



Trabajo Fin de Grado

Análisis paramétrico de ciclos de turbina de gas

Parametric Analysis of Gas Turbine Cycles

Autor/es

Javier Domínguez Conti

Director/es

Mariano Muñoz Rodriguez

Escuela de Ingeniería y Arquitectura

2017



DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y ORIGINALIDAD

(Este documento debe acompañar al Trabajo Fin de Grado (TFG)/Trabajo Fin de Máster (TFM) cuando sea depositado para su evaluación).

D./Dña. Javier Domínguez Conti

con nº de DNI 73132669Y en aplicación de lo dispuesto en el art.

14 (Derechos de autor) del Acuerdo de 11 de septiembre de 2014, del Consejo de Gobierno, por el que se aprueba el Reglamento de los TFG y TFM de la Universidad de Zaragoza,

Declaro que el presente Trabajo de Fin de (Grado/Máster) Grado

(Título del Trabajo)

Análisis paramétrico de ciclos de turbina de gas

es de mi autoría y es original, no habiéndose utilizado fuente sin ser citada debidamente.

Zaragoza, 30 de enero del 2017

Fdo: Javier Domínguez Conti

ANÁLISIS PARAMÉTRICO DE CICLOS DE TURBINA DE GAS

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo es desarrollar un programa que permita realizar un estudio propio, autónomo y completo del comportamiento que presentan los ciclos simples de turbina de gas en función de sus variables de diseño fundamentales.

Para ello ha sido necesario realizar, en primer lugar, una amplia revisión bibliográfica de ciclos simples de turbina de gas con objeto de comprender con rigor y en detalle los aspectos fundamentales de las plantas de turbina de gas, lo que a su vez ha permitido establecer las bases sobre las que se fundamenta el trabajo posterior, es decir, conocer las relaciones, parámetros y variables implicadas, modelos utilizados, etc.

Una vez acotado el alcance y el propósito del trabajo, ha sido necesario un análisis y desarrollo propio (presentado en los anexos) de las ecuaciones necesarias. El desarrollo de las citadas ecuaciones conlleva un estudio y análisis de las bases termodinámicas y físicas de las turbinas de gas.

Tras el desarrollo de las citadas ecuaciones, se ha llevado a cabo la implementación de un código de programación que facilita su interpretación y análisis. Para implementar dicho código, ha sido necesario el estudio y selección del lenguaje de programación idóneo para el propósito establecido. El programa desarrollado ha exigido numerosas revisiones para alcanzar un funcionamiento y rendimientos óptimos.

Tanto en el desarrollo de las ecuaciones como en el del programa, se ha buscado en todo momento alcanzar la máxima precisión y rigor posibles. Para ello se han justificado todos los desarrollos realizados y se ha optimizado al máximo el funcionamiento del programa. También se han elaborado procesos de cálculo y fuentes de datos propias que amplían el alcance y posibilidades del trabajo.

A partir de gráficas obtenidas con el programa mencionado, se ha realizado un profundo estudio (recogido en los anexos) de la influencia que tienen diferentes variables de diseño sobre el funcionamiento global de las turbinas de gas y que demuestra la validez del programa.

Tabla de contenidos

| | |
|--|-----------|
| Capítulo 1. Introducción..... | 6 |
| Capítulo 2. Modelos a considerar | 8 |
| 2.1. Ciclo simple ideal..... | 8 |
| 2.2. Ciclo simple con irreversibilidades | 8 |
| 2.3. Ciclo simple con calores específicos variables..... | 9 |
| 2.4. Ciclo simple con gases de combustión..... | 9 |
| Capítulo 3. Relaciones a estudiar | 10 |
| 3.1. Parámetros seleccionados para caracterizar el funcionamiento del ciclo simple de turbina de gas..... | 10 |
| 3.2. Variables de diseño seleccionadas del ciclo simple de turbina de gas..... | 11 |
| 3.3. Relaciones a estudiar | 12 |
| Capítulo 4. Expresiones desarrolladas | 13 |
| 4.1. Expresiones implicadas en el modelo de ciclo simple ideal..... | 14 |
| 4.2. Expresiones implicadas en el modelo de ciclo simple con irreversibilidades | 15 |
| 4.3. Expresiones implicadas en el modelo de ciclo simple con calores específicos dependientes de la temperatura..... | 16 |
| 4.4. Expresiones implicadas en el modelo de ciclo simple con gases de combustión..... | 18 |
| 4.5. Uso de las expresiones desarrolladas | 19 |
| Capítulo 5. Programa desarrollado..... | 21 |
| 5.1. Funcionamiento general | 21 |
| 5.2. Funcionalidades del programa | 23 |
| Capítulo 6. Análisis de comportamiento de turbinas de gas | 24 |
| 6.1. Evolución del trabajo desarrollado..... | 24 |
| 6.1.1. Trabajo desarrollado con respecto a la relación de compresión. | 24 |
| 6.1.2. Trabajo desarrollado con respecto a la relación de temperaturas. | 25 |
| 6.1.3. Trabajo desarrollado con respecto al dosado. | 26 |
| 6.1.4. Trabajo desarrollado con respecto a las irreversibilidades consideradas. | 27 |
| 6.2. Evolución del rendimiento del ciclo | 28 |
| 6.2.1. Rendimiento con respecto a la relación de compresión. | 28 |
| 6.2.2. Rendimiento con respecto a la relación de temperaturas..... | 29 |

| | |
|--|------------|
| 6.2.3. Rendimiento con respecto al dosado..... | 30 |
| 6.2.4. Rendimiento con respecto a las irreversibilidades consideradas..... | 31 |
| 6.2.5. Relación entre el rendimiento y el trabajo desarrollado..... | 31 |
| 6.3. Evolución del consumo específico..... | 32 |
| 6.3.1. Consumo específico con respecto a la relación de compresión..... | 32 |
| 6.3.2. Consumo específico con respecto a la relación de temperaturas..... | 32 |
| 6.3.3. Consumo específico con respecto al dosado..... | 32 |
| 6.3.4. Relación entre el consumo específico y el trabajo específico..... | 33 |
| 6.3.5. Relación entre el consumo específico y el rendimiento..... | 33 |
| 6.4. Evolución de las emisiones específicas..... | 34 |
| 6.4.1. Emisiones específicas con respecto al dosado..... | 34 |
| 6.5. Conclusiones del estudio | 34 |
| Capítulo 7. Conclusiones y valoración..... | 36 |
| Capítulo 8. Referencias y bibliografía | 37 |
| Anexo 1. Desarrollos y expresiones necesarios para el estudio | 39 |
| Anexo 2. Análisis de resultados..... | 85 |
| Anexo 3. Coeficientes para el cálculo de propiedades termodinámicas | 148 |
| Anexo 4. Programa desarrollado | 156 |
| Anexo 5. Nomenclatura..... | 179 |

1. Introducción

El objetivo del presente trabajo es elaborar una metodología y desarrollar una herramienta útil para la realización de un estudio autónomo y detallado de la influencia que tienen las principales variables de diseño de turbinas de gas (temperatura de entrada a la turbina, relación de compresión, etc.) sobre su comportamiento global (caracterizado por trabajo, rendimiento, consumo y emisiones), lo que facilita comprender con rigor muchos aspectos de diseño y funcionamiento de estas máquinas. El análisis se centra en el ciclo simple de turbina de gas considerando diferentes modelos, desde el ciclo más sencillo (ciclo ideal de aire) hasta el más realista (considerando gases de combustión, diferentes tipos de pérdidas, etc.) lo que permite, además, analizar las diferencias que se presentan entre los modelos considerados.

Este trabajo viene motivado por el gran interés que tienen hoy en día los ciclos de turbina de gas. En concreto, el ciclo simple de turbina de gas constituye la base de los ciclos más complejos como los regenerativos o los compuestos que son los más utilizados en la actualidad. Es por eso que el buen entendimiento del ciclo simple es fundamental para comprender cualquier otro tipo de ciclo. Además, tal y como se explica más adelante, se desarrolla un programa para el análisis del ciclo simple, algo que en el contexto concreto de la Universidad de Zaragoza no existe en la actualidad por lo que su correcto desarrollo supondría una buena ayuda en la labor docente relacionada con dichos ciclos.

Para llevar a cabo de forma adecuada el estudio mencionado son necesarios una serie de procesos previos quedando así el trabajo dividido en 5 partes principales: revisión bibliográfica, establecimiento de las bases teóricas del trabajo posterior, obtención de ecuaciones paramétricas, desarrollo de un programa para facilitar el análisis y por último, el estudio del comportamiento del ciclo simple de turbina de gas en función de diferentes variables de diseño.

En primer lugar, la revisión bibliográfica detallada tiene como objeto comprender los aspectos fundamentales de las plantas de turbina de gas para facilitar el desarrollo posterior del trabajo. Se trata de un proceso imprescindible si se quiere conseguir un trabajo riguroso y fiable ya que permite establecer de forma adecuada toda la base teórica imprescindible para este trabajo.

En segundo lugar, se establecen las bases teóricas del trabajo posterior, es decir, se establecen los modelos o tipos de ciclo que se van a estudiar (ideal, con irreversibilidades, etc.), los parámetros de funcionamiento a considerar y las variables de diseño de interés. Habiendo establecido esto, se pueden alcanzar las relaciones de interés entre las variables y parámetros sobre las que se va a llevar a cabo el estudio, es decir, las relaciones que permiten conocer cómo influyen las variables de diseño en el comportamiento global del ciclo. Este proceso se muestra en los apartados 2 y 3 de la memoria y de su correcta realización depende el resto del trabajo.

Una vez establecidas las bases teóricas, es necesario establecer expresiones paramétricas para cada una de las relaciones alcanzadas puesto que son dichas expresiones las que permiten realizar un análisis de las influencias mencionadas. En general, dichas expresiones han requerido un desarrollo propio puesto que no se encuentran, en la mayor parte de los casos, suficientemente detalladas o desarrolladas en la bibliografía. Además de la precisión y exactitud que proporcionan las expresiones paramétricas, se han justificado las mismas desde sus bases para alcanzar el mayor rigor posible lo que se considera muy importante para alcanzar

resultados fiables. Todo el proceso de obtención de estas expresiones se lleva a cabo en el anexo 1 y se ha recogido de forma sintetizada en el apartado 4 de la memoria.

La cuarta parte consiste en el desarrollo de un programa de cálculo y visualización de las expresiones paramétricas previamente establecidas que facilite el análisis de ciclos de turbina de gas. Para desarrollar el programa, es preciso encontrar y estudiar el lenguaje de programación más adecuado para la implementación tanto de un código de cálculo como de visualización de resultados de tal manera que el manejo del programa por parte del usuario resulte intuitivo al mismo tiempo que facilite la interpretación de resultados. A parte de esto, el desarrollo de un programa propio otorga al trabajo un carácter autónomo y personal muy relevante. El programa se analiza de forma resumida en el apartado 5 y en el anexo 4 donde se realiza un estudio más profundo de rendimiento y funcionamiento interno además de incluir una guía básica de manejo.

Se considera que la mejor manera de mostrar que el programa se ha desarrollado correctamente y que cumple los objetivos, es realizar el análisis para el cual ha sido concebido. Por tanto, habiendo desarrollado la herramienta que permite analizar de forma cómoda las relaciones establecidas, se procede al estudio de la influencia que tienen las variables de diseño sobre el funcionamiento global del ciclo. El trabajo realizado permite llevar a cabo un estudio de turbinas de gas exhaustivo, detallado y fiable considerando una gran cantidad de modos de funcionamiento y comportamientos de las turbinas. El análisis de la información obtenida a partir de las herramientas desarrolladas se recoge en el anexo 2 y es en dicho anexo donde encuentra su fundamento el apartado 6 de la memoria. En dicho apartado se plasma lo necesario para comprender de forma correcta el comportamiento global de los ciclos simples de turbina de gas así como los resultados más relevantes del trabajo. Téngase en cuenta que el objetivo principal del citado análisis es demostrar el potencial, flexibilidad y rigor del programa desarrollado.

Por último, en el apartado 7 se presentan las conclusiones y valoración del trabajo.

2. Modelos a considerar

En el ciclo simple de turbina de gas (figura 2.1) tienen lugar numerosos procesos de diferente naturaleza, algunos de ellos muy complejos. Dichos procesos abarcan desde la interacción del fluido de trabajo con los álabes de la turbina hasta el proceso de combustión donde cambia la composición del fluido de trabajo. La diversidad de procesos que tienen lugar hace que para entender el funcionamiento real de una turbina de gas se deba tener control y conocimiento de termodinámica, mecánica de fluidos o química entre muchos otros campos.

La complejidad referida hace que en muchas ocasiones no se busque conocer el comportamiento exacto de los ciclos reales siendo suficiente una aproximación o modelo [1] que asuma diferentes simplificaciones en función de la precisión buscada.

Existen diferentes simplificaciones como el modelo de gas ideal que son comunes a todos los ciclos considerados [1, 2] (apartado 2, anexo 1) por lo que ninguno refleja el comportamiento exacto de un ciclo simple real. No obstante, dichas simplificaciones no introducen errores significativos por lo que se pueden conseguir aproximaciones muy acertadas del ciclo real.

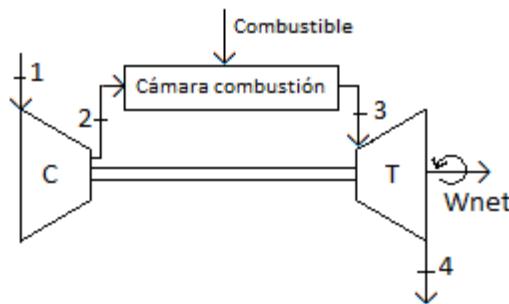


Figura 2.1. Ciclo simple de turbina de gas.

2.1 Ciclo simple ideal

El ciclo simple ideal es el modelo que más simplifica los procesos referidos y por lo tanto es el más alejado del comportamiento del ciclo real. No obstante, este modelo es muy útil por su simplicidad y su acertada aproximación al ciclo real. En la figura 2.2 se presenta el diagrama h-s para este modelo. Las simplificaciones que lo componen son las siguientes:

1. El fluido de trabajo es aire y tiene calores específicos constantes que no varían ni con la presión ni con la temperatura, es decir, el fluido es un gas perfecto.
2. No se considera el proceso de combustión. En su lugar se supone un aporte de calor al fluido sin alterar su composición desde una fuente de energía externa.
3. No se consideran irreversibilidades lo que significa que todos los componentes del ciclo funcionan de manera ideal.
4. El compresor y la turbina tienen misma relación de compresión y de expansión respectivamente.

2.2 Ciclo simple con irreversibilidades

Este ciclo difiere respecto del anterior en que considera las principales irreversibilidades o pérdidas producidas en el ciclo simple real de turbina de gas. Esta consideración acerca de manera notable su comportamiento al del ciclo real. La complejidad en el cálculo de propiedades no aumenta en exceso por lo que constituye una buena aproximación fácil de utilizar. Las asunciones que diferencian este modelo del anterior son las siguientes:

1. Los proceso de compresión y de expansión son irreversibles.
2. Las irreversibilidades en la cámara de combustión se consideran en forma de caída de presión del fluido en su paso por la cámara.
3. La turbina y el compresor no tienen por qué operar con la misma relación de expansión y de compresión, respectivamente.

El ciclo real de turbina de gas tiene más irreversibilidades. No obstante, las consideradas en este modelo son las más importantes y todas las necesarias para obtener una aproximación acertada del ciclo simple real. El diagrama h-s de este ciclo se presenta en la figura 2.2 [3].

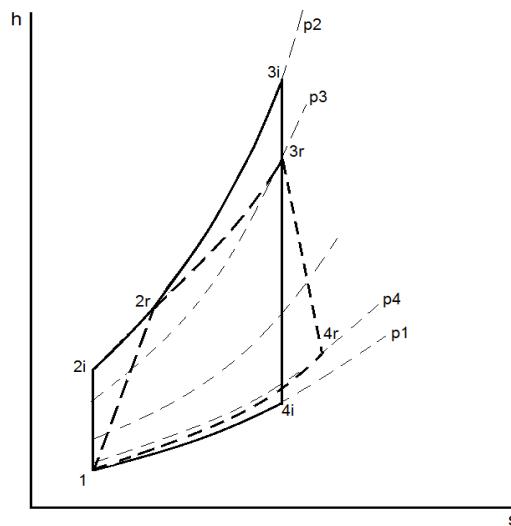


Figura 2.2. Diagrama h-s de los ciclos simple ideal (línea continua) y con irreversibilidades (línea discontinua) de turbina de gas.

El diagrama h-s de los ciclos que se explican a continuación son muy similares al del ciclo simple con irreversibilidades por lo que no se presentan de nuevo.

2.3 Ciclo simple con calores específicos variables

La diferencia con respecto al modelo anterior es la dependencia de los calores específicos con la temperatura (anexo 1, apartado 3). Esta dependencia aumenta de manera considerable la complejidad en el cálculo de las propiedades del fluido de trabajo (anexo 1, apartado 5). Aunque el cálculo es más complejo, se obtiene una muy buena aproximación al ciclo real.

2.4 Ciclo simple con gases de combustión

Este ciclo es el único que considera el cambio de composición que sufre el fluido de trabajo en la cámara de combustión. Es decir, el fluido de trabajo es aire hasta la cámara de combustión y a partir de ésta, el fluido pasa a ser una mezcla de aire y gases de combustión. Este modelo es el que supone una mejor aproximación al comportamiento del ciclo real en la práctica. Es por esto que a lo largo de todo el trabajo se toma este modelo como referencia para medir las desviaciones del resto de modelos con respecto al comportamiento real.

La complejidad de cálculo de cada uno de los modelos aumenta conforme se aproximan en mayor medida al ciclo simple real. Esto queda de manifiesto especialmente en los anexos 1 y 3 donde se muestran de forma explícita las expresiones correspondientes a cada uno.

3. Relaciones a estudiar

El estudio del comportamiento de una turbina de gas en función de sus variables de diseño exige la selección de los parámetros de funcionamiento, variables y las relaciones entre ellos más adecuados para conseguir un análisis riguroso y completo. En este apartado se justifica la selección de parámetros y variables realizada y las relaciones que surgen de dicha selección lo que permite la determinación del modo de funcionamiento más adecuado para cualquier ciclo simple de turbina de gas.

3.1. Parámetros seleccionados para caracterizar el funcionamiento del ciclo simple de turbina de gas

En este apartado se busca determinar únicamente los parámetros más representativos, es decir, aquellos que en conjunto, representen una visión global y acertada de cómo se comporta la turbina de gas al modificar sus variables de diseño más relevantes. Se enumeran a continuación los parámetros seleccionados y lo que justifica o motiva su utilización en este trabajo (pueden encontrarse justificaciones más detalladas en el anexo 2).

-Trabajo específico desarrollado por el ciclo: es uno de los parámetros más importantes de los ciclos de turbina de gas. El objetivo fundamental de las turbinas de gas es producir trabajo y por ello se convierte en un parámetro imprescindible para estudiar su comportamiento. Este parámetro permite conocer cómo se deben modificar las variables de diseño para conseguir el trabajo requerido por la turbina. Por comodidad y simplicidad, se utiliza el trabajo específico.

-Rendimiento: es un parámetro fundamental ya que expresa en qué medida se aprovecha la energía disponible en el combustible para obtener el máximo trabajo. Permite analizar cómo se deben modificar las variables de diseño para obtener el rendimiento requerido.

-Consumo específico: se define como los gramos de combustible consumidos por unidad de potencia generada. Es un parámetro muy importante ya que mide la eficiencia de una turbina para transformar el combustible en trabajo [4]. Según esto, el consumo es un parámetro equivalente al rendimiento. Concretamente se trata de parámetros que evolucionan de manera inversamente proporcional [5] por lo que un alto rendimiento implica obtener un determinado trabajo con un bajo consumo específico.

-Emisiones específicas: es un parámetro fundamental debido a los problemas medioambientales y legales que conlleva su mala optimización o gestión. La legislación es cada vez más restrictiva en cuanto a las emisiones de las turbinas de gas [6, 7]. Además, un conocimiento de las emisiones proporciona información de cómo se está llevando a cabo la combustión. El proceso de formación de los gases contaminantes (NO_x, HC's, etc) es muy complicado [8, 9, 10] por lo que el estudio se limita a las emisiones de CO₂ de un proceso de combustión completa. De esta manera se intenta mostrar una idea aproximada pero acertada de las emisiones de gases de efecto invernadero, medidas en gCO₂/kWh, de las turbinas de gas.

3.2. Variables de diseño seleccionadas del ciclo simple de turbina de gas

Los parámetros de funcionamiento enumerados en el apartado 3.1 dependen de muchas variables de diseño de las turbinas [2, 5]. Por ello, en este apartado se justifica la selección de las variables de diseño que mayor influencia tienen sobre los parámetros seleccionados y, en general, sobre el comportamiento global de las turbinas de gas. Se busca que, estableciendo valores adecuados para cada una de las variables de diseño que se indican a continuación, se pueda alcanzar un funcionamiento correcto y óptimo del ciclo simple de turbina de gas.

-Relación de compresión, R_c : se trata de una variable que influye en gran medida en todos los parámetros mencionados en el apartado 3.1 ya que está a asociada a uno de los procesos más importantes del ciclo, el proceso de compresión. La relación de compresión se define como el cociente de la presión a la salida del compresor entre la presión a la entrada, es decir, la presión en los estados 2 y 1 (figuras 2.1 y 2.2). Su valor oscila para la inmensa mayoría de las turbinas entre 10 y 30 y suele estar limitado por la complejidad de diseño del compresor [4, 5].

-Relación de temperaturas de entrada a turbina y a compresor, θ : esta variable es muy importante ya que influye notablemente en las prestaciones del ciclo y está asociada a los límites tecnológicos de los materiales [4, 5, 11], es decir, es una variable limitante en cuanto al funcionamiento del ciclo. Todo esto se demuestra a lo largo del trabajo.

-Fluido de trabajo y combustible utilizado: el fluido de trabajo varía en función del modelo utilizado y, en su caso, del combustible utilizado. Por ejemplo, el modelo de ciclo ideal trabaja con aire mientras que el modelo que considera combustión trabaja además con gases de combustión. Debido a la diferencia de propiedades entre gases, el fluido de trabajo tiene una influencia decisiva en el comportamiento de la turbina. Estas propiedades pueden caracterizarse por los calores específicos c_p y c_v . Dichos calores y su relación permiten, por tanto, explicar las diferencias en el comportamiento del ciclo al trabajar con diferentes fluidos y combustibles. El método de cálculo desarrollado en el anexo 3 permite evaluar cualquier combustible. En este trabajo se analizan únicamente octano y metano por ser estos los más utilizados [1, 4, 11, 12].

-Dosado: se define como la masa de combustible introducida al ciclo por cada unidad de masa de aire introducido. Esta variable está íntimamente relacionada con el consumo específico y con la relación de temperaturas, θ (ver apartado 6 y anexos). Dichas relaciones hacen del dosado una variable fundamental. Las turbinas de gas trabajan con dosados entre 0,015 y 0,005 mientras que el estequiométrico se sitúa en torno a 0,065 [2, 4, 12]. Se puede encontrar una explicación y desarrollo de este hecho en el apartado 7 del anexo 2.

-Rendimiento isoentrópico de turbina y de compresor: según la figura 2.2, las irreversibilidades modifican de forma notable el funcionamiento del ciclo. Estos rendimientos caracterizan dos de las irreversibilidades más importantes [1, 2] (anexo 1, apartado 4) y por tanto cobran gran importancia cuando se pretende realizar un estudio próximo al ciclo real.

-Caídas de presión: las caídas de presión representan, junto con los rendimientos isoentrópicos mencionados, las irreversibilidades o pérdidas más relevantes en un ciclo simple de turbina de gas [1]. Por ello, es necesario considerarlas si se quieren obtener resultados precisos y acordes con la realidad. Se consideran dos pérdidas representadas por Δp_{2-3} y por Δp_{4-1} correspondientes, respectivamente, a una caída de presión a lo largo de la cámara de combustión y a la diferencia de presión entre la entrada y la salida del ciclo. Un desarrollo más detallado y las diferentes formas de representar estas pérdidas [13] se puede encontrar en el anexo 1.

Nótese que existen tanto parámetros de funcionamiento como variables de diseño que no son aplicables a todos los modelos. Por ejemplo, el consumo o las irreversibilidades no tienen sentido cuando se considera un modelo de ciclo ideal puesto que el ciclo presentado en dicho modelo no consume combustible ni presenta irreversibilidades. Es por ello que las relaciones que involucran parámetros o variables de este tipo son estudiadas únicamente en los modelos sobre los que tengan sentido. Todo ello queda indicado a lo largo del estudio y en la tabla 3.1.

3.3 Relaciones a estudiar

Para analizar la influencia que tienen las variables de diseño sobre los parámetros de funcionamiento, es necesario establecer relaciones entre dichas variables y parámetros y posteriormente traducirlas a expresiones matemáticas que puedan ser estudiadas.

