



**Universidad**  
Zaragoza

# Trabajo Fin de Grado

Diseño y desarrollo de un kit de materiales  
didácticos para el aprendizaje infantil

Autor/es

**Beatriz Lasala Ferrer**

Director/es

**Rosana Sanz Segura**

Escuela de Ingeniería y Arquitectura EINA

2016



## DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y ORIGINALIDAD

(Este documento debe acompañar al Trabajo Fin de Grado (TFG)/Trabajo Fin de Máster (TFM) cuando sea depositado para su evaluación).

TRABAJOS DE FIN DE GRADO / FIN DE MÁSTER

D./D<sup>a</sup>. Beatriz Lasala Ferrer

con nº de DNI 41513718Y en aplicación de lo dispuesto en el art.

14 (Derechos de autor) del Acuerdo de 11 de septiembre de 2014, del Consejo de Gobierno, por el que se aprueba el Reglamento de los TFG y TFM de la Universidad de Zaragoza,

Declaro que el presente Trabajo de Fin de (Grado/Máster)  
Grado \_\_\_\_\_, (Título del Trabajo)

Diseño y desarrollo de un kit de materiales didácticos para el aprendizaje infantil

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

es de mi autoría y es original, no habiéndose utilizado fuente sin ser citada debidamente.

Zaragoza, 18/11/2016

Fdo: Beatriz Lasala Ferrer

# Diseño y desarrollo de un kit de materiales didácticos para el aprendizaje infantil

## RESUMEN

El proyecto que se presenta está realizado por la alumna Beatriz Lasala Ferrer y tutelado por la profesora Rosana Sanz Segura. El trabajo viene motivado por la propuesta de un emprendedor y practicante de la pedagogía infantil, Octavio Benito García, el cual solicita un alumno del Grado de Diseño y Desarrollo de Producto para el diseño y fabricación de un kit de material educativo en el campo de las matemáticas.

El proyecto propone el diseño de un kit de materiales concretos educativos para el desarrollo y aprendizaje de operaciones básicas mediante la manipulación física del material en la filosofía Montessori. Este método educativo se caracteriza por poner énfasis en la actividad dirigida por el niño y observación por parte del profesor con el objetivo de adaptar el entorno de aprendizaje del niño a su nivel de desarrollo. Se trata de un trabajo de estudio del origen y las fuentes de este método educativo para la comprensión de la línea filosofía didáctica a aplicar.

El proyecto se ha dividido en cuatro fases.

En la fase previa se lleva a cabo la reunión con el cliente, la definición de objetivos, la planificación y la metodología a seguir durante la realización del proyecto.

La segunda fase se basa en la documentación y recopilación de información. En esta fase se ha estudiado la filosofía Montessori, los fundamentos del método, los elementos, las áreas de la metodología Montessori y en que consisten los materiales Montessori. De igual forma se estudian autores referentes en el ámbito de estudio, tales como María Montessori, Rebeca Wild, Jean Piaget, Karl Groos y Vygotsky. Se ha realizado una investigación de mercado de los materiales concretos presentes actualmente en el mercado, así como el análisis a nivel funcional, formal, de tipología, de uso, de materiales, estructural y de precio de todos ellos, obteniendo así una serie de conclusiones relevantes. Posteriormente, se formulan una serie de especificaciones de diseño que facilitan la propuesta y desarrollo del nuevo material concreto.

La tercera fase corresponde a la fase creativa, donde se han generado ideas y conceptos, seleccionando el concepto mas viable e innovador en términos de mercado, producto y usuario.

En la cuarta fase se ha definido técnicamente el producto en su totalidad, realizado bocetos y posteriormente modelos tridimensionales representados por medio de planos técnicos. Finalmente, se realiza una propuesta de evaluación del proceso de aprendizaje para verificar a futuro la eficacia del mismo.

El resultado del proyecto es un producto destinado a desarrollar mentes creativas y con ingenio, ya que permite el aprendizaje del sistema decimal y de operaciones como la suma, la resta, la multiplicación y la división en un espacio adaptado al aprendizaje del alumno. De igual forma permite el cálculo de multiplicaciones y divisiones largas, así como el aprendizaje del teorema de Pitágoras; las posibilidades de uso son infinitas, ya que fomenta la imaginación e improvisación del niño, permite la creación de formas geométricas y la interpretación e introducción de nociones de dibujo técnico. El material concreto consta de dos partes, los cubos de madera imantados que simbolizan las unidades y los marcos que permiten el cálculo de diversas operaciones.

# ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	4
1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO.....	4
1.2 OBJETIVOS .....	4
1.3 METODOLOGÍA.....	5
1.4 HERRAMIENTAS .....	6
2. INVESTIGACIÓN .....	7
2.1 FILOSOFÍA MONTESSORI Y PROCESOS DE APRENDIZAJE.....	7
2.2 ESTUDIO DE MERCADO .....	8
2.3 FACTORES DE DISEÑO .....	10
3. CONCEPTOS.....	11
3.1 CONCEPTO 1.....	11
3.2 CONCEPTO 2.....	11
3.3 CONCEPTO 3.....	12
4. DESARROLLO.....	13
4.1 DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO.....	13
4.2 MODO DE USO .....	15
4.3 MATERIALES Y ENVASE.....	23
5. CONCLUSIONES.....	24
6. BIBLIOGRAFÍA.....	25
ANEXO I: DOSSIER	
ANEXO II: PLANOS	
ANEXO III: PATENTE WO 2010/111189 A1	

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

El proyecto viene motivado por la propuesta de el emprendedor y practicante de pedagogía infantil, Octavio Benito García, trabajador del centro de menores de Zaragoza. El cual que solicita un alumno del Grado de Diseño y Desarrollo de Producto para el diseño y fabricación de un kit de material educativo en el campo de las matemáticas.

El proyecto propone el diseño de material educativo de uso tanto en escuela como en casa para el desarrollo y aprendizaje del niño en la filosofía Montessori. Este método educativo se caracteriza por poner énfasis en la actividad dirigida por el niño y observación por parte del profesor con el objetivo de adaptar el entorno de aprendizaje del niño a su nivel de desarrollo.

Los usuarios son niños de 6 años en adelante. No nos centraremos en una edad o rango concreto ya que el método Montessori se caracteriza por que cada niño marca su propio ritmo de aprendizaje. El material educativo será para uso tanto en el ámbito escolar como en casa, siendo el profesor un acompañante en este proceso de estimulación y colaboración.

Se trata de un trabajo de estudio del origen y las fuentes de este método educativo para la comprensión de la línea filosófica didáctica a aplicar y el desarrollo y fabricación de los materiales diseñados.

El material educativo propuesto se centrará en el campo de las matemáticas y en la actividad colaborativa, dirigida al aprendizaje de operaciones básicas por el niño mediante la manipulación física del material. Por lo tanto, se contemplan tanto sus materiales como sus acabados y la percepción cognitiva del usuario.

## 1.2 OBJETIVOS

- Diseño de un kit de materiales concretos educativos para su uso en cualquier ámbito (escuela u hogar) para el desarrollo y aprendizaje de operaciones básicas mediante la manipulación física del material.
- Realización de una planificación, definición de objetivos y elaboración de una metodología a seguir durante la realización del proyecto.
- Realización de un estudio y comprensión de la filosofía Montessori, los procesos de aprendizaje, las habilidades cognitivas del niño y el desarrollo de su psicomotricidad. Investigación de mercado analizando los productos presentes actualmente en el mismo y comparativas de sus cualidades formales, funcionales, materiales, precios, etc., con el fin de obtener una serie de conclusiones. Las cuales nos permitan realizar una descripción y definición de producto previa a las fases conceptuales.
- Definición y representación técnica del kit. Definición de la función principal (y secundarias en caso de haberlas) así como las instrucciones de uso del material concreto, los procesos de fabricación y la metodología de evaluación.

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.3 METODOLOGÍA

El proyecto consta de cuatro fases. En la **fase previa** se lleva a cabo la reunión con el cliente, la definición de objetivos, la planificación y la metodología a seguir durante la realización del proyecto.

La segunda fase se basa en la **documentación** y recopilación de información.. Esta fase se compone de la investigación de la filosofía Montessori y los procesos de aprendizaje; y el estudio de mercado. La metodología empleada en esta fase ha sido la siguiente:

Se ha realizado una investigación de mercado de los materiales concretos presentes actualmente en el mercado, así como el análisis a nivel funcional, formal, de tipología, de uso, de materiales, estructural y de precio de todos ellos, obteniendo así una serie de conclusiones relevantes. Posteriormente, se formulan una serie de especificaciones de diseño que facilitan la propuesta y desarrollo del nuevo material concreto.

