

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

**El bosón de Higgs:
Ruptura espontánea de simetría**

23 de junio de 2016

Marcos Martínez Roig

Grado en Física
Departamento: Física teórica
Directora: Siannah Peñaranda Rivas

Índice

1. Introducción.	2
2. Modelo Estándar: Simetrías	2
3. Toy model	5
4. Ruptura de simetría y mecanismo de Higgs	10
5. Desintegración del bosón de Higgs	16
6. Mecanismos de producción y desintegración del boson de Higgs en el LHC	22
7. Conclusiones	23

1. Introducción.

Actualmente, la física de partículas se encuentra en un momento de auge, siendo uno de los sectores más importantes en la investigación de la física fundamental. El Modelo Estándar de partículas elementales es un modelo que nos permite explicar los elementos constituyentes de la materia, describiendo tres de las cuatro interacciones fundamentales entre las partículas. Este modelo ha sido confirmado experimentalmente en los aceleradores con muy alta precisión, siendo el descubrimiento de la partícula de Higgs en el LHC en el 2012 su último gran logro.

Sin embargo sabemos que las partículas que residen en el Modelo Estándar no pueden presentar teóricamente masa debido a la existencia de una serie de invariancias que debe cumplir el sistema. El denominado mecanismo de Higgs, pieza adicional del modelo Estándar, a partir del cual provocamos una ruptura de simetría, es el responsable de la generación de las masas de las partículas. En este trabajo nos proponemos explicar como, considerando la interacción de las partículas del Modelo Estándar con un campo escalar complejo de fondo, con un valor esperado del vacío no nulo, sometido a un potencial con unas propiedades concretas y, a través del mecanismo de Higgs, somos capaces de dar masa a las partículas que residen en el Modelo Estándar. Veremos como este mecanismo da lugar a la existencia de una partícula adicional en el Modelo Estándar, la partícula de Higgs. Además, analizaremos las interacciones de esta partícula con el resto de partículas del Modelo Estándar y nos centraremos en el estudio de los posibles canales de desintegración del bosón de Higgs. Finalmente mencionamos los posibles canales de producción de la partícula de Higgs para su posterior estudio experimental.

Para este estudio, primero discutiremos las leyes de simetría que conforman el Modelo Estándar, su relevancia e implicaciones. Después, desarrollamos un "toy model" para explicar el concepto de ruptura de simetría, que posteriormente extenderemos al Modelo Estándar. Finalmente, nos centraremos en el cálculo y análisis de los procesos de desintegración del bosón de Higgs, resumimos sus posibles mecanismos de producción y terminamos con las conclusiones del trabajo. Al final del trabajo se encuentra la lista de referencias consultadas, aunque muchas de ellas no son citadas a lo largo de la memoria.

2. Modelo Estándar: Simetrías

En el marco de la teoría covariante (invariante gauge), que actualmente da forma al Modelo Estándar empleado en la física de partículas, existen una serie de simetrías denominadas invariancias gauge. Estas son realmente importantes ya que, por un lado, a partir de estas simetrías se derivan las distintas partículas que constituyen el Modelo Estándar y las posibles interacciones entre estas y, por otro lado, según el teorema de Noether, por cada simetría existente en un sistema físico existe una cantidad física conservada.

Consideremos la teoría cuántica de campos según la cual podemos definir una partícula a partir de un campo (función de onda) $\psi(x)$ cuyo cuadrado, según la interpretación probabilística de Max Born, define la probabilidad espacio-temporal de encontrar la partícula.

Consideremos una transformación gauge, es decir, una transformación unitaria sobre esta función de ondas que describe la partícula. Esta puede ser:

- global, en cuyo caso el parámetro de la transformación α no depende de las coordenadas:

$$\psi(\vec{r}) \rightarrow \psi'(\vec{r}) = U(\alpha)\psi(\vec{r}) = e^{i\alpha}\psi(\vec{r}) \quad (1)$$

- local, en cuyo caso el parámetro de la transformación $\alpha(\vec{r})$ si depende de las coordenadas:

$$\psi(\vec{r}) \rightarrow \psi'(\vec{r}) = U(\alpha)\psi(\vec{r}) = e^{i\alpha(\vec{r})}\psi(\vec{r}) \quad (2)$$

Además, en función del parámetro α , esta transformación pertenecerá a un grupo algebraico u otro. Por ejemplo, si el parámetro de la transformación es un escalar esta transformación pertenecerá al grupo $U(1)$, grupo abeliano ya que dos escalares siempre conmutan y, por extensión, dos transformaciones de este tipo conmutan, mientras que si el parámetro de la transformación es una matriz N -dimensional pertenecerá al grupo de las transformaciones $SU(N)$, grupo abeliano también. Hay que tener en cuenta que la existencia de estas simetrías gauge implica la existencia de una fase global en las funciones de onda que no podemos conocer. Sin embargo esto no tiene mayor importancia ya que en todas las cantidades físicas medibles (observables) esta fase desaparece.

Realizaremos un estudio bajo una formulación lagrangiana, es decir, consideremos un lagrangiano que define nuestro sistema, $\mathcal{L}(\psi(\vec{r}), \overline{\psi}(\vec{r}))$, dependiente de los campos de las partículas y de sus conjugados y consideremos una transformación gauge local como la vista anteriormente. Que el sistema sea invariante gauge local ante un grupo de transformaciones significa que el lagrangiano debe mantenerse invariante al aplicar una transformación perteneciente a este grupo sobre los campos de las partículas, es decir:

$$\mathcal{L}(\psi'(\vec{r}), \overline{\psi}'(\vec{r})) = \mathcal{L}(\psi(\vec{r}), \overline{\psi}(\vec{r})) \quad (3)$$

Aquí encontramos el primer problema del Modelo Estándar. Este no es invariante ante esta transformación.

Lo demostramos en el caso del bosón para el modelo QED (del inglés Quantum Electrodynamics), asociado a transformaciones del grupo $U(1)$, ya que este es el caso más simple, pero la demostración es válida para cualquier tipo de transformación ya que el mecanismo utilizado podría generalizarse, mientras que el caso del fermión será probado en el modelo electrodébil, aunque nuevamente el mecanismo utilizado puede generalizarse.

Consideremos el lagrangiano de un sistema compuesto por una partícula:

- Para el caso de bosones (partículas escalares con espín entero sometidas a la estadística de Bose-Einstein) será el lagrangiano de Klein-Gordon:

$$\mathcal{L}_{scalar} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} m^2 \phi^2, \quad (4)$$

donde ϕ es el campo escalar del bosón.

- Para el caso de fermiones (partículas con espín semientero sometidas a la estadística de Fermi-Dirac) será el lagrangiano de Dirac :

$$\mathcal{L}_f = i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial^\mu\psi - m\bar{\psi}\psi, \quad (5)$$

donde ψ es el campo del fermión

Imponemos que esta sea una teoría invariante local gauge y realizamos una transformación en los campos. Para que el sistema sea invariante gauge el operador derivada covariante se transforma en:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu \quad (6)$$

Es este operador el que nos define la forma en que transforman los campos bosónicos, en nuestro caso el campo del fotón:

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha \quad (7)$$

Si tratamos el término del lagrangiano que define la masa de la partícula tenemos que, para el caso del bosón:

$$\frac{1}{2}m_\gamma^2 A_\mu A^\mu \rightarrow \frac{1}{2}m_\gamma^2 A'_\mu A'^\mu = \frac{1}{2}m_\gamma^2 (A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha)(A^\mu + \frac{1}{e}\partial^\mu\alpha) \neq \frac{1}{2}m_\gamma^2 A_\mu A^\mu$$

y, para el caso del fermión:

$$\begin{aligned} -m_f\bar{\psi}\psi &\rightarrow -m_f\bar{\psi}'\psi' = -m_f(\bar{\psi}'_R + \bar{\psi}'_L)(\psi'_R + \psi'_L) = -m_f[\bar{\psi}'_R\psi'_L + \bar{\psi}'_L\psi'_R] = \\ &-m_f[e^{-i\alpha(\vec{r})T}\bar{\psi}_R e^{i\alpha(\vec{r})T+i\beta(\vec{r})Y}\psi_L + e^{-i\alpha(\vec{r})T-i\beta(\vec{r})Y}\bar{\psi}_L e^{i\alpha(\vec{r})T}\psi_R] \neq -m_f[\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R] \end{aligned}$$

donde se ha descompuesto el campo en los estados left y right. Además se ha utilizado que: $\bar{\psi}_R\psi_R = \bar{\psi}_L\psi_L = 0$ y que las partículas left acoplan débil y electromagnéticamente mientras que las partículas right solo electromagnéticamente. Por tanto, las transformaciones en los campos son:

$$\psi_L \rightarrow \psi'_L = e^{i\alpha(\vec{r})T+i\beta(\vec{r})Y}\psi_L \quad \psi_R \rightarrow \psi'_R = e^{i\alpha(\vec{r})T}\psi_R \quad (8)$$

Es inmediato ver que este término del lagrangiano tampoco permanece invariante.