Además de analizar las relaciones entre las variables de diseño y los parámetros de funcionamiento, se puede conseguir un estudio muy completo y con información importante si se estudian las relaciones existentes entre los propios parámetros de funcionamiento. Es decir, la relación existente entre, por ejemplo, el trabajo desarrollado y el rendimiento o entre el trabajo y el consumo específico. Este tipo de relaciones proporciona información muy valiosa [5, 14] recogida tanto en la memoria (apartado 6) como en el anexo 2. En la tabla 3.1 se presentan las relaciones estudiadas y los modelos sobre los que se aplica cada una de ellas.

| | | Modelos sobre los que se aplica la relación | | | |
|--|--|---|--------------------|--------------------|------------|
| Parámetros de funcionamiento | Relación | Ideal | Irreversibilidades | C _p var | Combustión |
| Trabajo específico desarrollado por el ciclo, W _{esp} | W-Relación de compresión, R _c | X | X | X | X |
| | W-Relación de temperaturas, θ | X | X | X | X |
| | W-Fluido de trabajo (C _{p,k}) | X | X | X | X |
| | W-Combustible (C _{p,k}) | | | | X |
| | W-Dosado, f | | | | X |
| | W-Rendimiento turbina y compresor | | X | X | X |
| | W-Caídas de presión | | X | X | X |
| Trabajo, W _{esp} , y rendimiento, η | W-Rendimiento del ciclo | X | X | X | X |
| Rendimiento del ciclo, η | η-Relación de compresión, R _c | X | X | X | X |
| | η-Relación de temperaturas, θ | X | X | X | X |
| | η-Fluido de trabajo (C _{p,k}) | X | X | X | X |
| | η-Combustible utilizado (C _{p,k}) | | | | X |
| | η-Dosado, f | | | X | X |
| | η-Rendimiento turbina y compresor | | X | X | X |
| | η-Caídas de presión | | X | X | X |
| Consumo específico, g _{esp} | g _{esp} -Relación de compresión, R _c | | | | X |
| | g _{esp} -Relación de temperaturas, θ | | | | X |
| | g _{esp} -Dosado, f | | | | X |
| Consumo esp., g _{esp} , y trabajo, W _{esp} | g _{esp} -Trabajo específico | | | | X |
| Consumo esp., g _{esp} , y rendimiento, η | g _{esp} -Rendimiento del ciclo | | | | X |
| Emisiones esp., e _{esp} , y dosado, f | e _{esp} -Dosado | | | | X |

Tabla 3.1. Relaciones a estudiar y modelos en los que se aplica cada una

4. Expresiones desarrolladas

Una vez expuestas las relaciones o dependencias que se van a analizar, es necesario establecer cómo se va a realizar dicho análisis. Es decir, como se va a conocer la influencia que tiene una determinada variable de diseño sobre un determinado parámetro.

Para conocer el comportamiento de cada una de las relaciones, se opta por desarrollar una serie de expresiones paramétricas de forma que cada uno de los parámetros que caracterizan el comportamiento del ciclo sea una función de las variables de diseño. De esta forma, al modificar cualquiera de las variables se puede conocer cómo se ve afectado el parámetro.

Por ejemplo, imagínese que se desea estudiar la evolución del trabajo desarrollado con respecto de la relación de compresión. En dicho caso, sería necesaria la obtención de una expresión del trabajo en función de la relación de compresión. Una vez obtenida la expresión, se puede modificar R_c para estudiar cómo influye dicha variación sobre el trabajo desarrollado.

| Relación | Modelo o ciclo | | | |
|--|----------------|------------------------|--------------|----------------|
| | Ideal | Con Irreversibilidades | Cp variables | Con Combustión |
| Trabajo-Relación de compresión | 4.1 | 4.5 ó 4.6 | 4.12 | 4.16 |
| Trabajo-Relación de temperaturas, θ | 4.1 | 4.5 ó 4.6 | 4.12 | 4.16 |
| Trabajo-Fluido de trabajo caracterizado por cp y k | 4.1 | 4.5 ó 4.6 | - | - |
| Trabajo-Rendimiento isoentrópico de compresor | - | 4.5 ó 4.6 | - | - |
| Trabajo-Rendimiento isoentrópico de turbina | - | 4.5 ó 4.6 | - | - |
| Trabajo-Caída de presión Δp | - | 4.5 | - | - |
| Trabajo-Presión de salida, ps | - | 4.5 | - | - |
| Trabajo-Parámetro r (Re/Rc) | - | 4.6 | - | - |
| Trabajo específico - Dosado, f | - | - | - | 4.16 |
| Relación de compresión óptima para máximo trabajo | 4.2 | 4.7 | - | - |
| Rendimiento - Relación de compresión | 4.3 | 4.8 ó 4.9 | 4.14 | 4.17 |
| Rendimiento - Relación de temperaturas, θ | 4.3 | 4.8 ó 4.9 | 4.14 | 4.17 |
| Rendimiento - Fluido de trabajo(cp y k) | - | 4.8 ó 4.9 | - | - |
| Rendimiento - Rendimiento de compresor | - | 4.8 ó 4.9 | - | - |
| Rendimiento - Rendimiento de turbina | - | 4.8 ó 4.9 | - | - |
| Rendimiento - Caída de presión Δp | - | 4.8 | - | - |
| Rendimiento - Presión de salida, ps | - | 4.8 | - | - |
| Rendimiento - Parámetro r (Re/Rc) | - | 4.9 | - | - |
| Rendimiento - Dosado, f | - | - | - | 4.17 |
| Relación de compresión óptima para máximo trabajo | - | 4.10 | - | - |
| Trabajo específico - rendimiento | 4.4 | 4.11 | 4.15 | 4.18 |
| Trabajo específico - consumo específico | - | - | - | 4.19 |
| Emisiones específicas - dosado | - | - | - | 4.20 |

Tabla 4.1. Ecuaciones necesarias para estudiar las relaciones establecidas.

Al tener en cuenta cuatro tipos de ciclo o modelos diferentes, cada uno con unas determinadas consideraciones, las relaciones que se buscan son diferentes en cada uno de ellos. Por ejemplo, para la citada relación entre el trabajo desarrollado y la relación de compresión, se

tienen 4 relaciones diferentes en función del modelo empleado (tabla 3.1). Esto permite conocer cómo se modifica la evolución de un determinado parámetro de funcionamiento y, en general, el comportamiento global del ciclo, según el modelo considerado.

Todo el proceso de desarrollo de estas expresiones se lleva a cabo en el anexo 1. Por cuestiones de simplicidad y claridad, no procede incluir en este apartado dichos desarrollos así como las consideraciones matemáticas propias de cada modelo. Se recogen por tanto a continuación únicamente las expresiones alcanzadas para cada uno de los modelos.

Para mayor claridad, en la tabla 4.1 se indican las ecuaciones necesarias para estudiar cada una de las relaciones establecidas según el modelo. Las casillas azules indican las ecuaciones que precisan de consideraciones especiales (explicadas en el punto 4.5) para ser resueltas.

4.1. Expresiones implicadas en el modelo de ciclo simple ideal

Expresiones relativas al trabajo desarrollado

$$W_{esp} = c_p T_1 \left(\theta + 1 - R_c^{\frac{k-1}{k}} - \frac{\theta}{R_c^{\frac{k-1}{k}}} \right) \quad 4.1$$

La ecuación 4.1 permite analizar la influencia de la relación de compresión, R_c , de la relación de temperaturas, θ , y del fluido de trabajo, k y c_p , sobre el trabajo desarrollado.

$$R_c = \theta^{\frac{k}{2(k-1)}} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{k}{2(k-1)}} \quad 4.2$$

La ecuación 4.2 muestra la relación de compresión que proporciona el máximo trabajo que puede desarrollar el ciclo con un fluido de trabajo y relación de temperaturas dados. Aunque no se trata de una relación entre parámetros y variables de diseño, se incluye ya que proporciona información importante [1, 5] y ayuda a realizar un estudio preciso y completo.

Expresiones relativas al rendimiento del ciclo

$$\eta = 1 - \frac{1}{R_c^{\frac{k-1}{k}}} \quad 4.3$$

La ecuación 4.3 permite analizar la influencia de la relación de compresión, R_c , y del fluido de trabajo, k , sobre el rendimiento del ciclo.

Expresión que relaciona el trabajo desarrollado y el rendimiento del ciclo

$$\eta(R_c, k) = W_{esp}(c_p, T_1, \theta, R_c, k) \cdot \frac{1}{c_p \cdot T_1 \left(\theta - R_c^{\frac{k-1}{k}} \right)} \quad 4.4$$

La expresión 4.4 establece la relación entre dos parámetros de funcionamiento de indudable interés lo que proporciona una gran cantidad de información [5, 14] que se muestra a través del programa desarrollado y se analiza en el estudio realizado. En dicha expresión se muestran las variables de diseño de las que dependen los dos parámetros de funcionamiento presentes

(rendimiento y trabajo) con el objetivo de indicar que dichas dependencias hacen que el tratamiento de esta expresión sea diferente al de las expresiones anteriores.

Con la expresión 4.4 se muestra por tanto que se necesitan consideraciones especiales para el tratamiento analítico de ciertas ecuaciones. Dichas consideraciones así como la forma de tratar cada una de las ecuaciones se explica de forma resumida en el apartado 4.5 ya que en este punto de la memoria solo se pretende mostrar y organizar las expresiones de interés.

4.2. Expresiones implicadas en el modelo de ciclo simple con irreversibilidades

Expresiones relativas al trabajo desarrollado

Como ya se ha explicado, se presentan dos formas de recoger las pérdidas por variaciones de presión [13] (anexo 1). Es por eso que se obtienen dos expresiones para el trabajo desarrollado en función de la opción elegida para caracterizar dichas pérdidas. La ecuación 4.5 utiliza los parámetros Δp_{2-3} (Δp) y p_4 mientras que la 4.6 emplea el parámetro "r" (anexo 1).

$$W_{esp} = c_p \cdot T_1 \left[\left(1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2 - \Delta p}{p_4} \right)^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right] \quad 4.5$$

$$W_{esp} = c_p \cdot T_1 \left[\left(1 - \frac{1}{(r \cdot R_e)^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right] \quad 4.6$$

Las expresiones 4.5 y 4.6 permiten estudiar la influencia que tienen sobre el trabajo desarrollado las relaciones θ y R_c , el fluido de trabajo, k y c_p , los rendimientos isoentrópicos de turbina y compresor, η_c y η_t , y las pérdidas por caídas de presión, r , Δp y p_4 .

La ecuación 4.7 proporciona información similar a la de la 4.2, es decir, la R_c con la que se genera el máximo trabajo para cualquier modo de funcionamiento dado (θ , η_t , η_c y k).

$$R_c = \left(\frac{T_3 \eta_c \eta_t}{T_1} \right)^{\frac{k}{2(k-1)}} \quad 4.7$$

Expresiones relativas al rendimiento del ciclo

Al igual que ocurre con el trabajo, se distinguen dos expresiones para el rendimiento del ciclo en función de cómo se caractericen las pérdidas relativas a las caídas de presión.

$$\eta = \frac{\theta \cdot \eta_t \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2 - \Delta p}{p_4} \right)^{\frac{k-1}{k}}} \right) - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c}}{\left(\theta - 1 - \frac{R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_c} \right)} \quad 4.8$$

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{1}{(r \cdot R_c)^{\frac{k-1}{k}}}\right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1\right) \cdot \frac{1}{\eta_c}}{\left(\theta - 1 - \frac{R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_c}\right)} \quad 4.9$$

Con las ecuaciones 4.8 y 4.9 se puede estudiar la influencia que tienen sobre el rendimiento las relaciones θ y R_c , el fluido de trabajo, k , los rendimientos isoentrópicos de turbina y compresor, η_c y η_t , y las pérdidas por caídas de presión, r ó Δp y p_4 .

La ecuación 4.10 proporciona la relación R_c con la que el ciclo desarrolla el máximo rendimiento para un determinado modo de funcionamiento (caracterizado por θ , η_c , η_t , y k).

$$R_c = \left[\frac{\theta \cdot \eta_c + 1 - \eta_c}{1 + \left[\frac{(\theta-1) \cdot \eta_c \cdot (\theta + \frac{1}{\eta_c} - 1 - \eta_t \theta)}{\eta_t \theta} \right]^{1/2}} \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad 4.10$$

Expresión que relaciona el trabajo desarrollado y el rendimiento del ciclo

$$\eta(\theta, R_c, R_e, k, \eta_c, \eta_t) = w_{esp}(c_p, T_1, \theta, R_c, R_e k, \eta_c, \eta_t) \cdot \frac{1}{c_p T_1 \cdot \left(\theta - 1 - \frac{R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_c}\right)} \quad 4.11$$

Al igual que en el caso del ciclo simple ideal, ec. 4.4, esta relación precisa de consideraciones especiales que son explicadas en detalle en el apartado 3.3 del anexo 1 y en el 4.2 del anexo 4. En el punto 4.5 de este apartado se explican de manera resumida.

4.3. Expresiones para el modelo de ciclo simple con calores específicos dependientes de la temperatura

A partir de este punto, las expresiones presentadas ganan en complejidad debido a que los calores específicos varían con la temperatura. Para trabajar con todas ellas se deben de utilizar procesos iterativos que forman parte de las consideraciones especiales ya mencionadas. La forma de trabajar con todas las ecuaciones que se presentan a continuación se resume en el punto 4.5 y una explicación detallada se puede encontrar en el apartado 3.3 del anexo 1 y en el apartado 4.2 del anexo 4.

Expresión relativa al trabajo desarrollado

En la expresión 4.12 se observa el hecho de que contar con calores específicos dependientes de la temperatura, hace que la entalpía sea una función de dicha temperatura.

$$w_{esp} = (h_3 - h_{4,i}) \cdot \eta_t - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} \quad 4.12$$

Donde:

- $h_1 = R \cdot T_1 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_1}{2} + \frac{a_3^{air} T_1^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_1^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_1^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_1} \right)$
- $h_{2,i} = R \cdot T_{2,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{2,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{2,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{2,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{2,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{2,i}} \right)$
- $h_3 = R \cdot T_1 \theta \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} (T_1 \theta)}{2} + \frac{a_3^{air} (T_1 \theta)^2}{3} + \frac{a_4^{air} (T_1 \theta)^3}{4} + \frac{a_5^{air} (T_1 \theta)^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{(T_1 \theta)} \right)$
- $h_{4,i} = R \cdot T_{4,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{4,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{4,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{4,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{4,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{4,i}} \right)$
- $T_{4,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_3 , θ y R_c .
- $T_{2,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 y R_c .

A primera vista, la ecuación 4.12 puede parecer de simple resolución. Sin embargo, la mayor parte de sus términos se obtienen mediante expresiones complejas como las que se acaban de describir. Esto mismo ocurre con todas las ecuaciones presentadas en lo que queda de apartado. No obstante, por simplicidad y claridad no se recogen las expresiones para cada uno de los términos tal y como se ha hecho con la ecuación 4.12. Un análisis de estas expresiones y del cálculo de cada uno de sus términos puede encontrarse en los puntos 5 y 6 del anexo 1.

También puede verse que aparecen en la ecuación 4.12 unos coeficientes, a_i , que permiten calcular la entalpía. Estos coeficientes aparecen debido a que, al considerar que el calor específico varía con la temperatura, dicho calor específico se convierte en una función de la temperatura, ecuación 4.13. Así, las propiedades termodinámicas derivadas del calor específico, como lo es la entalpía o la entropía, se transforman en funciones polinómicas de la temperatura con coeficientes representados por a_i (apartado 5 del anexo 1 y anexo 3).

$$c_p(T) = R \cdot (a_1 + a_2 \cdot T + a_3 \cdot T^2 + a_4 \cdot T^3 + a_5 \cdot T^4) \quad 4.13$$

Los coeficientes a_i son característicos de cada gas o mezcla de gases [15] y por lo tanto son los que marcan la diferencia entre los fluidos de trabajo. Los coeficientes de gases elementales se pueden encontrar fácilmente en la bibliografía [1, 15]. Sin embargo, los coeficientes para mezclas de diferentes gases como el aire o los gases de combustión, no se suelen presentar y, en caso de presentarse, se trata de mezclas muy concretas [12] lo que limita en gran medida el estudio de diferentes combustibles. Por ello se desarrolla el cálculo de dichos coeficientes de manera autónoma en el anexo 3 lo que posibilita el estudio cualquier combustible.

La ecuación 4.12 permite conocer la evolución del trabajo desarrollado en función de R_c , de θ y del fluido de trabajo (coeficientes a_i).

Expresión relativa al rendimiento del ciclo

$$\eta = \frac{(h_3 - h_{4,i}) \cdot \eta_t - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c}}{h_3 - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} - h_1} \quad 4.14$$

La expresión 4.14 permite analizar la dependencia del trabajo con respecto de la relación de compresión, R_c , de la de temperaturas, θ , y del fluido de trabajo (coeficientes a_i).

Expresión que relaciona el trabajo desarrollado y el rendimiento del ciclo

$$\eta(\theta, T_1, R_c, R_e, \eta_t, \eta_c) = \frac{w_{esp}(\theta, T_1, R_c, R_e, \eta_t, \eta_c)}{h_3(T_1, \theta) - (h_{2,i}(T_1, R_c) - h_1(T_1)) \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1(T_1)} \quad 4.15$$

La diferencia entre la ec. 4.15 y las ecs. 4.4 y 4.11 es la complejidad matemática al resolverlas.

4.4. Expresiones implicadas en el modelo de ciclo simple con gases de combustión

La complejidad de las expresiones relativas a este ciclo se incrementa. Si bien las ecuaciones pueden parecer similares a las ya presentadas, las expresiones para calcular sus términos son más complejas y aparecen nuevos parámetros (anexo 1). Uno de los nuevos parámetros es el que relaciona el aire y el combustible que se introducen al ciclo, X [1], ec. 4.16, y que está relacionado con el dosado, ec. 4.17. Se recomienda consultar el anexo 1 (apartado 6) para una explicación detallada

$$X = \frac{-RT_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.} T_3}{2} + \frac{a_3^{g.c.} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{g.c.} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{g.c.} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) + \Delta H_{f,comb}}{R \left[a_1^{air} (T_3 - T_2) + \frac{a_2^{air} (T_3^2 - T_2^2)}{2} + \frac{a_3^{air} (T_3^3 - T_2^3)}{3} + \frac{a_4^{air} (T_3^4 - T_2^4)}{4} + \frac{a_5^{air} (T_3^5 - T_2^5)}{5} \right]} \quad 4.16$$

$$f = \frac{m_{comb}}{m_{air}} \left[\frac{kg \text{ comb}}{kg \text{ air}} \right] = \frac{M_{comb}}{X \cdot M_{air}} \left[\frac{kg \text{ comb}}{kg \text{ air}} \right] \quad 4.17$$

Expresiones relativas al trabajo desarrollado y al rendimiento

$$w_{esp} = (h_3 - h_{4,i}) \cdot \eta_t - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} \quad 4.18$$

$$\eta = \frac{(h_3 - h_{4,i}) \cdot \eta_t - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c}}{h_3 - h_2} \quad 4.19$$

Las expresiones 4.18 y 4.19 permiten analizar la dependencia del trabajo y del rendimiento con respecto de R_c , de θ , del fluido de trabajo (coeficientes a_i) y del dosado, f (relación X).

Expresión relativa al trabajo desarrollado y al rendimiento del ciclo

$$\eta(\theta, T_1, X, R_c, R_e, \eta_t, \eta_c) = w_{esp}(\theta, T_1, X, R_c, R_e, \eta_t, \eta_c) \cdot \frac{1}{h_3 - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1} \quad 4.19$$

La expresión 4.19 es equivalente a la 4.15.

Expresión relativa al trabajo desarrollado y al consumo específico

Esta relación es única de este modelo ya que es el único que considera el combustible y por tanto el consumo. Mediante la ecuación 4.20 se puede analizar la dependencia que tiene el consumo específico con respecto a todas las variables de las que depende el trabajo.

$$g_{esp} = \frac{M_{comb} \cdot 1000 \cdot 3600}{X \cdot w_{esp}} \left[\frac{gr \text{ comb}}{kW \cdot h} \right] \quad 4.20$$

Expresión relativa al trabajo desarrollado y a las emisiones específicas

$$\text{Emisión CO}_2 = g_{esp} \cdot \alpha \frac{M_{CO_2}}{M_{comb}} \left[\frac{gr \text{ CO}_2}{kW \cdot h} \right] \quad 4.21$$

Donde se ha denominado α a los moles emitidos de CO₂ por cada mol de combustible consumido. En el apartado 6 del anexo 1 se recogen los valores de α para cada combustible.

4.5 Uso de las expresiones desarrolladas

Se pueden distinguir dos grupos de ecuaciones en función de cómo deben ser resueltas (tabla 4.1). Se explica a continuación de forma resumida el manejo de ambos tipos de ecuaciones (descripción más detallada en el apartado 3.3 del anexo 1 y en el anexo 4).

Ecuaciones simples

Son todas aquellas que no aparecen resaltadas en la tabla 4.1 y que para resolverlas no es necesaria ninguna consideración especial. Por ejemplo, imagínese que se desea conocer la evolución del trabajo desarrollado por un ciclo simple ideal al modificar la R_c. Para ello y según la tabla 4.1, se debería emplear la ecuación 4.1. En dicha ecuación se deberían fijar todas las variables excepto la R_c, que se variaría para obtener diferentes valores del trabajo. Así se puede estudiar la variación de cualquier parámetro de funcionamiento en función de cualquier variable de diseño siempre que la relación no esté resaltada en la tabla 4.1.

Ecuaciones especiales

Son todas aquellas resaltadas en la tabla 4.1 y que para resolverlas es necesaria alguna consideración especial. Dichas consideraciones cobran especial relevancia en el funcionamiento interno del programa (código de programación). Existen dos tipos de ecuaciones especiales en función de si necesitan o no procesos iterativos para ser resueltas.

La expresión 4.4 es un ejemplo de ecuación que no precisa de métodos iterativos. Sin embargo es especial ya que en ella no todas las variables pueden ser fijadas como ocurre en las ecuaciones simples. Si se desea modificar el trabajo desarrollado en dicha ecuación para ver cómo varía el rendimiento, el resto de variables presentes en la ecuación también varían al modificar el trabajo. Esto ocurre porque existe una dependencia entre el trabajo y el resto de variables mientras que en una ecuación simple todas las variables son independientes.

Con esto se pone de manifiesto que en este ejemplo realmente no es el trabajo el que tiene un efecto directo sobre el rendimiento sino el resto de variables presentes tanto en la expresión del trabajo como en la expresión que los relaciona. Pese a que no existe una dependencia directa, esta relación, al igual que el resto de relaciones entre parámetros de funcionamiento, se incluye en el estudio por la claridad y la información relevante que proporciona [5, 14].

En cuanto a las ecuaciones que precisan de procesos iterativos, son todas ellas relativas a modelos que consideran los calores específicos variables (ecs. 4.12 y 4.14-4.21) ya que todo proceso iterativo a realizar en este trabajo se deriva de la expresión 4.13. Dichos procesos son

necesarios cuando se alcanza un punto en el que, en una ecuación como la 4.22 (a modo de ejemplo), se necesita conocer la temperatura, T, con el resto de datos conocidos.

$$h(T) = R \cdot T \left(a_1 + \frac{a_2 T}{2} + \frac{a_3 T^2}{3} + \frac{a_4 T^3}{4} + \frac{a_5 T^4}{5} + \frac{a_6}{T} \right) \quad 4.22$$

Lo más importante en los procesos iterativos realizados por el programa es establecer el valor inicial para comenzar a iterar y el paso para optimizar el tiempo y conseguir una precisión suficiente (apartado 5 y anexo 4).

Muchas de las expresiones mostradas en este apartado no son manejables fácilmente si no se utiliza una herramienta para ello. Por eso se desarrolla un programa que facilita el análisis de las expresiones mostradas y que se explica en el apartado 5.

5. Programa desarrollado

El programa desarrollado tiene como objetivo facilitar la interpretación de las relaciones establecidas en los apartados anteriores mediante la generación de gráficas. Para ello se basa en las expresiones mostradas en el apartado 4 y desarrolladas en el anexo 1.

En este apartado de la memoria no se pretende hacer un análisis en profundidad acerca del funcionamiento interno del programa puesto que los aspectos relacionados con la eficiencia, funcionamiento, aspecto y manejo de dicho programa pueden encontrarse en el anexo 4. Por lo tanto, en este apartado se pretende, únicamente, dar una visión de la potencia y utilidad del programa desarrollado sin entrar en excesivo detalle.

El lenguaje de programación elegido y estudiado [16, 17] es C# ya que está muy orientado al desarrollo de aplicaciones para Windows y porque se trata de un lenguaje muy útil, versátil, muy utilizado en la actualidad y con una gran proyección de futuro.