En primer lugar se estudia la filosofía Montessori, los fundamentos del método, los elementos, las áreas de la metodología Montessori y en que consisten los materiales Montessori. De igual forma se estudian autores como Rebeca Wild, Jean Piaget, Karl Groos y Vygotsky con el fin de obtener otros puntos de vista del método de aprendizaje de los niños. También se han estudiado otros aspectos del proceso de aprendizaje como la pirámide de las necesidades de Maslow, la pirámide del aprendizaje de Edgar Dale o el proceso de abstracción. El último paso de la investigación ha sido el estudio de los campos de las matemáticas que se enseñan en la educación primaria con el fin de saber en cuales centrar nuestro diseño.

La segunda parte de la fase de investigación es el estudio de mercado. En primer lugar se ha realizado un estudio acerca de la psicoaritmética y la psicogeometría Montessori para la correcta comprensión de los materiales Montessori. Posteriormente se han estudiado todos los materiales Montessori que se encuentran actualmente en el mercado, se han analizado todos los aspectos importantes relacionados con el material así como su funcionamiento y método de aprendizaje.

Se han realizado análisis a nivel funcional, formal, de tipología, de uso, de materiales, estructural y de precio de todos ellos, obteniendo así una serie de conclusiones relevantes. Posteriormente, se formulan una serie de especificaciones de diseño que facilitan la propuesta y desarrollo del nuevo material concreto.

El siguiente paso ha sido la **fase creativa** donde se han generado ideas y definido conceptos. Se ha seleccionado el concepto más viable e innovador que cumpla con los factores de diseño obtenidos del estudio de mercado. Se ha definido técnicamente el producto en su totalidad, realizado bocetos y posteriormente modelos más desarrollados para finalmente realizar un prototipo del kit diseñado.

La cuarta fase es de **desarrollo**, se ha definido técnicamente el producto en su totalidad, realizado bocetos y posteriormente modelos tridimensionales representados por medio de planos técnicos. Finalmente, se ha realizado una propuesta de evaluación del proceso de aprendizaje para verificar a futuro la eficacia del mismo.

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.4 HERRAMIENTAS

Las herramientas informáticas aplicadas en este proyecto han sido Adobe InDesign para la maquetación y redacción del dossier, Adobe Illustrator para el diseño gráfico, Autodesk Inventor para el modelado en 3D y generación de la documentación técnica correspondiente. Se ha empleado Keyshot para la renderización.

En las siguientes secciones de esta memoria se detallarán los estudios realizados, las conclusiones obtenidas de la fase de investigación, los conceptos planteados y el diseño desarrollado en su totalidad.

## 2. INVESTIGACIÓN

### 2.1 FILOSOFÍA MONTESSORI Y PROCESOS DE APRENDIZAJE

Se ha realizado una investigación acerca de María Montessori y se han analizado los fundamentos, las áreas y los elementos de la filosofía Montessori. Se ha estudiado el concepto de material concreto y los distintos campos de aprendizaje de las matemáticas en el nivel de primaria. El material concreto proporciona conocimiento al niño de una manera sistemática y ayuda al niño a analizar el mecanismo y funcionamiento de su trabajo. Ayuda a la autoconstrucción y al desarrollo psíquico del niño proporcionando al pequeño estímulos que cautiven su atención e inciten a la concentración.

Se han realizado estudios acerca de los procesos de aprendizaje, se ha analizado la pirámide de Maslow, la jerarquía de las necesidades humanas de Cody Blair y el proceso de abstracción. También se han investigado otras metodologías de aprendizaje como la de la empresa LEGO en la gamificación.

Para completar la investigación acerca del método de aprendizaje se han estudiado las teorías de otros practicantes de la pedagogía como Rebeca Wild, Jean Piaget, Karl Groos y Vygotski.

Tras la realización de la investigación se han obtenido una serie de conclusiones que se relatan a continuación:

Es importante dar la oportunidad al niño de experimentar con los materiales a su libre elección. Entender significa descubrir. Se ha de fomentar la creatividad y la innovación en el niño. El juego forma un papel importante; cuando hay una obligación, el sujeto tiende a perder el interés en el aprendizaje. El juego es la expresión más auténtica y el medio de aprendizaje más efectivo del niño.

El material didáctico ha de transmitir sensaciones y fomentar experiencias no estructuradas. También ha de incentivar el interés por descubrir, intentar y aprender cosas nuevas. Ha de fomentar el trabajo individual y de forma independiente, el poder escoger libremente y poder marcar su propio ritmo de trabajo. El sujeto ha de aprender improvisando y sentir satisfacción ante sus descubrimientos. De este modo se responsabiliza de su aprendizaje y desarrolla autonomía, pensamiento crítico, actitudes colaborativas y capacidad de auto evaluación. El material concreto ha de incentivar que el sujeto se comprometa con lo que hace, con cómo lo hace y con los resultados que logra.

El material didáctico a diseñar ha de ser innovador y de validez ecológica. El nuevo diseño ha de estar estéticamente relacionado y adaptado a su entorno y ha de respetar el medio ambiente. Ha de ser diseñado en su mínima expresión (menos es más) y plantear retos con posibilidad de extensión una vez cumplidos. Ha de transmitir sensaciones y fomentar experiencias no estructuradas. Ha de invitar al sujeto a experimentar, a fomentar el entusiasmo y su concentración en él. El uso del material ha de ir acompañado de una ritualización y verbalización. Ha de fomentar el trabajo individual y de forma independiente, el poder escoger libremente y poder marcar su propio ritmo de trabajo.

El material concreto diseñado esta destinado a un entorno de utilización preparado. Se denomina entorno preparado al espacio adaptado al aprendizaje del alumno. Se trata de un ambiente agradable, ordenado, en contacto con la naturaleza y, en la medida de lo posible, espacios abiertos. El profesor estará presente durante el uso del material por parte del alumno pero formara un segundo plano en el proceso de aprendizaje. El profesor es el encargado de estimular y ayudar al alumno en caso de ser necesario proponer diferentes ejercicios.

## 2. INVESTIGACIÓN

### 2.2 ESTUDIO DE MERCADO

Previamente al estudio de mercado se ha realizado un estudio de la psicoaritmética y psicogeometría de María Montessori con el fin de comprender como es el proceso de aprendizaje de las matemáticas mediante la manipulación del material. La imagen a continuación muestra en ejemplo de cálculo de divisiones de un número entre los números del uno al diez a través del método psicoaritmético Montessori.

División	Residuo
— : 1 = —	—
— : 2 = —	—
— : 3 = —	—
— : 4 = —	—
— : 5 = —	—
— : 6 = —	—
— : 7 = —	—
27 : 8 = 3	3
— : 9 = —	—
27 : 10 = 2	7

En el estudio de mercado se han seleccionado los productos Montessori presentes actualmente en el mercado. La investigación efectuada sobre la psicoaritmética y psicogeometría de María Montessori ha permitido la interpretación de todos los materiales concretos Montessori así como conocer su función y uso. Posteriormente se han analizado los productos de modo funcional, formal, de uso, de tipología, de precios, de materiales y estructural. Las conclusiones obtenidas del estudio de mercado son las siguientes:

Cada material se destina al aprendizaje de un ámbito específico, como es por ejemplo contar, sumar, restar, multiplicar, dividir, hacer raíces cuadradas, aprender fórmulas binomiales y trinomiales, el teorema de Pitágoras... Las funciones secundarias complementan el aprendizaje del niño en otros ámbitos de estudio como las fracciones, los ángulos, las tablas de multiplicar... Estas funciones se cumplen gracias al uso de piezas simples que sirven para contar o representan números enteros, como es el ejemplo de perlas, cubos, botones... Estas piezas van siempre acompañadas de marcos o tableros que facilitan su colocación sobre ellos y mejoran el orden de las piezas y a su vez la comprensión del concepto. La mayor parte de los productos van recogidos en cajas para facilitar su orden y evitar pérdidas de piezas.

La mayoría de los productos se componen de formas geométricas redondas, cuadradas o rectangulares. Las piezas destinadas al cálculo de operaciones son de tamaño reducido y las piezas destinadas al aprendizaje de conceptos son de mayor tamaño. La mayoría de las superficies son lisas y opacas. Los materiales Montessori es que se tratan siempre de materiales simples, sin detalles concretos ni formas figurativas. En cuanto a los elementos que componen los materiales existe siempre una claridad y diferenciación entre ellos, así como una distribución lógica de los elementos.

## 2. INVESTIGACIÓN

El uso esencial es el de aprender diferentes campos de la materia de las matemáticas. A un mismo producto se le atribuyen distintos usos complementarios proponiendo el aprendizaje de otros campos que complementan el esencial. Los usuarios operadores serán tanto los alumnos como los profesores, un niño lo usa para aprender y un profesor para enseñar.