Hemos comprobado que el término del lagrangiano asociado a la masa no se muestra invariante ante una transformación de este tipo y, por extensión, no puede existir. Por tanto, las partículas que residen en el Modelo Estándar no pueden tener masa. Este no es un problema para el caso concreto del fotón, que es el que hemos probado anteriormente, ya que esta es una partícula física sin masa. Sin embargo si es un problema para otros bosones como los bosones débiles (Z y W^\pm) o para los fermiones, los cuales si tienen masa y, como hemos dicho, esta demostración puede extenderse a ellos.

Además, el Modelo Estándar también presenta otro problema. Algunas secciones eficaces presentan términos proporcionales a la energía al cuadrado y, por tanto, violan el principio de unitariedad.

Todo esto puede solucionarse añadiendo un campo de fondo a un potencial determinado, que de lugar a una partícula adicional al Modelo Estándar sometida, a la cual llamaremos partícula de Higgs.

- Por un lado esta mantiene la invariancia del lagrangiano ante transformaciones del grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ permitiendo la existencia de una teoría invariante gauge local y, por extensión, la existencia de bosones y fermiones masivos. Sin embargo esta no mantiene la invariancia entorno al estado de mínima energía (vacío) provocando la ruptura de la simetría. Esto es lo que se conoce como Ruptura espontánea de la simetría en un modelo invariante gauge local o Mecanismo de Higgs
- Por otro lado esta partícula aporta términos a las secciones eficaces que contrarrestan los términos cuadráticos con la energía solucionando el problema de la unitariedad y convirtiendo nuevamente el Modelo Estándar en una teoría renormalizable.

3. Toy model

El objetivo de esta sección es explicar de una forma más clara el concepto de ruptura de simetría y como el mecanismo de Higgs puede aportar masa a las partículas que residen en el Modelo Estándar. Para ello utilizaremos el modelo QED, un modelo mucho más simple que el modelo electrodébil al que pretendemos generalizar este concepto posteriormente.

Consideremos la existencia de una partícula bosónica escalar descrita por el campo $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$ y sometida a un potencial concreto $V(\phi)$. El lagrangiano al que se verá sometido esta partícula será el lagrangiano de Klein-Gordon dado en la ecuación (4).

Recordemos que este sistema debe cumplir la invariancia gauge local, por tanto, como hemos probado en el punto anterior, este no puede incluir el término asociado a la masa del bosón escalar. Además, para conseguir esta invariancia gauge local, el operador derivada covariante adopta una nueva forma dada en la ecuación (6). Este nuevo campo del bosón vectorial, A_μ , lo asociamos al campo del fotón el cual, para que mantenga la invariancia gauge local se transforma según hemos visto en la ecuación (7).

Estas dos transformaciones se obtienen directamente sin más que imponer la invariancia del lagrangiano ante transformaciones del grupo $U(1)$. Además, hay que tener en cuenta que este nuevo campo vectorial también tendrá su propia dinámica y, por extensión, tendremos que considerar en el lagrangiano un término cinético que de cuenta de ello.

Este potencial al que está sometido la partícula debe ser tal que preserve la invariancia del sistema además de definir la existencia de un mínimo absoluto de energía. Un posible potencial es:

$$V(\phi) = \mu^2 (\phi^* \phi) + \lambda (\phi^* \phi)^2 \quad (9)$$

Con todo esto, el lagrangiano del sistema es:

$$\mathcal{L} = (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - V(\phi) \quad (10)$$

Donde el primer término se obtiene de forma inmediata al realizar el cambio de operadores derivada covariante anteriormente mencionado, el segundo término es el asociado a la dinámica del nuevo campo bosónico vectorial, donde $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ es el tensor electromagnético, y el tercer término es el asociado al potencial al que esta sometido este bosón escalar.

Desarrollamos el lagrangiano anterior:

$$\mathcal{L} = (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - V(\phi) = (\partial^\mu + ieA^\mu) \phi^\dagger (\partial_\mu - ieA_\mu) \phi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \mu^2 (\phi^* \phi) - \lambda (\phi^* \phi)^2$$

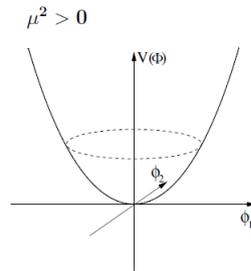
Finalmente llegamos a:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2} \mu^2 \phi_1^2 - \frac{1}{2} \mu^2 \phi_2^2 + \frac{e^2}{2} A_\mu^2 \phi_1^2 + \frac{e^2}{2} A_\mu^2 \phi_2^2 \\ & - \frac{\lambda}{2} \phi_1^2 \phi_2^2 - \frac{\lambda}{4} \phi_1^4 - \frac{\lambda}{4} \phi_2^4 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (11)$$

Todos estos cambios anteriores se han realizado con el objetivo que el lagrangiano presente una invariancia gauge local U(1) ante transformaciones de la forma: $\phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha(x)} \phi$. Según el teorema de Noether esta simetría, por el hecho de ser continua, lleva asociada la conservación de una cantidad física, en este caso la carga eléctrica. Esto puede demostrarse facilmente aplicando el teorema de Noether en su versión mecanocuántica.

En el lagrangiano podemos apreciar la existencia de dos bosones escalares cuyos campos son ϕ_1 y ϕ_2 . Las características de estos campos, tales como su masa o sus interacciones, dependerán de la elección del signo en los dos parámetros libres del potencial al que están sometidos, μ y λ . Este potencial debe ser tal que nos proporcione al menos un mínimo absoluto de energía lo cual, observando la forma de nuestro potencial, puede conseguirse imponiendo que el parámetro λ sea positivo. Sin embargo, en principio, no tenemos ninguna restricción sobre el signo del segundo parámetro del potencial, μ^2 , por lo que estudiaremos ambos casos:

- Si $\mu^2 > 0$ el potencial es de la siguiente forma [1]:



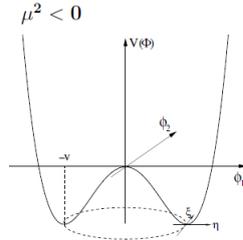
Potencial

Minimizando el potencial anterior (o fijandonos directamente en la gráfica) podemos apreciar que solo encontramos un mínimo estable en el origen: $(\phi_{10} = \phi_{20} = 0)$. Hay que tener en cuenta que, analíticamente, también encontramos un extremo de la función en $\sqrt{\phi_{10}^2 + \phi_{20}^2} = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}$. Sin embargo, teniendo en cuenta los signos considerados en los dos parámetros del potencial vemos que este es un número complejo y, por tanto, no tiene sentido considerarlo.

Dado que el mínimo se encuentra en el origen su interpretación física es inmediata. Si estudiamos los distintos términos del lagrangiano encontramos que los dos primeros términos son términos cinéticos de los dos bosones escalares ϕ_1 y ϕ_2 . Los dos términos siguientes son términos que nos proporcionan la masa de estos (que al comparar con el lagrangiano de Klein-Gordon vemos que ambos presentan la misma, $m = \mu$). Los tres términos siguientes nos describen la interacción de estos campos escalares entre ellos y de estos con el campo vectorial del fotón. Los dos términos siguientes nos describen autointeracciones de cada campo escalar. Finalmente, el último término nos describe la dinámica del campo vectorial.

Este caso no tiene mayor interés ya que, aunque la existencia de esta partícula bosónica escalar nos proporciona 2 campos bosónicos escalares con masa, esta sigue sin proporcionarnos masa al campo bosónico vectorial A_μ . Como ya hemos mencionado anteriormente, esto no es un problema para este modelo simplificado en el que nos encontramos pero sí para su generalización.

- Si $\mu^2 < 0$ el potencial es de la siguiente forma [1]:



Potencial

Ahora encontramos los mismos dos puntos extremos de la función que antes, $\phi_{10} = \phi_{20} = 0$ y $\sqrt{\phi_{10}^2 + \phi_{20}^2} = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}$. Sin embargo, si analizamos estos dos puntos, podemos ver que ahora, dado que las condiciones han cambiado, el segundo ya no es un número complejo. Además, tanto analíticamente como gráficamente, podemos ver que, aunque el origen sea un extremo de la función, no es un mínimo de energía, es decir, no es un punto estable (no hay localizado un vacío), por lo que no nos sirve para nuestro propósito. Por su lado, el otro punto sí es un mínimo absoluto de energía.

Denotaremos este mínimo de energía como v : ($\sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2} = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} = v$) y realizaremos perturbaciones entorno al mínimo de energía. Para ello lo primero que debemos hacer es situarnos en este mínimo anteriormente mencionado. Esto lo conseguimos con un cambio de variable en los campos escalares. Elegimos $(\phi_1)_0 = v$ y $(\phi_2)_0 = 0$ rompiendo de esta forma la simetría entorno al mínimo de energía y nos definimos los nuevos campos reales, $\eta = \phi_1 - v$ y $\xi = \phi_2$, los cuales representan fluctuaciones entorno al vacío. Como veremos, esta ruptura de simetría nos proporciona un grado de libertad el cual será empleado para dar masa al fotón. Demos cuenta que esta ruptura de simetría se realiza sin perder generalidad en el problema que estamos estudiando. A partir de este cambio en los campos

parametrizamos las excitaciones del campo escalar sobre el vacío físico:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} [v + \eta + i\xi] \quad (12)$$

y teniendo en cuenta:

$$|\phi|^2 = \phi^* \phi = \frac{1}{2} [(\eta + v)^2 + \xi^2]; \quad \mu^2 = -\lambda v^2; \quad \partial_\mu v = 0$$

El lagrangiano expresado en función de los campos reales es:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 - (\lambda v^2)\eta^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 + 0 * \xi^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^2v^2A_\mu^2 - evA_\mu(\partial^\mu \xi) + \text{term. int.} \quad (13)$$

donde no hemos incluido explícitamente todos los términos de interacción.

