicioso. La combinación de calidad y equidad que implica el principio anterior exige ineludiblemente la realización de un esfuerzo compartido. [...]

El tercer principio que inspira esta Ley consiste en un compromiso decidido con los objetivos educativos planteados por la Unión Europea para los próximos años. El proceso de construcción europea está llevando a una cierta convergencia de los sistemas de educación y formación, que se ha traducido en el establecimiento de unos objetivos educativos comunes para este inicio del siglo XXI.⁶

En resumen, los tres principios fundamentales de esta ley son la calidad y la equidad, el esfuerzo compartido entre docentes y el compromiso de actualización del sistema educativo con la Unión Europea (Martos 2013). En relación a la música, en la Educación Infantil se enmarca dentro de la asignatura de Lenguaje Artístico junto con la materia de plástica. Lo mismo ocurre en Primaria, donde, siguiendo la tendencia de las últimas leyes de unificar ambas disciplinas, se integra en la Educación Artística junto con el lenguaje plástico. No adquiere un lugar propio en el currículo hasta la

⁶ Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Preámbulo 17159 - 17160.

Secundaria, donde se entiende la materia como “bien cultural y como lenguaje y medio de comunicación” (Martos 2013, p. 49).

1.6 LEY ORGÁNICA DE MEJORA DE LA CALIDAD EDUCATIVA DE 2013 (LOMCE).

La ley que dirige actualmente el sistema educativo español fue publicada en el Boletín Oficial del Estado del 10 de diciembre de 2013. Los principales objetivos que sigue la ley son: reducir la tasa de abandono escolar, la mejora de los resultados escolares de acuerdo a los criterios internacionales, mejorar la empleabilidad y estimular el espíritu emprendedor del alumnado. Estos objetivos se sostienen sobre los principios que rigen la ley, los cuales son: aumento de la autonomía de centros, refuerzo de la capacidad de gestión de centros, las evaluaciones externas de fin de etapa conocidas como revalidas, racionalización de la oferta educativa y flexibilidad de las trayectorias.

Respecto a la música, la LOMCE modifica el carácter obligatorio de la materia de Educación Artística en Infantil, Primaria y Secundaria. En el capítulo III *Currículo y distribución de competencias*, leemos la modificación del artículo 18 de la anterior ley, que dice que en Educación Primaria:

3. Los alumnos y alumnas deben cursar las siguientes áreas del bloque de asignaturas específicas en cada uno de los cursos:

a) Educación Física

b) Religión, o Valores Sociales y Cívicos, a elección de los padres, madres o tutores legales.

c) En función de la regulación y de la programación de la oferta educativa que establezca cada Administración educativa y, en su caso, de la oferta de los centros docentes, *al menos una* de las siguientes áreas del bloque de asignaturas específicas:

- 1º. *Educación Artística.*
- 2º Segunda Lengua Extranjera.
- 3º Religión, [...].
- 4º Valores Sociales y Cívicos, [...].

Recalco el carácter de la frase “*al menos una* de las siguientes áreas del bloque de asignaturas *específicas*”. La música, dentro del área de Educación Artística, pasa a ser ya no solo una asignatura específica, si no que se convierte en una asignatura *prescindible*. Los centros ya no tienen la obligación de dar esta área, puesto que la ley expone que se dará una de esas materias en función de lo que se disponga en cada administración educativa y según la oferta de cada centro docente. Lo mismo ocurre en la Educación Secundaria, donde la música pasa de tener un carácter obligatorio a ser una materia específica dependiente de las disposiciones de la Administración y la oferta de los centros.

En conclusión, tras los años y modificaciones en la legislación que hemos vivido en nuestro país para poder enseñar Educación Musical en nuestros centros a todos los niveles como garantía del derecho a una educación global de calidad para nuestros alumnos, en la ley actual se reconoce a la música como una materia prescindible que depende del cómputo correcto de horas de las materias denominadas como troncales y la disposición de los centros por regular un horario en el que se pueda abrir hueco entre el resto de materias y reunir los recursos necesarios para garantizar su enseñanza. La responsabilidad del estado para garantizar su enseñanza como base fundamental de la Competencia cultural y artística declarada por el Parlamento Europeo y el Consejo⁷ pasa a ser responsabilidad de las Administraciones educativas y de los centros, los cuales deben trabajar y buscar los recursos que el propio estado debería garantizar.

Conociendo la situación actual en España de la Educación Musical, parece impensable poder realizar innovaciones en el campo de la Educación Musical o

⁷ Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo de 18 de diciembre de 2006 sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente (2006/962/CE).

garantizar una Educación Musical de calidad para nuestros alumnos. Pero la música posee un fuerte carácter interdisciplinar de un gran valor para la enseñanza y la labor del docente. Gracias a esta propiedad de la música, podemos plantearnos un estudio conjunto de lo que la ley denomina “materias troncales” y la música. Este es el objetivo de este trabajo, la realización de una programación interdisciplinar de música y matemáticas que adquiera un carácter iniciador para la creación de nuevas metodologías, programaciones e investigaciones que reconozcan el importante papel que desempeña la música en la enseñanza y el aprendizaje del alumnado.

En el siguiente capítulo de este trabajo, y centrándonos en el enfoque interdisciplinar entre la música, materia específica, y las matemáticas, materia troncal, analizaremos las conexiones desde la propia base física de la música, analizando los principales estudios que se han realizado a lo largo de la historia del hombre para poder comprender la naturaleza de la propia música.

CAPÍTULO 2: FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA MÚSICA

Es cierto que, de las áreas que se recogen en el currículo, la matemática es la disciplina que más relación guarda con la música, junto con el lenguaje y la historia, ya que sus bases son pura matemática y física. A lo largo de la historia del hombre, la música ha desempeñado un papel fundamental en el desarrollo social y cultural, y pensadores y estudiosos han intentado a lo largo de los siglos desvelar los secretos de esta disciplina. Desde la búsqueda de sonidos armónicos explorando objetos y el propio cuerpo humano hasta la reproducción de sonidos emitidos al percutir telas u objetos huecos en concordancia y proporción para crear una rítmica. Los procesos musicales tienen un origen y una base matemática, ya conocida por los pensadores de la antigua Grecia, y todas las conclusiones y bases musicales que se han formulado tienen un principio matemático ligado a ellas. Liern y Queralt. (2008) hacen una pequeña reflexión acerca la relación existente entre ambas disciplinas:

La relación entre **música y matemáticas** es mucho más estrecha de lo que podría pensarse a primera vista. Por un lado, las matemáticas son la herramienta fundamental para el tratamiento de los procesos físicos que generan la música, pero, por otro lado, las matemáticas están en la propia esencia de este arte. La manera de elegir las notas musicales, su disposición, las tonalidades, los tiempos e incluso gran parte de los métodos de composición son pura matemática.

Bertos (2009) hace referencia a la naturaleza física que la música presenta, ya que el sonido es un fenómeno físico medible:

Las especulaciones científicas y matemáticas sobre la música se fundan en el principio de que el sonido es un fenómeno físico mensurable con exactitud, ya que cualquier cuerpo vibrante emite, según el número de vibraciones por segundo, un sonido de altura determinada.

Antes incluso de comenzar a establecer relaciones posibles dentro del campo de la didáctica para trabajar la música y las matemáticas de forma conjunta, ya contamos con la existencia de una relación fundamental entre ambas disciplinas en las bases de la música. A lo largo de este capítulo estudiaremos algunos de los principios matemáticos que rigen la naturaleza de la música, desde el planteamiento y la justificación matemática de los acordes y de la escala musical hasta la propia base matemática del lenguaje musical, a través de los estudios realizados por la escuela pitagórica, la formación y justificación de la escala temperada y la formación del lenguaje musical como método de expresión escrita de la música.

2.1 LA ESCUELA PITAGÓRICA

Desde la antigüedad, la estructura matemática de la música ha fascinado al hombre. En la Escuela Pitagórica, las matemáticas eran base del conocimiento. De hecho la palabra matemáticas proviene del griego *mathema*, que significa conocimiento. Miraya (2005) nos habla acerca del amplio significado de la palabra música para los pensadores griegos y su unión con el resto de ramas del conocimiento y en particular con el estudio de la aritmética. *Mathema* se dividía en cuatro grandes áreas: aritmética, geometría, astronomía y *música*. Para los griegos la música era base del conocimiento y estudiaron sus características y relaciones gracias al conocimiento matemático puesto, como hemos visto, las bases musicales se fundamentan en principios físicos. Sus estudios sobre el principio de la relación entre la longitud de una cuerda y las frecuencias relativas a las notas musicales son ejemplo de esta relación. Miraya nos explica que “la escuela de Pitágoras se interesó principalmente en la *canónica* o ciencia de los *intervalos musicales*, es decir, las relaciones entre pares de sonidos”. Estas relaciones eran estudiadas gracias a un instrumento de una sola cuerda subdividida en partes iguales llamado monocordio. El logro fundamental de los estudios de la escuela de Pitágoras fue la relación de consonancia y armonía entre sonidos producidos por la cuerda cuando esta se subdividía en partes de igual longitud.

Pitágoras ya relacionó principios musicales con las matemáticas desde su descubrimiento de la concordancia de los golpes de martillo que realizaban los herreros,

además de demostrar el fundamento numérico de la música en las proporciones interválicas. Tomasini (2007) nos explica, en su estudio de los fundamentos matemáticos de la escala tonal actual en Occidente, las fuentes de la escuela Pitagórica que han dado vida a la concepción actual que tenemos de escala tonal y las experiencias que se diseñaron para comprobar los principios matemáticos en los que se sustenta las bases físicas de la música.

Una de estas bases físicas es la propiedad que relaciona una nota con una determinada longitud de un objeto vibrante, sin importar el tipo de objeto. Si dicho objeto es dividido en porciones de una longitud determinada, se crearán ocho nuevos sonidos distintos. Tomasini explica la relación entre los estudios matemáticos de la escuela pitagórica y los actuales en relación a la longitud de onda y la frecuencia de vibración:

El principio que relaciona la longitud de una cuerda vibrante con las notas de la escala musical era muy bien conocido por los pensadores de la Escuela Pitagórica, quienes habrían empleado un monocordio – esto es, una cuerda tensada sobre la cual se desliza un puente móvil – para realizar sus experiencias. En la actualidad las notas musicales no se definen a partir de la longitud del objeto vibrante, sino a partir de la frecuencia de vibración de la onda sonora emitida por dicho objeto.”(p. 16).

Conociendo este principio, es lógico pensar que debe existir relaciones entre las notas dependiendo de su frecuencia de vibración o, como se conocía en la Escuela Pitagórica, de su longitud determinada. Los filósofos griegos de la Escuela Pitagórica estudiaron estas relaciones, como Arquitas de Tarento (s. V a.C.) cuyos estudios dan lugar a la formulación de tres medias musicales según Tomasini:

La media aritmética, cuya fórmula matemática se expresa de la siguiente forma:

$$b = a + c / 2$$

Siendo a valor de frecuencia de la nota estudiada y c siendo la octava aguda de a . Gracias a esta fórmula hallamos el valor de la frecuencia de la quinta de a , es decir, podemos hallar el intervalo de quinta de cualquier frecuencia sonora.

