

# **Problemas de rutas de vehículos en un entorno rural: problema de rutas escolares**



**Marta Gómez Gómez**  
Trabajo de fin de Máster  
Universidad de Zaragoza



# Prólogo

*“El problema de la planificación de las rutas de transporte (VRP, Vehicle Routing Problem) es uno de los problemas de optimización combinatoria más importantes y ampliamente estudiado, con muchas aplicaciones del mundo real, en la logística de distribución y del transporte.”*

Toth & Vigo (2002).

El problema de rutas de vehículos surgió como una extensión del problema del viajante, para el caso en el que era necesario realizar varias rutas. Dantzing y Ramser fueron quienes realizaron por primera vez, en 1959, una formulación del problema con el fin de estudiar la distribución de gasolina. Propusieron un modelo para encontrar una forma de asignar los camiones a las estaciones de servicio de forma que se cubriese la demanda y la distancia recorrida por el conjunto de camiones fuese mínima. Posteriormente, en 1964, Clarke y Wright propusieron el primer algoritmo que resultó efectivo para resolverlo y desde entonces el estudio del problema ha dado lugar a numerosos trabajos de investigación, en los que se pueden encontrar distintas variantes del problema.

El objetivo del VRP es minimizar la distancia total recorrida por un conjunto de vehículos ubicados en un almacén central, para satisfacer la demanda de un conjunto de clientes. Cada cliente tiene una demanda determinada y cada vehículo realiza una única ruta que comienza y finaliza en el almacén central. No obstante, existen variantes del problema que incluyen restricciones adicionales y consideran otros objetivos.

Una de las variantes más conocidas surge al incluir ventanas de tiempo para realizar las entregas, es decir, periodos fijos durante los cuales se puede realizar la entrega a los clientes (VRPTW, Vehicle Routing Problem with Time Windows). Dentro de esta variante se pueden considerar ventanas de tiempo duras en las que no se permite ninguna entrega fuera de plazo, o ventanas de tiempo suaves en las que se permite la entrega fuera de plazo pero con una penalización.

Cuando en el VRP clásico hay vehículos con una capacidad determinada, se trata del CVRP (Capacited Vehicle Routing Problem). Por otro lado, si el problema tiene diferentes depósitos donde se guardan los vehículos, se conoce como MDVRP (Multiple Depots Vehicle Routing Problem).

El tiempo y esfuerzo computacional requerido para resolver el problema depende del tamaño del mismo, es decir, de la cantidad de nodos que tienen que visitar los vehículos. Cuando el tamaño del problema aumenta considerablemente, se tiende a obtener soluciones aproximadas mediante resolución heurística, para poder hallar una solución suficientemente rápida y que sea significativamente buena como para ser útil en la toma de decisiones.

A lo largo de este trabajo se va a estudiar un caso particular del problema de rutas de vehículos en un entorno rural: la obtención de rutas para los autobuses escolares en la comarca de las Cinco Villas en Aragón. Considerando una flota de nueve vehículos ubicados en el depósito situado en la capital, es decir, en Ejea de los Caballeros, y un total de 20 pueblos en los que recoger estudiantes cuyo

destino son los institutos de Ejea, se pretende encontrar las distintas rutas que hacen óptimo el desplazamiento. El objetivo será minimizar el tiempo que los estudiantes permanecen en el autobús, o lo que es lo mismo, minimizar la distancia total recorrida por el conjunto de vehículos utilizados en las rutas.

En el primer capítulo se realiza una breve revisión bibliográfica de los trabajos existentes en la literatura hasta el momento relacionado con el problema de rutas de vehículos, en el entorno de rutas escolares. Una vez revisados diversos estudios, pasaremos a describir el problema del cual queremos encontrar una solución óptima a lo largo del segundo capítulo y en el tercer capítulo se expondrán los resultados obtenidos del estudio, proporcionando las distintas rutas halladas. El problema se resolverá de forma heurística mediante un software libre para uso académico, *VRP Spreadsheet Solver*, y una vez resuelto el problema principal, se analizarán diversas variantes del mismo.

En el sector de la educación, como en cualquier empresa, no se puede pasar por alto la variable económica. Por lo tanto, es importante encontrar soluciones óptimas a problemas como el de las rutas de los autobuses escolares, que permitan a los institutos realizar un coste menor en combustible o en mantenimiento de los vehículos, para poder invertir en lo que es verdaderamente importante, es decir, educar a los estudiantes y construir personas competentes y con valores.

“Defiende tu derecho a pensar, porque incluso pensar de forma errónea es mejor que no pensar”

Hipatia



# Índice general

<b>Prólogo</b>	<b>I</b>
	<b>III</b>
<b>1. Revisión bibliográfica</b>	<b>1</b>
1.1. El problema de rutas escolares . . . . .	1
1.1.1. Descripción del problema . . . . .	1
1.1.2. Características del problema . . . . .	2
1.2. Caso particular del problema de rutas escolares . . . . .	5
1.2.1. Variables y características . . . . .	5
1.2.2. Modelización del problema . . . . .	6
<b>2. El problema de rutas escolares en la comarca de las Cinco Villas</b>	<b>9</b>
2.1. El problema general de rutas de vehículos . . . . .	9
2.2. Descripción del problema en la comarca de las Cinco Villas . . . . .	10
2.2.1. Un caso más general . . . . .	13
2.3. Metodología . . . . .	13
<b>3. Resultados</b>	<b>15</b>
3.1. Caso particular curso escolar 2016/2017 . . . . .	15
3.2. Caso general . . . . .	18
<b>Anexo</b>	<b>21</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>21</b>





# Capítulo 1

## Revisión bibliográfica

A lo largo de este primer capítulo se realiza una breve revisión bibliográfica de lo que se ha estudiado hasta ahora acerca del problema de rutas escolares, basada en el artículo de Park y Kim (2010). A continuación se estudiará en detalle un caso particular de características similares al problema que se quiere resolver en este trabajo (Corberán et al., 2002).

### 1.1. El problema de rutas escolares

El problema de rutas de autobuses escolares (SBRP) apareció por primera vez con Newton y Thomas (1969) y desde entonces se han realizado numerosos trabajos de investigación sobre él. No existe un único enfoque que domine a la hora de estudiarlo y además en la realidad nos encontramos con limitaciones específicas que hay que tener en cuenta a la hora de modelarlo.

#### 1.1.1. Descripción del problema

El problema consiste en pequeños sub-problemas que de acuerdo con la descomposición de Desrosiers et al. (1981) han de considerar los siguientes aspectos: preparación de los datos, selección de las paradas de autobús, ajuste del tiempo de entrada al colegio y programación de la ruta. En la mayoría de los estudios existentes, se consideran estos sub-problemas por separado y de forma secuencial, debido a su complejidad. Más aún, en gran parte de la literatura, sólo se tienen en cuenta alguno de esos sub-problemas. En la siguiente tabla extraída del artículo de Park y Kim (2010) podemos ver un resumen de los trabajos que se han realizado para estudiar el SBRP y qué sub-problemas se han tenido en cuenta en cada uno.

Reference	Bus stop selection	Bus route generation	School bell time adjustment	Route scheduling
Newton and Thomas (1969)		✓		
Angel et al. (1972)		✓		✓
Bennett and Gazis (1972)		✓		
Newton and Thomas (1974)		✓		✓
Verderber (1974)		✓		✓
Gavish and Shlifer (1979)		✓		
Bodin and Berman (1979)	✓	✓		✓
Dulac et al. (1980)	✓	✓		
Desrosiers et al. (1981, 1986a)	✓	✓	✓	✓
Hargroves and Demetsky (1981)		✓		✓
Swersey and Ballard (1984)				✓
Chapleau et al. (1985)	✓	✓		
Desrosiers et al. (1986b)				✓
Graham and Nuttle (1986)				✓
Russell and Morrel (1986)		✓		✓
Bookbinder and Edwards (1990)				✓
Chen et al. (1990)		✓		✓
Thangiah and Nygard (1992)		✓		
Bowerman et al. (1995)	✓	✓		
Braca et al. (1997)		✓		✓
Corberán et al. (2002); Pacheco and Martí (2006)		✓		
Fu et al. (2005)		✓		
Ripplinger (2005)		✓		
Spada et al. (2005)		✓		✓
Schittkat et al. (2006)	✓	✓		
Bektaş and Elmastaş (2007)		✓		
Fügenschuh (2009)			✓	✓

## Preparación de los datos

El primer sub-problema a través del cual se obtienen los datos, nos va a preparar para el resto de sub-problemas. Se precisan cuatro tipos de datos en relación a los estudiantes, los colegios, los autobuses y la matriz de la red de carreteras entre el colegio, la estación de autobuses, y el origen-destino (OD).

En primer lugar, es necesario saber la ubicación de los estudiantes, el colegio al que cada uno de ellos está destinado y el tipo de estudiante que es (general o discapacitado). Por otro lado, los datos relacionados con los colegios proporcionan información como la hora de inicio y finalización para las rutas de autobuses. Se debe conocer también los tipos de autobuses disponibles así como la localización de origen desde la cual inician la ruta. Cada tipo de autobús puede tener diferentes capacidades. Por último, mediante la matriz OD se almacenan los tiempos de viaje más cortos o las distancias más cortas entre pares de nodos, es decir, entre pares de ubicaciones.

## Selección de la parada de autobús

Mediante este sub-problema se pretende seleccionar un conjunto de paradas de autobús y asignar a todos los estudiantes a las mismas. Respecto al entorno en el cual se realicen las rutas, si se trata de áreas urbanas, se asume que los estudiantes se desplazan a la parada de autobús más cercana a sus casas y si es un entorno rural, se supone que son recogidos en sus casas. Muchos estudios sin embargo, suponen que se proporcionan de partida las ubicaciones de las paradas de autobús y por tanto omiten este sub-problema.

## Ajuste del tiempo de entrada

En parte de las investigaciones, el tiempo de inicio y de finalización de los colegios, forman parte de las restricciones. Sin embargo, hay otras que consideran los tiempos como variables de decisión e intentan encontrar los tiempos óptimos de inicio y fin para maximizar el número de rutas que pueden ser realizadas secuencialmente por el mismo autobús para reducir el número de autobuses utilizados.

## Programación de la ruta

En este sub-problema se trata de construir las rutas de los autobuses escolares al colegio. Algunos autores implementaron un enfoque “route-first, cluster-second” para resolverlo. Mediante este enfoque se trata de construir una gran ruta mediante un algoritmo para el problema del viajante considerando todas las paradas, y después dividir esa ruta en varias más pequeñas teniendo en cuenta las restricciones.

Se puede enfocar también el sub-problema mediante “cluster-first, route-second”, agrupando a los estudiantes en grupos para que cada grupo corresponda únicamente a una ruta satisfaciendo las restricciones existentes. En la programación de rutas se especifica el tiempo exacto de inicio y finalización de cada ruta y se forma una cadena de rutas que pueden ser ejecutadas sucesivamente por el mismo autobús.

### 1.1.2. Características del problema

Dentro del SBRP podemos distinguir varias características que nos permitirán clasificarlo en distintos grupos. No vamos a centrar en los siguientes aspectos prácticos: número de colegios, entorno, tipo de carga, objetivos y restricciones; que se resumen en la siguiente tabla extraída de Park y Kim (2010):

Criteria	Consideration
Number of schools	A. Single school B. Multiple schools
Surroundings of service	A. Urban B. Rural
Problem scope	A. Morning B. Afternoon C. Both
Mixed Loads	A. Mixed loads are allowed B. No mixed loads are allowed (single load problem)
Special-education students	A. Special-education students are considered B. Only general students are considered
Fleet mix	A. Homogeneous fleet (HO) B. Heterogeneous fleet (HT)
Objectives	A. Number of buses used (N) B. Total bus travel distance or time (TBD) C. Total student riding distance or time (TSD) D. Student walking distance (SWD) E. Load balancing (LB) F. Maximum route length (MRL) G. Child's time loss (TL)
Constraints	A. Vehicle capacity (C) B. Maximum riding time (MRT) C. School time window (TW) D. Maximum walking time or distance (MWT) E. Earliest pick-up time (EPT) F. Minimum student number to create a route (MSN)

A continuación se va a analizar los principales criterios.

## Número de colegios

En el SBRP nos podemos encontrar con un único colegio o varios. En general, el sistema de autobuses escolares es un sistema basado en múltiples colegios y no un sistema de un único centro. Sin embargo, en las investigaciones realizadas hasta ahora, un gran número de trabajos se centran en el problema de un solo colegio.

En lo referente a la estructura de la solución, si nos centramos en problemas con un único colegio, esta es bastante parecida a la obtenida del tradicional VRP. Cada ruta parte de un depósito (generalmente diferente al colegio), atraviesa un número de paradas y finalmente regresa a su depósito inicial. Además, se desprecian los tiempos de viaje o las distancias desde el depósito inicial hasta la primera parada y desde el colegio al depósito inicial.