Se trata de un entorno preparado, es decir, se va adaptando el ambiente en el que se encuentran los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. Esto permite su autonomía y colaboración e incita a la exploración creativa. El entorno preparado debe ofrecer en cada momento los estímulos correspondientes al periodo sensitivo, cognitivo y emocional en el que se encuentra el niño y hacia los que espontáneamente el niño va a dirigir su actividad. La situación de uso general es en la escuela junto al profesor.

Cada uso conlleva una ritualización y verbalización. La ritualización comienza con la explicación del profesor al alumno acerca del modo de empleo del material, las pautas que ha de seguir y le propone un ejercicio basándose en un caso real. Cada vez que se utiliza el material es simultáneo un proceso de verbalización acerca de lo que se está haciendo. Es decir, invitar al alumno a decir lo que piensa en voz alta a la vez que experimenta con el material.

Los diferentes precios de los materiales para el aprendizaje de un mismo ámbito varían muy poco entre ellos. Las variaciones de precio más significativas entre materiales del mismo ámbito se deben a la variación del tamaño del producto o del material. Otros casos de aumento de precio en el producto se debe a la complejidad de las formas.

La mayoría de los materiales analizados se componen de unas piezas destinadas al aprendizaje de la materia y un tablero donde van colocadas cada una de las piezas. Durante el uso del producto las piezas van dispuestas sobre un tablero o encajadas sobre sus respectivos marcos. A su vez estas piezas van recogidas en una caja durante el almacenamiento del producto.

La mayor parte de los productos Montessori para el aprendizaje de las matemáticas están fabricados en madera debido a que se trata de un material renovable, reciclable y biodegradable. Otras cualidades de la madera son su bajo coste, versatilidad, baja densidad y adaptabilidad al entorno.

Por lo tanto nuestro diseño será fabricado en madera y deberá cumplir las siguientes características:

- Innovación
- Validez ecológica
- Limpieza visual y distribución lógica
- Autocorrectivo
- Ritualización y verbalización específica
- Incentivar el interés por descubrir y aprender
- Disposición ordenada de las piezas
- Método de almacenamiento
- Versatilidad
- Entorno preparado
- Número reducido de piezas
- Piezas simples
- Piezas proporcionales
- Armonía en el conjunto
- Disposición ordenada de las piezas
- Método de almacenamiento

## 2. INVESTIGACIÓN

### 2.3 FACTORES DE DISEÑO

Las conclusiones citadas nos permitieron redactar las siguientes especificaciones de diseño.

#### *Funcionalidad*

El objeto debe cumplir la función de enseñar matemáticas. Además es deseable que posea también otras funciones que complementen el campo de aprendizaje principal.

#### *Estética*

La forma ha de corresponder a la función. Los elementos han de estar equilibrados y el producto ha de estar en armonía con el entorno. Ha de tener una forma innovadora, un alto valor práctico y validez ecológica. Los elementos deben seguir una distribución lógica y ofrecer limpieza visual.

#### *Uso*

Los usuarios serán tanto los niños como los profesores; y el entorno de uso será tanto el aula del colegio como en casa. Se utilizará siempre en un entorno preparado y se efectuará una ritualización y una verbalización determinada.

#### *Tipología*

El producto ha de poseer un carácter lúdico, es decir, el usuario se relaciona con el juego como actividad placentera donde la expresión de su imaginación y de su libertad le ayudan a crecer individualmente. A su vez también se ha de tener en cuenta la psicomotricidad del producto.

#### *Precio*

Tanto el precio de venta del producto como el coste de su fabricación ha de ser reducido.

#### *Ergonomía*

Las dimensiones del producto y de sus piezas han de estar adaptados al usuario, de forma que su uso sea cómodo e intuitivo. El material no puede provocar daños físicos al usuario y se han de tener en cuenta posibles riesgos como resultado de un mal uso.

#### *Componentes*

Hay que tener en cuenta la distribución de las piezas durante su uso ya que ha de ser ordenada e intuitiva. Además es importante saber dónde irán las piezas alojadas tanto durante su uso como durante su almacenamiento.

#### *Materiales*

Es preferible que sea de un material renovable, reciclable y biodegradable. Es deseable que sea de materiales ligeros y de resistencia elevada. A su vez también es preferible que el producto sea de un material acústico y versátil. Estas cualidades corresponden a la madera.

Estas conclusiones nos han ayudado en la fase creativa a obtener ideas y generar conceptos. Los conceptos planteados se relatan a continuación.

### 3. CONCEPTOS

#### 3.1 CONCEPTO 1

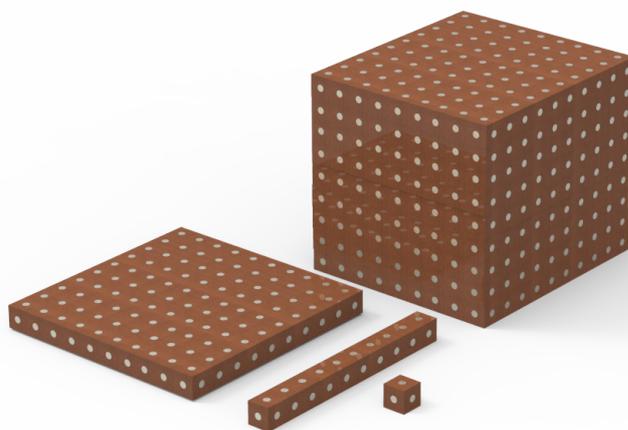
El primer concepto tiene como objetivo ayudar al alumno en el aprendizaje del concepto de fracción y la realización de operaciones con fracciones. También permitirá el aprendizaje de ángulos y porcentajes. La idea es la representación visual a partir de quesitos o porciones de un círculo de las fracciones. De modo que la abstracción sea aún más intuitiva y le permita al alumno adquirir conocimientos y conclusiones por sí mismo acerca de las operaciones entre fracciones o igualdades entre porciones compuestas.

Se trata de marcos circulares de madera divididos en distintas porciones a las que se le pueden acoplar distintas piezas. Algunos de estos marcos llevarán serigrafiados los grados o el porcentaje de un círculo tal y como muestra la imagen. Las distintas porciones podrán acoplarse sobre el marco de modo que representen fracciones. Se ha planteado también la variación de rugosidades en las distintas porciones con el fin de que el alumno diferencie de manera más clara las piezas entre ellas.



#### 3.2 CONCEPTO 2

El segundo concepto tiene como objetivo acompañar al alumno en un largo recorrido de aprendizaje de varios niveles progresivos ajustados al ritmo del alumno. La idea es la representación en 3D de conceptos como la unidad, la decena, la centena y el millar. Esta representación será con piezas modulares e iguales que permitirán la realización de operaciones sobre determinados tableros o marcos.



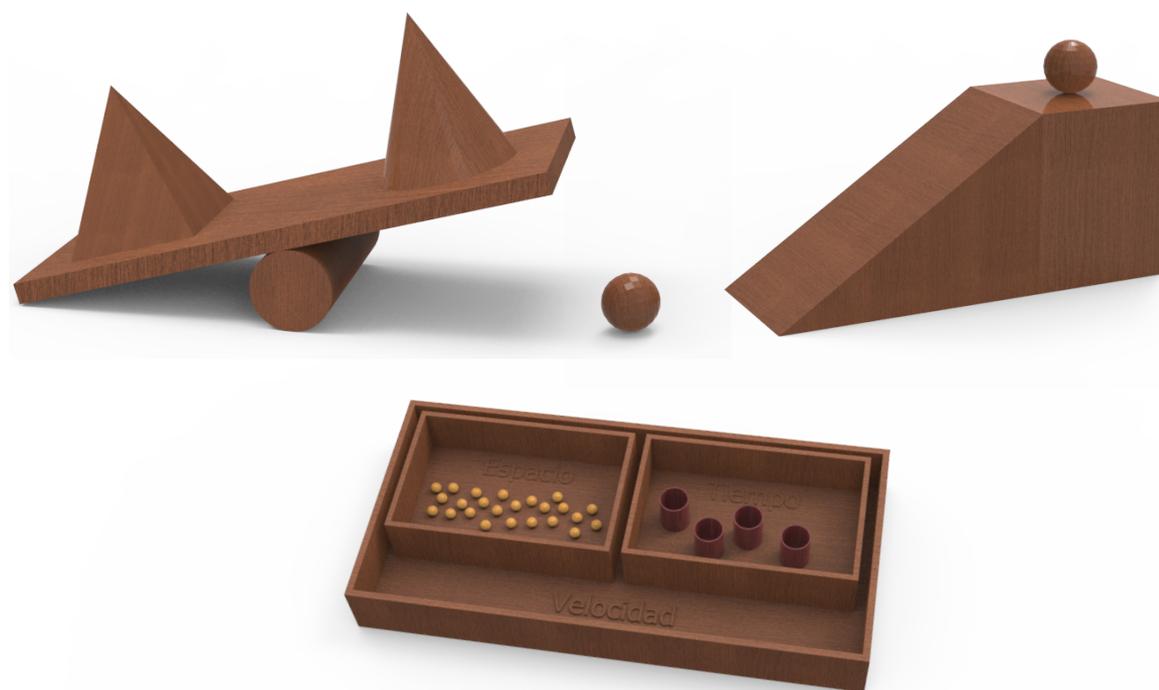
El segundo concepto abarca los siguientes campos de estudio de las matemáticas: contar, el concepto de unidad, decena, centena y millar; sumar, restar, multiplicar y dividir con cifras simples; la multiplicación larga, la división larga, la demostración del teorema de Pitágoras, experimentación geométrica y dibujo de planta, alzado y perfil.