La media geométrica se expresa como:

$$a / b = b / c$$

Con esta medida podemos estudiar la relación entre octavas. Tomando a el valor de la nota Fa y b el valor de su octava aguda Fa', podemos hallar el valor de la frecuencia de la octava aguda de FA (b), pudiendo hallar el valor de sucesivas octavas.

Por último, Tomasini explica una última proporción, la media armónica. Esta media se expresa matemáticamente de la siguiente forma:

$$b = 2ac / a + c$$

Si se reemplaza a por la frecuencia de una nota y c por la frecuencia de su octava aguda, hallaremos el valor de la frecuencia de cuarta de la nota a .

El estudio de estas tres medidas no es más que el estudio de las relaciones de intervalos de la música. Con la media aritmética obtenemos un intervalo de quinta. Con la media geométrica obtenemos intervalos sucesivos de octava, mientras que con la media armónica hallamos el intervalo de cuarta. Los pitagóricos, dentro de sus límites de conocimiento, establecieron los primeros fundamentos de la relación interválica en la música, obteniendo fórmulas hallar frecuencias específicas a partir de una nota ya estudiada u obtenida anteriormente, es decir, conocieron el fundamento musical de las relaciones de proporción.

¿Cómo se adquirirían los valores de intervalo y la octava musical? Mediante “la propiedad que relaciona la longitud de un objeto vibrante con una nota musical determinada” (Tomasini 2007, p. 16). Entendiendo la octava como la sucesión de ocho notas de la escala musical, el valor de la frecuencia se vincula a la relación entre la

velocidad del sonido y la longitud de la onda. La fórmula resultante para expresar dicha relación es $f = v / l$. Tomasini muestra las frecuencias resultantes de cada nota aplicando esta fórmula:

DO = 261
RE = 293
MI = 328,8
FA = 348,3
SOL = 391,1
LA = 438,9
SI = 492,7
DO = 522

Conociendo esto, es fácil entender el origen de la escala sistematizada por la Escuela Pitagórica. Miraya nos explica la formación de esta escala:

La escala sistematizada por Pitágoras tiene siete notas obtenidas por *encadenamiento* de quintas y de octavas, es decir que, partiendo de un sonido, se toma primero su quinta (multiplicando su frecuencia por $3/2$), luego la quinta de la quinta, y así sucesivamente hasta completar un número deseado de sonidos.

Es decir, a partir de la obtención de los intervalos de quinta y octava podemos obtener una escala con los siete sonidos de nuestra escala actual que son: Fa, Do, Sol, Re, La, Mi y Si. Siguiendo los pasos que Miraya, quién nos explica la formación de la escala Pitagórica, ahora sigue la modificación de las notas para situarlas en la misma octava, por lo que se deben bajar una octava las notas Re y La, mientras que las notas Mi y Si deben bajar dos octavas. Debemos tener presente que las siguientes fórmulas y resultados se originan al estudiar los intervalos a través de la longitud de cuerda. Las frecuencias que resultan de esta modificación, teniendo en cuenta que se toma de referencia la frecuencia de Do (f_{Do}), son las siguientes:

$$f_{Fa} = 4/3 f_{Do} \text{ (intervalo de cuarta)}$$

$$f_{Sol} = 3/2 f_{Do} \text{ (intervalo de quinta)}$$

$$f_{Re} = 3/2 \times 3/2 \times 1/2 f_{Do} = 9/8 f_{Do}$$

$$f_{La} = 3/2 \times 3/2 \times 3/2 \times 1/2 f_{Do} = 27/16 f_{Do}$$

$$f_{Mi} = 3/2 \times 3/2 \times 3/2 \times 3/2 \times 1/2 \times 1/2 f_{Do} = 81/64 f_{Do}$$

$$f_{Si} = 3/2 \times 3/2 \times 3/2 \times 3/2 \times 3/2 \times 1/2 \times 1/2 f_{Do} = 243/128 f_{Do}$$

El último paso es ordenar las frecuencias obtenidas en función de su aumento, siendo la frecuencia de Do la primera de la escala. Obtenemos el siguiente orden:

f_{Do}	$f_{Re} = 9/8 f_{Do}$	$f_{Mi} = 81/64 f_{Do}$	$f_{Fa} = 4/3 f_{Do}$	$f_{Sol} = 3/2 f_{Do}$	$f_{La} = 27/16 f_{Do}$	$f_{Si} = 243/128 f_{Do}$
----------	-----------------------	-------------------------	-----------------------	------------------------	-------------------------	---------------------------

Esta es la escala de Pitágoras o la escala pitagórica. Pero existe una relación importante entre los intervalos de la escala. Si utilizamos la fórmula f_n y f_{n-1} siendo n una de las notas de la escala y $n-1$ la nota anterior a esta, podremos ver la diferencia de valor entre las dos. Aplicando esta fórmula, obtenemos los siguientes resultados:

Do – Re	Re – Mi	Mi – Fa	Fa – Sol	Sol – La	La – Si	Si – Do
9/8	9/8	256/243	9/8	9/8	9/8	256/243

Si nos fijamos, podemos ver que gracias a esta ecuación hemos obtenido el valor de Tono y de hemitono (semitono diatónico pitagórico) justificados al comprobar que se dan los mismos resultados en los intervalos de Do –Re y Si – Do en los valores de frecuencia de $f_{Re} (9 / 8)$ y $f_{Si} (243/128)$. El esquema de la estructura de la escala pitagórica presentaría esta forma:

T T h T T T h

2.2 LA ESCALA TEMPERADA

La escala templada o temperada, siendo una fórmula de transición entre la escala de Pitágoras y otro planteamiento de escala, la escala de Aristógenes, presenta doce frecuencias intermedias entre una nota y su octava correspondiendo con las teclas del piano y las sucesiones de teclas blancas y negras. Entre una nota y su octava en el piano hay un total de siete teclas blancas y cinco negras, coincidiendo con las doce frecuencias de la escala temperada. En esta escala se incluye una novedad, las notas sostenidas correspondientes a las teclas negras, intercaladas entre las notas excepto en los casos de *mi – fa* y *si – do* debido a que la distancia entre ellas es de medio tono, siendo que, como indica Tomasini, “todos los sonidos sucesivos de la escala temperada están separados entre sí por una distancia de un semitono. En otras palabras, entre dos notas consecutivas cualesquiera de la escala temperada existe siempre, exactamente, el mismo intervalo” (p. 24).

Conocemos el valor del intervalo de tono. Como ya hemos visto con anterioridad, en el estudio de los hallazgos de la Escuela Pitagórica, podemos saber que el valor del intervalo de tono es de $9/8$. Es lógico pensar por lo tanto que el valor de un intervalo de semitono en esta escala será la mitad del valor del intervalo de tono, es decir, un $(9/8) / 2$. Pero en realidad no es así. El valor dado al intervalo de semitono es de $256 / 243$. Si realizamos el cálculo, obtenemos el valor real de los dos intervalos:

Valor de tono = $9/8 = 1,125$

Valor de hemitono $256/243 = 1,05349794238683 (...)$

Podemos ver que el hemitono no tiene un valor que sea mitad del valor del intervalo de tono, en ese caso tendría un valor de $0,5625$. ¿Cómo estas modificaciones de la escala de Bach consiguen que todos los sonidos sucesivos presenten el mismo intervalo, es decir, un intervalo de medio tono? Tomasini (2007, p. 24) explica la relación entre las frecuencias de las notas sucesivas de la escala temperada mediante la siguiente ecuación, que representa la sucesión de notas:

$$f_{n+1} = f_n K$$

Partiendo de $n = 0, 1, 2, \dots$. Empezando las operaciones siendo $n = 0$, se pueden calcular los primeros términos de la escala, obteniendo la siguiente fórmula:

$$f_m = f_0 K^m ; m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Siendo esta fórmula la representación de la relación entre las frecuencias de la escala templada y adquiriendo K el valor de la constante, es decir, de la distancia entre las notas de la escala, m la nota cuya frecuencia se quiere hallar y f_0 el valor de la frecuencia de la tónica.

Juan Sebastián Bach impulsó el uso de este modo de afinación en el s. XVII, el cual ya era conocido en música. Músicos como Andreas Werckmeister (1691) publicaron tratados sobre el temperamento no uniforme que, a costa de pequeñas desafinaciones apenas inaudibles o perceptibles para el oyente, se obtenían unos buenos resultados en las composiciones (Mireya 2005). Esta escala presenta la comodidad de poder saltar los problemas que se presentaban en las anteriores escalas, las cuales ofrecían intervalos perfectos difíciles de poder reproducir en la práctica. Lo que esta escala presenta es una ligera desafinación para guardar la misma distancia entre notas y

así guardar la armonía y la consonancia de las escalas. J.S. Bach decide utilizar y mostrar este método de afinación debido a las posibilidades de interpretar con un mismo instrumento de tecla cualquier tipo de composición sin importar la tonalidad, y así escribe su conocida colección de “El clave bien Temperado” el cual incluye un conjunto de 24 melodías para clave en afinación temperada para poder explorar todas las tonalidades y modos que esta escala permite explorar.

En la escala temperada se divide la octava en doce intervalos cuya razón de frecuencia es 1, f , f^2 , f^3 [...] hasta f elevado a 12. De aquí se deduce que $f^{12} = 2$. Por lo tanto, deducimos que f es igual a la raíz de 2 elevada a 12. El resultado de esta raíz es 1,059 aproximadamente. Vemos que este valor no es exacto en relación al valor real que se le da al hemitono en la escala pitagórica, cuyo valor es 1,053 aproximadamente. Esta modificación de 0,006 en la escala temperada permite que se distribuyan las notas con la misma distancia entre ellas. Conociendo este pequeño “error” es lógico pensar que se modificarán la frecuencia de las notas en relación a su valor real según las escalas anteriormente vistas.

Siguiendo los cálculos de Tomasini, encontramos que K adquiere un valor de 1,059 aproximadamente. También se nos aporta que en las escalas anteriores los valores de do y do' son 261 y 522 respectivamente (Tomasini 2007, p. 17). Siguiendo sus cálculos con la fórmula de la relación de frecuencias en la escala temperada y los nuevos valores de la constante ($K = 1,059$) y la frecuencia de do (261) la fórmula adquiere la siguiente forma:

$$f_m = 261 \times (1,059)^m$$

$$f_{do'} = 261 \times (1,059)^{12}$$

Ahora se aplica el logaritmo m.a.m en esta última fórmula, resultando en que:

$$\ln f^{\text{do}'} = \ln (261) + 12 \ln (1,059)$$

$$f^{\text{do}'} = 519, 25.$$

Los resultados de la frecuencia de do' según los cálculos de las otras escalas eran $f^{\text{do}'} = 522$. Podemos ver que existe una diferencia de 2,75 entre el valor real de $f^{\text{do}'}$ sacado a través del estudio de las longitudes y el valor de $f^{\text{do}'}$ en la escala temperada. Esta diferencia, que es muy pequeña y casi imperceptible, nos permite construir una escala cuya distancia de intervalos sea igual entre todas las notas, permitiéndonos crear melodías en diversas tonalidades de una manera armónica.

