

TRABAJO FIN DE GRADO:

Estudio experimental de la estabilidad del electrón con detectores de germanio

Autor: Ricardo Salillas Martínez

Director: Eduardo García Abancéns

Curso 2015/2016

Junio 2016



Universidad
Zaragoza

Índice general

1. Introducción	1
2. Dispositivo experimental y datos iniciales	2
2.1 Detector	2
2.2 Blindaje	3
2.3 Adquisición de datos	4
2.4 Datos	4
3. Análisis de datos	5
3.1 Tratamiento de los datos	5
3.2 Análisis del espectro final	8
3.3 Búsqueda del pico de desintegración	11
4. Resultados	14
4.1 Límite a la vida media del electrón	14
4.2 Incertidumbres en los parámetros del pico	15
5. Prospectiva del experimento	18
6. Resumen y conclusiones	20
Referencias	21

1. Introducción

Este trabajo tiene como objetivo realizar un test de conservación de la carga eléctrica mediante la búsqueda experimental de posibles procesos de desintegración del electrón utilizando un detector semiconductor de germanio.

El electrón es el leptón cargado de menor masa (energía) del que se tiene constancia y por lo tanto, según nuestro modelo estándar de la física de partículas, es una partícula estable puesto que su desintegración implicaría una de estas dos opciones: existe una partícula cargada menos masiva o la carga eléctrica no se conserva.

Por razones obvias no podemos probar que el electrón es estable (vida media infinita) pues deberíamos estudiar durante un tiempo infinito para obtener esta conclusión, pero sí podemos intentar demostrar su inestabilidad y en caso de obtener un resultado negativo podemos acotar inferiormente su vida media (τ). Para poder realizar dicho estudio es necesario establecer unos supuestos teóricos que permitan proponer posibles modos de desintegración del electrón. Nosotros partiremos del supuesto de que es posible una desintegración del electrón en la que no se cumpla el principio de conservación de la carga eléctrica, es decir, nuestro estudio es en última instancia un test de este principio.

Así pues obviando el principio de conservación de la carga eléctrica pero teniendo en cuenta el resto de leyes de conservación que impone el modelo estándar de la física de partículas (conservación de la energía, conservación del número leptónico, conservación del momento angular, etc) vamos a considerar dos modos de desintegración del electrón:

$$e^- \rightarrow \nu_e \gamma \quad (1)$$

$$e^- \rightarrow \nu_e \nu \bar{\nu} \quad (2)$$

Para la primera desintegración ($e^- \rightarrow \nu_e \gamma$) encontramos que, supuesta despreciable la masa del neutrino electrónico respecto a la del electrón y careciendo de masa el fotón, podemos suponer que la energía del electrón se equiparte entre ambas partículas siendo por lo tanto la energía del fotón: $E_\gamma = \frac{m_e c^2}{2} = 255.5 \text{ keV}$. La desintegración de un electrón de una capa interna implica además que el átomo en el que tiene lugar se encuentra en un estado excitado al existir simultáneamente un hueco en dicha capa y electrones en capas de mayor energía. La desexcitación puede darse mediante dos procesos: desciende un electrón de una capa superior a la capa incompleta emitiendo rayos X en el proceso o se puede dar una emisión electrónica Auger. En ambos casos, la energía radiada en el proceso dependerá de la capa a la que pertenece el electrón desintegrado y será aproximadamente equivalente a la energía de ligadura de dicha capa. Para las distintas capas en el germanio estas energías son: $BE_{Ge}(M) = 0.1 \text{ keV}$, $BE_{Ge}(L) = 1.2 \text{ keV}$ y $BE_{Ge}(K) = 11.1 \text{ keV}$ [1]. La naturaleza rápida de estos

procesos ($\sim 10^{-10}$ s) respecto a la velocidad de respuesta del detector ($\sim 10^{-6}$ s) supone que observaríamos el fotón de 255.5 keV y la desexcitación simultáneamente. Esto unido a que, obviamente, el neutrino no es detectado, se traduce en la búsqueda de picos en torno a los siguientes valores de energía: 255.6, 256.7 y 266.6 keV para las desintegraciones de electrones de las capas M, L y K respectivamente. Además las intensidades relativas son proporcionales al número de electrones de cada capa: 56.25 %, 25 % y 6.25 % para las capas M, L y K respectivamente. La mejor cota existente para la desintegración del electrón a un neutrino y un fotón es de $\tau > 6.6 \cdot 10^{28}$ años al 90 % de nivel de confianza [2].

Para la segunda desintegración ($e^- \rightarrow \nu_e \bar{\nu}$) únicamente tenemos acceso a la energía radiada en la desexcitación electrónica por lo cual las energías en las que buscamos picos son directamente las correspondientes a las energía de ligadura: $BE_{Ge}(M) = 0.1$ keV, $BE_{Ge}(L) = 1.2$ keV y $BE_{Ge}(K) = 11.1$ keV, con las intensidades relativas ya mencionadas. Para este modo de desintegración la cota actual es de $\tau > 2.4 \cdot 10^{24}$ años al 90 % de nivel de confianza [3].

En este trabajo se utilizarán los datos obtenidos en 2013 con un detector de germanio instalado en el Laboratorio Subterráneo de Canfranc (LSC) en el interior de un blindaje de ultrabajo fondo radiactivo consistente en ladrillos de plomo y polietileno borado y en un sistema de purga del radón del aire. El montaje experimental en el que se obtuvieron los datos fue originalmente diseñado para la búsqueda de materia oscura (señal de muy baja energía, del orden de unos pocos keV) por lo que se registró el espectro diferencial hasta 150 keV. Este hecho junto al límite impuesto por el umbral del detector (≈ 1.8 keV) reduce nuestra búsqueda al pico de 11.1 keV, es decir, la desintegración $e^- \rightarrow \nu_e \bar{\nu}$ de electrones de la capa K del Ge.

2. Dispositivo experimental y datos iniciales

2.1 Detector

Usamos un detector semiconductor tipo P cilíndrico de Germanio natural ultrapuro de 22 mm de longitud y 52.5 mm de diámetro, siendo su densidad $\rho = 5.32 \text{ g/cm}^3$ y masa total $M = 253 \text{ g}$. El Germanio posee una zona muerta de 0.65 mm de espesor cuya eficiencia en la detección de radiación es nula y una zona vacía de carga o región activa donde la eficiencia para señales de tan baja energía (≈ 11 keV) es prácticamente del 100%. Para el estudio se usarán los parámetros característicos de esta región siendo el volumen efectivo $V_{eff} = 44 \text{ cm}^3$ y su masa efectiva $M_{eff} = 234 \text{ g}$. El cristal de Ge está dentro de un criostato de cobre electroformado de gran radio pureza y se refrigera mediante nitrógeno líquido (para disminuir el ruido térmico), contenido en un *dewar*.

2.2 Blindaje

Dado que es un estudio a baja energía es necesario obtener una señal lo más limpia posible de radiaciones indeseadas. Para ello se blindó el detector con un blindaje de ultrabajo fondo (véase Figura 1) que, desde el detector hacia el exterior, consta de:

- 30 cm de plomo: Se usa para evitar la radiación originada en las principales cadenas radiactivas naturales como las del ^{232}Th , ^{238}U y ^{235}U presentes en las paredes, materiales y aire del laboratorio. El plomo de los primeros 10 cm es antiguo (450 años) y por lo tanto limpio de ^{210}Pb (22.3 años de periodo de semidesintegración [1]).
- Aislamiento y purga del Rn: la cadena radiactiva natural del ^{238}U produce ^{222}Rn con una vida media de 3 días que al ser un gas podría acumularse en el aire del laboratorio y, en particular, en el aire del interior del blindaje y por tanto próximo al detector. A fin de evitar todo esto se renovaba continuamente el aire en el laboratorio, se revistió el blindaje con PVC para impedir el paso del aire y se conectó con un tubo de teflón el *dewar* de N_2 líquido con el detector para que el N_2 evaporado ocupara la cavidad del detector impidiendo la entrada de aire contaminado con Rn.



Figura 1: Dispositivo experimental: blindaje a medio construir (izquierda) y blindaje completo (derecha). El detector de Germanio se encuentra en el centro del blindaje de plomo.