Por otro lado, si se tienen varios colegios, hay dos enfoques diferentes para generar las rutas: un enfoque basado en el colegio y un enfoque basado en las ubicaciones de los estudiantes. En el enfoque escolar, se genera un conjunto de rutas para cada colegio, y estas rutas se asignan a una flota de vehículos y se programan ajustándose al tiempo de inicio y finalización de los centros. Este enfoque no permite a estudiantes de diferentes colegios viajar en el autobús al mismo tiempo. En el enfoque se inserta una parada en una ruta y el colegio correspondiente a esa parada, también ha de estar en la ruta. Si el colegio no está en la ruta, entonces el algoritmo encuentra el mejor punto de inserción para esta escuela. Contrariamente al enfoque basado en el colegio, este enfoque permite a los estudiantes de diferentes centros escolares estar en el mismo autobús al mismo tiempo.

## Entorno

Otra característica importante del SBRP que hay que tener en cuenta es el tipo de entorno de las rutas escolares, que puede ser urbano o rural. En las áreas urbanas se supone que los estudiantes se desplazan a las paradas a tomar el autobús, y en zonas rurales, debido a que el número de estudiantes suele ser pequeño, es más habitual recogerlos en sus casas. Por lo tanto, en un entorno rural, no será necesaria la selección de la parada.

Muchas investigaciones han remarcado la diferencia entre un entorno rural y urbano. Algunos autores señalan que el ambiente de una escuela rural es diferente del de una escuela urbana debido a aspectos como: menor densidad de población, mayor distancia recorrida por ruta, menos número de pasajeros por parada de autobús o más paradas por ruta. Otros autores, al señalar la singularidad del entorno rural, concluyen que una solución generada manualmente podría ser óptima porque el tamaño del problema es relativamente pequeño.

### **Características de la carga**

Los estudiantes, como se ha comentado previamente pueden tener como destino diferentes centros escolares. Una ruta que incluyese varios destinos correspondería con un tipo de carga mixta, lo cual puede suceder en áreas rurales. Permitir cargas mixtas conduce a una mayor flexibilidad y ahorro de costos.

Cuando no se permiten cargas mixtas, el problema se convierte en un problema de carga única en el cual cada autobús puede recoger o dejar a los estudiantes en un solo colegio. Sin embargo, en ocasiones este tipo de carga puede ser excesivamente restrictivo y podría requerir de un número muy elevado de autobuses.

### **Objetivos**

Para evaluar el desempeño de los servicios públicos se consideran tres medidas: eficiencia, efectividad y equidad, a partir de las cuales se clasifican los distintos objetivos.

La eficiencia la podemos definir como la relación entre el nivel de servicio y el costo de los recursos necesarios para prestar dicho servicio. Así, para un nivel fijo de servicio, se puede determinar la eficiencia en función del coste. Hay dos componentes principales en el coste de un sistema de autobuses escolares. Uno es el capital requerido para utilizar un autobús escolar un año, y el otro es el coste por unidad de distancia recorrida. Por lo tanto, entre nuestros objetivos puede estar el utilizar el menor número de autobuses posible y disminuir el recorrido que se lleva a cabo mediante esos autobuses.

Por otro lado, la eficacia se mide por lo bien que se satisface una demanda. Así, un sistema óptimo de autobuses escolares debe estar disponible para todos los estudiantes que requieran de él y debe tener un nivel de servicio aceptable. Podemos medirlo con aspectos como el tiempo total de viaje que cada estudiante pasa en el autobús, o la distancia que tienen que recorrer hasta las paradas.

Por último, en lo referente a equidad, se evalúa la imparcialidad de la prestación del servicio. Se debe considerar el equilibrio entre las cargas y los tiempos de viaje de los autobuses.

### **Restricciones**

En los trabajos sobre rutas escolares existentes en la literatura se han considerado los siguientes tipos de restricciones:

- \* Capacidad del vehículo: límite superior del número de estudiantes que pueden viajar en un autobús.
- \* Tiempo máximo de conducción: límite superior del tiempo de viaje que un estudiante puede estar en el autobús.
- \* Distancia máxima recorrida a pie: distancia máxima permitida del estudiante entre su casa y la parada de autobús.

- \* Ventana de tiempo del colegio: horas de inicio y finalización de los centros escolares.
- \* Límites superiores en el número de estudiantes por parada.
- \* Tiempo de recogida más temprano para los primeros estudiantes.
- \* Número mínimo de estudiantes para crear una ruta.

En algunas investigaciones, se consideran algunas de estas restricciones como función objetivo. Por ejemplo, se ha considerado que el tiempo máximo de conducción era un objetivo y tratando de reducir todo lo posible el tiempo de viaje de los estudiantes.

La siguiente tabla extraída del trabajo de Park y Kim (2010) recoge los trabajos de investigación que se han realizado sobre el SBRP con respecto a los criterios de clasificación que se acaban de analizar.

Reference	#. Schools	Urban or rural	Mixed loads	Fleet mix	Objectives	Constraints	Problem size	Area
Newton and Thomas (1969)	Single	Urban	No	HO	Not specified	C, MRT	50–80 stops	Artificial
Angel et al. (1972)	Multiple	Suburban	No	HO	N, TBD	C, MRT	1500 students	Tippercanoe, Indiana
Bennett and Gazis (1972)	Single	Urban	No	HO	TBD, TSD	C	256 stops	Toms River, New Jersey
Newton and Thomas (1974)	Multiple	Urban	No	HO	N, TBD	C, MRT	1097 students, 76 stops	Western New York
Verderber (1974)	Multiple	Urban	No	HO	N, TBD	C, MRT	11,000 students	New York
Gavish and Shlifer (1979)	Single	Urban	No	HO	N, TBD	C, MRT	21 stops	Artificial
Bodin and Berman (1979)	Multiple	Urban	No	HO	N	C, MRT, TW	13,000 students	Brentwood, New York
Dulac et al. (1980)	Single	Urban	No	HO	N, TBD	C, MRT, MWT	585 students, 99 stops	Drummondville, Canada
Desrosiers et al. (1981, 1986a)	Multiple	Both	No	HO	N, TBD	C, MRT, MWT	About 16,000 students	Drummondville, Canada
Hargroves and Demetsky (1981)	Multiple	Suburban	Yes	HT	N, TBD	C, MRT, MSN	8537 students	Albemarle, Virginia
Swersey and Ballard (1984)	Multiple	Urban	No	HO	N	TW	37 schools	New Haven, Connecticut
Chapleau et al. (1985)	Single	Urban	No	HO	N, SWD	C, MRT, MWT	2079 students	
Russell and Morrel (1986)	Multiple	Urban	Yes	HO	TBD	C, MRT	140 students	Tulsa, Oklahoma
Chen et al. (1990)	Multiple	Rural	Yes	HO	N, TBD	C, MRT	2413 students	Choctaw, Alabama
Thangiah and Nygard (1992)	Single	Rural	No	HT	N, TBD, TSD	C, MRT	353 students	
Bowerman et al. (1995)	Single	Urban	No	HO	N, SWD, LB	C, MWT	138 students	Ontario, Canada
Braca et al. (1997)	Multiple	Urban	Yes	HO	N	C, MRT, TW, EPT, MSN	838 stops, 73 schools	Manhattan, New York
Corberán et al. (2002); Pacheco and Martí (2006)	Single	Rural	No	HO	N, MRL	C	55 stops	Burgos, Spain
Li and Fu (2002)	Single	Urban	No	HT	N, TSD, TBD, LB	C	86 students, 54 stops	Hong Kong
Ripplinger (2005)	Single	Rural	No	HT	N, TBD	C, MRT	131 students	Artificial
Spada et al. (2005)	Multiple	Rural	Yes	HT	TL	C, TW	274 students	Switzerland
Schittekat et al. (2006)	Single	Urban	No	HO	TBD	C	50 students, 10 stops	Artificial
Bektaş and Elmastaş (2007)	Single	Urban	No	HO	N, TBD	C, MRT	519 students	Ankara, Turkey
Fügenschuh (2009)	Multiple	Rural	No	HO	N, TBD	TW Range	102 schools	Germany

## 1.2. Caso particular del problema de rutas escolares

En el final de la sección anterior se ha incluido una tabla que resume las distintas investigaciones realizadas sobre el SBRP en función de sus características. El estudio realizado por Corberán et al. (2002) se aproxima bastante al problema que queremos resolver en este trabajo, por lo que se va a estudiar con más detalle en esta sección.

### 1.2.1. Variables y características

La motivación del trabajo de Corberán et al. (2002) deriva de un problema de transporte en áreas rurales grandes y poco pobladas, y consideran como objetivo minimizar el número total de autobuses, así como el tiempo máximo que un estudiante pasa en el autobús. En concreto, consideran el problema de rutas de autobuses escolares en la provincia de Burgos (España) y utilizan datos reales de los colegios existentes allí con el fin de mostrar cómo el nivel de servicio puede incrementarse con los mismos costes.

Se considera el problema de transportar a un grupo de estudiantes desde sus casas a un único centro escolar. Los estudiantes viven en lugares geográficamente dispersos alrededor del colegio y el

conjunto de autobuses disponibles tiene diferentes capacidades.

Se utiliza la siguiente notación para dar una descripción formal del problema:

- $N = \{0, 1, \dots, n\}$  : conjunto de lugares donde 0 es el colegio y  $j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) es el índice de un lugar donde vive algún estudiante.
- $M = \{0, 1, \dots, m\}$  : conjunto de autobuses.
- $R_i = \{r_i(1), \dots, r_i(n_i)\}$  : ruta para el autobús  $i$ , donde  $r_i(j)$  es el índice de la  $j$ -ésima ubicación visitada y  $n_i$  el número de emplazamientos de la ruta. Se asume que cada ruta termina en un colegio, es decir  $r_i(n_i + 1) = 0$ .
- $t_{jk}$  : tiempo de desplazamiento directo desde la posición  $j$  a la posición  $k$ , para  $j = 0, \dots, n$  y  $k = 0, \dots, n$ , y  $t_{jk} = 0$  para  $j = k$ .
- $c_i$  : capacidad del autobús  $i$ .
- $q_j$  : número de estudiantes que son recogidos en la ubicación  $j$ , para  $j = 1, \dots, n$ .
- $longitud(i)$  : longitud de la ruta  $i$  (que coincide con el tiempo de viaje máximo correspondiente a los estudiantes recogidos en la primera ubicación).

La longitud de la ruta  $i$  vendrá definida como:

$$longitud(i) = \sum_{j=1}^{n_i} t_{r_i(j), r_i(j+1)}$$

### 1.2.2. Modelización del problema

Atendiendo a los objetivos expuestos previamente y teniendo en cuenta las restricciones necesarias, el problema modelado matemáticamente queda de la siguiente forma:

$$\min \quad m \quad (1.1)$$

$$\min \quad t_{max} = \max_{i \in M} \{length(i)\} \quad (1.2)$$

$$\text{sujeto a} \quad \sum_{j=1}^{n_i} q_{r_i(j)} \leq c_i \quad i = 1, \dots, m, \quad (1.3)$$

$$\sum_{i=1}^m n_i = n, \quad (1.4)$$

$$r_i(j) \neq r_k(j) \quad \forall i, k \in M, \forall j \in N. \quad (1.5)$$

La primera función objetivo (1) minimiza el número de autobuses mientras que la segunda (2) minimiza el tiempo máximo en el autobús, el cual corresponde con la longitud de la ruta medida desde el punto en el que los primeros estudiantes son recogidos en la ubicación  $r_i(1)$ . La primera restricción (3) impone la capacidad de cada autobús. No obstante, en los entornos rurales esta restricción no suele ser significativa, porque los autobuses no suelen ir nunca llenos. Por último mediante las restricciones (4) y (5) el modelo asegura que todos los estudiantes son recogidos y que un lugar determinado no puede ser asignado a más de una ruta.

Hay que señalar que los objetivos del problema están en conflicto, ya que una solución que minimice el número de autobuses tiende a aumentar el tiempo de desplazamiento máximo, y viceversa.

Más aún, si un solo autobús tuviese suficiente capacidad para servir a todos los estudiantes, esta sería la solución trivial al problema si se considera sólo la primera función objetivo. Del mismo modo, considerando sólo el segundo objetivo, bastaría con utilizar un autobús para cada ubicación.

Un enfoque común cuando se trata de problemas multi-objetivos es crear una función objetivo compuesta que sea combinación de los objetivos individuales. Por ejemplo, la función objetivo  $m + \lambda t_{max}$  podría ser usada en este problema.

La ventaja de utilizar una función compuesta es que se puede aplicar toda la metodología conocida para buscar soluciones óptimas a problemas de un único objetivo. La desventaja, sin embargo, es que en la práctica no es realista esperar que haya un acuerdo sobre un valor  $\lambda$ . No obstante, esta desventaja puede ser tratada resolviendo el problema con varios valores de  $\lambda$ .