2.3 LA NOTACIÓN MUSICAL

Muchos han sido los métodos empleados durante la historia del hombre para representar al sonido de forma gráfica. En busca de una mayor precisión en la representación gráfica de los cantos e himnos, los músicos de las iglesias comienzan a usar pautas de una sola línea para expresar la altura de las notas de una forma más clara y práctica (Miraya 2005). A estas pautas se le incluyeron más líneas para poder expresar en el papel notas de mayor altura, hasta formar lo que hoy conocemos como pentagrama, instaurado en el siglo XVII. Pero también era preciso idear una forma de poder expresar los tiempos de duración de las notas en los himnos, para garantizar que todos los intérpretes pudieran cantar y terminaran al mismo tiempo. De esta necesidad surge la notación proporcional, constituida por figuras que expresaban los tiempos de duración del sonido y ya establece la relación de subdivisión, es decir, ya algunas de esas figuras representaban una parte dividida de las de mayor duración. Ya en el siglo XIV nace una nueva forma de notación con las siguientes figuras: máxima, longa, breve, semibreve, mínima, semimínima, fusa y semifusa. En esta nueva notación se mantiene el principio de subdivisión, siendo la longa la figura con mayor duración. Cada figura se dividía en dos partes de duración iguales que poseían el mismo valor que la siguiente figura. Así pues, La breve se dividiría en dos semibreves, una semibreve en dos mínimas, etc. Esta notación será la base de nuestra notación actual.

La notación musical trata de plasmar de forma gráfica las cualidades del sonido de una pieza musical, para poder ser interpretada conforme al deseo del compositor. Miraya expone que, básicamente, la notación musical resulta ser una representación gráfica bidimensional que consta de dos variables: el tiempo o duración y la altura. Un pentagrama en sí mismo representa un eje cartesiano, donde se especifica los tiempos diferenciales entre los distintos eventos que se reflejan en la partitura, cambios de notas, y el sonido en hercios toma el papel de la variable del eje de ordenadas. Las claves indican la línea donde se sitúa la nota a la que nombran, organizando la disposición general de las notas el pentagrama. El compás marca dos propiedades: las partes en las que se divide y la figura que tiene el valor de una parte. Si encontramos un pentagrama de 6 por 8, se nos indica que el compás está dividido en seis partes y que cada parte tiene el valor de una corchea. Si el compás es de 4 por 4, nos indica que está dividido en cuatro partes, siendo una figura de negra la que ocupe completamente una parte del compás. Además, el conjunto de compases existentes en el pentagrama origina otro concepto matemático: las sucesiones, en este caso, de grupos de números definidos por el compás. Un compás de 3 por 4 marcará tres pulsos: 1, 2,3 y así se repetirá constantemente hasta finalizar la partitura.

Como podemos apreciar, las matemáticas son base de la escritura de la música y su representación gráfica. Básicamente, para escribir música precisamos de bases matemáticas como son el cálculo, la proporción o la distribución y la sucesión numérica. Son infinitas las posibilidades de creación que nos ofrece la notación musical, pero estas propiedades son las que rigen y ayudan a mantener el orden musical para poder interpretar y crear piezas armónicas y proporcionadas.

A lo largo de este capítulo hemos podido apreciar el papel que desempeña las matemáticas en las propiedades y las bases de la música. Hemos estudiado las primeras suposiciones y estudios que relacionaban el principio de longitud de un objeto vibrante con la frecuencia específica de cada nota, la formulación de las escalas pitagórica como base de nuestra actual escala, la justificación de los semitonos en la escala temperada y la resolución del problema de la proporción de la escala y la propia formulación

matemática en la expresión gráfica de la música sobre el papel. Con estas evidencias podemos comprender que la música y las matemáticas guardan una relación en las propias bases musicales, por lo que es lógico pensar que, teniendo en cuenta la relación que guardan ambas disciplinas, una programación o enseñanza de ambas materias podría ser viable en el aula. Partiendo de estos estudios, debemos preguntarnos qué beneficios puede ofrecer una programación interdisciplinar de este carácter en el alumnado. En el siguiente capítulo trabajaremos y estudiaremos los posibles beneficios y puntos de conexión en los procesos de aprendizaje en el alumno en una enseñanza interdisciplinar de música y matemáticas y también estudiaremos la situación en la que se encuentra actualmente el planteamiento interdisciplinar e la música como herramienta transversal y el enfoque de la enseñanza conjunta de la música y las matemáticas dentro del marco Europeo.

CAPITULO 3: EL APRENDIZAJE CONJUNTO DE LA MÚSICA Y LAS MATEMÁTICAS Y SU ENSEÑANZA INTERDISCIPLINAR EN EUROPA.

Tras analizar la situación de la Educación Musical en España y estudiar algunos de sus fundamentos matemáticos, una serie de cuestiones se nos deben plantear antes de comenzar a desarrollar una programación que vincule los contenidos de las dos áreas. ¿Qué beneficios puede aportar la música para el aprendizaje del alumno y, específicamente, para el aprendizaje de las matemáticas?

Son múltiples las áreas del cerebro que se ven involucradas cuando una persona se expone ante estímulos musicales. Ya este hecho involucra un trabajo cognitivo y un desarrollo de la actividad cerebral. Montero (2010) nos explica la carga de trabajo que realiza el cerebro ante estímulos musicales. Los hemisferios trabajan de manera distinta ante los estímulos musicales: el hemisferio derecho el que trabaja los aspectos estructurales y organizativos de la música, como los intervalos, la calidad y la armonía, además de trabajar la memoria musical. El hemisferio izquierdo asimila aspectos de volumen y letra, destacando que se estimula el trabajo realizado en el lóbulo occipital derecho, el cual es encargado del lenguaje. Áreas como el sistema límbico desempeñan un papel de vital importancia en la creación de una respuesta emocional ante el estímulo musical y la asimilación del sentimiento.

Aparte del trabajo cognitivo que se desarrolla ante estímulos musicales, y la intervención de diversas áreas cerebrales durante la exposición, diversos estudios han demostrado el papel que puede desempeñar la música en el proceso de memorización. Todos guardamos recuerdos con una determinada carga emocional. Recordamos con mucha claridad los momentos más tristes o alegres de nuestras vidas, los acontecimientos más desagradables, etc. Nuestro cerebro guarda con mayor facilidad esos recuerdos gracias a la carga emocional que implican.

Cahill y McGaugh (1995, citados por Justel N. y Rubinstein, W 2013) desarrollaron un experimento para poder analizar como los recuerdos de la información son consolidados según su carga y relevancia emocional. El trabajo consistía en la observación de una determinada serie de diapositivas acompañadas por un breve relato. La serie de diapositivas y relatos se dividió en tres fases, de las cuales la primera y la última fase eran iguales en todos los grupos de participantes, exceptuando la segunda. Esta fase se planeó para activar emocionalmente al grupo experimental mientras que el grupo de control no recibía activantes emocionales. Tras una semana, los sujetos del grupo experimental recordaban con mayor facilidad y detalle la historia y los detalles de la diapositivas con relevancia emocional de manera significativa.

Podemos ver el importante papel que ejercen las emociones en la formación de recuerdos y la memorización de la información asociada a ellos. De acuerdo con N. Justel y W. Rubinstein, podemos asegurar que las emociones con las que se procesan los eventos funcionarían como un sistema de filtro, seleccionando los hechos de que van a ser guardados en nuestra memoria de forma duradera (Rodríguez, Schafé y LeDoux, 2004). Conociendo la importancia de las emociones y sentimientos en el proceso de memorización podemos hablar del valor que tiene la música como herramienta de memorización al tener la capacidad de provocar en nosotros respuestas emocionales. La música es una continua comunicación de información emocional que provoca en nosotros respuestas y cambios fisiológicos entre los cuales se incluye la asimilación de recuerdos e información asociada, si los estímulos son positivos.

Aspectos como intervalos, tonos, velocidad del tempo y sus posibles combinaciones pueden crear diversas respuestas emocionales. Intervalos y acordes disonantes provocan un efecto de desagrado, pero combinados con una rítmica rápida dan lugar a una respuesta emocional de temor e incertidumbre, aumentando los niveles de cortisol en la sangre, provocando un incremento del estrés. Una pieza de tonalidad mayor, con un tempo moderado y consonancia en los acordes puede disminuir los niveles de cortisol y aumentar los niveles de melatonina, causante de la sensación de somnolencia, induciendo a un estado de relajación (Cindy Montero 2010).

Diversos estudios han llevado este planteamiento al ámbito de la música, como los realizados por Judde y Rickard (2010), que se demostraron que la música emocionalmente activante, es decir que provoca una mayor respuesta emocional en el oyente, mejora la memoria. Durante la experiencia, a los participantes se les mostraba una serie de palabras que debían memorizar. Se realizaron tres grupos, dos de ellos fueron expuestos a música “positiva y negativa”, según los gustos musicales de los oyentes, antes de mostrarles la serie de palabras preseleccionadas. El grupo de control no fue expuesto a ningún estímulo musical. Los resultados de la experiencia indicaban que un intervalo de tiempo de 20 minutos de exposición a la música posterior al tiempo de memorización, o de estudio, resultaba mucho más efectivo que en los casos en los que no hubo exposición a la música o en los casos en los que se expuso durante un intervalo mayor de 45 minutos.

¿Cómo estas conclusiones nos llevan a plantearnos el uso de la música en el aula como una herramienta de aprendizaje en la labor del docente? Si invertimos un tiempo de la jornada lectiva para preparar a los alumnos para el aprendizaje de nuevos contenidos exponiéndolos ante estímulos musicales, los resultados serán mejores y la memorización más efectiva. Una inversión de diez o cinco minutos ante un estímulo musical puede favorecer la adquisición del contenido estudiado durante el día y la memorización de una forma mucho más eficaz y divertida para el alumno.

Solo conocer los efectos de los estímulos musicales en la activación cerebral y en el proceso de memorización debería bastar para utilizar la música como una herramienta imprescindible en el desarrollo de la actividad del docente. Conociendo a grandes rasgos la utilidad de la música para el proceso de aprendizaje, en el siguiente punto analizaremos los posibles beneficios que puede plantear un estudio conjunto y específico de los contenidos de matemáticas y música.

3.1 MÚSICA Y LAS MATEMÁTICAS: CONEXIÓN EN PROCESOS COGNITIVOS

The question ‘does music learning improve mathematical skills?’ could, therefore be rephrased, as ‘is there a cognitive transfer from music learning to mathematical skills?’ [La pregunta ‘¿El aprendizaje de la música mejora las habilidades matemáticas?’ podría, por lo tanto, ser reformulada como ¿Existe una transferencia cognitiva del aprendizaje de la música hacia las habilidades matemáticas?] (Henriksson-Macaulay L., Welch G. y Saunder J, 2015).⁸

Estudios musicales afirman la existencia en el cerebro de las nociones musicales y matemáticas desde una edad muy temprana (Burack 2005, citado en Geist K., 2012). La música incorpora elementos como el pulso, el ritmo, la melodía y el tempo que guardan relación con principios de las matemáticas como el espacio, la secuencia, el conteo, el emparejamiento y la correspondencia uno a uno. Montero (2010) nos habla de la relación con las propiedades matemáticas como proporciones, radios y patrones recurrentes. Además, añade:

La música utiliza el pensamiento abstracto, y este se da cuando se logra llegar a conclusiones por medio de símbolos al leer las partituras, de forma similar en las matemáticas se logra llegar a una conclusión de un cálculo al observar una determinada secuencia de números.

