



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

Una aplicación de la diagonalización de matrices al
mercado laboral español.

Autor

Javier Lahuerta Martínez

Director/es

Gloria Jarne Jarne
Joaquín Andaluz Funcia

Facultad Economía y Empresa. Universidad de Zaragoza
2016

RESUMEN

Este Trabajo Fin de Grado se basa en el estudio de la aplicación de la teoría de la diagonalización de matrices en un caso real como es el mercado laboral español. Se analizarán las tablas obtenidas del Instituto Nacional de Estadística que reflejan el estado laboral de la población española, la evolución y el impacto de la crisis en la población ocupada, desempleada e inactiva a lo largo de los periodos 2005 trimestre 2 a 2016 trimestre 1.

En la parte teórica se ha desarrollado un ejercicio académico que recoge las condiciones óptimas, para que se obtengan unos resultados verídicos.

En la parte práctica se han realizado estimaciones del mercado laboral español, mediante la aplicación de la diagonalización de matrices, realizándose posteriormente una comparativa de estos resultados con los valores teóricos.

SUMMARY

This final project is based on the study of the application of the theory of matrix diagonalization in a real case of what the Spanish labor market. The following factors extracted from the Statistical National Institute tables have been reviewed for the second quarter in 2005 to the first quarter in 2016:

- The work situation from the Spanish population,
- The evolution and the impact from the economical crisis to the following groups: employed, unemployed and inactive population.

In the theoretical part it has developed an academic exercise which includes the optimum conditions for a truthful results are obtained.

In the practical part they have made estimates of the Spanish labor market, by applying the matrix diagonalization, subsequently performing a comparison of these results with the theoretical values.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	5
2. METODOLOGÍA	7
2.1. DIAGONALIZACIÓN DE MATRICES CUADRADAS	7
2.2. EJEMPLO ACADÉMICO TEÓRICO.....	9
3. APLICACIÓN EN EL MERCADO LABORAL ESPAÑOL	14
3.1. CONTEXTUALIZACIÓN	14
3.1.1. MERCADO DE TRABAJO EN ESPAÑA	14
3.1.2. CRISIS ECONÓMICA	17
3.1.3. TIPOS DE DESEMPLEO	19
3.1.4. REFORMA LABORAL 2012	20
3.2. DATOS	23
3.3. APLICACIÓN EMPÍRICA	25
3.3.1. POBLACIÓN ACTIVA TOTAL	26
3.3.2. POBLACIÓN ACTIVA MENOR DE 25 AÑOS.....	34
3.3.3. POBLACIÓN ACTIVA MAYOR DE 60 AÑOS	39
4. CONCLUSIONES	44
5. BIBLIOGRAFÍA	45
6. ANEXO	47

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1. COMPORTAMIENTO A LARGO PLAZO	12
FIGURA 2. ESTABILIDAD A LO LARGO DEL TIEMPO	13
FIGURA 3. GRÁFICO POBLACIÓN OCUPADA. <i>FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.</i>	15
FIGURA 4. GRÁFICO POBLACIÓN DESEMPLEADA. <i>FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.</i>	15
FIGURA 5. PIB Y EMPLEO EN ESPAÑA 1989-2013 (TASA DE VARIACIÓN).....	18
FIGURA 6. FLUJOS DE POBLACIÓN ACTIVA	24
FIGURA 7. RESULTADOS LARGO PLAZO.....	28
FIGURA 8. ESTABILIDAD A LO LARGO DEL TIEMPO.....	29
FIGURA 9. GRÁFICO OCUPADOS POBLACIÓN ACTIVA TOTAL	31
FIGURA 10. GRÁFICO DESEMPLEADOS POBLACIÓN ACTIVA TOTAL	32
FIGURA 11. GRÁFICO INACTIVOS POBLACIÓN ACTIVA TOTAL	33
FIGURA 12. GRÁFICO OCUPADOS POBLACIÓN MENOR DE 25 AÑOS	36
FIGURA 13. GRÁFICO DESEMPLEADOS POBLACIÓN MENOR DE 25 AÑOS	37
FIGURA 14. GRÁFICO INACTIVOS POBLACIÓN MENOR DE 25 AÑOS	38
FIGURA 15. GRÁFICO OCUPADOS POBLACIÓN MAYOR DE 60 AÑOS.....	41
FIGURA 16. GRÁFICO DESEMPLEADOS POBLACIÓN MAYOR DE 60 AÑOS.....	42
FIGURA 17. GRÁFICO INACTIVOS POBLACIÓN MAYOR DE 60 AÑOS.....	43

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. ESTIMACIÓN 1 POBLACIÓN ACTIVA TOTAL	29
TABLA 2. ESTIMACIÓN 2 POBLACIÓN ACTIVA TOTAL	30
TABLA 3. ESTIMACIÓN 1 POBLACIÓN MENOR DE 25 AÑOS	34
TABLA 4. ESTIMACIÓN 2 POBLACIÓN MENOR DE 25 AÑOS	35
TABLA 5. ESTIMACIÓN 1 POBLACIÓN MAYOR DE 60 AÑOS.....	39
TABLA 6. ESTIMACIÓN 2 POBLACIÓN MAYOR DE 60 AÑOS.....	40
TABLA 7. ANEXO FLUJO POBLACIÓN ACTIVA TOTAL.....	48
TABLA 8. ANEXO FLUJO POBLACIÓN ACTIVA MENOR DE 25 AÑOS.....	50
TABLA 9. ANEXO FLUJOS POBLACIÓN ACTIVA MAYOR DE 60 AÑOS.....	52



1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo de fin de grado es un ejercicio académico en el que se aplica la diagonalización de matrices cuadradas para el estudio de la evolución temporal de un sistema dinámico.

En concreto, la aplicación empírica se realiza en el campo del mercado laboral español a lo largo del periodo comprendido entre el segundo trimestre de 2005 y el primer trimestre de 2016. Ello permite analizar el efecto de la crisis económica española que comenzó en 2008. Hemos de notar que el objetivo del trabajo no es un análisis en profundidad de la evolución del empleo en España a lo largo del periodo considerado. Todo lo contrario, el presente trabajo pretende exponer una técnica matemática y mostrar las posibilidades que ofrece como método de predicción.

El trabajo se estructura en dos partes diferenciadas: En la primera parte se explicará la metodología de la diagonalización de matrices cuadradas que se usará posteriormente para la realización de un ejemplo académico teórico en el que las condiciones y datos son idóneos para aplicar la técnica de diagonalización en la predicción a corto y a largo plazo.

En la segunda parte del trabajo, tras una descripción de las características del mercado de trabajo en España, se desarrolla una aplicación empírica de la metodología descrita a partir de los datos reales obtenidos de las tablas del Instituto Nacional de Estadística en el periodo 2005-2016.

Como principal conclusión derivada del análisis debemos destacar que la técnica de la diagonalización de matrices como método predictivo exige que la transición de los valores de las variables de un periodo a otro se mantenga constante, lo cual, en un contexto económico (como es el caso analizado), constituye una importante restricción.



Para el desarrollo de este trabajo se han utilizado fundamentalmente los conocimientos adquiridos en la asignatura de Matemáticas, Economía Española, Microeconomía y Macroeconomía. Asimismo las herramientas informáticas utilizadas principalmente han sido Excel y Mathematica.



2. METODOLOGÍA

2.1. DIAGONALIZACIÓN DE MATRICES CUADRADAS

La teoría de la diagonalización de matrices cuadradas que se va a utilizar, se puede encontrar desarrollada en profundidad en (Jarne Jarne, Minguillon Constante, & Pérez-Grasa, 1997)

Entre las aplicaciones de la diagonalización de las matrices cuadradas se encuentra el análisis de la solución de un sistema dinámico a lo largo del tiempo. Un sistema se caracteriza por el estado de las n variables que lo determinan y se puede representar por

una matriz columna $X \in \mathcal{M}_{n \times 1} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ cuyas n componentes expresan los valores de

esas variables. Si el estado del sistema evoluciona a lo largo del tiempo, modificando su valor en cada periodo (minuto, día, mes...) es muy común que la relación entre los estados del sistema en dos periodos sucesivos se exprese en la forma $X_{t+1} = AX_t$, donde $A \in \mathcal{M}_n$, es la llamada matriz de transición, y X_t representa el estado del sistema en el periodo t . Entonces basta con conocer el estado del sistema en el periodo inicial X_0 (estado inicial) para poder calcular el estado del sistema en cualquier periodo. En efecto si X_0 es conocido y A se mantiene constante a lo largo del tiempo se tiene:

$$X_1 = AX_0$$

$$X_2 = AX_1 = A(AX_0) = A^2X_0$$

.....

$$X_t = AX_{t-1} = A(A^{t-1}X_0) = A^tX_0$$

$$X_t = A^tX_0$$

Por tanto para conocer el estado del sistema en el periodo t es necesario el cálculo de A^t . Tal cálculo es, en general, complicado pero se simplifica notablemente si la matriz A es diagonalizable, [ver tema 5 (Jarne Jarne, Minguillon Constante, & Pérez-Grasa, 1997)] ya que en ese caso, existe una matriz P regular y una matriz D diagonal, tal que:

$$D = P^{-1}AP$$



Despejando A de la igualdad anterior se tiene que:

$$A = PDP^{-1}$$

$$A^2 = AA = (PDP^{-1})(PDP^{-1}) = PDP^{-1}PDP^{-1} = PDDP^{-1} = PD^2P^{-1}$$

Continuando el proceso, se llega a:

$$A^t = PD^tP^{-1} \quad \forall t \in \mathbb{N}$$

siendo entonces el cálculo de A^t muy sencillo teniendo en cuenta que:

$$\text{“Si } D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix} \text{ entonces } D^t = \begin{pmatrix} \lambda_1^t & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n^t \end{pmatrix}”$$

En conclusión,

$$X_t = (PD^tP^{-1})X_0$$

De esta manera el comportamiento del sistema dinámico a largo plazo ($\lim_{t \rightarrow \infty} X_t$), dependerá de $(\lambda_i)^t$ es decir del comportamiento en el ∞ de las potencias de los valores propios de la matriz A .

En el caso particular de que la matriz de transición A verifique que todos sus elementos están entre 0 y 1 y que la suma de los elementos de cada columna sea igual a 1 se puede asegurar ciertos resultados respecto a sus valores propios que a continuación se pasa a detallar.

Proposición

Si $A = (a_{ij})$ con $0 \leq a_{ij} \leq 1, \forall i, j$ y $\sum_{i=1}^n a_{ij} = 1 \forall j$ entonces $\lambda = 1$ es valor propio de A y el resto de valores propios tienen módulo o valor absoluto menor o igual que 1.

Demostración

Por sencillez se demuestra para $n=2$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 1-a & 1-b \end{pmatrix} \text{ con } a, b \in [0,1]$$

$$|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} a - \lambda & b \\ 1 - a & 1 - b - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - (a + 1 - b)\lambda + a - b = 0 \text{ de donde}$$



$$\lambda = \frac{a + 1 - b \pm \sqrt{(a + 1 - b)^2 - 4(a - b)}}{2} = \frac{a + 1 - b \pm \sqrt{(a - b - 1)^2}}{2} = \begin{cases} a - b \\ 1 \end{cases}$$

Luego los valores propios son $\lambda = 1$ y $\lambda = a - b \in [-1, 1]$

2.2. EJEMPLO ACADÉMICO TEÓRICO

A modo de ilustración de la teoría expuesta en el apartado anterior, se presenta un breve ejemplo académico, en el que se estudia la evolución a lo largo del tiempo de un cierto sistema.

Enunciado

Se supone que en España, hay tres grandes empresas de telefonía móvil, Vodafone, Movistar y Orange. Se comprueba que de forma regular y de un año al siguiente, Vodafone mantiene el 50% de sus clientes, pero el 30% migran a Movistar y el otro 20% a Orange. En el caso de Movistar, conserva el 80 % de sus clientes de un año para otro, pero un 10% migran a Vodafone y el otro 10% migran a Orange. Por último, Orange mantiene el 60 % de sus clientes, un 30% restante migra a Vodafone y el 10% restante migra a Movistar. Se pide:

- Expresar el número de clientela de cada empresa en el año $t+1$ en función de los del año t .
- Indicar la evolución del reparto de clientes entre las tres empresas a largo plazo.
- Determinar, si existe, cuál es el reparto de clientes entre las tres empresas que se mantienen a lo largo del tiempo.

Solución:

- Llamaremos V_t, M_t, O_t al número de clientes de la empresa Vodafone, Movistar y Orange en el año t . Las igualdades que relacionan el número de clientes entre el año $t+1$ y en el año t son las siguientes:

$$V_{t+1} = \frac{50}{100} V_t + \frac{10}{100} M_t + \frac{30}{100} O_t$$

$$M_{t+1} = \frac{30}{100} V_t + \frac{80}{100} M_t + \frac{10}{100} O_t$$

$$O_{t+1} = \frac{20}{100} V_t + \frac{10}{100} M_t + \frac{60}{100} O_t$$



Y en forma matricial

$$\begin{pmatrix} V_{t+1} \\ M_{t+1} \\ O_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,8 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 0,6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_t \\ M_t \\ O_t \end{pmatrix}$$

b) Consideramos la matriz $A = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,8 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 0,6 \end{pmatrix}$ y V_0, M_0, O_0 el número de clientes

de la empresa Vodafone, Movistar y Orange en el año inicial $t=0$.

Se observa que la matriz de transición A verifica las condiciones que permiten asegurar que tendrá como valores propios $\lambda = 1$ y otros dos con módulo no superior a 1.

Como ya hemos visto en la teoría expuesta en el apartado anterior, el número de clientes de cada empresa t años después del inicial viene dado por:

$$\begin{pmatrix} V_t \\ M_t \\ O_t \end{pmatrix} = A^t \begin{pmatrix} V_0 \\ M_0 \\ O_0 \end{pmatrix}, \text{ con } t=0, 1, 2, \dots$$

A continuación se calcula la potencia A^t comprobando previamente que la matriz A es diagonalizable.

Los valores propios de A serán las soluciones reales de la ecuación característica de A , $|A - \lambda I_3| = 0$

$$|A - \lambda I_3| = \begin{vmatrix} 0,5 - \lambda & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,8 - \lambda & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 0,6 - \lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 + 1,9\lambda^2 - 1,08\lambda + 0,18 = 0 \text{ cuyas}$$

soluciones son $\lambda = 0,3$; $\lambda = 1$; $\lambda = 0,6$

Al ser los tres valores propios distintos, la matriz A es diagonalizable, es decir, existe matriz P regular y una matriz D diagonal tal que $D = PAP^{-1}$, siendo D la

matriz diagonal, $D = \begin{pmatrix} 0,3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,6 \end{pmatrix}$.



De la igualdad $D=PAP^{-1}$ se obtiene que $A=PDP^{-1}$, luego $A^t=PD^tP^{-1}$

Para hallar la matriz P se han de calcular los vectores propios de A .

- Para $\lambda = 0,3$ hay que resolver el sistema homogéneo $(A-0,3I_3)X = 0$

$$\begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,5 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 0,3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ cuyas soluciones son } x=-2z, y=z \text{ con } z \in \mathbb{R}.$$

Un vector propio asociado al valor propio 0,3 es $(-2, 1, 1)$.

- Para $\lambda = 1$ se ha de resolver el sistema homogéneo $(A-1I_3)X = 0$

$$\begin{pmatrix} -0,5 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & -0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & -0,4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ cuyas soluciones son } x=z, y=2z \text{ con } z \in \mathbb{R}.$$

Un vector propio asociado al valor propio 1 es $(1, 2, 1)$.

- Para $\lambda = 0,6$ se resuelve el sistema homogéneo $(A-0,6I_3)X = 0$

$$\begin{pmatrix} -0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ cuyas soluciones son } x=z, y=-2z \text{ con } z \in \mathbb{R}.$$

Un vector propio asociado al valor propio 0,6 es $(1, -2, 1)$.