5.1. Funcionamiento general

Un programa de esta envergadura y con tal cantidad de cálculos más o menos complejos requiere un tiempo de procesado muy grande. Además, un código de programación único resultaría excesivamente complejo en cuanto a claridad y organización del mismo lo que entorpecería el desarrollo del programa. Es por esto que se divide la aplicación en pequeños subprogramas, uno por cada una de las relaciones establecidas en el apartado 3 (39 en total).

Cada subprograma tiene un algoritmo de cálculo de la ecuación correspondiente (tabla 4.1) que puede ser simple o especial (apartado 4.5). En cualquier caso, el algoritmo necesita el valor de las variables fijas y el rango de la variable de interés cuya influencia se ha de estudiar.

En la figura 5.1 se presenta a grandes rasgos el proceso para la representación de cualquier relación. En primer lugar el usuario selecciona la relación a estudiar, figura 5.2, y el programa principal proporciona acceso al subprograma correspondiente, momento en el cual el usuario introduce los valores de las variables fijas y el rango de la variable de interés, figura 5.3.

La resolución de cualquier algoritmo o ecuación que no precise de procesos iterativos seguirá siempre el mismo proceso (anexo 4, apartados 4.1 y 4.2) ya sea simple o especial. El algoritmo lee el rango establecido por el usuario, establece un paso adecuado y con dicho paso obtiene una serie de datos que recorren el rango de principio a fin. Para cada uno de estos datos se resuelve la ecuación y se almacenan los puntos dados por el resultado de la ecuación y por el dato empleado para su resolución. Por ejemplo, si se desea estudiar la relación simple Trabajo-Rc para un ciclo ideal, se utiliza la ecuación 4.1 donde se establece un rango para Rc de, por ejemplo, 2-25. Si se supone que el programa establece un paso de 0.5, los valores de Rc para resolver la ecuación 4.1 son [2, 2.5, 3, 3.5, 4, ..., 25]. Para cada uno de dichos datos se obtiene un valor de trabajo desarrollado. Con los valores de Rc y de trabajo se representa la relación.

El algoritmo necesario para las relaciones especiales se diferencia de los anteriores en que presenta al menos una ecuación como la 4.23. Por ello, cada vez que se ejecute el algoritmo se debe realizar, al menos, un proceso iterativo que no termina hasta que se alcance la convergencia de la solución y el error esté entre los límites aceptables (información sobre los errores establecidos en el anexo 4).

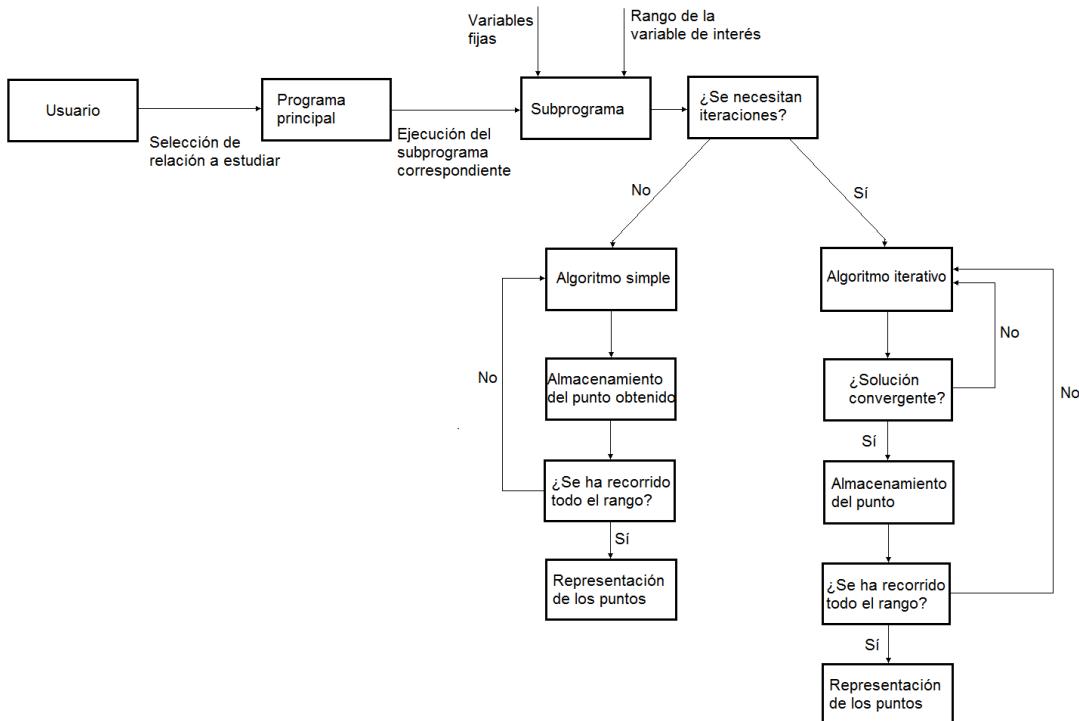


Figura 5.1. Diagrama de bloques del programa desarrollado.

Para ejemplificar la utilización del programa, imagínese que se desea estudiar la influencia que tiene la relación de compresión sobre el trabajo desarrollado en un ciclo simple con combustión. Para ello se selecciona en el menú principal la relación a estudiar, figura 5.2.

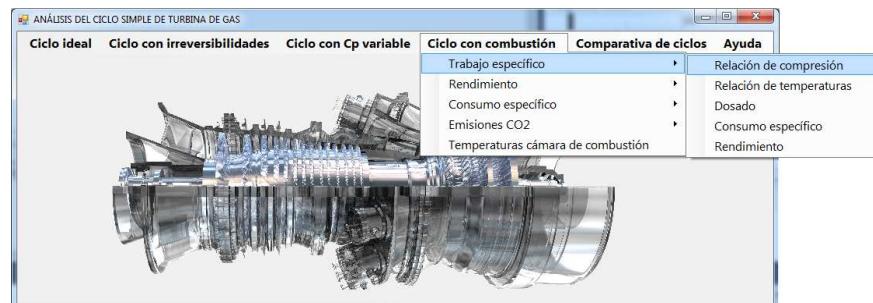


Figura 5.2. Selección de la relación a estudiar.

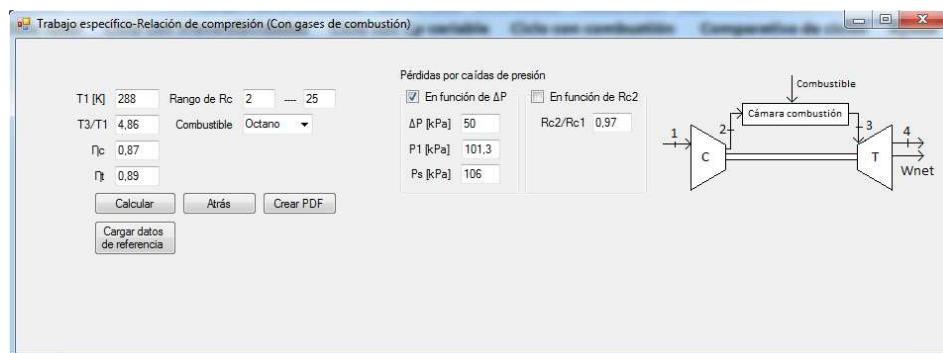


Figura 5.3. Pantalla de un subprograma de ejemplo.

A continuación, en el subprograma que se ejecuta al realizar la selección de la relación a estudiar, se establecen las variables fijas y el intervalo de la variable de interés que es, en este caso, la relación de compresión, R_c , figura 5.3. Una vez establecido el intervalo, se ejecuta el programa y se muestra una gráfica como las presentadas en el apartado 6.

5.2. Funcionalidades del programa

En este apartado se pretende mostrar un resumen de las funcionalidades más interesantes implementadas en el programa. Se pueden encontrar de forma más detallada en el anexo 4.

Etiqueta móvil: esta función permite al usuario hacer clic sobre cualquier punto de las curvas y muestra en una etiqueta las coordenadas de dicho punto. Esto permite identificar rápidamente los máximos, los mínimos y los puntos de interés en cualquier curva, figura 5.4.b.

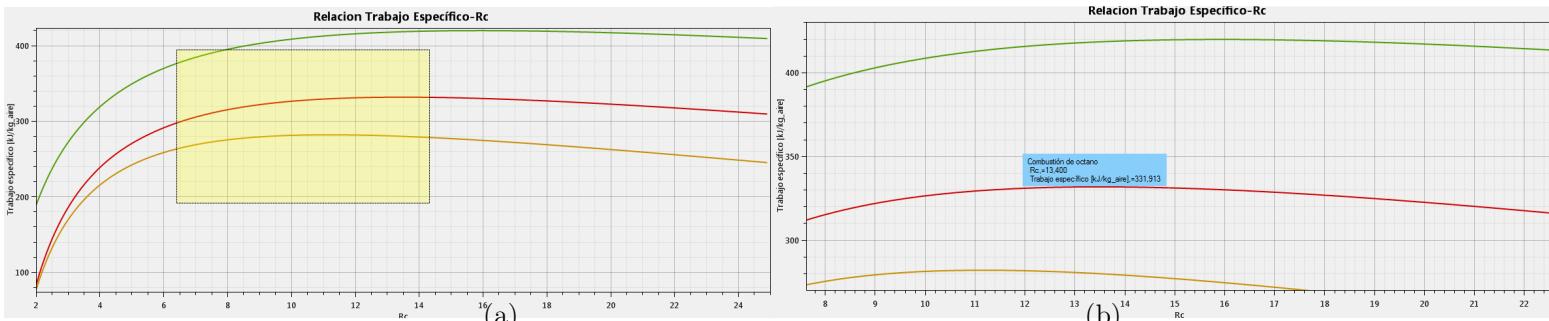


Figura 5.4. Función de "Etiqueta móvil" (a). Función zoom y autoescalado de ejes (b).

Zoom: permite acercar o alejar las curvas para observar con detalle zonas interesantes, figura 5.4.b, a la vez que se realiza un autoescalado automático de los ejes para obtener una buena precisión. Si se desea, el zoom también es aplicable únicamente a uno de los ejes, figura 5.5. Además se ha implementado la posibilidad de aplicar el zoom únicamente a un área seleccionada, figura 5.4.a.

PDF: se establece comunicación con cualquier lector de archivos .pdf instalado en el ordenador para exportar las gráficas en dicho formato y facilitar su manejo. Por ejemplo, todas las gráficas mostradas en el apartado 6 han sido obtenidas mediante esta función.

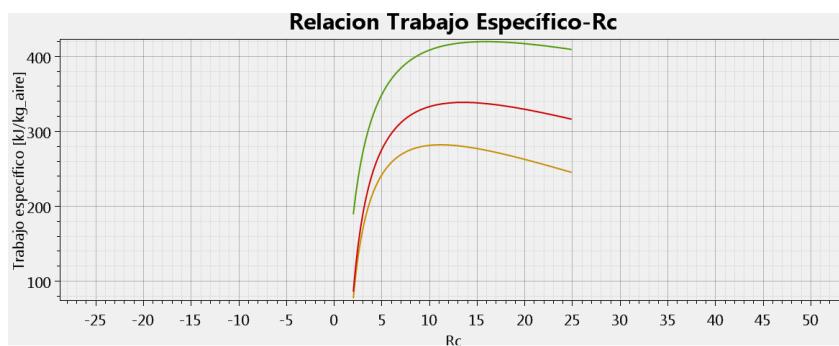


Figura 5.5. Función zoom para modificar la escala del eje x.

Con estas funcionalidades el usuario puede realizar un análisis con suficiente precisión.

El programa se ha desarrollado de tal manera que permite añadir cuantos subprogramas se desee para poder analizar otros tipos de ciclos o relaciones. Gracias a esto, se puede conseguir en un futuro un programa mucho más potente de análisis de ciclos de turbina de gas.

Se considera que la mejor manera de mostrar la eficiencia, flexibilidad y amplitud del programa desarrollado es mediante un análisis del comportamiento de las turbinas de gas en base, exclusivamente, a los resultados proporcionados por dicho programa. Este es, por tanto, el fundamento del estudio que se muestra en el apartado 6 y de forma más extensa en el anexo 2. En el anexo 4 pueden encontrarse más detalles sobre el programa: las expresiones que utiliza, una explicación más detallada del proceso de cálculo, limitaciones, tiempos, rendimientos, etc.

6. Análisis de comportamiento de turbinas de gas

Para evaluar el comportamiento de los ciclos de turbina de gas es necesario conocer cómo afecta cualquier variable de diseño (relación de compresión, dosado, etc.) sobre los parámetros de funcionamiento más importantes (trabajo desarrollado, rendimiento, etc.), lo que permite seleccionar el valor de la variable más adecuado teniendo en cuenta dichos parámetros. El análisis llevado a cabo en este apartado facilita, por tanto, establecer el modo de funcionamiento más adecuado de las turbinas de gas, lo que corresponde a valores idóneos de las variables de diseño.

Debido a la limitación de espacio y por claridad, no se puede mostrar en este apartado todo el estudio que permite el programa desarrollado. Es por eso que en este apartado se recogen, únicamente, las relaciones y conclusiones de mayor relevancia. Es en el anexo 2 donde se presenta un estudio completo, profundo y exhaustivo de las relaciones y gráficas obtenidas y donde se justifican todas las evoluciones que presentan dichas relaciones así como las diferencias de comportamiento entre los ciclos de todos los modelos estudiados.

Todas las gráficas que se muestran tanto en el anexo 2 como en este apartado han sido obtenidas con el programa desarrollado. Además, los datos utilizados para la generación de dichas gráficas son los que se recogen en la tabla 1 del anexo 2 y corresponden a valores de funcionamiento típicos de turbinas de gas [1, 4].

6.1 Evolución del trabajo desarrollado

6.1.1. Trabajo desarrollado con respecto a la relación de compresión

En la figura 6.1.a queda de manifiesto la importancia que tiene la relación de compresión, R_c , sobre el trabajo del ciclo. La dependencia del trabajo con respecto a esta variable es muy marcada por lo que un adecuado valor de dicha variable es imprescindible para obtener el trabajo requerido.

Tal y como muestra la figura 6.1.a, la curva de cualquiera de los modelos considerados presenta un máximo. Este hecho es muy importante ya que permite conocer la relación de compresión para la cual se desarrolla el máximo trabajo con un determinado modo de funcionamiento (resto de variables fijas). Dicho valor de R_c también puede conocerse mediante las expresiones 4.2 y 4.7 en los ciclos simple y con irreversibilidades (anexo 2).

Tal y como se ve más adelante, desarrollar el máximo trabajo posible no equivale a obtener un rendimiento o consumo óptimos. Con esto se pone de manifiesto que el mejor valor para cualquier variable de diseño se obtiene mediante el estudio de diferentes relaciones y llegando a un compromiso entre diferentes parámetros de funcionamiento (trabajo, rendimiento, etc).

Una misma relación puede cambiar en función del modelo estudiado, figura 6.1. De los modelos considerados, el más próximo al ciclo real es el que tiene en cuenta los gases de combustión (curvas azul y verde de la figura 6.1) y es por eso que se toma como referencia el ciclo con combustión de octano para evaluar la desviación que tienen el resto de ciclos con respecto al real. En la tabla 6.1 se recogen las desviaciones de trabajo desarrollado para una relación de compresión de $R_c=12$.

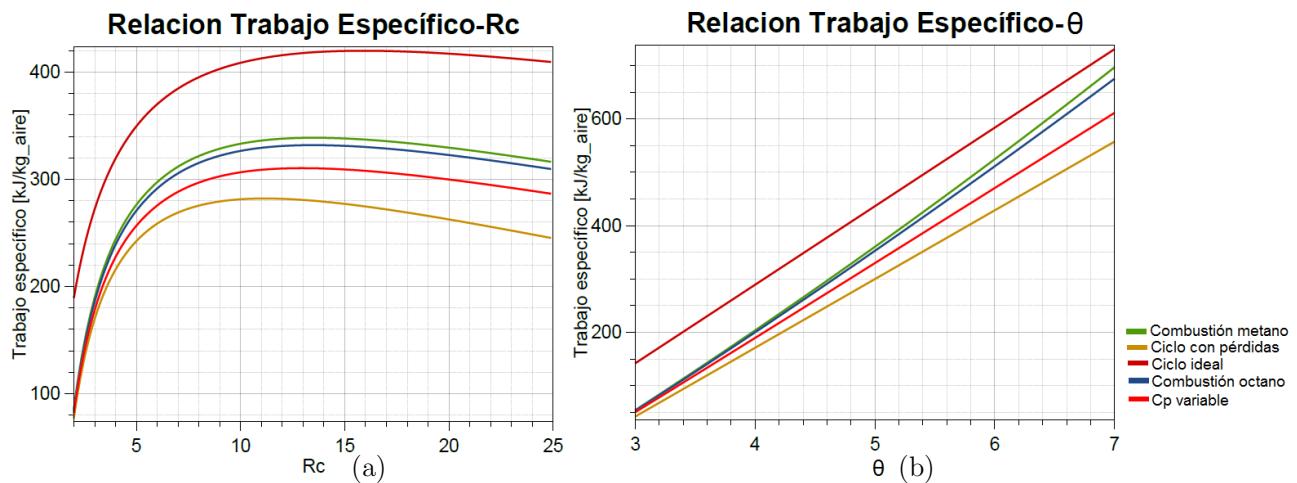


Figura 6.1. Trabajo desarrollado en función de la relación de compresión (a) y de la relación de temperaturas (b) en los diferentes modelos de ciclo simple de turbina de gas.

| Ciclo | Trabajo específico [kJ/kg _{aire}] | Diferencia (%) |
|---|---|----------------|
| Ciclo ideal | 415,97 | 27,75% |
| Ciclo con pérdidas | 280,47 | 13,87% |
| Ciclo con calores específicos variables | 308,94 | 5,12% |
| Ciclo con combustión | 325,62 | 0% |

Tabla 6.1. Desviación de los diferentes ciclos con respecto del ciclo real (combustión de octano) en cuanto al trabajo desarrollado para una relación de compresión de 12.

El hecho de que el trabajo es superior o inferior al del ciclo real en función del modelo considerado, se estudia en el anexo 2.

6.1.2. Trabajo desarrollado con respecto a la relación de temperaturas

La relación de temperaturas, θ , influye notablemente sobre el trabajo desarrollado tal y como se observa en la figura 6.1.b. En dicha figura se ve que la dependencia entre el trabajo y θ es lineal por lo que mayores relaciones θ permiten siempre desarrollar mayor trabajo.

La variable θ viene limitada por la temperatura que pueden soportar los materiales a la entrada de la turbina, que es de entre 1400°C y 1600°C [12]. Es esta temperatura la que hace que las relaciones θ sean normalmente de entre 4 y 6. La limitación a la que está sometida la relación θ y su influencia sobre el trabajo confieren una gran importancia a esta variable.

De la figura 6.1 no solo se puede estudiar la influencia de R_c y de θ sobre el trabajo sino que dicha figura refleja también el hecho de que el fluido de trabajo influye en el trabajo desarrollado. Este hecho se deduce de la diferencia existente entre las curvas verde, azul y roja puesto que la única diferencia entre los ciclos que representan es el fluido de trabajo. Esto se debe a la diferencia de propiedades entre cada uno de los gases (ver punto 5 del anexo 2).

Con la figura 6.1 queda caracterizada la evolución del trabajo desarrollado con respecto a la relación de compresión, R_c , y a la de temperaturas, θ . En la figura 6.2 se muestran las dos dependencias en una misma gráfica, lo que facilita la interpretación y la selección tanto de R_c como de θ en función del trabajo requerido. La figura 6.2 corresponde al modelo de ciclo simple ideal aunque la tendencia cualitativa es la misma para cualquiera de los modelos considerados.

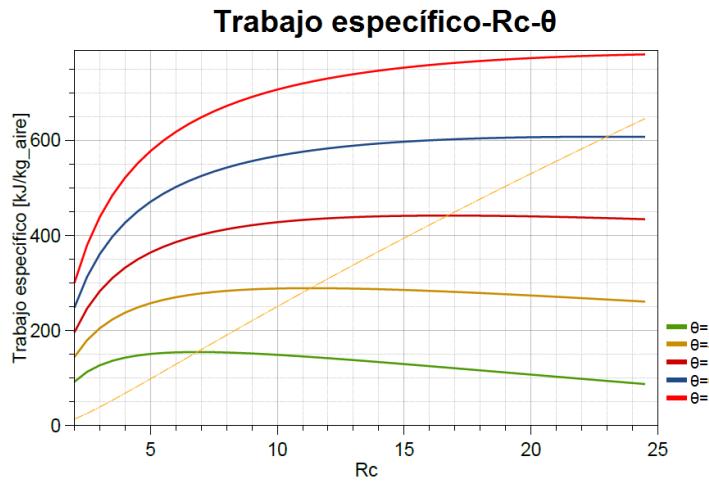


Figura 6.2. Relación entre el trabajo específico y la relación de compresión para diferentes relaciones de temperatura en un ciclo ideal.

En la figura 6.2 se incluye una línea discontinua que une los puntos de máximo trabajo para cada valor de la relación θ . Con dicha línea se observa que a medida que aumenta θ , la R_c de máximo trabajo se desplaza hacia valores mayores. Se trata de un hecho muy importante puesto que un aumento de temperatura a la entrada de la turbina (y por lo tanto de θ) debe de ir acompañado de un aumento de R_c para estar siempre cerca del máximo trabajo. En el anexo 2 se desarrollan más en detalle ésta y otras ideas de importancia.

6.1.3. Trabajo desarrollado con respecto al dosado

En un modelo que considere la combustión y, por lo tanto, el uso de combustible, la relación de temperaturas, θ , es modificada en la mayoría de los casos por el dosado. Es decir, introduciendo mayor cantidad de combustible se consigue elevar la temperatura de los gases en la cámara de combustión. Esta relación se muestra en la figura 6.3.a para el octano. La relación para el metano es muy similar (anexo 2).

Lógicamente, al existir una dependencia directa entre el dosado y la temperatura T_3 , hay que tener en cuenta al variar el dosado, las limitaciones térmicas de los materiales ya referidas.

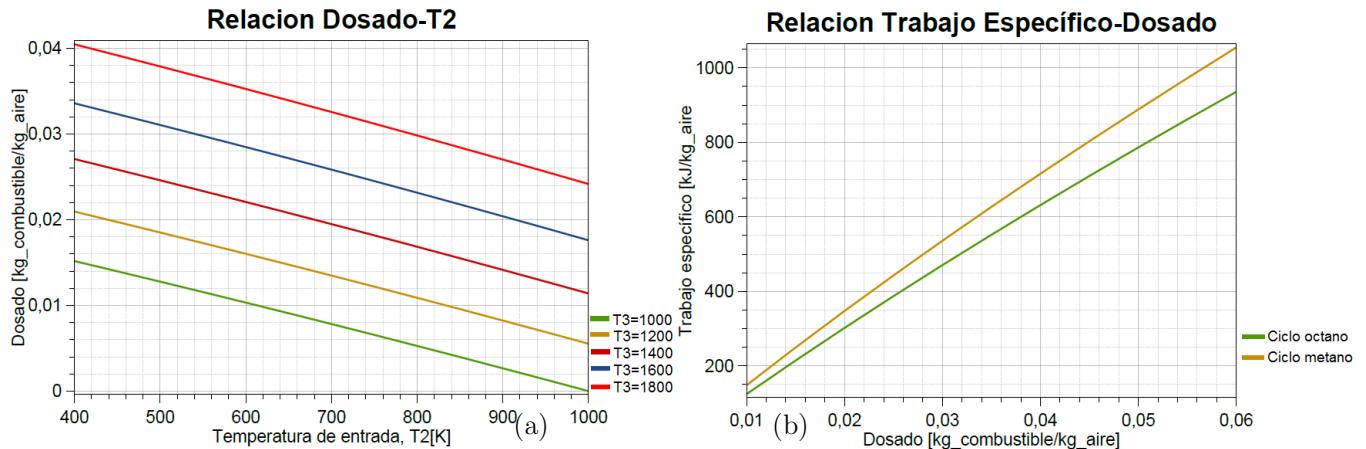


Figura 6.3. Relación entre el dosado y las temperaturas de entrada (T_2) y salida (T_3) de la cámara de combustión para la combustión de octano (a). Relación entre el trabajo específico y el dosado para la combustión de octano y de metano (b).

De la figura 6.3.a se puede conocer el dosado límite con el que se puede trabajar para una temperatura T_2 típica (asociada a una R_c típica). Si la temperatura T_2 es 600K y la metalurgia de las turbinas permite temperaturas máximas (T_3) de 1400-1600K, el dosado máximo es de 0.22-0.28. Estos valores varían con el combustible utilizado. Además, al ser la relación de la figura 6.3.a lineal, la relación directa entre el dosado y el trabajo también lo es, figura 6.3.b.

Según la figura 6.3.b, desde el punto de vista del trabajo interesa el consumo de metano frente al de octano. Esta diferencia de trabajo surge de las diferentes propiedades de cada gas y que dichos gases cambian con el combustible empleado (apartado 6, anexo 1) [12].