Como hemos visto con anterioridad, los estímulos musicales provocan un efecto de activación de distintas áreas del cerebro. Un concepto conocido como neuroplasticidad hace referencia a la habilidad del cerebro para formar nuevas conexiones nerviosas en respuesta a la información asimilada, el desarrollo o los estímulos, provocando incluso modificaciones anatómicas de esas áreas trabajadas. Henriksson-Macaulay L., Welch G. y Saunder J. destacan que las evidencias de los últimos estudios en neurociencia demuestran que el aprendizaje musical favorece el

⁸ European Music Portfolio (EMP) - Maths: Sounding Ways into Mathematics, *A Review of Literature*. <http://maths.emportfolio.eu/> (pág. 20).

desarrollo de la región matemática del cerebro. Esta región se sitúa en el lóbulo parietal inferior, cortex cerebral, cuya actividad ante la resolución de problemas aritméticos se hace destacar en los estudios realizados en el campo de la neurociencia. El aprendizaje de la música produce cambios notables y detectables en esta área⁹, lo que lleva a pensar a los investigadores que existe una relación directa entre la actividad de esta área y los procesos cognitivos del aprendizaje de la música y la aritmética, que son la cognición espacial y la integración visomotriz.

3.2 LA MÚSICA Y LAS MATEMÁTICAS EN EUROPA: PLANTEAMIENTO INTERDISCIPLINAR.

Actualmente en Europa existe una creciente preocupación por el cuidado y la extensión de las culturas y las expresiones culturales coexistentes en el territorio europeo. Este deseo de preservar las tradiciones culturales está reflejado como clave del aprendizaje a lo largo de la vida en la competencia *conciencia y expresión culturales* dentro de las ocho que cita el documento del Parlamento Europeo y del Consejo Europeo sobre las competencias clave para el aprendizaje¹⁰ de 2006. (Rodríguez Quiles, 2010). Dentro del documento se define la *conciencia y la expresión culturales* de la siguiente forma: “apreciación de la importancia de la expresión creativa de ideas, experiencias y emociones a través de distintos medios, incluida la música, las artes escénicas, la literatura y las artes plásticas” (p. 9). La competencia se relaciona con las capacidades de apreciación, expresión y disfrute de uno mismo a través de estos medios de expresión culturales, y busca fomentar una actitud abierta y positiva ante estas muestras de las características culturales.

Estas competencias deberían tener un fuerte peso en las legislaciones y leyes educativas de los países integrantes de Europa pero, para Rodríguez (2010), en España no tienen ese valor. Destaca que la Declaración del plan Bolonia no está orientada a la formación inicial del profesorado de música en la Educación Primaria y Secundaria, si

⁹ European Music Portfolio (EMP) - Maths: Sounding Ways into Mathematics, *A Review of Literature* (pág. 22).

¹⁰ Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo de 18 de diciembre de 2006 sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente (2006/962/CE).

no que se enfoca a la reforma de la educación superior. Rodríguez se lamenta de las decisiones de eliminación de la especialidad de Educación Musical en el Grado de Educación Primaria:

El reconocimiento de la cualificación real (que no meramente teórica) de los profesores de Música plantea serios problemas. Puede que algunas de estas dificultades se resuelvan durante el proceso de Bolonia; otras parece que no (lamentablemente ejemplar resulta una vez más el caso de España en el contexto de la Unión Europea, con la reciente eliminación del marco de titulaciones oficiales de la actual especialidad de Educación Musical para futuros maestros de Educación Primaria y con la no inclusión en este marco de titulaciones de unos estudios de Grado en Educación Musical para los profesores de Secundaria, Bachillerato y enseñanzas no regladas, similar a los existentes en la mayoría de países europeos) (p. 71).

Para Rodríguez, el origen de muchos de estos problemas radica en la escasa comunicación y organización entre los países respecto a la formación inicial del docente. Para poder llevar a cabo una actividad musical que favorezca el rendimiento en otras áreas curriculares, el profesorado de Música debe de contar con una formación de calidad, lográndose en aquellos países de la Unión Europea que han invertido en esta formación de calidad con una rigurosa formación desde el inicio de los estudios de los docentes en Música de Educación Primaria. Dentro de este panorama, los estudios y las propuestas realizadas con la intención de investigar nuevos métodos para la enseñanza conjunta de las matemáticas y la música no son escasos, pero tampoco tan abundantes como sería deseable.

En el documento *State of the Art Papers* creado dentro del proyecto European Music Portfolio - Maths: Sounding Ways Into Mathematics (EMP - M)¹¹ se nos ofrece una revisión de este tipo de investigaciones y del estado actual de la enseñanza interdisciplinar de la música y las matemáticas en los países participantes del proyecto

¹¹ European Music Portfolio (EMP) - Maths: Sounding Ways into Mathematics, *State of the Art Papers*. www.maths.emportfolio.eu

EMP - M. Gracias a las investigaciones realizadas, podemos ver de forma general la situación actual de la enseñanza interdisciplinar de ambas materias, realizando una revisión de la legislación y las investigaciones y documentos publicados en dichos países. En Inglaterra el currículo nacional de música (National Curriculum for Music) da pocas especificaciones acerca de cómo deberían enseñar los profesores la música, dando a los colegios ingleses la capacidad de diseñar programas más favorecedores a su contexto y recursos, aunque en la práctica resulta ser de poca utilidad para el desarrollo docente ya que no incluye metodologías o objetivos generales que puedan guiar al profesorado. Algo similar ocurre con las matemáticas, ya que se incluyen dos únicas etapas clave para la educación de niños entre los 5 y 11 años, siendo poca la información que aporta para guiar a los docentes. La enseñanza interdisciplinar de la música y las matemáticas no es un tema nuevo en este país. Se han escrito libros y documentos sobre la enseñanza interdisciplinar y la búsqueda de nuevas metodologías para conectar el estudio de las matemáticas con el resto de áreas, incluida la música. La libertad que ofrece el currículo nacional trae nuevas oportunidades para investigar e implantar nuevas metodologías de este tipo de enseñanza. En Alemania, la música y las matemáticas son dos áreas separadas, pero que tienen puntos de conexión en la enseñanza de carácter interdisciplinar en las actividades de las lecciones de ambas áreas como, por ejemplo, el ritmo. En relación a bibliografía científica pocos documentos tratan este tipo de enseñanza de manera específica. Documentos como Leuders and Leuders (2011) comentan el carácter de la música como herramienta de apoyo a las matemáticas. Como concluye el estudio de la situación de la enseñanza de música y matemáticas en Alemania¹² existe una vinculación entre ambas áreas, pero no está recogida en el currículo ni hay suficientes estudios para impulsar el diseño de programaciones interdisciplinares que se puedan llevar al aula.

En Suecia, la situación es la inversa. Existe una amplia diversidad de estudios, documentos y proyectos que tienen como objetivo enfocar la música como un elemento englobalizador del currículo, pero esta metodología raramente es utilizada en las escuelas suecas y principalmente se plantea un trabajo conjunto en los estudios superiores al tratar los conceptos de la escala pitagórica y la posición tonal.

¹² EMP -M: *State of the Art Papers* (pág. 11 - 12).

Desgraciadamente el documento expone que, desde la existencia de PISA, las asignaturas científicas han ganado una mayor importancia en el sistema de educación sueco, por lo que los estudios interdisciplinarios de la música tienen como objetivo plantear a la educación musical como un elemento de apoyo para potenciar el aprendizaje de los contenidos de dichas áreas, relegando a la música a un segundo plano a servicio de los contenidos de las ciencias¹³. En Grecia ocurre algo similar. Gracias a la herencia griega, se han publicado muchos documentos sobre la enseñanza interdisciplinaria y la conexión entre las matemáticas y la música, pero muy poco trabajo se ha desarrollado en las escuelas y no hay grandes aportes dentro del sistema educativo griego.

Un caso aparte es el de España. Ya hemos analizado en el capítulo 1 de este trabajo la precaria situación de la Educación Musical en la LOMCE, que ha adoptado un papel de “asignatura específica prescindible”. Similar al caso de Suecia, el documento del proyecto EMP - M resalta que el tema de la enseñanza interdisciplinaria en España se trabaja desde una perspectiva principalmente matemática, por lo que la música pasa a un segundo plano, aunque también podemos encontrar textos de autores citados en el documento como Liern (2008) o Lopez y Gustems (2007) que estudian las conexiones entre ambas disciplinas como base de una enseñanza interdisciplinaria¹⁴. A pesar de la escasez de documentos de carácter científico que se enfoquen a este tema, la práctica de este enfoque parece haberse extendido entre los docentes que desarrollan su actividad docente en colegios y centros de educación primaria y secundaria. Se llega a esta conclusión debido a la amplia variedad de blogs y plataformas que se han creado para compartir este enfoque, con el fin de compartir materiales, recursos y nuevas metodologías e ideas relacionadas con el enfoque interdisciplinario de la música y las matemáticas. Algunos ejemplos de los blogs que cita el texto son Matemusicant3 o Sumado4. Además, el documento da una gran importancia al número de tesis doctorales y trabajos de fin de grado que trabajan esta temática, que demuestra el creciente interés de los futuros docentes en este campo.

¹³ EMP -M: *State of the Art Papers* (pág. 18 - 19).

¹⁴ EMP -M: *State of the Art Papers* (pág. 8 - 9).

En conclusión, podemos contemplar un marco legal común en Europa donde la enseñanza interdisciplinar de la música y las matemáticas es inexistente. Pero gracias al trabajo de docentes que conocen el valor de la música como herramienta interdisciplinar y sus múltiples posibilidades en la enseñanza, se está trayendo a la educación nuevos campos de estudio que abren las puertas de la educación a nuevos enfoques, proyectos, innovaciones metodológicas y recursos en los que la música desempeña un papel esencial y recupera su importancia en la formación de calidad que merece nuestro alumnado.

Dentro de esta nueva visión que se está extendiendo entre los docentes, nacen varios proyectos que buscan la innovación, el enriquecimiento y la eficacia de la enseñanza conjunta de la música y las matemáticas. En concreto, hablaremos del proyecto European Music Portafolio (EMP). Este proyecto tiene como objetivo aportar herramientas y ayudas a los docentes para utilizar la música como herramienta interdisciplinar en sus clases. En primer lugar, el proyecto se enfocó al estudio interdisciplinar del lenguaje y la música. En 2014 el proyecto se involucró en la investigación y la preparación de materiales para trabajar la música y las matemáticas de forma conjunta, conociéndose como EMP: Sounding Ways into Mathematics.