Por tanto, $P = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\text{Así, } A^t = PD^tP^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,3^t & 0 & 0 \\ 0 & 1^t & 0 \\ 0 & 0 & 0,6^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{12} & \frac{-1}{4} & \frac{5}{12} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 8 \cdot 0,3^t + 3 + 0,6^t & 3 - 3 \cdot 0,6^t & -8 \cdot 0,3^t + 3 + 5 \cdot 0,6^t \\ -4 \cdot 0,3^t + 6 - 2 \cdot 0,6^t & 6 + 6 \cdot 0,6^t & 4 \cdot 0,3^t + 6 - 10 \cdot 0,6^t \\ -4 \cdot 0,3^t + 3 + 0,6^t & 3 - 3 \cdot 0,6^t & 4 \cdot 0,3^t + 3 + 5 \cdot 0,6^t \end{pmatrix}$$



Por tanto,

$$\begin{pmatrix} V_t \\ M_t \\ O_t \end{pmatrix} = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 8 \cdot 0,3^t + 3 + 0,6^t & 3 - 3 \cdot 0,6^t & -8 \cdot 0,3^t + 3 + 5 \cdot 0,6^t \\ -4 \cdot 0,3^t + 6 - 2 \cdot 0,6^t & 6 + 6 \cdot 0,6^t & 4 \cdot 0,3^t + 6 - 10 \cdot 0,6^t \\ -4 \cdot 0,3^t + 3 + 0,6^t & 3 - 3 \cdot 0,6^t & 4 \cdot 0,3^t + 3 + 5 \cdot 0,6^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_0 \\ M_0 \\ O_0 \end{pmatrix}$$

A partir de esta igualdad se tiene que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} V_t \\ M_t \\ O_t \end{pmatrix} = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 6 & 6 & 6 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_0 \\ M_0 \\ O_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}(V_0 + M_0 + O_0) \\ \frac{1}{2}(V_0 + M_0 + O_0) \\ \frac{1}{4}(V_0 + M_0 + O_0) \end{pmatrix}$$

Por tanto, en el largo plazo, las empresas Vodafone y Orange se quedan cada una de ellas con la cuarta parte del total inicial de clientes y la empresa Movistar con la otra mitad.

En la siguiente figura se observa gráficamente este comportamiento a largo plazo considerando como valores iniciales $V_0 = 30$, $M_0 = 60$ y $O_0 = 10$.

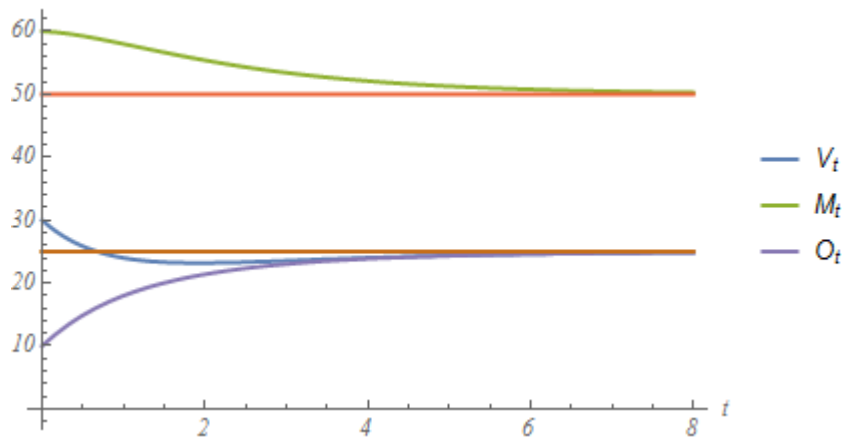


Figura 1. Comportamiento a largo plazo

c) Hay que buscar un vector (V_0, M_0, O_0) tal que $\begin{pmatrix} V_t \\ M_t \\ O_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_0 \\ M_0 \\ O_0 \end{pmatrix}$, es decir,

$$A^t \begin{pmatrix} V_0 \\ M_0 \\ O_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_0 \\ M_0 \\ O_0 \end{pmatrix}$$

Según lo anterior, el vector buscado tiene que ser un vector propio de A^t asociado al valor propio 1.



Pero, sabemos que “si v es vector propio de A asociado al valor propio λ , entonces v también es vector propio de A^t asociado al valor propio λ^t ”.

Aplicando este resultado para $\lambda = 1$, se deduce que el vector (V_0, M_0, O_0) buscado tiene que ser proporcional al vector $(1, 2, 1)$.

Por tanto, el reparto inicial de clientes entre las empresas que se mantienen a lo largo del tiempo es aquel que verifica que en la empresa Vodafone y Orange hay el mismo número de clientes y en Movistar hay el doble.

En la siguiente figura se representa la evolución del número de clientes en cada empresa suponiendo que se parte de un reparto inicial de este tipo, por ejemplo $V_0 = 50$, $M_0 = 100$ y $O_0 = 50$. Se observa que el valor inicial se mantiene a lo largo del tiempo.

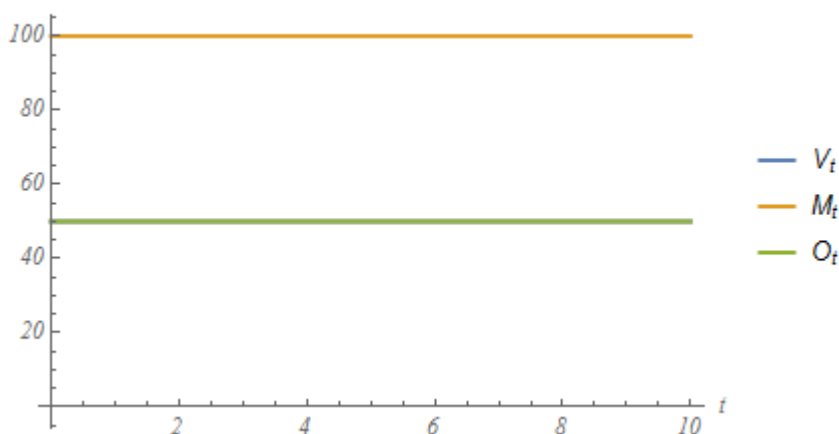


Figura 2. Estabilidad a lo largo del tiempo

Por tanto, en las aplicaciones del estudio de un sistema dinámico en el que la matriz A de transición verifique la propiedad del resultado anterior, se tiene que:

- A largo plazo las variables tienden a un valor constante.
- Existe un estado inicial que se mantiene en el tiempo (será el estado correspondiente al vector propio asociado al valor propio $\lambda = 1$)



3. APLICACIÓN EN EL MERCADO LABORAL ESPAÑOL

En este apartado se aplica la metodología anteriormente expuesta para intentar predecir el comportamiento del mercado laboral español a partir de su evolución real entre dos periodos consecutivos. Para que dicha predicción fuera “suficientemente aproximada” debería de verificarse la hipótesis de que la matriz de transición se mantuviera constante en el tiempo, lo que constituye una hipótesis muy restrictiva. De hecho se obtendrá como resultado que los datos teóricos obtenidos al aplicar esta metodología no se correspondan con los datos reales, lo que nos lleva a concluir que la matriz de transición no se mantiene constante.

3.1. CONTEXTUALIZACIÓN

A continuación se describirán las características esenciales del mercado de trabajo en España. En el caso español, se puede destacar como efectos determinantes en la evolución del empleo la crisis económica y los efectos en función del tipo de desempleo así como la reforma laboral del año 2012. En el estudio se utilizará como fuente de información los datos obtenidos en el INE para el periodo 2005-2016.

3.1.1. Mercado de trabajo en España

España es el país de la Unión Europea en el que más trabajo se ha destruido durante la crisis, pero también en el que más empleo se ha creado en los periodos de crecimiento. Lo que quiere decir que el mercado laboral tiene una gran sensibilidad procíclica y es muy flexible ya que se ajusta de forma elástica a las condiciones del mercado.

Como podemos ver en las Figuras 3 y 4 hay una clara relación a partir del tercer trimestre del año 2008 en el que comienza a aumentar el paro mientras la población ocupada va bajando.



Figura 3. Gráfico Población Ocupada. Fuente: elaboración propia.

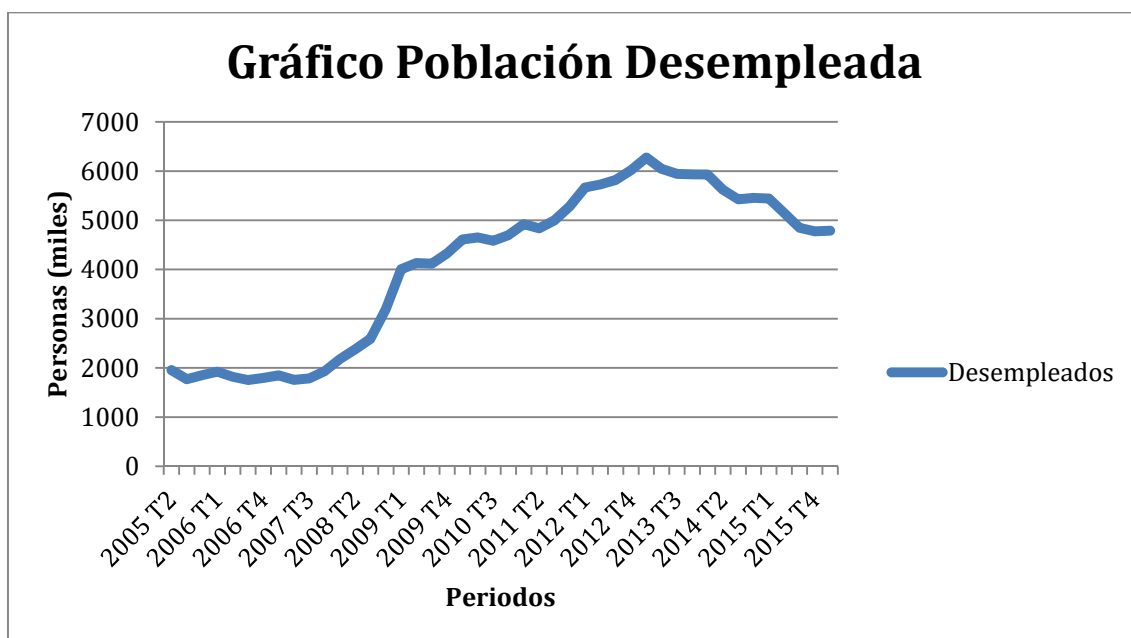


Figura 4. Gráfico Población Desempleada. Fuente: elaboración propia.



Las dos grandes características del mercado de trabajo en España desde 1980 hasta 2016 han sido el aumento de la población activa y los elevados ritmos de creación y destrucción de empleo.

La primera de las características, el aumento de la población activa, es debido al ascenso de la población en edad de trabajar; la generación del “boom” de los 60 se incorpora al mercado laboral debido a que ya tiene edad de trabajar y también se debe a la introducción de la mujer al mercado de trabajo ya que hay una elevada creación de empleo femenino en el sector servicios. Además, la inmigración ha tenido un papel muy relevante desde el año 2000, ya que desde esa fecha España pasa de ser un país en el que las personas emigraban a otros países a ser uno que recibe más población de otros países.

La segunda de las características tiene su explicación en la intensa creación de empleo desde mediados de los años 90 (del siglo XX) hasta 2007 y una fuerte destrucción de empleo desde 2008 hasta 2013, esto se ve reflejado en las figuras 3 y 4. Este aumento del paro ha afectado a los hombres en mayor medida ya que los sectores donde trabajan son los que más perjudicados han salido en la crisis (el hombre era predominante en trabajos como la construcción, un sector donde la crisis ha hecho un gran hincapié) lo que ha originado que la brecha de desempleo entre mujeres y hombres se acorte durante el tiempo de crisis, sin embargo en este último año, con la recuperación económica y por tanto también la recuperación laboral, esta brecha se ha empezado a reabrir de nuevo.

A pesar de que la crisis haya afectado a todos en general hay unos grupos que se han visto más afectados. Los rasgos fundamentales de esta población están descritos en el libro (García Delgado, et al., 2015), de la que extraemos un pequeño resumen a continuación:

- La tasa de paro juvenil que dobla la tasa media de desempleo. La destrucción de empleo se ha centrado en los trabajadores con empleo temporal, donde la presencia de los jóvenes es mayor.



- La destrucción de empleo ha incidido más entre los varones lo que ha hecho que la distancia en empleo con las mujeres se haya acortado.
- Menor tasa de paro cuanto mayor es el nivel educativo.
- Mayor impacto de la crisis según la nacionalidad. Tasa de paro superior entre la población inmigrante.
- Grandes diferencias entre las tasas de paro de las Comunidades Autónomas.

3.1.2. Crisis económica

La crisis económica en 2008 supuso una gran destrucción de empleo (que no equivale a un incremento de la creación del paro, ya que el paro es la diferencia entre las personas que buscan empleo y quienes lo han encontrado. El paro, por tanto, puede subir por un aumento en la destrucción de empleo o por una gran subida de personas que buscan empleo). Esta destrucción de empleo afectó sobre todo al sector de la construcción y las industrias manufactureras por lo que el paro ha incidido más en los hombres.

También el desempleo ha afectado más a los trabajadores con contrato temporal y como resultado, la tasa de temporalidad se ha reducido más de ocho puntos.

Además, España destaca por encabezar los países europeos en destrucción de empleo por cada punto de descenso del PIB, como podemos ver en la figura 5, lo cual está estrechamente vinculado a las amplias facilidades para el ajuste vía cantidades que suponen los contratos temporales, y sobre todo está ligado al comportamiento, que tiende al alza, de los salarios, las rigideces en el mecanismo de negociación colectiva y la normativa sobre convenios que impidieron que los salarios se ajustaran rápidamente a las nuevas condiciones económicas.

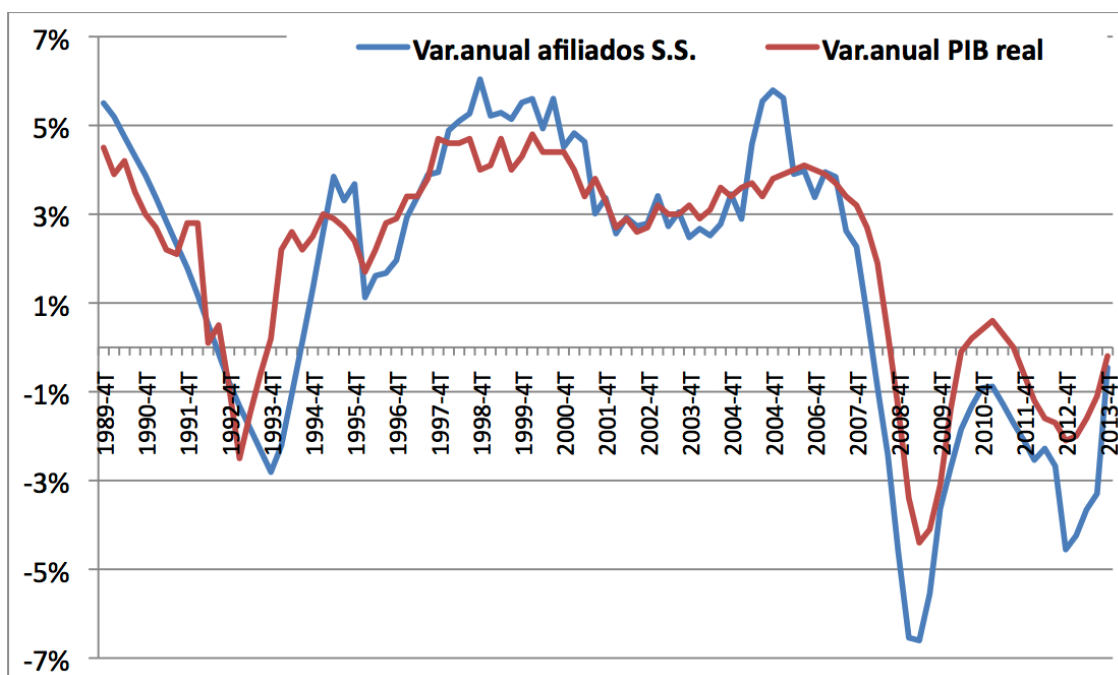


Figura 5. PIB y empleo en España 1989-2013 (tasa de variación). Fuente: INE, CNE y EPA.