Corberán et al. (2002) desarrollan un procedimiento para solucionar el problema que considera cada objetivo por separado y busca un conjunto de soluciones eficientes en lugar de una sola, basándose en la construcción, la mejora y la combinación de soluciones en el marco del enfoque evolutivo conocido como búsqueda de dispersión (SS).





## Capítulo 2

# El problema de rutas escolares en la comarca de las Cinco Villas

### 2.1. El problema general de rutas de vehículos

En esta primera sección del capítulo se presenta una formulación matemática del problema de rutas de vehículos (Toth y Vigo, 2002). En el modelo, se utilizan variables enteras, asociadas a cada arco del gráfico y que cuentan el número de veces que un vehículo atraviesa dicho arco. Es un modelo especialmente adecuado cuando el coste de la solución se puede expresar como la suma de los costes asociados a los arcos. Así, se pueden modelar mediante una definición apropiada del conjunto de arcos y de los costes de cada arco.

Nos vamos a centrar en la versión básica del problema, es decir, el problema de rutas de vehículo capacitado (CVRP). En él, cada cliente tiene una demanda determinista que es conocida a priori. Además, los vehículos son idénticos y tienen su base en un único depósito central. Sólo se imponen restricciones de capacidad para los vehículos. El objetivo es minimizar la longitud de las rutas o lo que es lo mismo el tiempo de viaje invertido en recorrer las rutas que permiten visitar a los clientes para atender su demanda.

El CVRP puede describirse como un problema de teoría de grafos. Sea  $G = (V, A)$  un grafo completo, donde  $V = \{0, \dots, n\}$  es el conjunto de vértices y  $A$  es el conjunto de arcos. Los vértices  $i = 1, \dots, n$  corresponden a los clientes, mientras que el vértice 0 corresponde al depósito. Un coste no negativo,  $c_{ij}$ , se asocia con cada arco  $(i, j) \in A$  y representa el coste de viaje de pasar del vértice  $i$  al vértice  $j$ . Además, no se permite en general el uso de los arcos de bucle  $(i, i)$ , imponiendo  $c_{ii} = \infty \forall i \in V$ . Si el grafo es dirigido y la matriz de coste es asimétrica, el problema se denomina CVRP asimétrico (ACVRP). De lo contrario, el problema se llama CVRP simétrico (SCVRP), y el conjunto de arcos  $A$  es generalmente reemplazado por un conjunto de ejes no dirigidos  $E$ . Cada cliente  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) tiene asociada una demanda no negativa conocida  $d_i$  a entregar, y el depósito tiene una demanda ficticia,  $d_0 = 0$ . Así, dado un conjunto de vértices  $S \subset V$ ,  $d(S) = \sum_{i \in S} d_i$  denota la demanda total del conjunto. Por otro lado, en el depósito hay disponible un conjunto de  $K$  vehículos idénticos, cada uno con una capacidad  $C$ . Cada uno de ellos puede realizar como máximo una ruta y asumimos que  $K$  no es menor que  $K_{min}$ , donde  $K_{min}$  es el número mínimo de vehículos necesarios para servir a todos los clientes. Dado un conjunto  $S \subset V \setminus \{0\}$ , denotamos por  $r(S)$  el número mínimo de vehículos necesarios para servir a todos los clientes en  $S$ .

El CVRP consiste en encontrar exactamente  $K$  circuitos simples (cada uno correspondiente a la ruta de un vehículo) con un coste mínimo, definido como la suma de los costes de los arcos que pertenecen a los circuitos, y de forma que:

- a) cada circuito visita el vértice del depósito,
- b) cada vértice de un cliente es visitado exactamente por un circuito,
- c) la suma de las demandas de los vértices visitados por un circuito, no excede la capacidad del vehículo,  $C$ .

A continuación se presenta la formulación del CVRP como un problema de programación entera en la que las variables están directamente asociadas a los arcos. Se define la variable  $x_{ij}$  asociada al arco  $(i, j)$ , que toma el valor 1 si el arco forma parte de alguna ruta en la solución óptima y 0 en caso contrario. El modelo es:

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

$$\text{sujeto a} \quad \sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\}, \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\}, \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0} = K, \quad (2.4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = K, \quad (2.5)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} x_{ij} \geq r(s) \quad \forall S \in V \setminus \{0\}, S \neq \emptyset, \quad (2.6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V. \quad (2.7)$$

La función objetivo (2.1) minimiza la distancia total recorrida. Las restricciones (2.2) y (2.3) imponen que exactamente un arco entra y sale de cada vértice asociado con un cliente. Del mismo modo, las restricciones (2.4) y (2.5) imponen que  $K$  vehículos salen y entran en el depósito. Por último, las llamadas restricciones de corte-capacidad, es decir (2.6), imponen tanto la conectividad de la solución como los requisitos de la capacidad del vehículo. De hecho, estipulan que cada corte  $(V \setminus S, S)$  definido por un conjunto de clientes  $S$ , es atravesado por un número de arcos no inferior a  $r(S)$  (número mínimo de vehículos necesario para atender la demanda).

## 2.2. Descripción del problema en la comarca de las Cinco Villas

Las Cinco Villas es una comarca situada al norte de la provincia de Zaragoza, en Aragón (España) y cuya capital es Ejea de los Caballeros, donde están situados los dos principales Institutos de Educación Secundaria a los que acceden todos los estudiantes de la comarca. Nuestro objetivo en el punto de partida de este trabajo surgió de un anuncio en el BOA el 8 de Agosto del 2016 donde se ofertaban las actuales rutas escolares de autobuses de la comarca para el próximo curso escolar, con el fin de estudiar la adecuación de las mismas, en términos de distancia recorrida, y las posibles mejoras que pudieran sugerirse.

En el BOA se publicaron las siguientes rutas con destino los dos institutos de Ejea de los Calleros, el IES Reyes Católicos y el IES Cinco Villas:

1. Piedratajada-Valpalmas-Luna-IES Cinco Villas-Ies Reyes Católicos
2. El Sabinar-Valareña-Santa Anastasia-IES Cinco Villas-IES Reyes Católicos
3. El Bayo-Bardenas-IES Cinco Villas-IES Reyes Católicos

4. Pinsoro-IES Cinco Villas-IES Reyes Católicos
5. Las Pedrosas-Sierra de Luna-Erla-IES Cinco Villas-IES Reyes Católicos
6. Uncastillo-Layana-Sádaba-IES Reyes Católicos-IES Cinco Villas
7. Castiliscar-Alera-Sádaba-IES Reyes Católicos-IES Cinco Villas

Con el fin de conocer cuántos estudiantes se trasladaban desde cada uno de estos pueblos al IES correspondiente de Ejea de los Caballeros, nos pusimos en contacto con estos IES. Sin embargo, no ha sido posible conocer cuántos de esos estudiantes iban dirigidos a cada instituto, sino que en la información que han proporcionado las rutas son compartidas y el número de estudiantes de cada pueblo de origen es común. Debido a esto y a que la distancia entre ambos institutos no es demasiado elevada (500 metros), hemos considerado en nuestro estudio que hay un único centro escolar, que corresponde a Ejea de los Caballeros, sin distinguir instituto. Por otro lado, en la información que nos proporcionaron, correspondiente a los datos reales de las rutas escolares de este curso 2016/2017, aparecen unas rutas distintas a las del BOA, por lo que, al no disponer de previsiones sobre el número de alumnos en cada uno de los pueblos para el próximo curso, se ha decidido considerar en este estudio las rutas proporcionadas por los institutos de Ejea, correspondientes al curso 2016/2017, que son las siguientes:

1. Luesia-Ores-Farasdues-Rivas
2. Piedratajada-Valpalmas-Luna
3. Valareña-Santa Anastasia
4. El Bayo-Bardenas
5. Pinsoro
6. Biota
7. Las Pedrosas-Sierra de Luna-Erla
8. Uncastillo-Sádaba
9. Castiliscar-Alera-Sádaba

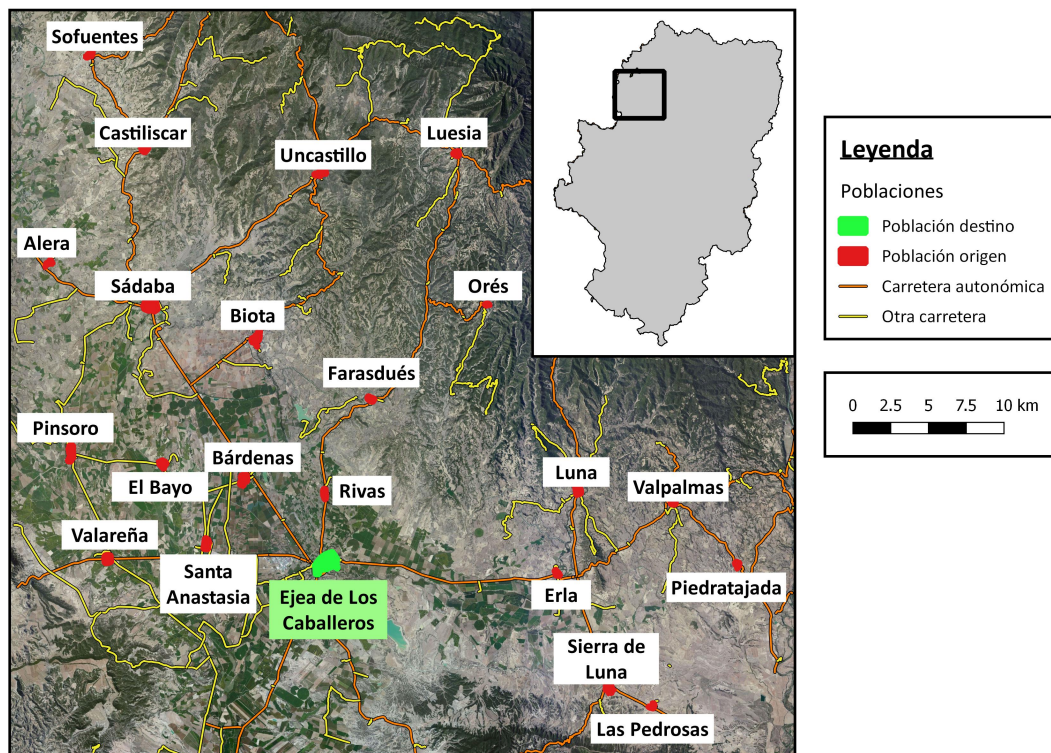
Teniendo en cuenta las rutas proporcionadas, en el estudio se van a considerar 20 pueblos en los que habrá que recoger 151 estudiantes. En la tabla siguiente se indica el número de estudiantes de cada uno de los pueblos. Además, puesto que existen 9 rutas distintas, supondremos que hay 9 autobuses disponibles, que están ubicados en un depósito situado en Ejea de los Caballeros.

Pueblo	Número de estudiantes	Pueblo	Número de estudiantes
Luesia	6	Orés	5
Farasdués	1	Rivas	3
Piedratajada	2	Valpalmas	1
Luna	25	Valareña	3
Santa Anastasia	2	El Bayo	2
Bardenas	4	Pinsoro	3
Biota	48	Las Pedrosas	1
Sierra de Luna	9	Erla	7
Uncastillo	5	Sádaba	21
Castiliscar	1	Alera	2

Aunque no se dispone de información precisa sobre la capacidad de los autobuses, se ha supuesto que esta era de 50 estudiantes por ser este un tamaño de autobús bastante frecuente, que permite además atender la demanda de Biota (48 estudiantes) que en la actualidad es atendida por una única ruta. El resto de características del problema vendrán dadas por cuestiones como querer minimizar la distancia recorrida en cada ruta o el tiempo máximo que cada estudiante pasa en el autobús. Impondremos que un estudiante no puede pasar más de una hora en el autobús, tiempo que consideramos razonable, y que en una ruta no se pueden recorrer más de 150 kilómetros.

La matriz OD de distancias (en kilómetros), se ha obtenido con el complemento de Excel, *VRP Spreadsheet Solver*, que se comentará más adelante. Los resultados se presentan en forma de tablas en el anexo, donde cada pueblo corresponde a un *customer*, en el orden en el que figuran en la tabla del anexo donde se presentan todos. Así Luesia corresponde por ejemplo al *customer 1* y Alera al *customer 20*. La matriz resultante es una matriz simétrica y con ceros en la diagonal.

El siguiente gráfico muestra la situación geográfica de los pueblos considerados en el estudio. La imagen ha sido obtenida con Q-GIS. Q-GIS es un Sistema de Información Geográfica (SIG) de Código Abierto. Se han descargado y superpuesto las capas de las carreteras autonómicas, así como las de las distintas poblaciones existentes en nuestro estudio.