3.3 EUROPEAN MUSIC PORTAFOLIO: SOUNDING WAYS INTO MATHEMATICS (EMP - M).

Este proyecto nace de la asociación de varios profesionales de diversas instituciones educativas de Europa en la búsqueda de innovaciones en el campo educativo para enseñar matemáticas de una manera divertida, eficiente y satisfactoria para los alumnos. Este proyecto de 3 años que comienza su desarrollo en el 2014 y está financiado por el Lifelong Learning Programme de la Unión Europea. Está liderado por la Fachhochschule Nordwestschweiz (FHNW) de Suiza, con el apoyo de varios países participantes: Alemania, Grecia, Rumania, Eslovaquia, Reino Unido y España. El objetivo de este proyecto es:

Mejorar la calidad y la dimensión europea de la formación inicial y permanente del profesorado mediante la introducción de prácticas docentes previamente experimentadas y basadas en enfoques interdisciplinarios para la enseñanza-aprendizaje de matemáticas y música.¹⁵

Busca la integración de la música y el resto de áreas de currículo de una forma creativa e innovadora. Incide en dos aspectos de la situación de la Educación Primaria actual: el trabajo de habilidades matemáticas y musicales de forma conjunta con una perspectiva competencial y el fomento de la creatividad del profesorado como vía de enriquecimiento de los enfoques interdisciplinarios de la enseñanza de las áreas curriculares. Los estudios y las investigaciones para idear nuevas actividades y fórmulas del trabajo conjunto de la música y las matemáticas son parte de la labor imprescindible que se lleva a cabo en este proyecto. Durante el curso 2014 - 2015 en España se llevaron a cabo tres iniciativas: un grupo de trabajo de maestros cuyo objetivo fue valorar las posibilidades del trabajo interdisciplinar de la música y las matemáticas en las escuelas de Cataluña, experimentando y evaluando actividades, materiales y metodologías didácticas, el asesoramiento en las escuelas y el desarrollo de programas de formación¹⁶ abiertos para a los docentes. Se han desarrollado talleres y trabajos de investigación de final de grado dentro de este proyecto y no solo en España. Desde el 2015 se han estado realizando talleres en distintas ciudades europeas, desde Barcelona hasta ciudades como Atenas o Londres.

Si podemos resumir en una sola frase el objetivo principal de este proyecto es la creación de nuevas metodologías, actividades y estudios al alcance de los profesores europeos que sean dinámicas e innovadoras. Son docentes europeos los que intervienen en los estudios dentro de este proyecto e implantan las investigaciones y actividades experimentales en sus propios lugares de trabajo.

¹⁵ European Music Portfolio: Sounding Ways into Mathematics (EMP-M)
<http://maths.emportfolio.eu/index.php>

¹⁶ European Music Portfolio: Sounding Ways into Mathematics (EMP-M)
<https://musicomatics.wordpress.com/>

En el libro del profesor¹⁷ que el proyecto ofrece en su página web resume en grandes rasgos toda la metodología que el proyecto persigue: una metodología participativa, interdisciplinar e innovadora. En él, podemos leer las principales bases del enfoque interdisciplinar que el proyecto presenta. Destaca el papel imprescindible que se le da a la creatividad. Prácticamente en todos los documentos que ofrece el proyecto se habla acerca de la creatividad en la labor del docente y en la respuesta y elaboraciones del propio alumno. El proyecto comprende la creatividad como la capacidad de combinar métodos y contenidos aplicables a ambas disciplinas que potencien los conocimientos musicales y matemáticos de los alumnos, el deseo de buscar nuevas formas de aplicar dichos conocimientos en diversas actividades y metodologías para mejorar la lección y el aprendizaje y, por último, la capacidad de adaptación de los mismos (p. 7). Además, marca las bases de su metodología para guiar a los docentes. La primera base de esta metodología se podría traducir como “De la tarea a la construcción”, la segunda “Percepción y acción” y la última base “Creando experiencias” (p. 15 - 18). Cabe destacar la guía para la planificación de actividades que se proponen en el libro (p. 21 – 23) como ayuda al profesor. Esta guía propone estructurar la planificación de la actividad en cuatro partes:

- *Overview* (visión general de la actividad) donde se especifica la información clave de la actividad, como el título, contenidos, que se va trabajar, etc.
- *Preparatory deliberations* (deliberaciones previas a la actividad). En este apartado se especifican los requisitos previos a la actividad y la conexión que se realizará entre la música y las matemáticas.
- *Implementation* (realización). Contiene los datos referentes al grupo en el que se desarrollará la sesión, la temporalización y los materiales necesarios para llevar a cabo las actividades.
- *Variations* (posibles variantes). El último apartado aporta modificaciones de las actividades para marcar nuevas ideas y enfoques al profesor para trabajar transversalmente. También se ofrecen variaciones para ampliar los contenidos trabajados de música o matemáticas o profundizar.

¹⁷ European Music Portfolio (EMP) - Maths: Sounding Ways into Mathematics, *Teacher's Handbook*. www.maths.empportfolio.eu

Los aportes que ofrece este proyecto son una de las bases que seguiremos en el desarrollo de la programación que se desarrolla a continuación, cuyo principal objetivo es integrar a la música como herramienta interdisciplinar para una educación integral y de calidad, siendo posible guía para nuevos proyectos y programaciones.

4. PROPUESTA DE PROGRAMACIÓN

MÚSICA Y MATEMÁTICAS EN 1º CICLO DE PRIMARIA

A lo largo de este trabajo hemos analizado el papel que la Educación Musical ha desempeñado a lo largo de la legislación española hasta su situación actual con la LOMCE. Conocemos la justificación de sus fundamentos matemáticos y las relaciones entre ambas áreas desde una perspectiva cognitiva, además de haber analizado cómo se plantea una educación interdisciplinar en Europa y el ejemplo del proyecto EMP -M que busca formar y dar recursos creativos e innovadores a los docentes para plantearse este enfoque en las aulas.

La siguiente programación tiene como objetivo trabajar los contenidos de música y matemáticas desde una perspectiva interdisciplinar. Las actividades que se proponen han sido diseñadas para ser impartidas en horario de matemáticas, aunque también se podrían trabajar en clase de música.

GRUPO OBJETIVO Y TEMPORALIZACIÓN

Esta sesión está programada para desarrollarse en un grupo de primer curso de Primaria. Respecto a la temporalización, se ha planificado para desarrollarse en las primeras semanas de clase, preferiblemente las primeras sesiones.

OBJETIVOS DE LA PROGRAMACIÓN

El objetivo principal de esta programación es realizar una enseñanza interdisciplinar de la música y las matemáticas, trabajando conjuntamente ambas áreas y recurriendo a recursos musicales para potenciar el aprendizaje de una forma dinámica y efectiva. Los objetivos generales de esta programación son:

- Contar la serie numérica del 1 al 10, tanto ascendente como descendente, y con distintas cadencias.
- Realizar cálculos de suma y resta, incluyendo el cálculo mental.
- Resolver problemas de suma y resta con enunciado *¿Cuántos hay en total?* y *¿Cuántos quedan al final?*
- Reconocer los días de la semana y el concepto de *semana*
- Reconocer las figuras geométricas, y sus características, en los objetos cotidianos que rodean al alumno.
- Cantar al unísono una serie de canciones de melodía sencilla.
- Realizar gestos y ostinatos corporales para acompañar la música y adecuar la postura corporal al sonido.
- Interpretar ritmos sencillos y acompañamientos con instrumentos de pequeña percusión y percusión corporal.
- Realizar una puesta en escena que incluya voz, expresión corporal e instrumentación.

CONTENIDOS

Contenidos de música

Dentro del área de música, trabajamos los siguientes contenidos:

- Iniciación a la práctica vocal: melodías al unísono y aprendizaje de hábitos saludables.

- Iniciación a la instrumentación: exploración de sonidos a través de instrumentos de pequeña percusión.
- Interiorización del pulso: con instrumentos de pequeña percusión y coreografías sencillas como acompañamiento de la música.
- Expresión corporal: imitación de objetos con el cuerpo e interpretación de de canciones al unísono con gestos y ostinatos corporales.

Contenidos de matemáticas

En relación a la LOMCE, trabajamos los siguientes contenidos de matemáticas:

- Los números naturales hasta la centena, del 1 al 10, y su ordenación.
- La suma con números hasta el 10.
- La resta con números hasta el 10.
- Series numéricas ascendentes de cadencia 2 hasta el 10.
- Iniciación al cálculo mental: cuentas y operaciones sencillas.
- Figuras geométricas: cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo.

ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

El objetivo de esta propuesta es la inclusión y la participación activa de todo el alumnado, por lo que se tendrán en cuenta las características y necesidades personales, físicas y afectivas que los alumnos presenten en el aula.

En caso de darse un caso de dificultades motoras, visuales, auditivas o intelectuales, se organizará y preparará la sesión para garantizar la inclusión y participación de estos alumnos, aunque suponga la modificación de los ejercicios o del espacio.

En aquellos casos que se precisen, se buscará apoyo del Departamento de Orientación o de los especialistas.

METODOLOGÍA

Las actividades que se plantean en esta propuesta didáctica se trabajan de manera individual y colectiva, tanto en grupos reducidos como el conjunto de la clase. Es primordial la participación activa en las sesiones, y el profesor debe motivar y buscar recursos para garantizar la participación y el desarrollo personal de los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, siendo el profesor guía y apoyo en todo momento.

SESIÓN 1: LA MARCHA DEL 1 AL 4.

Objetivos específicos de la sesión

- Trabajar los números naturales y la cuenta del 1 al 4.
- Cuenta mental de los números del 1 al 4.
- Acompañar el pulso de la música con el cuerpo, andando.
- Realizar una pequeña dramatización, interiorizando cada parte de la canción y adecuando los gestos a cada una.

Conocimientos previos Matemáticas: no se requieren conocimientos previos.

Conocimientos previos Música: no se requieren conocimientos previos.

Enlace música y matemáticas:

Los alumnos aprenderán los números y la secuencia del 1 al 4 mientras trabajan el pulso y realizan una dramatización para acompañar la música. Habrá partes de la actividad en la que los niños no cantarán la secuencia numérica logrando, gracias a la interiorización del pulso, la interiorización de la secuencia numérica.

Material:

Audio: *La marcha de los elefantes*, de Walt Disney (El libro de la selva).

Enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=-Y7QDAfIDm8>

Desarrollo de la sesión:

La sesión se divide en tres partes: presentación, preparación y realización.

Presentación: el profesor “presenta” los cuatro números a los alumnos (1, 2, 3, 4) y se explica su naturaleza mediante cantidades de elefantes. En la pizarra o con el apoyo de una imagen el profesor contará las cantidades de elefantes relacionándolas con los números, primero un grupo de un elefante asociado al número 1, después un grupo de dos elefantes asociados al 2 y así con los cuatro números. Tras explicar los números, practicamos la secuencia con los dedos de las manos.

Preparación: el profesor explica los pasos de la dramatización. Se mantendrá el pulso durante toda la música, al estilo militar de levantar las rodillas. En un primer instante, todos los alumnos se encontrarán desperdigados por la sala. Al iniciar la música, se desperezarán y comenzarán a andar al pulso, acercándose hacia el profesor, para formar una línea recta cuando suene “pelotón, ¡canción!”. Cada vez que los elefantes cuenten, los alumnos también lo harán, marcando con los dedos cada número mientras lo recitan. Si no cantan, los alumnos llevarán la cuenta sin hablar y solo podrán apoyarse para llevar la cuenta con los dedos. Se realizarán dos gestos durante la música: gesto de trompeta cuando los elefantes hagan sonar sus trompas y gesto de saludo militar cuando se cante la última frase de cada estrofa.

La secuencia para aprender la dramatización es la siguiente. Para pasar al siguiente paso, los alumnos deberán dominar el anterior, bajo el criterio del profesor:

- Paso militar a pulso.
- Cuenta con los dedos en las partes de la canción en la que los elefantes cuentan.
- Cuenta mental con los dedos cuando los elefantes no cantan.
- Gestos: despertarse, toque de trompeta y saludo militar (intentando no perder el pulso).
- Inicio de la dramatización: desplazamiento y formación de la línea recta antes de la orden “pelotón, ¡canción!”.

