



UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA  
-FACULTAD DE CIENCIAS-  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA



Trabajo Fin de Grado:

## **Propagación de protones en el fondo de microondas: una ventana a una nueva física**

Realizado por:  
Germán Albalate Sevilla

---

Dirigido por:  
José Luis Cortés Azcoiti

# Índice general

<b>1. Radiación de fondo de microondas</b>	<b>3</b>
1.1. Importancia del CMB en cosmología . . . . .	3
1.2. Medición y propiedades del CMB . . . . .	3
1.3. Otro tipo de radiación: Extragalactic Background Light . . . . .	5
<b>2. Rayos cósmicos de ultra alta energía</b>	<b>6</b>
2.1. Breve introducción a los UHECRs . . . . .	6
2.2. Posibles fuentes de UHECRs . . . . .	9
2.3. Detección del flujo de rayos cósmicos . . . . .	11
2.4. Composición química y datos experimentales de los UHECRs . . . . .	13
<b>3. Modelo de la propagación de protones de alta energía en el CMB</b>	<b>15</b>
3.1. Fuentes y detectores de radiación . . . . .	15
3.2. Cálculo del ritmo de pérdida de energía de un protón interaccionando con el CMB . . . . .	17
<b>4. Conclusiones</b>	<b>23</b>
<b>A. Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético</b>	<b>24</b>
<b>B. Mecanismos de aceleración de Fermi: espejos magnéticos</b>	<b>26</b>

# Prefacio

El estudio de los rayos cósmicos surge de la necesidad de conocimiento, por parte de la comunidad científica actual, de los mecanismos de su producción, propagación e incluso origen. Debido a su amplio espectro en energías algunas cuestiones que rodean a este tipo de radiación siguen sin obtener respuesta, a pesar de que los métodos de detección utilizados para los de energía más alta han evolucionado rápidamente con el objetivo de extraer conclusiones acerca de su naturaleza.

El presente trabajo consta de dos partes bien diferenciadas que acercan al lector a los dos puntos de vista que cohabitan en la Física de Altas Energías: el experimental (restringido al marco observacional por la imposibilidad de alcanzar energías tan altas mediante aceleradores hechos por el hombre) y el desarrollo teórico.

En la primera parte del trabajo se realiza un tratamiento general de los dos ingredientes que constituyen el problema a estudiar. El primer capítulo está dedicado al Cosmic Microwave Background (CMB), y en el se describirán algunas de sus principales características (espectro de radiación, densidad y energía). Por otro lado, en el segundo capítulo se contextualizará el problema de la interacción de rayos cósmicos con el fondo de microondas, de manera que será necesario desarrollar el concepto de Ultra High Energy Cosmic Ray (UHECR) así como su composición química, rango energético, forma en la que se propagan, fuentes de radiación y los métodos observacionales de detección llevados a cabo durante los últimos años (HiRes, TA o Pierre Auger Observatory).

En la parte principal del trabajo se propone un método matemático pertinente a la propagación de protones en el fondo de microondas como una situación concreta de la vasta fenomenología asociada a la interacción entre rayos cósmicos y la radiación debida a la existencia de un universo caliente primigenio. Se pretende deducir la fórmula que rige el ritmo de pérdida de energía y que, por tanto, permite calcular la energía del protón a medida que evoluciona en el espacio-tiempo atravesando el CMB.

La principal motivación de este trabajo es hacer ver la importancia del estudio de rayos cósmicos a energías tan elevadas, ya que se trata de un régimen de energías inexplorado en el laboratorio, en el que pueden aparecer efectos predichos en ciertas teorías de gravedad cuántica, como la violación de invariancia Lorentz (LIV).

# Capítulo 1

## Radiación de fondo de microondas

En cosmología, la radiación de fondo de microondas (Cosmic Microwave Background, CMB) es una forma de radiación electromagnética presente en la totalidad del Universo. Predicha en 1947 por G.Gamow y R.Alpher, no fue hasta 1965 cuando A.Penzias y R.W.Wilson (ambos fueron Premio Nobel en 1978), investigadores de los Laboratorios Bell (Nueva Jersey), realizando experimentos de comunicaciones mediante satélite, descubrieron la presencia de un exceso de ruido en la señal equivalente a una temperatura de 3.5 K. Esta *temperatura de ruido* se debía al CMB y fue interpretada como una consecuencia directa de un origen caliente del Universo.

### 1.1. Importancia del CMB en cosmología

Actualmente, la expansión del Universo medida a través del corrimiento al rojo o *redshift*, la abundancia de elementos ligeros y la radiación de fondo de microondas son consideradas como la mejor prueba tangible de la teoría del Big Bang. Según esta teoría los primeros núcleos se originaron en el proceso de *nucleosíntesis*, durante los tres primeros minutos del Universo, formándose grandes cantidades de hidrógeno y helio (y algunas trazas de Li, Be y B). Por esta razón, un parámetro clave para la comprensión del CMB es la relación  $n_{\gamma/p}$  de fotones respecto a bariones.

Tras la *nucleosíntesis*, la energía de la radiación ambiente y de las partículas era tan elevada que las partículas cargadas se concentraban en un plasma. Pero al expandirse el Universo tanto el plasma como la radiación se enfriaron y se produjo una transición de fase en la que núcleos y electrones se combinaban dando lugar a átomos neutros. Este es el llamado *periodo de recombinación*, donde la temperatura del Universo estaba en torno a 3000 K y los átomos formados no eran capaces de absorber la radiación térmica, por lo que el Universo se hizo transparente dando lugar a la transición de fase de *desacoplamiento del fotón*. Desde que se produjo el desacople, los fotones han viajado libremente a través del espacio produciendo interacciones con las partículas del mismo mediante scattering, fotodesintegración u otros tipos de reacciones nucleares. Como debido al redshift la longitud de onda de estos fotones ha ido aumentando, su energía ha sido cada vez menor.

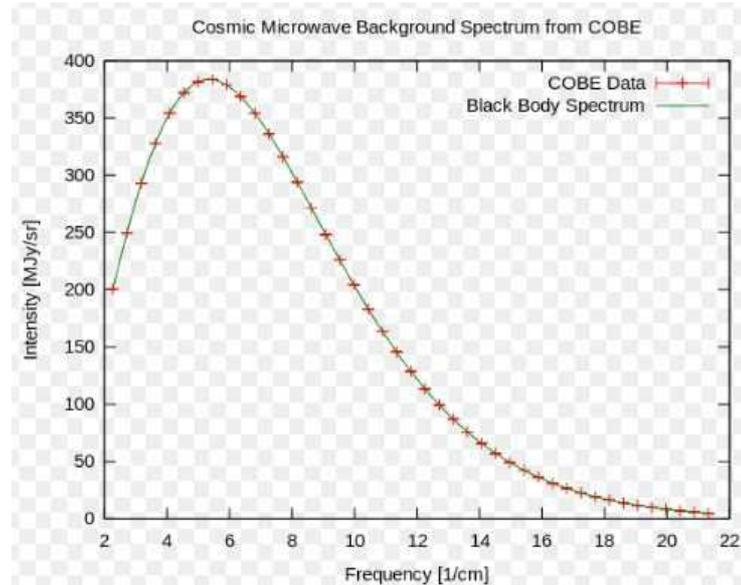
### 1.2. Medición y propiedades del CMB

El experimento más celebre en relación al CMB fue el llevado a cabo por la NASA mediante el satélite COBE (Cosmic Background Explorer), que llegó a orbitar durante siete años (1989-1996) pese a que la toma de datos interesantes duró los primeros cuatro. Fue capaz de detectar y medir las anisotropías a gran escala llevando al límite sus capacidades de detección. EL COBE hizo tangible el comportamiento de radiación de

cuerpo negro con una temperatura  $T = 2,7255 \pm 0,0006$  K y con el pico de frecuencia en la densidad espectral de la ley de Planck en 283 GHz, obteniendo una energía media  $E_{CMB} = h\nu \simeq 1,17 \cdot 10^{-3}$  eV.

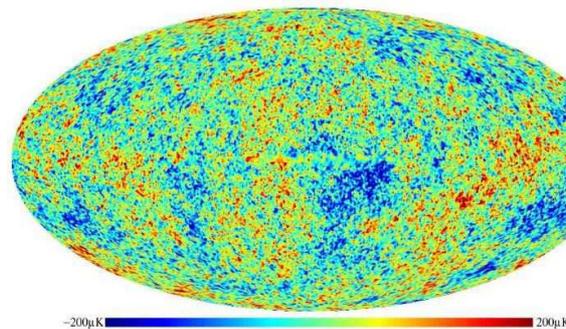
Tras comprobar que el espectro de la radiación de microondas es idéntico al de Planck (ver Fig. 1.1), bastó con calcular su integral a todas las frecuencias y dividir por  $E_{CMB}$  para obtener la densidad de fotones:

$$n_{\gamma_{CMB}} \simeq 400 \text{ cm}^{-3}. \quad (1.1)$$



**Figura 1.1:** Espectro de radiación del CMB medido por el COBE (rojo) comparado con el espectro de radiación del cuerpo negro (verde). Resultado tras cuatro años de toma de medidas.