Teniendo en cuenta estos términos de interacción llegamos a que el lagrangiano ya no es simétrico respecto a los campos de los bosones escalares, es decir, hemos roto esta simetría global. Esto es una consecuencia de la ruptura de simetría local del mínimo de energía. A primera vista podemos identificar una serie de términos del lagrangiano que nos describen una partícula bosónica escalar masiva η y una partícula bosónica escalar sin masa ξ . Este bosón sin masa es consecuencia directa del teorema de Goldstone, según el cual, obtendremos tantos bosones no masivos como simetrías hayamos roto. Además encontramos una partícula bosónica vectorial masiva (el fotón), por lo que ya hemos cumplido nuestro objetivo inicial, que era dar masa a los bosones vectoriales.

Sin embargo encontramos dos problemas. Por un lado encontramos un término en el lagrangiano de difícil interpretación física, $-ev^2A_\mu(\partial^\mu \xi)$. Por otro lado, debido a la aparición del campo del fotón, ahora tenemos un grado de libertad extra en el sistema. Esto no tiene sentido, ya que la situación física es la misma. Nuestro objetivo ahora será solucionar estos problemas. Esto lo conseguimos aplicando una transformación concreta del campo del fotón basándonos en que la transformación del campo A_μ está fijada por el término $\partial_\mu \alpha$. Por tanto lo que hacemos es buscar una fase α que nos permita eliminar el campo sin masa eliminandonos de esta forma el grado de libertad extra, es decir, con esta transformación el bosón vectorial absorbe el bosón escalar sin masa. Además esta transformación debe ser tal que también nos permita eliminar el término anteriormente mencionado. Para ello consideramos los términos citados explícitamente en el lagrangiano anterior y que involucran este bosón sin masa además del término de masa del fotón y escribimos:

$$\frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)^2 - evA_\mu(\partial^\mu \xi) + \frac{1}{2}e^2v^2A_\mu^2 = \frac{1}{2}e^2v^2 \left[A_\mu - \frac{1}{ev}(\partial_\mu \xi) \right]^2 = \frac{1}{2}e^2v^2(A'_\mu)^2$$

donde hemos definido la siguiente transformación:

$$A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{ev}(\partial_\mu \xi) \quad (14)$$

Comparando con la transformación general del campo A_μ en la ecuación (7) vemos que, la transformación que nos soluciona los dos problemas anteriormente mencionados es justo:

$\alpha = -\xi/v$. Al imponer una transformación concreta al sistema no estamos perdiendo generalidad ya que inicialmente vimos que esta función α es arbitraria. Esta transformación concreta es llamada gauge unitario. Por último cabe mencionar que no hemos eliminado completamente el campo ξ del lagrangiano, aparece en los términos de interacción. Sin embargo este no aparecerá al medir las magnitudes físicas del sistema. Actúa como una partícula virtual de modo que aparece en el propagador de Feynman pero al sumar todas las posibles contribuciones de todos los tipos de diagrama de un proceso físico este desaparece.

Por tanto, aplicando esta transformación, introduciremos un campo real h :

$$\phi' = e^{-i\xi/v}\phi = e^{-i\xi/v}\frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta + i\xi) \approx e^{-i\xi/v}\frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta)e^{i\xi/v} = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h) \quad (15)$$

donde hemos realizado una aproximación a primer orden de potencias de los campos reales. Consideremos el lagrangiano original dado por la ecuación (10) y apliquemos esta transformación:

- Parte cinética:

$$\begin{aligned} (D^\mu \phi')^\dagger (D_\mu \phi') &= (\partial^\mu + ieA^\mu)\frac{1}{\sqrt{2}}(v + h)(\partial_\mu - ieA_\mu)\frac{1}{\sqrt{2}}(v + h) = \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 + \frac{1}{2}e^2 v^2 A_\mu^2 + \frac{1}{2}e^2 A_\mu^2 h^2 + e^2 v A_\mu^2 h \end{aligned}$$

donde se ha considerado $\partial v = 0$

- Potencial:

$$V = \frac{1}{2}\mu^2(v + h)^2 + \frac{1}{4}\lambda(v + h)^4 = -\frac{1}{4}\lambda v^4 + \lambda v^2 h^2 + \frac{1}{4}\lambda h^4 + \lambda v h^3$$

donde se ha tenido en cuenta que $\mu^2 = -\lambda v^2$.

Por tanto, despreciando el primer término obtenido en el potencial, el cual es un término constante que no nos aporta información útil para el estudio que estamos realizando y considerando el término cinético asociado al bosón vectorial llegamos a:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 - \lambda v^2 h^2 + \frac{1}{2}e^2 v^2 A_\mu^2 + e^2 v A_\mu^2 h + \frac{1}{2}e^2 A_\mu^2 h^2 - \lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (16)$$

donde ya hemos conseguido dar masa al bosón vectorial como nos habíamos propuesto. Además, todos los términos del lagrangiano tienen una interpretación física inmediata y hemos conseguido eliminar el bosón de Goldstone, por lo que los grados de libertad concuerdan. Sin embargo podemos observar que la propia teoría nos exige la existencia de una partícula bosónica escalar h , a la que denominaremos partícula de Higgs.

Realizamos ahora una rápida interpretación de los términos obtenidos en el lagrangiano:

- El primer término nos da la parte cinética de la partícula de Higgs.
- El segundo término nos da la masa de la partícula del Higgs, la cual, comparando con el lagrangiano de Klein-Gordon, es $m_H = \sqrt{2\lambda v^2}$

- El tercer término nos da la masa del fotón, la cual es $m_\gamma = e\nu$. Podemos observar que hemos obtenido una masa del fotón distinta de cero. Nuevamente esto no es un problema porque este es un modelo simple que nos ayuda al entendimiento del mecanismo de Higgs. En el modelo electrodébil veremos que obtenemos una masa nula para el fotón.
- El cuarto y quinto término nos describe las interacciones que pueden llevarse a cabo en nuestro modelo. Estas son entre 2 fotones y una partícula de Higgs y entre dos fotones y dos partículas de Higgs cuyas constantes de acoplo son $e^2\nu$ y $\frac{1}{2}e^2$ respectivamente. En ambos casos estas constantes de acoplo son proporcionales a la masa del fotón, em_γ y $\frac{m_\gamma}{2\nu^2}$. Esto es realmente importante ya que, dependiendo de la intensidad con la que interactúan las partículas con la partícula de Higgs obtendrán mas o menos masa.
- El sexto y séptimo término describen las autointeracciones cúbicas y cuárticas de la partícula de Higgs, cuyas constantes de acoplo son $-\lambda\nu$ y $-\frac{1}{4}\lambda$ respectivamente
- El último término es el asociado a la cinética del fotón.

En resumen y generalizando un poco el proceso lo que hemos hecho ha sido imponer que nuestra teoría sea invariante ante un cierto grupo de transformaciones. Esto nos añade una serie de bosones vectoriales. Además, añadimos un campo escalar complejo a nuestra teoría covariante (añadimos dos grados de libertad). Este campo estará sometido a un potencial que nos defina un mínimo absoluto de energía no nulo de forma que, al situarnos en este estamos rompiendo la simetría del vacío (mínimo de energía). Por el teorema de Goldstone, esta ruptura de simetría lleva asociada la aparición de tantos bosones escalares no masivos como simetrías hayamos roto. Si la simetrías que hemos roto han sido simetrías locales estos bosones escalares no masivos serán absorbidos por los bosones vectoriales dotándolos de masa. Además tenemos una partícula escalar masiva adicional al Modelo Estándar, la cual denominaremos partícula de Higgs.

4. Ruptura de simetría y mecanismo de Higgs

El objetivo de este punto es generalizar el mecanismo de Higgs, visto anteriormente, al caso del modelo electrodébil. Este está definido por la simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_\gamma$, una doble simetría que, por el teorema de Noether, lleva asociada la conservación del isospín y la hipercarga débil.