- 40 cm de agua borada o polietileno borado: el polietileno encima y debajo del plomo y tanques de agua en los laterales. La función de estos materiales es la de termalizar y absorber los neutrones procedentes de la roca del laboratorio (originados por colisiones de muones o por reacciones (α, n) en la roca).

- Recubrimiento de roca equivalente a 2450 metros de agua (m.w.e.): consecuencia del emplazamiento subterráneo del Laboratorio (LSC). Sirve como blindaje frente a la radiación cósmica.

2.3 Adquisición de datos

En la adquisición de los datos del estudio se usó una cadena electrónica (véase Figura 2) que consta de:

- Fuente de alta tensión (HV): Para polarizar el detector. Provee de una alimentación en voltaje de $\sim 3000V$.
- Pre-amplificador (PA): conectado al detector de germanio.
- Amplificadores lineales (AL): a la salida del pre-amplificador se conectan en paralelo dos amplificadores lineales con distinto *shaping time* (sh) (3 y $4 \mu s$).
- Convertidor Analógico Digital (ADC): uno para cada AL, convierte la amplitud de pulso en un número de 0 a 8191 (13 bits) que denominaremos canal y que es proporcional a la energía depositada por la partícula en el detector de Ge.
- Tarjeta de E/S digital: Los convertidores ADC están conectados con un OR-lógico a una tarjeta E/S digital instalada en un ordenador.

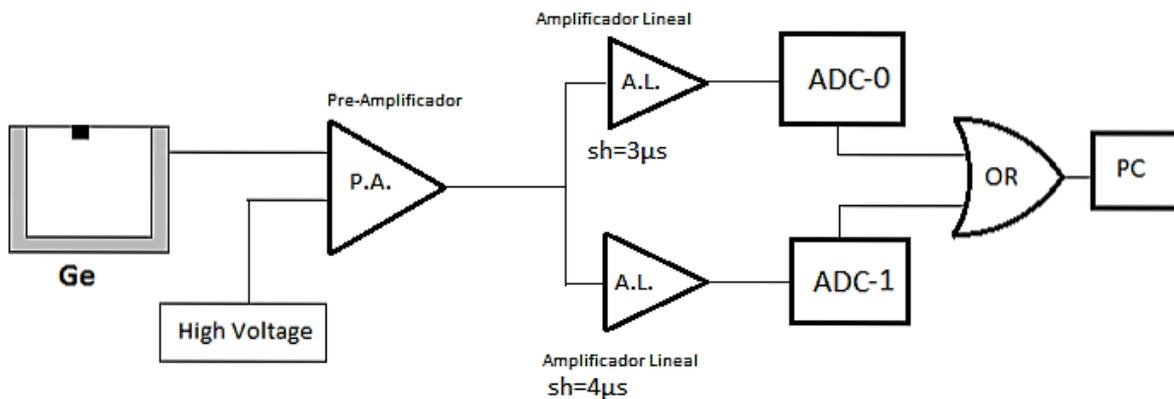


Figura 2: Cadena electrónica de la adquisición de datos.

2.4 Datos

El sistema de adquisición de datos registraba en formato ASCII cada suceso siguiendo esta estructura: año, mes, día, hora, minuto, segundo, canal del primer ADC, canal del segundo ADC y máscara. Los canales registrados por los ADC son proporcionales a la energía

depositada en el suceso mientras que la máscara puede tomar 3 valores (1,2 y 3) haciendo referencia a si el evento se ha detectado en el primer ADC (1), en el segundo (2) o en ambos (3).

A fin de hallar la proporcionalidad entre los canales registrados en los ADCs y la energía depositada se hacía una calibración semanal en la que se almacenaba únicamente el espectro diferencial de cada uno de los ADCs. En estas calibraciones se detenía la toma de datos del experimento, momento que se aprovechaba también para rellenar el *dewar*, por lo que semanalmente se guardaba un fichero con el registro de sucesos y dos ficheros con los espectros de la calibración.

La calibración consistía en la introducción en el interior del blindaje de una fuente radiactiva de ^{137}Cs (pegada en el extremo de una sirga) a través de un tubo de teflón. El ^{137}Cs emite fotones de 661.67 keV [1] que quedan fuera del rango de medida de nuestro detector pero esta radiación cuando es absorbida por el plomo produce los rayos X característicos de éste que pertenecen al rango de energía de 70-90 keV y que usaremos para la calibración. No se podía usar una fuente calibradora con fotones de energía en nuestra región de interés (≈ 11 keV) porque no alcanzarían la región activa del detector debido a su zona muerta y al criostato de cobre.

La toma de datos comenzó el 14 de noviembre de 2012, el blindaje se completó el 14 de febrero de 2013 y la toma de datos finalizó el 9 de octubre de 2013. Este trabajo analiza los datos desde la fecha en la que se completa el blindaje.

3. Análisis de datos

El punto de partida de este trabajo han sido 33 ficheros de texto con los datos de los sucesos medidos con el blindaje completo y 64 ficheros de texto con el espectro diferencial de las calibraciones (uno por cada ADC y cada semana). El tiempo total de exposición acumulado son 5176 horas.

3.1 Tratamiento de los datos

El objetivo es obtener un espectro final que contenga toda la información recabada en el experimento y sobre el cual se realizará el estudio de la estabilidad del electrón: se buscarán señales distintivas de la desintegración del electrón y, de no obtenerse, se acotará la vida media del electrón. Para ello se generarán espectros semanales de fondo radiactivo, se calibrarán en energía, se eliminarán los sucesos de ruido electrónico y microfónías que afectan

a baja energía, se normalizarán los espectros a una ganancia común y se sumarán, obteniéndose el espectro final.

Calibración

Obtenemos de cada espectro semanal de calibración (véase Figura 3) los parámetros de la función lineal que relaciona canal y energía depositada en el suceso ($E(\text{keV}) = m \cdot \text{canal} + b$). Los picos de la calibración son rayos X del Pb: 72.804, 74.969, 84.7 y 87.3 keV.

En el proceso de calibración se supone que los picos siguen una distribución normal como resultado de la resolución del detector. Se obtiene de cada pico los parámetros de la gaussiana que mejor se ajustan, estos son: canal del centro del pico, anchura a media altura (FWHM), área y los errores de estos parámetros. Nótese que la calibración hay que extrapolarla a la región de baja energía.

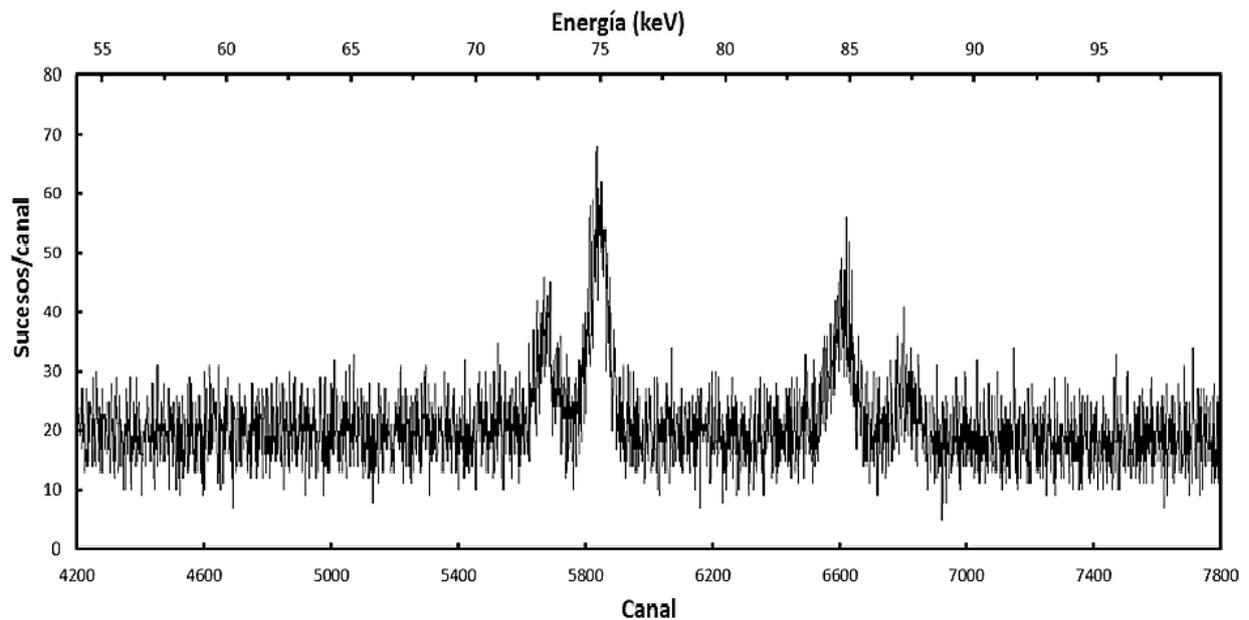


Figura 3: Espectro de calibración típico obtenido con la fuente de ^{137}Cs . Se observan los picos de rayos X del Pb en la región 70-90 keV.

