

BEATRIZ
LASALA
FERRER

ANEXO I: DISEÑO Y DESARROLLO DE UN KIT DE MATERIALES DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE INFANTIL



ÍNDICE

Fases del proyecto

1. FASE I

| | |
|---|----|
| 1.1 INTRODUCCIÓN..... | 4 |
| 1.2 OBJETIVOS | 5 |
| 1.3 REUNIÓN CON EL CLIENTE..... | 6 |
| 1.4 PLANIFICACIÓN..... | 7 |
| 1.4 PLANIFICACIÓN..... | 8 |
| 1.5 METODOLOGÍA GENERAL..... | 9 |
| 1.6 METODOLOGÍA DEL ESTUDIO DE MERCADO..... | 10 |

2. FASE II

| | |
|--|-----|
| 2.1 SEGUNDA REUNIÓN CON EL CLIENTE..... | 12 |
| 2.2 FILOSOFÍA MONTESSORI..... | 13 |
| 2.3 CAMPOS DE LAS MATEMÁTICAS | 18 |
| 2.4 PROCESOS DE APRENDIZAJE | 19 |
| 2.5 OTROS AUTORES: JEAN PIAGET | 24 |
| 2.6 CONCLUSIONES..... | 29 |
| 2.7 METODOLOGÍA ESTUDIO DE MERCADO | 31 |
| 2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI | 32 |
| 2.9 PSICOGEOMETRÍA MONTESSORI..... | 48 |
| 2.10 ESTUDIO DE MERCADO..... | 58 |
| 2.11 ANÁLISIS FUNCIONAL..... | 71 |
| 2.12 ANÁLISIS FORMAL | 75 |
| 2.13 ANÁLISIS DE USO..... | 79 |
| 2.14 ANÁLISIS DE TIPOLOGÍA..... | 84 |
| 2.15 ANÁLISIS DE PRECIOS | 89 |
| 2.16 ANÁLISIS DE MATERIALES..... | 93 |
| 2.17 ANÁLISIS ESTRUCTURAL..... | 97 |
| 2.18 CONCLUSIONES..... | 101 |
| 2.19 CONCLUSIONES GLOBALES | 107 |

3. FASE III

| | |
|--|-----|
| 3.1 RELACIONES ENTRE MATERIALES | 110 |
| 3.2 GENERACIÓN DE IDEAS | 111 |
| 3.3 CONCEPTO 1 | 114 |
| 3.4 CONCEPTO 2 | 117 |
| 3.5 CONCEPTO 3 | 119 |
| 3.6 TERCERA REUNIÓN CON EL CLIENTE | 122 |
| 3.7 SOLUCIONES..... | 123 |
| 3.8 EVOLUCIÓN DE LOS MARCOS | 127 |

4. FASE IV

| | |
|--------------------------------------|-----|
| 4.1 DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO | 132 |
| 4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES | 136 |
| 4.3 VENTAJAS DEL PRODUCTO | 154 |
| 4.4 NOMBRE DEL PRODUCTO..... | 155 |
| 4.5 ENVASE | 156 |
| 4.6 MANUAL DE USO | 157 |
| 4.7 MATERIALES | 158 |
| 4.8 DIMENSIONAMIENTO | 159 |
| 4.9 FABRICACIÓN | 162 |
| 4.10 METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN | 164 |

5. BIBLIOGRAFÍA.....



FASE I REUNIÓN

1.1 INTRODUCCIÓN

En qué consiste el proyecto

El proyecto viene motivado por la propuesta de un emprendedor y practicante de pedagogía infantil, Octavio Benito, que solicita un alumno del Grado de Diseño y Desarrollo de Producto para el diseño y fabricación de un kit de material educativo en el campo de las matemáticas.

El proyecto propone el diseño de material educativo de uso en escuela o en casa para el desarrollo y aprendizaje del niño en la filosofía Montessori. Este método educativo se caracteriza por poner énfasis en la actividad dirigida por el niño y observación por parte del profesor con el objetivo de adaptar el entorno de aprendizaje del niño a su nivel de desarrollo, siendo el profesor un acompañante en este proceso de estimulación y colaboración.

Los usuarios son niños de 6 años en adelante, no nos centraremos en una edad o rango concreto ya que el método Montessori se caracteriza por que cada niño marca su propio ritmo de aprendizaje. El material educativo será para uso tanto en el ámbito escolar como en casa, acompañado de un adulto o maestro que quedará siempre en segundo plano como observador.

Se trata de un trabajo de estudio del origen y las fuentes de este método educativo para la comprensión de la línea filosofía didáctica a aplicar y el desarrollo y fabricación de los materiales diseñados.

El material educativo propuesto se centrará en el campo de las matemáticas y la actividad colaborativa dirigida al aprendizaje de operaciones básicas por el niño mediante la manipulación física del material. Por lo tanto habrá que tener presentes tanto los materiales, como sus acabados y la percepción cognitiva del usuario.



1.2 OBJETIVOS

Definición de objetivos

Diseño de un kit de materiales concretos educativos para su uso en cualquier ámbito (escuela u hogar) para el desarrollo y aprendizaje de operaciones básicas mediante la manipulación física del material.

Realización de una planificación, definición de objetivos y elaboración de una metodología a seguir durante la realización del proyecto.

Estudio y comprensión de la filosofía Montessori, proceso de aprendizaje, habilidades cognitivas del niño y desarrollo de su psicomotricidad. También se realizará un estudio de mercado analizando los productos presentes actualmente en el mismo y comparativas de sus cualidades formales, funcionales, materiales, precios, etc., con el fin de obtener una serie de conclusiones para realizar una descripción y definición de producto previa a las fases conceptuales.

Basándonos en las conclusiones obtenidas en la segunda fase se formularán una serie de conceptos. Posteriormente se seleccionará uno de ellos para desarrollarlo en su totalidad.

Se formulará una definición y representación técnica del kit. Se definirán la función principal (y secundarias en caso de haberlas). También quedará definido el usuario al que va dirigido y su entorno de utilización.

Propuesta de validación y prototipado de los materiales propuestos y evaluación.



1.3 REUNIÓN CON EL CLIENTE

Primera reunión 31 de Mayo

El 31 de mayo ha sido la primera reunión con el cliente consistente en una primera toma de contacto con el fin de presentarnos y dejar claros todos los aspectos principales del proyecto.

En primer lugar el cliente nos ha explicado los conceptos básicos acerca de la filosofía Montessori y su método de aprendizaje.

Nos ha proporcionado una lista de libros de diferentes autores que nos ayudarán a comprender mejor el método de aprendizaje de los niños en sus diferentes fases. A su vez también nos ha explicado en qué consiste el material didáctico que vamos a diseñar y resuelto ciertas dudas como la edad de los niños a los que va dirigido o los campos de las matemáticas en los que se centran este tipo de materiales.

Las conclusiones obtenidas han sido las siguientes: nos centraremos en las edades de 6 años en adelante, no nos centraremos en una edad concreta ya que el método Montessori se caracteriza por que cada niño marca su propio ritmo de aprendizaje. El material educativo será para uso tanto en el ámbito escolar como en casa, acompañado de un adulto o maestro que quedará siempre en segundo plano como observador.



1.4 PLANIFICACIÓN

Definición de plazos

| Actividades | | Junio | | | | | Julio | | | | | Agosto | | | | |
|-------------|------------------------------------|-------|---|---|---|---|-------|---|---|---|---|--------|---|---|---|--|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| Fase 1 | Introducción | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Definición de objetivos | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Primera reunión con el cliente | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Planificación | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Metodología general | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Metodología de investigación | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Metodología del estudio de mercado | | | | | | | | | | | | | | | |
| Fase 2 | Reunión con el cliente | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Filosofía Montessori | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Campos de las matemáticas | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Procesos de aprendizaje | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Otros autores | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Conclusiones | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Metodología del estudio de mercado | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Psicoaritmética montessori | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Psicogeometría montessori | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Productos del estudio de mercado | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Análisis funcional | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Análisis formal | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Análisis de uso | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Análisis de tipología | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Análisis de precios | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Análisis de materiales | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Análisis estructural | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Conclusiones | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Conclusiones globales | | | | | | | | | | | | | | | |

1.4 PLANIFICACIÓN

Definición de plazos

| Actividades | Septiembre | | | | Octubre | | | | Noviembre | | | | |
|-------------|----------------------------------|---|---|---|---------|---|---|---|-----------|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Fase 3 | Relaciones entre materiales | | 1 | 2 | 3 | | | | | | | | |
| | Generación de ideas | | | 1 | 2 | | | | | | | | |
| | Concepto 1 | | | | 1 | 2 | | | | | | | |
| | Concepto 2 | | | | | 1 | 2 | | | | | | |
| | Concepto 3 | | | | | | 1 | 2 | | | | | |
| | Tercera reunión con el cliente | | | | | | 1 | 2 | | | | | |
| | Soluciones | | | | | | | 1 | 2 | | | | |
| | Evolución con el marco | | | | | | | | 1 | 2 | | | |
| Fase 4 | Descripción del producto | | | | | | | 1 | 2 | | | | |
| | Manual del producto | | | | | | | 1 | 2 | | | | |
| | Ventajas del producto | | | | | | | | 1 | 2 | | | |
| | Nombre del producto | | | | | | | | 1 | 2 | | | |
| | Envase del producto | | | | | | | | 1 | 2 | | | |
| | Manual de instrucciones | | | | | | | | 1 | 2 | | | |
| | Dimensionamiento | | | | | | | | 1 | 2 | | | |
| | Proceso de fabricación y montaje | | | | | | | | 1 | 2 | | | |
| | Metodología de evaluación | | | | | | | | 1 | 2 | | | |
| | Bibliografía | | | | | | | | 1 | 2 | | | |
| | Entrega | | | | | | | | 1 | 2 | | | |
| | Presentación | | | | | | | | 1 | 2 | | | |

1.5 METODOLOGÍA GENERAL

Definición de procesos y métodos aplicados

Se diseñará un kit de materiales concretos según los objetivos planteados. La metodología será la siguiente:

En primer lugar se estudiará la filosofía Montessori, los fundamentos del método, los elementos, las áreas de la metodología Montessori y en que consisten los materiales Montessori. Posteriormente estudiaremos algunos aspectos relacionados con la metodología de María Montessori tales como la psicoritmética o la psicogeometría.

También se estudiarán autores como Rebeca Wild, Jean Piaget, Karl Groos y Vygotsky con el fin de obtener otros puntos de vista acerca del método de aprendizaje de los niños. También se estudiarán otros aspectos como la pirámide de las necesidades de Maslow o la pirámide del aprendizaje de Edgar Dale.

El último paso de la investigación serán los campos de las matemáticas que se estudian en la educación primaria con el fin de saber en cuales centraremos nuestro diseño.

La segunda parte de la investigación es el estudio de mercado. En primer lugar se estudiarán todos los materiales Montessori que se encuentran actualmente en el mercado, se analizarán todos los aspectos importantes relacionados con el material así como su funcionamiento y método de aprendizaje.

Se clasificarán los productos estudiados en función de la tipología de producto y se analizarán los factores considerados más importantes de cada producto tales como si se trata de materiales concretos, su seguridad, el carácter lúdico o su psicomotricidad. Se estudiarán también formalmente analizando el producto por su forma, composición, estructura, relación con la función y como elemento de comunicación.

Definición de objetivos, plazos y metodología.

Investigación del método de aprendizaje

Estudio de mercado

Fase creativa y generación de conceptos

Fabricación del prototipo

Pruebas de usuario

1.6 METODOLOGÍA DEL ESTUDIO DE MERCADO

Definición de procesos y métodos aplicados

Se realizará un análisis funcional con el fin de conocer la relación entre el uso y la función de cada producto, definir la función principal y las posibles funciones secundarias del producto. También se realizará un análisis de uso con el fin de evaluar cada producto en su entorno, con el objetivo de obtener un listado de aspectos que el usuario considera mas importantes en la valoración del producto y una descripción del modo en que el producto debe cumplir esos aspectos. Finalmente se realizará un análisis de precios con el fin de obtener un análisis comparativo del producto respecto a la competencia y su posicionamiento en el mercado y comparación respecto a las expectativas de la empresa. Como conclusiones del estudio de mercado se definirán los factores de diseño y requerimientos técnicos y físicos.

El siguiente paso será la fase creativa donde se generarán ideas y definirán conceptos. Se elegirá el concepto mas viable e innovador que cumpla con los factores de diseño obtenidos del estudio de mercado. Se dibujará y se definirá técnicamente el producto en su totalidad. Se realizarán bocetos y posteriormente modelos mas desarrollados para finalmente realizar un prototipo del kit diseñado.

Finalmente se evaluarán los resultados realizando pruebas de usuario y se obtendrán una serie de conclusiones acerca del producto diseñado.

Se aplicarán una serie de herramientas informáticas en todas las fases del proyecto, las cuales son, Adobe InDesign para la maquetación del dossier; Adobe Illustrator para las ilustraciones del dossier y el diseño gráfico del producto diseñado; Autodesk Inventor para el diseño en 3D del producto y Keyshot para el renderizado del producto en 3D.

Definición de objetivos, plazos y metodología.



Investigación del método de aprendizaje



Estudio de mercado



Fase creativa y generación de conceptos



Fabricación del prototipo



Pruebas de usuario



FASE II INVESTIGACIÓN

2.1 SEGUNDA REUNIÓN CON EL CLIENTE

Reunión 1 de Julio

La segunda reunión con el cliente es el 1 de Julio con el objetivo de mostrar como avanza el proyecto y aprender como es el material Montessori.

El cliente nos proporciona material didáctico Montessori para poder aprender cómo funciona este tipo de material y como se usa con los niños, poder palparlo y observar como interacciona el usuario con cada uno de los elementos; esto nos ayudará a comprender el tipo de material que vamos a diseñar y el modo de interacción con el mismo.

El cliente también nos proporciona los siguientes libros: Rebeca Wild “Educar para ser” y María Montessori “Psicoaritmética” y “Psicogeometría” para continuar con la fase de investigación y comprender mejor el método de enseñanza Montessori.

Las conclusiones obtenidas han sido las siguientes:

Para realizar un uso correcto del material didáctico se ha de proceder a un ritual y una serie de directrices que ayudarán a mejorar el aprendizaje y obtener el máximo rendimiento del material. Es importante que el niño aprenda por sí mismo y se haga responsable de dichos materiales. A su vez el ambiente preparado y la supervisión del profesor son cruciales en el aprendizaje del niño. En el caso de la tabla perforada existen infinidad de combinaciones que permiten al niño proponerse sus propios ejercicios y experimentar con el material.



2.2 FILOSOFÍA MONTESSORI

María Montessori

María Montessori nació el 31 de Agosto de 1870 en Italia y falleció el 6 de mayo de 1952 en los Países Bajos. Estudió ingeniería, biología y fue la primera mujer doctorada en medicina en Italia. Además estudió antropología y obtuvo un doctorado en Filosofía.

Trabajó con niños considerados mentalmente perturbados y se dio cuenta que estos niños tenían potencialidades que aunque estaban disminuidas podrían ser desarrolladas. Su descubrimiento la llevó a desarrollar su propio método de aprendizaje y presentar su primer modelo pedagógico. Dos años mas tarde fundó su primera escuela de enseñanza especial. A continuación se presentan algunas citas de María Montessori que caracterizan su método de enseñanza.

“El niño que ha aumentado su propia independencia con la adquisición de nuevas capacidades, solo puede desarrollarse normalmente si tiene libertad de acción.”

“La mejor enseñanza es la que utiliza la menor cantidad de palabras necesarias para la tarea.”

“La mayor señal del éxito de un profesor es poder decir, Ahora los niños trabajan como si yo no existiera.”

“Cualquier ayuda innecesaria es un obstáculo para el desarrollo.”

“El niño tiene libertad y oportunidad de manipular y usar su mano en una forma lógica, con consecuencias y usando elementos reales, desarrolla una fuerte personalidad.”

“El niño, guiado por un maestro interior trabaja infatigablemente con alegría para construir al hombre.”

2.2 FILOSOFÍA MONTESSORI

Fundamentos del método Montessori

El método Montessori tiene como objetivo principal lograr un máximo grado en las capacidades intelectuales, físicas y espirituales del niño.

- + El grado de concentración al que puede llegar un niño através del interés espontáneo.
- + Amor a la repetición.
- + Amor al orden.
- + La preferencia por el trabajo en vez del juego.
- + El trabajo no requiere premio ni castigo.
- + La libertad de escoger.
- + Amor por el silencio.
- + Reconocer y respetar la dignidad del niño.
- + Principio de libertad.
- + Compartir conocimientos.

Los niños aprenden de forma espontánea, gracias a estímulos y a la libertad para aprender. Se les tiene que dejar equivocarse y volver a intentarlo de forma que se estimule al cerebro, al intelecto y su capacidad de comunicación. De este modo el niño llegará a adulto con la capacidad de hacer frente a los problemas de vivir.

El método Montessori es considerado como una educación para la vida y se sirve de los siguientes aspectos para lograrlo:

- + Ayuda al desarrollo natural del Ser Humano
- + Estimula al niño a formar su carácter y personalidad
- + Favorece en el niño la responsabilidad y el desarrollo de la autodisciplina
- + Libertad para desarrollar el propio control
- + Desarrolla en el niño la capacidad de participación.
- + Guía al niño en su formación espiritual e intelectual.
- + Reconoce que el niño se construye a sí mismo.

2.2 FILOSOFÍA MONTESSORI

Elementos de la metodología

El ambiente preparado

Se trata de un entorno preparado, es decir, se va cambiando el ambiente en el que se encuentran los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. Esto permite su autonomía y colaboración e incita a la exploración creativa. La actividad libre del niño está dirigida desde sus propias necesidades: el entorno preparado debe ofrecer en cada momento los estímulos correspondientes al periodo sensitivo, cognitivo y emocional en el que se encuentra el niño y hacia los que espontáneamente el niño va a dirigir su actividad.

El ambiente preparado dirige al niño al conocimiento y lo ayude a ordenar sus ideas y aclarar su mente. El entorno es proporcionado a las dimensiones y fuerzas del niño y ha de mantenerse siempre limpio y cuidado. Dentro del ambiente preparado, los niños son libres de elegir sus materiales y actividades.

El papel de la maestra

El papel de la maestra es el de guía, observando los intereses y las necesidades individuales de cada niño. Las características de del maestro han de ser:

- + Conocer a fondo cada una de las necesidades intelectuales, físicas y psicológicas en cada periodo de desarrollo del niño.
- + Conocer y manejar correctamente el uso y los objetivos de cada material y indicar de modo claro y exacto el uso de los mismos.
- + Ser activa cuando se pone al niño en contacto con el material y ser pasiva cuando este contacto ya se haya dado.
- + Atender y escuchar al niño, guiar al niño para que este aprenda a observar, cuestionarse y explorar sus ideas, despertar la independencia e imaginación durante el desarrollo.

El material

El material ha de ser natural, atractivo, progresivo y con su propio control del error. Han de estar diseñado con elementos naturales tales como madera, vidrio o metal. Todos estos materiales exigen movimientos rígidos hacia un fin definido y constituyen un punto de contacto entre la mente del niño y la realidad externa.

- + Todos los materiales son motivos de actividad.
- + Aíslan las cualidades que queremos resaltar.
- + Los dirigidos a las matemáticas están graduados matemáticamente.
- + Tienen control del error.
- + Tienen un máximo y un mínimo y presentan los opuestos.
- + Tienen un límite.
- + Ayudan al niño a entender lo que aprende.

La actitud del adulto

El adulto es el nexo entre el niño y el ambiente preparado y su meta es ayudarlo a ayudarse, enseñándole que es él quien debe amarse y respetarse. El adulto debe ser de gran ayuda en la construcción de la confianza en sí mismo del pequeño.

El alumno ha de sentirse libre, moverse y experimentar en el ambiente mientras el papel del adulto es únicamente el señalar directrices.

2.2 FILOSOFÍA MONTESSORI

Áreas del método Montessori

Vida práctica

La vida práctica es importante ya que ayuda al niño a desarrollar su coordinación, concentración, independencia, orden y disciplina. La vida práctica abarca los ejercicios para la relación social, la tolerancia, la cortesía, el control perfecto y refinamiento del movimiento.

Educación sensorial

La educación sensorial se refiere al desarrollo de los cinco sentidos: vista, oído, tacto, olfato y gusto. El propósito de los ejercicios es educar a los sentidos, así el niño puede aprender sobre el ambiente y ser capaz de discriminar sus aspectos más sutiles.

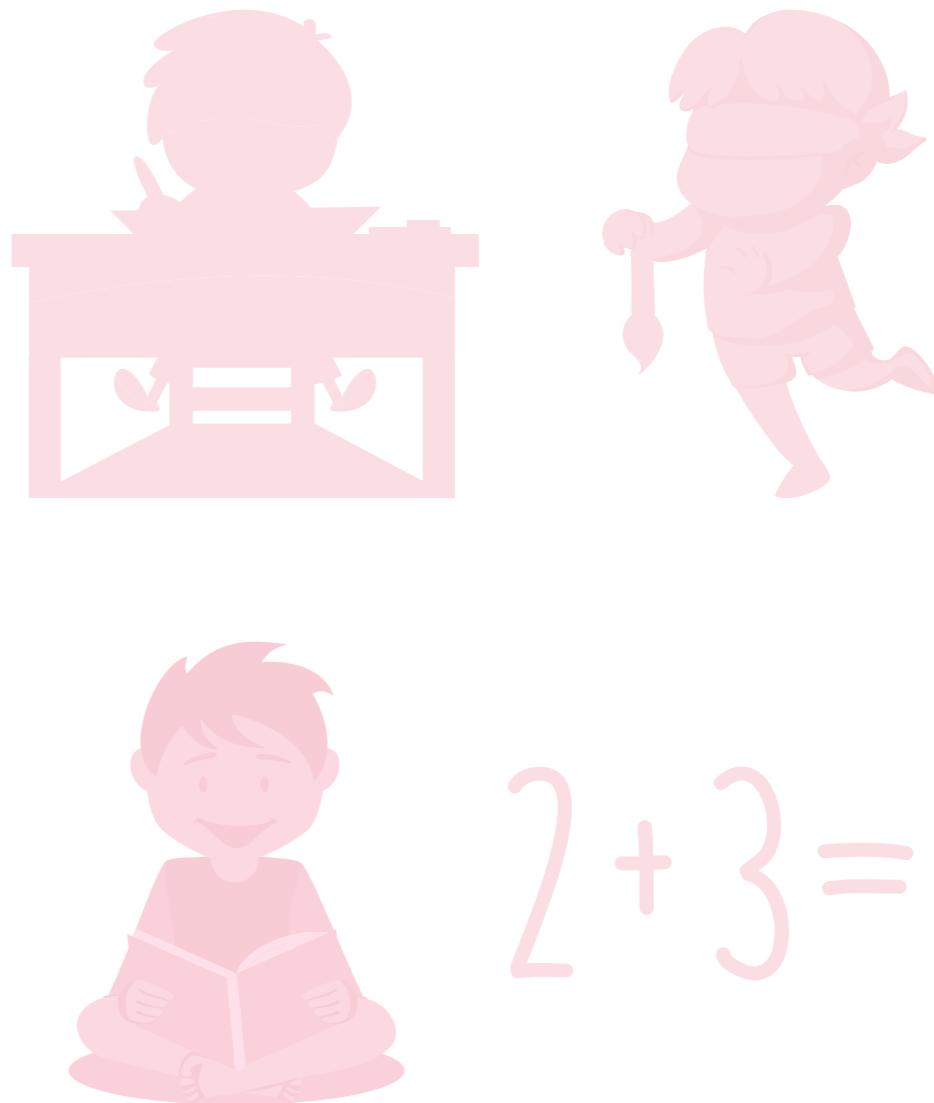
Las habilidades de la lengua, lectura y escritura

Las habilidades de la lengua, lectura y escritura son sensoriales ya que los niños utilizan tanto el tacto como el oído y la vista. Los niños utilizan los dedos para conocer la forma cada letra, esto les ayuda a fijarse y reconocer formas geométricas de un modo visual. Al mismo tiempo desarrollan su destreza y aprenden las letras fonéticamente.

Matemáticas: introducción a los números

El aprendizaje de las matemáticas es sensorial. En el método Montessori las actividades matemáticas, están organizadas en secuencias, de lo concreto a los abstracto. A partir de experiencias concretas la mente del niño llega de forma automática a conocimientos abstractos en los que logra comprender los conceptos.

Nos centraremos en las siguientes áreas del método Montessori: vida práctica, educación sensorial y el campo de las matemáticas y dejaremos de lado las habilidades relacionadas con la lengua, la lectura y la escritura.



$$2 + 3 = 5$$

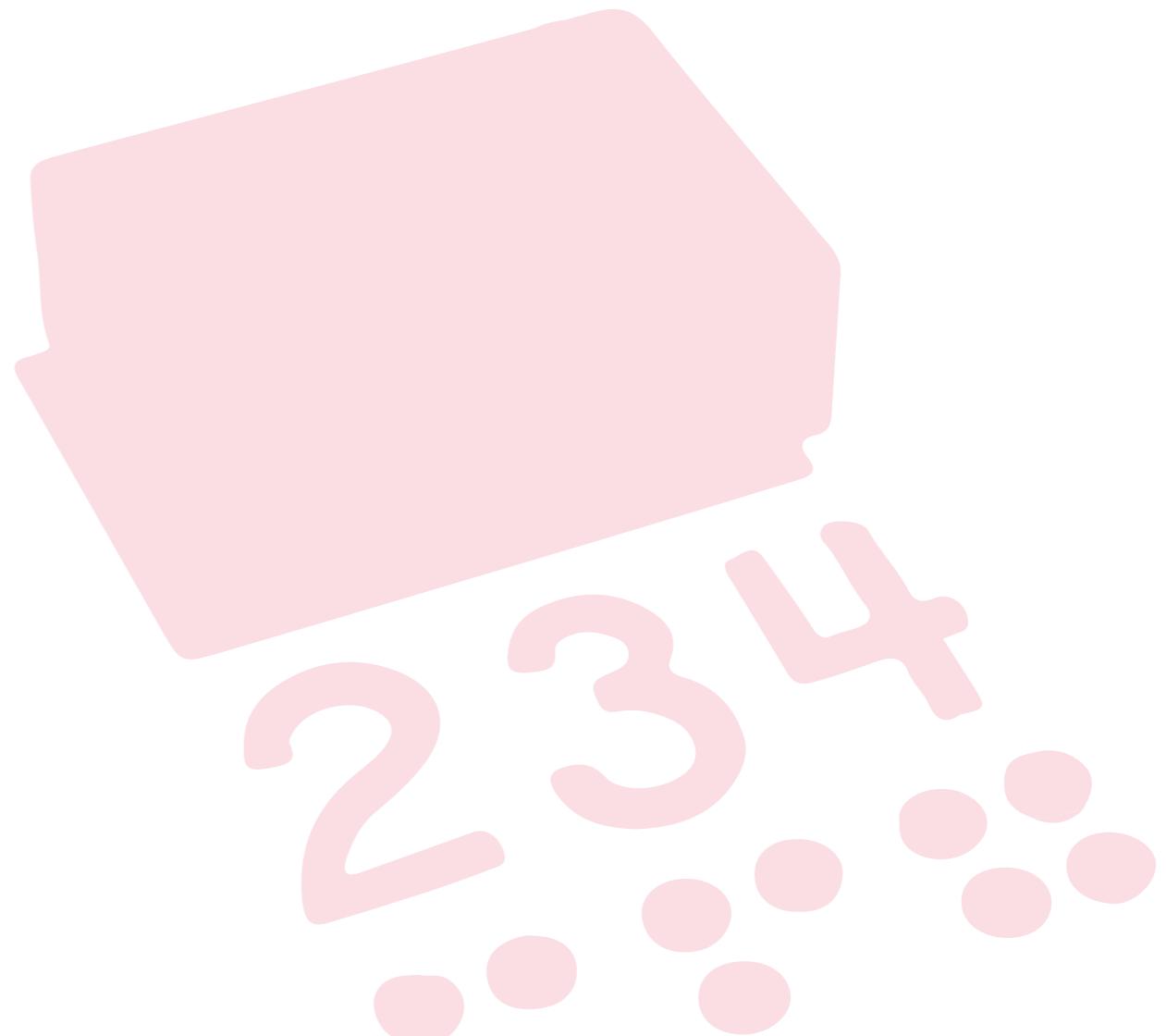
2.2 FILOSOFÍA MONTESSORI

Materiales Montessori

El propósito de los materiales Montessori es el de ayudar a la auto-construcción y al desarrollo psíquico del niño. Contribuyen a este crecimiento proporcionando al pequeño estímulos que cautiven su atención e inciten a la concentración. Además, los materiales Montessori están diseñados para la autoeducación, por eso el control del error radica más en los materiales que en la guía. El control del error conduce al niño en el uso de los materiales y le permite reconocer sus propios errores. Conocer el momento y la naturaleza del error, sin influencia de la guía, hace que el niño aprenda que toda la responsabilidad del acierto o el error es de él.

Los ejercicios pueden repetirse infinidad de veces al ser programados de manera individual permitiendo la comprensión mediante la repetición. Existen reglas y límites que no pueden ser traspasados de ninguna manera y son explicados clara y lógicamente a los pequeños. La guía permanece en el fondo observando, ayudando, presentando al niño los nuevos materiales que a él le han interesado, interfiriendo en las relaciones de los niños solo cuando es necesario.

Todos los materiales Montessori proporcionan conocimiento al niño de una manera sistemática, de forma que el orden se hace evidente y ayuda al niño a analizar el mecanismo y funcionamiento de su trabajo.

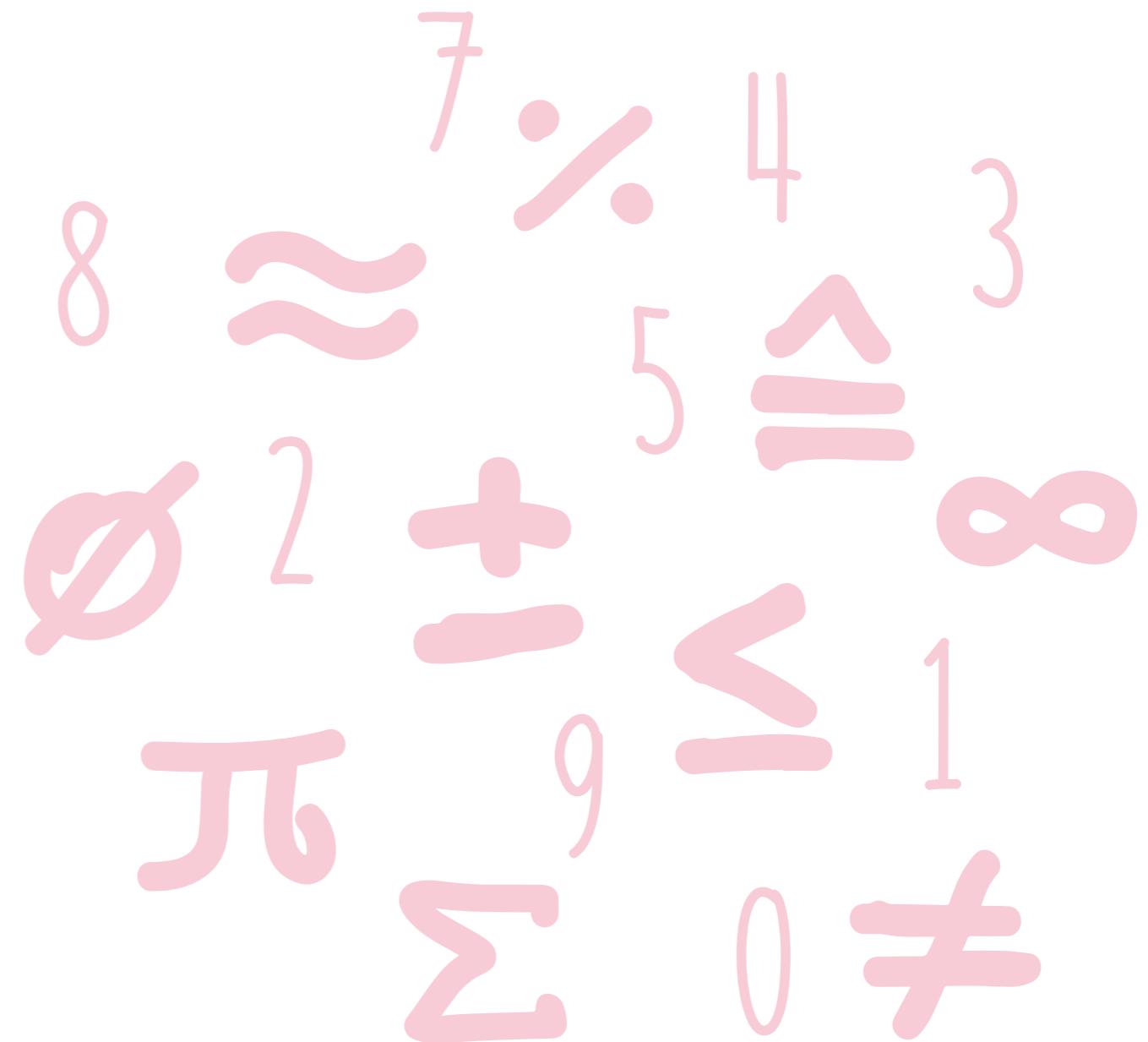


2.3 CAMPOS DE LAS MATEMÁTICAS

Nivel de primaria

Diferenciar y clasificar los diferentes apartados que se estudian en las matemáticas de primaria ha sido el siguiente paso de estudio con el fin de poder escoger en qué campos vamos a centrar nuestro diseño.

- Sumas, restas, multiplicaciones y divisiones
- Cálculos con varias operaciones
- Números decimales
- Mínimo común múltiplo y máximo común divisor
- Números primos
- Fracciones
- Operaciones con fracciones
- Cuadrado y cubo de un número
- Potencia de un número
- La raíz cuadrada
- El porcentaje
- Magnitudes proporcionales
- Los números enteros, suma y resta
- Figuras planas
- Superficies poligonales
- Circunferencia y círculo, longitudes y áreas
- Cuerpos geométricos



2.4 PROCESOS DE APRENDIZAJE

Pirámide de Maslow

Abraham Harold Maslow fue un psicólogo estadounidense conocido como uno de los fundadores y principales exponentes de la psicología humanista. Una corriente psicológica que postula la existencia de una tendencia humana básica hacia la salud mental, que se manifestaría como procesos continuos de búsqueda de autoactualización y autorrealización.

La Pirámide de Maslow es una teoría psicológica sobre la motivación humana. La teoría se basa en que cuando las necesidades básicas se ven satisfechas los seres humanos van desarrollando necesidades y deseos más altos.

Maslow ordenó las necesidades de una manera jerárquica, colocando las más primordiales o simples en la base de la pirámide y las más importantes o fundamentales en lo alto de la pirámide. A medida que las necesidades van siendo satisfechas o logradas, surgen otras de un nivel superior o mejor. Y en la última fase se encuentra con la "auto-realización" que no es más que un nivel de plena felicidad o armonía.

Tipos de necesidades:

1. Respirar, alimentarse, dormir, sexo, la tendencia a la adaptación del organismo.
2. Luego buscamos la seguridad, familiar, física, de recursos.
3. En el nivel siguiente buscamos el amor, la amistad, la intimidad sexual.
4. El reconocimiento. Donde nos preocupa el éxito, el respeto, el reconocimiento de los demás, la confianza.
5. La autorrealización. Donde buscamos la resolución de problemas, liberarnos de prejuicios, la aceptación de los hechos, fomentar la creatividad etcétera.



2.4 PROCESOS DE APRENDIZAJE

Pirámide del aprendizaje de Cody Blair

Son muchos los autores que clasifican la pirámide del aprendizaje, pero la teoría más común es la pirámide del aprendizaje de Cody Blair. La pirámide del aprendizaje cita jerárquicamente los distintos niveles de la actividad del aprendizaje.

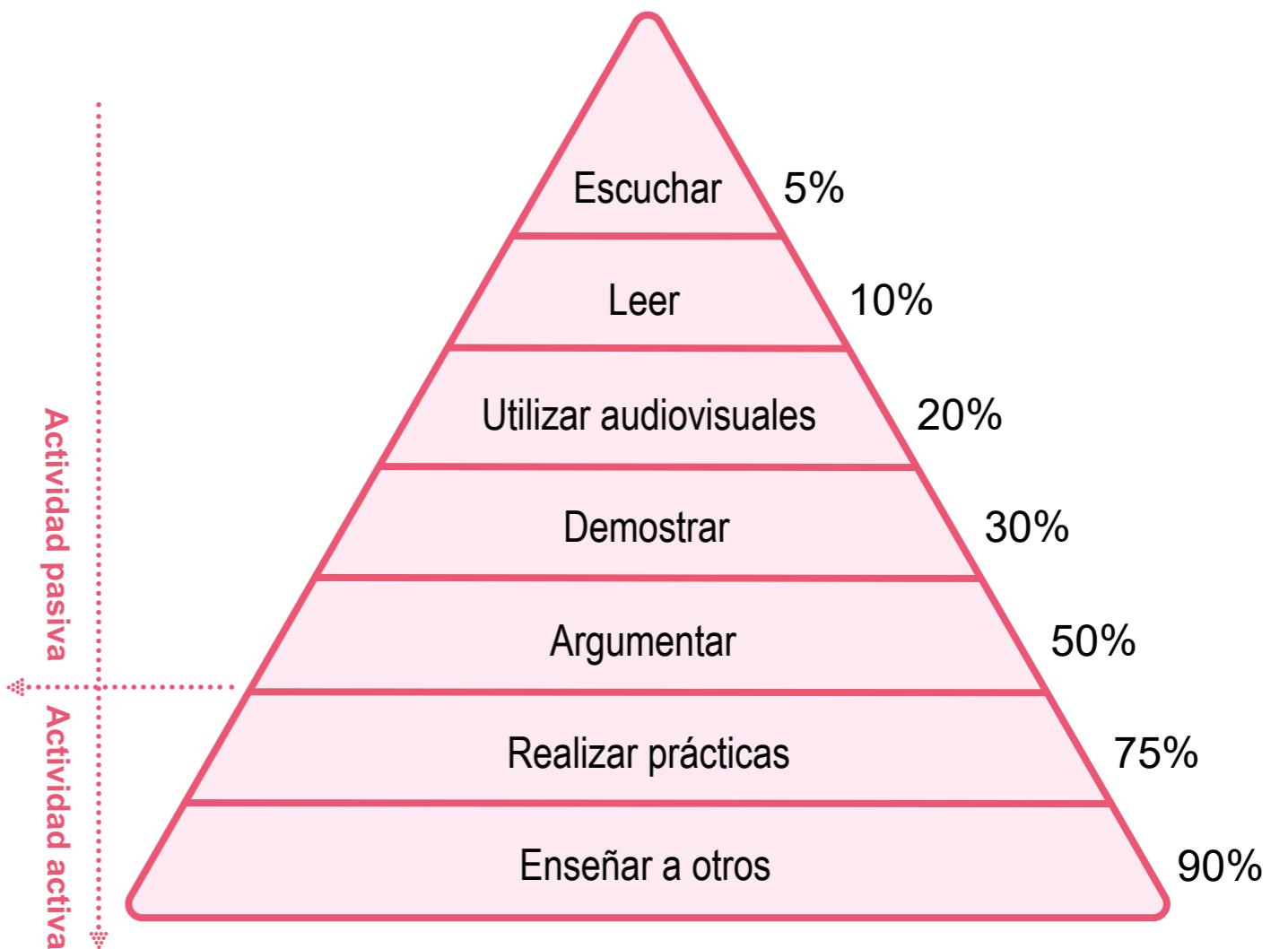
En la cúspide de la pirámide se encuentra el acto de escuchar, con un 5% de retención, esto quiere decir, que cuando un alumno sólo escucha la lección por parte del profesor, al cabo de un día sólo recordará el 5% de ello. Este viene seguido del acto de leer, que ocupa solo un 10% de la retención al cabo de 24 horas. Esto se debe a que es la actividad más pasiva, donde el alumno poco tiene que intervenir y para ella sólo pone en marcha los sentidos del oído y la vista. Por lo tanto la lectura es el punto de partida.

En el tercer nivel se encuentra el uso de audiovisuales, con un 20% de retención. Por lo tanto será más sencillo retener información que vemos y escuchamos al mismo tiempo, que aquella que solo escuchamos o leemos. Sin un adecuado refuerzo, los estímulos visuales permanecen poco tiempo en el recuerdo y por tanto, basar el aprendizaje solo en imágenes sería insuficiente.

Cuando el alumno demuestra o comprueba algo se genera hasta un 30% de retención al día siguiente. Con esta tarea el sujeto pasa a ser un activo en el aprendizaje, lo que se refleja en el recuerdo posterior. Se debe a que el alumno hace de investigador y comprueba por sí mismo, mediante ensayos, que lo que está estudiando es verdad, no sólo porque lo dice el libro o el profesor. La demostración de un contenido le supone al alumno una inicial interiorización del mismo, por lo menos parcialmente.

Argumentando, el nivel de aprendizaje aumenta, llegando a retener la mitad de ello al día siguiente. La argumentación tiene como finalidad conseguir la aceptación de un interlocutor por medio del intercambio de razones, es decir, se aspira a persuadir a las personas de manera racional. Lo que sirve para comprender y asimilar los conocimiento, es decir, saber su razón de ser o aquello que los justifica, no solo adquirirlos. Y además les sirve para desarrollar las capacidades lingüísticas.

Al realizar prácticas se consigue una retención del 75% Ya que al integrar varios sentidos se participa activamente en lo que se está aprendiendo, permitiendo aplicar los conocimientos, dándoles un uso, de manera que pasan a ser conocimientos útiles. Finalmente se consigue una retención del 90% cuando se enseña a otra persona pues para ello el alumno debe de dominar lo que explica y enfocarlo de todos los modos posibles, pensando ejemplos para que el receptor le entienda lo mejor posible.



2.4 PROCESOS DE APRENDIZAJE

El proceso de abstracción

La abstracción es una operación mental destinada a aislar conceptualmente una propiedad concreta de un objeto, y pensar o hablar qué es, mentalmente sobre ésta. Es importante el estudio de este concepto ya que en el aprendizaje de los niños basado en acciones se ha de pasar de estas acciones experimentales a conceptos para realizar una correcta comprensión de la materia.

Los conceptos son las unidades elementales para el pensamiento y el conocimiento humano. Los conceptos son entidades abstractas producidas por el intelecto humano y permiten a los sujetos epistémicos conocer el mundo real y orientarse en él. Es decir, son el resultado de un proceso. En la formación de conceptos, se parte de la experiencia que tenemos de este mundo. Así, del paso del mundo al concepto hay un proceso. El proceso de abstracción es el siguiente:

En primer lugar se recibe información de los sentidos, el niño palpa, observa, escucha e interacciona con los materiales que están a su alcance. Un ejemplo sería jugar con las piezas de construcción, el niño toca cada pieza, las deja caer, oye el ruido que ejercen contra el suelo, las mira distinguiéndolas por colores y formas...

En segundo lugar el niño experimenta activamente con el material de forma que sigue distintos métodos escogidos por él con total libertad. El niño prueba a apilar las piezas, a encajarlas entre si y a comprobar como mantienen el equilibrio o se desparraman por el suelo.

En tercer lugar se da la repetición de acciones con el objetivo de realizar comprobaciones y obtener sus propias conclusiones. A su vez también busca formas alternativas y otras metas con los mismos materiales. Con el ejemplo de las piezas de construcción el niño repite varias veces diferentes combinaciones de piezas comprobando como mantienen mejor el equilibrio o como se forman diferentes estructuras.

En cuarto lugar se da la asimilación del concepto. La asimilación del concepto supone la comprensión del mismo. El niño ha asumido la información acerca de las piezas y su método de construcción, su finalidad y sus posibles combinaciones.

Lo mismo pasa en el campo de las matemáticas, para su correcto aprendizaje el niño tendrá que pasar de lo concreto a lo abstracto. Tendrá que experimentar con los materiales concretos para luego asumir conceptos como a sumar, restar, multiplicar o dividir.

2.4 PROCESOS DE APRENDIZAJE

Metodología LEGO

La metodología de aprendizaje de LEGO se basa en que los niños y las niñas también deben tener la oportunidad de experimentar un método de aprendizaje progresivo más eficaz, motivador y atractivo que les permita expresar sus ideas a través de la construcción. Construir estimula el deseo y las habilidades de los niños y niñas para aprender y para aprender más a través de la curiosidad, la creatividad y el pensamiento crítico.

El enfoque académico de los programas que utiliza LEGO está dirigido a motivar y comprometer al estudiante con su proceso de aprendizaje de manera natural, basado en una metodología en ‘espiral’ en donde los niños avanzan gradualmente por diferentes niveles de dificultad. Esta orientación ha establecido el modelo de las 4 C's que divide la clase en cuatro etapas:

1. Conectar

El primer paso es capturar el interés del estudiante estableciendo un objetivo retador, que se presenta a través de vídeos, fotografías o animaciones que los estudiantes encuentren ‘irresistibles’.

2. Construir

En el momento de crear un modelo de LEGO los alumnos trabajan de manera colaborativa en pequeños grupos de trabajo, donde puedan planear, diseñar y probar sus propias soluciones al problema planteado.

3. Contemplar

Una vez es construida la estructura de bloques de plástico, se da paso a un espacio de retroalimentación, donde el profesor hace una serie de preguntas a los niños para que analicen los resultados de su trabajo y establezcan si han logrado los objetivos de la actividad. Este momento es el adecuado para mejorar o adaptar las ideas ya establecidas o crear nuevas propuestas.

4. Continuar

Los planteamientos que hayan cumplido con el reto tienen la posibilidad de extenderse, es decir, ser el punto de inicio para un nuevo desafío, que puede consistir en cambiar o añadir propiedades al modelo, iniciando nuevamente el proceso con la fase de Conexión.

Se ha observado que el método de aprendizaje actual en el aula y el método de aprendizaje LEGO tienen grandes diferencias, el cambio que se percibe en la metodología de LEGO es un camino del aprender en base al decir y hacer al aprender haciendo:

- De aprender rutinas y reglas a aprender como improvisar.
- De aprender sobre la verdad a aprender a escoger entre múltiples veredades.
- De aprender cómo hacerlo a aprender haciéndolo.
- De adquirir habilidades tangibles a la comprensión.
- De la habilidad para cumplir y reproducir a la habilidad para ser creativo e innovador.

2.4 PROCESOS DE APRENDIZAJE

Gamificación

La gamificación es un término que Sebastian Deterding definió como “El uso de las mecánicas de juego en entornos ajenos al juego”. Aunque el término gamificación abarca muchas disciplinas como, nos centraremos en la gamificación vista desde el entorno educativo.

Es el empleo de mecánicas de juego con el fin de potenciar la motivación, la concentración, el esfuerzo, la fidelización y otros valores positivos comunes a todos los juegos. La gamificación tiene como objetivo establecer vínculos entre el alumno y el contenido que se está trabajando, cambiando la perspectiva que tiene del mismo. Se trata de una herramienta contra el aburrimiento de determinados contenidos en el aula que recompensa al alumno en tareas que no tiene previsto ningún incentivo con el fin de conseguir motivación.

La gamificación posee una serie de reglas que permiten a los alumnos adquirir compromiso para superar los distintos retos planteados. Se parte de la importancia de los logros y las recompensas y se utilizan puntos para conseguir la fidelización de los alumnos. Además, se establece una clasificación entre los alumnos para establecer un ranking.

Dentro de la dinámica del juego entran las recompensas, la competición, la cooperatividad y la solidaridad. A través de ellas se consigue despertar el interés de los alumnos por las actividades que están llevando a cabo.

Se distinguen cuatro tipos de jugadores. El triunfador se centra en el jugador cuya finalidad es la consecución de logros y retos. El jugador de tipo social es al que le encanta interactuar y socializarse con los compañeros. El jugador explorador tiene una tendencia a descubrir lo desconocido. El jugador competitivo tiene como primera finalidad y última demostrar su superioridad frente a los demás.

Los componentes de la gamificación pueden ser muy variados pero los más comunes son los siguientes. Los logros, son muy valorados permiten visualizar una progresión de un alumno a lo largo de su actividad. Los avatares son muy comunes en perfiles sociales y se tratan de una representación gráfica que se asocia al alumno. Los denominados Badges son insignias o distintivos por la consecución de algún objetivo determinado. Los regalos son presentes que se le entregan al alumno ante la realización correcta de una determinada actividad o reto.

El uso de la gamificación en el aula de aprendizaje garantiza una serie de ventajas frente a otros métodos tradicionales:

- Es fácil crear sistemas de incentivos
- Se puede reprogramar en función de los objetivos deseados
- Se trata de un sistema objetivo
- El trabajo resulta más relevante ya que su aplicación en la vida real es clara
- Mejora la concentración
- Permite mejorar la habilidad de tomar decisiones y solucionar problemas
- Fomenta el trabajo en equipo
- Mejora el comportamiento en el aula
- Permite la experimentación y aprender haciendo
- La interactividad y retroalimentación inmediata
- Da control al jugador

2.5 OTROS AUTORES: JEAN PIAGET

El nacimiento de la inteligencia del niño

La teoría de Jean Piaget se basa en el desarrollo de los niños basándose en observaciones directas de sus propios hijos. Observó que el niño sigue siempre un proceso determinado con el fin de comunicarse y comprender el mundo exterior.

Jean Piaget afirma que todas las experiencias vividas por un individuo inciden en un comportamiento actual. Para explicar el comportamiento humano, Piaget toma el ámbito cognitivo y tiene el concepto de inteligencia como un proceso de la naturaleza biológica. El individuo viene al mundo con una serie de estructuras biológicas que condicionan su relación con el entorno y que son propias de cada especie. A estas estructuras las denomina herencia estructural. También cita que existe una herencia funcional que se manifiesta la organización y la adaptación al entorno.

Existe una fuerte relación entre la organización y la adaptación ya que solo un organismo todo organizado podrá adaptarse. Toda conducta es un intercambio entre el sujeto y el mundo exterior, dándose así la adaptación al entorno. La adaptación consta en crear nuevas formas materiales, desde lo biológico a los psicológico.

La teoría de Piaget del desarrollo cognitivo propone diferentes etapas.

En la primera etapa denominada sensimotora, se caracteriza por la adaptación. El niño utiliza sus sentidos y sus capacidades motrices para conocer aquello que lo rodea. Al principio, el niño descubre involuntariamente diferentes movimientos y sensaciones que luego repetirá modificándolos y diferenciándolos por el simple placer funcional. Tras la práctica, el niño logra aumentar su desarrollo y coordinar esos esquemas con un fin determinado. Esta aparición de la intencionalidad se da primero en la combinación de esquemas antiguos, para luego vivir nuevos descubrimientos.

En la segunda etapa denominada preoperativa, el sujeto no tiene conciencia de sí mismo como algo distinto, por lo tanto generaliza su punto de vista a toda la realidad exterior. En esta etapa el individuo requiere cierta noción de lo que es lo abstracto. El niño logra relacionar una palabra determinada con un esquema representativo, un preconcepto. El niño asimila un concepto a un objeto evocado. El razonamiento que realiza el niño para vincular los preconceptos es el transductivo, de comparar lo singular con lo singular.

En la tercera etapa es denominada como operaciones concretas. El niño desarrolla la capacidad de conservación de cantidades numéricas, materiales y superficies. Al lograr la completa comprensión y dominio de lo abstracto, el sujeto pasa a la etapa operativa. En la etapa operativa el niño aprende a dominar, cada vez mas, su entorno, a intercambiar factores, a comparar resultados y a ver la otra cara de las cosas.

Se puede afirmar a partir de lo estudiado que la inteligencia del niño se construye de forma progresiva pasando por diferentes etapas antes de alcanzar el nivel adulto. Cada niño lo hace siguiendo sus propias leyes y tiempos. Se pueden observar diferencias entre individuos de la misma edad debido a la experiencia, estimulación y educación que estos reciban.

2.5 OTROS AUTORES: REBECA WILD

Etapas del desarrollo

Rebeca Wild (Alemania, 1939) estudió filología germánica, pedagogía musical y pedagogía de Montessori. Rebeca Wild no buscó un nuevo sistema educativo sino que su interés se centró en comprender mejor el significado de las actividades espontáneas de los niños. Su intención era brindar a los niños circunstancias enriquecedoras sin peligros activos y darles mucha atención y respeto a sus procesos de vida. Rebeca Wild se refiere a "Etapas del desarrollo" a los primeros 24 años de vida humana, en los cuales la naturaleza tiene sus propias estrategias de crecimiento biológico.

La etapa prenatal

Es importante para el nuevo ser que su madre lo acepte tanto desde el punto de vista hormonal como desde el punto de vista de sus sentimientos y pensamientos. Esto es debido a que se ha comprobado que las malas experiencias intrauterinas limitan la espontaneidad y empujan al niño a adaptarse a las exigencias y distracciones que vienen desde fuera.

La primera infancia, de 0 a 3 años

La base de esta etapa es la creciente independencia del niño fundamentada en el contacto físico y la atención tranquila de su madre. Lo primero que el niño necesita son fundamentos seguros sobre los cuales puede seguir creando estructuras cada vez más complejas.

La etapa preoperativa, de 3 a 7 años

La época de transición de la etapa preoperativa a la operativa se ubica, aproximadamente, entre los 5 y los 8 años, con variables que dependen de circunstancias vitales y del estado de los niños. Hay aquellos niños que han insistido en la máxima autonomía respecto a todo lo que emprendían y que de repente tienen miedo o pereza de hacer cosas que antes realizaban con mucho ímpetu. Este comportamiento es un intento inconsciente de reestructurar y asegurarse de las vivencias anteriores y coger fuerzas para aventurarse en la próxima etapa.

La etapa operativa, de 7/8 años a 13/14 años

Se trata de una nueva oferta vital para que los adultos se pregunten cuál es el mello de esta época sensible y que se esfuerzen en preparar los ambientes en sintonía con las necesidades que corresponden a este próximo nivel para, a lo largo de los años que dure esta etapa, poder seguir el hilo de los procesos de un desarrollo auténtico.

La adolescencia y transición a la adultez, de 13 a 24 años

Se trata de una etapa en la que es preferible no someter a los niños a enseñanzas transmitidas desde fuera. Se les ha de ofrecer condiciones que favorezcan sus actividades espontáneas y con ellas, su creatividad. Los mismos principios son válidos para los adultos que quieren activar su potencial de ampliar su contacto con la vida y llevarlo a otros niveles. Este contacto consiste en un recibir espontáneo.



2.5 OTROS AUTORES: REBECA WILD

Educar para ser, vivencias de una escuela activa

En el libro de Rebeca Wild “Educar para ser” la autora narra sus primeras experiencias en los jardines de infancia Pestalozzi. La autora describe su experiencia con los diferentes niños y su forma de adaptarse al nuevo entorno, así como las repercusiones en los padres y el sentir de los educadores debido a los nuevos métodos de educación de la escuela activa.

A continuación voy a relatar ciertos aspectos hallados en el libro que he considerado de gran importancia para el proyecto acerca del método de aprendizaje de la escuela activa.

La educación activa se realiza a través de una actividad espontánea, experimental y en continua renovación, con una variedad de materiales concretos que deben ser de dos tipos: estructurados y no-estructurados. El niño aprende a afrontarse a todas aquellas dificultades que contiene cada material y a superarlas de acuerdo con su nivel. Esta actividad operativa posibilita la formación de conexiones con estructuras modulares y el desarrollo de estructuras de la inteligencia que, a su debido tiempo, conducirán a la abstracción y a generalizaciones válidas. Para esta actividad el niño necesita libertad, muchos materiales distintos que vayan continuamente cambiando y que los adultos se inmiscuyan lo menos posible.

No basta con ofrecer al niño un único tipo de material para que a través de su manejo obtenga una comprensión activa de aquello que el material le pueda enseñar. Por ejemplo, para llegar al concepto de unidad, el niño necesita una inmensa experiencia con los materiales más distintos que ordenará, colocará de una forma determinada, en ciertos casos destruirá y creará de nuevo. El niño tiene que repetir acciones parecidas con muchas cosas y en distintas situaciones. Una riqueza de experiencias solo estará garantizada si el niño dispone de una gran libertad de movimientos. Cada actividad exige un largo tiempo de libre experimentación que conduce a realizar acciones con soltura, antes de que se realicen con una técnica impecable. Este proceso de aprendizaje se denomina operativo.

En la escuela activa, el aprendizaje figurativo ocupa un segundo lugar. No tiene nada que ver con aquello que un niño adquiere por sí mismo, sino con todo aquello que adopta con imitación, memorización, lengua, costumbres y ámbitos. Este aprendizaje solo tiene sentido si el niño dispone de una amplia base de aprendizaje operativo. EN el aprendizaje figurativo lo que cuenta es sobre todo su intensidad y no la cantidad de conocimientos aprendidos.

El tercer tipo de aprendizaje de la escuela activa se denomina aprendizaje connotativo, además de familiarizar con indicaciones crea una relación entre las dos primeras formas de aprendizaje, entre acciones y palabras, entre la experiencia directa y sus símbolos. A través de un constante probar y experimentar llega el momento que para el niño, ambos campos de aprendizaje empiezan a coincidir.

La escuela activa quiere poner a disposición de los niños un ambiente que favorezca debidamente estos tres caminos de aprendizaje.

Estrechamente relacionado con los mecanismos naturales del aprendizaje infantil ya mencionados se halla la necesidad de jugar. Distinguiremos dos tipos de juego, por una parte está el juego simbólico mediante el cual el niño intenta librarse de la presión interna de las vivencias que le oprimen. Con todo tipo de elementos de juego el niño escenifica situaciones de su vida que pueden hallarse muy alejadas en el tiempo y el espacio. El segundo tipo de juego tiene un carácter menos cargado de sentimientos, recibe el nombre de juego de funciones o ejercicio. Está formado por tres etapas; el niño se halla ante una situación nueva y se adapta a ella. En la segunda etapa el niño comienza a realizar un ejercicio para ponerle solución a la nueva situación, experimentando con distintas soluciones y métodos para superarlo. La tercera etapa es cuando el niño domina a la perfección la situación y ésta le conduce a la búsqueda de nuevas situaciones y de acciones más complicadas.

El juego es la expresión más auténtica y el medio de aprendizaje más efectivo del niño.

2.5 OTROS AUTORES: REBECA WILD

Educar para ser, vivencias de una escuela activa

El ambiente de la escuela activa se adapta a los intereses cambiantes de los niños. Los procesos de aprendizaje siguen un ritmo natural: (1) un primer interés a través de estímulos internos o externos, (2) largos períodos de experimentación activa (3) ampliación de la actividad elegida por el niño a otras áreas de conocimiento; (4) escribir, leer y calcular en relación con el círculo de temas que han surgido de la relación dinámica entre niños, adultos y el mundo concreto. La escuela activa deja al niño tiempo para que asimile conceptos de una forma que corresponda a su proceso de maduración. Los niños aprenden a través de situaciones concretas, con movimientos armónicos y con un uso total de sus sentidos.

Estímulos externos e internos



Experimentación activa



Ampliación de la actividad



Escribir, leer y calcular

Para el aprendizaje de cálculo, la escuela activa dispone de muchos cestos y cajas llenos de material básico contable, medible y palpable: semillas, piedras, conchas, raíces, palos, café, sal, azúcar, tapones de botellas, arroz, maíz, alubias, canicas, clips, una lista infinita con la que los niños podían hacer tantas combinaciones como quisieran. Cada concepto de cálculo nuevo puede ser trabajado de formas distintas y ampliado y fijado a través de nuevas variaciones. La calidad va antes que la cantidad.

Al principio dejan que los niños midan con pasos, pies, palmos y codos, para mas tarde pasar a cintas métricas y metros estandarizados. Posteriormente podrán utilizar instrumentos propios de la clase de geometría, cuyo uso estará impregnado del recuerdo de todas las otras experiencias de medición en situaciones concretas.

El material Montessori conduce al niño desde el concepto cualitativo y cuantitativo del número a través de todos los niveles de cálculo necesarios. Desde la simple adición hasta el cálculo decimal, la extracción de la raíz y la derivación de la fórmula para calcular el volumen cúbico.

A través del manejo creativo del material Montessori, el niño que juega se aproxima al descubrimiento del pensamiento matemático general. A través de muchos rodeos, descubre relaciones, posibilidades de resumir, de invertir, etc. Se trata de un viaje al descubrimiento. Estas experiencias con el material concreto se renuevan y varían constantemente.



2.5 OTROS AUTORES: KARL GROOS

La teoría del juego

Karl Groos (1861-1946) fue un filósofo alemán que trabajó sobre todo en problemas de estética y de psicología descriptiva. Basó sus estudios en la investigación sobre el juego como actividad artística de la forma superior de la vida lúdica. El fundamento de la teoría de Karl Groos es la premisa de "Todos los animales juegan". Planteó la cuestión de cómo el juego puede ofrecer una relajación a las energías agotadas por un individuo, considerando el juego desde el punto de vista biológico. Desarrolló una teoría psicológica del juego basada en el aspecto de placer del juego y en el intento de olvidar los aspectos serios de la vida sumiéndose en el juego.

Karl Groos explica los juegos de la siguiente manera. Los juegos son una prueba de la transmisión hereditaria de los hábitos propios de cada sexo y que deberán practicar en la vida adulta. Diferencia los juegos según sexos y según la especie animal, diferencia que se debe a sus instintos hereditarios. El juego será entonces un efecto prolongado de actos inteligentes de generaciones anteriores y obedece a instintos específicos.

Karl Groos distingue varias categorías de juegos:

La primera la designa como juego de experimentación, se trata del instinto de destrucción sistemática de objetos.

La segunda como juegos de locomoción, refiriéndose a los juegos que tienen por base única un cambio de lugar. Pone de ejemplo a los peces voladores o otros juegos de repetición obtenidos casualmente como saltar en los charcos.

La tercera categoría son los juegos cinegéticos. Distingue los juegos ejecutados con presa animada real, es el caso del gato y el ratón. Y, por otro lado, los juegos con presa animada imaginaria; los perros por ejemplo cuando luchan contra un adversario invisible, se ocultan, huyen, persiguen y agarran al adversario.

A continuación vienen los juegos de combate. Son los más frecuentes en los animales y las seudobatallas entre los más jóvenes. También existen combates entre los adultos de la misma especie y del mismo grupo social.

Otra categoría son los juegos arquitectónicos. Es el caso de las construcciones en los infantes experimentando los volúmenes y el equilibrio.

Prosigue con los juegos tróficos. En esta categoría se encuentran los ejemplos de animales que fingirían criar un objeto o alimentar un animal no descendiente de ellos.

Para acabar esta clasificación Karl Groos propone los juegos imitativos y de curiosidad. Esto se debe a que el verdadero rol biológico del juego imitativo no consiste en el aprendizaje de movimientos, sonidos o palabras necesarios para la lucha por la vida; consiste en la educación personal por el juego con vista a los deberes más importantes de la especie. La curiosidad es ciertamente un elemento esencial en el juego, se trata de un elemento básico en el comportamiento animal. Como por ejemplo un niño que mira como otros niños juegan al pilla-pilla y mientras se va excitando y surgiendo curiosidad por jugar.

Por lo tanto la teoría del juego de Karl Groos se centra en el derredor de la preopráctica. A diferencia de los animales, el hombre nace muy inmaduro; el elevado nivel es desarrollo que en definitiva debe alcanzar y que esta llamado a rebasar el nivel de sus antepasados, requiere un largo periodo de preparación (juventud) y de interrumpida actividad preparatoria (juego). Como hemos estudiado, en los juegos arquitectónicos el niño amontona piezas y observa el continuo desmoronamiento de sus construcciones que le enseña como no debe proceder y cómo aplicar mejor sus fuerzas naturales para obtener mejores resultados. En los juegos sociales el niño aprende a mandar y obedecer, a organizar y a competir. Finalmente en el juego con reglas el niño empieza a conocer la ley abstracta.

2.6 CONCLUSIONES

Conclusiones del método de aprendizaje del niño

Las conclusiones obtenidas se han redactado de forma global debido a que los distintos métodos estudiados tienen grandes similitudes y pocas diferencias entre ellos.

- Los niños a través de sus actividades “se crean a sí mismos”, es decir, hablamos de autodisciplina.
- Las experiencias de la infancia determinan la vida, es decir, el sentir y el pensar del adulto.
- Cada niño es un ser complejo que constantemente nos plantea nuevos problemas, pero, como organismos, sus necesidades más elementales tienen que concordar con los de toda la vida orgánica que hay sobre la tierra.
- Se ha de fomentar la confianza en sí mismos y el respeto mutuo, así como la creatividad y la innovación en el niño.
- Es importante el juego, sobre todo el imitativo y de curiosidad. Cuando hay una obligación, el sujeto tiende a perder el interés en el aprendizaje.
- El adulto ha de adoptar una actitud autocrítica e interesada en el desarrollo del niño.
- Es importante ver y oír a la vez lo que se quiere aprender, así como palpar y experimentar para poder demostrar y comprobar lo aprendido.
- Es importante no incitar a la competencia sino incitar a la colaboración entre sujetos.
- Para un correcto aprendizaje se ha de incentivar el compromiso del estudiante, así como establecer metas con criterios de éxito.
- Es importante dar la oportunidad al niño de experimentar con los materiales a su libre elección.
- La enseñanza de las matemáticas reside en el uso inteligente de materiales concretos.
- No se puede entender nada que no haya sido inventado y descubierto por el individuo mismo a través de la repetición de acciones y la constante experimentación activa.
- Hay que formar una escuela activa en la que los alumnos convivan y trabajen juntos en libertad.
- El juego es la expresión más auténtica y el medio de aprendizaje más efectivo del niño.
- Entender significa descubrir.
- El proceso de abstracción, el paso de estas acciones experimentales a los conceptos, se da por sí solo y en cada individuo tiene un ritmo determinado. Hay que permitir que descubran verdades por sí mismos.
- El proceso de abstracción consta de cuatro partes: en primer lugar se recibe información de los sentidos, en segundo lugar el niño experimenta activamente con el material de forma que sigue distintos métodos escogidos por él con total libertad. En tercer lugar se da la repetición de acciones con el objetivo de realizar comprobaciones y obtener sus propias conclusiones. En cuarto lugar niño asume la información acerca de las piezas y su método de construcción, su finalidad y sus posibles combinaciones.

2.6 CONCLUSIONES

Conclusiones relacionadas con el material concreto

Conclusiones acerca de como tendrá que ser el material a diseñar:

- Se han de plantear retos con posibilidad de extensión una vez cumplidos.
- El material didáctico ha de transmitir sensaciones y fomentar experiencias no estructuradas. Su presentación tendrá que ser vistosa y atractiva.
- El material didáctico será autorecetivo.
- Invitar al sujeto a experimentar, a fomentar el entusiasmo y su concentración en el.
- También ha de incentivar el interés por descubrir, intentar y aprender cosas nuevas.
- Ha de fomentar el trabajo individual y de forma independiente, el poder escoger libremente y poder marcar su propio ritmo de trabajo.
- El material va acompañado de un vocabulario y definiciones pero solo la cantidad apenas suficiente para que el niño pueda expresarse en lenguaje científico cuando tenga que exponer un teorema. El lenguaje preparado es la vía libre de la expresión.

El material didáctico ha de lograr los siguientes objetivos:

- El sujeto ha de disfrutar aprendiendo y sentir satisfacción ante sus descubrimientos.
- El sujeto ha de aprender improvisando, es decir, aprender haciéndolo.
- El sujeto se responsabilice de su aprendizaje
- El sujeto desarrolle autonomía, pensamiento crítico, actitudes colaborativas y capacidad de autoevaluación.
- El sujeto interactúe con su entorno.
- El sujeto sea activo construyendo su entorno.
- El sujeto intercambie experiencias y opiniones con el resto del grupo.
- El sujeto se comprometa con lo que hace, con cómo lo hace y con los resultados que logra, proponiendo mejoras.
- El propio sujeto sea capaz de definir y administrar sus propias tareas.
- El sujeto demuestre compromiso e iniciativa con el material empleado.

2.7 METODOLOGÍA ESTUDIO DE MERCADO

Metodología

Para la realización del estudio de mercado en primer lugar se realizará un estudio previo. Este estudio será acerca de como es la metodología Montessori a la hora de aprender a manejar el material. Se estudiará y documentará tanto la psicoaritmética como la psicogeometría Montessori.

El primer paso ha sido leer los libros facilitados por el cliente acerca de como se enseñan las matemáticas con el uso de materiales Montessori. Una vez adquirida la información, el siguiente paso ha sido el de reflejar los datos mas importantes del proceso de aprendizaje en este dossier. Para ello me he ayudado de una representación visual que corresponde al código empleado en la enseñanza Montessori. A su vez esta representación también me ha ayudado a comprender mejor el proceso de abstracción de los materiales y los caminos que se han de seguir para la adquisición de conceptos matemáticos mas complejos.

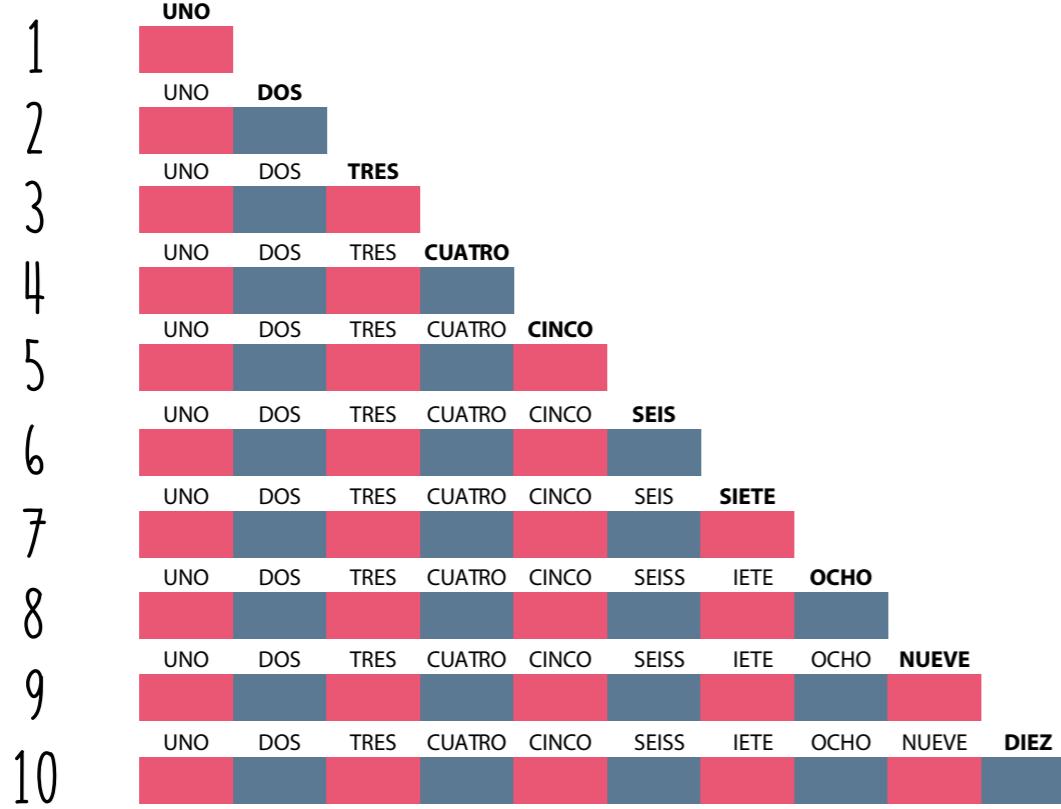
Los círculos representan las perlas Montessori, y los rectángulos representan las regletas. La diferenciación de colores depende en función de la materia y su correspondencia y simbolismo está explicado en cada uno de los apartados.

2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

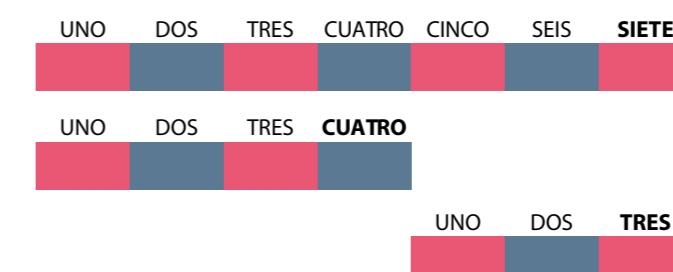
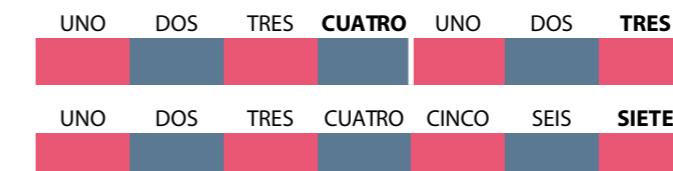
Aprender a contar

En el aprendizaje de los números, es importante relacionar las cantidades con medidas proporcionales a las piezas utilizadas. De modo que los niños se hagan a la idea de que la medida del dos se compone de dos piezas con la medida del uno. A su vez es recomendable contar en voz alta las unidades de las que se compone cada pieza y así asimilar de forma mas clara la sucesión de los números. El siguiente paso, una vez asumidos los primeros diez números, es el de relacionarlos con su escritura, para ello deberán palpar la pieza mientras se aprende el nombre. Así queda en la memoria la figura de la cifra en relación con su nombre, y a la par, se acostumbra la mano a reproducir el trazado de cada una, es decir, a escribirla.

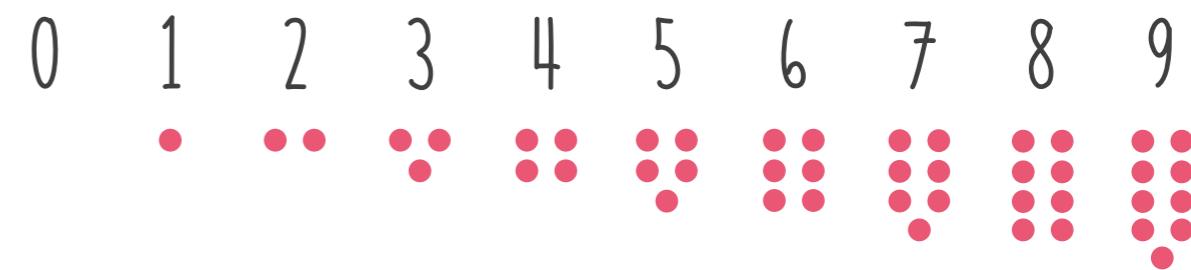
Nombrar en voz alta → Palpar y ver la pieza → Asimilación concepto



Del sistema explicado pueden derivar estudios hechos a base de descomposiciones y recomposiciones de las piezas. Cada vez que se unen los bastones, se hace una suma, y cada vez que esta suma se descompone, se efectúa una resta.



El segundo material planteado repite el hecho de contar las unidades del uno al diez, pero en este caso las unidades vienen representadas por objetos separados, todos iguales entre si, denominados perlas.



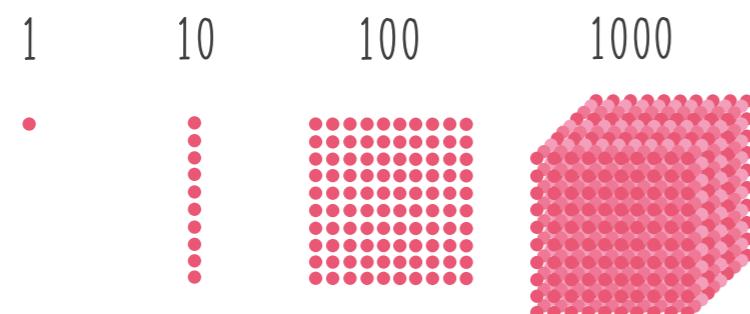
Este material ofrece al niño como punto de partida los símbolos numéricos escritos. Las cifras están representadas todas ellas por piezas iguales debido a que el material expone la atención del niño a las cifras en sí. Estas van como indicaciones concretas del cero al nueve, permitiendo al niño comprender que el cero no representa ninguna cantidad.

2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

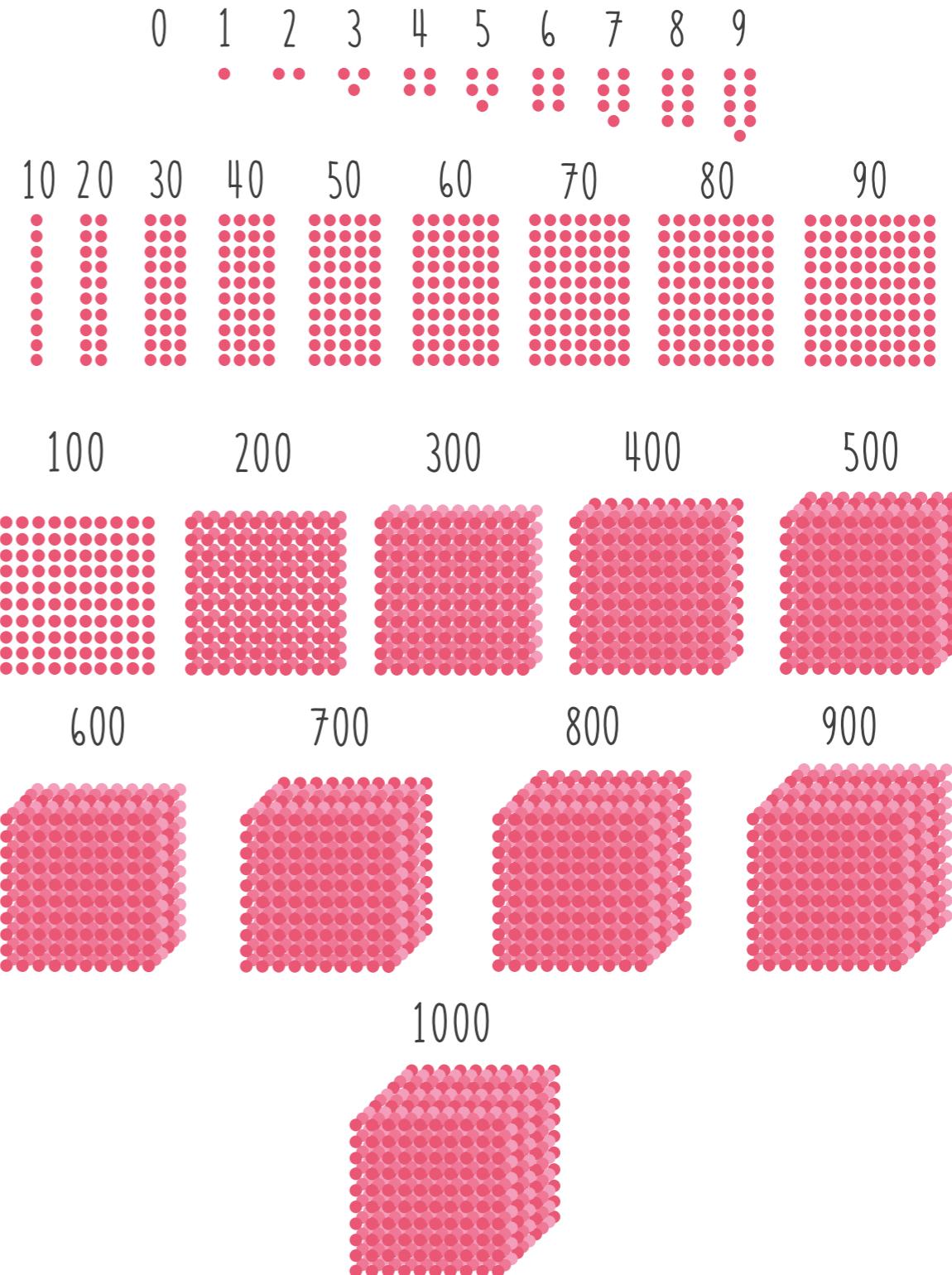
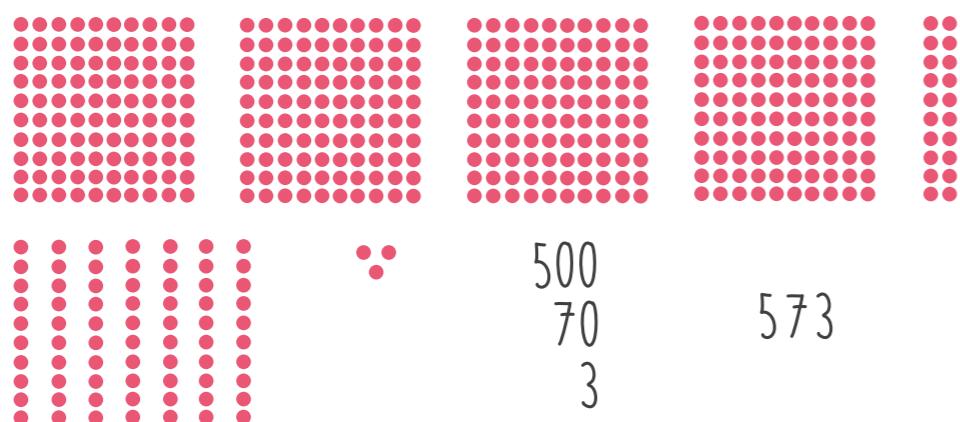
El sistema decimal

El fundamento sobre el cual nos basamos para ordenar las cantidades numéricas, es el sistema decimal. Por eso, el primer paso debe ser facilitar al niño la construcción del sistema decimal en sí mismo y no el de contar ni calcular, porque estas dos operaciones se consiguen con los mecanismos que ofrece el sistema decimal.

El material Montessori proporcionado a los niños para hacerles comprender el sistema decimal es triple, compuesto de objetos, de cifras numéricas y de palabras. Los objetos se refieren a perlas del mismo color que sirven para ayudarles a contar. Estas perlas pueden unirse mediante bastones constituyendo piezas compactas en este caso, las unidades, decenas centenas y miles.



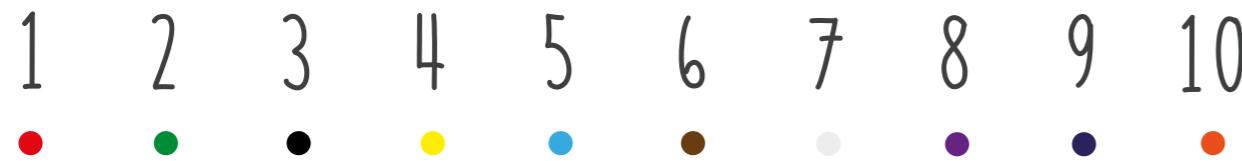
Paralelo al material de perlas está el de cifras. Éste consiste en una serie de piezas cuya forma viene determinada por los números representados por su escritura. Los dos materiales se prestan a combinaciones fáciles y claras ofreciendo la posibilidad de gran variedad de ejercicios. El ejemplo representa el número quinientos setenta y tres:



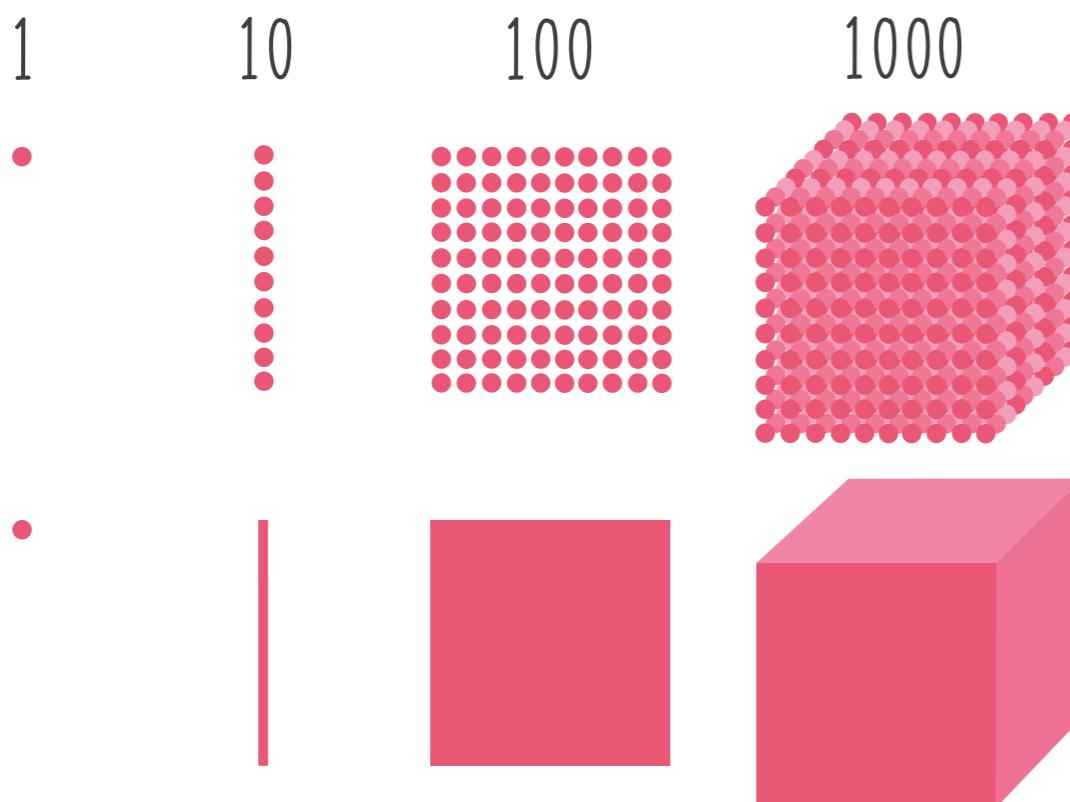
2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

El sistema decimal

Otro material de perlas adoptado a este ejercicio, representa los grupos de unidades de uno a nueve reunidos en un conjunto indisoluble y diferenciado por colores. En este caso, el uno se representa en rojo, el dos es de color verde, el tres de color negro, el amarillo representa el cuatro, el azul el cinco, el marrón el seis, el morado el ocho, el azul oscuro el nueve y el anaranjado el diez.



De este modo todas las perlas tienen una apariencia distinta, las decenas que son todas de color anaranjado se utilizan para construir el gran cuadro del sistema decimal donde, no los colores, sino la forma de agruparse (punto, linea, cuadrado y cubo) constituyen el medio de distinción.