### 2.2.1. Un caso más general

La comarca de las Cinco Villas cuenta en realidad con un total de 33 pueblos, además de los 8 barrios rurales de Ejea de los Caballeros. Sin embargo, nosotros sólo estamos teniendo en cuenta en nuestro estudio aquellos pueblos en los que hay que recoger en el momento actual algún estudiante, por lo que no permitimos que en la solución, los autobuses puedan pasar por el resto de pueblos.

Sin embargo, es claro que la solución óptima de este curso escolar depende del número de estudiantes que hay que desplazar desde cada pueblo, que puede variar en el tiempo. Probablemente en futuros cursos escolares, haya que recoger estudiantes en pueblos en los que este año no había ningún estudiante. Para generalizar la situación, consideraremos en el modelo todos los pueblos de la comarca y barrios rurales de Ejea que superen los 50 habitantes, pero imponiendo un mínimo de un estudiante en cada uno de ellos. Es cierto que podría haber más de un estudiante en cada pueblo, pero dado que los autobuses no van extremadamente llenos y que el número de alumnos por pueblo no va a ser tan elevado como para que, en general, se presenten problemas de capacidad, consideramos para el estudio un único estudiante.

Así, vamos a considerar los siguientes nodos que puede visitar cada autobús:

Pueblo	Número de estudiantes	Pueblo	Número de estudiantes
Luesia	6	Orés	5
Farasdués	1	Rivas	3
Piedratajada	2	Valpalmas	1
Luna	25	Valareña	3
Santa Anastasia	2	El Bayo	2
Bardenas	4	Pinsoro	3
Biota	48	Las Pedrosas	1
Sierra de Luna	9	Erla	7
Uncastillo	5	Sádaba	21
Castiliscar	1	Alera	2
Ardisa	1	Asín	1
Layana	1	Biel	1
Castejón de Valdejasa	1	El Frago	1
Marracos	1	El Sabinar	1
Puendeluna	1	Sofuentes	1
Sos del Rey Católico	1	Tauste	1
Undués de Lerda	1		

En relación con las restricciones relativas al número de autobuses disponibles o las limitaciones de tiempo o de distancia máxima recorrida por ruta, mantenemos las del caso real del apartado anterior.

## 2.3. Metodología

El problema de rutas escolares se puede abordar desde distintos enfoques, aplicando diversas metodologías, como se puede comprobar en los estudios llevados a cabo hasta ahora. Para resolver nuestro caso particular en la comarca de las Cinco Villas, nos hemos restringido a una resolución de forma heurística utilizando el software libre para uso académico *VRP Spreadsheet Solver*, que es un complemento de Excel enlazado a un sistema de información geográfica pública para calcular distancias y duraciones de rutas. El programa puede descargarse en la hoja web (<http://verolog.deis.unibo.it/vrp-spreadsheet-solver>). Es el grupo de trabajo sobre rutas de vehículos y optimización logística dentro de la EURO, la Asociación de Sociedades de Investigación Operativa Europea. *VRP Spreadsheet Solver*

consiste en un complemento de Excel que aparece como un entorno de trabajo de tablas en las que introducir los datos del problema y, vinculado con Bingmaps, permite geolocalizar las localizaciones del problema, para posteriormente hallar las rutas óptimas.

La consola de trabajo que se implanta en Excel mediante este software es de la siguiente forma:

	A	B	C	D
1	<b>Sequence</b>	<b>Parameter</b>	<b>Value</b>	<b>Remarks</b>
2	<b>0.Optional - GIS License</b>	Bing Maps Key	xSall0w7Z5P6a4vtrjWA~VOhRHwo	You can get a free key at <a href="https://www.bingmapsportal.com/">https://www.bingmapsportal.com/</a>
3				
4	<b>1.Locations</b>	Number of depots		[1,20]
5		Number of customers		[5,200]
6				
7	<b>2.Distances</b>	Distance / duration computation	Bing Maps driving distances (km)	
8		Bing Maps route type	Fastest	Recommendation: use Fastest
9		Average vehicle speed	80	Not used for the 'Bing Maps driving distances' options
10				
11	<b>3.Vehicles</b>	Number of vehicle types		Heterogeneous VRP if greater than 1
12				
13	<b>4.Solution</b>	Vehicles must return to the depot?	Yes	Open VRP if no return
14		Time window type	Hard	
15		Backhauls?	No	If activated, delivery locations must be visited before pickup locations
16				
17	<b>5.Optional - Visualization</b>	Visualization background	Bing Maps	
18		Location labels	Blank	
19				
20	<b>6.Solver</b>	Warm start?	Yes	
21		Show progress on the status bar?	No	May slow down the optimization algorithm
22		CPU time limit (seconds)	60	Recommendation: At least 0 seconds

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L
1	<b>Starting depot</b>	<b>Vehicle type</b>	<b>Capacity</b>	<b>Fixed cost per trip</b>	<b>Cost per unit distance</b>	<b>Distance limit</b>	<b>Work start time</b>	<b>Driving time limit</b>	<b>Working time limit</b>	<b>Return depot</b>	<b>Number of vehicles</b>
2	Depot	T1								Depot	

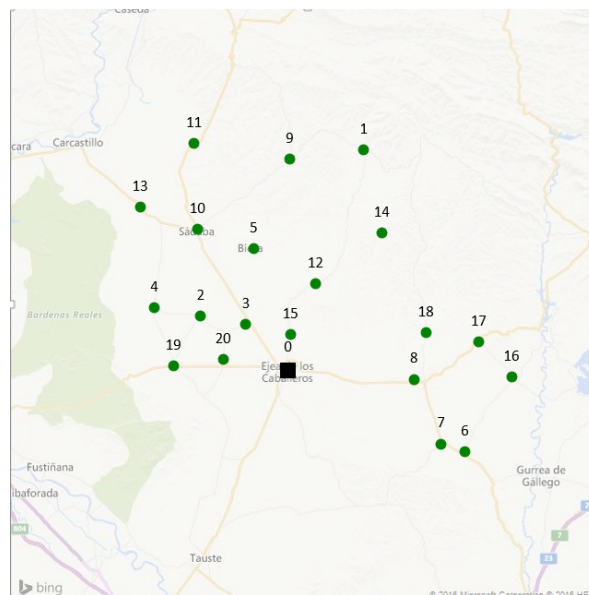
A partir de ahí, el usuario tiene que introducir sus restricciones de trabajo y empezar a calcular la solución del problema. Los resultados obtenidos introduciendo nuestros datos y nuestras restricciones se presentan en el capítulo siguiente.

## Capítulo 3

# Resultados

### 3.1. Caso particular curso escolar 2016/2017

Como ya se ha indicado, en la situación actual se consideran 20 pueblos en los que hay que recoger un total de 151 estudiantes. Contamos con nueve autobuses, cada uno con capacidad para 50 estudiantes. Además, no se permite que los estudiantes permanezcan en el autobús más de una hora. Es decir, suponiendo que la hora de entrada al instituto sea las 8:30 de la mañana, a las 7:00 los autobuses podrían comenzar su jornada en Ejea de los Caballeros y la recogida de los estudiantes podría hacerse entre las 7:30 y las 8:30. Además no permitimos rutas de más de 150 km.



Introduciendo esta información en el entorno de *VRP Spreadsheet Solver* e imponiendo un tiempo de trabajo de 180 segundos, obtenemos la siguiente solución, en la que se realizan 6 rutas distintas.

#### RUTA 1 EJEJA- RIVAS- FARASDUÉS- ORÉS- EJEJA

Esta primera ruta realiza un total de tres paradas en los pueblos: Rivas, Farasdués y Orés. El autobús recoge a los estudiantes del primer pueblo, es decir Rivas, a las 7:30 de la mañana, pasa por Farasdués a las 7:37, por Orés a las 7:53 y termina en Ejea a las 8:23. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de una hora, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él 53 minutos. En total el autobús recorre 57,15 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero

sólo 52,46 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 9 estudiantes, por lo que quizás se debería considerar la opción de realizarla con otro medio de transporte, como por ejemplo un microbus, de forma que fuese más económico.

#### **RUTA 2 EJEJ- BIOTA- SANTA ANASTASIA- EJEJ**

Esta segunda ruta realiza un total de dos paradas en los pueblos: Biota y Santa Anastasia. El autobús recoge a los estudiantes del primer pueblo, es decir Biota, a las 7:30 de la mañana, pasa por Santa Anastasia a las 7:54, y termina en Ejea a las 8:07. Suponiendo que la entrada al instituto sea a las 8:30, podría retrasarse el horario de salida de esta ruta. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de una hora, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él 37 minutos. En total el autobús recorre 50,62 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero sólo 29,23 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 50 estudiantes, por lo que cubre la capacidad del autobús.

#### **RUTA 3 EJEJ- VALPALMAS- PIEDRATAJADA- LUNA- ERLA- EJEJ**

Esta ruta realiza un total de cuatro paradas en los pueblos: Valpalmas, Piedratajada, Luna y Erla. El autobús recoge a los estudiantes del primer pueblo, es decir Valpalmas, a las 7:30 de la mañana, pasa por Piedratajada a las 7:37, por Luna a las 8:00, por Erla a las 8:12 y termina en Ejea a las 8:28. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de una hora y 22 minutos, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él 58 minutos. En total el autobús recorre 79,89 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero sólo 52,94 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 35 estudiantes.

#### **RUTA 4 EJEJ- CASTILISCAR- ALERA- PINSORO- VALAREÑA- EJEJ**

Esta ruta realiza un total de cuatro paradas en los pueblos: Castiliscar, Alera, Pinsoro y Valareña. El autobús recoge a los estudiantes del primer pueblo, es decir Castiliscar, a las 7:34 de la mañana, pasa por Alera a las 7:52, por Pinsoro a las 8:04, por Valareña a las 8:14 y termina en Ejea a las 8:30. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de una hora y media, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él 55 minutos. En total el autobús recorre 89,50 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero sólo 55,52 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 9 estudiantes, por lo que quizás se debería considerar la opción de realizarla con otro medio de transporte, como por ejemplo un microbus, de forma que fuese más económico.

#### **RUTA 5 EJEJ- LUESIA- UNCASTILLO- SÁDABA- EL BAYO- BARDENAS- EJEJ**

Esta ruta realiza un total de cinco paradas en los pueblos: Luesia, Uncastillo, Sádaba, El Bayo y Bardenas; siendo la ruta más larga que se realiza. El autobús recoge a los estudiantes del primer pueblo, es decir Luesia, a las 7:33 de la mañana, pasa por Uncastillo a las 7:45, por Sádaba a las 7:59, por El Bayo a las 8:12, por Bardenas a las 8:18 y termina en Ejea a las 8:29. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de una hora y media, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él 56 minutos. En total el autobús recorre 88,86 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero sólo 55,67 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 38 estudiantes.