Filtrado

Debido a las características de este trabajo, análisis de espectros de baja energía, es capital realizar un filtrado de los sucesos registrados para eliminar sucesos espurios debidos a microfónias mecánicas (temblores en el suelo, burbujeo del N_2 en el *dewar*) o ruido electrónico de los instrumentos de adquisición de datos. Hemos estudiado y aplicado dos filtros a la señal:

- Filtrado temporal (FT): consiste en descartar los eventos registrados que hayan tenido lugar en un intervalo temporal menor que cierto valor, en nuestro caso un segundo. La razón de que apliquemos este criterio es que nos permite separar ráfagas de sucesos debidos a microfonías o cascadas electrónicas en el instrumental de medida (varios eventos registrados en el mismo segundo) de los sucesos que realmente esperamos medir (pertenecientes al campo de la Física de procesos muy poco probables y por lo tanto más espaciados temporalmente como se verá a continuación y ,en principio, siguiendo la distribución de Poisson).
- Filtrado de máscara (FM): en este filtrado explotamos la ventaja que nos otorga el montaje en paralelo de dos vías en la cadena electrónica con sus respectivos AL y ADC. Desecharemos los sucesos en los que el número de la máscara indique que sólo una de las dos ramas ha registrado señal.

Desarrollamos un programa que leía cada fichero semanal de datos y atendiendo a las características del suceso (intervalo temporal con los sucesos anterior y posterior, número de máscara) se desechaba o, si superaba los criterios filtrado, se almacenaba en un nuevo espectro semanal limpio. El número que se guarda es simplemente el canal del primer ADC en el que se ha registrado el evento (el segundo ADC, una vez comprobado que produce un espectro análogo al del primer ADC, sólo lo usamos para el filtrado por máscara).

Para estudiar ambos procesos de filtrado, los aplicamos al espectro resultante de unir las dos primeras semanas de datos tras calibrarlos y normalizarlos a un valor de 0.02 keV.

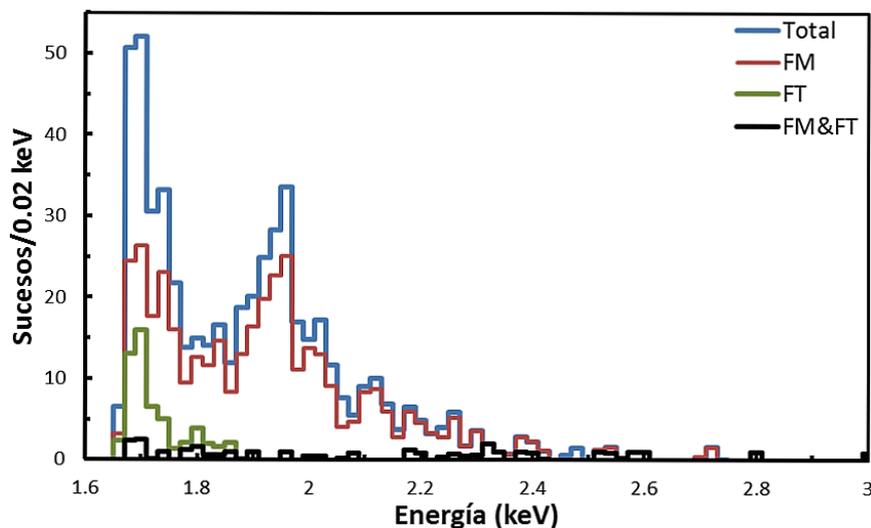


Figura 4: Espectro registrado de dos semanas ($t=303.55$ h) y los obtenidos tras la aplicación de diferentes filtros de sucesos. El ritmo total registrado en todo el espectro (desde 1.6 hasta 150 keV) es de 2.47 sucesos/h y tras los dos filtrados pasa a ser de 0.75 sucesos/hora. Estos ritmos tan bajos justifican el uso de un intervalo temporal de 1 segundo para el filtrado temporal.

En la Figura 4 se muestra la señal sin aplicar filtrado (Total), la señal si aplicamos el filtrado temporal (FT), la señal si aplicamos el filtrado de máscara (FM) y la señal al aplicar ambos (FM&FT). El hecho de mostrar la zona comprendida entre 1.6 y 3 keV responde a que el umbral del detector de *trigger* del detector está en torno a 1.6 keV y más allá de unos 2.8 keV los sucesos debidos al ruido son prácticamente inexistentes. En esta caracterización de los filtrados se tiene que FT excluye un 86.28% de los sucesos, FM excluye un 28.21% de los sucesos y ambos excluyen un 94.52% del total de los sucesos en la región entre 1.6 y 3 keV. Así pues existen sucesos que cumplen ambos criterios (19.97%). Aunque el ruido electrónico y microfónias no afecta a la región de interés de este trabajo (≈ 11 keV), se decidió finalmente aplicar ambos filtrados y por lo tanto se desarrolló un programa capaz de llevarlo cabo.

Normalización y unión

Teniendo en cuenta que en la calibración de los espectros semanales se obtenía un coeficiente en el término de primer grado en la función lineal típicamente de 0.01275 keV/canal se optó por normalizar cada espectro semanal a uno de pendiente 0.05 keV/canal y término independiente nulo. Creamos otro programa para esta tarea. Por último, los espectros semanales normalizados se suman para obtener el espectro final (véase Figura 5).

3.2 Análisis del espectro final

Supondremos que el pico de 11.1 keV que vamos a buscar responde a una distribución normal y por lo tanto debemos conocer los parámetros característicos como son el canal del centro del pico, su desviación estándar y su área (cantidad de sucesos atribuibles al pico si existe).

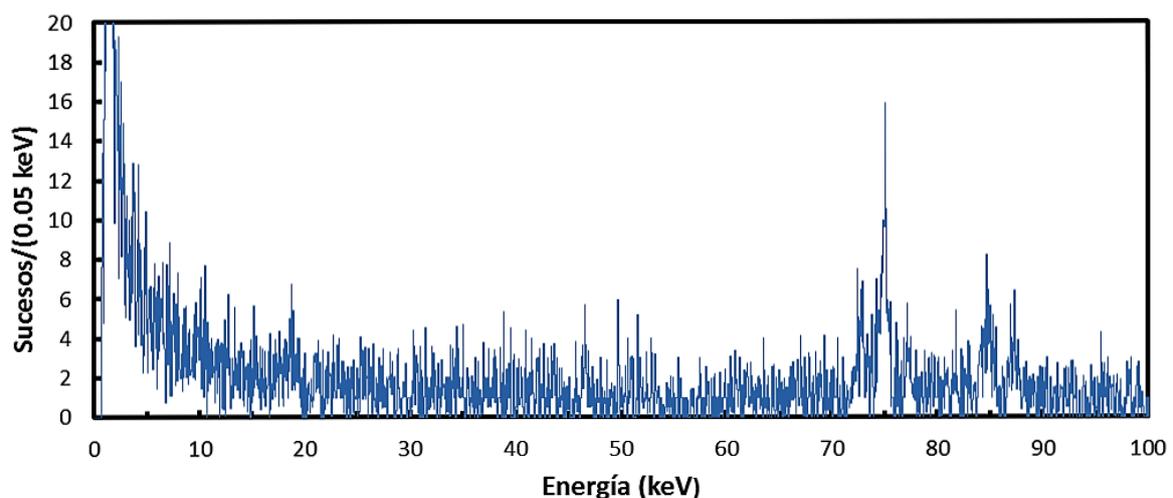


Figura 5: Espectro final obtenido autocalibrado (t=5176 h).