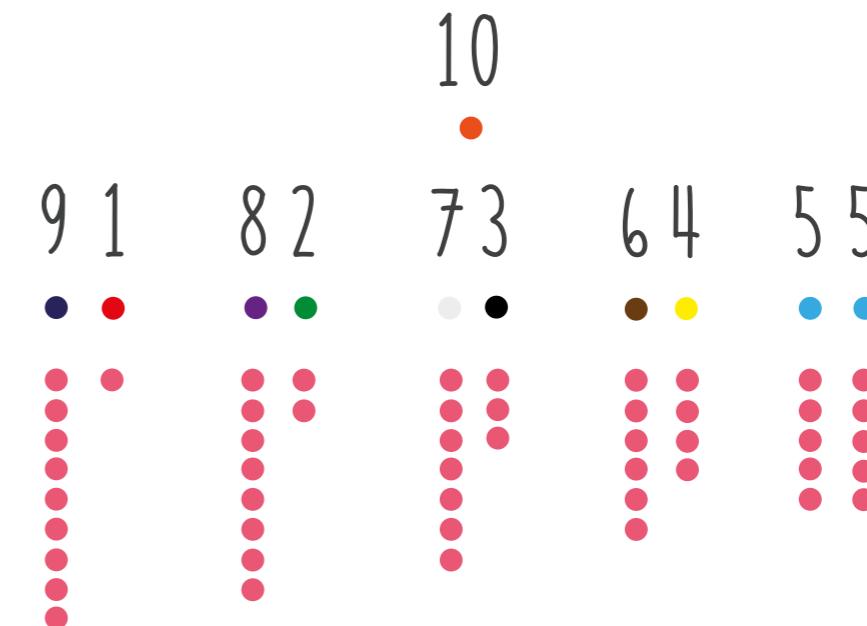


Un ejercicio para el aprendizaje del paso de una decena a otra sería el siguiente:



El ejercicio anterior refuerza el concepto clave del sistema decimal que actúa sobre el punto de paso de una decena a otra, del nueve al diez. Después del nueve, el puente ha concluido: es la nueva decena la que comienza.

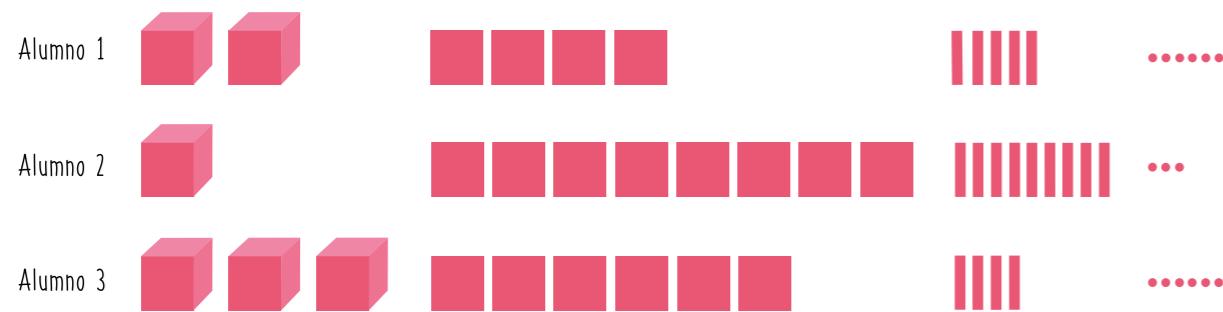
Cada número mayor a 1 representa a en sí mismo la suma de unidades. A continuación se muestran los agrupamientos de unidades, el ejemplo mostrado es el del número diez.



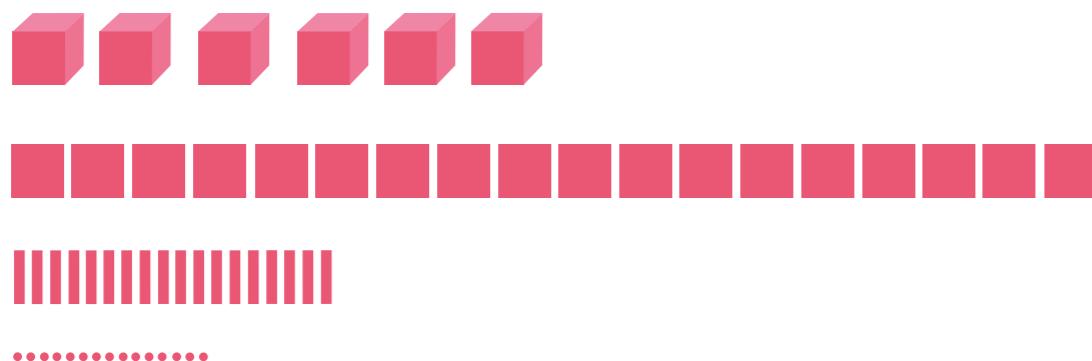
2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

La suma

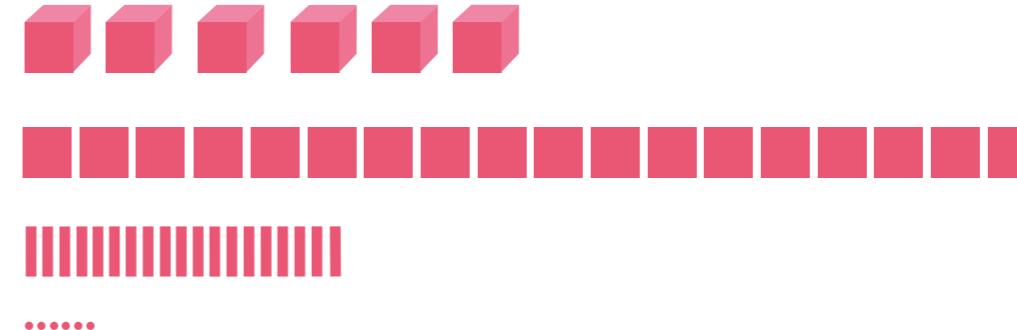
La suma se caracteriza por ser la acumulación de cantidades iguales o desiguales. Por ejemplo, un profesor pide a sus tres alumnos que depositen las piezas que poseen sobre la mesa para juntarlas todas, el primer alumno tiene 2 cubos, 4 cuadrados, 5 bastones y 6 perlas. El segundo alumno tiene 1 cubo, 8 cuadrados, 9 bastones y 3 perlas, y el tercer alumno tiene 3 cubos, 6 cuadrados, 4 bastones y 7 perlas. Es decir, el primer alumno tiene la cantidad de 2456, el segundo alumno tiene 1893 y el tercer alumno 3647.



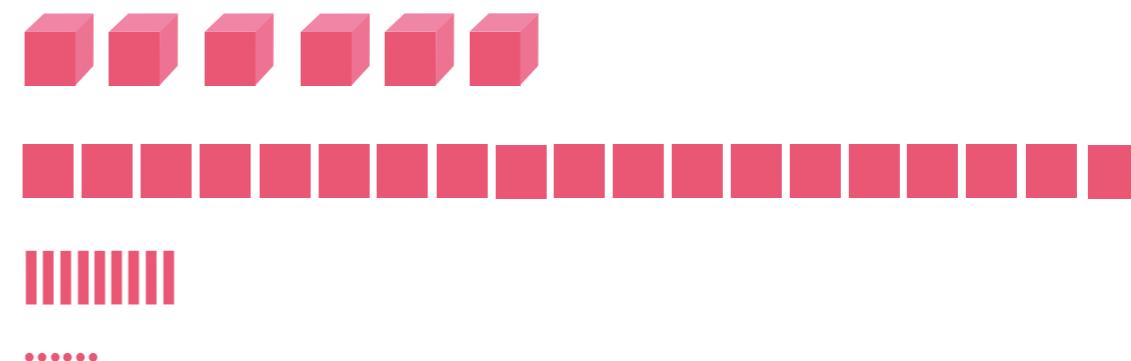
Han aportado pues, los tres alumnos cantidades diversas. El primer paso es el de ordenar las cantidades en función del sistema decimal.



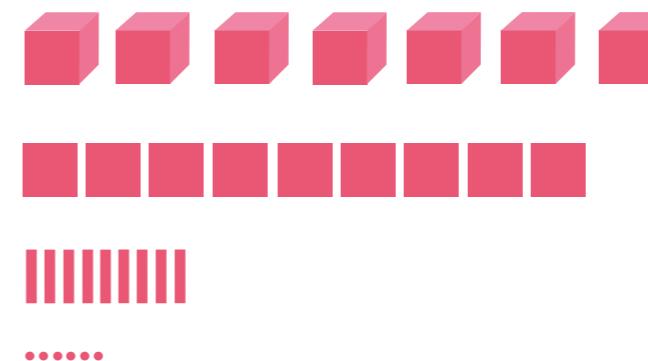
Se empieza por la distribución de las perlas sueltas. Según la ley del sistema decimal, no puede haber sueltas mas de nueve y como todas las perlas suman 16, formamos un bastón y sobran 6 perlas.



El siguiente paso es la distribución de los bastones, antes había 18 bastones pero se le ha de sumar el bastón obtenido anteriormente de las perlas, con el nuevo bastón suman 19. Se seleccionan diez bastones que constituyen un cuadrado, éste se une a los cuadrados que ya teníamos de modo que quedan 9 bastones restantes.



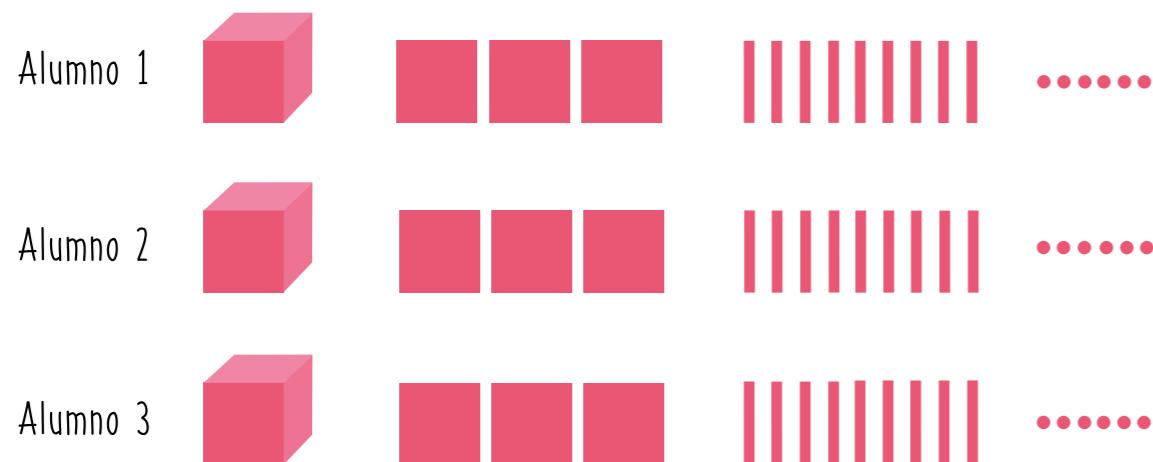
Finalmente el resultado obtenido ha sido: 7 cubos, 9 cuadrados, 9 bastones y 6 perlas, es decir, 7996.



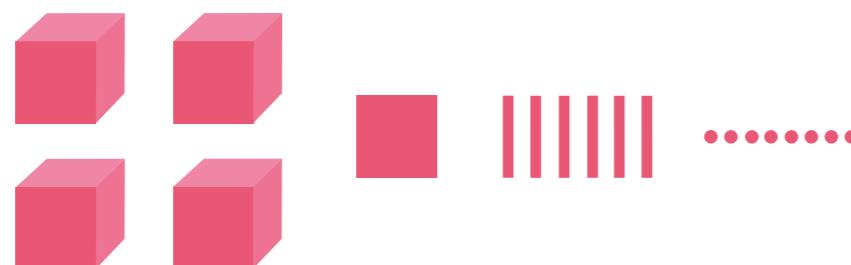
2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

La multiplicación y la resta

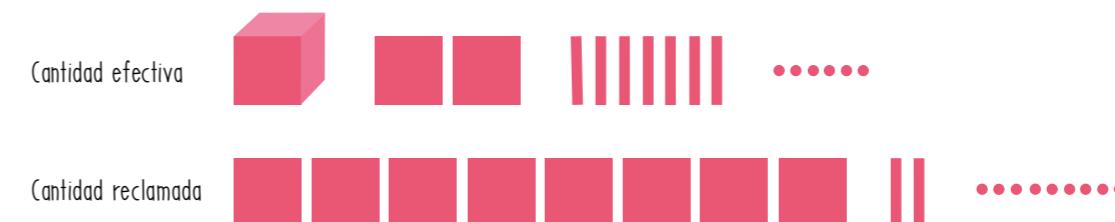
En el caso de la multiplicación, el método es el mismo. Suponemos que tres alumnos tienen cantidades iguales como por ejemplo: 1 cubo, 3 cuadrados, 9 bastones y 6 perlas y hubiera que juntarlo todo otra vez, se seguiría el mismo procedimiento.



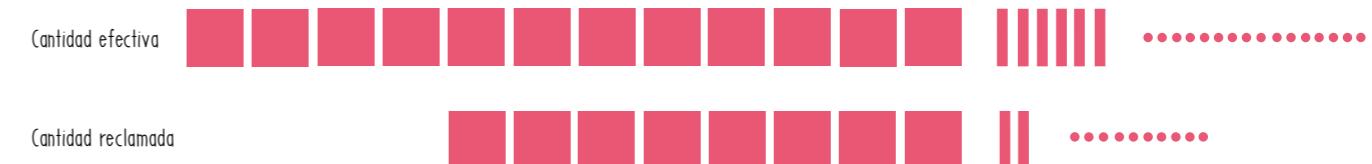
En primer lugar se reúnen todos los cubos, cuadrados y bastones. Del grupo de perlas sueltas se separan 10 para reunirse con la jerarquía superior. Un bastón se une a los otros veintisiete dejando solo ocho perlas. Los bastones son luego veintiocho y se aglomeran en dos cuadrados, sobrando ocho bastones. El último paso es juntar el último cuadrado obtenido a los diez que ya teníamos. Diez cuadrados de ellos se erigen en un cubo y pasan a la agrupación superior, quedando un solo cuadrado. Finalmente se ordenan todos los componentes obteniendo el resultado de 4188.



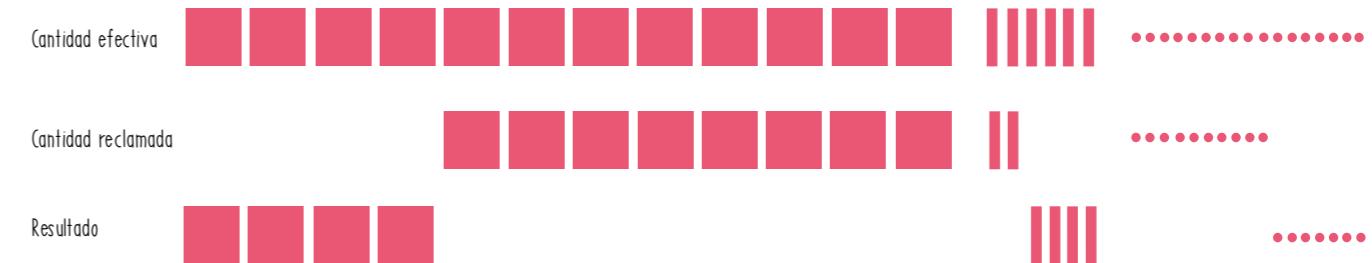
En el caso de la resta se muestra el lado inverso del sistema decimal, es decir, un grupo de jerarquía superior puede cambiarse por diez unidades inferiores. Supongamos que el número que representa la cantidad efectiva sea 1276 y que la cantidad reclamada sea 829.



Empezamos por las perlas, para obtener las nueve perlas, hay que tomar las que existen: seis. Y como quedan tres, hay que deshacer un bastón y obtener de este modo diez perlas sueltas. El mismo procedimiento se realiza con los cuadros.



Por lo tanto si tenemos 12 cuadrados y le quitamos 8, quedan 4 cuadrados. En cuanto a los bastones, tenemos seis bastones y restamos dos, por lo que quedan 4 bastones. Finalmente a las 17 perlas se le restan 10 y quedan 7 perlas. Por lo tanto el número obtenido es el de 447 perlas.



2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

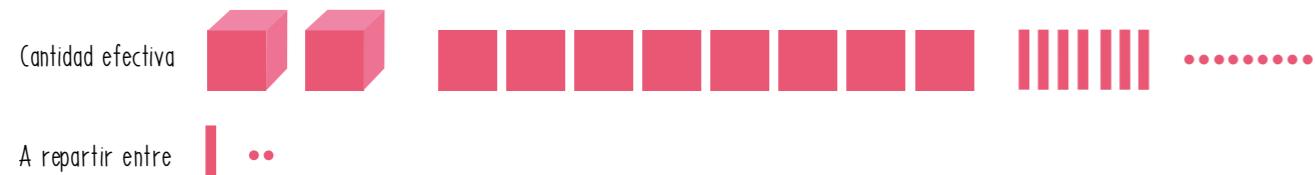
La división

La división se caracteriza por el hecho de que una cantidad dada, está dividida en partes iguales. Para el correcto entendimiento por parte del niño, la primera opción es presentarle de modo activo una división de una cantidad que tenga lugar entre varias personas. De modo que el material sea repartido a partes iguales uno por uno entre todas las personas seleccionadas. En el caso de usar el material empleado hasta ahora, seguiría el mismo procedimiento. Por ejemplo, si tenemos sobre la mesa la siguiente cantidad: 2 cubos, 6 cuadrados, 4 bastones y 8 perlas, es decir el número 2648. Dos niños han de dividirsela a partes iguales tomando cada uno la misma cantidad. Por lo tanto uno por uno irán repartiendo todos los elementos presentes de forma equitativa de modo que al final cada uno tenga la cantidad de 1324.

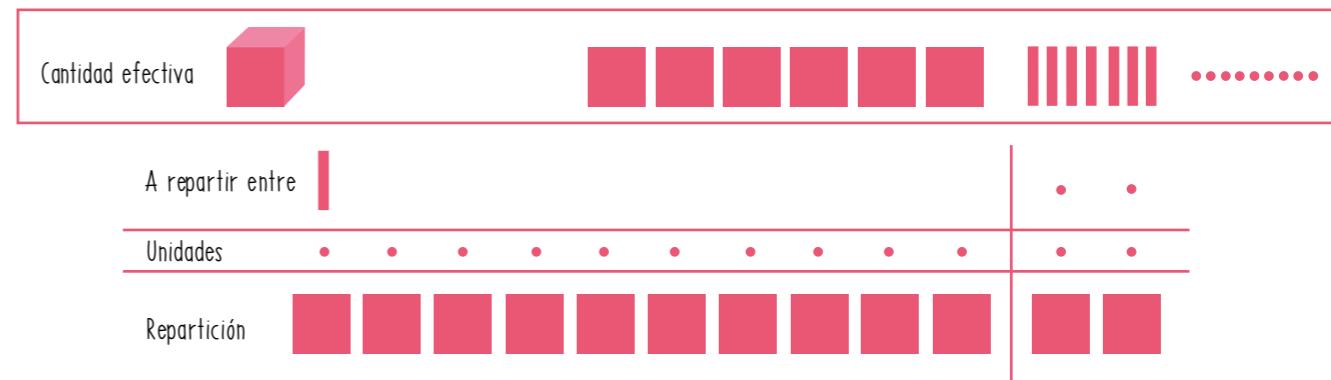
También en la división existe una sola cantidad efectiva, aquella que se divide, y el número que la representa se llama dividendo. El otro número, divisor, indica cuántas partes iguales debe subdividirse el dividendo. Al final de la operación se obtiene un número que representa a una de las partes de la cantidad primitiva, partes que son iguales entre sí y se denomina cociente. Es preciso que el niño entienda lo que representa el cociente.

En el caso de la división por varias cifras haciendo uso del material de perlas, el procedimiento será el siguiente. En la mesa se presenta la siguiente cantidad: 2 cubos, 8 cuadrados, 7 bastones y 9 perlas, es decir, 2879. Se propone a 12 niños coger su parte respectiva.

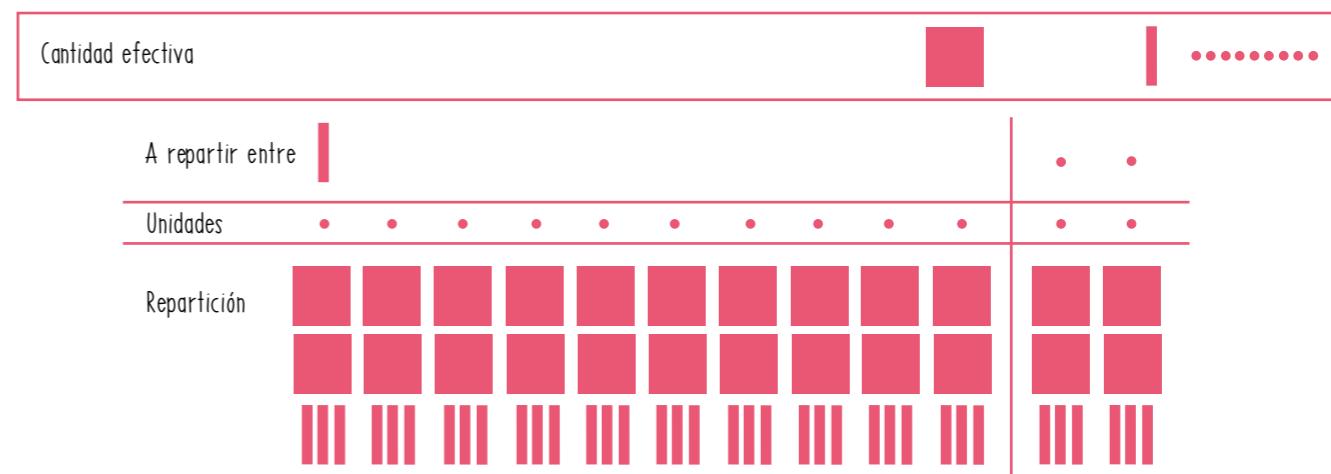
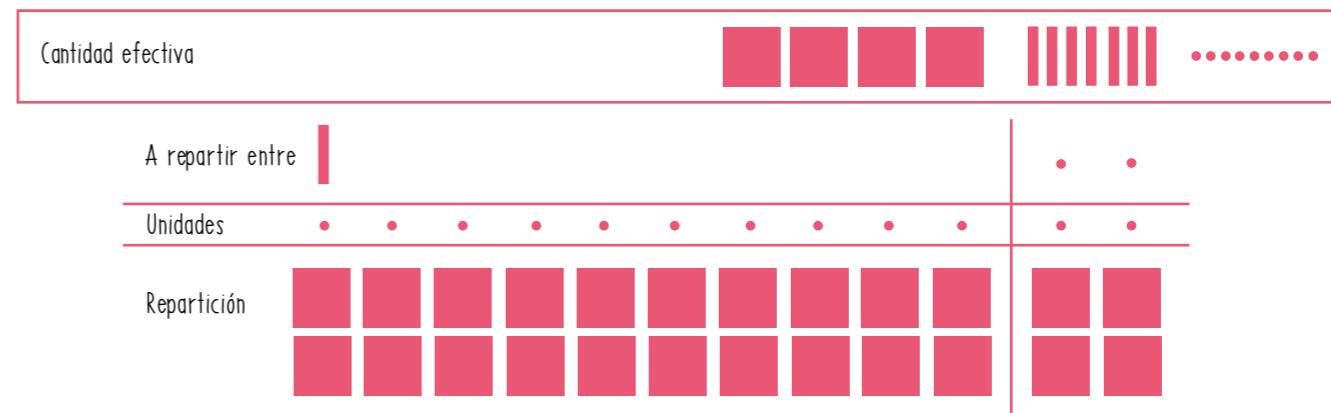
El primer paso es el de dividir los 12 niños en dos grupos, las decenas y las unidades.



El primer paso es el de repartir el primer cubo y los dos cuadrados entre el bastón y las dos unidades que tenemos.



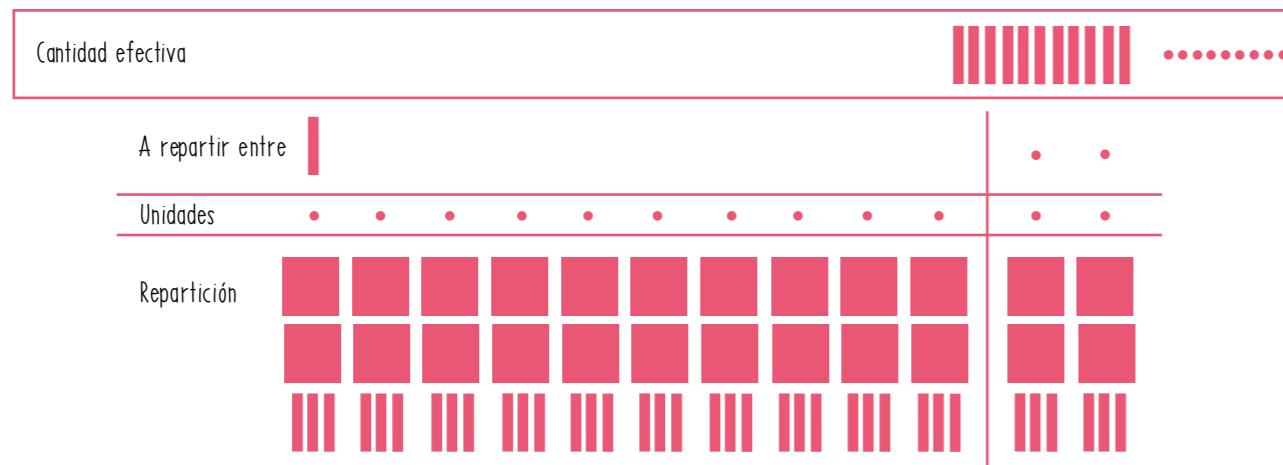
El segundo paso es el de hacer lo mismo con el cubo que queda y transformar los cubos restantes en bastones. Posteriormente se procede a la repartición de los mismos entre las unidades y decenas que tenemos.



2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

La división

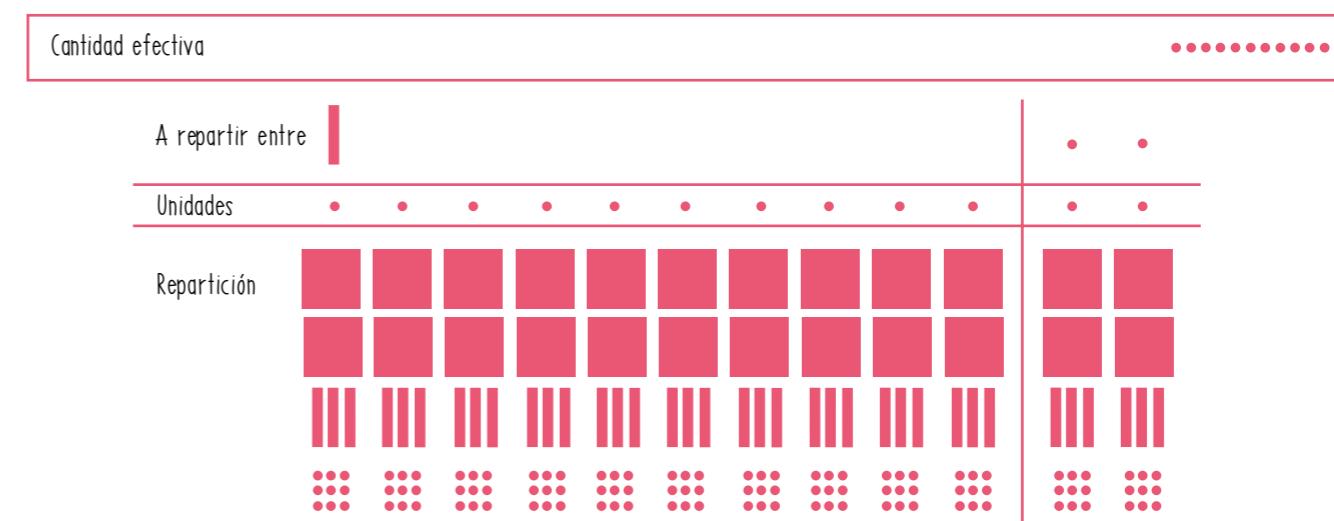
Nos ha quedado un cuadrado sin repartir, por lo tanto lo transformamos en diez bastones.



A continuación seguimos repartiéndolas, repartiendo un bastón en los decimales y dos unidades en cada ocasión. Se repite el mismo proceso hasta que ya no quedan unidades suficientes para repartir equitativamente.



Finalmente se observa el resultado obtenido, se han repartido 239 unidades por cada alumno y han sobrado 11 unidades, es decir, el cociente ha sido 239 y el resto ha sido 11 unidades.



Por lo tanto representando numéricamente; la operación es:

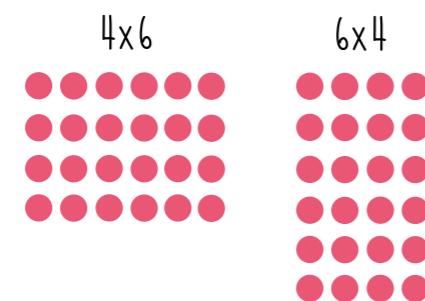
$$\begin{array}{r} 239 \\ 239 \\ 239 \\ 239 \\ 239 \\ 239 \\ 239 \\ 239 \\ 239 \\ 239 \\ \hline 2879 : 12 = 239 + 11 = 2879 \\ 239 \\ 239 \\ 239 \\ 239 \\ 239 \\ \hline \end{array}$$

2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

Las tablas de multiplicar

La multiplicación se caracteriza por ser la suma de cuyos términos (sumandos) son iguales entre sí, por lo tanto la repetición de la misma cantidad que se acumula. Otra característica es que repitiéndose el todo, se repiten las partes que lo componen. Y por último, se observa en la multiplicación que repitiéndose la misma cantidad, las partes pueden componerse en una forma rectangular. La segunda característica es de aspecto algebraico y la tercera geométrico.

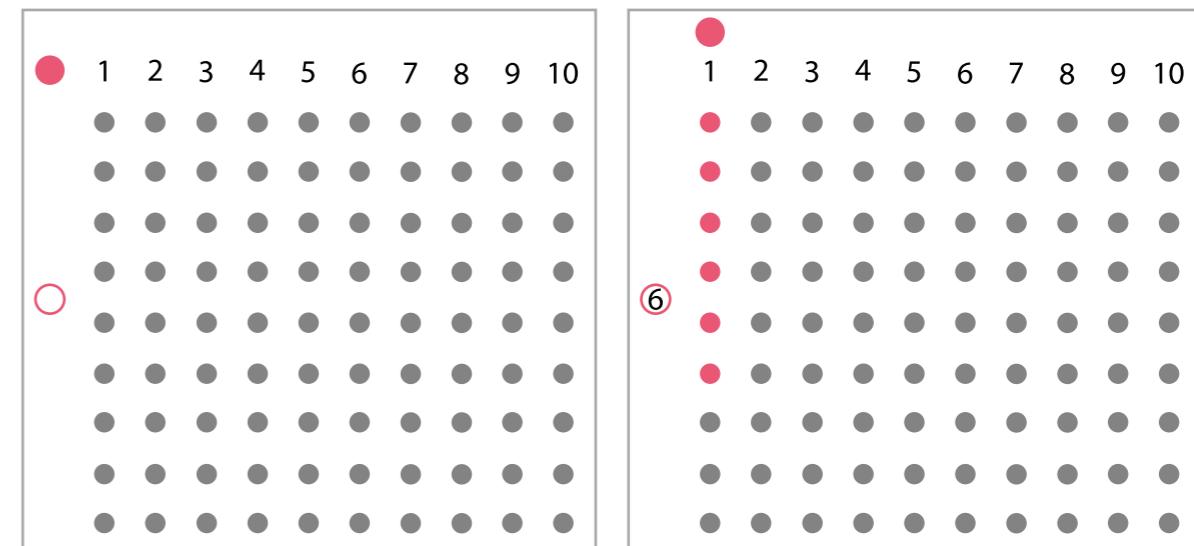
En el ejemplo de 6×4 y 4×6 la representación es distinta pero cuando se cuentan las unidades constitutivas de estos bastones, es decir, cuando se suman, se encuentran totales iguales. Este hecho se enuncia generalmente diciendo que “en la multiplicación el orden de los factores no altera el producto”.



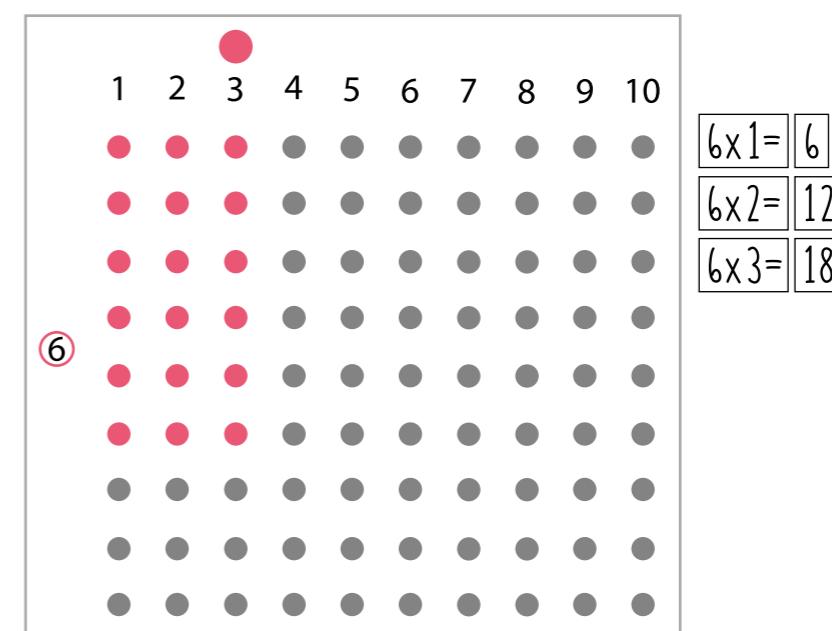
En el aprendizaje de las tablas de multiplicar es imprescindible la tabla de Pitágoras que consta de varias partes. La primera es un cartón cuadrado que tiene cien huecos en los cuales se puede colocar una perla. Encima, encabezando las columnas verticales se hallan impresos los números del uno al diez. A la izquierda puede encajarse un cartón que lleva escritos los números del uno al diez.

En la parte superior izquierda del tablero hay un hueco separado que sirve para colocar una ficha de color, que debe alternar su puesto siguiendo la operación. Acompaña al cartón una cajita que contiene cien perlas sueltas. Supongamos que se quiere multiplicar el 6 por la serie de números del 1 al 10, tendremos: 6×1 , 6×2 , 6×3 , 6×4 , 6×5 , 6×6 , 6×7 , 6×8 , 6×9 , 6×10 . Para ello se empieza por poner en el hueco de la izquierda el cartón con el número seis.

Posteriormente al multiplicar 6×1 , el niño hace colocar seis perlas bajo el número uno de forma vertical.



A su vez, el niño va colocando las piezas con las operaciones a la izquierda del tablero con su correspondiente resultado, de forma que a la vez que manipula las perlas y va sumando las cantidades, las va representando de forma escrita a su derecha, memorizando las operaciones y los resultados.

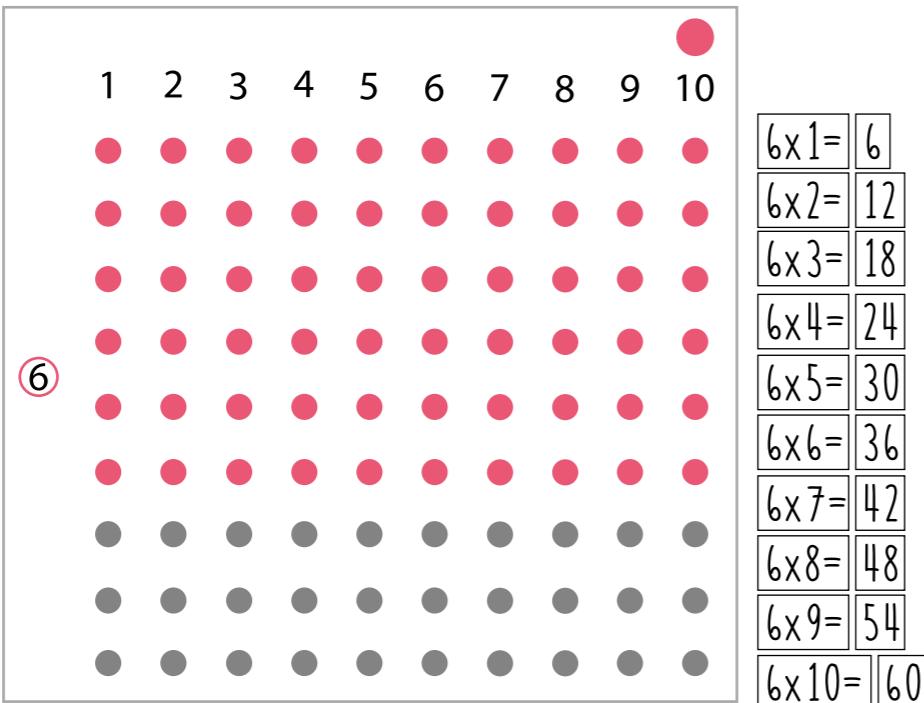


2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

Las multiplicación

Una vez completada la tabla de multiplicar del 6 y representada con los cartones de la derecha, el siguiente paso es el de hacer lo mismo con otros números, con el fin de ir aprendiendo las tablas de multiplicar y poder ir luego rellenando la tabla pitagórica final.

El niño posee ahora la tabla pitagórica como el resultado de muchos trabajos parciales y será fácil enseñarle a leerla. Podrá entonces rellenarla con los resultados obtenidos anteriormente y ir aprendiéndose de memoria los productos que van en los lugares vacíos.



Este proceso ayuda al niño tanto a la representación geométrica de los números escrita como a asimilar mejor las propiedades de la multiplicación y la memorización de las mismas.

| | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|
| $6 \times 1 = 6$ | $7 \times 1 = 7$ | $8 \times 1 = 8$ | $9 \times 1 = 9$ | $10 \times 1 = 10$ |
| $6 \times 2 = 12$ | $7 \times 2 = 14$ | $8 \times 2 = 16$ | $9 \times 2 = 18$ | $10 \times 2 = 20$ |
| $6 \times 3 = 18$ | $7 \times 3 = 21$ | $8 \times 3 = 24$ | $9 \times 3 = 27$ | $10 \times 3 = 30$ |
| $6 \times 4 = 24$ | $7 \times 4 = 28$ | $8 \times 4 = 32$ | $9 \times 4 = 36$ | $10 \times 4 = 40$ |
| $6 \times 5 = 30$ | $7 \times 5 = 35$ | $8 \times 5 = 40$ | $9 \times 5 = 45$ | $10 \times 5 = 50$ |
| $6 \times 6 = 36$ | $7 \times 6 = 42$ | $8 \times 6 = 48$ | $9 \times 6 = 54$ | $10 \times 6 = 60$ |
| $6 \times 7 = 42$ | $7 \times 7 = 49$ | $8 \times 7 = 56$ | $9 \times 7 = 63$ | $10 \times 7 = 70$ |
| $6 \times 8 = 48$ | $7 \times 8 = 56$ | $8 \times 8 = 64$ | $9 \times 8 = 72$ | $10 \times 8 = 80$ |
| $6 \times 9 = 54$ | $7 \times 9 = 63$ | $8 \times 9 = 72$ | $9 \times 9 = 81$ | $10 \times 9 = 90$ |
| $6 \times 10 = 60$ | $7 \times 10 = 70$ | $8 \times 10 = 80$ | $9 \times 10 = 90$ | $10 \times 10 = 100$ |

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 | 80 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |

2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

Las divisiones analizadas

Para la realización de una división larga, son necesarios tres materiales diferentes, el primero es una tabla perforada parecida a la tabla de la multiplicación, el segundo son cartones que contienen diferentes divisiones y números sueltos para resultados y el tercero son hojas de divisiones para ser escritas con los resultados.

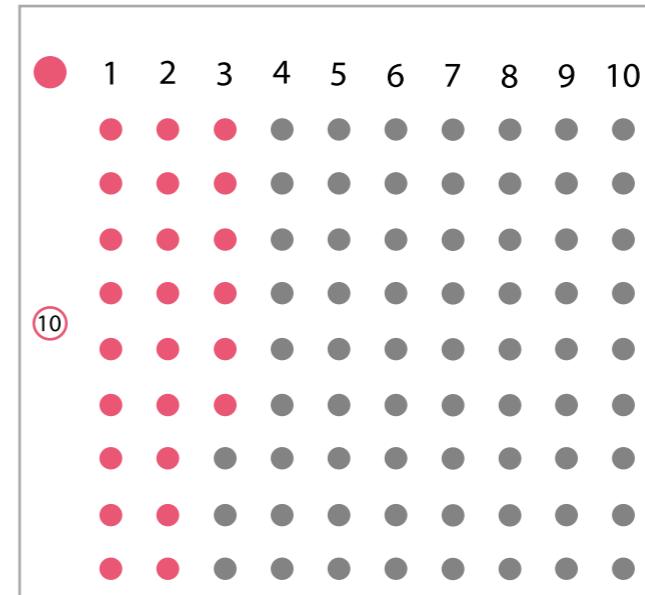
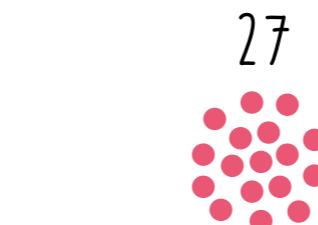
Tabla perforada

A 10x10 grid of gray dots. A red dot is at position (1,1) and a red circle is at position (2,2).

Hoja de divisiones

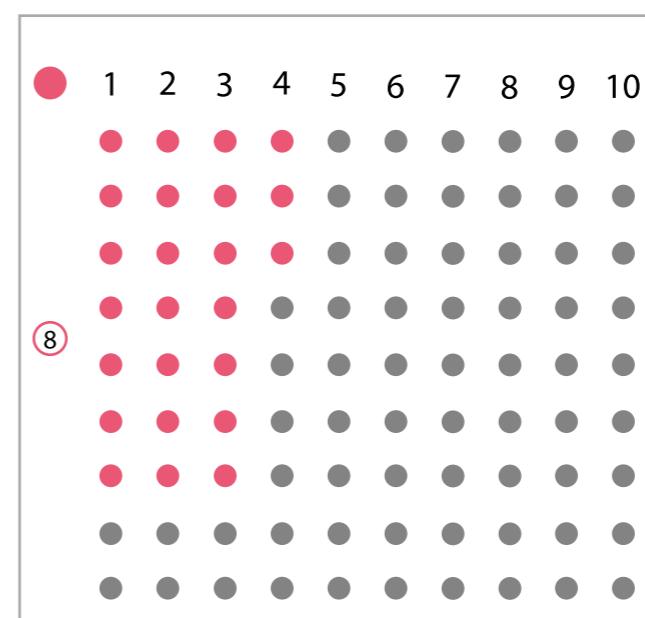
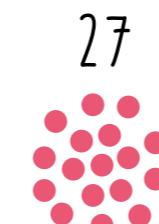
| División | Residuo |
|----------------------|----------|
| $__ : 1 = ___$ | $___$ |
| $__ : 2 = ___$ | $___$ |
| $__ : 3 = ___$ | $___$ |
| $__ : 4 = ___$ | $___$ |
| $__ : 5 = ___$ | $___$ |
| $__ : 6 = ___$ | $___$ |
| $__ : 7 = ___$ | $___$ |
| $__ : 8 = ___$ | $___$ |
| $__ : 9 = ___$ | $___$ |
| $__ : 10 = ___$ | $___$ |

Cartones ejercicios



| División | Residuo |
|---|---------------------|
| $\underline{\quad} : 1 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 2 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 3 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 4 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 5 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 6 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 7 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 8 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 9 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $27 : 10 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |

El procedimiento de la división es el siguiente: se toma al azar un número cualquiera de perlas del cuenco y se cuentan, supongamos que hay 27 perlas. El número 27 se escribe en el primer espacio en blanco de la hoja de las divisiones. Después, tomando el cartón cuadrado perforado y la caja de perlas, se procede a la división. Supongamos que se trata de dividir 27 entre 10. Pondremos primero diez perlas al lado, debajo del 1; luego otra columna de diez perlas al lado, debajo del 2. Para completar la columna que vamos a poner debajo del 3 no hay bastantes perlas, pues no quedan más que 7. Entonces el 2 se escribe en la línea horizontal, después del 10, y a su derecha en la columna de residuos se escribe la cifra 3.



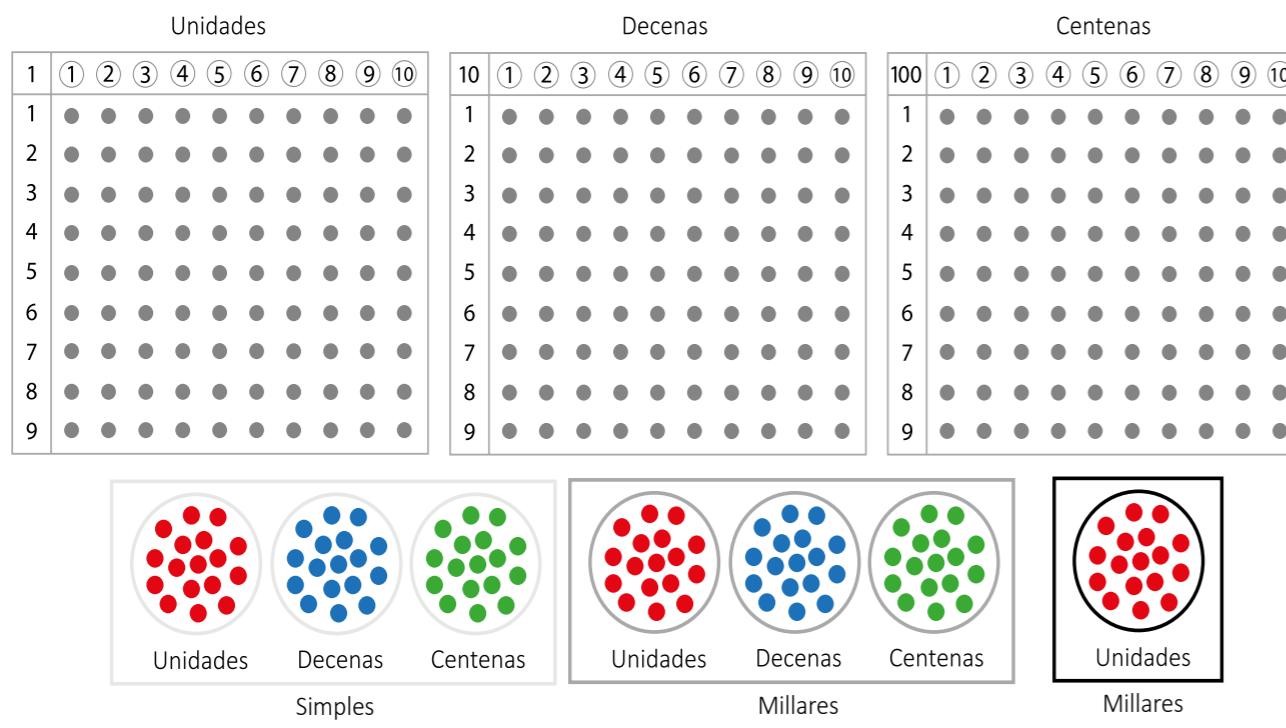
| División | Residuo |
|---|-----------------------|
| $\underline{\quad} : 1 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 2 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 3 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 4 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 5 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 6 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $\underline{\quad} : 7 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $27 : 8 = \underline{\quad} 3$ | $\underline{\quad} 3$ |
| $\underline{\quad} : 9 = \underline{\quad}$ | $\underline{\quad}$ |
| $27 : 10 = \underline{\quad} 2$ | $\underline{\quad} 7$ |

2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

Las división analizada

En el material Montessori denominado tablero de la división, las cantidades están representadas simbólicamente. Los colores ayudan a diferenciar las posiciones como en el caso de la multiplicación, las perlas rojas representan las unidades, las perlas azules las decenas y las perlas verdes las centenas. Como la división es por excelencia la operación en la que precisa siempre separar, se utilizan diferentes cuencos de colores para diferenciar los distintos niveles numéricos: tres cuencos blancos para las unidades simples, tres cuencos grises para los millares, y un cuenco negro para el de los millones.

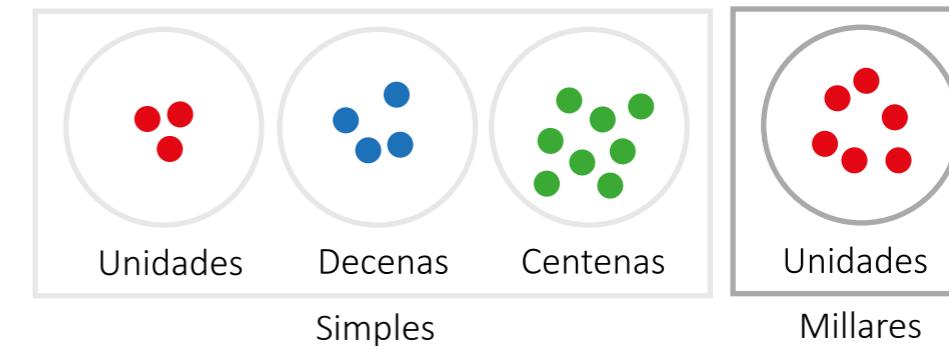
Se distinguen varias tablas para la división, cada tabla corresponde a una cifra, unidades, decenas y centenas. En la parte superior de cada tabla hay una franja de nueve números escritos y a su vez agujereados dando la posibilidad de colocar bolos sobre ellos, los bolos sirven para ayudar al niño a tener presente todo el rato el número con el que está operando. En el lado vertical izquierda de la tabla, están señalados en negro los números del 1 al 9.



Si el divisor se compone de más de una cifra, es cuando se precisan otras tablas que se colocan horizontalmente. Las tablas se colocan una junto a la otra para que parezca mas claro que se van distribuyendo todos los grupos representados.

Vamos a proceder a realizar una división, como por ejemplo 6843:5. Se comienza la operación colocando en la fila horizontal un platillo gris y tres blancos. Se van depositando en los cuencos las perlas necesarias; 6 perlas rojas en el de los millares, 8 perlas verdes en las centenas, 4 perlas azules en las decenas y 3 perlas rojas en las unidades. El divisor se prepara después con los cinco bolos colocados en el cuadro de distribución.

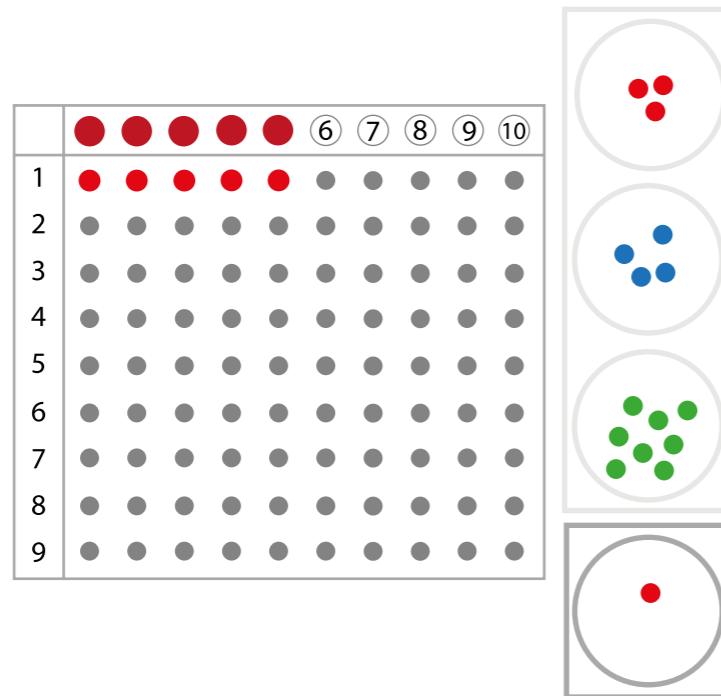
| | | | | | | |
|---|-----------|---|---|---|---|----|
| | ● ● ● ● ● | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | ● ● ● ● ● | | | | | |
| 2 | ● ● ● ● ● | | | | | |
| 3 | ● ● ● ● ● | | | | | |
| 4 | ● ● ● ● ● | | | | | |
| 5 | ● ● ● ● ● | | | | | |
| 6 | ● ● ● ● ● | | | | | |
| 7 | ● ● ● ● ● | | | | | |
| 8 | ● ● ● ● ● | | | | | |
| 9 | ● ● ● ● ● | | | | | |



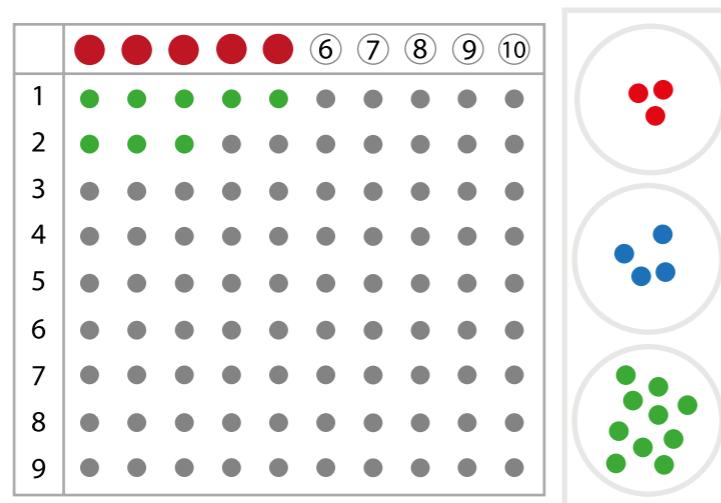
2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

Las división analizada

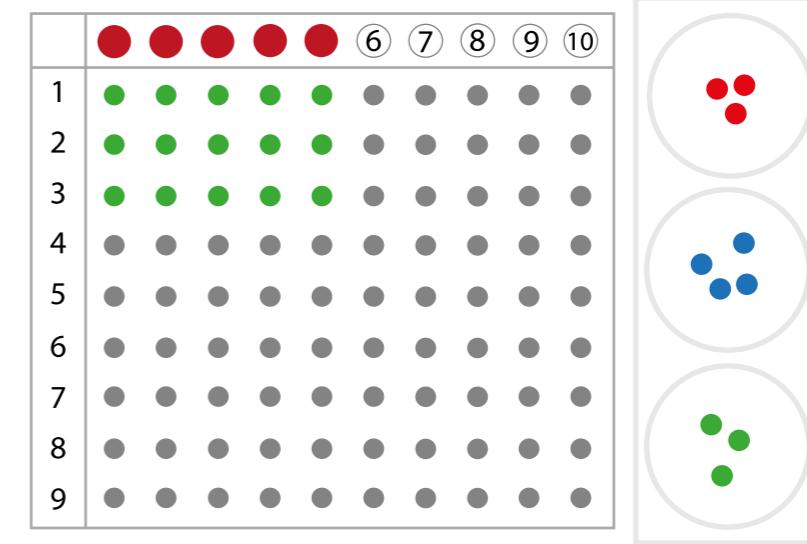
Cada vez que se concluya la división parcial, se retirarán las perlas y se volverá a comenzar el mismo proceso. En primer lugar se reparten las unidades del millar debajo de cada uno de los bolos señalados.



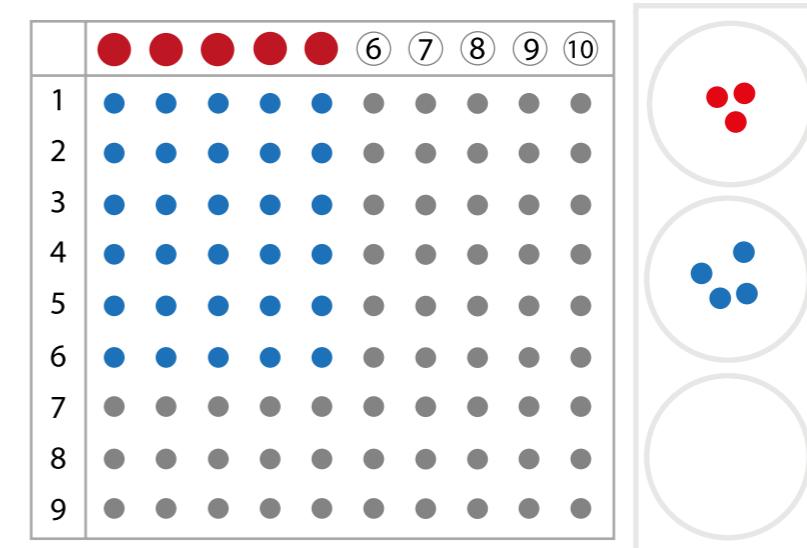
Se realiza el mismo procedimiento con las centenas y se transforma la unidad de millar que ha quedado restante en 10 perlas de las centenas.



Por lo tanto la tabla queda de la siguiente forma:



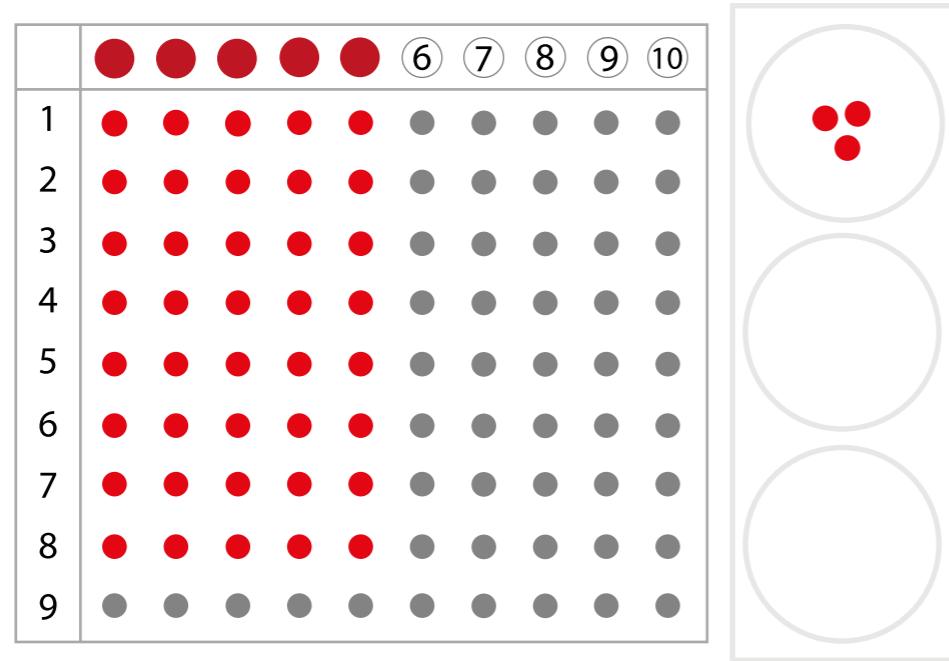
Se realiza el mismo procedimiento con las decenas, cambiando las centenas que han quedado sobrantes por decenas a repartir.



2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

Las división analizada y potencias

Finalmente se reparten las unidades y vemos que quedan 3 perlas restantes que compondrán el resto de la división.



Las cifras obtenidas sucesivamente para el cociente han sido:

$$1^{\text{a}} \text{ división} \quad 6000 : 5 = 1000$$

$$2^{\text{a}} \text{ división} \quad 1800 : 5 = 300$$

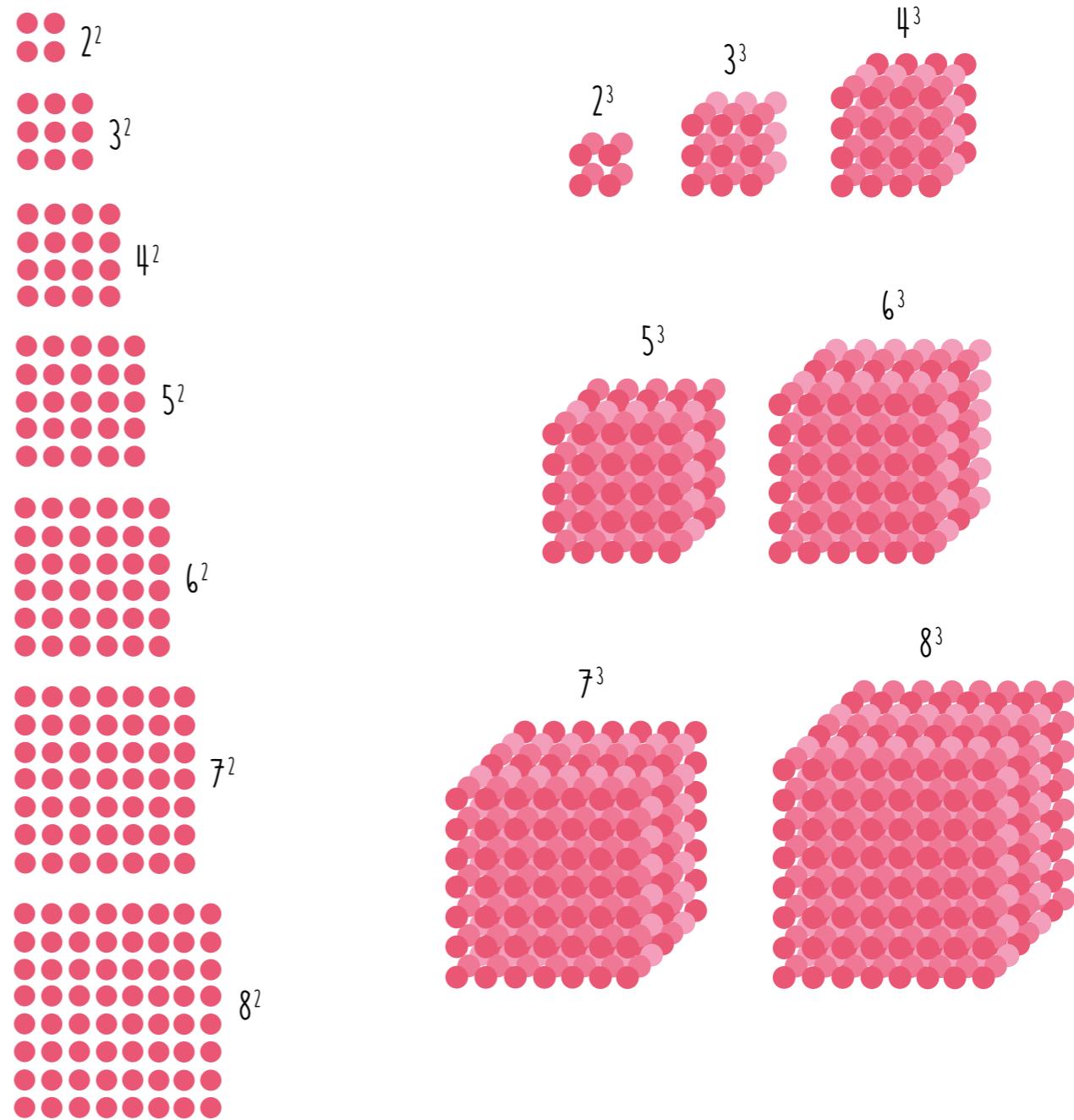
$$3^{\text{a}} \text{ división} \quad 240 : 5 = 60$$

$$4^{\text{a}} \text{ división} \quad 43 : 5 = 8$$

Cociente: 1368

Resto: 3

Un modo de agrupar los números consiste en repetirlos tantas veces como números de unidades contienen, constituyendo de este modo un cuadrado, como hemos visto en el sistema decimal de las tablas de multiplicar. Dicho producto repetido otras tantas veces da un segundo resultado: el cubo de los números.



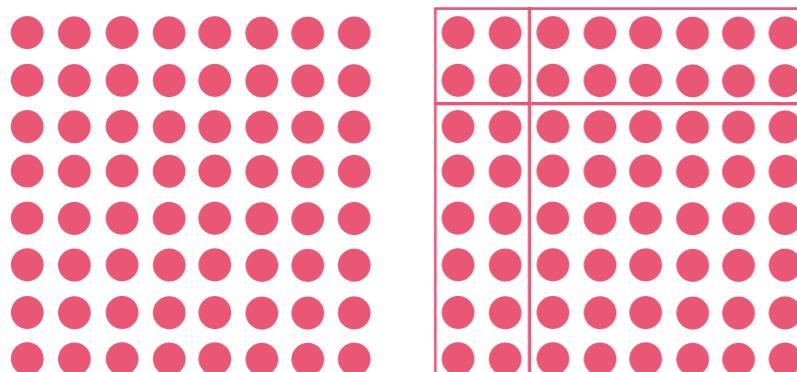
2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

Cuadrados

Para el cálculo de cuadrados de la suma de dos números diferentes, existe un método con las perlas muy sencillo. Supongamos que se quiere calcular el cuadrado de $(2 + 6)$.



Se utiliza la tabla perforada sin números en la parte superior ni izquierda. Se colocan tanto verticalmente como horizontalmente la suma de los dos números y se realiza la multiplicación de los mismos. Se observa así trazando unas líneas imaginarias que el cuadrado obtenido contiene los cuadrados de los números 2 y 6 que se encuentran a lo largo de la diagonal. El espacio remanente se llena con las disposiciones rectangulares de perlas correspondientes a los productos de las dos partes entre si: 6×2 .

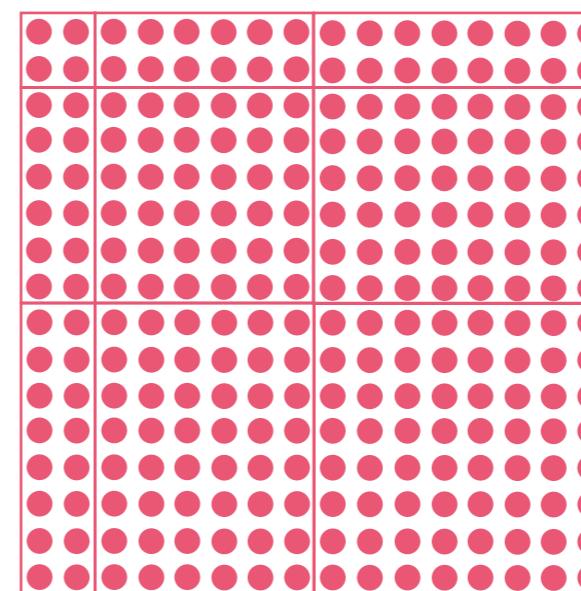


Se observa así un patrón que se mantiene ante cualquier cálculo del cuadrado de la suma de dos números, la fórmula obtenida es la siguiente:

| | |
|--------------|--------------|
| a^2 | $b \times a$ |
| $a \times b$ | b^2 |

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

El cálculo $(a+b)^2$ se denomina binomial e indica las partes en que se halla dividida la línea entera. Las dos partes forman un solo todo y por ello se encierran dentro de un paréntesis. He aquí un cuadrado con el lado dividido en tres partes. Supongamos que se quiere realizar el cálculo de $(2+6+8)^2$. El resultado es parecido al anterior y se obtiene otra fórmula de la observación de las partes del cuadrado.



| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| 2^2 | 2×6 | 2×8 |
| 6×2 | 6^2 | 6×8 |
| 8×2 | 8×6 | 8^2 |

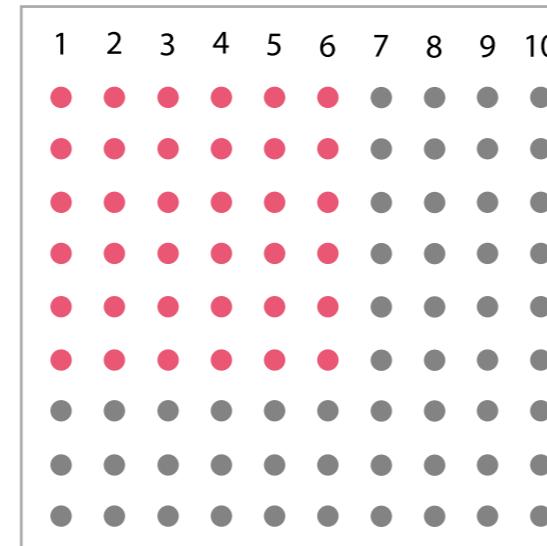
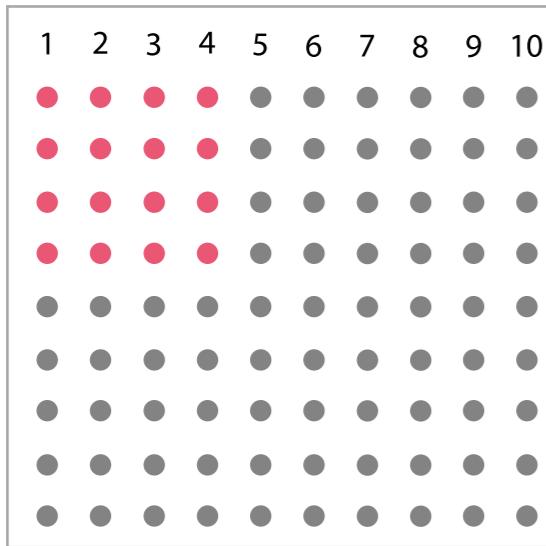
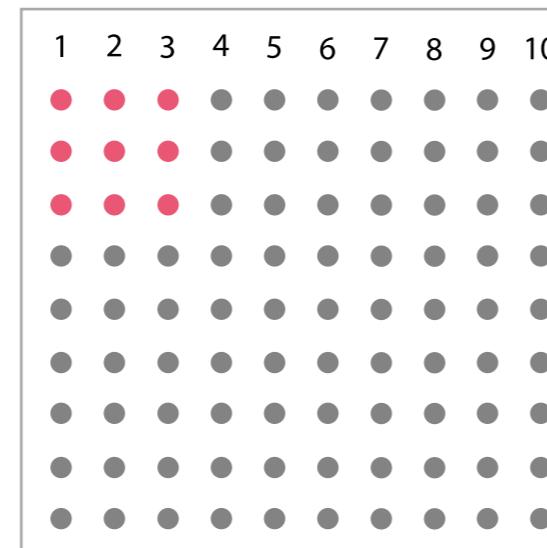
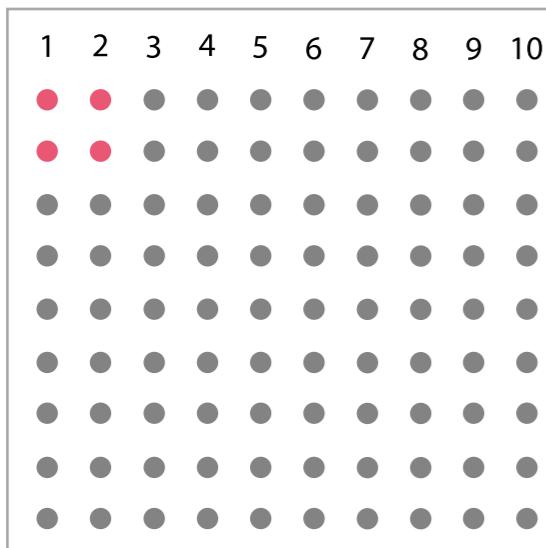
| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| a^2 | $a \times b$ | $a \times c$ |
| $b \times a$ | b^2 | $b \times c$ |
| $c \times a$ | $c \times b$ | c^2 |

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

Raíz cuadrada

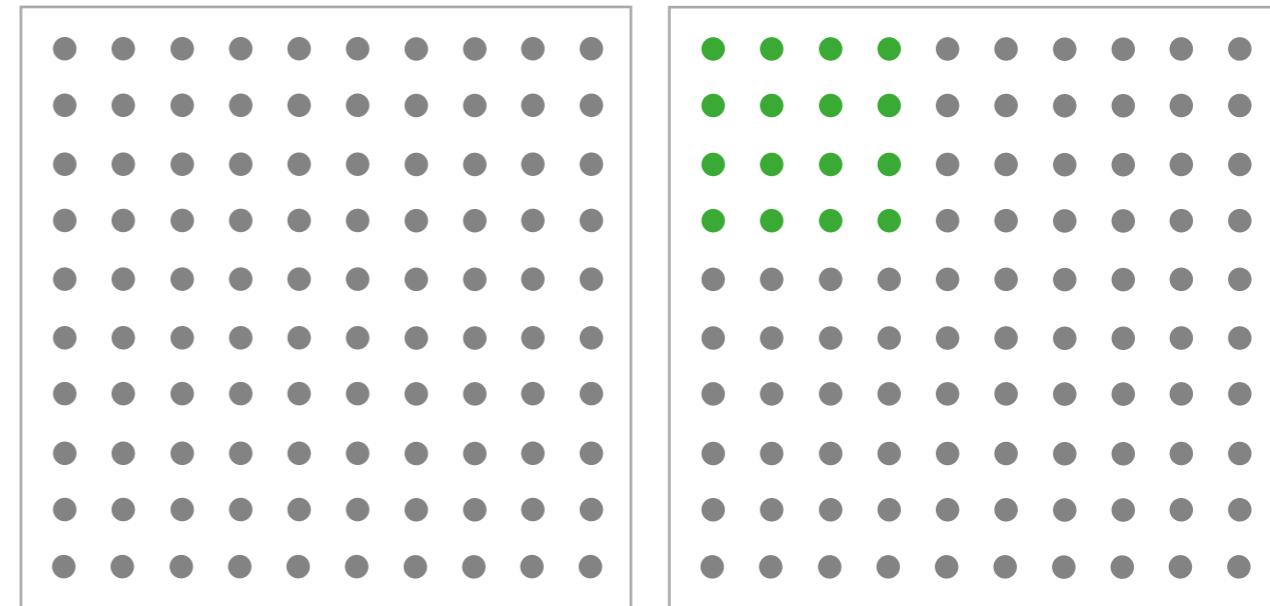
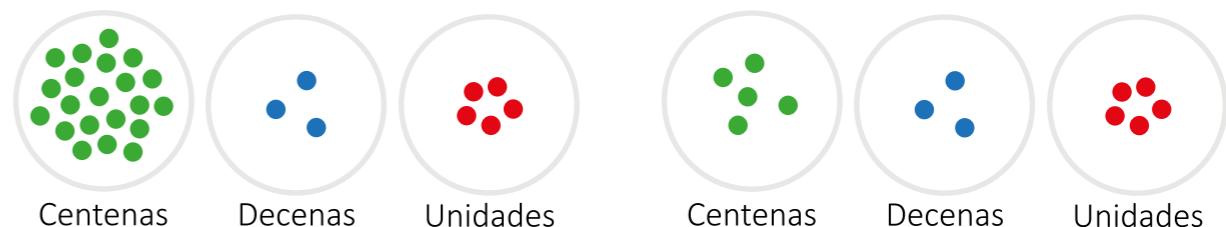
Para calcular raíces exactas de números sencillos, se toma la tabla perforada y se escoge el número, como por ejemplo el 36. A continuación se van colocando las perlas formando cuadrados cada vez mayores colocando las perlas angularmente mientras sigamos teniendo perlas disponibles.



Colocando las perlas en disposiciones sucesivas se alcanza, como indica la figura, al cuadrado de 6. La raíz está indicada por el número de los colocados en la parte superior, en este caso 6.

Con el uso de las perlas también se puede proceder a la obtención de la raíz cuadrada de un número grande, por ejemplo el 2136. Teniendo éste dos grupos de dos cifras, tiene un raíz de dos cifras, de los cuales el grupo más alto, las 21 centenas, dará la primera cifra de la raíz. Es necesario tener delante un cuadrado tipo contenido en aquellos límites.

Cuando se procede a operar, se usa en primer lugar el cuenco de las centenas. Se van disponiendo cada una de las perlas sobre el tablero tratando de construir un cuadrado siempre mayor, mediante colocación angular de las perlas disponibles.

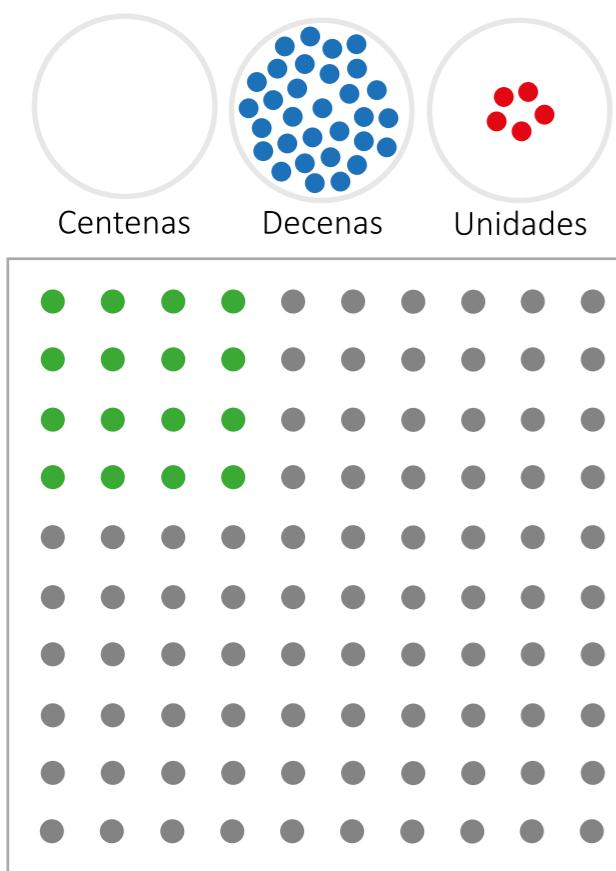


Así se llega a construir un cuadrado de 4 y queda un resto de 5 perlas, las cuales cambiaremos por 50 perlas en las decenas.

2.8 PSICOARITMÉTICA MONTESSORI

Raíz cuadrada

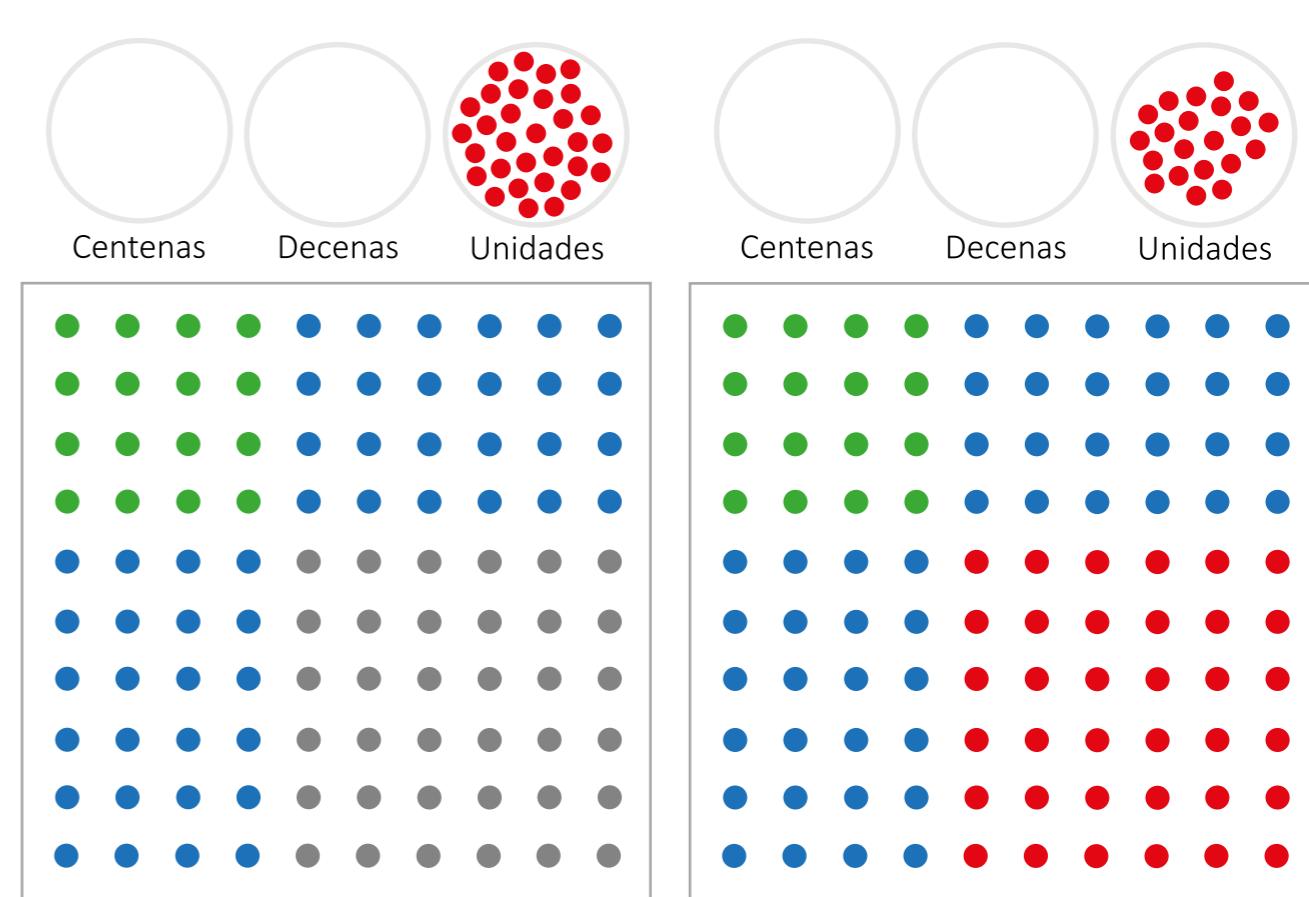
Las perlas de las decenas van ahora distribuidas en dos grupos a lo largo de los lados interiores de la figura jefe, es decir, 4 a un lado y 4 al otro. Se continua de este modo la formando filas de 4 perlas hasta que en el cuenco no queden suficientes perlas para completar las dos filas.



Al llegar a las seis filas por ambos lados, quedan aún 5 perlas en el cuenco de las decenas que constituyen el residuo. Estas 5 perlas de las decenas las transformaremos en 50 perlas en las unidades. La segunda cifra de la raíz es 6 y así se puede decir ya que la raíz cuadrada del número 2136 es 46,... lo que en cifras se escribe así:

$$\sqrt{2136} = 46$$

Aunque sepamos ya el resultado de la raíz, la operación no ha concluido. Se debe completar rellenando la parte complementaria del cuadrado constituida por las unidades. Solamente después de llenar dicho espacio residual entero sabremos si tenemos la cantidad suficiente. Si no se pudiera efectuar dicho relleno, habría que disminuir la raíz. Completando la operación sabremos si la raíz es exacta y si del número queda un resto.



Las perlas han sido suficientes para cubrir el cuadrado de las unidades y en el platillo queda un residuo de 20 unidades. El resultado definitivo es pues 46 con un resto de 20.

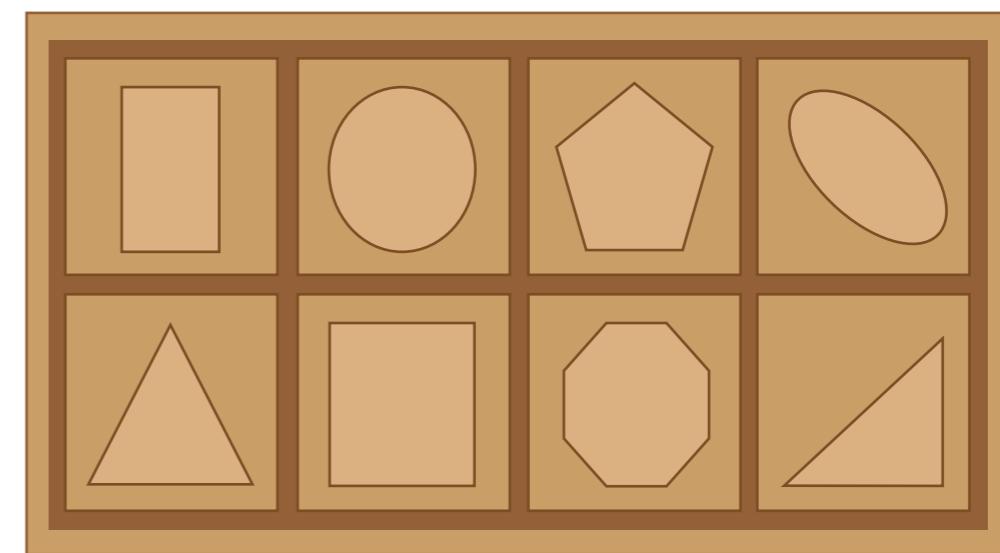
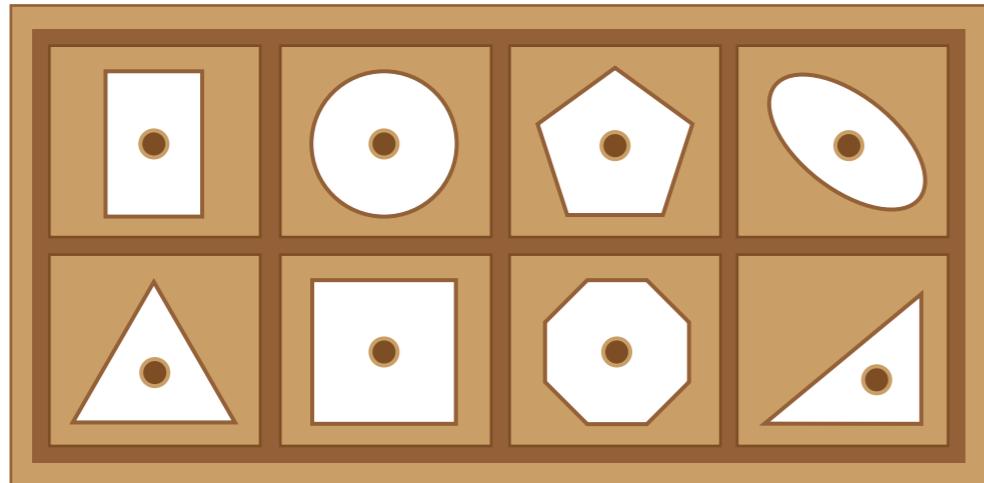
2.9 PSICOGEOMETRÍA MONTESSORI

Generalidades

En el desarrollo de la geometría en la mente infantil el objetivo es que el niño ordene las imágenes, establezca la diferenciación entre los objetos y comience la coordinación de movimientos. Por lo tanto el primer material que se presenta a los cuatro años proporciona al niño la primera representación sensorial de la forma geométrica, este material es denominado moldes geométricos. Se trata de una forma geométrica que se puede encajar perfectamente en un marco. Cada plancha solo ajusta en su marco correspondiente y el ejercicio conduce a una comparación constante entre las formas y a un control material sobre sus igualdades y diferencias.

Al utilizar este material el niño deberá seguir con el tacto todo el contorno de la plancha geométrica y después el contorno de la oquedad correspondiente al marco. El niño podrá reconocer al tacto la forma del contorno y establecer la relación de identidad que se presenta entre el de la plancha y el hueco del marco. El niño deberá colocar una serie de planchas en sus marcos correspondientes.

El marco donde se encajan las formas geométricas es importante ya que el niño obtiene del mismo material un control del error que le permite actuar solo en los ejercicios educativos.



