



Departamento de
Ingeniería Electrónica
y Comunicaciones
Universidad Zaragoza

PROYECTO FIN DE CARRERA

ESTUDIO DE ESTRATEGIAS DISTRIBUIDAS DE REPARTO DE RECURSOS EN REDES INALÁMBRICAS COGNITIVAS MEDIANTE TEORÍA DE JUEGOS

Ingeniería de Telecomunicación

Departamento de Ingeniería Electrónica y Comunicaciones

Ingeniería Telemática

Escuela de Ingeniería y Arquitectura

Universidad de Zaragoza

Curso 2010-2011

Zaragoza, Julio 2011

Autor: Rafael Ciria Camino

Directora: María Canales Compés

ESTUDIO DE ESTRATEGIAS DISTRIBUIDAS DE REPARTO DE RECURSOS EN REDES INALÁMBRICAS COGNITIVAS MEDIANTE TEORÍA DE JUEGOS.

RESUMEN

Este proyecto se enmarca dentro del estudio de técnicas eficientes de reconfiguración y adaptación al entorno en un contexto de redes inalámbricas multisalto distribuidas. El proyecto propone técnicas distribuidas de reparto de recursos evaluadas mediante teoría de juegos. La teoría de juegos es una herramienta matemática que analiza las interacciones estratégicas entre múltiples agentes que toman decisiones. Por ello, resulta adecuada para analizar las prestaciones de este tipo de redes, donde cada nodo debe decidir sus parámetros de configuración de manera competitiva. Sin embargo, la complejidad matemática de los problemas a resolver resulta difícil de abordar computacionalmente. Por ello, una aproximación alternativa es el desarrollo de simuladores que modelan las interacciones entre los individuos, partiendo de diversas condiciones iniciales, que permiten evaluar las soluciones propuestas al problema planteado.

En este proyecto se ha modificado un simulador ya existente sobre el que se han implementado las distintas estrategias distribuidas de reparto de recursos. Cada alternativa propuesta pretendía mejorar a las anteriores introduciendo un mayor grado de realismo en las simulaciones.

Como conclusión, se ha comprobado la capacidad de la teoría de juegos para modelar mecanismos de gestión de recursos radio en redes cognitivas y se han diseñado propuestas distribuidas locales (necesitan poca información de señalización) con buenas prestaciones, comparadas con una solución que garantiza la convergencia y la proximidad al máximo (juego potencial). Por último, se ha demostrado que la incorporación de aprendizaje “*no-regret*” permite hacer frente a situaciones de no convergencia demostrando la potencialidad de las soluciones propuestas para adaptarse a escenarios variantes. Todo esto permite establecer el punto de partida para desarrollar en el futuro algoritmos distribuidos de gestión de recursos radio y su implementación en protocolos en redes *mesh* cognitivas.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	11
1.1 Objetivo y alcance del proyecto	11
1.2 Trabajo previo y contexto	11
1.3 Metodología de trabajo	14
1.4 Contenido de la memoria	14
2. TEORÍA DE JUEGOS	17
2.1 Elementos básicos de un juego	18
2.2 Modelos básicos de juego	19
2.2.1 Juegos “Normal Form”	19
2.2.2 Juegos repetidos	19
2.2.3 Juegos repetidos con miopía	19
2.3 Juegos no cooperativos y Equilibrio de Nash	20
2.4 Juegos potenciales	21
2.5 Juegos repetidos, convergencia al equilibrio	22
2.5.1 Temporización de decisiones	22
2.5.2 Reglas de decisión	23
3. MECANISMOS DE GESTIÓN DE RECURSOS RADIO MEDIANTE JUEGOS	25
3.1 Modelo del sistema	26
3.2 Modelo de interferencia	26
3.3 Utilidad de red	28
3.4 Modelo de juego	28
3.5 Propuestas de gestión de recursos. Modelos de juego	29
3.5.1 Modelo de partida: Juego potencial	29
3.5.2 Alternativas propuestas para reducir la información necesaria	31
3.5.3 Modelado más realista	33
4. APRENDIZAJE EN JUEGOS	37
4.1 Definición de <i>Coarse Correlated Equilibrium</i>	38
4.2 Incorporación de aprendizaje <i>no-regret</i> sobre los juegos propuestos ...	39
4.3 Ajuste de la potencia de transmisión	41
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS	45
5.1 Descripción del escenario de simulación	45
5.2 Métricas de evaluación	47
5.3 Evaluación de las prestaciones de las distintas propuestas	47
5.3.1 Juego potencial de referencia (CC). Valoración de la propuesta de juego potencial	48

5.3.2	Aproximación al juego potencial sin información global: estrategia basada en conjunto de enlaces vecinos.....	51
5.3.3	Modelado más realista: incorporación de la restricción de <i>SINR</i> en la toma de decisiones.....	54
5.3.4	Modelado realista de capacidad (capacidad discreta).....	55
5.3.5	Modelado realista de capacidad (número de enlaces establecidos).....	57
5.3.6	Juego local con aprendizaje.....	59
6	CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS	65
	BIBLIOGRAFÍA	67
	ANEXO A: El simulador	69
1.	Simulador principal: juego	69
2.	Simulador auxiliar: algoritmo genético	84

LISTA DE ACRÓNIMOS

DIEC	Departamento de Ingeniería Electrónica y Comunicaciones
GTC	Grupo de Tecnologías de las Comunicaciones
I3A	Instituto de Investigación de Ingeniería en Aragón
UWB	Ultra Wide Band
CN	Cognitive Network
CR	Cognitive Radio
WLAN	Wireless local area Network
EPG	Exact Potential Game
OPG	Ordinal Potential Game
RR	Round Robin
AS	Asíncrono
SNR	Signal to Noise Ratio
SINR	Signal to Interference and Noise Ratio
UR	Utilidad de Red
NE	Equilibrio de Nash
BER	Bit Error Rate
VoIP	Voz sobre IP
MAL	Multi-Agent Learning
CCE	Coarse Correlated Equilibrium
CC	Capacidad Continua
EV	Enlaces Vecinos
CD	Capacidad Discreta
EA	Enlaces Activos
CP	Corrección de Potencia
AP	Aprendizaje
SCP	Sin Corrección de Potencia
GA	Genetic Algorithm

ÍNDICE DE FIGURAS

• Figura 1: Aprovechamiento de los huecos espectrales en una red inalámbrica cognitiva.....	13
• Figura 2: Modelo de red <i>mesh</i> cognitiva. Enlaces establecidos entre pares.....	26
• Figura 3: Comparativa de la capacidad continua agregada con las estrategias de juego potencial y local.....	48
• Figura 4: Pasos necesarios para alcanzar el NE (valores medios). Estrategias de juego potencial y local, con capacidad continua (Shannon).....	49
• Figura 5: Capacidad dependiente del número de saltos en la estrategia basada en el conjunto de enlaces vecinos comparada con el caso del juego potencial. Escenario de 300 enlaces.	51
• Figura 6: Capacidad agregada para la estrategia basada en el conjunto de enlaces vecinos dependientes del número de saltos. Escenario de superficie doble (3,4 Km).	52
• Figura 7: Capacidad agregada de la red considerando los enlaces que superan la <i>SINR</i> umbral. Comparativa teniendo en cuenta la <i>SINR</i> en el proceso de decisión.	54
• Figura 8: Comparativa de la capacidad discreta agregada de la red.	56
• Figura 9: Comparativa de los enlaces establecidos. Estrategias de juego (potencial y local) basadas en capacidad binaria.....	57
• Figura 10: Comparativa de la capacidad discreta agregada de la red. Estrategia de juego local basada en capacidad binaria.....	58
• Figura 11: Comparativa del número de enlaces activos con y sin el algoritmo de aprendizaje.....	59
• Figura 12: Comparativa de la capacidad discreta agregada de la red con y sin el algoritmo de aprendizaje.	60
• Figura 13: Comparativa de los enlaces activos entre el juego local, el algoritmo de aprendizaje con y sin corrección de potencia y el algoritmo genético.....	61
• Figura 14: Comparativa de la capacidad discreta total de la red entre el juego local, el algoritmo de aprendizaje con y sin corrección de potencia y el algoritmo genético.	61
• Figura 15: Evolución de la utilidad de red en el juego local, basado en capacidad discreta, con aprendizaje (<i>CP</i>), en un escenario de 400 enlaces.	62
• Figura 16: Evolución de los pesos los pesos q_i para dos enlaces concretos. Juego local, capacidad discreta, aprendizaje <i>CP</i> . Escenario de 300 enlaces.....	63
• Figura 17: Diagrama de flujo de la función principal	73
• Figura 18: Diagrama de flujo representando la función <i>lk_change_strategy</i>	74

ÍNDICE DE TABLAS

- **Tabla 1:** Comparativa de utilidades para las estrategias de *EA* y *CD* sin y con corrección de potencia. 43
- **Tabla 2:** Parámetros en las simulaciones del algoritmo genético..... 47
- **Tabla 3:** Probabilidades de convergencia en *CC*. 50
- **Tabla 4:** Reducción de la información y número medio de vecinos dependientes del número de saltos k para 300 enlaces, utilizando la estrategia del conjunto de enlaces vecinos. 52
- **Tabla 5:** Comparativa en tanto por ciento de la utilidad referenciada al caso del juego potencial. 53
- **Tabla 6:** Ficheros de entrada y salida del simulador principal 75

Capítulo 1: INTRODUCCIÓN

1.1. Objetivo y alcance del proyecto

El objetivo del proyecto se enmarca dentro del estudio de técnicas eficientes de reconfiguración y adaptación al entorno en un contexto de redes inalámbricas cognitivas multisalto distribuidas (*ad hoc, mesh*). Para ello, el proyecto se centrará en el estudio de técnicas distribuidas de reparto de recursos evaluadas mediante teoría de juegos.

1.2. Trabajo previo y contexto

Este proyecto se realiza en el Departamento de Ingeniería Electrónica y Comunicaciones (*DIEC*), dentro del Grupo de Tecnologías de las Comunicaciones (*GTC*). El grupo *GTC* es uno de los componentes del Instituto de Investigación de Ingeniería en Aragón (*I3A*)¹ que se ha reconocido como Grupo Consolidado de Investigación por el Gobierno de Aragón. Dentro de las múltiples áreas de investigación que realiza este grupo, el proyecto se enmarca en el contexto de “comunicaciones móviles”. Esta línea

¹ <http://i3a.unizar.es/grupo/gtc-15>

Capítulo 1: Introducción

de investigación genérica tiene como objetivos planificar y optimizar sistemas de comunicaciones móviles, la gestión de recursos de radio y control de acceso en redes celulares de tercera generación, prestación de servicios de calidad en el contexto de las redes híbridas de móviles con circulación heterogénea, redes “*ad-hoc*” y utilización de tecnología de banda ultra ancha (*UWB*).

A continuación, se comenta el contexto específico en el que se ha desarrollado el proyecto.

El gran crecimiento que han experimentado las aplicaciones inalámbricas en los últimos años ha generado un crecimiento exponencial en el uso de bandas frecuenciales sin licencia, provocando problemas de escasez en el ancho de banda disponible. Este problema no sólo es debido a la propia limitación del espectro, sino también al deficiente uso que se hace de él. Este deficiente uso se debe en parte a las estrictas políticas de asignación de bandas frecuenciales. Respecto a ello, se han realizado numerosos estudios que han llegado a la conclusión de que la ocupación de las bandas frecuenciales con licencias es muy baja y que la utilización de políticas más agresivas podría ayudar a mejorar el aprovechamiento del espectro. Para resolver esta problemática habría que estudiar y explorar otras políticas que permitieran que la asignación de recursos radioeléctricos se realizara de una forma más flexible y dinámica. En esta línea se sitúan las redes inalámbricas cognitivas, en cuyo estudio se centra este proyecto.

Las redes inalámbricas cognitivas (*CN*, del inglés *Cognitive Networks*) son redes formadas por dispositivos de radio cognitiva (*CR*, *Cognitive Radio*) [1]. Una “radio cognitiva” es una radio que puede cambiar sus parámetros de transmisión en función de cómo se encuentra el medio en el que actúa.

Los nodos de una red cognitiva pueden medir la ocupación espectral de determinadas bandas frecuenciales, lo que permite identificar cuáles no están siendo utilizadas y reconfigurar en consecuencia los parámetros (potencia, canal frecuencial...) de forma apropiada para mejorar el aprovechamiento del espectro. De este modo, usuarios sin licencia (o usuarios secundarios) pueden transmitir en bandas de usuarios con licencia (o usuarios primarios) siempre y cuando no perjudiquen a estos últimos. Es decir, los usuarios secundarios son capaces de aprovechar los huecos espectrales que dejan los usuarios primarios, con lo que se consigue una ocupación del espectro mucho más eficiente (figura 1).

Las redes inalámbricas específicamente consideradas en este proyecto son redes multisalto (*mesh* o *ad hoc*), caracterizadas por su naturaleza distribuida [2], [3]. En este tipo de redes, no existe infraestructura de red, es decir, puntos de acceso o estaciones base, elementos característicos de redes *WLAN* o celulares. Por el contrario,

las redes multsalto están formadas por nodos que actúan tanto como equipos terminales (*hosts*) o *routers*. Por otra parte, son redes denominadas autosuficientes, en la medida en la que los propios equipos se ocupan de la auto-configuración de la red, de manera distribuida y dinámica. Es por ello que este tipo de redes ha despertado un creciente interés en los últimos años, por su extensa aplicación a contextos desde el aumento de cobertura de redes celulares, al acceso a red de campus universitarios o sistemas de seguridad pública. Por esta misma razón, dada la potencialidad de estas redes, los escenarios de estudio abarcados en este proyecto se han centrado en la aplicación de la tecnología de radio cognitiva sobre las mismas.

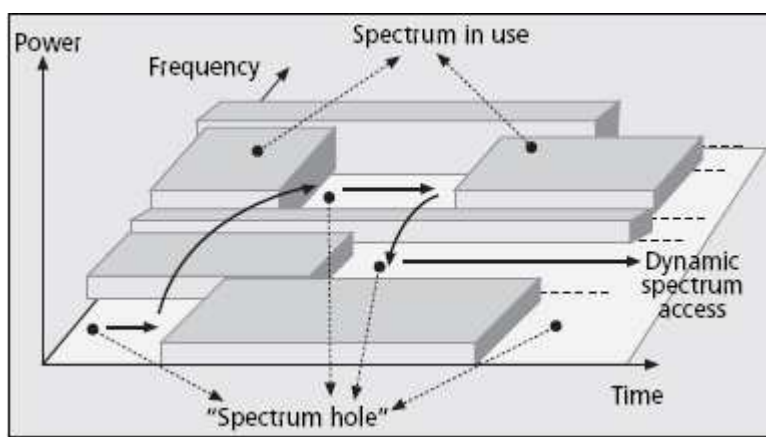


Figura 1: Aprovechamiento de los huecos espectrales en una red inalámbrica cognitiva [2].

En las CN son muchos los problemas a estudiar y que necesitan una solución. Un estudio más amplio y detallado al respecto puede encontrarse en [4]. A continuación, se describen brevemente algunos de los más importantes. Uno de ellos es el sensado del espectro [5]. El sensado permite buscar los huecos espectrales existentes en cada momento. Para ello, se necesita desarrollar técnicas que sean rápidas, adaptativas y fiables [6], [7], con objeto de minimizar el impacto sobre los usuarios con licencia. Para que todo se desarrolle de una forma correcta, es recomendable que toda la red sea conocedora de esa información, por lo que se requiere también un diseño óptimo de los canales de señalización, que es otro problema a resolver, ya que un mal diseño podría suponer un *overhead* excesivo que podría llegar a saturar la red. Por último, otro aspecto fundamental es el estudio de estrategias eficientes de reparto de recursos, ya que es necesario diseñar mecanismos que garanticen el aprovechamiento de los mismos, pretendiendo que se compartan entre usuarios primarios y secundarios proporcionando igualmente la calidad de servicio demandada por todos ellos. Este proyecto se centra, precisamente, en la propuesta de mecanismos para resolver este problema de manera distribuida, lo que

resulta especialmente necesario en el contexto de las redes consideradas en el estudio (*mesh, ad hoc*), donde no siempre puede asumirse la existencia de entidades centrales que se ocupen de dicha labor.

1.3. Metodología de trabajo

Como se ha comentado en el apartado anterior, el objetivo del proyecto es buscar soluciones distribuidas al problema del reparto de recursos (concretamente, la asignación de canales y potencias). Las propuestas planteadas se evaluarán mediante simulación. Para ello, se ha seguido la línea de trabajo de investigaciones ya existentes, basadas en el modelado analítico de la interacción de los usuarios mediante teoría de juegos. Para evaluar las estrategias propuestas mediante simulación, se parte de un simulador previo ya realizado, que se complementa con un modelo más realista de interferencia y con la incorporación de nuevos modelos de juego o algoritmos de aprendizaje (nuevamente, siguiendo las líneas de trabajo de otros grupos [8]).