De forma análoga al punto anterior, la invariancia del sistema bajo transformaciones del nuevo grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_\gamma$ nos conduce a una transformación en el operador derivada covariante:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ig\frac{1}{2}\vec{\tau}\vec{W}_\mu + ig'\frac{1}{2}YB_\mu \quad (17)$$

Esta transformación nos introduce cuatro campos, W_1 , W_2 , W_3 y B . Introducimos entonces un campo complejo sometido al mismo potencial, $V(\phi) = \mu^2(\phi^\dagger\phi) + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2$. Ahora bien, aquí podemos apreciar una pequeña sutileza. Dado que existen cuatro bosones vectoriales en el modelo electrodébil necesitamos que nuestro campo escalar complejo, ϕ nos introduzca cuatro campos reales pero de tal forma que el lagrangiano preserve su simetría. La única forma de introducirlos

es con multipletes $SU(2)_L \otimes U(1)_\gamma$. Los introduciremos por tanto organizados en un doblete de isoespín:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (18)$$

Estos campos tendrán tercera componente de isoespín débil $I_3 = \pm\frac{1}{2}$ según estén arriba o abajo e hipercarga $Y=1$.

El lagrangiano resultante será igual al citado en la ecuación 10 y elegimos los parámetros del potencial que nos proporcionan un valor esperado del mínimo absoluto de energía no nulo, es decir, $\lambda > 0$ y $\mu^2 < 0$. Con este, obviamente, encontraremos el mismo mínimo de energía, con la sutileza que ahora hay cuatro campos: $\sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2} = v$. Tomamos la elección de $\phi_1 = \phi_2 = \phi_4 = 0$ y $\phi_3 = v$ y realizamos perturbaciones entorno a este mínimo de energía para poder estudiar nuestro lagrangiano. Para ello realizamos el siguiente cambio de variable en los campos:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} \quad (19)$$

De esta forma ahora nuestro origen se encuentra en el mínimo de energía y el campo de la partícula de Higgs nos muestra las variaciones entorno a este mínimo de energía. Hay que tener en cuenta que, según la ruptura de vacío elegida, la partícula de Higgs tendrá $I_3 = -\frac{1}{2}$ y $Y = 1$ de modo que $Q = I_3 + \frac{1}{2}Y = 0$.

Comprobamos que simetrías han sido rotas y cuales no. Para ello nos centramos en que la invariancia del sistema implica que $e^{i\alpha Z}\phi_0 = \phi_0$ donde Z es el generador infinitesimal del grupo de simetría correspondiente. Realizando transformaciones infinitesimales llegamos a $e^{i\alpha Z}\phi_0 \approx (1 + i\alpha Z)\phi_0 = \phi_0 \rightarrow Z\alpha_0 = 0$

Consideramos los generadores infinitesimales de las transformaciones anteriores:

$SU(2)_L$:

$$W_1 \quad \tau_1\phi_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + h \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0 \rightarrow \text{simetra rota}$$

$$W_2 \quad \tau_2\phi_0 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} = \frac{-i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + h \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0 \rightarrow \text{simetra rota}$$

$$W_3 \quad \tau_3\phi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} \neq 0 \rightarrow \text{simetra rota}$$

$U(1)_\gamma$

$$B_\mu \quad Y\phi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} \neq 0 \rightarrow \text{simetra rota}$$

Por tanto, observamos la existencia de 4 rupturas de simetría, que implica que los cuatro

bosones gauge (W_1, W_2, W_3 y B_μ) adquirirán masa a partir del mecanismo de Higgs. Sin embargo, podemos apreciar la existencia de una simetría que no se rompe. Esta es la simetría electromagnética $U(1)_{EM}$, cuyo generador infinitesimal es el asociado a la carga:

$$Q\phi_0 = \left(I_3 + \frac{1}{2}Y\right)\phi_0 = \frac{1}{2}(\tau_3 + Y)\phi_0 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} = 0 \quad (20)$$

Si nuestro lagrangiano es invariante bajo un grupo de simetrías G , en este caso 4, pero el vacío es invariante solo bajo un subgrupo de simetrías $H \subset G$, en este caso $H=1$, entonces aparecen tantos bosones de Goldstone como generadores de G que no lo son de H , es decir, $G-H$, en este caso 3. Por tanto únicamente obtendremos 3 bosones de Goldstone por lo que solo podré aportar masa a tres de los cuatro bosones vectoriales, quedando uno sin masa, que será el campo del fotón.

Para obtener la masa de estos bosones consideramos la parte cinética del lagrangiano:

$$(D^\mu\phi)^\dagger (D_\mu\phi)$$

donde:

$$D_\mu\phi = \left[\partial_\mu + ig\frac{1}{2}\vec{\tau}\vec{W}_\mu + ig'\frac{1}{2}YB_\mu\right] \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix}$$

A partir de este término del lagrangiano podemos obtener la masa de los bosones y las interacciones de estos con la partícula de Higgs mientras que a partir del potencial podremos obtener la masa del Higgs y sus autointeracciones. Sin embargo, dado que solo estamos interesados en obtener la masa de los bosones realizaremos el cálculo con una serie de simplificaciones. En primer lugar despreciaremos el término ∂_μ ya que este solo nos introduce la cinética de los bosones. Por otro lado nos situaremos en el vacío, es decir, $h = 0$. Con todo esto tenemos que:

$$\begin{aligned} (D_\mu\phi_0) &= \left[ig\frac{1}{2}\vec{\tau}\vec{W}_\mu + ig'\frac{1}{2}YB_\mu\right] \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{i}{\sqrt{8}} [g(\tau_1W_1 + \tau_2W_2 + \tau_3W_3) + g'YB_\mu] \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \\ &= \frac{i}{\sqrt{8}} \left[g \left(\begin{pmatrix} 0 & W_1 \\ W_1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -iW_2 \\ iW_2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_3 & 0 \\ 0 & -W_3 \end{pmatrix} \right) + g'YB_\mu \right] \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \\ &= \frac{i}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} gW_3 + g'Y_{\phi_0}B_\mu & g(W_1 - iW_2) \\ g(W_1 + iW_2) & -gW_3 + g'Y_{\phi_0}B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{iv}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} g(W_1 - iW_2) \\ -gW_3 + g'Y_{\phi_0}B_\mu \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Por extensión tenemos que:

$$(D^\mu\phi_0)^\dagger = \frac{-iv}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} g(W_1 - iW_2) \\ -gW_3 + g'Y_{\phi_0}B_\mu \end{pmatrix}$$

Por lo que:

$$(D^\mu\phi_0)^\dagger (D_\mu\phi_0) = \frac{1}{8}v^2 \left[g^2(W_1^2 + W_2^2) + (-gW_3 + g'Y_{\phi_0}B_\mu)^2 \right]$$

Podemos observar que según nuestro cálculo los cuatro bosones obtienen masa. Dado que hemos probado que solo obtienen masa tres bosones esto nos lleva a pensar que estos campos no son los campos reales de los bosones W^\pm, Z y A_μ , sino que estos son una mezcla de los campos

reales. Además se observa que el fotón tiene las mismas interacciones con ambas quiralidades, por lo que no puede estar descrito por el campo B_μ . Por tanto, el primer paso será transformar nuestro lagrangiano para que este expresado en función de los campos reales. Por un lado, basandonos en la relación de los operadores escalera, definidos como $\tau_\pm = \frac{1}{2}(\tau_1 \pm i\tau_2)$ podemos obtener W^\pm a partir de W_1 y W_2 :

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_1 \mp iW_2) \quad (21)$$

Por otro lado, obtenemos Z y A_μ a partir de W_3 y B_μ . Para ello nos basamos en que queremos separar los términos asociados a cada campo. Para ello reescribimos el término del lagrangiano asociado a estos como una matriz en la base de los campos W_3 y B_μ :

$$(-gW_3 + g'Y_{(\phi_0)}B_\mu)^2 = (W_3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg'Y_{\phi_0} \\ -gg'Y_{\phi_0} & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad (22)$$

donde se ha tenido en cuenta que $Y_{\phi_0} = 1$. Vemos que si $Y_{\phi_0} \neq 0$ los campos W_3 y B_μ se mezclan. Además, si $Y_{\phi_0} = \pm 1$ el determinante de la matriz de mezcla es nulo y esto nos proporciona la posibilidad de que una de las combinaciones de los campos sea un bosón sin masa. Calculamos los autovalores y autovectores de la matriz:

$$\lambda = 0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \begin{pmatrix} g' \\ g \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (g'W_3 + gB_\mu) \equiv A_\mu \quad (23)$$

$$\lambda = (g^2 + g'^2) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \begin{pmatrix} g \\ -g' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (gW_3 - g'B_\mu) \equiv Z \quad (24)$$

Por tanto, según la descomposición espectral efectuada de la matriz de mezcla tenemos que:

$$(-gW_3 + g'Y_{(\phi_0)}B_\mu)^2 = (g^2 + g'^2) Z_\mu^2 + 0A_\mu^2 \quad (25)$$

Por tanto, el término anterior reescrito en función de los campos reales es:

$$(D^\mu \phi_0)^\dagger (D^\mu \phi_0) = \frac{1}{8}v^2 [g^2(W^+)^2 + g^2(W^-)^2 + (g^2 + g'^2)Z_\mu^2 + 0A_\mu^2] \quad (26)$$

Comparando este lagrangiano con la ecuación (4), vemos que la masa de los bosones débiles es:

$$M_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2}; \quad M_{W^\pm} = \frac{1}{2}vg; \quad M_\gamma = 0 \quad (27)$$

Podemos ver que el modelo, como habíamos predicho, por el hecho de romper 3 simetrías hemos obtenido un bosón sin masa, el fotón. Además el Modelo Estándar no realiza predicciones absolutas sobre las masas ya que dependen de g y g' , parámetros libres del sistema. Sin embargo, si realiza algunas predicciones relativas. A partir de sus masas podemos ver que se cumple que $M_Z > M_{W^\pm}$, algo que se ha corroborado experimentalmente: $M_Z = 91,1876 \pm 0,0021 \text{ GeV}$ y $M_{W^\pm} = 80,385 \pm 0,015 \text{ GeV}$.