2.9 PSICOGEOMETRÍA MONTESSORI

Introducción al periodo elemental

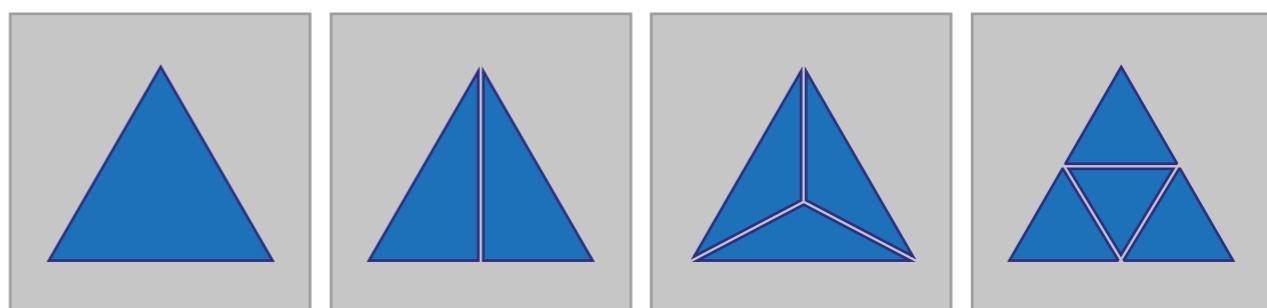
La intención es proporcionar al alumno un material que demuestre de un modo claro y concreto lo que se enseña de un modo abstracto en las escuelas comunes. Se ofrecen a los niños objetos materiales de figuras geométricas capaces de demostrar con la comparación entre ellas relaciones evidentes. Este aprendizaje estimula la íntima actividad del espíritu, porque el ojo ve y la mente adivina cosas que un maestro no sabría transmitir a una inteligencia no madura.

El siguiente material Montessori utilizado para el estudio de la geometría son las figuras hechas de hierro. Cada figura está una pintada de un color diferente y con una dimensión fundamental, 10 cm. Las figuras presentadas son las siguientes y están provistas de un marco de hierro con forma cuadrada:

- | | |
|--|-----------------------------------|
| 1. Triángulo equilátero (10 cm lado) | 8. El triángulo de lados curvos |
| 2. Un octógono | 9. Una flor en base a un cuadrado |
| 3. Una flor construida sobre sus ángulos | 10. Un trapecio |
| 4. El cuadrado (10 cm) | 11. Un pentágono |
| 5. El rectángulo (10x5 cm) | 12. Una elipse |
| 6. Círculo (10 cm diámetro) | 13. Un rombo |
| 7. Círculo pequeño (5 cm diámetro) | 14. Un óvalo |

El material básico se basa en tres figuras; el triángulo equilátero, el cuadrado y el círculo. Existen dos tipos de marcos, con fondo y sin fondo, los marcos con fondo sirven de soporte para las figuras y la base es constante para referencias, en cambio los marcos sin fondos permiten al niño dibujar la figura sobre un papel siguiendo el contorno del marco.

En primer lugar se utiliza el marco con fondo. Cada una de las figuras citadas posee figuras mas pequeñas en las que se divide, las cuales pueden acoplarse al marco y acabar formando la figura original. Las subdivisiones sirven para reconstruir el triángulo dentro de un marco igual al del triángulo completo. Así pues, el niño podrá acoplar dos mitades, dos tercios o cuatro cuartos del mismo triángulo y aprender así el concepto de fracción. Lo mismo sucede con el cuadrado y el círculo.



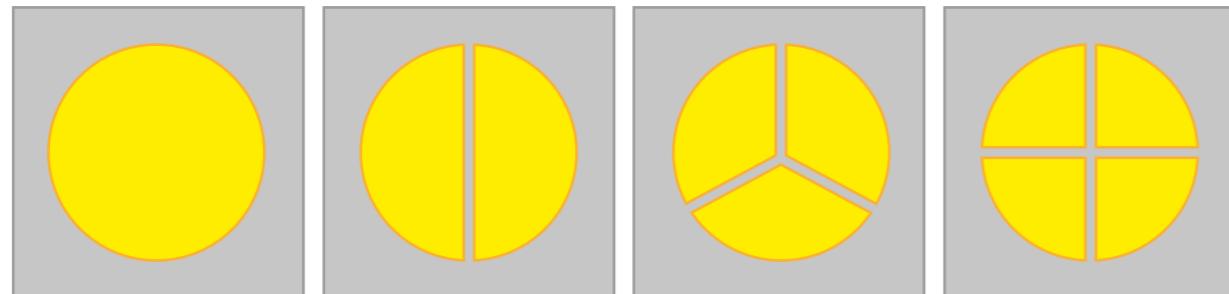
Si cogemos el triángulo equilátero dividido en dos partes, vemos que cada una de ellas es un triángulo rectángulo. La línea sobre la cual se unen, va perpendicularmente desde el vértice a la base. Esta es la altura del triángulo. Como los dos triángulos rectángulos son iguales y también sus líneas de base son iguales, cada una, pues, es la mitad de la base del triángulo equilátero.

La altura del triángulo es aquella línea que va perpendicularmente del vértice a la base y constituye con la base dos ángulos rectos. En el triángulo equilátero, la altura divide a la base en dos partes iguales.

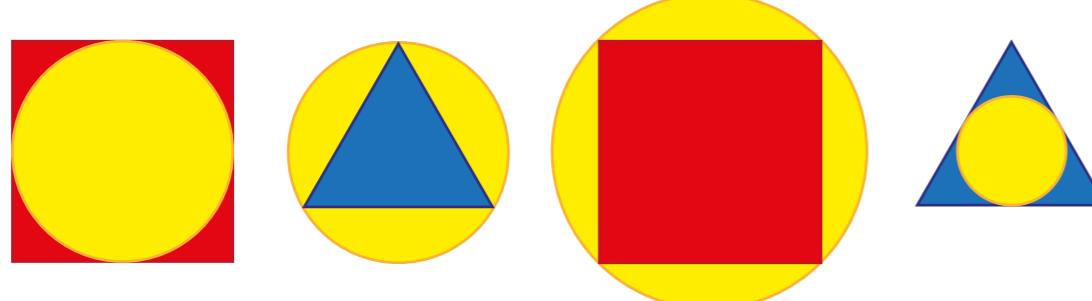
2.9 PSICOGEOMETRÍA MONTESSORI

Introducción al periodo elemental

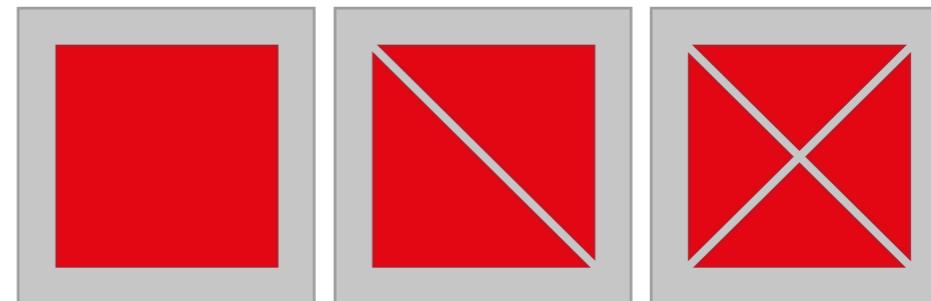
El material del círculo dividido en partes proporciona un estudio objetivo de las fracciones porque pueden ser rellenados con sectores de varias dimensiones. A la vez también ayuda en el aprendizaje y evaluación de los ángulos de las figuras geométricas.



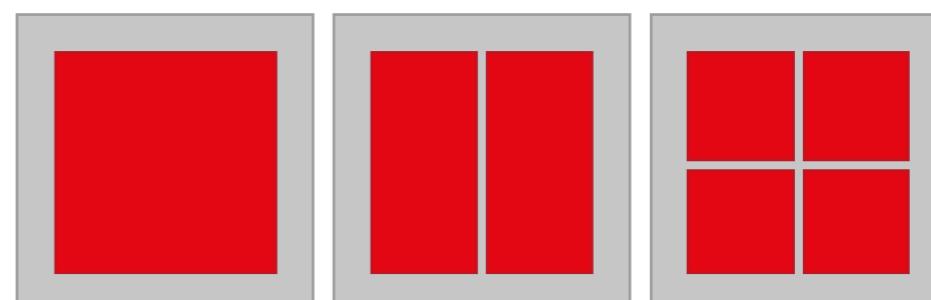
Los círculos grande y pequeño pueden inscribirse en figuras determinadas por el triángulo equilátero o el cuadrado. El cuadrado y el triángulo también pueden inscribirse dentro del círculo grande o pequeño.



El cuadrado se divide en dos partes y después cada una de éstas en otras dos, y así sucesivamente, de modo que el cuadrado original quede dividido sucesivamente en dos, cuatro, ocho y dieciséis partes. Pero estas divisiones se hacen en dos formas. En la primera queda el cuadrado subdividido siempre en triángulos, mientras que en la segunda, en cambio, queda subdividido en cuadriláteros.



En el primer caso, los triángulos se unen a lo largo de una línea que yendo del vértice de un ángulo al del opuesto divide toda la figura del cuadrado. El cuadrado de cuatro partes está dividido por dos líneas que atraviesan el cuadrado de un vértice al opuesto.

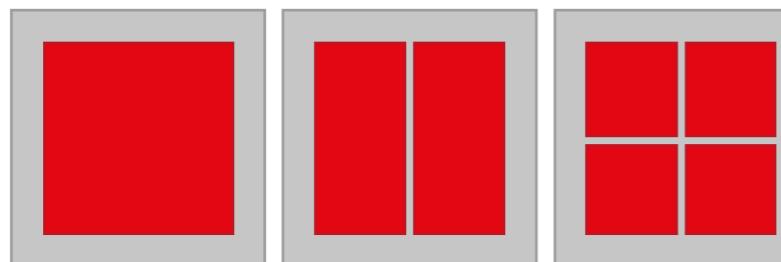


En el segundo caso, la primera división da lugar a dos rectángulos iguales entre sí. La linea sobre la cual coinciden en el interior de los lados mayores se denomina mediana. En el caso del cuadrado dividido en cuatro partes se tratan de cuadrados menores.

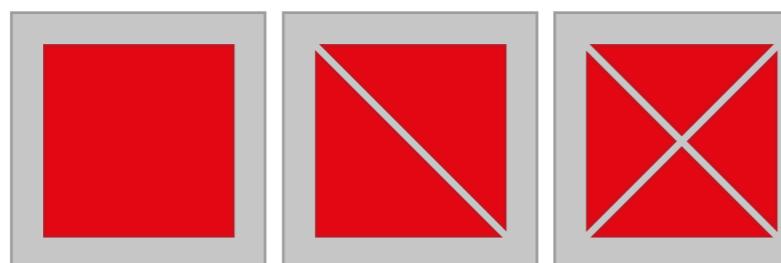
2.9 PSICOGEOMETRÍA MONTESSORI

El cuadrado

El segundo cuadrado está dividido en dos rectángulos iguales, cada rectángulo es la mitad del cuadrado como valor. Los dos rectángulos son iguales entre sí, se pueden superponer y se comprueba su identidad: todos los ángulos y todos los lados se corresponden. En la división del cuadrado en cuatro partes cada uno de estas partes es la mitad del rectángulo anterior, lo cual es evidente y se puede comprobar. El resultado de los cuatro es el cuadrado grande, en cambio el valor de cada cuadrado es la cuarta parte. Las figuras que tienen distinto valor, pero la misma forma, se denominan semejantes.



En el caso del cuadrado dividido por diagonales, los dos primeros triángulos resultan iguales entre sí y el valor de cada uno es la mitad del cuadrado. En la división de cuatro partes, cada uno de los triángulos tiene el valor de la mitad del triángulo precedente, la cuarta parte del cuadrado.



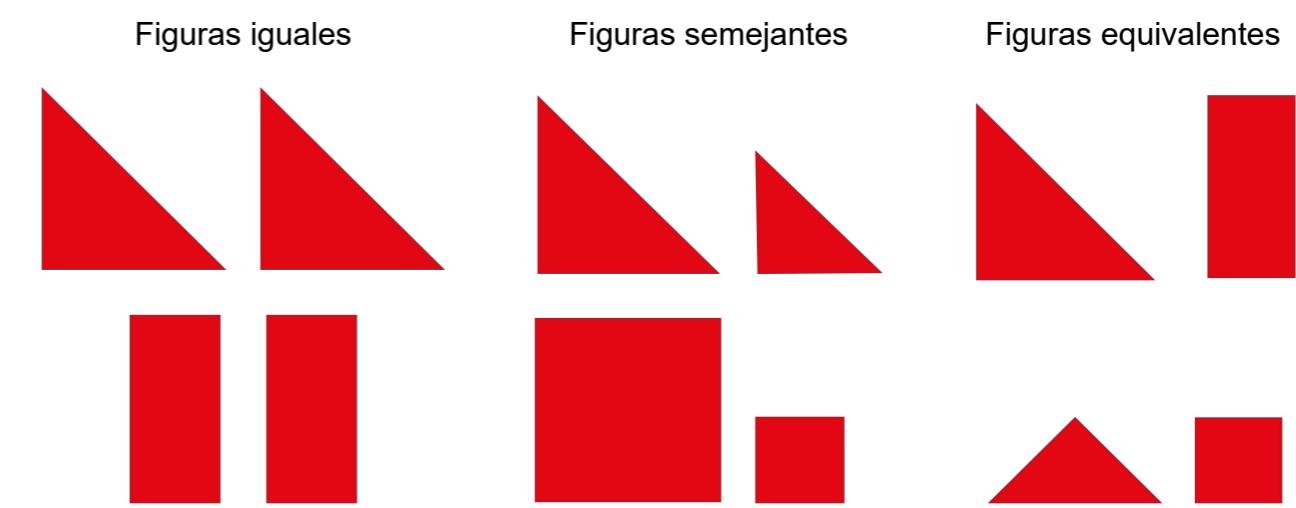
Para encontrar semejanzas en los triángulos, se superponen los ángulos mayores y se da uno cuenta de que dicho angulo es igual y recto y puede adaptarse a los ángulos del marco del cuadrado. Por lo tanto aquellos triángulos que tienen un ángulo igual y los lados adyacentes iguales entre sí, son semejantes.

Existe una serie de figuras cuadrangulares y triangulares que tienen una correspondencia entre sí; el valor respecto al cuadrado del cual derivan. El cuadrado grande originado por la primera subdivisión siguiendo una mediana, es la mitad del cuadrado grande. Y el triángulo que resulta de la primera subdivisión siguiendo una diagonal, es también la mitad del cuadrado.

Ambos tienen pues el mismo valor, aun cuando sus formas sean tan diversas que, sin este razonamiento, no se encontraría relación alguna entre ellos.



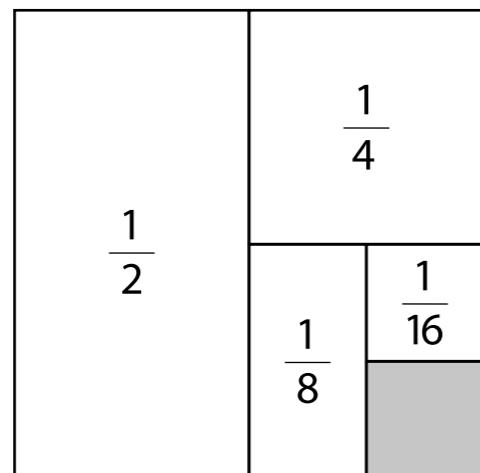
La equivalencia es una averiguación que conduce a muchas reflexiones: no basta con mirar, observar para percibirla, precisa el razonamiento para descubrirla. Saquemos pues todas las partes correspondientes a las subdivisiones del cuadrado y busquemos las figuras equivalentes, iguales y semejantes.



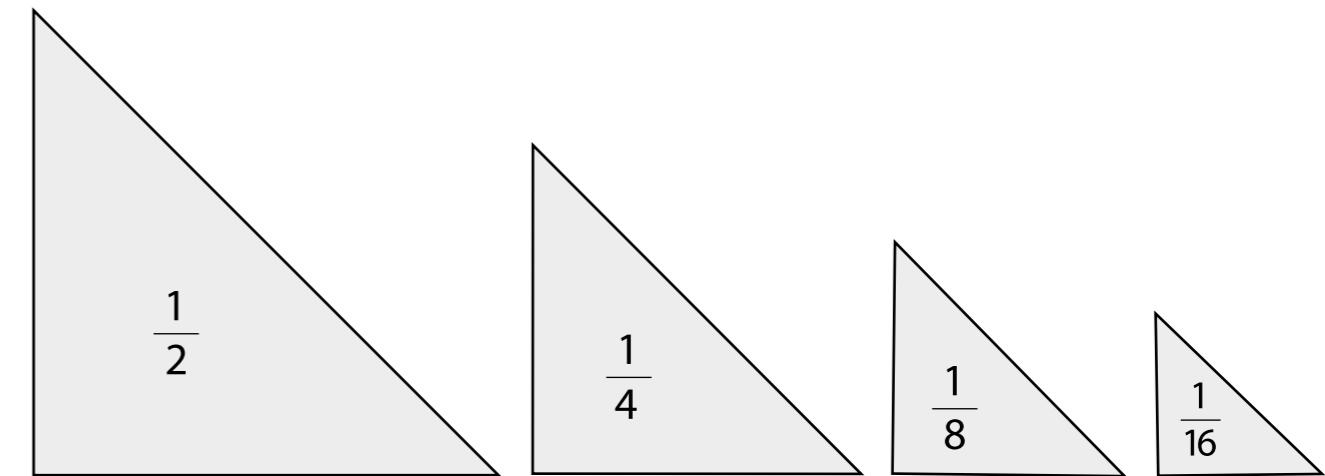
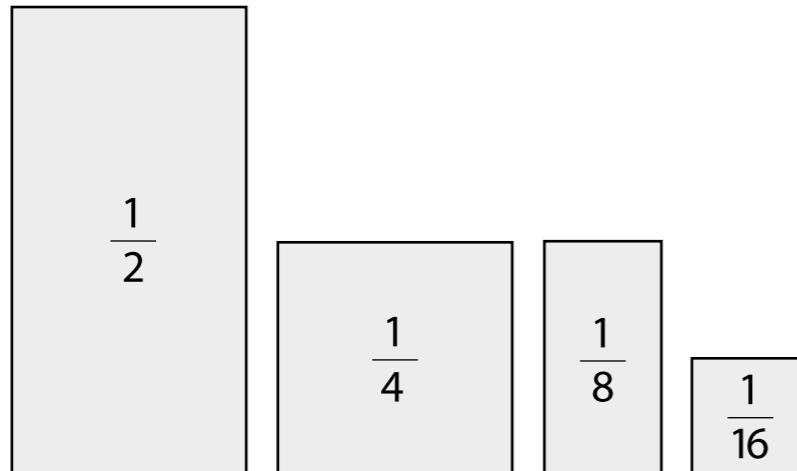
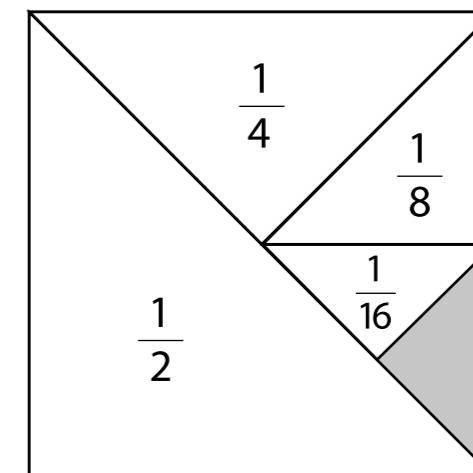
2.9 PSICOGEOMETRÍA MONTESSORI

Construcción de figuras equivalentes

Ahora construiremos las figuras equivalentes de distinta forma. Se toman dos figuras iguales al cuadrado grande, en dos hojas de papel de color diferente. En una dibujaremos la mediana y, dejando libre uno de los grandes rectángulos, dividiremos con una línea mediana el otro rectángulo en dos cuadrados. Uno de estos rectángulos lo dividiremos en dos cuadrados. Obtenemos al fin un pequeño cuadrado. Posteriormente recortando el papel a lo largo de las líneas dibujadas se obtiene lo siguiente:



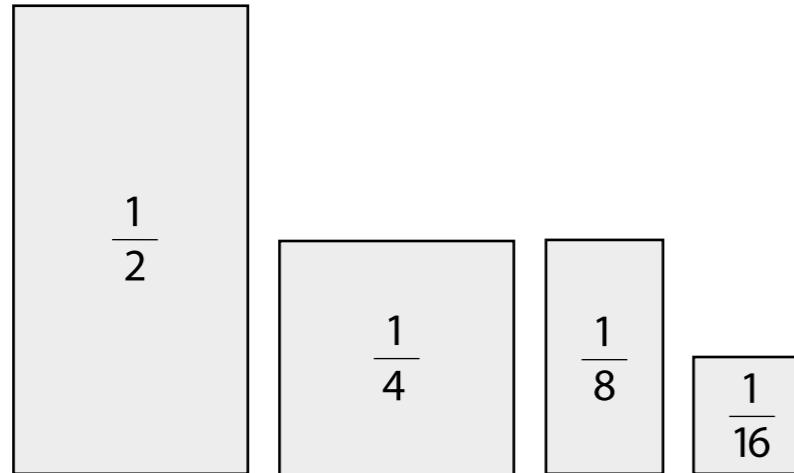
Resulta que cada figura inferior es igual a la mitad de la anterior y que cada figura de la derecha es equivalente a la de la izquierda. Son varias las posibles combinaciones de construcción con dichas figuras. Cuando tanto los cuadrados como los triángulos se colocan uno tras otro de mayor a menor, se observa que cada figura es igual a dos veces la siguiente.



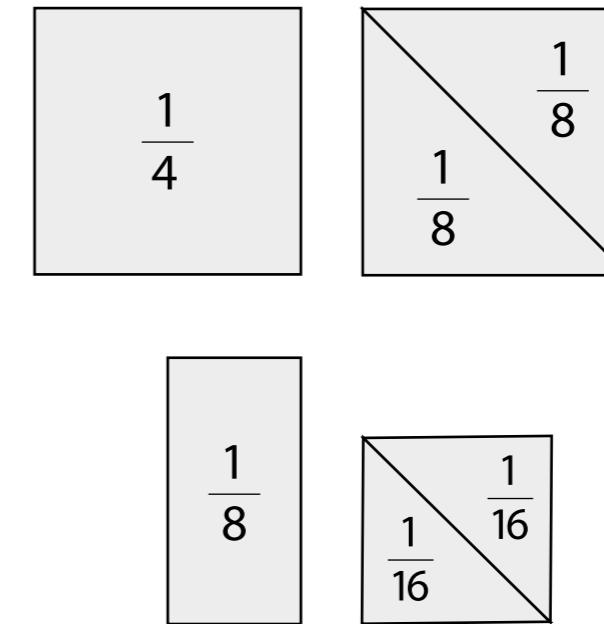
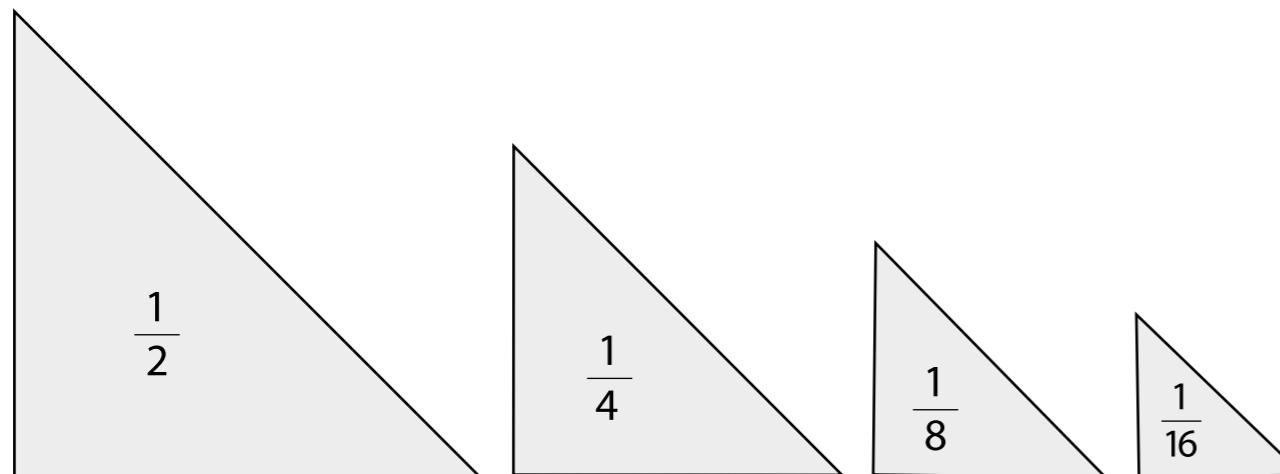
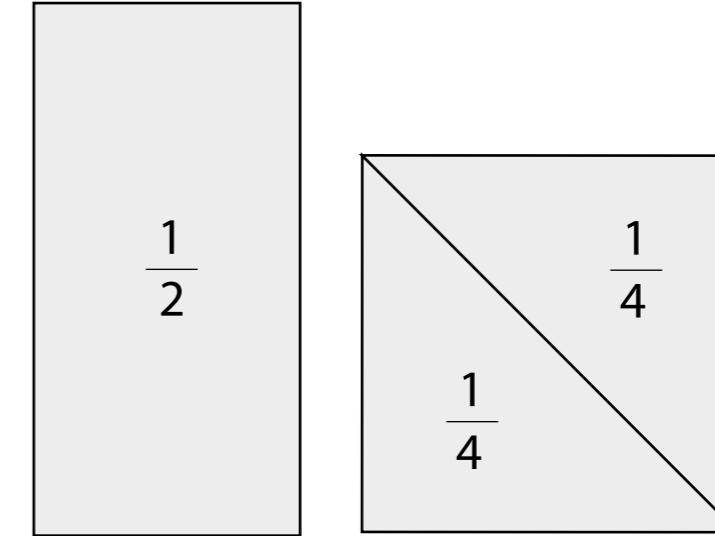
2.9 PSICOGEOMETRÍA MONTESSORI

Construcción de figuras equivalentes

De las figuras obtenidas se pueden establecer gran variedad de relaciones. Por ejemplo la figura cuadrada de $1/2$ es equivalente a la figura triangular de $1/2$. Los mismo sucede con el resto de figuras que representan la misma cantidad fraccionada.



Para encontrar un cuadrado en vez del rectángulo que representa la 8a parte. Se toman dos triángulos que valgan $1/16$ y se unen por la hipotenusa. De este modo podemos hallar equivalencias y semejanzas entre triángulos y cuadrados de distintas fracciones.



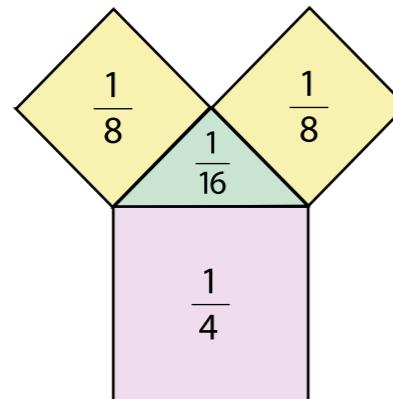
2.9 PSICOGEOMETRÍA MONTESSORI

Construcción de figuras equivalentes

Cada cuadrado tiene el lado igual al cateto del triángulo inferior y para observar mejor esta correspondencia se colocan las figuras unas al lado de otras según el valor igual de esos lados y catetos.

Esta correspondencia nos sugiere una construcción; construir dos cuadrados iguales y colocarlos sobre los catetos del triángulo inferior. Por ejemplo: dos cuadrados de $1/8$ colocados sobre el triángulo $1/16$.

Ahora bien, la suma de estos dos cuadrados de $1/8$ es equivalente al cuadrado superior $1/4$.



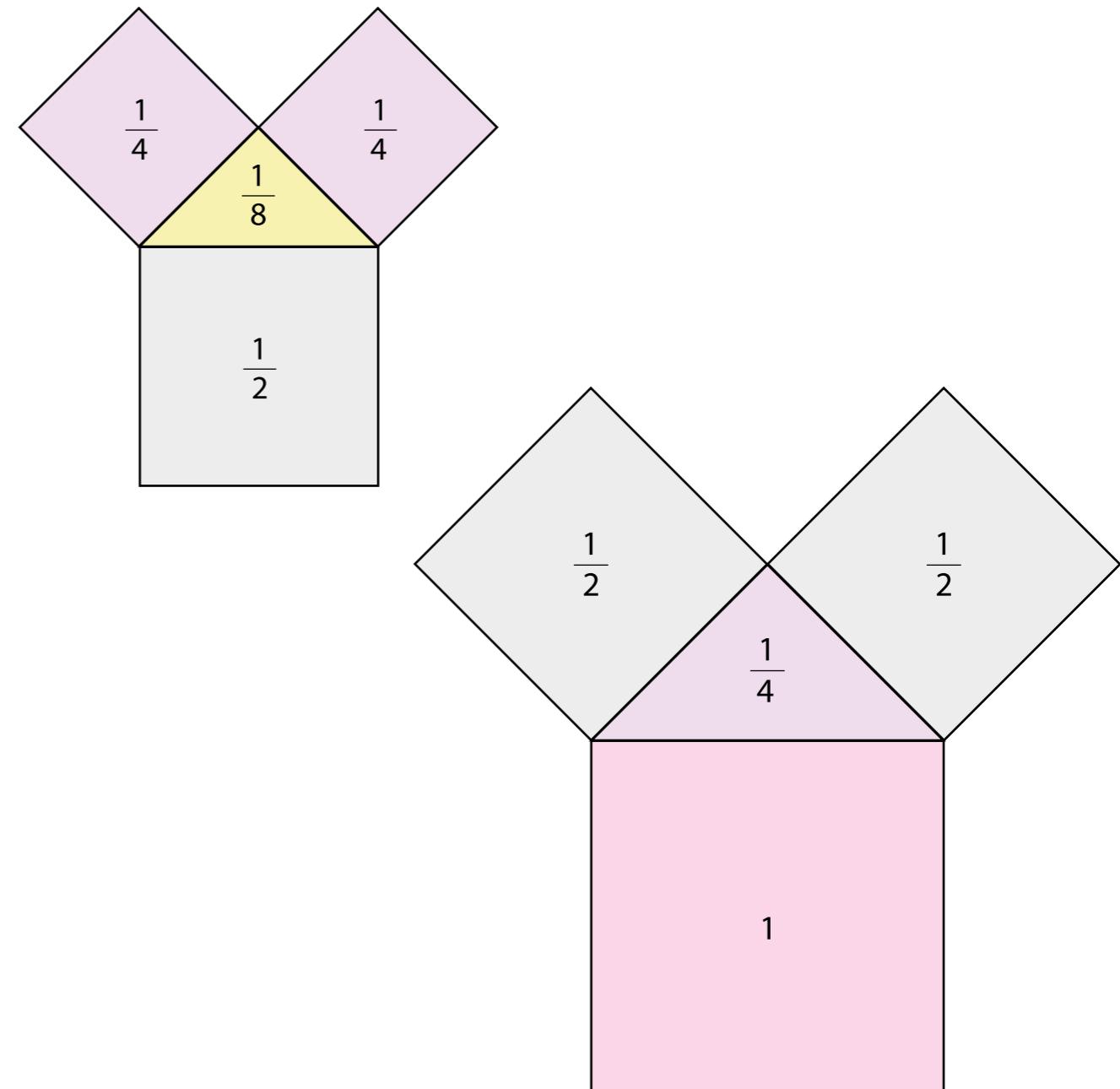
Veamos ahora que tiene éste de común con el triángulo $1/16$. El triángulo $1/16$ tiene la hipotenusa igual al lado del cuadrado $1/4$, como también tiene el cateto igual al lado del cuadrado $1/8$.

El cuadrado de $1/4$ se puede colocar sobre la hipotenusa del triángulo $1/16$.

Teniendo varias figuras se puede combinar la misma construcción respecto a los otros triángulos: $1/8$ y $1/4$.

Alrededor de los catetos del triángulo $1/8$ se puede adaptar dos cuadrados de $1/4$ y en la hipotenusa el cuadrado de $1/2$.

Mientras dos cuadrados $1/2$ se adaptan a los catetos del triángulo $1/4$ a cuya hipotenusa corresponde el cuadrado grande.



Si esto se repite en varios casos podemos pues establecer el hecho como constante y anunciarlo bajo forma de teorema: En un triángulo rectángulo isósceles la suma de los cuadrados construidos sobre los catetos es equivalente al cuadrado construido sobre la hipotenusa.

2.9 PSICOGEOMETRÍA MONTESSORI

Teorema de Pitágoras

Los discípulos de Pitágoras hallaron la siguiente relación: El cuadrado construido sobre la hipotenusa es equivalente a la suma de los cuadrados construidos sobre los catetos. Este teorema fue deducido del primer descubrimiento de Pitágoras sobre la proporcionalidad entre la altura y las partes en que divide a la hipotenusa en un triángulo rectángulo.

Esta relación es representada con el material Montessori que se muestra a continuación.

En el primer caso, los lados del triángulo se hallan en una relación especial, esto es: si la hipotenusa es igual a 5, uno de los catetos es igual a 4 y el otro igual a 3.

Si se cuenta el número de cuadrados que componen cada uno de ellos, es decir, el azul, el amarillo y el rojo, se observa que:

$$3 \times 3 = 9 \text{ cuadrados}$$

$$4 \times 4 = 16 \text{ cuadrados}$$

$$5 \times 5 = 25 \text{ cuadrados}$$

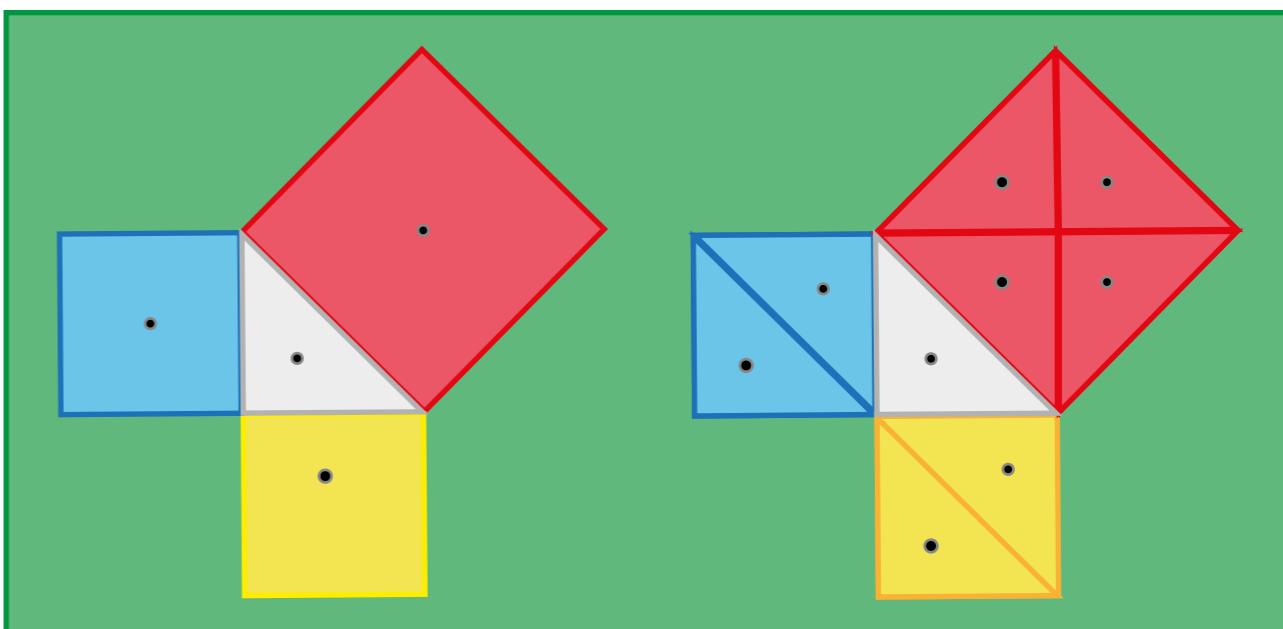
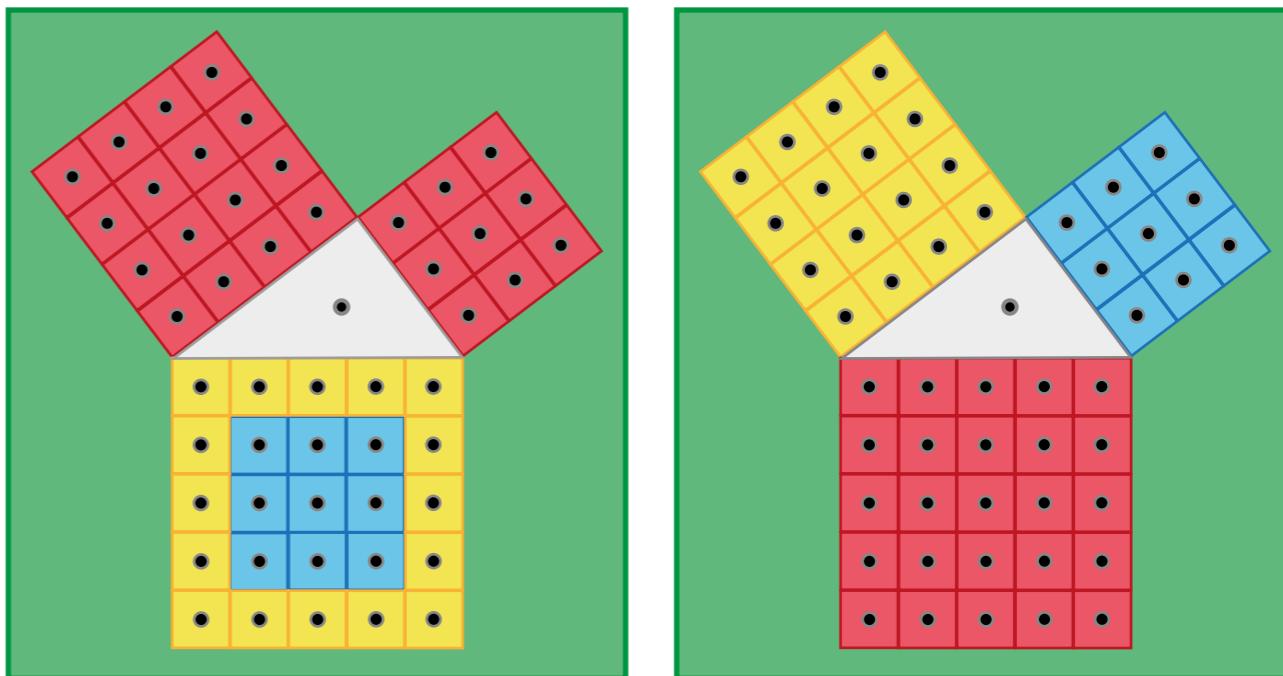
$$\text{Por lo que } 25 = 16 + 9$$

Como los pequeños cuadrados correspondientes al cuadrado de cada lado son de diversos colores, se pueden colocar formando varios dibujos, los pequeños cuadrados correspondientes a los dos catetos, en el cuadrado de la hipotenusa.

Entonces los espacios correspondientes a los cuadrados de los dos catetos están llenos con los pequeños cuadrados correspondientes a la hipotenusa y quedan del mismo color.

Así queda demostrada la relación pitagoriana cambiando los pequeños cuadrados móviles dentro de los huecos del marco que se encuentra en el material correspondiente.

En el siguiente caso se observa como los triángulos forman entre si un cuadrado cuyo lado es igual al cateto del triángulo puesto en el centro del marco. Mientras los otros cuatro triángulos forman dos cuadrados cuyos lados corresponden a los catetos del triángulo del centro del marco.



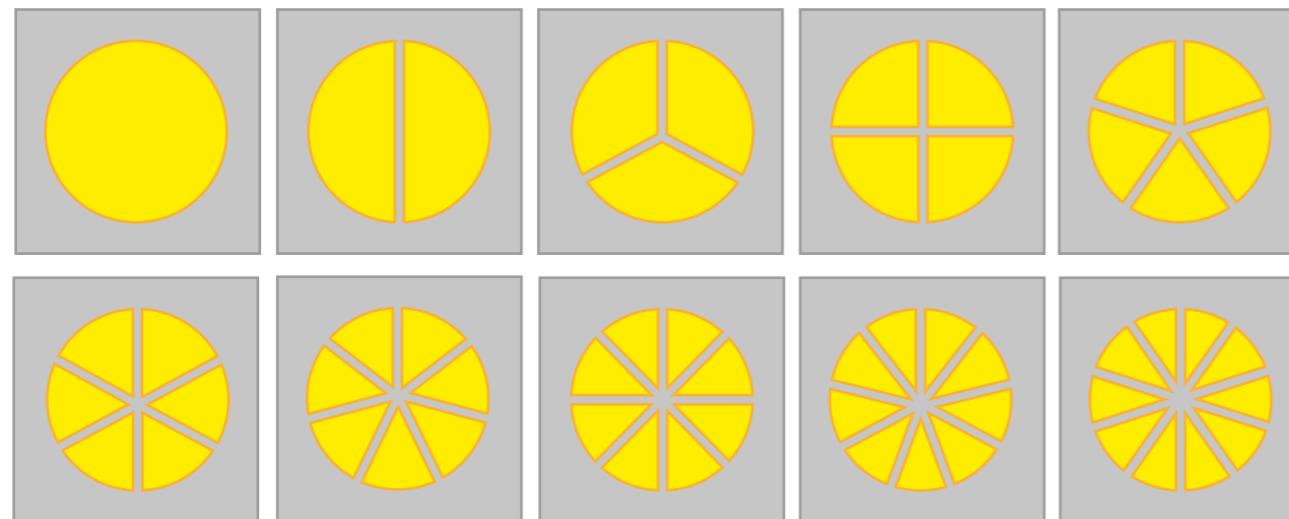
2.9 PSICOGEOMETRÍA MONTESSORI

El círculo

El material Montessori empleado para el estudio del círculo es de hierro y consta de planchas y marcos en los que los círculos se hallan divididos por diferentes secciones iguales. Existen además círculos menores que son inscritos en varias figuras del sistema.

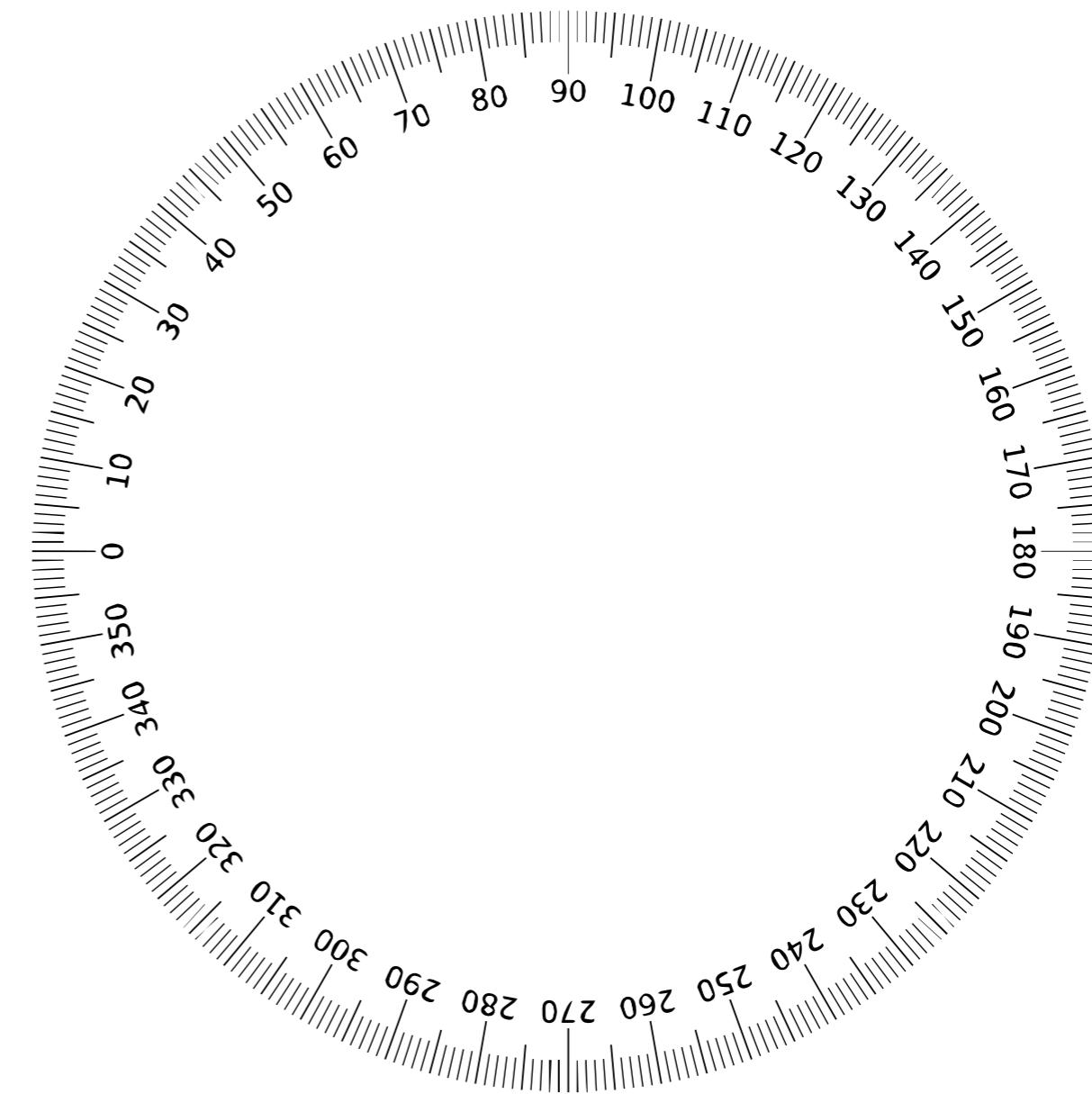
Los círculos divididos están distribuidos en diez marcos iguales (el círculo del fondo tiene siempre 10 cm de diámetro); en estos hay un círculo entero y después sucesivamente el círculo dividido en 2,3,4,5,6,7,8,9 y 10 partes iguales por radios que parten el centro.

Los sectores del círculo representan $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$ y $\frac{1}{10}$ del círculo.



Un círculo puede dividirse en tantas partes como se quiera, por lo que se considera el círculo una figura cerrada por un número infinito de lados tan pequeños (puntos) que constituyen una línea continua.

Para indicar las subdivisiones del círculo, de modo exacto y poderlas señalar por medio de números, se divide en 360 partes iguales que se llaman grados. Por esto, el círculo resulta, no solamente una figura geométrica, sino una medida.

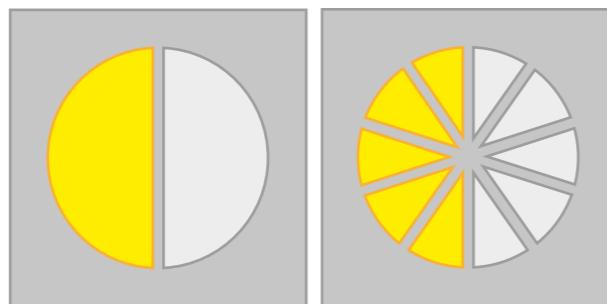


2.9 PSICOGEOMETRÍA MONTESSORI

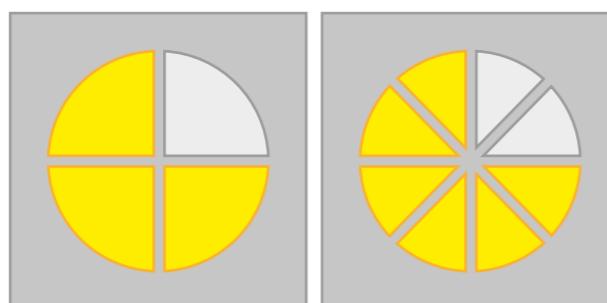
El círculo

Cuando se utilizan los marcos circulares con sus respectivas planchas, se observan ciertas equivalencias entre ellos. Dependiendo de las fracciones, las partes rellenadas del círculo pueden variar y a la vez representar lo mismo. Estas fracciones son cantidad y en nuestro caso también figuras, por lo que pueden sumarse.

Si por ejemplo sumamos 5 partes del círculo dividido en 10 secciones, se obtiene a su vez semejanzas, se trata de la mitad del círculo, lo que corresponde a $\frac{1}{2}$. Por lo que se deduce que $\frac{5}{10}$ es igual a $\frac{1}{2}$. Otro ejemplo sería tener tres secciones del círculo dividido en 4 partes y tener 6 secciones del círculo dividido en 8 partes.



$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$$

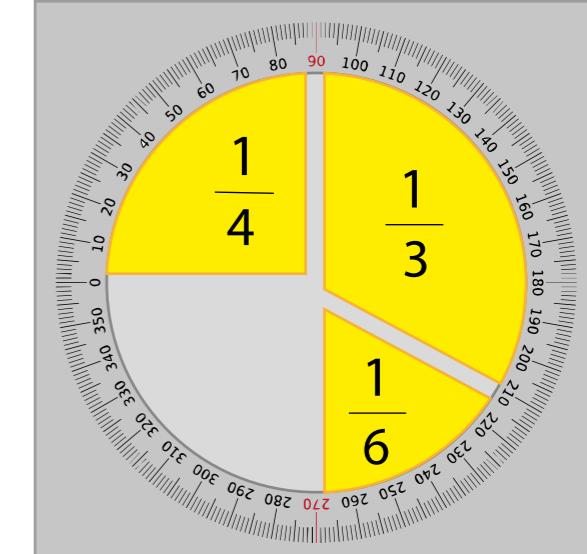
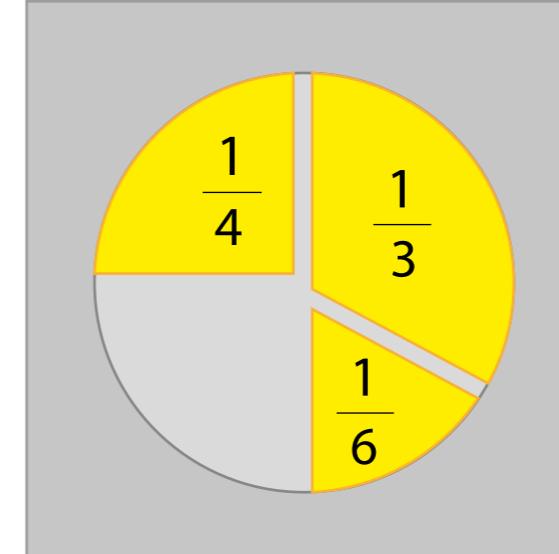


$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

Para comprobar cualquier sector del material, respecto a la fracción de círculo que representa o los grados que componen la fracción, se mide con el goniómetro.

Igualmente se pueden colocar uno junto a otro los trozos que se quieren sumar, colocando el primero de ellos junto al cero. En tal forma, la suma en grados está indicada por la cifra del círculo graduado que corresponde al extremo opuesto a cero. En el ejemplo se muestra la suma de las fracciones $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$.

Se observa que las fracciones van de 0 a 90 grados en el caso de $\frac{1}{4}$, de 90 a 210 en el caso de la sección de $\frac{1}{3}$, es decir compone 120 grados, en el caso de la fracción de $\frac{1}{6}$, la porción ocupa de 210 al 270, por lo que ocupan solo 60 grados.



2.10 ESTUDIO DE MERCADO

Productos Montessori

Números y cantidades

Es un material de María Montessori para aprender los números y las cantidades.

Fines Directos:

Reconocimiento de los números como x veces la unidad.

Reconocimiento de la secuencia.

Asociación de la cantidad de 1 a 10.

Introducción a la noción de par e impar.



Caja de Husos

Es un material de María Montessori del área de matemáticas, considerado como uno de los materiales de las unidades separadas. El ejercicio consiste en reunir primeramente, en un solo grupo de conjunto, toda la masa de husillos y colocarla en cada espacio, contándolos uno a uno, la cantidad correspondiente al número señalado.

Fines Directos:

Introducción del valor ordinal que representa el orden en la secuencia (valor cardinal es la cantidad de unidad que lo constituye).

Constitución del número a partir de las unidades distintas.

Introducción del 0 como el espacio vacío.

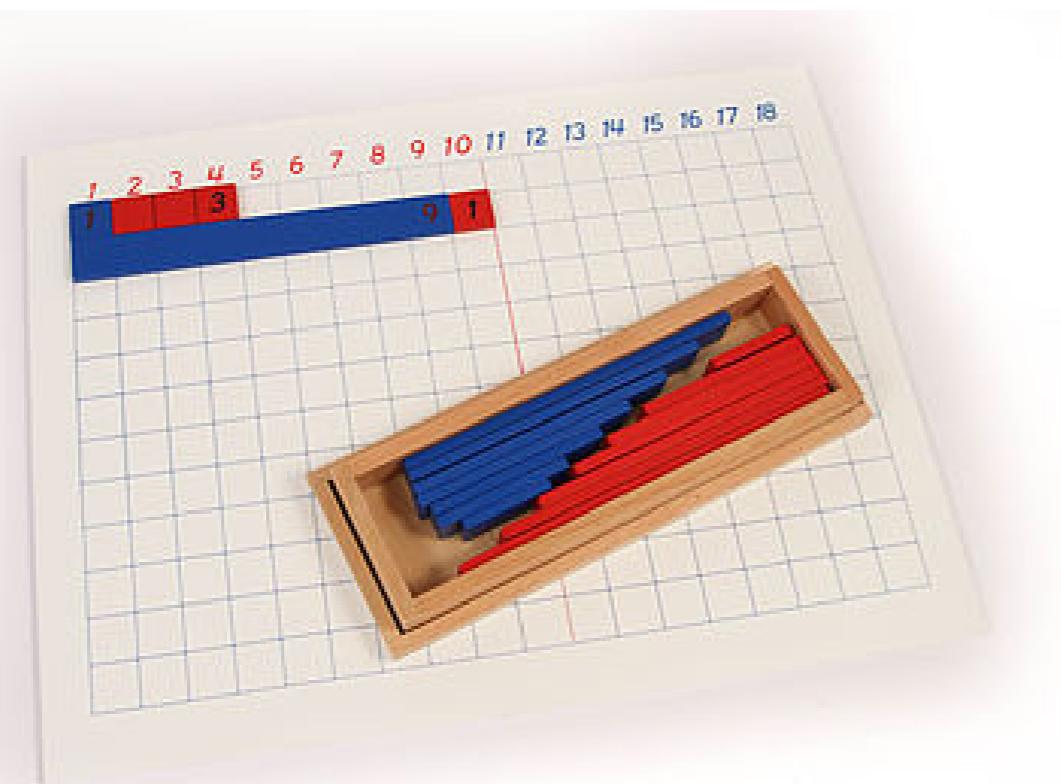


2.10 ESTUDIO DE MERCADO

Productos Montessori

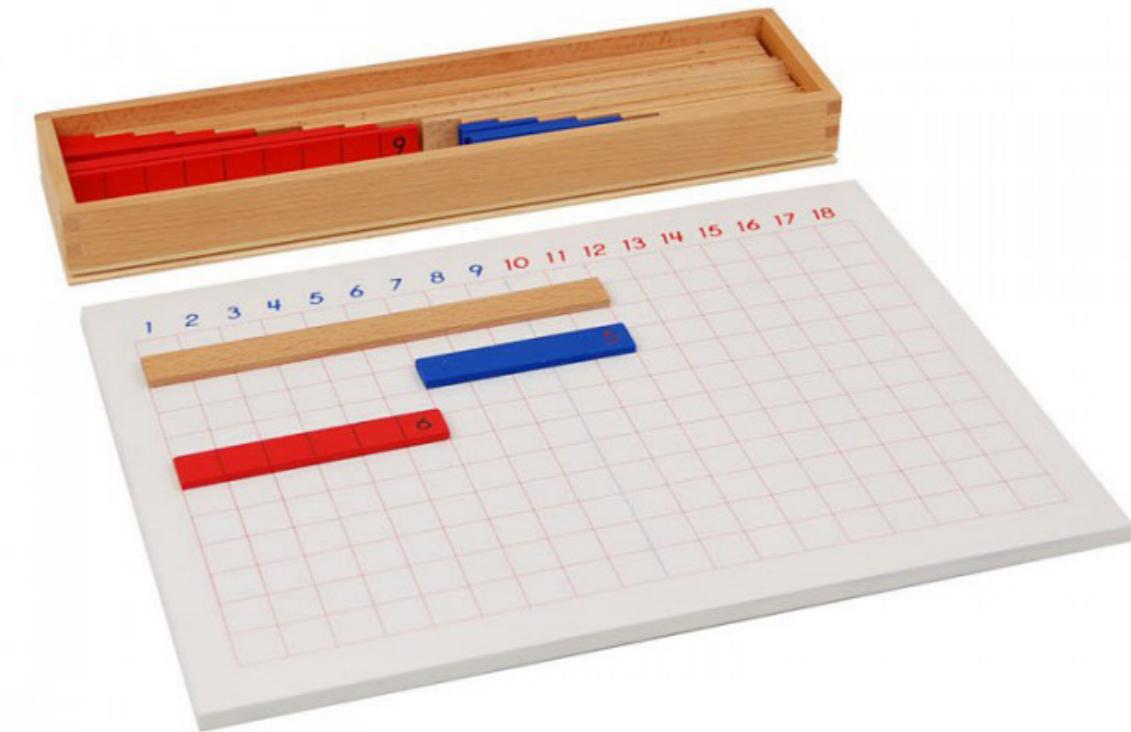
Tablero de la suma

Este es el tablero de la suma, un material muy interesante para trabajar las sumas de una forma muy visual. Cada uno de los listones representa el un número del 1 al 9, no observamos al número con un conjunto de unidades sino con una unidad en si.



Tablero de la resta

Este es el tablero de la resta, un material muy interesante para trabajar las restas de una forma muy visual. Cada uno de los listones representa el un número del 1 al 9, no observamos al número con un conjunto de unidades sino con una unidad en si.



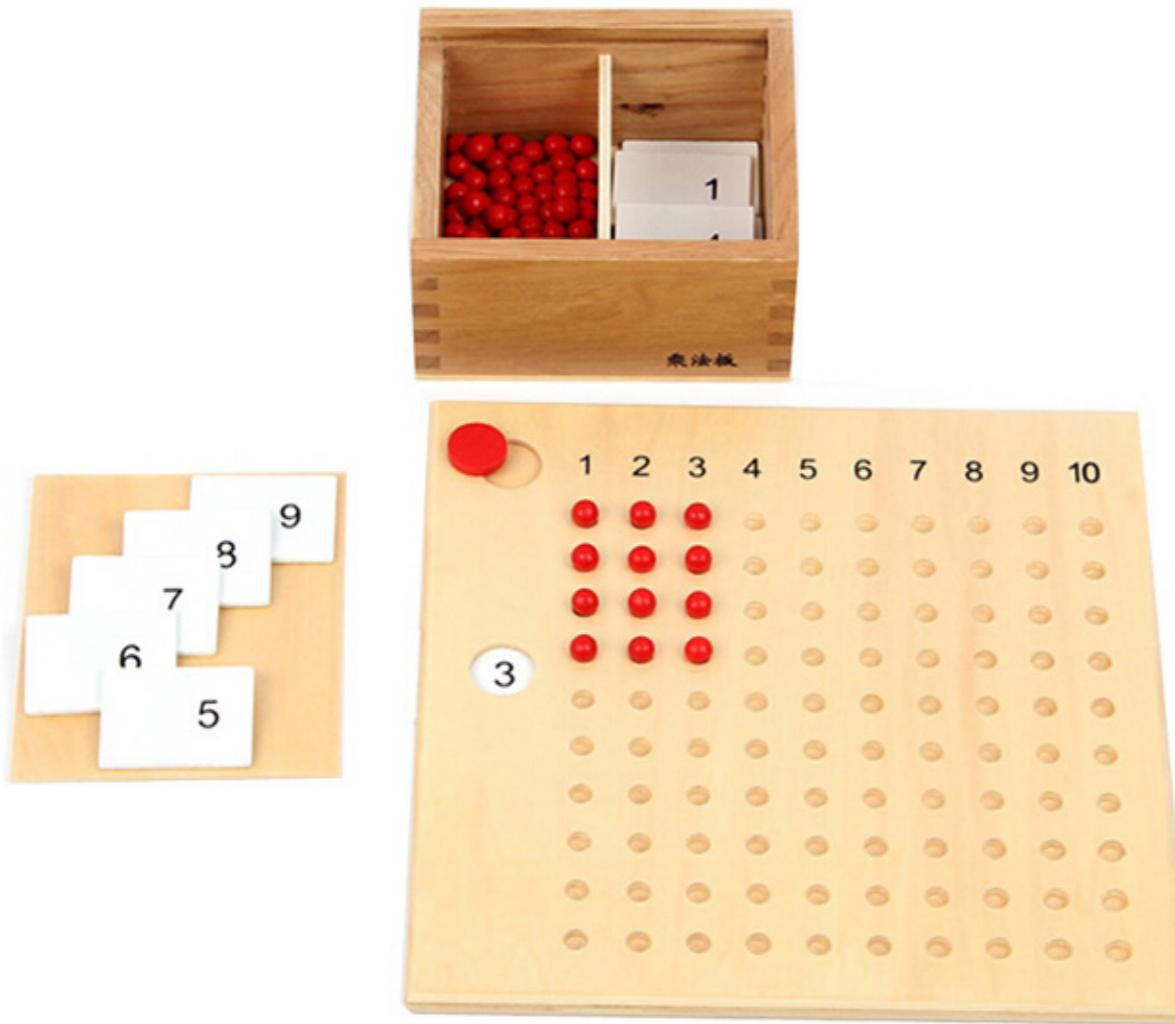
2.10 ESTUDIO DE MERCADO

Productos Montessori

Tablero de la multiplicación

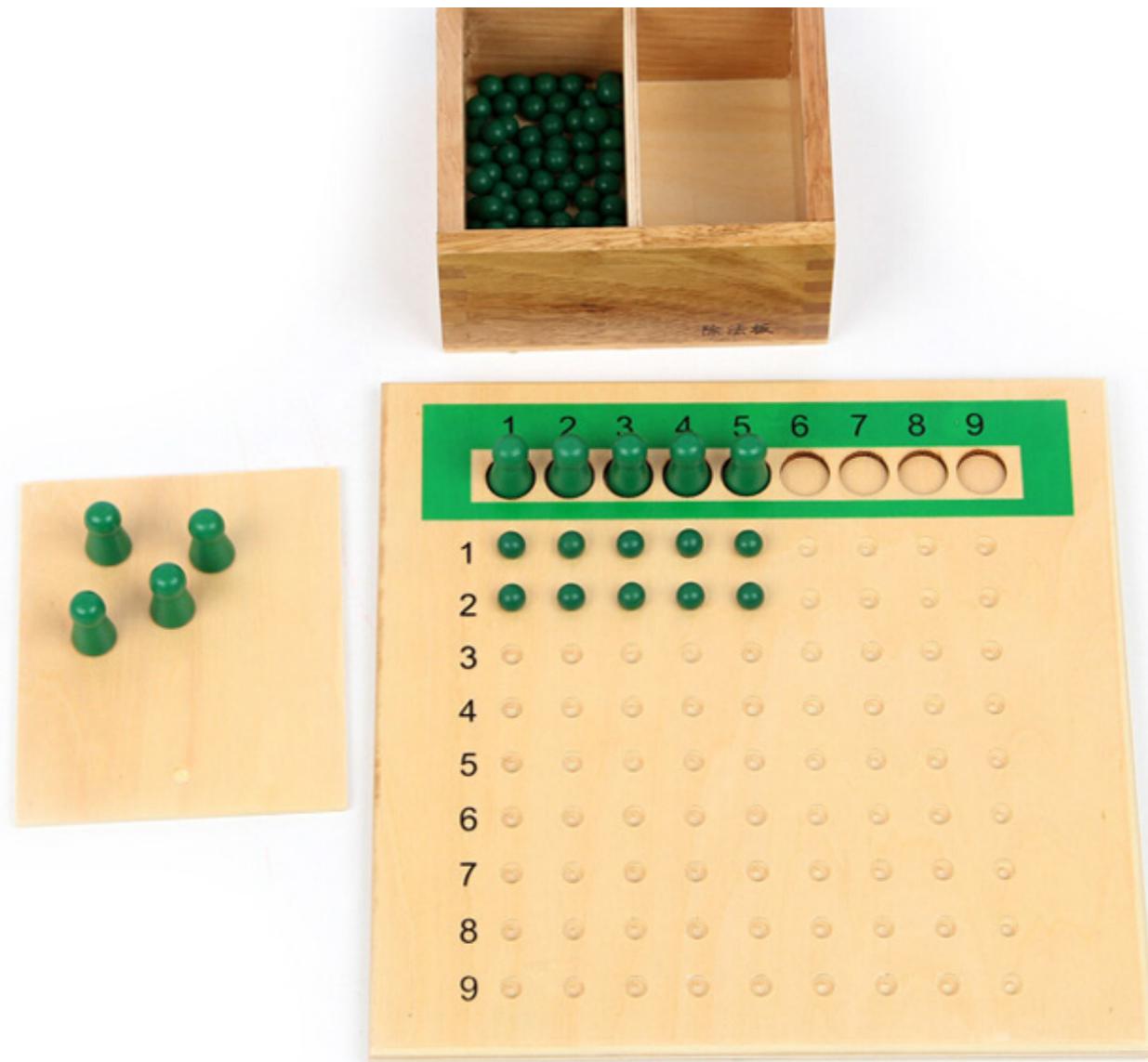
El tablero de multiplicar Montessori es un buen material para interiorizar el concepto de multiplicación.

Consiste en un tablero casi-perforado en el que se van colocando perlas rojas. El número de madera que se introduce en la ventana, será el número que vamos a multiplicar, y la ficha roja nos indica cuántas veces lo ponemos.



Tablero de la división

Este es el tablero de la división, un material muy interesante para trabajar las divisiones de una forma muy visual.

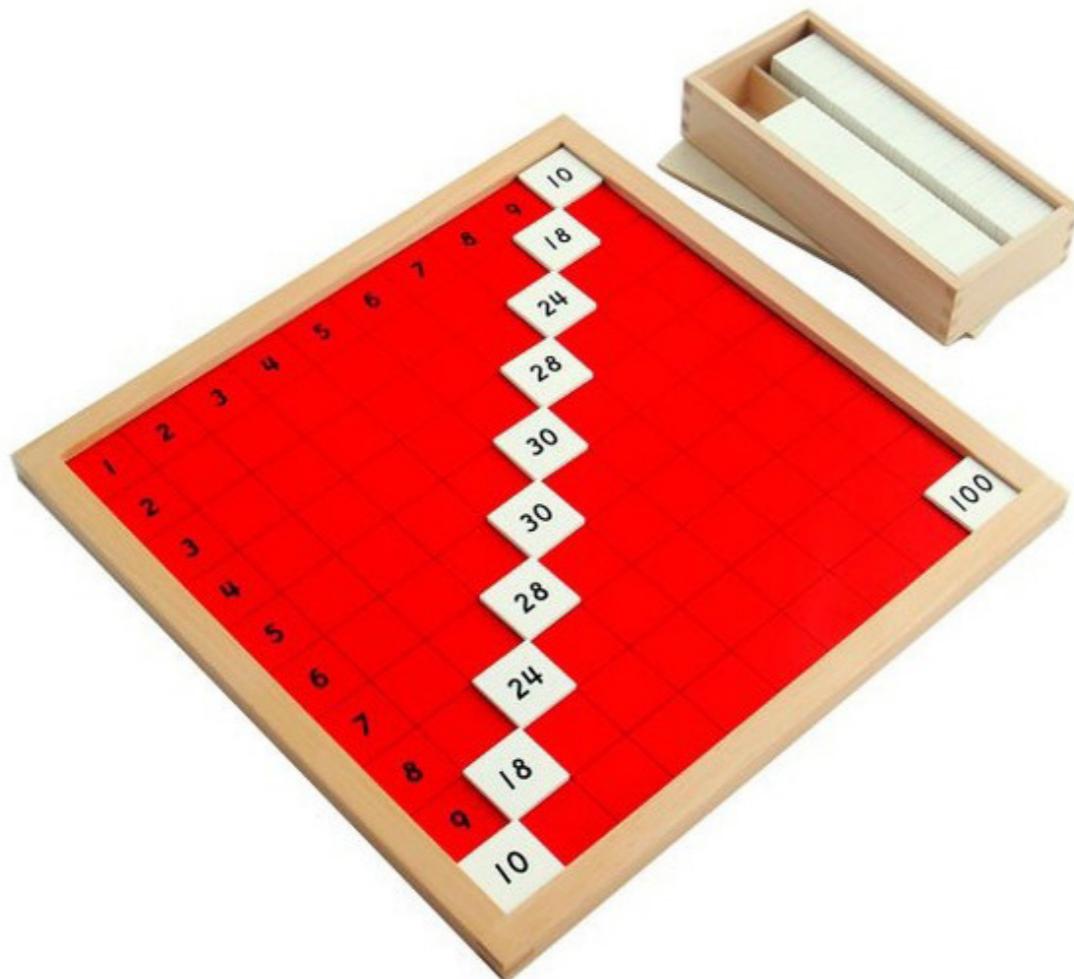


2.10 ESTUDIO DE MERCADO

Productos Montessori

Tablero de Pitágoras

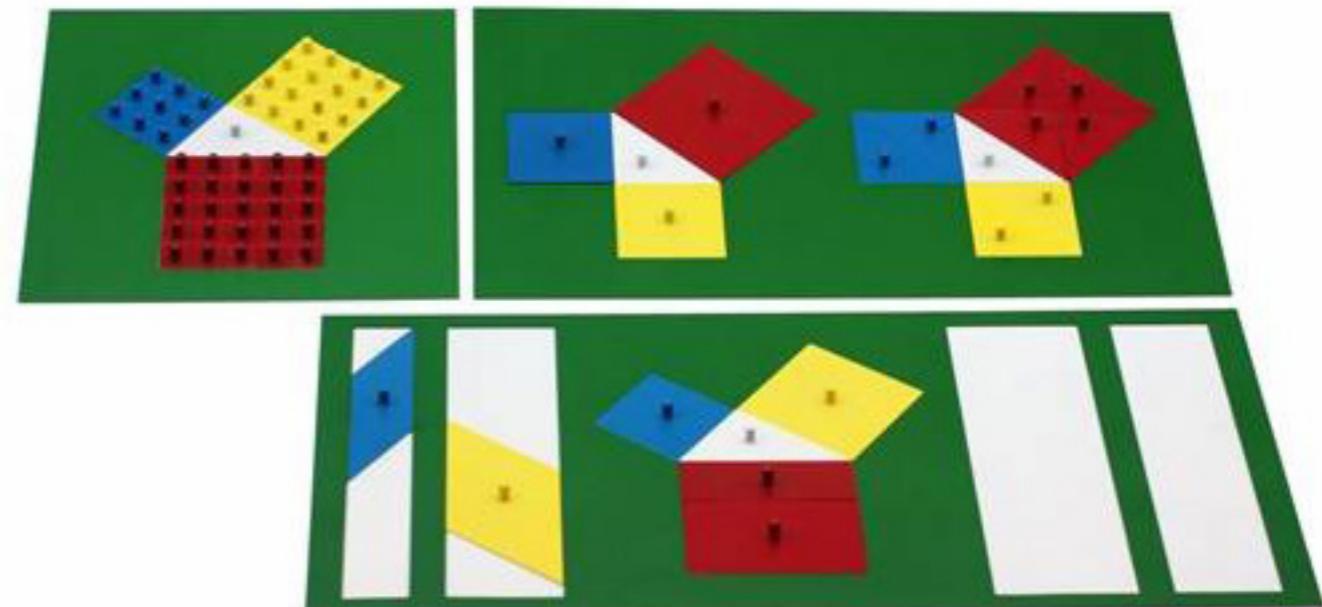
Este es el tablero de pitágoras, un material que utilizan los niños que ya saben multiplicar. Contiene un tablero rojo marcado por la parte superior y lateral del 1 al 10 y una caja con dos compartimentos donde encontramos las fichas que irán colocando en función del resultado.



Teorema de Pitágoras

Este conjunto se compone de tres bandejas de metal verde que muestran el teorema de pitágoras en distintas formas.

El área vacía en cada bandeja puede llenarse utilizando las diferentes inserciones de forma geométrica. Los niños aprenderán cómo las diferentes formas geométricas se pueden hacer de materiales equivalentes; también serán introducidos a derivar fórmulas para el área.



2.10 ESTUDIO DE MERCADO

Productos Montessori

Potencia del 3

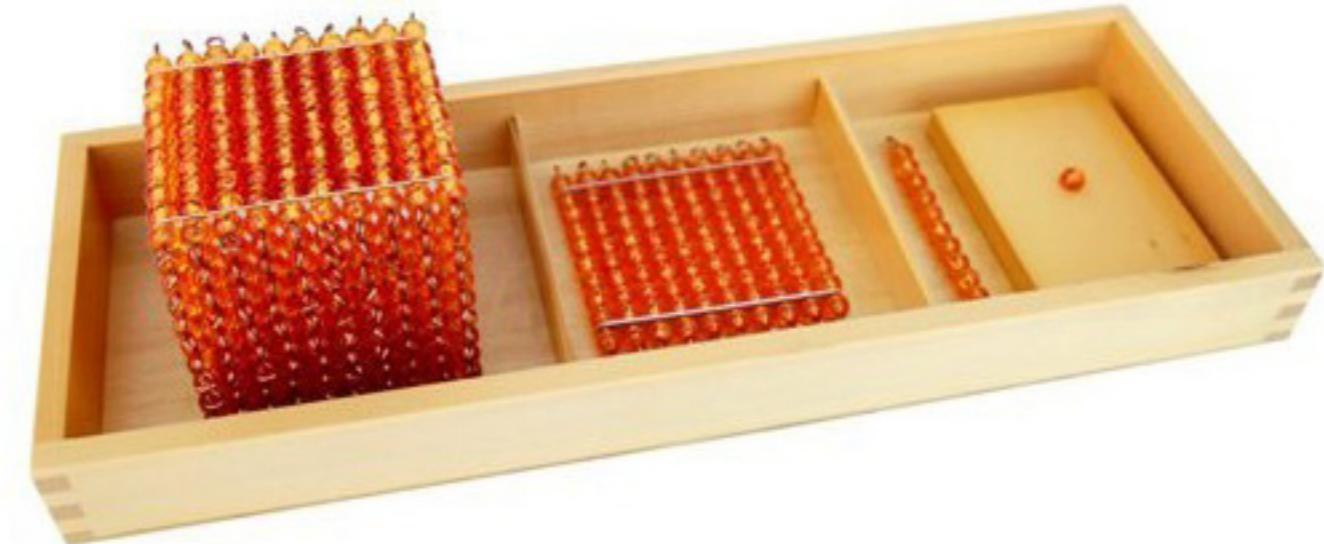
Este material demuestra la potencia del 3 con sus partes componentes de cubos y prismas. Este set de cubos viene con 13 piezas: 5 cubos amarillos, 4 prismas blancos y 4 prismas verdes. Incluye también caja de madera para guardar los cubos.



Sistema decimal de perlas

Una bandeja de madera dividida en 4 compartimientos que representan las cantidades del sistema decimal de 1 a 1000 y contienen:

- 1 perla dorada que representa la unidad.
- 1 alambre con 10 perlas doradas que representa la decena.
- 1 cuadrado de 100 perlas doradas (10 alambres de 10 perlas) que representa la centena.
- 1 cubo de 1000 perlas doradas (10 cuadrados de 100 perlas) que representa el millar.



2.10 ESTUDIO DE MERCADO

Productos Montessori

Cubo del binomio

El cubo del Binomio de María Montessori representa la fórmula algebraica $(a + b)^2$ y $(a + b)^3$. Los factores de la ecuación están representados por los cubos y los prismas.

En el espacio Montessori este material está presente en el área sensorial, los peques pueden montar el cubo guiándose por los colores. Dos de los laterales de la caja llevan bisagra para poder abrirse y poder extraer fácilmente el contenido.



Cubo del trinomio

El cubo de trinomio es una representación concreta de la fórmula algebraica $(a + b + c)^3$. Los factores de la ecuación están representados por los cubos y prismas.

Este material mejora la concentración y entendimiento de rompecabezas de tipo tridimensional. Prepara al alumno para comprender los conceptos algebraicos, mejora la concentración, coordinación, independencia y solución de problemas.

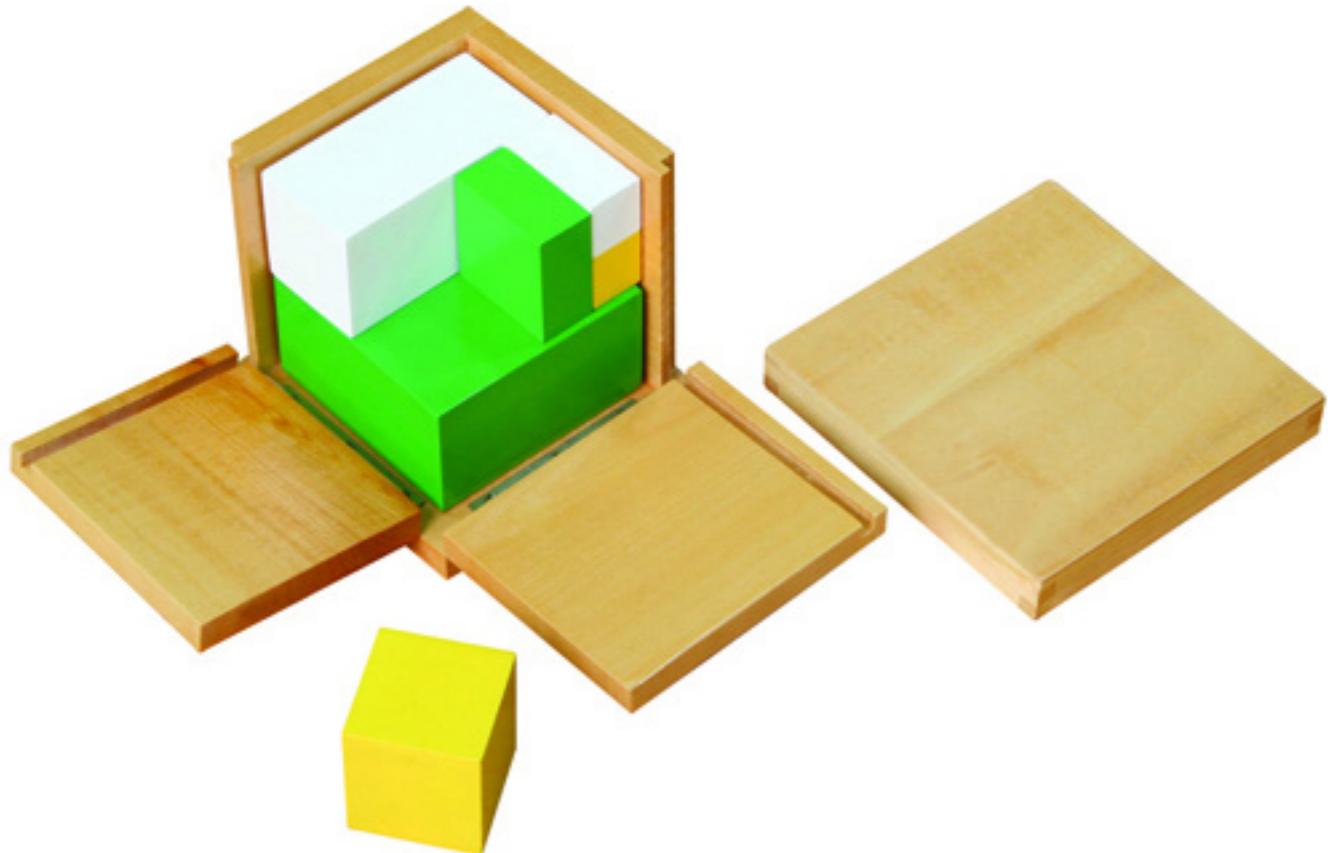


2.10 ESTUDIO DE MERCADO

Productos Montessori

Potencia del 2

Este material demuestra la potencia del 2 con sus partes componentes de cubos y prismas. Este set de cubos viene con 6 piezas, ayuda al niño a aprender las potencias del número dos con la ayuda de volúmenes.



Cuadrados de perlas de colores

Las cadenas cortas representan el cuadrado del 10, del 9, del 8, del 7, del 6, del 5, del 4, del 3, del 2 y del 1.

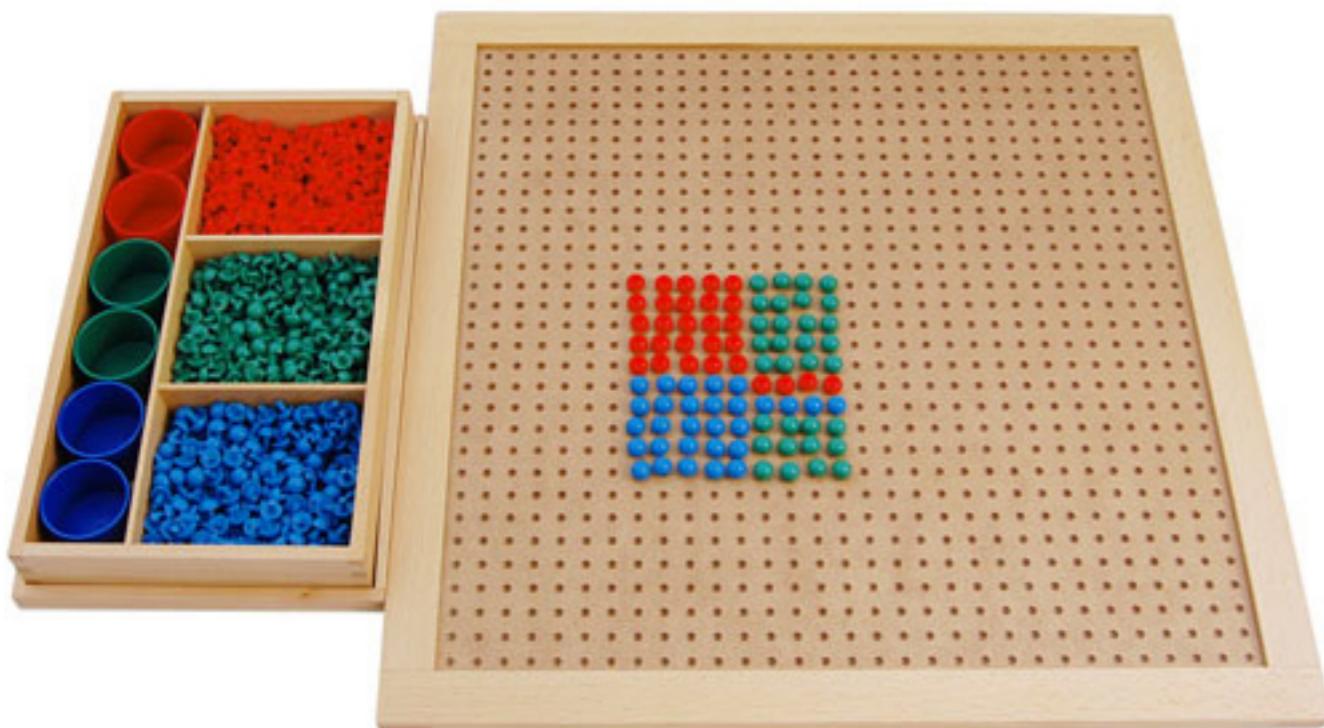


2.10 ESTUDIO DE MERCADO

Productos Montessori

Tabla perforada

Tablero perforado para el trabajo de sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y raíces cuadradas. El niño irá colocando las bolas en las ranuras para obtener los resultados de las operaciones deseadas, diferenciándolas por colores y siguiendo unos rituales y patrones.



Bolos de fracciones

Material Montessori de figuras para ayudar al niño con la comprensión de las fracciones. Se presenta un entero, un medio, un tercio y un cuarto.



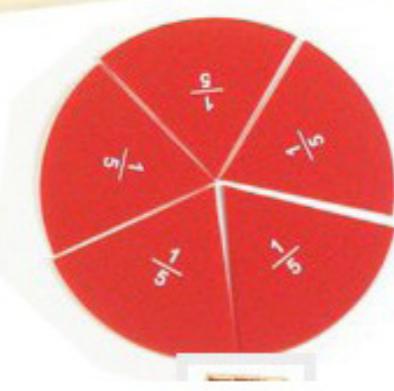
2.10 ESTUDIO DE MERCADO

Productos Montessori

Caja de fracciones

Caja de madera con departamentos con fracciones de círculos hasta 1/10

Con este material, se introduce al niño en el trabajo de fracción, la terminología correcta, equivalencia, funciones aritméticas, la conversión a decimales, la medición de ángulos, etc.



Caja de ejercicios de suma

Caja de Material Montessori para realizar ejercicios de suma. Posee dos departamentos: en una se incluyen sumas y en la otra resultados. Fomenta el interés del niño por el aprendizaje proponiéndole diferentes ejercicios. También está la caja de la resta, la multiplicación y la división.



2.10 ESTUDIO DE MERCADO

Productos Montessori

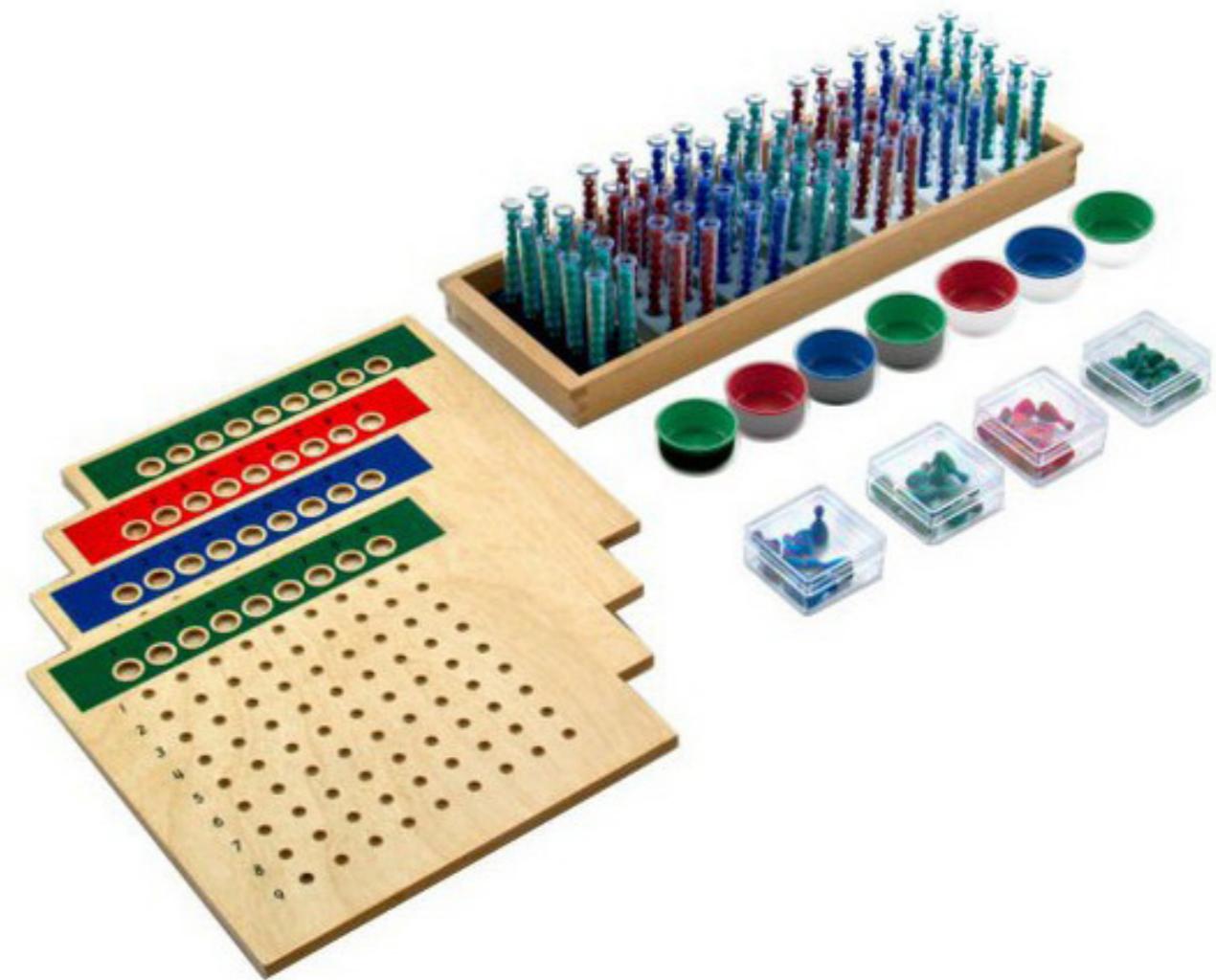
Material multibase

Este material presenta de forma jerárquica y geométrica los números en bases 2 y 3 para contar hacia adelante y hacia atrás, y para la conversión de números de base 10 en estas bases y viceversa.