Para mejorar la precisión de las medidas, la NASA lanzó la sonda WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) en 2001 con la misión de estudiar las diferencias de temperatura observadas en el CMB, llegándose a comprobar que estas fluctuaciones son minúsculas ( $\sim 10^{-5}$  K). Por otro lado la ESA envió su sonda Planck al espacio en 2009 con este mismo objetivo. Ambas han encontrado como explicación la *oscilación acústica de bariones* (BAO), que tuvo lugar en la época en la que los protones interactuaban con los núcleos, produciendo la dispersión de estos mientras la gravedad actuaba en ellos ejerciendo el efecto contrario, de esta manera la oscilación de la densidad de bariones afectaba a la de fotones del mismo modo. Este proceso ha sido crucial en la distribución angular de estas partículas generando regiones ligeramente más cálidas que otras (Fig. 1.2)



**Figura 1.2:** Distribución de las fluctuaciones térmicas en el espacio medidas por el WMAP.

### 1.3. Otro tipo de radiación: Extragalactic Background Light

Se trata de la radiación de fondo acumulada en el Universo debida a los procesos de formación de estrellas y de la contribución aportada por los Active Galactic Nuclei (AGNs). La radiación EBL cubre la región del espectro electromagnético correspondiente a la luz ultravioleta, visible e infrarroja ( $\lambda \sim 0,1 - 1000 \mu\text{m}$ ).

La medida directa de este tipo de radiación es una tarea difícil. Esto se debe a la presencia de la luz zodiacal (causada por la dispersión de la luz solar debida a la presencia de polvo cósmico) que es unos órdenes de magnitud mayor que la EBL.

El estudio de la radiación EBL se considera fundamental en la astronomía de muy alta energía. Los núcleos ultra energéticos provenientes de fuentes situadas a distancias cosmológicas son atenuados por la producción de pares al interactuar con los fotones del EBL. Esta interacción depende de la distribución espectral de energía de radiación. Existen aproximaciones empíricas (modelos) que predicen la distribución para la radiación EBL en un Universo local, así como su evolución en el tiempo.

Con el objetivo de estudiar la formación de piones en el fondo EBL, se ha comparado el flujo de protones computado por *SimProp* [9], teniendo en cuenta el CMB, con el modelo EBL propuesto por Stecker [11] y los resultados muestran que el efecto de EBL en la producción de piones para el flujo de protones es considerablemente pequeña, e incluso despreciable frente a la debida por el flujo de núcleos pesados [12].

## Capítulo 2

# Rayos cósmicos de ultra alta energía

Descubiertos por Victor Hess en 1912 (Nobel de Física en 1936) los rayos cósmicos (CRs) son partículas cuyo espectro cubre un amplio rango energético que, estando regidas por la teoría de la Relatividad de Einstein e interaccionando con su entorno, dan lugar a la aparición de nuevas partículas. Este hecho provocó que los CRs fueran principal objeto de estudio para la física de partículas antes del desarrollo de los actuales aceleradores.

Resulta conveniente realizar una distinción entre los dos tipos de CRs que existen en función de la zona en la que tienen lugar: los *rayos cósmicos primarios* son el conjunto de protones y núcleos atómicos completamente ionizados y acelerados por fuentes astrofísicas que llegan a la Tierra. Por otro lado, los *rayos cósmicos secundarios* son aquellos que forman parte de la cascada atmosférica resultado de la interacción entre un CR primario y la atmósfera terrestre. Evidentemente los métodos de detección para cada tipo son distintos: los de los primarios se basan en el uso de satélites, mientras que los secundarios pueden medirse en la superficie terrestre o incluso por debajo de la misma.

La teoría de la Relatividad, la ecuación de Dirac o la existencia de determinadas partículas fueron demostradas mediante el análisis observacional de los CRs. Por esta misma razón, la comunidad científica actual cree que el estudio de CRs de mayor energía puede ser vital para el descubrimiento de una física que vaya más allá de la tratada hasta el día de hoy.

### 2.1. Breve introducción a los UHECRs

La naturaleza que envuelve a los aceleradores cósmicos se presenta como uno de los mayores problemas en astrofísica pendiente de resolución. Uno de los puntos clave para comprender la física de dichos aceleradores es el estudio de los rayos cósmicos.

Los UHECRs están constituidos por las partículas más energéticas que han podido ser observadas en la naturaleza. Pueden llegar a alcanzar una energía máxima del orden de las decenas de EeV ( $10^{18}$  eV), es decir, muy por encima de las conseguidas mediante los aceleradores más potentes hechos por el hombre  $\sim 10^{13}$  eV. Su trascendencia en el ámbito de la astrofísica se debe a que, dada su elevada energía, su dirección de llegada puede estar relacionada con la posición de la fuente de estos rayos cósmicos. El hecho de que actualmente no haya constancia de fuentes galácticas suficientemente energéticas como para ser capaces de producir partículas en un rango energético tan grande respalda la teoría de que las fuentes de UHECRs son objetos de origen extragaláctico.

Las reacciones que tienen lugar durante la propagación de los UHECRs en el fondo cósmico dependen de su composición química. Y aunque la segunda parte del trabajo trata los rayos cósmicos formados exclusivamente por protones, conviene analizar el comportamiento de los UHECRs cuando se considera que su composición

es la debida a núcleos pesados. Se verá más adelante que la discusión de la composición química sigue sin zanjarse debido a los contradictorios datos publicados por los distintos centros de investigación.

### 2.1.1. Interacciones con el fondo cosmológico

La propagación de rayos cósmicos de ultra alta energía se ve afectada por la presencia de fotones de radiación de fondo: Cosmic Microwave Background y Extragalactic Background Light (EBL). Atendiendo a la composición química del UHECR y al fotón de fondo presente en la interacción tienen lugar unas reacciones u otras que se hacen visibles mediante el análisis del espectro del rayo cósmico.

#### Rayos cósmicos formados por protones

Este tipo de UHECRs sólo interaccionan con los fotones del CMB. Hay dos señales en el espectro que están firmemente relacionadas con la propagación de protones a través de este tipo de radiación: decaimiento por **producción de pares** (2.1), que es una característica espectral bastante débil, y un decaimiento agudo causado por la **fotoproducción de piones** (2.2)[2], a las que hay que sumar la contribución debida a la expansión del Universo,

$$p + \gamma_{CMB} \rightarrow e^+ + e^- + p \quad (2.1)$$

$$p + \gamma_{CMB} \rightarrow \pi^0 + p \quad (2.2)$$

Ambos procesos tienen una energía umbral. Al fuerte decaimiento producido por la fotoproducción se le conoce con el sobrenombre de **Cut-off GZK** ya que fue estudiado en 1966 por K. Greisen, G. Zatsepin y V. Kuzmin. Este grupo de investigadores consiguió predecir la gran atenuación sufrida por los CRs producidos a distancias cosmológicas para energías por encima de  $E_{GZK} \simeq 5 \cdot 10^{19} \text{ eV}$ . Una serie de cálculos de cinemática relativista<sup>1</sup> aplicados a la ecuación (2.2) permite calcular la energía umbral de la fotoproducción. Suponiendo un protón y un fotón con cuádrimomentos respectivos  $(E_p, \vec{p}_p)$  y  $(\omega, \vec{p}_\gamma)$ , tomando la masa invariante del estado inicial

$$S_i = (E_p + \omega)^2 - (\vec{p}_p + \vec{p}_\gamma)^2 = E_p^2 + \omega^2 + 2E_p\omega - p_p^2 - p_\gamma^2 - 2\vec{p}_p\vec{p}_\gamma = m_p^2 + 2E_p\omega(1 - \beta_p \cos \theta) \quad (2.3)$$

donde se han usado las relaciones  $E^2 = p^2 + m^2$ ,  $\vec{p} = E\vec{\beta}$  y  $\theta$  es el ángulo formado entre las direcciones  $\vec{p}_p$  y  $\vec{p}_\gamma$ .

Para el estado final, formado por protón  $(E'_p, \vec{p}'_p)$  y pión  $(E_\pi, \vec{p}_\pi)$ :

$$S_f = (E'_p + E_\pi)^2 - (\vec{p}'_p + \vec{p}_\pi)^2 = E_p'^2 + E_\pi^2 + 2E'_p E_\pi - p_p'^2 - p_\pi^2 - 2\vec{p}'_p\vec{p}_\pi = m_p^2 + m_\pi^2 + 2E'_p E_\pi(1 - \beta'_p \beta_\pi \cos \alpha) \quad (2.4)$$

siendo  $\alpha$  el ángulo formado entre las direcciones  $\vec{p}'_p$  y  $\vec{p}_\pi$ . Igualando ambas ecuaciones y despejando la energía del protón del estado inicial:

$$E_p|_{th} = \frac{m_\pi^2 + 2E'_p E_\pi(1 - \beta'_p \beta_\pi \cos \alpha)}{2\omega(1 - \beta_p \cos \theta)}, \quad (2.5)$$

como se está considerando la energía umbral para que se produzca el Cut-off GZK el denominador ha de ser máximo ( $\theta = \pi$ ) y resulta razonable suponer  $E_p \simeq p_p$  por tratarse de un caso a ultra alta energía. Además,

<sup>1</sup>Por comodidad, a lo largo del trabajo se usarán siempre unidades naturales donde la velocidad de la luz en el vacío es igual a la unidad.

como se desea encontrar una energía mínima, en el sistema de referencia centro de masas el protón y pión son producidos en reposo,

$$E_p|_{th} = \frac{m_\pi^2 + 2m_p m_\pi}{4\omega} = \frac{134,97^2 + 2 \cdot 938 \cdot 134,97}{4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-15}} = 5,65 \cdot 10^{19} \text{ eV}, \quad (2.6)$$

que es el valor  $E_{GZK}$ .