Las piezas modulares que representan las unidades serán cubos de madera con imanes en cada una de sus caras. De este los cubos de madera podrán unirse y repararse fácilmente para formar tanto las decenas como las centenas. De este modo el usuario comprenderá de un modo tangible los conceptos del sistema decimal y podrá realizar operaciones como la suma, la resta, la multiplicación o la división.

### 3.3 CONCEPTO 3

**El tercer concepto tiene como objetivo introducir al alumno en el aprendizaje de la física y otros campos de las matemáticas relacionados. Se compone de dos partes, una caja de experimentación y una hoja de cálculo con sus respectivas piezas. La caja de experimentación se compondrá de gran variedad de figuras geométricas que permitirán la construcción de diferentes sistemas como planos inclinados o sistemas de equilibrios. Por otro lado la hoja de cálculo permitirá realizar operaciones de multiplicar y dividir en casos concretos como el cálculo de velocidades.**

El tercer concepto abarca los siguientes campos de estudio de las matemáticas: experimentación de figuras geométricas, equilibrios y pesos de las figuras, densidades y volúmenes, sistemas de medición, planos inclinados, el concepto de velocidad, concepto de fuerza de rozamiento y cálculo de velocidades.



El concepto seleccionado ha sido el segundo, esta decisión ha sido tomada por el cliente, el estudiante y el tutor.

## 4. DESARROLLO

### 4.1 DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO

Se trata de un producto destinado a los niños para el aprendizaje de las matemáticas mediante el juego. El objetivo es nutrir mentes creativas y con ingenio. Este producto inspira a los estudiantes a pensar de forma creativa y expresarse en múltiples formas ya que las posibilidades son infinitas. Posee beneficios pedagógicos ya que desarrolla la motricidad fina y la interpretación de conceptos matemáticos. Está destinado a un entorno preparado en contacto con la naturaleza.

El producto permite el aprendizaje del sistema decimal y de operaciones como la suma, la resta, la multiplicación y la división. También permite el cálculo de multiplicaciones y divisiones largas, así como el aprendizaje del teorema de Pitágoras. Las posibilidades de uso son infinitas, ya que fomenta la imaginación e improvisación del niño. Permite la creación de formas geométricas y la interpretación e introducción de nociones de dibujo como la planta, el alzado y el perfil.

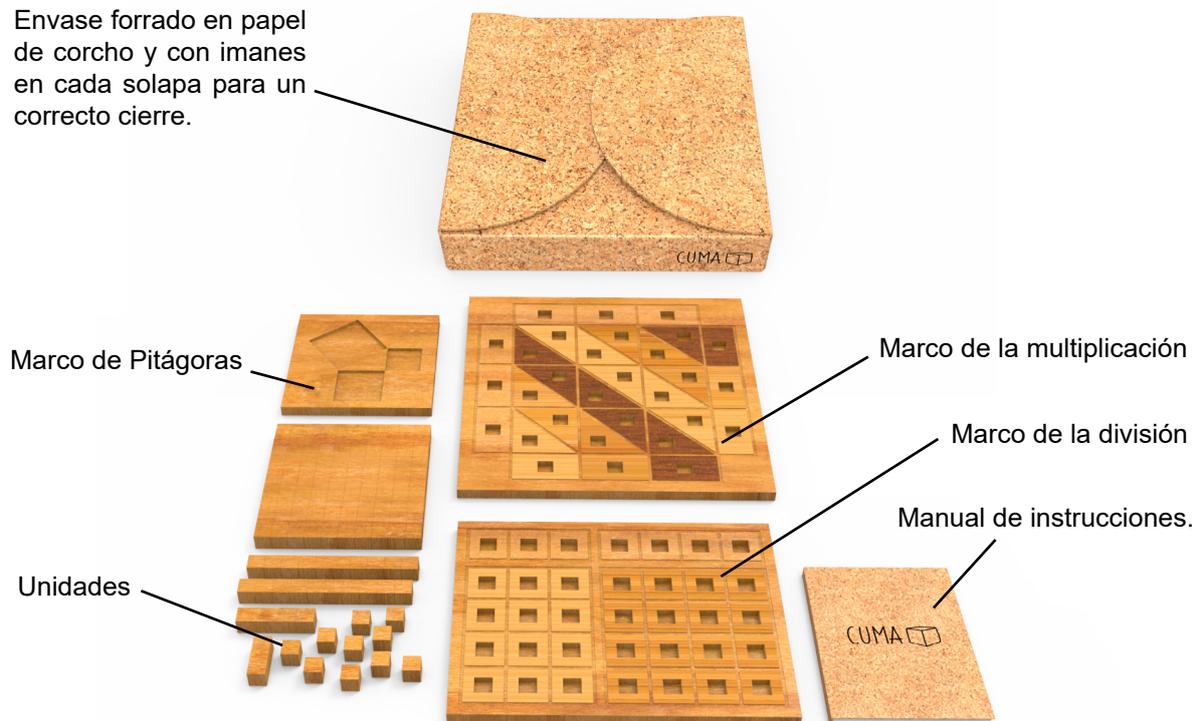
El material concreto consta de dos partes. En primer lugar están los cubos que sirven como unidades para contar y formar el sistema decimal. Cada cubo consta de dos mitades iguales con ranuras en su interior. En las ranuras van colocados cuatro imanes de 8 mm de diámetro y 2 mm de espesor. Ambas mitades del cubo van unidas por un adhesivo especial para madera. Esto permite que los cubos puedan unirse o separarse de forma fácil y permite formar las decenas como una línea de diez unidades o las centenas como cuadrados de cien unidades.



En segundo lugar se presentan tres marcos, cada uno destinado a un campo de aprendizaje, la multiplicación larga, la división larga y el teorema de Pitágoras. Los cubos se encajan sobre los marcos para realizar las operaciones. El producto irá acompañado de un manual de instrucciones donde se recogerá la ritualización y verbalización específica para un correcto aprendizaje.

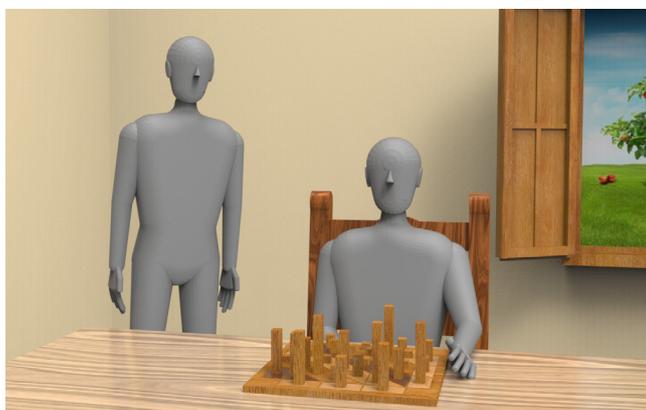
## 4. DESARROLLO

Envase forrado en papel de corcho y con imanes en cada solapa para un correcto cierre.



El conjunto se plantea fabricado en madera, ya que se trata de un material sostenible, ecológico y reciclable. Por lo tanto se trata de un producto no tóxico. El acabado de la madera permite al usuario estar en contacto con la naturaleza, sentir la calidez del material y percibir sus cualidades sonoras.

El material concreto diseñado está destinado a un entorno de utilización preparado. Se denomina entorno preparado al espacio adaptado al aprendizaje del alumno, un ambiente agradable, ordenado, en contacto con la naturaleza y, en la medida de lo posible, en espacios abiertos. El profesor estará presente durante el uso del material por parte del alumno, en un segundo plano y como facilitador en el proceso de aprendizaje. El profesor es el encargado de estimular y ayudar al alumno, en caso de ser necesario, proponer diferentes ejercicios.