División larga

División larga. Incluye varios tableros, para descomponer el número y poder dividir cada centena, decena, unidad, etc..



2.10 ESTUDIO DE MERCADO

Otros productos para el estudio de la enumeración

Material multibase ranurado

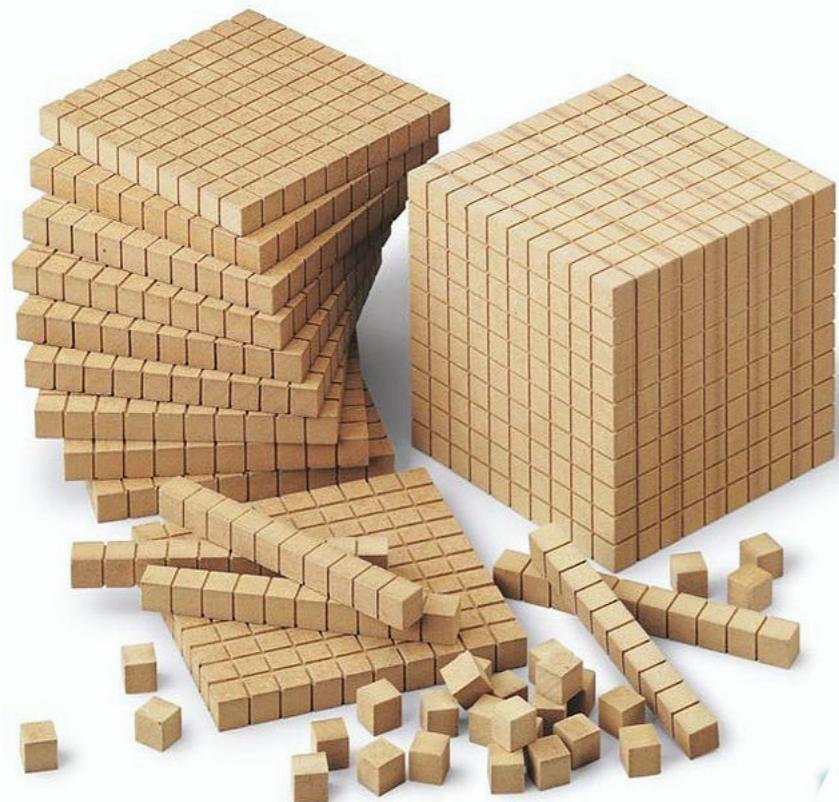
Los bloques multibase (base 10) se utilizan para facilitar la compresión de la estructura del sistema de numeración decimal y las operaciones fundamentales, suma, resta, multiplicación y división.

Los bloques multibase están compuestos por una determinada cantidad de cubos, barras, placas y bloques.

1 bloque 10x10x10 cm - Representa la unidad de millar

10 placas 10x10x1 cm - Representa la centena

10 barras 10x1x1 cm - Representa la decena



Sellos para estampar

Material para poder trabajar con base 10. Los peques manipulan los bloques y elementos de madera para poder crear los números y relacionarse con las unidades, decenas, centenas y las unidades de millar.

Podemos utilizar el material para plantear propuestas a los niñas y niñas que ya han manipulado el material en las tres dimensiones.

A su vez estimula la transferencia de concreto a lo abstracto.



2.10 ESTUDIO DE MERCADO

Otros productos para el estudio de la geometría

Geoplano

Juego de iniciación a la geometría que consta de un base de madera de 20x20 cm. con unos pivotes de madera y material de simple manipulación. A través de unas gomas elásticas podrá trazar, formar, transformar, crear formas o construir diferentes formas geométricas.
100 cubos 1x1x1x cm - Representa la unidad



Desarrollos geométricos

Conjunto de plegado 12 geosollids 2D / 3D, incluyendo el cubo, cilindro, cono, prisma triangular, pirámide cuadrada, pirámide triangular, pirámide rectangular, pirámide pentagonal, pirámide hexagonal, prisma rectangular, prisma pentagonal, prisma hexagonal.

Sirve para explorar las propiedades de los sólidos 3D, las relaciones entre formas 2D y 3D sólidos, volumen y capacidad, y la superficie.



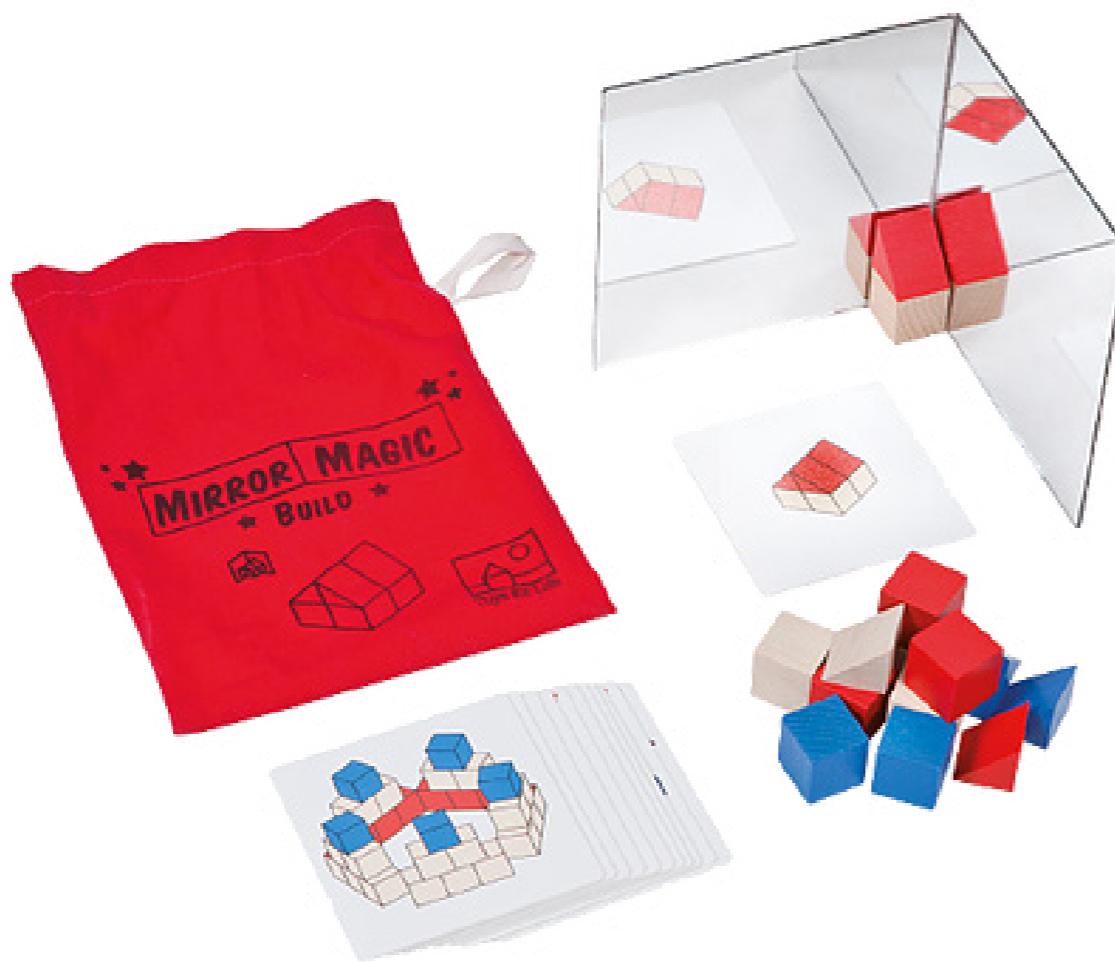
2.10 ESTUDIO DE MERCADO

Otros productos para el estudio de las tres dimensiones

Espejos mágicos

Este material explora la forma y la simetría utilizando un libro de propuestas. Los niños colocan bloques de modelado, bloques de construcción, piedras de cristal, etc. en el espejo mágico y descubrir patrones.

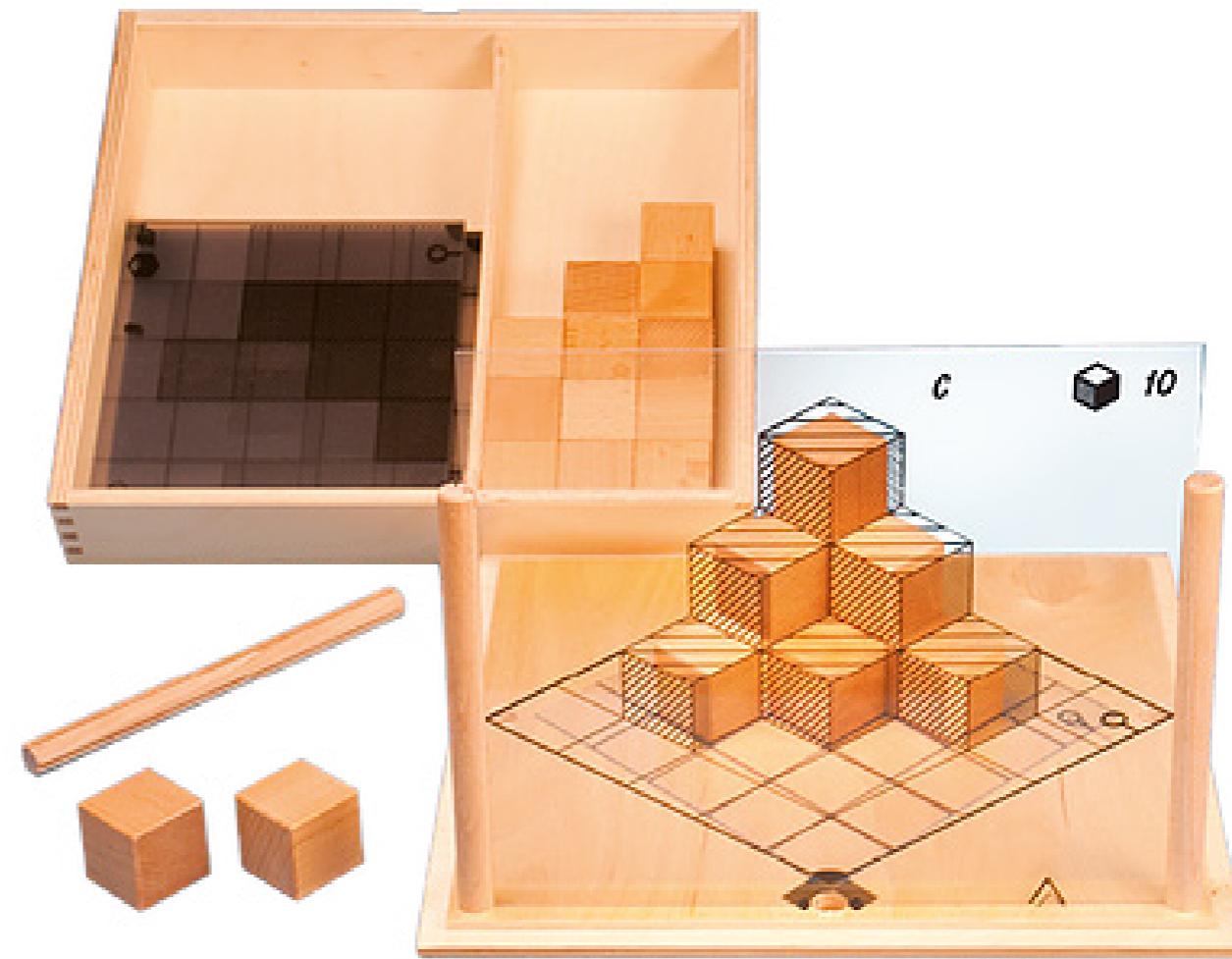
Con esta actividad los alumnos aprenden a observar y practicar la creación de formas y patrones.



Las tres dimensiones

Conjunto de bloques para construir las diferentes vistas o proyecciones como se muestra en las cartas de asignación.

Se utilizan las 3 cartas de asignación con vistas: 2 vistas laterales y una vista desde arriba o utilizar una tarjeta de asignación con una proyección.



2.11 ANÁLISIS FUNCIONAL

Productos Montessori

El análisis funcional tiene como objetivos conocer la relación entre el uso y la función, definir la función principal las posibles funciones secundarias del producto.

Nos permite identificar y definir de forma clara la función principal del objeto a diseñar, tratando de encontrar una abstracción de esta función que nos permita definir y encontrar nuevas soluciones a un mismo concepto, independientemente del producto o sus componentes que realizan la acción. Por lo tanto se trata de una herramienta de análisis que nos dice como funciona el producto pero nos sirve como herramienta de generación de nuevas soluciones.

A su vez también nos permite conocer otras funciones del producto de modo que podamos crear conceptos mas validos o mejorados, eliminando funciones innecesarias y encontrando otras más innovadoras que mejoren el producto.

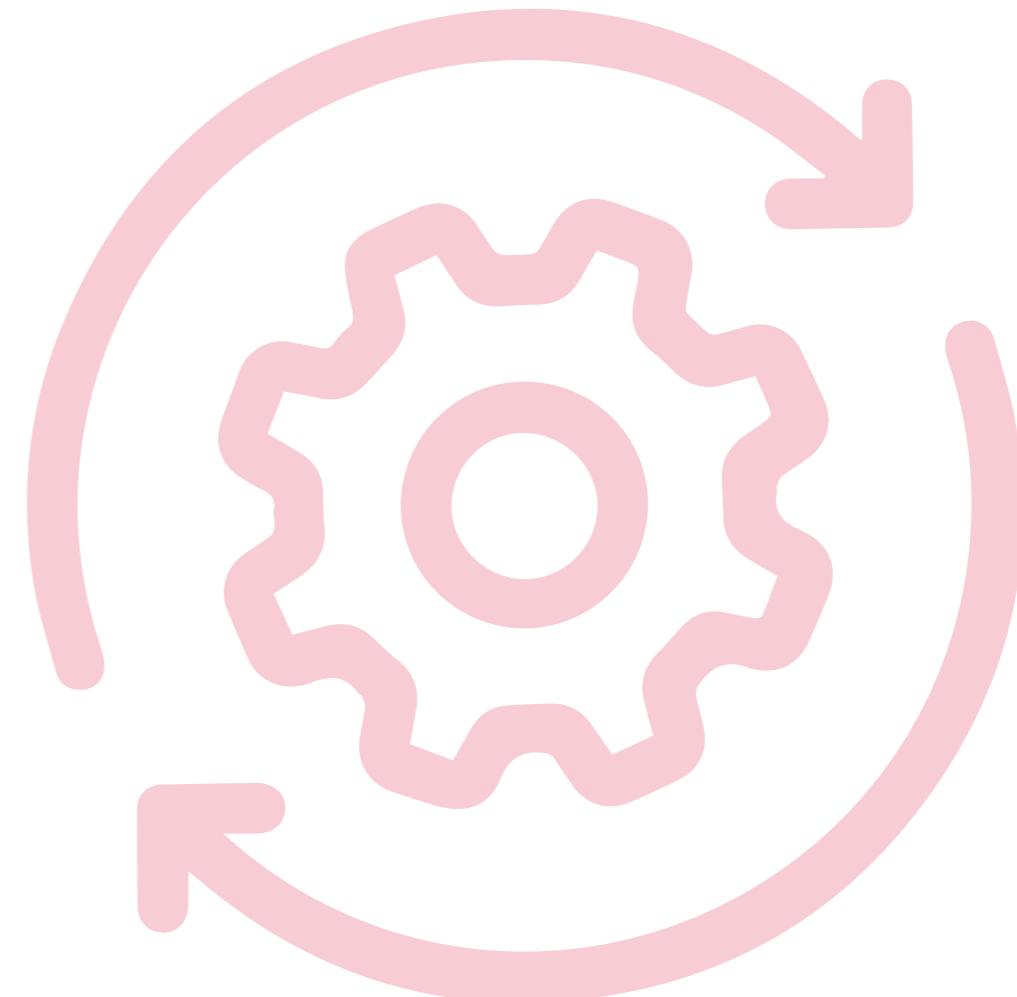
En este análisis de han clasificado las funciones según el tipo de prestación:

Las funciones técnicas, son las que corresponden con las especificaciones funcionales del objeto.

Las funciones de uso o manejo, son las que permiten al usuario obtener las funciones técnicas esperadas.

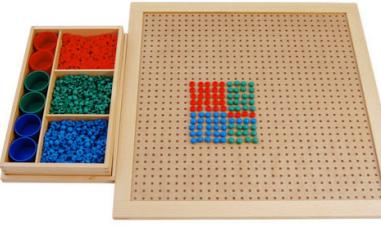
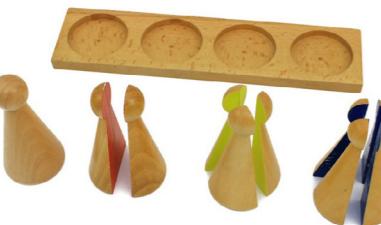
Las funciones de seguridad, son las que tienen como objetivo minimizar riesgos o peligros en el objeto.

Funciones de imagen, se refieren a lo relacionado con la estética, el efecto psicológico, son las que satisfacen las necesidades de tipo subjetivo.



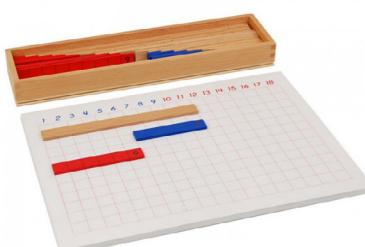
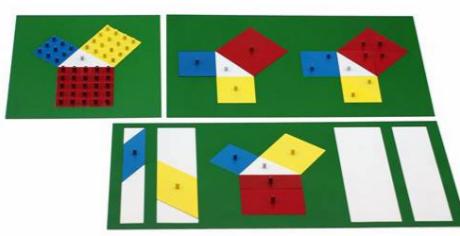
2.11 ANÁLISIS FUNCIONAL

Productos Montessori

| Producto | Funciones técnicas | Funciones de uso | Funciones de seguridad | Funciones de imagen |
|---|---|---|--|---|
|  | Aprender matemáticas. Permite realizar operaciones algebraicas como sumar, restar, multiplicar, dividir o raíces cuadradas. | El manejo de las perlas sobre el tablero permite la representación y el cálculo de operaciones algebraicas. | Todas las perlas se recogen en una caja con el fin de no perder ninguna de ellas y evitar derramamientos. | Las perlas están divididas por colores diferentes que representan el sistema decimal. ✓ |
|  | Aprender matemáticas. Permite el aprendizaje de fracciones. | La manipulación de cada una de las partes divididas del cono y la comparación de unas con otras permite la comprensión de las fracciones. ✗ | Posee una tabla ranurada para facilitar la colocación de los conos y evitar que se pierda alguna pieza. | Cada una de las partes divididas de cada cono es del mismo color para la correcta colocación de las piezas de cada cono dividido. |
|  | Aprender matemáticas. Permite la experimentación con los volúmenes y su cálculo numérico. | El manejo de pequeños cubos permite al niño comprender con exactitud el concepto de volumen y su cálculo numérico. | Los mil cubos van recogidos en una caja de madera para asegurar su orden y que no se pierda ninguno de ellos. | Todos los cubos son de igual color debido a que poseen las mismas dimensiones. |
|  | Aprender matemáticas. Permite el aprendizaje del sistema decimal, realizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones. | El manejo de las perlas y los alambres que las unen permiten el cálculo de operaciones algebraicas. | El uso de los alambres facilita la unión de las perlas y evita que estas queden sueltas y se pierdan. | Las perlas se dividen por colores para el correcto manejo de las mismas y su colocación. ✓ |
|  | Aprender matemáticas. Permite el aprendizaje y cálculo de la fórmula algebraica binomial $(a + b)^2$ y $(a + b)^3$. | El tablero plano que contiene cuatro piezas representa la fórmula $(a + b)^2$ y el cubo representa en 3D la fórmula binomial $(a + b)^3$. | Las aristas no son curvas para que las piezas encajen a la perfección y ambas fórmulas van recogidas y encajadas en marcos para evitar la pérdida de piezas. | Cada una de las piezas es de un color para poder así poder distinguir las piezas que son iguales más rápidamente. ✓ |

2.11 ANÁLISIS FUNCIONAL

Productos Montessori

| Producto | Funciones técnicas | Funciones de uso | Funciones de seguridad | Funciones de imagen |
|---|--|--|---|---|
|  | Aprender matemáticas. Permite conocer los números y la cantidad que representa cada uno. | El manejo de los botones junto a los números facilita al niño poder contar y relacionar la cantidad con el número que la representa. | Se recoge todo el material en una caja dividida en dos secciones una con los botones y otra con los números. | Todos los elementos son del mismo color. Los números poseen los contornos y aristas naturales para que el niño pueda palparlos en su totalidad. ✓ |
|  | Aprender matemáticas. Permite el aprendizaje y cálculo de las restas. | El uso de diferentes piezas que representan números enteros ayuda a la comprensión del concepto de la resta y facilita su aprendizaje. | Todas las piezas van recogidas en una caja para facilitar su orden y evitar pérdidas. | Las piezas de color madera representan el minuendo, las azules el sustraendo y las piezas rojas representan el resultado. |
|  | Aprender matemáticas. Permite el aprendizaje de las fracciones y la medida de los ángulos. | Los círculos están divididos en diferentes secciones para la comprensión de las fracciones y ángulos que forman cada una de estas divisiones. | Todas y cada una de las piezas van recogidas en una caja dividida por secciones en la que cada sección alberga un tipo de fracción del círculo. | Todas las piezas son del mismo color pero llevan escritos en blanco sobre ellos la proporción del círculo que constituyen. |
|  | Aprender matemáticas. Permite el aprendizaje y memorización de las tablas de multiplicar. | Piezas cuadradas con los números escritos se van colocando en la tabla correspondiendo con cada operación de las tablas de multiplicar. | Las piezas van encajadas en un marco y son recogidas en una caja para facilitar su orden y evitar pérdidas de alguna de las piezas. | El tablero es de color rojo y las piezas blancas para facilitar al niño la visualización de los huecos que quedan sin llenar. |
|  | Aprender matemáticas. Permite el aprendizaje y demostración del teorema de pitágoras. | Las piezas encajables en los marcos ayudan a la comprensión del concepto del teorema de pitágoras permitiendo comparar unas con otras y demostrar la teoría. | Las piezas van encajadas en marcos. Las piezas poseen unos salientes que facilitan el agarre de la pieza cuando está dentro del marco. | Las figuras equivalentes o semejantes poseen el mismo color para facilitar al niño la comparación de piezas entre ellas. ✓ |

2.11 ANÁLISIS FUNCIONAL

Conclusiones

La función principal de los productos Montessori definida de un modo muy general es la del aprendizaje de la materia de las matemáticas. En concreto cada material es destinado al aprendizaje de un ámbito específico, como es por ejemplo contar, sumar, restar, multiplicar, dividir, hacer raíces cuadradas, aprender fórmulas binomiales y trinomiales, el teorema de pitágoras...

A su vez se dan diferentes funciones secundarias que complementan el aprendizaje del niño en otros ámbitos de estudio como las fracciones, los ángulos, las tablas de multiplicar...

Estas funciones se cumplen gracias al uso de piezas simples que sirven para contar o representan números enteros, como es el ejemplo de perlas, cubos, botones... Estas piezas van siempre acompañadas de marcos o tableros que facilitan su colocación sobre ellos y mejoran el orden de las piezas y a su vez la comprensión del concepto. Las piezas por lo general son iguales y poseen pequeñas variaciones funcionales entre ellas como el color que representa otra unidad o la misma pieza fraccionada.

En cuanto a las funciones de seguridad la mayor parte de los productos van recogidos en cajas para facilitar su orden y evitar pérdidas de piezas. Las piezas respetan las proporciones idóneas para evitar que los niños se traguen las piezas o sean demasiado grandes para poder manipularlas con sus manos. La mayor parte de aristas no son redondeadas para facilitar que las piezas encajen entre si o en sus marcos.

Las piezas iguales son del mismo color para facilitar al niño su interpretación. Solo en el caso de las perlas el color de piezas a pesar de ser iguales cambia para que los niños interpreten que son diferentes en su magnitud.

Solo se han analizado los productos Montessori debido a que el resto de productos no siguen la línea estética que queremos diseñar.

2.12 ANÁLISIS FORMAL

Productos Montessori

El objetivo del análisis formal es el de conocer la relación forma-función y su importancia para el buen diseño. El análisis formal trata pues de analizar el objeto o producto por su forma, composición, estructura, relación con la función y como elemento de comunicación.

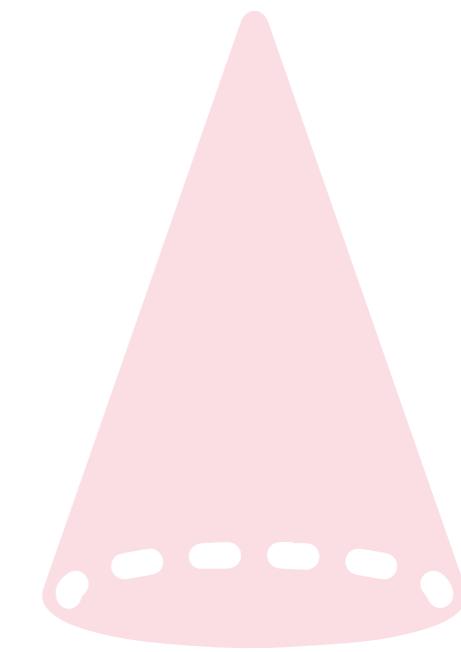
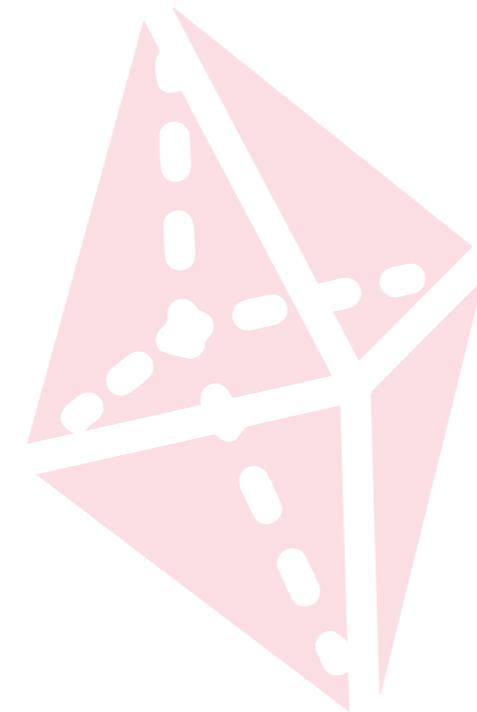
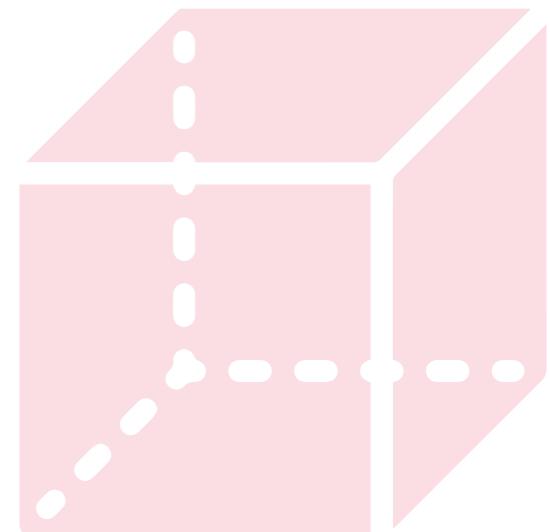
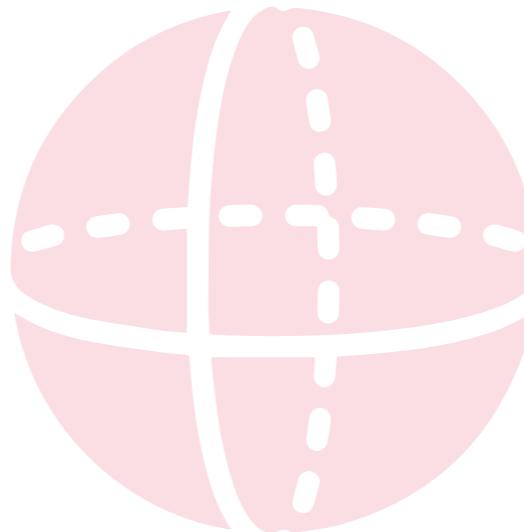
En este análisis funcional se han analizado los siguientes aspectos:

Composición, los aspectos relacionados con la volumetría del objeto. Es decir, la geometría, la transición, la estructura, el equilibrio, la proporción...

La superficie, aspectos relacionados con una aproximación más táctil del producto. Es decir, se analizará el color, el material, la textura, los acabados...

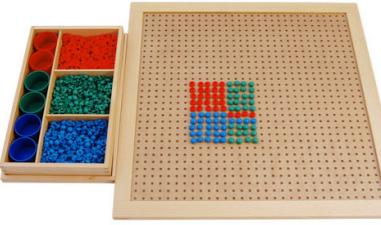
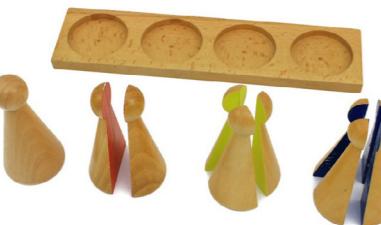
La calidad visual, aspectos más relacionados con la construcción y fabricación del producto. Es decir, la presentación, las soluciones técnicas, el nivel tecnológico, los procesos de fabricación...

La percepción, aspectos cercanos a la psicología o la teoría de Gestalt. Como por ejemplo la forma, la simplicidad, la semejanza, la simetría...



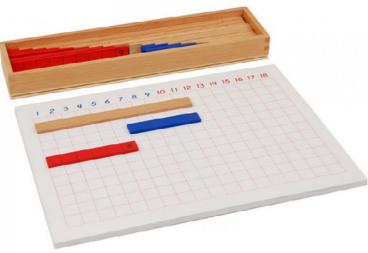
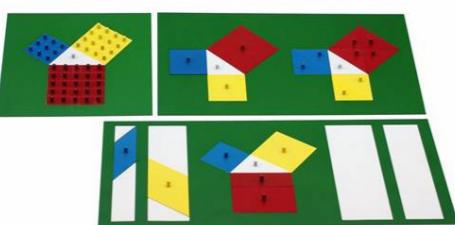
2.12 ANÁLISIS FORMAL

Productos Montessori

| Producto | Composición | Superficie | Calidad visual | Percepción |
|---|--|---|---|--|
|  | Formas geométricas, en este caso un tablero cuadrado perforado y piezas esféricas que sirven para el conteo y la realización de las operaciones. | Superficies lisas, en el tablero se deja el acabado del material de la madera lijada y barnizada, en el caso de las esferas han sido pintadas de colores. | Nivel de detalle poco cuidado, tablero de superficies rugosas y uniones obvias. | Formas simples, esferas y una base cuadrada perforada para dar lugar a las esferas, los agujeros siguen un patrón simétrico. ✓ |
|  | Volúmenes con forma cónica y una esfera en la parte superior, se encuentran partidos de diferentes formas para la comprensión de las fracciones. | Acabados lisas, la base de madera solo está barnizado, sin pintar. En el caso de los bolos solo están pintadas las superficies interiores. | Piezas macizas, no existen uniones de diferentes partes del material, solo encajan ligeramente entre si. | Formas un poco mas complejas que combinan un cono y una esfera en la parte superior, se hallan partidas de forma armónica. |
|  | Composición de cubos destinados al estudio de volúmenes, se recogen en una caja abatible con forma cúbica. | Cubos de acabado sin pintar, dejan al aire las superficies del material, la caja donde se recogen es de madera lijada y barnizada. | Acabados en bruto y superficies rugosas. | Cubos combinados que forman un cubo mayor, placer visual y armonía. Simetría entre ambas caras del producto. ✗ |
|  | Perlas esféricas perforadas por la parte central que sirven para el aprendizaje de potencias, van unidas por alambres que atraviesan sus ejes. | Perlas de plástico de acabados pulidos y brillantes, superficies lisas y agradables al tacto. Pintadas de colores brillantes y llamativos. | Tacto suave debido a los acabados del material plástico. | Formas simples en este caso esferas unidas por un alambre. |
|  | Cubos y prismas que son recogidos en un gran cubo abatible. Los prismas son de tamaño proporcional al de los cubos ya que forman equivalencias. | Cubos de madera lijados, pintados y barnizados. Superficies lisas y aristas puntiagudas. La caja donde se guarda no ha sido pintada. | Acabados mas cuidados que en los productos anteriores. Limpieza en las piezas individuales y en el conjunto del producto. | Formas simples en este caso cubos y prismas, siguen una armonía debido a que los prismas tienen las dimensiones de los cubos compuestos. ✓ |

2.12 ANÁLISIS FORMAL

Productos Montessori

| Producto | Composición | Superficie | Calidad visual | Percepción |
|---|--|---|--|---|
|  | Botones de forma circular que sirven para contar. El resto de piezas son los números de forma escrita. | Superficies lisas y acabados en rojo mate. Las piezas tienen las aristas rectas. | Acabados en bruto, aristas muy acentuadas y formas muy precisas. | Las piezas para contar son simétricas. En el caso de los números escritos son todos del mismo tamaño y mayores que las piezas para contar. |
|  | Formas rectangulares que se componen sobre un tablero rectangular. | Superficies lisas y acabados en colores rojo o azul mate, el resto de piezas no están pintadas, el acabado es el de la madera lijada y barnizada. | Poco nivel de detalle y diseño poco cuidado. No existen uniones obvias por tratarse de piezas macizas. | Las piezas que representan números son proporcionales a las unidades que las componen. |
|  | Piezas circulares divididas en diferentes secciones a través de su centro de forma radial. | Piezas de colores mate y acabados lisos. Los bordes de las piezas son rectos para facilitar que una encajen con otras. | Diseño limpio y acabados más cuidados. Las aristas acentuadas facilitan la interacción de unas piezas con otras. | Todas las piezas mantienen las proporciones a la pieza completa del círculo. A su vez también se mantiene armonía entre los colores y formas. |
|  | Piezas cuadradas con los números escritos en su centro. Estas piezas cuadradas se componen en un tablero de 10x10. | Piezas de madera lijada y pintada en blanco. Acabados lisos y en colores mate, tanto en las piezas como en el tablero. | Figuras semejantes compuestas en un tablero subdividido en partes iguales. | Todas las piezas pequeñas colocadas componen el tablero completo, todas encajan entre si y el marco es proporcional a las piezas. |
|  | Formas cuadradas y triangulares compuestas sobre marcos cuadrados. Cada una de las piezas posee un saliente circular para facilitar su manipulación. | Superficies lisas y acabados mate. El acabado del material metálico solo está pintado superficialmente. | Acabados más cuidados, no existen uniones obvias al tratarse de piezas macizas. | Las piezas son proporcionales entre sí ya que han de ser equivalentes para demostrar el teorema de pitágoras. |

2.12 ANÁLISIS FORMAL

Conclusiones

En primer lugar se ha analizado la composición de los materiales, y se ha concluido que la mayoría son de formas geométricas redondas, cuadradas o rectangulares por lo general. También se han observado formas como triángulos, conos o esferas. Todas las formas de las piezas son de tamaños proporcionales a su función, en el caso de que sirvan para contar o la realización del cálculo de operaciones los materiales se componen de piezas de tamaño reducido, en cambio si sirven para ayudar al aprendizaje de conceptos y son piezas destinadas a ser palpadas mas exhaustivamente se tratan de formas de mayor tamaño.

En cuanto a la superficie de contacto con el usuario, se tratan la mayoría de superficies lisas y opacas. En algunos casos se deja la madera al descubierto, se ha observado que es mas común en tableros para la realización de operaciones o en las cajas que contienen los materiales. Todos los materiales poseen alguna pieza pintada de color para diferenciarse de otras piezas y esta diferenciación sirve para diferentes cosas dependiendo del material. En algunos casos diferencian los sistemas decimales y en otros para mostrar equivalencias.

La percepción de los materiales Montessori es que se tratan siempre de materiales simples, sin detalles concretos ni formas figurativas.

También se han observado otras características como los sonidos que emiten al interaccionar unas piezas con otras o la temperatura de las piezas al tocarlas. A su vez se ha observado que se trata de materiales ecológicos y que mantienen cierta relación con su entorno de utilización. En cuanto a los elementos que componen los materiales existe siempre una claridad y diferenciación entre ellos, así como una distribución lógica de los elementos.

Solo se han analizado los productos Montessori debido a que el resto de productos no siguen la linea estética que queremos diseñar.

2.13 ANÁLISIS DE USO

Productos Montessori

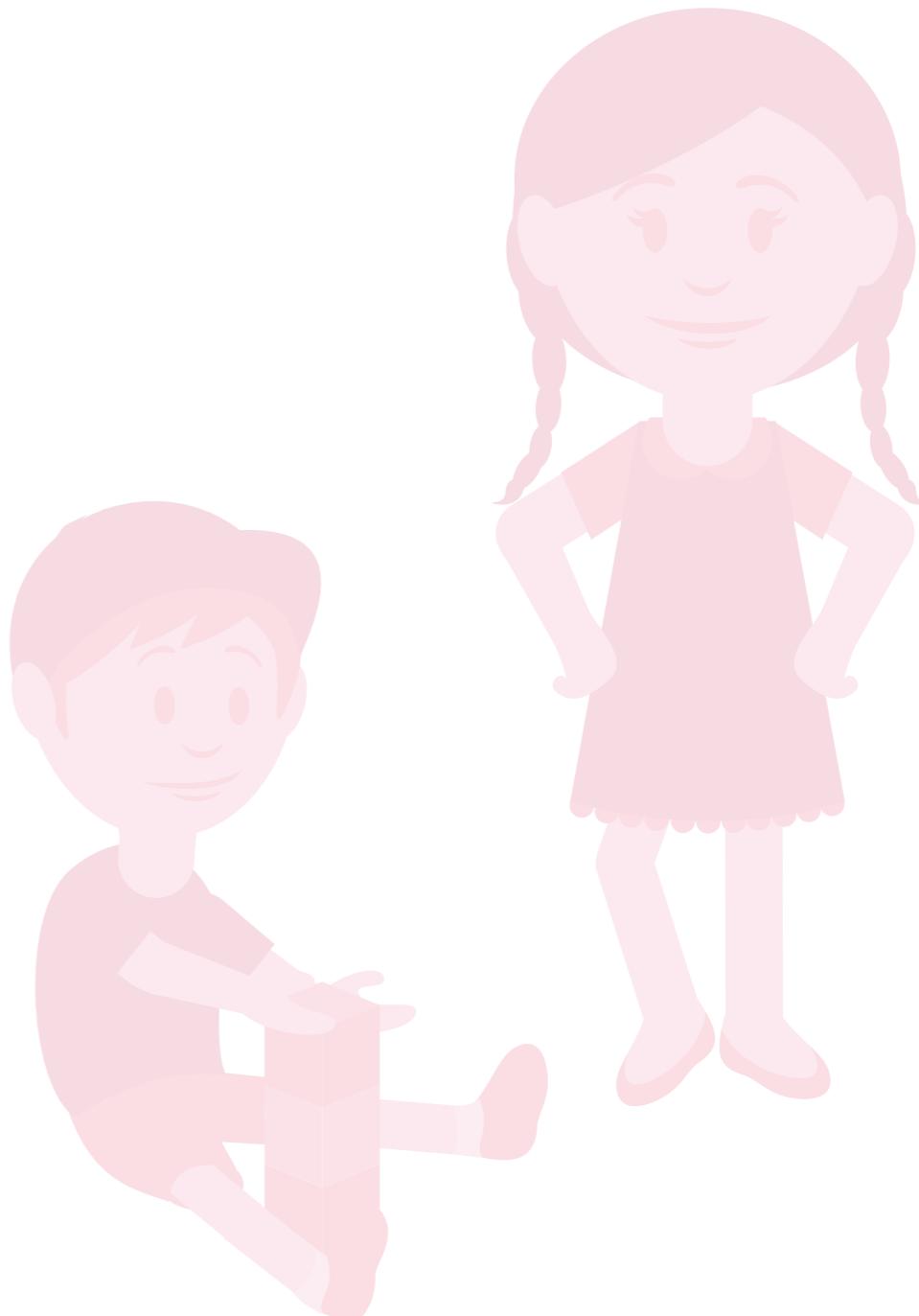
El objetivo del análisis del análisis de uso es el de obtener una documentación comparativa de productos existentes y un punto de partida a partir del cual obtener una serie de conceptos/mejoras de producto. Mostrar la vinculación de la secuencia de uso del producto al análisis de uso y definir los diferentes tipos de usuario de producto y su relación con él y con su entorno.

El análisis de uso se puede definir como la evaluación del producto en su entorno, con el objetivo de la concepción de producto, comparación y diferenciación con la competencia.

El análisis de uso se relaciona con el análisis funcional, estudia el producto en el desarrollo de sus funciones en relación al entorno y al usuario, no de forma aislada como en el análisis funcional.

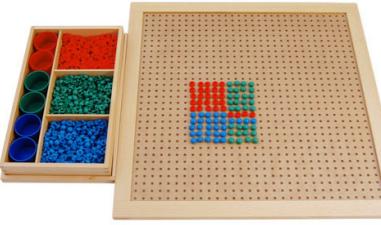
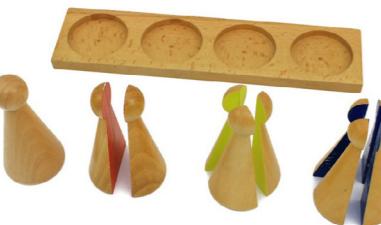
En el análisis de uso se valorarán los siguientes aspectos:

- Modalidades de uso, se definirá cómo se realizan los distintos tipos de uso, al analizar cada uno de ellos podemos detectar mejoras de producto, el análisis de un grupo de objetos de similares características nos permite encontrar las diferencias que hacen positiva o negativa la valoración de los usuarios.
- Situaciones de uso, se definirán los distintos tipos de usuarios y su relación con el producto, como es el entorno y situación de uso haciendo listados de mejoras.



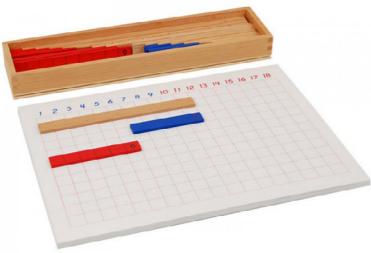
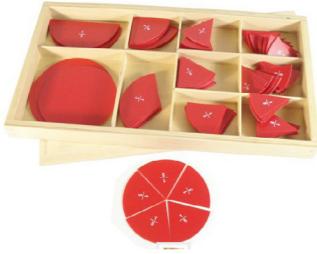
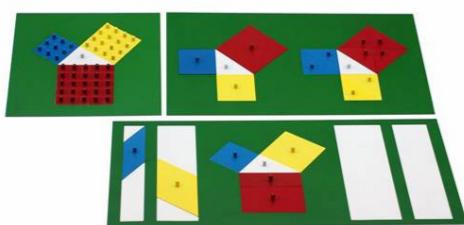
2.13 ANÁLISIS DE USO

Productos Montessori

| Producto | Modalidades de uso | Tipos de usuarios | Entornos de uso | Situaciones de uso |
|---|--|--|--|--|
|  | El uso esencial es el de aprender álgebra a través de la manipulación de perlas colocándolas sobre un tablero. | Los usuarios operadores serán los niños o alumnos y los profesores, un niño lo usa para aprender y un profesor para enseñar. | Se trata de un entorno preparado, es decir, se va cambiando el ambiente en el que viven los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. | La situación de uso general es en la escuela junto al profesor. Situaciones de uso minoritarias serían en una casa con la ayuda de los padres. |
|  | El uso esencial es el de aprender el concepto de fracción gracias a la manipulación de piezas divididas en diferentes secciones. | Los usuarios operadores serán los niños o alumnos y los profesores, un niño lo usa para aprender y un profesor para enseñar. | Se trata de un entorno preparado, es decir, se va cambiando el ambiente en el que viven los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. | La situación de uso general es en la escuela junto al profesor. Situaciones de uso minoritarias serían en una casa con la ayuda de los padres. |
|  | El uso esencial es del aprendizaje de los volúmenes y su cálculo a través de la manipulación de cubos iguales. | Los usuarios operadores serán los niños o alumnos y los profesores, un niño lo usa para aprender y un profesor para enseñar. | Se trata de un entorno preparado, es decir, se va cambiando el ambiente en el que viven los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. | La situación de uso general es en la escuela junto al profesor. Situaciones de uso minoritarias serían en una casa con la ayuda de los padres. |
|  | El uso esencial es el de aprender álgebra gracias a la manipulación de perlas de colores que pueden unirse mediante un alambre. | Los usuarios operadores serán los niños o alumnos y los profesores, un niño lo usa para aprender y un profesor para enseñar. | Se trata de un entorno preparado, es decir, se va cambiando el ambiente en el que viven los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. | La situación de uso general es en la escuela junto al profesor. Situaciones de uso minoritarias serían en una casa con la ayuda de los padres. |
|  | El uso esencial es el de aprender las fórmulas binomial de $(a + b)^2$ y $(a + b)^3$ a través del manejo de piezas de madera que juntas conforman un cubo. | Los usuarios operadores serán los niños o alumnos y los profesores, un niño lo usa para aprender y un profesor para enseñar. | Se trata de un entorno preparado, es decir, se va cambiando el ambiente en el que viven los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. | La situación de uso general es en la escuela junto al profesor. Situaciones de uso minoritarias serían en una casa con la ayuda de los padres. |

2.13 ANÁLISIS DE USO

Productos Montessori

| Producto | Modalidades de uso | Tipos de usuario | Entornos de uso | Situaciones de uso |
|---|--|--|--|--|
|  | El uso esencial es el de aprender álgebra a través de la manipulación de perlas colocándolas sobre un tablero. | Los usuarios operadores serán los niños o alumnos y los profesores, un niño lo usa para aprender y un profesor para enseñar. | Se trata de un entorno preparado, es decir, se va cambiando el ambiente en el que viven los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. | La situación de uso general es en la escuela junto al profesor. Situaciones de uso minoritarias serían en una casa con la ayuda de los padres. |
|  | El uso esencial es el de aprender a restar a través del manejo de piezas de madera que representan números y van colocadas sobre un tablero. | Los usuarios operadores serán los niños o alumnos y los profesores, un niño lo usa para aprender y un profesor para enseñar. | Se trata de un entorno preparado, es decir, se va cambiando el ambiente en el que viven los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. | La situación de uso general es en la escuela junto al profesor. Situaciones de uso minoritarias serían en una casa con la ayuda de los padres. |
|  | El uso esencial es el de aprender el concepto de las fracciones y los ángulos gracias a círculos de metal divididos en diferentes secciones. | Los usuarios operadores serán los niños o alumnos y los profesores, un niño lo usa para aprender y un profesor para enseñar. | Se trata de un entorno preparado, es decir, se va cambiando el ambiente en el que viven los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. | La situación de uso general es en la escuela junto al profesor. Situaciones de uso minoritarias serían en una casa con la ayuda de los padres. |
|  | El uso esencial es el de aprender las tablas de multiplicar utilizando piezas con los resultados escritos que se colocan sobre un tablero. | Los usuarios operadores serán los niños o alumnos y los profesores, un niño lo usa para aprender y un profesor para enseñar. | Se trata de un entorno preparado, es decir, se va cambiando el ambiente en el que viven los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. | La situación de uso general es en la escuela junto al profesor. Situaciones de uso minoritarias serían en una casa con la ayuda de los padres. |
|  | El uso esencial es el de aprender el teorema de pitágoras con el uso de piezas que encajan sobre diferentes marcos. | Los usuarios operadores serán los niños o alumnos y los profesores, un niño lo usa para aprender y un profesor para enseñar. | Se trata de un entorno preparado, es decir, se va cambiando el ambiente en el que viven los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. | La situación de uso general es en la escuela junto al profesor. Situaciones de uso minoritarias serían en una casa con la ayuda de los padres. |

2.13 ANÁLISIS DE USO

Ritualización y verbalización

Cada uso conlleva una ritualización y una verbalización.

El modo de utilización del producto es siempre mediante una ritualización. En primer lugar el profesor explica al alumno las pautas que ha de seguir si quiere hacer uso del producto, como que todas las piezas queden al final recogidas, que no se pierdan piezas, que se trate con cuidado el producto y sea respetuoso tanto con él como con el entorno, entre otras pautas a seguir.

El siguiente paso conlleva la explicación del profesor acerca de como se utiliza el material, explicándole al alumno cada una de las piezas y su modo de empleo. Existen pautas a seguir que se explican al alumno dependiendo del material que va a utilizar, como por ejemplo donde va colocada cada pieza, como se sustituyen o como interaccionan entre ellas. Todo este proceso se lleva acabo mediante una demostración acompañada de una verbalización de modo que el usuario comprende la materia tanto visualmente como de forma auditiva.

Posteriormente el profesor le propone un ejercicio al alumno basándose en un caso imaginario como por ejemplo, “tenemos 15 caramelos y han venido tres brujas a quitárnoslos, ¿Cuántos caramelos le tocan a cada bruja?. De tal modo que el alumno es invitado a manipular el material y resolver el ejercicio planteado.

La historia contada al niño en este caso es con brujas y caramelos, pero puede adaptarse a cualquier cosa que se familiarice con el niño ya que facilitará su aprendizaje.

Cada vez que se utiliza el material es simultáneo un proceso de verbalización acerca de lo que se está haciendo. Es decir, invitar al alumno a decir lo que piensa en voz alta a la vez que experimenta con el material.

Por lo tanto en el proceso de aprendizaje del alumno intervienen tres procesos: el auditivo, el visual y el cinestésico. El auditivo es el que absorbe la información en secuencia y de forma ordenada, de modo que aprenden lo que oyen, recuerdan lo que escucha tanto del profesor como el sonido del material durante su uso.

En el proceso de aprendizaje visual el alumno piensa en las imágenes que está viendo de modo que adquiere más información en menos tiempo. Favorece a una conducta organizada, observadora y tranquila, el alumno adquiere conocimiento basado en lo que ve y por lo tanto absorbe gran cantidad de información.

En el proceso de aprendizaje cinestésico se adquiere la información a través de sensaciones y movimientos. El aprendizaje del alumno ocurre a través de sus sensaciones, tocando y moviendo el material. Almacena información mediante la memoria muscular y expresa sus emociones con movimientos.

2.13 ANÁLISIS DE USO

Conclusiones

Las conclusiones obtenidas acerca de las modalidades de uso han sido las siguientes. El uso esencial es el de aprender diferentes campos de la materia de las matemáticas. Los diferentes campos de las matemáticas son por ejemplo aprender a contar, aprender a sumar, restar, multiplicar, dividir... A un mismo producto se le atribuyen distintos usos complementarios proponiendo el aprendizaje de otros campos que complementan el esencial. Pueden darse diferentes casos de usos atípicos debido a que se invita a los niños a experimentar libremente con el material, uno de ellos sería experimentar con formas geométricas combinando diferentes piezas.

Los usuarios operadores serán tanto los alumnos como los profesores, un niño lo usa para aprender y un profesor para enseñar.

Se trata de un entorno preparado, es decir, se va cambiando el ambiente en el que se encuentran los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. Esto permite su autonomía y colaboración e incita a la exploración creativa. La actividad libre del niño está dirigida desde sus propias necesidades: el entorno preparado debe ofrecer en cada momento los estímulos correspondientes al periodo sensitivo, cognitivo y emocional en el que se encuentra el niño y hacia los que espontáneamente el niño va a dirigir su actividad.

La situación de uso general es en la escuela junto al profesor. Situaciones de uso minoritarias serían en una casa con la ayuda de los padres.

Cada uso conlleva una ritualización y verbalización. La ritualización comienza con la explicación del profesor al alumno acerca del modo de empleo del material, las pautas que ha de seguir y le propone un ejercicio basándose en un caso real.

Cada vez que se utiliza el material es simultáneo un proceso de verbalización acerca de lo que se está haciendo. Es decir, invitar al alumno a decir lo que piensa en voz alta a la vez que experimenta con el material.

2.14 ANÁLISIS DE TIPOLOGÍA

Productos Montessori

El objetivo del análisis de tipología es el de establecer las diferencias y similitudes o ventajas y desventajas del producto en cuestión con otros productos. De este análisis comparativo se obtienen tipologías o clasificaciones de productos, de acuerdo a sus similitudes y diferencias. Las comparaciones pueden remitirse a la estructura, función, funcionamiento, forma, tipo de tecnología empleada para su construcción y el aspecto económico de su empleo.

En el análisis de tipología se valorarán los siguientes aspectos:

Material concreto: se valorará el tipo de material concreto así como su función principal y posibles funciones secundarias.

Seguridad: se valorará la seguridad del producto con el objetivo de minimizar riesgos o peligros de nuestro diseño.

Carácter lúdico: el usuario se relaciona con el juego como actividad placentera donde la expresión de su imaginación y de su libertad ayuda al niño a crecer individualmente.

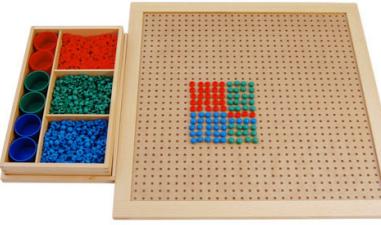
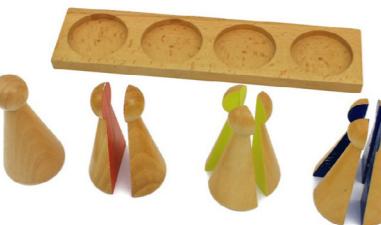
Psicomotricidad: el movimiento como medio de expresión y de comunicación, el niño no solo desarrolla sus habilidades motoras; la psicomotricidad le permite integrar las interacciones a nivel de pensamiento, emociones y su socialización favoreciendo la relación con su entorno y tomando en cuenta las diferencias individuales, necesidades e intereses de los niños. Existen tres niveles de psicomotricidad: a nivel motor, le permitirá al niño dominar su movimiento corporal; a nivel cognitivo, permite la mejora de la memoria, la atención y concentración y la creatividad del niño y a nivel social y afectivo, permitirá a los niños conocer y afrontar sus miedos y relacionarse con los demás.

La motricidad está referida al control que el niño es capaz de ejercer sobre su propio cuerpo. La motricidad gruesa está referida a la coordinación de movimientos amplios y la motricidad fina implica movimientos de mayor precisión.



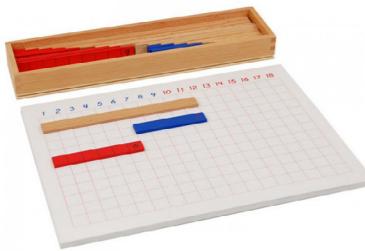
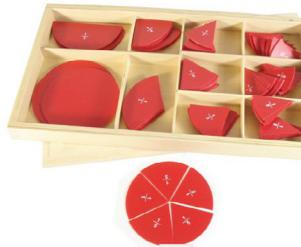
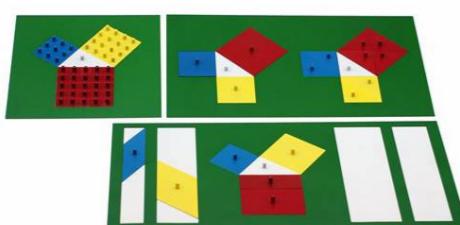
2.14 ANÁLISIS DE TIPOLOGÍA

Productos Montessori

| Producto | Material concreto | Seguridad | Carácter lúdico | Psicomotricidad |
|---|---|--|--|---|
|  | Material para aprender las operaciones en este caso la suma, la resta, la multiplicación y la división. | Todas las perlas se recogen en una caja con el fin de no perder ninguna de ellas y evitar derramamientos. | Este producto proporciona al usuario una amplia variedad de ejercicios y variaciones de uso, ofreciéndole utilizar su imaginación y libertad. ✓ | La psicomotricidad interviene tanto a nivel motor como a nivel cognitivo, se trata de una motricidad fina ya que implica movimientos con precisión. |
|  | Material para aprender operaciones algebraicas en este caso las fracciones y los ángulos. | Posee una tabla ranurada para facilitar la colocación de los conos y evitar que se pierda alguna pieza. | El carácter lúdico de este producto permite menos variaciones de ejercicios debido a su reducido número de piezas y combinaciones. ✗ | Psicomotricidad a nivel motor y a nivel cognitivo, implica menor precisión y concentración que el anterior por tener menos piezas y mayor tamaño. |
|  | Material de experimentación y cálculo de volúmenes. | Los mil cubos van recogidos en una caja de madera para asegurar su orden y que no se pierda ninguno de ellos. | Proporciona gran libertad y uso de la imaginación del niño debido a que permite diferentes usos tanto conceptuales como geométricos. | Psicomotricidad a nivel motor y a nivel cognitivo, intervienen tanto las manos como los sentidos de la vista y el tacto. |
|  | Material para aprender operaciones algebraicas como sumar, restar, multiplicar, dividir, potencias y cuadrados. | El uso de los alambres facilita la unión de las perlas y evita que estas queden sueltas y se pierdan. | Este producto proporciona al usuario una amplia variedad de ejercicios y variaciones de uso, ofreciéndole utilizar su imaginación y libertad. | Psicomotricidad fina, son necesarios movimientos precisos para colocar las perlas con los alambres, interviene el equilibrio y la concentración. ✓ |
|  | Material para aprender fórmulas algebraicas como la binomial $(a + b)^2$ y $(a + b)^3$. | Las aristas no son curvas para que las piezas encajen a la perfección y ambas fórmulas van recogidas y encajadas en marcos para evitar la pérdida de piezas. | El carácter lúdico de este producto es mas reducido debido a la complejidad del campo de aprendizaje. | Psicomotricidad a nivel motor y a nivel cognitivo, intervienen tanto las extremidades superiores como los sentidos de la vista, oído y tacto. |

2.14 ANÁLISIS DE TIPOLOGÍA

Productos Montessori

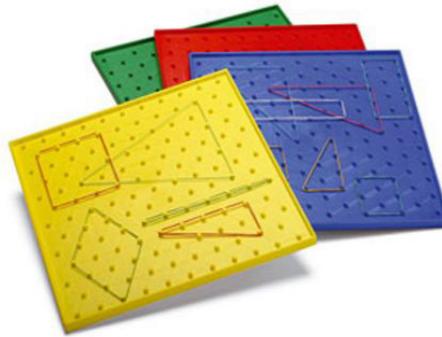
| Producto | Material concreto | Seguridad | Carácter lúdico | Psicomotricidad |
|---|--|---|---|---|
|  | Material para aprender a contar y interpretar los números escritos. | Se recoge todo el material en una caja dividida en dos secciones una con los botones y otra con los números. | Este producto proporciona al usuario una menor variedad de ejercicios y variaciones de uso en comparación con el resto de productos. | Predomina la psicomotricidad cognitiva como medio de aprendizaje, también interviene la motora de las extremidades superiores. |
|  | Material para aprender la operación de la resta. | Todas las piezas van recogidas en una caja para facilitar su orden y evitar pérdidas. | Proporciona gran libertad y uso de la imaginación del niño debido a que permite diferentes usos tanto conceptuales como geométricos. | La psicomotricidad interviene tanto a nivel motor como a nivel cognitivo, se trata de una motricidad fina ya que implica movimientos con precisión. |
|  | Material para aprender el concepto de fracción, su interpretación y el aprendizaje de los ángulos. | Todas y cada una de las piezas van recogidas en una caja dividida por secciones en la que cada sección alberga un tipo de fracción del círculo. | Este producto proporciona al usuario una variedad media de ejercicios y variaciones de uso. | Se trata de una motricidad fina ya que los movimientos implican precisión y concentración, intervienen los brazos, las manos y la vista. |
|  | Material para aprender las tablas de multiplicar. | Las piezas van encajadas en un marco y son recogidas en una caja para facilitar su orden y evitar pérdidas de alguna de las piezas. | El carácter lúdico de este producto es mas reducido debido a que cada pieza ha de colocarse en su lugar y no admite variaciones. | Implica concentración y precisión en la colocación de las piezas. Interviene la psicomotricidad motora por parte de las extremidades superiores. |
|  | Material para comprender e interpretar el teorema de pitágoras. | Las piezas van encajadas en marcos. Las piezas poseen unos salientes que facilitan el agarre de la pieza cuando está dentro del marco. | Proporciona una libertad media y uso de la imaginación del niño debido a que permite diferentes usos tanto conceptuales como geométricos. | Psicomotricidad a nivel motor y a nivel cognitivo, se trata de una motricidad fina ya que intervienen tanto las manos como los sentidos de la vista de forma precisa. |

2.14 ANÁLISIS DE TIPOLOGÍA

Productos Montessori

Se han clasificado los productos según el tipo de material didáctico Montessori, se han englobado en cuatro tipos: geométricos, volumétricos, de tres dimensiones, de enumeración y de operaciones. Dentro de la tipología de operaciones se han encontrado ocho subgrupos clasificados por el tema de aprendizaje: sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, fracciones, raíces cuadradas, potencias y el teorema de Pitágoras.

Geometría



Las tres dimensiones



Volumen



Enumeración

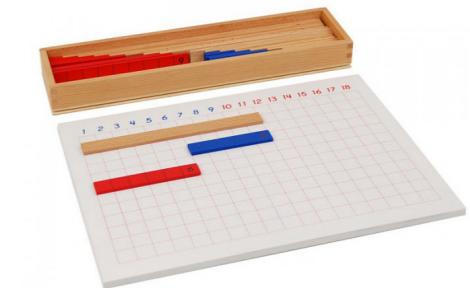


Operaciones

Sumas



Restas



Multiplicación



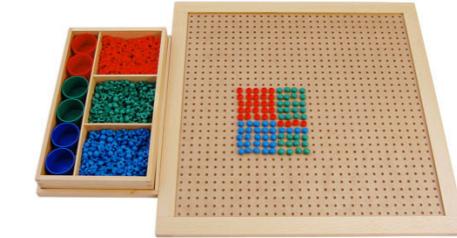
División



Fracciones



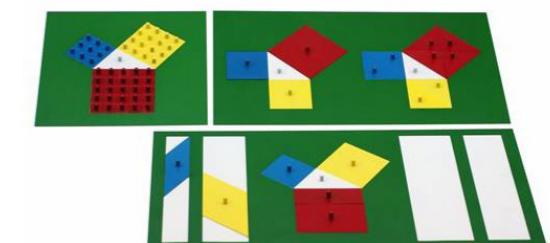
Raíces cuadradas



Potencias



Pitágoras



2.14 ANÁLISIS DE TIPOLOGÍA

Conclusiones

Los productos analizados se han dividido por temáticas de aprendizaje para poder diferenciarlos entre ellos: las temáticas observadas en los productos actuales han sido:

- El aprendizaje de figuras geométricas y sus desarrollos.
- El aprendizaje y experimentación con volúmenes.
- El aprendizaje y experimentación de las tres dimensiones e interpretación de los sistemas de representación en el papel.
- El aprendizaje del conteo y la enumeración.
- El aprendizaje de operaciones como sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, fracciones, potencias, raíces cuadradas y el teorema de Pitágoras.

A continuación se han redactado algunas conclusiones obtenidas de este análisis de tipología de producto.

- Algunos productos permiten crear volúmenes y experimentar con formas.
- Permiten utilizarlo de forma colaborativa.
- Algunos se tratan de puzzles o materiales encajables.
- Los materiales Montessori se caracterizan por el uso de cuentas o perlas.
- Algunos permiten el aprendizaje de gran variedad de operaciones.
- Los materiales permiten gran variedad de combinaciones y propuestas.
- Los materiales montessori van acompañados de una ritualización y verbalización ayudando a la comprensión de los niños.
- Algunos materiales se ayudan de un papel y un bolígrafo para apuntar y comprender mejor la operación que realiza.
- Los materiales generalmente son recogidos en una caja para facilitar su orden y su almacenamiento.
- La psicomotricidad presente es tanto la motora como la cognitiva, debido a que en la mayoría de los casos intervienen las extremidades superiores y los sentidos de la vista, el tacto y el oído. Se trata de una motricidad fina ya que es imprescindible la precisión y la concentración en el uso del producto.
- A mayor número de piezas, mayores son las combinaciones de las mismas y el carácter lúdico del producto.

2.15 ANÁLISIS DE PRECIOS

Productos Montessori

El análisis de precios tiene como objetivo conocer la relación del precio y diferentes factores como el material del producto, su función, su forma... Nos permite identificar y definir de forma clara los factores de los que depende el precio y obtener ventajas y desventajas de cada producto. De este modo podremos detectar los puntos fuertes y débiles de cada producto y redactar unas especificaciones de diseño que seguiremos en el desarrollo del nuevo producto.

Por lo tanto se trata de una herramienta de análisis que nos dice de que depende el precio el producto y nos sirve como herramienta de generación de nuevas soluciones.

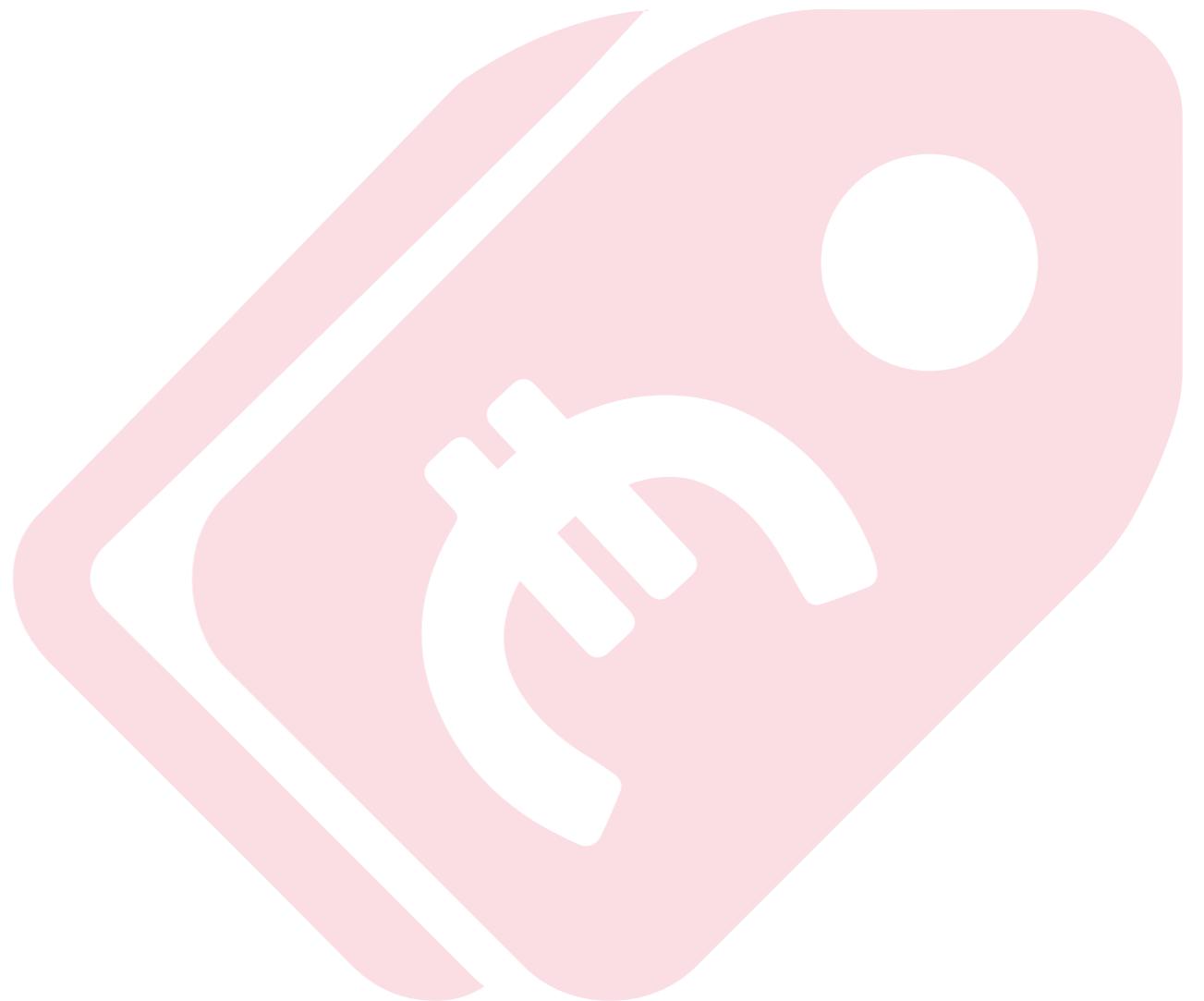
En el análisis de precios se analizarán los siguientes factores:

Función: con el objetivo de diferenciar las diferentes funciones y sus correspondientes precios para comprobar similitudes y diferencias.

Composición: se analizará la composición de las diferentes piezas del producto para observar si existe algún tipo de correspondencia entre la composición del producto y su precio.

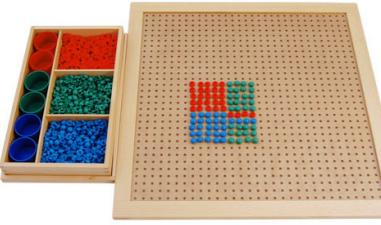
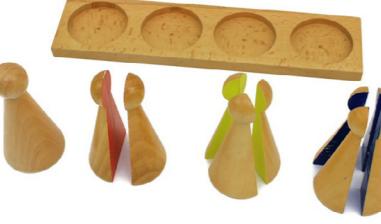
Material: se analizarán los materiales de cada una de las piezas que componen el material para saber si el precio varía o no en función del material.

Precio: se analizarán los precios de los diferentes productos en función de su tipología con el objetivo de obtener similitudes y diferencias, ventajas y desventajas.



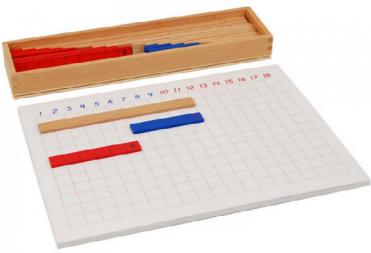
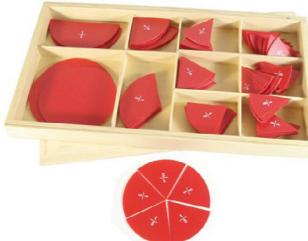
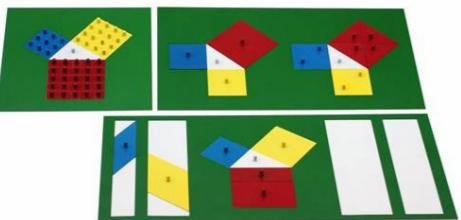
2.15 ANÁLISIS DE PRECIOS

Productos Montessori

| Producto | Función | Descripción | Material | Percepción |
|---|--|--|---|--|
|  | Material para aprender a sumar, restar, multiplicar, dividir o hacer raíces cuadradas. | Tablero perforado de madera con una caja que contiene copas y perlas de plástico. | Tablero de madera y piezas esféricas de madera. | El tablero perforado pequeño vale al rededor de 18,00 €. En el caso del grande + caja con copas y clavijas son 68,90 €. X |
|  | Material para la comprensión del concepto de fracción. | Bolos de fracciones de 14 cm de alto y 6 cm de diámetro colocados sobre una bandeja que sirve de marco para ellos. | Bolos y tablero de soporte fabricados en madera. | Los bolos de fracciones de tamaño reducido sin marco cuestan 18,00 €. El tamaño grande con marco son 39,00 € X |
|  | Material para la experimentación y aprendizaje del volumen. | Caja de madera con dos aperturas laterales compuesta de 1000 cubos de madera en su interior. | Caja de madera con visagra de acabado natural lijado. Los cubos del interior son de madera lijada, barnizada y pintada de color blanco. | La caja de volumen de 1000 cubos cuesta 23,90 €. |
|  | Material para aprender el cálculo de cuadrados. | Cuadrados de perlas de colores. Cada cuadrado se compone de un diferente número de perlas unido mediante un alambre. | Perlas de plástico agujereadas por su centro. El alambre es metálico. | 15,00 € en este caso. Las perlas sueltas cuestan 1,50 € En el caso de llevar barras pueden llegar a costar hasta 32 € un cubo de mil perlas. |
|  | Material para aprender las fórmulas binomial o trinomial algebraicas. | Caja con bisagras que permite abrir dos lados de la caja. Dentro de la caja residen diferentes cubos y prismas formando un cubo. | Caja de madera con visagras de acabado natural. Cubos y prismas de madera en su interior, lijados, barnizados y pintados de diferentes colores. | El cubo binomial algebraico vale 22,00 €. En el caso del cubo trinomial son 32,00 €. ✓ |

2.15 ANÁLISIS DE PRECIOS

Productos Montessori

| Producto | Tipología | Descripción | Material | Precio |
|---|---|--|--|---|
|  | Material para aprender a contar. | Caja de madera con números y contadores en su interior. | Caja de madera lijada y sin barnizar. Piezas circulares y números de madera lijada y pintada en rojo. | El producto de la imagen son 12,90 €. Otros productos para contar como la caja de husos son 35,50 €. |
|  | Material para aprender a sumar. | Tabla de madera de 12x18 plazas con los números 1-18 impresos en la parte superior y una caja de madera que contiene tiras de diferentes longitudes y colores también de madera. | Tablero de madera pintado de blanco. Caja de madera que contiene tiras de diferentes longitudes y colores también de madera. | El tablero de la resta son 23,00 €, en cambio otros tableros como la multiplicación y la división simple son 17,50 €. |
|  | Material para aprender el concepto y cálculo de las fracciones. | Caja de madera con departamentos. Cada departamento contiene fracciones de círculos de diferentes materiales. | Caja de madera y piezas de plástico. Otra variante es tanto la caja como las piezas metálicas. | Tanto la caja de fracciones 1/10 como la de 11/20 son 37,90 €. La caja de fracciones en metal son 91,00 €. |
|  | Material para aprender a multiplicar y las tablas de multiplicar. | Tablero, caja y piezas cuadradas de madera. Incluye lámina de control. | Tablero y piezas de madera, lijada, pintada y barnizada. | El tablero de pitágoras y el tablero de 100 con las hojas de control cuestan al rededor de 28,00 €. |
|  | Material para la comprensión del teorema de Pitágoras. | Tres bandejas de metal verde que contienen diferentes piezas en su interior. Cada una de las piezas muestra el teorema de pitágoras de distintas formas. | Bandejas de soporte y piezas metálicas. | El teorema de pitágoras cuesta 190,00 €, en cambio en el caso del material de equivalencias son 159,00 € y en el de cuadrados y rectángulos son 103,00 €. |

2.15 ANÁLISIS DE PRECIOS

Conclusiones

Los diferentes precios de los materiales para el aprendizaje de un mismo ámbito varían muy poco entre ellos.

Las variaciones de precio mas significativas entre materiales del mismo ámbito se deben a la variación del tamaño del producto. Otros casos de aumento de precio en materiales de un mismo ámbito se debe a la complejidad de las formas.

Otra variante del precio es la cantidad de piezas que compone un producto, a mayor cantidad de piezas mayor es el precio de venta.

El precio cambia dependiendo del material del que esta hecho, por ejemplo un mismo producto en metal son 91,00 € y en cambio en madera son 37,90 €-

El precio no depende de la complejidad del campo de aprendizaje del material.

El material mas barato son las perlas sueltas a 1,5 € cada 30 perlas. El material mas caro es de 190 € del teorema de pitágoras con gran diferencia con respecto al resto de productos montessori.

Como conclusión del análisis de precios se obtiene que por lo general el precio de los materiales Montessori es elevado teniendo en cuenta que son formas simples y se trata de un material barato. Esto es debido a que normalmente se trata de productos artesanales o fabricados por encargo.

2.16 ANÁLISIS DE MATERIALES

Productos Montessori

El análisis de materiales tiene como objetivo conocer que tipo de relación posee el material del que esta fabricado el producto con sus cualidades como el precio, la psicomotricidad, los acabados del material... Por lo tanto se trata de una herramienta de análisis que nos dice que ventajas y desventajas presenta cada material y nos sirve como herramienta de generación de nuevas soluciones.

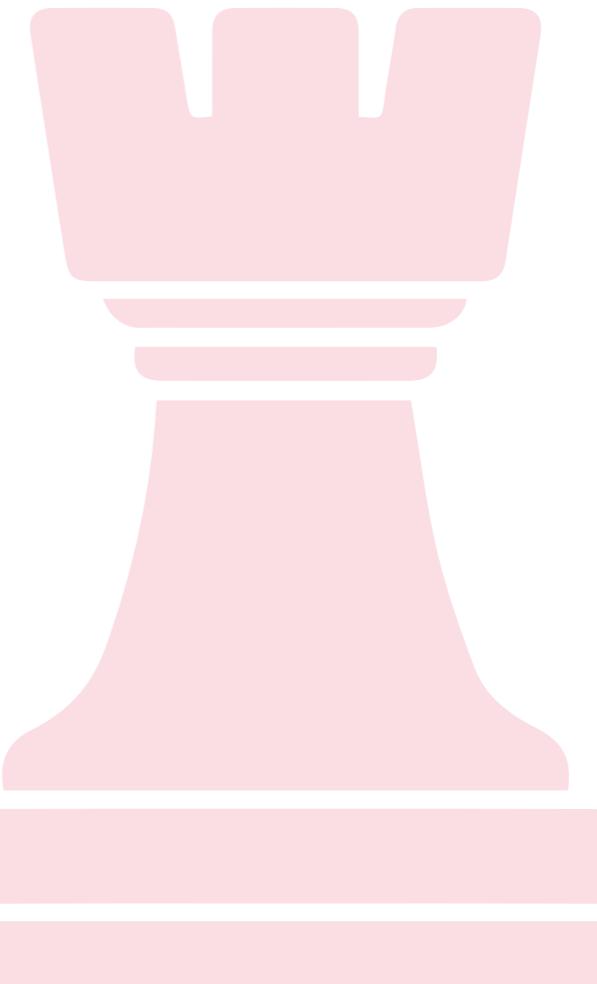
En el análisis de materiales se analizarán los siguientes factores:

Material: con el objetivo de diferenciar los diferentes materiales que componen el producto.

Acabados: se analizará el nivel de detalle de los acabados así como las sensaciones que transmite el tacto de sus superficies.

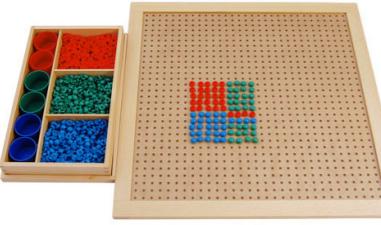
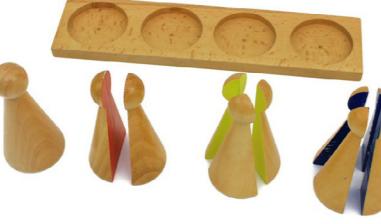
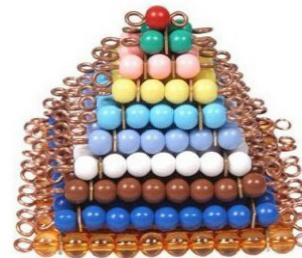
Psicomotricidad: analizaremos el movimiento como medio de expresión y de comunicación. Existen tres niveles de psicomotricidad: a nivel motor, le permitirá al niño dominar su movimiento corporal; a nivel cognitivo, permite la mejora de la memoria, la atención y concentración y la creatividad del niño y a nivel social y afectivo, permitirá a los niños conocer y afrontar sus miedos y relacionarse con los demás.

Sensaciones y sonidos: analizaremos las sensaciones al tacto de los materiales y que clase de sonido emiten los materiales al interaccionar entre sí.



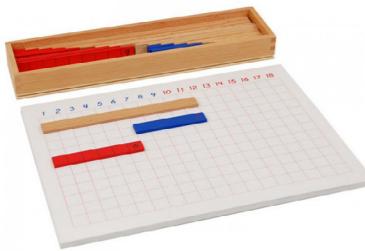
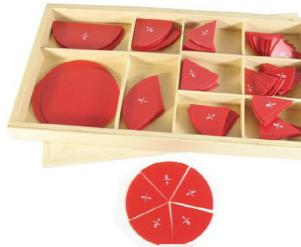
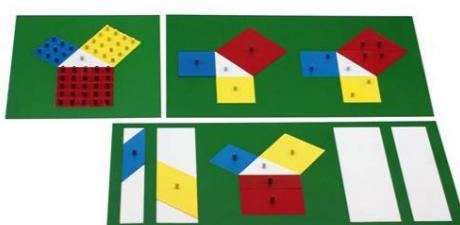
2.16 ANÁLISIS DE MATERIALES

Productos Montessori

| Producto | Material | Acabados | Psicomotricidad | Sensaciones y sonidos |
|---|---|---|---|---|
|  | Tablero de madera y esferas de madera recogidas en una caja. | El tablero y la caja donde se guardan las piezas poseen los acabados propios de la madera. Las piezas esféricas han sido pintadas de colores. | La psicomotricidad interviene tanto a nivel motor como a nivel cognitivo, se trata de una motricidad fina ya que implica movimientos con precisión. | El tacto es rugoso y la temperatura es caliente en comparación con otros materiales. |
|  | Piezas conicas de madera y marco de madera. | Tanto las piezas como el marco han sido lijados, barnizados y en algunas secciones también pintados. | Psicomotricidad a nivel motor y a nivel cognitivo, implica menor precisión y concentración que el anterior por tener menos piezas y mayor tamaño. | El tacto es liso a una temperatura ambiente. El sonido de la madera interactuando con madera se denota agradable. |
|  | Cubos de madera recogidos en un cubo abatible de mayor tamaño tambien de madera. | Los cubos han sido lijados, pintados de blanco y barnizados. El cubo abatible posee el acabado natural de la madera. | Psicomotricidad a nivel motor y a nivel cognitivo, intervienen tanto las manos como los sentidos de la vista y el tacto. | El tacto es rugoso y la temperatura de las piezas se adapta al entorno. El sonido que emiten las piezas al chocar entre ellas es tenue y grave. |
|  | Perlas de plástico agujereadas por su centro y y atravesadas por un alambre metálico. | Las perlas son de diferentes colores y su superficie es totalmente lisa. | Psicomotricidad fina, son necesarios movimientos precisos para colocar las perlas con los alambres, interviene el equilibrio y la concentración. | El tacto de las piezas es liso, suave y se nota una temperatura ambiente. En cambio el alambre al tacto es muy frío. |
|  | Cubos y prismas de madera recogidos en un cubo abatible y un marco de madera. | Los cubos y prismas han sido lijados, pintados y barnizados. La caja abatible y el marco poseen el acabado natural de la madera. | Psicomotricidad a nivel motor y a nivel cognitivo, intervienen tanto las extremidades superiores como los sentidos de la vista, oído y tacto. | El tacto de los prismas es liso y suave, en cambio la caja es rugosa y áspera. |

2.16 ANÁLISIS DE MATERIALES

Productos Montessori

| Producto | Material | Acabados | Psicomotricidad | Sensaciones y sonidos |
|---|--|---|---|---|
|  | Piezas circulares y números escritos de madera recogidos en una caja. | Tanto las piezas circulares como los números escritos han sido ligados, pintados de rojo y barnizados. | Predomina la psicomotricidad cognitiva como medio de aprendizaje, también interviene la motora de las extremidades superiores. | El tacto es áspero, rugoso y cálido. |
|  | Listones de madera de diferentes longitudes recogidos en una caja de madera. El tablero sobre el que se colocan las piezas también es de madera. | El tablero ha sido lijado, barnizado y pintado de blanco, incluyendo los detalles de la cuadrícula y los numeros superiores. | La psicomotricidad interviene tanto a nivel motor como a nivel cognitivo, se trata de una motricidad fina ya que implica movimientos con precisión. | El tacto de la caja es áspero. El del tablero y las piezas es mas suave pero de acabado rugoso. |
|  | Piezas de plástico recogidas en una caja de madera. | La caja posee el acabado natural de la madera porosa en cambio las piezas de plástico son lisas. | Se trata de una motricidad fina ya que los movimientos implican precisión y concentración, intervienen los brazos, las manos y la vista. | El tacto de las piezas es liso y suave, en cambio el de la caja de madera es rugoso. Las piezas de plastico son mas blandas que las vistas hasta ahora. |
|  | Piezas cuadradas de madera recogidas en una caja también de madera. El tablero sobre el que se colocan las piezas es de madera. | Tanto el interior del tablero como las piezas cuadradas han sido pintadas y barnizadas. El resto de elementos poseen el acabado de la madera. | Implica concentración y precisión en la colocación de las piezas. Interviene la psicomotricidad motora por parte de las extremidades superiores. | Las piezas al interaccionar entre sí emiten un sonido natural y agradable. |
|  | Piezas de metal encajadas en un marco de marco de metal. | Tanto el marco como las piezas encajadas en el han sido pintados de diferentes colores. | Psicomotricidad a nivel motor y a nivel cognitivo, se trata de una motricidad fina ya que intervienen tanto las manos como los sentidos de la vista de forma precisa. | El tacto es frío y suave. El sonido del metal contra el metal es mas estridente y agudo que el de la madera. |

2.16 ANÁLISIS DE MATERIALES

Conclusiones

Tras el análisis de materiales hemos concluido que la mayoría de los productos Montessori son de madera. Esto es debido a que se trata de un material ecológico, tanto renovable como recicitable y biodegradable. Otros factores son importantes como su bajo precio, su amplia versatilidad y su adaptabilidad al entorno. Se trata de un material conductor del sonido, es decir, acústico, de modo que la interacción entre piezas genera sonidos agradables y únicos para el usuario. El acabado de la madera proporciona una textura porosa, es decir, un tacto rugoso para el usuario. La baja densidad de la madera ayuda a que las piezas sean ligeras y fáciles de manipular por el usuario. La resistencia al impacto y la dureza del material también ayudan en este caso ya que son manipulados por niños.