Tanto el impacto sectorial de la crisis como su duración han generado un nuevo aumento del paro estructural. Varias razones lo explican:

1. El desempleo estructural se ha elevado como consecuencia del importante aumento del paro de larga duración (explicado ampliamente más adelante).
2. El aumento de los desajustes en el mercado laboral. Desajuste sectorial entre parados de la construcción y los requerimientos de los empleos ofrecidos por las empresas. Desajuste de cualificaciones por la obsolescencia de conocimientos en parados de larga duración, además los nuevos parados también tienen un bajo nivel de estudios.

Según el BCE España es el país de la eurozona donde más ha aumentado el desajuste educativo. Además las estimaciones de la OCDE señalan que la tasa de desempleo estructural ha aumentado casi siete puntos en España entre 2007 y 2013. La amplia reforma laboral de 2012 ha actuado flexibilizando el funcionamiento del mercado de trabajo.



3.1.3. Tipos de desempleo

Hay que diferenciar dos tipos de desempleo: estructural y cíclico.

El desempleo estructural

Este tipo de paro es el resultado de las rigideces que hay en el mercado de trabajo y en los mercados de bienes.

Hay tres factores que explican el aumento de paro estructural (NAIRU: tasa de desempleo que es compatible con el mantenimiento de una tasa de inflación estable) desde principios del decenio de 1970 hasta mediados de 1980:

1. El encarecimiento del petróleo.
2. La desaceleración de los avances de la productividad.
3. El aumento de los salarios reales y de las cotizaciones a la Seguridad Social.

Los trabajadores han tenido una gran influencia a la hora de fijar los salarios, debido a que entre 1978 y 1980 se aprobaron una serie de leyes que se basaban en un modelo de negociación colectiva, lo cual acabó traducándose en una mayor tasa de desempleo y un elevado paro estructural.

En cuanto a este tipo de parados tienen dos aspectos importantes:

1. La baja intensidad en la búsqueda de empleo: por dos razones. Una porque las prestaciones de desempleo eran generosas lo que desincentivan la búsqueda de empleo. La segunda razón es que los parados de larga duración disminuyen la intensidad con que buscan empleo, lo que se denomina “trabajador desanimado” que, como se puede observar en las tablas del INE (anexo), es a partir de año 2009 cuando empieza a aparecer, en ese año el total de desempleados se estanca en poco más de 4.000,0 miles de personas. Se le denomina así ya que al llevar tanto tiempo en la búsqueda activa de empleo y no encontrarlo la persona se desanima y deja de buscar empleo. Esto también se puede comprobar en las ilustraciones de desempleo que se encuentra arriba, hay que fijarse desde el trimestre uno al tres del año 2009.



2. La escasa adecuación de los desempleados a la demanda de trabajo: por dos tipos de desajuste: el desajuste geográfico que se manifiesta en diferencias interprovinciales de la tasa de paro y el desajuste de cualificaciones debido a que los desempleados tienen escasos estudios o con limitada experiencia laboral.

El desempleo cíclico

El desempleo cíclico es el producto de las variaciones coyunturales de la demanda agregada. Este tipo de desempleo presenta cifras positivas o negativas en función de las oscilaciones cíclicas causadas por las perturbaciones de la demanda agregada.

Durante la fase expansiva 1995-2007 el número de ocupados aumentó ocho millones, la creación de empleo no solo superó ampliamente los ritmos registrados en decenios anteriores, sino que los puestos de trabajo creados representaron un 30 por 100 de todo el empleo creado en la UE-15 en el mismo periodo.

El aumento del empleo se basó en la destrucción del empleo estable y la creación de los contratos temporales, ejemplo de esto es que los empresarios utilizaban el contrato temporal para probar a sus nuevos empleados. La coyuntura expansiva facilitó el descenso de paro cíclico que paso de positivo en 1995 a negativo en 2007.

3.1.4. Reforma laboral 2012

Tal y como se dispone en el libro (García Delgado, et al., 2015), la reforma laboral de 2012 es la más amplia y la de mayor calado de las llevadas a cabo en la economía española. Esta reforma introduce modificaciones principalmente en la negociación colectiva y en el coste del despido.



Los aspectos fundamentales de la reforma laboral son los siguientes:

1. *Estructura de la negociación colectiva:*

El objetivo es aumentar la flexibilidad interna y reducir la rigidez de los salarios. Para otorgar primacía a los convenios de la empresa se avanza en la descentralización de la negociación; se fija un límite de un año a la extensión automática de los convenios vencidos; se facilita la no aplicación del convenio sectorial o provincial por causa económica y se contempla la posibilidad de modificación unilateral de las condiciones de trabajo.

2. *Regulación del despido.*

En esta reforma se introducen cambios en materia de protección al empleo dirigidas a reducir la indemnización por despido: se facilita el uso del despido por causas económicas, se reduce la indemnización por despido improcedente y se elimina la necesidad de autorización administrativa en expedientes de regulación de empleo (despidos colectivos).

3. *Modalidades de contratación*

En 1984 se quiere flexibilizar la entrada y salida de trabajo por lo que aparecen el contrato temporal de fomento de empleo, el contrato en prácticas y el contrato para la formación, como consecuencia hay una excesiva rotación de los empleados y se crea una dualidad en el mercado de trabajo entre los trabajadores fijos y los temporales.

Por ello las reformas posteriores, incluida la de 2012, han trabajado para eliminar esa temporalidad puesto que se cree que es nociva ya que desincentiva la inversión empresarial en el capital humano y con ello, además, se dificulta en las mejoras de productividad y competitividad de empresas.

4. *Intermediación en el mercado de trabajo.*

En 2012 se aprobó que las empresas de trabajo temporal pudieran actuar como agencias de colocación en colaboración con los servicios públicos de empleo.



5. *Prestaciones por desempleo.*

Con la reforma de 2012 se ha reducido la cuantía de la prestación de empleo a partir del sexto mes de desempleo. Esto es debido a los efectos nocivos que suponen estas prestaciones en el proceso de búsqueda de empleo. Estas prestaciones si son cantidades cuantiosas hacen que el desempleado deje de buscar trabajo ya que proporcionan suficiente ingreso y no necesita trabajar para poder vivir.

6. *Políticas activas de mercado de trabajo.*

En la reforma de 2012 se echó en falta una actuación en este ámbito aunque en el año 2014 fue, en parte, corregida con la aprobación de un paquete de medidas de políticas activas que introduce indicadores de evaluación y financiación en función de los resultados y que establece como objetivos potenciar las medidas de asesoramiento y formación a los desempleados.

A partir de los datos ya disponibles se han podido analizar otros efectos que se han sucedido desde la reforma de 2012.

- La reforma ha facilitado el ajuste salarial: Desde la aprobación de la reforma, la moderación de los salarios nominales se intensifica y también el retroceso real, habiendo estimado la OCDE que esta ha contribuido a reducir adicionalmente los salarios en 1,5 puntos porcentuales. La rebaja salarial ha afectado sobre todo a los trabajadores del sector público, los trabajadores más cualificados del sector privado y a los que han accedido a un nuevo empleo durante la crisis.
- La reforma ha facilitado medidas de flexibilidad interna: Estas medidas afectaban a los salarios y a la jornada laboral. Esto junto a la inaplicación de convenios sectoriales, ha contribuido a frenar los despidos y a reducir la destrucción de empleo por cada punto de descenso del PIB.
- Incremento adicional de las contrataciones al disminuir el coste del despido y aumento de la salida del paro hacia el empleo según la OCDE. Se ha conseguido rebajar casi a la mitad el umbral de crecimiento económico necesario para crear empleo. Desde que la economía española inicio una senda de recuperación



empezó a crear empleo y, con un crecimiento del 2,5 por 100 anual está creando empleo a un ritmo de quinientos mil puestos de trabajo anuales.

3.2. DATOS

Para la aplicación de la metodología descrita, se emplea como fuente de información los datos reales obtenidos del Instituto Nacional de Estadística, en los cuales se refleja el siguiente flujo de Población Activa:

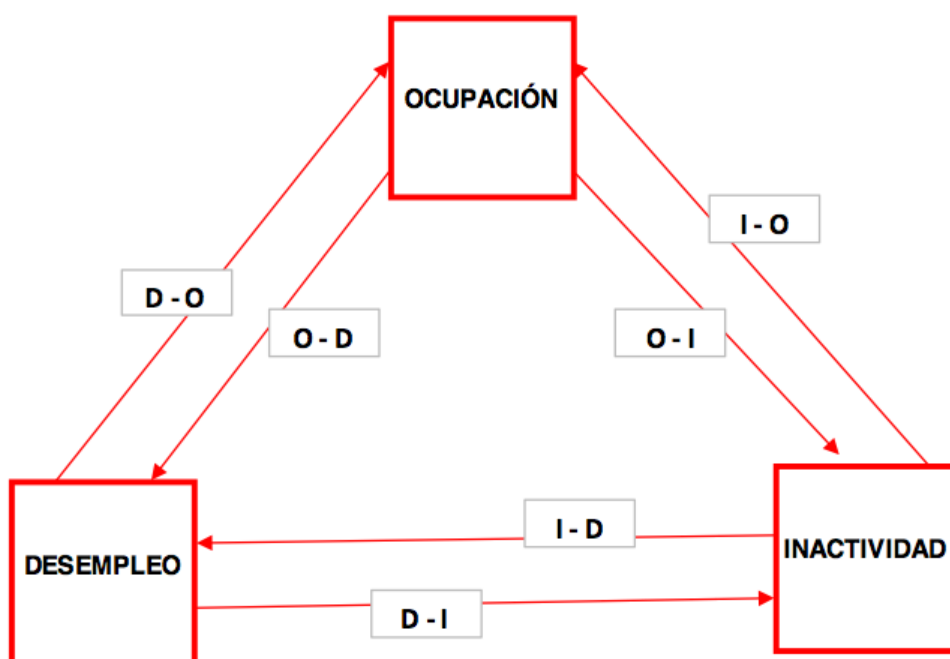


Figura 6. Flujos de Población Activa

En el diagrama anterior se representan todos los flujos entre dos trimestres consecutivos, que ilustran los movimientos habidos entre las situaciones de ocupación, paro e inactividad, mucho más descriptivos que la simple variación trimestral neta de estas magnitudes.

La situación de **ocupación** está comprendida por el siguiente grupo de población:

- Personas con trabajo por cuenta ajena o asalariada:
 - Trabajando: personas que durante la semana de referencia hayan trabajado (incluso de forma esporádica u ocasional) al menos a una hora a cambio de un salario u otra retribución.



- Con empleo, pero sin trabajar: personas que trabajando o habiendo trabajado están ausentes en el mismo durante la semana de referencia y mantienen un estrecho vínculo con él.
- Personas con una actividad por cuenta propia:
 - Trabajando: personas que durante la semana de referencia hayan trabajado (incluso de forma esporádica u ocasional) al menos a una hora a cambio de un beneficio o ganancia familiar.
 - Con trabajo pero sin trabajar: las personas que durante el período de referencia tenían que realizar algún trabajo a cambio de un beneficio o ganancia familiar pero han estado temporalmente ausentes (enfermedad o accidente, vacaciones, fiestas, mal tiempo u otras razones análogas).

En relación al diagrama de flujos brutos entre trimestres consecutivos, las entradas a la ocupación son: número de personas que están ocupadas en el trimestre de referencia y no lo estaban en el anterior. En el trimestre anterior podían estar desempleadas (flujo de desempleo a ocupación, D-O) o inactivas (flujo de inactividad a ocupación, I-O).

La situación de **desempleo** está comprendida por el siguiente grupo de población:

- Sin trabajo: que no hayan tenido un trabajo por cuenta ajena ni por cuenta propia durante esa semana de referencia.
- En busca de trabajo: que hayan tomado medidas para buscar un trabajo por cuenta ajena o hayan hecho gestiones para trabajar por cuenta propia.
- Disponibles para trabajar: en condiciones de comenzar a hacerlo en un plazo de dos semanas a partir del domingo de la semana de referencia.

Volviendo a hacer referencia al diagrama anterior, las entradas al desempleo son: número de personas que están desempleadas en el trimestre de referencia y no lo estaban en el anterior. En el trimestre anterior podían estar ocupadas (flujo de ocupación a desempleo, O-D) o inactivas (flujo de inactividad a desempleo, I-D)

La situación de **inactividad** está comprendida por el siguiente grupo de población:

- Personas que se ocupan de su hogar
- Estudiantes
- Jubilados o prejubilados



- Personas que perciben una pensión distinta de la jubilación y de la prejubilación
- Personas que realizan sin remuneración trabajos sociales, actividades de tipo benéfico.
- Incapacitados para trabajar
- Otra situación (personas que sin ejercer ninguna actividad, reciben ayuda pública o privada y toda aquella que no esté incluida en las categorías anteriores como por ejemplo los rentistas)

Como último apunte al diagrama expuesto, las entradas a la inactividad son: número de personas que están inactivas en el trimestre de referencia y no lo estaban en el anterior. En el trimestre anterior podían estar desempleadas (flujo de desempleo a inactividad, D-I) u ocupadas (flujo de ocupación a inactividad, O-I).

3.3. APLICACIÓN EMPÍRICA

La aplicación de la metodología expuesta al mercado laboral se va a realizar para tres tipos de datos diferentes:

- Flujos de Población Activa Total
- Flujos de Población Activa menor de 25 años
- Flujos de Población Activa mayor de 60 años

Para cada grupo de población se determinará la matriz de transición A considerando el flujo de la figura 6 entre dos periodos consecutivos. Se calcularán los valores y vectores propios de la matriz A para obtener A^t y a partir de esto obtener unas estimaciones teóricas de los valores en los sucesivos periodos, que nos permitirá analizar el comportamiento a largo plazo del sistema. Además se comparan los datos obtenidos con los datos reales.

El ejercicio se hace en cada grupo de población con dos matrices de transición diferentes: una que considera el flujo desde el trimestre 2 al trimestre 3 de 2005 (estimación 1) y otra desde el trimestre 2 al trimestre 3 pero de 2008 (estimación 2).

Con ello se pretende reflejar el efecto de la crisis en la capacidad predictiva de la metodología.



3.3.1. Población activa total

La obtención de esta primera estimación se presenta detalladamente con el fin de clarificar la aplicación de la metodología. En el resto de casos únicamente se presentarán los resultados.

El primer paso es construir la matriz A , a partir del flujo de Población Activa Total del trimestre 2 al trimestre 3 de 2005:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Siendo:

a_{11} : Ocupados en 2005 t3 que en el periodo anterior estaban ocupados, entre el total de ocupados en 2005 t2.

a_{12} : Ocupados en 2005 t3 que en el periodo anterior estaban desempleados, entre el total de desempleados en 2005 t2.

a_{13} : Ocupados en 2005 t3 que en el periodo anterior estaban inactivos, entre el total de inactivos en 2005 t2.

a_{21} : Desempleados en 2005 t3 que en el periodo anterior estaban ocupados, entre el total de ocupados en 2005 t2.

a_{22} : Desempleados en 2005 t3 que en el periodo anterior estaban desempleados, entre el total de desempleados en 2005 t2.

a_{23} : Desempleados en 2005 t3 que en el periodo anterior estaban inactivos, entre el total de inactivos en 2005 t2.

a_{31} : Inactivos en 2005 t3 que en el periodo anterior estaban ocupados, entre el total de ocupados en 2005 t2.

a_{32} : Inactivos en 2005 t3 que en el periodo anterior estaban desempleados, entre el total de desempleados en 2005 t2.

a_{33} : Inactivos en 2005 t3 que en el periodo anterior estaban inactivos, entre el total de inactivos en 2005 t2.



Por tanto la matriz A en este caso será:

$$A = \begin{pmatrix} 0,93 & 0,35 & 0,05 \\ 0,02 & 0,37 & 0,04 \\ 0,05 & 0,28 & 0,91 \end{pmatrix}$$

Está claro, por la teoría expuesta, que $\lambda = 1$ será valor propio de A y los otros dos valores propios no tendrán módulo mayor que 1. Denotando por O_t al número de ocupados en el periodo t , D_t al número de desempleados e I_t el número de inactivos en dicho periodo, se tiene:

$$\begin{pmatrix} O_{t+1} \\ D_{t+1} \\ I_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,93 & 0,35 & 0,05 \\ 0,02 & 0,37 & 0,04 \\ 0,05 & 0,28 & 0,91 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} O_t \\ D_t \\ I_t \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} O_t \\ D_t \\ I_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,93 & 0,35 & 0,05 \\ 0,02 & 0,37 & 0,04 \\ 0,05 & 0,28 & 0,91 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} O_0 \\ D_0 \\ I_0 \end{pmatrix}$$

A continuación se comprueba que A es diagonalizable, ya que en este caso el cálculo de A^t se simplifica.