## 4. DESARROLLO

### 4.2 MODO DE USO

El modo de uso del producto se relata a continuación.

El primer nivel de aprendizaje es aprender a contar. El objetivo es que el alumno conozca las cantidades y la nomenclatura numérica. La actitud del profesor ha de ser calmada y paciente, ha de transmitirle al alumno su respeto hacia el material. El profesor irá proporcionándole al alumno cubos uno por uno nombrándole la cantidad que posee del uno al diez y invitándole a que experimente con el material y compruebe como se comporta al unirlos. Una vez el alumno posea diez unidades el profesor podrá explicarle el concepto de decena y mostrarle como se representa.



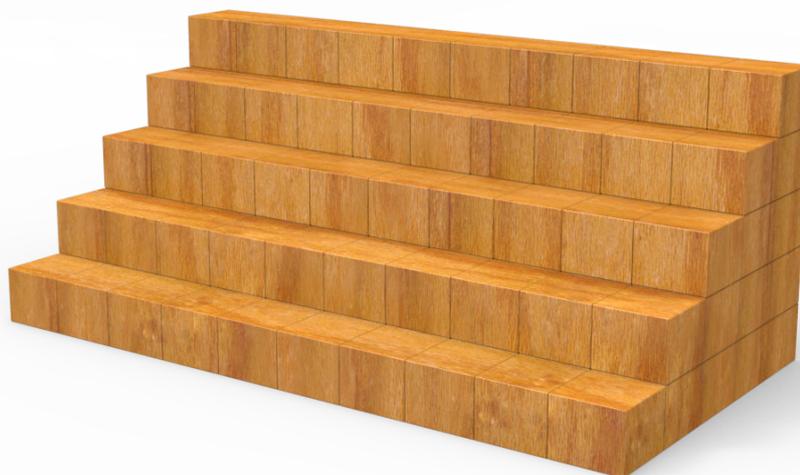
El siguiente paso es mostrar al alumno como se denominan los números que preceden al diez, hasta llegar al cien. Este aprendizaje conllevará el mismo ritual anterior pero esta vez representando las decenas unidas. Una vez el alumno haya aprendido a contar hasta cien, el profesor podrá mostrarle como se forman las centenas. Las centenas se forman uniendo diez decenas de modo que formen un cuadrado de diez por diez unidades.



Para que el alumno comprenda el concepto de suma el profesor le pondrá un ejemplo. Le proporcionará al alumno una cantidad específica y le invitará a que forme las decenas, las centenas y nombre de que cantidad se trata. Posteriormente le proporcionará una cantidad adicional e invitará al alumno a responder que cantidad posee finalmente. El mismo proceso de aprendizaje se efectuará en el caso de la resta pero en vez de añadirle piezas, se le retirarán. Este proceso conlleva una verbalización específica redactada en el manual de instrucciones página 145 del Anexo I: Dossier, que fomenta valores como compartir o ayudar a los demás. El profesor invitará siempre al alumno a experimentar libremente con el material y proponerse sus propios ejercicios una vez comprendidos los conceptos propuestos.

## 4. DESARROLLO

Para aprender las tablas de multiplicar solo son necesarios los cubos pero el alumno puede ayudarse de papel y lápiz para ir anotando los resultados. Las tablas de multiplicar se forman a partir de la unión de grupos de unidades. Por ejemplo, en la tabla del cuatro,  $4 \times 1$  se presenta como cuatro unidades unidas, para  $4 \times 2$  se añade un grupo de cuatro unidades a las cuatro unidades anteriores, por lo tanto juntos suman 8 unidades. Así sucesivamente se van añadiendo grupos de cuatro unidades y diciendo los resultados en voz alta. El mismo proceso se efectúa para el resto de tablas con la opción de poder unirse todas entre sí para comprobar que forma se crea y memorizar así las tablas de multiplicar de un modo visual. La primera imagen muestra la tabla de multiplicar del cuatro y la segunda imagen muestra las tablas del 1 al 5 unidas entre sí.



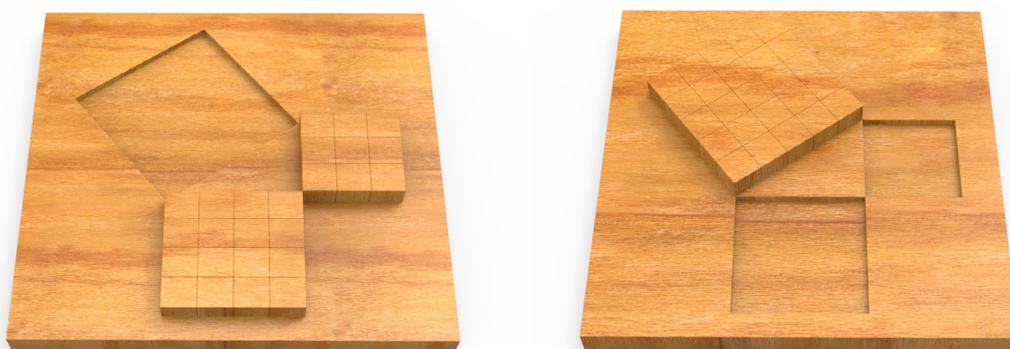
Una vez el alumno haya asimilado el concepto de multiplicación podrá comprender el concepto de los cuadrados. El profesor invitará al alumno a formar cuadrados y formular de que multiplicación se trata. De este modo el alumno comprenderá el concepto de un número al cuadrado y estará listo para el teorema de Pitágoras.

## 4. DESARROLLO

Para la comprensión del teorema de Pitágoras es necesario el tablero de Pitágoras y consta de tres pasos. En primer lugar se le ha de presentar el material concreto al alumno y darle tiempo para examinarlo. El profesor tendrá que invitar al alumno a fijarse en las hendiduras del marco y invitarle a que haga comparaciones entre los tamaños de las diferentes hendiduras. El alumno deberá llegar a la conclusión de que ninguno de los cuadrados es igual a otro y que juntando sus vértices se forma un triángulo.

El siguiente paso es proponer al alumno que rellene los dos huecos menores del marco con los cubos formando cuadrados. De este modo el alumno observará que los cuadrados de 4 y 3 rellenan los huecos a la perfección del marco. El alumno comprobará que se trata de cuatro al cuadrado y tres al cuadrado.

El último paso es proponer al alumno rellenar el hueco sobrante usando los cubos que están sobre el tablero. De este modo el alumno se dará cuenta de que puede rellenar con el mismo número exacto de cubos el hueco grande. El profesor invitará a reflexionar al alumno acerca de que hecho está sucediendo y llegar a la conclusión de que cuatro al cuadrado más tres al cuadrado es igual a cinco al cuadrado.



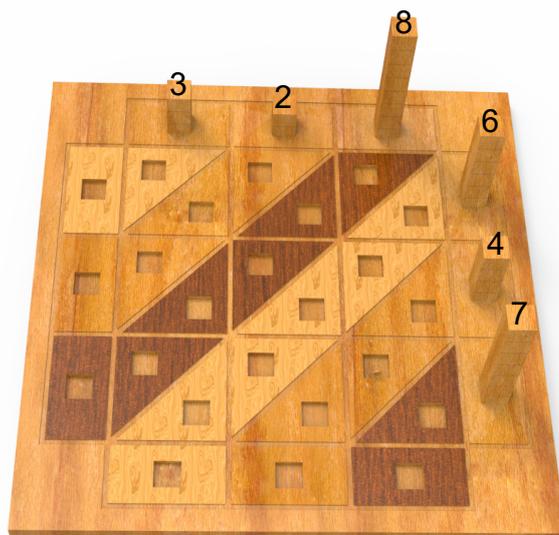
En el caso de aprendizaje de la división simple solo son necesarios los cubos. El profesor le propondrá al alumno que comparta una cantidad determinada entre varios compañeros de forma equitativa. De este modo el alumno irá repartiendo unidad por unidad en distintos espacios para deducir que cantidad se queda finalmente cada compañero. La imagen muestra el procedimiento de repartir diez unidades entre cinco alumnos.