Para alcanzar el objetivo propuesto en este proyecto se plantean las siguientes fases de trabajo:

- 1) Puesta en contexto con un estudio bibliográfico y actualización continuada de conceptos a lo largo del desarrollo del proyecto.
- 2) Modelado del sistema: perfeccionamiento del simulador ya existente y evaluación de prestaciones.
 - a. Introducción de un modelo de interferencia más realista: Identificación de los problemas que ello conlleva.
- 3) Incorporación de nuevos modelos de juego adaptados al nuevo modelo de interferencia. Evaluación de prestaciones e identificación de nuevos problemas.
- 4) Incorporación de técnicas de aprendizaje. Evaluación de prestaciones.

1.4. Contenido de la memoria

Una vez introducido el contexto en el que se enmarca este proyecto e identificado el objetivo del mismo, la memoria se organiza de acuerdo a los siguientes capítulos:

En los capítulos 2, 3 y 4 se explican los fundamentos teóricos de las herramientas matemáticas utilizadas, así como las propuestas de distintos mecanismos de gestión de recursos radio. En el capítulo 2 se describe la teoría de juegos; en el capítulo 3 se presentan los mecanismos propuestos de gestión de recursos radio y en

el capítulo 4 se incorpora el concepto del aprendizaje en juegos. En la sección 5 se analizan los resultados obtenidos. Finalmente, en el apartado 6 se presentan las conclusiones y líneas futuras.

Además, esta memoria incluye un anexo explicativo acerca del simulador, que detalla de manera simplificada su funcionamiento indicando igualmente su manejo.

Capítulo 2: TEORÍA DE JUEGOS

Esta sección expone todo lo referente a la teoría de juegos desde el punto de vista de las redes inalámbricas cognitivas.

La teoría de juegos es una herramienta matemática que permite modelar y analizar las interacciones entre agentes racionales que toman decisiones, tanto en contextos egoístas como con cierto grado de cooperación. Puesto que los nodos de una red cognitiva compiten por la ocupación oportunista de los recursos y deciden su reconfiguración al respecto, las interacciones entre todos los nodos pueden modelarse mediante esta herramienta [9].

Concretamente, una de las decisiones clave que tienen que realizar los usuarios cognitivos en relación al recurso a ocupar es la elección del par formado por la potencia de transmisión y el canal frecuencial. Esta decisión no es más que un problema de optimización, que podría ser resuelto con la presencia de una entidad central que coordinara dichas decisiones para toda la red. Sin embargo, debido a la naturaleza distribuida de las redes inalámbricas analizadas en este proyecto (redes *mesh* o *ad hoc*) se necesita buscar otro tipo de soluciones. Al carecer de una entidad central, la asignación se realiza gracias a las decisiones individuales de los nodos modeladas mediante juegos.

Capítulo 2: Teoría de juegos

Este proyecto se centra precisamente en resolver la problemática antes comentada. La definición de estrategias de selección de estos parámetros, modeladas mediante teoría de juegos, pretende servir para diseñar mecanismos distribuidos de gestión de recursos.

2.1 Elementos básicos de un juego

De manera formal, un juego se define como la terna $\{N, (A_i), (u_i)\}$ [9], compuesta por:

- Un número finito de jugadores representados por N .
- Un conjunto de acciones o estrategias, representado por A_i , para cada jugador i .
- Una función de utilidad, $u_i: A \rightarrow R$ (donde A representa el conjunto de acciones, $A = \times_{i \in N} A_i$), que mide el beneficio o utilidad obtenida por el jugador i determinada por sus acciones así como las acciones del resto de jugadores.

Definición 1: Juego

Un juego es un modelo de un proceso de decisión interactivo.

Definición 2: Teoría de juegos

La teoría de juegos es una colección de modelos (juegos) y herramientas analíticas utilizadas para estudiar procesos de decisión interactivos.

A continuación, se van a ir introduciendo todos los conceptos relacionados con la teoría de juegos.

2.2 Modelos básicos de juego

En esta sección se van a diferenciar las dos definiciones más habituales en juegos como son “*Normal Form*” y “*Repeated Game*” (juegos repetidos). En los siguientes dos apartados se presentan algunos detalles sobre ellos.

2.2.1 Juegos “Normal Form”

Este tipo de juegos es el modelo más simple y utilizado para describir el proceso de decisión. El juego “*Normal Form*” asume las siguientes reglas:

- Todos los jugadores toman sus decisiones de forma simultánea y sólo toman una decisión.
- Los jugadores tienen información perfecta. Conocen sus propias funciones de utilidad como función del conjunto de acciones, A , y también las funciones de utilidad del resto de jugadores en el juego.

2.2.2 Juegos repetidos

Un juego repetido es una sucesión de juegos, donde cada uno de ellos es un juego “*Normal Form*”. Debido a la repetición del juego, se asume que el juego es síncrono, es decir, que todos juegan a la vez en cada etapa. Gracias al conocimiento creado en el juego (acciones anteriores, expectativas futuras y observaciones en el momento), los jugadores eligen sus estrategias (una en cada paso).

2.2.3 Juegos repetidos con miopía

Esta es una pequeña variación de los juegos repetidos. En lugar de considerar acciones pasadas, expectativas futuras y observaciones en el momento, los jugadores participantes en el juego también pueden comportarse teniendo un cierto grado de “miopía”. En este caso, asumimos que no hay comunicación entre jugadores, tampoco recuerdan eventos pasados ni especulan acerca de eventos futuros. Cada decisión de un jugador con miopía se basa en su observación más reciente del escenario donde se está jugando.

Este proyecto se va a centrar en los juegos repetidos, más en concreto en el último caso de juegos repetidos con miopía. Esto es debido a que se ajustan mejor al contexto de las redes cognitivas. Los nodos van observando el entorno y, paso a paso, tratan de adaptarse a lo observado.

2.3 Juegos no cooperativos y equilibrio de Nash

Un juego no cooperativo es aquel en el que cada jugador solo se preocupa de su propio beneficio e ignora al resto de jugadores, por lo cual intenta elegir la estrategia óptima para maximizar su función de utilidad. Uno de los resultados más utilizados en el contexto de juegos no cooperativos es el llamado Equilibrio de Nash.

El equilibrio de Nash se define formalmente de la siguiente manera:

Definición 3: Equilibrio de Nash

Un equilibrio de Nash en un juego no cooperativo $\{N, (A_i), (u_i)\}$ es un perfil de acciones $a^ \in A$ tal que, para cada jugador $i \in N$ se cumple:*

$$u_i(a_i^*, a_{-i}^*) \geq u_i(a_i, a_{-i}^*) \quad (1)$$

Para todas las $a_i \in A_i$ donde a_i denota la estrategia del jugador i y a_{-i} indica las estrategias del resto de jugadores.

En otras palabras, se puede decir que el juego ha llegado a un equilibrio de Nash cuando ningún jugador puede mejorar su propia utilidad cambiando su estrategia si el resto de jugadores mantienen las suyas. Por lo tanto, el equilibrio de Nash define la estrategia con mejor respuesta (*Best Response*) de cada jugador. El concepto de *Best Response* (regla de decisión) se define en el apartado 2.5.2:

$$a_i^* \in B_i(a_{-i}^*) \quad \forall i \in N \quad (2)$$

B_i se define como la función de mejor respuesta para cada jugador:

$$B_i(a_{-i}) = \{a_i \in A_i : u_i(a_{-i}, a_i) \geq u_i(a_{-i}, a_i')\} \quad \forall a_i' \in A_i \quad (3)$$

Como hemos visto hasta ahora, el equilibrio de Nash es el resultado esperado del juego; pero el problema que ahora nos surge es verificar que dicho equilibrio exista. Además, el equilibrio de Nash no tiene por qué ser único, es más, sólo para ciertos casos especiales se cumple esta propiedad. De hecho, incluso probada su existencia, sigue abierto el problema de cómo alcanzar esta situación de equilibrio. Una forma de intentar llegar a este resultado es permitir a los jugadores ajustar sus estrategias de una forma iterativa basada en las observaciones a lo largo del juego.

Como se ha comentado anteriormente, hay ciertos tipos particulares de juego en los que, por sus características, se puede afirmar que existe el equilibrio de Nash y que se puede converger a él de forma iterativa. Uno de esos casos es el juego potencial, cuyas características se definen a continuación.

2.4 Juegos Potenciales

Debido a sus propiedades (existencia de equilibrio, convergencia) y a su adaptación al contexto de redes cognitivas, los juegos potenciales son ampliamente utilizados en el modelado de redes cognitivas [9]. A continuación, se presenta una definición formal del juego potencial.

Definición 4: Juego Potencial

Un juego $\{N, (A_i), (u_i)\}$ es un juego potencial si existe una función $V: A \rightarrow R$ que cumpla una de las siguientes propiedades:

- $V(a_i, a_{-i}) - V(a'_i, a_{-i}) = u_i(a_i, a_{-i}) - u_i(a'_i, a_{-i})$ (4)
- $\text{sgn}(V(a_i, a_{-i}) - V(a'_i, a_{-i})) = \text{sgn}(u_i(a_i, a_{-i}) - u_i(a'_i, a_{-i}))$ (5)

Para cada $i \in N, a \in A$ y $a'_i \in A_i$, donde sgn es la función de signo.

Si el juego potencial cumple la primera definición se le llama juego potencial exacto (EPG – Exact Potential Game). Si cumple la segunda se le denomina juego potencial ordinal (OPG – Ordinal Potential Game).

De este modo, de acuerdo a la definición, un juego potencial es un tipo de juego caracterizado por la función potencial V y la relación entre ésta y las funciones de utilidad u_i . En el caso concreto de los EPG, que serán los juegos potenciales que van a considerarse en este proyecto, se cumple que las desviaciones unilaterales en la función de utilidad (cambio de u_i de un único jugador, al modificar únicamente éste su estrategia) se traducen en una desviación equivalente en la función potencial (V cambia en la misma medida). Otra propiedad importante es que los equilibrios de Nash son máximos de la función potencial V .

Un juego potencial en el que sus jugadores toman las decisiones mediante una política *Best Response* de forma secuencial (elección de la mejor estrategia posible

frente al perfil observado de sus oponentes) acabará alcanzando el equilibrio de Nash en un número finito de pasos. Además, maximizará la función potencial.

Teniendo en cuenta esta propiedad, si en una red inalámbrica cognitiva podemos modelar el proceso iterativo de decisión de los recursos a utilizar mediante un juego potencial, podremos asegurar la existencia de soluciones de equilibrio. Si además, esta función potencial se corresponde con la función objetivo a maximizar en la red (la utilidad), conseguiremos que jugando dicho juego, se pueda resolver el problema de la asignación de recursos.

2.5 Juegos Repetidos, convergencia al equilibrio

Tal y como se han descrito los juegos repetidos hasta ahora, los nodos presentes en una red van tomando decisiones de forma iterativa. Esta toma de decisiones puede converger o no a una solución concreta que, además, puede ser o no un equilibrio de Nash. Esto dependerá de las reglas que rijan cómo se toman esas decisiones y, por supuesto, del tipo de juego.

En esta sección se van a introducir dos conceptos: en qué orden tomar las decisiones (temporización de decisiones) y con qué criterio decidir (reglas de decisión).

2.5.1 Temporización de decisiones

Un juego repetido consta de múltiples iteraciones. Uno de los problemas que se presentan es decidir cuándo va a actuar cada jugador.

En principio, todas las decisiones que se hacen en cada iteración se realizan simultáneamente. Sin embargo, en redes cognitivas suele ser complicado conseguir dicha sincronización, por lo que se emplean otro tipo de técnicas para decidir en qué orden se toman las decisiones, como es la utilización de juegos repetidos miopes no sincronizados. Lo que nos permite esta técnica es limitar el número de jugadores que pueden actualizar su estrategia en cada paso. Obviamente, hay varias formas de realizarlo. En este proyecto se han utilizado dos de ellas, que se explican a continuación:

- **Round Robin (RR):** En cada ronda actúa un único jugador. Esto implica que ese jugador no volverá a actualizar su estrategia hasta que todos los demás lo hayan hecho, por lo que tendrá que esperar un número de rondas igual al número de jugadores.

- **Asíncrono (AS):** En cada ronda, cada jugador tiene una probabilidad de actualizar su estrategia igual a $1/N$, donde N es el número total de jugadores. Con esta práctica, puede haber varios jugadores cambiando su estrategia en el mismo paso.

2.5.2 Reglas de decisión

En este apartado se van a presentar dos criterios distintos con los que decidir cómo jugar. Son el *Best Response* y el *Better Response*:

Definición 5: Best Response

Una regla de decisión $d_i: A \rightarrow A_i$ es una *Best Response* si cada cambio de estrategia maximiza la utilidad individual manteniendo el resto de jugadores sus estrategias.

$$d_i(a) \in \{b_i \in A_i: u_i(b_i, a_{-i}) \geq u_i(a_i, a_{-i}) \quad \forall a_i \in A_i\} \quad (6)$$

Definición 6: Better Response

Una regla de decisión $d_i: A \rightarrow A_i$ es una *Better Response* si cada cambio de estrategia mejora la utilidad individual manteniendo el resto de jugadores sus estrategias.

$$d_i(a) \in B_i(a) \text{ if } B_i(a) \neq \emptyset \text{ y } d_i(a) = a_i \text{ en caso contrario}$$

$$\text{donde } B_i(a) = \{b_i \in A_i: u_i(b_i, a_{-i}) > u_i(a_i, a_{-i})\} \quad (7)$$

Todas estas definiciones pueden ser trasladadas a los EPG. En un EPG donde existe una función potencial V , tal que $V: A \rightarrow R$, se cumple la siguiente propiedad:

$$\Delta u_i = u_i(a_i, a_{-i}) - u_i(a'_i, a_{-i}) = \Delta V = V(a_i, a_{-i}) - V(a'_i, a_{-i})$$

$$\forall i \in N, \forall a_i, a'_i \in A_i \quad (8)$$

Esta propiedad implica que, si un jugador actúa en cada paso y dicho jugador maximiza (*Best Response*) o mejora (*Better Response*) su utilidad, el proceso convergerá a un equilibrio de Nash sin importar el orden de juego ni las condiciones iniciales.

Por otra parte, si el juego no es potencial o no garantiza la existencia del equilibrio de Nash, no se puede asegurar que jugando repetidamente (RR o AS) se

Capítulo 2: Teoría de juegos

llegue a converger a una solución de equilibrio. Existen ciertas propiedades matemáticas de un juego (no siendo potencial) que nos pueden permitir conocer la posible convergencia. No obstante, dicho análisis matemático no es el objetivo del proyecto. Por el contrario, el objetivo principal es la propuesta de estrategias de juego y su evaluación mediante simulación. Dicha evaluación será la que permita concluir la posible convergencia y existencia de situaciones de equilibrio de acuerdo a los modelos de juego planteados. Más concretamente, los juegos potenciales, serán utilizados como un planteamiento inicial, bastante prometedor (dada la existencia y convergencia al equilibrio) pero que, como se demostrará en el apartado correspondiente, puede resultar complejo y costoso computacionalmente. De este modo, tomando dicho modelo de juego como punto inicial, se plantearán alternativas de las que se verificarán sus prestaciones mediante simulación, siguiendo la estrategia de juego repetido miope de acuerdo a las reglas de juego aquí comentadas.

Para aquellos casos en los que no pueda verificarse la existencia de equilibrio, utilizaremos un tipo de técnicas (técnicas con aprendizaje) que nos permitirán alcanzar otro tipo de soluciones en estos escenarios. Toda esta información se detallará más en profundidad en secciones posteriores.

Una vez introducidos los aspectos clave de la teoría de juegos, a continuación se detalla cómo se ha utilizado esta herramienta matemática para definir los mecanismos distribuidos de gestión de recursos radio, que es el objetivo del proyecto.

Capítulo 3: MECANISMOS DE GESTIÓN DE RECURSOS RADIO MEDIANTE JUEGOS

En este apartado se van a comentar todas y cada una de las soluciones que han sido propuestas para tratar el problema de la asignación de recursos en las redes cognitivas, consideradas en el estudio. Comienza la sección hablando del contexto en el que comenzó el proyecto, se definirán parámetros, se explicará el modelo del sistema así como la evolución que se ha seguido y el porqué de cada uno de los escenarios propuestos.

En esta sección se tratará el grueso del proyecto, que se ha basado en la creación y el estudio de diversas alternativas de gestión de recursos mediante teoría de juegos sin introducir el concepto del aprendizaje, que se introduce en el capítulo siguiente.

Capítulo 3: Mecanismos de gestión de recursos radio

el rango de interferencia se define de manera heurística. Debido a estas características, el *Protocol Model* es muy utilizado como modelo de interferencia de las redes inalámbricas, dada su simplicidad. Esta simplicidad es a su vez su principal limitación, debido a la falta de realismo de los resultados obtenidos, que pueden ser válidos para una primera aproximación.

El *Physical Model* es un modelo de interferencia en el que todo transmisor contribuye al nivel de interferencia en los receptores que actúan en el mismo canal que él. Así, la correcta decodificación de la señal en un enlace depende de la relación señal a ruido e interferencia recibida (*SINR* - *Signal to Interference and Noise Ratio*), y esta depende de la potencia recibida en su receptor y de la interferencia de cualquier otro transmisor en el entorno. Este modelo introduce un mayor grado de complejidad modelando un entorno más realista.