Para terminar de caracterizar la evolución del trabajo desarrollado se presenta en la siguiente sección su evolución con respecto a las irreversibilidades consideradas.

6.1.4. Trabajo desarrollado con respecto a las irreversibilidades consideradas

La diferencia que existe entre las curvas del ciclo ideal y del ciclo con pérdidas en la figura 6.1 indica que las pérdidas consideradas juegan un papel fundamental en el trabajo desarrollado.

En la figura 6.4.a se presenta el trabajo desarrollado en función de las irreversibilidades en compresión y expansión caracterizadas, respectivamente, por los rendimientos isoentrópicos de compresor y turbina. Es decir, se presenta el trabajo desarrollado en función del rendimiento del compresor con una turbina ideal (curva naranja) y en función del rendimiento de la turbina con un compresor ideal (curva verde). En dicha figura queda patente que el trabajo desarrollado se ve más afectado por las irreversibilidades en la expansión que por las de la compresión.

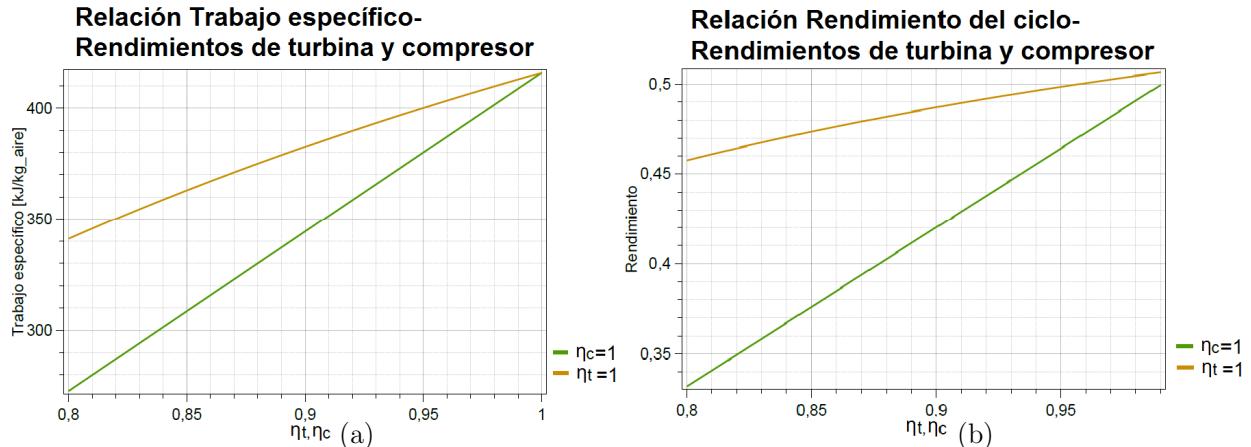


Figura 6.4. Relación entre el trabajo específico y los rendimientos de compresor y turbina (a). Relación entre el rendimiento del ciclo y los rendimientos de compresor y turbina (b).

En cuanto a las pérdidas por diferencias de presión, basta con observar la figura 6.5.a para ver que una mayor caída de presión a lo largo de la cámara de combustión produce una mayor pérdida de trabajo desarrollado. Por otro lado, cuanto mayor sea la presión de salida de la turbina o, equivalentemente, la diferencia Δp_{1-4} , menos energía se ha obtenido del fluido y por lo tanto, menor es el trabajo desarrollado, figura 6.5.b.

Aunque todas las pérdidas consideradas representan una disminución del trabajo desarrollado por el ciclo y por lo tanto son importantes, existen unas más relevantes que otras.

Se recoge en la tabla 6.2 la pérdida de trabajo desarrollado que supone cada una de las irreversibilidades contempladas. Esta tabla está extraída de la tabla 1 del anexo 2.

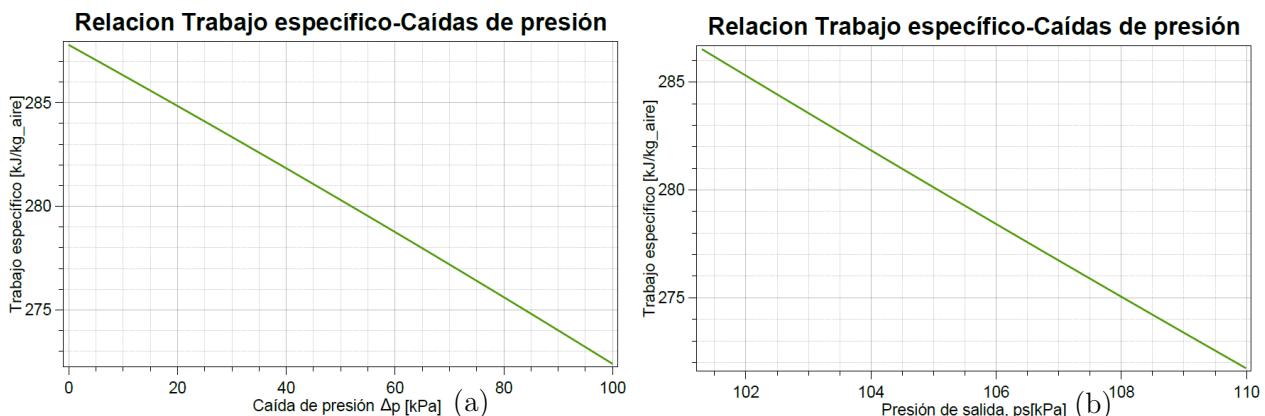


Figura 6.5. Dependencia del trabajo específico con respecto a la caída de presión en la cámara de combustión (a) y a la presión de salida de la turbina (b).

| | Trabajo específico [kJ/kg_aire] | respecto al ciclo ideal [kJ/kg_aire] | Diferencia de trabajo (%) |
|---|---------------------------------|--------------------------------------|---------------------------|
| Ciclo ideal | 415,97 | - | 0% |
| Rendimiento isoentrópico de turbina del 89% (Figura 6.6) | 338,79 | 77,18 | 18,55% |
| Rendimiento isoentrópico de compresor del 87% (Figura 6.6) | 371,09 | 44,88 | 10,79% |
| Caída de presión de 40 kPa en la cámara de combustión (Figura 6.7.a) | 409,17 | 6,8 | 1,63% |
| Presión de 104 kPa a la salida de la turbina (Figura 6.7.b) | 410,7 | 5,27 | 1,27% |
| Trabajo específico del ciclo con pérdidas (considerando todas) | 281,84 | 134,13 | 32,25% |

Tabla 6.2. Influencia de las pérdidas consideradas sobre el trabajo desarrollado por ciclo

De la tabla 6.2 se deduce que los efectos de las irreversibilidades en compresión y expansión sobre el trabajo desarrollado por el ciclo son muy superiores a los de las pérdidas de presión.

6.2 Evolución del rendimiento del ciclo

6.2.1 Rendimiento respecto a la relación de compresión

Esta relación se muestra en la figura 6.6. Mientras que el rendimiento del ciclo ideal sigue un crecimiento asintótico (se aproxima a $\eta = 100\%$), el resto de curvas presentan un máximo.

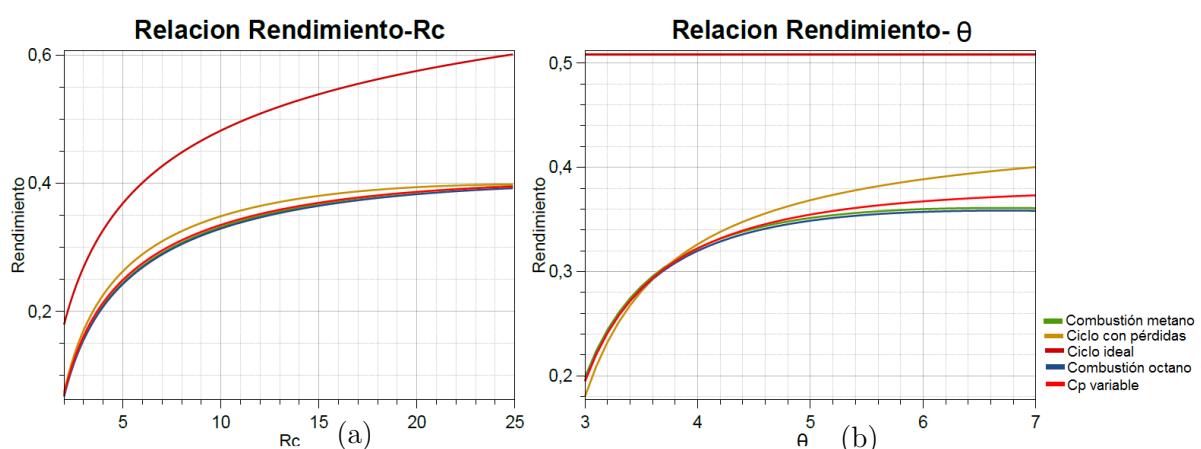


Figura 6.6. Influencia de R_c (a) y de ϑ (b) sobre el rendimiento global del ciclo.

| Ciclo | Rendimiento | Diferencia (%) |
|---|-------------|----------------|
| Ciclo ideal | 50,83% | 46,78% |
| Ciclo con pérdidas | 36,45% | 5,26% |
| Ciclo con calores específicos variables | 35,19% | 1,62% |
| Ciclo con combustión | 34,63 | 0% |

Tabla 6.3. Desviación de los diferentes ciclos con respecto del ciclo real ($R_c=12$).

Está claro que, atendiendo únicamente al rendimiento, interesan relaciones de compresión que lo hagan máximo, figura 6.6.a. Sin embargo, como ya ha sido referido, las variables de diseño no afectan a un solo parámetro y en este caso la relación de compresión también influye sobre el trabajo desarrollado, figura 6.1.a. Si se comparan las curvas del trabajo y del rendimiento con respecto a la relación de compresión, figura 6.7.a, se observa que los valores de R_c para máximo trabajo y para máximo rendimiento no coinciden.

La diferencia entre la R_c de máximo trabajo y la de máximo rendimiento hace necesario llegar a un compromiso en función de la aplicación de la turbina. Si se prefiere un mayor trabajo a costa de un menor rendimiento, la R_c será más cercana a la de máximo trabajo mientras que si se prioriza el rendimiento, la relación será más cercana a la de máximo rendimiento.

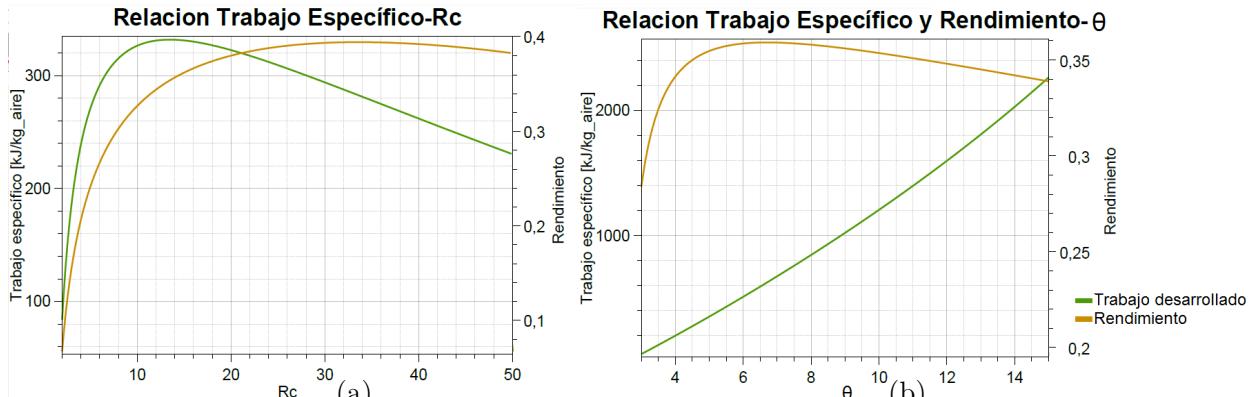


Figura 6.7. Influencia de R_c (a) y de ϑ (b) sobre el trabajo y el rendimiento.

6.2.2 Rendimiento respecto a la relación de temperaturas

La relación de temperaturas, ϑ , también influye de forma notable en el rendimiento, figura 6.6.b. En dicha figura puede verse que el caso del ciclo simple ideal es el que más se aleja del comportamiento real llegando incluso a no presentar ninguna influencia de la relación ϑ sobre el rendimiento. Las demás curvas presentan una fuerte dependencia de la relación ϑ y un punto para el cual se obtiene el máximo rendimiento.

Las desviaciones de cada uno de los ciclos con respecto al ciclo real con una relación ϑ de 4,86 ($T_1 = 288$ K y $T_3 = 1400$ K), son las mismas que las recogidas en la tabla 6.3 puesto que se trata del mismo modo de funcionamiento, el establecido en la tabla 1 del anexo 2.

Comparando la influencia de ϑ sobre el trabajo y el rendimiento en la misma gráfica, se puede establecer el valor más adecuado de ϑ teniendo en cuenta ambos parámetros, figura 6.7.b. De dicha comparativa se deduce que a partir del punto de máximo rendimiento, si se continúa aumentando la relación ϑ , el rendimiento disminuye mientras que el trabajo aumenta. Se trata

por lo tanto de un compromiso entre el trabajo requerido y el mínimo rendimiento que se puede admitir siempre que no se superen los límites térmicos de los materiales [4, 11, 18].

Las dependencias del rendimiento con respecto a R_c y a θ se pueden mostrar en una misma gráfica, figura 6.8. En dicha figura se observa que conforme se aumenta la relación θ (temperatura de entrada a la turbina), el punto de máximo trabajo se desplaza hacia mayores valores de R_c . Es por eso que los aumentos de T_3 (o equivalentemente de θ) deben ir acompañados de aumentos de R_c para mantener siempre un funcionamiento cercano al de máximo trabajo. Esta idea es la misma que la desarrollada en torno al trabajo (apartado 6.1.2) y se puede encontrar más detallada en el anexo 2.

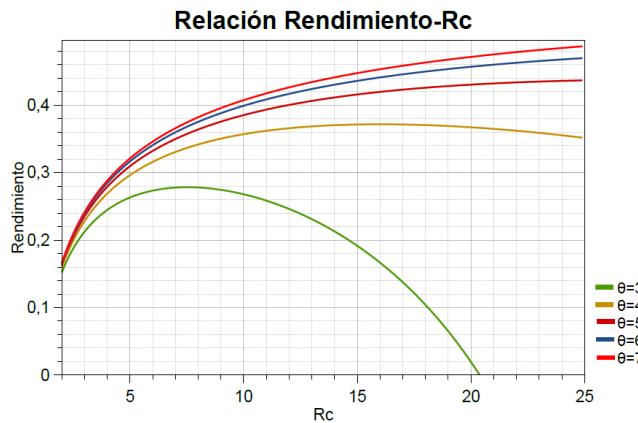


Figura 6.8. Influencia de R_c sobre el rendimiento para diferentes valores de θ .

6.2.3 Rendimiento con respecto al dosado

La importancia del dosado en un modelo que considera la combustión ha sido explicada en el punto 6.1.3. En dicho punto también se muestra la dependencia lineal entre el dosado y θ , figura 6.3.a. Debido a dicha dependencia lineal, las relaciones rendimiento-dosado, figura 6.9.a, y rendimiento- θ , figura 6.6.b, siguen la misma tendencia para el ciclo con combustión.

Nótese que el rendimiento al consumir metano es mayor que al consumir octano para un mismo dosado. Las diferencias derivadas de la utilización de combustibles diferentes se analizan con detalle en el apartado 6 del anexo 1.

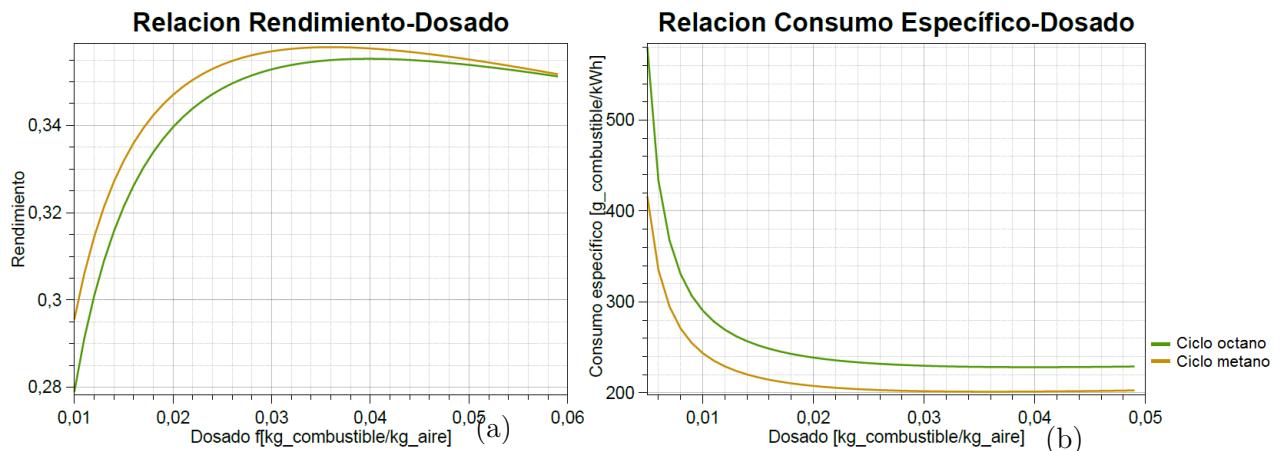


Figura 6.9. Rendimiento (a) y consumo específico (b) en función del dosado.

6.2.4 Rendimiento con respecto a las irreversibilidades consideradas

Por simplicidad y para evitar repeticiones debido a la similitud de esta relación con la mostrada en el apartado 6.1.4, se ha decidido no incluirla en la memoria. No obstante, puede consultarse un análisis detallado en el anexo 2, apartados 11 y 12.

La figura 6.5.b se ha incluido como muestra de la similitud entre ambos análisis. Es decir, las irreversibilidades consideradas tienen implicaciones muy parecidas sobre el trabajo y sobre el rendimiento. En el apartado 12 del anexo 2 se puede encontrar, además, la tabla que resume el efecto de cada irreversibilidad sobre el rendimiento del ciclo (análoga a la tabla 6.3).

6.2.5 Relación entre el rendimiento y el trabajo desarrollado

Habiendo estudiado el rendimiento y el trabajo desarrollado, se pueden relacionar entre sí, figura 6.10. Relacionar dos parámetros tan importantes para caracterizar el comportamiento del ciclo permite caracterizar de forma acertada cualquier ciclo simple y establecer cómo podría optimizarse su funcionamiento [5]. La figura 6.10 muestra esta dependencia para un ciclo simple ideal. La tendencia para el resto de modelos es muy similar (anexo 2, apartado 16).

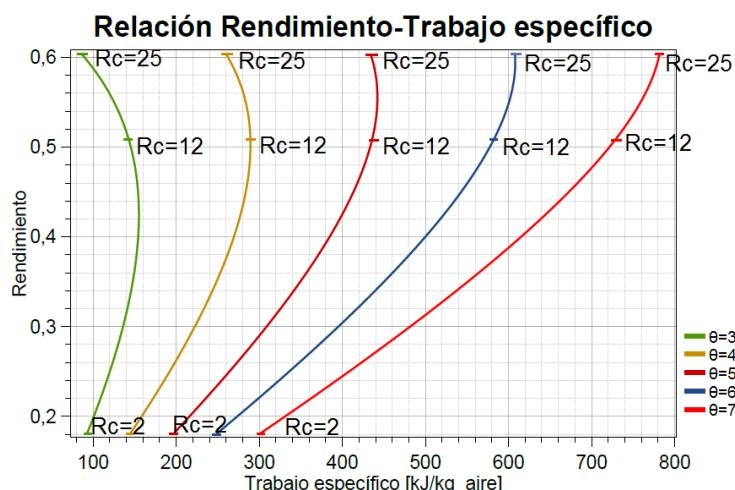


Figura 6.10. Relación entre el rendimiento y el trabajo específico de un ciclo simple ideal para diferentes relaciones de temperaturas, θ , y de compresión, Rc .

Ambos parámetros se relacionan mediante dos variables de diseño fundamentales: la relación de compresión, Rc , y la de temperaturas, θ . Es decir, cualquier punto de la gráfica 6.10 viene dado por un valor de rendimiento, de trabajo desarrollado, de relación de compresión y de relación de temperaturas. Esto permite conocer el modo de funcionamiento necesario (dado por las variables de diseño Rc , θ y f) en función del rendimiento y trabajo requeridos.

La figura 6.10 constituye una muestra directa y explícita de que cualquier cambio en las variables de diseño para modificar el trabajo desarrollado, tiene una repercusión sobre el rendimiento del ciclo y viceversa. En el apartado 4 del anexo 2 se muestra el potencial que tiene esta relación en cuanto al diseño de turbinas de gas. Dicho potencial se debe a que la figura 6.10 relaciona tanto parámetros de funcionamiento (rendimiento y trabajo) como variables de diseño (Rc y θ) de gran importancia.

El rendimiento y el trabajo desarrollados no son los únicos parámetros de funcionamiento que están relacionados entre sí. Por eso, hay que tener en cuenta cómo evolucionan todos los parámetros de funcionamiento al realizar modificaciones en cualquier variable de diseño.

6.3 Evolución del consumo específico

Como ha sido indicado, el consumo evoluciona de manera inversamente proporcional al rendimiento. Es por eso que a partir de las relaciones estudiadas relativas al rendimiento puede conocerse la evolución del consumo específico. No obstante, a partir de la evolución del rendimiento no se puede conocer con exactitud, precisión ni de manera cuantitativa el consumo específico por lo que las relaciones relativas al consumo se consideran necesarias.

6.3.1. Consumo específico con respecto a la relación de compresión

En la figura 6.11.a se presenta la relación entre el consumo específico y R_c para diferentes relaciones de temperaturas. Se observa que las curvas presentan una R_c de mínimo consumo específico muy similar a la de de máximo rendimiento (mayor detalle en el apartado 5.1 del anexo 2).

Con las figuras 6.11.a y 6.7.a se puede, por tanto, establecer la relación de compresión más adecuada teniendo en cuenta el rendimiento, el consumo específico y el trabajo desarrollado.

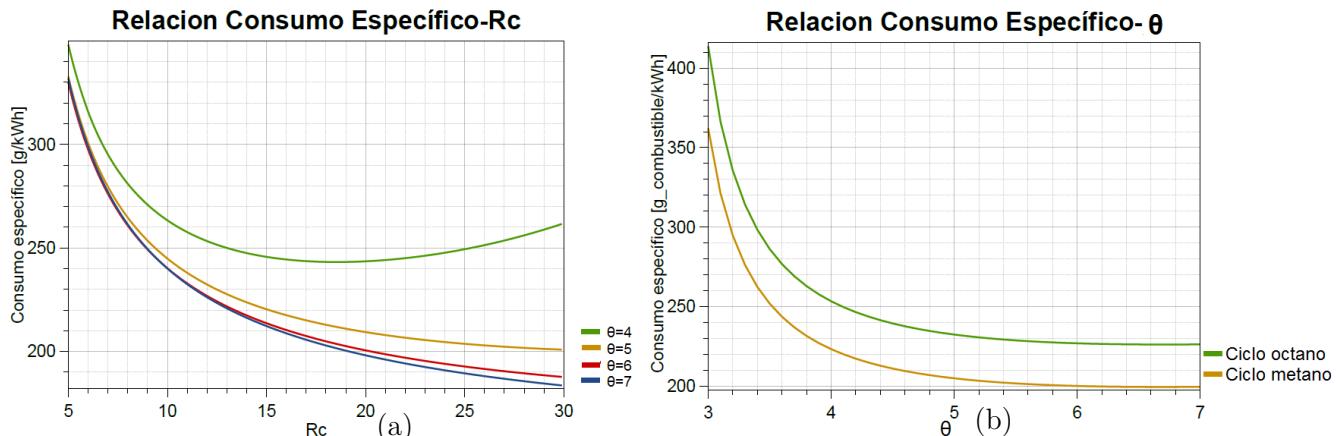


Figura 6.11. Relación entre el consumo específico y la relación de compresión para diferentes relaciones de temperaturas de un ciclo que consume octano (a). Relación entre el consumo específico y θ para dos combustibles diferentes y $R_c=12$ (b).

6.3.2 Consumo específico respecto a la relación de temperaturas

La figura 6.11.b muestra que una opción para reducir el consumo específico es el aumento de la relación θ . La relación θ se puede aumentar mediante el aumento de T_3 siempre que no se alcancen los límites térmicos de los materiales. Si se necesita un aumento de la relación θ sin aumentar la temperatura T_3 se puede recurrir a una refrigeración previa al compresor para disminuir la temperatura T_1 , [1, 4].