#### **RUTA 6 EJEJ- SIERRA DE LUNA- LAS PEDROSAS- EJEJ**

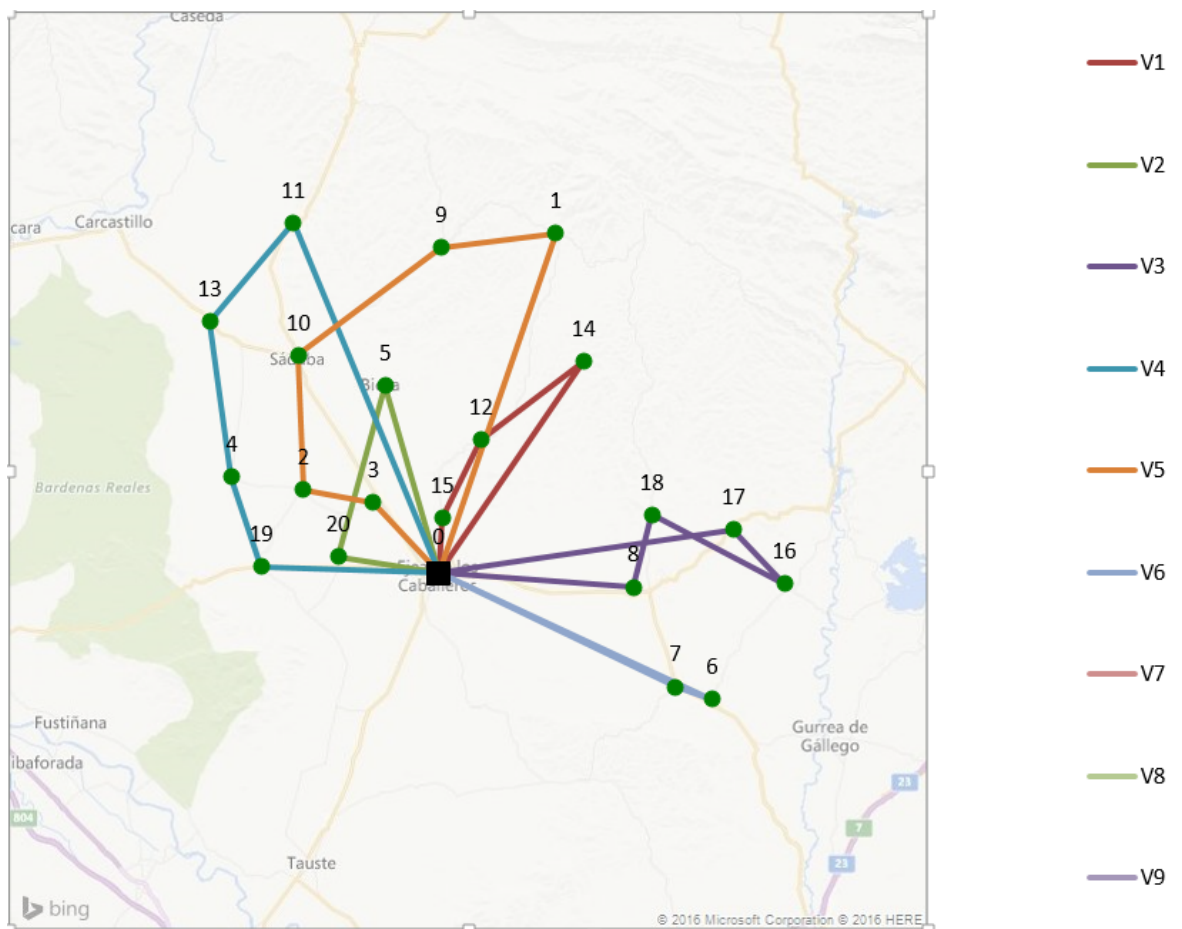
Esta última ruta realiza un total de dos paradas en los pueblos: Sierra de Luna y Las Pedrosas. El autobús recoge a los estudiantes del primer pueblo, es decir Sierra de Luna, a las 7:30 de la mañana, pasa por Las Pedrosas a las 7:37, y termina en Ejea a las 8:03. Suponiendo que la entrada al instituto sea a las 8:30, podría retrasarse el horario de salida de esta ruta. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de una hora y 33 minutos, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él 33 minutos. En total el autobús recorre 58,26 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero sólo



32,67 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 10 estudiantes, por lo que quizás se debería considerar la opción de realizarla con otro medio de transporte, como por ejemplo un microbus, de forma que fuese más económico.

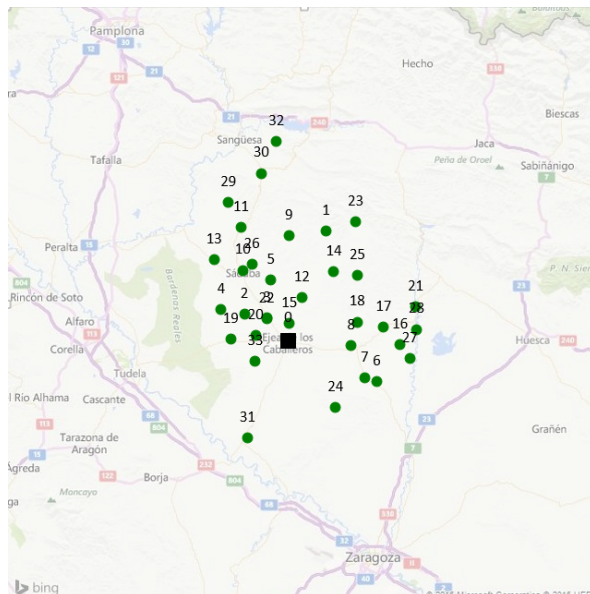
Notemos que no es necesario utilizar los nueve autobuses, de los que a priori por los datos proporcionados por los institutos, disponíamos. Basta con usar seis autobuses. Por otro lado, se puede observar que la mayoría de las rutas halladas no coinciden con las proporcionadas para hacer el estudio. No obstante, esto no es del todo un dato significativo ya que hay variables ajenas a nuestro estudio que no podemos considerar y que pueden afectar este hecho. Por ejemplo, sabemos que de las rutas que nos proporcionaron los institutos, no todas pertenecen a la misma compañía de autobús. Además, y puesto que desconocemos el origen de donde parten los vehículos, hemos supuesto que el origen y la llegada se encontraban en Ejea, cosa que probablemente no sea así en la realidad.

El siguiente gráfico muestra las rutas:



### 3.2. Caso general

Como ya se ha indicado, en esta situación más general se consideran las 33 ubicaciones posibles de los estudiantes, correspondientes a los pueblos de la comarca. El siguiente gráfico muestra estas ubicaciones:



El resto de la información facilitada al programa *VRP Spreadsheet Solver* se ha mantenido, con algunas modificaciones que se señalan a continuación. El número de estudiantes actual se ha mantenido y se ha asignado 1 estudiante a cada uno de los pueblos en los que en este año no había estudiantes.

Introduciendo en *VRP Spreadsheet Solve* esta información y dándole de nuevo 180 segundos de trabajo, lo primero que se observa es que hay destinos a los que no es posible llegar si en cada ruta se pueden recorrer a lo sumo 150 kilómetros, por lo que modificamos esa restricción y aumentamos la distancia máxima por ruta a 200 km. Lo mismo sucede con el tiempo máximo de conducción que se ha aumentado a dos horas. Respecto al tiempo que los estudiantes estarán como máximo en el autobús se mantiene igual, siendo la hora de llegada al instituto la misma, es decir, 8:30.

La solución proporcionada por el programa realiza 8 rutas que, como cabría esperar, son ahora más largas e incluyen un mayor número de paradas.

#### **RUTA 1 EJEJA- TAUSTE- EL SABINAR- VALAREÑA- SANTA ANASTASIA- EJEJA**

Esta primera ruta realiza un total de cuatro paradas en los pueblos: Tauste, El Sabinar, Valareña y Santa Anastasia. El autobús recoge a los pueblos del primer pueblo, es decir de Tauste, a las 7:30 de la mañana, pasa por El Sabinar a las 7:53, por Valareña a las 8:01, por Santa Anastasia a las 8:08 y termina en Ejea a las 8:21. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de una hora y 20 minutos, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él 51 minutos. En total el autobús recorre 75,18 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero sólo 46,92 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 7 estudiantes, por lo que quizás se debería considerar la opción de realizarla con otro medio de transporte, como por ejemplo un microbus, de forma que fuese más económico.

#### **RUTA 2 EJEJA- CASTEJÓN DE VALDEJOSA- SIERRA DE LUNA- LAS PEDROSAS-ERLA- EJEJA**

Esta segunda ruta realiza un total de cuatro paradas en los pueblos: Castejón de Valdejosa, Sierra de Luna, Las Pedrosas y Erla. El autobús recoge a los estudiantes del primer pueblo, es decir de Castejón de Valdejosa, a las 7:30 de la mañana, pasa por Sierra de Luna a las 7:51, por Las Pedrosas a las 7:58, por Erla a las 8:12 y termina en Ejea a las 8:28. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de una hora y 24 minutos, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él 58 minutos. En total el autobús recorre 72,38 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero sólo 46,54 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 18 estudiantes, por lo que quizás se debería considerar la opción de realizarla con otro medio de transporte, como por ejemplo un microbus, de forma que fuese más económico.

#### **RUTA 3 EJEa- BIOTA- LAYANA-EJEa**

Esta ruta realiza un total de dos paradas en los pueblos: Biota y Layana. El autobús recoge a los estudiantes del primer pueblo, es decir de Biota, a las 7:30 de la mañana, pasa por Layana a las 7:47, y termina en Ejea a las 8:13. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de una hora y 7 minutos, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él 42 minutos. En total el autobús recorre 60,03 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero sólo 38,64 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 49 estudiantes.

#### **RUTA 4 EJEa- UNCASTILLO- LUESIA- ORÉS- ASÍN- FARASDUÉS- RIVAS- EJEa**

Esta ruta realiza un total de seis paradas en los pueblos: Uncastillo, Luesia, Orés, Asín, Farasdués y Rivas. El autobús recoge a los estudiantes del primer pueblo, es decir de Uncastillo, a las 7:30 de la mañana, pasa por Luesia a las 7:43, por Ores a las 8:01, por Asin a las 8:07, por Farasdues a las 8:15, por Rivas a las 8:22 y termina en Ejea a las 8:29. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de una hora y 34 minutos, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él 59 minutos. En total el autobús recorre 96,48 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero sólo 60,07 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 21 estudiantes.

#### **RUTA 5 EJEa- SOFUENTES- CASTILISCAR- ALERA- PINSORO- EL BAYO- BARDENAS- EJEa**

Esta ruta realiza un total de seis paradas en los pueblos: Sofuentes, Castiliscar, Alera, Pinsoro, El Bayo y Bardenas. El autobús recoge a los estudiantes del primer pueblo, es decir de Sofuentes, a las 7:30 de la mañana, pasa por Castiliscar a las 7:36, por Alera a las 7:54, por Pinsoro a las 8:06, por El Bayo a las 8:12, por Bardenas a las 8:18 y termina en Ejea a las 8:29. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de una hora y 39 minutos, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él 59 minutos. En total el autobús recorre 102,90 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero sólo 61,63 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 13 estudiantes, por lo que quizás se debería considerar la opción de realizarla con otro medio de transporte, como por ejemplo un microbus, de forma que fuese más económico.

#### **RUTA 6 EJEa- ARDISA- PUENDELUNA- MARRACOS- PIEDRATAJADA- VALPALMAS- EJEa**

Esta ruta realiza un total de cinco paradas en los pueblos: Ardisa, Puendeluna, Marracos, Piedratjada y Valpalmas. El autobús recoge a los estudiantes del primer pueblo, es decir de Ardisa, a las 7:30 de la mañana, pasa por Puendeluna a las 7:38, por Marracos a las 7:49, por Piedratjada a las 7:55, por Valpalmas a las 8:02 y termina en Ejea a las 8:27. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de una hora y 33 minutos, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él 57 minutos. En total el autobús recorre 94,94 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero sólo 54,72 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 6 estudiantes, por lo que quizás se debería considerar la opción de realizarla con otro medio de transporte, como por ejemplo un microbus, de forma que fuese más económico.

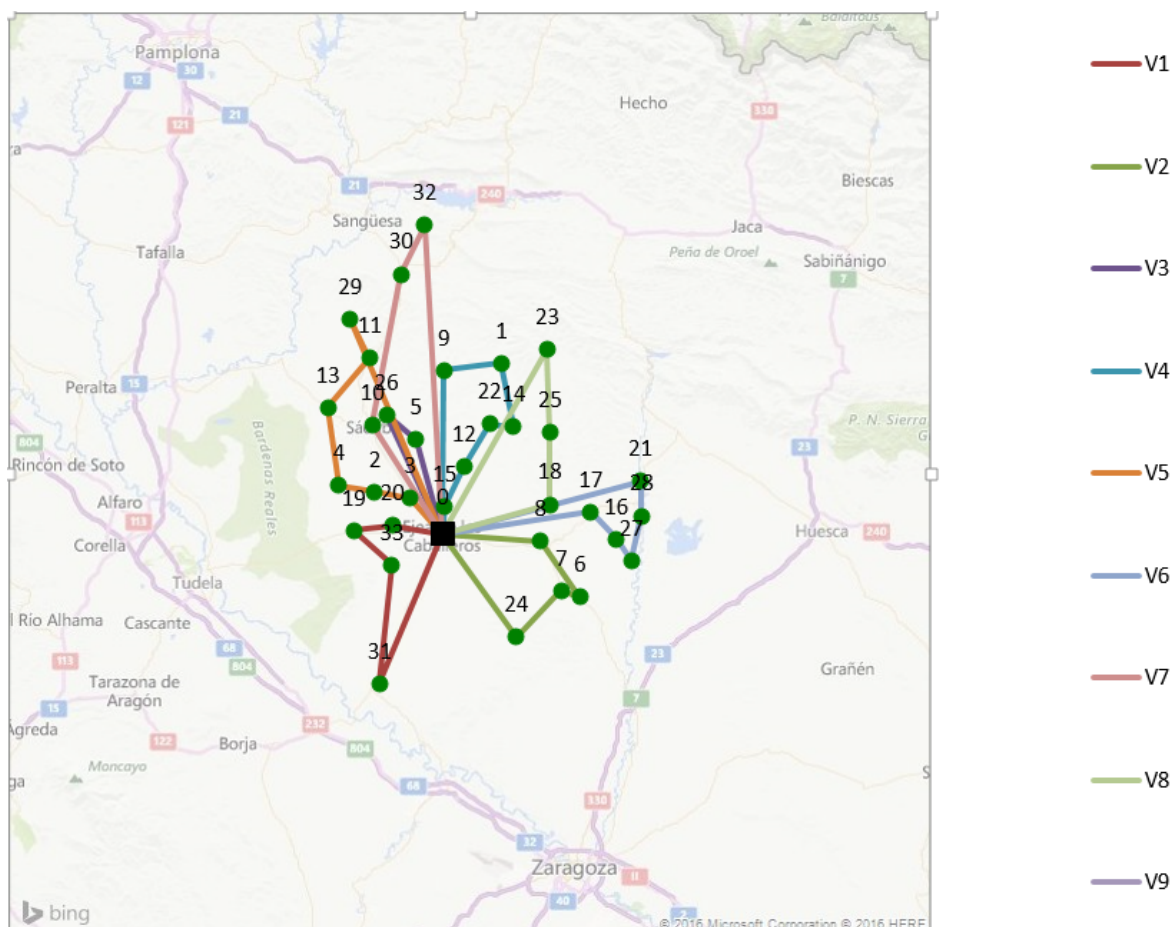
### **RUTA 7 EJEJA- UNDUES DE LERDA- SOS DEL REY CATÓLICO- SÁDABA- EJEJA**

Esta ruta realiza un total de tres paradas en los pueblos: Undues de Lerda, Sos del Rey Católico y Sádaba. El autobús recoge a los estudiantes del primer pueblo, es decir de Undues de Lerda, a las 7:30 de la mañana, pasa por Sos del Rey Católico a las 7:43, por Sádaba a las 8:09, y termina en Ejea a las 8:30. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de dos horas, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él una hora. En total el autobús recorre 129,40 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero sólo 64,49 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 23 estudiantes.