De forma análoga al toy model podemos calcular el lagrangiano final que resulta de aplicar las operaciones citadas en esta sección. En este podemos ver que tenemos cuatro campos asociados a cuatro bosones vectoriales y un campo extra que hemos introducido a mano, el asociado al

bosón de Higgs. A primera vista podríamos pensar que se ha introducido un grado de libertad en el sistema, algo que no tiene sentido ya que la física es la misma antes y después de la transformación. Este problema se soluciona considerando la forma en la que acopla el fotón a la carga:

$$e = g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W \quad (28)$$

Donde θ_W es el ángulo de Weinberg o ángulo de mezcla electrodébil utilizado para relacionar los campos W_3 y B_μ con los campos reales Z y A_μ . Podemos ver que se cumple que:

$$\frac{g'}{g} = \tan \theta_W \rightarrow \frac{M_W}{M_Z} = \cos \theta_W \quad (29)$$

Vemos por tanto que las masas de los bosones no son libres, existe una ligadura entre ellos recuperando de esta forma el número de grados de libertad iniciales. Medidas experimentales de las masas y de θ_W confirman la ecuación 29.

Obtenemos una masa para la partícula de Higgs que es $m_h = \sqrt{2v^2\lambda}$, masa que, de nuevo, no es predicha de forma absoluta por el Modelo Estándar ya que λ es un parámetro libre. Aunque podríamos pensar que el valor esperado del vacío, v , es otro parámetro libre del sistema este puede determinarse. Consideramos para ello la ecuación (27) y el cuadrado de la (29). Despejando llegamos a: $\frac{1}{2v^2} = \frac{g^2}{8M_W^2}$ Por su cuenta, Fermi, en la desintegración del muón, comprobó que la cantidad $\frac{g^2}{M_W^2}$ se mantiene constante y la relacionó con la que hoy en día se conoce como constante de Fermi, cuyo valor experimental es $G_F = 1,166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$. De esta forma, en el Modelo Estándar, llegamos a una igualdad a partir de la cual podemos obtener un valor esperado para la energía del vacío:

$$\frac{1}{2v^2} = \frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}G_F}} \approx 246 \text{ GeV}$$

Hemos probado que el mecanismo de Higgs es capaz de dotar de masa a los bosones del Modelo Estándar. Vamos a ver que este mismo mecanismo también sirve para dar masa a los fermiones. En la introducción se ha demostrado que en el lagrangiano para fermiones, ecuación (5), los términos de masa están prohibidos si queremos que nuestra teoría sea invariante gauge. El problema residía en que, al descomponer el término de masa en estados quiriales, estos no transforman igual debido a que los términos right son singletes de isoespín mientras que los términos left son dobletes de isoespín. Este problema lo podemos resolver introduciendo de nuevo un campo asociado a la partícula de Higgs, ϕ , cuya forma esta descrita en la ecuación (18). De esta forma el término de masa cambia según la siguiente expresión:

$$-m\bar{\psi}\psi = -m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L) \rightarrow \lambda_f(\bar{\psi}_L\phi\psi_R + \bar{\psi}_R\phi\psi_L) \quad (30)$$

Donde λ_f es el acoplamiento de Yukawa, parámetro libre que adoptara un determinado valor para ajustarse a la masa de cada fermión. Dado que el campo de Higgs es el mismo que el visto en el caso de los bosones, su valor esperado del vacío será el dado en la ecuación (19).

Por simplicidad únicamente demostraremos este resultado para los electrones, pero el resultado es extendible al resto de leptones e incluso al conjunto de quarks. Consideremos el término

anteriormente citado, el cual descomponemos de forma explicita:

$$\mathcal{L}_e = -\frac{\lambda_e}{\sqrt{2}} \left[(\bar{\nu}, \bar{e})_L \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (0, v+h) \begin{pmatrix} v \\ e \end{pmatrix}_L \right] = -\frac{\lambda_e v}{\sqrt{2}} \bar{e}e - \frac{\lambda_e}{\sqrt{2}} h \bar{e}e \quad (31)$$

Por un lado hemos obtenido un primer término que podemos identificar como un término de masa para el electrón, del cual obtenemos que $m_e = \frac{\lambda_e v}{\sqrt{2}}$. De nuevo, el modelo no predice de forma absoluta una masa para los fermiones ya que, como hemos mencionado anteriormente, λ_f es un parámetro libre. Además, podemos ver que este es proporcional a la masa del fermión: $\lambda_f \propto \left(\frac{m_f}{v}\right)$

Por otro lado hemos obtenido un segundo término que nos aporta la interacción entre el electrón y la partícula de Higgs, cuya constante de acoplo es $\frac{\lambda_e}{\sqrt{2}}$. Podemos ver que este acoplo es mucho más debil que el acoplo de la partícula de Higgs con bosones:

$$\frac{\Gamma(h \rightarrow ee)}{\Gamma(h \rightarrow WW)} \propto \frac{\lambda_{eeh}^2}{\lambda_{WW}^2} = \frac{m_e^2}{4M_W^4} \approx 1,5 \times 10^{-21} \quad (32)$$

Con este mecanismo hemos conseguido dotar de masa a leptones (e , μ y τ). Sin embargo este mecanismo presenta un problema. Solo sirve para dotar de masa a leptones "down" de doblete de isospín, es decir, la teoría predice masa nula para los neutrinos. Para dotar de masa a estos se necesita un mecanismo diferente denominado seesaw. Además, dado que los quarks se organizan de forma similar (tres familias de dos componentes cada una) y también son fermiones (espín semientero), podemos extender este mecanismo a ellos dotandolos de masa. Obtendremos un resultado similar en el que el modelo solo predice masa para los quarks d , s y b . Para conseguir dotar de masa a los quarks de singlete de isospín, es decir, u , c y t necesitamos incluir otro término en el lagrangiano:

$$\mathcal{L}_{up} = -\lambda_f \bar{\chi}_L \tilde{\phi}^c \phi_R + h.c. \quad (33)$$

donde

$$\tilde{\phi}^c = -i\tau_2 \phi^* = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v+h \\ 0 \end{pmatrix} \quad (34)$$

Finalmente podemos presentar la forma más general del término del lagrangiano que dota de masa a los fermiones:

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = Y_{ij}^d \bar{Q}_{Li}^I \phi d_{Rj}^I + Y_{ij}^u \bar{Q}_{Li}^I \tilde{\phi}^c u_{Rj}^I + Y_{ij}^l \bar{L}_{Li}^I \phi l_{Rj}^I \quad (35)$$

donde se ven reflejadas todas las posibles combinaciones entre campos fermiónicos. El subíndice i representa las tres familias y el superíndice I representa que son autoestados del sabor (autoestados de interacción). Los posibles campos son el campo del quark left y right (up y down), el campo del lepton left (up y down) y el campo del lepton right (down únicamente).

Es inmediato ver que, en la ecuación (35) el primer, segundo y tercer término sirven para dar masa a los quarks tipo down, tipo up y a los leptones respectivamente. Hay que tener en cuenta que para el caso simple de leptones de la ecuación (31) las constantes de acoplamiento de Yukawa eran escalares λ_f mientras que ahora, en la ecuación (35) asociada a un estudio más general de los fermiones, el acoplo es dado por matrices Y_{ij} . Esto nos introduce una mezcla entre familias

distintas. Con el fin de eliminar esta mezcla de familias y obtener masas bien definidas para los fermiones se realiza un cambio de base de estas matrices de acoplamiento, pasan de estar escritas en la base de autoestados de sabor, u^I , d^I y b^I a estar escritos en la base de autoestados de masas u , d y b . Sin embargo hay que tener en cuenta que este cambio de variable nos introduce nuevos términos en las interacciones entre campos de distintas familias (quark mixing), términos que se tienen en cuenta a partir de la matriz CKM, matriz que relaciona los autoestados de cada base (matriz de cambio de base).

En resumen podemos ver que con la introducción de un campo y con el mecanismo de la ruptura de simetría hemos sido capaces de aportar y determinar, tanto la masa de todos los bosones, fermiones y quarks del Modelo Estándar como sus posibles interacciones. De esta forma, el Modelo Estándar es invariante gauge y, además, las partículas que residen en el son masivas.