Los valores propios de A son las soluciones reales de la ecuación $|A - \lambda I_3| = 0$:

$$|A - \lambda I_3| = \begin{vmatrix} 0,93 - \lambda & 0,35 & 0,05 \\ 0,02 & 0,37 - \lambda & 0,04 \\ 0,05 & 0,28 & 0,91 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

que son $\lambda = 1$; $\lambda = 0,87$ y $\lambda = 0,35$

Al ser tres valores propios distintos, se deduce que A es diagonalizable, es decir, existe una matriz P regular tal que $D = P^{-1}AP$, siendo D la matriz diagonal

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,87 & 0 \\ 0 & 0 & 0,35 \end{pmatrix}.$$

De la igualdad matricial $D = P^{-1}AP$ se obtiene que $A = PDP^{-1}$, de donde $A^t = PD^tP^{-1}$.

La matriz P es la matriz de cambio de base, y para obtenerla basta calcular una base de \mathbb{R}^3 de vectores propios de A .



Para $\lambda = 1$, se obtiene como vector propio $(0,80; 0,07; 0,60)$

Para $\lambda = 0,87$ se obtiene como vector propio $(-0,72; 0,01; 0,69)$

Para $\lambda = 0,35$ se obtiene como vector propio $(0,45; -0,81; 0,37)$

Por tanto, una base de \mathbb{R}^3 de vectores propios de A es $\{(0,8; 0,07; 0,60), (-0,72; 0,01; 0,69), (0,45; -0,81; 0,37)\}$, y la matriz de cambio de base es

$$P = \begin{pmatrix} 0,80 & -0,72 & 0,45 \\ 0,07 & 0,01 & -0,81 \\ 0,60 & 0,69 & 0,37 \end{pmatrix}$$

Así, $A^t = PD^tP^{-1} =$

$$= \begin{pmatrix} 0,80 & -0,72 & 0,45 \\ 0,07 & 0,01 & -0,81 \\ 0,60 & 0,69 & 0,37 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,87^t & 0 \\ 0 & 0 & 0,35^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,68 & 0,70 & 0,69 \\ -0,61 & 0,03 & 0,81 \\ 0,04 & -1,18 & 0,07 \end{pmatrix}$$

Por tanto,

$$\begin{pmatrix} O_t \\ D_t \\ I_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,02 \cdot 0,35^t + 0,41 \cdot 0,87^t + 0,57 & -0,53 \cdot 0,35^t - 0,04 \cdot 0,87^t + 0,57 & 0,03 \cdot 0,35^t - 0,6 \cdot 0,87^t + 0,57 \\ -0,04 \cdot 0,35^t - 0,01 \cdot 0,87^t + 0,045 & 0,95 \cdot 0,35^t + 0,001 \cdot 0,87^t + 0,045 & -0,06 \cdot 0,35^t - 0,01 \cdot 0,87^t + 0,045 \\ 0,02 \cdot 0,35^t - 0,4 \cdot 0,87^t + 0,39 & -0,42 \cdot 0,35^t + 0,03 \cdot 0,87^t + 0,39 & 0,03 \cdot 0,35^t + 0,56 \cdot 0,87^t + 0,39 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} O_0 \\ D_0 \\ I_0 \end{pmatrix}$$

A partir de esta igualdad se obtiene que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} O_t \\ D_t \\ I_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,57 & 0,57 & 0,57 \\ 0,045 & 0,045 & 0,045 \\ 0,39 & 0,39 & 0,39 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} O_0 \\ D_0 \\ I_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,57(O_0 + D_0 + I_0) \\ 0,045(O_0 + D_0 + I_0) \\ 0,39(O_0 + D_0 + I_0) \end{pmatrix}$$

En definitiva, a largo plazo (si la hipótesis de matriz de transición invariable se mantuviese) el reparto de la Población Activa Total entre ocupados, desempleados e inactivos se estabilizaría como se puede observar gráficamente en la siguiente figura 7.

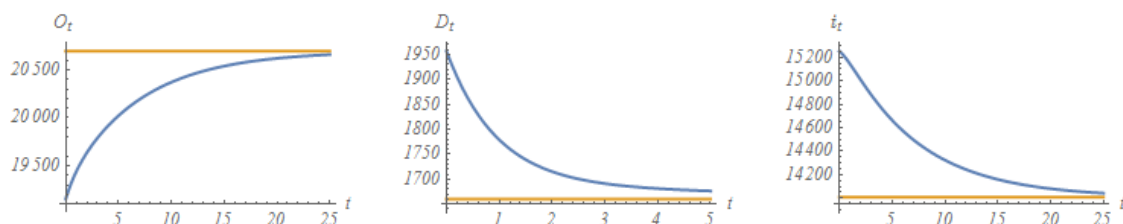


Figura 7. Resultados largo plazo



Además como $\lambda = 1$ es un valor propio de A existiría una distribución entre ocupados, desempleados e inactivos que se mantendría constante en el tiempo (siempre que la hipótesis de matriz de transición invariable se mantuviera). Este resultado se hace evidente en la siguiente simulación.

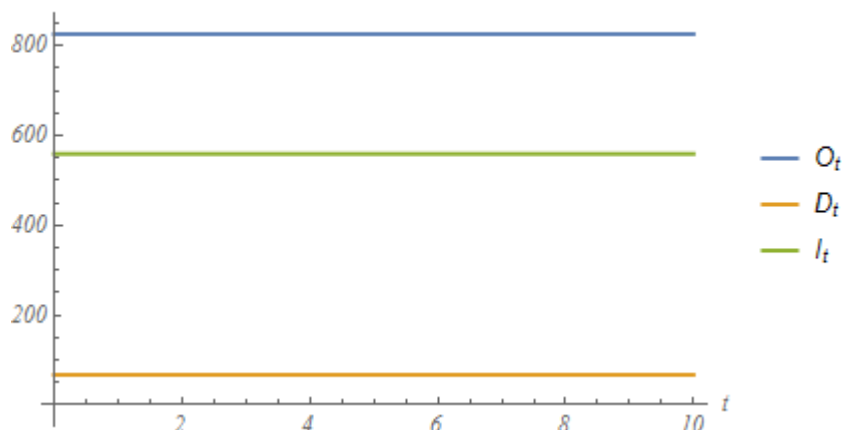


Figura 8. Estabilidad a lo largo del tiempo

A continuación, se refleja en la tabla los valores obtenidos para la primera estimación de los datos teóricos de población activa:

Población Activa Total (estimación 1)												
	2005 T2	2005 T3	2005 T4	2006 T1	2006 T2	2006 T3	2006 T4	2007 T1	2007 T2	2007 T3	2007 T4	2008 T1
O	19.154,0	19.399,4	19.566,2	19.701,2	19.821,1	19.932,4	20.037,7	20.138,2	20.234,9	20.328,4	20.419,1	20.507,3
D	1.956,7	1.770,8	1.709,7	1.691,7	1.688,7	1.690,9	1.695,1	1.700,0	1.705,2	1.710,5	1.716,0	1.721,6
I	15.253,4	15.324,8	15.347,8	15.358,7	15.369,7	15.384,2	15.403,2	15.426,6	15.453,8	15.484,4	15.518,2	15.554,6
	2008 T2	2008 T3	2008 T4	2009 T1	2009 T2	2009 T3	2009 T4	2010 T1	2010 T2	2010 T3	2010 T4	2011 T1
O	20.593,6	20.678,1	20.761,2	20.843,0	20.923,7	21.003,6	21.082,8	21.161,3	21.239,4	21.317,0	21.394,4	21.471,5
D	1.727,2	1.732,9	1.738,6	1.744,4	1.750,2	1.756,1	1.762,0	1.768,0	1.774,0	1.780,0	1.786,1	1.792,2
I	15.593,4	15.634,3	15.677,0	15.721,3	15.767,0	15.814,1	15.862,2	15.911,4	15.961,4	16.012,3	16.063,8	16.116,1
	2011 T2	2011 T3	2011 T4	2012 T1	2012 T2	2012 T3	2012 T4	2013 T1	2013 T2	2013 T3	2013 T4	2014 T1
O	21.548,5	21.625,3	21.702,1	21.778,9	21.855,6	21.932,5	22.009,4	22.086,4	22.163,5	22.240,8	22.318,3	22.395,9
D	1.798,3	1.804,5	1.810,6	1.816,8	1.823,1	1.829,3	1.835,6	1.841,9	1.848,3	1.854,6	1.861,0	1.867,4
I	16.168,9	16.222,3	16.276,2	16.330,5	16.385,3	16.440,4	16.496,0	16.551,8	16.608,1	16.664,6	16.721,4	16.778,5
	2014 T2	2014 T3	2014 T4	2015 T1	2015 T2	2015 T3	2015 T4	2016 T1				
O	22.473,7	22.551,7	22.629,9	22.708,3	22.786,9	22.865,8	22.944,9	23.024,3				
D	1.873,9	1.880,3	1.886,8	1.893,3	1.899,8	1.906,4	1.912,9	1.919,5				
I	16.835,9	16.893,5	16.951,4	17.009,5	17.067,9	17.126,5	17.185,4	17.244,5				

Tabla 1. Estimación 1 Población Activa Total

La segunda estimación se realiza considerando como matriz de transición la obtenida en el flujo de trimestre 2 al trimestre 3 de 2008.



La matriz \hat{A} construida para llevar a cabo la segunda estimación es la siguiente:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0,92 & 0,31 & 0,04 \\ 0,04 & 0,48 & 0,04 \\ 0,04 & 0,21 & 0,92 \end{pmatrix}$$

Los valores propios de \hat{A} son los siguientes: $\lambda = 1$, $\lambda = 0,88$ y $\lambda = 0,44$

Por tanto, la matriz diagonal es: $\hat{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,88 & 0 \\ 0 & 0 & 0,44 \end{pmatrix}$.

Y la matriz \hat{P} queda así: $\hat{P} = \begin{pmatrix} 0,79 & -0,72 & 0,48 \\ 0,11 & 0,01 & -0,81 \\ 0,60 & 0,69 & 0,32 \end{pmatrix}$

A continuación, se muestran los valores obtenidos con esta segunda estimación:

Población Activa Total (estimación 2)												
	2008 T2	2008 T3	2008 T4	2009 T1	2009 T2	2009 T3	2009 T4	2010 T1	2010 T2	2010 T3	2010 T4	2010 T1
O	20.636,7	20.534,0	20.504,9	20.510,7	20.533,8	20.566,4	20.604,6	20.646,7	20.691,8	20.739,3	20.788,8	20.840,0
D	2.380,2	2.595,0	2.694,8	2.743,7	2.770,1	2.786,6	2.798,7	2.808,8	2.818,1	2.827,0	2.835,8	2.844,5
I	15.187,6	15.190,1	15.234,0	15.294,3	15.360,2	15.427,0	15.492,9	15.557,4	15.620,1	15.681,3	15.741,1	15.799,5
	2011 T2	2011 T3	2011 T4	2012 T1	2012 T2	2012 T3	2012 T4	2013 T1	2013 T2	2013 T3	2013 T4	2014 T1
O	20.892,9	20.947,1	21.002,5	21.059,0	21.116,6	21.175,0	21.234,3	21.294,3	21.354,9	21.416,2	21.478,1	21.540,5
D	2.853,2	2.861,9	2.870,6	2.879,3	2.888,0	2.896,8	2.905,6	2.914,4	2.923,2	2.932,1	2.940,9	2.949,8
I	15.856,9	15.913,2	15.968,7	16.023,5	16.077,7	16.131,3	16.184,5	16.237,3	16.289,8	16.342,0	16.394,1	16.445,9
	2014 T2	2014 T3	2014 T4	2015 T1	2015 T2	2015 T3	2015 T4	2016 T1				
O	21.603,4	21.666,7	21.730,4	21.794,6	21.859,1	21.924,0	21.989,2	22.054,7				
D	2.958,8	2.967,7	2.976,7	2.985,7	2.994,7	3.003,8	3.012,8	3.021,9				
I	16.497,7	16.549,3	16.600,9	16.652,5	16.704,0	16.755,5	16.807,1	16.858,7				

Tabla 2. Estimación 2 Población Activa Total

Tal y como se observa, en los periodos que se repiten en las dos estimaciones, hay una gran variación en los valores obtenidos, lo que refleja el efecto de la crisis.

A continuación, se va a representar gráficamente los datos reales de las tablas del INE, junto con las dos estimaciones que hemos realizado. Primero se analizará la población ocupada, luego la población desempleada y por último la población activa. Se realizará un pequeño comentario tras cada gráfico, señalando lo más destacado en cada caso.

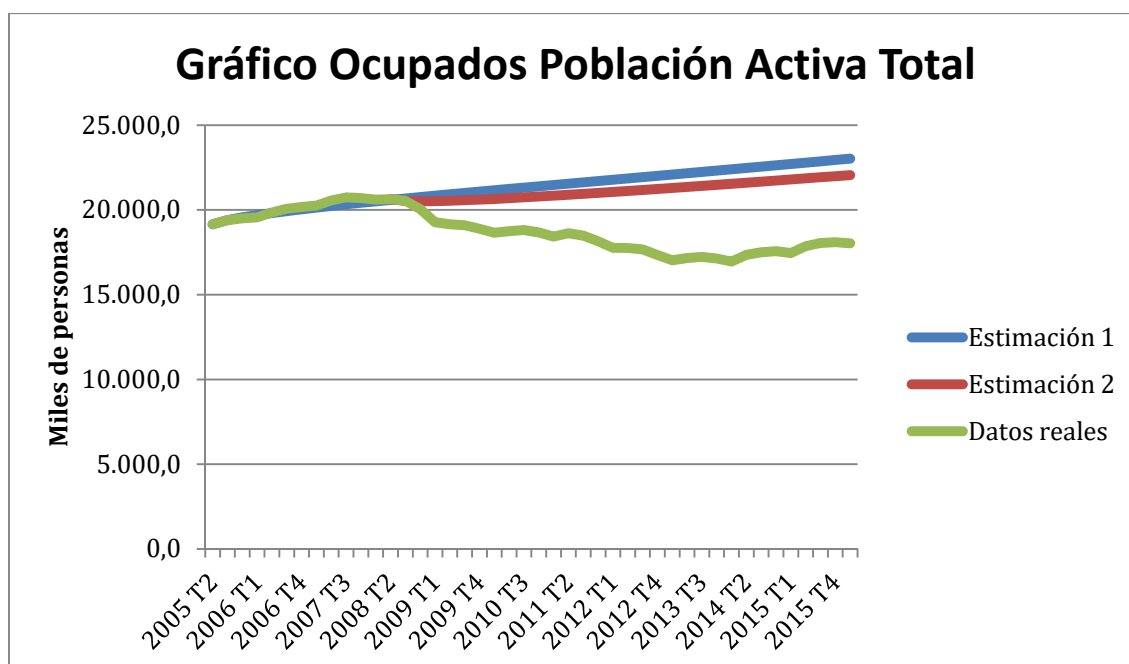


Figura 9. Gráfico Ocupados Población Activa Total

El primer gráfico que se va a analizar (figura 9) es el del número de ocupados de la Población Activa Total.

Como se puede observar, la línea de datos reales lleva una trayectoria ascendente hasta 2008 T2 donde se registran cifras de 20.636.700 personas ocupadas. En este trimestre es cuando comienza la crisis y la constante bajada de personas ocupadas, lo cual lleva a un aumento progresivo del paro. Esta línea real únicamente se asemeja a la estimación 1 en los primeros periodos hasta 2008 T2, ya que el aumento de personas ocupadas era constante y progresivo. En el trimestre 2 de 2008 la estimación 1 sigue su trayectoria la cual se distancia de la real, debido a la fuerte bajada de ésta.