### **RUTA 8 EJEJA- BIEL- EL FRAGO- LUNA- EJEJA**

Esta última ruta realiza un total de tres paradas en los pueblos: Biel, El Frago, y Luna. El autobús recoge a los estudiantes del primer pueblo, es decir de Biel, a las 7:30 de la mañana, pasa por El Frago a las 7:47, por Luna a las 8:02, y termina en Ejea a las 8:27. La duración de la ruta desde que sale de Ejea es de una hora y 41 minutos, pero el estudiante que más tiempo pasa en el autobús permanece en él 57 minutos. En total el autobús recorre 101,07 km desde que sale de Ejea hasta que vuelve, pero sólo 54,33 km de estos son recorridos por los estudiantes. Esta ruta desplaza un total de 27 estudiantes, número considerablemente elevado como para no poder disponer de otro medio de transporte más pequeño.

Visualizamos de forma gráfica la solución.



# Anexo

## Caso particular curso escolar 2016/2017

### Entorno general de trabajo

Sequence	Parameter	Value	Remarks
0.Optional - GIS License	Bing Maps Key	xSaIl0w7Z5P6a4ytrjWA~VOhRHwo	You can get a free key at <a href="https://www.bingmapsportal.com/">https://www.bingmapsportal.com/</a>
1.Locations	Number of depots	1	[1,20]
	Number of customers	20	[5,200]
2.Distances	Distance / duration computation	Bing Maps driving distances (km)	
	Bing Maps route type	Fastest	Recommendation: use Fastest
	Average vehicle speed	80	Not used for the 'Bing Maps driving distances' options
3.Vehicles	Number of vehicle types	1	Heterogeneous VRP if greater than 1
4.Solution	Vehicles must return to the depot?	Yes	Open VRP if no return
	Time window type	Hard	
	Backhauls?	No	If activated, delivery locations must be visited before pickup locations
5.Optional - Visualization	Visualization background	Bing Maps	
	Location labels	Location IDs	
6.Solver	Warm start?	Yes	
	Show progress on the status bar?	No	May slow down the optimization algorithm
	CPU time limit (seconds)	180	Recommendation: At least 60 seconds

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Location ID	Name	Address	Latitude (y)	Longitude (x)	Time window start	Time window end	Must be visited?	Service time	Pickup amount	Delivery amount	Profit
2	0	Depot	Ejea, Zaragoza	42,1274986	-1,1366600	07:00	08:30	Starting location	0:00	0	0	0
3	1	Customer 1	Luesia, Zaragoza	42,3689995	-1,0244300	07:30	08:30	Must be visited	0:00	6	0	0
4	2	Customer 10	El Bayo, Zaragoza	42,1867218	-1,2661500	07:30	08:30	Must be visited	0:00	2	0	0
5	3	Customer 11	Bárdenas del Caudillo, Zaragoza	42,1776009	-1,1990401	07:30	08:30	Must be visited	0:00	4	0	0
6	4	Customer 12	Pinsoro, Zaragoza	42,1956100	-1,3349200	07:30	08:30	Must be visited	0:00	3	0	0
7	5	Customer 13	Biota, Zaragoza	42,2606010	-1,1876200	07:30	08:30	Must be visited	0:00	48	0	0
8	6	Customer 14	Las Pedrosas, Zaragoza	42,0381012	-0,8746500	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
9	7	Customer 15	Sierra de Luna, Zaragoza	42,0466995	-0,9098700	07:30	08:30	Must be visited	0:00	9	0	0
10	8	Customer 16	Erla, Zaragoza	42,1174011	-0,9501700	07:30	08:30	Must be visited	0:00	7	0	0
11	9	Customer 17	Uncastillo, Zaragoza	42,3587990	-1,1342601	07:30	08:30	Must be visited	0:00	5	0	0
12	10	Customer 18	Sádaba, Zaragoza	42,2820750	-1,2709780	07:30	08:30	Must be visited	0:00	21	0	0
13	11	Customer 19	Castiliscar, Zaragoza	42,3763008	-1,2759600	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
14	12	Customer 2	Farasdues, Zaragoza	42,2220116	-1,0959200	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
15	13	Customer 20	Alera, Zaragoza	42,3062515	-1,3558400	07:30	08:30	Must be visited	0:00	2	0	0
16	14	Customer 3	Ores, Zaragoza	42,2775993	-0,9977800	07:30	08:30	Must be visited	0:00	5	0	0
17	15	Customer 4	Rivas, Zaragoza	42,1664810	-1,1331000	07:30	08:30	Must be visited	0:00	3	0	0
18	16	Customer 5	Piedratayada, Zaragoza	42,1198997	-0,8054000	07:30	08:30	Must be visited	0:00	2	0	0
19	17	Customer 6	Valpalmas, Zaragoza	42,1585007	-0,8540000	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
20	18	Customer 7	Luna, Zaragoza	42,1689987	-0,9323700	07:30	08:30	Must be visited	0:00	25	0	0
21	19	Customer 8	Valareña, Zaragoza	42,1321716	-1,3065500	07:30	08:30	Must be visited	0:00	3	0	0
22	20	Customer 9	Santa Anastasia, Zaragoza	42,1390610	-1,2329600	07:30	08:30	Must be visited	0:00	2	0	0

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L
1	Starting depot	Vehicle type	Capacity	Fixed cost per trip	Cost per unit distance	Distance limit	Work start time	Driving time limit	Working time limit	Return depot	Number of vehicles
2	Depot	T1	50	0,00	1,00	150,00	07:00	1:30	1:30	Depot	9
3											



Matriz OD de distancias

From	To	Distance	From	To	Distance	From	To	Distance	From	To	Distance	From	To	Distance
Depot	Depot	0,00	Customer 1	Depot	33,40	Customer 2	Depot	13,15	Customer 3	Depot	28,67	Customer 4	Depot	4,89
Depot	Customer 1	33,19	Customer 1	Customer 1	0,00	Customer 2	Customer 1	20,25	Customer 3	Customer 1	19,03	Customer 4	Customer 1	28,50
Depot	Customer 10	15,40	Customer 1	Customer 10	40,53	Customer 2	Customer 10	26,49	Customer 3	Customer 10	42,02	Customer 4	Customer 10	18,24
Depot	Customer 11	9,14	Customer 1	Customer 11	40,48	Customer 2	Customer 11	20,23	Customer 3	Customer 11	35,75	Customer 4	Customer 11	11,97
Depot	Customer 12	21,32	Customer 1	Customer 12	40,60	Customer 2	Customer 12	32,42	Customer 3	Customer 12	47,94	Customer 4	Customer 12	24,16
Depot	Customer 13	21,39	Customer 1	Customer 13	30,58	Customer 2	Customer 13	32,48	Customer 3	Customer 13	48,01	Customer 4	Customer 13	24,23
Depot	Customer 14	28,69	Customer 1	Customer 14	56,46	Customer 2	Customer 14	41,04	Customer 3	Customer 14	56,57	Customer 4	Customer 14	32,79
Depot	Customer 15	25,59	Customer 1	Customer 15	53,35	Customer 2	Customer 15	37,94	Customer 3	Customer 15	53,46	Customer 4	Customer 15	29,68
Depot	Customer 16	15,96	Customer 1	Customer 16	48,55	Customer 2	Customer 16	28,31	Customer 3	Customer 16	43,83	Customer 4	Customer 16	20,05
Depot	Customer 17	36,41	Customer 1	Customer 17	12,90	Customer 2	Customer 17	32,55	Customer 3	Customer 17	31,33	Customer 4	Customer 17	39,25
Depot	Customer 18	21,88	Customer 1	Customer 18	27,54	Customer 2	Customer 18	32,97	Customer 3	Customer 18	48,49	Customer 4	Customer 18	24,71
Depot	Customer 19	33,98	Customer 1	Customer 19	39,64	Customer 2	Customer 19	45,08	Customer 3	Customer 19	60,60	Customer 4	Customer 19	36,82
Depot	Customer 2	12,95	Customer 1	Customer 2	20,25	Customer 2	Customer 2	0,00	Customer 3	Customer 2	15,52	Customer 4	Customer 2	8,26
Depot	Customer 20	29,77	Customer 1	Customer 20	35,43	Customer 2	Customer 20	40,86	Customer 3	Customer 20	56,38	Customer 4	Customer 20	32,60
Depot	Customer 3	28,47	Customer 1	Customer 3	19,03	Customer 2	Customer 3	15,52	Customer 3	Customer 3	0,00	Customer 4	Customer 3	23,78
Depot	Customer 4	4,69	Customer 1	Customer 4	28,50	Customer 2	Customer 4	8,26	Customer 3	Customer 4	23,78	Customer 4	Customer 4	0,00
Depot	Customer 5	33,33	Customer 1	Customer 5	61,09	Customer 2	Customer 5	45,68	Customer 3	Customer 5	61,20	Customer 4	Customer 5	37,42
Depot	Customer 6	26,95	Customer 1	Customer 6	54,72	Customer 2	Customer 6	39,31	Customer 3	Customer 6	54,83	Customer 4	Customer 6	31,05
Depot	Customer 7	23,75	Customer 1	Customer 7	38,98	Customer 2	Customer 7	36,10	Customer 3	Customer 7	51,62	Customer 4	Customer 7	27,84
Depot	Customer 8	14,89	Customer 1	Customer 8	46,22	Customer 2	Customer 8	25,98	Customer 3	Customer 8	41,50	Customer 4	Customer 8	17,72
Depot	Customer 9	9,68	Customer 1	Customer 9	41,01	Customer 2	Customer 9	20,77	Customer 3	Customer 9	36,29	Customer 4	Customer 9	12,51