6.3.3. Consumo específico con respecto al dosado

Según lo visto en la figura 6.3.a, la relación de temperaturas θ tiene una dependencia lineal con el dosado, f . Es por esto que la figura 6.9.b sigue la misma tendencia que la 6.11.b. Si se

desea un menor consumo se necesita un mayor dosado o equivalentemente, una mayor relación θ . En definitiva, se obtiene la misma información que en la sección anterior.

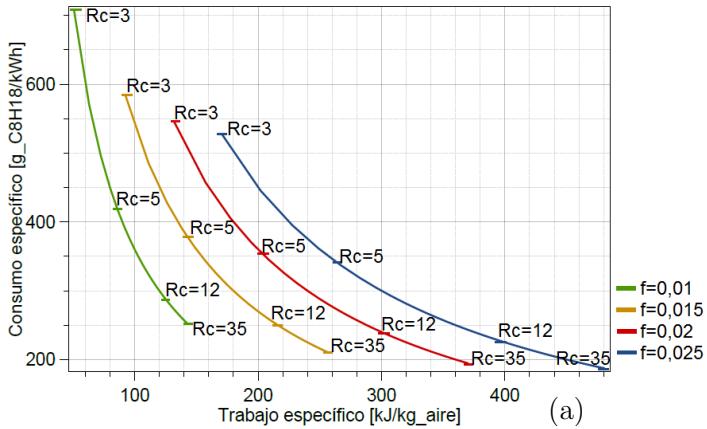
Como se ve a lo largo de todo el estudio, cualquier dependencia de los parámetros de comportamiento con respecto del dosado es equivalente a la dependencia con respecto a θ . No obstante se decide presentar ambas dependencias de forma explícita ya que se considera que aporta mayor claridad al estudio.

6.3.4. Relación entre el consumo específico y el trabajo específico

Como se ha visto en la sección 6.2.5, relacionar dos parámetros de funcionamiento es muy útil para conocer cómo la modificación de uno de ellos influye sobre el otro. En este caso se refleja que, en general, una modificación para conseguir un mayor trabajo produce una disminución del consumo específico, figura 6.12.a. Por ejemplo, un aumento de trabajo mediante el aumento de R_c a dosado constante, genera una disminución de consumo específico. El aumento del trabajo mediante un aumento de dosado a R_c constante también produce una disminución del consumo.

Nótese que la figura 6.12.a es inversa a la 6.10 puesto que el rendimiento y el consumo presentan evoluciones inversas. En ambas se deduce que interesan altas R_c y altos dosados para mejorar las prestaciones de la turbina (trabajo, rendimiento y consumo).

Relacion Trabajo Específico-Consumo específico



Relacion Rendimiento-Consumo específico

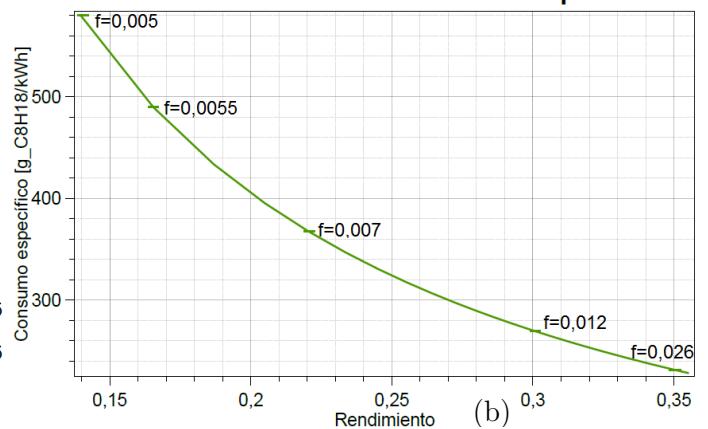


Figura 6.12. Relación entre el consumo específico y el trabajo desarrollado para diferentes dosados (a). Relación entre el consumo específico y el rendimiento (utilizando octano) (b).

6.3.5. Relación entre el consumo específico y el rendimiento

Esta relación ha sido referida en varios puntos. En la figura 6.12.b se muestra de forma explícita y directa que la relación entre ambos parámetros es una relación inversa. Es decir, un mayor rendimiento indica un menor consumo específico.

Es importante el hecho de que un mayor dosado mejora tanto el rendimiento como el consumo específico por lo que desde este punto de vista, siempre interesa un mayor dosado que no ponga en riesgo los materiales por temperaturas excesivas.

6.4 Evolución de las emisiones específicas

En general, el estudio de la formación de gases contaminantes en combustión es un proceso complicado que se aleja del propósito de este trabajo [8, 9, 10, 11]. Es por esto que la atención aquí se centra solamente en el CO₂, un gas de efecto invernadero producido durante la combustión analizada en el apartado 6 del anexo 1.

La variable que tiene influencia directa sobre las emisiones de CO₂ es el dosado. Es decir, a mayor cantidad de combustible introducido al ciclo, mayores son las emisiones puesto que reacciona más carbono. Es por esto que sólo se muestra la influencia del dosado.

6.4.1. Emisiones específicas con respecto al dosado

Uno de los primeros hechos que se derivan a partir de la figura que muestra esta relación, figura 6.13, es que un aumento del dosado genera una disminución de las emisiones específicas. Es decir, interesa un dosado lo mayor posible siempre y cuando no se alcancen los límites térmicos de los materiales ya citados. También se deriva de la figura 6.13 que es preferible el metano ya que supone unas emisiones menores. Este hecho está directamente relacionado con la cantidad de carbono presente en el metano (CH₄) y en el octano (C₈H₁₈) y con las propiedades de los gases producto de su combustión.

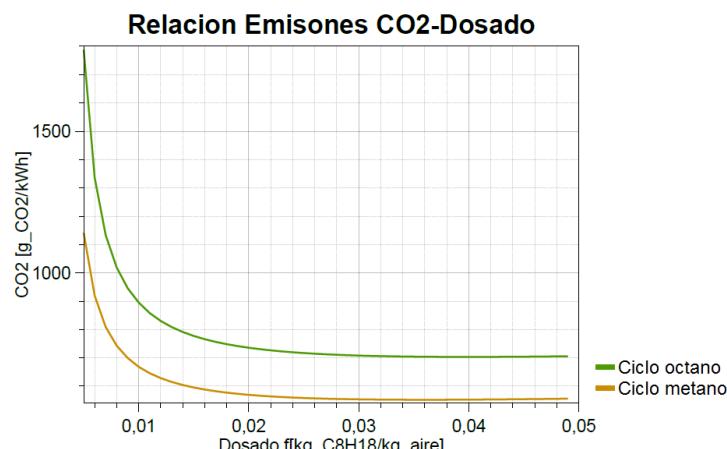


Figura 6.13. Emisiones de CO₂ respecto del dosado para los dos combustibles estudiados.

Conviene hacer notar que unas menores emisiones específicas no suponen una menor emisión total de gases contaminantes. Es decir, si se aumenta el dosado, el trabajo desarrollado también aumenta, y por lo tanto la potencia. Además, esta última aumenta en mayor cuantía con el dosado que las emisiones de CO₂. Por ello, las emisiones específicas de CO₂ disminuyen con el dosado (figura 6.3.b) Irremediablemente, siempre que se aumenta el dosado, es decir, los kilogramos de combustible introducidos, es lógico que las emisiones totales aumentan aunque las específicas disminuyan.

6.5 Conclusiones del estudio

A lo largo de este apartado y del anexo 2 se han obtenido muchas conclusiones en cuanto al comportamiento del ciclo con respecto a las variables de funcionamiento. En este punto se resumen las que se consideran más importantes.

En primer lugar, ha quedado demostrado que es necesario llegar a un compromiso entre los diferentes parámetros de funcionamiento y variables de diseño. Es decir, al diseñar una turbina de gas, no se puede tener en cuenta un solo parámetro de funcionamiento puesto que todos están relacionados. Por ejemplo, el aumento del trabajo específico puede suponer una variación de rendimiento, de consumo y de emisiones.

Por otro lado, se ha visto que no existe un valor de las variables de diseño óptimo para todos los parámetros de funcionamiento siendo necesario alcanzar un compromiso entre los diferentes parámetros involucrados.

En definitiva, para la operación deseada de un ciclo de turbina de gas es necesario llegar a un compromiso entre todas las variables y parámetros involucrados en su funcionamiento. Se deben de tener en cuenta límites tecnológicos, funcionales, económicos y medioambientales.

Otro hecho importante es la gran relevancia que tienen los límites térmicos de los materiales, que limitan el funcionamiento de la turbina en muchas ocasiones. Este hecho explica la importancia que tiene el desarrollo de nuevos materiales o técnicas de refrigeración de los mismos para obtener relaciones de temperaturas, θ , y dosados más elevados. Se ha demostrado que con un mayor dosado o relación de temperaturas se obtiene un mayor rendimiento, mayor trabajo desarrollado, menor consumo específico y menores emisiones. Por ello, en la mayor parte de los casos interesan altos dosados y por tanto, altas relaciones de temperaturas, θ . Los mismos hechos motivan el desarrollo de otros ciclos como los regenerativos, compuestos, combinados, etc (el programa ha sido desarrollado para poder implementar dichos ciclos de manera sencilla).

Junto con la necesidad de desarrollar materiales más resistentes térmicamente, ha quedado de manifiesto la importancia de reducir al máximo las pérdidas en estos ciclos. Sobre todo interesa aumentar el rendimiento de la turbina, seguido del rendimiento del compresor y por último, reducir las caídas de presión en la cámara de combustión y la presión de salida del ciclo.

Por último, es muy importante el hecho de que consumir metano es preferible frente al octano. Esto se deriva de todos los análisis realizados ya que, desde todos los puntos de vista (rendimiento, trabajo específico, consumo específico y emisiones específicas), interesa la combustión de metano frente a la de octano.

Con el estudio llevado a cabo se entiende que queda demostrada y probada la capacidad de análisis que permite el programa desarrollado.

7. Conclusiones y valoración

Se considera que se ha realizado un trabajo muy amplio y completo en torno al ciclo simple de turbina de gas. El trabajo exige un profundo estudio previo sobre el funcionamiento dichos ciclos y de sus fundamentos termodinámicos y físicos así como el de un lenguaje de programación para el desarrollo del programa implicado. En cuanto a la parte que queda plasmada de forma directa en este texto, el trabajo exige una gran cantidad de análisis para establecer parámetros, modelos a estudiar, variables de diseño, relaciones, etc. que permitan desarrollar de forma adecuada el resto del estudio.

La autonomía, la fiabilidad y precisión de los resultados o la justificación de todos los desarrollos elaborados desde sus bases son algunos de los aspectos que se han pretendido conseguir en las tres partes más importantes de este trabajo: el desarrollo de expresiones paramétricas, el desarrollo del programa y el estudio de las relaciones.

En primer lugar, la mayor parte de las expresiones y métodos de cálculo (anexos 1 y 3) son de elaboración propia así como el programa desarrollado para conseguir la máxima precisión, flexibilidad y autonomía. A pesar de que se ha buscado la máxima autonomía y personalidad, siempre que ha sido preciso apoyo bibliográfico se ha utilizado, tal y como se ve en las referencias, bibliografía precisa y fiable. El rigor y la fiabilidad se consigue, en su mayor parte, demostrando todo lo relacionado con las expresiones desarrolladas y contrastando todos los resultados obtenidos con la bibliografía seleccionada siempre que ha sido posible. Es decir, se ha pretendido que no quede nada relacionado con las expresiones sin justificar.

Por otro lado, el programa desarrollado se entiende como una herramienta con un gran potencial en cuanto al estudio de ciclos de turbina de gas. Dicho programa se ha desarrollado de forma que pueda ser ampliado de manera sencilla para el estudio de nuevos ciclos (regenerativo, compuestos, etc.), lo que muestra la flexibilidad con la que ha sido programado. Su precisión se deriva por un lado de la conseguida en las relaciones paramétricas que utiliza y por otro lado de las funcionalidades implementadas y de la optimización llevada a cabo (anexo 4 y apartado 5). Además, en el contexto concreto de la Universidad de Zaragoza no existe por el momento ninguna aplicación de estas características por lo que se facilitaría, en parte, la labor docente relacionada con los ciclos simples de turbina de gas.

Merece la pena destacar el trabajo y el esfuerzo requerido para el desarrollo del programa. Para ello no solo ha sido necesario un profundo estudio del lenguaje y entorno de programación sino que, una vez programado, han sido precisas una gran cantidad de revisiones para conseguir un buen rendimiento y un funcionamiento óptimo en cualquier ordenador en el que se pretenda instalar.

Por último, el estudio que se deriva de las relaciones paramétricas y del programa desarrollado (anexo 2 y apartado 6), se considera muy extenso, fiable y autónomo. Para conseguir la fiabilidad se han contrastado todos los datos con la bibliografía referenciada ya que se considera fiable y rigurosa. La autonomía se alcanza al tratarse de un estudio basado en expresiones paramétricas en muchos casos propias y en un programa también propio.

8. Referencias

- [1] Bathie, William W. (1984). *Fundamentals of Gas Turbines*.
- [2] Moran, M. J., Shapiro, H. N. (2004). *Fundamentos de termodinámica técnica*.
- [3] Artun, I., *Enthalpy-Entropy Diagram for Dry Air*, NTNU 2002, Based on the program Allprops, Center for Applied Thermodynamic Studies, University of Idaho.
- [4] Muñoz, M., Collado, F. J., Moreno, F., Morea, J. F., *Turbomáquinas térmicas*. Zaragoza, 1999.
- [5] Boyce, Meherwan P. (2011). *Gas Turbine Engineering Handbook*.
- [6] ESPAÑA. 2007. Ley 34/2007, de 16 de noviembre, de calidad del aire y protección de la atmósfera. *Boletín Oficial del Estado*, 16 de noviembre de 2007, 275.
- [7] Real Decreto 100/2011, de 28 de enero, por el que se actualiza el catálogo de actividades potencialmente contaminadoras de la atmósfera y se establecen disposiciones básicas para su aplicación, *Boletín Oficial del Estado*. Madrid, 29 de enero de 2011, núm. 25, pp. 9540-9568.
- [8] Khidr, K. I., Eldrainy, Y. A., EL-Kassaby, M. M., (2017), *Towards lower gas turbine emissions: Flameless distributed combustion*, Renewable and Sustainable energy Reviews, volumen 67, pags 1237-1266.
- [9] Pavri, R., D. Moore, G., (2001), *Gas Turbine Emissions and Control*, GE Power Systems, Atlanta, Estados Unidos.
- [10] Liewen, T. C., Yang, V., (2013), *Gas turbine emissions*, Cambridge, Reino Unido, Editorial Cambridge University Press.
- [11] Meher-Homji, C. B, Zachary, J., Bromley, A. F., *Gas Turbine Fuels-System design, combustion and operability*.
- [12] Mattingly, J. D.(1989), *Elements of Gas Turbine Propulsion*, McGraw Hill.
- [13] Vivier, L (1965). *Turbines à vapeur et à gaz: théorie-construction-utilisation*.
- [14] Horlock, J. (2003). *Advanced Gas Turbine Cycles*.
- [15] McBride, B. J., Heimel, S., Ehlers, J., and Gordon, S., *Thermodynamic Properties to 6000 k for 210 Substances Involving the First 18 Element*, NASA SP-3001, 1963.
- [16] Wesley, A. (2003), *C# Languaje Specification*, Boston, Longman.
- [17] Ceballos S., F. J. (2010), *Enciclopedia de Microsoft Visual C#*, Madrid, España, Editorial RA-MA
- [18] Innocenti, A., Marini, L, Carcasci, C., (2016) *Effects of upgraded cooling system and new blade materials on a real gas turbine performance*, Energy Procedia, volumen 101, pags 1135-114

ANEXO 1: Desarrollos y expresiones necesarias para el estudio

Tabla de contenidos del anexo 1

| | |
|---|-----------|
| Apartado 1. Objeto del anexo | 40 |
| Apartado 2. Conceptos genrales | 43 |
| Apartado 3. Ciclo simple ideal | 47 |
| 3.1. Expresiones del trabajo específico | 50 |
| 3.2. Expresión del rendimiento | 51 |
| 3.3. Relación entre el rendimineto y el trabajo específico | 52 |
| Capítulo 4. Ciclo simple con irreversibilidades..... | 54 |
| 4.1. Expresiones del trabajo específico | 57 |
| 4.2. Expresiones del rendimiento | 59 |
| 4.3. Relación entre el rendimineto y el trabajo específico | 62 |
| Capítulo 5. Ciclo simple con calores específicos variables | 64 |
| 5.1. Expresión del trabajo específico | 67 |
| 5.2. Expresiones del rendimiento | 70 |
| 5.3. Relación entre el rendimineto y el trabajo específico | 71 |
| Capítulo 6. Ciclo simple con gases de combustión..... | 72 |
| 6.1. Expresión del trabajo específico | 74 |
| 6.2. Expresiones del rendimiento | 81 |
| 6.3. Relación entre el rendimineto y el trabajo específico | 82 |
| 6.4. Expresión del consumo específico..... | 82 |
| 6.5. Expresión de las emisiones específicas..... | 83 |

1. Objeto del anexo

El objetivo del presente trabajo es analizar la influencia que tienen diferentes parámetros en el comportamiento global de un ciclo simple de turbina de gas. Para poder estudiar esta influencia es necesario el desarrollo de expresiones que relacionen los parámetros seleccionados con el comportamiento del ciclo. Es en este anexo donde se desarrollan estas expresiones que son, a su vez, las empleadas por el programa elaborado para la generación de gráficas útiles para el estudio.

Cabe mencionar que en este anexo no se realiza análisis alguno de las implicaciones que pueden tener estas expresiones, es decir, no se analiza el comportamiento del ciclo. Este estudio se realiza en el anexo de análisis de resultados.

Se han seleccionado los parámetros que se han considerado más relevantes para evaluar el comportamiento global del ciclo simple de turbina de gas:

- Relación de compresión, R_c .
- Relación de temperaturas de entrada a turbina y a compresor, θ .
- Fluido de trabajo.
- Dosado, f .
- Tipo de combustible.
- Rendimientos isoentrópicos de turbina y compresor, η_t y η_c .
- Caída de presión en la cámara de combustión, Δp .

En cuanto al comportamiento global, se va a caracterizar mediante las siguientes variables: trabajo específico, W_{esp} , rendimiento global, η , consumo específico, g_{esp} , y emisiones específicas de CO₂, E_{esp} . Por lo tanto, las relaciones que se desarrollan en las siguientes páginas van a relacionar estos parámetros con cada una de las variables listadas.

En la Figura 1 se muestra el ciclo simple de turbina de gas y en la Figura 2 se incluyen los diagramas más relevantes correspondientes a este ciclo. Todas las expresiones y ecuaciones que se desarrollan en este anexo están asociadas al ciclo que se acaba de mencionar, por lo que las figuras 1 y 2 van a resultar de gran utilidad como se irá viendo posteriormente.

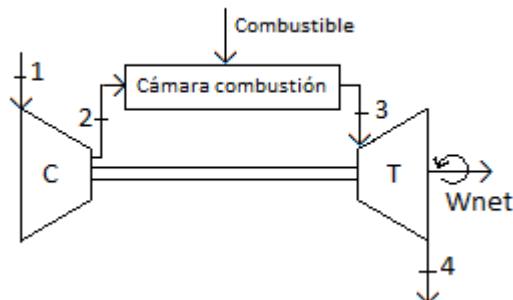


Figura 1. Ciclo simple de turbina de gas

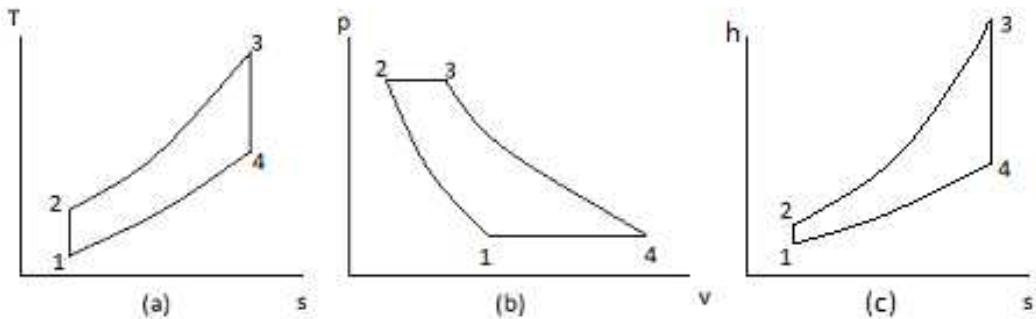


Figura 2. Diagramas T-s (a), p-v (b) y h-s (c) de un ciclo ideal de turbina de gas.

El objetivo del estudio es poder realizar un análisis lo más realista posible de un ciclo simple de turbina de gas. Para llegar a estudiar un ciclo simple cercano a la realidad se comienza con el estudio más sencillo, el de un ciclo simple ideal. Sobre el ciclo simple ideal, se incluirán progresivamente consideraciones tales como diferentes tipos de pérdidas o irreversibilidades, diferentes combustibles y otras consideraciones termodinámicas que lo acerquen al funcionamiento de un ciclo simple real. Este proceso da lugar a los siguientes modelos o ciclos a medida que se van incluyendo diferentes consideraciones:

-Ciclo simple ideal: es el más sencillo, se supone que todos los componentes trabajan de forma ideal y el fluido de trabajo es aire con calores específicos constantes.

-Ciclo simple con pérdidas: se llega a este ciclo incluyendo sobre el anterior el hecho de que ni la turbina, ni el compresor, ni la cámara de combustión trabajan de forma ideal, es decir, se incluyen irreversibilidades. Se sigue suponiendo aire con calores específicos constantes como fluido de trabajo.

-Ciclo simple con calores específicos variables: además de las irreversibilidades consideradas en el ciclo anterior, se asume que el fluido de trabajo es aire con calores específicos variables.

-Ciclo simple considerando gases de combustión: es el último ciclo y el único que considera el proceso de combustión como tal. Es el que más se aproxima al ciclo simple real. En este modelo se tienen en cuenta las irreversibilidades mencionadas y el fluido de trabajo con calores específicos variables. La diferencia con respecto al ciclo anterior es que ahora se tiene en cuenta que el fluido de trabajo a lo largo de una parte del ciclo va a estar compuesto de gases de combustión y no solo de aire.

A lo largo del anexo se realizan, por lo tanto, desarrollos para cada uno de estos casos con el objetivo de llegar al estudio de un ciclo realista y poder entender en detalle cómo se comportan los ciclos simples de turbina de gas en la práctica. Además, conocer expresiones para los diferentes casos permite analizar cuál es el error cometido al hacer determinadas suposiciones como, por ejemplo, que los componentes sean ideales o que el fluido de trabajo en todo el ciclo sea aire.

En este estudio se pretende que todos los desarrollos y expresiones mostrados estén totalmente justificados y rigurosamente analizados en detalle desde sus bases. Es por esto que, aunque algunas de las expresiones o desarrollos utilizados se pueden encontrar en la bibliografía,

en la mayoría de las ocasiones no están suficientemente detallados o desarrollados y por lo tanto va a ser necesario muchas veces un desarrollo y análisis autónomos e independientes.

Antes de proceder con los desarrollos de los casos mencionados, se presenta una sección de conceptos generales comunes a todos los casos que facilita la comprensión del ciclo a estudiar.

2. Conceptos generales

Al ser todos los casos a estudiar variantes de un mismo ciclo (ciclo simple de turbina de gas) con más o menos cercanía al funcionamiento real, todos ellos van a tener como base de partida las mismas consideraciones generales. En este apartado se estudian estas consideraciones y su obtención.

Para todos los análisis se han tenido en cuenta cuatro suposiciones a las que se hará referencia a lo largo del texto cuando sea conveniente y que son de especial relevancia:

- 1º- Se trabaja en modo estacionario, es decir, los flujos de materia y energía (calor o trabajo) son constantes con el tiempo.
- 2º- Todos los componentes del ciclo son adiabáticos (salvo que se indique lo contrario), es decir, no se produce ninguna transferencia de calor entre el interior y el exterior del componente.
- 3º- La diferencia de energía potencial del fluido entre la entrada y salida de un componente es despreciable.
- 4º- La diferencia de velocidades del fluido (energía cinética) entre la entrada y la salida de un componente es despreciable

Estas cuatro suposiciones se mantendrán a lo largo de todos los casos estudiados.

Para el análisis que se va a realizar, el balance de energía combinado con el balance de materia se convierte en una herramienta imprescindible. Por ello, se parte de aplicar el balance de energía a un componente o, más genéricamente, a un volumen de control en estado estacionario, es decir, con flujos de materia y energía (calor o trabajo) constantes con el tiempo (primera suposición). Esto quiere decir que los siguientes desarrollos no son aplicables a los transitorios de arranque y parada, que no son objeto de este estudio. El balance de energía aplicado a cualquier volumen de control de un sistema abierto debe tener en cuenta la entalpía, la energía cinética y la energía potencial que tiene el fluido a la entrada y la salida además del calor y trabajo intercambiados [2]:

$$0 = \dot{Q} - \dot{W} + \dot{m}_e \cdot \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + g \cdot z_e \right) - \dot{m}_s \cdot \left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + g \cdot z_s \right) \quad 1$$

Para la expresión 1 y de ahora en adelante se tiene en cuenta el siguiente criterio de signos:

- $W > 0$: Trabajo comunicado por el fluido al componente.
- $W < 0$: Trabajo comunicado por el componente al fluido.
- $Q < 0$: Calor comunicado por el fluido al componente.
- $Q > 0$: Calor comunicado por el componente al fluido.