Otro material presente en un solo caso ha sido el del metal, factor que ha incrementado mucho el precio del producto. En este caso las piezas son de un tacto frío y el sonido de la interacción de unas piezas son otras no es tan agradable como el de la madera.

Otra conclusión relevante ha sido se trata de productos fáciles de fabricar por uno mismo, ya que son formas muy simples y en algunos casos pueden ser sustituidos por otro tipo de producto ya fabricado como las perlas por cuentas para hacer collares.

Por lo tanto el producto que diseñaremos será fabricado en madera. Se tratará de un material que interaccionará con el medio ambiente, ya que se trata de un producto natural. En el método de enseñanza Montessori, las aulas son espacios abiertos donde la naturaleza esta siempre presente y la madera es el material que predomina en el entorno.

2.17 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Productos Montessori

El análisis estructural tiene como objetivo conocer todos los componentes del producto, así como su distribución y las relaciones entre ellos. Es decir, el análisis estructural apunta a individualizar los elementos del conjunto y evaluar las relaciones entre todos los elementos.

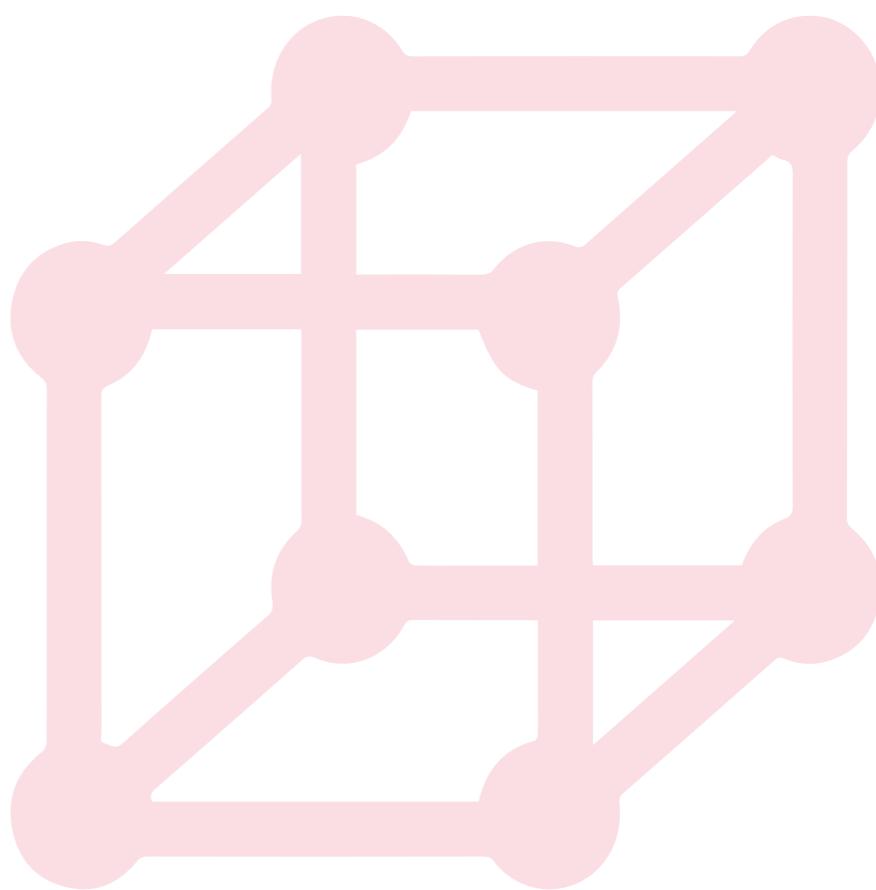
En el análisis estructural se analizarán los siguientes factores:

Componentes: con el objetivo de distinguir las diferentes partes que componen el producto y como se relacionan entre sí.

Tipo de piezas: analizaremos los diferentes tipos de piezas que componen el producto para obtener los puntos fuertes y débiles de cada una de ellas.

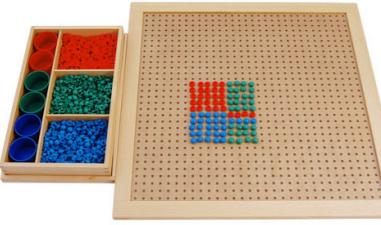
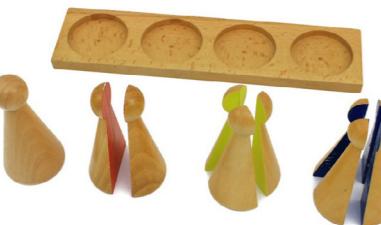
Distribución: estudiaremos la distribución de cada uno de los componentes del producto.

Relación entre piezas: finalmente analizaremos como se relacionan las piezas entre ellas y con sus respectivos marcos o cajas de almacenamiento.



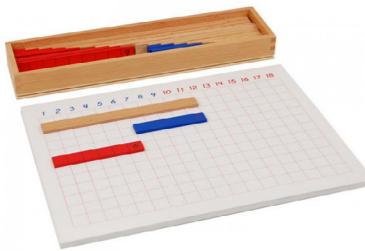
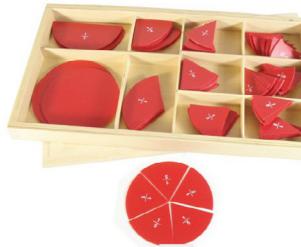
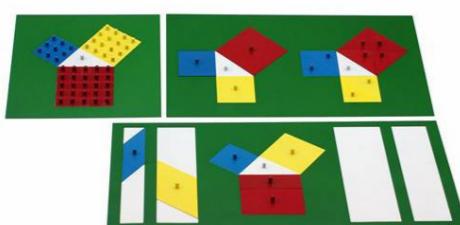
2.17 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Productos Montessori

| Producto | Componentes | Tipo de piezas | Disposición | Relaciones entre piezas |
|---|--|--|--|--|
|  | Se compone de un marco, unas bolas de colores, una caja de almacenamiento y seis cuencos. | Las bolas de colores son todas iguales y los huecos del tablero mantienen la misma proporción que las bolas. | Las bolas van colocadas sobre el tablero de forma ordenada o en los cuencos cuando se emplea el material, luego va todo recogido en la caja. | Las piezas van colocadas sobre el tablero en sus correspondientes agujeros. |
|  | Se compone de un marco y seis bolos, tres de ellos divididos en dos, tres y cuatro partes. | Las piezas compuestas por los bolos encajan exactamente en el hueco de su marco. | Los bolos y sus correspondientes partes van colocadas sobre el marco. | Las piezas se unen por las caras cortadas formando los bolos completos. |
|  | Se compone de 1000 cubos recogidos en una caja abatible de madera. | Los cubos tienen las mismas dimensiones y la caja es proporcional a ellos. | Los cubos van colocados de modo que formen un gran cubo entre ellos dentro de la caja de almacenamiento. | Las piezas van colocadas unas con otras formando un cubo. |
|  | Se compone de perlas y alambres. | Las perlas son todas iguales pero de diferentes colores y los alambres son de diferentes longitudes. | Las perlas van unidas mediante un alambre y su disposición dependerá del usuario. | Las piezas van dispuestas una al lado de otra y unidas mediante un alambre. |
|  | Se compone de cuatro cubos y tres prismas recogidos en una caja abatible. Por otro lado también tiene un marco con cuatro piezas que encajan en su interior. | Los cubos y prismas son proporcionales entre si ya que demuestran la formula binomial $(a+b)^3$. | Los cubos y prismas van colocados formando un cubo dentro de la caja de madera. Las piezas planas van encajadas en sus respectivos espacios del marco. | La piezas van dispuestas unas encima de otras correspondiendo con un único lugar para su colocación. |

2.17 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Productos Montessori

| Producto | Componentes | Tipo de piezas | Disposición | Relaciones entre piezas |
|---|---|---|---|---|
|  | Se compone de botones y números escritos recogidos en una caja con dos compartimentos. | Piezas del mismo tamaño en el caso de los números y mismas dimensiones en el caso de los botones. | Los botones y números van recogidos en compartimentos de la caja. Durante su uso la disposición de los elementos dependerá del usuario. | En este caso las piezas no interactúan entre sí |
|  | Se compone de tres tipos de regletas recogidas en una caja y un tablero. | Las regletas mantienen las proporciones de la unidad. | Las regletas van colocadas sobre el tablero correspondiendo con la cuadrícula durante su uso, una vez finalizado van recogidas en una caja. | Las piezas interactúan con el tablero donde van colocadas. |
|  | Se compone de piezas de plástico que representan fracciones recogidas en una caja con distintos compartimentos. | Las piezas son proporcionales y juntas forman círculos iguales. | Las piezas van recogidas en una caja con diferentes compartimentos. Durante su uso la posición de las piezas dependerá del usuario. | Las piezas van colocadas unidas por sus lados para formar círculos. |
|  | Se compone de piezas cuadradas recogidas en una caja y un tablero. | Las piezas con los números son todas con las mismas dimensiones y el tablero mantiene la proporción de las piezas cuadradas. | Las piezas cuadradas van colocadas sobre el tablero, solo hay una combinación posible. | Las piezas van colocadas sobre el tablero una al lado de la otra de modo que juntas llenan todo el tablero. |
|  | Se compone de piezas de metal que encajan sobre un marco permitiendo diferentes combinaciones. | Las piezas mantienen las proporciones entre ellas ya que representan las mismas figuras para la comprensión del teorema de Pitágoras. | Las piezas van encajadas en los diferentes marcos, hay gran variedad de combinaciones. | Las piezas van colocadas unas junto a otras en los huecos del tablero. |

2.17 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Conclusiones

Las conclusiones obtenidas del análisis estructural han sido las siguientes:

La mayor parte de los productos se compone de unas piezas destinadas al aprendizaje de la materia y un tablero donde van colocadas cada una de las piezas. A su vez estas piezas van recogidas en una caja durante el almacenamiento del producto.

Otros productos se componen de piezas que van encajadas en marcos por lo que éstas no necesitan caja de almacenamiento.

Los productos para aprender a contar solo constan de piezas y una caja de almacenamiento ya que la colocación de las piezas no es un factor importante.

Todas las piezas que componen los productos son proporcionales al resto de elementos de modo que mantienen la armonía. Su disposición varia en función del uso, durante su almacenamiento la mayoría van recogidas en cajas de madera. Durante el uso del producto las piezas van dispuestas sobre un tablero o encajadas sobre sus respectivos marcos.

2.18 CONCLUSIONES

Analisis funcional

La función principal de los productos Montessori es la del aprendizaje de la materia de las matemáticas. Cada material es destinado al aprendizaje de un ámbito específico, como es por ejemplo contar, sumar, restar, multiplicar, dividir, hacer raíces cuadradas, aprender fórmulas binomiales y trinomiales, el teorema de pitágoras...

Las funciones secundarias complementan el aprendizaje del niño en otros ámbitos de estudio como las fracciones, los ángulos, las tablas de multiplicar...

Estas funciones se cumplen gracias al uso de piezas simples que sirven para contar o representan números enteros, como es el ejemplo de perlas, cubos, botones... Estas piezas van siempre acompañadas de marcos o tableros que facilitan su colocación sobre ellos y mejoran el orden de las piezas y a su vez la comprensión del concepto.

La mayor parte de los productos van recogidos en cajas para facilitar su orden y evitar pérdidas de piezas. Las piezas respetan las proporciones idóneas para evitar que los niños se traguen las piezas o sean demasiado grandes para poder manipularlas con sus manos.

Las piezas iguales son del mismo color para facilitar al niño su interpretación. Solo en el caso de las perlas el color de piezas a pesar de ser iguales cambia para que los niños interpreten que son diferentes en su magnitud.

Hemos establecido unos criterios para un buen diseño relacionados con la función del producto, los cuales son:

- El producto ha de cumplir su función correctamente
- Posibles funciones secundarias
- Diseño funcional
- Vida útil
- Seguridad
- Fácil mantenimiento
- Viabilidad
- No debe causar daño alguno al usuario ni al entorno

2.18 CONCLUSIONES

Analisis formal

La mayoría de los productos se componen de formas geométricas redondas, cuadradas o rectangulares por lo general. También se han observado formas como triángulos, conos o esferas. Todas las formas de las piezas son de tamaños proporcionales a su función, en el caso de que sirvan para contar o la realización del cálculo de operaciones los materiales se componen de piezas de tamaño reducido, en cambio si sirven para ayudar al aprendizaje de conceptos y son piezas destinadas a ser palpadas mas exhaustivamente se tratan de formas de mayor tamaño.

La mayoría de las superficies son lisas y opacas. En algunos casos se deja la madera al descubierto, se ha observado que es más común en tableros para la realización de operaciones o en las cajas que contienen los materiales. Todos los materiales poseen alguna pieza pintada de color para diferenciarse de otras piezas y esta diferenciación cumple diferentes funciones dependiendo del material.

La percepción de los materiales Montessori es que se tratan siempre de materiales simples, sin detalles concretos ni formas figurativas. En cuanto a los elementos que componen los materiales existe siempre una claridad y diferenciación entre ellos, así como una distribución lógica de los elementos.

En cuanto a la relación forma función, hemos establecido unos criterios para un buen diseño, los cuales son:

- La forma ha de corresponder a la función
- La forma ha de corresponder a la construcción
- La forma, el material y el proceso productivo han de corresponderse.
- Los elementos del diseño han de estar equilibrados.
- La forma del objeto ha de ser homogénea y convincente.
- El producto ha de integrarse bien en su entorno.
- Ha de tener una forma innovadora
- Ha de tener un alto valor práctico
- Ha de tener una seguridad asegurada.
- Validez ecológica
- Relación visual evidente entre el objeto total y sus elementos
- Mantenimiento de los principios constructivos
- Claridad entre los elementos de diseño
- Distribución lógica
- Limpieza visual
- Elección de materiales idóneos.

2.18 CONCLUSIONES

Analisis de uso

El uso esencial es el de aprender diferentes campos de la materia de las matemáticas. Los diferentes campos de las matemáticas son por ejemplo aprender a contar, aprender a sumar, restar, multiplicar, dividir... A un mismo producto se le atribuyen distintos usos complementarios proponiendo el aprendizaje de otros campos que complementan el esencial. Pueden darse diferentes casos de usos atípicos debido a que se invita a los niños a experimentar libremente con el material.

Los usuarios operadores serán tanto los alumnos como los profesores, un niño lo usa para aprender y un profesor para enseñar.

Se trata de un entorno preparado, es decir, se va cambiando el ambiente en el que se encuentran los niños con la finalidad de favorecer su desarrollo. Esto permite su autonomía y colaboración e incita a la exploración creativa. El entorno preparado debe ofrecer en cada momento los estímulos correspondientes al periodo sensitivo, cognitivo y emocional en el que se encuentra el niño y hacia los que espontáneamente el niño va a dirigir su actividad.

La situación de uso general es en la escuela junto al profesor. Situaciones de uso minoritarias serían en una casa con la ayuda de los padres.

Cada uso conlleva una ritualización y verbalización. La ritualización comienza con la explicación del profesor al alumno acerca del modo de empleo del material, las pautas que ha de seguir y le propone un ejercicio basándose en un caso real. Cada vez que se utiliza el material es simultáneo un proceso de verbalización acerca de lo que se está haciendo. Es decir, invitar al alumno a decir lo que piensa en voz alta a la vez que experimenta con el material.

Hemos establecido unos criterios para un buen diseño relacionados con el uso del producto, los cuales son:

- La función incide sobre el uso
- El uso incide sobre las relaciones humanas.
- Los usuarios serán los niños y los profesores.
- El entorno de uso será el aula del colegio o similar.
- Entorno preparado
- Visualización del uso
- Ritualización
- Verbalización
- Pautas a seguir en el uso del producto
- Ciclo cerrado de utilización, el producto se guarda tal y como se obtiene
- Imaginación y libertad de uso

2.18 CONCLUSIONES

Analisis de tipología

A continuación se han redactado algunas conclusiones obtenidas del análisis de tipología de producto.

Algunos productos permiten crear volúmenes y experimentar con formas tanto individualmente como de forma colaborativa.

Los materiales Montessori se caracterizan por el uso de cuentas o perlas. Otros productos son puzzles o materiales encajables.

Permiten el aprendizaje de gran variedad de operaciones.

Los materiales permiten gran variedad de combinaciones y propuestas.

Los materiales montessori van acompañados de una ritualización y verbalización ayudando a la comprensión de los niños.

Algunos materiales se ayudan de un papel y un bolígrafo para apuntar y comprender mejor la operación que realiza.

Los materiales generalmente son recogidos en una caja para facilitar su orden y su almacenamiento.

La psicomotricidad presente es tanto la motora como la cognitiva, debido a que en la mayoría de los casos intervienen las extremidades superiores y los sentidos de la vista, el tacto y el oído. Se trata de una motricidad fina ya que es imprescindible la precisión y la concentración en el uso del producto.

A mayor número de piezas, mayores son las combinaciones de las mismas y el carácter lúdico del producto.

Hemos establecido unos criterios para un buen diseño relacionados con la tipología del producto, los cuales son:

- Psicomotricidad
- Versatilidad
- Innovación
- Materiales idóneos
- Aprendizaje individual o colaborativo
- Carácter lúdico

2.18 CONCLUSIONES

Analisis de precios

Los diferentes precios de los materiales para el aprendizaje de un mismo ámbito varían muy poco entre ellos.

Las variaciones de precio mas significativas entre materiales del mismo ámbito se deben a la variación del tamaño del producto. Otros casos de aumento de precio en materiales de un mismo ámbito se debe a la complejidad de las formas.

Otra variante del precio es la cantidad de piezas que compone un producto, a mayor cantidad de piezas mayor es el precio de venta.

El precio cambia dependiendo del material del que esta hecho, por ejemplo un mismo producto en metal son 91,00 € y en cambio en madera son 37,90 €.

El precio no depende de la complejidad del campo de aprendizaje del material.

El material mas barato son las perlas sueltas a 1,5 € cada 30 perlas. El material mas caro es de 190 € del teorema de pitágoras con gran diferencia con respecto al resto de productos montessori.

Como conclusión del análisis de precios también se obtiene que por lo general el precio de los materiales Montessori es elevado teniendo en cuenta sus formas simples y los materiales en que están fabricados.

Hemos establecido unos criterios para un buen diseño relacionados con la tipología del producto, los cuales son:

- Relación calidad - precio
- Importancia del material
- Número de piezas
- Versatilidad
- Complejidad de las formas

2.18 CONCLUSIONES

Analisis de materiales y estructural

La mayor parte de los productos Montessori para el aprendizaje de las matemáticas están fabricados en madera debido a que posee las siguientes cualidades:

- Material renovable, recicitable y biodegradable
- Adaptabilidad al entorno
- Precio bajo
- Versatilidad
- Material acústico
- Baja densidad
- Resistencia al impacto
- Dureza

Solo en casos excepcionales el material del producto Montessori es metálico. El uso de este material proporciona dos grandes desventajas, el aumento del precio y el peso del producto.

La mayor parte de los productos analizados son fáciles de fabricar por uno mismo, ya que son formas muy simples y en algunos casos pueden ser sustituidos por otro tipo de producto ya fabricado como las perlas por cuentas para hacer collares.

El material idóneo por lo tanto para la fabricación de nuestro futuro producto es la madera.

La mayor parte de los productos se componen de unas piezas destinadas al aprendizaje de la materia y un tablero donde van colocadas cada una de las piezas. A su vez estas piezas van recogidas en una caja durante el almacenamiento del producto.

Otros productos se componen de piezas que van encajadas en marcos por lo que éstas no necesitan caja de almacenamiento.

Los productos para aprender a contar solo constan de piezas y una caja de almacenamiento ya que la colocación de las piezas no es un factor importante.

Todas las piezas que componen los productos son proporcionales al resto de elementos de modo que mantienen la armonía. Su disposición varía en función del uso, durante su almacenamiento la mayoría van recogidas en cajas de madera. Durante el uso del producto las piezas van dispuestas sobre un tablero o encajadas sobre sus respectivos marcos.

Por lo tanto nuestro diseño tendrá que cumplir las siguientes condiciones:

- Número reducido de piezas diferentes
- Piezas poco complejas
- Piezas proporcionales
- Armonía en el conjunto
- Disposición de las piezas de modo ordenado
- Método de almacenamiento

2.19 CONCLUSIONES GLOBALES

Conclusiones globales

Conclusiones obtenidas acerca de como ha de ser el nuevo diseño de producto:

- Ha de ser comprensible
- Ha de ser innovador
- El nuevo diseño ha de ser un producto útil
- Ha de estar estéticamente relacionado y adaptado a su entorno.
- El diseño ha de ser honesto
- El diseño ha de ser discreto
- Ha de tener una larga vida
- Ha de respetar el medio ambiente
- Ha de ser diseñado en su mínima expresión (menos es mas).
- Ha de plantear retos con posibilidad de extensión una vez cumplidos
- Ha de transmitir sensaciones y fomentar experiencias no estructuradas.
- El material didáctico será autocorrectivo.
- Ha de invitar al sujeto a experimentar, a fomentar el entusiasmo y su concentración en el.
- Ha de incentivar el interés por descubrir, intentar y aprender cosas nuevas.
- El uso del material ha de ir acompañado de una ritualización y verbalización.
- Ha de fomentar el trabajo individual y de forma independiente, el poder escoger libremente y poder marcar su propio ritmo de trabajo.

2.19 CONCLUSIONES GLOBALES

Especificaciones de diseño

Funcionalidad

El objeto debe cumplir la función de enseñar matemáticas. Además es deseable que posea también otras funciones que complementen el campo de aprendizaje principal.

Estética

La forma ha de corresponder a la función. Los elementos han de estar equilibrados y el producto ha de estar en armonía con el entorno. Ha de tener una forma innovadora, un alto valor práctico y validez ecológica. Los elementos deben seguir una distribución lógica y ofrecer limpieza visual.

Uso

Los usuarios serán tanto los niños como los profesores y el entorno de uso será tanto el aula del colegio como en casa. Se utilizará siempre en un entorno preparado y se efectuará una ritualización y una verbalización.

Tipología

El producto ha de poseer un carácter lúdico, es decir, el usuario se relaciona con el juego como actividad placentera donde la expresión de su imaginación y de su libertad le ayudan a crecer individualmente. A su vez también se ha de tener en cuenta la psicomotricidad del producto.

Precio

Tanto el precio de venta del producto como el coste de su fabricación ha de ser reducido.

Ergonomía

Las dimensiones del producto y de sus piezas han de estar adaptados al usuario, de forma que su uso sea cómodo e intuitivo. El material no puede provocar daños físicos al usuario y se han de tener en cuenta posibles riesgos como resultado de un mal uso.

Componentes

Hay que tener en cuenta la distribución de las piezas durante su uso ya que ha de ser ordenada e intuitiva. Además es importante saber donde irán las piezas alojadas tanto durante su uso como durante su almacenamiento.

Competencia

El producto debe de aportar nuevas funcionalidades o prestaciones que hagan que nuestro producto sea competente y que el usuario lo elija antes que otro ya existente.

Materiales

Es preferible que sea de un material renovable, recicitable y biodegradable. Es deseable que sea de materiales ligeros y de resistencia elevada. A su vez también es preferible que el producto sea de un material acústico y versátil. Estas cualidades corresponden a la madera.



3.1 RELACIONES ENTRE MATERIALES

Kit de material didáctico

Para la formulación de un kit de material didáctico es imprescindible establecer relaciones entre los materiales estudiados. El fin es poder crear un kit cuyos materiales se relacionen entre sí y creen una armonía complementándose unos con otros.

Las relaciones establecidas en primer lugar son en función del campo de las matemáticas que se aprende con el material.

- ✗ Contar + Sistema decimal
- ✗ Sumar + Restar
- ✗ Multiplicar + Dividir
- ✗ Multiplicar + Potencias
- ✗ Multiplicar + Raíces cuadradas
- ✗ Dividir + fracciones
- ✗ Fracciones + Mínimo común múltiplo, Máximo común divisor
- ✗ Contar + Sumar + Restar + Multiplicar + Operaciones compuestas
- ✗ Contar + Sumar + Restar + Multiplicar + Dividir
- ✗ Figuras planas + Superficies poligonales
- ✗ Figuras planas + Cuerpos geométricos
- ✗ Volúmenes + Figuras geométricas
- ✗ Figuras geométricas + Semejanzas/Equivalencias

También pueden relacionarse los materiales en función de su versatilidad.

- ✗ Fracciones + Porcentajes
- ✗ Fracciones + Ángulos + Horas
- ✗ Sumar + Restar + Multiplicar+ Dividir + Raíces cuadradas
- ✗ Fracciones + Operaciones con fracciones
- ✗ Figuras geométricas + Teorema de Pitágoras

3.2 GENERACIÓN DE IDEAS

Brainstorming

El brainstorming es una técnica muy útil para la generación de ideas. Sus objetivos principales son llevarnos a romper las limitaciones habituales del pensamiento y producir un conjunto de ideas entre las que poder escoger. Posee cuatro reglas básicas:

- Suspender el juicio y eliminar toda crítica. Cuando brotan las ideas no se permite ningún comentario crítico. Siempre se anotan todas las ideas.
- Pensar libremente, es muy importante la libertad de emisión. Las ideas imposibles o disparatadas son aceptadas.
- La cantidad es importante. Hace falta concentrarse en generar un gran número de ideas que posteriormente se puedan revisar.
- El efecto multiplicador, se busca la combinación de ideas y sus mejoras.



3.2 GENERACIÓN DE IDEAS

Brainstorming

Olores en la madera

Máquina que opera sola

Puzzles de una sola combinación o varias como el dominó

Juego de azar

Cuento con demostración

Componentes de agua

Piezas 3D que encajan entre sí

Hilo para marcar orden y proceso

Caja de experimentación

Material para la resolución de problemas

Hoja de cálculo 3D

Material para multiplicar palillos

Balanzas de ecuaciones

Material para multiplicaciones largas

Creación de sus propias figuras geométricas

Operaciones con fracciones (Quesitos)

3.2 GENERACIÓN DE IDEAS

Brainstorming

Control del error por imanes

Material moldeable

Piezas iguales para componer figuras y demostrar Pitágoras

Diferenciación por rugosidad

Construcción de unidades, decenas, centenas y millar

Construcción de piezas geométricas y representación de dibujo

Cálculo concreto de conceptos

En la ritualización fomentar valores como compartir o ayudar.

3.3 CONCEPTO 1

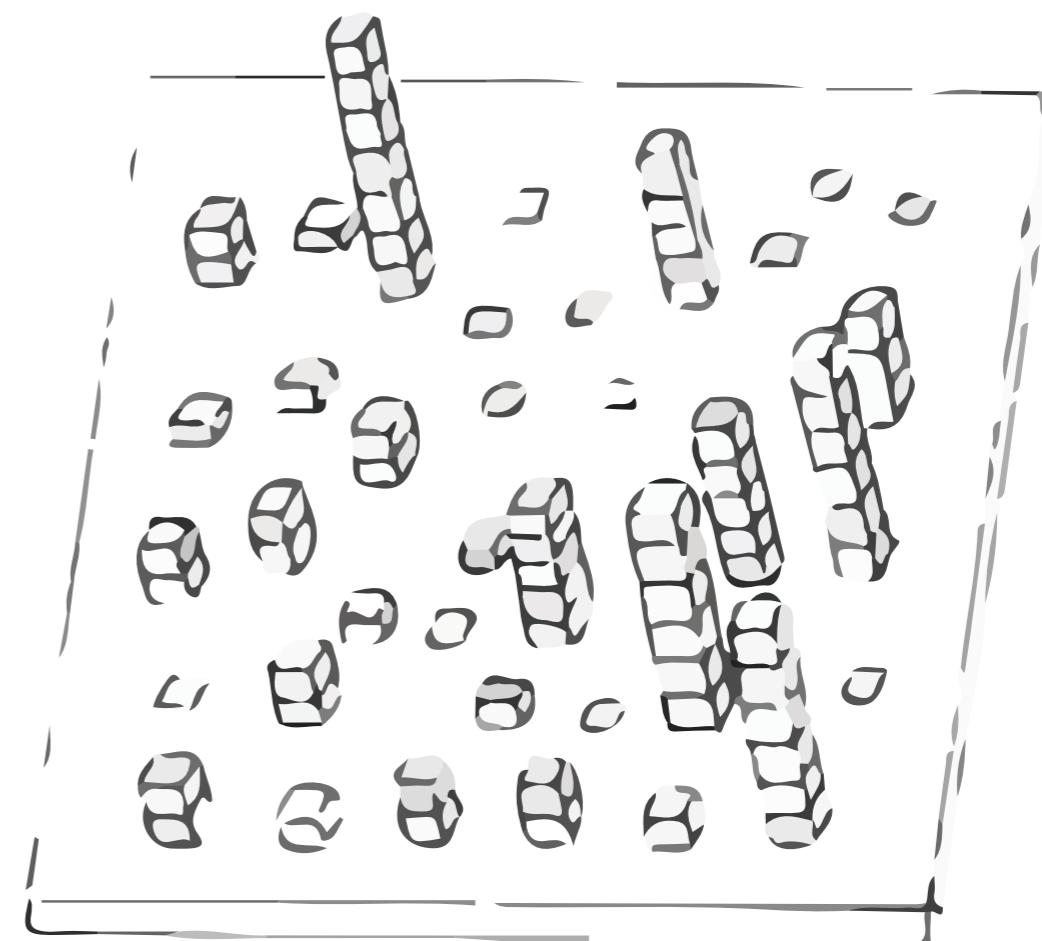
Descripción

El primer concepto tiene como objetivo acompañar al alumno en un largo recorrido de aprendizaje en los diferentes campos de las matemáticas. Se compone de varios niveles progresivos ajustados al ritmo del alumno y por lo tanto va dirigido a niños de 7 años en adelante.

La idea es la representación en 3D de conceptos como la unidad, la decena, la centena y el millar. Esta representación será con piezas modulares e iguales que permitirán la realización de operaciones sobre determinados tableros o marcos.

El primer concepto abarca los siguientes campos de estudio de las matemáticas:

- Contar
- Concepto de unidad, decena, centena y millar
- Sumar, restar, multiplicar y dividir con cifras simples
- Multiplicación larga
- División larga
- Demostración del teorema de Pitágoras
- Experimentación geométrica
- Dibujo de planta, alzado y perfil

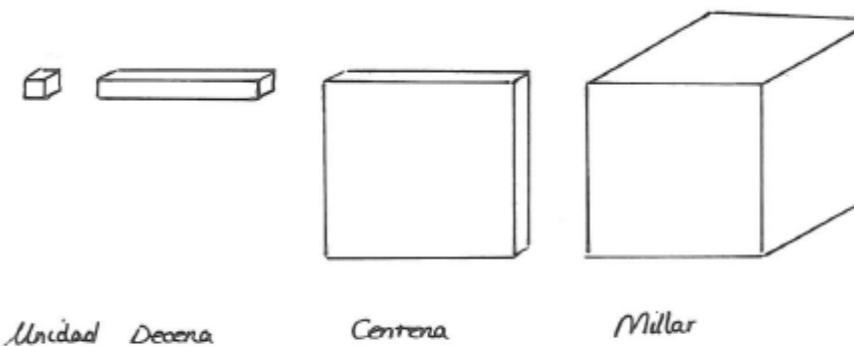


3.3 CONCEPTO 1

Unidades, centenas, decenas y millar

La primera función básica de este concepto de material concreto es permitir al alumno que aprenda a contar. A la hora de contar, es importante que el niño comprenda los conceptos de unidad, decena, centena y millar. La intención es la representación en 3D de cada una de estas cifras. La idea es que a partir de la unidad se puedan componer el resto de conceptos de modo que quede de forma muy clara la relación que existe entre ellos.

Partiendo de la unidad como medida básica, al unir diez unidades se forma una línea y al unir diez líneas de diez unidades se forma un cuadrado. Finalmente al unir diez cuadrados se forma un cubo de mil unidades.

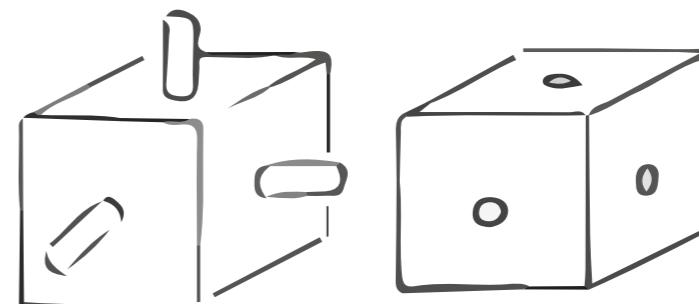


Por lo tanto necesitaremos piezas idénticas que puedan encajar entre sí con el fin de poder formar un cubo de 100x100. Las características deseadas para las piezas que representaran las unidades son:

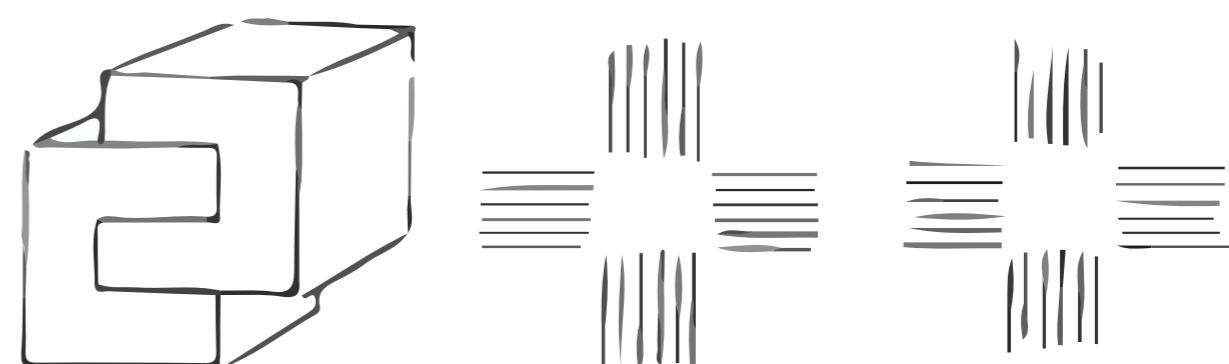
- Han de ser todas las piezas iguales
- Ha de ser estable
- Ha de encajar con piezas idénticas y que no se suelten
- Ha de ser una forma simple

Planteamos diferentes piezas con el fin de dar con la forma y método idóneo para encajarlas entre ellas. La primera opción planteada ha sido la de utilizar machos y hembras que encajen entre si. Esta opción ha sido descartada por los siguientes motivos.

- ✗ Al haber dos tipos de piezas diferentes genera dificultad al alumno a la hora de encajarlas entre si en grandes cantidades.
- ✗ Al ser fabricado en madera acabaría cediendo y no encajarían de forma ajustada, por lo tanto se soltarían.



Las siguientes opciones también han sido descartadas debido en el primer caso a que las piezas solo encajarían verticalmente y en el segundo caso por la complejidad de las formas.

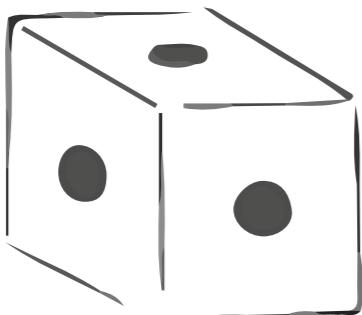


3.3 CONCEPTO 1

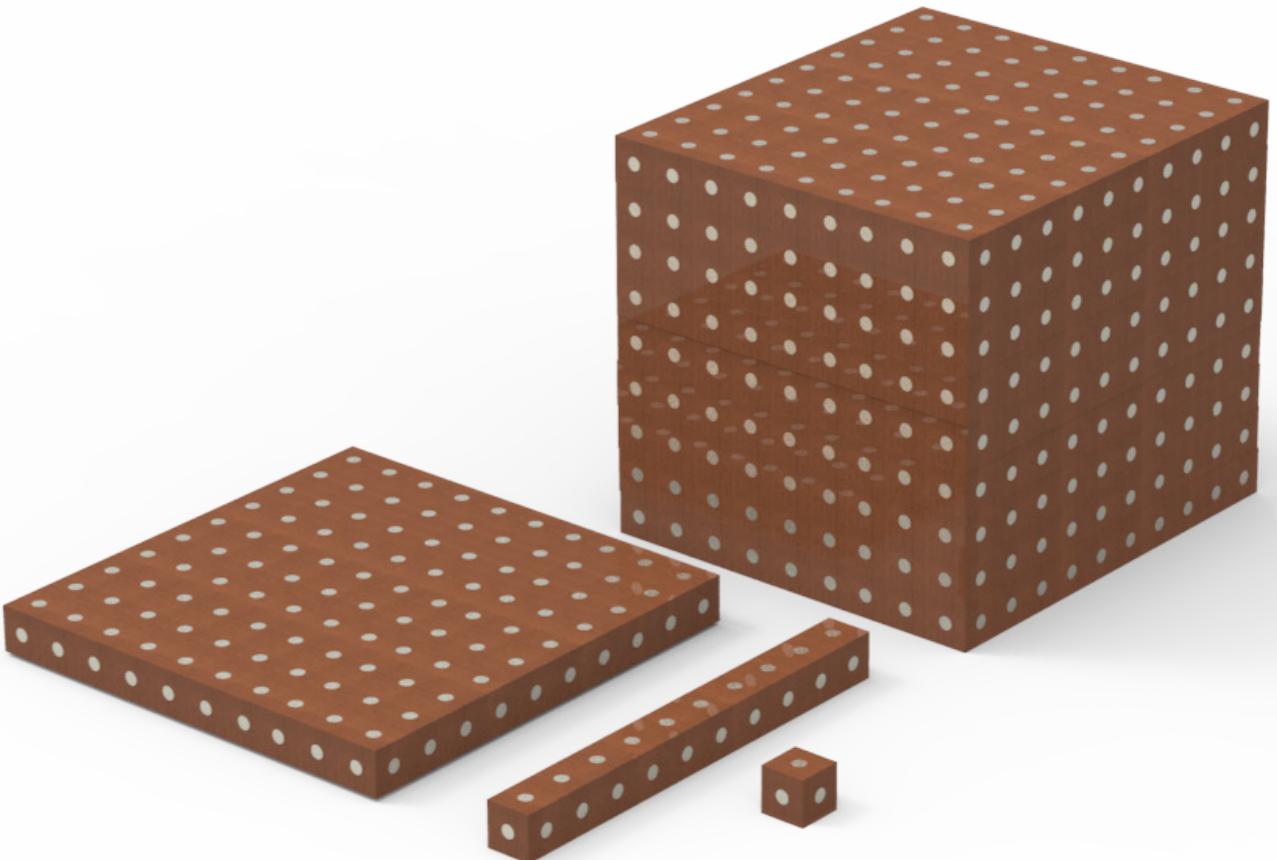
Unidades, centenas, decenas y millar

Otra opción es la colocación de imanes pequeños en cada una de las caras de un cubo. Este planteamiento posee las siguientes ventajas frente a las opciones planteadas con anterioridad:

- Forma simple
- Única pieza modular
- Encajan a la perfección entre sí y no se sueltan
- Pueden encajarse por todas las caras de la figura



Por lo tanto esta es la opción hasta el momento mas acertada. Con el uso de este tipo de pieza conseguiríamos que el alumno pudiera crear tanto las decenas como las centenas y el millar de forma simple e intuitiva. Este tipo de pieza también permite al usuario la experimentación con las formas y crear así diferentes construcciones de forma libre e imaginativa. La imagen siguiente muestra una idea de como quedarían finalmente las unidades, las decenas, las centenas y el millar.



3.4 CONCEPTO 2

Descripción

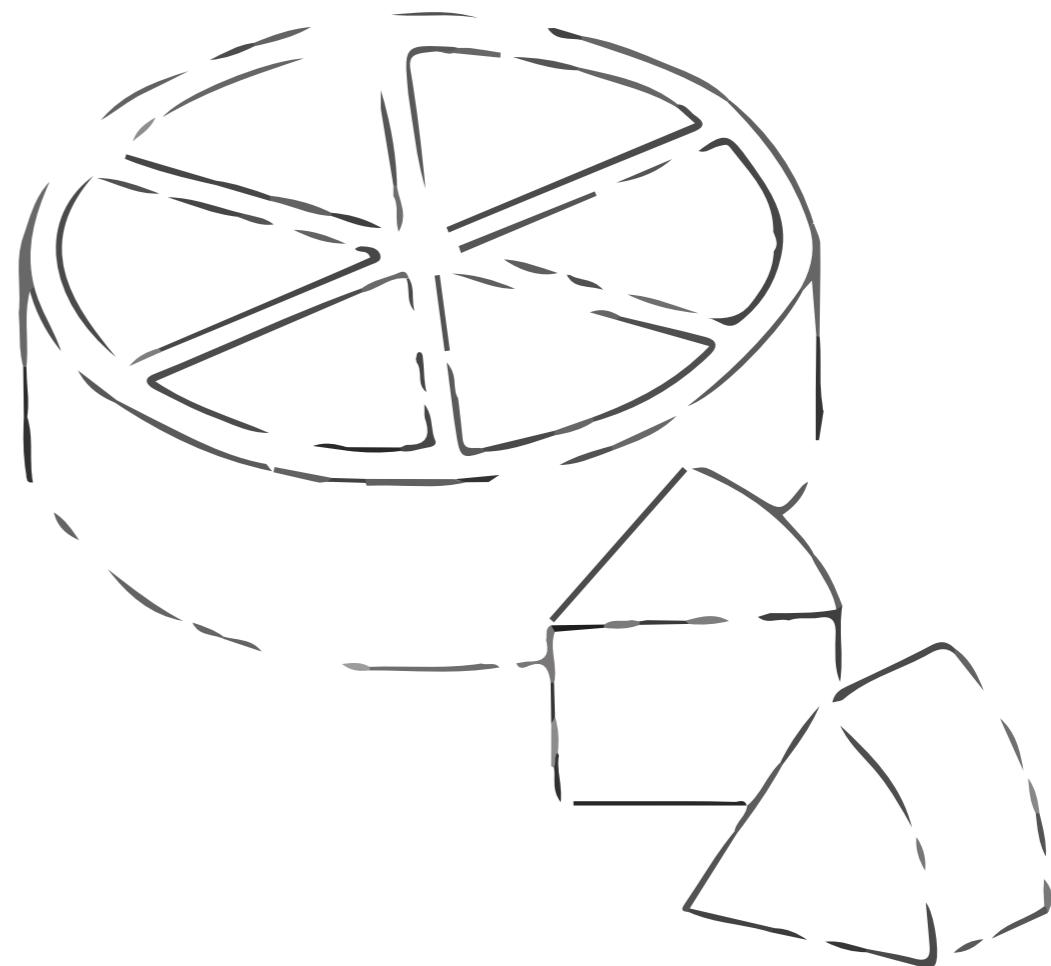
El segundo concepto tiene como objetivo ayudar al alumno en el aprendizaje del concepto de fracción y otros campos de las matemáticas relacionados. Va dirigido a niños de 9 años en adelante.

La idea es la representación visual a partir de quesitos o porciones de un círculo de las fracciones. De modo que la abstracción sea aun mas intuitiva y le permita al alumno adquirir conocimientos y conclusiones por sí mismo acerca de las operaciones entre fracciones o igualdades entre porciones compuestas.

Se plantea también la variación de rugosidades en las distintas porciones con el fin de que el alumno diferencie de manera mas clara las piezas entre ellas.

El segundo concepto abarca los siguientes campos de estudio de las matemáticas:

- Concepto de fracción
- Operaciones con fracciones
- Igualdad de fracciones
- Ángulos
- Porcentajes



3.4 CONCEPTO 2

Descripción

Una vez desarrollado el segundo concepto, el resultado es el siguiente. Se trata de marcos circulares de madera divididos en distintas porciones a las que se le pueden acoplar distintas piezas. De este modo el alumno podrá aprender el concepto de fracción. En el ejemplo que se muestra a continuación está representada la fracción $\frac{3}{8}$.



De este modo también podrán realizarse operaciones utilizando distintos módulos que representan signos de operación. En el ejemplo se muestra una suma de fracciones junto a su resultado.



Otra aplicación de este concepto es el aprendizaje del sistema de medición de ángulos. La forma es la misma solo que están serigrafiados en el borde del círculo los ángulos que representa cada parte fraccionada. De este modo el alumno podrá comprobar cuantos grados ha representado en la fracción.



Del mismo modo el alumno podrá aprender que porcentaje esta representado en el marco utilizando los marcos con porcentajes.



3.5 CONCEPTO 3

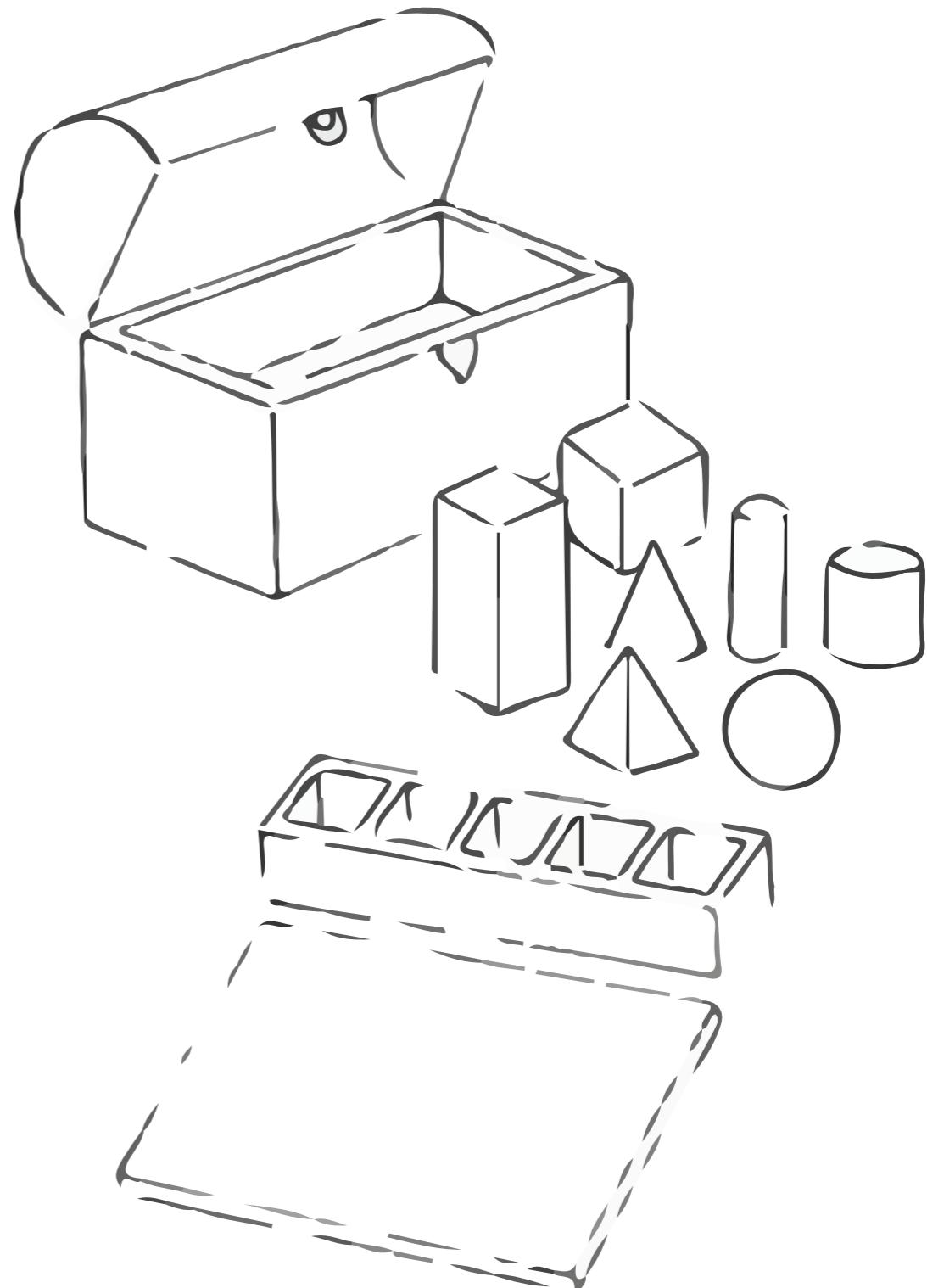
Descripción

El tercer concepto tiene como objetivo introducir al alumno en el aprendizaje de la física y otros campos de las matemáticas relacionados. Va dirigido a niños de 9 años en adelante.

Se compone de dos partes, una caja de experimentación y una hoja de cálculo con sus respectivas piezas. La caja de experimentación se compondrá de gran variedad de figuras geométricas que permitirán la construcción de diferentes sistemas como planos inclinados o sistemas de equilibrios. Por otro lado la hoja de cálculo permitirá realizar operaciones de multiplicar y dividir en casos concretos como el cálculo de velocidades o de reglas de tres.

El tercer concepto abarca los siguientes campos de estudio de las matemáticas:

- Experimentación de figuras geométricas
- Equilibrios y pesos de las figuras
- Densidades y volúmenes
- Sistemas de medición
- Planos inclinados
- Concepto de velocidad
- Concepto de fuerza de rozamiento
- Cálculo de velocidades
- Cálculo de la regla de tres
- Puntos de equilibrio

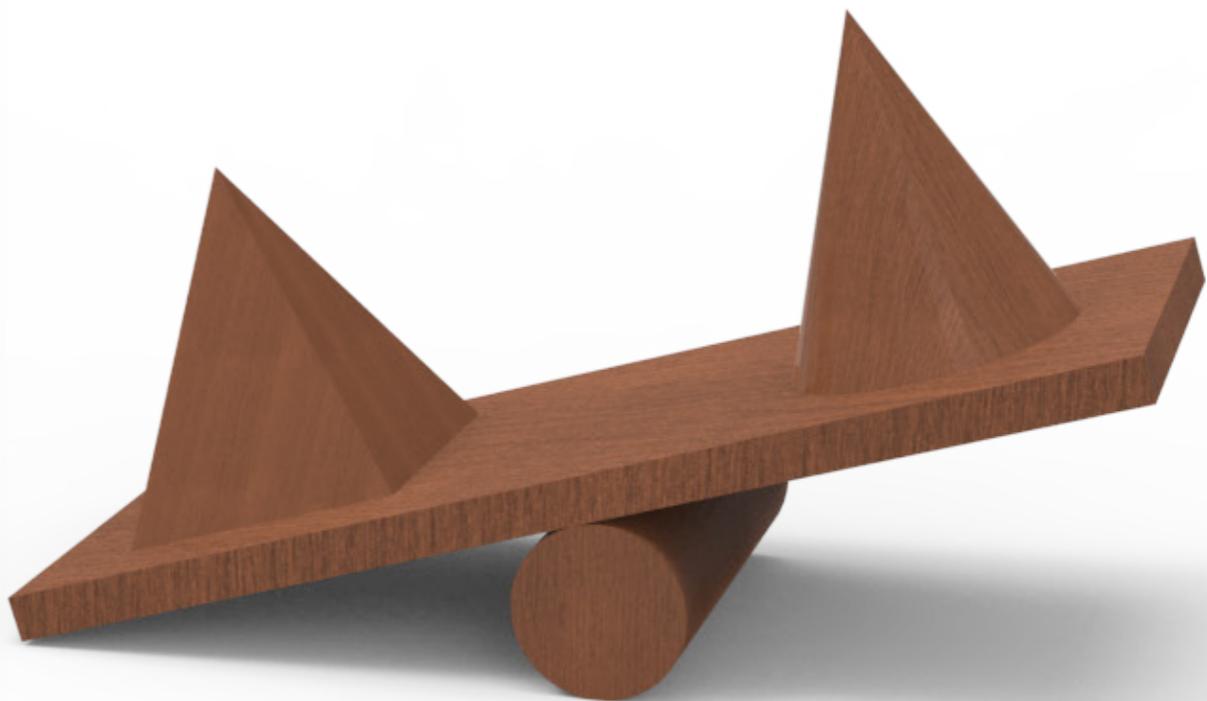


3.5 CONCEPTO 3

Descripción

El primer objetivo de este material concreto es que el alumno se familiarice con las figuras geométricas. De modo que aprenda, observe, reconozca y experimente con ellas.

Si el usuario utiliza un cilindro y una tabla, podrá comprobar que pueden estar en equilibrio ambos elementos uno sobre otro dependiendo del lugar que ocupen cada uno. Posteriormente, podrá experimentar con distintas figuras adicionales comprobando que unas pesan mas que otras y hacer así conjeturas acerca de porque sucede este fenómeno.



Una vez cumplido el primer objetivo, el alumno será libre para poder experimentar y construir sus propios sistemas de figuras. De este modo el usuario podrá aprender diferentes conceptos como por ejemplo el de la siguiente figura.

3.5 CONCEPTO 3

Descripción

Otra posible combinación de figuras es la creación de planos inclinados. Existen diferentes triángulos equiláteros de distintas rugosidades con el fin de que el usuario pueda experimentar con la fuerza de fricción. De este modo el usuario podrá crear diferentes planos inclinados y experimentar con diferentes formas. A la vez también podrá experimentar con las fuerzas de choque y comprobar que ocurre con las velocidades de cada una de las figuras.



Gracias al uso de metros y relojes de aceite el alumno podrá calcular la velocidad a la que descienden las figuras por el plano inclinado.



En el siguiente ejemplo se muestra el cálculo de la velocidad en la que cae la esfera. Un compartimento se refiere al espacio y se compone de bolas que representan cuantos centímetros ha recorrido la esfera, en este caso han sido 24. El siguiente compartimento se refiere al tiempo, y se representa por cubiletes, en este caso cuatro. Por lo tanto finalmente el gran compartimento referido a la velocidad es en el cual se van repartiendo cada una de las bolas equitativamente entre los cubiletes. De este modo quedan seis bolas por cubilete, es decir, la esfera ha bajado a 6 centímetros por cubilete o gota de aceite.



3.6 TERCERA REUNIÓN CON EL CLIENTE

Reunión 18 de Octubre

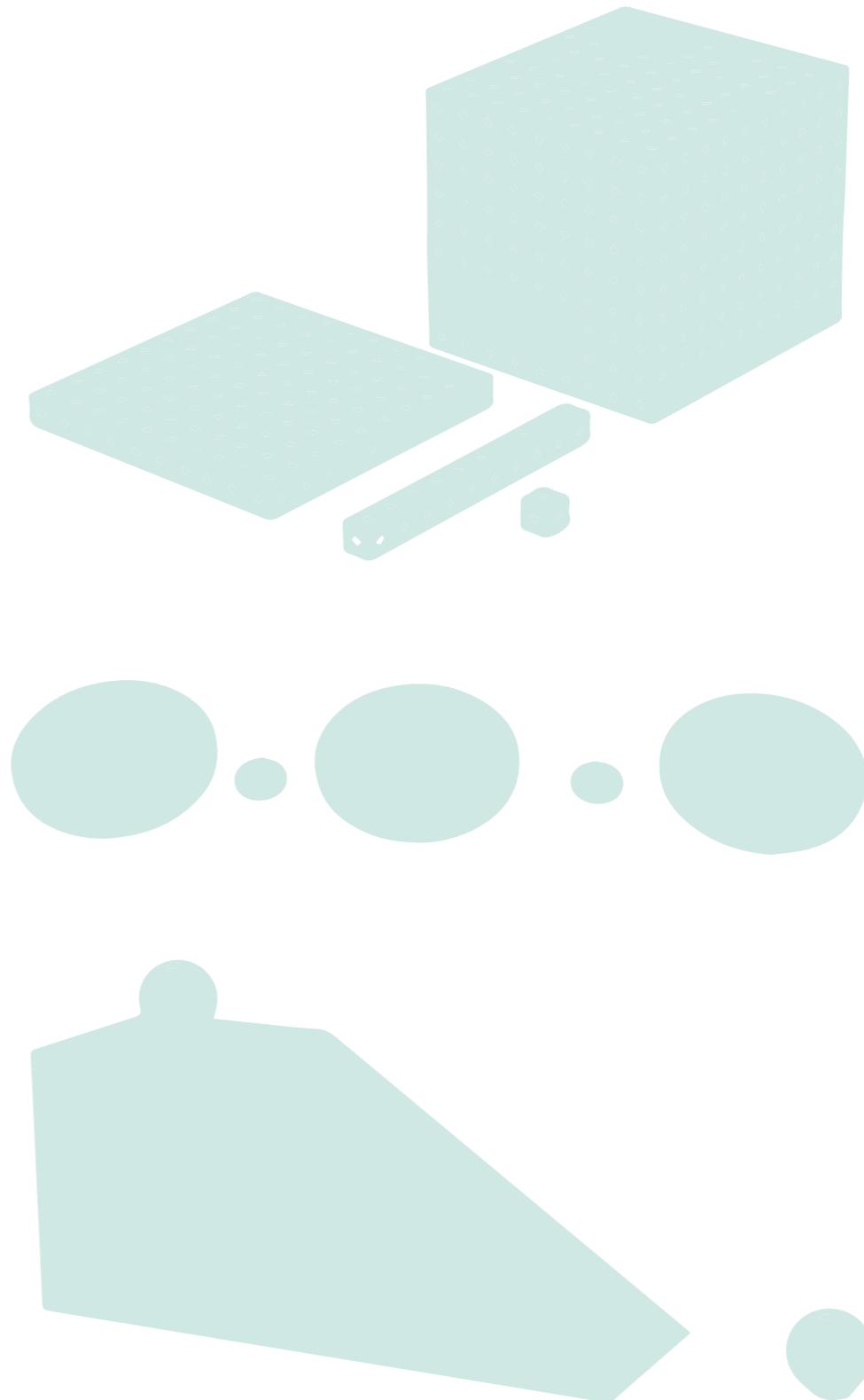
La tercera reunión con el cliente ha tenido lugar el 18 de Octubre. El objetivo de la reunión era determinar que concepto se va a desarrollar en su totalidad para la posterior fabricación y realización de pruebas de usuario.

Se le han mostrado al cliente los tres conceptos planteados. El primer y el tercer concepto han sido los que mas le han gustado pero ambos poseen inconvenientes que hay que solucionar en el caso de ser elegidos.

En el primer concepto, el hecho de que cada unidad lleve un imán en cada una de sus caras encarece mucho el producto y hace que su fabricación sea mas compleja.

En el tercer concepto, el hecho de que el alumno tenga que cuantificar el tiempo que tarda en bajar la esfera por el plano inclinado genera una gran dificultad.

Por lo tanto el concepto seleccionado ha sido el primero debido a que abarca varios niveles de aprendizaje progresivos y se trata del material concreto mas versátil. El siguiente paso será solucionar los problemas hallados.



3.7 SOLUCIONES

Posibles formas de encajar piezas con imanes

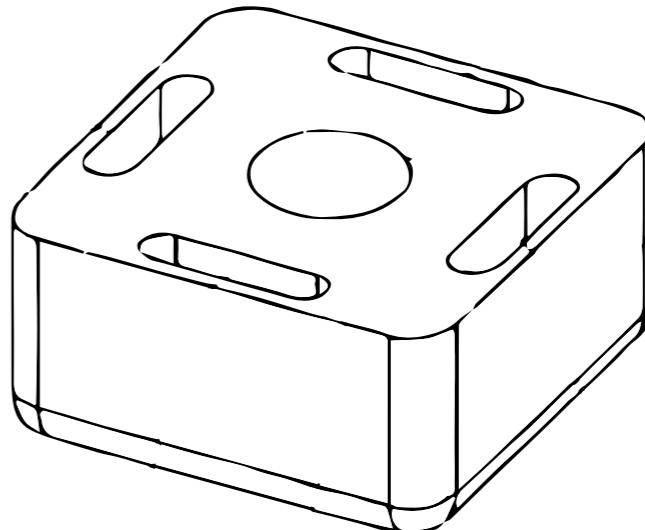
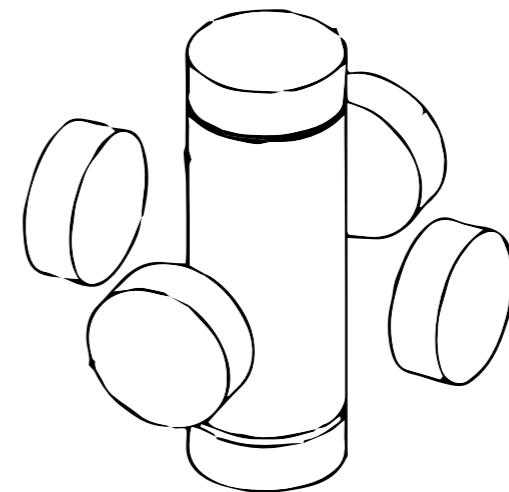
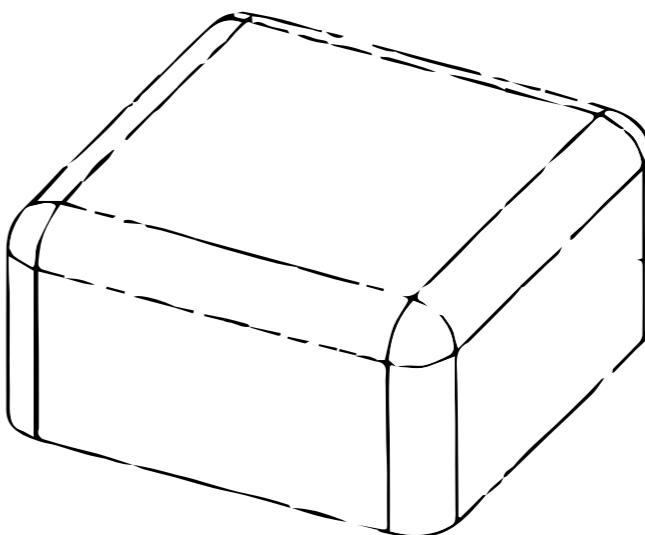
El problema es el siguiente: el hecho de que cada cubo tenga que llevar un imán en cada cara encarece demasiado el producto y hace que la estética deje de ser coherente con el material. Por lo tanto se han planteado diversas soluciones.

En primer lugar nos planteamos la opción de que el cubo que representa el millar no se construya a partir de los cubos de unidades, de este modo reducimos el numero de piezas a fabricar y por tanto el numero de imanes necesarios. El cubo del millar podría estar hecho de forma compacta y que no se pudiera deshacer, para que sirva solo como concepto de aprendizaje de como sería el millar.

Si solo se puede formar a partir de las unidades hasta las centenas no necesitamos imanes en todas las caras. Con que lleve imanes en cuatro de sus caras ya es suficiente.

Otro problema hallado es que pegar imanes autoadhesivos en las caras de cada cubo hace que su estética varíe dejando de ser en su totalidad de madera. Como solución podría establecerse la disposición de los imanes mediante una variante confeccionada a partir de la patente WO 2010/111189 A1. Los cubos van compuestos por dos mitades en las cuales poseen ranuras donde van colocados los imanes en su interior. Para unir ambas mitades se usa un pegamento especial para madera.

La imagen siguiente muestra de la patente donde irían colocados los imanes en caso de necesitar un imán en cada cara del cubo.



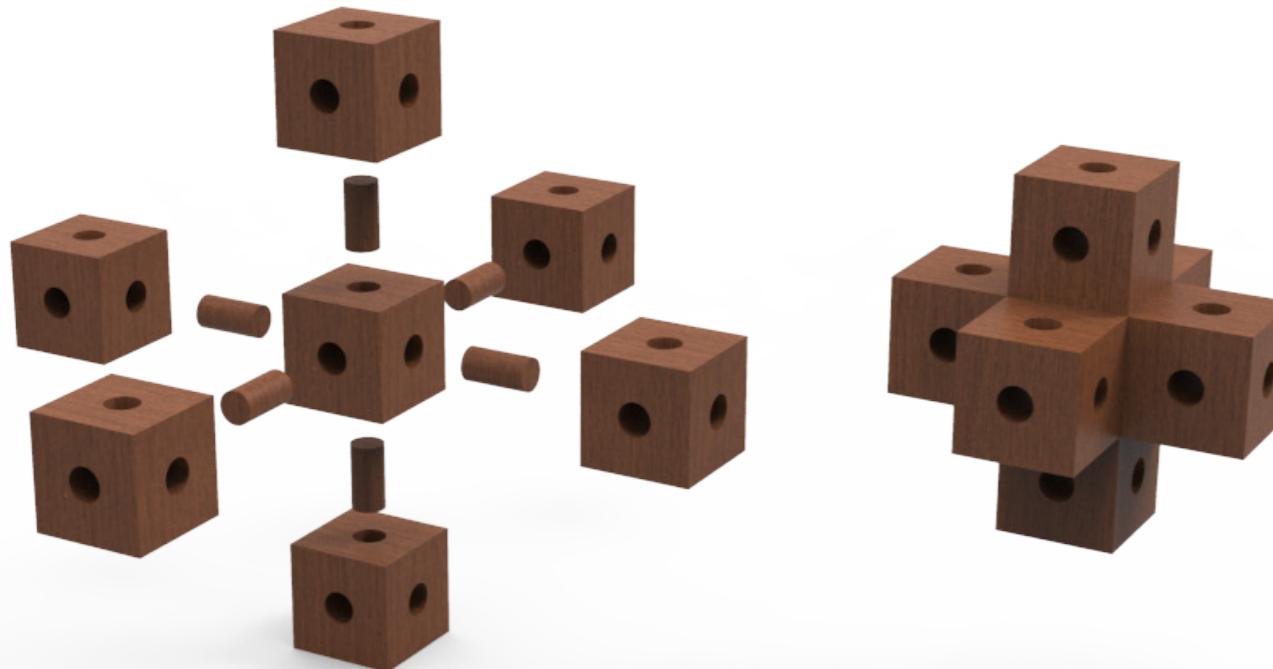
3.7 SOLUCIONES

Posibles formas de encajar piezas sin imanes

Se han planteado diversas soluciones sin utilizar imanes para los problemas encontrados en el concepto seleccionado. El principal problema es como encajar las piezas entre si llegando a formar juntas un cubo.

Primera posible solución

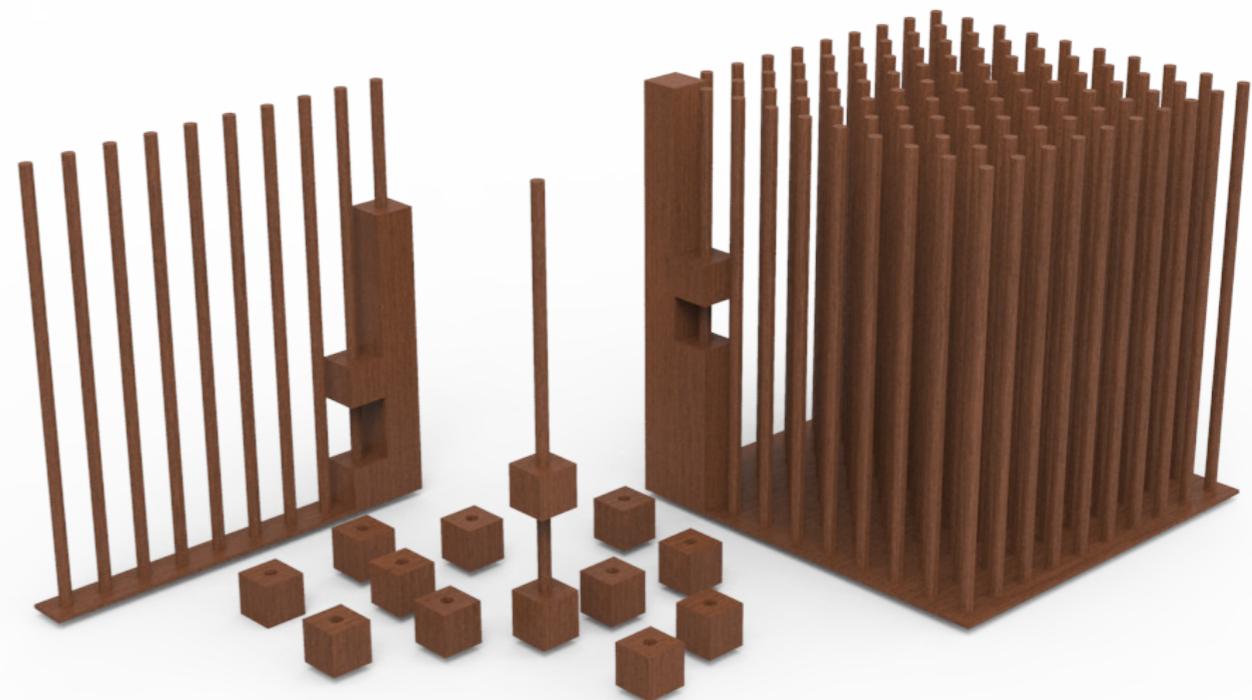
Utilizar cubos de 1x1 mm como unidades. Estos cubos están perforados por todas sus caras pero sin llegar a su centro. Los palos son la unión entre las unidades introduciéndose en una de las caras de cada cubo.



Segunda posible solución

Utilizar cubos de 1x1 mm como unidades. Estos cubos solo están perforados por dos de sus caras atravesando su centro. La unión se consigue gracias a soportes de base cuadrada con un palo en perpendicular. El palo se va introduciendo a través de los cubos de modo que quedan colocados verticalmente uno junto a otro,

El mismo proceso se efectúa con las centenas y el millar. El soporte rectangular corresponde a las centenas y el soporte cuadrado al millar.



3.7 SOLUCIONES

Posibles formas de encajar piezas sin imanes

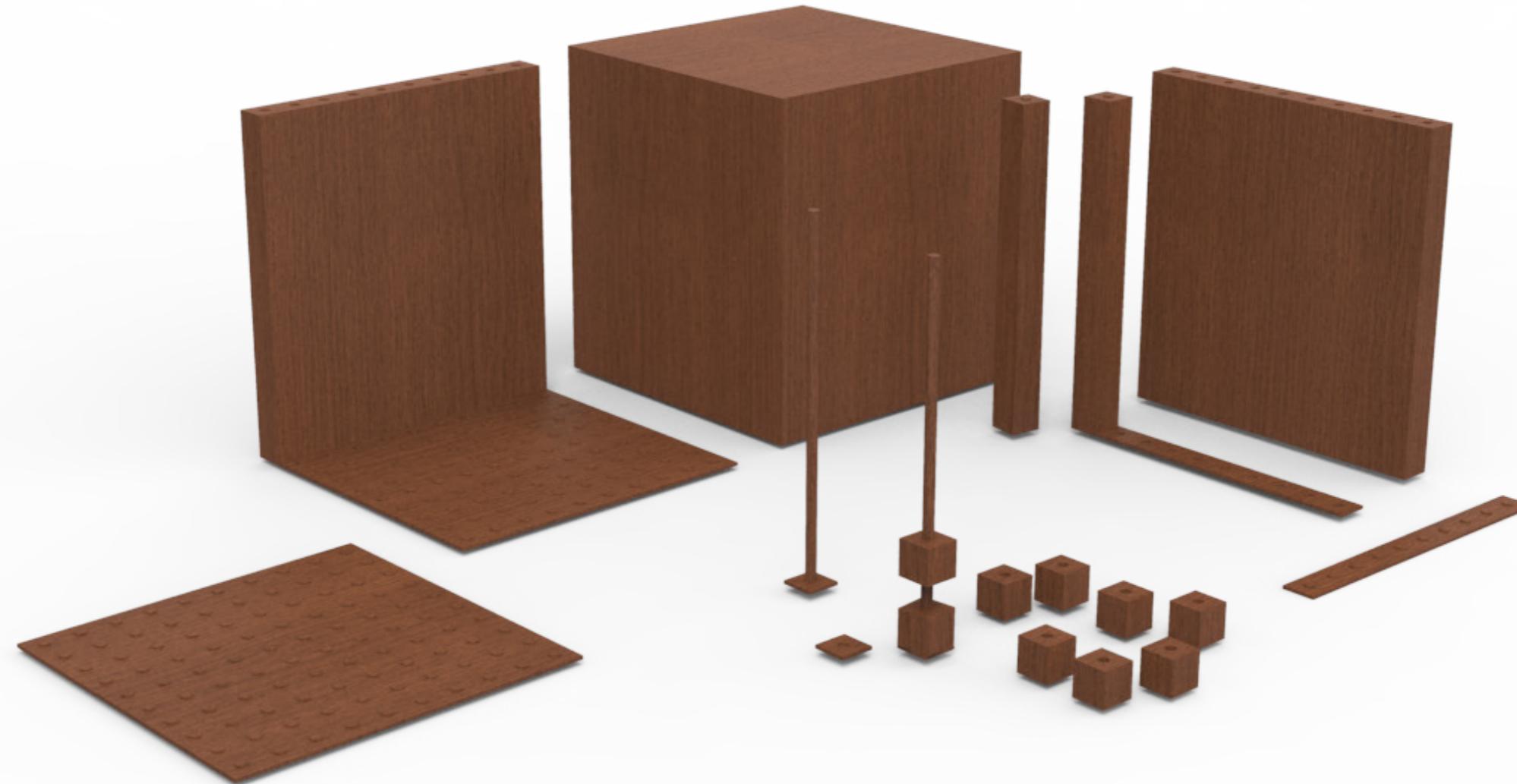
Tercera posible solución

Utilizar cubos perforados por dos caras para representar las unidades. Unir las unidades para formar una decena será del siguiente modo.

Las unidades van atravesadas por un palo cuyo extremo tiene forma de base cuadrada para hacer de soporte. Una vez colocadas diez unidades en el mismo palo, éste se cierra con una placa cuadrada de las mismas dimensiones que el extremo opuesto del palo.

Para formar las centenas, cada una de las decenas formadas con anterioridad van colocadas sobre una placa rectangular. La placa rectangular posee unos agujeros que actúan como hembras encajando con los machos de las decenas. Una vez colocadas diez decenas se cierra con otra placa superior igual a la colocada en la zona inferior.

En el caso del millar se forma del mismo método que las centenas, pero en este caso se trata de una placa cuadrada en la que hay que colocar diez centenas.



3.7 SOLUCIONES

Solución elegida

La solución seleccionada ha sido la disposición de los imanes mediante una variante confeccionada a partir de la patente WO 2010/111189 A1. También hemos decidido que el millar no podrá crearse a partir de las unidades. Se han tomado estas decisiones debido a las siguientes razones:

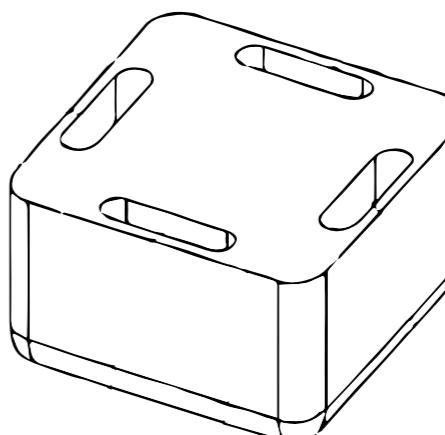
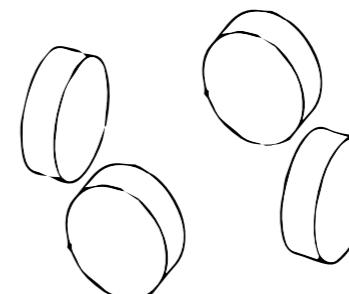
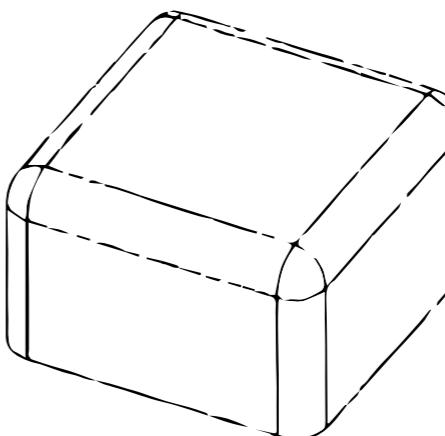
El millar ha sido suprimido para evitar así tener que fabricar mil piezas y por lo tanto usar un imán en cada una de las caras del cubo. De este modo solo necesitaremos cuatro imanes en cada cubo y fabricaremos un menor número de piezas.

Se mantiene el uso de imanes debido a que es la forma de unión más fiable y fácil de efectuar por parte del alumno. Otro factor importante es que al no usar machos y hembras las piezas aumentaremos la vida útil de las mismas y siempre se unirán entre ellas con la misma fuerza.

En el caso de comercializar el producto, se gestionaría la solicitud de la patente para su uso.

El hecho de que los imanes estén dentro del cubo fomenta una estética agradable y coherente con el material concreto que queremos diseñar, en el que las uniones y componentes permanecen ocultos. También ofrece seguridad al tener los imanes totalmente inaccesibles para los niños.

La introducción de los imanes en los cubos será siguiendo la estructura mostrada en la imagen de la derecha.

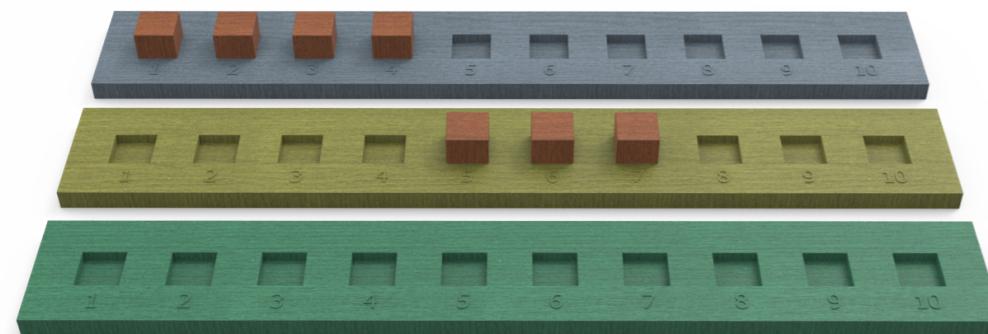


3.8 EVOLUCIÓN DE LOS MARCOS

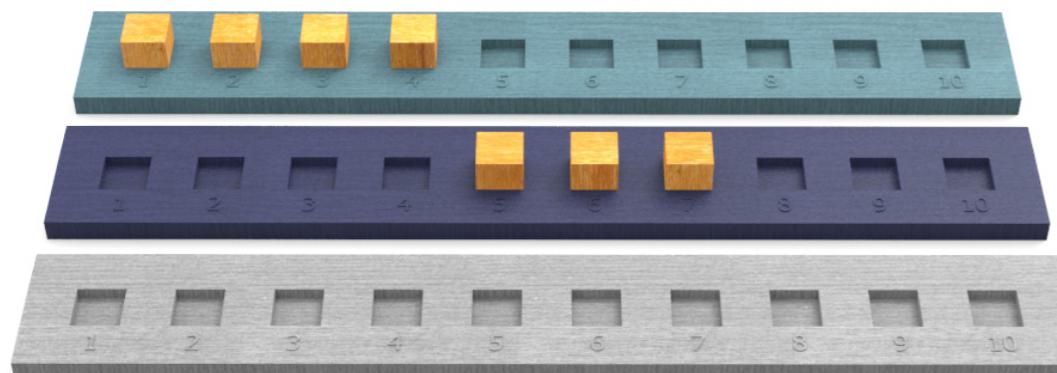
Evolución del marco de operaciones

La evolución del marco para realizar operaciones básicas ha sido la siguiente:

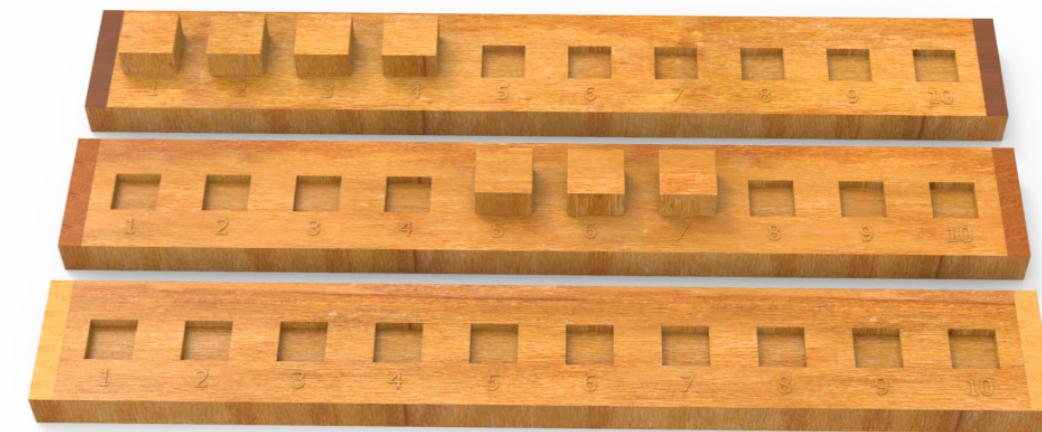
En primer lugar se establecieron tres marcos rectangulares con huecos para diez unidades cada uno. Debajo de cada hueco van serigrafiados los números del uno al diez. Se usarían tres marcos debido a que cada uno de ellos representaría una categoría, en primer lugar las unidades que el alumno posee, el segundo lugar las unidades que operan, y el tercer marco se representaría el resultado. Se distinguen los marcos entre sí por colores azul amarillo y verde.



Esta opción fue descartada debido a que la madera que vamos a utilizar es de pino y no es tan oscura. También fue descartada por la combinación de colores. El siguiente marco planteado fue con un acabado de madera más clara y los marcos diferenciándose por colores fríos. Esta elección también fue descartada debido a que los colores fríos no acompañan a la calidez del material.



La siguiente propuesta fue dejar los marcos con el acabado natural de la madera. La forma de diferenciar los marcos entre sí será por dos tiras laterales de otro tipo de maderas tanto mas oscuras como mas claras.



Finalmente la opción seleccionada ha sido la de la supresión del marco de operaciones debido a que hace más complejo el sistema de aprendizaje. Es mucho más sencillo que el alumno coloque las piezas donde considere mientras entienda el concepto que está representando. Por ejemplo en el caso de que el alumno posea 5 unidades y el profesor le de 2, el resultado es inmediato. De este modo el kit se simplifica y el alumno interacciona de forma más cercana con el material.



3.8 EVOLUCIÓN DE LOS MARCOS

Evolución del marco de la multiplicación

El tablero de la multiplicación está basado en el método de multiplicación hindú o de Fibonacci. El tablero que forma una tabla sirve de guía para el cálculo de multiplicaciones largas.

Este método fue introducido en Europa en 1202 por Fibonacci. Leonardo describió la operación como “cálculo mental”, y utilizaba los dedos de las manos para realizar los cálculos intermedios.

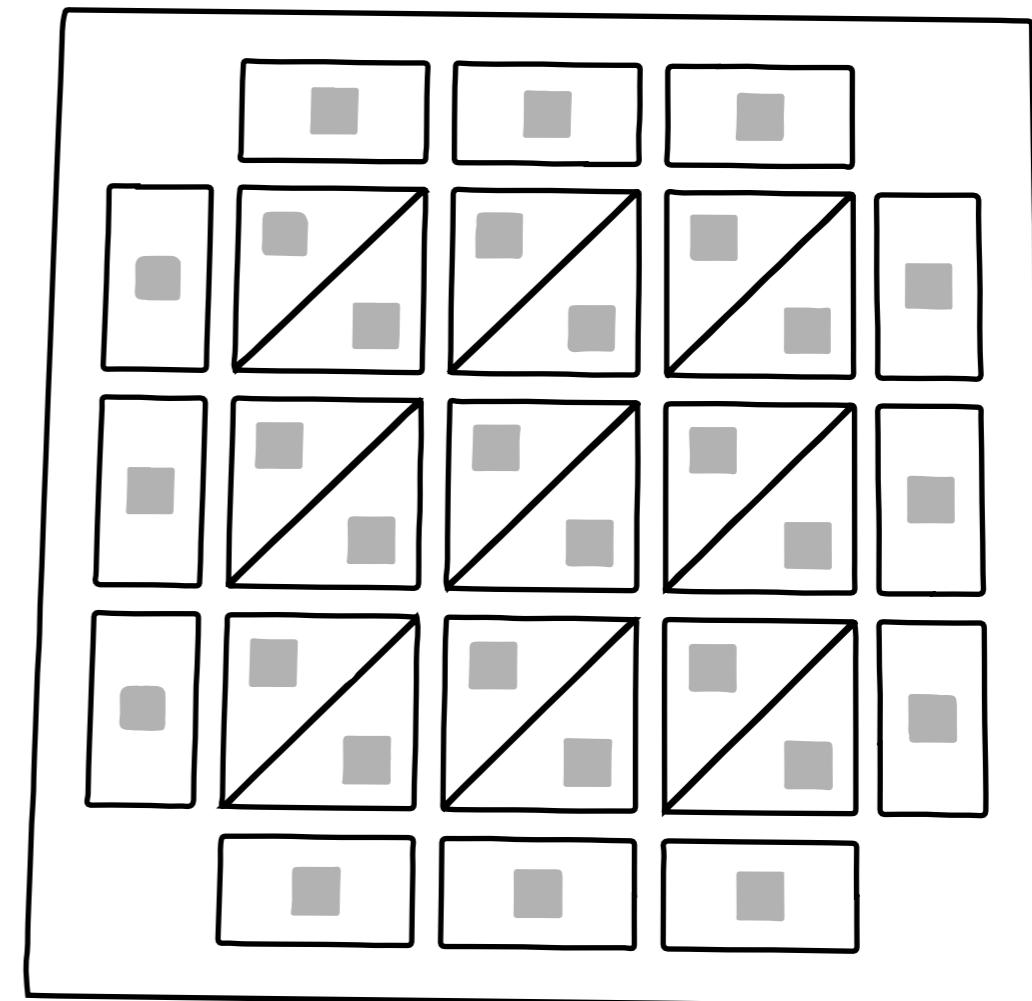
Como se muestra en el ejemplo, el multiplicando y el multiplicador se escriben encima y a la derecha de la tabla.

Durante la fase de multiplicación, la tabla se rellena con los productos de los dígitos que señalan cada fila y columna, que arrojan números de dos dígitos: las decenas se escriben en la esquina superior izquierda de cada celda, y las unidades en la inferior derecha.