En el espectro final se diferencian con claridad algunos picos característicos lo que nos permitirá volver a calibrarlo incorporando algún pico de menor energía. Se observan claramente los rayos X del Pb con energías de 72.804 , 74.969, 84.7 y 87.3 keV. De los rayos X del Bi (producido por desintegración β^- del Pb) se observa únicamente el pico más intenso de rayos X que corresponde a 77.108 keV. También se ha identificado un pico a 46.5 keV debido al ^{210}Pb .

Mediante mínimos cuadrados se obtiene una función de calibración de la forma $canal = m \cdot E(\text{keV}) + b$, con $m = 19.86 \pm 0.05$ canal/keV, $b = 9.79 \pm 3.52$ canal y $cov(m, b) = -0.16$ canal²/keV. Usando esta función calculamos el canal que corresponde a una energía de 11.1 keV:

$$canal(E = 11.1\text{keV}) \equiv c_o = 230.3 \pm 3.0 \quad (3)$$

Como hemos extrapolado una calibración realizada en la región 45-90 keV a 11.1 keV nuestra estimación del canal lleva asociado un error sistemático debido a posibles no linealidades del detector a baja energía sobre el que discutiremos más adelante (véase Sección 4.2).

Para estimar la anchura a altura mitad ($\Gamma = \text{FWHM}$) contamos con el espectro (véase Figura 6) de un experimento llevado a cabo en 1990-1992 [4] con el mismo detector en similares condiciones (mismo laboratorio aunque a distinta profundidad, similar blindaje y, sobre todo, similar electrónica y adquisición de datos). El espectro antiguo se tomó durante más del doble de tiempo (13404 horas frente a 5176) lo cual se ve reflejado en el menor peso relativo de las fluctuaciones probabilísticas (hay más estadística) y por tanto la señal es más limpia.

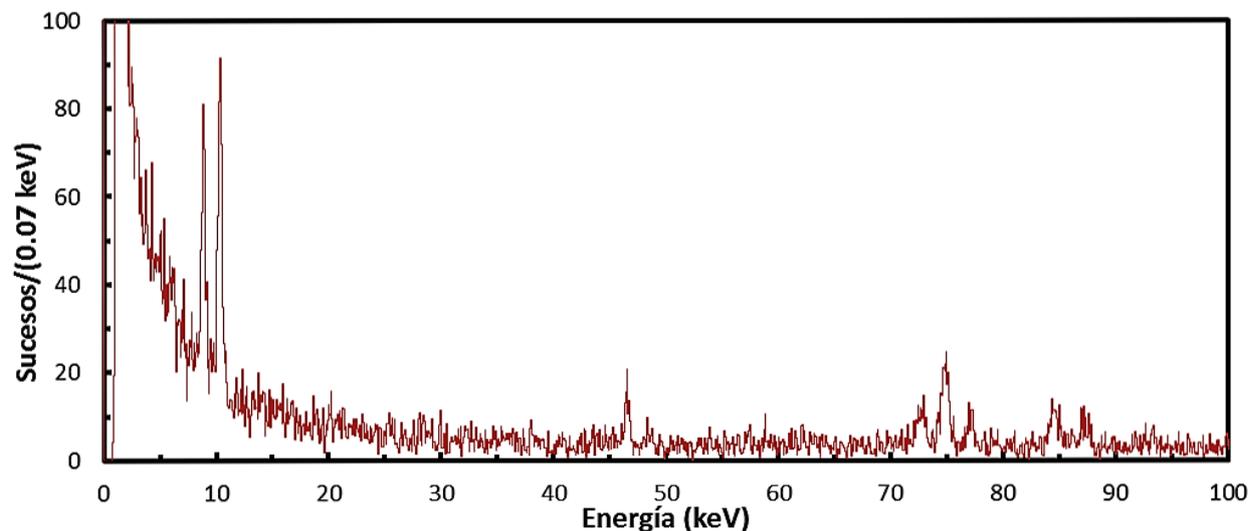


Figura 6: Espectro final del experimento 1990-1992 (t=13404 h).

Una característica extremadamente útil del espectro antiguo es que, a diferencia de nuestro espectro, aparecen dos picos en el entorno de energía de los 10 keV; se trata de los rayos

X del Cobre y del Galio. La explicación de su existencia radica en que el detector se activó debido a la radiación cósmica que recibió en su traslado, realizado en febrero de 1990, en avión desde Estados Unidos donde se fabricó hasta su ubicación actual en el LSC. Entre otras, se produjeron las reacciones $^{70}\text{Ge}(n,\alpha 2n)^{65}\text{Zn}$, $^{70}\text{Ge}(n,3n)^{68}\text{Ge}$. Tanto el ^{65}Zn como el ^{68}Ge se desintegran el 100% de las veces por captura electrónica al estado fundamental del hijo, ^{65}Cu y ^{68}Ga respectivamente. Esto da lugar a una cascada de rayos X y/o electrones Auger que se traduce en la emisión de energía igual a la energía de ligadura del electrón. En el caso de capturas a capa K éstas son $BE_{\text{Cu}}(K) = 8.98\text{keV}$ y $BE_{\text{Ga}}(K)=10.37\text{keV}$. Al tratarse de emisiones internas de muy baja energía, todas ellas son absorbidas *in situ* por el detector dando lugar a los dos picos anteriormente mencionados.

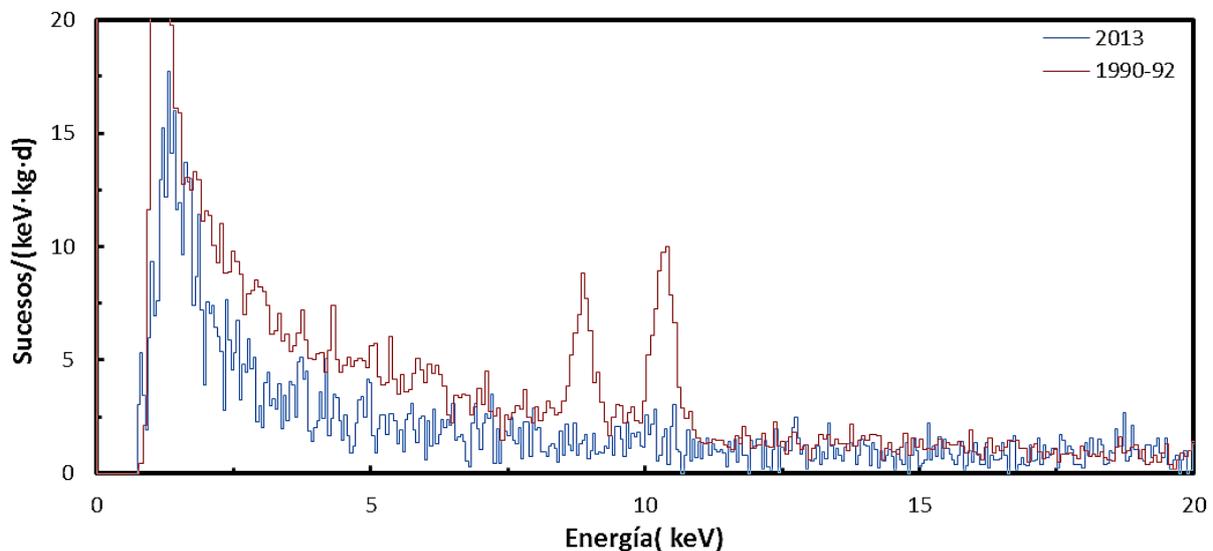


Figura 7: Comparación de los espectros de los dos experimentos normalizados a $\text{sucesos}/(\text{keV} \cdot \text{kg} \cdot \text{d})$.

Como el detector ha permanecido subterráneo desde 1990, los isótopos activados cosmogénicamente se han desintegrado ($\tau_{1/2}=244.1$ d para ^{65}Zn y $\tau_{1/2}=288.0$ d para ^{68}Ge)[1]. Picos como los dos mencionados a 8.98 y 10.37 keV han desaparecido y el fondo a baja energía ha mejorado (véase Figura 7) aumentando la sensibilidad del experimento.