Otra forma de entender la fotoproducción entre protones del CR y fotones del CMB es considerar la producción de la resonancia  $\Delta^+$  seguida de su inmediato decaimiento al estado final pión-protón [1], de manera que igualando el invariante  $S_\Delta = m_\Delta^2$  calculado en el sistema de referencia centro de masas del propio hadrón con el obtenido para el sistema inicial (ecuación 2.3)

$$m_p^2 + 2E_p\omega(1 - \beta_p \cos\theta) = m_\Delta^2 \Rightarrow E_p|_{th} = \frac{m_\Delta^2 - m_p^2}{2\omega(1 - \cos\theta)} = \frac{1232^2 - 938^2}{4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-15}} = 1,33 \cdot 10^{20} \text{ eV}. \quad (2.7)$$

El valor teórico del Cut-off GZK es del orden de magnitud del límite superior de energías a la que los CRs han sido detectados experimentalmente.

## Rayos cósmicos formados por núcleos pesados

En este caso la situación es muy diferente porque la radiación de fondo EBL sí desempeña un papel en la interacción con los núcleos. La pérdida energética sufrida por los rayos cósmicos al atravesar la radiación de fondo es producida por: la expansión del Universo (pérdida adiabática), la **producción de pares** (2.8) y la **fotodesintegración del núcleo** (2.9)

$$A + \gamma_{CMB,EBL} \rightarrow A + e^+ + e^-, \quad (2.8)$$

$$A + \gamma_{CMB,EBL} \rightarrow (A - nN) + nN. \quad (2.9)$$

donde  $n$  y  $N$  son el número que indica los nucleones emitidos y el nucleón emitido, respectivamente. Estos procesos causan un notable decaimiento en el espectro observado. Y como para la fotodesintegración el caso más relevante es el de la emisión de un nucleón (veáse sección 2, [3]) es interesante calcular la energía mínima necesaria para que tenga lugar dicho proceso

$$A(E_A, \vec{p}_A) + \gamma_{CMB,EBL}(\omega, \vec{p}_\gamma) \rightarrow (A - N) + N, \quad (2.10)$$

calculando la masa invariante del estado inicial

$$S_i = (E_A + \omega)^2 - (\vec{p}_\omega + \vec{p}_A)^2 = M_N^2 + 2\omega E_A(1 - \beta_N \cos\theta), \quad (2.11)$$

y teniendo en cuenta que la energía umbral es la necesaria para producir únicamente las masas en el estado final,

$$S_f = (m_n + m_N)^2 \quad (2.12)$$

donde  $M_N = m_N + m_n - B$  siendo  $M_N$  y  $m_N$  la masa del núcleo inicial y final respectivamente,  $m_n$  la masa del nucleón y  $B$  la energía de ligadura por nucleón. Teniendo en cuenta esto último, igualando 2.11 y 2.12 para  $\theta = \pi$ ,  $\beta_N \simeq 1$

$$E_A|_{th} = \frac{2B(m_N + m_n) - B^2}{4\omega}. \quad (2.13)$$

Se verá más adelante que según las observaciones (Observatorio Auger) el hierro se presenta como un núcleo importante en el proceso de fotodesintegración. Sustituyendo los datos del elemento  $Fe_{26}^{56}$  en 2.13

$$E_A(Fe)|_{th} = \frac{2 \cdot 500(55 \cdot 938 + 938) - 500^2}{4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-15}} = 1,089 \cdot 10^{22} \text{ eV}. \quad (2.14)$$

Mientras que si el núcleo fuera ligero, por ejemplo  $He_2^4$

$$E_A(He)|_{th} = \frac{2 \cdot 28,3(3 \cdot 938 + 938) - 28,3^2}{4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-15}} = 4,407 \cdot 10^{19} \text{ eV}, \quad (2.15)$$

observamos que para los núcleos pesados se requiere una energía de unos órdenes de magnitud mayor que para los núcleos ligeros,  $Q = \frac{E(Fe)}{E(He)} = 246,43$ .

## 2.2. Posibles fuentes de UHECRs

Ya se ha comentado previamente que el estudio de rayos cósmicos de ultra alta energía es interesante cuando se desea conocer, entre otras cosas, la posición de su fuente.

Al estar compuestos, en su gran mayoría, por partículas cargadas, la propagación de CRs se ve afectada por la presencia de campos magnéticos que desvían su trayectoria emitiendo radiación de sincrotrón. En el caso de protones la pérdida por esta radiación es despreciable, excepto para la situación en la que el campo magnético es intenso cerca de las fuentes, si bien es cierto que por encima de  $10^{19}$  eV el campo magnético galáctico no atraparía ni un núcleo de hierro de forma eficiente.

De la cinemática relativista que rige el movimiento de una partícula con carga  $Ze$  y energía  $E$  en el seno de un campo magnético  $B$ , se extrae el valor de su radio de Larmor<sup>2</sup>

$$r_L \simeq \frac{E}{ZeB} \quad (\text{en c.g.s}) \quad (2.16)$$

Es bien sabido que el campo magnético localizado en el espacio intergaláctico ( $B \sim 0,1 - 10 \mu\text{G}$ ) es mucho menos intenso que el que existe en el interior de la galaxia, por lo que el radio de Larmor para los UHECRs en esa zona es mucho mayor, de manera que como el ángulo de desviación de una partícula con energía  $E$  moviéndose en dirección perpendicular a un campo  $B$  tras haber recorrido una distancia  $d$  puede aproximarse como:

$$\theta \sim \frac{d}{r_L} \quad (2.17)$$

puede afirmarse entonces que el ángulo  $\theta$  es lo suficientemente pequeño como para poder considerar una trayectoria apenas perturbada por dicho campo. Por ejemplo, para un protón de energía  $5 \cdot 10^{19}$  eV, en el campo magnético galáctico, existe una desviación de  $\theta^{(0)} : 1 - 5$ . Estos resultados numéricos dan cuenta de una más que probable relación directa entre la dirección de llegada a la Tierra por parte de los UHECRs con la posición de su fuente emisora. Ahora bien, los candidatos que pueden ocupar esa función de fuente de UHECRs deben cumplir los siguientes requisitos:

- Deben ser capaces de proveer al rayo cósmico de suficiente energía como para ser coherente con las observaciones realizadas. Del orden de las decenas de EeV.

---

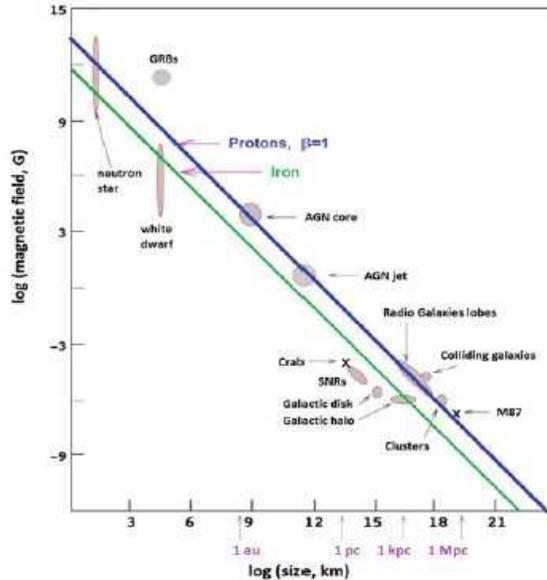
<sup>2</sup>Los cálculos correspondientes se encuentran en el Apéndice A.

- La población acelerada ha de tener un espectro de energía de inyección que concuerde con los datos obtenidos de los UHECRs.

Los mecanismos de *aceleración de Fermi*<sup>3</sup> están basados en la reflexión repetida hacia delante y hacia atrás de partículas cargadas debido a la presencia de irregularidades magnéticas en el entorno. El *criterio de Hillas* da una aproximación de la energía máxima a la que puede ser acelerado un núcleo (con carga  $Ze$ ) de un CR en función de la intensidad de campo magnético variable  $B$  presente en una región  $L$

$$E^{max} \simeq Z\beta \left( \frac{L}{kpc} \right) \left( \frac{B}{\mu G} \right) [EeV], \quad (2.18)$$

siendo  $\beta$  el cociente entre la velocidad de los espejos magnéticos<sup>4</sup> y la velocidad de la luz en el vacío, lo que significa que si el rayo cósmico tiene que alcanzar energías por encima del EeV el proceso de aceleración debe tener lugar en una región del espacio suficientemente grande cuyo interior esté dotado de un campo magnético de alta intensidad. Para visualizar con claridad los parámetros relevantes del criterio de Hillas es conveniente ver su representación gráfica



**Figura 2.1:** Plot de la energía máxima que puede alcanzar un UHECR atendiendo al *Criterio de Hillas*. Se presentan los principales candidatos a fuentes de UHECRs.

Estas condiciones actúan como factor limitante en la búsqueda de candidatos a fuentes de UHECRs. Con los datos que se tienen hoy en día, los más probables son:

- Active Galactic Nuclei (AGN)**

Son aquellas regiones situadas en el interior de una galaxia capaces de emitir radiación electromagnética de forma anómala por su alta luminosidad. Se cree que pueden ser una potencial fuente de UHECRs debido a que en el corazón de un AGN existe un campo  $B \sim 10^3$  G en una región de  $L \sim 10^{-5}$  pc, por lo que usando el criterio de Hillas (2.18) se obtienen energías  $E^{max} \sim 10$  EeV. Sin embargo, la mayor crítica que recibe este modelo es que en condiciones realistas es poco probable que se alcance la energía máxima. De hecho, la energía de las partículas cargadas se ven afectadas por la radiación de sincrotrón y la interacción entre protones del CRs y fotones de radiación presentes en la región del AGN. De forma análoga ocurre para los núcleos, que sufren fotodesintegración. Una posible réplica a

<sup>3</sup>Apéndice B.