Durante la fase de adición, se suma la tabla según las diagonales. Por último, si es necesario “llevarse” las decenas, se muestra la solución de arriba abajo y de izquierda a derecha del borde de la tabla, llevándose las decenas en sentido inverso, como en la multiplicación o en la suma habitual.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 3 | 4 | 5 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | 3 | 4 | 4 | |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| 1 | 6 | 4 | 8 | 0 |

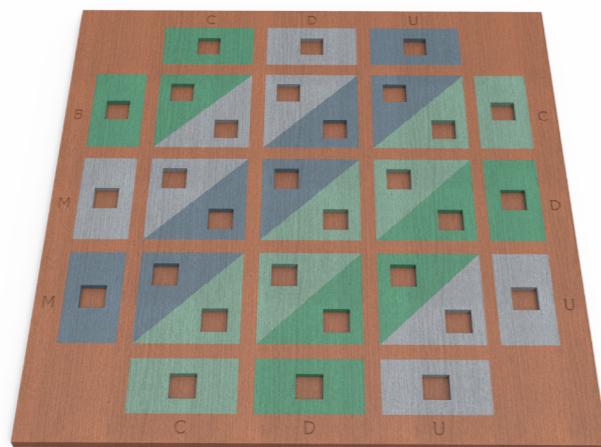
El marco diseñado corresponde al siguiente boceto. Se ha establecido un cuadrado de tres por tres por lo que el alumno podrá realizar operaciones de hasta tres dígitos por tres dígitos. Se han formado casillas al rededor del cuadrado con el fin de diferenciar los huecos entre sí. Las casillas cuadradas corresponden a las cifras que se multiplican y al resultado. Se ha creado una división entre las casillas con el fin de acentuar su independencia entre sí.



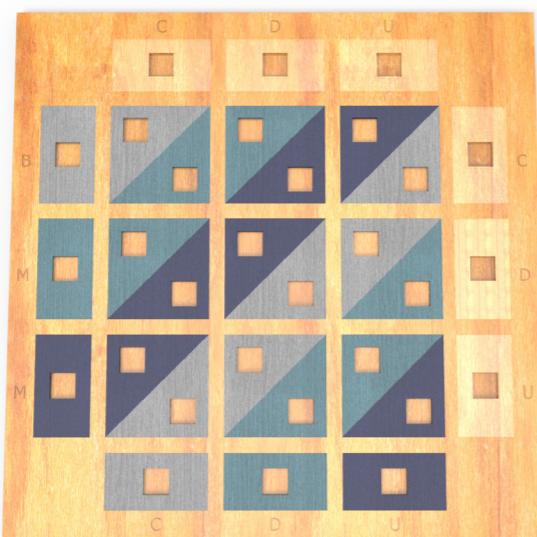
3.8 EVOLUCIÓN DE LOS MARCOS

Evolución del marco de la multiplicación larga

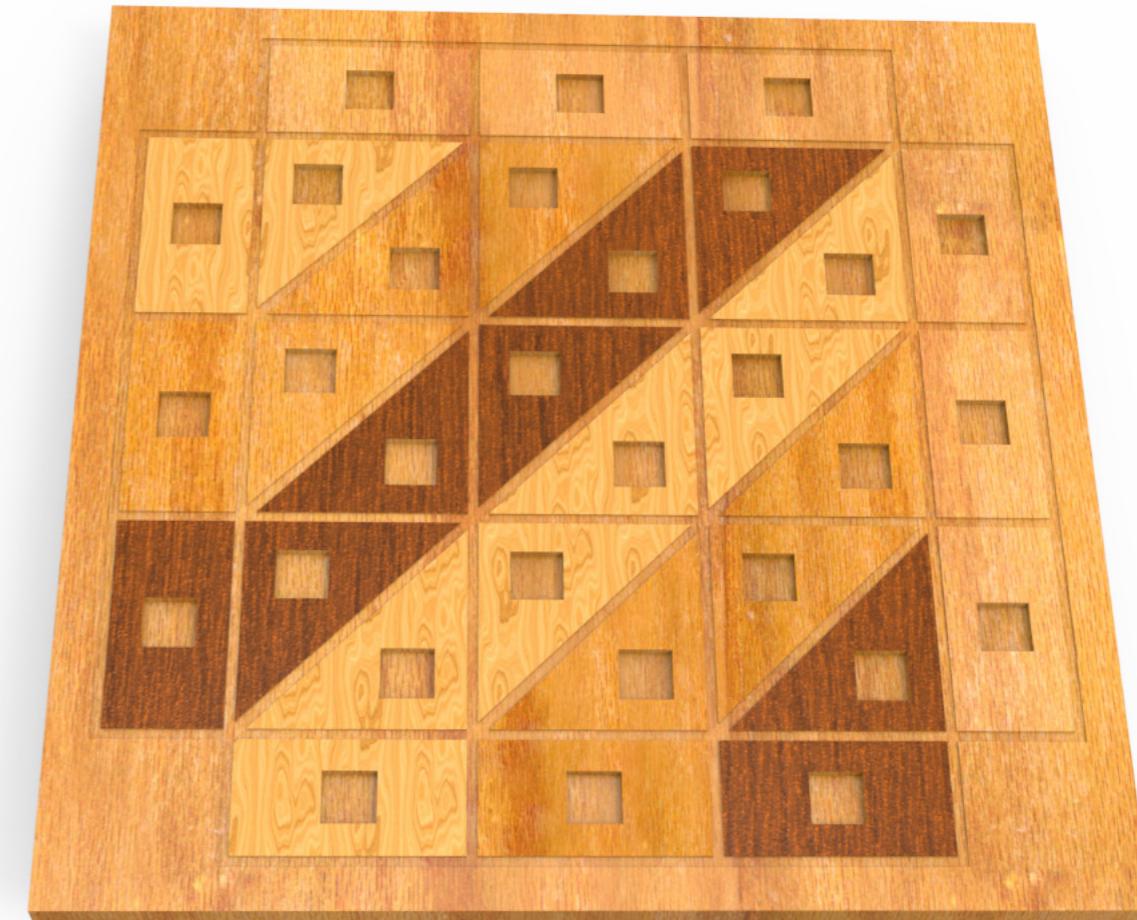
En el caso del marco de la multiplicación larga, la evolución ha sido semejante a la anterior. En el primer caso la madera seleccionada fue mas oscura y la división establecida por tonalidades verdes y azules. En la parte superior, inferior y los laterales están serigrafiadas las cifras que representan como U en las unidades o D en las decenas. Esta opción fue descartada.



El siguiente planteamiento fue la diferenciación entre las cifras que se multiplican y los resultados, por lo que las casillas superiores y de la izquierda llevarán un barniz y no estarán pintadas. Esta opción también fue descartada por los colores fríos.



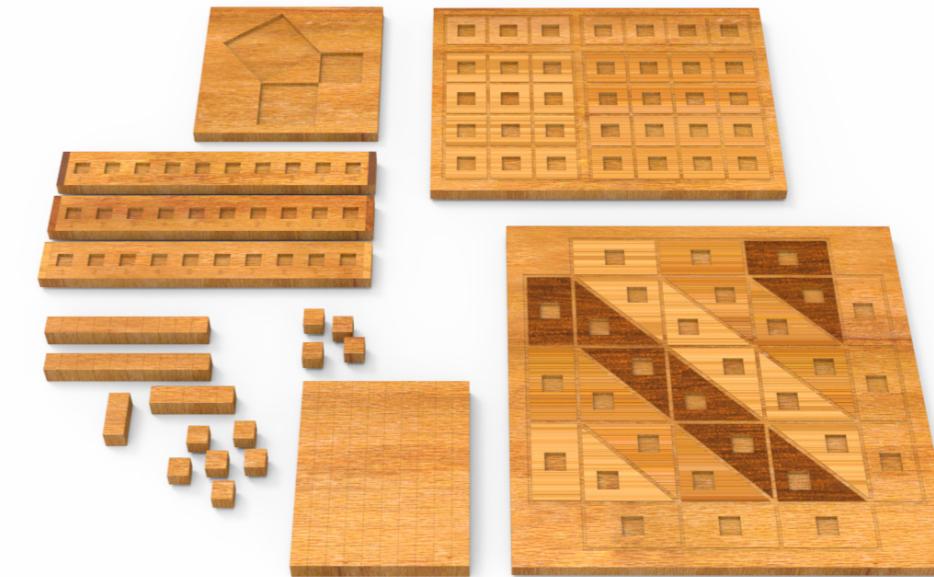
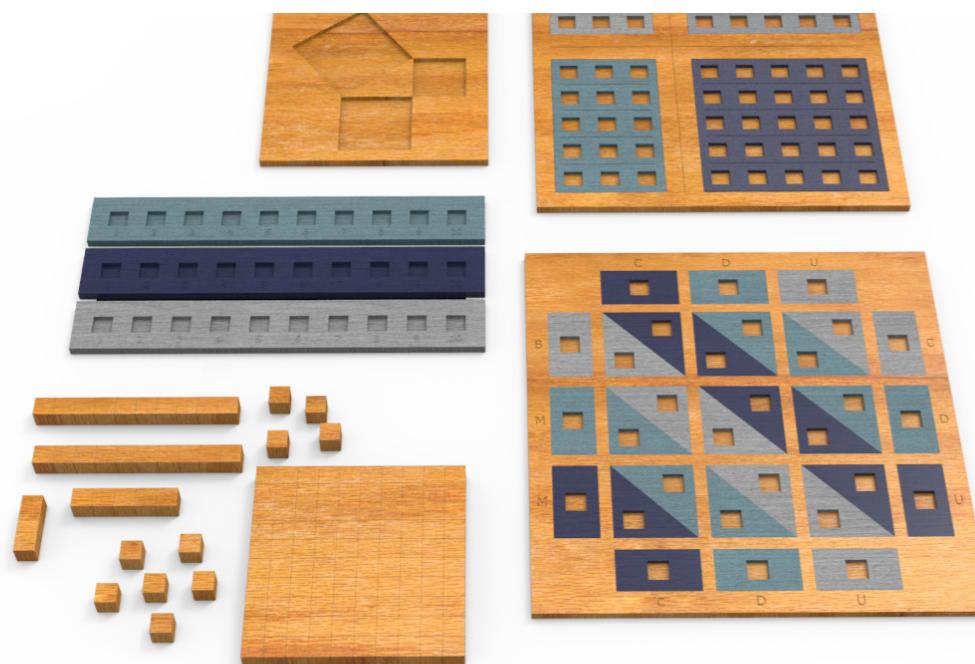
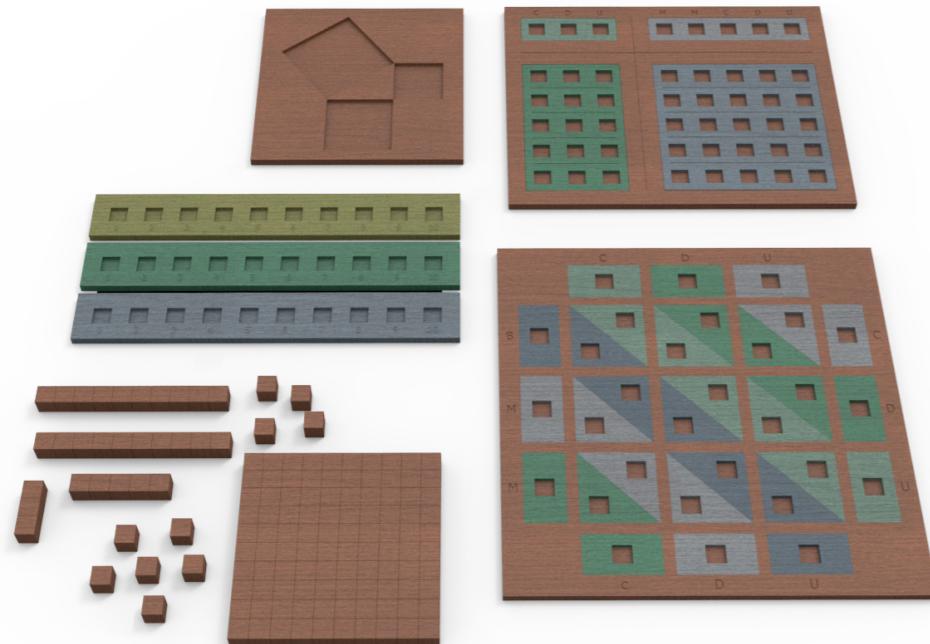
Finalmente el marco seleccionado ha sido el que muestra la siguiente imagen. La diferenciación entre los huecos ha sido por tonalidades maderas diferentes a la del marco. Se ha mantenido el barniz de las cifras que multiplican pero se han suprimido las letras serigrafiadas. También se han diferenciado las casillas de un modo mas acentuado estableciendo una separación entre todos los huecos.



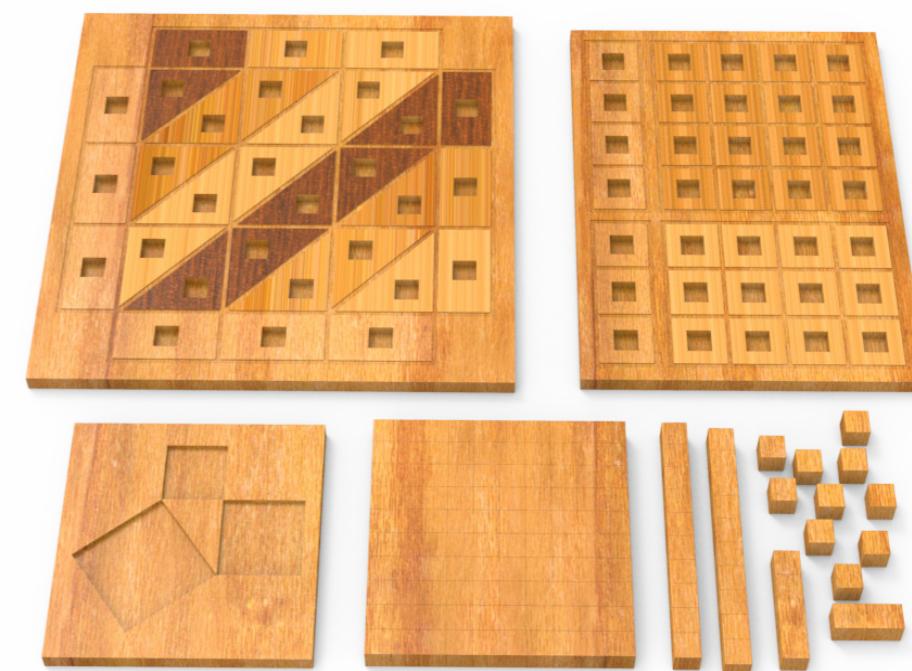
3.8 EVOLUCIÓN DE LOS MARCOS

Evolución del kit

El kit por lo tanto ha evolucionado del siguiente modo:



El kit final se ha simplificado y posee tres marcos, en cambio al principio eran seis. Se han omitido todos los números o letras serigrafiados de las anteriores propuestas. Se le ha dado una estética natural en armonía con la madera y en una tonalidad cálida. Se aprecia en su totalidad una estética respetuosa con el material, no adulterado.





FASE IV

4.1 DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO

Definición del producto

Se trata de un producto destinado a los niños para el aprendizaje de las matemáticas mediante el juego. El objetivo es nutrir mentes creativas y con ingenio. Este producto inspira a los estudiantes a pensar de forma creativa y expresarse en múltiples formas ya que las posibilidades son infinitas. Posee beneficios pedagógicos ya que desarrolla la motricidad fina y la interpretación de conceptos matemáticos. Está destinado a un entorno preparado en contacto con la naturaleza.

CREATIVIDAD E IMAGINACIÓN

APRENDER JUGANDO

CONTACTO CON LA NATURALEZA

El producto consta de piezas cúbicas y marcos. Las piezas se encajan en los marcos permitiendo el cálculo e interpretación de diversas operaciones. Estas piezas cúbicas simbolizan las unidades y pueden unirse entre ellas formando decenas o centenas. Existen diferentes marcos para las operaciones que se deseen realizar.

Fabricado en madera, se trata de un material sostenible, ecológico y reciclable. Por lo tanto se trata de un producto no tóxico. El acabado de la madera permite al usuario estar en contacto con la naturaleza, sentir la calidez del material y percibir sus cualidades sonoras.

PROCESO DE APRENDIZAJE

CONTAR

SISTEMA DECIMAL

SUMAR Y RESTAR

MULTIPLICACIÓN

DIVISIÓN

TEOREMA DE PITÁGORAS

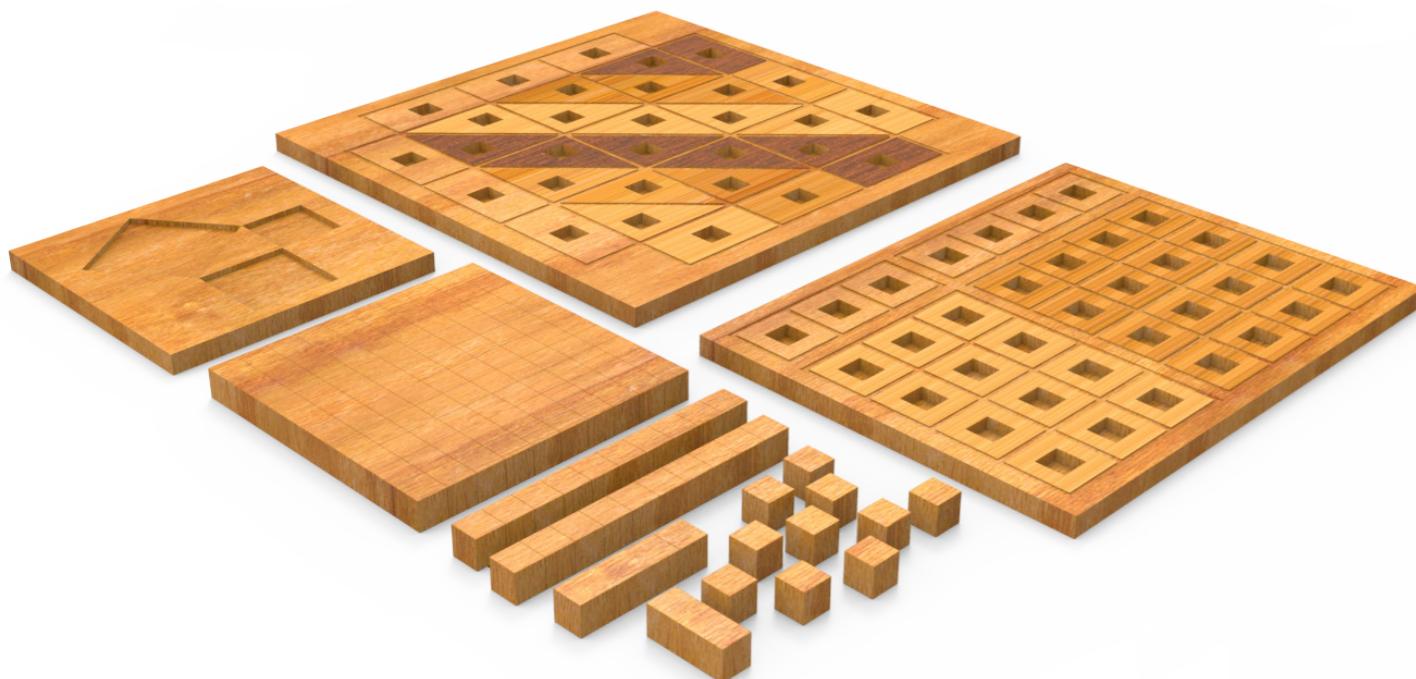
FIGURAS GEOMÉTRICAS

DIBUJO

4.1 DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO

Definición del producto

- JUGAR SIN LÍMITES
- FOMENTAR LA CURIOSIDAD
- INVITAR AL DESCUBRIMIENTO
- USO DEL INGENIO Y LA INTUICIÓN
- CREATIVIDAD E IMAGINACIÓN



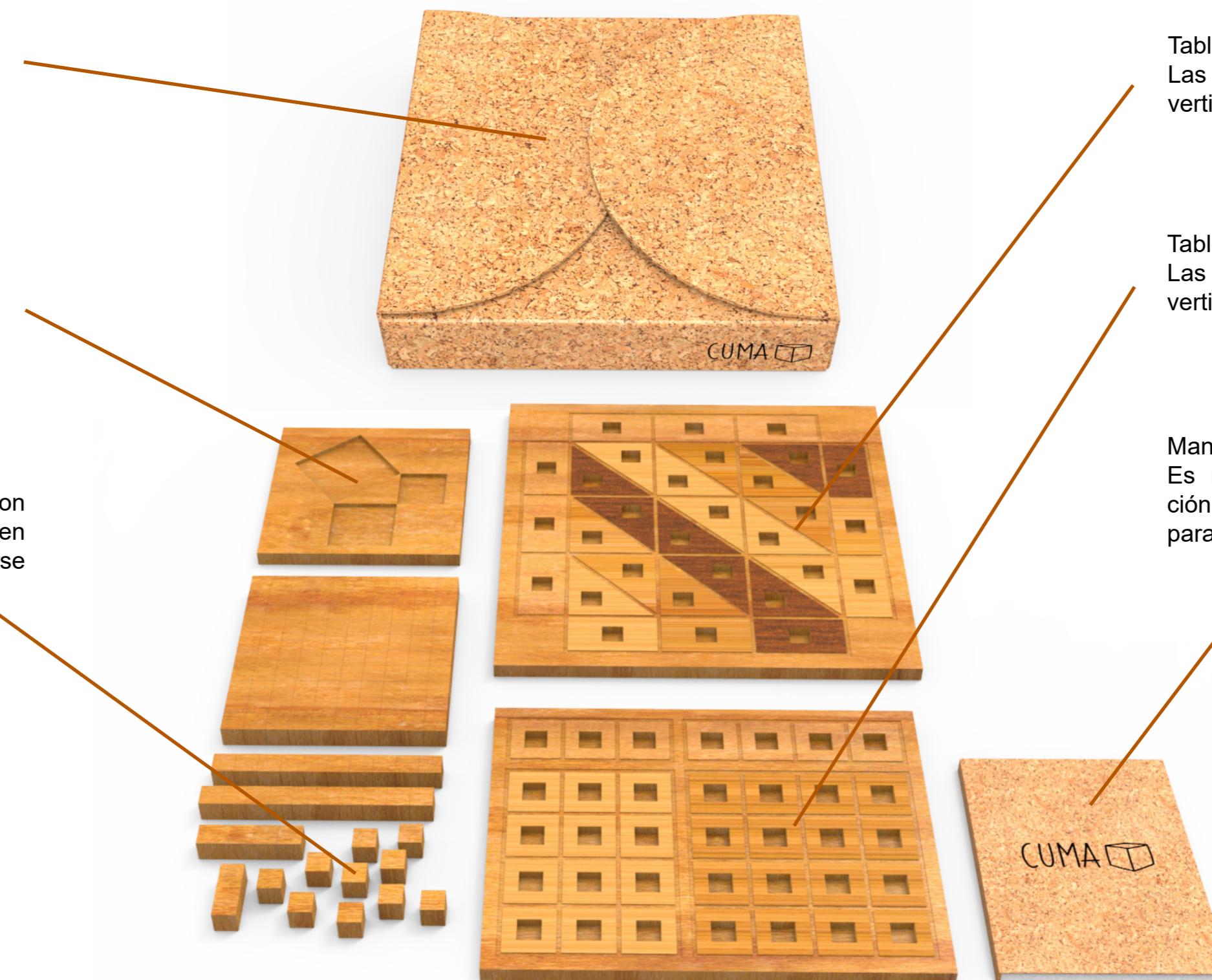
4.1 DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO

Definición del producto

Envase del producto con imanes en cada solapa para un correcto cierre.

Tablero de demostración del teorema de Pitágoras. Las piezas van dispuestas sobre los huecos del tablero formando cuadrados.

Piezas cúbicas de madera con imanes en su interior. Constituyen las unidades y pueden formarse las decenas y las centenas.



Tablero de la multiplicación
Las piezas van dispuestas verticalmente sobre el tablero

Tablero de la división
Las piezas van dispuestas verticalmente sobre el tablero

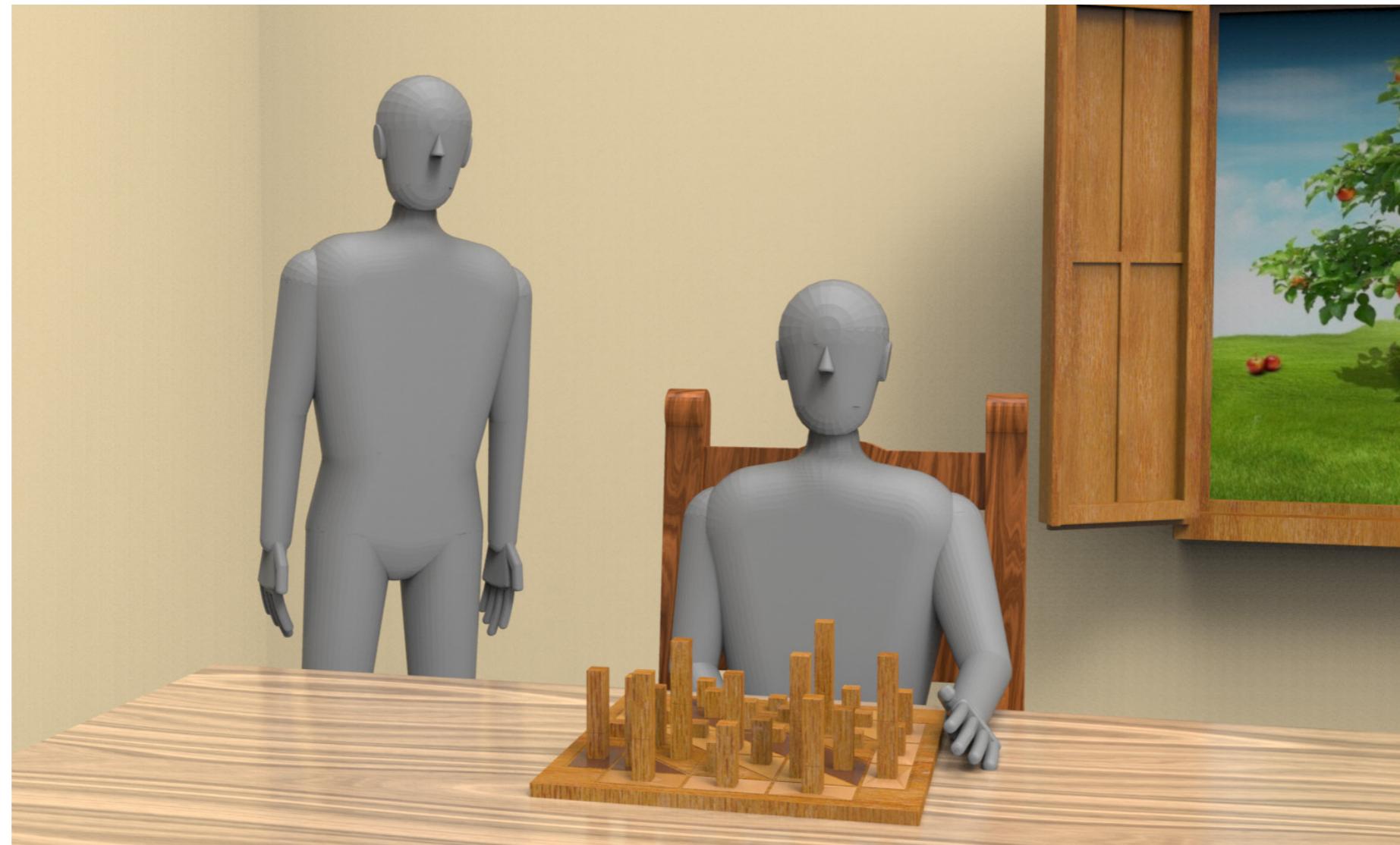
Manual de instrucciones.
Es necesaria una verbalización y ritualización específica para un correcto aprendizaje.

4.1 DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO

Definición del producto

El material concreto diseñado esta destinado a un entorno de utilización preparado. Se denomina entorno preparado al espacio adaptado al aprendizaje del alumno. Se trata de un ambiente agradable, ordenado, en contacto con la naturaleza y, en la medida de lo posible, espacios abiertos.

El profesor estará presente durante el uso del material por parte del alumno pero formara un segundo plano en el proceso de aprendizaje. El profesor es el encargado de estimular y ayudar al alumno en caso de ser necesario proponiéndole diferentes ejercicios.

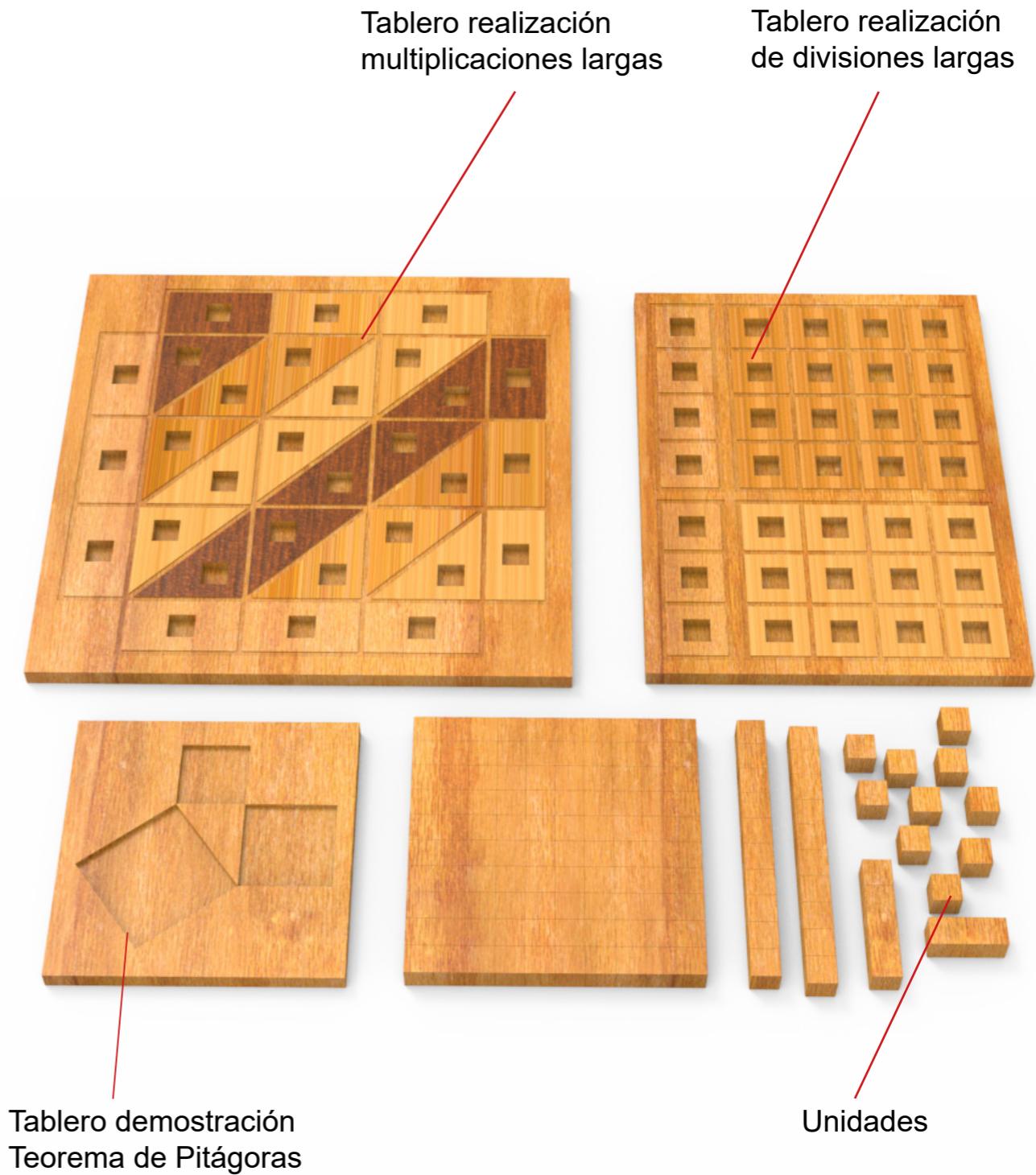
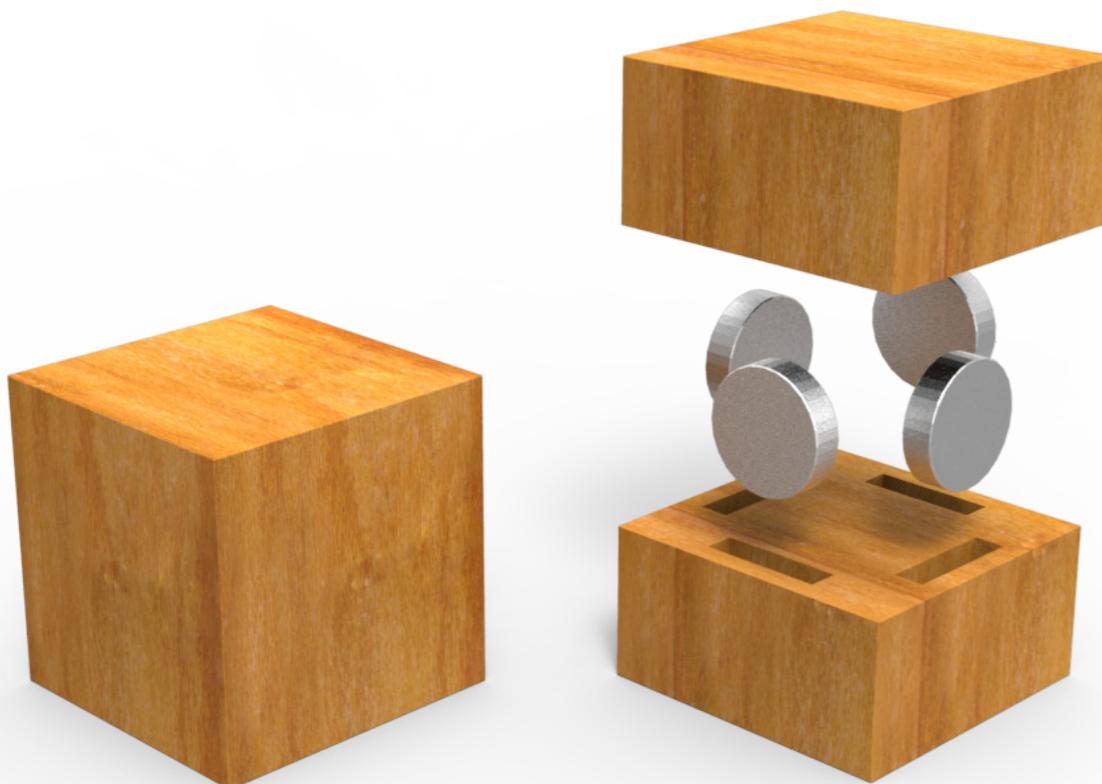


4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Descripción del producto

El material concreto consta de dos partes. En primer lugar están los cubos imantados que sirven como unidades para contar y formar el sistema decimal. En segundo lugar existen los 3 marcos de diferentes dimensiones que sirven para realizar toda clase de operaciones.

Los cubos imantados están fabricados del siguiente modo. Cada cubo consta de dos mitades iguales con ranuras en su interior. En las ranuras van colocados cuatro imanes de 8 mm de diámetro y 2 mm de espesor. Ambas mitades del cubo van unidas por un adhesivo especial para madera.



Tablero demostración
Teorema de Pitágoras

Tablero realización
multiplicaciones largas

Tablero realización
de divisiones largas

Unidades

4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

APRENDER A CONTAR Y EL SISTEMA DECIMAL

El primer nivel de aprendizaje es aprender a contar. El objetivo es que el alumno conozca las cantidades y la nomenclatura numérica. La actitud del profesor ha de ser calmada y paciente, ha de transmitirle al alumno su respeto hacia el material. El proceso es el siguiente:

“Esta pieza puede ser lo que tu quieras que sea. Te voy a explicar lo que es para mí. Yo los llamo cumas y tienen propiedades especiales. Te ofrezco un cuma” El profesor le proporciona al alumno el primer cubo y le invita a que inspeccione la pieza, la palpe y la conozca. “Ahora tienes un cuma, te ofrezco otro” El profesor le proporcionará al alumno el segundo cubo. “Te invito a intentes unir los cumas y observes como se comportan entre ellos”. Una vez el alumno haya comprendido como se unen los cumas, el procedimiento será el mismo con el resto de números hasta llegar al diez.



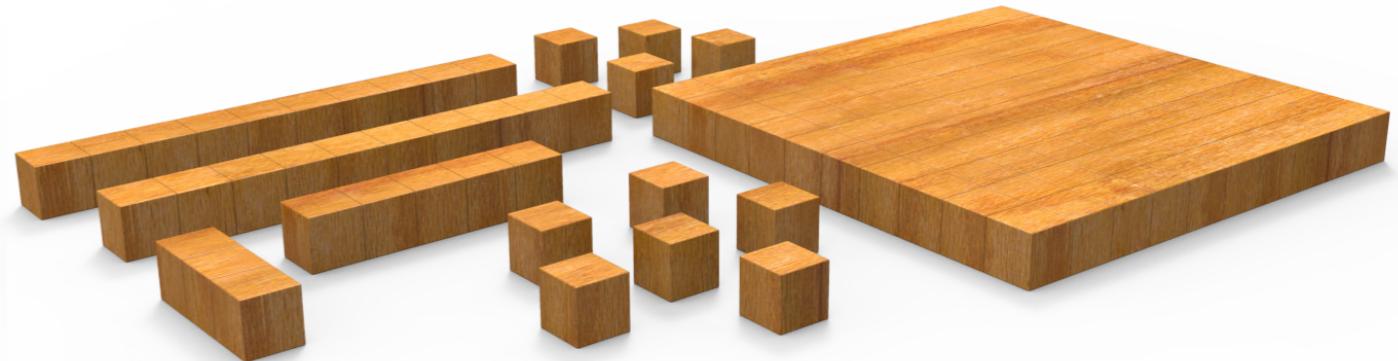
El alumno podrá repetir el procedimiento anterior el solo, nombrando las cantidades de cubos del uno a diez. Una vez el alumno haya aprendido a contar hasta diez el profesor podrá mostrarle el concepto de decena. Una decena se representa por diez cumas unidos entre sí formando una línea.



El siguiente paso es mostrar al alumno como se denominan los números que preceden al diez, hasta llegar al cien. Este aprendizaje conllevará el mismo ritual anterior pero esta vez representando las decenas unidas. Una vez el alumno haya aprendido a contar hasta cien, el profesor podrá mostrarle como se forman las centenas. Las centenas se forman uniendo diez decenas formando un cuadrado de diez por diez unidades.



El profesor invitará al alumno a experimentar con el material libremente. El alumno podrá efectuar los conocimientos adquiridos formando diferentes cantidades, nombrándolas y diferenciando entre unidades, decenas y centenas.



4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

APRENDER A SUMAR

Para que el alumno comprenda el concepto de suma el profesor le pondrá un ejemplo. “Tu tienes 5 cumas” El profesor le proporciona al alumno 5 cubos invitándole a que los una.



“Voy a darte tres cumas mas”. El profesor le proporcionará al alumno tres cubos mas y le invitará a que los junte a los que anteriormente tenía.



“¿Cuántos cumas tienes ahora?”. El alumno deberá contar los cumas que posee y responder en voz alta. De este modo el alumno comprenderá el concepto de suma. El profesor podrá proponerle distintos ejercicios. Una vez el profesor considere que el alumno ha comprendido el concepto en su totalidad, podrá invitarle a que él mismo se proponga sus propios ejercicios. De este modo el alumno podrá experimentar con el material libremente.

APRENDER A RESTAR

El método de aprendizaje de la resta es similar de la suma. El profesor le propondrá un ejemplo al alumno. “Tu tienes siete cumas” Y invitará al alumno a coger siete cubos y unirlos entre sí.



“Pero yo no tengo ningún cuma, ¿estarías dispuesto a compartirlos conmigo?, ¿Cuántos cumas estas dispuesto a ofrecerme?” El alumno deberá responder y proporcionar al profesor la cantidad propuesta. Finalmente el profesor le preguntará al alumno. “¿Con cuántos cumas te has quedado finalmente?”.



Una vez el alumno haya comprendido el concepto de resta. El profesor invitará al alumno a proponerse a si mismo diferentes cifras y compartir una cantidad con otro compañero para comprobar con que cantidad se queda finalmente. De este modo el alumno comprenderá el concepto de la resta en su totalidad.

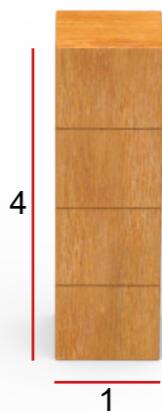
4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

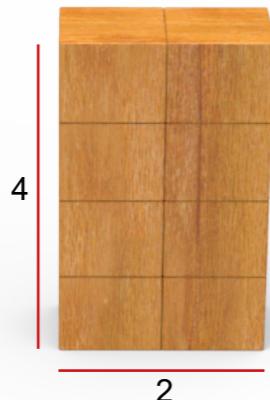
APRENDER A MULTIPLICAR

Para aprender las tablas de multiplicar solo son necesarios los cubos pero el alumno puede ayudarse de papel y lapiz para ir anotando los resultados. El profesor le mostrará las tablas de multiplicar poniéndole un ejemplo.

“Vamos a aprender la tabla del cuatro. Coge cuatro cumas” El alumno deberá unir cuatro cumas. “Ahora tienes un grupo de cuatro cumas, es decir, cuatro cumas por un cuma” Y se lo señalara con el dedo.



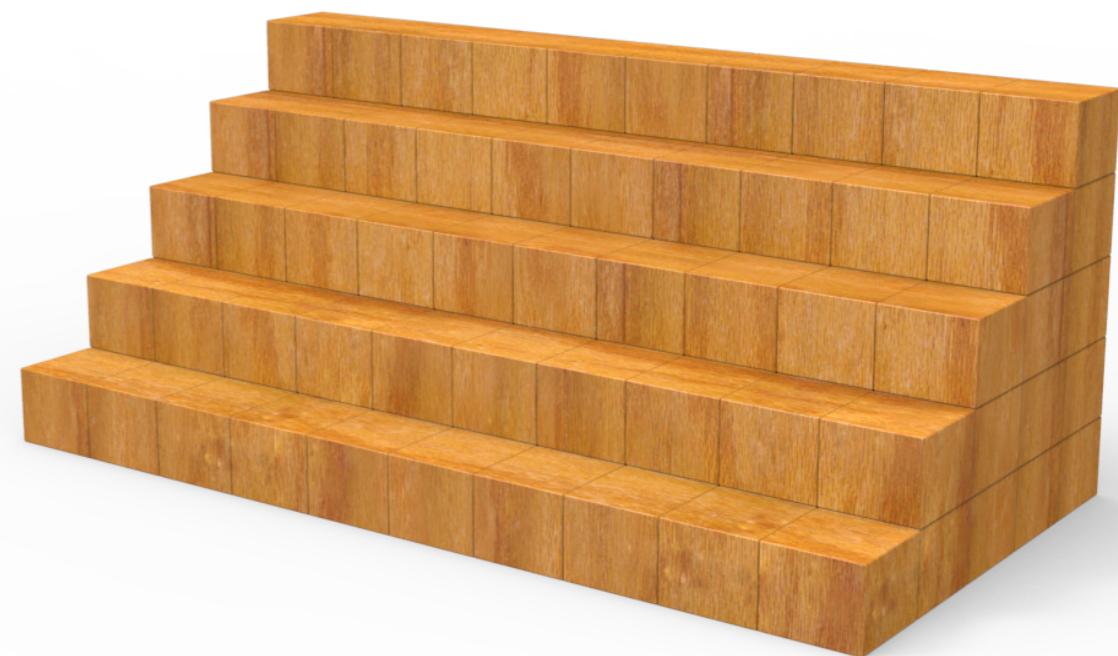
“Ahora vas a coger otro grupo de cuatro cumas y lo vas a unir al que ya tenias. Por lo tanto ahora tienes dos grupos de cuatro cumas, es decir, cuatro por dos, cuantos son en total? El profesor invitará a contar al alumno los cumas que hay en total para obtener el resultado de la multiplicación .



El mismo proceso se repite con el resto de elementos de la tabla de multiplicar. El alumno irá colocando cuatro cumas por columna y diciendo la multiplicación en voz alta y su resultado. El resultado final del conjunto de resultados de 4×1 a 4×10 es el que muestra la imagen.



Para aprender las tablas de multiplicar el alumno podrá ir formando las multiplicaciones con los cumas y nombrando las cantidades en voz alta. De este modo el alumno memorizará con la ayuda del material concreto las tablas de multiplicar. También podrá ir uniendo las tablas entre sí para comprobar que figura forman. La imagen muestra las tablas unidas del uno al cinco.



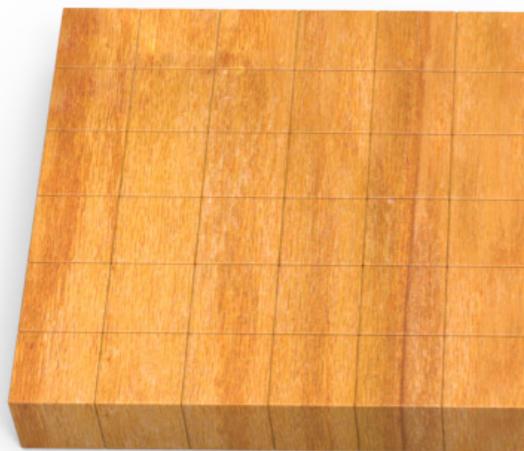
4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

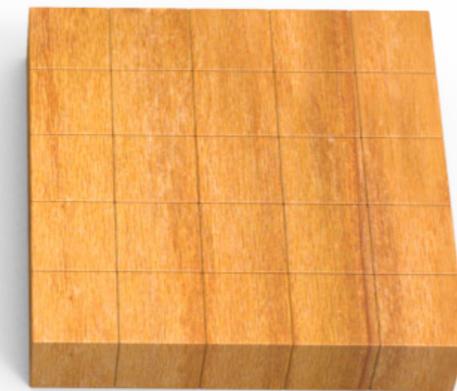
APRENDER EL CUADRADO DE UN NÚMERO

Una vez el alumno haya asimilado el concepto de multiplicación podrá entender el concepto de un número al cuadrado. “Ahora has de formar cuadrados de distintos tamaños”. El profesor esperará a que el alumno efectúe lo que le han pedido. “Podrías decirme de qué multiplicación se trata?” “El cuadrado de un número significa que está multiplicado por sí mismo” De este modo el alumno comprenderá el concepto de un número al cuadrado.

6x6



5x5



4x4



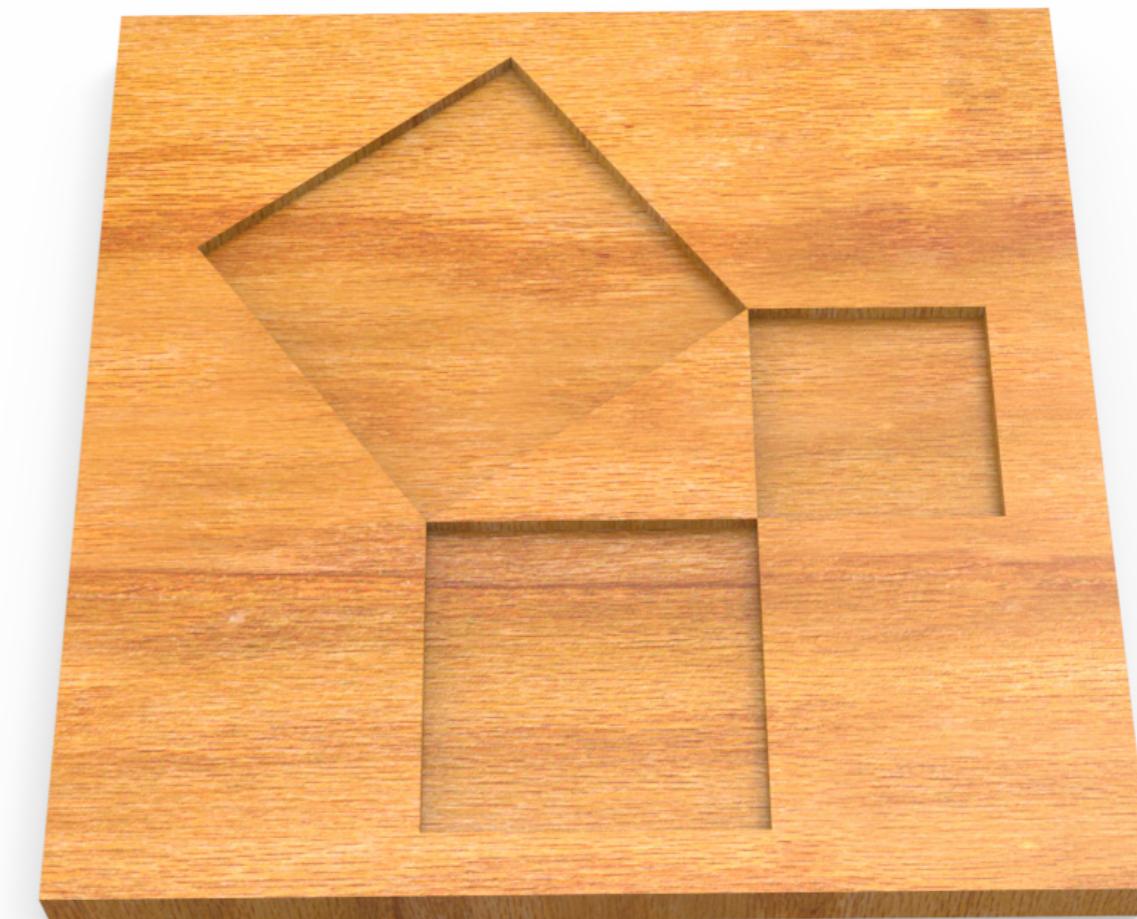
3x3



2x2

APRENDER EL TEOREMA DE PITÁGORAS

Para que el alumno comprenda el concepto del teorema de Pitágoras es necesario el tablero de Pitágoras. En primer lugar se le ha de presentar el material concreto al alumno y darle tiempo para examinarlo. El profesor tendrá que invitar al alumno a fijarse en las hendiduras del marco y invitarle a que haga comparaciones entre los tamaños de las diferentes hendiduras. El alumno deberá llegar a la conclusión de que ninguno de los cuadrados es igual a otro y que juntando sus vértices se forma un triángulo.

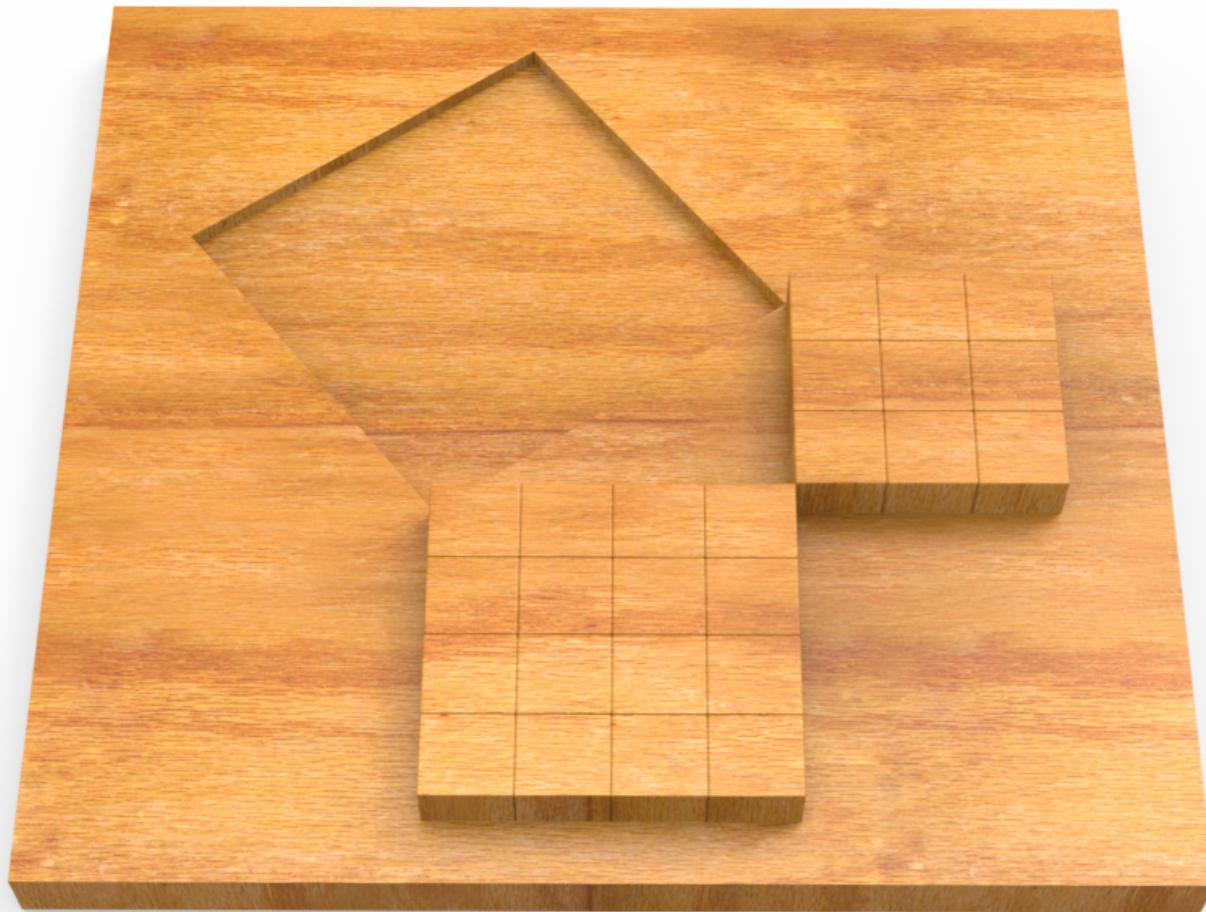


4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

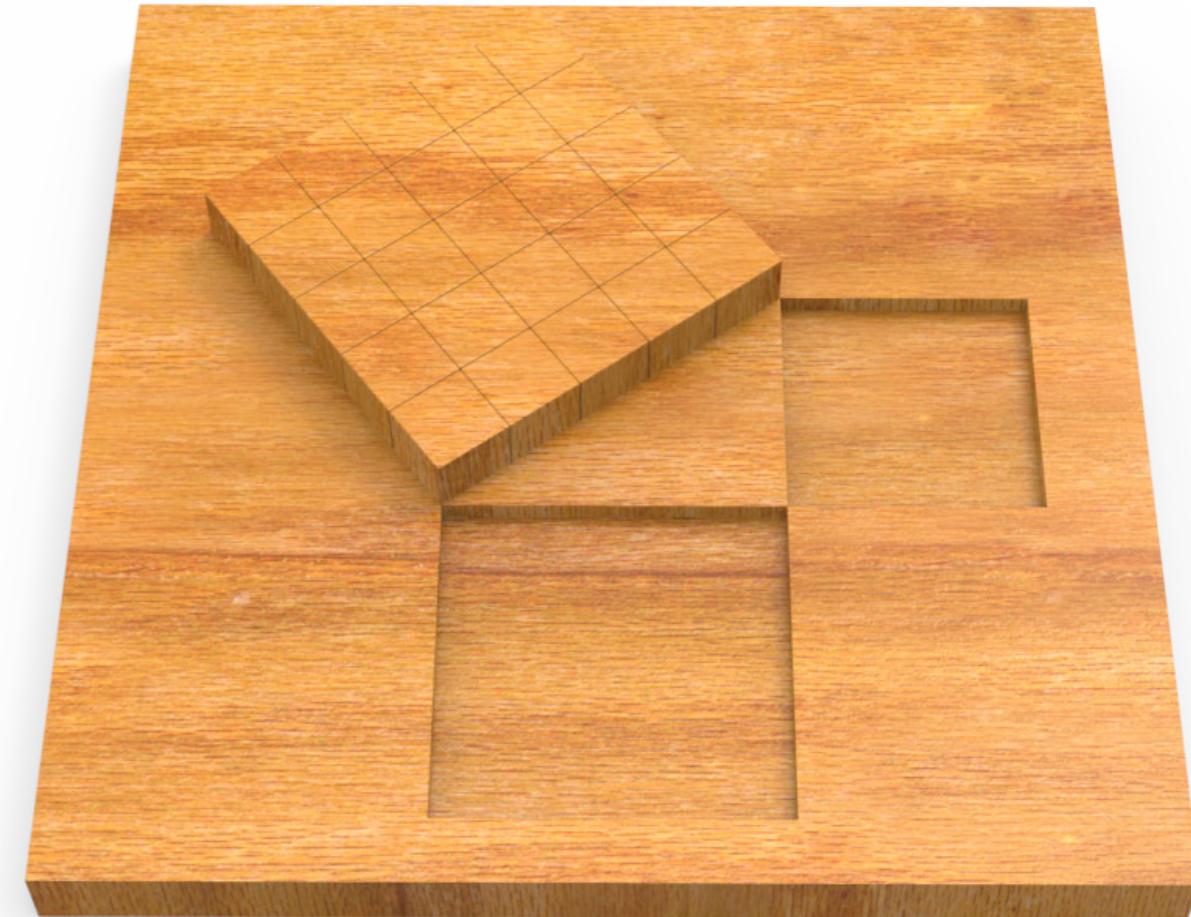
APRENDER EL TEOREMA DE PITÁGORAS

El siguiente paso es proponer al alumno que rellene los dos huecos menores del marco con cumbas formando cuadrados. De este modo el alumno observará que los cuadrados de 4 y 3 llenan los huecos a la perfección del marco. El alumno comprobará que se trata de cuatro al cuadrado y tres al cuadrado.



APRENDER EL TEOREMA DE PITÁGORAS

El último paso es proponer al alumno llenar el hueco sobrante usando los cumbas que están sobre el tablero. De este modo el alumno se dará cuenta de que puede llenar con el mismo número exacto de cumbas el hueco grande. El profesor invitará a reflexionar al alumno acerca de que hecho está sucediendo y llegar a la conclusión de que cuatro al cuadrado más tres al cuadrado es igual a cinco al cuadrado.



4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

APRENDER A DIVIDIR

Para el aprendizaje de la división solo se necesitarán los cumas. El profesor le propondrá un ejemplo al alumno. “Tu tienes una decena de cumas”. Y invitará al alumno a formar una decena.

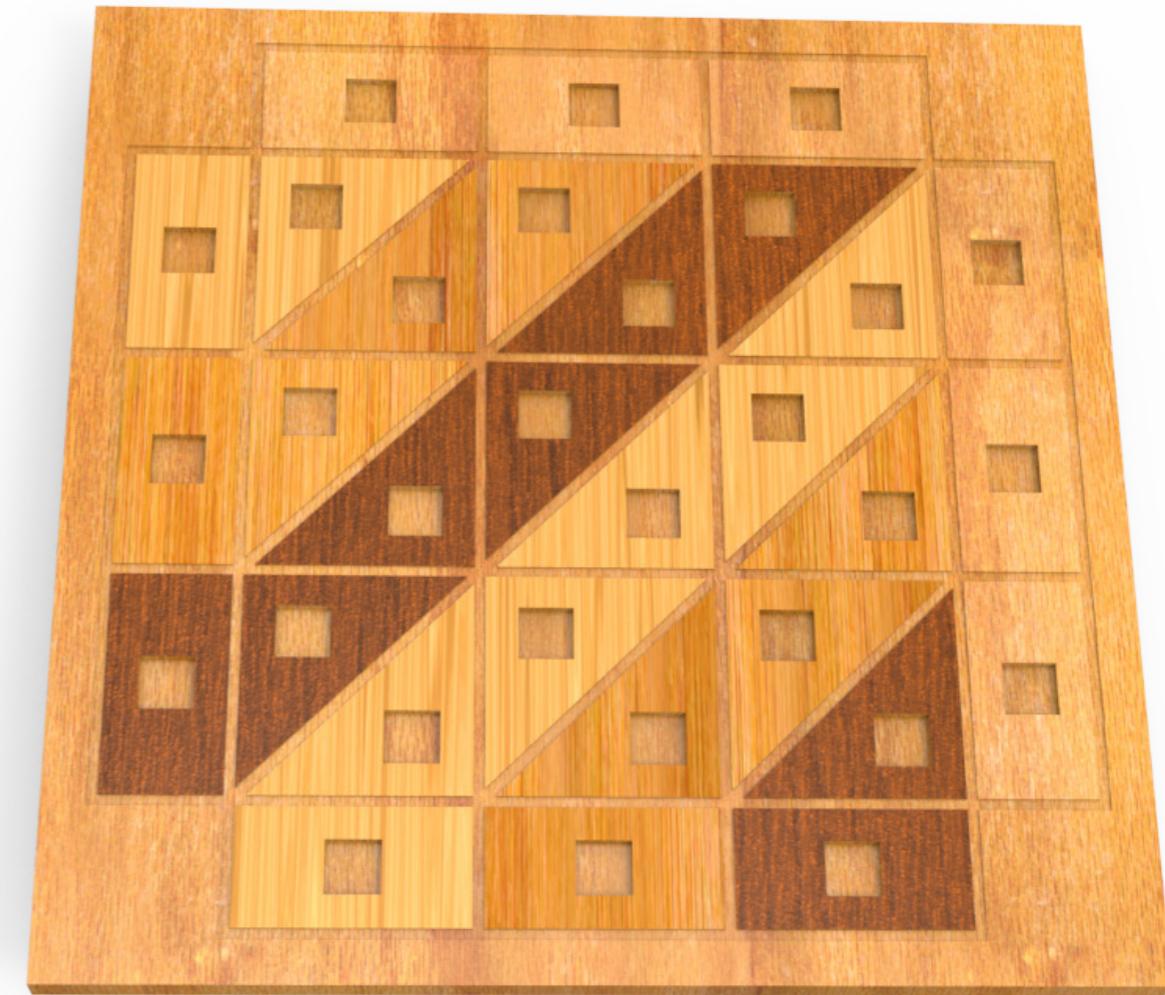


“Pero hay cinco compañeros que necesitan cumas, deberías repartirlos a partes iguales”. El alumno deberá ir repartiéndolo uno por uno en cinco columnas sobre la mesa hasta que se quede sin cumas. El resultado es el que muestra la imagen. “¿Con cuantos cumas se queda cada compañero?”.



APRENDER LA MULTIPLICACIÓN LARGA

Para la correcta comprensión y aprendizaje de la multiplicación larga se necesita el tablero de la multiplicación. En primer lugar se le presenta el material concreto al alumno y se le da tiempo para palparlo e inspeccionarlo. El alumno será invitado a fijarse en los detalles como los colores de las casillas y sus formas.

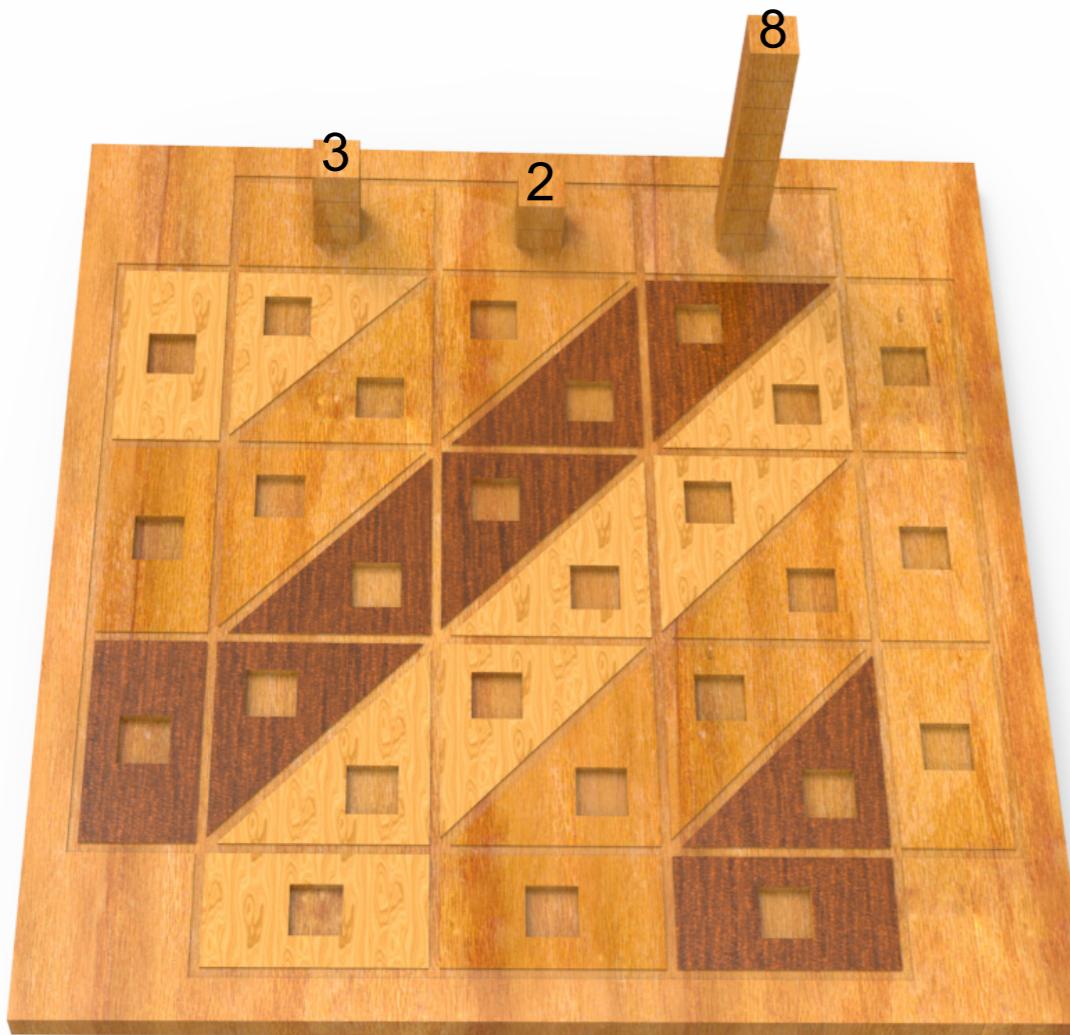


4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

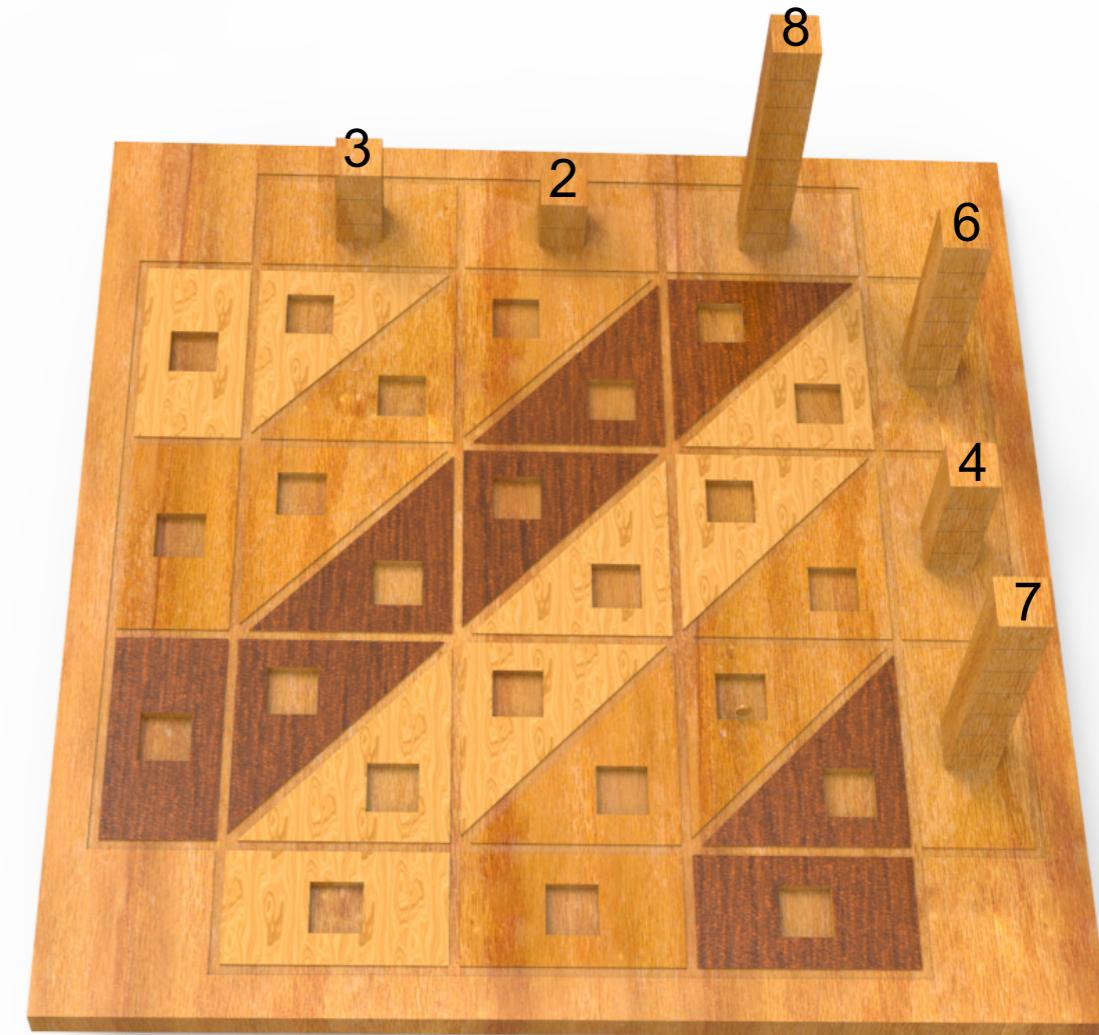
APRENDER LA MULTIPLICACIÓN LARGA

Para entender como se opera con el tablero de la multiplicación larga es necesario un ejemplo. "Vamos a multiplicar 328 por 647. Los números que operan, es decir, el 328 y el 647, van colocados en las casillas brillantes situadas en la zona superior y derecha del tablero. En primer lugar se coloca el número 328 en la parte superior, comenzando por las centenas, las decenas y finalmente las unidades."



APRENDER LA MULTIPLICACIÓN LARGA

"El segundo paso será colocar el número 647 en las casillas brillantes de la zona derecha del tablero. Se colocarán del mismo como que el número anterior, primero las centenas, luego las decenas y finalmente las unidades." El profesor deberá colocar los cumas como muestra la imagen.

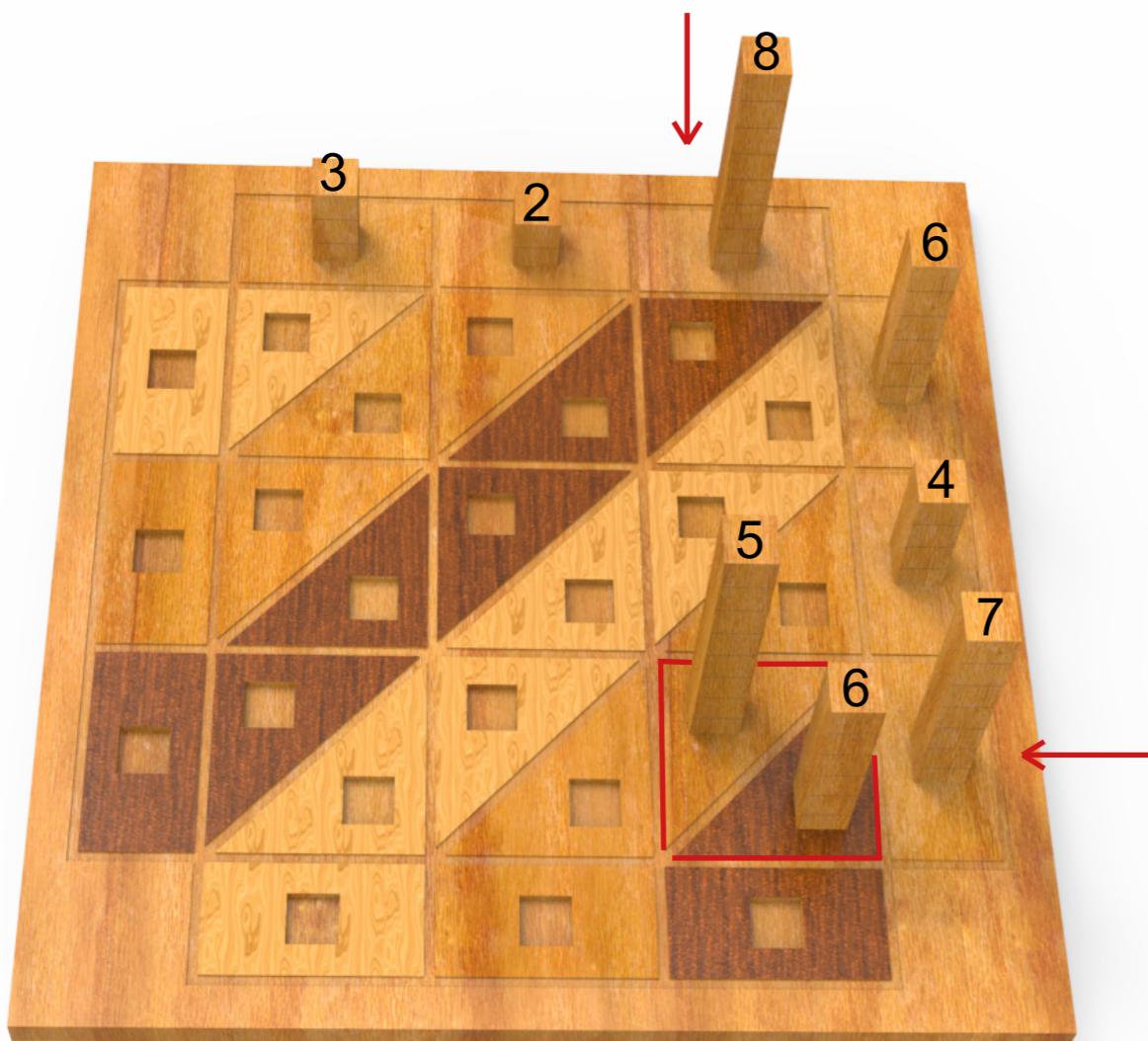


4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

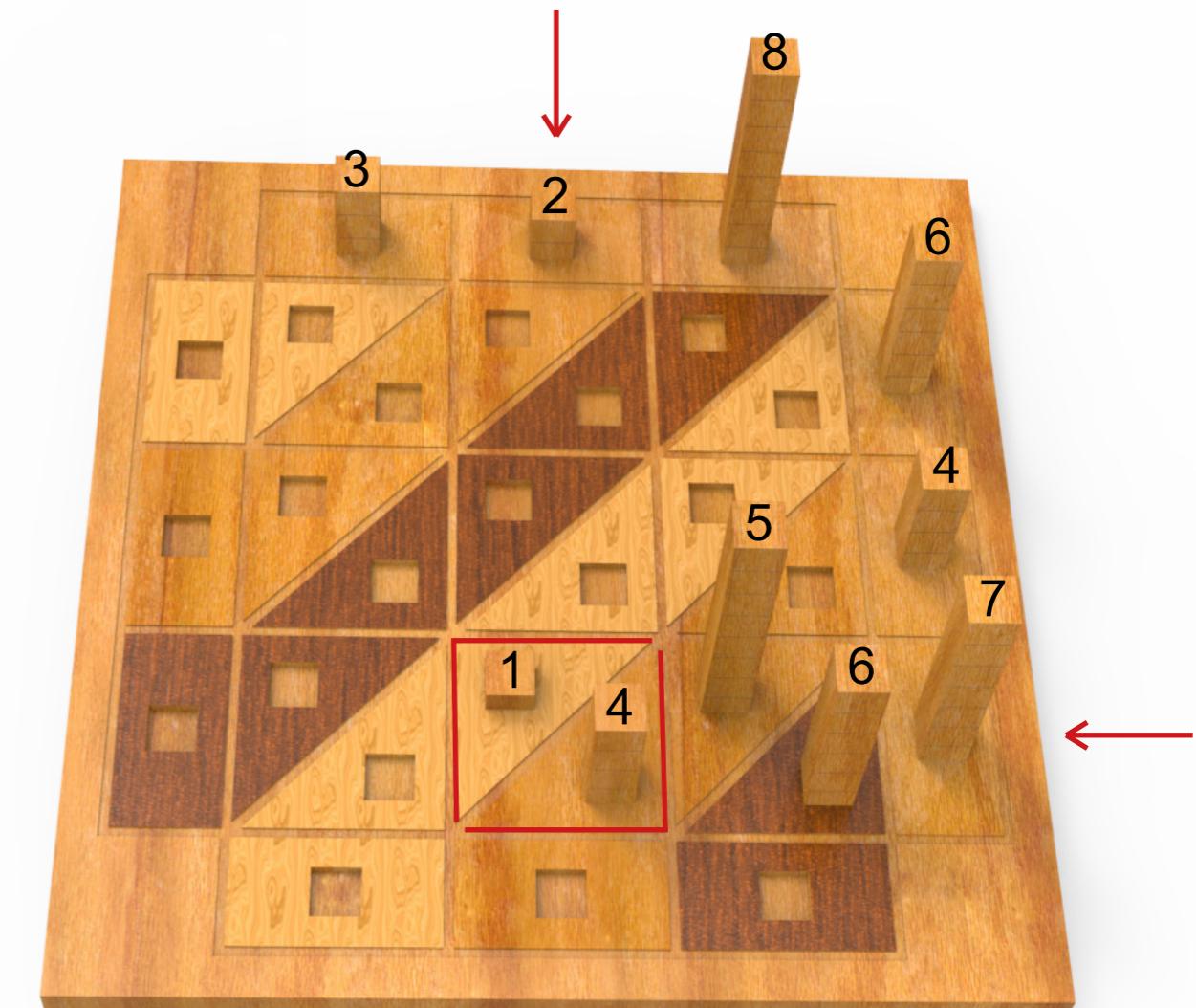
APRENDER LA MULTIPLICACIÓN LARGA

En el siguiente paso se empieza a multiplicar. “Se comienza siempre por la esquina inferior derecha, es decir, la esquina oscura. Se multiplican los números que corresponden a esa casilla tanto vertical como horizontalmente” El profesor le indicará con el dedo la trayectoria que siguen el 8 y el 6 juntándose en la primera casilla. “Se multiplica por tanto 6×8 . El resultado es 56. Por lo que se coloca en el hueco superior las decenas y en el inferior las unidades”. La imagen muestra la correcta colocación del resultado.



APRENDER LA MULTIPLICACIÓN LARGA

El mismo proceso se efectúa en la casilla de la izquierda. Se multiplican los números que corresponden tanto vertical como horizontalmente, en este caso es 6 por 2” El profesor volverá a mostrarle con el dedo la trayectoria donde se unen el 2 y el 6. También invitará al alumno a responder a la multiplicación y le invitará a que coloque el resultado en el tablero para comprobar si ha comprendido bien el procedimiento.

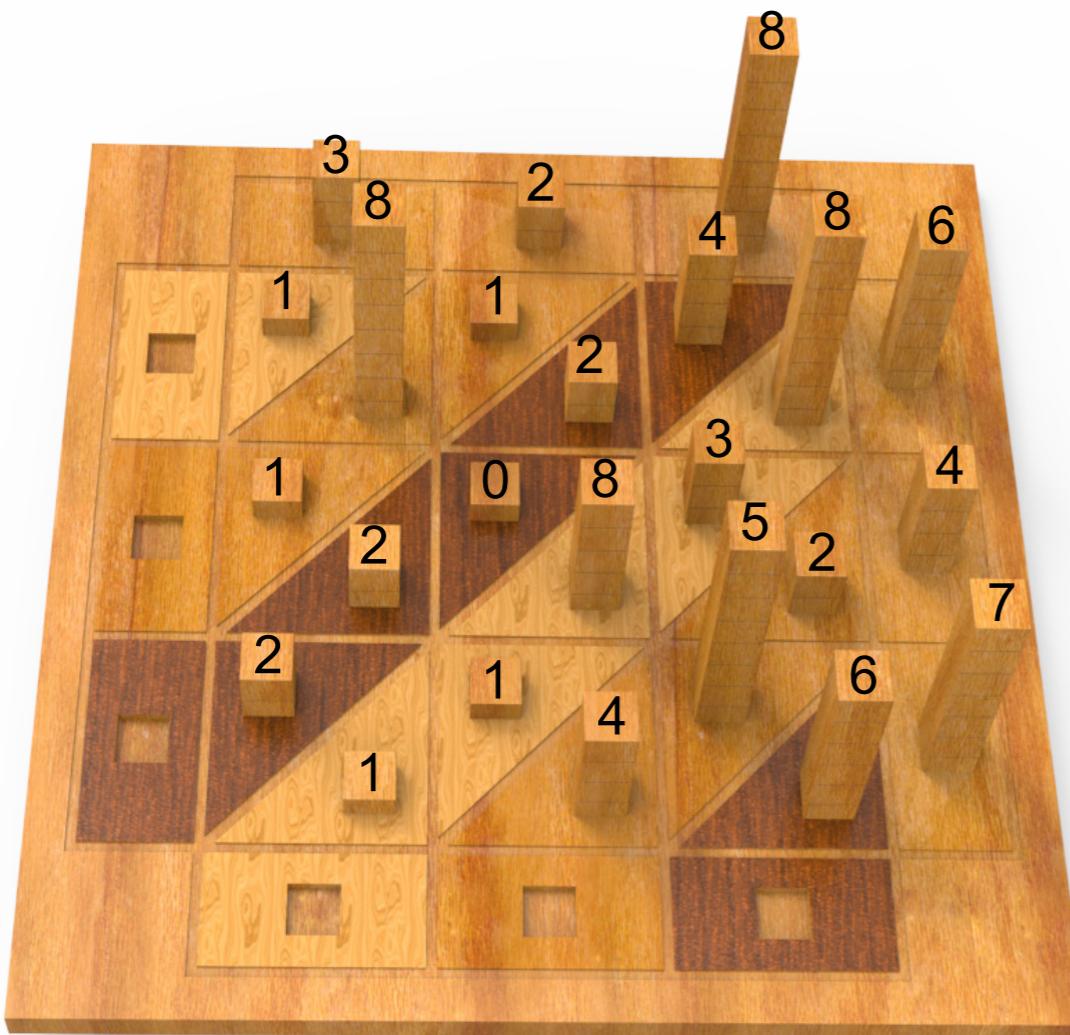


4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

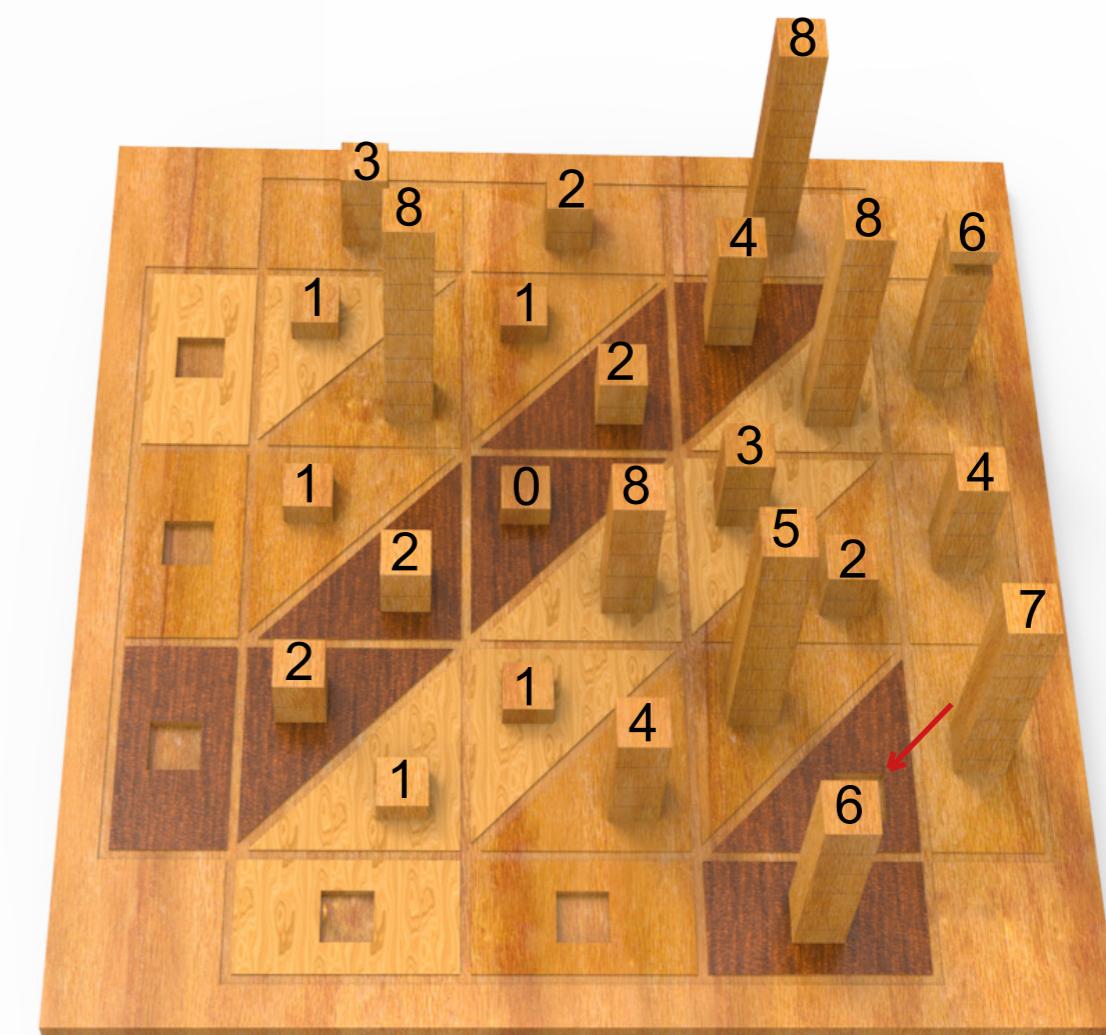
APRENDER LA MULTIPLICACIÓN LARGA

El mismo proceso se efectúa con el resto de casillas centrales del tablero. En caso de que solo existan unidades en un resultado solo se colocará una cifra y el otro hueco quedará vacío. La imagen siguiente muestra los resultados correspondientes al ejemplo propuesto.



APRENDER LA MULTIPLICACIÓN LARGA

El siguiente paso es sumar los resultados. Los colores en diagonal unen las cantidades que se han de sumar. Se empieza por la esquina inferior derecha, como solo existe un número el resultado de la suma es seis y se desplaza la columna a la casilla inferior de su mismo color.