En este caso, una comunicación en un enlace tiene éxito cuando la relación señal a ruido e interferencia supera determinado umbral. En la expresión (9) se muestra dicha condición, donde dado un enlace i entre un par de nodos $i_{TX} \rightarrow i_{RX}$ la ganancia entre el transmisor i_{TX} y el receptor i_{RX} se define como $g_{i,i} = d_{i,i}^{-\gamma}$; siendo $d_{i,i}$ la distancia entre el transmisor y el receptor y γ el índice de pérdidas de propagación o *Path Loss*. De manera análoga, $g_{j,i} = d_{j,i}^{-\gamma}$ representa la ganancia desde el transmisor del enlace j hasta el receptor del enlace i . Asumimos que el enlace i utiliza únicamente un canal f_i . p_i es la potencia de transmisión asignada al enlace i , L_T es el conjunto de todos los enlaces de la red y P_N es la potencia de ruido.

$$SINR_i = \frac{p_i \cdot g_{i,i}}{P_N + \sum_{\substack{j \in L_T \\ j \neq i}} p_j \cdot g_{j,i}} \geq \alpha \quad (9)$$

Con este modelo de interferencia, se asume que cada comunicación ocupa siempre el ancho de banda disponible y que pueden establecerse varias comunicaciones de forma simultánea en un mismo canal siempre y cuando la *SINR* de cada una de ellas sea mayor que el umbral establecido.

El proyecto parte de un estudio previo [11] en el que se empleó el *Protocol Model* como modelo de interferencia para tratar el problema de asignación de potencias y canales en el entorno de las redes inalámbricas cognitivas. Uno de los objetivos es aumentar la complejidad de esta solución previa para darle más realismo y, a partir de allí, proponer soluciones aplicables a escenarios más realistas. Debido a ello, en este proyecto se utilizará el modelo de interferencia *Physical Model*.

3.3. Utilidad de Red

El objetivo final de un mecanismo eficiente de asignación de recursos radio es permitir no sólo que los usuarios individuales consigan la calidad de servicio esperada, sino maximizar cierta Utilidad de Red (UR). Por lo tanto, a la hora de analizar las propuestas de juego que se plantearán a continuación, la principal métrica de evaluación de las prestaciones globales obtenidas debido a la asignación de recursos resultante será dicha utilidad de red. La definición más simple de utilidad es la capacidad agregada del sistema (suma de las capacidades de todos los enlaces establecidos), expresada en la siguiente ecuación:

$$UR = \sum_{\substack{i \in L_T \\ SINR_i \geq \alpha}} C_i \quad (10)$$

Como punto de partida, en este proyecto se ha considerado una definición de capacidad del enlace C_i como la capacidad máxima teórica de acuerdo a la definición de Shannon:

$$C_i = w_{f_i} \times \log_2(1 + SINR_i) \quad (11)$$

Siendo w_{f_i} el ancho de banda del canal utilizado.

No obstante, a lo largo de esta memoria se presentarán las diversas modificaciones introducidas a la función de utilidad, de acuerdo a las distintas definiciones de capacidad de enlace utilizadas para acercarnos cada vez más a lo que sería un escenario real. En apartados posteriores, se explicará el porqué de cada una de las modificaciones realizadas.

3.4. Modelo de juego

En este apartado se explica de manera específica como se aplica la teoría de juegos a las redes cognitivas consideradas.

En nuestro caso, el juego se define de la siguiente manera:

$$\Gamma = \{N, \{S_i\}_{i \in N}, \{u_i\}_{i \in N}\} \quad (12)$$

Donde N es el conjunto finito de jugadores (en nuestro caso serán los enlaces) y $\{S_i\}_{i \in N}$ es el conjunto de estrategias o acciones $S_i = (p_i, f_i)$ (asignación de potencia y canal frecuencial) del jugador i . $u_i: S \rightarrow R$ (donde $S = \times_{i \in N} S_i$) es el conjunto de funciones de utilidad que los jugadores asocian a sus estrategias.

Una vez definido formalmente el juego en el que nos vamos a basar, debemos comentar que lo que cada jugador busca es, de manera totalmente independiente al resto, maximizar su utilidad individual (u_i), que no tiene por qué ser la de la red. Al final, la decisión individual de cada uno de ellos dará como resultado una asignación distribuida de recursos (potencias de transmisión y canales frecuenciales) entre los distintos enlaces, que permitirá obtener una determinada utilidad global de la red, que será lo que habrá que evaluar.

A lo largo del proyecto se han propuesto y evaluado distintas estrategias de juego, específicamente, diversas definiciones de utilidad u_i que se explican a continuación.

3.5. Propuestas de gestión de recursos. Modelos de juego

Como se ha definido antes, lo que el juego modela es el problema de la asignación de canales y potencias de transmisión entre los diversos enlaces de una red inalámbrica cognitiva. Dicha asignación la realiza cada nodo, de manera independiente y como resultado (siempre y cuando se llegue a una solución estable) se obtendrán unas determinadas prestaciones globales (utilidad de red). En lugar de actuar de manera conjunta, cada nodo intenta maximizar su propia u_i , así que la definición de la propia u_i es lo que regula el mecanismo de gestión de recursos. Por lo tanto, a lo largo de este apartado, se van a explicar las propuestas de juego (definición de la u_i de los jugadores o enlaces) que se han planteado para llegar a una solución más o menos óptima valorando las implicaciones que puedan derivarse (información de señalización asociada, posibilidad o no de convergencia, etc.).

3.5.1. Modelo de partida: Juego potencial

Como se ha comentado anteriormente, el proyecto parte de un trabajo previo [11] donde se utilizó el *Protocol Model*. Este trabajo ha sido modificado para adaptarlo al nuevo modelo de interferencia con el que se va a trabajar, el *Physical Model*.

Nuestro modelo de partida es el juego potencial. Como se ha comentado en el apartado 2.4, un juego potencial garantiza la existencia de soluciones de equilibrio, máximos de la función potencial que caracteriza el juego, y a las que se converge siguiendo una estrategia miope de juego repetido basado en *Better/Best response* como regla de decisión. Tal y como se planteaba en el juego originalmente propuesto,

Capítulo 3: Mecanismos de gestión de recursos radio

la definición de la función potencial pretendía relacionarse con la utilidad global de red a maximizar, asegurando así las buenas prestaciones de la propuesta. La adaptación de dicho juego al modelo de interferencia *Physical Model* tiene como resultado la definición de las siguientes funciones:

$$u_i(s_i, s_{-i}) = \sum_{j \in L_T} w_{f_j} \cdot \log_2 \left(1 + \frac{p_j \cdot g_{j,j}}{P_N + \sum_{\substack{m \in L_T \\ m \neq j}} p_m \cdot g_{m,j}} \right) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} u_i(s_i, s_{-i}) = & w_{f_i} \cdot \log_2 \left(1 + \frac{p_i \cdot g_{i,i}}{P_N + \sum_{\substack{m \in L_T \\ m \neq i}} p_m \cdot g_{m,i}} \right) \\ & - \left(\sum_{\substack{j \in L_T \\ f_i = f_j \\ i \neq j}} w_{f_j} \cdot \log_2 \left(1 + \frac{p_j \cdot g_{j,j}}{P_N + \sum_{\substack{m \in L_T \\ m \neq i \\ m \neq j}} p_m \cdot g_{m,j}} \right) \right) \\ & - \sum_{\substack{j \in L_T \\ f_i = f_j \\ i \neq j}} w_{f_j} \cdot \log_2 \left(1 + \frac{p_j \cdot g_{j,j}}{P_N + \sum_{\substack{m \in L_T \\ m \neq j}} p_m \cdot g_{m,j}} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

$$V = \sum_{i \in L_T} w_{f_i} \cdot \log_2 \left(1 + \frac{p_i \cdot g_{i,i}}{P_N + \sum_{\substack{m \in L_T \\ m \neq i}} p_m \cdot g_{m,i}} \right) \quad (15)$$

Las expresiones (13) y (14) son dos versiones del juego potencial (que llamaremos “potencial 1” y “potencial 2”, respectivamente). La función de utilidad del juego potencial 1 es la forma más sencilla, que consiste en asignar directamente a la utilidad la función potencial del juego. La función de utilidad del juego potencial 2 es una adaptación de la utilidad anterior, pero manteniendo la misma V . La expresión (14) representa la intención de maximizar la utilidad propia de cada enlace restándole el efecto negativo que su transmisión puede tener sobre otros jugadores. El segundo

término de la expresión implica el incremento de las capacidades del resto de enlaces si el enlace transmisor no estuviera activo, y se calcula como la diferencia entre las capacidades con y sin el enlace que estamos tratando. Estos valores sólo deben ser calculados si se transmite en el mismo canal. El término que representa que el enlace no esté activo no debe ser recalculado para cada estrategia, ya que es independiente de ella.

Como ya se ha explicado previamente, un juego potencial converge a un equilibrio de Nash y las soluciones de equilibrio maximizan la función potencial (15) que, tal y como ha sido definida, es equivalente a la capacidad total de la red (utilidad de red). No obstante, el juego potencial con el que estamos tratando requiere información global (potencias de transmisión de cada enlace y las pérdidas de propagación entre enlaces de la red). Esta gran cantidad de información que se necesita puede ser un gran inconveniente a la hora de implementar esta solución sobre un sistema real, en el que debería minimizarse la carga de señalización. Para abordar este problema, a continuación se plantean diversas técnicas para reducir la información de señalización necesaria.

3.5.2. Alternativas propuestas para reducir la información necesaria

- Juego local

La primera aproximación que vamos a considerar para reducir la información de señalización es considerar jugadores completamente egoístas, para los que la u_i se definirá como la capacidad del propio enlace sin compensar el efecto sobre el resto de enlaces en la red (16). De este modo, la información relativa a los mismos ya no será necesaria.

$$u_i(s_i, s_{-i}) = w_{f_i} \cdot \log_2 \left(1 + \frac{p_i \cdot g_{i,i}}{P_N + \sum_{\substack{m \in L_T \\ m \neq i}} p_m \cdot g_{m,i}} \right) \quad (16)$$

El juego local ha dejado de ser potencial. Esto implica que ya no puede asegurarse la existencia de un equilibrio, y mucho menos su convergencia. No obstante, la simplicidad de la solución, sin carga alguna de señalización, puede resultar atractiva, por lo que esta alternativa será analizada y se tendrá en cuenta en futuras aproximaciones, como se detallará en el apartado correspondiente. En el apartado de resultados se verificarán los aspectos relativos a equilibrio y convergencia.

- Definición del conjunto de enlaces vecinos

Como sabemos, el juego potencial, gracias a sus propiedades matemáticas, garantiza la convergencia al equilibrio de Nash; sin embargo, presenta el importante inconveniente de la gran cantidad de información que requiere.

El juego local, que podría ser una solución interesante debido a su simplicidad, no garantiza la convergencia, como se mostrará en el apartado de resultados. Como alternativa al juego local, se ha planteado una variación del juego potencial manteniendo la filosofía comentada en la sección 3.5.1 (compensar el efecto negativo sobre los enlaces a los que se interfiere); pero con una menor carga en la información de señalización requerida.

Se definirá un conjunto de vecinos de señalización (vecinos a k saltos), menor que el total de nodos en la red, entre los que se limitará el intercambio de información. La idea es similar a la del *Protocol Model*, ya que se desprecia el impacto sobre los enlaces lejanos. Al limitar el número de enlaces que cada nodo tendrá en cuenta en el cálculo de su u_i , se reduce la información necesaria, manteniendo cierta aproximación a su valor real.

El conjunto de vecinos de señalización define qué nodos van a intercambiarse la información. El conjunto total de enlaces L_T descrito en la expresión (14), quedará reducido a un conjunto L_k , como se muestra en la nueva función de utilidad en la expresión (17). Como refleja dicha expresión, a la hora de compensar el efecto sobre el resto de nodos de la red, sólo se consideran nodos afectados aquellos dentro del conjunto L_k . No obstante, hay que destacar que los sumatorios que reflejan el valor de la interferencia sufrida por cada enlace recorren el conjunto completo L_T , ya que dicha interferencia se considera un valor detectado por cada receptor (y por tanto intercambiando dentro de la información de control).

$$u_i(s_i, s_{-i}) = w_{f_i} \cdot \log_2 \left(1 + \frac{p_i \cdot g_{i,i}}{P_N + \sum_{\substack{m \in L_T \\ m \neq i}} p_m \cdot g_{m,i}} \right) - \left(\sum_{\substack{j \in L_k \\ f_i = f_j \\ i \neq j}} w_{f_i} \cdot \log_2 \left(1 + \frac{p_j \cdot g_{j,j}}{P_N + \sum_{\substack{m \in L_T \\ m \neq j}} p_m \cdot g_{m,j}} \right) - \sum_{\substack{j \in L_k \\ f_i = f_j \\ i \neq j}} w_{f_i} \cdot \log_2 \left(1 + \frac{p_j \cdot g_{j,j}}{P_N + \sum_{\substack{m \in L_T \\ m \neq j}} p_m \cdot g_{m,j}} \right) \right) \quad (17)$$

El conjunto de enlaces vecinos, L_k , está definido como aquellos enlaces cuyo transmisor está a un número determinado de saltos k del receptor del enlace que estamos tratando. Cuanto mayor sea el número de saltos, mayor será el número de enlaces vecinos y, por tanto, mayor será la información a tratar y la complejidad aumentará; pero también los resultados se aproximarán más al juego potencial. Es por ello, que el considerar un número acertado de saltos es vital para el tratamiento de este problema. En el apartado de resultados lo analizaremos.

3.5.3. Modelado más realista

Como hemos venido comentando a lo largo de la memoria, uno de los objetivos del proyecto es ir introduciendo un mayor grado de realismo en el modelado del sistema. Es por ello que, basándonos en las alternativas planteadas hasta ahora, se van a introducir pequeños cambios para acercarnos a esta meta.

- Decisión basada en el cumplimiento de la restricción de SINR

Se ha comentado que el cumplimiento de la *SINR* condiciona la satisfacción del usuario en el juego, por lo tanto, parece lógico incluir dicha condición en la evaluación de la utilidad de cada enlace. Hasta ahora, la utilidad u_i se calculaba en función de la capacidad máxima teórica de Shannon (11), para todo valor de la *SINR*. En realidad, cuando la *SINR* está por debajo de un cierto umbral (tal y como se definió en el apartado 3.1), la capacidad obtenida no tiene ningún significado lógico, ya que el enlace no se puede establecer. Por lo tanto, desde un punto de vista de implementación real, considerar no establecer el enlace será la decisión más acertada, ya que de esta manera se anula la interferencia que podría crear al resto de enlaces de la red. De hecho, una asignación de recursos en la que hay enlaces con una *SINR* menor que la umbral lo que realmente indica es que, dada la capacidad máxima de la red, no es posible mantener activos todos los enlaces garantizándoles a todos sus prestaciones.

De este modo, el objetivo principal de esta alternativa es limitar el número de enlaces que van a transmitir, precisamente para ajustarse al número de enlaces que realmente pueden transmitir correctamente de acuerdo a la capacidad máxima de la red. Para ello, la *SINR* umbral establece la condición mínima necesaria en términos de la relación de la señal con el ruido y la interferencia para que la transmisión sea aceptada. Los enlaces que no cumplan esta *SINR* umbral con ninguna de las estrategias de juego no transmitirán, actualizando su potencia de transmisión a cero. Con esta variación, se consigue que un enlace que no tenga unas condiciones mínimas para

Capítulo 3: Mecanismos de gestión de recursos radio

realizar una transmisión no la haga, evitando que interfiera al resto de enlaces que se sitúan en el mismo canal que él.

Esta modificación puede incluirse en cualquiera de los juegos propuestos anteriormente (potencial, con información limitada a vecinos o local) modificando adecuadamente la función de utilidad u_i . En todos los casos, la inclusión de la $SINR$ en el proceso de decisión pretende añadir un cierto grado de cooperación: si no se puede conseguir la capacidad individual de un enlace, el hecho de no transmitir puede mejorar la calidad del resto de enlaces. Esta cooperación puede resultar especialmente interesante en el caso del juego local, ya que estamos reduciendo el egoísmo de este juego sin introducir información de señalización adicional. Una manera de introducir esta modificación es definir la función de utilidad como:

$$u_i(s_i, s_{-i}) = \begin{cases} -1 & 0 < SINR_i < \alpha \\ w_{f_i} \times \log_2(1 + SINR_i) & SINR_i \geq \alpha \end{cases} \quad (18)$$

Esta expresión muestra la utilidad de un enlace incluyendo la condición de la $SINR$ umbral, α en la expresión (18). Si el enlace supera dicha $SINR$ umbral, calculará su utilidad con la fórmula de la capacidad de Shannon, si por el contrario, no alcanza la $SINR$ necesaria, se le penalizará con el valor -1, que implica que es mejor que no transmita a que lo haga con una potencia que no le permite superar la $SINR$ umbral. Este valor de penalización sólo tiene efecto en términos de decisión a la hora de jugar y no como utilidad real. Es decir, un jugador (enlace), que implementa una *Better/Best Response* como regla de decisión, nunca elegirá una estrategia con una potencia de transmisión que implique no superar la $SINR$ umbral. Obviamente, si no puede utilizar ninguna potencia, a la hora de elegir la estrategia a jugar, deberá optar por no transmitir ($p_i = 0$), que es lo mejor en términos globales. Esto, tendrá como consecuencia que su capacidad individual real sea 0 (no -1).