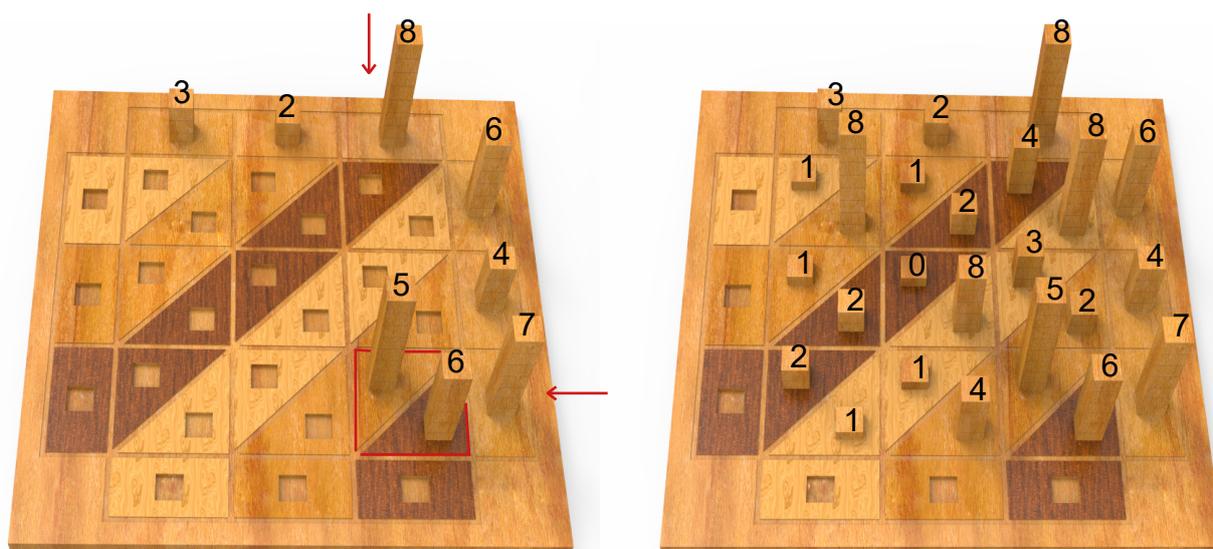
## 4. DESARROLLO

Para la correcta comprensión y aprendizaje de la multiplicación larga es necesario el marco de la multiplicación. En primer lugar se le presenta el material concreto al alumno y se le da tiempo para palparlo, inspeccionarlo y fijarse en detalles como los colores de las casillas o sus formas.

El marco de la multiplicación está basado en el método de multiplicación hindú o de Fibonacci. El marco forma una tabla que sirve de guía. Para comprender como se opera con el tablero de la multiplicación larga es necesario un ejemplo, supongamos que queremos multiplicar 328 por 647. En primer lugar el multiplicando y el multiplicador se escriben en la zona superior y derecha de la tabla, tal y como muestra la imagen.

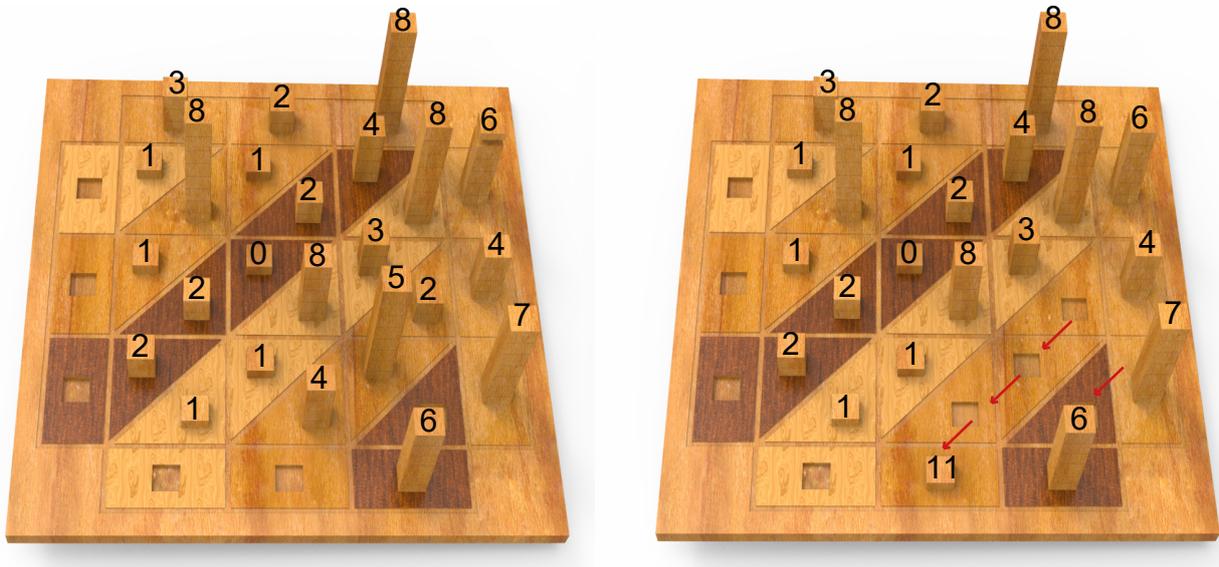


El siguiente paso es la fase de multiplicación. La tabla se rellena con los productos de los dígitos que señalan cada fila y columna, las decenas se escriben en la esquina superior izquierda de cada celda, y las unidades en la inferior derecha. Las imágenes muestra como queda el tablero tras ser relleno con las multiplicaciones y la correcta colocación de los resultados.

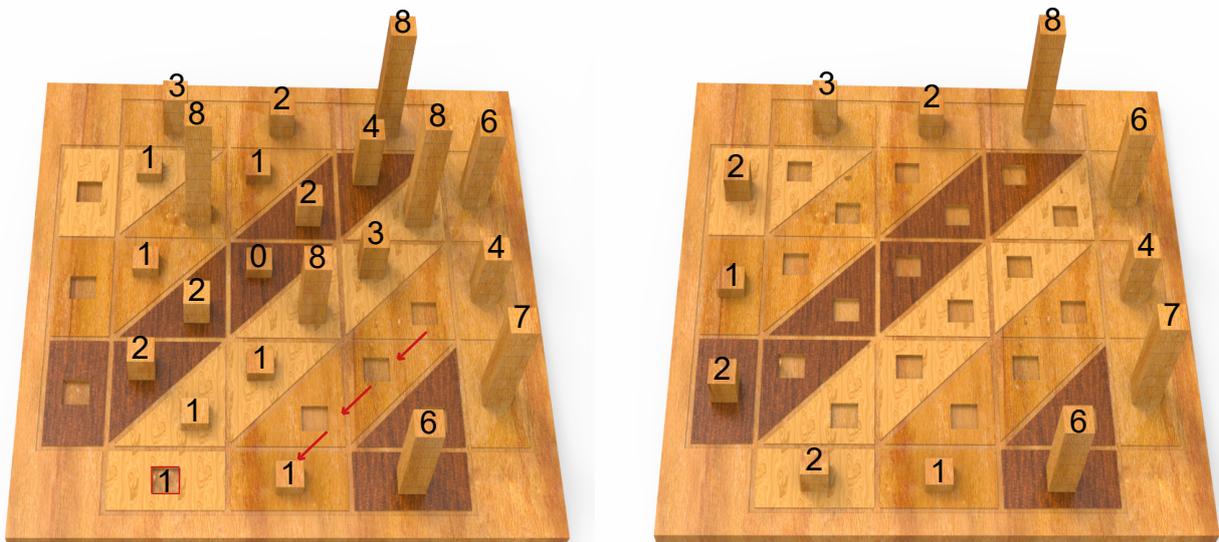


## 4. DESARROLLO

El último paso es la fase de adición. Se suman los dígitos de la tabla según las diagonales que marcan los colores de la tabla. El proceso se efectúa recogiendo y uniendo todas las columnas de unidades situadas en una misma diagonal. La imagen muestra como sería el procedimiento sobre el tablero del ejemplo propuesto.



En el caso de que la suma de la diagonal sea superior a diez, es necesario “llevarse” las decenas al hueco siguiente de la tabla, tal y como muestra la imagen.

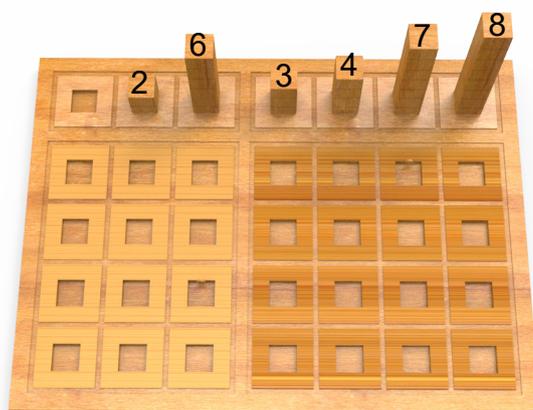


## 4. DESARROLLO

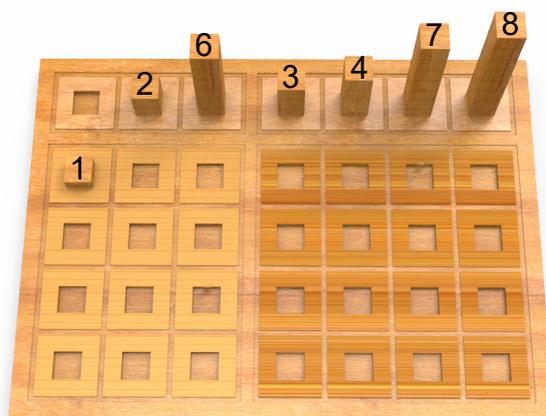
Para la correcta comprensión y aprendizaje de la división larga es necesario el marco de la multiplicación. En primer lugar se le presenta el material concreto al alumno y se le da tiempo para palparlo, inspeccionarlo y fijarse en detalles como los colores de las casillas o sus formas.