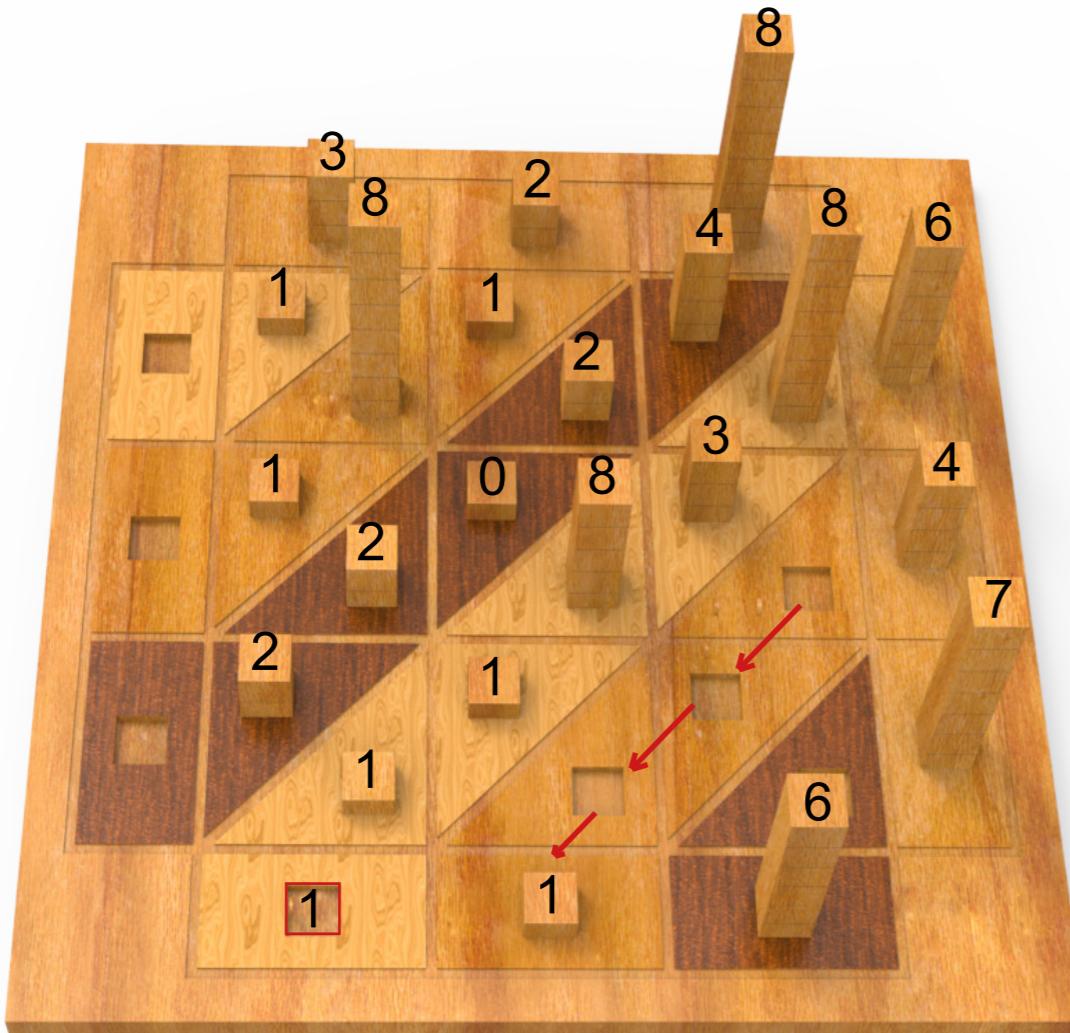


4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

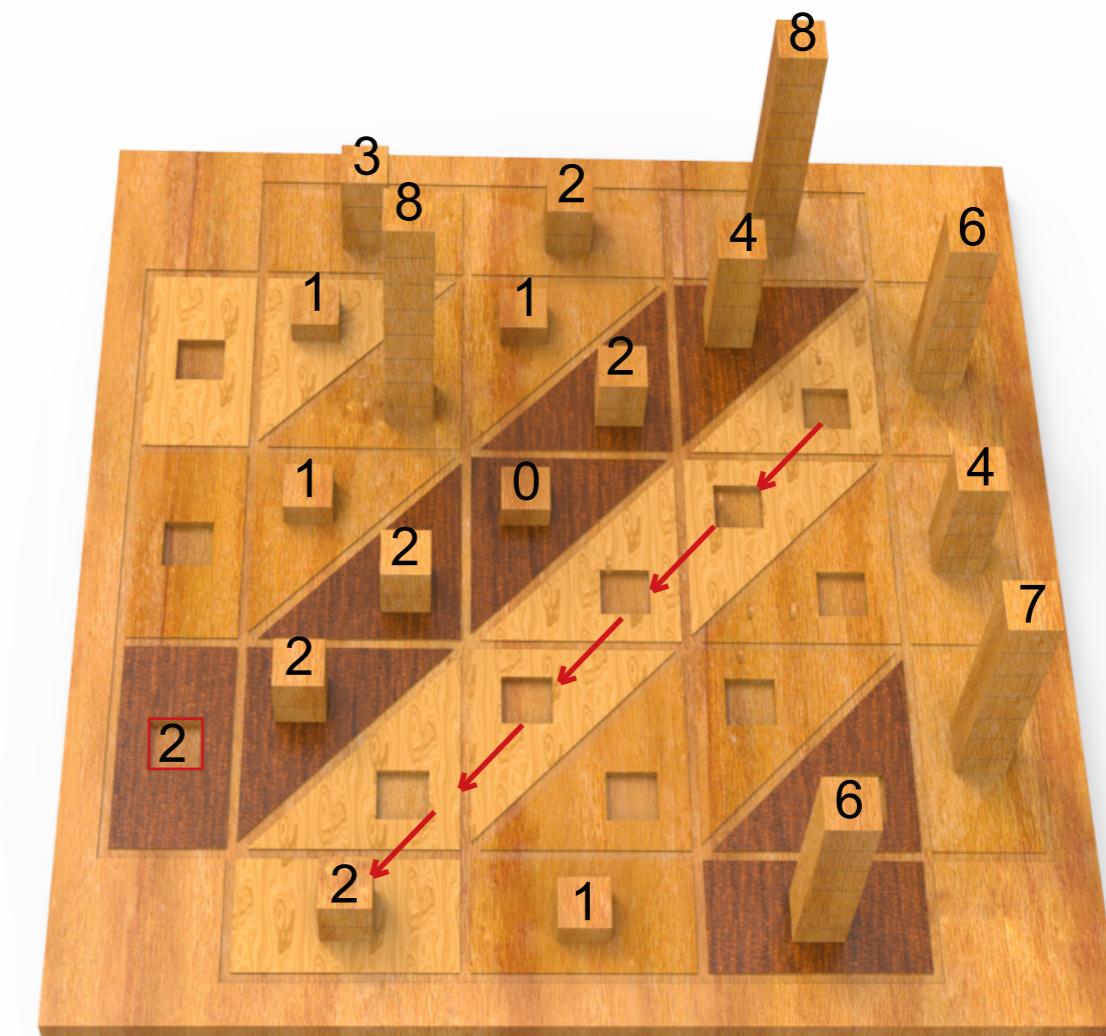
APRENDER LA MULTIPLICACIÓN LARGA

El mismo proceso se efectúa con la siguiente diagonal del mismo color. Se han de sumar, es decir unir, los números dos, cinco y cuatro. Como el resultado obtenido es once, colocamos las unidades en el hueco inferior y las decenas se colocan en la casilla izquierda. La imagen muestra el proceso del sumatorio y marca la casilla donde se han de colocar las decenas del resultado.



APRENDER LA MULTIPLICACIÓN LARGA

El siguiente paso conlleva el mismo procedimiento anterior. La siguiente diagonal del mismo color posee los números ocho, tres, ocho, uno y uno y se han de sumar. El resultado obtenido es 21 por lo que se colocan las unidades en el hueco inferior, uniendo el cuma con el colocado anteriormente. Las decenas del resultado se colocan en la casilla siguiente situada en el lateral izquierdo. La imagen muestra la colocación correcta del resultado.

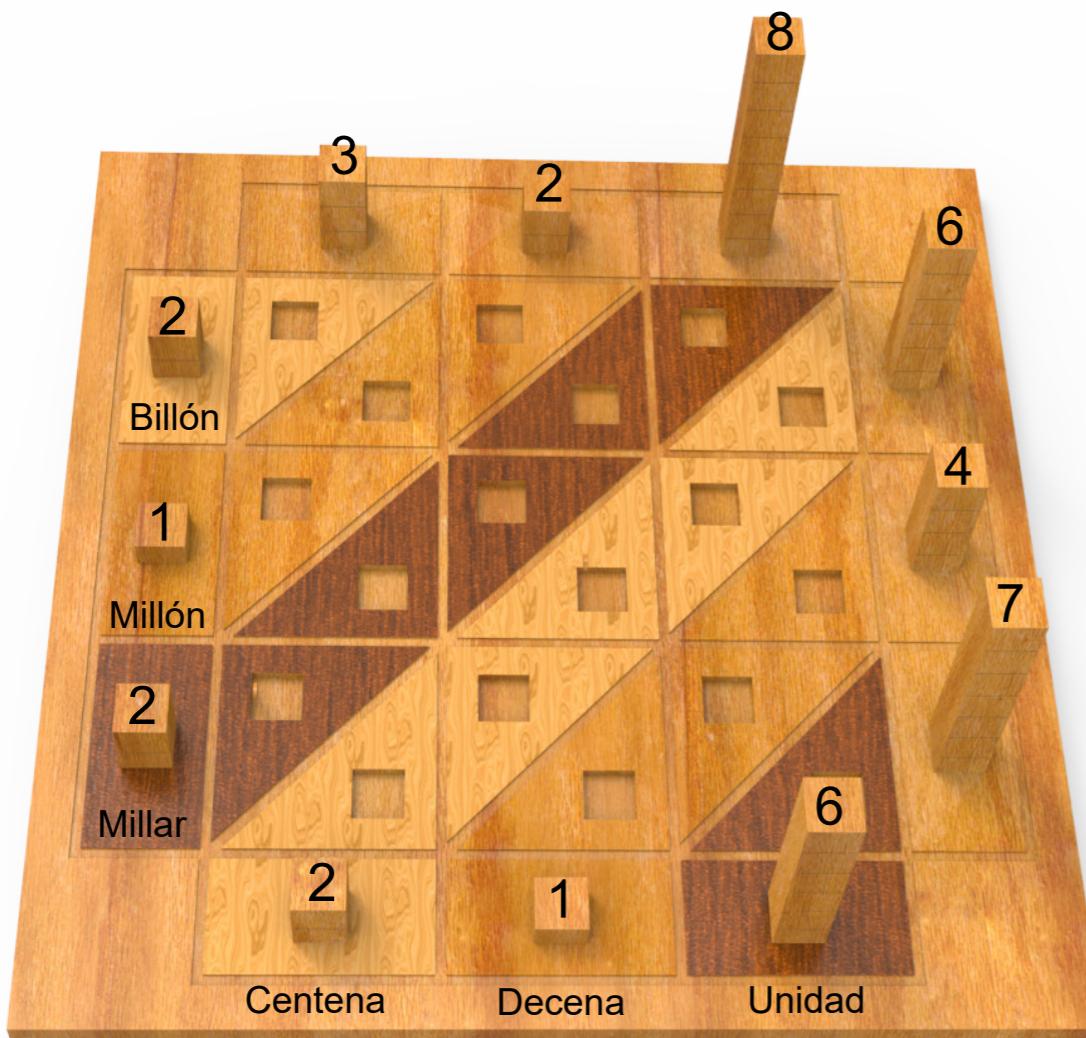


4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

APRENDER LA MULTIPLICACIÓN LARGA

Finalmente el resultado de la multiplicación del número 328 x 647 queda plasmado en la zona lateral izquierda y inferior del tablero. Cada casilla cuadrado coloreada que contiene el resultado constituye una cifra. El resultado se lee como 212.216. La imagen muestra el resultado y la cifra que corresponde a cada número.

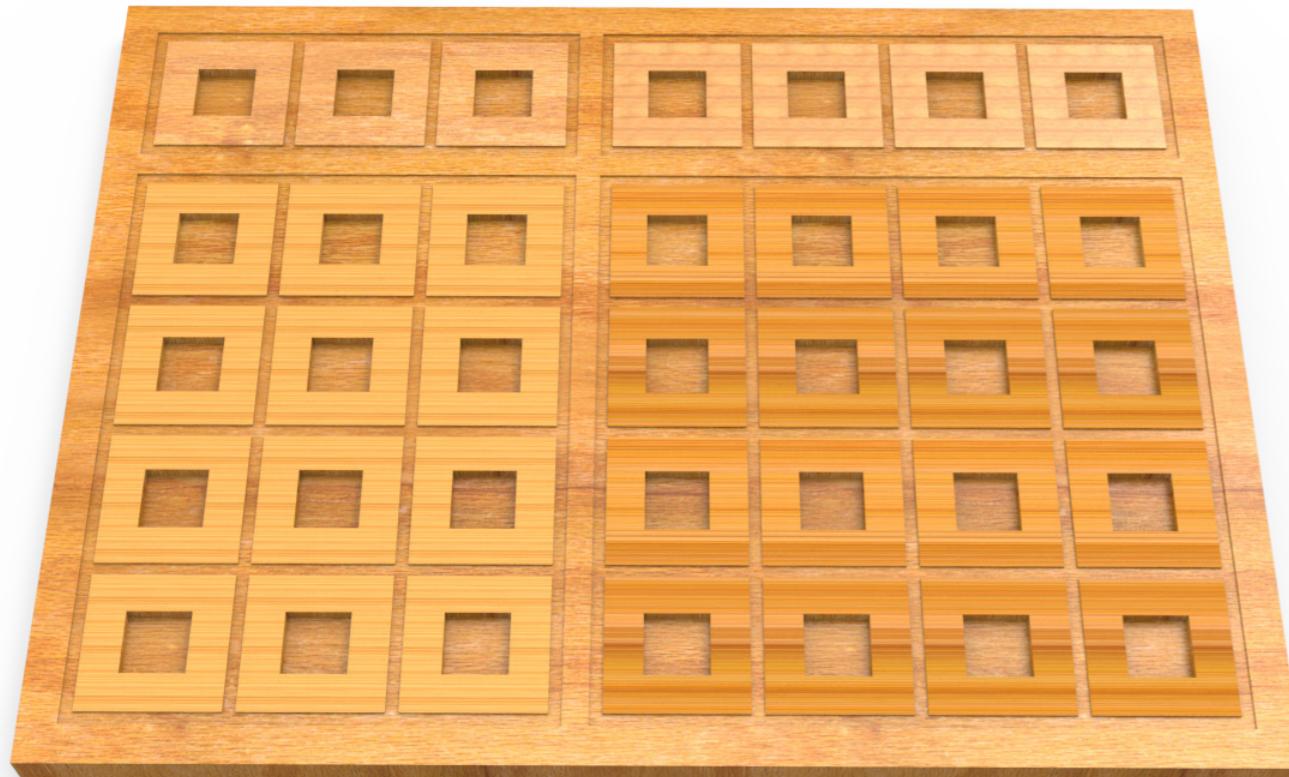


4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

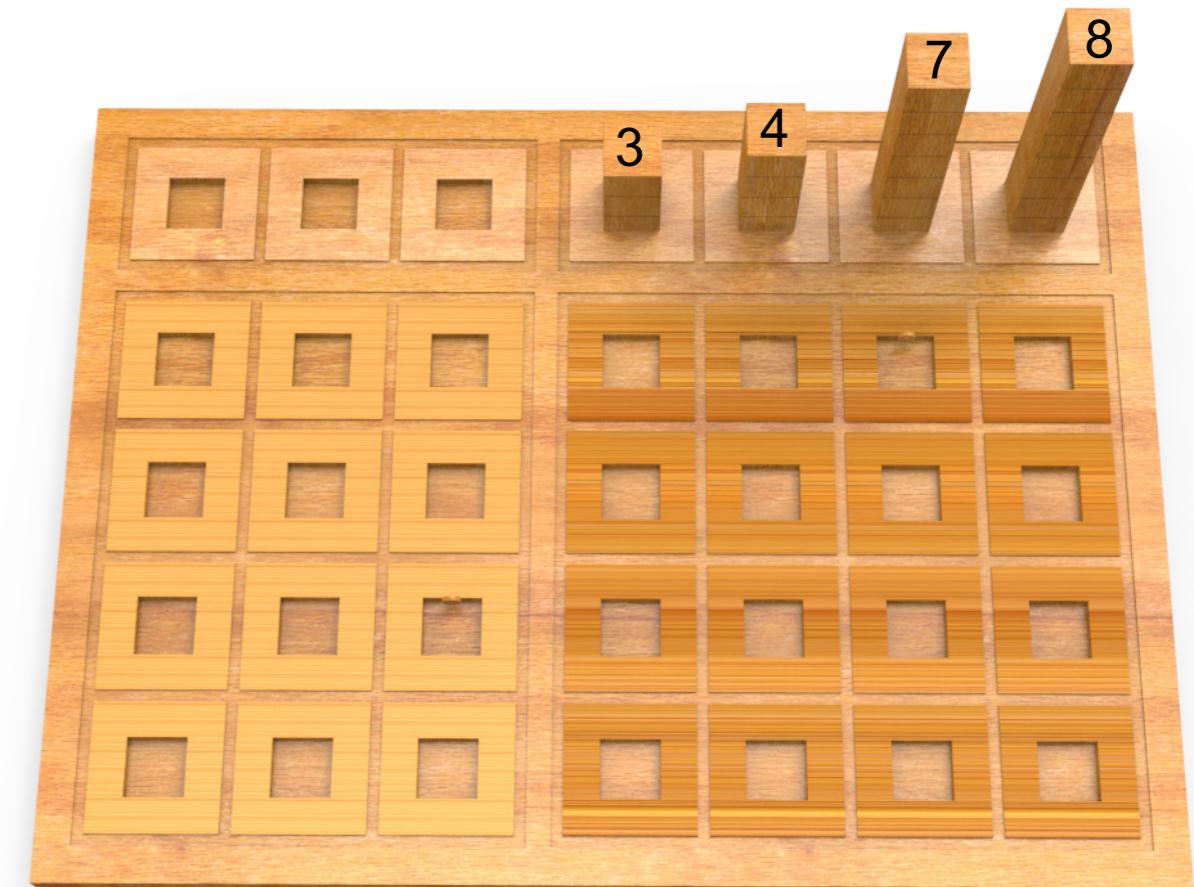
APRENDER LA DIVISIÓN LARGA

Para el correcto aprendizaje de las divisiones largas es necesario el tablero de la división. En primer lugar se le presentará al alumno el material concreto y se le dará tiempo para inspeccionarlo. El alumno deberá fijarse en los colores y huecos que contiene el marco así como las divisiones entre ellos. El primer paso es proponerle al alumno un ejercicio. “Vamos a dividir 3478 entre 26. 3478 cumas son los que tienes tu, y como no vas a dividir tantos cumas en tantos montoncitos de forma manual, se utiliza el tablero de la división larga. En la parte izquierda se colocan cumas representando la cantidad de montoncitos que haríamos sobre la mesa”.



APRENDER LA DIVISIÓN LARGA

“El primer paso es colocar el dividendo en el marco, el número 3478.” El dividendo va colocado en la esquina superior derecha del tablero tal y como muestra la figura. Se colocan en primer lugar las unidades, en este caso, ocho cumas, en la esquina superior derecha. En segundo lugar se colocan las decenas, es decir, siete cumas, en el hueco siguiente al 8 en la parte superior derecha. Posteriormente se colocan el 4 y el 3 que corresponden a las centenas y al millar. El profesor mostrará al alumno la colocación de cada una de las cifras y le explicará cual corresponde a cada una.

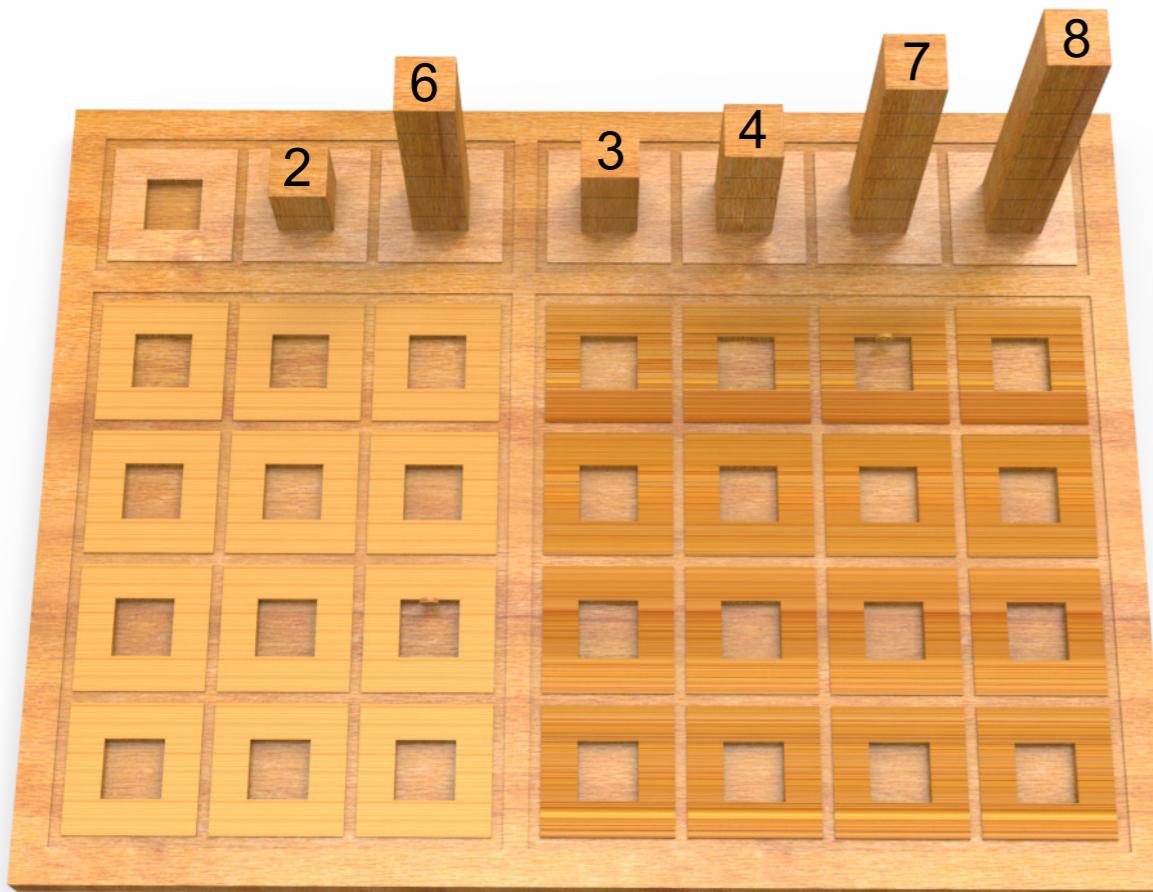


4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

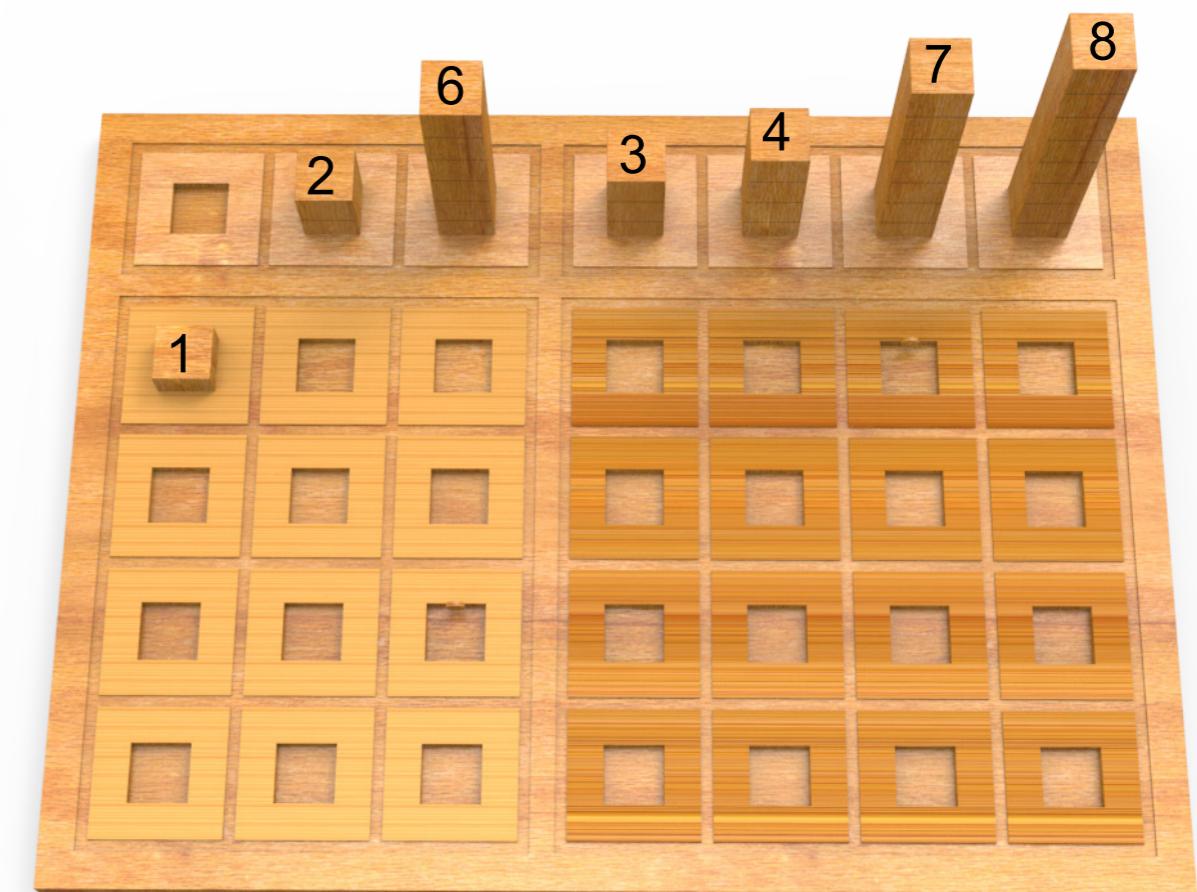
APRENDER LA DIVISIÓN LARGA

El segundo paso es la colocación del divisor en la parte superior izquierda. “Los cumas de la parte superior derecha son todos los cumas que poseemos. Los cumas de la parte izquierda son los montoncitos en los que vamos a dividir el dividendo en partes iguales.” El profesor señalará a las cifras que se refiera en cada ocasión. “El número 26 se coloca en la parte superior izquierda de este modo”. El profesor colocará las cifras en el tablero del modo que muestra la imagen.



APRENDER LA DIVISIÓN LARGA

Una vez planteados los números de la división se procede a realizar las operaciones. Siempre al comenzar hay que coger tantas cifras del dividendo como cifras tenga el divisor. En este caso son dos cifras las del divisor, el profesor deberá señalarse al alumno las dos cifras y explicarle por tanto que se han de coger las dos primeras cifras del dividendo. “Si tenemos 34 cumas y queremos repartirlos entre 26, cuantos cumas habrá en cada columna?”. En este caso se trata de un cuma, y se coloca en el hueco que muestra la imagen.

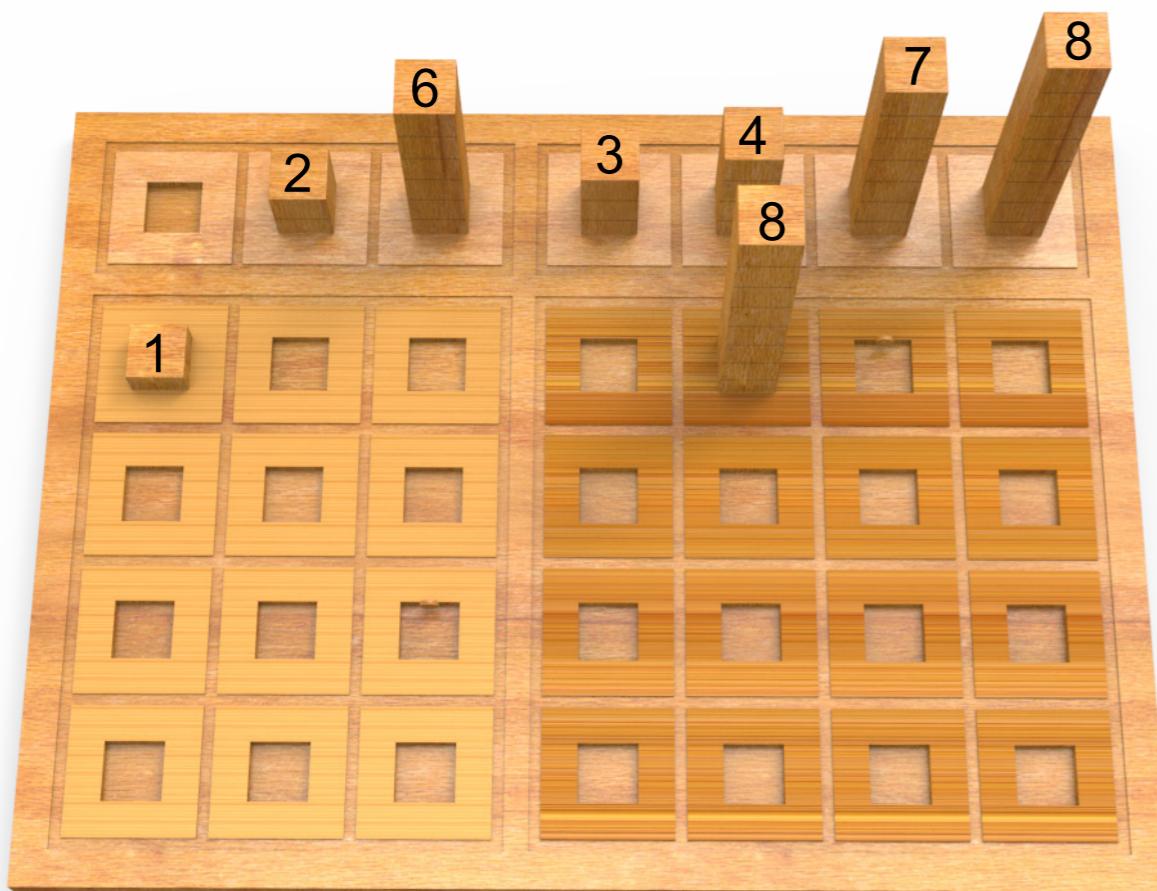


4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

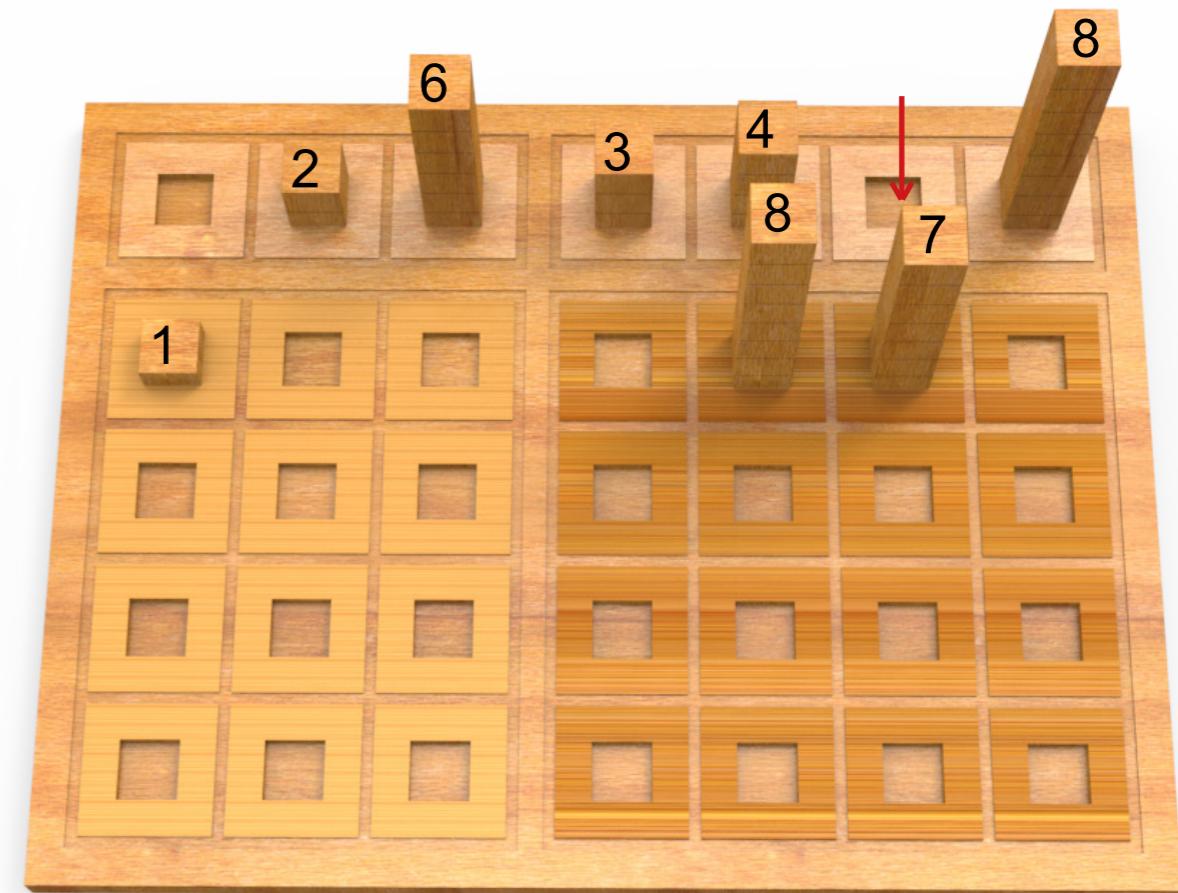
APRENDER LA DIVISIÓN LARGA

El siguiente paso es el de multiplicar la cifra que se acaba de colocar por el divisor, es decir, 24 por 1. El resultado de la multiplicación se le tendrá que restar al número 34. El resultado va colocado en el hueco situado en la zona inferior al número cuatro del dividendo, tal y como muestra la imagen. Si el alumno tiene dificultades en la realización de las restas o las multiplicaciones podrá hacer uso de los cumas sueltos para hacer las operaciones de modo mas simple e individual sobre la mesa.



APRENDER LA DIVISIÓN LARGA

Por lo tanto nos hemos quedado con un ocho en el dividendo y el siguiente paso es bajar otra cifra del dividendo superior, en este caso el número siete. El profesor deberá explicarle al alumno que esto es debido a que cuando las cifras del dividendo son mas pequeñas que las del divisor hay que coger otra cifra mas del dividendo. De este modo se obtiene la cifra 87 en el dividendo. El profesor invitará al alumno a colocar siete cumas en la casilla inferior.

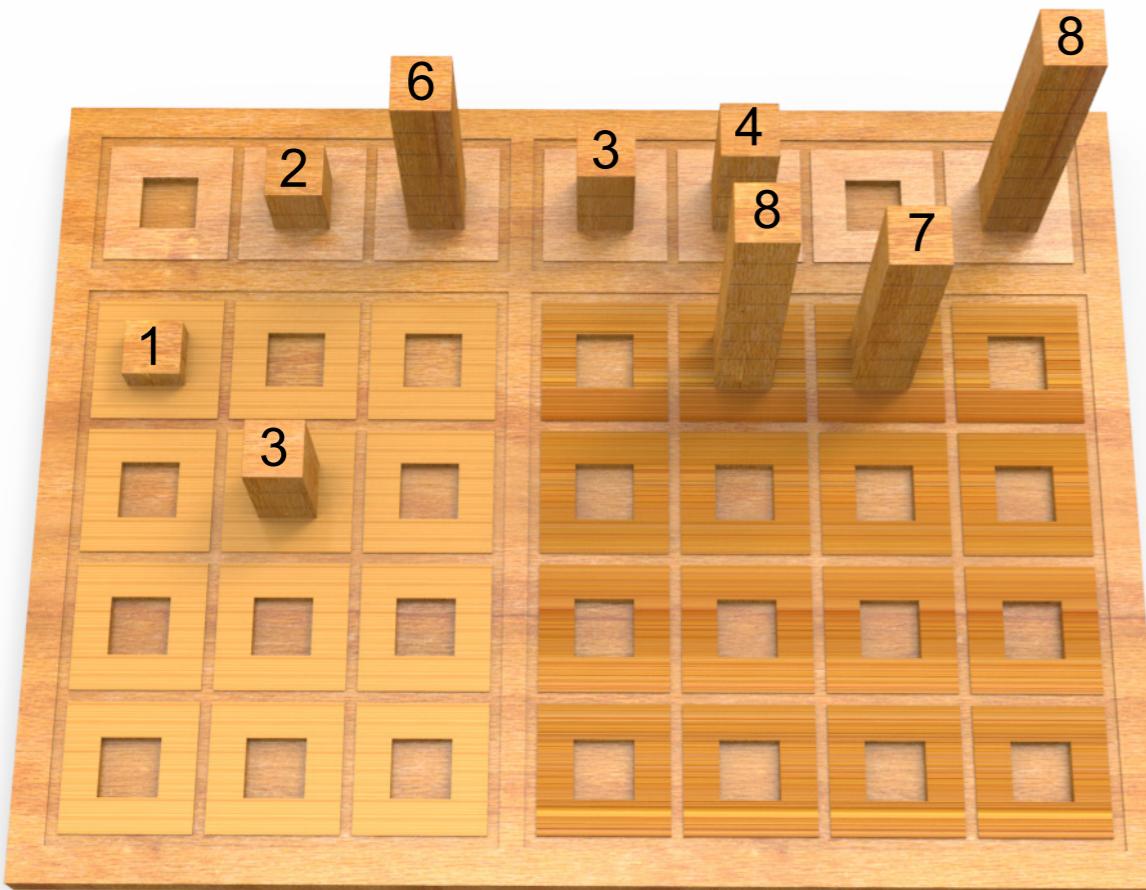


4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

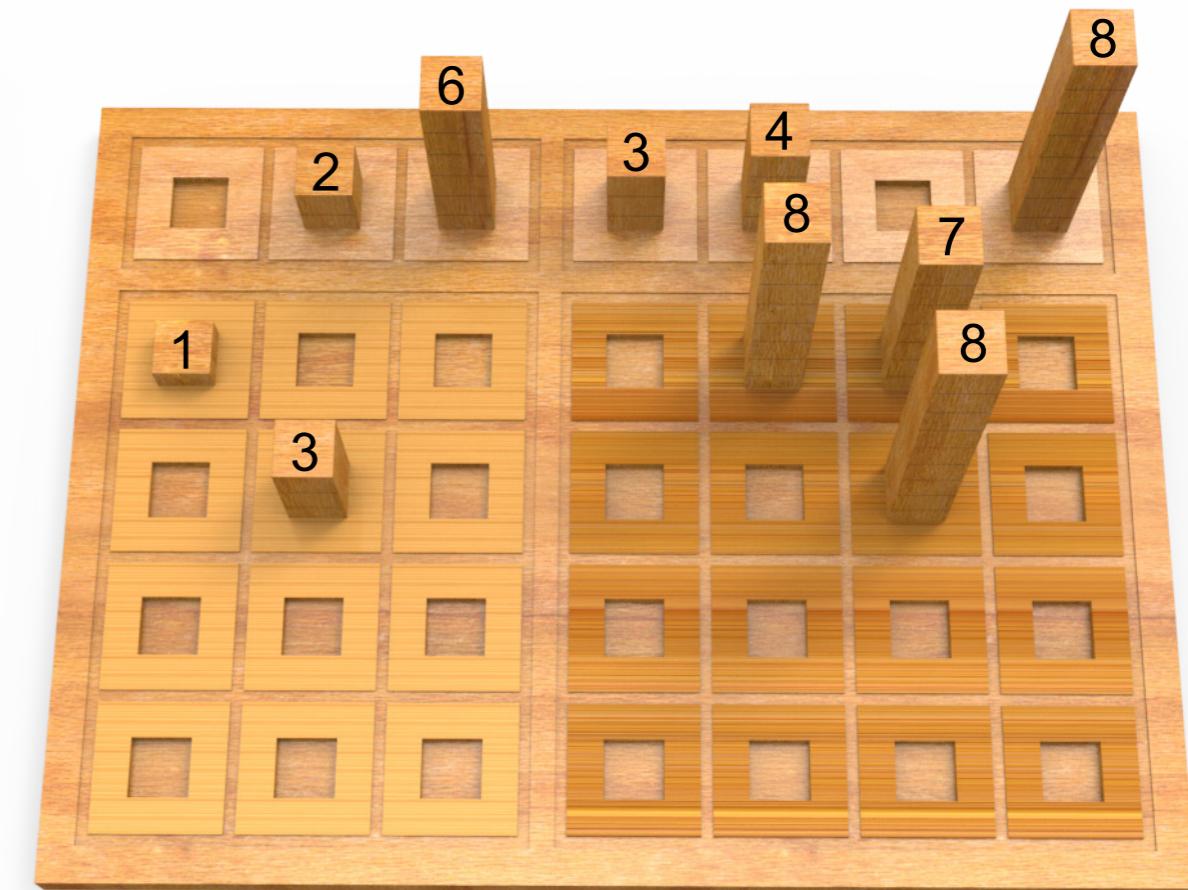
APRENDER LA DIVISIÓN LARGA

En el siguiente paso se realiza el proceso anterior. “¿Si tenemos que repartir 87 cumas entre 26 cumas, cuantos le tocará a cada uno a partes iguales?” El profesor invitará al alumno a responder, el resultado es tres, y a colocarlo sobre el tablero bajo las centenas del divisor. La imagen muestra el lugar correcto de la colocación de la siguiente cifra del resultado.



APRENDER LA DIVISIÓN LARGA

Por lo tanto vuelve a efectuarse el procedimiento anterior multiplicándose 26 por 3 y restandole el resultado al dividendo. En este caso 87 menos 78 es igual a nueve por lo tanto la columna de 9 cumas se sitúa en el hueco inferior al 7 del dividendo. La imagen muestra como queda el tablero tras efectuar la resta.

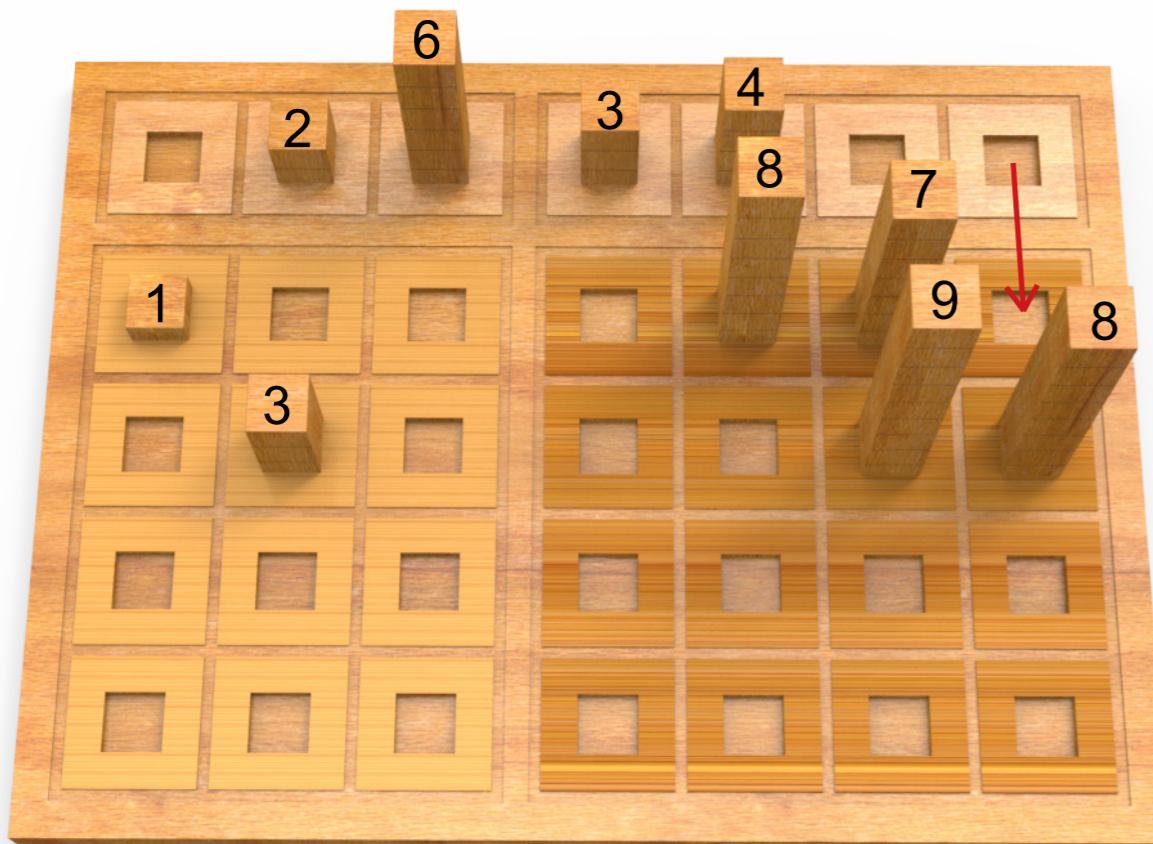


4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

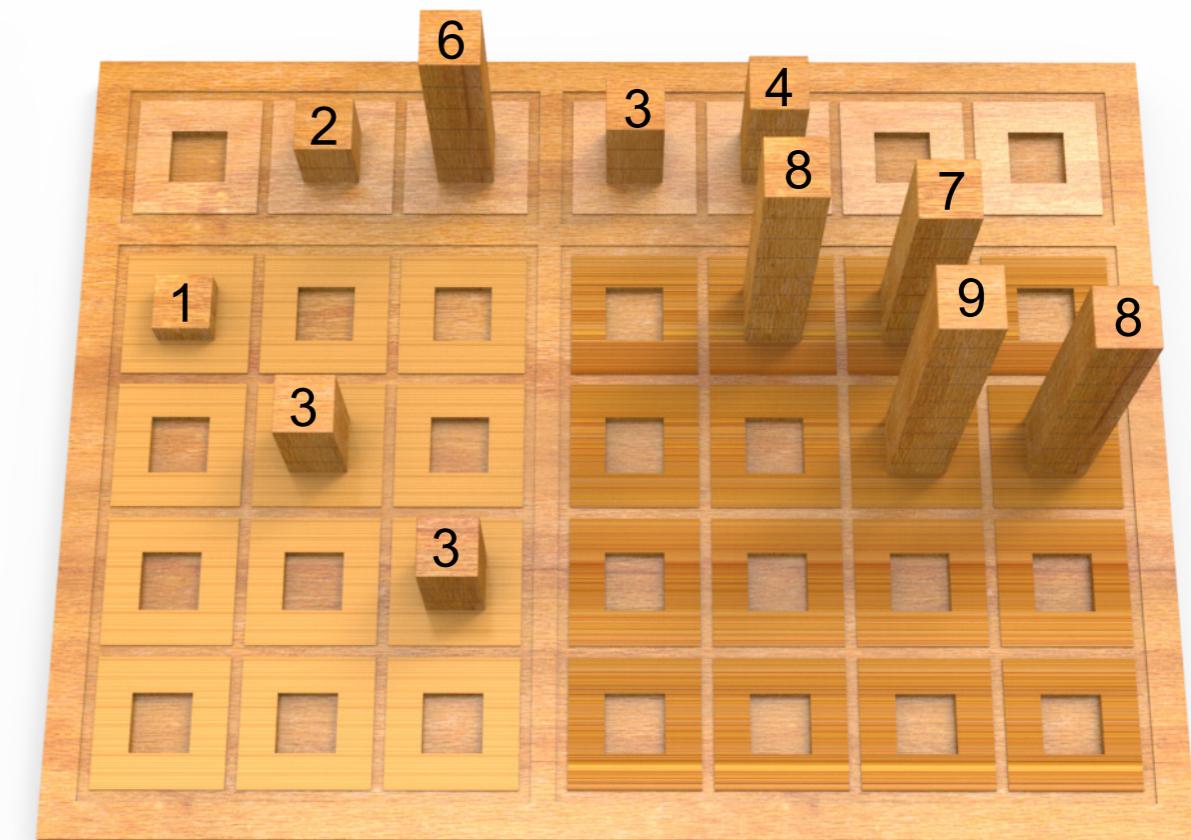
APRENDER LA DIVISIÓN LARGA

El siguiente paso es bajar la columna de ocho cumas del dividendo dos casillas inferiores. Se efectúa este proceso debido a que cuando las cifras del dividendo son más pequeñas que las del divisor hay que coger otra cifra más del dividendo. La imagen muestra como queda el tablero tras cambiar la columna de ocho cumas de posición.



APRENDER LA DIVISIÓN LARGA

Finalmente en el último paso se repite el mismo procedimiento anterior. “¿Si tenemos 98 cumas y los queremos dividir en 26 partes iguales, cuántos cumas habrá en cada parte?” El profesor invitará al alumno a responder y colocar la respuesta sobre el tablero. La respuesta es tres y se coloca tres casillas bajo las unidades del divisor, tal y como muestra la imagen.

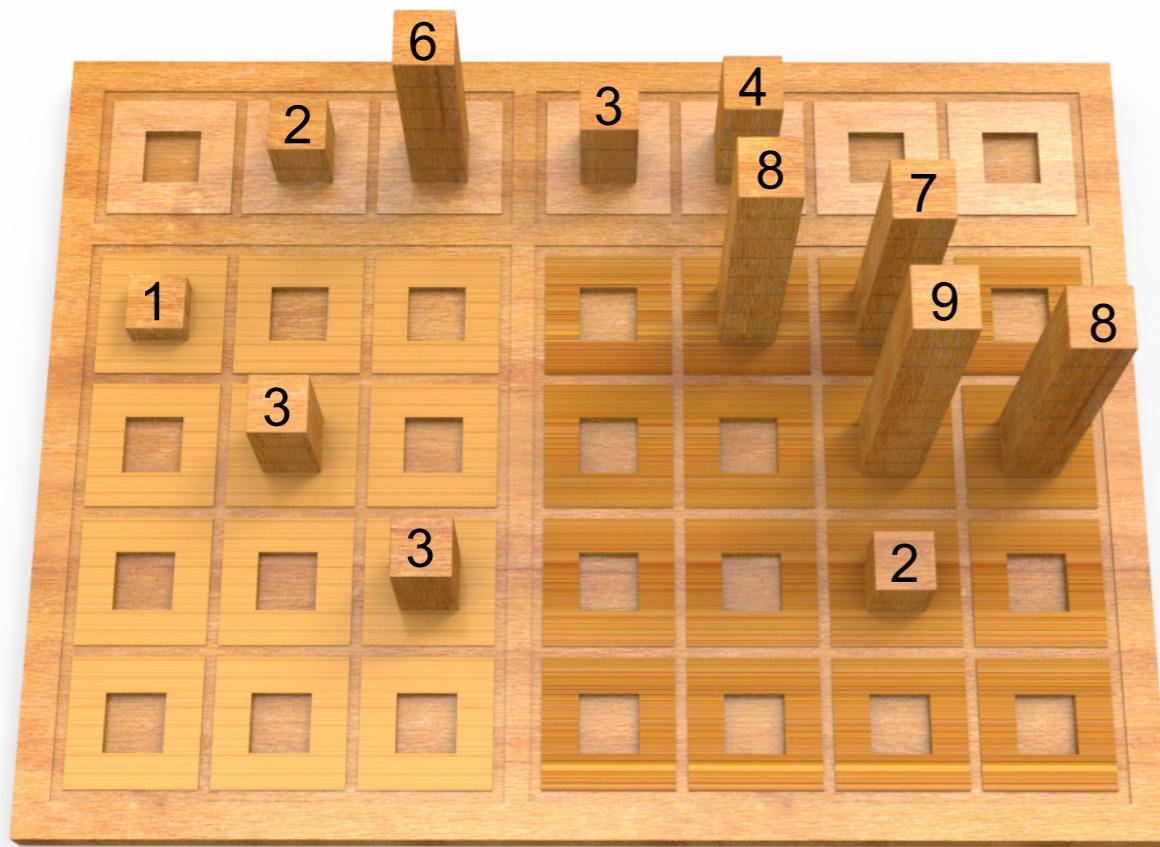


4.2 MANUAL DE INSTRUCCIONES

Secuencia de uso

APRENDER LA DIVISIÓN LARGA

Finalmente se repite el mismo procedimiento anterior, se multiplica 26 por tres y el resultado se le resta al número 98 del dividendo. El resultado es dos y se coloca en el hueco inferior al 8 correspondiente a las unidades. Por lo tanto el resultado de la operación queda reflejado en las casillas de la izquierda de madera clara y el resto lo forma el último número situado en las casillas oscuras de la zona inferior. La imagen muestra como queda finalmente el marco, con un resultado de 133 cumas con un resto de 2 cumas.

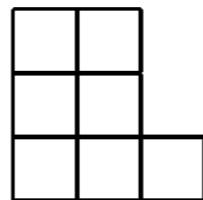


EXPERIMENTACIÓN GEOMÉTRICA

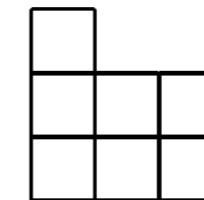
Gracias a las cualidades magnéticas que poseen los cumas, el alumno podrá dejar volar libremente su imaginación y crear diferentes formas geométricas. Pueden crearse un sinfín de formas y prismas utilizando los cumas como figuras de un juego de construcciones.

Una vez creada una forma geométrica el alumno podrá comenzar a aprender sus primeras nociones de dibujo técnico. El alumno necesitará usar papel y lápiz en este paso. Deberá dibujar la planta, el alzado y el perfil de la figura geométrica creada. Una vez dibujados podrá comprobar con la propia pieza si ha realizado bien los dibujos.

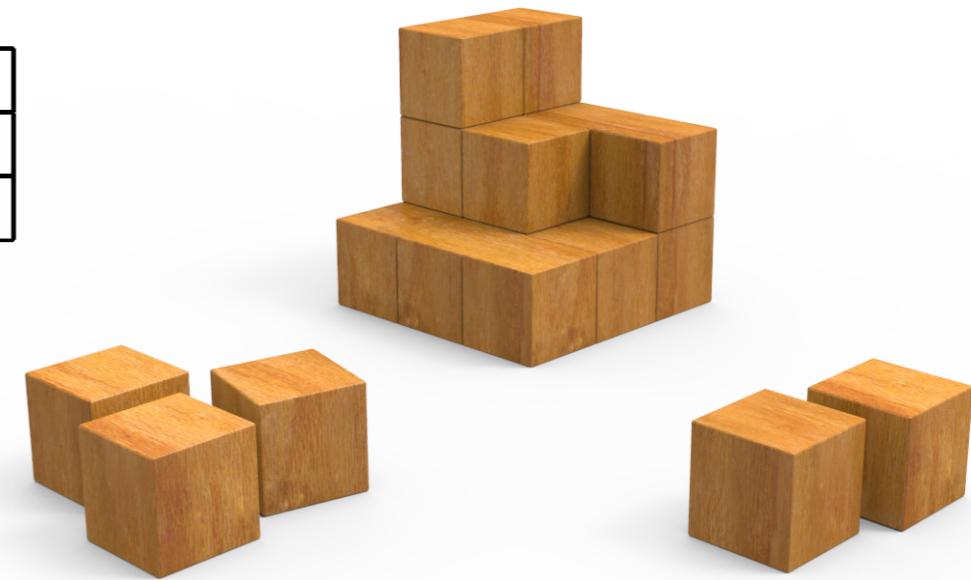
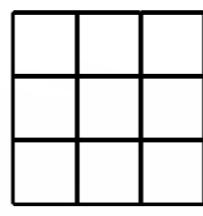
Alzado



Perfil



Planta

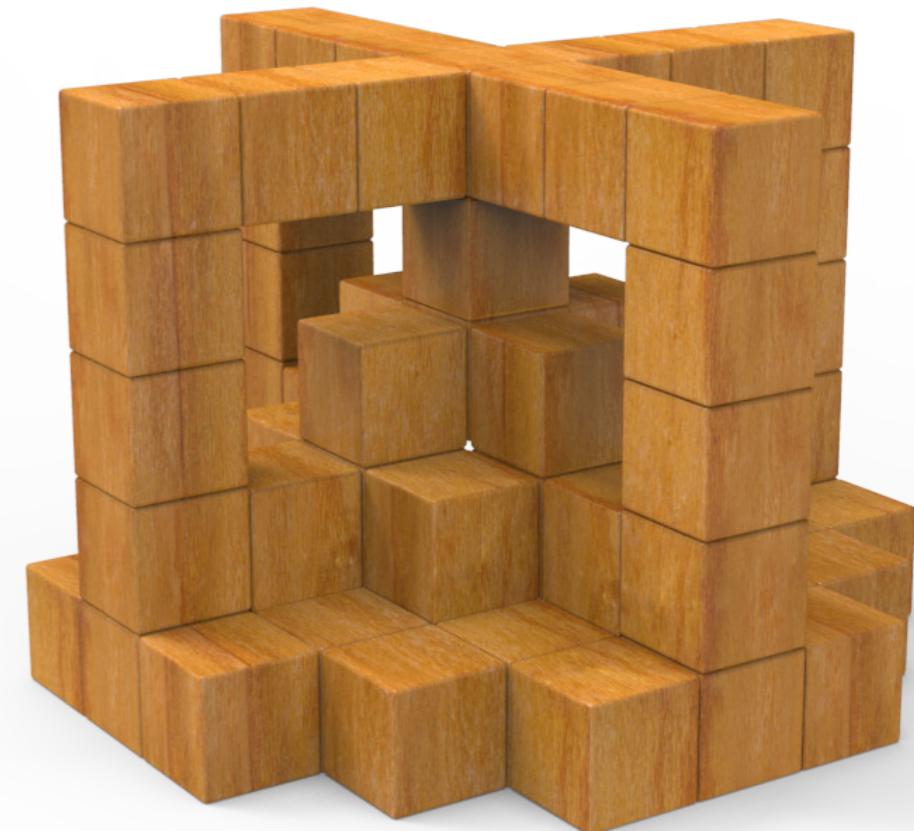


4.3 VENTAJAS DEL PRODUCTO

Descripción de las ventajas de nuestro producto

Las ventajas de nuestro producto frente a otros productos relacionados con su tipología son las siguientes:

- No existe ningún kit aprendizaje tan completo.
- El kit conlleva una línea evolutiva de aprendizaje formada por distintos niveles. Permite desde contar hasta comprender y calcular el teorema de Pitágoras.
- Permite la interpretación material del concepto de unidad, decena, centena y millar.
- Es en su totalidad de madera y va protegido por un envase de corcho.
- Los imanes facilitan la adhesión de las piezas entre sí.
- Se trata de un material concreto muy versátil.
- El usuario puede dejar libre su imaginación y experimentar con el material a su antojo.
- Se puede utilizar como juego de construcciones por lo que el alumno se siente mas atraído y cómodo durante su uso
- Permite crear figuras geométricas y representar sus vistas de planta, alzado y perfil.
- Gracias a formas simples se pueden aprender grandes cosas.



4.4 NOMBRE DEL PRODUCTO

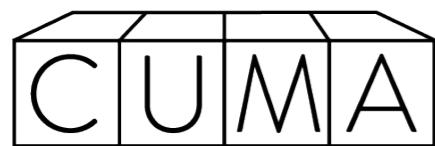
Logotipo

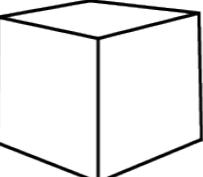
Se han planteado varias propuestas para el logotipo que irá impreso sobre el envase y el manual de instrucciones.

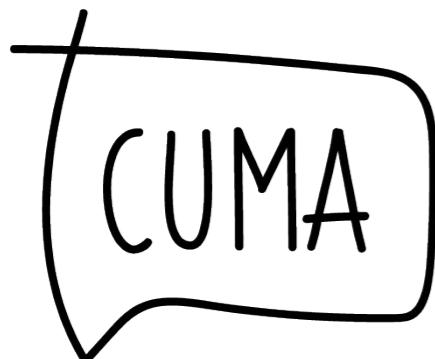


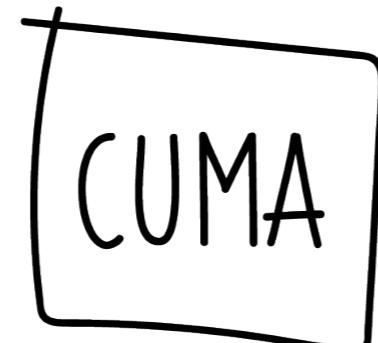
CUMA

CUMA 

CUMA

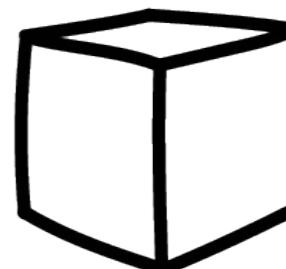
CUMA 

CUMA

CUMA

Se ha escogido el nombre del producto como cuma, formándose juntando las palabras cubo y madera. La intención es que el nombre sea una palabra fácil de pronunciar que conste de dos sílabas y que no recuerde a nada en concreto. La idea es que el nombre refuerce el concepto de producto especial y diferente del resto.

El imagotipo seleccionado ha sido el que muestra la siguiente imagen. Consta de dos partes, el logotipo y un isotipo. El logotipo está hecho con letras manuscritas que recuerdan a un producto infantil y te acercan a conocer para qué perfil de usuario esta destinado el producto. El isotipo representa un cubo, se ha seleccionado un cubo ya que representa la forma más característica del producto.

CUMA 

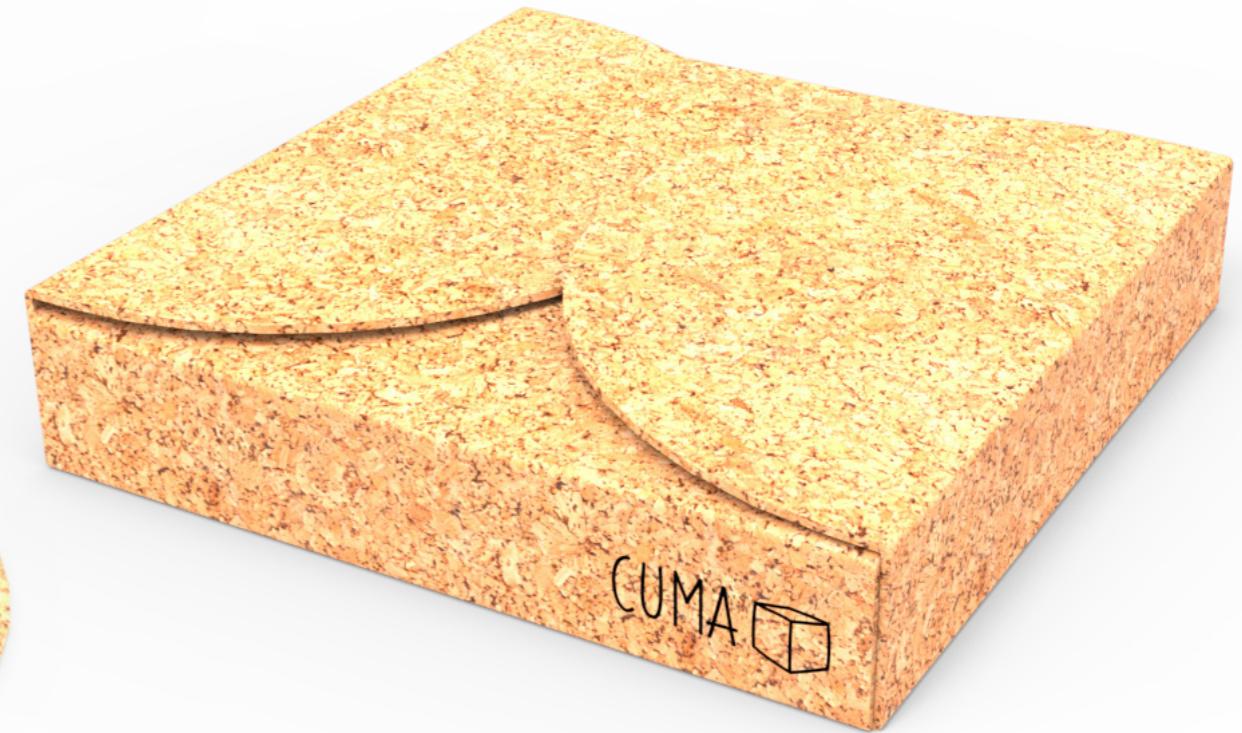
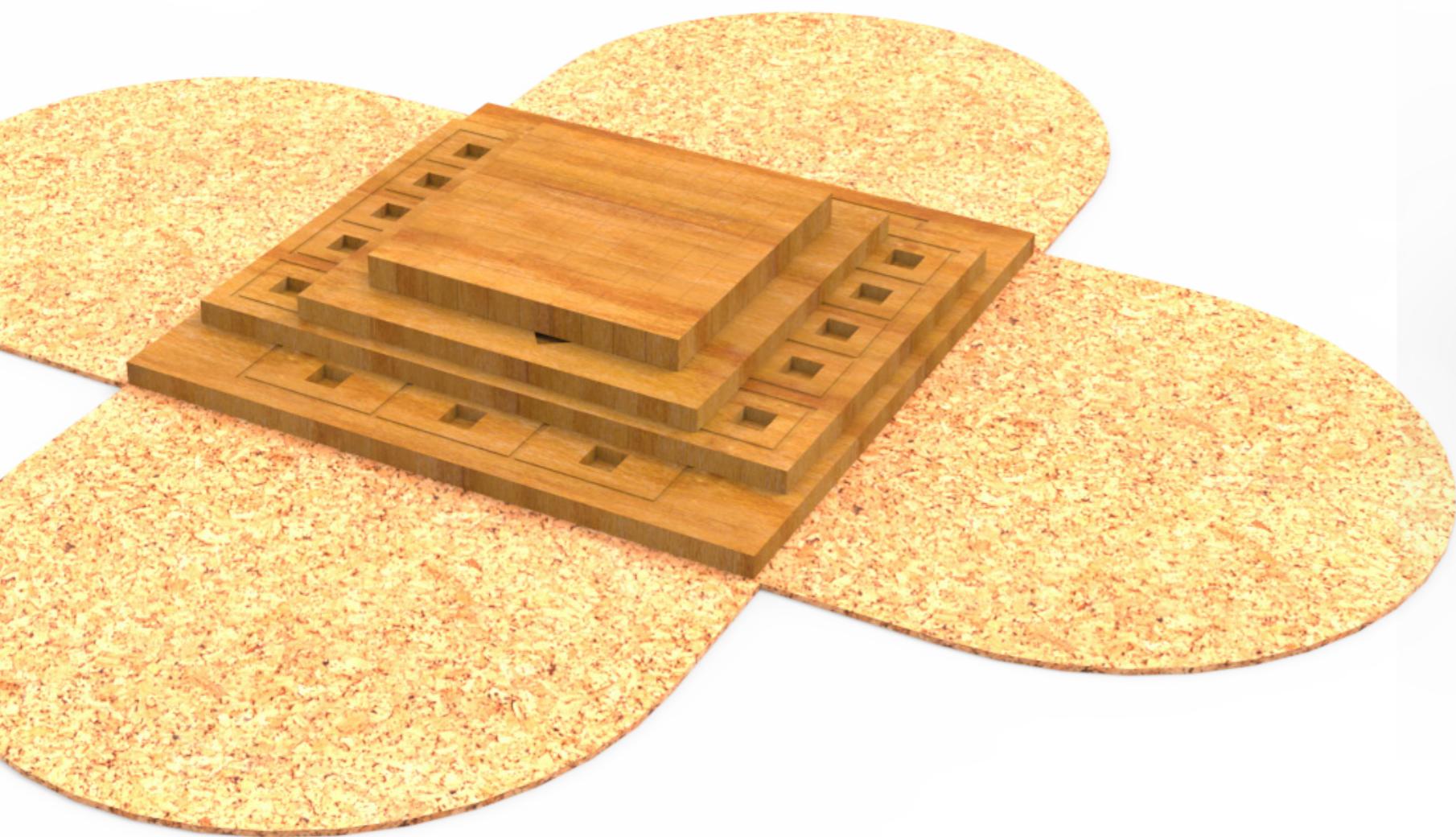
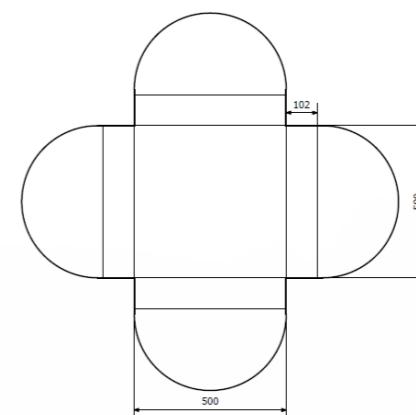
4.5 ENVASE

Packaging

El packaging contenedor de las piezas se plantea en papel de corcho de 2 mm debido a que se trata de un material natural, orgánico, renovable, biodegradable y reciclable. De este modo el envase mantiene la estética coherente del producto. El corcho es un material ligero, elástico, impermeable, aislante térmico y de gran poder calorífico.

La mayor parte de los productos estudiados van recogidos o almacenados en cajas de madera con diferentes compartimentos. Se ha observado que las cajas de madera son voluminosas, aparatosas y pesadas. Por lo tanto se ha diseñado un packaging diferente que potencia la protección del producto, dotándolo de un aspecto especial y diferente y aportando valor al producto que contiene.

Las imágenes muestran la idea de como será el envase. En cada una de las solapas circulares irá dispuesto un imán para facilitar la adhesión de todas las solapas en la parte superior. El logotipo irá impreso en uno de los laterales del envase. La imagen que se presenta a continuación muestra el desarrollo del envase.

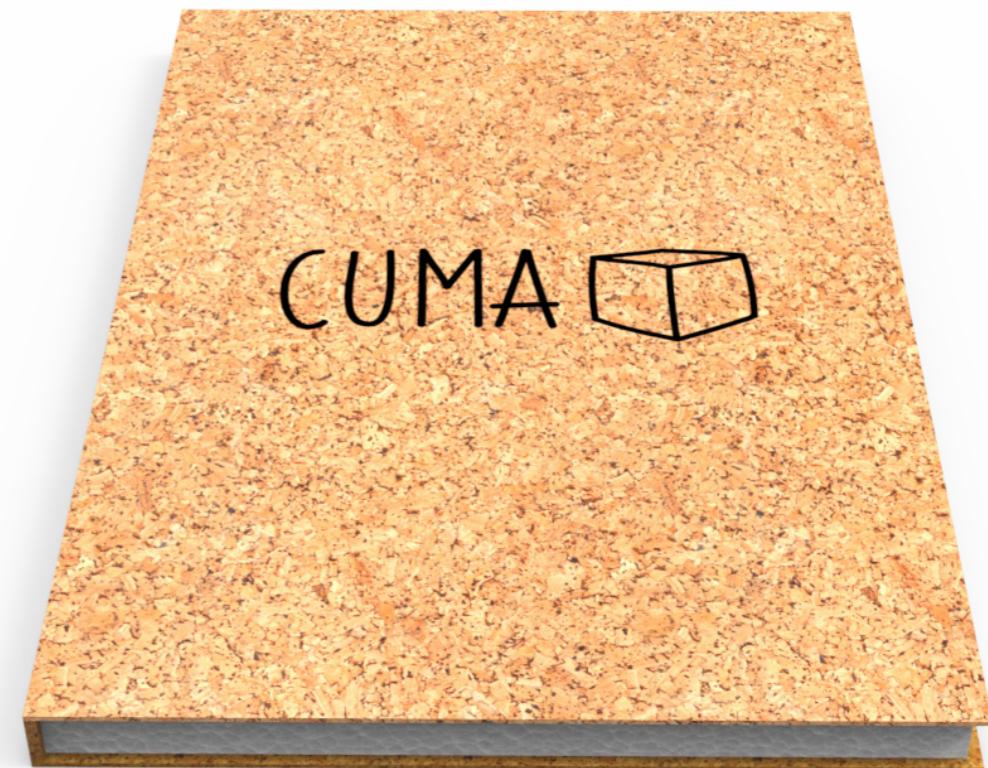


4.6 MANUAL DE USO

Instrucciones de uso

El producto lleva consigo un manual de instrucciones para que el usuario pueda aprender y hacer un uso correcto del material. El manual irá introducido dentro del envase junto al resto del material concreto.

Las dimensiones del manual de instrucciones serán la mitad de un DIN A4 y su portada y contraportada serán de corcho. Esto es debido a que así se continúa con una estética ecológica y todos los elementos del producto estarán en armonía. El manual de instrucciones también llevará impreso el logotipo en la zona central de la portada. La imagen siguiente muestra el material concreto en su conjunto con el envase y el manual de instrucciones.



4.7 MATERIALES

Materiales

El producto será de madera porque es un material renovable, biodegradable y reciclable. Se trata de un material dúctil, maleable y tenaz. También posee propiedades acústicas y es de baja densidad. La textura del material es porosa y se trata de un material cálido.

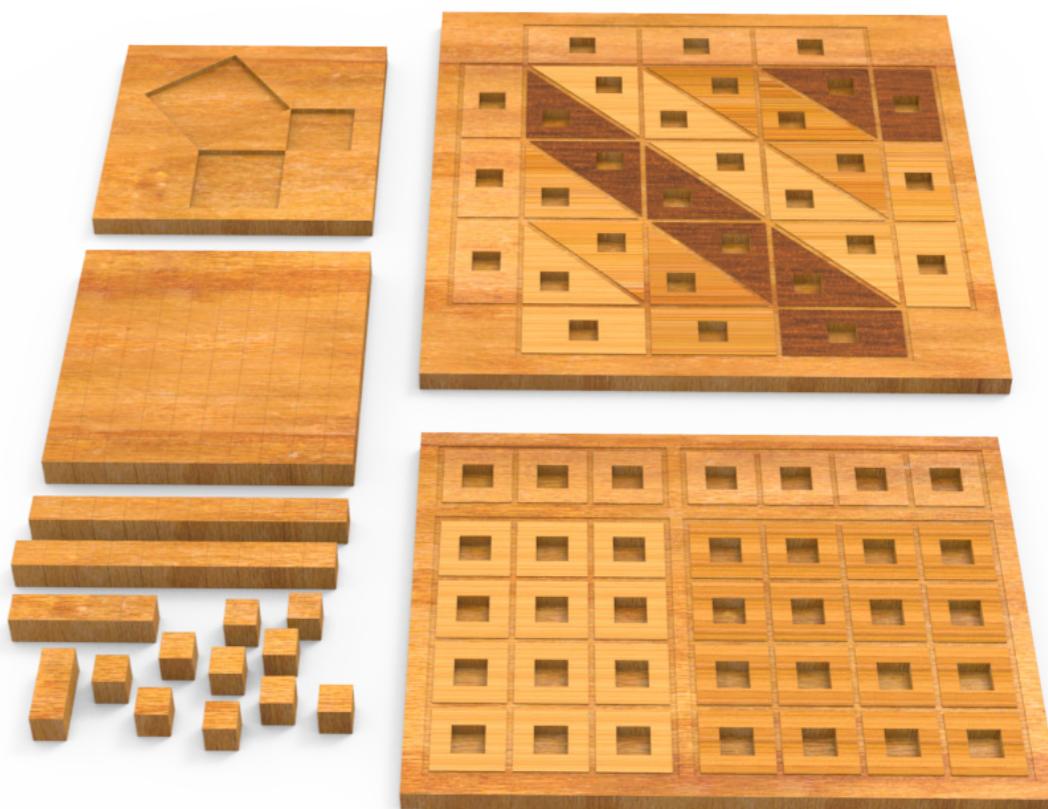
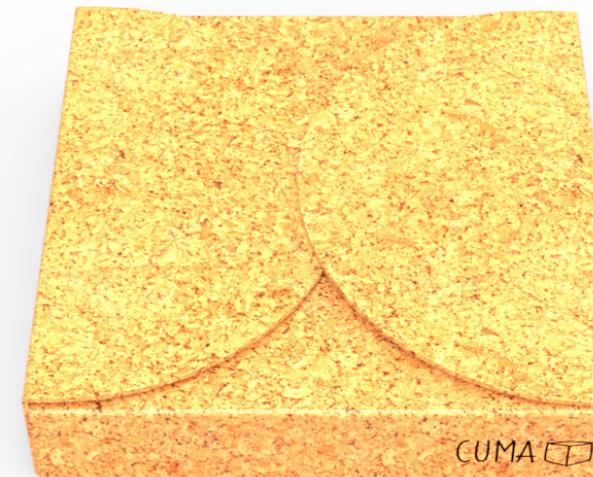
La madera seleccionada para la fabricación del producto ha sido la de pino. Se ha seleccionado la madera de pino por ser una madera blanca, un recurso abundante, fácil de trabajar y económica.

Tanto los cubos como los marcos serán de madera de pino. En el caso de las zonas del marco que han de ser de otro color diferente al del resto del tablero, serán de otros tipos de madera de diferentes tonalidades.

Los imanes introducidos dentro de los cubos son de 8 mm de diámetro y 2 mm de grosor. Los imanes son de neodimio NdFeB con una magnetización de N45 y una fuerza de sujeción de 1,1 kg aproximadamente. Poseen un revestimiento niquelado y una tolerancia de 0,1 mm.

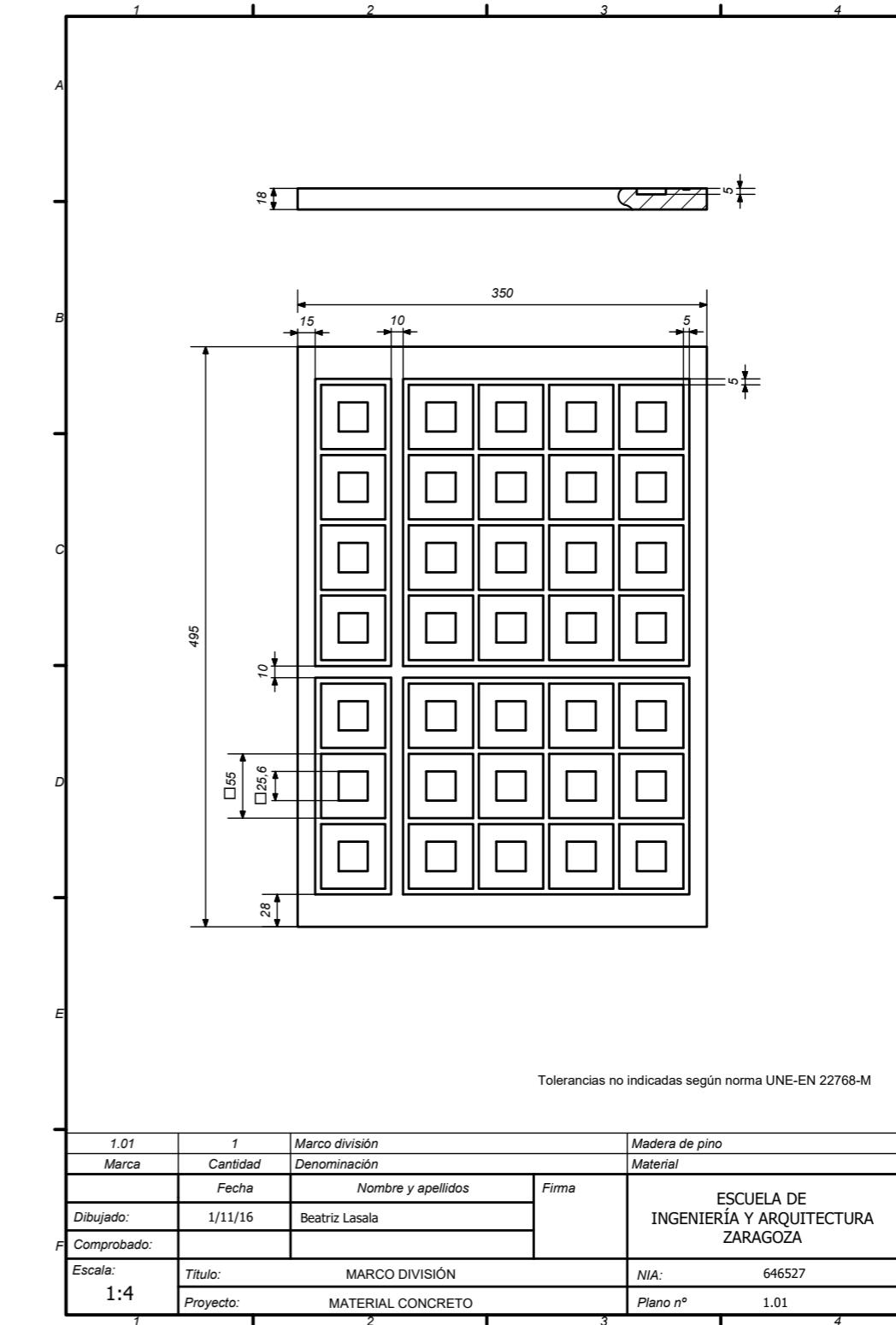
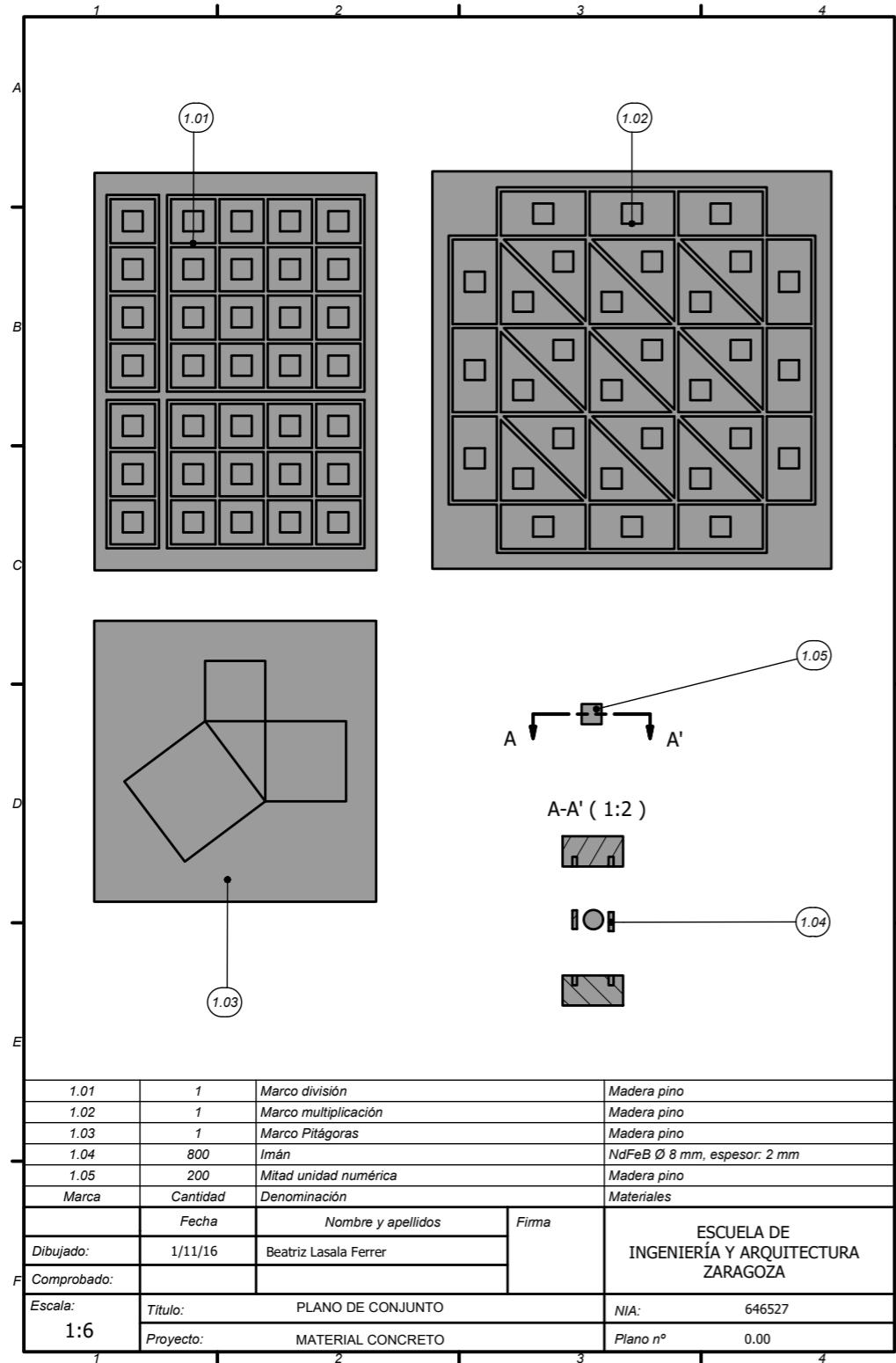
El envase del producto será de corcho en rollo por ser un material orgánico, renovable, biodegradable y reciclable.

Por lo tanto el producto casi en su totalidad es de materiales reciclables por lo que se considera un producto ecológico.