Al tener una única entrada y salida de flujo a cada componente se tiene que, en estado estacionario, los flujos másicos por unidad de tiempo son iguales:

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m} \quad 2$$

Y dividiendo entre el flujo másico la expresión ecuación 1 se tiene lo siguiente:

$$0 = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} - \frac{\dot{W}}{\dot{m}} + (h_e - h_s) + \left(\frac{V_e^2}{2} - \frac{V_s^2}{2} \right) + (g \cdot z_e - g \cdot z_s) \quad 3$$

Se va a considerar que la variación de energía potencial es despreciable (tercera suposición) lo que anula el último término de la expresión 3. Esta suposición se adopta ya que la diferencia de alturas entre la entrada y salida de cada componente es habitualmente muy pequeña en sistemas térmicos.

$$0 = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} - \frac{\dot{W}}{\dot{m}} + (h_e - h_s) + \left(\frac{V_e^2}{2} - \frac{V_s^2}{2} \right) \quad 4$$

También se considera que la variación de energía cinética entre la entrada y la salida de cualquiera de los componentes es despreciable (cuarta suposición) ya que el hecho de tener en cuenta las variaciones de velocidad queda fuera del alcance de este trabajo. Realizar esta suposición no introduce prácticamente ningún error en turbinas terrestres. La implicación de esta suposición es la anulación del último término de la ecuación 4.

$$0 = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} - \frac{\dot{W}}{\dot{m}} + (h_e - h_s) \quad 5$$

El balance 5 puede ser aplicado a cualquier componente del ciclo para obtener el trabajo y calor que intercambia con el fluido por unidad de masa. A continuación se realiza el balance a compresor, turbina y cámara de combustión.

Para todos los balances y desarrollos se emplean los estados indicados en las figuras 1 y 2. Se aplica en primer lugar el balance de energía (ec. 5) al compresor.

$$0 = \frac{\dot{Q}_{comp}}{\dot{m}} - \frac{\dot{W}_{comp}}{\dot{m}} + (h_1 - h_2) \quad 6$$

Según la suposición 2, los componentes son adiabáticos y por lo tanto no intercambian calor con el exterior. Esto quiere decir que, como el compresor no genera calor y tampoco lo recibe del exterior, el calor que intercambia con el fluido es nulo, es decir, se anula el primer término de la derecha de la igualdad de la expresión 6. El segundo término sí que se mantiene porque se necesita trabajo para poder comprimir el fluido y por lo tanto el balance aplicado al compresor se traduce en la expresión 7.

$$W_{comp} = h_1 - h_2 \quad 7$$

Donde W_{comp} es el trabajo específico comunicado por el compresor al fluido.

En la expresión 7, W_{comp} es negativo puesto que la entalpía del estado 2 es mayor que la del estado 1 como se puede deducir de la figura 2. Esto se debe a que la función del compresor es la de comunicarle energía al fluido y, más concretamente, comprimirlo.

Según el criterio de signos establecido, un trabajo negativo será aquel comunicado por el componente al fluido, es decir, tal y como se ha dicho, el trabajo que el compresor realiza sobre el fluido para comprimirlo. Por comodidad y claridad de ahora en adelante se va a utilizar la expresión 8 en lugar de la 7 para que el trabajo realizado por el compresor sea positivo.

$$W_{comp} = h_2 - h_1$$

8

Donde de ahora en adelante W_{comp} es el trabajo específico comunicado por el compresor al fluido.

El caso de la turbina es similar al del compresor. Se realiza en primer lugar el balance de energía a la turbina.

$$0 = \frac{\dot{Q}_{turb}}{\dot{m}} - \frac{\dot{W}_{turb}}{\dot{m}} + (h_3 - h_4) \quad 9$$

De nuevo, como ocurre con el compresor, el primer término de la derecha de la igualdad se anula por ser la turbina un componente adiabático. En el caso de la turbina, su función es la de extraer la máxima energía posible del fluido y su transformación en trabajo. Esto quiere decir que va a ceder energía desde el fluido a la turbina y que el segundo término no se puede anular. El balance da lugar a la expresión 10.

$$W_{turb} = h_3 - h_4 \quad 10$$

Donde W_{turb} es el trabajo específico comunicado por el fluido a la turbina, o lo que es lo mismo, el desarrollado por la turbina.

Por último se aplica el balance de energía a la cámara de combustión.

$$0 = \frac{\dot{Q}_{cc}}{\dot{m}} - \frac{\dot{W}_{cc}}{\dot{m}} + (h_2 - h_3) \quad 11$$

En el caso de la cámara de combustión, el segundo término de la expresión 11 se puede anular puesto que no se realiza ningún trabajo sobre el fluido ni el fluido sobre el componente. Sin embargo, el primer término se debe de mantener puesto que siempre va a ser necesario un aporte de calor al fluido para elevar su temperatura en la cámara de combustión. Ahora bien, se pueden distinguir dos situaciones (figura 3) en función de cómo sea el aporte de calor, es decir, en función de si se considera o no el proceso de combustión.

Cuando en el apartado 5 se contempla el ciclo con gases de combustión, figura 3a, se admite que se produce una reacción de combustión que libera calor en el interior de la cámara y todo ese calor es absorbido por el fluido de trabajo. Por otro lado, las cámaras de combustión reales son casi adiabáticas y por lo tanto no intercambian calor con el exterior. Con estas consideraciones, la expresión 11 se reduce a la ecuación 12.a.

$$\begin{aligned} Q_{in} = 0 = h_3 - h_2 &\rightarrow h_3 = h_2 \rightarrow \\ \rightarrow h_{productos} &= h_{reactivos} \end{aligned} \quad 12.a$$

En el resto de casos analizados no se contempla combustión pero va a ser preciso considerar que en la cámara de combustión hay transferencia de calor desde una fuente de energía porque es necesario elevar la temperatura del fluido de trabajo, figura 3b. Al considerarse solamente una transferencia de calor, la cámara puede considerarse equivalente a un intercambiador de calor y la ecuación 11 se convierte en la 13.

$$Q_{in} = h_3 - h_2 \quad 12.b$$

Donde Q_{in} es el calor por unidad de masa suministrado por la cámara de combustión al fluido.

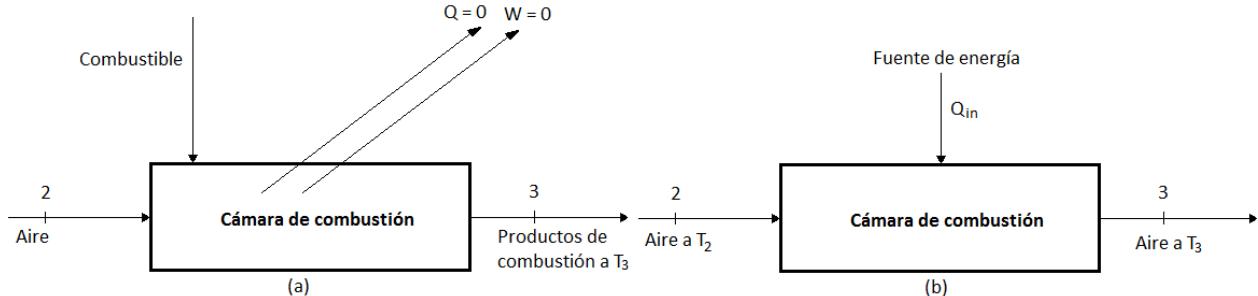


Figura 3. Cámara de combustión en procesos considerando la combustión (a) y sin considerarla (b).

El trabajo desarrollado por el ciclo de turbina de gas es la suma del trabajo desarrollado por cada uno de sus componentes. En el ciclo simple de turbina de gas la turbina genera trabajo mediante la extracción de energía del fluido y parte de ese trabajo generado es consumido por el compresor para comprimir el fluido. Teniendo esto en cuenta, el trabajo total de la máquina es el generado por la turbina menos el consumido por el compresor (ecs. 8 y 10).

$$W_{esp} = W_{turb} - W_{comp} \quad 13$$

Donde W_{esp} es el trabajo por unidad de masa desarrollado por el ciclo simple de turbina de gas.

Conociendo la energía desarrollada por el ciclo, W_{esp} , y la energía aportada, Q_{in} , se puede determinar el rendimiento del ciclo.

$$\eta_{ciclo} = \frac{\text{Energía desarrollada}}{\text{Energía aportada}} = \frac{W_{esp}}{Q_{in}} \quad 14$$

En este apartado se ha llegado a expresiones que son válidas para cualquier ciclo simple de turbina de gas, desde el ideal hasta el real y por lo tanto aplicables a todos los casos que se van a estudiar. En los apartados sucesivos se partirá por lo tanto de las expresiones obtenidas hasta ahora y se introducirán además las condiciones específicas de cada caso.

3. Ciclo simple ideal

El ciclo simple ideal de turbina de gas es el más sencillo de analizar debido a las simplificaciones que se tienen en cuenta. Aunque en principio es el más alejado de la realidad, su interés radica en que muestra las tendencias cualitativas del ciclo simple real y da una idea acertada de cómo se comporta. Su sencillez ha hecho que sea ampliamente estudiado y por ello los desarrollos que se muestran en este apartado se pueden encontrar fácilmente en la bibliografía [1, 2, 5].

Otro interés que tiene el análisis de este ciclo es que va a servir como base de los casos posteriores ya que bastará con incluir las condiciones que lo vayan acercando al ciclo simple real para pasar de un ciclo a otro. Además, como se ha dicho al comienzo, al haber planteado desarrollos equivalentes para cada uno de los casos, se podrá evaluar el error que se comete con respecto al ciclo simple real con cada una de las aproximaciones. Esto último va a permitir llevar a cabo un análisis más completo.

El ciclo simple ideal de turbina de gas se fundamenta en las siguientes suposiciones. Cada una de estas suposiciones introducen sencillez en el análisis aunque impliquen una cierta desviación con respecto al ciclo real.

- 1º- El fluido de trabajo tiene calores específicos constantes, es decir, que no varían ni con la presión ni con la temperatura.
- 2º- Se emplea el modelo de gas ideal para el fluido de trabajo.
- 3º- Se considera el mismo fluido de trabajo a lo largo de todo el ciclo. Al no haber combustible, la cámara de combustión se puede entender como un simple aporte de calor al fluido.
- 4º- El compresor y la turbina tienen la misma relación de compresión y expansión respectivamente.
- 5º- Los componentes funcionan de forma ideal, es decir, el compresor y la turbina funcionan de manera isoentrópica y en la cámara de combustión no se producen caídas de presión.

Al considerar calores específicos constantes (primera suposición), se deben estudiar las implicaciones que tiene este hecho. El siguiente desarrollo resulta de una interpretación, ampliación y adaptación del estudio recopilado en la bibliografía [1]. Se parte de las definiciones de calores específicos a presión y volumen constantes.

$$c_p = \left| \frac{\partial h(T, p)}{\partial T} \right|_{p=cte} \quad 15$$

$$c_v = \left| \frac{\partial u(T, v)}{\partial T} \right|_{v=cte} \quad 16$$

Estas definiciones se modifican al introducir la segunda suposición, es decir, el hecho de considerar el fluido de trabajo según el modelo de gas ideal. Según esto, el gas responderá a la ecuación de estado $pv = RT$ y tendrá una energía interna específica que dependerá solo de la temperatura y no de dos variables como se mostraba en la expresión 13. Derivado de esto y

teniendo en cuenta la definición de entalpía ($h = u + pv$), se observa que esta también depende solo de la temperatura.

$$h(T) = u(T) + R \cdot T$$

Las expresiones 15 y 16 quedan transformadas pues en las siguientes.

$$c_p(T) = \frac{dh(T)}{dT} \quad 17$$

$$c_v(T) = \frac{du(T)}{dT} \quad 18$$

Si se integran las expresiones 17 y 18 se obtienen las siguientes variaciones de la energía interna y la entalpía respectivamente.

$$u(T_2) - u(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) \cdot dT \quad 19$$

$$h(T_2) - h(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) \cdot dT \quad 20$$

A las expresiones 19 y 20 se ha llegado mediante la aplicación del modelo de gas ideal. Si además se introduce el hecho de que se está trabajando con calores específicos contantes, es decir, calores específicos que no varían con la temperatura, las integrales anteriores quedan como sigue:

$$u(T_2) - u(T_1) = c_v(T_2 - T_1) \quad 21$$

$$h(T_2) - h(T_1) = c_p(T_2 - T_1) \quad 22$$

Según la expresión 22, al trabajar con calores específicos constantes una variación de entalpías equivale al producto del calor específico del fluido por una variación de temperaturas. Si se tiene esto en cuenta en las expresiones 8, 10 y 12.b, se obtienen las siguientes.

Trabajo específico consumido por el compresor:

$$W_{comp} = c_p \cdot (T_2 - T_1) \quad 23$$

Calor transferido en la cámara de combustión al fluido:

$$Q_{in} = c_p \cdot (T_3 - T_2) \quad 24$$

Trabajo específico desarrollado por la turbina:

$$W_{turb} = c_p \cdot (T_3 - T_4) \quad 25$$

Para determinar el trabajo específico y el rendimiento al trabajar con calores específicos constantes, se introducen las expresiones 23-24 en las ecuaciones 13 y 14.

$$W_{esp} = W_{turb} - W_{comp} = c_p \cdot (T_3 + T_1 - T_2 - T_4) \quad 26$$

$$\eta = \frac{W_{esp}}{Q_{in}} = \frac{c_p \cdot (T_3 + T_1 - T_2 - T_4)}{c_p \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad 27$$

A continuación se va a tener en cuenta el hecho de que tanto la compresión como la expansión en este ciclo ideal son procesos isoentrópicos (suposición 5). Este hecho va a repercutir en las expresiones 26 y 27, que se van a ver modificadas. Este desarrollo es, de nuevo, una ampliación de los análisis de la bibliografía [1]. Se parte de las ecuaciones $T \cdot dS$:

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{p}{T} dv \quad 28$$

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v}{T} dp \quad 29$$

Para este estudio va a resultar de más interés la expresión 29 y por lo tanto se continúa el desarrollo a partir de ella. Para un gas ideal (ec. 17 y 18) queda:

$$ds = c_p(T) \frac{dT}{T} - R \cdot \frac{dp}{p} \quad 30$$

Donde se ha tenido en cuenta que los gases ideales tienen como ecuación de estado $pv = RT$.

Mediante integración se obtiene la variación de entropía:

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) \frac{dT}{T} - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} \quad 31$$

Y si además se tienen calores específicos constantes, que no dependen de la temperatura, la integral queda reducida:

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} \quad 32$$

En este punto se tiene en cuenta que se está trabajando considerando procesos isoentrópicos y que por lo tanto la variación de entropía es nula:

$$0 = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} \quad 33$$

$$\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{c_p} = \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{c_p - c_v} \quad 34$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{c_p - c_v}{c_p}} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad 35$$

Donde se ha tenido en cuenta la siguiente relación:

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad 36$$

Según la cuarta suposición, el compresor y la turbina tienen la misma relación de presiones lo que permite llegar a la siguiente equivalencia a partir de la expresión 35.

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{T_3}{T_4}\right) \quad 37$$

La relación 37 puede introducirse en las expresiones de trabajo y rendimiento con calores específicos constantes (ec. 26 y 27) y obtener así expresiones para el trabajo específico y el rendimiento con procesos isoentrópicos y calores específicos constantes.

3.1. Expresión del trabajo específico

Hasta este punto se ha obtenido la expresión del trabajo específico considerando calores específicos constantes (expresión 26) y además se tiene una relación derivada de considerar compresión y expansión isoentrópicas (expresión 37). Basta con combinarlas para obtener una relación que tenga en cuenta calores específicos constantes y compresión y expansión isoentrópicas.

$$\begin{aligned} W_{esp} &= c_p \left(T_3 + T_1 - T_2 - \frac{T_3 \cdot T_1}{T_2} \right) = c_p \left(\theta \cdot T_1 + T_1 - T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - \frac{\theta \cdot T_1^2}{T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}} \right) \\ &= \boxed{c_p T_1 \left(\theta + 1 - R_c^{\frac{k-1}{k}} - \frac{\theta}{R_c^{\frac{k-1}{k}}} \right)} \end{aligned} \quad 38$$

Donde:

θ : Relación de temperatura de entrada a la turbina y de entrada al compresor, $\frac{T_3}{T_1}$.

R_c : Relación de compresión.

La relación 38 ilustra la dependencia del trabajo específico con respecto a la relación de temperaturas o con respecto a la relación de compresión.

Relación de compresión óptima para máximo trabajo

En esta sección se pretende obtener una relación que permita obtener la relación de compresión que proporciona el máximo trabajo específico para unas determinadas condiciones de funcionamiento. Estas condiciones de funcionamiento vienen dadas por la relación de temperaturas, θ , y por el fluido de trabajo, caracterizado a su vez por su relación de calores específicos.

Conocer cuál es la relación de compresión que proporciona el máximo trabajo permite tener una orientación de cuáles deberían de ser los parámetros de funcionamiento para obtener el máximo provecho del ciclo. Es decir, nos acerca al modo de funcionamiento óptimo para unas determinadas condiciones (fluido de trabajo y relación de temperaturas).

La relación que se desea obtener tiene su origen en la ecuación 38. Para encontrar la relación de compresión, R_c , que hace máximo el trabajo específico, W_{esp} , basta con encontrar el punto en el que la derivada de la función $W_{esp}(R_c)$ es cero. Es decir, se deriva la expresión 38 con respecto a la relación de compresión y se encuentra el valor de la relación de compresión que haga la derivada igual a cero.

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{esp}}{\partial R_c} &= 0 \rightarrow \\ \rightarrow -T_1 \cdot c_p \cdot \frac{k-1}{k} \cdot R_c^{\frac{-1}{k}} - T_3 \cdot c_p \cdot \left(-\frac{k-1}{k}\right) \cdot R_c^{\frac{-2k+1}{k}} &= 0 \rightarrow \\ \rightarrow \theta \cdot R_c^{\frac{1-2k}{k}} - \frac{1}{R_c^{\frac{1}{k}}} &= 0 \rightarrow \boxed{R_c = \theta^{\frac{k}{2(k-1)}} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{k}{2(k-1)}}} \end{aligned} \quad 39$$

Este mismo caso no se estudia con la relación de temperaturas, es decir, no se obtiene la relación de temperaturas que proporciona el máximo trabajo para unas condiciones de funcionamiento determinadas. Esto es debido a que la dependencia del trabajo específico con respecto a esta relación, θ , es lineal lo que indica que no se obtendría jamás una derivada igual a cero variando la relación de temperaturas, o lo que es equivalente, no se alcanzaría ningún máximo en el trabajo específico.

3.2. Expresión del rendimiento

Para obtener esta expresión basta con introducir la relación 37 en la expresión 27, es decir, se tienen en cuenta calores específicos constantes (ec. 27) y procesos isoentrópicos (ec. 37).

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}} = \boxed{1 - \frac{1}{R_c^{\frac{k-1}{k}}}} \quad 40$$

Se observa que el rendimiento no depende de la relación de temperaturas, únicamente de la relación de compresión. Por lo tanto, la relación 39 se puede utilizar para estudiar la influencia que tiene la relación de compresión en el rendimiento.

Relación de compresión óptima para máximo trabajo

Esta sección es equivalente a la 2.1.1 (relación de compresión óptima para máximo trabajo). Sin embargo, en este caso no tiene sentido el desarrollo de esta relación puesto que de la expresión 40 se deduce que la dependencia del rendimiento con respecto a la relación de compresión, R_c , es asintótica y que por lo tanto nunca se va a alcanzar un máximo. Es decir, la derivada $\frac{\partial \eta}{\partial R_c}$ nunca será igual a cero variando la relación de compresión.

En cuanto a una posible relación equivalente para la relación de temperaturas, θ , no tiene sentido puesto que en la expresión 40 queda demostrado que el rendimiento no tiene dependencia alguna de la relación de temperaturas.

En esta sección no se ha llegado a ninguna expresión. Sin embargo, se ha considerado oportuno añadir la sección en el anexo para demostrar el por qué no se ha incluido ninguna de estas relaciones. Además, esta sección volverá a ser analizada en los siguientes casos donde sí que tiene sentido. De esta forma podrán quedar analizadas las diferencias en cuanto a relaciones de compresión y de temperaturas óptimas para máximo rendimiento en los diferentes casos.

3.3. Relación entre el rendimiento y el trabajo específico

Como muestran varios autores [5, 14], el interés de esta relación es que ofrece información muy valiosa para el análisis del funcionamiento de la turbina ya que relaciona dos parámetros fundamentales que juntos caracterizan el funcionamiento global de un ciclo simple de turbina de gas.

Para llegar a una expresión que relacione el rendimiento con el trabajo específico, se parte de la expresión 14 que relaciona el rendimiento y el trabajo específico mediante el calor aportado al fluido en la cámara de combustión.

$$\eta_{ciclo} = \frac{W_{esp}}{Q_{in}} \quad 14$$

Se introducen en la expresión 14 la ecuación 24 y posteriormente la relación 35.

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{W_{esp}}{Q_{in}} = W_{esp} \cdot \frac{1}{c_p \cdot (T_3 - T_2)} \\ &\rightarrow \boxed{\eta(R_c, k) = W_{esp}(c_p, T_1, \theta, R_c, k) \cdot \frac{1}{c_p \cdot T_1 \left(\theta - R_c \frac{k-1}{k} \right)}} \quad 41 \end{aligned}$$

El rendimiento y el trabajo quedan relacionados por el calor específico, c_p , la temperatura de entrada al compresor, T_1 , la relación de temperaturas de entrada a turbina y compresor, θ , la relación de compresión, R_c , y la relación de calores específicos del fluido, k .

Sin embargo hay que tener en cuenta que el rendimiento y el trabajo dependen también de estas variables. Esto quiere decir que si se varía el trabajo para analizar cómo influye en el rendimiento, las variables que los relacionan también varían. Para facilitar la comprensión de las implicaciones que puede tener este hecho, se compara con uno de los casos anteriores.

Imagínese que se quiere estudiar la dependencia que tiene el trabajo específico con respecto a la relación de temperaturas, θ . Para este análisis se debería emplear la relación 38. En dicha ecuación se mantendrían constantes todas las variables excepto la relación de temperaturas θ , que se variaría para ver cómo influye en el trabajo específico.

Sin embargo, si se quiere estudiar cómo varía el rendimiento con diferentes valores de trabajo se debe emplear la relación 40 entendiendo el trabajo específico como una variable más. Es decir se llegaría a una ecuación equivalente a la 41:

$$\eta = W_{esp} \cdot \frac{1}{c_p \cdot T_1 \left(\theta - R_c \frac{k-1}{k} \right)}$$

La diferencia entre las dos situaciones contempladas radica en que, si en la segunda se sigue la misma lógica que en la primera, se deberían dejar todas las variables fijas excepto el trabajo, que se variaría para ver cómo afecta al rendimiento. Esto es imposible, ya que a cada valor de trabajo le corresponden unos determinados valores de las demás variables (c_p, T_1, θ, k), es decir, es imposible variar el trabajo sin que el resto de variables de la relación también varíen.

Esto pone de manifiesto que realmente no es el trabajo el que tiene un efecto directo sobre el rendimiento, si no el resto de variables presentes tanto en la expresión del trabajo como en la expresión que los relaciona. Por ello, la resolución de la ecuación que relaciona rendimiento y trabajo va a requerir de consideraciones especiales, que se contemplan en el anexo "Programa desarrollado".

La información que puede proporcionar la relación entre el trabajo y el rendimiento es de suma importancia a la hora de analizar el ciclo simple de turbina de gas puesto que se puede conocer, para un determinado trabajo desarrollado, si se está trabajando con el máximo rendimiento posible. Toda esta información será analizada a lo largo del estudio.

4. Ciclo simple con irreversibilidades

Aunque el ciclo simple ideal da una idea acertada de cómo se comporta el ciclo simple real de turbina de gas, es importante tratar de aproximarse más al ciclo real. Para ello, se introducen en este apartado diferentes tipos de pérdidas o irreversibilidades en los diferentes componentes del ciclo, es decir, ya no se consideran ideales. Esto da lugar al que se ha denominado ciclo simple con pérdidas.

Hay que mencionar que las pérdidas o irreversibilidades a las que se hace referencia y que se han tenido en cuenta no son todas las existentes en un ciclo simple real de turbina de gas pero sí son las más influyentes y las que más relevancia tienen.