<sup>4</sup>Apéndice B.

esta crítica sería suponer que los procesos de aceleración que otorgan las energías más altas observadas tienen lugar en una región algo apartada del centro activo, donde la densidad de radiación es menor.

- **Gamma Ray Bursts (GRBs)**

Son los destellos de *rayos gamma* más energéticos que se han detectado en el universo. Según las observaciones de rayos gamma, los mecanismos que producen los GRBs están relacionados con la fusión de estrellas binarias de neutrones y con la muerte de estrellas masivas, es decir, supernovas e hipernovas. Se estima que su campo magnético es del orden  $B \sim 10^6$  G para longitudes  $L \sim 10^{-6}$  pc, dando lugar a  $E^{max} \sim 10^{20}$  eV según el plot de Hillas. La similitud entre estas energías y las detectadas para los UHECRs hacen pensar que los GRBs son una posible fuente de rayos cósmicos de ultra alta energía. Sin embargo, como los CRs detectados proceden de varios burst y alcanzan la Tierra mucho después de que tenga lugar el GRBs la localización de estas fuentes no es posible.

- **Magnetar**

De unos 20 km de diámetro, un magnetar es una estrella de neutrones alimentada de un campo magnético extremadamente intenso:  $10^{14} - 10^{15}$  G. Es una variedad de *púlsar* que emite enormes cantidades de energía en forma de rayos X y rayos gamma en un breve periodo de tiempo. De acuerdo a algunos modelos, los UHECRs podrían ser acelerados a través de la inducción de los vientos relativistas creados por la rápida rotación de un magnetar. La energía máxima alcanzada por partículas mediante dicho proceso coincide con la de los UHECRs ( $10^{20}$  eV) aunque, al igual que sucede con los GRBs, se trata de fuentes transitorias por lo que no puede asociarse su posición con la dirección de llegada de los rayos cósmicos.

Además de estos tres principales candidatos, en el **Plot de Hillas** adjunto se aprecia la presencia de otros objetos cosmológicos capaces de acelerar a los rayos cósmicos hasta energías de cientos de EeV. Sin embargo, la discusión de las posibles fuentes de UHECRs sigue presente en la comunidad científica, y las tres opciones presentadas arriba se muestran como las más firmes.

## 2.3. Detección del flujo de rayos cósmicos

El sistema solar está siendo constantemente bombardeado por un flujo de partículas de alta energía cuyo rango de valores abarca desde los pocos MeV hasta los  $10^{20}$  eV. En general, el espectro obtenido experimentalmente suele tener forma de ley potencial

$$\frac{d\Phi}{dE} = AE^{-\alpha} \Rightarrow \log \left[ \frac{d\Phi}{dE} \right] = \log[A] - \alpha \cdot \log[E]. \quad (2.19)$$

aunque para trabajar con una gráfica que sea más fácilmente tratable el eje de ordenadas suele multiplicarse por el factor de modificación del espectro  $E^\beta$ , de manera que se obtiene la función siguiente

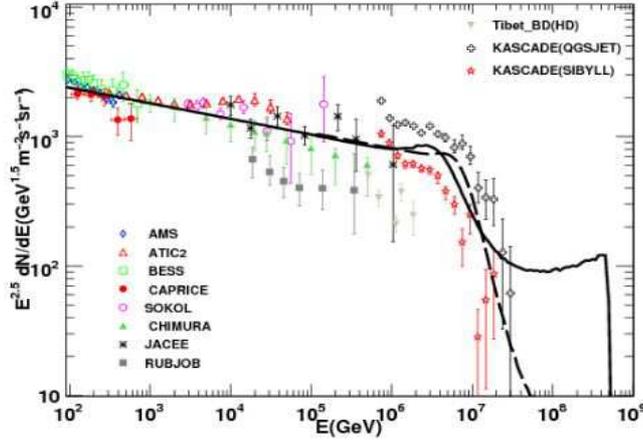
$$\log \left[ E^\beta \frac{d\Phi}{dE} \right] = \log[A] - (\alpha - \beta) \cdot \log[E]. \quad (2.20)$$

Experimentalmente se ha comprobado que el flujo decae intensamente a medida que los CRs son más energéticos. Algunos valores del eje de abcisas a tener en cuenta son

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(> 10^9 \text{ eV}) &\simeq 1,000 \text{ particles/s} \cdot \text{m}^2 \\ \mathcal{F}(> 10^{15} \text{ eV}) &\simeq 1 \text{ particle/yr} \cdot \text{m}^2 \\ \mathcal{F}(> 10^{20} \text{ eV}) &\simeq 1 \text{ particle/century} \cdot \text{km}^2 \end{aligned}$$

de modo que resulta lógico pensar que existan diferentes métodos experimentales para cada región del rango de energías (ver Fig. 2.2). Un punto de transición interesante es el llamado *knee o rodilla*  $\sim 3 \cdot 10^{15}$  eV, a

partir del cual el flujo decrece en un factor 50 por orden de magnitud que aumenta la energía. Por otro lado, el *ankle* o *tobillo*  $\sim 10^{18}$  eV corresponde al valor de energía a partir del cual los rayos cósmicos de energías superiores se consideran de origen extragaláctico.



**Figura 2.2:** Espectro del flujo diferencial  $\Phi(E)$  medido por distintos experimentos durante años. El factor de modificación es  $E^{2.5}$ .

### 2.3.1. Técnicas de detección de rayos cósmicos de altas energías

Existen dos principales métodos experimentales empleados en la detección de UHECRs en observatorios situados bajo la atmósfera terrestre. El primero de ellos se vale del efecto Cherenkov mientras que el otro utiliza la luz producida en la excitación de moléculas de nitrógeno por las partículas de la *cascada electrónica*.

#### Detectores Cherenkov

La mayoría de las partículas de los rayos cósmicos secundarios viajan a través de la atmósfera con velocidades relativistas, y en el caso de que dicha velocidad sea mayor que la velocidad de la luz para ese medio se produce radiación Cherenkov. La radiación emitida se encuentra entre longitudes de onda 300-350 nm, que coincide con la eficiencia cuántica de la mayoría de fotomultiplicadores.

El ángulo formado entre la radiación emitida y la dirección de la partícula viene dada por la expresión

$$\theta_C = \cos^{-1}(1/n\beta), \quad (2.21)$$

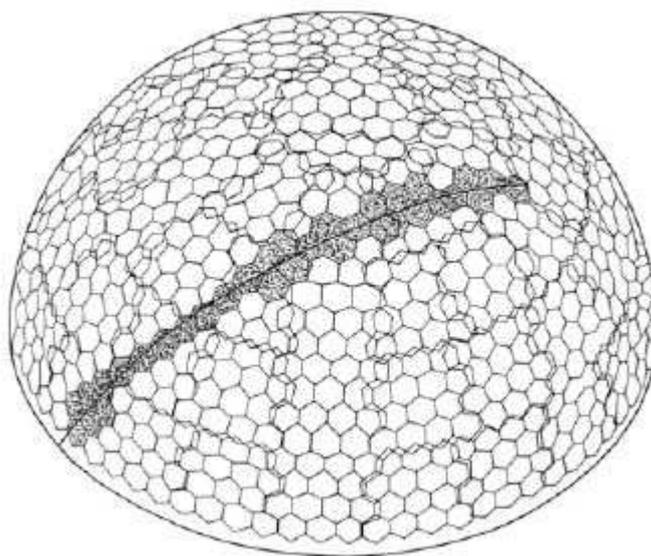
como  $n(h)$  decrece a medida que aumenta la altura, el ángulo incrementa cuando la cascada electromagnética se propaga desde lo alto de la atmósfera hasta el nivel del suelo. Este efecto radiante de los rayos cósmicos secundarios puede medirse mediante un conjunto de fotomultiplicadores orientados en la dirección del cenit distribuidos a lo largo de una gran superficie al nivel del suelo (*integrating detectors*) o a través de telescopios (imaging telescopes) compuestos por una colección de espejos y cámaras con fotomultiplicadores de lectura cubriendo un área extensa.

#### Detectores de fluorescencia

Este tipo de dispositivos basan su funcionamiento en la excitación de las moléculas de nitrógeno como consecuencia de la colisión sufrida con las partículas de UHECRs que viajan a través de la atmósfera. Dichas moléculas (o iones) decaen rápidamente ( $\sim 25$  ns) emitiendo fotones en la región de longitud de onda entre 300 y 440 nm, del visible al ultravioleta próximo.

A medida que la cascada avanza, nuevas moléculas de nitrógeno son excitadas, y las emisiones de fotones se van produciendo. Merece la pena darse cuenta de que la emisión es isotrópica, de manera que los detectores captan la llegada de luz desde cualquier dirección, a diferencia de los detectores Cherenkov. Además, otra ventaja de esta técnica está relacionada con la óptima transparencia atmosférica a los fotones en este rango de longitudes de onda. Por otro lado, el mayor inconveniente viene de la mano del bajo número de fotones producidos en cada interacción.

Si se desea medir la totalidad del recorrido en la atmósfera conviene colocar múltiples detectores de luz apuntando hacia regiones del espacio adjuntas; de este modo, ampliando el número de dispositivos o aumentando el ángulo sólido de cada uno se consigue un área observada mayor. Los detectores de fluorescencia modernos hacen uso de grandes distribuciones esféricas (ver Fig. 2.3) para que la información lumínica obtenida sea mayor.