Como se observa en la Figura 8, la resolución del detector no se ha distorsionado con el paso de los años puesto que ambos espectros dan valores similares para los rayos X del Pb (achacamos la desviación en el pico de 72.804 keV a su escasa estadística). Dadas las resoluciones de los dos picos cosmogénicamente inducidos ($\Gamma(E = 8.98 \text{ keV}) = 0.397 \pm 0.034 \text{ keV}$, $\Gamma(E = 10.37 \text{ keV}) = 0.448 \pm 0.025 \text{ keV}$) hemos calculado la resolución a 11.1 keV mediante extrapolación lineal obteniendo un valor:

$$\Gamma(E = 11.1\text{keV}) \equiv \Gamma_o = 0.47 \pm 0.04 \text{ keV} \quad (4)$$

que al tratarse de una gaussiana se traduce en una desviación estándar

$$\sigma(E = 11.1 \text{ keV}) \equiv \sigma_o = \frac{\Gamma_o}{2.35} = 0.203 \pm 0.017 \text{ keV} \quad (5)$$

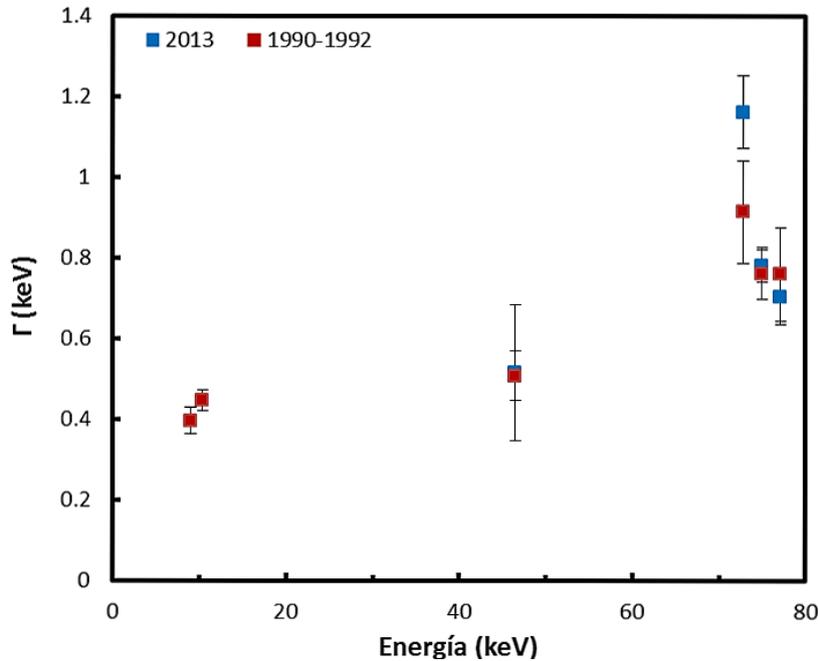


Figura 8: Resolución del detector ($\Gamma \equiv \text{FWHM}$) en función de la energía para los espectros de los dos experimentos (1990-92 y 2013).

3.3 Búsqueda del pico de desintegración

Ahora que conocemos la posición (c_o) del hipotético pico de 11.1 keV y su desviación estándar (σ_o) podemos analizar en nuestro espectro de 5176 h (Figura 5) si existe dicho pico, cuál es su área o cuál es el máximo número de cuentas que podríamos atribuir al pico. Primero hemos de decidir si hay pico, es decir, si el número neto de sucesos atribuibles al pico es o no estadísticamente significativo. Esto lo establece el denominado límite crítico (L_c) que a continuación calcularemos siguiendo [5].

Para ello, el primer paso es abrir una ventana o región de interés (RDI) en la que buscaremos el pico. Hemos seleccionado el intervalo de canales [$c_o - 1.4\sigma_o, c_o + 1.4\sigma_o$] (número de canales $\equiv n = 11.32$) que corresponde a la región de energía comprendida en [10.82, 11.38] keV porque una ventana de $\pm 1.4\sigma_o$ es la ventana óptima, la que maximiza el cociente señal/ruido para picos de área muy pequeña [6]. Calcularemos los sucesos de la ventana como:

$$G = \sum_{i=c_o-1.4\sigma_o}^{c_o+1.4\sigma_o} C_i = 31.49 \text{ sucesos} \quad (6)$$

donde C_i son los sucesos del canal i . El hecho de que la suma no sea entera se explica en que el proceso de normalización de nuestro espectro distribuye fracciones de sucesos en los nuevos canales convirtiendo en reales los sucesos atribuibles a cada canal.

Para estimar el fondo (B) en la RDI debemos abrir una ventana de canales a derecha e izquierda de nuestro pico. Esta ventana debe estar lo suficiente alejada del centro del pico para que su posible existencia no falsee la estimación del fondo y al mismo tiempo lo suficiente próxima para que el fondo calculado sea representativo del que se le supone a la región del pico. Nosotros abriremos una ventana a la izquierda de $[c_o - 10\sigma_o, c_o - 5\sigma_o]$ y simétricamente a la derecha de $[c_o + 5\sigma_o, c_o + 10\sigma_o]$ siendo el número de canales de cada ventana $m = 20.21$. Estas regiones, en energía, corresponden a $[9.07, 10.08] keV$ y $[12.12, 13.13] keV$ (véase Figura 9). Estimamos el fondo en la RDI como:

$$B = \frac{n}{2m} \left(\sum_{i=c_o-10\sigma_o}^{c_o-5\sigma_o} C_i + \sum_{i=c_o+5\sigma_o}^{c_o+10\sigma_o} C_i \right) = 35.28 \text{ sucesos} \quad (7)$$

El factor que multiplica el paréntesis ($n/2m$) escala el fondo medido a la ventana central del pico.

Finalmente para hallar el área del pico (A) hemos de restar al número de sucesos de la RDI (G) el fondo (B). Así pues:

$$A = G - B = \sum_{i=c_o-1.4\sigma_o}^{c_o+1.4\sigma_o} C_i - \frac{n}{2m} \left(\sum_{i=c_o-10\sigma_o}^{c_o-5\sigma_o} C_i + \sum_{i=c_o+5\sigma_o}^{c_o+10\sigma_o} C_i \right) = -3.80 \text{ sucesos} \quad (8)$$

En principio puede sorprender que el área calculada sea negativa pero la interpretación es sencilla: estamos buscando la desintegración del electrón, partícula que según las teorías actuales y evidencias experimentales no debe desintegrarse, por lo que es muy probable que no haya señal. Lo que ocurre cuando analizamos una zona de un espectro donde no hay pico es que la distribución de cuentas que podemos esperar medir es una gaussiana cuya media es el número de sucesos del fondo, es decir, tenemos un 50% de posibilidades de medir un área negativa, que es lo que ha ocurrido.

Para dilucidar si existe pico o no, calculamos el llamado Límite Crítico (L_c) teniendo en cuenta que la varianza del área neta es:

$$var(A) = A + B \left(1 + \frac{n}{2m} \right) \quad (9)$$

con lo que se obtiene [5]

$$L_c = k_\alpha \sqrt{B(1 + n/2m)} = 8.62 \text{ sucesos} \quad (10)$$

donde el factor k_α depende del nivel de confianza que queramos asociar con L_c . En este caso se ha tomado 1.282 que, de acuerdo con las propiedades de una distribución gaussiana,

equivale a un 90% de nivel de confianza (C.L.). El límite crítico establece el criterio para poder afirmar si existe pico o no. Dado que el área hallada (A) es menor que este valor podemos afirmar al 90% de fiabilidad que no existe pico.