A parte de las suposiciones comunes a todos los casos enunciadas en el apartado de conceptos generales, las consideraciones específicas para este caso son las siguientes:

- 1º- El fluido de trabajo tiene calores específicos constantes, es decir, que no varían ni con la presión ni con la temperatura.
- 2º- Se emplea el modelo de gas ideal para el fluido de trabajo.
- 3º- Se considera el mismo fluido de trabajo a lo largo de todo el ciclo. Al no haber combustible, la cámara de combustión se puede entender como un simple aporte de calor al fluido.
- 4º- El compresor y la turbina no tienen por qué tener la misma relación de compresión y expansión respectivamente.
- 5º- La compresión y la expansión del fluido en compresor y turbina respectivamente se consideran procesos irreversibles.
- 6º- La cámara de combustión no es ideal, las irreversibilidades se tienen en cuenta en forma de caídas de presión a lo largo de la misma.

Nótese que las consideraciones 1-3 se mantienen comunes con respecto al ciclo simple ideal y que por lo tanto son las consideraciones 4-6 las que aproximan el modelo al ciclo simple real.

En primer lugar se van a analizar las pérdidas o irreversibilidades mencionadas para evaluar posteriormente cómo afectan en las expresiones a obtener.

Las pérdidas asociadas a la turbina y al compresor se evalúan mediante el rendimiento isoentrópico que se desarrolla a partir de los diagramas $h-s$ de la figura 4.

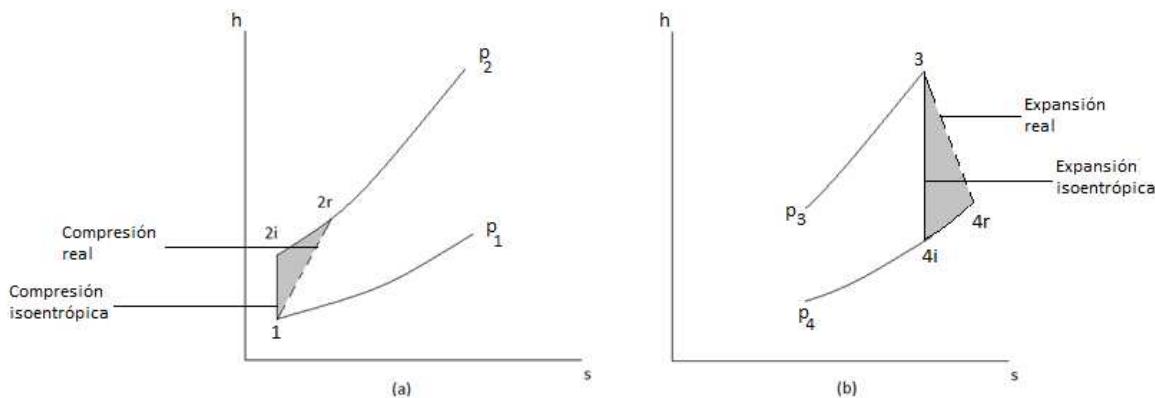


Figura 4. Diagramas $h-s$ del proceso de compresión (a) y de expansión (b).

Los subíndices "r" indican los estados reales y los subíndices "i" indican los estados ideales a los cuales se llegaría con procesos sin pérdidas o, lo que es lo mismo, en procesos sin pérdidas.

De la figura 4.a se deduce que el trabajo consumido en un proceso real es mayor que en consumido en un proceso ideal, es decir, para realizar la misma compresión idealmente se necesitaría menos trabajo que para realizarla en un caso con irreversibilidades (caso real).

$$w_{comp,r} > w_{comp,i} ; \quad h_{2,r} - h_1 > h_{2,i} - h_1 \quad 42$$

El rendimiento del compresor se puede definir como el cociente del trabajo consumido para realizar la compresión en condiciones ideales entre el consumido en la realidad.

$$\eta_{comp} = \frac{w_{comp,i}}{w_{comp,r}} = \frac{h_{2i} - h_1}{h_{2r} - h_1} \quad 43$$

En el caso de la turbina se extrae energía del fluido mediante una expansión. En la figura 4.b se puede observar que el trabajo desarrollado por la turbina en el caso ideal, es decir, sin irreversibilidades es mayor que en el caso real, es decir, con irreversibilidades.

$$w_{turb,i} > w_{turb,r} ; \quad h_3 - h_{4,i} > h_3 - h_{4,r} \quad 44$$

El rendimiento de la turbina se puede definir como el cociente del trabajo desarrollado en condiciones ideales entre el trabajo desarrollado en condiciones reales.

$$\eta_{turb} = \frac{w_{turb,r}}{w_{turb,i}} = \frac{h_3 - h_{4r}}{h_3 - h_{4i}} \quad 45$$

Del análisis de las expresiones 42- 45 se deduce que el compresor consumirá más trabajo que en el caso ideal y que la turbina producirá menos trabajo que en el caso ideal.

En cuanto a las irreversibilidades de la cámara de combustión, es decir, pérdidas relacionadas con las caídas de presión, se desarrollan a continuación expresiones que permitan su evaluación.

La figura 5 ilustra todas las pérdidas consideradas en este apartado y es de gran ayuda para entender con más claridad las caídas de presión contempladas y los desarrollos llevados a cabo en este apartado.

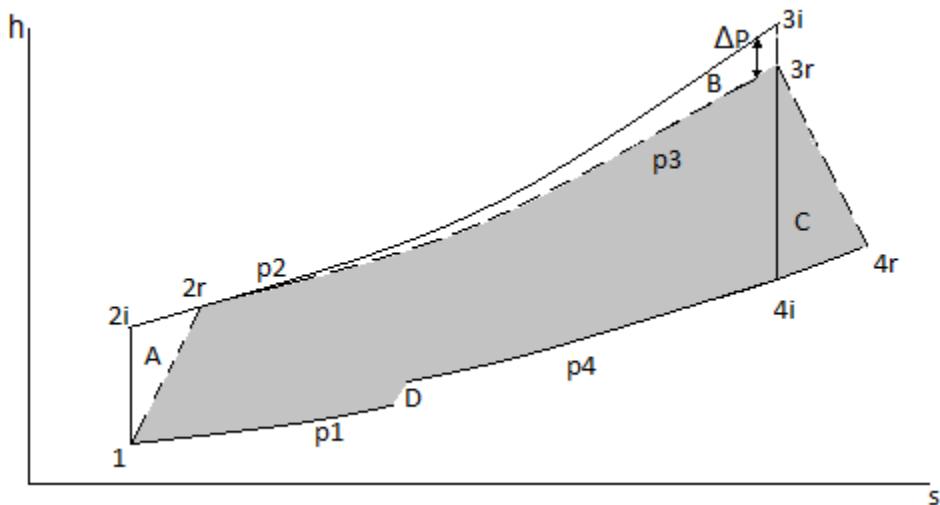


Figura 5. Comparativa entre los diagramas *h-s* de un ciclo simple ideal (línea continua) y uno con irreversibilidades (línea discontinua).

En la figura 5 se indica con línea discontinua el ciclo simple con pérdidas y con línea continua el ciclo simple ideal. Las letras A-D sirven para identificar las diferencias debidas a cada una de las irreversibilidades consideradas.

Las áreas marcadas con las letras "A" y "C" corresponden a las pérdidas en el compresor y turbina respectivamente y que ya se han analizado. Con la letra "B" se muestran las diferencias producidas al considerar la caída de presión a lo largo de la cámara de combustión. Se puede observar cómo la presión a la entrada y salida de la cámara son diferentes, hay una caída ΔP desde p_2 hasta p_3 . Si esta caída no existiese, se daría lugar a un estado 3 ideal con $p_3=p_2$ en lugar de un estado 3 real con presión $p_3 \neq p_2$.

La desviación marcada con "D" corresponde al caso de que la turbina no consiga expulsar el gas a la misma presión que se tiene a la entrada del compresor, es decir, que no consiga extraer del fluido toda la energía que se le ha aportado a lo largo del ciclo. Esto querría decir que la presión a la salida del ciclo sería diferente a la de la entrada del ciclo $p_4 \neq p_1$. Estas últimas pérdidas de presión no están relacionadas con la cámara de combustión pero también se van a tener en cuenta para poder evaluar su importancia.

Las pérdidas relacionadas con caídas de presión, desviaciones B y D, se van a caracterizar de dos maneras diferentes para dar más versatilidad y flexibilidad tanto al estudio como al programa desarrollado. Las dos maneras de representar estas pérdidas viene motivada por los estudios realizados por [13] donde también queda justificada su utilidad.

La primera manera de considerar la caída de presión es introduciendo un término ΔP que recoja la caída de presión en la cámara de combustión, es decir, entre los estados 2 y 3. Además hace falta conocer tanto la presión a la entrada del ciclo como a la salida (estados 1 y 4). Así, la primera opción para caracterizar estas pérdidas precisa de la siguiente información:

$$\Delta P = p_2 - p_3 \quad ; \quad p_3 = p_2 - \Delta P \quad 46$$

$$p_1 = p_e \quad ; \quad p_4 = p_s \quad 47$$

La segunda manera de caracterizar las pérdidas relacionadas con las diferencias de presión es tener en cuenta la relación de expansión de la turbina, R_e , normalmente conocida. De esta segunda manera no es preciso conocer ni la caída de presión en la cámara de combustión ni la presión de entrada al ciclo ni la de salida. Es por esto que si se desea estudiar la influencia que tiene alguno de estos parámetros en el comportamiento global del ciclo, será preciso el empleo de la primera opción (ec. 46 y 47).

La forma de introducir la relación de expansión, R_e , es mediante un parámetro "r" que la relacione con la relación de compresión, R_c . Este parámetro se introduce para conseguir una mayor claridad y simplicidad en las expresiones.

$$r = \frac{R_e}{R_c} = \frac{\frac{p_3}{p_4}}{\frac{p_2}{p_1}} = \frac{p_3 p_1}{p_2 p_4} ; \quad R_e = r \cdot R_c \quad 48$$

Al tener pérdidas relacionadas con caídas de presión (figura 5), no se puede asumir la relación 37 y de ahora en adelante se debe dividir la misma en dos partes.

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \neq \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{T_3}{T_4}\right) \quad 49$$

4.1. Expresión del trabajo específico

A la expresión del trabajo se llega, al igual que en el ciclo ideal, partiendo de la expresión 13. Al trabajar en este caso con rendimiento isoentrópico de turbina y compresor, se pueden aplicar las expresiones 43 y 45 para llegar a la siguiente expresión del trabajo específico.

$$\begin{aligned} w_{esp} &= w_{turb,r} - w_{comp,r} = w_{turb,i} \cdot \eta_{turb} - w_{comp,r} \cdot \frac{1}{\eta_{comp}} = \\ &= (h_3 - h_{4i}) \cdot \eta_{turb} - (h_{2i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_{comp}} \end{aligned} \quad 50$$

Al trabajar ahora con calores específicos constantes se pueden aplicar las expresiones 23 y 25, quedando la expresión 50 transformada en la expresión 51.

$$w_{esp} = c_p \cdot (T_3 - T_{4i}) \cdot \eta_t - c_p \cdot (T_{2i} - T_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} \quad 51$$

Introduciendo la relación 49 en la expresión 51, se obtiene el siguiente desarrollo:

$$\begin{aligned}
 w_{esp} &= c_p \left[(T_3 - T_{4i}) \cdot \eta_t - (T_{2i} - T_{1i}) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right] \\
 &= c_p \left[\left(T_3 - \frac{T_3}{\left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \eta_t - \left(T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - T_1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right] \\
 &= c_p \left[\left(T_1 \cdot \theta - \frac{T_1 \cdot \theta}{R_e^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \eta_t - \left(T_1 \cdot R_c^{\frac{k-1}{k}} - T_1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right] \\
 &= c_p \cdot T_1 \left[\left(1 - \frac{1}{R_e^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right]
 \end{aligned} \tag{52}$$

En este punto se deben introducir en la expresión 52 las pérdidas de presión. Esto se realiza o bien mediante la relación 46 o bien mediante la 48. Primero se realiza el proceso con la relación 46.

$$\begin{aligned}
 w_{esp} &= c_p \cdot T_1 \left[\left(1 - \frac{1}{R_e^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right] \\
 &= c_p \cdot T_1 \left[\left(1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2 - \Delta p}{p_4} \right)^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right]
 \end{aligned} \tag{53}$$

A continuación se muestra el mismo desarrollo empleando la relación 48.

$$\begin{aligned}
 w_{esp} &= c_p \cdot T_1 \left[\left(1 - \frac{1}{R_e^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right] \\
 &= c_p \cdot T_1 \left[\left(1 - \frac{1}{(r \cdot R_e)^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right]
 \end{aligned} \tag{54}$$

Ambas expresiones, 53 y 54, pueden ser utilizadas para estudiar la dependencia que tiene el trabajo específico con respecto a la relación de compresión, la relación de temperaturas y los rendimientos de compresor y turbina. No obstante, si se quiere estudiar la dependencia del trabajo con respecto a una caída de presión, Δp , en la cámara de combustión o con respecto a la presión de salida de la turbina, p_4 , se deberá usar la expresión 53 mientras que si se desea tener en cuenta la relación de expansión independientemente de si hay o no caída de presión en la cámara, se usará la 54. En definitiva, las dos expresiones son dos formas diferentes de expresar la misma relación en función de cuál sea la información disponible.

Relación de compresión óptima para máximo trabajo

En este caso, el proceso a seguir es equivalente al llevado a cabo en la sección 2.1.1. La diferencia se encuentra en la expresión de partida que en este caso debería de ser la 53 o la 54. Sin embargo, por simplicidad se va a asumir en esta sección que la relación de compresión y expansión son iguales y que por lo tanto $R_e = R_c$. Esto quiere decir que no se tienen en cuenta las pérdidas asociadas a caídas de presión. El error introducido es mínimo puesto que son las pérdidas menos relevantes de todas las consideradas.

Se parte por lo tanto de la expresión 52 introduciendo $R_e = R_c$.

$$w_{esp} = c_p \cdot T_1 \left[\left(1 - \frac{1}{R_c^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right]$$

A partir de este punto, el desarrollo es equivalente al de la sección 2.1.1. Se realiza la derivada parcial $\frac{\partial w_{esp}}{\partial R_c}$ y se encuentra el valor de R_c que la anula.

$$\frac{\partial w_{esp}}{\partial R_c} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow -c_p \cdot T_1 \cdot \theta \cdot \eta_t \cdot \left(-\frac{k-1}{k} \right) R_c^{\frac{1-2k}{k}} - \frac{c_p T_1}{\eta_c} \cdot \frac{k-1}{k} \cdot R_c^{-\frac{1}{k}} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \theta \cdot \eta_t \cdot R_c^{\frac{1-2k}{k}} - \frac{1}{\eta_c} R_c^{-\frac{1}{k}} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_c^{\frac{2(1-k)}{k}} = \frac{1}{\theta \eta_c \eta_t} \rightarrow \boxed{R_c = \left(\frac{T_3 \eta_c \eta_t}{T_1} \right)^{\frac{k}{2(k-1)}}}$$

55

En cuanto a una relación óptima de temperaturas para obtener máximo trabajo, de nuevo no tiene sentido ya que la dependencia del trabajo específico con respecto a θ es lineal.

4.2. Expresiones del rendimiento

Al igual que con el trabajo, el rendimiento se puede expresar de dos formas en función de cómo se expresen las caídas de presión. Se debe tener en cuenta la expresión 14 donde se define el rendimiento como el cociente del trabajo específico desarrollado entre el calor aportado en la cámara de combustión.

La expresión del trabajo se ha desarrollado en el punto 3.1. Queda por lo tanto analizar cómo resulta la expresión del calor aportado en la cámara de combustión, Q_{in} , para obtener la expresión del rendimiento. Para ello se tiene en cuenta la ecuación 24.

Según la figura 6 donde se representa un diagrama T-s del proceso de compresión, la temperatura T_{2r} resulta de la suma de T_1 y la diferencia de temperaturas entre el estado 2r y el estado 1, $\Delta T_{2r,1}$.

$$T_{2r} = T_1 + \Delta T_{2r,1} = T_1 + (T_{2r} - T_1)$$

56

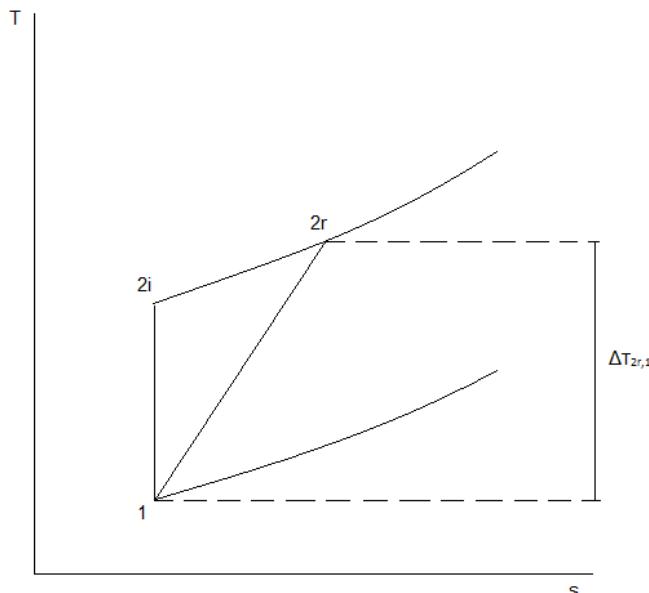


Figura 6. Diagrama T-s de un proceso de expansión.

Por comodidad, es preferible trabajar con T_{2i} en lugar de con T_{2r} . Se puede pasar de una a otra temperatura introduciendo el rendimiento isoentrópico del compresor en la expresión 53.

$$T_{2r} = T_1 + (T_{2r} - T_1) = T_1 + (T_{2i} - T_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} \quad 57$$

Introduciendo la expresión 57 en la expresión del calor aportado en la cámara de combustión (ec. 24) resulta la expresión 58.

$$Q_{in} = c_p \cdot (T_{3r} - T_{2r}) = c_p \cdot \left(T_{3r} - (T_1 + (T_{2i} - T_1) \cdot \frac{1}{\eta_c}) \right) \quad 58$$

Y haciendo uso de la relación 49 se llega a la ecuación 59.

$$Q_{in} = c_p \cdot \left(T_{3r} - (T_1 + \left(T_1 \cdot R_c^{\frac{k-1}{k}} - T_1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c}) \right) = c_p T_1 \cdot \left(\theta - 1 - \frac{R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_c} \right) \quad 59$$

Para obtener la expresión del rendimiento basta con realizar el cociente del trabajo específico (ecs. 53 o 54) y el calor aportado en la cámara (ec. 59). Las dos formas de expresar el rendimiento surgen del uso de una u otra expresión del trabajo específico. Haciendo uso de la ecuación 53, se obtiene la expresión 60.

60

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{w_{esp}}{Q_{in}} = \frac{c_p T_1 \left[\left(1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2 - \Delta p}{p_4} \right)^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right]}{c_p T_1 \cdot \left(\theta - 1 - \frac{R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_c} \right)} = \\
 &= \frac{\theta \cdot \eta_t \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2 - \Delta p}{p_4} \right)^{\frac{k-1}{k}}} \right) - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c}}{\left(\theta - 1 - \frac{R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_c} \right)} \quad 60
 \end{aligned}$$

Y haciendo uso de la ecuación 54 se obtiene la expresión 61.

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{w_{esp}}{Q_{in}} = \frac{c_p T_1 \left[\left(1 - \frac{1}{(r \cdot R_c)^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right]}{c_p T_1 \cdot \left(\theta - 1 - \frac{R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_c} \right)} = \\
 &= \frac{\left(1 - \frac{1}{(r \cdot R_c)^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c}}{\left(\theta - 1 - \frac{R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_c} \right)} \quad 61
 \end{aligned}$$

Al igual que ocurría con el trabajo, ambas expresiones, 60 y 61, son válidas para estudiar la evolución del rendimiento con respecto a la relación de compresión, la relación de temperaturas y los rendimientos de turbina y compresor. El uso de una u otra expresión depende de la información que se disponga en cuanto a las caídas de presión.

Por ejemplo, si únicamente se conoce la relación de compresión y de expansión, la expresión empleada será la 61 mientras que si se conocen caída de presión en la cámara y presiones de entrada y de salida de la máquina, se empleará la 60.

Relación de compresión óptima para máximo rendimiento

Por motivos de simplicidad y claridad se adopta, al igual que en la sección 3.1.1 la igualdad entre la relación de expansión y de compresión $R_e = R_c$. Como ya se ha mencionado, el error introducido por posibles pérdidas de presión en esta relación es pequeño.

Nótese que en el caso de ciclo simple ideal no se ha podido llegar a ninguna relación de este tipo. Sin embargo, en el presente caso de ciclo simple con pérdidas, sí que va a ser posible. Se comienza con las expresiones 59 o 60 indistintamente ya que al asumir la igualdad $R_e = R_c$ ambas quedan convertidas en la siguiente.

$$\eta = \frac{\theta \cdot \eta_t \cdot \left(1 - \frac{1}{R_c^{\frac{k-1}{k}}}\right) - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1\right) \cdot \frac{1}{\eta_c}}{\left(\theta - 1 - \frac{R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_c}\right)}$$

El proceso es el mismo que el seguido en los casos 2.1.1 y 3.1.1, es decir, se trata de realizar la derivada de la función, en este caso del rendimiento, con respecto a la relación de compresión, R_c , y encontrar el valor que anula la derivada.

$$\frac{\partial \eta}{\partial R_c} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow -\frac{(k-1) \cdot \eta_t \cdot R_c^{\left(\frac{k-1}{k}-1\right)} \cdot \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1\right) \cdot \theta}{k \cdot \left(\theta - 1 + \frac{1-R_c^{\frac{k-1}{k}}}{\eta_c}\right)} + \frac{(k-1) \cdot R_c^{\left(\frac{k-1}{k}-1\right)} \cdot \left(\frac{\eta_c \eta_t \theta}{R_c^{\frac{k-1}{k}}} - 1\right)}{k \cdot \eta_c \cdot \left(\theta - 1 + \frac{1-R_c^{\frac{k-1}{k}}}{\eta_c}\right)} + \frac{(k-1) \cdot R_c^{\left(\frac{k-1}{k}-1\right)} \cdot \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1\right) \cdot \left(\frac{\eta_c \eta_t \theta}{R_c^{\frac{k-1}{k}}} - 1\right)}{k \cdot \eta_c^2 \cdot \left(\theta - 1 + \frac{1-R_c^{\frac{k-1}{k}}}{\eta_c}\right)} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_c = \left[\frac{\theta \cdot \eta_c + 1 - \eta_c}{1 + \left[\frac{(\theta-1) \cdot \eta_c \cdot (\theta + \frac{1}{\eta_c} - 1 - \eta_t \theta)}{\eta_t \theta} \right]^{1/2}} \right]^{k/k-1} \quad 62$$

En cuanto a una relación de temperaturas óptima, no se le dedica ningún desarrollo debido a que la relación entre el rendimiento y la relación de temperaturas, θ , es asintótica como ocurría en el caso del ciclo simple ideal. Esto quiere decir que la derivada nunca se anulará para ningún valor de θ excepto para el infinito.

4.3. Relación entre el rendimiento y el trabajo específico

Se parte de la expresión 14 y, del mismo modo que en el caso del ciclo ideal, el trabajo y el rendimiento están relacionados por el calor aportado y por lo tanto, es necesaria la expresión 56.

$$\eta = \frac{w_{esp}}{Q_{in}} = \rightarrow$$

$$\rightarrow \eta(\theta, R_c, R_e, k, \eta_c, \eta_t) = w_{esp}(c_p, T_1, \theta, R_c, R_e k, \eta_c, \eta_t) \cdot \frac{1}{c_p T_1 \cdot \left(\theta - 1 - \frac{R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_c}\right)} \quad 63$$

Al igual que ocurría en el caso de ciclo ideal (punto 2.3), hay que tener cuidado ya que el trabajo y el rendimiento dependen de las mismas variables que los relacionan. Estas consideraciones deben de ser tenidas en cuenta a la hora de desarrollar el programa y han sido analizadas en el punto 2.3.

Hasta este punto no se ha mencionado ningún tipo de dependencia con respecto al fluido de trabajo porque la inmensa mayoría de las turbinas de gas trabajan con gran exceso de aire, por lo que el fluido que habitualmente se considera en los análisis típicos de ciclos de turbinas de gas es aire. No obstante, basta con adaptar la relación de calores específicos, k , y el calor específico c_p en las expresiones adecuadas para analizar la influencia de diferentes fluidos de trabajo.

El estudio del ciclo simple con pérdidas permite analizar cómo influyen las irreversibilidades más importantes del ciclo simple real en su comportamiento. Esto proporciona información muy importante que es analizada en el anexo 2, "Análisis de resultados".

El ciclo simple con pérdidas de turbina de gas ideal se aproxima más a la realidad que el ciclo simple ideal. Sin embargo, todavía existen muchos factores que no se han tenido en cuenta hasta el momento y que mantienen al estudio alejado del comportamiento del ciclo simple real de turbina de gas. El siguiente paso hacia el ciclo simple real es la consideración de calores específicos variables y es esto lo que se analiza en el siguiente apartado.