**Figura 2.3:** Esquema de una disposición esférica de fotomultiplicadores. Empleada en centros de detección de CRs de renombre, como HiRes.

Para proteger a los telescopios de fluorescencia de condiciones climatológicas adversas y de la luz ambiente no deseada, se encierran en un edificio y se protegen con un filtro óptico especial. El objetivo de este filtro es transmitir la mayoría de señal de fluorescencia en el UV próximo mientras que bloquea cualquier otro fondo del cielo nocturno que pueda excitar a los fotomultiplicadores del sistema.

Debido a la extrema sensibilidad de los fotomultiplicadores, los sistemas de detección operan solamente durante noches de luna nueva, que es cuando la iluminación recibida se considera adecuada.

## 2.4. Composición química y datos experimentales de los UHECRs

La naturaleza intrínseca de la radiación cósmica de ultra alta energía juega un papel esencial en el entendimiento de los procesos mediante los cuales es acelerada, pero desde un punto de vista experimental la situación está lejos de mostrarse clara, ya que existen diferentes experimentos que muestran resultados contradictorios.

Algunos experimentos como **HiRes** (High Resolution Fly's Eye) y **TA (Telescope Array)** son coherentes entre sí, y muestran una composición puramente dominada por protones desde los  $10^{18}$  eV hasta las energías más altas que han sido medidas. Por otro lado, el espectro publicado por el **Observatorio Pierre Auger**

no muestra un comportamiento claro en términos de una posible composición de protones, por lo que sugiere que el comportamiento a altas energías puede venir determinado por la presencia de **núcleos pesados**. Esta tendencia se presenta para valores  $E > 4 \cdot 10^{18}$  eV [4].

Atendiendo a la energía máxima que propone el modelo de Hillas (ecuación 2.18), si se considera que los UHECRs son, en su mayoría, núcleos pesados, el rayo cósmico puede alcanzar los  $10^{20}$  eV sin necesidad de que  $\beta$  sea próximo a la unidad. E incluso esa misma energía podría llegar a alcanzarse en regiones no demasiado extensas o con un campo magnético no muy elevado, tal y como puede apreciarse en la figura 2.1 (línea verde), de manera que ambas composiciones son posibles según los cálculos realizados por Hillas.

## Capítulo 3

# Modelo de la propagación de protones de alta energía en el CMB

A continuación se presenta un modelo basado puramente en desarrollos de carácter teórico con el objetivo de dar forma al mecanismo de pérdida energética en los UHECRs durante su propagación a través del CMB, concretamente para el caso de protones. El objetivo será reproducir las fórmulas que se utilizan convencionalmente en la bibliografía especializada, aclarando su deducción y las hipótesis que subyacen en ellas.

### 3.1. Fuentes y detectores de radiación

Se definen en primer lugar las cantidades y parámetros físicos que intervienen en la producción, propagación y detección de los rayos cósmicos.

#### ■ Fuente de radiación

Se supone, por sencillez, una única fuente de protones. Al final del trabajo se calculará la integral al espacio de la distribución del número total de las mismas para poder tener un tratamiento más general del problema. El número de protones emitidos por una fuente en un intervalo energético, temporal y en una dirección determinada es

$$dN_e = \frac{I_e(E_e)}{r^2} dt_e \cdot dE_e \cdot r^2 d\Omega \quad (3.1)$$

siendo  $r$  la distancia entre el detector y la fuente.

#### ■ Detector de protones

El número de protones detectados en un intervalo energético, temporal y sobre una superficie determinada es de la forma

$$dN_d = \Phi_d(E_d, r) dt_d \cdot dE_d \cdot \Sigma_d \quad (3.2)$$

donde se ha tenido en cuenta que la detección de protones depende de la distancia a la fuente.

Las funciones  $I_e(E_e)$  y  $\Phi_d(E_d, r)$  determinan la emisión de protones con una energía  $E_e$  y su detección a una energía  $E_d$  a una distancia  $r$  de la fuente, respectivamente.

En primera aproximación se suponen trayectorias rectilíneas en la propagación de rayos cósmicos. Esta hipótesis resulta razonable si se tiene en cuenta que el ángulo de desviación para protones en el seno del campo magnético galáctico es  $\sim 1 - 5$  (véase Sección 2.2).

La detección del flujo viene caracterizada por dos funciones como variables: la función de emisión y la función que pondera la variación de la energía a lo largo de la trayectoria

$$\Phi_d(E_d, r) = \frac{1}{r^2} \int dE_e \cdot \mathcal{P}(E_e, E_d, r) \cdot I_e(E_e) \quad (3.3)$$

donde  $\mathcal{P}(E_e, E_d, r)$  computa el cambio de energía, en una distancia  $r$ , desde la inicial ( $E_e$ ) hasta la final ( $E_d$ ). A continuación se describen dos tipos de propagación según el tipo de interacción.

### Propagación libre

La energía permanece constante en todo el recorrido,

$$\mathcal{P}(E_e, E_d, r) = \delta(E_e - E_d) \Rightarrow \Phi_d(E_d, r) = \frac{I_e(E_d)}{r^2} \quad (3.4)$$

Se obtiene un fenómeno de propagación regido por la ley cuadrática inversa con numerador la función de emisión evaluada en la energía de detección. Este resultado era de esperar, debido a que se trata de una fuente puntual emitiendo en todas las direcciones.

Es el caso más sencillo pero no es aplicable al problema que se desea resolver, ya que conduce irrevocablemente a considerar la ausencia de fotones del fondo cosmológico. Además, la fórmula anterior ignora el corrimiento al rojo (pérdida adiabática).

### Propagación con interacción

Debido a la interacción con los fotones de fondo, la energía del rayo cósmico de ultra alta energía no puede suponerse constante.

Se considera la distancia total que separa la fuente y el detector,  $r$ , como la suma a todos los diferenciales de camino,  $dr$ . El número de interacciones y la variación energética del protón a lo largo de toda la trayectoria viene determinado por la densidad de fotones de CMB (ver 1.1).

Este último punto resulta trascendente, ya que priva del carácter monótono decreciente al modelo de propagación, es decir, la energía no disminuye en cada distancia diferencial recorrida, de manera que para una misma energía detectada ( $E_d$ ) pueden existir diversas energías emitidas ( $E_{e1}, E_{e2}, \dots$ ). Toda pérdida de energía por parte del protón es debida al proceso de fotoproducción de piones visto en (2.2). Pese a que en la bibliografía [1] se describa la fotoproducción

$$p + \gamma_{CMB} \rightarrow n + \pi^+, \quad (3.5)$$

el neutrón acabará desintegrándose en un protón de aproximadamente la misma energía, de modo que es razonable trabajar con la situación de producción de piones neutros.

La energía perdida por el protón tras cada colisión con el fotón es

$$dE \approx -\langle E_\pi \rangle \cdot n_t \cdot dr \cdot \sigma \quad (3.6)$$

siendo  $E_\pi$  es la energía del pión,  $n_t$  la densidad de fotones y  $\sigma(E)$  la sección eficaz, y donde se ha considerado que la energía total del estado inicial es prácticamente la del protón. Despejando de la expresión anterior

$$\frac{dE}{dr} \approx -n_\gamma \langle E_\pi \rangle \sigma = \frac{-n_\gamma}{\sigma} \int dE_\pi \frac{d\sigma}{dE_\pi} E_\pi \cdot \sigma = -n_\gamma \int dE_\pi \frac{d\sigma}{dE_\pi} E_\pi \quad (3.7)$$

que será nula cuando la energía disponible del protón sea inferior que la mínima necesaria para la fotoproducción,  $E < E_p|_{th}$ , con  $E_p|_{th}$  calculada en la sección 2.1.1 (ecuación 2.6). En ese caso la energía no cambia,  $E_d = E_e = cte$ . Si bien la expresión anterior es una primera aproximación, a continuación se exponen una serie de consideraciones concretas de gran importancia:

- La densidad de fotones de CMB viene dada por la distribución de Planck para la energía del fotón  $\omega$

$$n_\gamma = \int d\omega \cdot n_t(\omega) \quad (3.8)$$

- Es necesario computar al ángulo formado entre la dirección de llegada del fotón respecto a la del protón en el sistema de referencia laboratorio ( $\theta$ ):

$$\frac{1}{4\pi} \int d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 d(\cos \theta) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \quad (3.9)$$

- La sección eficaz es función de la energía del protón, del pión y del fotón, así como de la dirección

$$\sigma \equiv \sigma(E, E_\pi, \omega, \theta) \quad (3.10)$$

La expresión de la pérdida de energía del protón expresada en el sistema de referencia laboratorio (3.7) obtiene la forma siguiente

$$\frac{dE}{dr} \approx -\frac{1}{2} \int_{\omega_{th}}^{\infty} d\omega \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \int_{m_\pi}^E dE_\pi \cdot E_\pi \frac{d\sigma}{dE_\pi}(E, E_\pi, \omega, \theta) n_\gamma(\omega) \quad (3.11)$$

donde  $\omega_{th}$  es la energía umbral del fotón, que para una energía fija del protón depende del ángulo  $\theta$  (ver 2.5), de modo que habría que colocar esta integral dentro de la integral en ángulo. Esta es una de las razones por las que resulta más simple trabajar con el sistema de referencia en reposo del protón (junto con el hecho de que la sección eficaz es independiente del ángulo en dicho sistema, puesto que todas las colisiones son frente a frente), como se va a ver en la sección que sigue.