From	To	Distance	From	To	Distance	From	To	Distance	From	To	Distance	From	To	Distance
Customer 5	Depot	33,45	Customer 6	Depot	27,18	Customer 7	Depot	23,78	Customer 8	Depot	14,43	Customer 9	Depot	9,25
Customer 5	Customer 1	61,02	Customer 6	Customer 1	54,75	Customer 7	Customer 1	38,98	Customer 8	Customer 1	46,42	Customer 9	Customer 1	41,25
Customer 5	Customer 10	49,16	Customer 6	Customer 10	42,89	Customer 7	Customer 10	39,49	Customer 8	Customer 10	7,89	Customer 9	Customer 10	6,91
Customer 5	Customer 11	42,90	Customer 6	Customer 11	36,63	Customer 7	Customer 11	33,23	Customer 8	Customer 11	13,17	Customer 9	Customer 11	6,41
Customer 5	Customer 12	55,08	Customer 6	Customer 12	48,81	Customer 7	Customer 12	45,41	Customer 8	Customer 12	7,70	Customer 9	Customer 12	12,83
Customer 5	Customer 13	55,15	Customer 6	Customer 13	48,88	Customer 7	Customer 13	45,48	Customer 8	Customer 13	20,80	Customer 9	Customer 13	19,91
Customer 5	Customer 14	11,89	Customer 6	Customer 14	21,09	Customer 7	Customer 14	17,69	Customer 8	Customer 14	44,11	Customer 9	Customer 14	38,94
Customer 5	Customer 15	15,55	Customer 6	Customer 15	17,99	Customer 7	Customer 15	14,59	Customer 8	Customer 15	41,01	Customer 9	Customer 15	35,83
Customer 5	Customer 16	17,67	Customer 6	Customer 16	11,40	Customer 7	Customer 16	8,00	Customer 8	Customer 16	31,38	Customer 9	Customer 16	26,20
Customer 5	Customer 17	70,17	Customer 6	Customer 17	63,90	Customer 7	Customer 17	51,28	Customer 8	Customer 17	35,07	Customer 9	Customer 17	34,93
Customer 5	Customer 18	55,64	Customer 6	Customer 18	49,37	Customer 7	Customer 18	45,96	Customer 8	Customer 18	20,53	Customer 9	Customer 18	20,40
Customer 5	Customer 19	67,74	Customer 6	Customer 19	61,47	Customer 7	Customer 19	58,07	Customer 8	Customer 19	32,64	Customer 9	Customer 19	32,50
Customer 5	Customer 2	45,49	Customer 6	Customer 2	39,22	Customer 7	Customer 2	35,81	Customer 8	Customer 2	26,17	Customer 9	Customer 2	21,00
Customer 5	Customer 20	63,53	Customer 6	Customer 20	57,26	Customer 7	Customer 20	53,85	Customer 8	Customer 20	21,48	Customer 9	Customer 20	28,29
Customer 5	Customer 3	61,01	Customer 6	Customer 3	54,74	Customer 7	Customer 3	51,34	Customer 8	Customer 3	41,70	Customer 9	Customer 3	36,52
Customer 5	Customer 4	37,23	Customer 6	Customer 4	30,96	Customer 7	Customer 4	27,56	Customer 8	Customer 4	17,92	Customer 9	Customer 4	12,74
Customer 5	Customer 5	0,00	Customer 6	Customer 5	6,58	Customer 7	Customer 5	22,33	Customer 8	Customer 5	48,75	Customer 9	Customer 5	43,57
Customer 5	Customer 6	6,67	Customer 6	Customer 6	0,00	Customer 7	Customer 6	15,95	Customer 8	Customer 6	42,37	Customer 9	Customer 6	37,20
Customer 5	Customer 7	22,29	Customer 6	Customer 7	16,02	Customer 7	Customer 7	0,00	Customer 8	Customer 7	39,17	Customer 9	Customer 7	34,00
Customer 5	Customer 8	48,65	Customer 6	Customer 8	42,38	Customer 7	Customer 8	38,97	Customer 8	Customer 8	0,00	Customer 9	Customer 8	6,70
Customer 5	Customer 9	43,44	Customer 6	Customer 9	37,17	Customer 7	Customer 9	33,76	Customer 8	Customer 9	6,76	Customer 9	Customer 9	0,00

From	To	Distance	From	To	Distance	From	To	Distance	From	To	Distance	From	To	Distance
Customer 10	Depot	15,01	Customer 11	Depot	8,74	Customer 12	Depot	40,58	Customer 13	Depot	30,61	Customer 14	Depot	56,45
Customer 10	Customer 1	40,48	Customer 11	Customer 1	41,41	Customer 12	Customer 1	5,92	Customer 13	Customer 1	13,33	Customer 14	Customer 1	44,59
Customer 10	Customer 10	0,00	Customer 11	Customer 10	6,26	Customer 12	Customer 10	12,18	Customer 13	Customer 10	13,54	Customer 14	Customer 10	38,33
Customer 10	Customer 11	6,26	Customer 11	Customer 11	0,00	Customer 12	Customer 11	0,00	Customer 13	Customer 11	18,75	Customer 14	Customer 11	50,52
Customer 10	Customer 12	5,92	Customer 11	Customer 12	12,18	Customer 12	Customer 12	18,84	Customer 13	Customer 12	0,00	Customer 14	Customer 12	50,58
Customer 10	Customer 13	13,33	Customer 11	Customer 13	13,50	Customer 12	Customer 13	50,61	Customer 13	Customer 13	50,74	Customer 14	Customer 13	0,00
Customer 10	Customer 14	44,69	Customer 11	Customer 14	38,43	Customer 12	Customer 14	47,51	Customer 13	Customer 14	47,63	Customer 14	Customer 14	3,79
Customer 10	Customer 15	41,59	Customer 11	Customer 15	35,32	Customer 12	Customer 15	37,88	Customer 13	Customer 15	38,00	Customer 14	Customer 15	13,11
Customer 10	Customer 16	31,96	Customer 11	Customer 16	25,69	Customer 12	Customer 16	27,70	Customer 13	Customer 16	17,73	Customer 14	Customer 16	65,61
Customer 10	Customer 17	27,60	Customer 11	Customer 17	28,53	Customer 12	Customer 17	13,05	Customer 13	Customer 17	11,61	Customer 14	Customer 17	51,07
Customer 10	Customer 18	13,06	Customer 11	Customer 18	13,99	Customer 12	Customer 18	24,82	Customer 13	Customer 18	23,72	Customer 14	Customer 18	63,18
Customer 10	Customer 19	25,17	Customer 11	Customer 19	26,09	Customer 12	Customer 19	32,67	Customer 13	Customer 19	32,80	Customer 14	Customer 19	40,92
Customer 10	Customer 2	26,75	Customer 11	Customer 2	20,49	Customer 12	Customer 2	13,77	Customer 13	Customer 2	19,50	Customer 14	Customer 2	58,96
Customer 10	Customer 20	19,69	Customer 11	Customer 20	21,88	Customer 12	Customer 20	48,20	Customer 13	Customer 20	48,32	Customer 14	Customer 20	56,44
Customer 10	Customer 3	42,28	Customer 11	Customer 3	36,01	Customer 12	Customer 3	24,42	Customer 13	Customer 3	24,54	Customer 14	Customer 3	32,66
Customer 10	Customer 4	18,50	Customer 11	Customer 4	12,23	Customer 12	Customer 4	55,24	Customer 13	Customer 4	55,37	Customer 14	Customer 4	11,89
Customer 10	Customer 5	49,32	Customer 11	Customer 5	43,06	Customer 12	Customer 5	48,87	Customer 13	Customer 5	49,00	Customer 14	Customer 5	20,92
Customer 10	Customer 6	42,95	Customer 11	Customer 6	36,69	Customer 12	Customer 6	45,67	Customer 13	Customer 6	45,79	Customer 14	Customer 6	17,72
Customer 10	Customer 7	39,75	Customer 11	Customer 7	33,49	Customer 12	Customer 7	7,67	Customer 13	Customer 7	20,72	Customer 14	Customer 7	44,08
Customer 10	Customer 8	7,89	Customer 11	Customer 8	13,14	Customer 12	Customer 8	12,80	Customer 13	Customer 8	19,98	Customer 14	Customer 8	38,87
Customer 10	Customer 9	6,89	Customer 11	Customer 9	6,44	Customer 12	Customer 9	21,05	Customer 13	Customer 9	28,88	Customer 14	Customer 9	25,92

Problemas de rutas de vehículos en un entorno rural: problema de rutas escolares

From	To	Distance	From	To	Distance	From	To	Distance	From	To	Distance	From	To	Distance
Customer 15	Depot	53,49	Customer 16	Depot	48,35	Customer 17	Depot	12,90	Customer 18	Depot	27,54	Customer 19	Depot	39,64
Customer 15	Customer 1	41,63	Customer 16	Customer 1	31,78	Customer 17	Customer 1	27,65	Customer 18	Customer 1	13,11	Customer 19	Customer 1	25,21
Customer 15	Customer 10	35,36	Customer 16	Customer 10	25,51	Customer 17	Customer 10	28,53	Customer 18	Customer 10	13,99	Customer 19	Customer 10	26,09
Customer 15	Customer 11	47,55	Customer 16	Customer 11	37,70	Customer 17	Customer 11	27,72	Customer 18	Customer 11	13,06	Customer 19	Customer 11	24,83
Customer 15	Customer 12	47,62	Customer 16	Customer 12	37,77	Customer 17	Customer 12	17,70	Customer 18	Customer 12	11,66	Customer 19	Customer 12	23,77
Customer 15	Customer 13	3,79	Customer 16	Customer 13	13,10	Customer 17	Customer 13	65,72	Customer 18	Customer 13	51,18	Customer 19	Customer 13	63,29
Customer 15	Customer 14	0,00	Customer 16	Customer 14	9,99	Customer 17	Customer 14	62,62	Customer 18	Customer 14	48,08	Customer 19	Customer 14	60,19
Customer 15	Customer 15	10,14	Customer 16	Customer 15	0,00	Customer 17	Customer 15	52,99	Customer 18	Customer 15	38,45	Customer 19	Customer 15	50,56
Customer 15	Customer 16	62,64	Customer 16	Customer 16	52,79	Customer 17	Customer 16	0,00	Customer 18	Customer 16	14,65	Customer 19	Customer 16	26,76
Customer 15	Customer 17	48,10	Customer 16	Customer 17	38,25	Customer 17	Customer 17	14,65	Customer 18	Customer 17	0,00	Customer 19	Customer 17	12,11
Customer 15	Customer 18	60,21	Customer 16	Customer 18	50,36	Customer 17	Customer 18	26,76	Customer 18	Customer 18	12,11	Customer 19	Customer 18	0,00
Customer 15	Customer 19	37,95	Customer 16	Customer 19	28,10	Customer 17	Customer 19	32,55	Customer 18	Customer 19	33,25	Customer 19	Customer 19	45,35
Customer 15	Customer 2	55,99	Customer 16	Customer 2	46,14	Customer 17	Customer 2	22,55	Customer 18	Customer 2	7,89	Customer 19	Customer 2	19,66
Customer 15	Customer 20	53,48	Customer 16	Customer 20	43,63	Customer 17	Customer 20	31,33	Customer 18	Customer 20	48,77	Customer 19	Customer 20	60,88
Customer 15	Customer 3	29,70	Customer 16	Customer 3	19,85	Customer 17	Customer 3	39,53	Customer 18	Customer 3	24,99	Customer 19	Customer 3	37,10
Customer 15	Customer 4	15,55	Customer 16	Customer 4	17,73	Customer 17	Customer 4	70,36	Customer 18	Customer 4	55,82	Customer 19	Customer 4	67,92
Customer 15	Customer 5	17,96	Customer 16	Customer 5	11,36	Customer 17	Customer 5	63,98	Customer 18	Customer 5	49,45	Customer 19	Customer 5	61,55
Customer 15	Customer 6	14,75	Customer 16	Customer 6	8,15	Customer 17	Customer 6	51,28	Customer 18	Customer 6	46,24	Customer 19	Customer 6	58,35
Customer 15	Customer 7	41,11	Customer 16	Customer 7	31,26	Customer 17	Customer 7	35,04	Customer 18	Customer 7	20,50	Customer 19	Customer 7	32,61
Customer 15	Customer 8	35,90	Customer 16	Customer 8	26,05	Customer 17	Customer 8	34,96	Customer 18	Customer 8	20,43	Customer 19	Customer 8	32,53
Customer 15	Customer 9	16,07	Customer 16	Customer 9	36,04	Customer 17	Customer 9	21,50	Customer 18	Customer 9	33,61	Customer 19	Customer 9	29,39

From	To	Distance
Customer 20	Depot	35,43
Customer 20	Customer 1	19,68
Customer 20	Customer 10	21,88
Customer 20	Customer 11	13,76
Customer 20	Customer 12	19,55
Customer 20	Customer 13	59,07
Customer 20	Customer 14	55,97
Customer 20	Customer 15	46,34
Customer 20	Customer 16	22,55
Customer 20	Customer 17	7,89
Customer 20	Customer 18	19,66
Customer 20	Customer 19	41,14
Customer 20	Customer 2	0,00
Customer 20	Customer 20	56,66
Customer 20	Customer 3	32,88
Customer 20	Customer 4	63,71
Customer 20	Customer 5	57,34
Customer 20	Customer 6	54,13
Customer 20	Customer 7	21,42
Customer 20	Customer 8	28,32
Customer 20	Customer 9	33,45

Solución

Vehicle:	V1	Stops:	4	Net profit:	-57,15			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		07:00	0:00	0	0
1	Customer 4	4,69	0:07	07:07	07:30	0:30	0	3
2	Customer 2	12,95	0:14	07:37	07:37	0:37	0	4
3	Customer 3	28,47	0:30	07:53	07:53	0:53	0	9
4	Depot	57,15	1:00	08:23		1:23	0	9

Vehicle:	V2	Stops:	3	Net profit:	-50,62			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		07:00	0:00	0	0
1	Customer 13	21,39	0:24	07:24	07:30	0:30	0	48
2	Customer 9	41,37	0:48	07:54	07:54	0:54	0	50
3	Depot	50,62	1:01	08:07		1:07	0	50

Vehicle:	V3	Stops:	5	Net profit:	-79,89			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		07:00	0:00	0	0
1	Customer 6	26,95	0:24	07:24	07:30	0:30	0	1
2	Customer 5	33,54	0:31	07:37	07:37	0:37	0	3
3	Customer 7	55,82	0:54	08:00	08:00	1:00	0	28
4	Customer 16	63,82	1:06	08:12	08:12	1:12	0	35
5	Depot	79,89	1:22	08:28		1:28	0	35