En relación a la estimación 2, sigue una trayectoria ascendente muy parecida a la estimación 1, no se asemeja a la línea real, esto es debido a que los periodos estudiados eran 2008 T2 a 2008 T3 y el descenso de personas ocupadas era mínimo.

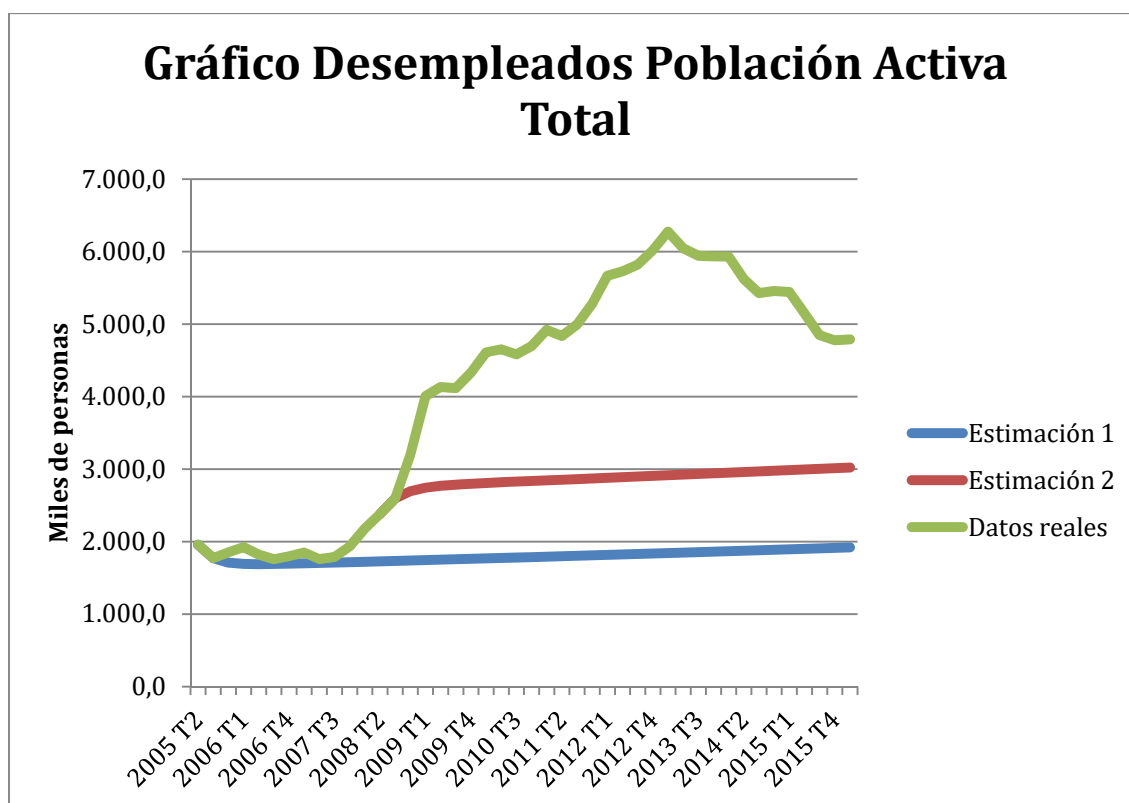


Figura 10. Gráfico Desempleados Población Activa Total

En el gráfico del número de desempleados en la Población Activa Total, se puede observar el aumento del gran número de parados a partir del trimestre 3 de 2007. En este caso el número de parados antes de comenzar la crisis era de 1.758.100 personas y en el trimestre 1 de 2013 se alcanzaron cifras de 6.275.00 personas. En comparativa con las líneas que hemos creado a través de la diagonalización, se observa que la estimación 1 se mantiene muy parecida a la real hasta el trimestre 3 de 2007 donde el aumento excesivo del paro hace que se separen. En el caso de la estimación 2, su trayectoria tiene una tendencia a aumentar, pero no se acerca a la realidad, debido a que el aumento de parados fue muy pronunciado entre 2008 y 2009.

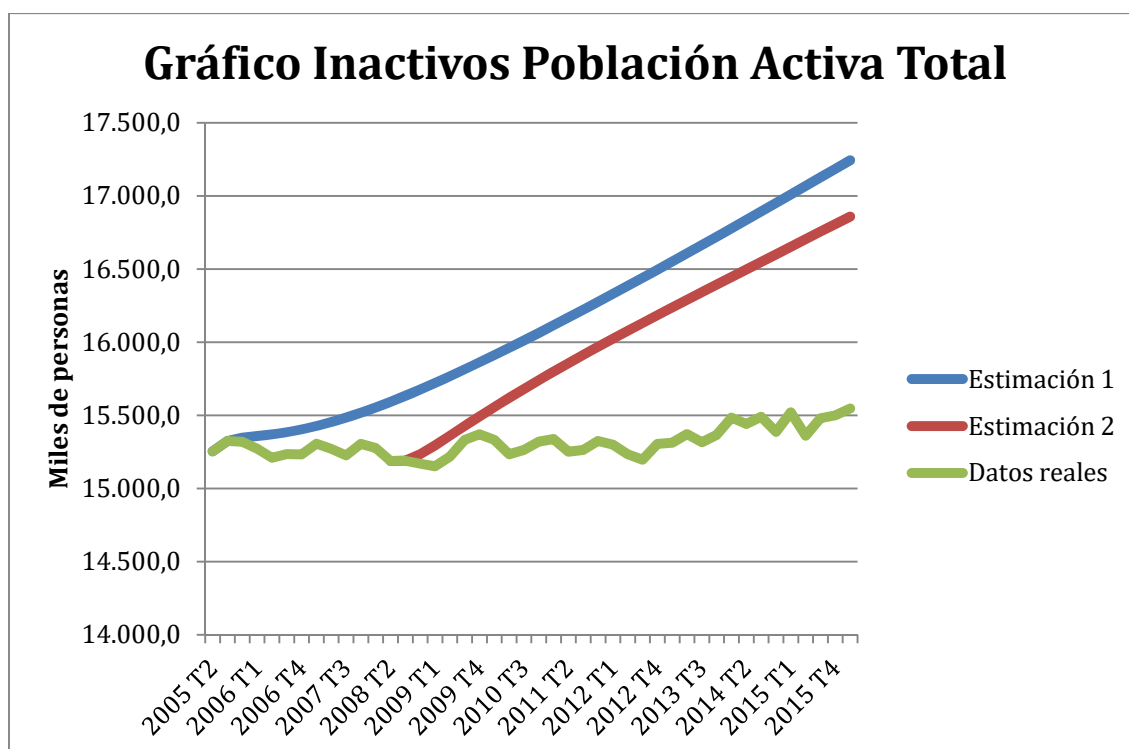


Figura 11. Gráfico Inactivos Población Activa Total

Por último para cerrar este grupo queda analizar la evolución de las personas inactivas en la Población Activa Total. La línea real nos indica que durante todos los periodos, ha habido subida y bajada de personas, pero en ningún caso sigue una trayectoria muy ascendente o descendente. Entre el periodo que menos personas inactivas (15.151.400 personas) y el de más personas inactivas (15.547.400 personas) no existe una gran variación, de millones de personas, como se ha podido observar en los gráficos anteriores de ocupados y desempleados.

Cabe destacar que ambas estimaciones elaboradas a partir de los valores que se han obtenido, no consiguen asemejarse a la línea real, ya que los periodos elegidos para la creación de éstas eran dos periodos de crecimiento y por tanto ambas líneas han seguido una trayectoria ascendente.



3.3.2. Población Activa menor de 25 años

El procedimiento seguido para obtener las dos estimaciones para Población Activa Total se volverá a repetir para los datos de la Población menor de 25 años.

La matriz A construida para la primera estimación es la siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} 0,84 & 0,39 & 0,16 \\ 0,08 & 0,33 & 0,05 \\ 0,08 & 0,28 & 0,79 \end{pmatrix}$$

La matriz D diagonal de valores propios es: $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,69 & 0 \\ 0 & 0 & 0,23 \end{pmatrix}$.

Y la matriz P de cambio de base es: $P = \begin{pmatrix} 0,83 & -0,81 & 0,41 \\ 0,14 & 0,02 & -0,84 \\ 0,55 & 0,58 & 0,36 \end{pmatrix}$

Los valores obtenidos para la estimación 1 de la Población menor de 25 años son los siguientes:

Población Menor de 25 años (estimación 1)												
	2005 T2	2005 T3	2005 T4	2006 T1	2006 T2	2006 T3	2006 T4	2007 T1	2007 T2	2007 T3	2007 T4	2008 T1
O	1.977,2	2.160,7	2.263,9	2.320,4	2.346,6	2.352,7	2.345,0	2.328,2	2.305,2	2.278,2	2.248,6	2.217,3
D	520,7	460,7	439,1	427,1	417,9	409,9	402,5	395,5	388,8	382,3	376,0	369,8
I	2.198,5	2.045,1	1.921,8	1.826,5	1.752,3	1.693,1	1.644,5	1.603,3	1.567,4	1.535,3	1.505,9	1.478,4
	2008 T2	2008 T3	2008 T4	2009 T1	2009 T2	2009 T3	2009 T4	2010 T1	2010 T2	2010 T3	2010 T4	2011 T1
O	2.185,0	2.152,3	2.119,4	2.086,5	2.053,9	1.989,5	1.989,5	1.957,9	1.926,8	1.896,0	1.865,8	1.836,0
D	363,8	357,9	352,2	346,5	340,9	330,1	330,1	324,8	319,6	314,5	309,4	304,5
I	1.452,4	1.427,6	1.403,6	1.380,4	1.357,8	1.314,1	1.314,1	1.292,9	1.272,1	1.251,7	1.231,6	1.211,8
	2011 T2	2011 T3	2011 T4	2012 T1	2012 T2	2012 T3	2012 T4	2013 T1	2013 T2	2013 T3	2013 T4	2014 T1
O	1.806,6	1.777,8	1.749,3	1.721,4	1.693,8	1.666,7	1.640,1	1.613,8	1.588,0	1.562,6	1.537,6	1.513,0
D	299,6	294,8	290,1	285,5	280,9	276,4	272,0	267,6	263,3	259,1	255,0	250,9
I	1.192,4	1.173,3	1.154,5	1.136,0	1.117,9	1.100,0	1.082,4	1.065,0	1.048,0	1.031,2	1.014,7	998,5
	2014 T2	2014 T3	2014 T4	2015 T1	2015 T2	2015 T3	2015 T4	2016 T1				
O	1.488,8	1.465,0	1.441,5	1.418,4	1.373,4	1.373,4	1.351,4	1.329,8				
D	246,9	242,9	239,0	235,2	227,8	227,8	224,1	220,5				
I	982,5	966,8	951,3	936,1	906,4	906,4	891,9	877,6				

Tabla 3. Estimación 1 Población Menor de 25 años



Para la segunda estimación de la Población Activa menor de 25 años la matriz \hat{A} de transición construida es:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0,79 & 0,35 & 0,12 \\ 0,12 & 0,39 & 0,06 \\ 0,09 & 0,26 & 0,82 \end{pmatrix}$$

La matriz diagonal de valores propios es: $\hat{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,70 & 0 \\ 0 & 0 & 0,31 \end{pmatrix}$.

Y la matriz \hat{P} de cambio de base es: $\hat{P} = \begin{pmatrix} 0,76 & -0,84 & 0,44 \\ 0,21 & -0,01 & -0,84 \\ 0,61 & 0,54 & 0,30 \end{pmatrix}$

Los valores para la estimación 2 de la Población menor de 25 años son los siguientes:

Población Menor de 25 años (estimación 2)												
	2008 T2	2008 T3	2008 T4	2009 T1	2009 T2	2009 T3	2009 T4	2010 T1	2010 T2	2010 T3	2010 T4	2011 T1
O	1.827,4	1.917,8	1.980,0	2.017,7	2.036,7	2.042,4	2.038,7	2.028,4	2.013,6	1.995,8	1.975,8	1.954,6
D	573,9	602,4	606,7	603,3	597,3	590,5	583,4	576,3	569,2	562,1	555,0	548,1
I	2.119,3	1.995,2	1.906,6	1.839,5	1.786,6	1.743,4	1.706,9	1.675,3	1.647,0	1.621,2	1.597,2	1.574,5
	2011 T2	2011 T3	2011 T4	2012 T1	2012 T2	2012 T3	2012 T4	2013 T1	2013 T2	2013 T3	2013 T4	2014 T1
O	1.932,4	1.909,8	1.886,9	1.863,9	1.841,0	1.818,1	1.795,4	1.772,9	1.750,6	1.728,5	1.706,7	1.685,1
D	541,2	534,3	527,6	520,9	514,3	507,8	501,4	495,1	488,8	482,6	476,5	470,5
I	1.552,9	1.532,0	1.511,8	1.492,1	1.472,8	1.453,8	1.435,2	1.416,9	1.398,9	1.381,1	1.363,5	1.346,2
	2014 T2	2014 T3	2014 T4	2015 T1	2015 T2	2015 T3	2015 T4	2016 T1				
O	1.663,8	1.642,8	1.622,0	1.601,5	1.581,2	1.561,2	1.541,4	1.521,9				
D	464,5	458,6	452,8	447,1	441,4	435,8	430,3	424,9				
I	1.329,2	1.312,3	1.295,7	1.279,3	1.263,1	1.247,1	1.231,3	1.215,7				

Tabla 4. Estimación 2 Población Menor de 25 años

En los gráficos siguientes aparece la representación de datos reales y estimaciones calculadas de la Población Activa menor de 25 años.

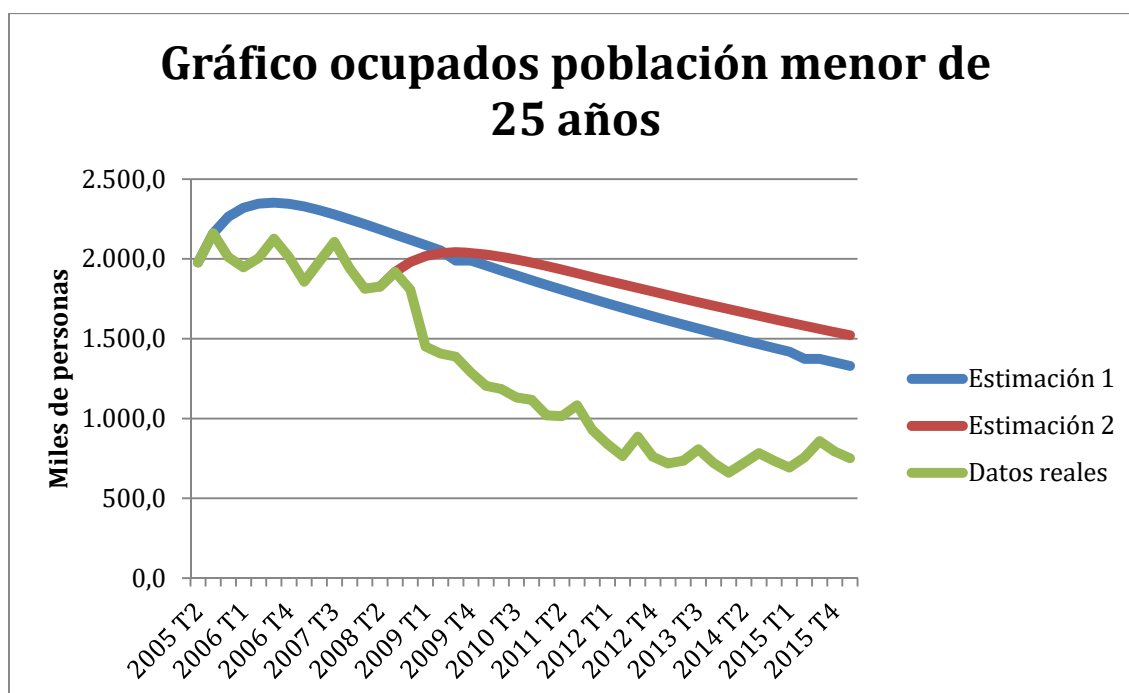


Figura 12. Gráfico Ocupados Población Menor de 25 años

En este primer gráfico de la Población Activa menor de 25 años, vamos a analizar la evolución del número de personas ocupadas a lo largo de los periodos estudiados. Como se puede observar la tendencia de los datos reales nos llevan a una bajada importante a partir de 2008 T3, llegando a cifras mínimas de 660.900 personas menores de 25 años ocupadas. En este aspecto la crisis tuvo un gran impacto en este sector de la sociedad, donde la bajada de jóvenes con trabajo llegó a valores de más de un 75%. Las estimaciones vemos que no se aproximan a la realidad debido a que, a pesar de estimar una bajada, la realidad fue un descenso drástico de personas ocupadas a lo largo del paso de los periodos. También condiciona mucho los resultados, que los tramos que se han estudiado, justo en ese periodo, o se encuentra en crecimiento de ocupados, o el descenso de ocupados es más moderado. Tanto para la estimación 1, ya que de 2005 T2 a 2005 T3 hay un aumento de ocupados, como para la estimación 2.