- Redefinición de capacidad: niveles de modulación

Hasta ahora, calculábamos la utilidad de los enlaces en términos de capacidad, expresada mediante el límite teórico definido por la fórmula de Shannon. Sin embargo, en un sistema real, la tasa de transmisión viene dada por un conjunto discreto de valores, dependientes básicamente de la modulación y la codificación del canal que garantice una tasa de error en el bit ($BER - Bit Error Rate$) determinada para la $SINR$ con la que se trabaja.

Capítulo 3: Mecanismos de gestión de recursos radio

Vamos a intentar introducir esta discretización en la capacidad de una manera sencilla, manteniendo la relación con la definición de la capacidad de Shannon utilizada hasta ahora. Para ello, aplicamos la ley de Hartley, que establece la capacidad máxima que se puede conseguir para un número determinado de niveles en una modulación, M_i :

$$C_i \leq 2 \cdot w_{f_i} \cdot \log_2(M_i) \quad (19)$$

A partir de esta expresión y de la capacidad teórica de Shannon descrita en (11), asumiendo que el número de niveles de modulación debe ser una potencia de dos, el máximo valor permitido para M_i para una determinada $SINR_i$, se obtiene como muestra la siguiente expresión:

$$M_i = 2^{\lceil \log_2(1+SINR_i)/2 \rceil} \quad (20)$$

El valor mínimo para M_i es $M_{min} = 2$. Fijando el valor de $M_{máx}$, quedan definidas el conjunto de capacidades para cada enlace. En nuestro caso, se ha considerado un valor $M_{máx} = 256$. Esto implica que tenemos 8 niveles de modulación cuyos valores serán los siguientes: $M = 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$ y 256 . De este modo, la utilidad de la red, como capacidad agregada, se calculará mediante la expresión:

$$UR = \sum_{\substack{i \in L_T \\ SINR_i \geq \alpha}} 2 \cdot w_{f_i} \cdot \log_2(M_i) \quad (21)$$

- Redefinición de capacidad: Enlaces establecidos

Continuando con nuestro objetivo de redefinir el concepto de capacidad para que vaya adoptando connotaciones cada vez más realistas, proponemos una nueva forma de calcularla, consistente en contabilizar el número de enlaces que están activos.

Capítulo 3: Mecanismos de gestión de recursos radio

Esta definición de utilidad de red puede ser útil en aplicaciones con demandas de tasa fija (como puede ser el caso de servicios de voz sobre *IP – VoIP*). En estas aplicaciones, el único requerimiento es establecer el enlace con una *SINR* mayor que la umbral. En este caso, la capacidad del enlace i puede definirse directamente como $C_i = 1$, indicando que el enlace está establecido. Por lo tanto, la capacidad total de la red se contabilizará como el número de enlaces activos, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$UR = \sum_{\substack{i \in L_T \\ SINR_i \geq \alpha}} 1 \quad (22)$$

Una vez introducida esta nueva definición de capacidad, es importante considerar que, a la hora de evaluar las prestaciones de la red, puede ser interesante medir tanto el número de enlaces activos como la capacidad total del sistema, independientemente de la capacidad utilizada en la definición de utilidad de cada enlace. Obviamente, si el objetivo es la maximización de la capacidad, el número de enlaces activos no tiene por qué ser el óptimo, y más todavía si lo comparamos con el caso en el que sí que buscamos maximizar los enlaces activos. Sin embargo, ambos valores son medidas que deberían ser consideradas a la hora de evaluar las prestaciones del sistema (podría considerarse en el futuro ponderar diversos criterios de maximización, o diferenciar las utilidades de los enlaces de acuerdo a las aplicaciones demandadas en cada uno de ellos). Por esta razón, se considerarán ambas para valorar los distintos resultados que se presentarán en el capítulo 5.

Como ya se ha ido introduciendo al explicar las distintas propuestas de juego, sólo en el caso de un juego potencial se puede garantizar la convergencia al *NE*. Para el resto de casos, la evaluación por simulación servirá para verificar o no dicha convergencia. Sin embargo, aquellos juegos para los que no existe un equilibrio puro de Nash, pueden converger a otro tipo de soluciones (equilibrio mixto, equilibrio correlado). Para estos casos, es posible que técnicas como el *Better* o *Best Response* no sean suficientes. Es por ello que en este contexto se plantean las técnicas de aprendizaje multi-agente [12], [13]. En el siguiente apartado consideraremos la incorporación de aprendizaje al juego, lo que puede ser de utilidad para mejorar las prestaciones, principalmente en el caso del juego egoísta.

Capítulo 4: APRENDIZAJE EN JUEGOS

El aprendizaje multi-agente (*Multi-Agent Learning, MAL*) [12], [13] estudia la interacción de distintos agentes presentes en un entorno cambiante que, desde la perspectiva de un único agente, incluye el comportamiento de sus oponentes. Los agentes ajustan su comportamiento gracias a algoritmos que aprenden de la experiencia previa (medida a través de cierta recompensa o “*reward*”). Aunque la perspectiva de *MAL* proviene de un campo de investigación diferente al que estamos tratando (comunidad científica en inteligencia artificial), puede relacionarse con la teoría de juegos [12]. De hecho, existen un gran número de estudios realizados relacionados con el cálculo del equilibrio desde el punto de vista del aprendizaje.

En este contexto, las técnicas de aprendizaje denominadas “*no-regret*” [14] presentan ciertas propiedades que permiten converger a soluciones que van más allá del equilibrio de Nash (“*coarse correlated equilibria*”). A continuación se explicará con más detalle.

En este apartado se explicarán primero los conceptos básicos de aprendizaje en juegos cuya aplicación se ha considerado en este proyecto. Más tarde, se describirá la propuesta de aplicación para mejorar el comportamiento de los juegos que no garantizan la convergencia al *NE* (egoístas o locales).

4.1. Definición de *Coarse Correlated Equilibrium*

Hasta ahora sólo se había definido un tipo de equilibrio: el equilibrio de Nash. Este es el equilibrio más usado en teoría de juegos y se define como un perfil de acciones fijo para el cual, todo agente que juega y elige la estrategia de dicho perfil, no tiene ningún incentivo para desviarse de él.

En esta sección se plantea un nuevo tipo de equilibrio en el que las estrategias no se definen como acciones concretas, sino que son definidas como distribuciones de probabilidad en el espacio de acciones (estrategias mixtas). En este caso, el juego consistirá en elegir aleatoriamente una acción para jugar. Por lo tanto, una solución de equilibrio se definirá como la distribución de probabilidades con la que cada uno decide jugar y respecto a la que, como en el *NE*, no hay ningún incentivo para desviarse (no hay otra distribución de probabilidades mejor).

Anteriormente se ha definido un juego como la terna $\{N, (S_i), (u_i)\}$ (apartado 2.1). Para el caso que nos compete ahora, deberemos definir un nuevo juego, llamado juego repetido con estrategias mixtas, definido como $\{N, (S_i), (u_i), (Q_i)\}$, compuesta nuevamente por:

- Un número finito de jugadores representados por N .
- Un conjunto de acciones, representado por S_i , para cada jugador i .
- Una función de utilidad, $u_i: S \rightarrow R$.
- Un conjunto de estrategias mixtas del jugador i sobre su conjunto S_i , Q_i . $q_i \in Q_i$ representará la probabilidad de elegir la estrategia $s_i \in S_i$ en cada paso del juego repetido.

Para aquellos juegos en los que no existe un *NE* puro, pueden existir otros tipos de equilibrio basados en estrategias mixtas [13], [15]. A continuación, se va a definir uno de los equilibrios más utilizados en estrategias mixtas, como es el *Coarse Correlated Equilibrium*.

Definición 7: Coarse Correlated Equilibrium (CCE)

Un equilibrio Coarse Correlated se define como una distribución de probabilidades $\pi_i = (\pi(s^{(1)}), \dots, \pi(s^{(|S|)}))$ sobre el conjunto de acciones $S = s^{(1)}, \dots, s^{(|S|)}$, con $\pi(s^{(n)})$ siendo la probabilidad de observar el conjunto de acciones $s^{(n)}$ que satisface: $\forall i \in N$ y $\forall s'_i \in S_i$,

$$\sum_{s_{-i} \in S_{-i}} u_i(s'_i, s_{-i}) \pi_{-i}(s_{-i}) \leq u_i(s_i, s_{-i}) \pi(s_i, s_{-i}) \quad (23)$$

Donde $\pi_{-i}(s_{-i})$ representa la distribución de probabilidad marginal de todos los jugadores excepto del i , y viene dada por:

$$\pi_{-i}(s_{-i}) = \sum_{s_i \in S_i} \pi(s_i, s_{-i}) \quad (24)$$

En otras palabras, un CCE implica que, la distribución de probabilidades Q_i de cada jugador, da como resultado una distribución de probabilidades $\pi_i(S)$ sobre los perfiles de soluciones (acciones conjuntas) y que, si se juega de acuerdo a dicho perfil observado (por ejemplo, aprendido), no hay incentivo para desviarse.

4.2. Incorporación de aprendizaje *no-regret* sobre los juegos propuestos

Los algoritmos de *no-regret learning* son estrategias probabilísticas de aprendizaje en las que los jugadores exploran el espacio de acciones jugando las mismas con una probabilidad distinta de cero. A partir de allí, se incrementa la probabilidad de las estrategias que proporcionan mejores resultados (mayor utilidad).

Este tipo de algoritmos converge al conjunto de equilibrios *Coarse Correlated* [14], que incluso pueden proporcionar mejores resultados que el *NE*. Por lo tanto, su aplicación sobre los juegos que no convergen al *NE* puede ser útil. Concretamente, como ya se ha comentado anteriormente, el juego egoísta puede tener problemas para converger al *NE* (como se demostrará en el apartado correspondiente de

Capítulo 4: Aprendizaje en juegos

resultados). Es por ello que se plantean nuevas alternativas para, en lugar de alcanzar el *NE*, llegar a un equilibrio *Coarse Correlated* basado en un juego de estrategias mixtas.

La incorporación del aprendizaje se realizó después de la evaluación inicial de las propuestas planteadas anteriormente. La utilización del aprendizaje se consideró una vez constatada la falta de convergencia para soluciones locales (egoísta) que, sin embargo, podrían resultar más atractivas en escenarios distribuidos con señalización limitada. Por ello, las propuestas que se plantean a continuación, no se aplican sobre el juego potencial (que converge al *NE*).

Las estrategias mixtas se definen asignando un peso o probabilidad a cada acción dentro del conjunto S_i de cada enlace. El algoritmo de aprendizaje calculará y adaptará los pesos de acuerdo a los resultados que cada acción presente en las distintas etapas del juego repetido.

El algoritmo empleado para calcular los pesos fue originalmente desarrollado por *Freund y Shapire* [8], [16]. En concordancia con ello, la ecuación de actualización de los pesos corresponde con la expresión siguiente:

$$q_i^{t+1}(s_i) = \frac{(1 + \beta)^{U_i^t(s_i)}}{\sum_{s'_i \in S_i} (1 + \beta)^{U_i^t(s'_i)}} \quad (25)$$

En esta ecuación, definimos los siguientes términos:

- $q_i^{t+1}(s_i)$ representa el peso de la estrategia s_i del enlace i en el instante $t + 1$.
- $U_i^t(s_i)$ representa la utilidad acumulada obtenida por el enlace i hasta el instante t eligiendo la estrategia s_i :

$$U_i^t(s_i) = \sum_{st=1}^t u_i(s_i, S_{-i}^{st}) \quad (26)$$

La función mostrada en (25) representa el peso de la estrategia s_i del enlace i en el instante $t + 1$. El peso depende directamente de la utilidad acumulada por dicha estrategia hasta el instante t . β es un parámetro cuya única condición es que sea mayor que cero. El denominador de la expresión representa el sumatorio

perteneciente a todas las estrategias del enlace, que nos permitirá que el peso pueda ser tratado como una probabilidad, ya que su valor estará comprendido entre 0 y 1.

Los pesos de cada estrategia deben ser actualizados en cada iteración del juego, aunque esa estrategia no se haya jugado. Dicha actualización es posible dado que consiste en calcular la utilidad que se obtendría si se realizara esa acción, aunque no sea así. En el juego puro se evaluaba dicho valor para decidir específicamente la acción a jugar (*Better* o *Best Response*). Cada enlace es capaz de medir la u_i sin necesidad de ejecutar la acción.

De acuerdo a la definición de los pesos (25), aquellas acciones que proporcionan más utilidad se ponderan con un peso mayor en la estrategia mixta. Este modo de funcionamiento puede generar algún problema al aplicarlo a los escenarios realistas propuestos (capacidad discreta o utilidad medida por activación del enlace). A continuación, se describe concretamente esta particularidad y se propone una modificación del juego para solucionar el problema.

4.3. Ajuste de la potencia de transmisión

La diferencia entre el juego potencial y local radica, principalmente, en la cooperación entre los nodos, que se incluye directamente en la propia definición de la utilidad individual. Esta falta de cooperación en el juego local puede dificultar llegar a una situación de equilibrio estable, como ya se ha venido comentando. Por el contrario, al introducir el concepto del aprendizaje, se añade cierto grado de cooperación que facilita la convergencia: la probabilidad para utilizar una acción viene determinada por la utilidad acumulada observada, dependiente del entorno, es decir, de lo que hacen el resto de agentes.

De esta manera, para llegar a una solución próxima al óptimo, lo esperable sería conseguir que los pesos reflejaran la importancia de aquellas acciones que dan mejores resultados globales. Sin embargo, para las funciones de utilidad del juego local basadas en la capacidad discreta y en la activación de enlaces, existen varias estrategias que se valoran con la misma utilidad, independientemente del efecto sobre el resto, por lo que estamos ante una “mala” cooperación, lo que genera pesos equivalentes y la consecuente oscilación entre acciones que, como resultado, podrían llegar a converger a una utilidad media global que no fuera la máxima.

Comenzamos describiendo el problema real para el caso en el que la capacidad se describe como el número de enlaces activos.

Capítulo 4: Aprendizaje en juegos

Se ha considerado que un enlace estará activo (utilidad igual a 1), si supera una determinada *SINR* umbral. Como cada enlace tiene distintas potencias de transmisión que puede elegir, en el momento en el que con una de ellas supere dicha *SINR* umbral, con el resto de potencias superiores también lo hará. Sin embargo, con cualquier valor de esas potencias, la utilidad percibida por el usuario será la misma (igual a 1) y, por lo tanto, no habrá diferenciación en la ponderación de los pesos. Además, si el enlace elige transmitir con una potencia mayor que la primera que le permite estar activo, creará una mayor interferencia al resto de enlaces, con lo que la utilidad global de la red será menor.

Una buena solución para ponderar de una manera más ajustada el objetivo real del juego (asignación de recursos óptima) es penalizar la utilidad obtenida por un enlace si para ello necesita una potencia alta. Esto se consigue haciendo depender la utilidad de la potencia utilizada.

El problema en el caso de la definición de la capacidad discreta es muy similar. En este caso, en lugar de tener utilidades 0 y 1, tenemos varios resultados posibles, correspondientes a los niveles discretos de capacidad; pero, igualmente, puede darse el caso de que dos niveles de potencia nos den la misma utilidad. Como en el caso anterior, debemos penalizar el peso de la estrategia que dando la misma capacidad, utiliza una mayor potencia de transmisión.

En este caso, la solución será un poco más compleja de implementar, porque en ningún caso una potencia que dé una capacidad superior tiene que ser considerada peor que una potencia más baja que dé un resultado inferior en términos de capacidad.

A continuación se presentan las modificaciones a la función de la utilidad individual, utilizada para calcular la utilidad acumulada a lo largo del tiempo, expresada en (26).

$$u_i(s_i, s_{-i}) = \frac{1}{j+1} \quad (27)$$

La expresión (27) representa la utilidad para el caso de los enlaces activos, pero corregida con el índice j .

La potencia de transmisión toma valores discretos desde $p[0]$ hasta $p[N_p - 1]$, con $0 \leq j < N_p$, siendo $p[j] = p_i$ (potencia de transmisión del enlace i). Por lo tanto, este índice j es directamente proporcional a la potencia de transmisión.

Capítulo 4: Aprendizaje en juegos

El caso de la capacidad discreta es bastante menos simple. Como primer paso, hay que calcular la diferencia entre el valor de capacidad del nivel en el que nos encontramos y el nivel anterior. A esta diferencia la llamaremos DIF :

$$DIF = 2 \cdot w_{f_i} \cdot \log_2(M_i) - 2 \cdot w_{f_i} \cdot \log_2(M_{i-1}) \quad (28)$$

Una vez calculada esta diferencia y, asumiendo que tenemos N_p niveles de potencia, la utilidad corregida para este caso será:

$$u_i(s_i, s_{-i}) = 2 \cdot w_{f_i} \cdot \log_2(M_i) - \left(\frac{j \cdot DIF}{N_p} \right) \quad (29)$$

De esta expresión se puede observar que, cuanto mayor sea la potencia de transmisión, mayor será el factor de corrección y, por lo tanto, menor será la utilidad acumulada.