El método empleado para el cálculo de la división es el común utilizado y denominado división larga. Se trata un algoritmo para dividir dos números, obteniéndose el cociente un dígito por vez. La implementación de un proceso estándar de división permite encontrar cocientes entre números arbitrariamente grandes, sin necesidad de recurrir a tablas con los resultados.

El marco forma una tabla que sirve de guía. Para comprender como se opera con el marco de la división larga es necesario un ejemplo, supongamos que queremos dividir 3478 entre 26. El primer paso es la colocación del dividendo en la parte superior derecha y el divisor en la parte superior izquierda. La imagen muestra la colocación de los cubos siguiendo el ejemplo anterior.

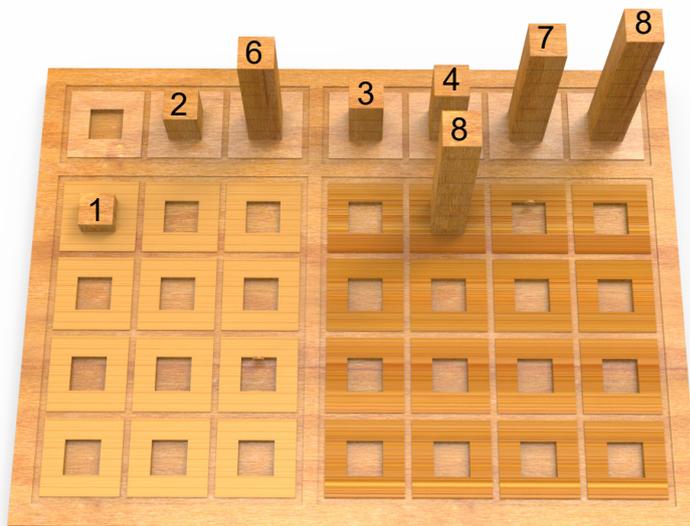


Una vez planteados los números de la división se procede a realizar las operaciones. Al comenzar hay que coger tantas cifras del dividendo como cifras tenga el divisor. En este caso son dos cifras las del divisor. El cociente se escribe bajo el divisor. La imagen muestra el primer paso del procedimiento, la colocación del cociente bajo el divisor del ejemplo propuesto.

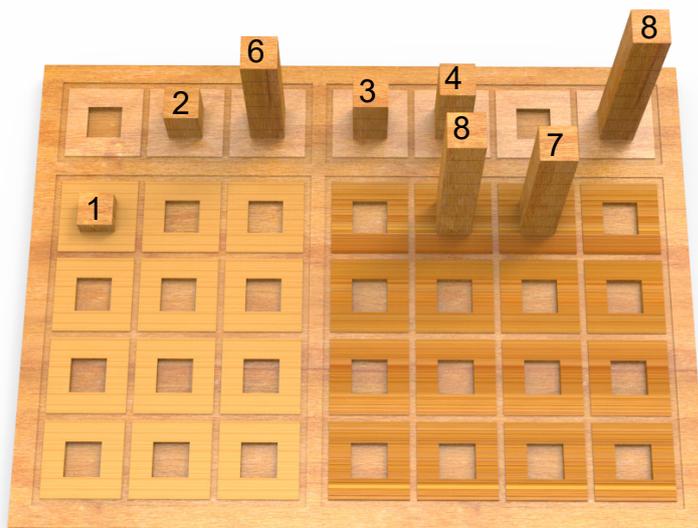


## 4. DESARROLLO

El siguiente paso es la multiplicación del cociente por el divisor y el resultado restarlo al dividendo. En el ejemplo propuesto el resultado es 26 y por lo tanto se le ha de restar el resultado de la multiplicación al dividendo, es decir, 34 menos 26, el resultado es 8. La imagen muestra la localización del resultado obtenido.

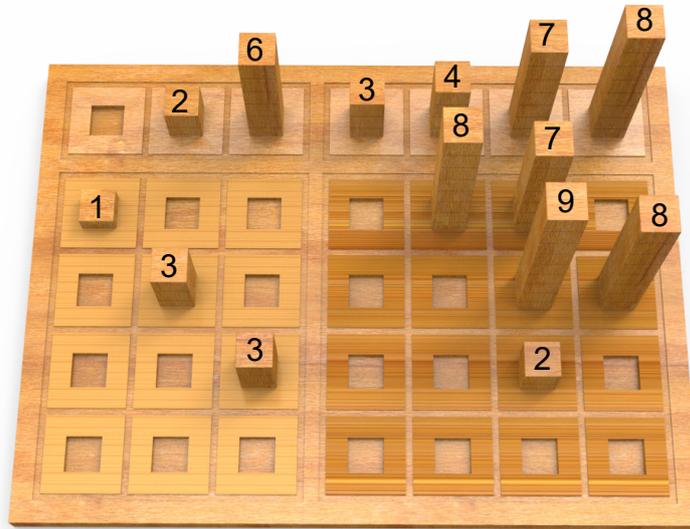


El segundo paso es desplazar a una casilla inferior el siguiente número del dividendo, se ha de situar en el hueco localizado al lado del número ocho. El procedimiento a efectuar con el resto de números del cociente es el mismo que el anterior. El siguiente paso es la multiplicación del cociente por el divisor y el resultado restarlo al dividendo. La imagen a continuación muestra como queda el marco tras mover el dividendo a un hueco inferior.



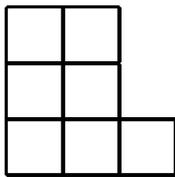
## 4. DESARROLLO

El mismo procedimiento se efectúa con el resto de números del dividendo hasta que ya no queden más y el resto no pueda dividirse entre el divisor. El marco tras efectuar todas las operaciones queda del modo que muestra la imagen. Por lo tanto el cociente de la división es 133 y el resto 2.

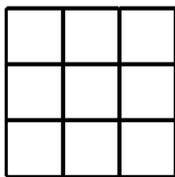
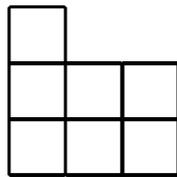


Gracias a las cualidades magnéticas que ofrecen los cubos con imanes, el alumno podrá dejar volar libremente su imaginación y crear diferentes formas geométricas. Pueden crearse un sinfín de formas y prismas utilizando los cubos como figuras de un juego de construcciones. El alumno podrá iniciarse en el dibujo técnico gracias a la creación de formas geométricas ya que podrá dibujar la planta el alzado y el perfil ayudándose de papel y lápiz. Una vez dibujados podrá comprobar con la propia geometría si ha realizado bien los dibujos.