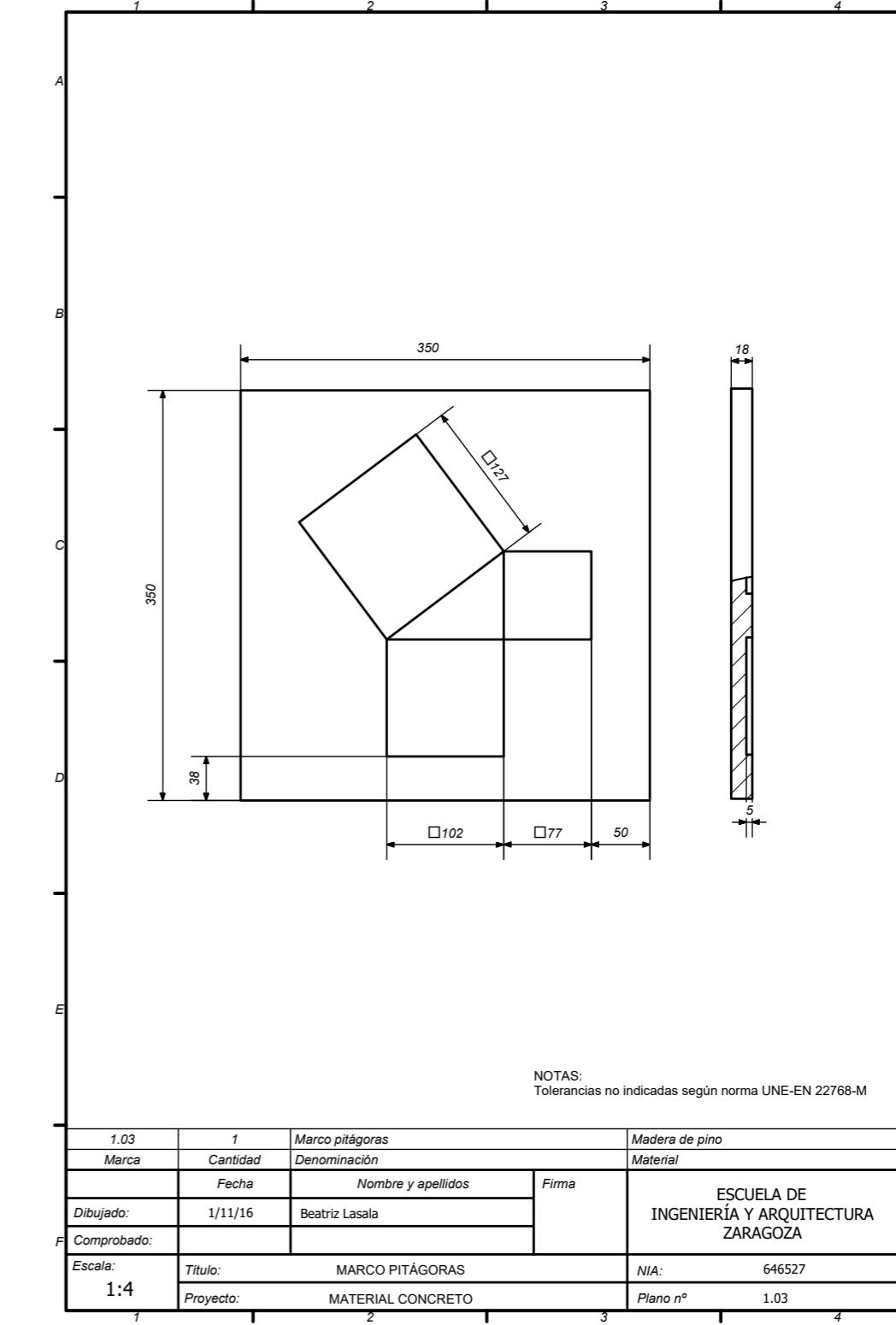
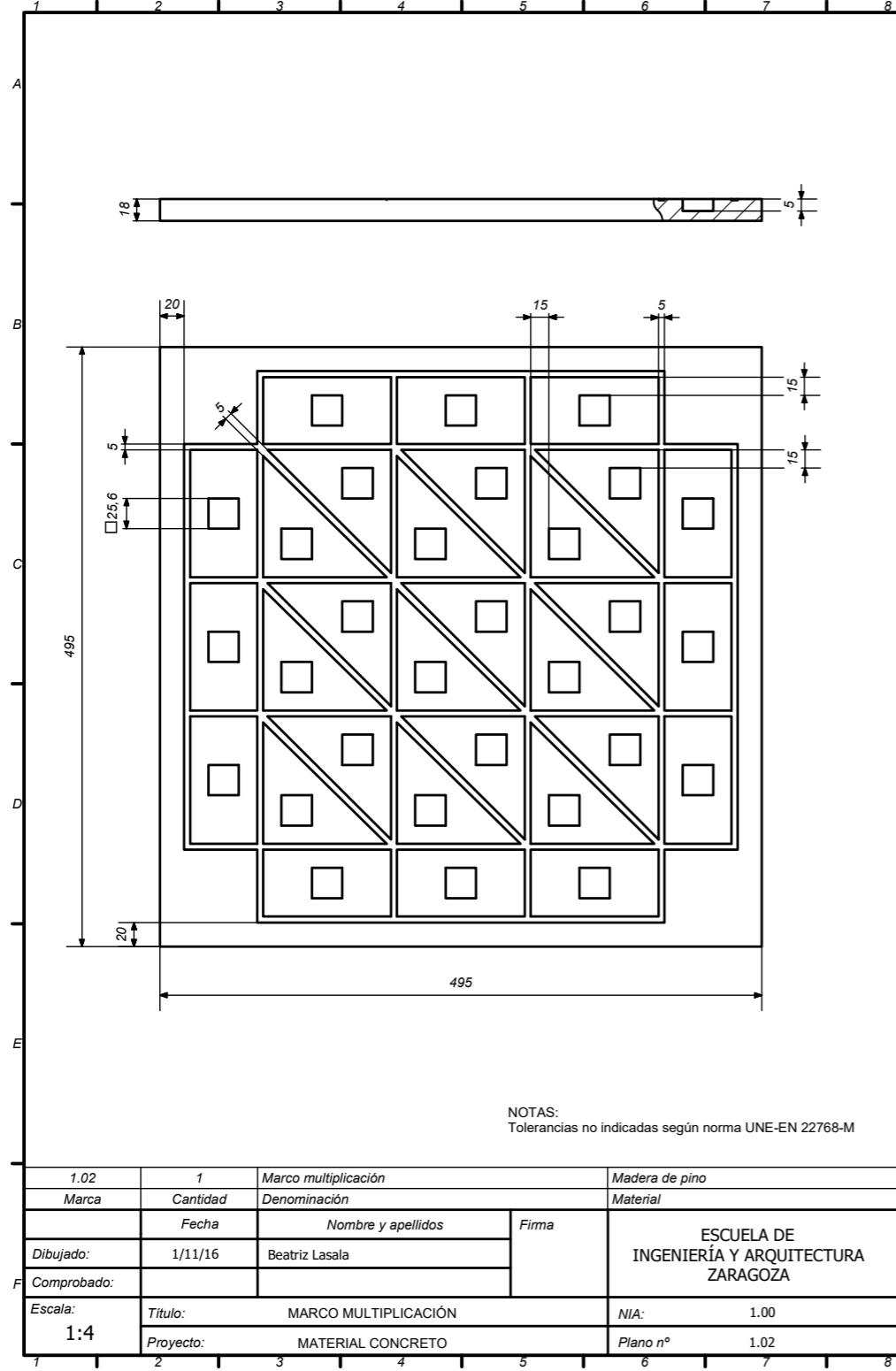
4.8 DIMENSIONAMIENTO

Planos



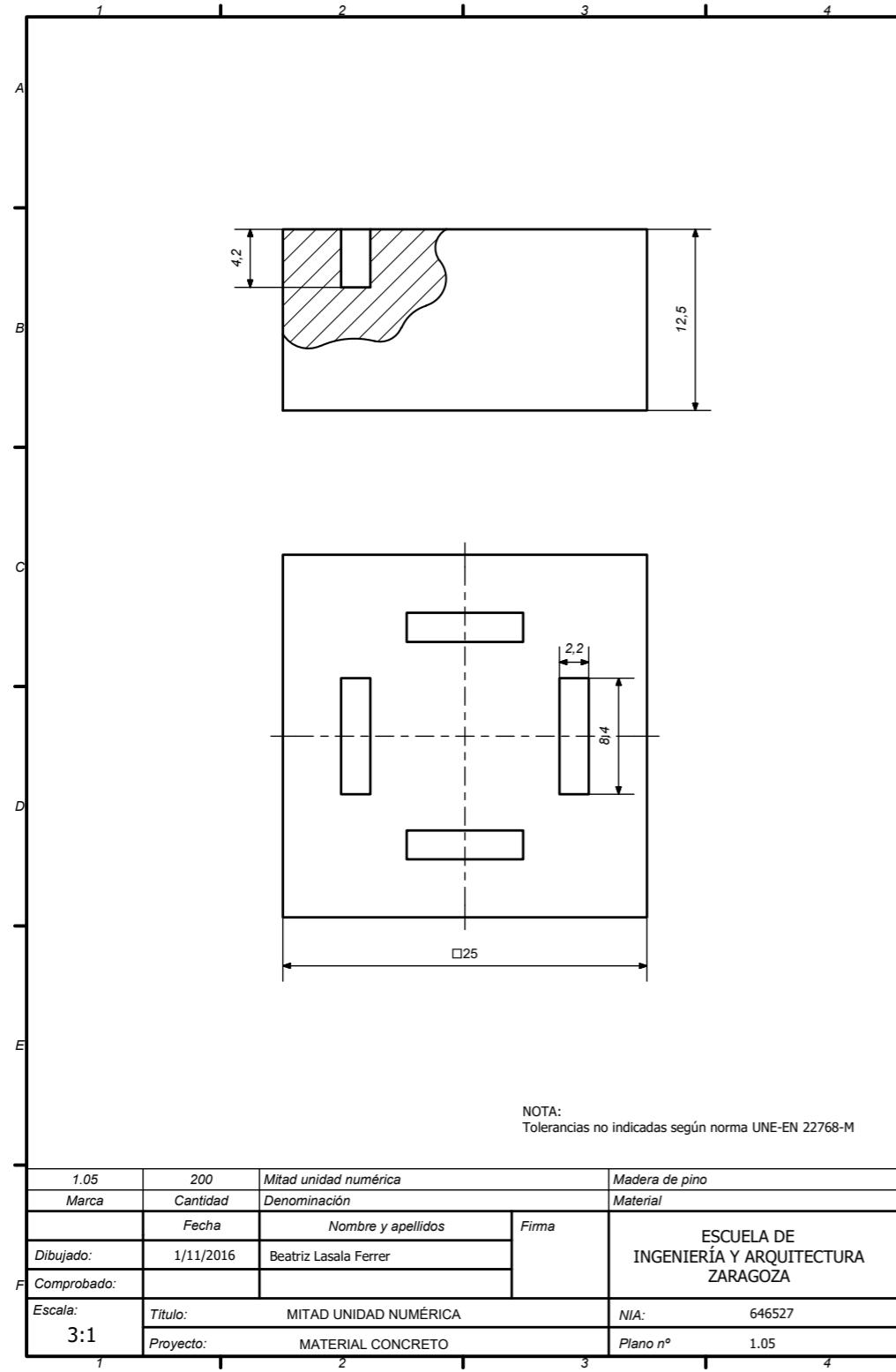
4.8 DIMENSIONAMIENTO

Planos



4.8 DIMENSIONAMIENTO

Planos



4.9 FABRICACIÓN

Procesos de fabricación y montaje

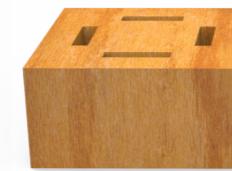
En primer lugar para la fabricación de los cubos partiremos de tableros de madera de pino de 200 x 60 x 2,5 cm. El primer paso será cortar la madera en cubos de 2,5 x 2,5 cm. Del tablero se obtendrán 1920 cubos exactamente.



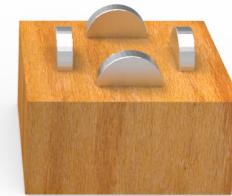
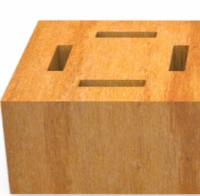
El siguiente paso será cortar los cubos por la mitad del modo que muestra la imagen.



Posteriormente en cada mitad se realizarán cuatro ranuras ranuras en la parte interna de 8 x 2 mm con un grosor de 4 mm.



En una de las mitades del cubo se colocan cuatro imanes, uno en cada ranura, del modo que muestra la imagen. El siguiente paso es la adición de pegamento a la mitad que no posee imanes y la unión de ambas mitades. Se tendrán en cuenta las vetas de la madera para que se note lo menos posible que el cubo ha sido manipulado.



Finalmente una vez unidas las dos mitades y formado el cubo, se fresarán los cantos con el fin de redondearlos.

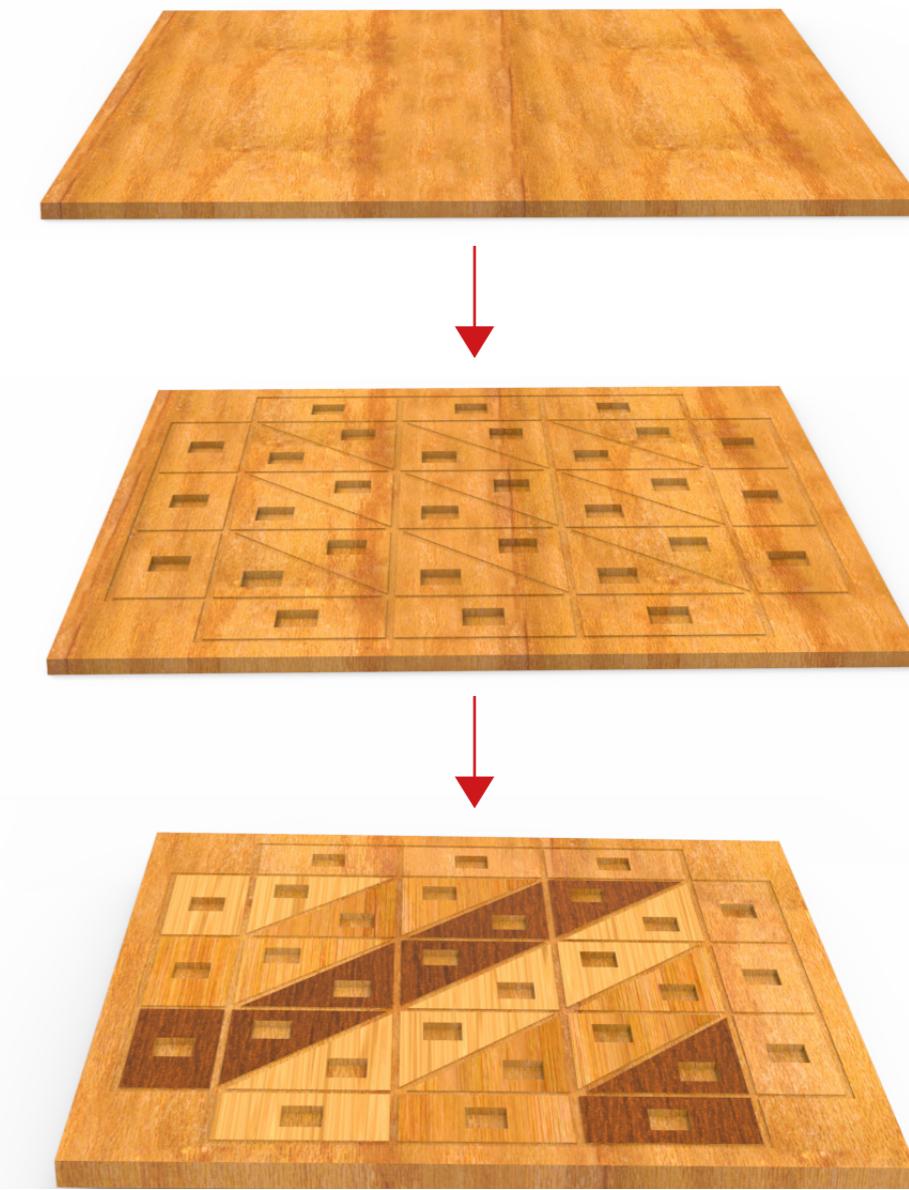
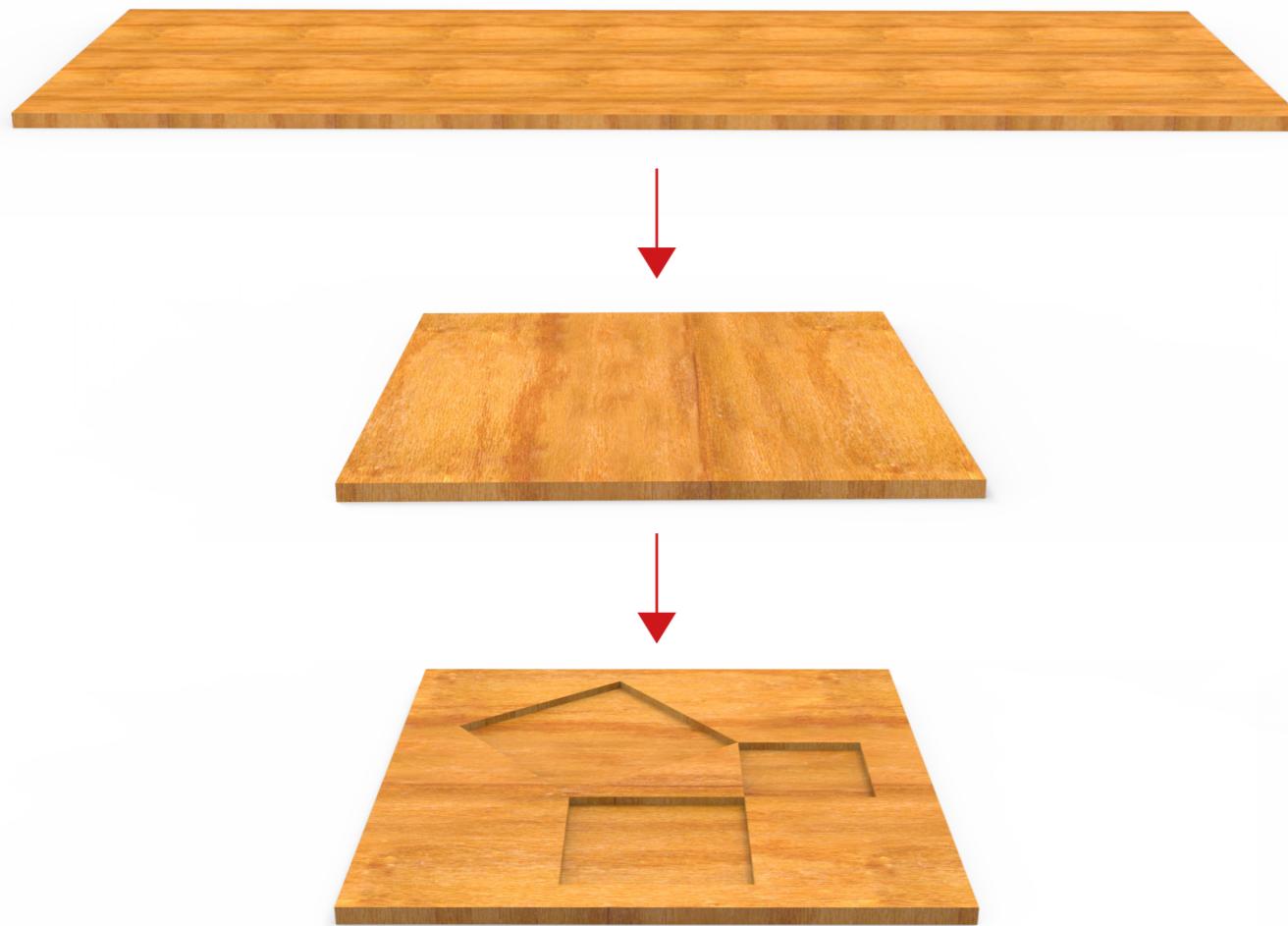


4.9 FABRICACIÓN

Procesos de fabricación y montaje

La fabricación de los marcos será a partir de tableros de madera de pino de 200 x 50 x 1,8 cm. Se fabricarán gracias a un torno con control numérico. El primer paso en la fabricación del tablero de Pitágoras será cortar el tablero de madera en partes de 320 x 320 mm. De cada tablero se obtendrán seis marcos. El segundo paso y último será fresar los huecos donde irán colocados los cubos de madera. La imagen a continuación muestra el proceso de fabricación del tablero de Pitágoras. El mismo procedimiento se efectuará con el resto de marcos.

En la fabricación del tablero de la multiplicación partiremos de tableros de madera de pino igual al anterior. El primer paso será cortar la madera en partes de 495 x 495 mm. De cada tablero se obtendrán cuatro marcos. El siguiente paso será fresar los agujeros y ranuras del marco. Finalmente se fresarán las superficies centrales de los huecos con el fin de colocar láminas de contrachapado de diferentes acabados y colores. El mismo proceso de fabricación se efectuará con el tablero de la división.



4.10 METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN

Métodos de evaluación del proceso de enseñanza

Los métodos de evaluación del proceso de enseñanza son procedimientos que se utilizan para la obtención de la información sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje. Existen cinco tipos de métodos de evaluación:

- Método de evaluación por observación. El procedimiento de la observación consiste en prestar atención hacia determinados aspectos importantes y relevantes de una situación o conducta de un sujeto.
- Método de evaluación por entrevista. Se trata de un proceso en el que intervienen dos o mas personas, a través de un medio generalmente oral.
- Método de evaluación por encuesta. La encuesta es un estudio observational que busca recaudar datos de un cuestionario prediseñado que no modifica el entorno ni controla el proceso que está en observación. Los datos se obtienen a partir de realizar un conjunto de preguntas normalizadas dirigidas a una muestra representativa de la población.
- Método de evaluación por test. Se trata de un método sistemático con el que se prueba al usuario para que de testimonio de sus competencias y actitudes.
- Método de evaluación de portfolio. El portfolio es un documento en el que el estudiante reúne una variedad de información escrita durante su aprendizaje.

El método seleccionado ha sido el de la observación porque no altera la situación natural de aprendizaje y permite la interpretación global y comprensiva de la realidad o situación observada. La observación en el aula es intencional con el propósito de obtener información acerca de las conductas de aprendizaje. Se realizará una observación directa dirigida al proceso educativo; con la presencia del estudiante y del profesor.

El primer paso del método de evaluación por observación es definir el instrumento que servirá para sistematizar los resultados de la observación. El instrumento de evaluación en la observación seleccionado ha sido el de la lista de control o cotejo. Contiene una serie de aspectos o categorías de rasgos a observar de la actuación del estudiante durante el desarrollo de la actividad en la que el docente esta presente. La lista de control será la siguiente:

| Lista de acciones sobre el aprendizaje de contar y realizar operaciones | Valoración | |
|---|------------|----|
| El estudiante: | Sí | No |
| 1. Sigue el procedimiento correcto | | |
| 2. Reproduce los números del modo correcto | | |
| 3. Trata con cuidado y respeto al material | | |
| 4. Coloca los números en la posición correcta | | |
| 5. Descubre cosas por sí mismo | | |
| 6. Reproduce en voz alta los resultados | | |
| 7. Forma decenas y centenas del modo correcto | | |
| 8. Forma las tablas de multiplicar del modo correcto | | |
| 9. Es capaz de proponerse ejercicios a sí mismo | | |
| 10. Hace preguntas y se interesa por la materia | | |

Esta lista será rellenada por el profesor con la información recogida observando como interactúa el alumno con el material.

4.10 METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN

Métodos de evaluación del proceso de enseñanza

El siguiente paso en el proceso de la evaluación por observación es la realización de la escala de valoración. La escala de valoración contiene un listado de criterios en los que se gradúa el nivel de consecución del aspecto observado por medio de una serie de valoraciones progresivas.

| Criterios de evaluación | Valoración | | |
|---|--------------|---------------|--------------|
| | Dominio alto | Dominio medio | Dominio bajo |
| Dominio del material | | | |
| Habilidad interpretativa | | | |
| Capacidad en la resolución del problema | | | |

Las tablas propuestas se llenarán en base a lo observado en el alumno acerca de como interactúa con el material.

Finalmente se recogerán todos los datos obtenidos y se realizará una breve interpretación de lo observado con el fin de obtener una serie de conclusiones. Este proceso nos ayudará a comprobar si el alumno comprende el funcionamiento y modo de uso del producto. También nos ayudará a obtener conclusiones acerca del diseño del material y si hay que realizar cambios para optimizar el producto.

5. BIBLIOGRAFÍA

Libros y páginas web consultadas

Libros consultados:

- GROSS, Karl: "Teoría del juego"
- MONTESSORI, María: "Antropología Pedagógica", 1913
- MONTESSORI, María: "Psicoaritmética", Barcelona, Casa editorial Araluce
- MONTESSORI, María: "Psicogeometría", Barcelona, Casa editorial Araluce
- PIAGET, Jean: "El nacimiento de la inteligencia en el niño", Barcelona, Crítica, 2000
- PIAGET, Jean: "La formación del símbolo en el niño" , Mexico, Fondo de Cultura Económica, 1975
- VYGOTSKI, Lev: "Psicología y Pedagogía", Akal, 2004
- WILD Rebeca: "Educar para ser", Barcelona, Herder, 2000
- WILD Rebeca: "Etapas del desarrollo", Barcelona, Herder, 2012

Páginas web consultadas:

- BLOOM, B. S. H., Madaus, J. T., Bloom, G. F. B. S., Hastings, J. T., Madaus, G. F., & Bloom, B. S. B. S. (1975). Evaluación del aprendizaje.
- CALLÍS, Josep; ALSINA, Àngel. El pensament lògic matemàtic i el joc. A CALLÍS, J., 2000, p. 51-61.
- DE MIGUEL DÍAZ, Mario, et al. Modalidades de enseñanza centradas en el desarrollo de competencias: orientaciones para promover el cambio metodológico en el espacio europeo de educación superior. Servicio de Publicaciones. Universidad de Oviedo, 2005.
- DISTRIBUCIONES FERRÁN, (1989) Madrid. Recuperado de <http://www.dideco.es/juguetes/juegos-de-matematicas>
- FERRANDO, Miriam, et al. Uso de material concreto en el sector de matemática en primer año básico. 2012. Tesis Doctoral. Universidad Academia de Humanismo Cristiano.
- FILLOY YAGÜE, E. Tendencias cognitivas y procesos de abstracción en el aprendizaje del Álgebra y de la Geometría. Enseñanza de las Ciencias, 1993.
- GARCÍA, J. Pirámide de Maslow: la jerarquía de las necesidades humanas. 2016.
- GARCÍA, M., et al. Aprender a enseñar matemáticas. Una experiencia en la formación matemática de los profesores de Primaria. Epsilon, 1994, vol. 30, p. 11-26.
- GORRIS, Tobias. Fomentando la autonomía académica con material montessori en niños de primero de básica. 2013.
- GORRIS, Tobias. Fomentando la autonomía académica con material montessori en niños de primero de básica. 2013.
- KLEIN, Stephen B.; TROBALON, Josep B. Aprendizaje: principios y aplicaciones. McGraw-Hill, 1994.
- MEIRIEU, PhilippePhilippe, et al. La opción de educar: ética y pedagogía. Bolivia., 2001.

5. BIBLIOGRAFÍA

Libros y páginas web consultadas

Páginas web consultadas:

MONTESSORI, María, et al. IL METODO MONTESSORI. Madrid: Alianza, 1912.

MONTESSORIPARATODOS, Valencia. Recuperado de: <http://www.montessoriparatodos.es/>

PIAGET, Jean. Seis estudios de psicología. 1991.

TEGU,(2009) Dorien. Recuperado de <http://www.tegu.com/>

TENDENZIAS MEDIA, S.L., Madrid. Recuperado de <http://depsicologia.com/piramide-de-maslow/>

VYGOTSKI, L. S. Aprendizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar. Infancia y aprendizaje, 1984, vol. 7, no 27-28, p. 105-116.

Referencias imágenes

Las imágenes coloreadas y gráficos que están presentes durante todas las fases son confección propia por medio programas de diseño gráfico.

Las imágenes de la fase II del estudio de mercado de los productos Montessori proceden de la página web <http://www.montessoriparatodos.es/> y son empleadas únicamente para uso académico sin fines comerciales.

Las imágenes incluidas en las fases III y IV son confección propia por medio de programas de modelado 3D y renderización.



Trabajo Fin de Grado

Diseño y desarrollo de un kit de materiales didácticos para el aprendizaje infantil

ANEXO II: PLANOS

Autor/es

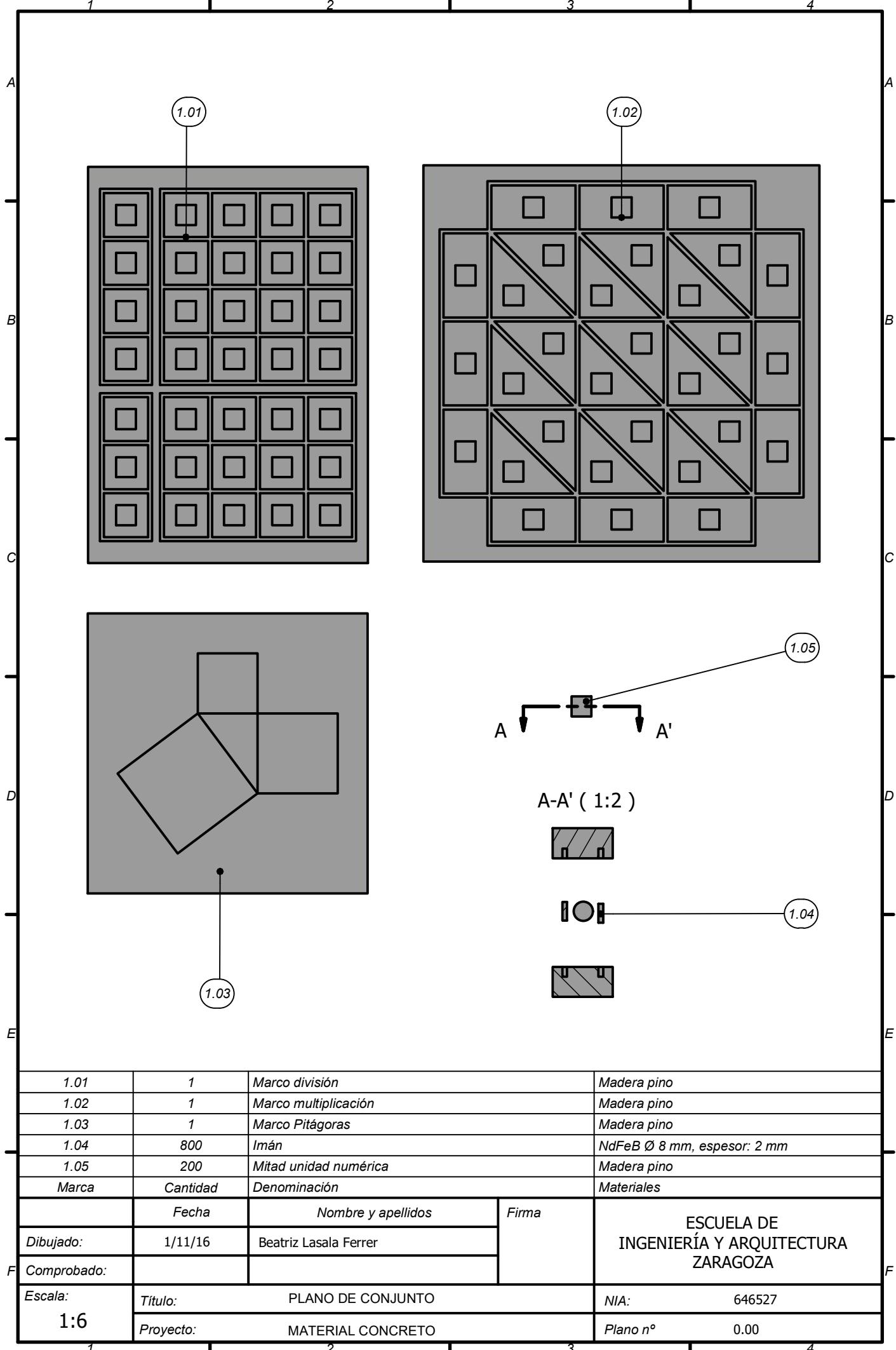
Beatriz Lasala Ferrer

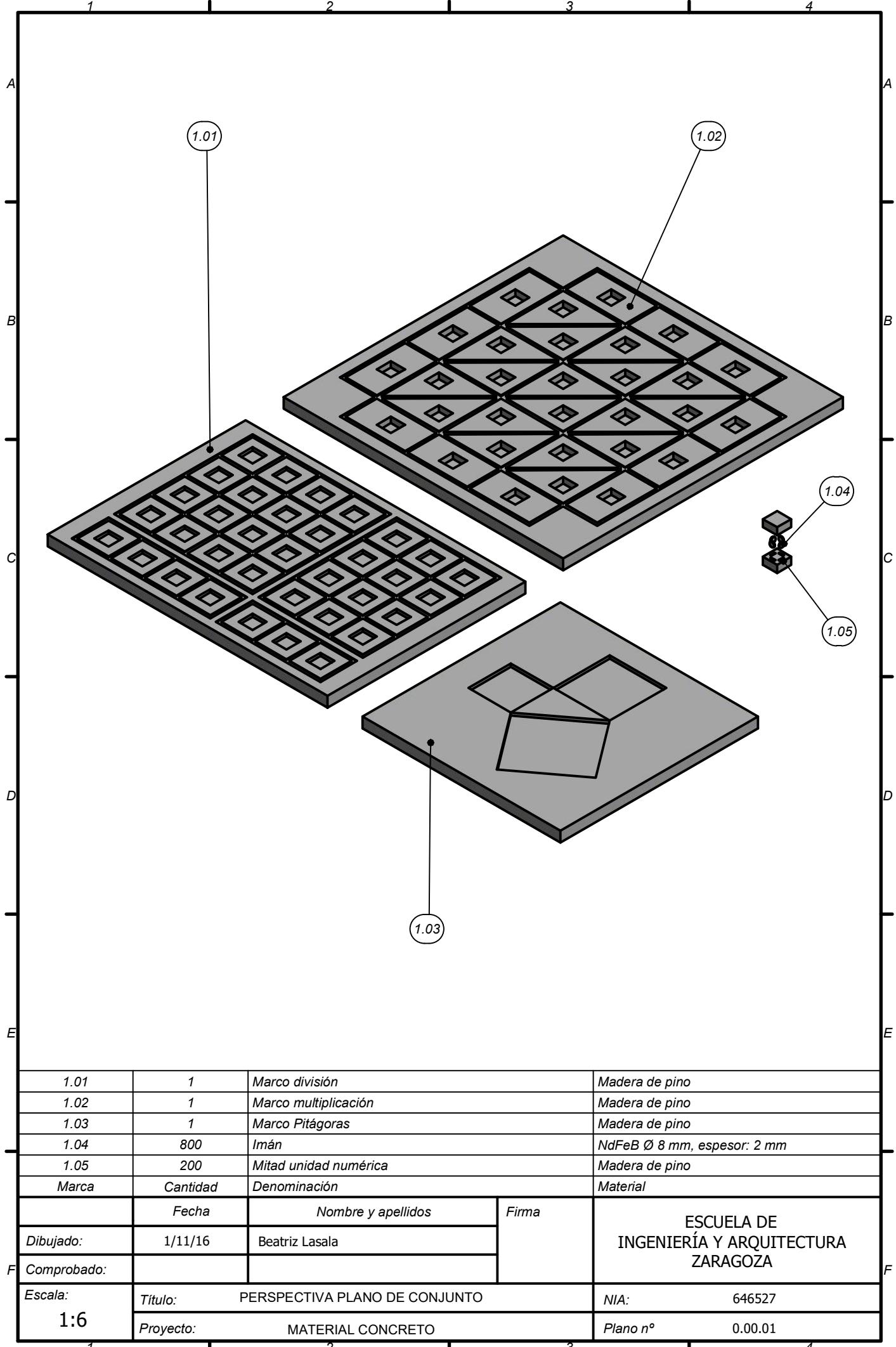
Director/es

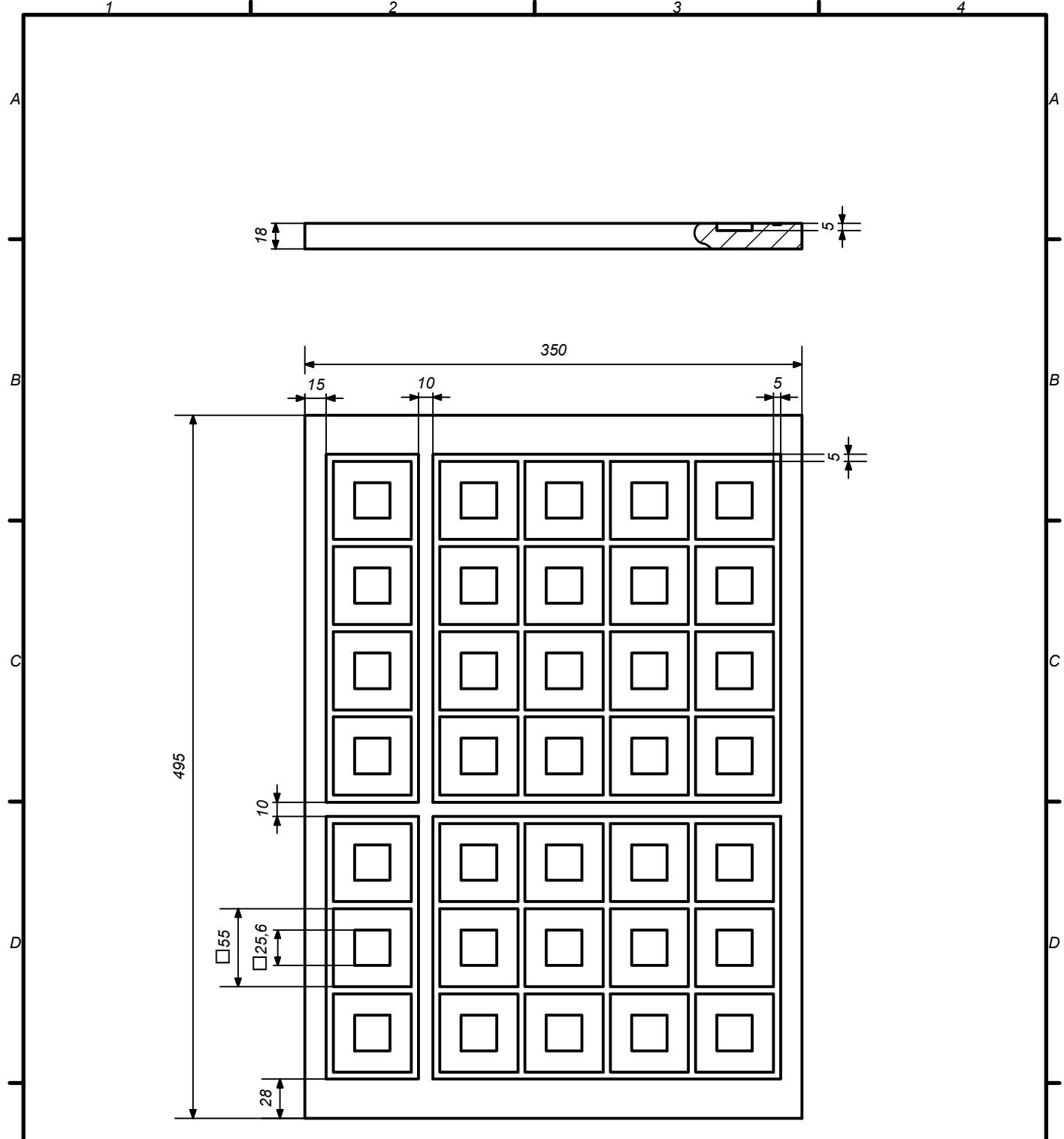
Rosana Sanz Segura

Escuela de Ingeniería y Arquitectura EINA

2016

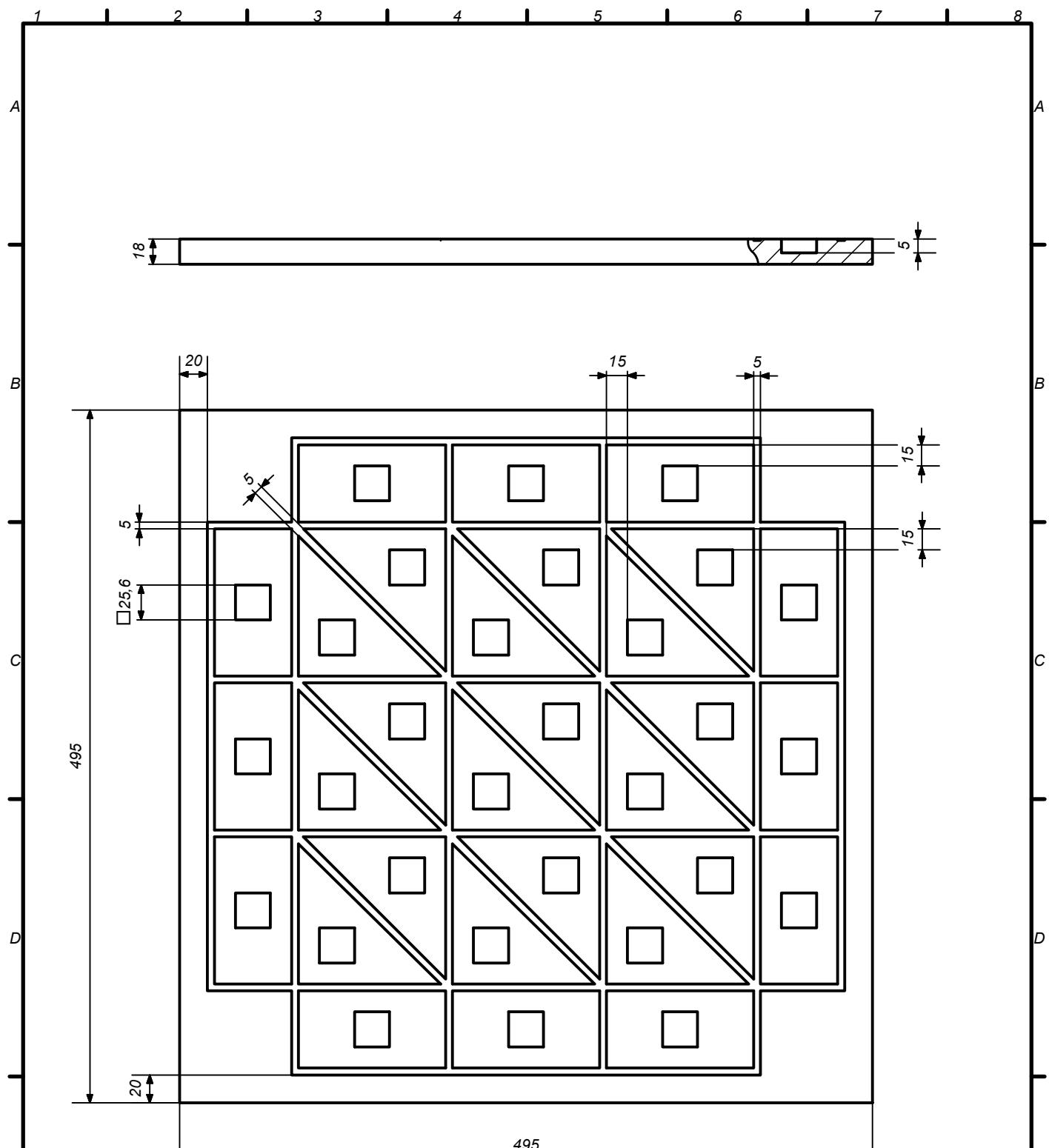






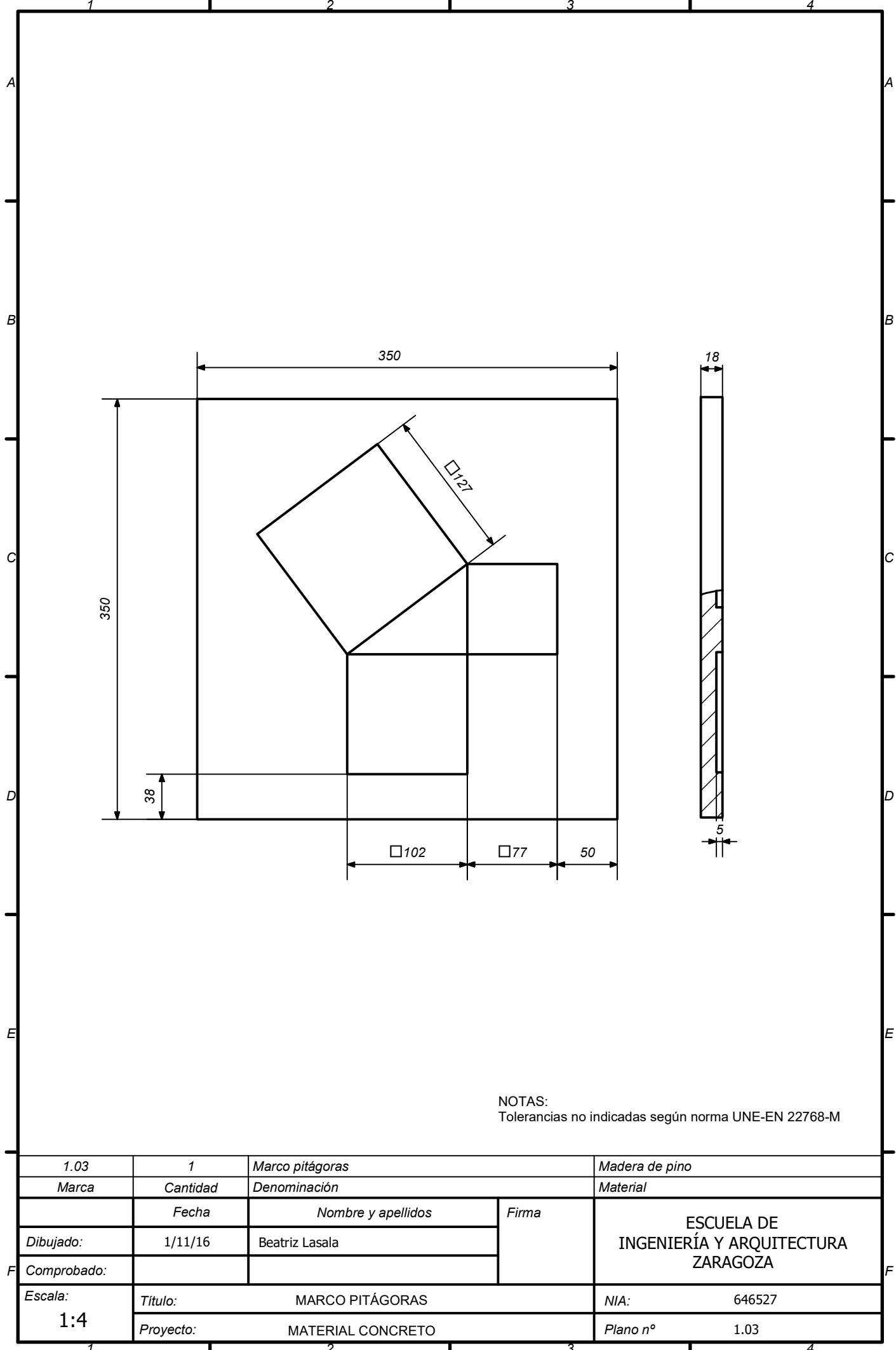
Tolerancias no indicadas según norma UNE-EN 22768-M

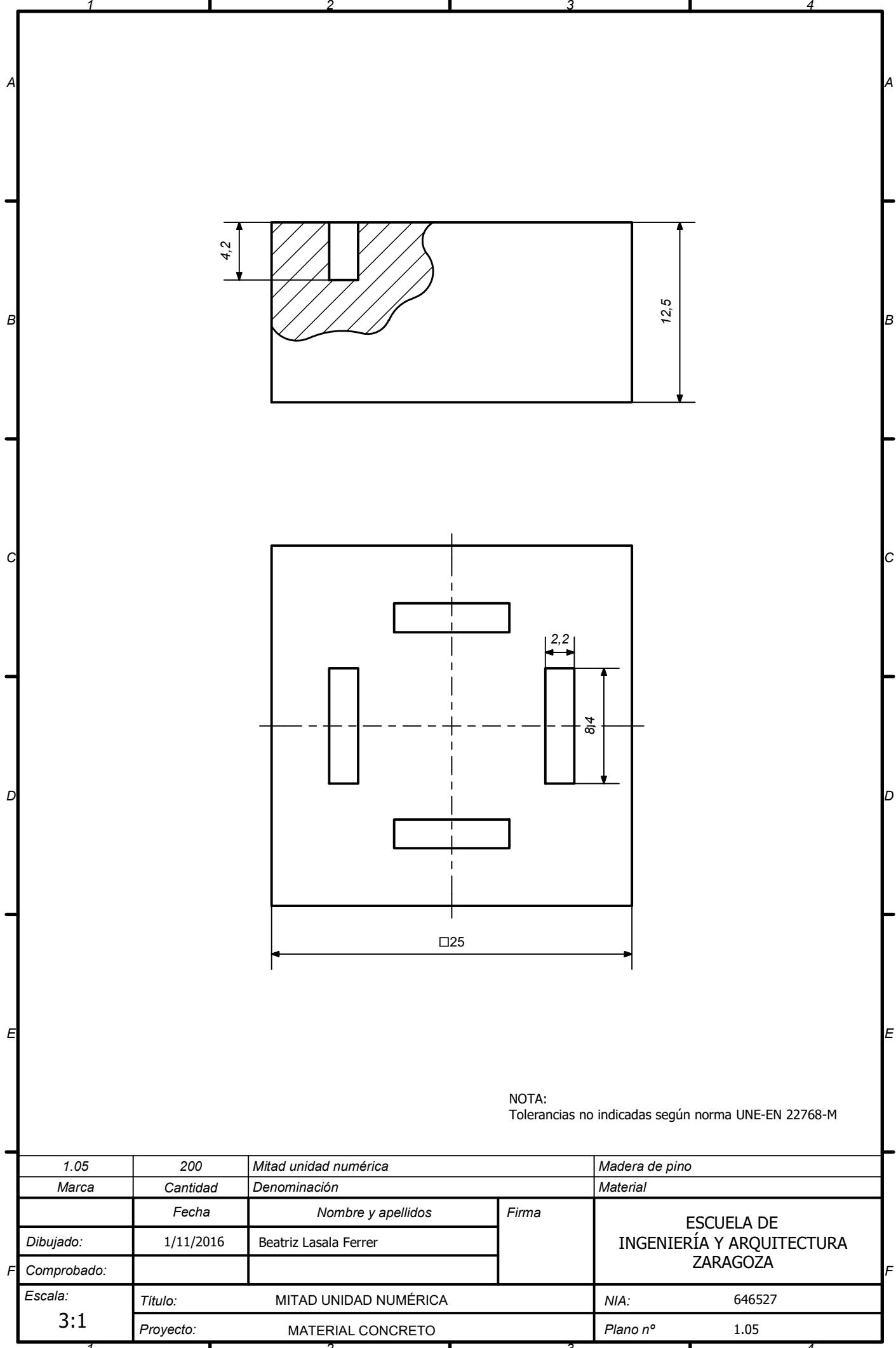
| | | | |
|----------------|----------------------|-------------------------------------|---|
| 1.01 | 1 | Marco división | Madera de pino |
| Marca | Cantidad | Denominación | Material |
| Dibujado: | Fecha | Nombre y apellidos | Firma |
| Comprobado: | 1/11/16 | Beatriz Lasala | ESCUELA DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA ZARAGOZA |
| Escala: 1:4 | Título: Proyecto: | MARCO DIVISIÓN MATERIAL CONCRETO | NIA: 646527 Plano nº 1.01 |



NOTAS:
Tolerancias no indicadas según norma UNE-EN 22768-M

| | | | | |
|-------------|------------------------------|----------------------|----------|---|
| 1.02 | 1 | Marco multiplicación | | Madera de pino |
| Marca | Cantidad | Denominación | | Material |
| | Fecha | Nombre y apellidos | Firma | |
| Dibujado: | 1/11/16 | Beatriz Lasala | | ESCUELA DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA ZARAGOZA |
| Comprobado: | | | | |
| Escala: | Título: MARCO MULTIPLICACIÓN | | NIA: | 1.00 |
| 1:4 | Proyecto: MATERIAL CONCRETO | | Plano nº | 1.02 |







Trabajo Fin de Grado

Diseño y desarrollo de un kit de materiales didácticos para el aprendizaje infantil

ANEXO III: PATENTE WO 2010/111189 A1

Autor/es

Beatriz Lasala Ferrer

Director/es

Rosana Sanz Segura

Escuela de Ingeniería y Arquitectura EINA

2016

(12) INTERNATIONAL APPLICATION PUBLISHED UNDER THE PATENT COOPERATION TREATY (PCT)

(19) World Intellectual Property Organization
International Bureau



(43) International Publication Date
30 September 2010 (30.09.2010)

(10) International Publication Number
WO 2010/111189 A1

(51) International Patent Classification:

A63H 33/04 (2006.01)

(72) Inventors; and

(75) Inventors/Applicants (for US only): **HAUGHEY, Christopher, Harwood** [US/US]; 2668 Granville Avenue, Los Angeles, CA 90064 (US). **HAUGHEY, William, Harcourt** [NZ/US]; 319 Rowayton Avenue, Rowayton, CT 06853 (US). **DELISLE, William, Joseph** [US/US]; 1075-128 Space Park Way, Mountain View, CA 94043 (US).

(21) International Application Number:

PCT/US2010/028171

(22) International Filing Date:

22 March 2010 (22.03.2010)

(25) Filing Language:

English

(26) Publication Language:

English

(30) Priority Data:

12/412,049 26 March 2009 (26.03.2009) US

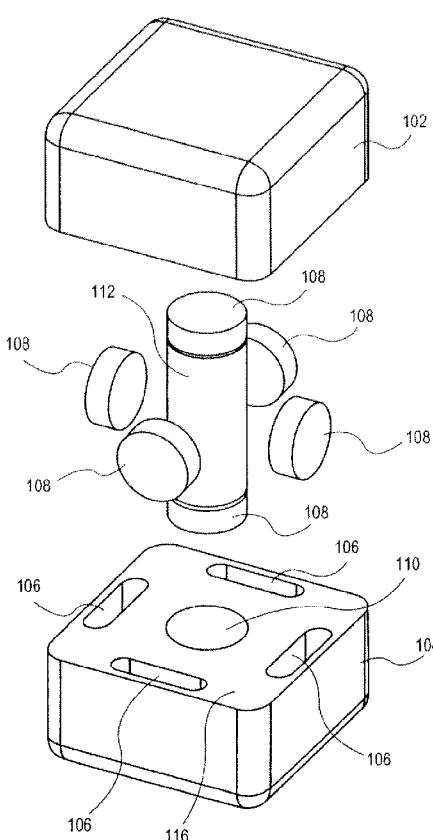
(71) Applicant (for all designated States except US): **TEGU** [US/US]; 2668 Granville Avenue, Los Angeles, CA 90064 (US).

(74) Agents: **VINCENT, Lester J.** et al.; Blakely, Sokoloff, Taylor & Zafman LLP, 1279 Oakmead Parkway, Sunnyvale, CA 94085-4040 (US).

(81) Designated States (unless otherwise indicated, for every kind of national protection available): AE, AG, AL, AM, AO, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BH, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CL, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DK, DM, DO, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, GT,

[Continued on next page]

(54) Title: MAGNETIC BLOCKS AND METHOD OF MAKING MAGNETIC BLOCKS



(57) **Abstract:** A method of making blocks with internally disposed magnets (108). Pockets (106) for the magnets are machined into a non-extrudable material such as wood. Strong permanent magnets are disposed in the pockets to cause the faces of the block to exhibit a desired polarity magnetic field. The pockets are then sealed to permanently retain the magnets. The exterior shape of the block may be formed either prior to or subsequent to machining and sealing of the pockets.



HN, HR, HU, ID, IL, IN, IS, JP, KE, KG, KM, KN, KP, KR, KZ, LA, LC, LK, LR, LS, LT, LU, LY, MA, MD, ME, MG, MK, MN, MW, MX, MY, MZ, NA, NG, NI, NO, NZ, OM, PE, PG, PH, PL, PT, RO, RS, RU, SC, SD, SE, SG, SK, SL, SM, ST, SV, SY, TH, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VC, VN, ZA, ZM, ZW.

ZW), Eurasian (AM, AZ, BY, KG, KZ, MD, RU, TJ, TM), European (AT, BE, BG, CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HR, HU, IE, IS, IT, LT, LU, LV, MC, MK, MT, NL, NO, PL, PT, RO, SE, SI, SK, SM, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, ML, MR, NE, SN, TD, TG).

- (84) **Designated States** (*unless otherwise indicated, for every kind of regional protection available*): ARIPO (BW, GH, GM, KE, LS, MW, MZ, NA, SD, SL, SZ, TZ, UG, ZM,

Published:

— *with international search report (Art. 21(3))*

MAGNETIC BLOCKS AND METHOD OF MAKING MAGNETIC BLOCKS

BACKGROUND

Field of the Invention

Embodiments of the invention relate to wooden blocks. More specifically, embodiments of the invention relate to wooden blocks having internally disposed permanent magnets.

Background

Blocks are one of the quintessential toys that have been around for generations. Over the years, blocks have been made of wood, various plastics, and assorted other materials. Traditional blocks are merely geometric shapes that can be stacked or arranged to build things without any real interconnection between the blocks. These traditional blocks rely on influence of gravity to maintain a position within the structure. Many structures are impossible to build with such blocks. Other block-like toys, such as LEGO® have a mechanical interconnection which allows user to build more complex structures. To address some of the limitations of blocks, efforts have been made to introduce magnets into blocks so that magnetic coupling is possible between adjacent blocks in a structure. Introduction of these magnets is relatively simple and cost effective where underlying material used is extrudable, such as in the context of plastic blocks. However, in this case of non-extrudable materials, such as wood, the techniques used with extrudable materials do not apply.

BRIEF DESCRIPTION OF THE DRAWINGS

Embodiments of the invention are illustrated by way of example and not by way of limitation in the figures of the accompanying drawings in which like

references indicate similar elements. It should be noted that different references to "an" or "one" embodiment in this disclosure are not necessarily to the same embodiment, and such references mean at least one.

Figure 1 is an exploded view of a block made in accordance with one embodiment of the invention.

Figure 2 is a schematic diagram of multiple block halves created in a pair of substrates according to one embodiment of the present invention.

Figures 3A-3C are views of one half of an alternative block that may be produced in accordance with one embodiment of the invention.

Figure 4 is a flow diagram of a process of making blocks in accordance with one embodiment of the invention.

Figure 5 is a diagram of a block produced in accordance with one embodiment of the invention.

Figure 6 is a diagram of a block formed in accordance with another embodiment of the invention.

DETAILED DESCRIPTION

Figure 1 is an exploded view of a block made in accordance with one embodiment of the invention. In **Figure 1**, the ultimate geometric shape is a cube with rounded edges, which is formed as a first half 102 and a second half 104. The first half 102 and second half 104 may be formed individually or in groups from a substrate as described below. Hard wood is a preferred material for manufacture. Wood has a warmth and tactile response that is not attainable in extrudable synthetics. But its non-extrudable nature renders it more challenging from a manufacturing standpoint.

Pockets 106 are defined in both the top half 102 and the bottom half 104 to receive magnets 108 and hold them internally adjacent to the side faces of the cube. A central bore 110 in each of the top and bottom halves 102, 104 defines a pocket to receive magnets 108 internally proximate to the top and bottom faces of the cube. A spacer such as dowel 112 retains top and bottom magnets 108 proximate to the respective external surface. While the spacer is shown as a cylinder other shapes of spacers may be used.

By appropriately orienting magnets 108 inserted into pockets 106 and bore 110, the polarity exhibited by each face of the cube can be controlled. It is generally believed to be desirable to have an equal number of north pole faces and south pole faces on a particular block. But, some embodiment of the invention may have different polar organization such as four north and two south, or vice versa. There may even be cases where a particular block is monopolar, i.e., all faces exhibit either a north pole or a south pole.

Top half 102 and bottom half 104 may be coupled together along interface surface 116. In one embodiment, an adhesive such as wood glue may be used to achieve the coupling. Because of the relatively large surface area of interface surface 116, strong adhesion occurs and disassembly of the blocks is less likely. Particularly in the context of toys for children, disassembly is highly undesirable as the magnets and other small parts may then represent a choking hazard. It is preferred to use wood glue that is approved for indirect food contact such as Titebond II and Titebond III commercially available. By appropriately grain matching the source of the top half 102 and bottom half 104, the line of adhesion can be rendered nearly imperceptible.

Magnets 108 may be rare earth magnets that generate a magnetic field in the range of 10,000 to 13,500 gauss. For example, magnets 108 may be Neodymium Iron Boron (NdFeB) magnets, which have an exceedingly strong attraction to

one another and to other ferromagnetic objects, subject to factors such as the size and shape of the magnets and their relative orientation and proximity to one another and/or other ferromagnetic objects. N40 grade cylindrical magnets 1/8 inch thick and 3/8 inch in diameter have been found suitable for blocks having a 30 mm side. Larger size blocks may make a stronger magnet desirable. Stronger attraction may be achieved with larger or higher grade magnets. The strong magnetic connections between the blocks allow for the construction of structures which are impossible to sustain with normal, non-magnetic blocks. Additionally, the strong forces generated between the blocks (both attraction and repulsion, depending on relative orientation) are surprising and delighting to children and adults, given the hidden nature of the magnets within the blocks (fully encased). Depending on the base material used in the block structure itself, the look, feel and sound of the blocks "clicking" or "clacking" when they come together rapidly as a result of the magnetic attraction is attractive and makes for an enjoyable play experience. When two blocks are placed near one another on a surface or in space, the blocks will sometimes move or spin, seemingly of their own accord, as the magnets 108 within them attract and/or repel one another, creating an apparently "magical" phenomenon.

Figure 2 is a schematic diagram of multiple block halves created in a pair of substrates according to one embodiment of the present invention. The ultimate desired shape may be defined within a computer. The machining of a substrate such as boards 200 and board 220 is computer-driven. The machining forms pockets 206 and central bore 210 for a plurality of halves 202. Boards 200 and 220 may permit an arbitrarily large array of halves to be machined therein. In some embodiments, depending on the size of the boards 200, 220 and the size of the ultimate desired shape, the array may be two dimensional or one dimensional.

For economic reasons it is desirable to minimize the space between the halves along the board and therefore the sacrificial or waste product when the ultimate geometric shape is separated from the rest. By selecting two boards 200 and 220 having closely matching grain (also referred to as grain matching), the interface between halves can be hidden. Since the grain of both substrates matches a second set of halves can be machined to have corresponding pocket 226 and bore 230 in board 220 which will couple to the first set shown in **Figure 2** by gluing the boards 200, 220 together. The magnets inserted into pockets 206 and a spacer inserted into bore 210 help to align the respective boards 200,220 which can be glued together along their length so that a solid adhesion exist between contact areas 216 and 236. The individual desired shapes may then be separated with either standard or computer-driven tooling. While the description above refers to “halves” it is not strictly necessary that the two pieces that form the final block be identical or symmetric. But symmetry does simplify tooling.

Figures 3A-3C are views of one half of an alternative block that may be produced in accordance with one embodiment of the invention. **Figure 3A** is an isometric view showing half 302 which has defined therein two pockets 306 and an interface surface 316. Plural halves can be defined and machined into a single substrate as described with reference to **Figure 2**. **Figure 3B** shows a side view of half 302 with pockets 306 shown in phantom lines. Pockets 306 are defined to accept a suitable magnet. While pockets 306 are shown as circular and therefore accepting a cylindrical magnet, rectangular pockets or any other shaped pocket could also be defined. It is desirable that the magnet fits snugly within the pocket so as not to rattle around during use. Block 302 is defined to be twice the length of a cube face such as the cubes of **Figure 1** and may be used as a spacer in construction projects. Half 302, in one embodiment, has a thickness of 3 mm and a 3 mm radius curvature at the edges. **Figure 3C** shows

an end view of block half 302. While half 302 is shown to be 60mm long other shapes and dimensions of blocks made in an analogous manner are envisioned. For example, block half 302 could be any integer number of cube faces in length, for example, 90mm, 120mm, etc. where the cube face is 30mm across. It is also envisioned that the number of magnet pockets defined may or may not increase with length. For example, a 90 mm plank may have three magnets or only two.

Figure 4 is a flow diagram of a process of making blocks in accordance with one embodiment of the invention. At box 402, the desired block shape is defined. Definition may take the form of a computer file which then may be used to drive the subsequent machining of the block from a substrate. In other embodiments, the ultimately desired geometric shape may be formed at the definition stage and the processed individually as described below.

At box 404, pockets are formed in a first piece of non-extrudable material. These pockets may correspond to, for example, pockets 306 as shown in Figure 3A or pockets 106 and bore 110 as shown in Figure 1. By forming the pockets sized to snugly hold the magnets rattling of the finished block may be avoided. Alternatively the magnets may be adhered within the pockets. At box 406, the second piece of non-extrudable material is grain-matched with the first piece. With grain-matching, once the first and second pieces of material are coupled together to form the ultimate desired shape, a visual distinction between the pieces may be rendered substantially imperceptible (the block visually appears to be formed from one solid piece of material). At box 408, pockets are formed in a second piece of non-extrudable material. Such pockets correspond to the pockets formed in the first piece at box 404 such that the two pieces in conjunction form all or a greater part of the desired geometric shape.

At box 410, magnets are inserted into respective pockets such that a desired polarity is exhibited by the corresponding adjacent face. As noted above, in some embodiments, the magnets may be adhered to the pocket to prevent movement of the magnet within the pocket. In some embodiments, it is desired to ensure that there are an equal number of faces of each polarity. At box 412, the first and second pieces of non-extrudable material are coupled together sealing the pockets and permanently encapsulating the magnets. In one embodiment, this coupling is the result of adhesion with the use of, for example, wood glue.

Box 414 is an implicit decision whether the desired block has been made individually such as where the desired block shape is rendered at definition box 402 or if the block is defined as part of, for example, a pair of larger substrates (as discussed with reference to Figure 2). If the block is not yet rendered, the defined shape is cut from the first and second pieces of material after they are coupled together, at block 416. Once the desired block shape is obtained, the block may be finished at 418. In some embodiments, finishing may include any of sanding, staining and varnishing or otherwise coating the block.

Figure 5 is a diagram of a block produced in accordance with one embodiment of the invention. A pocket is formed in each face by boring to a depth N at approximately the face center. Additional material is machined from area 510 to a depth of N minus the magnet thickness. Plug 508 is then used to overlay the magnet 506 deposited within the pocket. Because the adhesion surface 510 is relatively large, the risk of disassembly is reduced, in contrast to a case where only the edges of a plug having the same dimensions as the magnet were used. Such edge-only adhesion has been found to be unsuitable for strong permanent magnets as used here. While plug 508 is shown as rectangular, area 510 can be formed in any shape and therefore plug

508 could be formed in any shape. What is important is that the adhesive surface area over match the magnetic force so that the plug does not dislodge during normal use.

Figure 6 is a diagram of a block formed in accordance with another embodiment of the invention. In this example, the cube is formed of three pieces, top piece 604, bottom piece 602 and a middle layer 612. The pockets for the top and bottom are formed as a bore 610 in bottom piece 602 and top piece 604, respectively. Pockets 606 for the side face magnets are formed in middle layer 612. The top 604 and bottom 602 portions then sandwich the middle layer 612. A spacer 622 and 632 retain the bottom and top magnets 608 proximate to their respective faces. It should be understood that this embodiment can be produced in the same manner as described with reference to **Figure 4** and **Figure 2**.

In the foregoing specification, the embodiments of the invention have been described with reference to specific embodiments thereof. It will, however, be evident that various modifications and changes can be made thereto without departing from the broader spirit and scope of the invention as set forth in the appended claims. The specification and drawings are, accordingly, to be regarded in an illustrative rather than a restrictive sense.

CLAIMS

WHAT IS CLAIMED IS:

1. A method comprising:

forming a pocket to be adjacent to a center of each face of a plurality of faces of a defined geometric solid of a non-extrudable material;

inserting a permanent magnet into each pocket such that a number of faces exhibiting a north polarity is equal to a number of faces exhibiting a south polarity; and

sealing the pockets to permanently retain the permanent magnets.

2. The method of claim 1 wherein forming comprises:

boring a hole in the center of each face having a diameter consistent with a diameter of the magnet to be inserted and a depth n where n is greater than a thickness of the magnet; and

removing an area of material around to a depth of approximately n minus magnet thickness.

3. The method of claim 2 wherein sealing comprises:

adhesively coupling a plug to the face coextensive with the area of material removed.

4. The method of claim 1 wherein forming comprises:

machining the pockets into an interior of a plurality of sub-pieces to be assembled into the geometric solid such that the pockets are internally adjacent to each face of the defined geometric solid and externally invisible.

5. The method of claim 4 wherein sealing comprises:

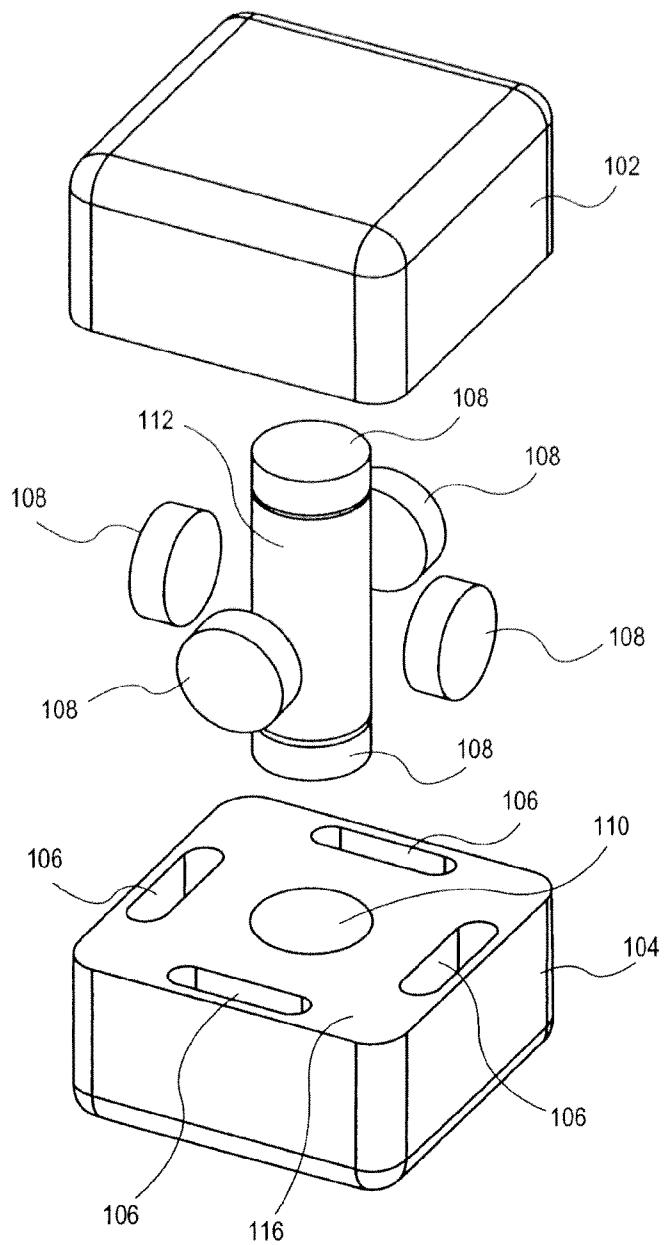
adhering the sub-pieces together to complete the geometric solid.

6. A method comprising:
 - defining a desired ultimate geometric shape;
 - forming at least one pocket portion in a first piece of non-extrudable material the pocket to be internally proximate to an external face of the ultimate geometric shape;
 - forming at least one pocket portion in a second piece of non-extrudable material to be internally proximate to an external face of the ultimate geometric shape;
 - disposing a permanent magnet in each pocket; and
 - coupling the first piece of material to the second piece of material.
7. The method of claim 6 further comprising:
 - cutting the ultimate geometric shape from the first and second piece after coupling.
8. The method of claim 6 wherein coupling comprises:
 - adhering the first piece of material to the second piece of material.
9. The method of claim 6 further comprising:
 - grain matching the first piece of material and the second piece of material.
10. The method of claim 6 further comprising:
 - finishing the ultimate geometric shape.
11. The method of claim 10 further comprising:

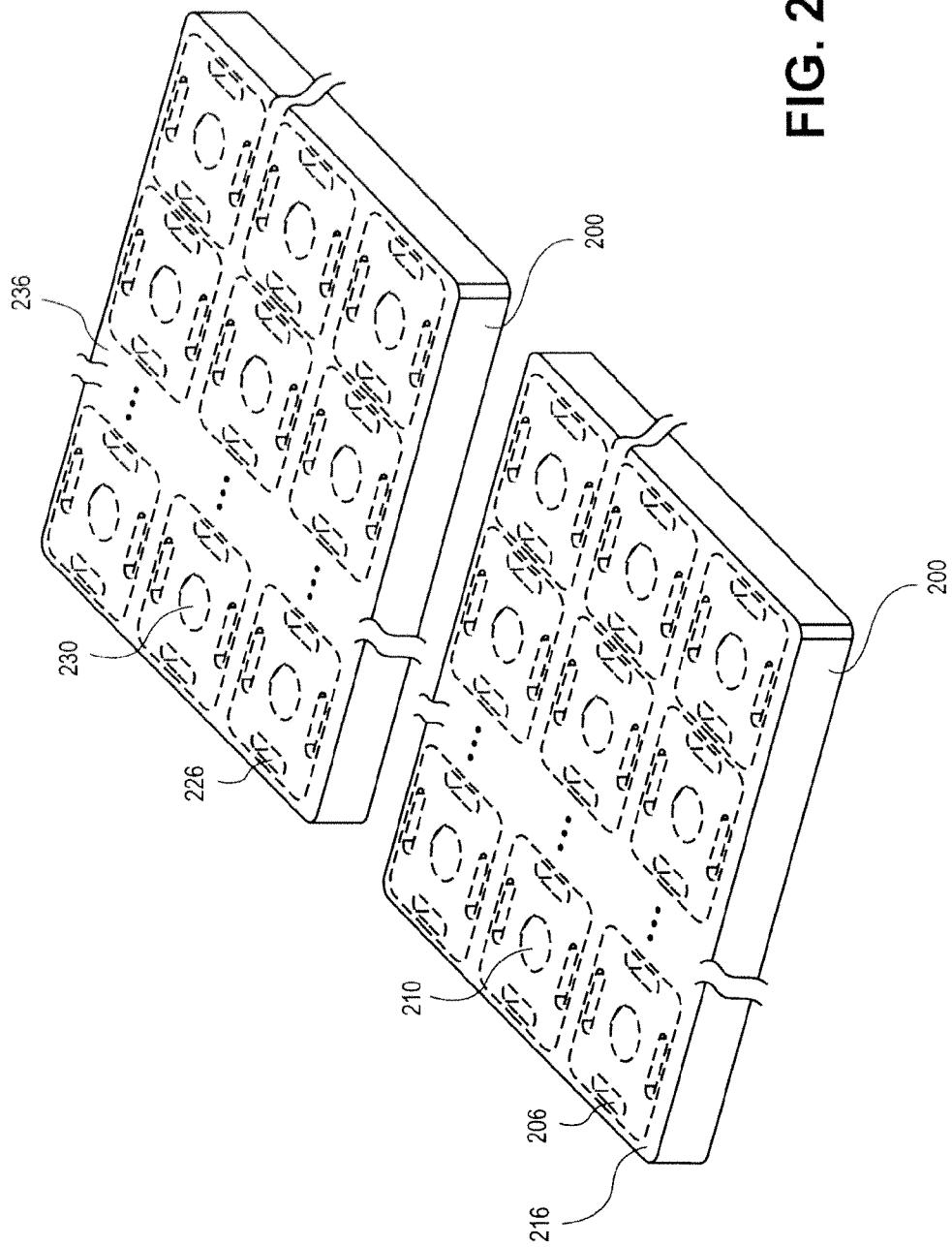
sanding and coating the ultimate geometric shape.

12. The method of claim 6 wherein disposing comprises:
inserting the permanent magnets into the pockets in a polarity orientation such that an aggregate number of north poles internally proximate to the external faces is equal to an aggregate number of south poles internally proximate to the external faces after the adhering.
13. The method of claim 6 wherein the desired alternate geometric shape is a cube and wherein forming further comprises:
machining corresponding slots adjacent to each side face of the alternate geometric shape defined in both the first piece and the second piece;
machining a central bore in each of the first piece and the second piece, the central bore terminating internally proximate to a top face and a bottom face respectively.
14. The method of claim 13 further comprising:
inserting a spacer into the central bore to retain magnets at respective terminal ends of the bore.
15. The method of claim 6 wherein the permanent magnets comprise:
cylindrical NdFeB magnets.
16. The method of claim 6 wherein coupling comprises:
applying an adhesive to substantially an entire area of a contact surface between the first piece and the second piece.

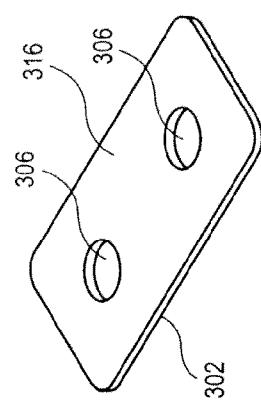
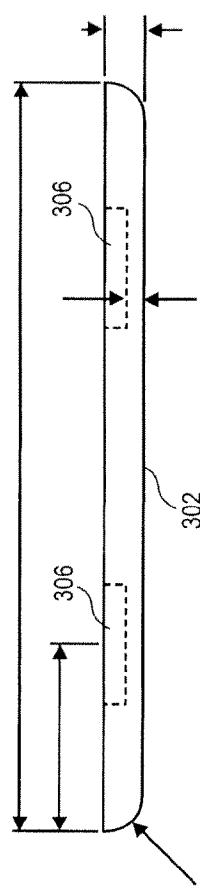
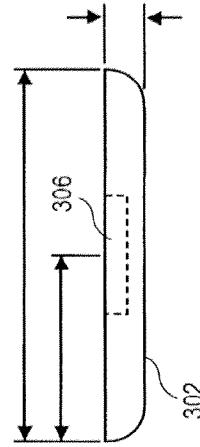
1/6

**FIG. 1**

2/6

FIG. 2

3/6

**FIG. 3A****FIG. 3B****FIG. 3C**

4/6

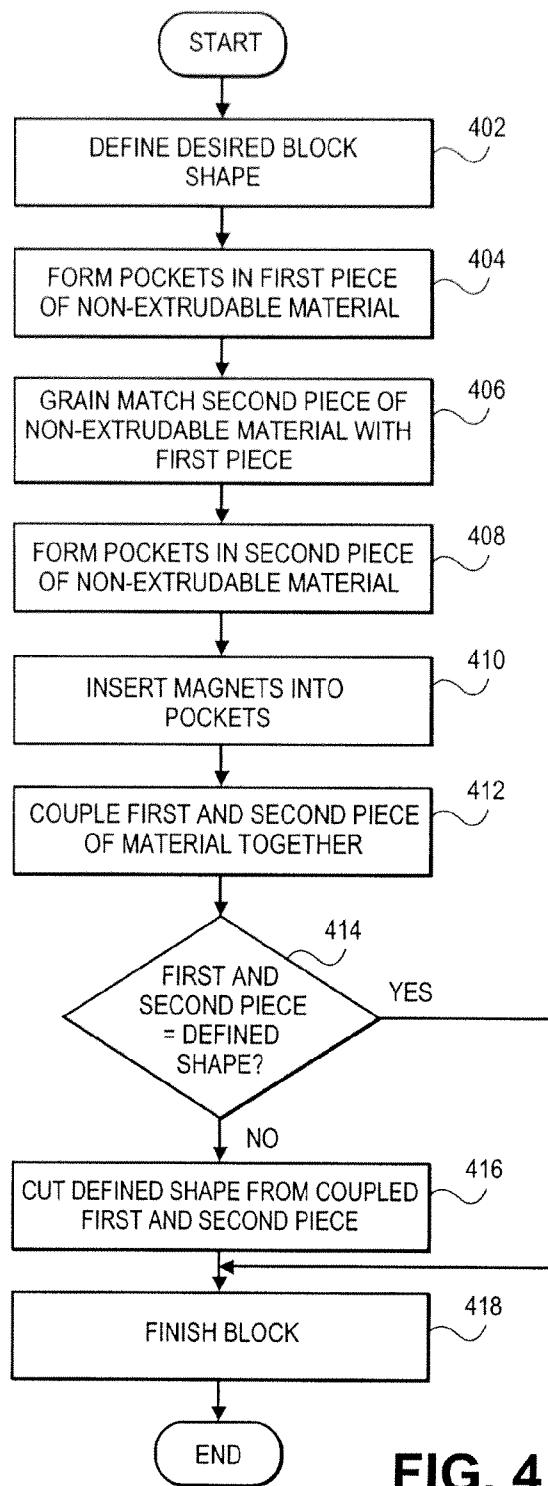
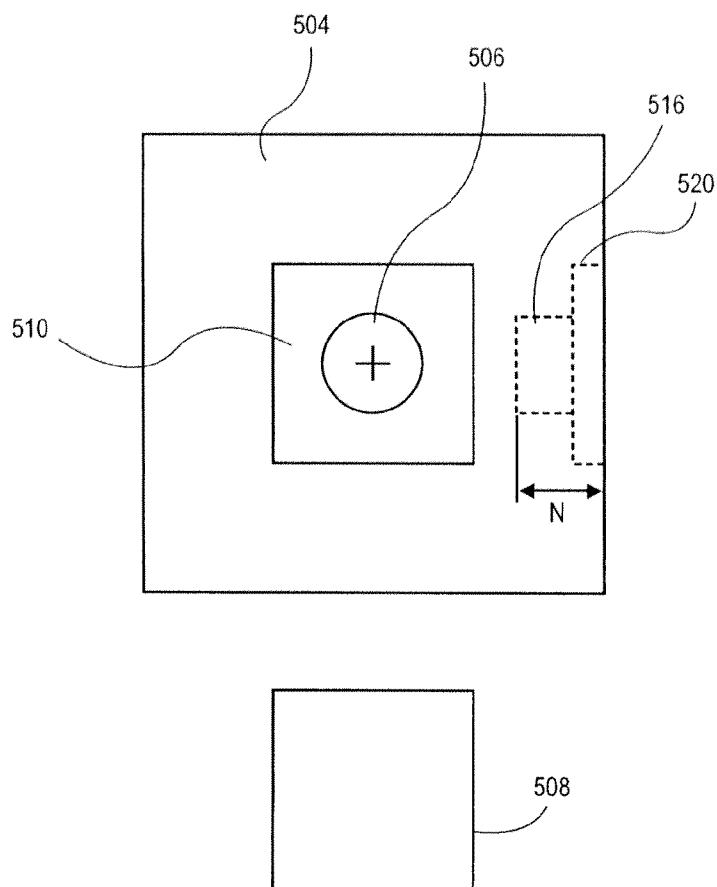
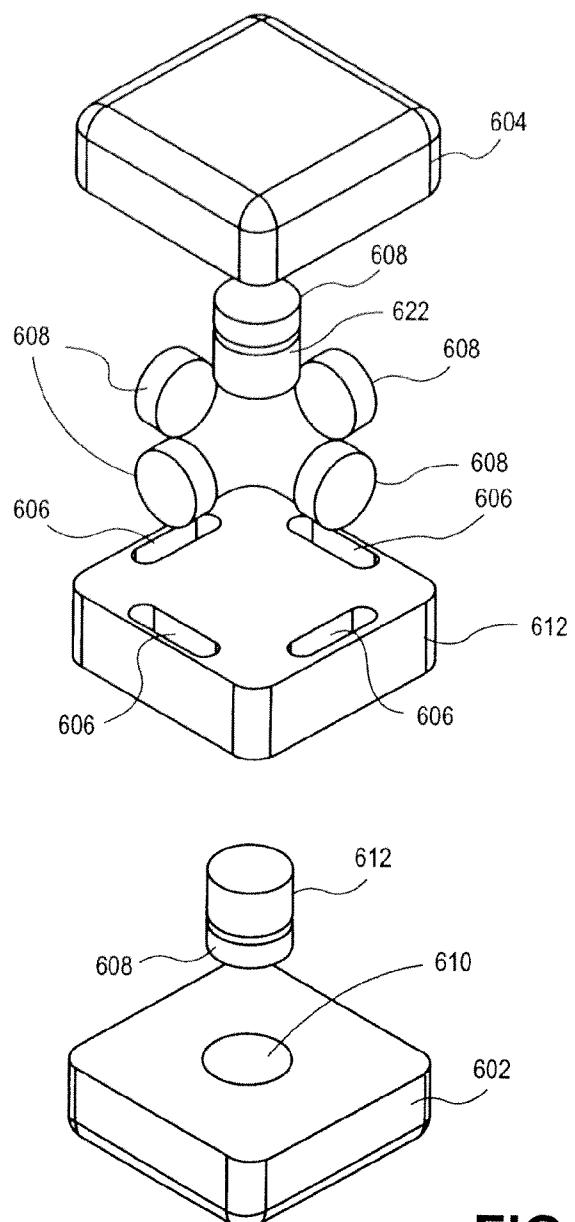


FIG. 4

5/6

**FIG. 5**

6/6

**FIG. 6**

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No
PCT/US2010/028171

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER
INV. A63H33/04
ADD.

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)
A63H

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practical, search terms used)

EPO-Internal, WPI Data

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

| Category* | Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages | Relevant to claim No. |
|-----------|---|-------------------------|
| X | US 2006/111010 A1 (PARK KYUNG-HWA [KR]) 25 May 2006 (2006-05-25) paragraph [0089] paragraph [0096] paragraph [0109] – paragraph [0120] figures 21,22,23 ----- | 1-5 |
| X | EP 1 559 464 A1 (RC2 BRANDS INC [US]) 3 August 2005 (2005-08-03) paragraph [0047] paragraph [0055] figures 3,5,6 ----- | 6-12,15, 16 13,14 |
| Y | KR 200 263 127 Y1 (SANG-HUI KIM) 21 January 2002 (2002-01-21) figure 1 ----- | 13,14 |

Further documents are listed in the continuation of Box C.

See patent family annex.

* Special categories of cited documents :

- "A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance
- "E" earlier document but published on or after the international filing date
- "L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)
- "O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means
- "P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

"T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention

"X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone

"Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art.

"&" document member of the same patent family

| | |
|--|--|
| Date of the actual completion of the international search | Date of mailing of the international search report |
| 25 May 2010 | 02/06/2010 |
| Name and mailing address of the ISA/ European Patent Office, P.B. 5818 Patentlaan 2 NL – 2280 HV Rijswijk Tel. (+31-70) 340-2040, Fax: (+31-70) 340-3016 | Authorized officer Turmo, Robert |

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

Information on patent family members

International application No

PCT/US2010/028171

| Patent document cited in search report | | Publication date | Patent family member(s) | | Publication date |
|--|-------|------------------|-------------------------|---------------|------------------|
| US 2006111010 | A1 | 25-05-2006 | AU | 2004204560 A1 | 29-07-2004 |
| | | | BR | PI0406750 A | 20-12-2005 |
| | | | CA | 2513083 A1 | 29-07-2004 |
| | | | EP | 1587595 A1 | 26-10-2005 |
| | | | EP | 2186555 A1 | 19-05-2010 |
| | | | JP | 3991235 B2 | 17-10-2007 |
| | | | JP | 2006513018 T | 20-04-2006 |
| | | | JP | 2007252944 A | 04-10-2007 |
| | | | WO | 2004062760 A1 | 29-07-2004 |
| | | | KR | 20040065186 A | 21-07-2004 |
| | | | MX | PA05007426 A | 12-09-2005 |
| | | | NZ | 541034 A | 29-06-2007 |
| | | | RU | 2310493 C2 | 20-11-2007 |
| | | | US | 2008113579 A1 | 15-05-2008 |
| ----- | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- |
| EP 1559464 | A1 | 03-08-2005 | AT | 373512 T | 15-10-2007 |
| | | | US | 2005164595 A1 | 28-07-2005 |
| | | | US | 2008305708 A1 | 11-12-2008 |
| ----- | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- |
| KR 200263127 | Y1 | | NONE | | |
| ----- | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- |