Realización: si el profesor estima que los alumnos han aprendido la dramatización, se realizará una última vez con el objetivo de que los alumnos lo realicen sin ayuda del profesor sin el apoyo del profesor o, al menos, sin demasiadas indicaciones por su parte.

Para finalizar la sesión se incluye una ficha de apoyo¹⁸ para trabajar las cantidades 1, 2, 3 y 4 y la lecto-escritura de dichos números dentro del contexto de la canción que los alumnos han trabajado durante la clase.

Variaciones: se proponen dos posibles variaciones para esta sesión, cada una enfocada a ampliar el trabajo con las matemáticas o la música.

- Para ampliar (matemáticas): se propone ampliar o modificar la cuenta que se realiza en la canción y modificarla por los números que se quieran trabajar. Si se quiere trabajar números hasta el 10 con esta canción, se pueden hacer secuencias distintas y realizarlas en varias sesiones (4, 5, 6,7 con el 4, 5,6 y [...]; 7, 8, 9, 10 con el 7, 8, 9 y [...]).

¹⁸ Véase Anexo 1

- Para ampliar (música): se propone realizar variaciones manteniendo el pulso con instrumentos de pequeña percusión o con percusión corporal. También se propone hacer juegos de velocidad cantando sin el audio, con el profesor como guía.

SESIÓN 2: EL BARQUITO

Objetivos específicos de la sesión:

- Trabajar los números 5, 6 y 7, y la cuenta desde el 1 hasta el 7.
- Resolver situaciones de suma, juntar cosas: Problemas tipo *¿Cuántos hay en total?*
- Trabajar medidas temporales: los días y la semana.
- Cantar una melodía al unísono.

Conocimientos previos Matemáticas: se requiere que los alumnos hayan aprendido la cuenta desde el 1 hasta el 4.

Conocimientos previos Música: no se requieren conocimientos previos.

Enlace música y matemáticas:

Los alumnos mientras cantan aprenderán los números 5, 6 y 7, llevar la cuenta desde el 1 hasta el 7 y, gracias a la letra de la canción, introduciremos los días de la semana y el concepto de semana.

Material:

- Colores (de madera, rotuladores, plastidecor, etc.).
- **Fichas:** Anexo 2.

La canción que se trabajará en esta sesión es *Había una vez un barquito chiquitito*. El profesor puede enseñarla a los alumnos cantando sin música para trabajar el canto y la melodía a una voz o apoyarse en un audio para trabajar la escucha activa.

- **Audio:** *Un barquito chiquitito* (popular).

Enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=FSqr8jaqIwA>

Desarrollo de la sesión:

El profesor presenta y explica los números 5, 6 y 7 a los alumnos. Tras la presentación, se comenzará la clase aprendiendo y cantando la canción *Un barquito chiquitito*, describiendo la historia del barquito, que no pudo navegar hasta que pasaron 6 semanas. El aprendizaje de la canción se realizará siguiendo esta secuencia: aprendizaje de las frases, aprendizaje de la primera parte, aprendizaje de la segunda parte y unión. Atenderemos a los gestos de la mano, apoyo para llevar la cuenta de los números en esta primera etapa del curso, cuando se cante la cuenta de las semanas.

Tras el aprendizaje de la canción, se introducirán los días de la semana. En esta sesión solo se realiza una presentación, por lo que es recomendable que, a partir del día en el que se realice esta actividad, haya un apoyo visual en la clase con los días de la semana.

Para finalizar, se repartirá una ficha para trabajar la cuenta de cantidades 5, 6 y 7 para que los alumnos la completen en clase, desempeñando el profesor un papel de

apoyo y guía. En esta ficha los alumnos trabajarán la suma por agrupamiento, dentro de la temática de los barcos, y resolverán problemas tipo “¿cuántos hay?”¹⁹.

Variaciones: se propone enfocar la sesión en el aprendizaje de los días de la semana.

- Enfocando la sesión al número 7 y los días de la semana, se pueden realizar cuentas de días de la semana con apoyo de fichas, o enfocar la sesión a su aprendizaje.

SESIÓN 3: UNA GALLINA PECULIAR

Objetivos específicos de la sesión:

- Trabajar los números 8, 9 y 10 y la secuencia numérica del 1 al 10.
- Resolver situaciones de suma, añadir cosas: Problemas tipo “¿Cuántos hay al final?”.
- Interiorizar las diferentes partes de la estructura de la canción: estrofa, coro y puente musical.
- Interiorización del pulso.
- Tocar instrumentos de pequeña percusión acompañando la música.
- Coordinar gestos al ritmo y la estructura de la música.

Conocimientos previos Matemáticas: se requiere conocer la secuencia numérica del 1 hasta el 7.

Conocimientos previos Música: es recomendable que los alumnos hayan trabajado con anterioridad ejercicios de instrumentación siguiendo el pulso, aunque no es un requisito esencial para llevar a cabo la actividad.

¹⁹ Véase Anexo 2.

Enlace música y matemáticas:

Trabajaremos una puesta en escena que incluya instrumentación y oscinatos corporales para distinguir la estrofa, el coro y la parte musical mientras aprendemos la secuencia numérica del 1 al 10.

Material:

- Claves.
- Colores: lápices de colores, plastidecor, rotuladores...
- **Ficha:** Anexo 3.
- **Audio:** *La gallina turuleca*. Autor: Miliki.

Enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=HnhKQPy6HF0>

Desarrollo de la sesión:

Se presentan los números 8, 9 y 10 en relación al resto de la secuencia numérica que ya hemos trabajado con anterioridad. Como se trabajará la canción *La gallina turuleca* a lo largo de la sesión, el profesor puede apoyarse en gallinas o huevos durante la explicación de los números.

Tras esta pequeña introducción, pasamos al estudio de la canción. Se realizará en clase una pequeña puesta en escena que trabajará el canto, la instrumentación y la expresión corporal en cada una de las partes de su estructura, es decir, en la estrofa, el coro y el puente musical.

- Estrofa: durante la estrofa los alumnos caminarán a pulso sin cantar. Se pueden introducir multitud de gestos en relación a la letra de la canción. En esta parte es importante que los niños no canten, solo se muevan al ritmo de la música en grupo o individualmente.

- Coro: durante el coro, los niños mientras andan a pulso cantarán la letra de la canción contando los números con la mano. Se pueden añadir más gestos en relación a la letra.
- Puente musical: durante el puente musical se acompañará a pulso la melodía con instrumentos de pequeña percusión y con percusión corporal.

La progresión será la siguiente:

- Seguir el pulso de la canción andando y con palmas. Tras interiorizarlo, se pasará a practicar con instrumentos solo el puente musical.
- Aprender la letra del coro y cantarla con los gestos correspondientes.
- Practicar los gestos de la estrofa.
- Unificar cada parte y realizar la puesta en escena al completo.

Para finalizar la sesión se incluye una ficha de apoyo²⁰ que propone una serie de ejercicios para trabajar los números 8, 9 y 10 y la resolución de problemas de adición, dentro del contexto de la canción trabajada durante la clase.

Variaciones: aunque se propone realizar la ficha y los problemas de adición, se pueden realizar más modificaciones en la letra de la canción para plantear a los alumnos problemas de suma cantando, además de complicar la puesta en escena con la formación de grupos encargados de cada una de las partes de la canción.

- Matemáticas: utilizando el coro y modificando la letra para plantear una suma, por ejemplo:

“La gallina turuleca ha puesto 3 huevos más 2 igual a... (5)”

²⁰ Véase Anexo 3

Se pueden ir planteando problemas de adición sencillos donde los alumnos darán el resultado mientras cantan.

- Música: organizando la puesta en escena en grupos, se puede realizar una actividad que plantee una mayor diferenciación de las partes que estructuran la canción, asignando a cada grupo una parte en concreto. Los grupos irán rotando.

SESIÓN 4: LA TELA QUE NUNCA SE ROMPÍA

Objetivos específicos de la sesión

- Trabajar la suma: adición y agrupamiento.
- Resolver problemas de suma (adición). Problemas tipo *¿Cuántos hay al final?*
- Realizar cálculos mentales de suma.
- Cantar una melodía al unísono.

Conocimientos previos Matemáticas: sucesión numérica del 1 hasta el 10.

Conocimientos previos Música: no se requieren conocimientos previos.

Enlace música y matemáticas:

Mientras los alumnos cantan una melodía al unísono, repasan los números que se han estado viendo a lo largo de las sesiones anteriores, resuelven problemas de suma y realizan cálculos mentalmente.

Material: no se requiere material específico para esta sesión, pero es recomendable que el profesor cuente con apoyos visuales durante el tiempo de clase.

Desarrollo de la sesión:

En primer lugar, el profesor enseña la letra y la melodía de la canción *Un elefante se balanceaba*. Mientras la clase canta la canción, el profesor, en la pizarra o con un apoyo multimedia, refleja la suma de elefantes.

Después de que los alumnos hayan aprendido la canción, se realizarán modificaciones en el número de elefantes que se unen al grupo, modificando la cantidad para plantear nuevas sumas. Los alumnos darán la respuesta correcta. Tras una serie de sumas planteadas por el profesor, se realizará una ronda en la que los alumnos deben dar la respuesta correcta de la suma anterior y plantear una nueva suma dando una nueva cantidad de elefantes. (del 1 al 10).

Variaciones: se pueden realizar diversas modificaciones para potenciar el cálculo mental o el aprendizaje de nuevos números mayores que el 10.

- Matemáticas: se puede ampliar o enfocar la sesión para trabajar:

- La resta. Misma estructura melódica, modificando la letra:

“Dos elefantes se balanceaban sobre la tela de una araña. Como veían que se rompía, uno de ellos marchó adelante.”

- Sumas con resultados mayores a 10. Se pueden plantear operaciones cuyo resultado sea mayor que 10 como introducción a la construcción de cifras de dos dígitos.

SESIÓN 5: CÁLCULO RÍTMICO

Objetivos específicos de la sesión

- Calcular mentalmente operaciones sencillas de suma.
- Seguir la cuenta de una secuencia numérica mentalmente.
- Realizar ritmos con percusión corporal e instrumentos de pequeña percusión.
- Trabajar e interiorizar el acento.
- Trabajar e interiorizar los compases de 2, 3 y 4 por 4.
- Explorar las posibilidades sonoras del entorno y de los instrumentos de pequeña percusión.

Conocimientos previos Matemáticas: la suma, la secuencia numérica del 1 al 10.

Conocimientos previos Música: trabajo anterior con instrumentos de pequeña percusión.

Enlace música y matemáticas:

Los alumnos trabajarán secuencias numéricas mentalmente mientras tocan instrumentos y reproducen los ritmos que el profesor plantee. Además, realizarán cálculos mentales de suma, dando la respuesta mediante los instrumentos.

Material:

- Instrumentos de pequeña percusión: claves, triángulos, pandeetas, cajas chinas...

Desarrollo de la sesión:

Esta sesión se compone de tres ejercicios de percusión. Antes de comenzar con los ejercicios de percusión, a modo de preparación para centrar la atención de la clase, se realizarán secuencias numéricas del 1 al 2, del 1 al 3 y del 1 al 4, jugando con cambios entre silencio (cuenta mental) y sonido (cuenta hablada).