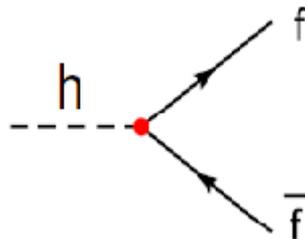
5. Desintegración del bosón de Higgs

Como resultado del mecanismo de Higgs hemos obtenido una serie de interacciones de la partícula de Higgs y el resto de partículas del Modelo Estándar. Cada interacción esta descrita por su acoplo, que es proporcional a la masa de la partícula o partículas con las que interacciona el bosón de Higgs. Podemos entender esto como que cuanto mayor sea la interacción de las partículas del Modelo Estándar con la partícula de Higgs estas obtendrán una masa mayor.

Procedemos a estudiar las distintas desintegraciones del bosón de Higgs: Estas pueden ser a dos bosones débiles; a dos Z o a dos W^\pm , o a dos fermiones, que pueden ser a dos leptones τ o a dos quarks. Hay que tener en cuenta que, aunque, realmente, las desintegraciones del Higgs a pareja de quark-antiquark es energéticamente factible para cualquier tipo de quark excepto para la desintegración a quarks top, cuya masa de las partículas finales excede la masa de la partícula de Higgs, nosotros solo nos centraremos en las desintegraciones a parejas de quarks bottom b o charm c .

- Desintegración de la partícula de Higgs a dos fermiones:

A continuación se muestra el diagrama de Feynman de esta desintegración [1]:



Desintegración a dos Fermiones

Procedemos a calcular la razón de desintegración. Para ello aplicamos la regla de oro de Fermi, según la cual la probabilidad de que ocurra esta proceso viene dado por la siguiente expresión:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{32\pi^2 s} |p_f| \mathcal{S} \quad (36)$$

donde \mathcal{M} es el elemento de matriz, p_f es el momento de la partícula resultante de la desintegración, en este caso del fermión, $S = \frac{1}{n!}$ para el caso de n partículas idénticas, en nuestro caso $S = 1$. Para la desintegración a dos cuerpos se cumple que $\sqrt{s} = m_h$, que es la masa del bosón de Higgs y $|p_f| = \frac{1}{2}\beta\sqrt{s}$. Además ponemos las líneas externas sobre su capa de masas, es decir, $p_i^2 = m_i^2$. Solo nos resta por calcular el elemento de matriz. Para ello aplicamos la reglas de Feynman para leer el vértice de la interacción:

$$-i\mathcal{M} = \bar{u}(p_1)\frac{im_f}{v}v(-p_2) \quad y \quad i\mathcal{M}^+ = \bar{v}(-p_2)\frac{-im_f}{v}u(p_1) \quad (37)$$

donde $u(p_1)$ y $v(-p_2)$ son los espinores asociado al fermión y antifermión respectivamente, y el propagador de Feynman ha sido obtenido según el lagrangiano calculado en la sección anterior (acoplo de interacción). Obtenemos el módulo del elemento de matriz al cuadrado:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= (i\mathcal{M}^+)(-i\mathcal{M}) = \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 \sum_{s_1, s_2} \bar{v}_{s_2}(-p_2)u_{s_1}(p_1)\bar{u}_{s_1}(p_1)v_{s_2}(-p_2) = \\ &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 \sum_{s_1} u_{s_1}(p_1)\bar{u}_{s_1}(p_1) \sum_{s_2} \bar{v}_{s_2}(-p_2)v_{s_2}(-p_2) \end{aligned}$$

Ahora utilizamos una propiedad de los espinores:

$$\sum_{s_1} u_{s_1}(p_1)\bar{u}_{s_1}(p_1) = Tr(\not{p}_1 + m_f); \quad \sum_{s_2} \bar{v}_{s_2}(-p_2)v_{s_2}(-p_2) = Tr(-\not{p}_2 - m_f)$$

Llegamos a:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 Tr(\not{p}_1 + m_f)Tr(-\not{p}_2 - m_f) = \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 [(-Tr(\not{p}_1\not{p}_2 - m_f^2)Tr(\mathbb{I}))] = \\ &= \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 [-4p_1p_2 - 4m_f^2] \end{aligned}$$

Donde se ha utilizado $Tr(\mathbb{I}) = dim = 4$ y $Tr(n^\circ impar\gamma) = 0$. Finalmente, obtenemos que:

$$|\mathcal{M}|^2 = \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 2m_h^2\beta_f^2 N_c \quad (38)$$

donde se ha introducido el número de color N_c y definimos:

$$\beta_f = \sqrt{1 - \frac{4m_f^2}{m_h^2}} \quad (39)$$

Finalmente, sustituyendo este resultado en la regla de oro de Fermi llegamos a:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{32\pi^2 s} |p_f| S = \frac{N_c m_h}{32\pi^2} \left(\frac{m_f}{v}\right)^2 \beta_f^3 \rightarrow \Gamma(h \rightarrow f\bar{f}) = \frac{N_c}{8\pi v^2} m_f^2 m_h \beta_f^3 \quad (40)$$

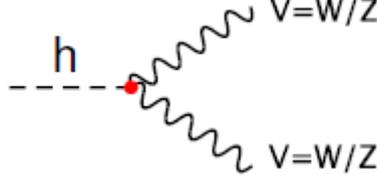
donde se ha integrado sobre el ángulo sólido $\int d\Omega = 4\pi$

Vemos que la probabilidad de desintegración es proporcional al cuadrado de la masa de las partículas a las que se desintegra, por lo que será más probable su desintegración a partículas pesadas. Sin embargo hay que tener presente que el proceso debe ser energéticamente

posible, es decir, la suma de las masas de las partículas a las que se desintegra no puede superar la masa del Higgs. Este hecho prohíbe su desintegración al quark top.

- Desintegración de la partícula de Higgs a dos bosones:

A continuación presentamos el diagrama de Feynman de esta desintegración [1]:



Desintegración a dos bosones débiles

El procedimiento es análogo. Necesitamos calcularnos la probabilidad de que se produzca el proceso, es decir, la regla de oro de Fermi, ecuación (36).

Para ello necesitamos calcularnos el elemento de matriz:

$$-i\mathcal{M} = \varepsilon_{\mu}^*(p_1) \left(2i \frac{M_V^2}{v} g^{\mu\nu} \right) \varepsilon_{\nu}^*(p_2) \quad (41)$$

Y por extensión:

$$|\mathcal{M}|^2 = \left(2 \frac{M_V^2}{v} \right)^2 \sum_{r,s} (\varepsilon_{\mu}^*(p_1)^r \varepsilon^{\mu s}(p_2)^s) (\varepsilon_{\nu}^*(p_1)^r \varepsilon^{\nu s}(p_2)^s)$$

donde $\varepsilon_{\mu}(p_1)$ y $\varepsilon_{\nu}(p_2)$ son los vectores de polarización asociados a los bosones vectoriales, M_V es la masa del bosón al que se desintegra con $V = W^{\pm}, Z$ y el propagador de Feynman para este caso es: $\left(2i \frac{M_V^2}{v} g^{\mu\nu} \right)$. Este podría haber sido obtenido directamente en el apartado anterior desarrollando el lagrangiano entero.

Ahora la relación utilizada para desarrollar el producto de vectores de polarización es:

$$\sum_r \varepsilon_{\mu}^*(p)^r \varepsilon_{\nu}^*(p)^r = -g^{\mu\nu} + \frac{p^{\mu} p^{\nu}}{p^2} = -g^{\mu\nu} + \frac{p^{\mu} p^{\nu}}{M_V^2} \quad (42)$$

Donde hemos puesto las líneas externas sobre su capa de masas ($p_i^2 = m_i^2$). Por tanto llegamos a:

$$|\mathcal{M}|^2 = \left(2 \frac{M_V^2}{v} \right)^2 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{p_1^{\mu} p_1^{\nu}}{M_V^2} \right) \left(-g^{\mu\nu} + \frac{p_2^{\mu} p_2^{\nu}}{M_V^2} \right) = \left(2 \frac{M_V^2}{v} \right)^2 \left(2 + \frac{(p_1 p_2)^2}{M_V^4} \right)$$

Y utilizando la relación anteriormente mencionada en el cálculo de las desintegraciones a fermiones llegamos a:

$$|\mathcal{M}|^2 = \left(2 \frac{M_V^2}{v} \right)^2 \left(2 + \frac{(m_h^2 - 2M_V^2)^2}{M_V^4} \right) \quad (43)$$

Con este elemento de matriz finalmente llegamos a:

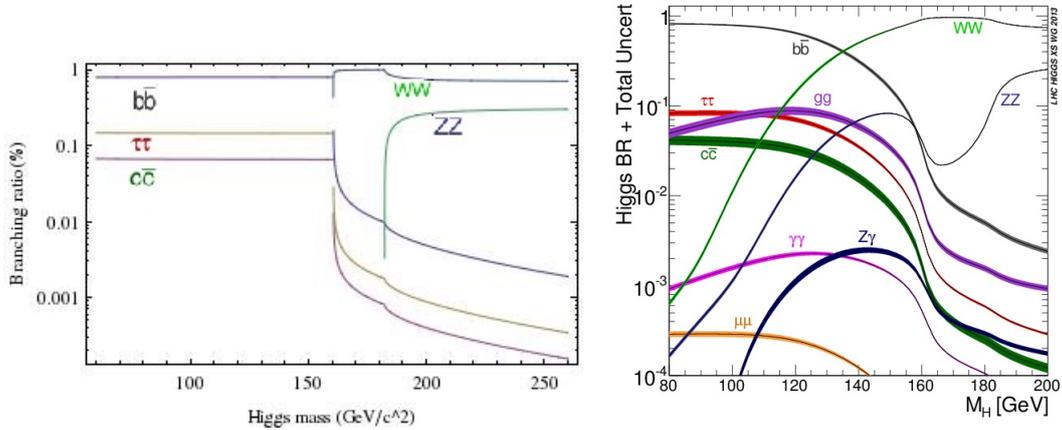
$$\Gamma(h \rightarrow VV) = \frac{g^2 S_V}{64\pi M_W^2} m_h^3 \left(1 - \frac{4M_V^2}{m_h^2} + \frac{3}{4} \left(\frac{4M_V^2}{m_h^2} \right)^2 \right) \sqrt{1 - \frac{4M_V^2}{m_h^2}} \quad (44)$$

donde $S_{W,Z} = 1, \frac{1}{2}$

Finalmente, tras calcular las posibles desintegraciones del bosón de Higgs, realizamos una representación gráfica de los distintos canales de desintegración. Concretamente, representamos los branching ratios (razones de desintegración) frente al valor de la masa del bosón de Higgs (rango comprendido entre 60 y 250 GeV), donde el branching ratio $BR(m_h)$ de un canal (desintegración del higgs a dos partículas i) se calcula como:

$$BR(m_h) = \frac{\Gamma(h \rightarrow ii)}{\sum_j \Gamma(h \rightarrow jj)} = \frac{\Gamma(h \rightarrow ii)}{\Gamma(b\bar{b}) + \Gamma(c\bar{c}) + \Gamma(\tau^+\tau^-) + \Gamma(ZZ) + \Gamma(W^+W^-)} \quad (45)$$

Las masas de las distintas partículas del Modelo Estándar utilizadas en el cálculo numérico son: $m_{W^\pm} = 80,385 \pm 0,015 \text{ GeV}$, $m_Z = 91,188 \pm 0,0021 \text{ GeV}$, $m_\tau = 1,77686 \pm 1,2 \times 10^{-4} \text{ GeV}$, $m_b = 4,18 \pm 0,03 \text{ GeV}$ y $m_c = 1,275 \pm 0,025 \text{ GeV}$. A continuación presentamos una gráfica (izquierda) donde podemos realizar una comparación a nivel cualitativo de los distintos canales de desintegración de nuestra teoría. Además presentamos una segunda gráfica obtenida de la literatura (derecha) donde se incluyen todos los posibles canales de desintegración del Higgs, tanto a nivel árbol (orden cero en teoría de perturbaciones) como a primer orden en teoría de perturbaciones (un loop) [4]. La incertidumbre total en la determinación de la razón de desintegración en cada uno de los canales está también incluida en estos resultados.



Braching Ratios

Lo primero que observamos en esta gráfica es que, efectivamente, las desintegraciones del Higgs dependen de la masa de la partícula de Higgs. Además vemos que, para masas del Higgs inferiores a 160 GeV solo encontramos desintegraciones a fermiones (quarks: bottom y charm y lepton tau) y a fotones. Esto es debido a que la desintegración a bosones están energéticamente prohibidas. De entre estas desintegraciones a parejas de fermiones y fotones, para una masa del Higgs inferior a 160 GeV predomina el canal de desintegración a dos quarks bottom. A partir de 160 GeV estos canales pierden importancia. En su lugar las desintegraciones a parejas de bosones W^\pm o Z , ahora

energéticamente permitidas, empiezan a aumentar su probabilidad de desintegración llegando a ser los dos canales dominantes, de entre los cuales tiene la mayor razón de desintegración el canal. bosones W^\pm

Si realizamos una comparación de la gráfica obtenida con nuestros cálculos a nivel árbol con la obtenida en la literatura vemos que existen una serie de diferencias. En primer lugar vemos que existen varios canales que no son obtenidos en nuestra teoría como la desintegración de la partícula de Higgs a fotones, gluones o a un fotón y un bosón Z. Estos procesos corresponderían con un cálculo a un orden más alto en teoría de perturbaciones y, por tanto, no aparecen a nivel árbol. En segundo lugar también vemos que, mientras que nuestra teoría predice una razón de desintegración a fermiones constante para masas de la partícula de Higgs inferiores a 160 GeV, y una razón de desintegración a un par de bosones Z constante para masas de la partícula de Higgs superiores a 160 GeV, vemos que esto no se cumple una vez se incluyen correcciones radiativas a un loop.

Cabe destacar que cuando incluimos órdenes superiores en teoría de perturbaciones nos aparecen una serie de divergencias a nivel de amplitud o elemento de matriz de un proceso físico. Sin embargo, estas divergencias no pueden aparecer en los observables físicos. Para poder eliminar estas divergencias y obtener una teoría autoconsistente necesitamos renormalizar nuestra teoría. El proceso de renormalización no es motivo de estudio en este trabajo. Sin embargo, cabe mencionar que al introducir mayores ordenes en la teoría de perturbaciones y renormalizar, conseguimos eliminar estas divergencias y restablecer la unitariedad de nuestra teoría, y nos encontramos con que tanto las constantes de acoplo como las masas de los quarks dependen de la escala de energías en la que estamos centrando nuestro cálculo. En lo siguiente introducimos en nuestros cálculos la dependencia de la masa de los distintos quarks y de las constantes de acoplo con la escala de energía, la cuales son:

$$m(Q) = m(Q_0) \left(1 - \frac{4}{\beta_0} \frac{\alpha_S(Q)}{2\pi\beta_0} \log \frac{Q}{Q_0} \right) \quad y \quad \alpha_S(Q) = \frac{2\pi}{\beta_0 \log \left(\frac{Q}{200} \right)}, \quad (46)$$

donde Q es la escala de energía, $m(Q_0) = 4,18 \text{ GeV}$ es la masa polo, y β_0 cumple que:

$$\beta_0 = \frac{11N_C - 2N_f}{3} = \frac{23}{3},$$

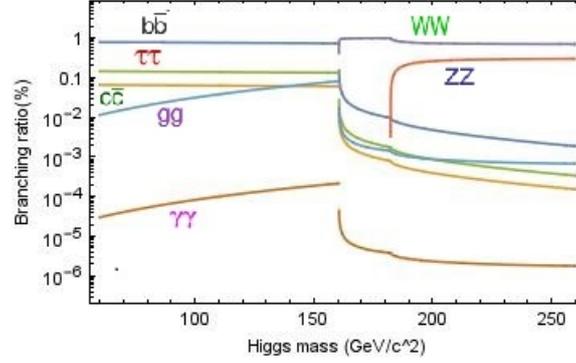
siendo $N_c = 3$ el número del color y $N_f = 5$ el número de fermiones del sistema. La inclusión de esta dependencia de la masa con la escala, denominada *masa running*, en nuestros cálculos se corresponde con introducir un orden más alto en teoría de perturbaciones, es decir, son correcciones que encontraríamos a un loop, aunque no son todas las existentes a este orden. Por ejemplo, a un loop también encontramos el canal de desintegración del Higgs a dos fotón y de un Higgs a dos gluones que incluiremos en nuestra gráfica final. Realmente, no realizamos el cálculo de estas desintegraciones. En su lugar tomamos las expresiones dadas en la literatura, que son respectivamente [1]:

$$\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\alpha^2}{256\pi^3 v^2} m_h^3 \left| \frac{4}{3} \sum_f N_c^{(f)} e_f^2 - 7 \right|^2, \quad (47)$$

donde e_f es la carga del electrón, N_c es el número del color y α la constante de estructura fina, y,

$$\Gamma(h \rightarrow gg) = \frac{\alpha_s^2}{72\pi^3 v^2} m_h^3 \left[1 + \left(\frac{95}{4} - \frac{7N_f}{6} \right) \frac{\alpha_s}{\pi} + \dots \right]^2, \quad (48)$$

donde α_s es la constante de acoplamiento fuerte. Al incluir estas correcciones en la estimación de la razón de desintegración total, estas aparecerán correspondientemente en el denominador de la expresión (45).