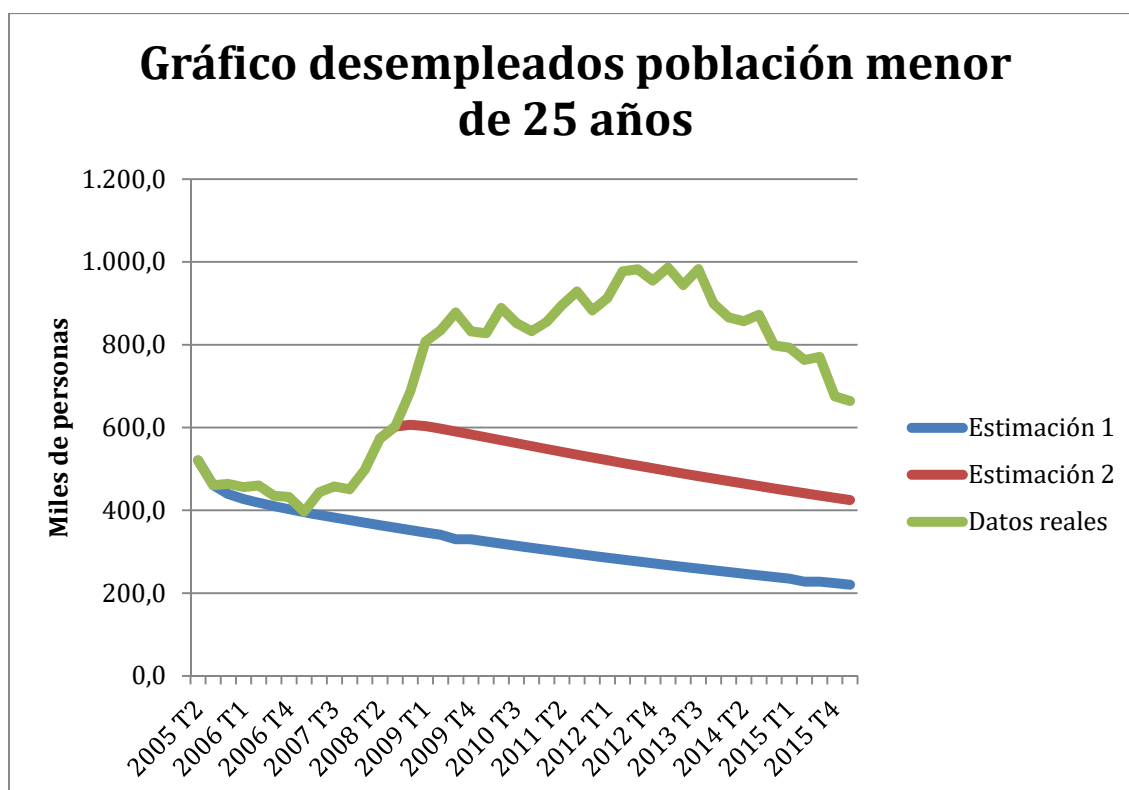


Figura 13. Gráfico Desempleados Población Menor de 25 años

En este segundo gráfico de la Población menor de 25 años, se vuelve a ver lo mismo que ha ocurrido en el gráfico anterior de la Población Activa Total, un aumento importante de los parados a partir del año 2008, llegando a cifras de 896.700 parados menores de 25 años. La cifra menor de parados que se había registrado era de 396.800 personas en el año 2007 trimestre 1. Vuelve a ocurrir lo mismo con las líneas calculadas con la aplicación matricial, en la primera estimación se mantiene cierta semejanza a la realidad hasta que empieza el aumento masivo de personas menores de 25 años desempleadas en 2008. A partir de ese momento, las dos líneas (línea real y estimación 1) se separan. La trayectoria que sigue la estimación 1, es una trayectoria descendente, ya que los periodos estudiados (2005 T2 y 2005 T3) tenían una tendencia descendente del número de desempleados. En el caso de la estimación 2 el periodo que se ha tomado para estudiar, es de ascenso de desempleados, pero no es tan brusco como la tendencia que sigue la línea real, por tanto esto hace ambas líneas no tengan semejanza alguna.

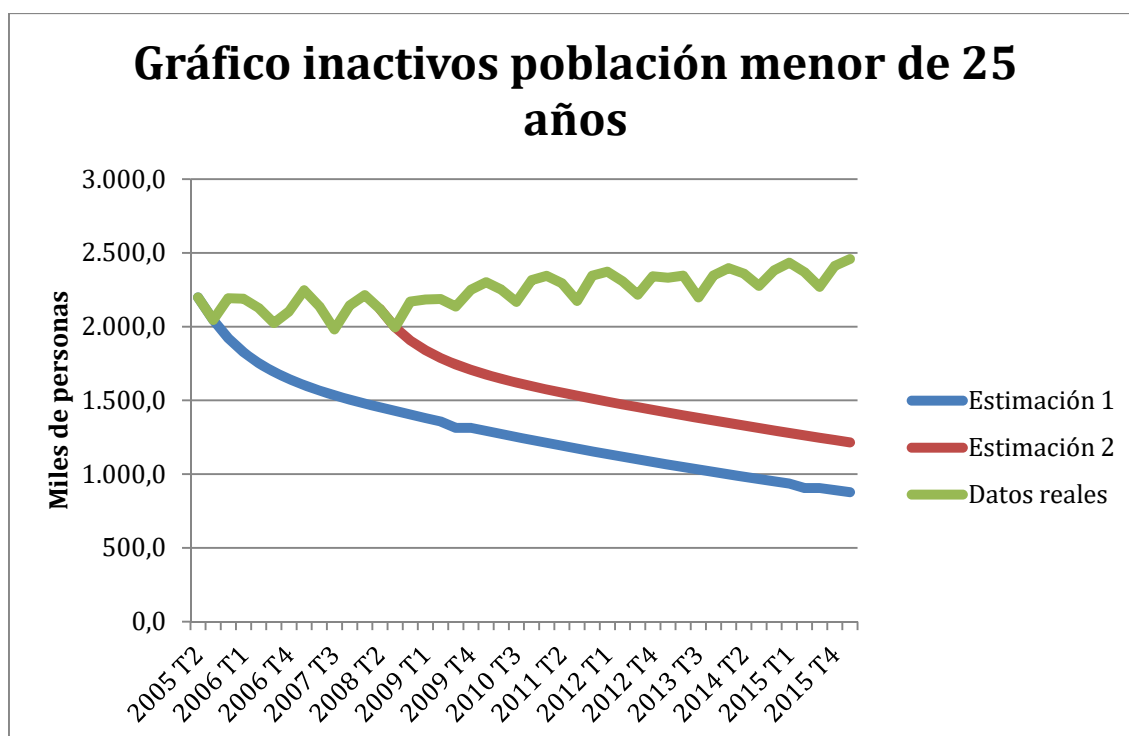


Figura 14. Gráfico Inactivos Población Menor de 25 años

Por último queda el análisis de personas inactivas menores de 25 años. Los datos reales describen una subida y bajada constante de personas durante el paso de los periodos, tal y como podíamos observar en el gráfico de inactivos en la Población Activa Total, manteniendo de forma constante una trayectoria global muy parecida entre el año 2005 T2 y 2016 T1. El estudio comienza en 2005 T2 con 2.198.500 personas inactivas menores de 25 años y finaliza en el año 2016 T1 con 2.458.400 personas sin grandes altibajos. Esto nos indica que el número de personas inactivas ha crecido moderadamente.

Las estimaciones en este caso tienen una trayectoria descendentes, ya que en ambos casos se ha considerado para calcular la matriz de transición, periodos en los que las personas inactivas tenían una tendencia descendente. Por tanto esto hace que no se asemejen a los datos reales.



3.3.3. Población Activa mayor de 60 años

Para la primera estimación de la Población Mayor de 60 años, la matriz A de transición construida es la siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} 0,87 & 0,15 & 0,01 \\ 0,01 & 0,35 & 0 \\ 0,12 & 0,50 & 0,99 \end{pmatrix}$$

Los valores propios de A son: $\lambda = 1$, $\lambda = 0,89$ y $\lambda = 0,37$

Por lo que, la matriz D es: $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,89 & 0 \\ 0 & 0 & 0,37 \end{pmatrix}$.

La matriz P de cambio de base es: $P = \begin{pmatrix} 0,09 & -0,56 & 0,22 \\ 0,01 & 0 & -0,73 \\ 0,99 & 0,83 & 0,65 \end{pmatrix}$

En el último caso estudiado, Población mayor de 60 años, los valores obtenidos para la estimación 1 son los siguientes:

Población Mayor de 60 años (estimación 1)												
	2005 T2	2005 T3	2005 T4	2006 T1	2006 T2	2006 T3	2006 T4	2007 T1	2007 T2	2007 T3	2007 T4	2008 T1
O	815,6	813,4	811,9	811,1	810,8	811,1	811,9	813,2	814,8	816,8	819,1	821,7
D	48,0	48,0	48,2	48,4	48,7	48,9	49,2	49,5	49,7	50,0	50,3	50,6
I	8.261,3	8.321,0	8.379,9	8.438,0	8.495,6	8.552,7	8.609,4	8.665,8	8.722,0	8.778,1	8.834,0	8.889,8
	2008 T2	2008 T3	2008 T4	2009 T1	2009 T2	2009 T3	2009 T4	2010 T1	2010 T2	2010 T3	2010 T4	2011 T1
O	824,5	827,6	830,9	834,4	838,1	845,9	845,9	850,0	854,2	858,6	863,0	867,6
D	50,9	51,2	51,5	51,8	52,1	52,7	52,7	53,0	53,3	53,6	53,9	54,3
I	8.945,6	9.001,4	9.057,3	9.113,2	9.169,2	9.281,7	9.281,7	9.338,2	9.394,8	9.451,7	9.508,8	9.566,2
	2011 T2	2011 T3	2011 T4	2012 T1	2012 T2	2012 T3	2012 T4	2013 T1	2013 T2	2013 T3	2013 T4	2014 T1
O	872,2	876,9	881,7	886,6	891,5	896,5	901,6	906,7	911,9	917,1	922,4	927,7
D	54,6	54,9	55,2	55,5	55,9	56,2	56,5	56,9	57,2	57,5	57,9	58,2
I	9.623,7	9.681,6	9.739,7	9.798,1	9.856,8	9.915,8	9.975,0	10.034,6	10.094,6	10.154,8	10.215,4	10.276,3
	2014 T2	2014 T3	2014 T4	2015 T1	2015 T2	2015 T3	2015 T4	2016 T1				
O	933,1	938,5	944,0	949,5	960,7	960,7	966,3	972,0				
D	58,6	58,9	59,3	59,6	60,3	60,3	60,7	61,1				
I	10.337,5	10.399,1	10.461,0	10.523,3	10.648,9	10.648,9	10.712,2	10.776,0				

Tabla 5. Estimación 1 Población Mayor de 60 años



Para la segunda estimación, la matriz \hat{A} de transición es:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0,93 & 0,08 & 0,01 \\ 0,01 & 0,52 & 0 \\ 0,06 & 0,40 & 0,99 \end{pmatrix}$$

La matriz diagonal es: $\hat{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,96 & 0 \\ 0 & 0 & 0,55 \end{pmatrix}$.

Y la matriz \hat{P} queda así: $\hat{P} = \begin{pmatrix} 0,17 & -0,26 & 0,20 \\ 0,01 & 0 & -0,75 \\ 0,99 & 0,96 & 0,63 \end{pmatrix}$

Y los resultados obtenidos para la estimación 2, son los siguientes:

Población Mayor de 60 años (estimación 2)												
	2008 T2	2008 T3	2008 T4	2009 T1	2009 T2	2009 T3	2009 T4	2010 T1	2010 T2	2010 T3	2010 T4	2011 T1
O	936,5	961,7	987,1	1.012,4	1.037,5	1.062,3	1.086,9	1.111,3	1.135,4	1.159,3	1.182,9	1.206,3
D	58,5	63,6	66,8	68,9	70,4	71,6	72,6	73,5	74,4	75,3	76,1	77,0
I	8.678,8	8.706,6	8.738,7	8.774,4	8.813,3	8.855,0	8.899,3	8.946,2	8.995,6	9.047,3	9.101,3	9.157,5
	2011 T2	2011 T3	2011 T4	2012 T1	2012 T2	2012 T3	2012 T4	2013 T1	2013 T2	2013 T3	2013 T4	2014 T1
O	1.229,6	1.252,7	1.275,6	1.298,4	1.321,0	1.343,5	1.365,9	1.388,2	1.410,5	1.432,6	1.454,7	1.476,8
D	77,9	78,7	79,6	80,5	81,3	82,2	83,1	84,0	84,9	85,9	86,8	87,7
I	9.216,0	9.276,7	9.339,5	9.404,3	9.471,3	9.540,2	9.611,1	9.684,0	9.758,9	9.835,6	9.914,2	9.994,7
	2014 T2	2014 T3	2014 T4	2015 T1	2015 T2	2015 T3	2015 T4	2016 T1				
O	1.498,8	1.520,8	1.542,8	1.564,8	1.586,8	1.608,8	1.630,8	1.652,9				
D	88,7	89,6	90,6	91,6	92,6	93,6	94,6	95,6				
I	10.077,0	10.161,1	10.247,0	10.334,7	10.424,2	10.515,4	10.608,3	10.703,0				

Tabla 6. Estimación 2 Población Mayor de 60 años

Por último analizaremos los gráficos de la Población Mayor de 60 años.

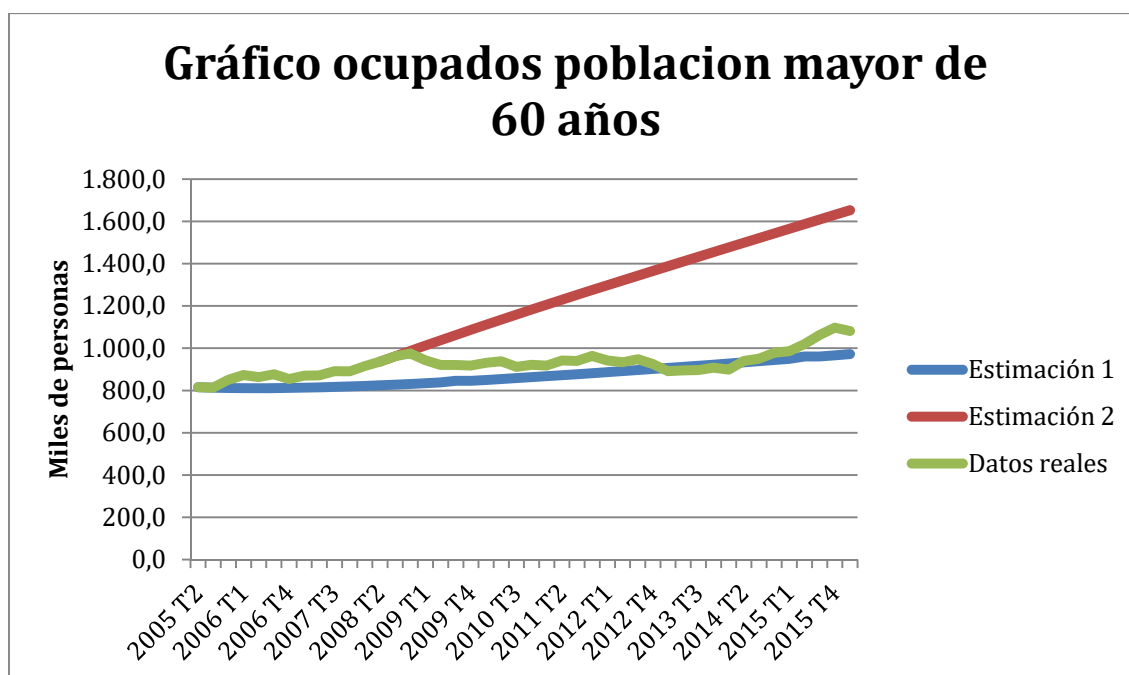


Figura 15. Gráfico Ocupados Población Mayor de 60 años

En este último grupo (Población Activa mayor de 60 años) como en el resto, el análisis comienza con el gráfico de ocupados. En este grupo de población se observa que la crisis no ha tenido tanto impacto como por ejemplo en los menores de 25 años o en la población total. Se mantiene una tendencia constante de ocupados e incluso en los periodos finales de 2015 un aumento de personas ocupadas mayores de 60 años. En el periodo de inicio de la crisis 2008 T2 no se ve afectada este grupo de población, ya que incluso hay un aumento de personas ocupadas.