Ahora debemos preguntarnos cuál es la cantidad máxima de sucesos que podrían atribuirse al pico, esto es, el Límite Superior o Upper limit (L_u) que calculamos también siguiendo [5] como:

$$L_u = A + k_\alpha \sqrt{A + B(1 + n/2m)} = 8.62 \text{ sucesos (al 90\% C.L.)} \quad (11)$$

donde al ser $A < 0$, aunque es un valor estadísticamente razonable, no representa una situación real por lo que se sustituye por cero en la ecuación (11) y como es evidente L_u coincide con el límite crítico L_c . Esto último lo hacemos para, en todo caso, no subestimar el número de cuentas atribuibles. Una vez obtenido el límite superior podemos calcular límite superior al área total del pico (A_p) conociendo que el área comprendida en el intervalo de -1.4σ a $+1.4\sigma$ en una distribución Gaussiana es el 83.85% del área total:

$$A_p = \frac{L_u}{0.8385} = 10.27 \text{ sucesos (al 90\% C.L.)} \quad (12)$$

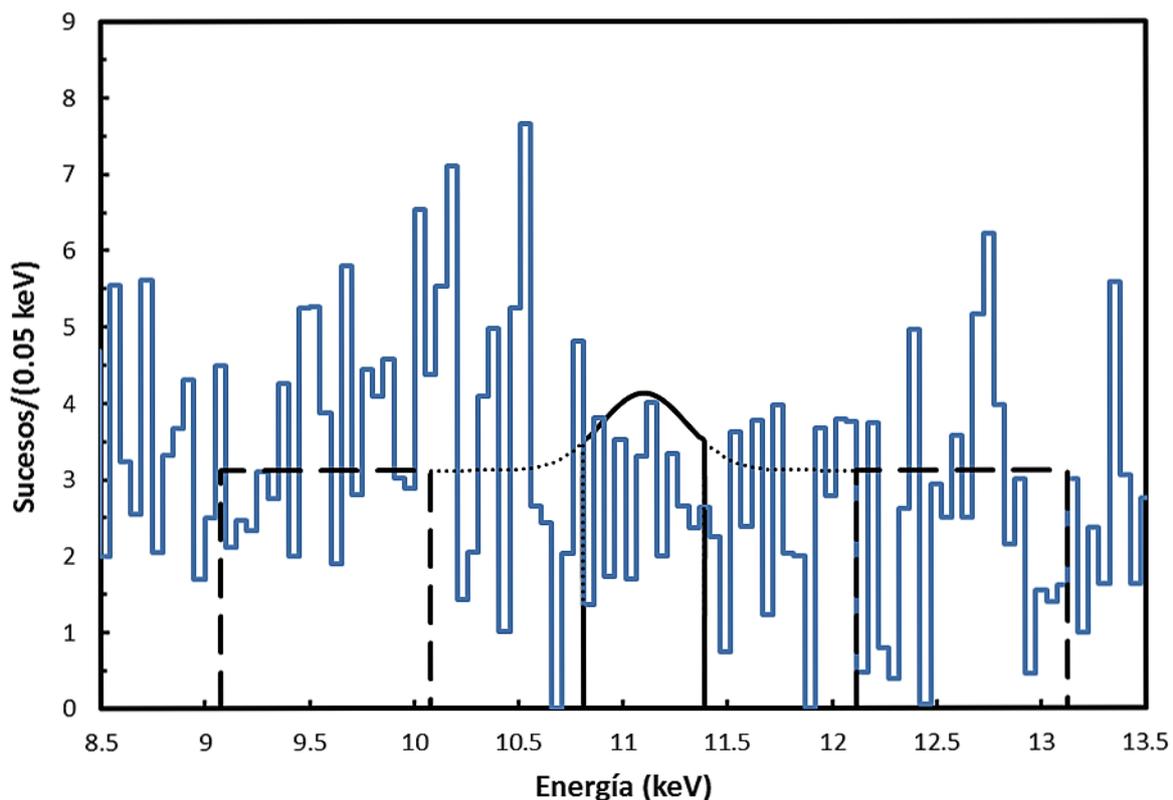


Figura 9: Límite superior con un 90% de nivel de confianza para un hipotético pico en 11.1 keV. Aparecen diferenciadas las regiones sobre las que se ha calculado B (ventanas laterales de $m=20.21$ canales cada una) y G (ventana central de $n=11.32$ canales). La función dibujada es la suma de una gaussiana correspondiente al límite superior estimado y el nivel de fondo por canal que es $B/n = 3.12$ sucesos/canal.

4. Resultados

4.1 Límite a la vida media del electrón

El cálculo del límite a la vida media del electrón (τ) a partir de nuestros resultados es sencillo. Partimos del supuesto de que τ es mucho mayor que nuestro tiempo de medida ($> 10^{20}$ años frente a ~ 1 año) por lo cual se puede considerar constante el número de electrones en la capa K (N_{ek}) en los átomos de nuestro detector. Partiendo de este supuesto tenemos que la actividad radiactiva (A_{ct}) de nuestro detector para el proceso buscado es:

$$A_{ct} = \lambda N_{ek} = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{2N_A M}{A_{Ge}} \quad (13)$$

donde N_A es el número de Avogadro, M es la masa total del detector y A_{Ge} la masa molar del Ge. El número de sucesos detectados en un periodo de tiempo es:

$$N = A_{ct} \cdot t \cdot \varepsilon \quad (14)$$

con t nuestro tiempo de medida y ε la eficiencia del detector. Si consideramos únicamente la masa de la región activa de nuestro detector (M_{eff}) la eficiencia será $\varepsilon = 1$, despejando obtenemos:

$$\tau = \frac{2N_A M_{eff}}{A_{Ge} N} \cdot t \quad (15)$$

Dado que no podemos afirmar haber detectado la desintegración del electrón, hacemos uso de las cotas calculadas anteriormente ($N < A_p$). De esta forma, a partir de una cota superior de N , esto es A_p , obtenemos una cota inferior de nuestra magnitud objetivo (τ). Así pues:

$$\tau > \frac{2N_A M_{eff}}{A_{Ge} A_p} \cdot t \quad (16)$$

Con esto obtenemos:

$$\tau > 2.23 \cdot 10^{23} \text{ años (al 90 \% C.L.)} \quad (17)$$

Como comparación, en su momento con los datos de 1990-92 y 13404 horas de datos (véase Figura 6) este detector arrojó un límite de $\tau > 2.6 \cdot 10^{23}$ años al 90 % C.L que era el mejor límite existente, y que apenas difiere del calculado en este trabajo. Esto último es consecuencia de que la mejora en sensibilidad del detector con los años (la reducción en el fondo radiactivo que se observa en Figura 7) ha compensado el menor tiempo de exposición acumulado en nuestro experimento (5176 horas). Actualmente, como ya hemos mencionado, el límite a la vida media del electrón, hallado para la desintegración $e^- \rightarrow \nu_e \nu \bar{\nu}$, es de $\tau > 2.4 \cdot 10^{24}$ años al 90 % C.L un orden de magnitud mejor que el nuestro.

4.2 Incertidumbres en los parámetros del pico

Anteriormente hemos calculado las magnitudes características del pico (G,B,A), los límites al área (A_p) y la vida media del electrón (τ) usando siempre los valores centrales hallados en el análisis del espectro, estos son, $canal(E = 11.1 keV) \equiv c_o = 230.3$ y $\sigma(E = 11.1 keV) \equiv \sigma_o = 0.203$ keV. Dado que estos parámetros tienen una incertidumbre asociada en este apartado vamos a calcular cómo afectan a nuestros resultados.

Incertidumbre en c_o

Tal y como hemos obtenido anteriormente el valor de nuestro canal central es $c_o = 230.3 \pm 3.0$ pero esta incertidumbre sólo está asociada al error estadístico del método de mínimos cuadrados usado para obtener el valor de c_o . Hemos de intentar estimar el error sistemático asociado a la extrapolación que hemos hecho de 45-90 keV a 11.1 keV. Para ello haremos uso nuevamente del espectro obtenido en el experimento de 1990-1992.

Tanto en nuestro espectro como en el del anterior experimento se aprecian seis picos que son los rayos X del Pb con energías de 72.804 , 74.969, 84.7 y 87.3 keV, el pico más intenso de los rayos X del Bi que corresponde a 77.108 keV y el pico de 46.5 keV del ^{210}Pb . La idea es intentar cuantificar cual es el error cometido al usar la función lineal canal-Energía que se obtiene a partir de estos picos en el cálculo de la posición en canal que corresponde a una energía tan baja como 11.1 keV, la energía de nuestra búsqueda. Para ello usamos el espectro antiguo para comparar el valor obtenido de la función lineal de calibración con el valor real hallado para los dos picos cosmogénicamente inducidos, que son picos de energías bajas (8.98 keV para el Cu y 10.37 keV para el Ga) y muy próximos a 11.1 keV.