Por último, en la tabla 1 se presenta un resumen con estas expresiones, donde podemos ver una comparativa de la contribución de cada acción a la utilidad, para el caso de la capacidad discreta y los enlaces activos, con y sin corrección de potencia.

Tabla 1: Comparativa de utilidades para las estrategias de EA y CD sin y con corrección de potencia.

	Sin Corrección de Potencia	Con Corrección de Potencia
Enlaces Activos	1	$\frac{1}{j+1}$
Capacidad Discreta	$2 \cdot w_{f_i} \cdot \log_2(M_i)$	$2 \cdot w_{f_i} \cdot \log_2(M_i) - \left(\frac{j \cdot DIF}{N_p} \right)$

El siguiente apartado corresponde a los resultados, donde se analiza la eficiencia de todas y cada una de las alternativas propuestas hasta el momento.

Capítulo 5: ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección se va a presentar un informe detallado de los resultados que se han obtenido a lo largo del proyecto con cada una de las alternativas de juego y aprendizaje que se han propuesto en los apartados anteriores. Todas las alternativas se han evaluado mediante simulación.

5.1. Descripción del escenario de simulación

Como entorno de simulación se ha modificado un simulador ya existente implementado en C++, incorporando tanto el nuevo modelo de interferencia (*Physical Model*) como las diversas alternativas de juego y aprendizaje propuestas. En el Anexo A se explica cómo se ha implementado dicho simulador, detallando un breve manual de uso.

Los distintos juegos han sido evaluados en escenarios con distintos tamaños y distintas densidades de enlaces, obteniendo resultados análogos. Debido a ello, y por claridad, en la memoria sólo presentaremos los resultados del escenario que se detalla a continuación (salvo en un apartado en el que demostraremos la escalabilidad de los resultados). La red consiste en un conjunto de 200 nodos distribuidos aleatoriamente en un área cuadrada de 2,4 Km de lado. Se han considerado varios números de enlaces (jugadores), desde 50 hasta 400. El número total de canales se ha fijado en 10, sin

Capítulo 5: Análisis de resultados

embargo, los nodos sólo detectan como disponibles un subconjunto limitado, expresado como un conjunto aleatorio de canales (de 3 a 8) diferenciado por zonas de 100 m × 100 m. La potencia máxima, $P_{m\acute{a}x}$, es 20 dBm. La potencia de transmisión ha sido discretizada en $Q = 16$ niveles. El coeficiente de pérdidas por propagación es $\gamma = 4$, y, por simplicidad, el ancho de banda que ocupa cada canal, w_{fi} se ha normalizado a 1. La $SINR$ umbral es 10 dB. El rango de transmisión máximo se ha fijado en 250 metros, por lo tanto, la potencia de ruido, P_N , será -85,9 dBm.

A continuación, se enumeran todas y cada una de las propuestas que se han realizado, así como las siglas con las que las identificaremos en los siguientes apartados donde se presentarán sus resultados:

- a) Capacidad continua de acuerdo a la fórmula de Shannon (CC).
- b) Aproximación al juego potencial sin información global basada en la estrategia del conjunto de enlaces vecinos (EV).
- c) Inclusión de la $SINR$ umbral en el proceso de decisión ($SINR$).
- d) Discretización de la capacidad (CD).
- e) Enlaces establecidos (EA).
- f) Juego con aprendizaje (AP)

Los resultados que se van a presentar se han obtenido mediante el cálculo de la media de 100 simulaciones por cada estrategia. El juego se ha desarrollado hasta alcanzar un NE . En la mayoría de los casos, se ha establecido un número máximo de pasos (10000) para terminar la simulación, en el caso de que el juego no llegara a converger. Como se especifica en los apartados correspondientes, en situaciones puntuales se ha extendido la simulación para verificar la no convergencia. Los jugadores han seguido la regla de decisión del *Best Response* con los dos métodos de temporización (*Round Robin* – RR y asíncrono – AS) comentados en el apartado 2.5.1. En el caso del juego con aprendizaje, se ha aumentado el número máximo de pasos, ya que su convergencia es más lenta y, debido a ello, sólo se ha utilizado el método *Round Robin*. También se incluirá como referencia el resultado de las simulaciones realizadas con un algoritmo genético (GA – *Genetic Algorithm*), utilizado como método heurístico de optimización centralizada para validar las propuestas. Los parámetros de simulación configurados en este caso se especifican en la tabla 2. Un breve resumen de la utilización de dicho algoritmo se detalla en el anexo A.

Tabla 2: Parámetros en las simulaciones del algoritmo genético.

Parámetro	Valor
Tamaño de la población	1000
Número máximo de generaciones	20000
Número de variables	$2 \times L(p_i, f_i)$
Proporción de reemplazo	0.9
Método de selección	<i>Tournament with replacement</i> , tamaño 500
Probabilidad de cruce / método	0.9 / <i>Simulated binary</i> (probabilidad de intercambio de gen 0.5, orden del polinomio 10)
Probabilidad de mutación / método	0.1 / selectiva
Restricciones sobre las variables	<i>Tournament</i> , Se verifica, para cada x_i si $SINR_i(x) < \alpha \Rightarrow p_i = 0$

5.2. Métricas de evaluación

Para evaluar las distintas propuestas se han considerado diversas métricas, tal y como se especifica a continuación:

- **Capacidad agregada:** Como su propio nombre indica, indicará la capacidad total de la red, suma de las capacidades individuales de los enlaces.
- **Número de enlaces activos:** Mostrará el número de enlaces que se han establecido en la red, considerados como aquellos con una $SINR_i$ mayor que la $SINR$ umbral.
- **Convergencia:** Se mostrarán el número de iteraciones necesarias para llegar al equilibrio, en el caso de que se alcance.

5.3. Evaluación de las prestaciones de las distintas propuestas

Como hemos comentado, en este apartado vamos a analizar los resultados conseguidos con cada una de las alternativas que se han ido proponiendo en las secciones anteriores de esta memoria.

La presentación de resultados responde a la secuencialidad seguida en el proyecto, desde el escenario de referencia (inclusión del *Physical Model* en el simulador previo), la evaluación de las propuestas iniciales para reducir la información de señalización, la introducción de mayor realismo y la incorporación de mecanismos de aprendizaje.

Capítulo 5: Análisis de resultados

5.3.1. Juego potencial de referencia (CC). Valoración de la propuesta de juego local

En este apartado se considera como punto de partida el juego potencial basado en la capacidad teórica de Shannon. Dicho juego de referencia se compara con la primera de las propuestas planteadas para reducir la carga de señalización asociada, es decir, con el juego local o egoísta, basado únicamente en maximizar individualmente la capacidad de cada enlace.

En esta sección se van a comparar las tres estrategias posibles: el juego potencial, representado por las funciones potencial 1 y potencial 2 (explicadas en el apartado 3.5.1) y el juego local.

Todas las estrategias simuladas se han analizado considerando las dos variantes de temporización (RR y AS). Las prestaciones obtenidas se comparan con el resultado de referencia obtenido mediante el método heurístico de optimización basado en GA.

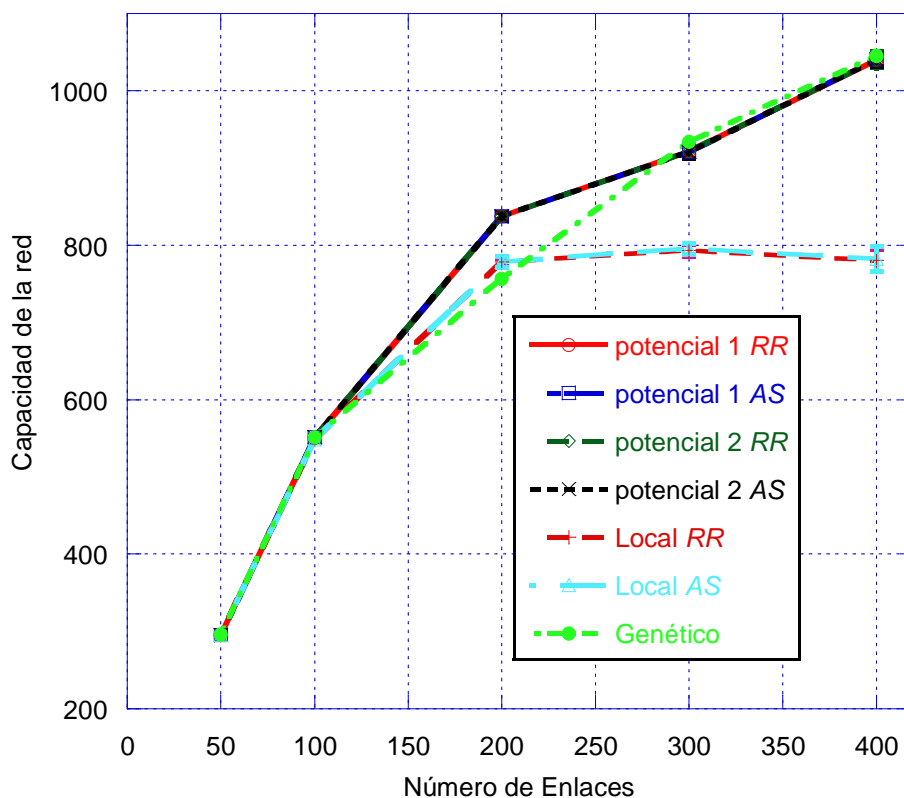


Figura 3: Comparativa de la capacidad continua agregada con las estrategias de juego potencial y local.

La figura 3 representa la capacidad agregada resultante de cada una de las estrategias con los dos métodos de temporización posibles. En esta gráfica podemos observar cómo las estrategias del juego potencial (potencial 1 y potencial 2) presentan

mejores resultados que el juego egoísta o local. También observamos que los métodos de temporización no suponen diferencia alguna en el valor del equilibrio en términos de utilidad. Las dos versiones del juego potencial, como ya se describió en el apartado 3.5.1, se corresponden en realidad con la misma función potencial, lo que se constata comprobando la igualdad de los resultados.

Hay que destacar que, en el caso del juego local, los resultados muestran los valores medios en aquellos escenarios en los que se ha alcanzado el equilibrio. A diferencia del juego potencial, el juego local no garantiza la existencia y convergencia al equilibrio, lo que se comprueba analizando detenidamente dicha convergencia, como se muestra a continuación.

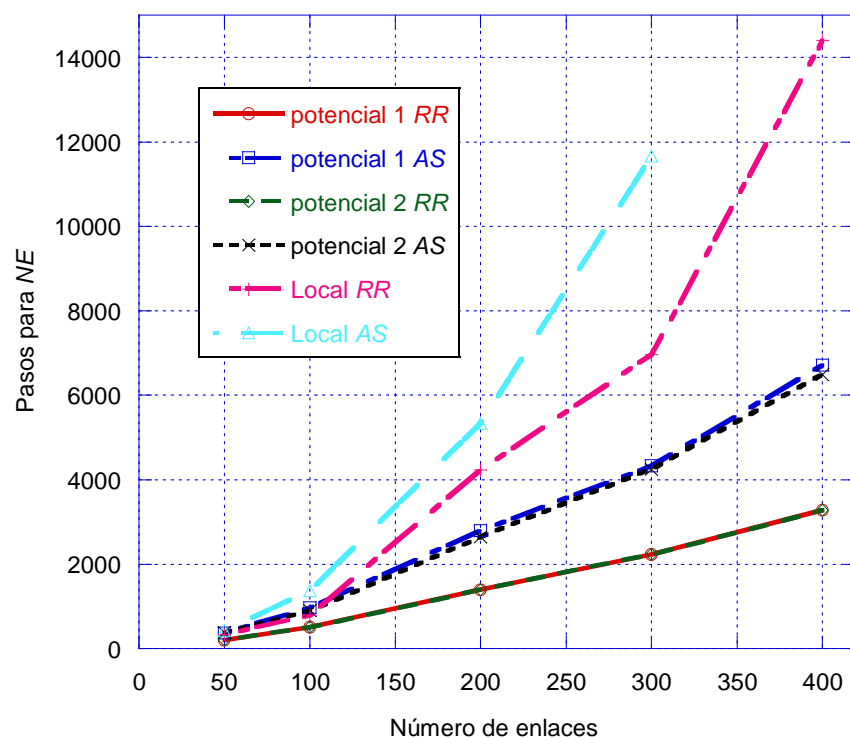


Figura 4: Pasos necesarios para alcanzar el NE (valores medios). Estrategias de juego potencial y local, con capacidad continua (Shannon).

La figura 4 representa el número medio de pasos necesarios para alcanzar el equilibrio de Nash. El juego potencial converge siempre al equilibrio, dadas las propiedades características de este tipo de juegos. Dada la secuencialidad del juego repetido (un jugador por paso, estrictamente (temporización RR) o en media (temporización AS)) la convergencia es más lenta cuantos más enlaces se consideran. Sin embargo, el juego egoísta no converge siempre, especialmente cuando el número de enlaces aumenta. Para este juego se han simulado 10.000 iteraciones para los casos de 50, 100 y 200 enlaces, 20.000 para 300 y 50.000 para 400 enlaces. Se puede comprobar en la figura 4, que para 400 enlaces, tan sólo uno ha llegado al equilibrio (en RR) después de esos 50.000 pasos, es por ello que para estudiar la convergencia de

Capítulo 5: Análisis de resultados

esta estrategia se utilizarán las alternativas con aprendizaje explicadas en secciones anteriores. A continuación, se presenta la tabla 2, en la que se relaciona el número de enlaces totales y la probabilidad de convergencia.

Tabla 3: Probabilidades de convergencia en CC.

Número de Enlaces	Probabilidad de convergencia (RR)	Probabilidad de convergencia (AS)
50	99 %	100 %
100	99 %	99 %
200	95 %	89 %
300	34 %	82 %
400	1 %	0 %

Otra conclusión que se obtiene de la figura 4 es que el método de temporización del *Round Robin* converge mucho más rápido que el asíncrono y además, como se ha comprobado en la figura 3, se obtiene prácticamente la misma utilidad. Por este hecho, a partir de ahora mostraremos sólo los resultados pertenecientes al método *RR*, ya que implica una menor carga computacional, aunque el método *AS* sea más realista al no requerir sincronización entre los terminales. Así mismo, las alternativas potencial 1 y potencial 2, presentan la misma utilidad, como era esperable, dado que implementan el mismo tipo de función. Por lo tanto, una vez verificada su correcta implementación, dado que el cálculo en el caso de la función potencial 2 tiene un menor coste computacional, a partir de ahora únicamente se considera esta definición para el juego potencial.

Tal y como se ha comprobado, los resultados obtenidos para la capacidad agregada del juego potencial se aproximan a valores óptimos (los obtenidos heurísticamente mediante *GA*), lo que concuerda con la definición del propio juego (el *NE* maximiza la función potencial, que hemos definido justo como la capacidad agregada del sistema). Como hemos comentado en apartados anteriores, esta estrategia necesita una gran cantidad de información. La estrategia local planteada como alternativa no muestra unas prestaciones comparables (capacidad agregada menor y falta de convergencia). A continuación se valoran las siguientes soluciones propuestas para reducir la información de señalización garantizando unas prestaciones próximas a las obtenidas con el juego potencial.

5.3.2. Aproximación al juego potencial sin información global: estrategia basada en el conjunto de enlaces vecinos

Como se ha comentado, vamos a analizar la utilidad que proporciona la estrategia basada en el conjunto de enlaces vecinos a k saltos.

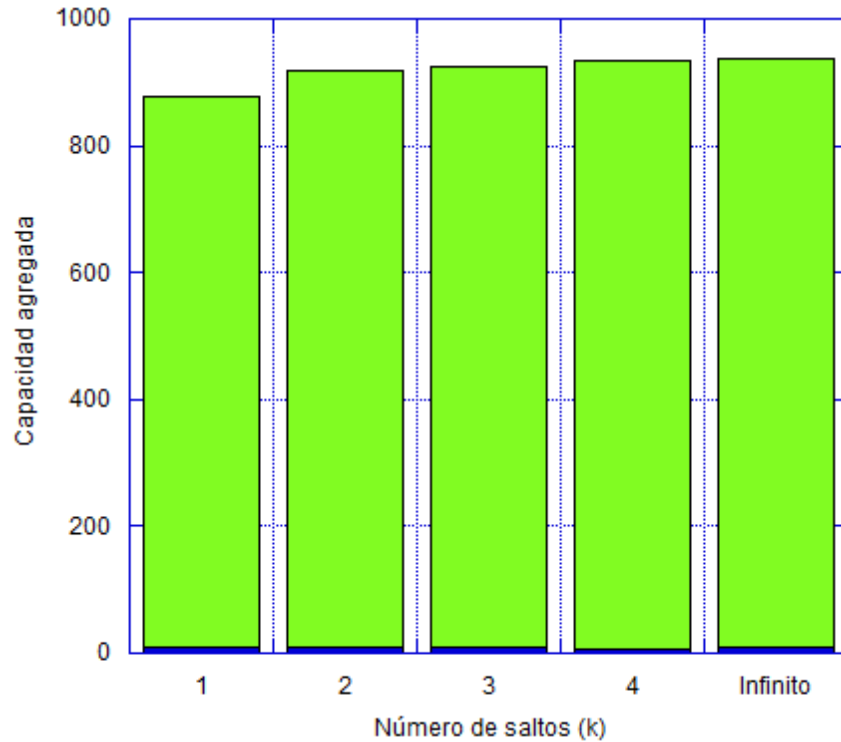


Figura 5: Capacidad dependiente del número de saltos en la estrategia basada en el conjunto de enlaces vecinos comparada con el caso del juego potencial ($k = \text{infinito}$). Escenario de 300 enlaces.