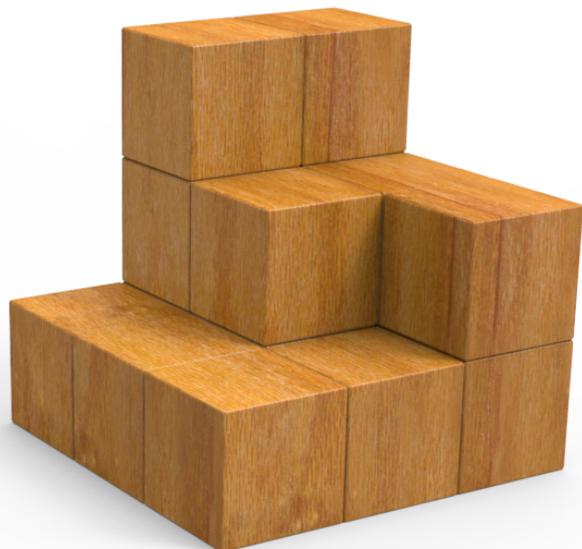
Alzado



Perfil



Planta



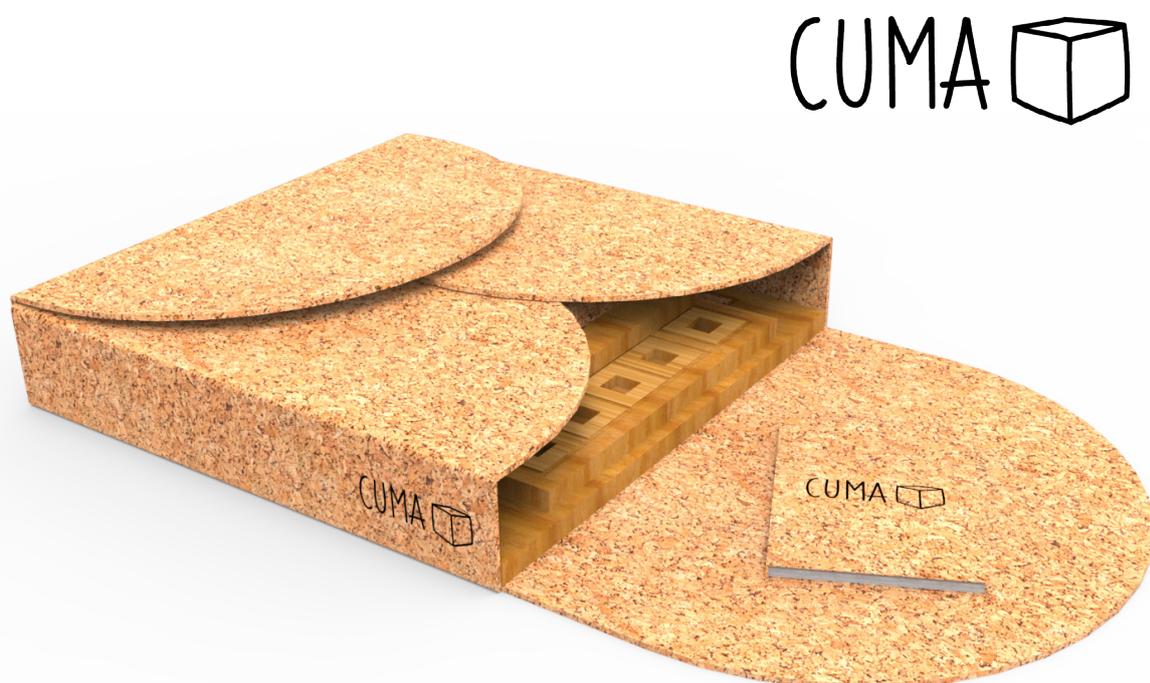
## 4. DESARROLLO

### 4.3 MATERIALES Y ENVASE

La madera empleada para la fabricación de los cubos y los marcos es una madera de pino, por tratarse de una madera blanda, un recurso abundante, fácil de trabajar y económica. En el caso de las zonas del marco que han de ser de otro color diferente al del resto del tablero, se plantea la madera en diferentes tonalidades. Los imanes introducidos dentro de los cubos son de neodimio y de 8 mm de diámetro y 2 mm de grosor. El envase del producto será de cartón recubierto con papel de corcho por ser un material orgánico, biodegradable, reciclable y coherente con los requisitos del producto y de la interacción del usuario con el mismo. El proceso de fabricación del producto será mecanizado por control numérico.

Al producto se le ha denominado CUMA, se ha escogido el nombre del producto juntando las dos primeras sílabas de las palabras cubo y madera. La intención es que el nombre sea una palabra fácil de pronunciar que conste de dos sílabas y que no recuerde a nada en concreto. La idea es que el nombre refuerce el concepto de producto especial y diferente del resto.

El imagotipo diseñado ha sido el que muestra la siguiente imagen. Consta de dos partes, el logotipo y un isotipo. El logotipo está hecho con letras manuscritas que recuerdan a un producto infantil y te acercan a conocer para que perfil de usuario esta destinado el producto. El isotipo representa un cubo, se ha seleccionado un cubo ya que representa la forma mas característica del producto. El logotipo se incluye en el envase del producto y en la portada del manual de instrucciones.



## 5. CONCLUSIONES

El resultado del proyecto es un producto que cumple con los factores de diseño propuestos.

El material concreto diseñado posee las siguientes ventajas frente a otros productos relacionados con su tipología. No existe ningún kit aprendizaje tan completo ya que el kit conlleva una línea evolutiva de aprendizaje formada por distintos niveles. Permite la representación visual del concepto de unidad, decena, centena y millar. El usuario puede dejar libre su imaginación y experimentar con el material a su antojo por lo que se trata de un material concreto muy versátil. Se presenta un método de aprendizaje alternativo a lo existente en el mercado.

La realización de este proyecto me ha permitido comprender los diferentes procesos de aprendizaje que existen en el ámbito pedagógico dentro del campo de las matemáticas.

La investigación y análisis de la filosofía Montessori me ha proporcionado otro enfoque del método educativo. Aprender jugando, desarrollar la imaginación, darle libertad al alumno y ajustar el proceso de aprendizaje a su propio ritmo, son cualidades de la filosofía Montessori que considero deberían estar presentes en cualquier proceso de aprendizaje. He comprendido que un material concreto se trata de un producto muy útil y versátil que hace de puente entre lo concreto y lo abstracto.

He aprendido nuevos métodos de investigación, nuevas herramientas de evaluación y he optimizado los conocimientos adquiridos sobre el manejo de programas de 3D y renderización. Me siento satisfecha con los resultados obtenidos y considero haber cumplido todos los objetivos propuestos.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

Las imágenes son confección propia por medio de programas de modelado 3D y renderización.

### **Libros consultados:**

GROSS, Karl: "Teoría del juego"

MONTESSORI, Maria: "Antropología Pedagógica", 1913

MONTESSORI, María: "Psicoaritmética", Barcelona, Casa editorial Araluce

MONTESSORI, María: "Psicogeometría", Barcelona, Casa editorial Araluce

PIAGET, Jean: "El nacimiento de la inteligencia en el niño", Barcelona, Critica, 2000

PIAGET, Jean: "La formación del símbolo en el niño", Mexico, Fondo de Cultura Económica, 1975

VYGOTSKI, Lev: "Psicología y Pedagogía", Akal, 2004

WILD Rebeca: "Educar para ser", Barcelona, Herder, 2000

WILD Rebeca: "Etapas del desarrollo", Barcelona, Herder, 2012

### **Páginas web consultadas:**

BLOOM, B. S. H., Madaus, J. T., Bloom, G. F. B. S., Hastings, J. T., Madaus, G. F., & Bloom, B. S. B. S. (1975). Evaluación del aprendizaje.

CALLÍS, Josep; ALSINA, Àngel. El pensament lògic matemàtic i el joc. A CALLÍS, J, 2000, p. 51-61.

DE MIGUEL DÍAZ, Mario, et al. Modalidades de enseñanza centradas en el desarrollo de competencias: orientaciones para promover el cambio metodológico en el espacio europeo de educación superior. Servicio de Publicaciones. Universidad de Oviedo, 2005.

DISTRIBUCIONES FERRÁN, (1989) Madrid. Recuperado de <http://www.dideco.es/juguetes/juegos-de-matematicas>

FERRANDO, Miriam, et al. Uso de material concreto en el sector de matemática en primer año básico. 2012. Tesis Doctoral. Universidad Academia de Humanismo Cristiano.

FILLOY YAGÜE, E. Tendencias cognitivas y procesos de abstracción en el aprendizaje del Álgebra y de la Geometría. Enseñanza de las Ciencias, 1993.

GARCÍA, J. Pirámide de Maslow: la jerarquía de las necesidades humanas. 2016.

GARCÍA, M., et al. Aprender a enseñar matemáticas. Una experiencia en la formación matemática de los profesores de Primaria. Epsilon, 1994, vol. 30, p. 11-26.

GORRIS, Tobias. Fomentado la autonomía académica con material montessori en niños de primero de básica. 2013.

GORRIS, Tobias. Fomentado la autonomía académica con material montessori en niños de primero de básica. 2013.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

### **Páginas web consultadas:**

KLEIN, Stephen B.; TROBALON, Josep B. Aprendizaje: principios y aplicaciones. McGraw-Hill, 1994.

MEIRIEU, PhilippePhilippe, et al. La opción de educar: ética y pedagogía. Bolivia., 2001.

MONTESSORI, Maria, et al. IL METODO MONTESSORI. Madrid: Alianza, 1912.

MONTESSORIPARATODOS, Valencia. Recuperado de: <http://www.montessoriparatodos.es/>

PIAGET, Jean. Seis estudios de psicología. 1991.

TEGU,(2009) Dorien. Recuperado de <http://www.tegu.com/>

TENDENZIAS MEDIA, S.L., Madrid. Recuperado de <http://depsicologia.com/piramide-de-maslow/>

VYGOTSKI, L. S. Aprendizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar. Infancia y aprendizaje, 1984, vol. 7, no 27-28, p. 105-116.