Usando los seis picos de calibración en el espectro antiguo se obtiene por mínimos cuadrados la recta:

$$Canal = m \cdot E(keV) + b = 14.20 \cdot E(keV) + 5.56 \quad (18)$$

con error de la pendiente $\sigma_m = 0.015$ canal/keV, del término independiente $\sigma_b = 1.050$ canales y covarianza $COV(m, b) = -0.015$ canal²/keV. En Figura10 se ha representado el ajuste dado por ecuación (18), junto a los puntos de dicho ajuste y los dos picos de baja energía. La gráfica inferior hace referencia a la diferencia en el canal calculado por el ajuste de (18) y el canal del centro de cada pico hallado al analizar el espectro. Como vemos, la predicción de nuestra recta de calibración para la posición de los picos inducidos cosmogénicamente difiere de la posición en que aparecen en 5.12 y 3.82 canales para el pico de 8.98 y 10.37 keV, respectivamente. Como error sistemático en el cálculo de c_o usaremos la mayor de las dos diferencias (Δc) obtenidas en dichos picos de baja energía, es decir, $\Delta c(Cu) = 5.12$ canales. Como en el espectro antiguo cada canal corresponde a 0.07 keV, diferente a nuestro espectro

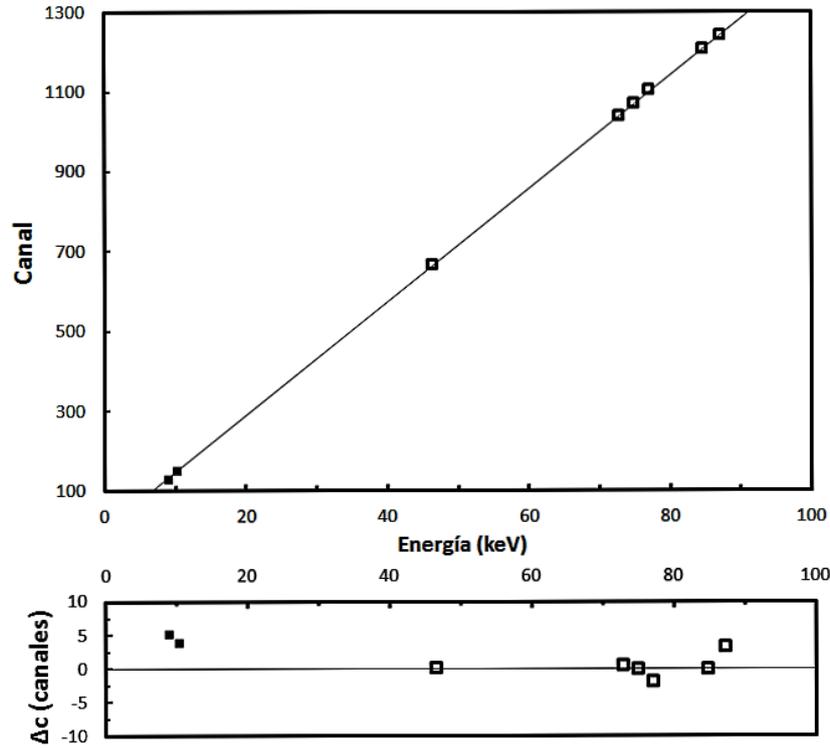


Figura 10: Calibración canal vs energía usando los seis picos marcados con cuadros blancos. Los cuadros negros representan los dos picos cosmogénicamente inducidos (ver texto). La gráfica inferior es el diagrama de residuos del ajuste por mínimos cuadrados.

calibrado a 0.05 keV/canal, este error sistemático en nuestro espectro actual se traduce en:

$$(\sigma_{c_0})_{sist} = 7.2 \text{ canales} \quad (19)$$

Sumaremos en cuadratura esta incertidumbre de origen sistemático con la incertidumbre de origen estadístico que es $(\sigma_{c_0})_{est} = 3.0$ canales (3) y así obtenemos:

$$c_0 = 230.26 \pm 3.0_{est} \pm 7.2_{sist} = 230.3 \pm 7.8 \text{ canales} \equiv 11.10 \pm 0.39 \text{ keV} \quad (20)$$

Por otra parte como vimos en la expresión (5):

$$\sigma_o = 0.203 \pm 0.017 \text{ keV} \quad (21)$$

Una vez obtenidos las incertidumbres de los parámetros c_0 y σ_o debemos cerciorarnos de que los resultados del estudio no difieran fuertemente en el rango de valores comprendido por estas incertidumbres. A fin de comprobar esto último realizamos un análisis similar al llevado a cabo con los valores centrales de estos parámetros, es decir, calcular G,B,A y con estos calcular L_u , A_p y τ .

Este análisis lo repetiremos cuatro veces, modificando cada vez un sólo parámetro, esto es: una primera vez cambiando $c_0 \rightarrow c = c_0 + \sigma_{c_0}$, otra segunda con $c_0 \rightarrow c = c_0 - \sigma_{c_0}$, una

tercera con $\sigma_o \rightarrow \sigma = \sigma_o + \sigma_{\sigma_o}$ y una última con $\sigma_o \rightarrow \sigma = \sigma_o - \sigma_{\sigma_o}$. En cada uno de estos análisis el resto de parámetros se dejó invariante y las ventanas de canales sobre las que se calcula G, B y A siguieron sujetas a la misma relación con c y σ , $[c - 1.4\sigma, c + 1.4\sigma]$ para G y $[c \pm 10\sigma, c \pm 5\sigma]$ para B. En Tabla 1 y Figura 11 aparecen recogidos los resultados de este análisis:

Parámetros	c(keV)	σ (keV)	G	B	A	L_c	L_u	A_p	τ (10^{23} años)
$G_o(c_o, \sigma_o)$	11.10	0.203	31.49	35.28	-3.80	8.62	8.62	10.27	>2.23
$G_{C+}(c_o + \sigma_{c_o}, \sigma_o)$	11.49	0.203	28.89	38.46	-9.47	8.99	8.99	10.73	>2.14
$G_{C-}(c_o - \sigma_{c_o}, \sigma_o)$	10.71	0.203	34.10	33.17	0.94	8.35	9.38	11.19	>2.05
$G_{\sigma+}(c_o, \sigma_o + \sigma_{\sigma_o})$	11.10	0.221	35.03	36.81	-1.78	8.80	8.80	10.49	>2.18
$G_{\sigma-}(c_o, \sigma_o - \sigma_{\sigma_o})$	11.10	0.186	28.34	35.33	-6.99	8.62	8.62	10.28	>2.23

Tabla 1: Influencia de los parámetros del pico en la estimación del límite inferior τ a la vida media del electrón (al 90% C.L.). Los parámetros G, B, A, L_c , L_u y A_p indican un número de sucesos.

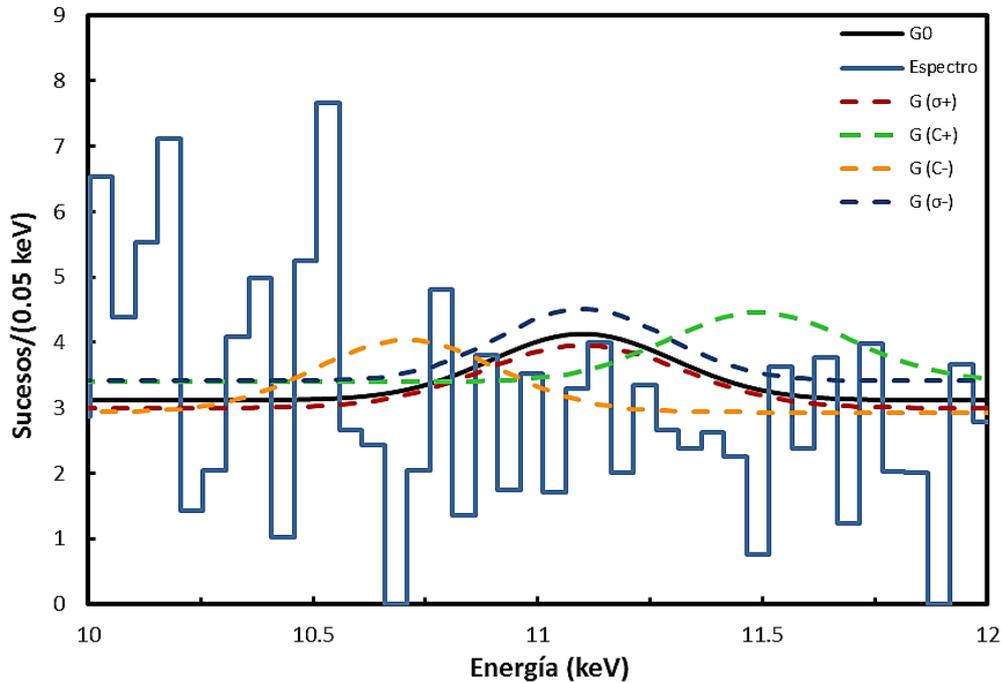


Figura 11: Límite superior al 90% C.L. para el hipotético pico de 11.1 keV de la desintegración del electrón en función de las incertidumbres en los parámetros del pico (posición y resolución).