En el primer ejercicio se realizarán ritmos con percusión corporal: palmas, pies, muslos... Con una rítmica sencilla de negra, blanca o corcheas. Se realizarán cambios en el acento para realizar rítmicas de 2 por 4, 3 por 4 o 4 por 4.

En el segundo ejercicio se realizará una ronda con instrumentos de pequeña percusión, en la que los alumnos deberán ir añadiendo un nuevo golpe al ritmo de su compañero anterior, hasta un tope de 4 golpes. Comenzando por el profesor se da un golpe, el siguiente niño deberá dar dos golpes, el siguiente tres y el siguiente cuatro, para reiniciar la cadena. Se realizarán modificaciones para hacer cadenas de tres golpes o de dos golpes e ir cambiando la cuenta.

En el tercer ejercicio los alumnos, en grupos, plantearan sumas a sus compañeros de la siguiente forma: el alumno que plantea el problema expresará la suma mediante el sonido del instrumento, es decir, para expresar la suma $2 + 3$, el alumno deberá dar dos golpes, decir “más”, y añadir otros tres golpes. El alumno al que se le plantea el problema deberá responder la solución con el instrumento, es decir, dando cinco golpes en el ejemplo anterior. Antes de formar los grupos, el profesor realizará el ejercicio con la clase, permitiendo a los alumnos participar en el planteamiento y resolución de las sumas musicales.

Variaciones:

- Matemáticas: Se propone realizar cuentas más largas hasta un máximo de diez sonidos en el primer ejercicio. También se propone la realización de cuentas descendentes o ascendentes de distinta cadencia.
- Música: una forma de trabajar los problemas es formando varios grupos de enunciado y respuesta. Cada grupo puede tocar un determinado instrumento y luego hacer rotaciones para que todos los grupos puedan tocar todos los instrumentos.

SESIÓN 6: LAS DIEZ BOTELLAS

Objetivos específicos de la sesión:

- Trabajar problemas de restas: sustracción.
- Cálculo mental: realizar operaciones de resta.
- Trabajar la secuencia numérica descendente.
- Resolver problemas tipo “*¿Cuántos quedan al final?*”.
- Realizar cálculos de operaciones en vertical: la resta (sin llevar).
- Cantar y entonar una melodía al unísono.

Conocimientos previos Matemáticas: la sucesión numérica hasta el número 10. Se recomienda que para esta sesión los alumnos hayan trabajado ejercicios de cálculo mental o conozcan algunas nociones básicas de suma y resta.

Conocimientos previos Música: para realizar esta sesión no se requieren conocimientos musicales concretos.

Enlace música y matemáticas:

Mientras los alumnos cantan y entonan la melodía, realizarán cálculos mentales de resta, además de resolver problemas de tipo *cuantos quedan al final*.

Material:

- **Ficha:** Anexo 4.
- Lápices de colores, rotuladores, plastidecor, etc.

Desarrollo de la sesión:

Esta sesión tiene un enfoque similar a la sesión “*La tela que nunca se rompía*”. En primer lugar, el profesor enseña la letra y la melodía a los alumnos, repitiendo la canción hasta completar 10 botellas, permitiendo a los alumnos que realicen la resta con los dedos de las manos mientras se canta y trabajando la secuencia numérica descendente.

Cuando el alumnado haya aprendido a cantar con soltura la canción, el profesor propondrá una serie de problemas, modificando la letra de la canción. Ejemplo:

*//Diez botellas cuelgan de la pared//
Pero si **tres** de ellas cayeran sin querer,
quedarían **siete** botellas en la pared.*

Los alumnos darán el resultado. Tras realizar una serie de ejemplos, se formarán parejas para que los alumnos planteen y resuelvan problemas cantando con su compañero, con el único apoyo de la cuenta de los dedos. Así, la canción se convierte en herramienta del cálculo de resta.

A continuación se reparte la ficha de esta sesión con operaciones en vertical, permitiendo al alumnado que cante la canción para resolver los problemas.

Variaciones:

- Matemáticas: se propone el trabajo de la serie numérica descendente de distintas cadencias modificando la letra para contar botellas de dos en dos, de tres en tres, etc.
- Música: para ampliar los contenidos en música, se pueden realizar instrumentaciones para acompañar la melodía. Otra opción es la formación de grupos similar a la sesión “*Cálculo rítmico*”, organizando dos grupos: uno propone el problema cantando y el otro grupo resuelve tocando los instrumentos.

SESIÓN 7: LA RONDA DE LA GEOMETRÍA.

Objetivos específicos de la sesión:

- Diferenciar las figuras geométricas triángulo, círculo, cuadrado y rectángulo y reconocer sus características.
- Reconocer las figuras geométricas en los objetos cotidianos dentro del contexto espacial en el que se desenvuelve el alumno.
- Identificar e interiorizar la estrofa y el coro en una canción sencilla.
- Adecuar los movimientos y gestos a la estructura de la canción.
- Realizar una coreografía sencilla en grupo.
- Trabajar la expresión corporal del pulso andando.

Conocimientos previos Matemáticas: la secuencia numérica del 1 al 4.

Conocimientos previos Música: no se requieren conocimientos previos musicales.

Enlace música y matemáticas:

Mientras los alumnos interiorizan la estructura y aprenden la letra y la melodía de la canción, estarán aprendiendo las figuras geométricas, sus características y también a identificarlas en los objetos que les rodean.

Material:

- **Ficha:** Anexo 5.

- **Audio:** *La canción de las figuras geométricas.*

Autores: Victor y Pablo Escalona.

Enlace: <https://www.youtube.com/watch?v=65wZuz-8u-k>

- Lápices de colores, rotuladores, plastidecor, etc.

Desarrollo de la sesión:

El profesor presenta y explica brevemente las cuatro figuras geométricas que se trabajaran a lo largo de la sesión con algún apoyo visual, ya sea dibujando las figuras en pizarra o con la proyección de imágenes. Tras la explicación, se procede a realizar una primera audición.

A continuación, se ponen en común las características de cada una de las figuras: número de lados y tamaño. El profesor reparte la ficha y se realiza una segunda audición, durante la cual los alumnos deberán colorear cada figura de distinto color y solo durante la parte de la canción en la que se habla de esa figura en concreto. Es decir, solo se podrán colorear los triángulos cuando en la canción se hable acerca de los triángulos. Se repetirá la canción dos veces y se dará el resultado para que los alumnos corrijan su ficha.

Tras esta actividad, recoge las fichas y propone a la clase el siguiente ejercicio, en el que los alumnos realizarán una coreografía durante la audición.

- En el coro, la clase formará un círculo y andará hacia la derecha al pulso de la música. Cuando se canten las figuras, se detendrá el movimiento y se formarán las figuras con las manos.
- En cada estrofa se canta la letra de la canción, la cual habla sobre las características de cada una de las cuatro figuras geométricas. En cada una de estas partes, los alumnos saldrán de sus sitios para

buscar un objeto que presente dicha forma, para volver a sus puestos en el círculo en la segunda frase de las estrofas.

Las siguientes pautas son guía para trabajar y aprender la coreografía: en primer lugar se aprenderá el coro, primero el paso a pulso en círculo y luego los gestos para formar las figuras con la mano. Tras practicar el coro y si el profesor lo estima adecuado, pasamos a la práctica de las estrofas, uniendo coro y estrofa y finalmente realizando la coreografía completa.

Variaciones:

Esta sesión ofrece varias posibilidades de trabajo en grupos, como la formación de figuras en grupo durante las estrofas o la formación de grupos para construir específicamente una de las cuatro figuras. Respecto a una ampliación del trabajo con matemáticas, se pueden plantear los conceptos de línea recta y línea curva, realizando trabajo de expresión corporal para vivenciar la curva y la recta desde el propio cuerpo y en relación a las características de las figuras geométricas.

5. CONCLUSIONES FINALES

A lo largo de este trabajo hemos podido analizar la situación actual de la Educación Musical en España y su contexto histórico, las relaciones en las propias bases de la música con las matemáticas, los beneficios de incluir la música en la educación del niño tanto a nivel personal y formativo y el creciente interés en Europa por parte de los docentes para dar a sus alumnos una educación de calidad contando con metodologías interdisciplinares en los que la música juega un papel esencial. La propuesta didáctica que se desarrolla en este trabajo se suma a este creciente interés por mejorar la calidad de la educación en nuestro país, con el objetivo de ayudar a docentes implicados en la enseñanza interdisciplinar y para motivar a aquellos profesores que busquen nuevas metodologías para trabajar en el aula. Por eso, esta programación está planificada para ser implantada en el aula, realizar una investigación y poder analizar los resultados en los alumnos, siendo el propio profesor el que valore la viabilidad de una enseñanza interdisciplinar. El principal objetivo de este documento es mostrar el gran potencial que puede adquirir la música en la enseñanza, como una poderosa herramienta interdisciplinar que puede interconectarse con el resto de áreas curriculares. En relación a este objetivo, este trabajo toma el valor del primero de muchos trabajos que le seguirán, los cuales buscarán conectar la música con el resto de áreas denominadas troncales: lenguaje, historia y geografía, ciencias, etc.

Tristemente, es difícil encontrar documentos en España que hablen acerca del carácter interdisciplinar que puede adquirir la música, y los documentos que hablan acerca de este tema se centran en mostrar a la música como una herramienta a favor de la materia troncal. Existen diversidad de actividades y programaciones que cuentan con canciones populares que son utilizadas para potenciar el aprendizaje memorístico de algún contenido particular que se quiera trabajar, las canciones de la tabla de multiplicar o el abecedario son un ejemplo, que en su mayoría se enfocan para Educación Infantil y los primeros cursos de Educación Primaria. Pero es muy difícil encontrar programaciones, actividades, documentos o investigaciones que trabajen de manera conjunta la música con el resto de áreas, programando el trabajo de los contenidos de ambas materias en conjunto como un objetivo. En la mayoría de los casos, la música

toma un carácter de servicio en la adquisición de los contenidos de las materias troncales.

Es alentador ver como una nueva tendencia en Europa utiliza y coloca a la música en el lugar que le corresponde dentro de la educación. Nuevas metodologías, materiales y recursos se preparan y comparten en los colegios europeos, buscando la innovación y el disfrute de la música por parte de los alumnos. El creciente interés en los trabajos de fin de grado que tratan sobre la música como herramienta interdisciplinar son alentadores.

Como ya he mencionado anteriormente, este trabajo pretende ser el primero de una serie de revisiones que busquen conectar interdisciplinariamente la música con el resto de áreas. El objetivo de esta serie de trabajos es ser de inspiración para el cuerpo docente en la elaboración de actividades interdisciplinares en las que se incluya la música, explorar las posibilidades de la música en la formación y desarrollo personal y cognitivo del alumno y mostrar la importancia de la música dentro del sistema educativo, a pesar de que estemos viviendo una tendencia a reducir las horas, contenido y el valor de la Educación Artística. El uso y la implantación de esta programación puede ayudar al cuerpo docente en la valoración del importante papel que ejerce la música en el desarrollo de los alumnos y en el aprendizaje, siendo este su principal objetivo: ayudar, motivar e inspirar al estudio y uso de la música como herramienta interdisciplinar esencial en la formación de calidad e integral del alumnado.