### 3.2. Cálculo del ritmo de pérdida de energía de un protón interaccionando con el CMB

Se va a obtener una relación en función de las variables en dos sistemas de referencia: el sistema laboratorio (LabF) y el sistema de referencia en el que el protón se encuentra en reposo (RF). Además, también se va a trabajar con el sistema de referencia centro de masas (SRCM) para realizar los cálculos necesarios.

La energía del fotón del CMB que colisiona con el protón es  $\omega$  en LabF y  $\omega'$  en RF. La relación entre ambas cantidades es:

$$\omega' = \gamma\omega(1 - \beta \cos \theta) \approx \gamma\omega(1 - \cos \theta), \quad (3.12)$$

se ha tomado  $\beta \approx 1$  por tratarse de protones de ultra alta energía, y  $\gamma = E/m_p$ . De manera análoga a como se trabajó en la sección 2.1.1, se puede calcular la energía umbral del fotón para que se dé el proceso, igualando el invariante de masa umbral de los SRCM y RF

$$S_{th} = (m_p + m_\pi)^2 = (m_p + \omega'_{th})^2 - \omega'^2_{th} \Rightarrow \omega'_{th} = m_\pi \left(1 + \frac{m_\pi}{2m_p}\right) \quad (3.13)$$

Se ha visto que en el LabF, el valor umbral de la energía del fotón depende del ángulo formado entre su dirección y la del protón incidente  $\theta$

$$\omega_{th}(\theta) = \frac{\omega'_{th}}{\gamma(1 - \cos \theta)}. \quad (3.14)$$

Para lo que sigue, es necesario demostrar la igualdad matemática siguiente

$$\int_{-1}^1 d(\cos \theta) \int_{\omega(\theta)}^\infty d\omega F(\omega, \theta) = \int_{\omega'_{th}/2\gamma}^\infty d\omega \int_{\omega'_{th}}^{2\gamma\omega} d\omega' \frac{F(\omega, \omega')}{\gamma\omega} \quad (3.15)$$

donde  $F$  es una función cualquiera. Se trata entonces de un cambio de variable  $(\omega, \cos \theta) \rightarrow (\omega, \omega')$ ; el determinante jacobiano, usando las expresiones (3.12) y (3.14), es

$$|J| = \begin{vmatrix} \partial\omega/\partial\omega & \partial\omega/\partial(\cos \theta) \\ \partial\omega'/\partial\omega & \partial\omega'/\partial(\cos \theta) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \partial\omega'/\partial\omega & -\gamma\omega \end{vmatrix} = \gamma\omega$$

y como la relación entre elementos diferenciales en ambas variables es  $d\omega d(\cos \theta) \rightarrow |J|^{-1}d\omega d\omega'$ , sólo resta comprobar la igualdad en los límites de integración.

Obsérvese que sustituyendo el valor de  $\cos \theta = -1$  en la ecuación (3.12) se obtiene  $\omega' = 2\gamma\omega$  y el límite inferior de la integral en  $\omega'$  ha de ser la mínima energía con la que incide el fotón en RF ( $\omega'_{th}$ ). De forma análoga, para valores próximos a  $\cos \theta = 1$ , la expresión (3.14) diverge y el límite correspondiente a la variable energía del fotón en LabF tiende a infinito. El valor del límite inferior a la función a integrar en  $\omega$  es independiente del ángulo en el segundo sistema de variables y, de nuevo, viene dado por la ecuación (3.14), siendo este  $\omega'_{th}/2\gamma$ .

Una vez demostrada la igualdad (3.15), se procede a calcular la fracción de energía perdida en el LabF. Para ello, conviene utilizar el SRCM para el estado final pión-protón

$$S = (E_f^* + E_\pi^*)^2 = E_f^{*2} + E_\pi^{*2} + 2E_f^*E_\pi^* = -E_f^{*2} + E_\pi^{*2} + 2\sqrt{S}E_f^* = m_\pi^2 - m_p^2 + 2\sqrt{S}E_f^*, \quad (3.16)$$

siendo  $E_f$  la energía final del protón, y  $E_\pi$  la energía del pión en el estado final. En la expresión anterior se ha utilizado  $\sqrt{S} = E_f^* + E_\pi^*$  y  $E_f^{*2} - m_p^2 = E_\pi^{*2} - m_\pi^2$  que caracteriza al SRCM. Despejando la energía final del protón,

$$E_f^* = \frac{S + m_p^2 - m_\pi^2}{2\sqrt{S}}. \quad (3.17)$$

La relatividad especial rige las leyes de transformación entre dos sistemas de referencia, de tal modo, que considerando la totalidad del sistema como un objeto de masa  $\sqrt{S}$ , el factor de Lorentz entre el SRCM y el LabF es

$$E_{sist}^{LabF} = \gamma_c(E_{sist}^* - \vec{\beta}_c \cdot \vec{P}_{sist}^*) = \gamma_c E_{sist}^* = \gamma_c \sqrt{S} \Rightarrow \gamma_c = \frac{E + \omega}{\sqrt{S}} \approx \frac{E}{\sqrt{S}} \quad (3.18)$$

Dicho factor permite expresar de manera análoga el valor medio de la energía final del protón en el sistema laboratorio

$$\langle E_f \rangle = \gamma_c \langle E_f^* - \vec{\beta}_c \cdot \vec{p}_f^* \rangle \quad (3.19)$$

siendo  $\vec{\beta}_c$  la dirección del boost entre LabF y SRCM. Resulta beneficioso calcular su dirección así como la del momento final  $\vec{p}_f^*$ .

### Dirección del boost

Partiendo de las transformaciones relativistas para los momentos del estado inicial

$$\vec{p}^* = \gamma_c(\vec{p} + \vec{\beta}_c E) \quad (3.20)$$

$$\vec{k}^* = \gamma_c(\vec{k} + \vec{\beta}_c \omega) \quad (3.21)$$

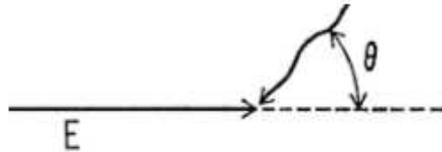
e imponiendo la condición de momento total nulo en el sistema centro de masas,

$$\vec{P}_{sist}^* = \vec{p}^* + \vec{k}^* = 0, \quad (3.22)$$

sustituyendo en las expresiones de arriba, y despejando:

$$\vec{\beta}_c = -\frac{\vec{p} + \vec{k}}{\omega + E} = -\frac{\vec{p} + \vec{k}}{E(1 + \omega/E)} \approx -\frac{\vec{p} + \vec{k}}{E} \left(1 - \frac{\omega}{E}\right) \approx -\frac{\vec{p}}{E} - \frac{\vec{k}}{E} + \frac{\omega \vec{p}}{E^2} \quad (3.23)$$

donde se ha utilizado  $1/(1+x) \approx 1-x$ , despreciando términos de segundo orden, siendo  $x = \omega/E \ll 1$ . Teniendo en cuenta que los dos últimos sumandos de la expresión obtenida son despreciables frente al primero, se infiere que el boost coincide prácticamente con la velocidad del protón del estado inicial medida por un observador en el sistema laboratorio. Solamente para una transformación LabF→RF, dichas cantidades (boost y velocidad del protón inicial en LabF) son exactamente iguales. Es decir, debido al elevado momento lineal del protón respecto al del fotón, la dirección del boost se desvía muy poco de la línea marcada por dicho momento  $\vec{p}$ . La diferencia angular la otorga la componente debida al momento del fotón, que sale con ángulo  $\theta$  de la línea (ver Fig. 3.1), y aproximadamente viene dada por el término  $-\vec{k}/E$ .



**Figura 3.1:** Colisión protón-fotón vista en el sistema de referencia laboratorio.

### Dirección del momento final en el SRCM

Desde un punto de vista cinemático, el momento final del protón observado desde el SRCM no tiene una dirección privilegiada, es decir, el ángulo formado entre dicha dirección de salida y la marcada por el protón

incidente en el LabF barre todos aquellos posibles valores cuyas situaciones extremas van desde la orientación paralela hasta la antiparalela.

Por otro lado, la dinámica registrará la probabilidad que existe para cada ángulo. Siendo  $\theta^*$  el ángulo de scattering en el SRCM, y  $f(\theta^*)$  la función que pondera la probabilidad correspondiente a cada ángulo, el promedio del coseno es:

$$\langle \cos \theta^* \rangle = \frac{1}{\int_{-1}^1 d(\cos \theta^*)} \int_{-1}^1 d(\cos \theta^*) \cos \theta^* f(\theta^*). \quad (3.24)$$

Por tratarse de una interacción electromagnética se conserva la paridad, de manera que resulta razonable considerar que las funciones que rigen la dinámica tengan carácter par, otorgando así simetría al promedio visto en la ecuación anterior (3.24) esto es,  $\langle \cos \theta^* \rangle = 0$ .