Como podemos ver el resultado apenas varía un 8%. En todo caso, siendo conservadores podríamos tomar el peor de los límites obtenidos, es decir $\tau > 2.05 \cdot 10^{23}$ años al 90% C.L.

5. Prospectiva del experimento

Tanto el límite crítico L_c como el límite superior L_u son magnitudes calculadas a posteriori con los datos del experimento, esto es, se usa el número de sucesos detectados en la región en la que buscamos el pico (G,A). Buscamos ahora desligar el estudio del resultado del experimento, es decir, queremos teorizar sobre que cota inferior podemos delimitar teniendo en cuenta únicamente las condiciones del experimento pero sin basarnos en un resultado del mismo, es pues un estudio a priori. Este estudio consiste en calcular el límite de detección (L_d) para un experimento del que se conoce el fondo esperado en la RDI.

Consideremos que a la hora de medir sucesos la frecuencia con la que se detecta un determinado número de ellos depende de una distribución normal de probabilidad centrada en el número de sucesos más probable de detectar. Considerando esto, si esta distribución está centrada en el límite crítico sólo detectaremos pico el 50% de las veces que midamos así que es necesario establecer un límite de detección (L_d). Dicho límite consiste en calcular el número de sucesos del centro de la distribución gaussiana para la cual podemos afirmar que al medir detectaremos pico un porcentaje determinado de las veces, es decir, el número de sucesos detectado será mayor que L_c un porcentaje dado de las veces que se mida. Es obvio que L_d será mayor que L_c siempre que queramos calcular el límite de detección para que más del 50% de las veces que se mida se constate la existencia de un pico. Calculamos el límite de detección siguiendo [5] como:

$$L_d = k_\alpha^2 + 2k_\alpha \sqrt{B(1 + n/2m)} \quad (22)$$

donde k_α vuelve a ser un factor que da cuenta del intervalo de confianza en el que se quiere calcular L_d . Hemos de aclarar que la ecuación (22) ha sido calculada suponiendo que el límite crítico del que depende el cálculo del límite de detección comparte el mismo nivel de confianza. En nuestro caso el nivel de confianza de ambos va a ser del 90% y, por tanto, $k_\alpha=1.282$ nuevamente.

Dado que el límite de detección depende del nivel de fondo medido (B) lo calculamos para los distintos valores de los parámetros, posición y resolución (véase Sección 4.2). A partir de los valores de L_d estimamos el área total del pico A_p siguiendo (12) y determinamos la sensibilidad a la vida media del electrón usándolo en la ecuación (15) en vez de N. Los resultados se muestran en la tabla 2 y deben ser interpretados como que nuestro experimento tiene una probabilidad mayor o igual que 90% de observar la desintegración del electrón si su vida media es menor o igual que el valor dado en la tabla.

Parámetros	L_d (sucesos)	A_p (sucesos)	τ (10^{23} años)
$G_o(c_o, \sigma_o)$	18.87	22.51	1.02
$G_{C+}(c_o + \sigma_{c_o}, \sigma_o)$	19.63	23.41	0.98
$G_{C-}(c_o - \sigma_{c_o}, \sigma_o)$	18.35	21.88	1.05
$G_{\sigma+}(c_o, \sigma_o + \sigma_{\sigma_o})$	19.24	22.95	1.00
$G_{\sigma-}(c_o, \sigma_o - \sigma_{\sigma_o})$	18.89	22.52	1.02

Tabla 2: Cálculo del límite de detección y su correspondiente límite a la vida media del electrón.

Con estas estimaciones estamos en condiciones de estudiar la sensibilidad de nuestro análisis frente a las condiciones del experimento: masa del detector, tiempo de medida, nivel de fondo y resolución en energía. Para comparar diferentes condiciones experimentales se introduce habitualmente otra definición de la sensibilidad S como la vida media correspondiente al máximo número de sucesos n que podrían estar escondidos por las fluctuaciones estadísticas del fondo radiactivo. Si tenemos un experimento de fondo constante b (expresado en sucesos por unidad de energía, por unidad de masa y por unidad de tiempo), con resolución $\Gamma = \text{FWHM}$, una masa efectiva M_{eff} y medimos durante un tiempo t , el número de sucesos de fondo esperado en la ventana de anchura la resolución del detector es

$$N = b \cdot \Gamma \cdot M_{eff} \cdot t \quad (23)$$

Si suponemos que el fondo radiactivo sigue una distribución de Poisson $n = \sqrt{N}$ y obtenemos la función que describe la sensibilidad del experimento

$$S = \frac{2N_A}{A_{Ge}} \sqrt{\frac{M_{eff} t}{b\Gamma}} \sim \sqrt{\frac{M_{eff} t}{b\Gamma}} \quad (24)$$

donde se ve fácilmente cómo reescala la sensibilidad con los distintos parámetros experimentales (M_{eff} , t , b y Γ).

Si tomamos como referencia, para ser nuevamente conservadores, el valor más pequeño obtenido para τ en la Tabla 2, estamos un factor 25 por debajo del actual límite, esto significa que sería necesario mejorar un factor ~ 600 el argumento de la raíz en la expresión 24. Sería necesario una exposición de ~ 30000 kg-d con un detector con el fondo y resolución del actual o bien algo menos de tiempo y masa si se mejorasen los parámetros del detector (fondo y resolución).

6. Resumen y conclusiones

El dispositivo experimental del que se obtuvieron los datos fue un detector semiconductor de Ge instalado con un blindaje de ultrabajo fondo radiactivo en el LSC.

Con los datos obtenidos del experimento en 2013 hemos construido espectros de fondo semanales tras realizar un filtrado del ruido electrónico y las microfónias a baja energía.

Hemos calibrado los espectros semanales, los hemos normalizado a una ganancia común y los hemos sumado para obtener un espectro final que acumula una exposición de 5176 horas.

Hemos efectuado la búsqueda en nuestro espectro final de un hipotético pico en 11.1 keV debido a la desintegración $e^- \rightarrow \nu_e \nu \bar{\nu}$ de los electrones de la capa K del Ge. La búsqueda consistió en calcular los parámetros característicos del hipotético pico como son su posición (c_o) en el espectro y la anchura a altura mitad o resolución (Γ_o). Con estos parámetros y una estimación del fondo radiactivo esperado en dicha región de energía pudimos concluir que no hay evidencia del pico de desintegración buscado.

En ausencia de pico hemos establecido un límite inferior a la vida media del electrón de $\tau > 2.23 \cdot 10^{23}$ años al 90 % C.L. Para ello fue necesario calcular el número máximo de sucesos que se le podría atribuir a la existencia de un pico no detectado (Análisis a posteriori).

Hemos estudiado la influencia de las incertidumbres en la posición y resolución del pico constatando que apenas afectan un 8% al límite a la vida media del electrón, siendo el más conservador $\tau > 2.05 \cdot 10^{23}$ años al 90 % C.L.

Hemos comparado nuestros resultados con el actual límite existente (un orden de magnitud más restrictivo) y hemos estudiado las perspectivas de un posible futuro experimento con semiconductores de germanio. Conforme a esto concluimos que sería necesario un aumento del tiempo de medida y/o masa del detector para alcanzar una exposición de ~ 30000 kg·d y/o una considerable mejora de las prestaciones del detector (resolución o nivel de fondo).

Referencias

- [1] C.M.LEDERER AND V.S.SHIRLEY, *Table of isotopes - 7th Edition*, 1978 John Wiley & Sons.
- [2] M.AGOSTINI ET AL. *Phys. Rev. Lett.* **115** 231802, (2015).
- [3] P. BELLI ET AL. *Phys. Letters.* **B 460** 236, (1999).
- [4] Y.AHARANOV ET AL. *Phys. Rev.* **D 52** 3785, (1995).
- [5] G.R.GILMORE. *Practical Gamma-ray Spectrometry - 2nd Edition*, 2008 John Wiley & Sons.
- [6] J.PAULI ET AL. *Nucl. Instrum. & Methods.* **42** 15, (1966).