La figura 5 muestra la utilidad (capacidad agregada) en una red de 300 enlaces para los distintos números de saltos considerados en la definición del conjunto de enlaces vecinos. El concepto de infinito se refiere al juego potencial, en el que se tiene información de todos los enlaces de la red. En esta gráfica se observa que, dependiendo del grado de exactitud que necesitemos, nos puede servir con considerar como enlaces interferentes aquellos que estén a dos saltos. En la tabla 3 se presenta, para el caso de 300 enlaces, el número medio de enlaces vecinos en función del número de saltos, así como el tanto por ciento en el que se reduciría la información a tratar si eligiéramos ese valor de k .

Capítulo 5: Análisis de resultados

Tabla 4: Reducción de la información y número medio de vecinos dependiente del número de saltos k para 300 enlaces, utilizando la estrategia del conjunto de enlaces vecinos.

Número de saltos (k)	Número de vecinos	Reducción de información
1	12	96 %
2	25	91 %
3	53	82 %
4	104	65 %

En la tabla 4 se observa que, dependiendo del grado de exactitud que necesitemos, la reducción de la información de señalización será mayor o menor, pero siempre será un valor considerablemente alto.

Para verificar la escalabilidad de esta propuesta se han obtenido resultados en escenarios mayores que doblan la superficie, el número de nodos y el número de enlaces, por lo cual, sus características son las siguientes:

- Cuadrícula de 3,4 Km de lado.
- 400 nodos distribuidos aleatoriamente.
- Varios números de enlaces (100, 200, 400, 600 y 800).

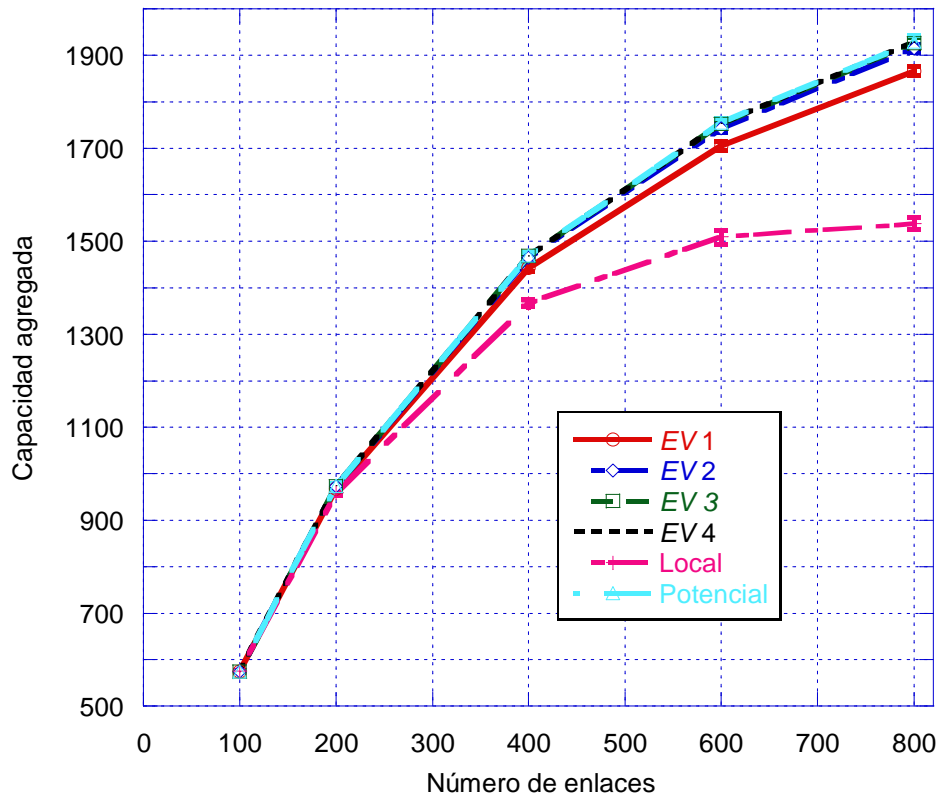


Figura 6: Capacidad agregada para la estrategia basada en el conjunto de enlaces vecinos dependiente del número de saltos. Escenario de superficie doble (3,4 Km).

La figura 6 muestra la capacidad agregada para la estrategia del conjunto de enlaces vecinos dependiente del número de saltos y comparada con el juego potencial y local. Se observa que, al igual que en el escenario menor, el juego local presenta peores prestaciones que el resto. Además, respecto a los juegos que representa la estrategia de *EV*, a partir del valor $k = 2$ se obtienen capacidades semejantes al caso del juego potencial, como ocurría en el caso anterior.

A continuación, se presenta una tabla comparativa para los dos escenarios, que muestra el tanto por ciento que supone la utilidad de cada variante de los *EV* comparada con la capacidad del juego potencial.

Tabla 5: Comparativa en tanto por ciento de la utilidad referenciada al caso del juego potencial (para los casos de 400 y 800 enlaces).

Estrategia	Escenario Pequeño	Escenario grande
<i>EV</i> 1	96,57 %	96,71 %
<i>EV</i> 2	99,30 %	99,23 %
<i>EV</i> 3	99,80 %	99,82 %
<i>EV</i> 4	99,96 %	99,94 %
Local	75,11 %	79,72 %

Los resultados, en términos relativos, son prácticamente iguales en ambos escenarios, lo que efectivamente verifica la escalabilidad de resultados. Además, como se había comentado anteriormente en los dos escenarios, para $k = 2$ la utilidad se asemeja en más de un 99 % a la del juego potencial, por lo que la conclusión de elegir ese valor para reducir la información de señalización es correcta.

Gracias a estas conclusiones, las simulaciones del resto de alternativas podrán realizarse en escenarios pequeños, con el ahorro computacional que ello supone, sabiendo que los resultados obtenidos pueden ser extrapolados a redes de mayor tamaño.

Con la introducción del conjunto de enlaces vecinos hemos conseguido reducir la información de señalización que considera cada enlace para estimar su efecto interferente sobre el resto de la red. Como resultado, se obtienen unas prestaciones próximas a las conseguidas al tener en cuenta la red al completo (juego potencial).

5.3.3. Modelado más realista: incorporación de la restricción de SINR en la toma de decisiones

Hasta ahora, todos los modelos de juego (potencial y local) se basaban en una definición de capacidad de enlace teórica de acuerdo a la fórmula de Shannon. La capacidad, así calculada, depende del valor de la SINR, sin tener en cuenta si ésta es mayor o no que la SINR umbral. Esto implica que, en realidad, aquellos enlaces con valores de SINR por debajo de la SINR umbral serían inviables, por lo que la capacidad de red real sería menor que la que se está obteniendo.

Teniendo esto en cuenta, en el apartado 3.5.3 se proponía incluir en el proceso de decisión la restricción del cumplimiento de la SINR umbral para considerar un enlace establecido y, por lo tanto, con una capacidad mayor que cero. A continuación se muestra el impacto de esta modificación realizada sobre los juegos, tanto potencial como local. Igualmente, se incluyen como referencia las prestaciones obtenidas mediante optimización heurística centralizada basada en GA.

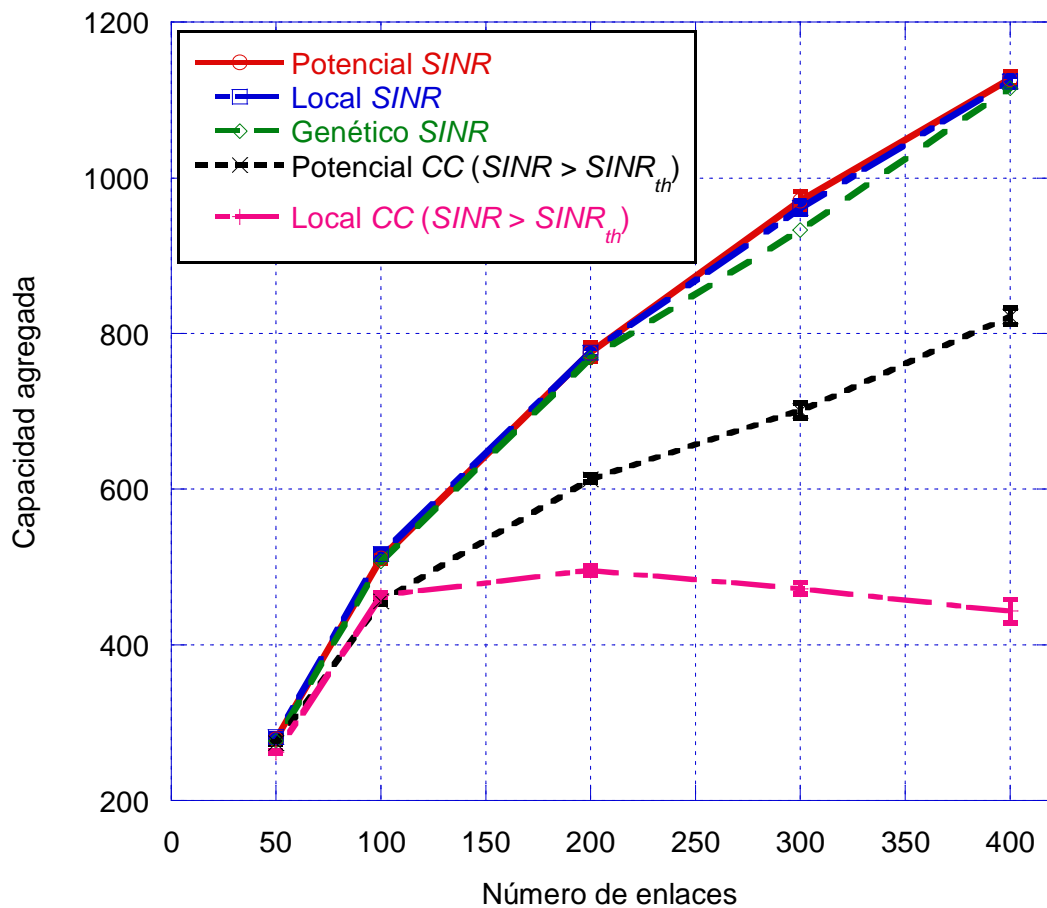


Figura 7: Capacidad agregada de la red considerando los enlaces que superan la SINR umbral ($SINR_{th}$). Comparativa teniendo en cuenta la SINR en el proceso de decisión.

La figura 7 muestra una comparativa entre el juego local, el potencial y el algoritmo genético de la capacidad agregada de la red condicionada a superar la *SINR* umbral establecida y los resultados de la CC que superan dicha *SINR* umbral.

La CC no tiene exigencias de *SINR* umbral, por lo tanto, pese a no superar esa *SINR* umbral transmite contribuyendo a la capacidad global de la red. Calculando la capacidad agregada debida a los enlaces que superan esa *SINR*, el resultado de la capacidad es menor que en el caso de la *SINR* umbral. En la figura 7 se observa que las capacidades resultantes para todos los juegos de la *SINR* son parecidas. El juego local, en contra de lo que sucedía en casos anteriores, alcanza valores de capacidad similares al juego potencial. Además, estos valores se acercan al óptimo, ya que la capacidad obtenida con el algoritmo genético también es similar. El hecho de que el juego local se asemeje en resultados al potencial es debido a que, con la inclusión de la *SINR* umbral, se introduce cierto grado de cooperación (como en el juego potencial, donde la función de utilidad se definía también pensando en cómo la transmisión de un enlace podía afectar al resto). Por lo tanto, si el juego local proporciona prestaciones semejantes al juego potencial, sin la carga de señalización asociada, se presenta como una solución bastante prometedora (buenas prestaciones, totalmente local). Así, la opción anteriormente estudiada de limitar el conjunto de enlaces vecinos se descarta, ya que tiene más carga, aunque sea menor que la del potencial.

Una vez visto el impacto de incluir la *SINR* umbral en la decisión, constatando además el beneficio sobre el juego egoísta, se mantiene su utilización para el resto de modelos propuestos.

5.3.4. Modelo realista de capacidad (capacidad discreta)

Una vez centrados en la comparativa de las estrategias potencial y egoísta, con *SINR* umbral, en este apartado se analizan las prestaciones de los juegos modificando la definición de capacidad (manteniendo la formulación de utilidad, cambiando sólo cómo se calcula la capacidad) de acuerdo a un contexto más realista.

Hasta el momento, todos los resultados que se han presentado se basan en una definición de capacidad teórica (límite de Shannon). Ahora se ha planteado un nuevo escenario más realista, donde la capacidad se ajusta sólo a valores de acuerdo a los niveles posibles de modulación, como se ha descrito en el apartado 3.3.4.

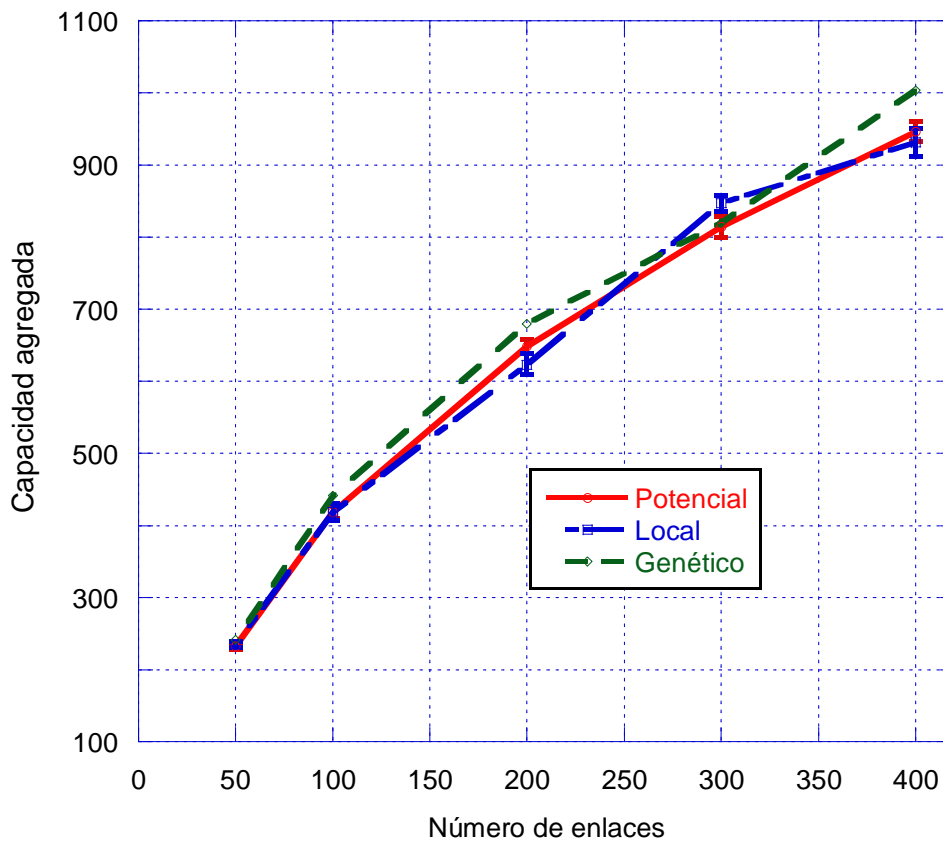


Figura 8: Comparativa de la capacidad discreta agregada de la red.

La figura 8 muestra la comparativa entre las distintas estrategias que estamos considerando (potencial y local) para el valor de la capacidad discreta agregada de la red. Al igual que en el caso anterior, los resultados del juego potencial y local son equiparables, estando próximos a los resultados obtenidos con el algoritmo genético considerado como referencia. Así, aparentemente, el juego local permite obtener buenas prestaciones sin carga de señalización. No obstante, como ya se ha comentado previamente, dicho juego no garantiza ni la existencia del equilibrio ni la convergencia. En cualquier caso, la viabilidad de los resultados obtenidos tanto en los casos de convergencia como en los que ésta no se alcanza parece indicar la posibilidad de llegar a soluciones de compromiso que proporcionan unas buenas prestaciones. Por esto, más adelante se analizarán alternativas de juego (dinámica basada en aprendizaje, como se explicó en el apartado 4.2) que permitan conseguir alcanzar otras soluciones de equilibrio.

5.3.5. Modelo realista de capacidad (número de enlaces establecidos)

Como se ha comentado en el apartado 3.5.3, hay aplicaciones de tasa fija en las que sólo importa que la $SINR$ supere el umbral establecido. En este caso, la capacidad de un enlace puede considerarse binaria: activo (1) o no (0), de acuerdo a si el valor de la $SINR$ supera o no el umbral requerido. Introduciendo esta definición de capacidad, el juego tiene como objetivo establecer el máximo número de enlaces. Del mismo modo, el cálculo heurístico centralizado basado en GA utilizado como referencia se basa en buscar dicho número máximo.