Por tanto al no haber cambios bruscos en la realidad, la estimación que se ha calculado es bastante parecida a la real. La línea real y la estimación 1 mantienen una tendencia constante y progresiva. En el caso de la estimación 2, no se puede decir lo mismo porque los periodos que se han usado para el cálculo de la correspondiente matriz de transición son claramente ascendentes y por tanto refleja un crecimiento muy grande, lo que hace que no esté cerca de la realidad.

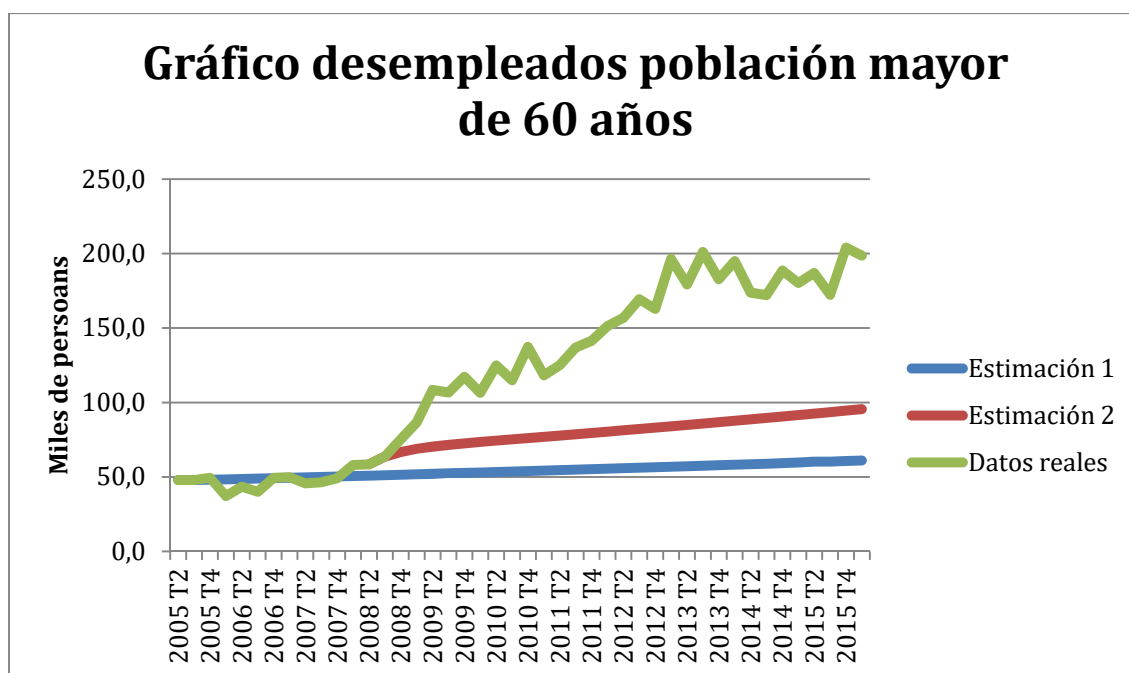


Figura 16. Gráfico Desempleados Población Mayor de 60 años

En el segundo gráfico se analizará los desempleados mayores de 60 años. La línea real sigue una trayectoria ligeramente ascendente a partir del año 2008. La estimaciones que se han calculado también sigue una trayectoria ascendente pero de una forma mas moderada. En el caso de la estimación 1 los primeros periodos hasta 2008 es semejante a la línea real pero a partir de 2008 se separan debido al crecimiento más pronunciado de los parados en los periodos siguientes. En el caso de la estimación 2, se consigue estimar el crecimiento de desempleados mejor que con la estimación 1, pero no como han crecido los desempleados realmente.

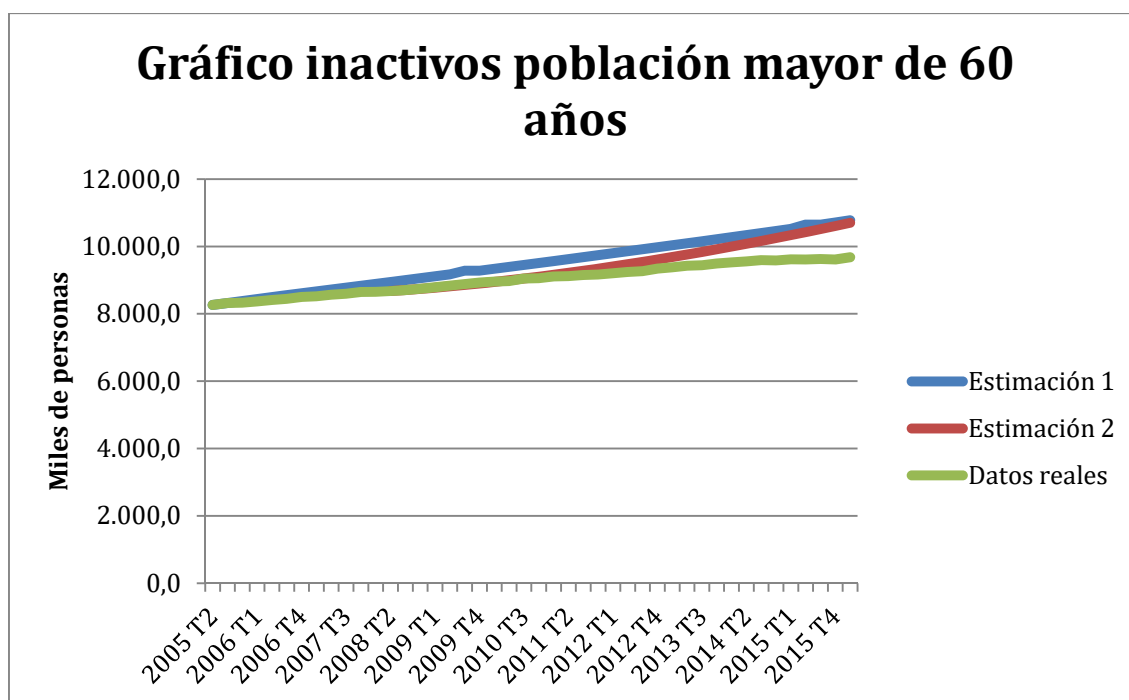


Figura 17. Gráfico Inactivos Población Mayor de 60 años

Por último el gráfico de inactivos en la población activa mayor de 60 años indica un crecimiento progresivo y constante durante todos los periodos. En este caso a principio del estudio el número de inactivos en la población mayor de 60 años era de 8.261.300 personas y en el último periodo (2016 T1) el número de inactivos es de 9.679.700 personas. En este último grafico, las tres líneas (datos reales, estimación 1 y estimación 2) se mantienen muy juntas durante todos los periodos. Esto se debe a que la evolución de la línea real es muy progresiva y constante, y por tanto muy predecible. También destaca que no hay una gran variación entre la estimación 1 y la estimación 2, debido a que los datos teóricos no presentan fluctuaciones.



4. CONCLUSIONES

El trabajo ha pretendido aplicar la teoría de diagonalización de matrices cuadradas y el cálculo de potencias de una matriz para explorar las posibilidades que dicha técnica ofrece a la hora de predecir la evolución de variables económicas.

Para ello, tras describir analíticamente la metodología y plasmarla en un ejemplo teórico, se ha aplicado en el estudio de la evolución del empleo en el mercado laboral español, tomando como fuente de información los datos del Instituto Nacional de Estadística en el periodo 2005-2016.

Del estudio analizado, se deduce que la divergencia entre los datos observados y los valores estimados por el modelo aumenta sustancialmente tras el inicio de la crisis económica.

Como conclusión principal se obtiene que el empleo de la diagonalización de matrices como método de predicción exige un comportamiento lo suficientemente estable por parte de las variables, lo cual constituye una importante limitación.

La realización del presente trabajo me ha permitido relacionar diversas materias estudiadas en el grado y profundar en alguna de ellas. Así, se han aplicado conocimientos matemáticos, herramientas informáticas (Excel, Mathematica...) y aspectos propios del funcionamiento del mercado de trabajo.



5. BIBLIOGRAFÍA

- Economistas Frente a la Crisis (2012): “¿Qué es el Mecanismo Europeo de Estabilidad?” <https://economistasfrentealacrisis.wordpress.com/2012/05/31/que-es-el-mecanismo-europeo-de-estabilidad/>
- García Delgado, J.L. , Myro, R. (Directores), Alonso, J.A. , Jiménez, J.C. , Ayala, L. , Martínez Serrano, J.A. , Bandrés, E. , Costa, M.T. , Palacio, J.I., Fernández-Otheo, C.M. , Picazo, A.J. , Gandoy, R. , Rodríguez, D. , García Brosa, G. , Saromá, E. , Serrano Sanz, J.M. , Garrido, A. , Vázquez, J.A. , Vega, J. (autores) (2015): “Economía Española: Una introducción” 2ª Edición Thomson Reuters Proview.
- Instituto Nacional Estadística (2008): “Encuesta de población Activa 2005” <http://www.ine.es/inebaseDYN/epa30308/docs/resumetepa.pdf>
- Instituto Nacional Estadística (2014): “Estadística de Flujos de la Población Activa” (Metodología) http://www.ine.es/inebaseDYN/flujos30310/docs/metoflujos_valores_absolutos.pdf
- Instituto Nacional Estadística (2014): Nota de prensa “Estadística de Flujos de la Población Activa” <http://www.ine.es/prensa/np840.pdf>
- Instituto Nacional Estadística (2016): Nota de prensa “Encuesta de población Activa” <http://www.ine.es/daco/daco42/daco4211/epa0216.pdf#page=11>
- Jarne Jarne, G. , Minguillón Constante, E. y Pérez-Grasa, I. (1997): “Matemáticas para la economía: álgebra lineal y cálculo diferencial” S.A. McGraw-Hill/Interamericana de España
- “La crisis en Europa: Grecia, Portugal e Irlanda” <https://sites.google.com/site/sociologiadela politica/economia-internacional/la-crisis-en-europa-grecia-portugal-e-irlanda>



- Martínez Alvarez, J.A. , Sánchez Figueroa, C. , Cortiñas Vázquez, P. (2014): “La economía española, su evolución y escenarios para la recuperación”. Publicación Centro Internacional de Investigación e Información sobre la Economía Pública, Social y Cooperativa (CIRIEC).

- Torrero Mañas, A. (2010): “La crisis financiera y sus efectos sobre la economía española” http://www3.uah.es/iaes/publicaciones/DT_13_10.pdf

- Zabal Cortés, T. (2014): “Manual para los grados de carácter económico” *Universidad de Zaragoza - Facultad de Economía y Empresa.*

- Wolfram , S. (1991): “*Mathematica. A system for doing mathematics by computer.*” *Second Edition. Addison Wesley.*



6. ANEXO

Flujos en valores absolutos de la población total												
TRIMESTRE / AÑO	Relación con la actividad en el trimestre actual											
	OCUPADO				DESEMPLEADO				INACTIVO			
	Relación con la actividad trimestre anterior				Relación con la actividad trimestre anterior				Relación con la actividad trimestre anterior			
	Ocupado	Desempleado	Inactivo	TOTAL OCUPADO	Ocupado	Desempleado	Inactivo	TOTAL DESEMPLEADO	Ocupado	Desempleado	Inactivo	TOTAL INACTIVO
I 2016	16.900,1	804,8	322,5	18.027,4	788,9	3.225,8	774,1	4.788,8	383,9	689,8	14.473,7	15.547,4
IV	16.702,8	932,5	455,6	18.090,8	855,1	3.141,7	779,2	4.776,0	518,1	702,8	14.279,1	15.500,0
III	16.650,8	997,9	399,9	18.048,7	768,8	3.306,5	772,6	4.847,8	499,1	753,1	14.228,6	15.480,8
II	16.465,2	1.010,6	388,0	17.863,7	616,5	3.702,0	829,5	5.148,0	348,2	662,6	14.350,5	15.361,3
I 2015	16.381,3	778,1	294,1	17.453,5	743,8	3.897,5	801,9	5.443,2	426,8	734,7	14.359,7	15.521,1
IV	16.169,3	990,6	408,7	17.568,6	893,7	3.669,1	893,0	5.455,8	491,9	690,2	14.205,3	15.387,5
III	16.154,9	965,4	380,9	17.501,2	810,7	3.733,7	883,1	5.427,5	472,1	768,6	14.249,3	15.490,0
II	16.003,2	981,9	366,9	17.351,9	646,2	4.140,5	834,1	5.620,7	349,2	746,4	14.345,0	15.440,6
I 2014	15.867,5	798,1	284,6	16.950,3	817,8	4.296,8	817,1	5.931,7	420,7	781,3	14.282,0	15.484,1
IV	15.748,4	964,7	421,9	17.135,0	919,2	4.101,3	912,9	5.933,3	498,2	802,3	14.066,0	15.366,5
III	15.841,6	1.004,3	382,5	17.228,4	797,7	4.162,1	982,6	5.942,4	498,0	807,4	14.011,1	15.316,5
II	15.894,3	943,3	322,8	17.160,4	672,5	4.499,0	874,0	6.045,5	387,0	814,5	14.170,4	15.371,9
I 2013	16.001,2	733,2	294,8	17.029,2	882,7	4.489,1	903,2	6.275,0	427,7	728,9	14.156,1	15.312,7
IV	16.004,5	891,5	440,9	17.336,9	1.010,7	4.107,6	900,9	6.019,2	561,0	804,7	13.939,3	15.305,0
III	16.283,5	953,5	430,6	17.667,5	891,1	3.950,8	978,9	5.820,7	537,3	744,4	13.915,3	15.197,0
II	16.491,9	888,8	375,4	17.756,1	809,4	4.034,5	883,4	5.727,4	391,1	713,9	14.129,0	15.233,9
I 2012	16.673,6	723,4	365,8	17.762,8	983,5	3.826,8	855,3	5.665,6	471,5	688,6	14.139,4	15.299,5
IV	16.793,6	877,3	481,7	18.152,6	1.026,6	3.396,2	859,4	5.282,3	602,6	718,0	14.004,2	15.324,8