REFERENCIAS

Bertos, M^aC. (2009). Música y Matemáticas. *Universidad de Granada*.
Disponible en: <http://www.ugr.es/~jmcontreras/thales/1/MesaRedondaPDF/BertosMesaRedonda.pdf>

Diccionario de la Real Academia Española, <http://dle.rae.es/>

Embrid Irujo, A. (2000). Un siglo de legislación musical en España (y una alternativa para la organización de las enseñanzas artísticas en su grado superior). *Nasarre. Revista Aragonesa de Musicología*.

Geist, K., Geist, EA. y Kuznik K. (2012) Patterns of Music: Young Children Learning Mathematics through Beat, Rhythm, and Melody. *Young Children January 2012*, 74 – 79.

Judde, S. y Richard, N. (2010) The effect of post-learning presentation of music on long term Word list retention. *Neurobiology of Learning and Memory*, 94, 13 – 20.

Justel, N., y Rubinstein, W. (2013). La exposición a la música favorece la consolidación de los recuerdos. *Boletín de Psicología 109*, 73 – 84.

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, *Boletín oficial del estado*.

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, *Boletín oficial del estado*, orden de 16 de junio de 2014, anexo II Educación Artística.

Ley Orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, de Calidad de la Educación, *Boletín Oficial del Estado*.

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, *Boletín Oficial del Estado*.

Liern C, V. y Queralt L, T. (2008) Música y matemáticas: la armonía de los números.

Martos Sánchez, E. (2013). La normativa legal sobre educación musical en la España Contemporánea. *Espiral. Cuadernos del Profesorado*, 6(12), 43-50. Disponible en: <http://www.cepcuevasolula.es/espinal>

Miyara, F. (2005). La música de las esferas: de Pitágoras a Xenakis...y más acá. Rosario, Argentina: *Universidad Nacional*.

Montero C. (2010) Neuroanatomía Musical. *Revista Médica de Costa Rica y Centroamérica LXVII (595)*, 493 – 495.

Oriol de Alarcón, N. (2005). La música en las enseñanzas de régimen general en España y su evolución en el siglo XX y comienzos del XXI. *Revista Electrónica LEEME (Lista Europea de Música en la Educación)*, N° 16.

Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo de 18 de diciembre de 2006 sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente (2006/962/CE). *Diario Oficial de la Unión Europea*.

Soria-Urios, G., Duque, P. y García-Moreno, JM. (2011) Música y cerebro: fundamentos neurocientíficos y trastornos musicales. *Revista de Neurología* 52, 45 – 55.

Tomasini, MC. (2007) El fundamento matemático de la escala musical y sus raíces pitagóricas. *C&T Universidad de Palermo*, 15 – 27.

Atance, J., Calleja, R., Cañas, J., Díaz, M., de Domingo, M^a J., Domingo, E., Gil, M^a D., Giraldez, A., Malagón, A., Maschats, V., Merodio de la Colina, M^a I., Oriol de Alarcón, N. y Palacios, F. (2001). *La educación Artística, Clave para el Desarrollo de la Creatividad*, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

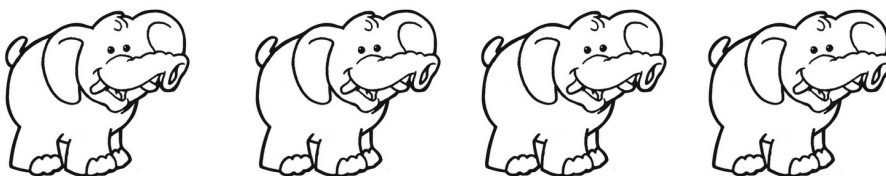
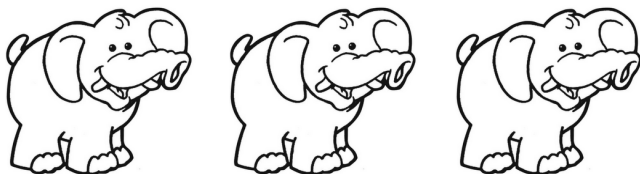
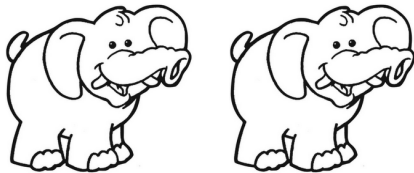
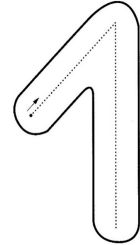
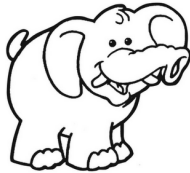
Mall, P., Spsychiger, M., Vogel, R. y, Zerlik, J. (2016) European Music Portfolio (EMP) - Maths: 'Sounding Ways into Mathematics' Teacher's Handbook. *Lifelong Learning Programme*. Disponible en: www.maths.emportfolio.eu

Hilton, C., Henley, J., Saunders, J., Carrillo, C., Casals, A., González-Martín, C., Part, M., Viladot, L., Spsychiger, M., Mail, P., Vogel, R., Zerlik, J., Argyriou, M., Magaliou, M., Sitotis, G., Perakaki, E., Geralis-Moschou, K., Cslovjecsek, M., Linneweber, H., Guggisberg, M., Hug, D., Inniger, S., Kopčáková, S., Pridavková, A., Šimčíková, E., Hudáková, J., Sassu, R., Cătană, A. y Bucuta, M. European Music Portfolio (EMP) - Maths: 'Sounding Ways into Mathematics' State of the Art Papers. Disponible en: www.maths.emportfolio.eu

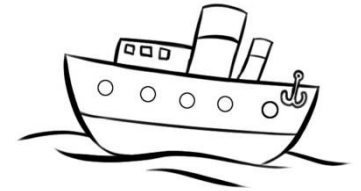
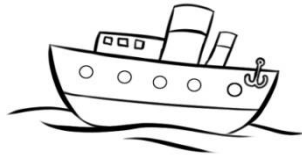
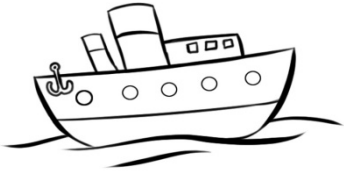
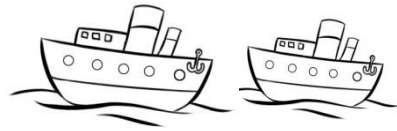
ANEXOS

ANEXO 1 - Ficha SESIÓN 1 “LA MARCHA DEL 1 AL 4”.

CUENTA LOS ELEFANTES Y DIBUJA

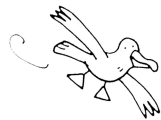
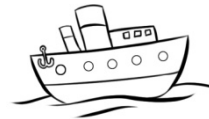


¿CUANTOS BARCOS HAY? RODEA



HAY: 1 2 3 4 5 6 7

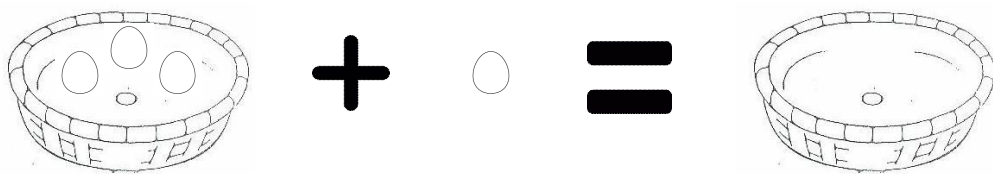
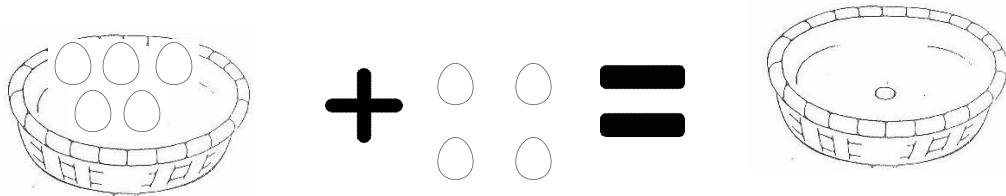
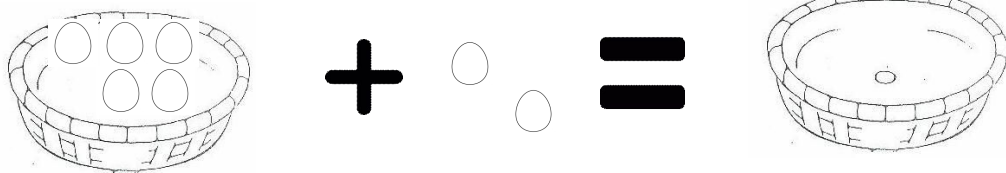
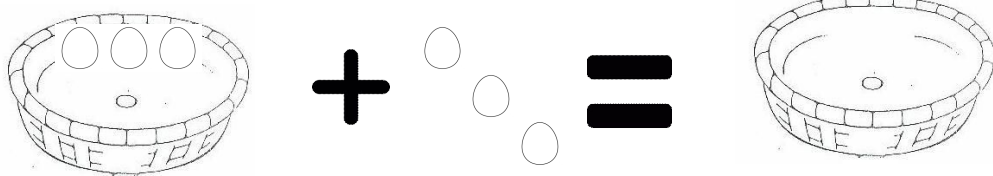
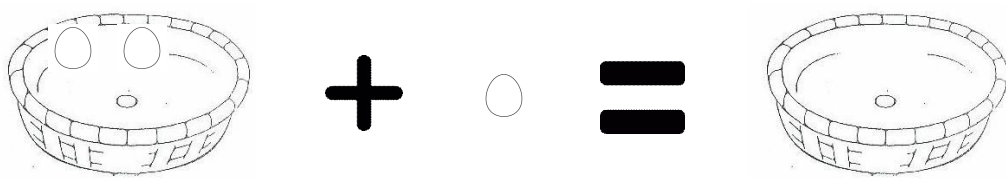
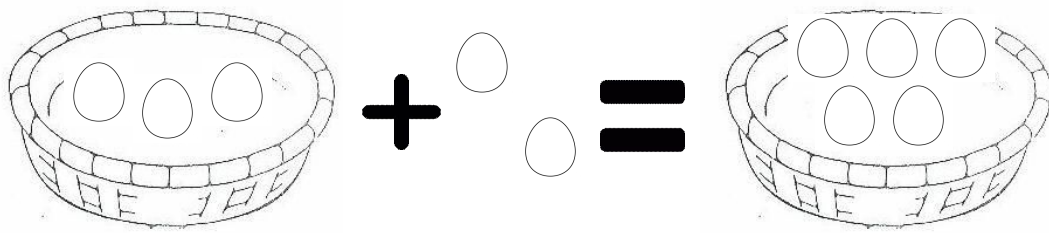
HAY: 1 2 3 4 5 6 7



HAY: 1 2 3 4 5 6 7

HAY: 1 2 3 4 5 6 7

ANEXO 3 - Ficha SESIÓN 3 “UNA GALLINA PECULIAR”.



ANEXO 4 - Ficha SESIÓN 6 “LAS 10 BOTELLAS”.

$\begin{array}{r} 6 \\ - 3 \\ \hline 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 3 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 3 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 5 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ - 1 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 9 \\ - 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$

¡PINTA LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS!