Vehicle:	V4	Stops:	5	Net profit:	-89,50			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		07:00	0:00	0	0
1	Customer 19	33,98	0:34	07:34	07:34	0:34	0	1
2	Customer 20	53,64	0:52	07:52	07:52	0:52	0	3
3	Customer 12	67,40	1:04	08:04	08:04	1:04	0	6
4	Customer 8	75,07	1:14	08:14	08:14	1:14	0	9
5	Depot	89,50	1:30	08:30		1:30	0	9

Vehicle:	V5	Stops:	6	Net profit:	-88,86			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		07:00	0:00	0	0
1	Customer 1	33,19	0:33	07:33	07:33	0:33	0	6
2	Customer 17	46,10	0:45	07:45	07:45	0:45	0	11
3	Customer 18	60,75	0:59	07:59	07:59	0:59	0	32
4	Customer 10	73,86	1:12	08:12	08:12	1:12	0	34
5	Customer 11	80,12	1:18	08:18	08:18	1:18	0	38
6	Depot	88,86	1:29	08:29		1:29	0	38

Vehicle:	V6	Stops:	3	Net profit:	-58,26			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		07:00	0:00	0	0
1	Customer 15	25,59	0:25	07:25	07:30	0:30	0	9
2	Customer 14	29,38	0:32	07:37	07:37	0:37	0	10
3	Depot	58,26	0:58	08:03		1:03	0	10



## Caso general

### *Entorno general de trabajo*

Sequence	Parameter	Value	Remarks
0.Optional - GIS License	Bing Maps Key	xsall0w7Z5P6a4vtrjWA~VOhRHwo5	You can get a free key at <a href="https://www.bingmapsportal.com/">https://www.bingmapsportal.com/</a>
1.Locations	Number of depots	1	[1,20]
	Number of customers	33	[5,200]
2.Distances	Distance / duration computation	Bing Maps driving distances (km)	
	Bing Maps route type	Fastest	Recommendation: use Fastest
	Average vehicle speed	80	Not used for the 'Bing Maps driving distances' options
3.Vehicles	Number of vehicle types	1	Heterogeneous VRP if greater than 1
4.Solution	Vehicles must return to the depot?	Yes	Open VRP if no return
	Time window type	Hard	
	Backhauls?	No	If activated, delivery locations must be visited before pickup locations
5.Optional - Visualization	Visualization background	Bing Maps	
	Location labels	Location IDs	
6.Solver	Warm start?	Yes	
	Show progress on the status bar?	No	May slow down the optimization algorithm
	CPU time limit (seconds)	180	Recommendation: At least 60 seconds

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Location ID	Name	Address	Latitude (y)	Longitude (x)	Time window start	Time window end	Must be visited?	Service time	Pickup amount	Delivery amount	Profit
2	0	Depot	Ejea, Zaragoza	42,1274986	-1,1366600	06:30	08:30	Starting location	0:00	0	0	0
3	1	Customer 1	Luesia, Zaragoza	42,3689995	-1,0244300	07:30	08:30	Must be visited	0:00	6	0	0
4	2	Customer 2	El Bayo, Zaragoza	42,1867218	-1,2661500	07:30	08:30	Must be visited	0:00	2	0	0
5	3	Customer 3	Bárdenas del Caudillo, Zaragoza	42,1776009	-1,1990401	07:30	08:30	Must be visited	0:00	4	0	0
6	4	Customer 4	Pinsoro, Zaragoza	42,1956100	-1,3349200	07:30	08:30	Must be visited	0:00	3	0	0
7	5	Customer 5	Biota, Zaragoza	42,2606010	-1,1876200	07:30	08:30	Must be visited	0:00	48	0	0
8	6	Customer 6	Las Pedrosas, Zaragoza	42,0381012	-0,8746500	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
9	7	Customer 7	Sierra de Luna, Zaragoza	42,0466995	-0,9098700	07:30	08:30	Must be visited	0:00	9	0	0
10	8	Customer 8	Erla, Zaragoza	42,1174011	-0,9501700	07:30	08:30	Must be visited	0:00	7	0	0
11	9	Customer 9	Uncastillo, Zaragoza	42,3587990	-1,1342601	07:30	08:30	Must be visited	0:00	5	0	0
12	10	Customer 10	Sádaba, Zaragoza	42,2820750	-1,2709780	07:30	08:30	Must be visited	0:00	21	0	0
13	11	Customer 11	Castiliscar, Zaragoza	42,3763008	-1,2759600	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
14	12	Customer 12	Farasdues, Zaragoza	42,2220116	-1,0959200	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
15	13	Customer 13	Alera, Zaragoza	42,3062515	-1,3558400	07:30	08:30	Must be visited	0:00	2	0	0
16	14	Customer 14	Ores, Zaragoza	42,2784000	-1,0013000	07:30	08:30	Must be visited	0:00	5	0	0
17	15	Customer 15	Rivas, Zaragoza	42,1664810	-1,1331000	07:30	08:30	Must be visited	0:00	3	0	0
18	16	Customer 16	Piedratajada, Zaragoza	42,1198997	-0,8054000	07:30	08:30	Must be visited	0:00	2	0	0
19	17	Customer 17	Valpalmas, Zaragoza	42,1585007	-0,8540000	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
20	18	Customer 18	Luna, Zaragoza	42,1689987	-0,9323700	07:30	08:30	Must be visited	0:00	25	0	0
21	19	Customer 19	Valareña, Zaragoza	42,1321716	-1,3065500	07:30	08:30	Must be visited	0:00	3	0	0
22	20	Customer 20	Santa Anastasia, Zaragoza	42,1390610	-1,2329600	07:30	08:30	Must be visited	0:00	2	0	0
23	21	Customer 21	Ardisa, Zaragoza	42,2019005	-0,7592800	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
24	22	Customer 22	Asin, Zaragoza	42,1761900	-1,2002600	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
25	23	Customer 23	Biel, Zaragoza	42,3877983	-0,9369600	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
26	24	Customer 24	Castejón de Valdejasa, Zaragoza	41,9818993	-0,9963500	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
27	25	Customer 25	El Frago, Zaragoza	42,2711983	-0,9317100	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
28	26	Customer 26	Layana, Zaragoza	42,2958984	-1,2441100	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
29	27	Customer 27	Marracos, Zaragoza	42,0896988	-0,7766400	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
30	28	Customer 28	Puendeluna, Zaragoza	42,1525993	-0,7570800	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
31	29	Customer 29	Sofuentes, Zaragoza	42,4308701	-1,3134800	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
32	30	Customer 30	Sos del Rey Católico, Zaragoza	42,4947000	-1,2162000	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
33	31	Customer 31	Tauste, Zaragoza	41,9154015	-1,2569700	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
34	32	Customer 32	Undués de Lerda, Zaragoza	42,5642003	-1,1712000	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0
35	33	Customer 33	El Sabinar, Zaragoza	42,0833397	-1,2338200	07:30	08:30	Must be visited	0:00	1	0	0

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L
1	Starting depot	Vehicle type	Capacity	Fixed cost per trip	Cost per unit distance	Distance limit	Work start time	Driving time limit	Working time limit	Return depot	Number of vehicles
2	Depot	T1	50	0,00	1,00	200,00	06:30	2:00	2:00	Depot	9
3											

Solución

Vehicle:	V1	Stops:	5	Net profit:	-75,18			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		06:30	0:00	0	0
1	Customer 31	28,26	0:29	06:59	07:30	1:00	0	1
2	Customer 33	50,83	0:52	07:53	07:53	1:23	0	2
3	Customer 19	59,17	1:00	08:01	08:01	1:31	0	5
4	Customer 20	65,93	1:07	08:08	08:08	1:38	0	7
5	Depot	75,18	1:20	08:21		1:51	0	7

Vehicle:	V2	Stops:	5	Net profit:	-72,38			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		06:30	0:00	0	0
1	Customer 24	25,84	0:26	06:56	07:30	1:00	0	1
2	Customer 7	39,42	0:47	07:51	07:51	1:21	0	10
3	Customer 6	43,21	0:54	07:58	07:58	1:28	0	11
4	Customer 8	56,31	1:08	08:12	08:12	1:42	0	18
5	Depot	72,38	1:24	08:28		1:58	0	18

Vehicle:	V3	Stops:	3	Net profit:	-60,03			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		06:30	0:00	0	0
1	Customer 5	21,39	0:24	06:54	07:30	1:00	0	48
2	Customer 26	35,77	0:41	07:47	07:47	1:17	0	49
3	Depot	60,03	1:07	08:13		1:43	0	49

Vehicle:	V4	Stops:	7	Net profit:	-96,48			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		06:30	0:00	0	0
1	Customer 9	36,41	0:35	07:05	07:30	1:00	0	5
2	Customer 1	49,32	0:48	07:43	07:43	1:13	0	11
3	Customer 14	68,01	1:06	08:01	08:01	1:31	0	16
4	Customer 22	74,58	1:12	08:07	08:07	1:37	0	17
5	Customer 12	83,33	1:20	08:15	08:15	1:45	0	18
6	Customer 15	91,59	1:27	08:22	08:22	1:52	0	21
7	Depot	96,48	1:34	08:29		1:59	0	21

Vehicle:	V5	Stops:	7	Net profit:	-102,90			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		06:30	0:00	0	0
1	Customer 29	41,27	0:40	07:10	07:30	1:00	0	1
2	Customer 11	48,56	0:46	07:36	07:36	1:06	0	2
3	Customer 13	68,22	1:04	07:54	07:54	1:24	0	4
4	Customer 4	81,98	1:16	08:06	08:06	1:36	0	7
5	Customer 2	87,90	1:22	08:12	08:12	1:42	0	9
6	Customer 3	94,16	1:28	08:18	08:18	1:48	0	13
7	Depot	102,90	1:39	08:29		1:59	0	13

Vehicle:	V6	Stops:	6	Net profit:	-94,94			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		06:30	0:00	0	0
1	Customer 21	40,22	0:36	07:06	07:30	1:00	0	1
2	Customer 28	46,32	0:44	07:38	07:38	1:08	0	2
3	Customer 27	56,53	0:55	07:49	07:49	1:19	0	3
4	Customer 16	61,09	1:01	07:55	07:55	1:25	0	5
5	Customer 17	67,76	1:08	08:02	08:02	1:32	0	6
6	Depot	94,94	1:33	08:27		1:57	0	6

Vehicle:	V7	Stops:	4	Net profit:	-129,40			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		06:30	0:00	0	0
1	Customer 32	64,91	1:00	07:30	07:30	1:00	0	1
2	Customer 30	78,49	1:13	07:43	07:43	1:13	0	2
3	Customer 10	107,90	1:39	08:09	08:09	1:39	0	23
4	Depot	129,40	2:00	08:30		2:00	0	23

Vehicle:	V8	Stops:	4	Net profit:	-101,07			
Stop count	Location name	Distance travelled	Driving time	Arrival time	Departure time	Working time	Profit collected	Load
0	Depot	0,00	0:00		06:30	0:00	0	0
1	Customer 23	46,74	0:44	07:14	07:30	1:00	0	1
2	Customer 25	63,15	1:01	07:47	07:47	1:17	0	2
3	Customer 18	77,29	1:16	08:02	08:02	1:32	0	27
4	Depot	101,07	1:41	08:27		1:57	0	27

# Bibliografía

- [1] **J. Park, B. Kim**, “*The school bus routing problem: A review*”, European Journal of Operational Research 202 (2010), 311-319.
- [2] **R. Martí, J.A. Pacheco**, “*Tabu search for a multi-objective routing problem*”, Journal of the Operational Research Society 57(1) (2006), 29-37.
- [3] **A. Corberán, E. Fernández, M. Laguna, R. Martí**, “*Heuristic solutions to the problem of routing school buses with multiple objectives*”, Journal of the Operational Research Society 53 (2002), 427-435.
- [4] **B.T. Bennett, D.C. Gazis**, “*School bus routing by computer*”, Transportation Research 6 (1972), 317-325.
- [5] **D. Ripplinger**, “*Rural school vehicle routing problem.*”, Transportation Research Record 1922 (2005), 105-110.
- [6] **D. Chen, H.A. Hallsen, H. Chen, V. Tseng**, “*A bus routing system for rural school districts*”, Computers and Industrial Engineering 19 (1990) 322-325.
- [7] **P. Toth, D. Vigo**, *The vehicle routing problem*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002.
- [8] ANUNCIO del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por el que se convoca la licitación por procedimiento abierto, varios criterios de adjudicación, de un contrato de servicios, dividido en ciento tres lotes, promovido por el Servicio Provincial de Zaragoza (BOA, núm. 152, 8 de Agosto de 2016).