III	17.052,6	938,4	489,6	18.480,5	887,3	3.173,7	934,5	4.995,5	620,8	726,6	13.916,5	15.263,9
II	17.200,0	987,7	431,9	18.619,6	773,4	3.214,9	848,3	4.836,6	455,9	674,7	14.120,7	15.251,3
I 2011	17.247,1	793,9	385,0	18.426,0	906,1	3.200,3	814,4	4.920,8	501,0	659,9	14.176,7	15.337,6
IV	17.277,5	877,2	520,2	18.674,9	915,9	2.935,1	845,1	4.696,1	629,3	684,7	14.006,6	15.320,5
III	17.347,6	949,2	520,2	18.817,0	845,3	2.873,5	864,3	4.583,1	595,5	738,8	13.928,8	15.263,1
II	17.370,8	938,2	442,0	18.750,9	768,2	3.037,1	847,4	4.652,6	493,7	633,9	14.106,7	15.234,3
I 2010	17.410,6	804,4	435,2	18.650,2	934,1	2.797,2	879,0	4.610,4	571,7	626,6	14.133,7	15.332,0
IV	17.413,4	907,5	568,6	18.889,6	970,3	2.495,2	864,8	4.330,4	728,5	694,3	13.947,5	15.370,3
III	17.643,4	911,7	540,3	19.095,4	849,1	2.450,8	817,5	4.117,4	691,6	680,1	13.961,1	15.332,8
II	17.784,7	900,9	465,1	19.150,7	853,7	2.507,1	770,5	4.131,3	558,7	636,8	14.022,0	15.217,5
I 2009	18.247,5	624,2	404,3	19.276,0	1.111,1	2.101,2	793,3	4.005,7	653,8	487,1	14.010,5	15.151,4
IV	18.664,5	730,4	656,2	20.051,1	1.047,5	1.411,0	737,5	3.196,0	839,3	472,9	13.857,2	15.169,4
III	19.107,6	730,8	697,5	20.535,9	789,9	1.147,6	656,5	2.594,1	759,8	503,3	13.926,0	15.189,2
II	19.330,2	698,4	608,0	20.636,7	704,4	1.035,3	640,4	2.380,2	616,1	440,9	14.130,7	15.187,6
I 2008	19.423,4	562,6	622,9	20.608,8	651,5	930,1	599,1	2.180,6	680,5	416,8	14.178,9	15.276,2
IV	19.240,6	663,3	799,8	20.703,7	608,3	742,9	582,7	1.933,9	876,8	436,0	13.992,1	15.304,9
III	19.273,9	621,6	840,9	20.736,4	549,6	676,9	561,5	1.788,1	808,8	478,3	13.939,6	15.226,7
II	19.160,2	681,7	718,5	20.560,4	500,9	734,0	523,2	1.758,1	705,0	426,3	14.140,5	15.271,7
I 2007	18.940,7	620,9	691,0	20.252,6	547,1	781,0	520,9	1.849,0	755,4	423,6	14.127,0	15.306,0
IV	18.688,5	638,1	843,1	20.169,8	569,5	683,0	545,3	1.797,8	900,9	414,9	13.917,2	15.233,1
III	18.576,6	629,7	865,0	20.071,3	503,8	697,7	554,2	1.755,7	842,4	467,2	13.925,7	15.235,2
II	18.363,9	696,3	793,8	19.854,0	481,1	790,8	547,5	1.819,4	713,3	455,2	14.041,1	15.209,7
I 2006	18.236,8	602,3	717,3	19.556,4	569,7	833,0	520,4	1.923,2	718,9	453,8	14.099,8	15.272,5
IV	17.946,9	640,3	910,1	19.497,3	530,0	714,6	606,3	1.850,9	925,4	414,3	13.980,0	15.319,7
III	17.836,0	692,0	871,4	19.399,4	477,9	735,8	557,2	1.770,8	873,8	561,5	13.889,5	15.324,9
II 2005	17.588,6	755,2	810,3	19.154,0	448,3	914,3	594,0	1.956,7	763,5	478,2	14.011,7	15.253,4

Tabla 7. Anexo Flujo Población Activa Total



Flujos en valores absolutos de la población menor de 25 años

TRIMESTRE / AÑO	OCUPADO			TOTAL OCUPADO	DESEMPLEADO			TOTAL DESEMPLEADO	INACTIVO			TOTAL INACTIVO
	Relación con la actividad trimestre anterior				Relación con la actividad trimestre anterior				Relación con la actividad trimestre anterior			
	Ocupado	Desempleado	Inactivo	Ocupado	Desempleado	Inactivo	Ocupado	Desempleado	Inactivo			
I 2016	571,6	100,5	78,9	751,0	91,1	396,7	176,2	664,0	49,1	120,4	2.288,9	2.458,4
IV	582,4	123,2	87,8	793,4	113,2	391,5	170,6	675,2	125,4	192,2	2.094,0	2.411,6
III	540,5	159,4	157,9	857,8	93,7	413,3	263,9	770,9	63,2	135,2	2.071,2	2.269,6
II	534,1	125,5	97,5	757,1	79,9	457,9	225,3	763,1	42,9	124,4	2.201,8	2.369,1
I 2015	533,1	95,6	63,5	692,2	91,0	505,0	197,0	793,0	45,5	155,8	2.232,4	2.433,7
IV	506,0	143,1	86,1	735,2	105,6	480,0	212,5	798,2	108,9	189,1	2.083,9	2.381,9
III	511,5	131,2	140,4	783,1	92,2	481,5	298,5	872,3	60,2	153,9	2.061,9	2.276,0
II	516,2	130,2	74,8	721,2	72,1	551,5	233,0	856,6	42,2	136,9	2.180,5	2.359,6
I 2014	505,6	106,8	63,2	660,9	100,2	549,9	216,0	866,1	55,2	181,8	2.159,2	2.396,1
IV	499,9	131,5	90,0	721,4	126,9	549,2	223,5	899,6	99,9	219,9	2.026,8	2.346,7
III	526,2	146,6	134,5	807,3	90,1	563,7	328,9	982,7	60,3	160,1	1.977,3	2.197,7
II	533,2	128,2	72,9	734,3	76,7	623,0	244,2	943,9	41,2	157,8	2.146,7	2.345,8
I 2013	550,7	95,6	71,0	717,3	109,5	656,3	220,9	986,7	41,8	151,1	2.138,4	2.331,3
IV	567,2	113,7	79,7	760,6	146,9	607,1	200,7	954,7	108,1	226,5	2.006,7	2.341,2
III	599,5	140,4	146,8	886,6	92,2	583,2	307,0	982,4	62,5	175,7	1.977,9	2.216,1
II	630,2	123,6	82,9	764,9	88,9	630,4	258,2	977,4	45,8	143,2	2.118,5	2.307,4
I 2012	677,0	99,5	63,7	840,2	121,7	585,5	205,2	912,4	55,5	137,0	2.180,0	2.372,5
IV	713,4	132,4	82,7	928,4	148,5	541,1	193,2	882,9	136,2	203,8	2.005,5	2.345,5
III	741,1	167,9	174,0	1.083,0	110,6	502,3	315,8	928,7	85,9	156,3	1.932,1	2.174,3
II	768,8	136,9	108,9	1.014,6	112,1	530,2	253,1	895,4	58,9	144,0	2.091,7	2.294,6
I 2011	822,7	108,8	88,1	1.019,6	131,8	514,0	209,4	855,3	69,6	150,3	2.124,3	2.344,3
IV	884,6	131,9	100,3	1.116,8	153,2	480,7	198,7	832,6	140,1	189,0	1.985,9	2.315,0



III	900,5	195,6	178,0	1.132,4	126,1	454,0	272,3	852,5	105,8	173,1	1.889,1	2.168,0
II	927,6	152,8	104,7	1.185,1	125,2	513,0	250,8	888,9	64,3	128,7	2.058,1	2.251,0
I 2010	949,2	147,8	106,9	1.203,8	128,0	477,9	221,9	827,7	79,9	134,8	2.086,1	2.300,8
IV	977,1	182,8	128,6	1.288,6	145,4	469,2	217,6	832,2	190,1	214,5	1.845,0	2.249,6
III	1.011,4	178,6	198,0	1.388,0	135,1	465,5	277,3	877,9	106,8	163,5	1.865,7	2.136,0
II	1.126,8	161,0	118,7	1.406,5	134,9	480,2	219,6	834,7	98,7	133,3	1.955,2	2.187,2
I 2009	1.234,6	121,1	94,6	1.450,4	181,8	420,0	205,7	807,4	122,0	119,9	1.941,6	2.183,5
IV	1.348,7	138,8	146,1	1.807,9	214,0	297,7	174,9	686,7	245,2	151,8	1.773,1	2.170,1
III	1.442,1	172,4	303,3	1.917,8	140,3	225,2	237,0	602,4	133,6	126,8	1.734,8	1.995,2
II	1.499,3	150,8	177,3	1.827,4	125,3	236,2	212,4	573,9	115,6	100,2	1.903,5	2.119,3
I 2008	1.517,9	129,4	165,6	1.812,9	134,0	207,4	156,4	497,8	124,4	100,1	1.988,8	2.213,4
IV	1.559,9	159,7	222,0	1.941,6	152,8	155,7	142,2	450,6	270,2	125,3	1.746,9	2.142,4
III	1.577,5	166,9	362,2	2.106,5	118,0	135,9	203,7	457,6	155,4	119,0	1.706,3	1.980,7
II	1.608,2	161,7	213,9	1.983,8	116,5	147,4	180,0	443,9	117,6	90,8	1.929,8	2.138,1
I 2007	1.590,6	149,5	175,9	1.857,1	115,4	154,4	126,9	396,8	151,1	114,9	1.981,3	2.247,2
IV	1.616,2	156,7	238,2	2.011,1	138,7	146,1	147,4	432,2	279,4	115,9	1.707,2	2.102,5
III	1.605,7	172,0	349,2	2.126,8	112,5	147,7	175,1	435,4	161,1	123,2	1.740,3	2.024,7
II	1.581,5	187,9	236,2	2.005,6	115,2	158,8	185,9	459,9	130,6	93,1	1.902,3	2.126,0
I 2006	1.604,3	155,9	187,0	1.947,2	130,4	172,2	153,8	456,3	138,9	107,0	1.942,9	2.188,9
IV	1.574,2	179,4	257,7	2.011,3	136,5	165,2	162,4	464,0	267,3	126,3	1.798,8	2.192,4
III	1.614,9	186,7	359,0	2.160,7	107,3	153,8	199,6	460,7	159,7	144,9	1.740,6	2.045,1
II 2005	1.554,2	194,8	228,2	1.977,2	112,3	208,9	199,4	520,7	143,3	99,9	1.955,4	2.198,5

Tabla 8. Anexo Flujo Población Activa menor de 25 años



Flujos en valores absolutos de la población de 60 y más

TRIMESTRE / AÑO	OCUPADO			TOTAL OCUPADO	DESEMPLEADO			TOTAL DESEMPLEADO	INACTIVO			TOTAL INACTIVO
	Relación con la actividad trimestre anterior				Relación con la actividad trimestre anterior				Relación con la actividad trimestre anterior			
	Ocupado	Desempleado	Inactivo	Ocupado	Desempleado	Inactivo	Ocupado	Desempleado	Inactivo			
I 2016	1.037,8	16,3	27,6	1.081,6	21,2	124,8	52,7	198,6	87,7	70,0	9.522,0	9.679,7
IV	1.036,6	16,9	43,6	1.097,1	15,7	130,9	57,3	204,0	80,3	62,9	9.471,6	9.614,8
III	1.019,9	10,0	32,8	1.062,7	18,3	115,2	38,8	172,3	82,6	66,8	9.477,8	9.627,2
II	962,8	19,7	37,6	1.020,1	9,3	123,8	53,8	187,0	91,8	60,7	9.460,1	9.612,6
I 2015	940,0	9,7	36,0	985,6	12,7	115,6	52,0	180,2	84,3	68,0	9.466,5	9.618,9
IV	927,9	11,7	38,7	978,4	16,1	111,9	60,6	188,6	93,6	56,4	9.432,5	9.582,6
III	904,0	13,7	32,6	950,3	12,0	115,9	44,2	172,0	79,7	58,1	9.456,9	9.594,7
II	890,5	9,6	39,5	939,6	11,1	119,5	43,2	173,8	83,5	67,5	9.407,6	9.558,5
I 2014	854,2	12,3	32,4	898,8	20,3	127,2	47,5	195,0	84,6	66,9	9.376,8	9.528,3
IV	844,9	16,5	46,7	908,1	16,6	121,5	44,6	182,8	88,0	69,7	9.334,8	9.492,5
III	851,4	11,5	33,5	896,4	16,3	129,4	55,3	201,1	91,0	53,5	9.300,0	9.444,4
II	834,6	12,7	47,8	895,1	11,7	123,7	43,9	179,3	85,6	72,8	9.271,0	9.429,4
I 2013	847,3	5,1	39,0	891,4	14,7	112,6	69,1	196,5	108,2	52,7	9.219,1	9.380,0
IV	865,8	9,2	50,4	925,4	19,6	101,1	42,1	162,8	106,9	55,7	9.181,2	9.343,8
III	883,2	9,0	55,8	948,1	14,0	107,7	47,7	169,3	100,3	58,9	9.105,4	9.264,6
II	868,1	9,8	56,2	934,1	19,9	94,8	42,2	156,8	87,9	49,5	9.105,0	9.242,4
I 2012	886,9	9,2	45,9	942,0	15,8	84,8	50,7	151,3	105,9	51,9	9.048,1	9.205,8
IV	901,2	12,0	50,2	963,3	16,8	83,7	40,9	141,4	96,0	40,3	9.029,7	9.166,1
III	881,9	9,8	48,1	939,8	12,6	81,9	42,4	137,0	106,0	40,6	9.006,9	9.153,5
II	893,4	6,1	42,8	942,2	15,7	75,3	34,0	125,1	79,1	45,6	8.993,4	9.118,1
I 2011	863,2	10,3	44,2	917,7	14,0	70,1	34,1	118,3	105,1	52,3	8.954,1	9.111,4
IV	852,3	10,5	59,0	921,7	14,8	81,5	41,0	137,4	101,3	40,8	8.915,8	9.057,9



III	854,6	10,1	47,3	912,0	10,1	74,5	30,3	114,9	105,7	51,9	8.891,2	9.048,8
II	874,6	8,2	55,6	938,4	10,9	68,9	45,2	124,9	90,3	36,4	8.843,7	8.970,4
I 2010	868,7	14,8	47,3	930,9	9,5	63,3	33,6	106,5	99,8	37,2	8.821,5	8.958,5
IV	848,2	12,7	57,1	918,0	13,8	58,1	45,4	117,3	97,6	38,0	8.793,9	8.929,5
III	871,5	10,6	38,9	921,0	19,4	52,5	34,8	106,7	101,0	31,5	8.755,0	8.887,5
II	861,9	11,6	47,2	920,7	17,3	55,1	36,1	108,4	94,0	31,0	8.710,4	8.835,5
I 2009	882,7	7,6	52,7	943,1	13,8	41,6	31,3	86,7	108,4	29,7	8.654,8	8.792,9
IV	904,9	11,8	58,4	975,1	11,8	34,7	28,9	75,4	116,7	22,9	8.600,2	8.739,8
III	914,4	6,7	40,6	961,7	9,7	32,4	21,5	63,6	99,4	23,2	8.584,0	8.706,6
II	876,9	7,4	52,2	936,5	5,7	25,6	27,2	58,5	98,9	30,1	8.549,9	8.678,8
I 2008	864,1	4,6	46,9	915,5	10,2	25,6	22,3	58,0	100,2	22,3	8.529,5	8.652,0
IV	826,5	4,2	59,9	890,6	9,0	17,1	23,1	49,1	104,2	23,8	8.519,4	8.647,4
III	831,8	7,3	52,1	891,1	8,5	14,7	23,3	46,5	100,8	20,1	8.475,0	8.595,8
II	800,2	6,7	64,7	871,6	8,0	23,6	14,0	45,7	102,9	20,0	8.445,6	8.568,5
I 2007	795,3	5,4	69,2	869,9	7,6	20,2	22,1	49,9	103,5	16,2	8.400,7	8.520,5
IV	785,7	8,9	59,8	854,5	5,5	19,5	24,4	49,4	118,5	11,7	8.372,4	8.502,7
III	809,4	9,1	58,7	877,2	7,5	17,2	15,3	40,0	120,8	17,2	8.306,0	8.444,0
II	790,8	6,9	65,4	863,2	5,3	18,7	19,4	43,4	115,6	15,0	8.279,4	8.410,0
I 2006	799,0	10,0	63,9	872,9	5,4	17,8	14,0	37,2	100,2	17,7	8.249,3	8.367,2
IV	764,8	5,3	80,3	850,5	11,2	15,6	22,6	49,4	93,8	20,2	8.217,2	8.331,3
III	737,1	8,0	68,3	813,4	5,6	18,1	24,3	48,0	114,9	28,5	8.177,6	8.321,0
II 2005	726,3	15,5	73,8	815,6	6,8	21,5	19,6	48,0	128,0	22,7	8.110,6	8.261,3

Tabla 9. Anexo Flujos Población Activa mayor de 60 años