Teniendo en cuenta que la distribución angular en el SRCM es simétrica en  $\cos \theta^*$  y que, como ya se ha demostrado anteriormente, la dirección de  $\vec{\beta}_c$  es aproximadamente la misma que la del momento lineal del protón del estado inicial en el LabF, el promedio del producto escalar entre  $\vec{p}_f^*$  y  $\vec{\beta}_c$  es nulo. La ecuación (3.19) se convierte en:

$$\langle E_f \rangle = \gamma_c \langle E_f^* \rangle \quad (3.25)$$

Y haciendo uso de las expresiones (3.17) y (3.18), la ecuación anterior obtiene la forma siguiente

$$\langle E_f \rangle = \gamma_c \langle E_f^* \rangle = \frac{1}{2} \langle E \rangle \left( 1 + \frac{m_p^2 - m_\pi^2}{S} \right) \quad (3.26)$$

y la fracción de energía perdida promedio para el protón, en el LabF, es:

$$f_p(S) \equiv 1 - \left\langle \frac{E_f}{E} \right\rangle = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{m_p^2 - m_\pi^2}{S} \right). \quad (3.27)$$

Teniendo en cuenta que la variación de energía del protón en cada colisión se define como  $\Delta E = E_f - E$ , el ritmo de pérdida energética se expresa como su integral a todos los procesos

$$-\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = \int \frac{E - E_f}{E} \frac{dN}{dt} = \int f_p(S) \frac{dN}{dt} = \frac{1}{\gamma} \int f_p(S) \frac{dN}{dt'}(S) \quad (3.28)$$

donde  $dN/dt$  es el **número de procesos por unidad de tiempo** (medido por un observador en el sistema laboratorio), y  $\gamma$  la relación entre los sistemas de referencia LabF y RF ( $dt = \gamma dt'$ ). Nótese que la energía del fotón en el RF determina completamente  $S$  (Ec. 3.13), es decir,  $f_p \equiv f_p(\omega')$ , e introduciendo la definición de sección eficaz

$$-\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = \frac{1}{\gamma} \int d\omega' f_p(\omega') \sigma(\omega') n'_\gamma(\omega') \quad (3.29)$$

designando a  $n'_\gamma(\omega')$  como la densidad de fotones en el RF.

La dificultad en la fórmula anterior está en determinar la densidad de fotones en el RF. Para ello, se va a hacer uso de un invariante relativista de gran utilidad,  $dn/\omega$ . La demostración que sigue fue desarrollada por Blumenthal en 1970 (véase [6])

*Demostración.* Si se considera  $dn$  como una densidad de fotones diferencial y dicha cantidad puede ser expresada en función del número de partículas  $dN$  (que es invariante), el elemento de volumen espacial  $dV$  y el invariante de volumen cuadridimensional  $dX = dx_0 dx_1 dx_2 dx_3 = dx_0 dV$ , entonces

$$dn = dN/dV = (dN/dX)dx_0. \quad (3.30)$$

Es sencillo darse cuenta de que  $dn$  transforma como la componente temporal del cuadvivector posición del fotón. La condición de intervalo relativista para una partícula moviéndose a la velocidad de la luz en la dirección  $i$  es  $ds^2 = 0$ , que implica:

$$(dx_0)^2 = (dx_i)^2 \quad (3.31)$$

$$(p_0)^2 = (p_i)^2 \quad (3.32)$$

y entonces  $dx_i/dx_0 = p_i/p_0$ , de forma que el cociente  $dx_0/p_0 = (\sum a'_{0\mu} dx'_\mu)/(\sum a'_{0\mu} p'_\mu) = dx'_0/p'_0$ . Llevando este último resultado a la expresión de transformación para la densidad diferencial  $dn$ ,

$$\frac{dn}{\omega} \equiv \frac{dn}{p_0} = \frac{dN}{dX} \frac{dx_0}{p_0} = \frac{dN}{dX} \frac{dx'_0}{p'_0} = \frac{dn'}{\omega'} \quad (3.33)$$

□

Aplicado al caso que interesa, el resultado anterior significa

$$\frac{n'_\gamma(\omega') d\omega' d(\cos \theta')}{\omega'} = \frac{n_\gamma(\omega) d\omega d(\cos \theta)}{\omega} \Rightarrow n'_\gamma(\omega') d\omega' d(\cos \theta') = \frac{\omega'}{\omega} n_\gamma(\omega) d\omega d(\cos \theta). \quad (3.34)$$

Sea  $h(\omega')$  una función únicamente dependiente de  $\omega'$ ,

$$\int h(\omega') n'_\gamma(\omega') d\omega' d(\cos \theta') = \int_{-1}^1 d(\cos \theta') \int d\omega' h(\omega') n'_\gamma(\omega') = 2 \int d\omega' h(\omega') n'_\gamma(\omega'), \quad (3.35)$$

que, en función de las variables del sistema de referencia laboratorio (3.12) y usando la invariancia de la cantidad vista (3.34), es

$$\int h(\omega') n'_\gamma(\omega') d\omega' d(\cos \theta') = \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \int d\omega \frac{\omega' h(\omega, \cos \theta) n_\gamma(\omega)}{\omega}. \quad (3.36)$$

Llevando este resultado a la ecuación del ritmo (3.29), con  $h(\omega, \cos \theta) = f_p(\omega, \cos \theta) \sigma(\omega, \cos \theta)$ ,

$$-\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2\gamma} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \int_{\omega_{th}(\theta)}^{\infty} d\omega \frac{\omega' f_p(\omega, \cos \theta) \sigma(\omega, \cos \theta) n_\gamma(\omega)}{\omega} = \frac{1}{2\gamma} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \int_{\omega_{th}(\theta)}^{\infty} d\omega \frac{\omega' f_p(\omega') \sigma(\omega') n_\gamma(\omega')}{\omega}.$$

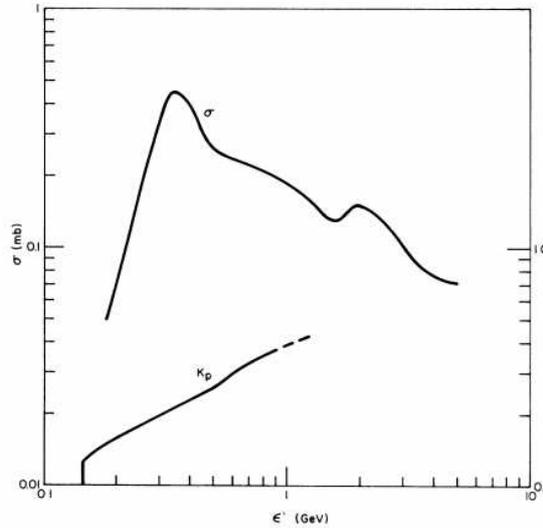
Los límites de la integral escogidos para la expresión anterior son aquellos correspondientes al intervalo en el que la sección eficaz sea distinta de cero. Haciendo uso de la igualdad matemática demostrada al principio de esta sección (Ec. 3.15)

$$-\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2\gamma^2} \int_{\omega'_{th}/2\gamma}^{\infty} d\omega \frac{n_\gamma(\omega)}{\omega^2} \int_{\omega'_{th}}^{2\gamma\omega} d\omega' \omega' f_p(\omega') \sigma(\omega') \quad (3.37)$$

que es la forma integral de expresar el ritmo más conveniente para estudiar la evolución energética de los UHECRs en el CMB, pese a que se haya requerido considerar tres sistemas de referencia en su deducción. La principal ventaja de escribir el ritmo como en la expresión anterior frente a la que se dedujo al principio de este capítulo (Ec. 3.11) es el hecho de tener dos integrales en vez de tres, y que una de ellas sea a la energía del fotón en el sistema LabF. Otros factores importantes a tener en cuenta son que la forma de la fracción de pérdida energética  $f_p(\omega')$  ya ha sido calculada en este trabajo (Ec. 3.27), la densidad de fotones del CMB en el LabF viene dada por la distribución de Planck (Ec. 3.38) y la sección eficaz  $\sigma(\omega')$  es conocida mediante métodos experimentales (Fig. 3.2).

En unidades naturales

$$n_\gamma(\omega)d\omega = \frac{\omega^2 d\omega}{e^{\omega/kT} - 1}. \quad (3.38)$$



**Figura 3.2:** Inelasticidad ( $\kappa$ ) y sección eficaz total ( $\sigma$ ) medidas para el proceso de fotoproducción de piones en el sistema de referencia del protón en reposo. [7]

De esta forma se tienen todos los ingredientes necesarios para calcular el ritmo, y por ende, la energía del rayo cósmico en función del tiempo  $E(t)$  (o del espacio recorrido,  $E(r)$ ) tras integrar (en 3.37) y resolver la ecuación diferencial de la energía del protón resultante.

El resultado final obtenido aparece en algunos de los artículos relacionados con la propagación de UHECRs en el fondo de radiación (véase [3] y [6]) y, si bien es cierto que sus expresiones difieren en algún coeficiente por el sistema de unidades utilizado en cada caso, en todos ellos se presenta como lógico el uso de varios sistemas de referencia con el objetivo de poder aplicar las funciones que son conocidas para cada observador. Además, resulta necesario aclarar que esta fórmula es únicamente válida para el tratamiento de un caso con invariancia Lorentz estándar, de manera que de su fiel ajuste a la realidad como modelo dependen los estudios que se llevan a cabo actualmente acerca de una posible nueva física. Durante los últimos años la computación en el ámbito de los métodos numéricos se ha postulado como la mejor forma de abordar el problema; de hecho, algunas simulaciones realizadas mediante el método Monte Carlo han obtenido resultados ciertamente próximos a los datos otorgados por el espectro de Rayos Cósmicos conocido (ver [9]).

## Capítulo 4

# Conclusiones

Se ha presentado un modelo matemático para la propagación de protones en el fondo de microondas puramente construido a partir de los principios de la Teoría de Campos en general, y de la Teoría de la Relatividad Especial en particular.