Así, la métrica de evaluación, la utilidad global de la red (UR) medida como capacidad agregada, en este caso refleja el número de enlaces activos. No obstante, como medida comparativa, también se considera el cálculo de la capacidad discreta agregada.

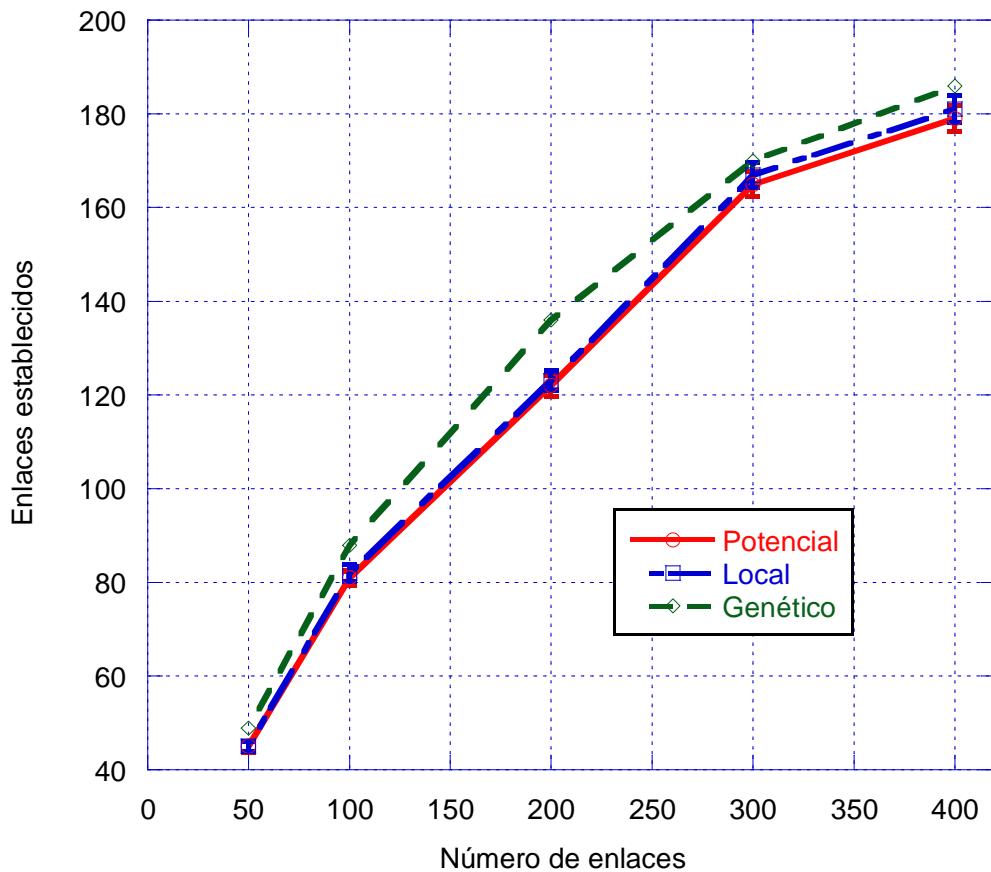


Figura 9: Comparativa del número de enlaces establecidos. Estrategias de juego (potencial y local) basadas en capacidad binaria.

La figura 9 muestra la comparativa de los enlaces establecidos para cada una de las estrategias. Nuevamente los resultados son similares para todas las estrategias, acercándose al valor de referencia calculado mediante el algoritmo genético.

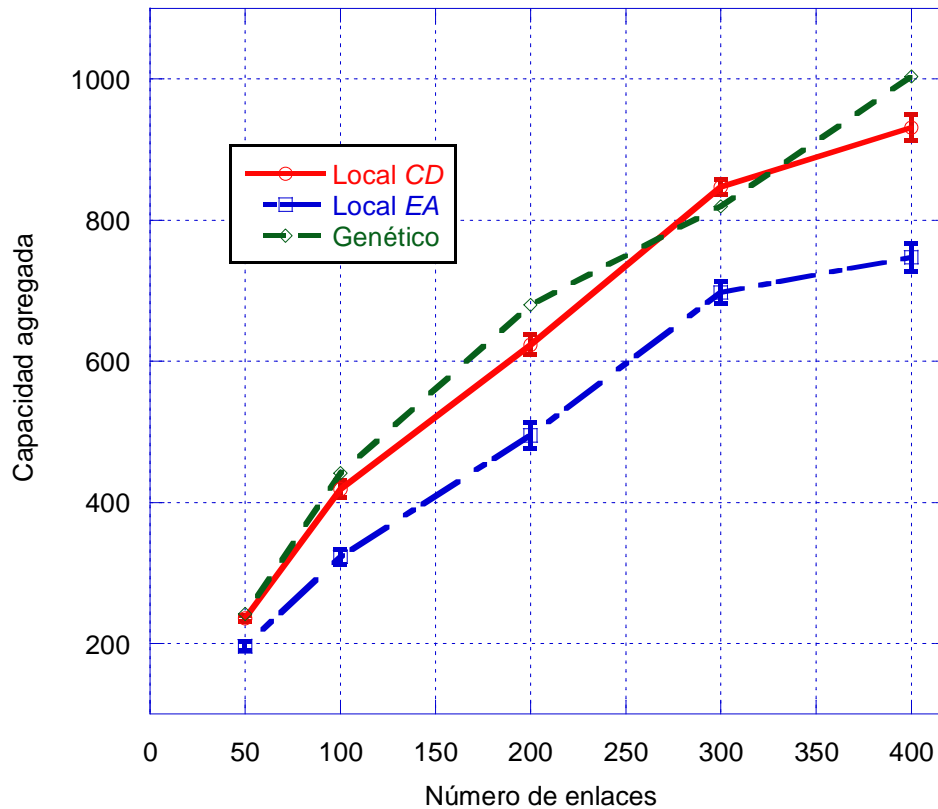


Figura 10: Comparativa de la capacidad discreta agregada de la red. Estrategia de juego local basada en capacidad binaria.

La figura 10 muestra la capacidad discreta agregada obtenida con la estrategia de maximizar el número de enlaces activos para el juego local, así como la capacidad para el mismo juego cuando el objetivo era maximizar la capacidad.

En el caso en el que nos encontramos, nuestro primer objetivo es maximizar el número de enlaces establecidos, sin importarnos a priori, la capacidad resultante de la red. Este objetivo supondrá que la capacidad total de la red sea menor que en casos anteriores, donde el objetivo sí que era maximizar la capacidad agregada. Este hecho se observa claramente en la figura 10, donde la capacidad obtenida en el caso que estamos tratando (EA) es considerablemente menor que el previo.

Los resultados aquí obtenidos muestran nuevamente la potencialidad de la solución local. Sin embargo, al igual que antes, no puede garantizarse la convergencia. A continuación, vamos a tratar este problema incorporando técnicas de aprendizaje en juegos. Nos centramos en las definiciones de capacidad discreta y enlaces activos, ya que son las dos alternativas que se ajustan a escenarios reales.

5.3.6. Juego local con aprendizaje

Haciendo un resumen de todo lo que se ha hecho hasta llegar a este apartado, podemos decir que se han ido proponiendo en cada sección nuevas alternativas para buscar soluciones que ofrecieran mejores resultados y que se adaptaran de una forma más precisa a escenarios reales. Visto lo cual, la alternativa del juego local es la más atractiva, ya que se ha visto la proximidad de sus resultados a los obtenidos con el juego potencial (teóricamente cercanos al máximo) sin carga de señalización. No obstante, también se ha comprobado la dificultad de convergencia en varios casos, como podría esperarse (al no poder garantizar la existencia del NE). Tal y como se ha explicado en el apartado teórico, los algoritmos de aprendizaje *no-regret* facilitan la convergencia de un juego a otro tipo de equilibrios, y a continuación se muestra el análisis llevado a cabo al respecto sobre el juego local, con cualquiera de las funciones de utilidad estudiadas (capacidad discreta y enlaces activos).

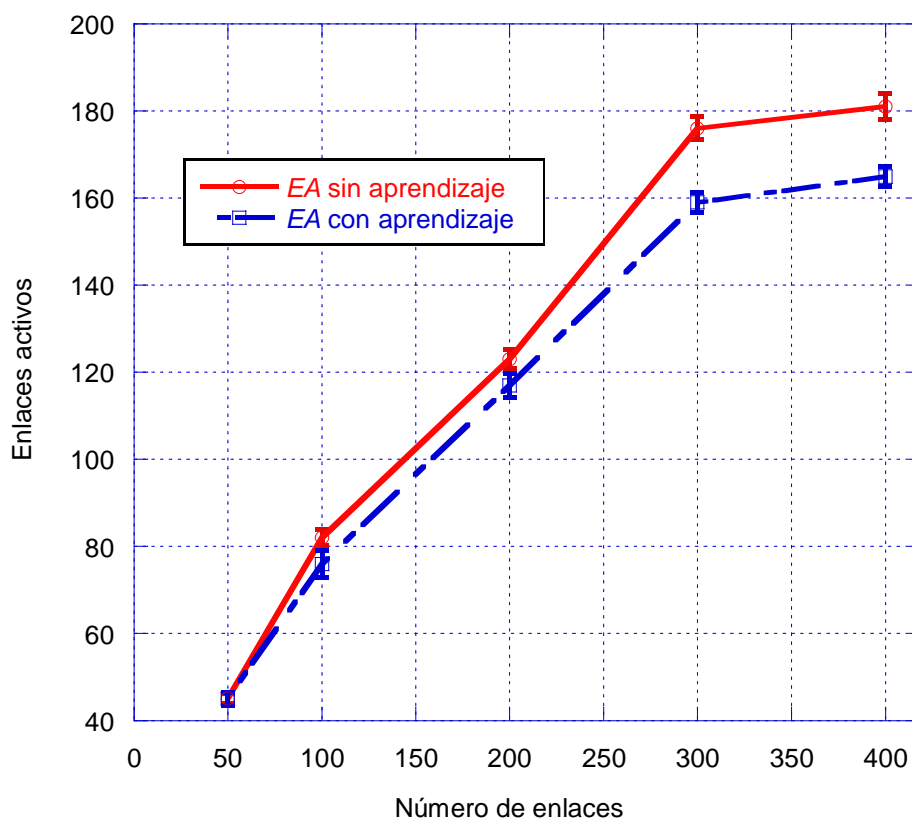


Figura 11: Comparativa del número de enlaces activos con y sin el algoritmo de aprendizaje.

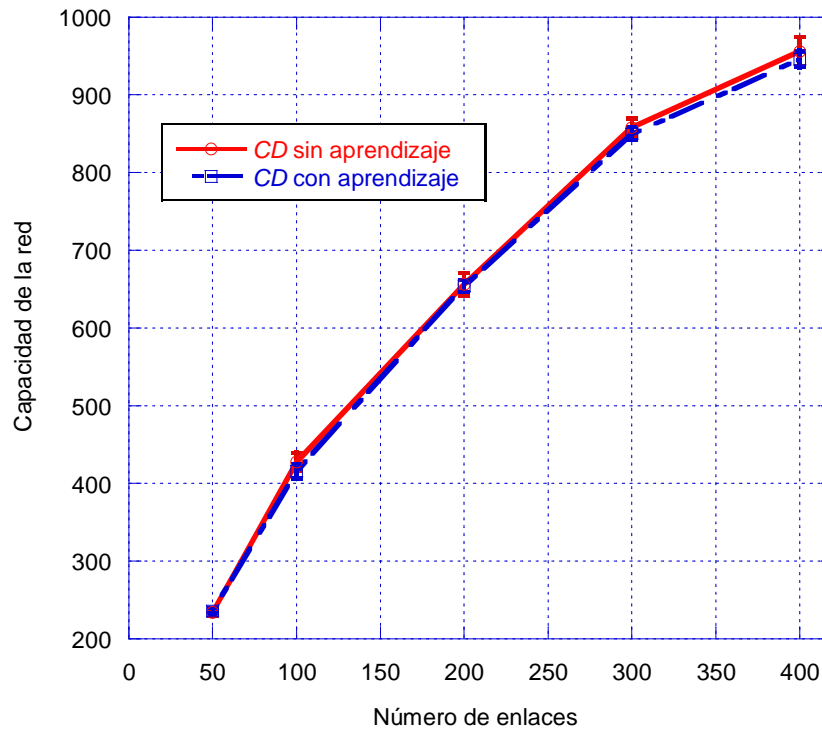


Figura 12: Comparativa de la capacidad discreta agregada de la red con y sin el algoritmo de aprendizaje.

Las figuras 11 y 12 muestran una comparativa del número de enlaces activos y la capacidad discreta de la red para el juego local, en los casos del juego con y sin aprendizaje. La primera conclusión que se extrae de estas gráficas es, que en el caso de EA con aprendizaje, se obtienen utilidades inferiores al juego sin aprendizaje. Esto resulta un problema importante, ya que el juego de aprendizaje tenía como finalidad mejorar la convergencia del juego local, pero sin empeorar el resultado final.

Este inconveniente se puede solucionar utilizando la Corrección de Potencia (CP), explicada en el apartado 4.3. Cuando se aplica aprendizaje Sin Corrección de Potencia (SCP), al existir acciones con el mismo peso (porque se obtiene la misma utilidad), no se potencian más las soluciones que implican una menor potencia de transmisión, como así debería ser para obtener una asignación más eficiente de los recursos. Es por ello que, al final, las prestaciones del sistema son peores. Este efecto podría haber sido igualmente observado en el juego original (sin aprendizaje). Sin embargo, en este caso, la utilización de potencias de transmisión menores se tenía implícitamente en cuenta. La regla de decisión basada en *Best Response* trata de elegir la solución que da mejores prestaciones. En el caso de utilidades análogas (por ejemplo, varias potencias que garantizan $SINR > SINR$ umbral), la búsqueda de la solución al recorrer las estrategias posibles tiende a quedarse con aquellas de menor potencia (debido a la propia ordenación de las variables dentro del código simulado). A continuación, se presentan los resultados obtenidos introduciendo esta corrección de potencia en el aprendizaje.

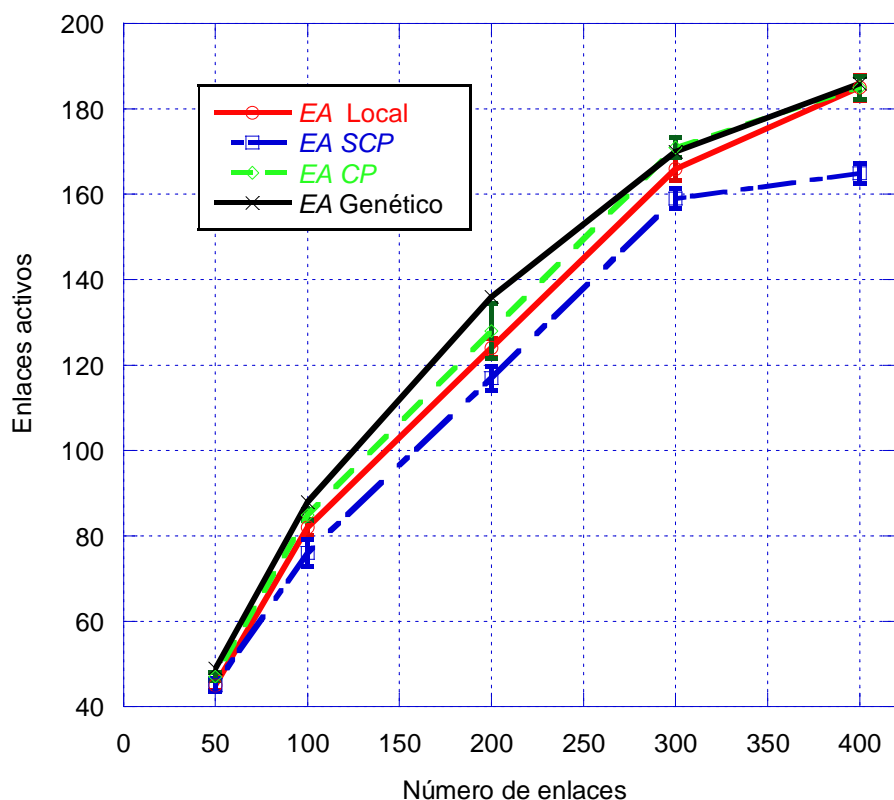


Figura 13: Comparativa de los enlaces activos entre el juego local, el algoritmo de aprendizaje con y sin corrección de potencia y el algoritmo genético.