Braching Ratios

En la siguiente figura mostramos los resultados obtenidos incluyendo todas las correcciones antes mencionadas. Podemos ver que hemos solucionado algunos de los problemas anteriores. Las razones de desintegración de la partícula de Higgs a fermiones para masa de esta partícula inferiores a 160 GeV y a parejas de bosones Z para masas de la partícula de Higgs superiores a 160 GeV ya no es constante como ocurría en nuestro primer gráfico. Al incluir las correcciones radiativas hemos recuperado parcialmente esta dependencia. Claramente, el canal de desintegración a gluones no es nada despreciable, por lo que juega un papel fundamental en la estimación de los resultados mas completos para la razón de desintegración total de un bosón de Higgs. Contrariamente, el canal de un Higgs a dos fotones tiene un valor muy bajo, por debajo de todas las desintegraciones a fermiones que hemos consiedrado en nuestro análisis. Sin embargo, este canal es fundamental para la búsqueda y descubrimiento de la partícula de Higgs en los aceleradores de partículas debido a su clara señal experimental. Desde esta figura final que hemos obtenido podemos concluir que es muy relevante la inclusión de las correcciones raditivas en el análisis. Sin embargo, observamos que nuestros resultados aun distan de llegar a coincidir con la gráfica de la literatura (figura a la derecha en los primeros resultados mostrados). Para reproducir esos resultados es necesario introducir al menos todos los cálculos a primer orden en teoría de perturbaciones, como por ejemplo, canales de desintegración de un Higgs a dos fotones con loops de bosones de gauge (además del correspondiente a loop de quarks top que hemos considerado en nuestro análisis) y el de desintegracion del Higgs a photon y Z. En general estamos forzados a introducir más ordenes en teoría de perturbaciones, lo cual no ha sido un objetivo en nuestro estudio.

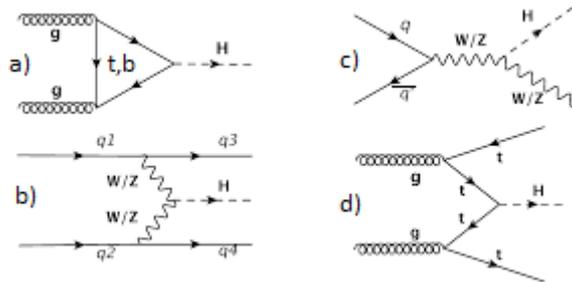
6. Mecanismos de producción y desintegración del boson de Higgs en el LHC

Hasta ahora hemos visto que, introduciendo la partícula de Higgs y un mecanismo que provoque una ruptura de simetría, se ha conseguido dar masa a las distintas partículas del Modelo Estándar. Como resultado se han obtenido una serie de interacciones entre el Higgs y las distintas partículas del Modelo Estándar. A partir de estas interacciones se han calculado la distintas desintegraciones del Higgs, calculando sus amplitudes de desintegración y, por extensión, su probabilidad de desintegrarse en cada canal. Sin embargo, para poder estudiar estas desintegraciones del Higgs en los aceleradores de partículas, antes necesita ser creado. En esta sección resumimos los distintos procesos de producir el Higgs experimentalmente. En concreto, nos centraremos en los procesos que ocurren en colisionadores de hadrones y, en particular, para el LHC (del ingles Large Hadron Collider) actualmente en funcionamiento. Señalamos que el Higgs también puede ser creado en otro tipo de colisionadores como, por ejemplo, colisionadores electrón-positrón (e^+e^-) aunque no lo presentamos en este trabajo.

En el LHC existen principalmente cuatro canales de producción de la partícula del Higgs:

- Fusión gluón-gluón: $gg \rightarrow H$
- Fusión de bosones débiles WW,ZZ: $W^+W^-, ZZ \rightarrow H$
- Higgs-strahlung emitido por W,Z: $q\bar{q} \rightarrow W, Z \rightarrow W, Z + H$
- Higgs bremsstrahlung emitido por top: $q\bar{q}, gg \rightarrow t\bar{t} + H$

La siguiente imagen resume los diagramas de Feynman asociados a cada proceso [4]:



Producción Higgs

Muchos de estos procesos vemos que tienen desintegraciones intermedias que, en principio, podríamos pensar que están energéticamente prohibidas como, por ejemplo, el proceso de Higgs-strahlung, donde podemos observar que, en un paso intermedio, un bosón electrodébil se desintegra en si mismo y una partícula de Higgs. En este proceso lo que en realidad ocurre es que el bosón inicial es un bosón virtual. Su línea externa no se encuentra sobre su capa de masas, es decir, no se cumple la igualdad entre masa y momento lineal de la partícula. Por tanto, en este tipo de procesos, para fijarnos si el proceso es energéticamente permitido, no basta con observar las masas de las partículas, hay que tener en cuenta también los momentos de todas las partículas que intervienen en el diagrama de Feynman.

El proceso de fusión gluón-gluón es el proceso dominante a lo largo de todo el rango relevante de la masa del Higgs. Como podemos apreciar en el diagrama de desintegración, el acoplo entre el gluón y el Higgs esta controlado por lazos triangulares de los quarks. Hay que tener en cuenta que, como vimos en las secciones anteriores, el acoplo del Higgs con los quarks depende de la masa de los quarks, por tanto, los procesos más relevantes serán aquellos en los que intervengan los quarks top y bottom, que son los más pesados.

El proceso de fusión de bosones débiles W^\pm o Z es el segundo canal más importante en la producción del bosón Higgs. La probabilidad de que este ocurra aumenta con la masa del Higgs llegando al punto en el que el proceso se vuelve competitivo con el proceso de fusión gluón-gluón.

En el proceso Higgs-strahlung se radia una partícula del Higgs a partir de un bosón débil $V=W^\pm, Z$. Este proceso se vuelve relevante para masas del Higgs bajas y, aunque el proceso de fusión gluón-gluón presente una sección eficaz mayor este es importante porque nos permiten identificar eventos donde ha aparecido la partícula de Higgs del enorme fondo de sucesos del experimento.

Finalmente, el proceso Higgs bremsstrahlung emitido por top es un canal de producción relevante para masas pequeñas del bosón de Higgs y, dado que la sección eficaz es proporcional al cuadrado del acoplo de Yukawa este proceso podría servir para medir el acoplo de Higgs y quarks top.

7. Conclusiones

La teoría desarrollada en este trabajo es la electrodébil, una teoría de campos que incluye las interacciones electromagnéticas y débiles. Esta, junto con la cromodinámica, que añade las interacciones fuertes, conforman el Modelo Estándar. Este modelo esta sometido a una serie de simetrías que describe las partículas del modelo y sus interacciones. Sin embargo, como hemos visto, por el hecho de existir estas simetrías, el modelo es incapaz de dar masa a las partículas que en él residen. Esto puede solucionarse con un mecanismo, denominado mecanismo de Higgs, expuesto en el trabajo, el cual está basado en una ruptura de la simetría. Este mecanismo lleva asociado la aparición de una nueva partícula en el Modelo Estándar, la partícula de Higgs, partícula que ha sido descubierta experimentalmente en el año 2012 [1].

A partir del lagrangiano hemos visto que el bosón de Higgs interactúa con el resto de partículas del Modelo Estándar con acoplos proporcionales a la masa de estas partículas (o análogamente la masa de estas partículas es proporcional a la intensidad con la que acoplan con el bosón de Higgs). Por tanto se ha realizado un estudio de procesos de dispersión a nivel árbol entre el bosón de Higgs y bosones vectoriales o fermiones para lo cual ha sido necesario calcular los distintos elementos de matriz, sus probabilidades de desintegración asociadas y, finalmente, sus razones de desintegración. Además, se ha realizado un análisis numérico y se han comparado con los resultados existentes en la literatura.

De esta forma hemos visto que es necesario añadir desintegraciones no predichas en nuestro modelo a nivel árbol como la desintegración del Higgs a fotones y gluones, las cuales solo aparecen

a ordenes superiores en la teoría de perturbaciones. También se ha visto necesario introducir ciertas propiedades que se derivan de imponer que nuestra teoría sea renormalizable, como el hecho de que la masa de los quarks corra con la escala de energía. Finalmente se ha realizado un estudio cualitativo sobre algunos de los distintos canales a partir de los cuales podemos producir la partícula de Higgs para su posterior estudio experimental. En concreto nos hemos centrado en la producción de esta en los colisionadores de hadrones.

Referencias

- [1] IVO VAN VULPEN y IVAN ANGELOZZI, *The Standard Model Higgs Boson*
- [2] JOSÉ IGNACIO ILLANA, *EL MODELO ESTÁNDAR Y SU FENOMENOLOGÍA*
- [3] SIANNAH PEÑARANDA RIVAS, "*Quantum Field Theory*" *Photons and the electromagnetic field*
- [4] M. GOMEZ-BOCK, M. MONDRAGÓN, M. MÜHLEITNER, R. NORIEGA-PAPAQUI, I. PEDRAZA, M. SPIRA y P.M. ZERWAS, *Rompimiento de la simetría electrodébil y la física del Higgs: Conceptos Básicos*
- [5] FRANCIS HALZEN y ALAN D. MARTIN, *QUARKS AND LEPTONS: An Introductory Course in Modern Particle Physics*
- [6] *Particle data group* (<http://pdg.lbl.gov/>)
- [7] MATTHIAS JAMIN, *QCD and Renormalisation Group Methods*
- [8] JUAN ROJO, *The Strong Interaction and LHC phenomenology*
- [9] MARK THOMSON, *Particle Physics*
- [10] MARK THOMSON, *Particle Physics* Handout 1: Introducción
- [11] MARK THOMSON, *Particle Physics* Handout 1: Symmetries and Quark Model
- [12] JOAQUÍN SANTOS BLASCO, *UNITARY ANALYSIS OF THE SCALAR SECTOR OF THE STANDARD MODEL*
- [13] J. MARSANO, *String Theory in the LHC Era* Lecture 3: Why do we need the Higgs?