Para ello, se han explicado algunos de los conceptos, metodologías y técnicas vinculadas a la Física de Altas Energías, como también todas las contradicciones, dudas (composición química y fuentes de emisión) y posibles soluciones (Plot de Hillas) que giran en torno a los UHECRs aún a día de hoy. A fin de cuentas, el estudio de su propagación en el CMB no es más que una herramienta para llevar a cabo análisis de colisiones de partículas con energías inalcanzables en aceleradores hechos por el ser humano, o para obtener información sobre los campos magnéticos presentes en el espacio intergaláctico, por ejemplo.

La parte central del trabajo ha consistido en la deducción de la fórmula que proporciona la pérdida de energía en la propagación de protones en el CMB. Para ello, ha resultado conveniente el uso de distintos sistemas de referencia y de la invariancia relativista. Así, los cálculos realizados asumen la validez de la Relatividad Especial. Posibles desviaciones entre observaciones experimentales y las simulaciones numéricas que toman estas ecuaciones como punto de partida, podrían indicar por tanto desviaciones de la invariancia de Lorentz, como sugieren diversas aproximaciones al problema de la gravedad cuántica. Una de estas desviaciones podría ser la modificación en el límite energético máximo predicho teóricamente (GZK Cut-off).

Si la corrección respecto a la predicción estándar de este umbral entra dentro de un rango de energías suficientemente apreciable o no, es algo que se encuentra al alcance de las investigaciones actuales [10].

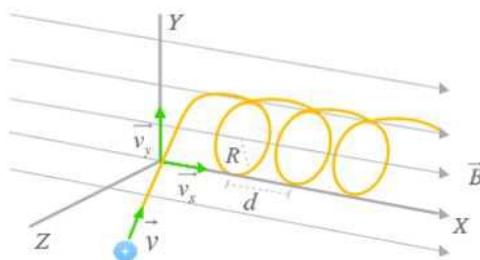
## Apéndice A

# Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético

La fuerza de Lorentz (en unidades c.g.s) debida a un campo magnético  $\vec{B}$  a la que está sometida una partícula con carga  $q = Ze$ , masa  $m$  y velocidad  $\vec{v}$ , es

$$\gamma m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B} \quad (\text{A.1})$$

siendo  $\gamma$  el factor de Lorentz. Atendiendo a dicha fórmula se puede concebir la trayectoria que sigue la partícula. La aceleración tiene dirección perpendicular a la velocidad y a la dirección del campo magnético, de manera que existe una contribución circular debida a la perpendicularidad entre las magnitudes cinemáticas y una lineal dada por el movimiento uniforme de la partícula cargada en dirección del campo  $\vec{B}$ , formando un movimiento total helicoidal, como el que se muestra a continuación.



**Figura A.1:** Trayectoria de una partícula cargada en un campo magnético.

Suponiendo un campo magnético estático y uniforme, la integración de la ecuación de la fuerza de Lorentz permite hallar la velocidad en función del radio

$$\vec{v} = \vec{r} \times \frac{q\vec{B}}{\gamma mc}. \quad (\text{A.2})$$

resulta sencillo comprobar que las dimensiones del segundo término correspondiente al segundo miembro de la ecuación anterior han de ser las de una frecuencia. A dicho término se le da el nombre de frecuencia Larmor,  $\vec{\omega}_L$ . El radio de la órbita, llamado radio de Larmor, se despeja de la relación anterior tomando módulos

$$r_L = \frac{v}{\omega_L} = \frac{\gamma m v c}{ZeB} = \frac{pc}{ZeB} \simeq \frac{E}{ZeB}. \quad (\text{A.3})$$

donde se ha utilizado  $q = Ze$  y se ha aproximado la energía de la partícula a su momento lineal por tratarse de una situación con velocidad próxima a la de la luz.

## Apéndice B

# Mecanismos de aceleración de Fermi: espejos magnéticos

Los mecanismos describen los procesos de scattering que producen la aceleración de partículas cargadas en una región del espacio donde existe un campo magnético inhomogéneo. En el marco de la astrofísica, el campo magnético tiene como fuente una nube de materia interestelar *helada* cuya densidad es mucho mayor que la de su entorno. El scattering entre la partícula ( $m, q$ ) y la nube magnética ( $M \gg m$ ) es elástico en el sistema de referencia de la nube en reposo.

Ha de tenerse en cuenta que, a diferencia de lo visto para un campo uniforme (Apéndice A), la trayectoria no es helicoidal. Una aproximación simple del movimiento de una partícula cargada en el seno de un campo magnético no uniforme parte de la Ley de Faraday

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{B.1})$$

El cambio de la energía asociada a la componente radial de la velocidad a lo largo de una órbita es,

$$\Delta E_{\perp} = \int q \vec{E} \cdot d\vec{l} = q \int \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\frac{q}{c} \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (\text{B.2})$$

donde la integral se extiende a la superficie encerrada por la trayectoria aproximadamente circular de la partícula en cada giro. Suponiendo que el campo varía una pequeña cantidad por cada periodo Larmor ( $T_L$ ), la derivada parcial del campo respecto al tiempo puede aproximarse como  $-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \approx \frac{\Delta B}{T_L}$ . Sustituyendo en (B.2)

$$\Delta E_{\perp} = \frac{q}{c} \frac{\Delta B}{T_L} (\pi r_L^2) = q \Delta B \frac{\omega_L}{2\pi} (\pi r_L^2) = \left( \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \right) \frac{\Delta B}{B} = E_{\perp} \frac{\Delta B}{B} \quad (\text{B.3})$$

en donde se ha usado la definición de frecuencia Larmor y su relación con el radio Larmor (ecuación A.2). Se puede reescribir la ecuación (B.3) de la siguiente manera

$$\Delta \left[ \log \left( \frac{E_{\perp}}{B} \right) \right] = 0 \Rightarrow \frac{E_{\perp}}{B} = cte \quad (\text{B.4})$$

designando a log como el logaritmo nepeariano. Dado que en el sistema de referencia del observador, el movimiento ocurre en un campo estático, la fuerza de Lorentz no produce trabajo y la energía cinética debe ser una constante de movimiento; por tanto, cada cambio de  $E_{\perp}$  debido a las inhomogeneidades de  $B$  corresponde a una variación igual y opuesta de  $E_{\parallel}$ . Designando  $\theta$  al ángulo formado entre la velocidad de

la partícula y el campo magnético  $\vec{B}$ ,  $v_{\perp} = v \cdot \sin \theta$ , entonces el cociente  $\frac{\sin^2 \theta}{B}$  se mantiene constante. Es lo que se denomina *invariante adiabática* y da cuenta de la desviación que sufre una partícula cargada en el seno de un campo magnético de magnitud creciente. Cuando existe un fuerte incremento dichas regiones son llamadas *magnetic mirrors* o *espejos magnéticos*.

# Bibliografía

- [1] SPURIO, MAURIZIO. *Particles and Astrophysics: A Multi-Messenger Approach*. Springer.
- [2] ALOISIO, ROBERTO. *Ultra High Energy Cosmic Rays: A Short Review*. Astrophys. arXiv:1211.2004v2 (Jan 24, 2013)
- [3] R. ALOISIO, V. BEREZINSKY AND S. GRIGORIEVA. *Analytic calculations of the spectra of ultra high energy cosmic ray nuclei. II. The general case of background radiation*. Astrophys. arXiv:1006.2484 (July 31, 2012)
- [4] R. U. ABBASI, T. ABU-ZAYYAD, M. ALLEN [HIRES COLLAB.] *First Observation of the GZK Suppression*. Astrophys. arXiv:astro-ph/0703099 (Feb 15, 2008)
- [5] D. HOOPER, S. SARKAR AND ANDREW M. TAYLOR [FERMILAB] *The intergalactic propagation of ultra-high energy cosmic ray nuclei*. Astrophys. arXiv:astro-ph/0608085v4 (Feb 4, 2008)
- [6] GEORGE R. BLUMENTHAL AND ROBERT J. GOULD *Bremsstrahlung, Synchrotron radiation and Compton scattering of High-Energy Electrons traversing dilute gases*. Rev.Mod.Phys Volume 42, Number 2, 237 (April, 1970)
- [7] F. W. STECKER *Effect photomeson production by the universal radiation field on high-energy cosmic rays*. Physical Review Letters Volume 21, Number 14 (Sept 30, 1968)
- [8] V. S. BEREZINSKY, S. V. BULANOV, V. A. DOGIEL, V. L. GINZBURG AND V.S. PTUSKIN. *Astrophysics of Cosmic Rays*. North-Holland (1990)
- [9] R. ALOISIO, D. BONCIOLI, A. F. GRILLO, S. PETRERA, F. SALAMIDA. *SimProp: A Simulation ode for Ultra High Energy Cosmic Ray propagation*. Astrophys. arXiv:1204.2970v2 [astro-ph.HE] (Oct 1, 2012)
- [10] S. T. SCULLY, F. W. STECKER. *Lorentz Invariance Violation and the Observed spectrum of Ultra High Energy Cosmic Rays*. Astrophys. arXiv:08112230v4 [astro-ph] (Feb 25, 2009)
- [11] F. W. STECKER, M. MALKAN AND S. SCULLY *Intergalactic Photon Spectra from the Far IR to the UV Lyman Limit and the Optical Depth of the Universe to High Energy Gamma-Rays*. Astrophys.J. 648 (2006) 774-783[astro-ph/0510449].
- [12] R. ALVES BATISTA, D. BONCIOLI, A. DI MATTEO, A. VAN VLIET AND D. WALZ. *Effects of uncertainties in simulations of extragalactic UHECR propagation, using CRPropa and SimProp*. Astrophys. arXiv:1508.01824v2 [astro-ph.HE] (Dec 12, 2015).