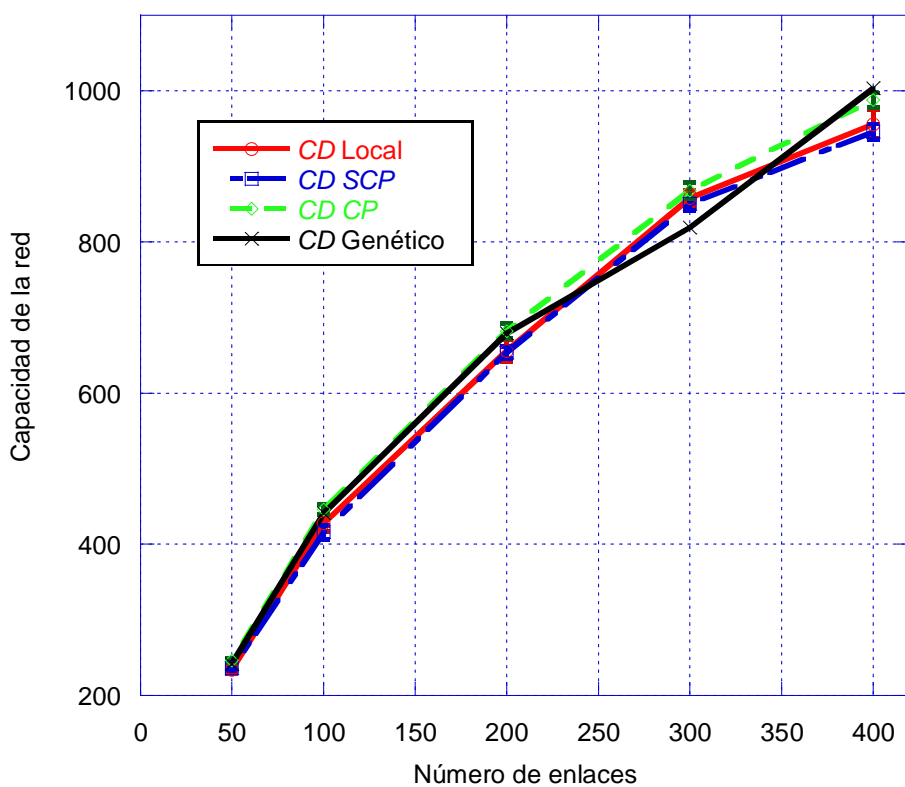


Figura 14: Comparativa de la capacidad discreta total de la red entre el juego local, el algoritmo de aprendizaje con y sin corrección de potencia y el algoritmo genético.

Capítulo 5: Análisis de resultados

En las figuras 13 y 14 se muestra la comparativa entre las estrategias de juego sin aprendizaje y las mismas con aprendizaje (*SCP* y *CP*) para los casos de enlaces activos y capacidad discreta, respectivamente. Dichos resultados se comparan igualmente con la optimización heurística del algoritmo genético de referencia. En las gráficas se observa rápidamente que, en el caso de corrección de potencia, se obtienen mejores resultados que cuando no se aplica esta técnica en el aprendizaje. Además, en varias ocasiones, el caso del juego de aprendizaje con corrección de potencia permite alcanzar situaciones de equilibrio correlado, tanto en términos de enlaces activos como de capacidad, mejores que el equilibrio de Nash.

Para comprender las soluciones de equilibrio alcanzadas mediante aprendizaje, a continuación se muestra un ejemplo (para el caso de la capacidad discreta) de la convergencia de la utilidad de red, así como la evolución de los pesos de un enlace.

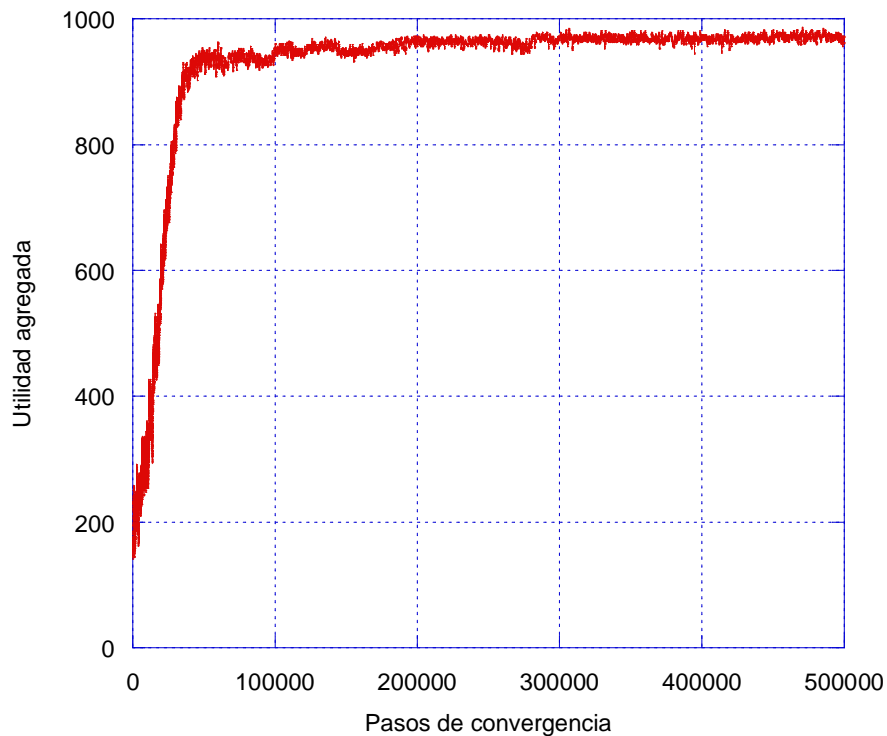
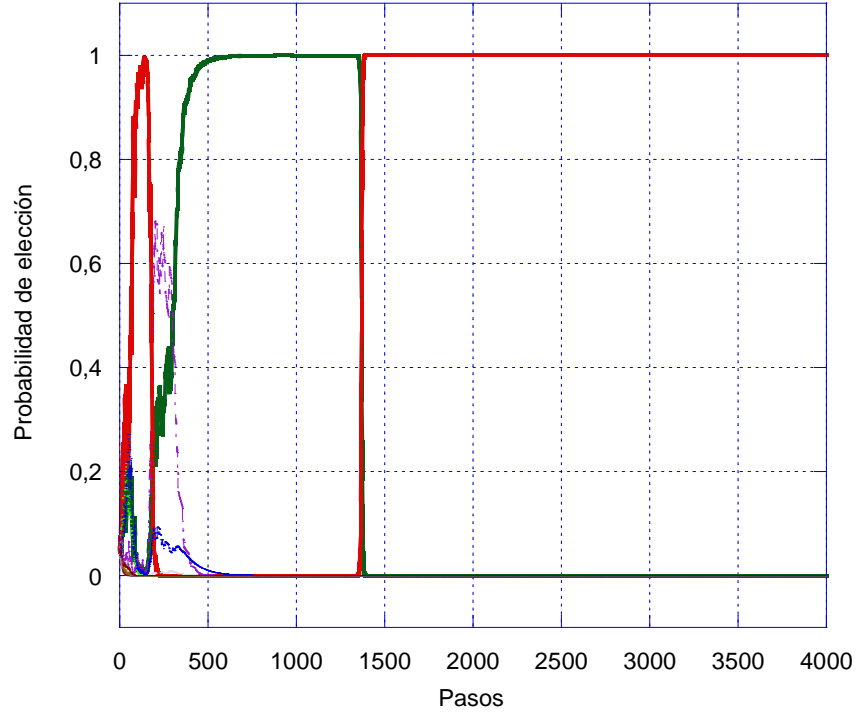
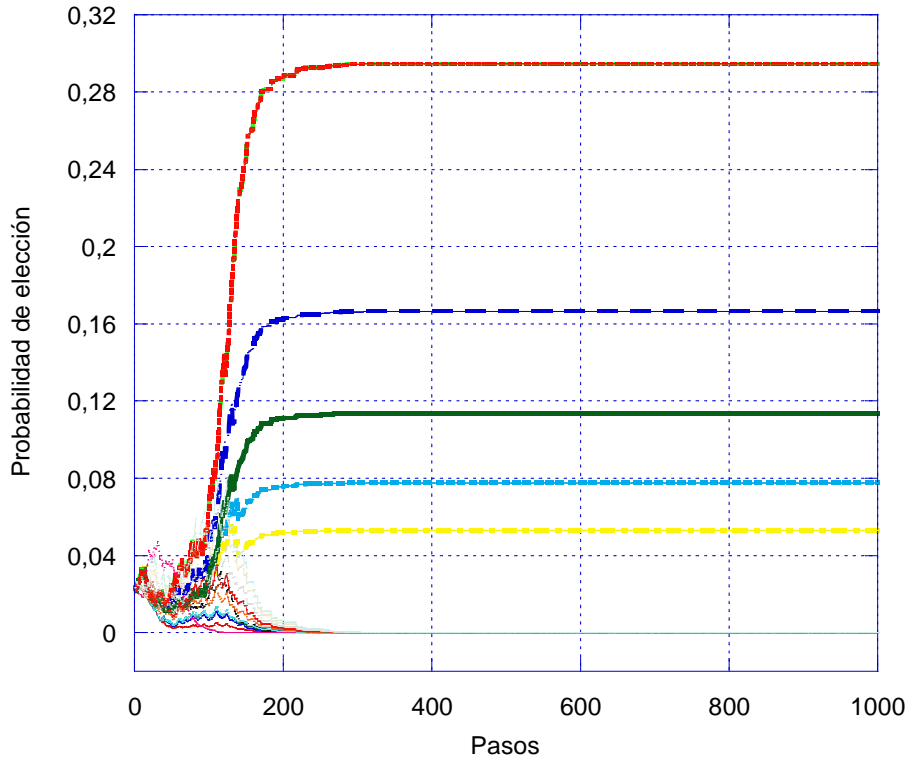


Figura 15: Evolución de la utilidad de red en el juego local, basado en capacidad discreta, con aprendizaje (CP), en un escenario de 400 enlaces.



(a)



(b)

Figura 16: Evolución de los pesos q_i para dos enlaces concretos. Juego local, capacidad discreta, aprendizaje con CP, para un escenario de 300 enlaces. (a) Enlace que converge a estrategia pura $q_i = 1, q_j = 0 \forall j \neq i$. (b) Enlace que converge a estrategia mixta.

Capítulo 5: Análisis de resultados

La figura 15 muestra la evolución de la utilidad de red (capacidad discreta agregada) en un escenario de 300 enlaces. Se observa que a partir de un cierto número de pasos, la utilidad de la red se estabiliza.

La figura 16 muestra la evolución de los pesos en dos enlaces concretos del escenario utilizado de ejemplo (300 enlaces). Como puede observarse en la figura 16(a), algunos enlaces convergen a una situación de estrategia pura (una única estrategia que jugar, ponderada con un peso igual a 1). Otros enlaces, en cambio, como muestra la figura 16(b), convergen a situaciones mixtas, en las que diversas estrategias tienen una probabilidad no nula de elegirse, resultando el valor medio oscilante en la utilidad, observado en la figura 15.

A pesar de que este método implica que puedan existir nodos cambiando aleatoriamente de estrategia (y por tanto de canal y potencia de transmisión), esta variación en la asignación de recursos proporciona buenas prestaciones en términos de utilidad de red media, permitiendo alcanzar situaciones relativamente estables a las que no se puede llegar siguiendo una dinámica *Best Response*.

Capítulo 6: CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

Para finalizar la descripción del proyecto, en este capítulo se presentan las principales conclusiones extraídas de la realización del mismo. También se plantean las posibles líneas futuras de trabajo que puedan continuar con la tarea iniciada en este proyecto, así como ampliar todos aquellos aspectos que no se han tenido en cuenta.

Tras la finalización de este proyecto se ha conseguido el objetivo propuesto de crear estrategias distribuidas de reparto de recursos que permitan un buen aprovechamiento de una red inalámbrica real. Este objetivo principal se ha llevado a cabo gracias a objetivos parciales que se han ido alcanzando, como ha sido la programación en C++ del entorno de simulación adecuado modificando el simulador ya existente y adaptándolo al nuevo modelo de interferencia (creación de las nuevas estrategias bajo el modelo del *Physical Model*), así como introduciendo nuevos conceptos necesarios para evaluar las prestaciones de las estrategias propuestas (creación de vectores con el conjunto de enlaces vecinos, programación de nuevas estadísticas, modificación del fichero de parámetros, etc.).

Las alternativas propuestas se han basado en la teoría de juegos y se ha demostrado la validez de esta herramienta para modelar las interacciones entre los usuarios de la red cognitiva. Gracias a ello, se ha verificado que la propuesta del juego

Capítulo 6: Conclusiones y líneas futuras

local es potencialmente la mejor, ya que una vez introducidas las condiciones necesarias para modelar un escenario real, ofrece utilidades de red semejantes al juego potencial, pero con el beneficio de que apenas requiere información de señalización. Resultados a partir de estas conclusiones han sido aceptados en un congreso internacional [18]. Por otra parte, el problema de la convergencia que el juego local presentaba al inicio del proyecto, se ha reducido con la introducción de los algoritmos con aprendizaje. A su vez, se ha solucionado la problemática que este algoritmo presentaba a la hora de seleccionar estrategias con menor potencia de transmisión (mejores en términos de capacidad global), mediante la programación de funciones que permitían modificar correctamente los pesos de elección de estrategias de acuerdo a dicha potencia.

Este proyecto sienta las bases para la aplicación de la teoría de juegos y aprendizaje en el contexto de las redes inalámbricas distribuidas. Si bien se han obtenido interesantes conclusiones preliminares, los resultados obtenidos abren nuevas posibilidades de investigación. A continuación se enumeran algunas de las principales líneas futuras de trabajo:

- Analizar matemáticamente los juegos propuestos para verificar la existencia del equilibrio (*NE* o *coarse correlated*) contrastando los resultados analíticos con la simulación.
- Aumentar la complejidad del estudio mediante la inclusión de distintos tipos de usuarios con prestaciones diferenciadas de calidad de servicio. Analizar la justicia del sistema de reparto conseguido.
- Extender las propuestas a escenarios multisalto, incorporando decisiones de encaminamiento.
- Integración de las propuestas en protocolos de acceso al medio (y encaminamiento) para redes *mesh* cognitivas.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] J Mitola III, G.Q. Maguire Jr., Cognitive radio: making software radios more personal. IEEE Personal Communications 6(4), 13-18 (1999).
- [2] I.F. Akyildiz, X. Wang, "A survey on wireless mesh networks", IEEE Communications Magazine, vol 43, no.9, pp S23-S30, sept. 2005
- [3] I.F. Akyildiz, W-Y Lee, K. R. Chowdhury, "CRAHNS: Cognitive Radio ad hoc Networks", Ad Hoc Networks, vol 7, no. 5, pp. 810-836, Julio 2009.
- [4] C.A. Haro, L. Giupponi. Radio y Redes Cognitivas. 2010.
- [5] A. B. MacKenzie, P. Athanas, R.M. Buehrer. Cognitive Radio and Networking Research at Virginia Tech. vol. 97, no. 4, pp. 660–688, 2009.
- [6] I. F. Akyildiz, Won-Yeol Lee, M.C. Vuran, S Mohanty. A Survey on Spectrum Management in Cognitive Radio Networks, Georgia Institute of Technology. 2008.
- [7] I. F. Akyildiz, Won-Yeol Lee, M.C. Vuran, S Mohanty. Next generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: A survey, Georgia Institute of Technology, EE.UU, 2006.

Bibliografía

- [8] A Jafari, A Greenwald, D Gondek, G Ercal, On No-Regret Learning, Fictitious Play, and Nash Equilibrium, Proceedings. of the Eighteenth International Conference on Machine Learning, ICML '01, San Francisco, EE.UU, 2001.
- [9] J Neel, Analysis and design of cognitive radio networks and distributed radio resource management algorithms, Tesis Doctoral, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2006.
- [10] P Gupta, PR Kumar, The capacity of wireless networks. IEEE Transactions on Information Theory, vol. 46, no. 2, pp. 388-404, 2000.
- [11] M. Canales, J.R: Gallego. Potential Game for joint Channel and Power Allocation in Cognitive Radio Networks, in Electronics Engineering and Communications, University of Zaragoza, 2010.
- [12] Y Shoham, R Powers, T Grenager, If multi-agent learning is the answer, what is the question? Artificial Intelligence, vol. 171, no. 7, pp. 365-377, 2007.
- [13] HP Young, The possible and the impossible in multi-agent learning. Artificial Intelligence vol. 171, no. 7, pp. 429–433, 2007.
- [14] GJ Gordon, A Greenwald, C Marks, No-regret learning in convex games, Proceedings of the 25th international conference on Machine learning (ICML '08). ACM, Nueva York, NY, EE.UU., pp. 360-367, 2008.
- [15] B Kleinberg, K Ligett, E Tardos, Beyond the Nash equilibrium barrier, in Proceedings of the Second Symposium on Innovations in Computer Science (ICS 2011), pp. 125 – 140, 2011.
- [16] Y Freund, R Schapire, A decision-theoretic generalization of on-line learning and an application to boosting, Proceedings of the Second European Conference on Computational Learning Theory (EuroCOLT'95), pp. 23-37, 1995.
- [17] K. Sastry, "Single and Multiobjective Genetic Algorithm Toolbox in C++", IlliGAL Report No. 2007016, Illinois Genetic Algorithms Laboratory, University of Illinois, June 2007.
- [18] M. Canales, J.R. Gallego, R. Ciria. Distributed Channel Allocation and Power Control in Cognitive Radio networks using Game Theory. IEEE 74th Vehicular Technology Conference: VTC2011-Fall, 5-8 Septemeber 2011, San Francisco (EE.UU). Pendiente de publicación en libro de actas.