5. Ciclo simple con calores específicos variables

La consideración de calores específicos variables es un hecho de suma importancia en un estudio que pretenda ser realista ya que la consideración de calores específicos constantes introduce una desviación apreciable con respecto al caso real. En este apartado se siguen considerando las irreversibilidades introducidas en el caso anterior y además se tienen en cuenta calores específicos variables.

Las consideraciones realizadas en el apartado de desarrollos generales se siguen manteniendo. A parte de éstas, las consideraciones sobre las que se asientan los desarrollos de este caso son las siguientes.

- 1º- Se emplea el modelo de gas ideal para el fluido de trabajo.
- 2º- Se considera el mismo fluido de trabajo a lo largo de todo el ciclo. Al no haber combustible, la cámara de combustión se puede entender como un simple aporte de calor al fluido.
- 3º- El compresor y la turbina no tienen por qué tener la misma relación de compresión y expansión.
- 4º- La compresión y la expansión del fluido en compresor y turbina se consideran procesos irreversibles.
- 5º- La cámara de combustión no es ideal, las irreversibilidades se tienen en cuenta en forma de caídas de presión a lo largo de la misma.
- 6º- El fluido de trabajo tiene calores específicos que varían con la temperatura.

Nótese que las consideraciones 1 y 2 se mantienen comunes con respecto al ciclo simple ideal y que son, por lo tanto, las que introducen desviación con respecto al ciclo simple real. Las consideraciones 3-5 ya se han aplicado en el caso anterior. La consideración 6 es específica de este caso y la que va a marcar la diferencia con respecto al anterior.

Las principales implicaciones que tiene considerar calores específicos variables es que las expresiones que permiten determinarlos dependen de la temperatura y, por tanto, todas las ecuaciones derivadas del manejo de ellas (entalpía y entropía principalmente), también dependen de la temperatura resultando así más complejas.

La dependencia de los calores específicos con respecto a la temperatura se puede presentar de numerosas formas como tablas, gráficas y ecuaciones. Para este estudio se ha decidido el empleo de ecuaciones por considerarse la forma más precisa y cómoda. De hecho, en numerosas ocasiones, las gráficas y tablas mostradas por diferentes autores [1, 2] son representaciones derivadas de las ecuaciones. Además, mediante las ecuaciones, se obtienen resultados incluso más precisos que en la bibliografía [1, 2] puesto que dichos autores, en caso de no disponer de un valor concreto en las tablas que presentan, recurren a la interpolación lineal mientras que en este estudio se calculan todos los puntos necesarios mediante las ecuaciones. Las formas más sencillas de manejar son las ecuaciones polinómicas y que suelen presentar un aspecto muy similar al de la expresión 64.

$$c_p(T) = R \cdot (a_1 + a_2 \cdot T + a_3 \cdot T^2 + a_4 \cdot T^3 + a_5 \cdot T^4)$$

Los autores que desarrollan expresiones como la 64 muestran siempre los coeficientes necesarios para diferentes gases. El desarrollo propio de estas expresiones se aleja mucho del propósito de este trabajo y por lo tanto se emplea la bibliografía técnica [15] para la obtención de las expresiones y coeficientes. En la bibliografía es habitual encontrar los coeficientes correspondientes a los gases elementales [1] mientras que no es frecuente la presentación de los coeficientes para mezclas de gases como el aire o los gases de combustión. La escasa bibliografía que recoge coeficientes para mezclas [12], lo hace para productos de la combustión únicamente de los combustibles más típicos, lo que imposibilita el estudio de cualquier otro combustible. Es por esto que se decide en este trabajo un cálculo propio de los coeficientes para dichas mezclas que permite, además, un estudio más autónomo y personal a la vez que ilustra un método de cálculo para los coeficientes de cualquier mezcla de gases. Todo ello se desarrolla en el anexo 3.

En este ciclo, el único gas con el que se trabaja es el aire y por lo tanto en la expresión 64 se emplearán los coeficientes para el aire.

$$c_p(T) = R \cdot (a_1^{air} + a_2^{air} \cdot T + a_3^{air} \cdot T^2 + a_4^{air} \cdot T^3 + a_5^{air} \cdot T^4) \quad 65$$

Según la expresión 17, la entalpía a una cierta temperatura se puede obtener mediante la integración de la expresión del calor específico con respecto de la temperatura. Teniendo en cuenta que únicamente se pueden medir variaciones de entalpía ya que no se trata de una variable absoluta, se debe de tener siempre presente un estado de referencia.

$$h(T) - h_{ref} = \int_{T_{ref}}^T c_p(T) dT \quad 66$$

El estado de referencia se establece como $h_{ref} = 0 \text{ kJ/kg}$ a $T_{ref} = 0 \text{ K}$ y $p_{ref} = 1 \text{ atm}$.

Al tener en cuenta el estado de referencia establecido, la expresión 66 queda transformada en la 67.

$$h(T) = \int_0^T c_p(T) dT = \int c_p(T) dT \quad 67$$

Y la variación de entalpía entre dos estados, 1 y 2, resultará como la integral de límites T_1 y T_2 .

$$h_2(T_2) - h_1(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT = \int c_p(T_2) dT_2 - \int c_p(T_1) dT_1 \quad 68$$

Tras la integración de la expresión del calor específico (ec. 65) se obtiene la expresión de la entalpía para cualquier fluido en función de la temperatura:

$$h(T) = R \cdot T \left(a_1 + \frac{a_2 T}{2} + \frac{a_3 T^2}{3} + \frac{a_4 T^3}{4} + \frac{a_5 T^4}{5} + \frac{a_6 T^5}{T} \right) \quad 71.a$$

Y para el caso concreto del aire:

$$h(T) = R \cdot T \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T}{2} + \frac{a_3^{air} T^2}{3} + \frac{a_4^{air} T^3}{4} + \frac{a_5^{air} T^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T} \right) \quad 71.b$$

La expresión de la entropía también se va a ver afectada al considerar calores específicos variables. Para llegar a la nueva expresión de entropía, se puede partir de la expresión 30. Mediante su integración se llega a lo siguiente:

$$\int ds = \int \frac{c_p(T)dT}{T} - R \cdot \int \frac{dp}{p} \quad 72.a$$

La entropía entre dos estados queda como sigue:

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p(T)dT}{T} - R \cdot \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} \quad 72.b$$

Como ocurre con la entalpía, el cálculo de entropías precisa de un estado de referencia a partir del cual se calculen las entropías de diferentes estados. Es decir, se calculan siempre variaciones de entropía, no entropías absolutas. Si se quiere obtener la entropía específica de un estado con temperatura T y con presión de 1 atm con respecto al estado de referencia con $s_{ref} = 0 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$ ($T_{ref} = 0 \text{ K}$, $P_{ref} = 1 \text{ atm}$), la expresión 72 queda reducida a la expresión 73.

$$\begin{aligned} s_1 - s_{ref} &= \int_{T_{ref}}^{T_1} \frac{c_p(T)dT}{T} - R \cdot \ln \frac{p_1}{p_{ref}} \rightarrow \\ \rightarrow s_1^0(T) &= \int_0^{T_1} \frac{c_p(T)dT}{T} \end{aligned} \quad 73$$

A partir de ahora, el término $s^0(T)$ hace referencia a la entropía de cualquier estado a una temperatura T y una presión de 1 atmósfera. A partir de la ecuación 73 se puede obtener por integración la expresión de la entropía $s^0(T)$ para el aire a cualquier temperatura.

$$s^0(T) = R \cdot \left(a_1^{air} \cdot \ln T + a_2^{air} T + \frac{a_3^{air} T^2}{2} + \frac{a_4^{air} T^3}{3} + \frac{a_5^{air} T^4}{4} + a_7^{air} \right) \quad 74$$

La variación de entropía específica entre dos estados cualesquiera con diferentes temperaturas y presiones resulta del desarrollo de la expresión 73:

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p(T)dT}{T} - R \cdot \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = s_2^0(T_2) - s_1^0(T_1) - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} \rightarrow \\ \rightarrow s_2 - s_1 &= s_2^0(T_2) - s_1^0(T_1) - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} \end{aligned} \quad 75$$

En caso de trabajar con procesos adiabáticos y reversibles, es decir, isoentrópicos, la parte izquierda de la igualdad 75 se anula y queda reducida a la 76.

$$s_2^0(T_2) - s_1^0(T_1) = R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} \quad 76$$

La igualdad 76 se puede escribir de muchas formas. En este estudio se opta por la que se ha considerado la más práctica y se presenta como la igualdad 78.

$$\frac{p_2}{p_1} = e^{\left(\frac{s_2^0(T_2) - s_1^0(T_1)}{R} \right)} \quad 77.a$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_{r2}}{p_{r1}}$$

78.a

Siendo $p_r = e^{\frac{s^0}{R}}$

Se introducen los términos p_r porque se considera que aportan mayor claridad y simplicidad a las expresiones aunque podría trabajarse en lo que queda de desarrollo con la expresión 76. El término p_r se denomina presión relativa en la bibliografía especializada [2].

Una vez que se han establecido las nuevas ecuaciones de entalpía y entropía, se puede comenzar con el desarrollo de las expresiones de trabajo y rendimiento.

5.1. Expresión del trabajo específico

Para esta sección se puede partir de la ecuación 50, que tiene en cuenta las irreversibilidades de turbina y compresor.

De las seis consideraciones enunciadas al comienzo del caso 4, la relación 50 solo tiene en cuenta la cuarta suposición (irreversibilidades en turbina y compresor). El resto de consideraciones se tienen en cuenta en las ecuaciones utilizadas para calcular la entalpía y que ya han sido desarrolladas en los párrafos anteriores.

Se comienza con el cálculo de la entalpía en el estado 1 según la ecuación 71:

$$\bullet \quad h_1 = R \cdot T_1 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_1}{2} + \frac{a_3^{air} T_1^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_1^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_1^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_1} \right) \quad 79$$

En la expresión 79 todos los datos son conocidos. La temperatura T_1 se conoce en la inmensa mayoría de los casos ya que es medible muy fácilmente y las constantes para el aire se pueden encontrar en el anexo "Coeficientes para el cálculo de calores específicos dependientes de la temperatura". La constante R es la constante de los gases ideales y por lo tanto también es conocida.

A continuación se calcula la entalpía en el estado 2 ideal con la misma expresión:

$$\bullet \quad h_{2,i} = R \cdot T_{2,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{2,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{2,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{2,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{2,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{2,i}} \right) \quad 80$$

Sin embargo, en este caso no se conoce el dato de la temperatura en el estado 2 ideal, $T_{2,i}$. Es por esto que antes de calcular $h_{2,i}$ es necesario el cálculo de $T_{2,i}$ mediante la relación 78:

$$\begin{aligned} R_c &= \frac{p_{r2}}{p_{r1}} \rightarrow R_c \cdot p_{r1} = p_{r2} \rightarrow \\ &\rightarrow R_c \cdot \exp \left(a_1^{air} \cdot \ln T_1 + a_2^{air} T_1 + \frac{a_3^{air} T_1^2}{2} + \frac{a_4^{air} T_1^3}{3} + \frac{a_5^{air} T_1^4}{4} + a_7^{air} \right) = \\ &= \exp \left(a_1^{air} \cdot \ln T_{2,i} + a_2^{air} T_{2,i} + \frac{a_3^{air} T_{2,i}^2}{2} + \frac{a_4^{air} T_{2,i}^3}{3} + \frac{a_5^{air} T_{2,i}^4}{4} + a_7^{air} \right) \quad 81 \end{aligned}$$

En la expresión 81 la única incógnita es la temperatura $T_{2,i}$ puesto que la temperatura T_1 y la relación de compresión, R_c , se consideran conocidas. La temperatura $T_{2,i}$ puede ser calculada por el programa desarrollado mediante un proceso de iteración. Este proceso se recoge en el anexo "Programa desarrollado".

Se emplea un método iterativo para el cálculo de $T_{2,i}$ ya que de la expresión 81 es imposible despejar esta variable por tener aplicado un logaritmo y varios exponentes de diferente grado. Es por eso que no se puede obtener una relación para el trabajo equivalente a la de los casos anteriores en los que los calores específicos eran constantes.

La siguiente entalpía a calcular es la del estado 3 que posee una temperatura, normalmente, conocida:

$$h_3 = R \cdot T_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_3}{2} + \frac{a_3^{air} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right) \quad 82$$

Como hasta ahora se ha considerado en todos los casos la relación de temperaturas, $\theta = \frac{T_3}{T_1}$, en lugar de T_3 , la expresión 82 queda transformada en la 83.

$$\bullet \quad h_3 = R \cdot \theta \cdot T_1 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} \theta \cdot T_1}{2} + \frac{a_3^{air} (\theta \cdot T_1)^2}{3} + \frac{a_4^{air} (\theta \cdot T_1)^3}{4} + \frac{a_5^{air} (\theta \cdot T_1)^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{\theta \cdot T_1} \right) \quad 83$$

De los parámetros de la expresión 50, solamente queda calcular la entalpía en el estado 4 ideal, $h_{4,i}$. De nuevo, al ser una entalpía se emplea la ecuación 71.

$$\bullet \quad h_{4,i} = R \cdot T_{4,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{4,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{4,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{4,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{4,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{4,i}} \right) \quad 84$$

De nuevo, como en la expresión 80, se trata de una situación en la que no se conoce la temperatura, en este caso, $T_{4,i}$. La forma de calcularla es, otra vez, mediante la relación 77 o, equivalentemente, 78. En esta ocasión, la relación de presiones hace referencia a la relación de expansión en lugar de a la de compresión.

$$\frac{p_3}{p_4} = e^{\left(\frac{s_3^0(T_3) - s_4^0(T_4)}{R} \right)} \quad 77.b$$

$$R_e = \frac{p_{r3}}{p_{r4}} \rightarrow R_e \cdot p_{r4} = p_{r3} \quad 78.b$$

Este es el momento de introducir las pérdidas relacionadas con las caídas de presión. Se recuerda que se contemplan dos maneras de introducirlas: mediante una caída directa en la cámara de combustión o mediante la relación de compresión y expansión.

Si se opta por la primera, una caída Δp en la cámara de combustión, la relación 78 se transforma en la 85.a:

$$\frac{p_2 - \Delta p}{p_s} = \frac{p_{r3}}{p_{r4}} \rightarrow \frac{p_2 - \Delta p}{p_s} \cdot p_{r4} = p_{r3} \quad 85.a$$

Mientras que si se opta por la segunda, hay que emplear el término "r" definido en la relación 48. Si se tiene en cuenta la relación 48, la ecuación 78 se transforma en la 85.b:

$$r \cdot R_c = \frac{p_{r3}}{p_{r4}} \rightarrow r \cdot R_c \cdot p_{r4} = p_{r3} \quad 85.b$$

En el caso de no tener ningún tipo de pérdidas de presión y tener una turbina que expulsa el gas a la misma presión que la de entrada al compresor, entonces se emplea la expresión 78 con $R_e = R_c$.

El desarrollo de las expresiones 78.b, 85.a o 85.b es idéntico que el de la 81 pero esta vez con las temperaturas T_3 y $T_{4,i}$. Se muestra a modo de ejemplo cómo resulta el proceso con la utilización de la ecuación 85.a.

$$\begin{aligned} \frac{p_2 - \Delta p}{p_s} &= \frac{p_{r3}}{p_{r4}} \rightarrow \frac{p_2 - \Delta p}{p_s} \cdot p_{r4} = p_{r3} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{p_2 - \Delta p}{p_s} \cdot \exp \left(a_1^{air} \cdot \ln T_{4,i} + a_2^{air} T_{4,i} + \frac{a_3^{air} T_{4,i}^2}{2} + \frac{a_4^{air} T_{4,i}^3}{3} + \frac{a_5^{air} T_{4,i}^4}{4} + a_7^{air} \right) = \\ &= \exp \left(a_1^{air} \cdot \ln(\theta T_1) + a_2^{air} (\theta T_1) + \frac{a_3^{air} (\theta T_1)^2}{2} + \frac{a_4^{air} (\theta T_1)^3}{3} + \frac{a_5^{air} (\theta T_1)^4}{4} + a_7^{air} \right) \quad 85.a \end{aligned}$$

En la expresión 85.a se ha utilizado la relación de temperaturas θ en lugar de $T_3 \left(\theta = \frac{T_3}{T_1} \right)$ ya que, como se ha dicho anteriormente, se ha estudiado la dependencia con respecto de θ a lo largo de todo el estudio.

Una vez obtenida la temperatura $T_{4,i}$ mediante los métodos iterativos expuestos en el anexo "Programa desarrollado", se puede calcular la entalpía $h_{4,i}$ con la expresión 84 y posteriormente el trabajo específico con la expresión 50.

Al existir variables ($T_{4,i}$ y $T_{2,i}$) que son funciones únicamente resolubles por métodos iterativos, no se puede obtener una expresión para el trabajo específico del mismo estilo que las obtenidas en las secciones 2.1 y 3.1. Se muestra a continuación a modo de síntesis como resulta la expresión del trabajo indicando las entalpías como funciones de los parámetros básicos (relaciones de compresión y expansión, relación de temperaturas y rendimientos de compresor y turbina):

$$\begin{aligned} w_{esp} &= \left[h_3(T_3) - h_{4,i}(T_{4,i}, R_e) \right] \cdot \eta_t - \left[h_{2,i}(T_{2,i}, R_c) - h_1(T_1) \right] \cdot \frac{1}{\eta_c} = \\ &= \boxed{\left[h_3(T_1, \theta) - h_{4,i}(T_1, \theta, R_e) \right] \cdot \eta_t - \left[h_{2,i}(T_1, R_c) - h_1(T_1) \right] \cdot \frac{1}{\eta_c}} \quad 86 \end{aligned}$$

Donde:

- $h_1 = R \cdot T_1 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_1}{2} + \frac{a_3^{air} T_1^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_1^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_1^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_1} \right)$
- $h_{2,i} = R \cdot T_{2,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{2,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{2,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{2,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{2,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{2,i}} \right)$

- $h_3 = R \cdot T_3 \left(a_1 \text{air} + \frac{a_2 \text{air}(T_1 \theta)}{2} + \frac{a_3 \text{air}(T_1 \theta)^2}{3} + \frac{a_4 \text{air}(T_1 \theta)^3}{4} + \frac{a_5 \text{air}(T_1 \theta)^4}{5} + \frac{a_6 \text{air}}{(T_1 \theta)} \right)$
- $h_{4,i} = R \cdot T_{4,i} \left(a_1 \text{air} + \frac{a_2 \text{air} T_{4,i}}{2} + \frac{a_3 \text{air} T_{4,i}^2}{3} + \frac{a_4 \text{air} T_{4,i}^3}{4} + \frac{a_5 \text{air} T_{4,i}^4}{5} + \frac{a_6 \text{air}}{T_{4,i}} \right)$
- $T_{4,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_3 , θ y R_e .
- $T_{2,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 y R_c .

Con esta expresión del trabajo se puede analizar su dependencia con respecto a la relación de compresión, la relación de temperaturas, los rendimientos isoentrópicos de turbina y compresor y las pérdidas de presión.

5.2. Expresión del rendimiento

La situación es muy similar a la del trabajo específico. Se parte de la expresión 14 y se introducen las expresiones del trabajo específico y del calor aportado en la cámara de combustión (ecs. 50 y 12.b respectivamente)

$$\boxed{\eta = \frac{w_{esp}}{Q_{in}} = \frac{(h_3 - h_{4,i}) \cdot \eta_t - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c}}{h_3 - h_{2,r}}} \quad 87$$

Las entalpías h_1 , $h_{2,i}$, h_3 y $h_{4,i}$ se calculan de manera idéntica a la mostrada en el apartado anterior. Los procesos iterativos para el cálculo de T_{2i} y T_{4i} son también los mismos. Solo falta calcular la entalpía $h_{2,r}$ que queda de la siguiente manera teniendo en cuenta la expresión 43:

$$h_{2,r} = w_{comp,i} \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1 = (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1 \quad 88$$

De esta manera, ya se tiene la expresión del rendimiento completa. Escribiendo las entalpías como funciones de los parámetros básicos (relación de compresión y expansión, relación de temperaturas y rendimientos de turbina y compresor) e introduciendo la ecuación 88, se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{w_{esp}}{Q_{in}} = \frac{[h_3(T_3) - h_{4,i}(T_{4,i}(T_3, R_e))] \cdot \eta_t - [h_{2,i}(T_{2,i}(T_1, R_c)) - h_1(T_1)] \cdot \frac{1}{\eta_c}}{h_3(T_3) - (h_{2,i}(T_1, R_c) - h_1(T_1)) \cdot \frac{1}{\eta_c} - h_1(T_1)} = \\ &= \boxed{\frac{[h_3(T_1, \theta) - h_{4,i}(T_1, \theta, R_e)] \cdot \eta_t - [h_{2,i}(T_1, R_c) - h_1(T_1)] \cdot \frac{1}{\eta_c}}{h_3(T_1, \theta) - (h_{2,i}(T_1, \theta, R_c) - h_1(T_1)) \cdot \frac{1}{\eta_c} - h_1(T_1)}} \quad 89 \end{aligned}$$

Donde:

- $h_1 = R \cdot T_1 \left(a_1 \text{air} + \frac{a_2 \text{air} T_1}{2} + \frac{a_3 \text{air} T_1^2}{3} + \frac{a_4 \text{air} T_1^3}{4} + \frac{a_5 \text{air} T_1^4}{5} + \frac{a_6 \text{air}}{T_1} \right)$
- $h_{2,i} = R \cdot T_{2,i} \left(a_1 \text{air} + \frac{a_2 \text{air} T_{2,i}}{2} + \frac{a_3 \text{air} T_{2,i}^2}{3} + \frac{a_4 \text{air} T_{2,i}^3}{4} + \frac{a_5 \text{air} T_{2,i}^4}{5} + \frac{a_6 \text{air}}{T_{2,i}} \right)$
- $h_{2,r} = (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1$
- $h_3 = R \cdot T_3 \left(a_1 \text{air} + \frac{a_2 \text{air}(T_1 \theta)}{2} + \frac{a_3 \text{air}(T_1 \theta)^2}{3} + \frac{a_4 \text{air}(T_1 \theta)^3}{4} + \frac{a_5 \text{air}(T_1 \theta)^4}{5} + \frac{a_6 \text{air}}{(T_1 \theta)} \right)$

- $h_{4,i} = R \cdot T_{4,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{4,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{4,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{4,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{4,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{4,i}} \right)$
- $T_{4,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 , θ y R_e .
- $T_{2,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 y R_c .

Con esta expresión del rendimiento se puede analizar su dependencia con respecto a la relación de compresión, la relación de temperaturas, los rendimientos isoentrópicos de turbina y compresor y las pérdidas de presión.

5.3. Relación entre el rendimiento y el trabajo específico

Como ocurre en los casos anteriores (secciones 2.3 y 3.3), el trabajo y el rendimiento están relacionados por el calor aportado en la cámara de combustión. Partiendo de la expresión 87 e introduciendo la 88 se puede escribir la relación entre rendimiento y trabajo:

$$\eta = \frac{w_{esp}}{Q_{in}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \eta(\theta, T_1, R_c, R_e, \eta_t, \eta_c) = \frac{w_{esp}(\theta, T_1, R_c, R_e, \eta_t, \eta_c)}{h_3(T_1, \theta) - (h_{2,i}(T_1, R_c) - h_1(T_1)) \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1(T_1)}$$

90

Las consideraciones a tener en cuenta en este punto son las mismas que en las secciones 2.3 y 3.3. Al igual que en esos casos, si se quiere estudiar la influencia que tiene el trabajo, no se puede considerar como el único parámetro que varía puesto que todas las entalpías presentes en el denominador dependen de los mismos parámetros que el trabajo y por lo tanto también van a variar. Las implicaciones de estos hechos han sido explicadas en el punto 2.3.

Haber considerado los calores específicos del aire como una función de la temperatura permite estudiar cuál es el error que se comete al considerarlos constantes. Esta desviación es analizada en el anexo "Análisis de resultados". La consideración introducida hace que este caso, el de ciclo simple con pérdidas y calores específicos variables, se acerque más al funcionamiento real que los dos casos anteriores. Sin embargo, el estudio todavía se puede acercar más al funcionamiento real del ciclo simple de turbina de gas mediante la introducción de una última consideración. Este último caso se analiza en el siguiente apartado.

6. Ciclo simple con gases de combustión

Este es el último caso que se estudia y corresponde al más realista de todos. Difiere del punto 4 en que ahora se considera como fluido de trabajo a la salida de la cámara de combustión una mezcla de gases de combustión y aire en lugar de solo aire. Hasta este punto, al trabajar todos los casos con aire, se podía suponer que la cámara de calor era un simple aporte de calor al aire y considerar la cámara como un intercambiador de calor. En este último caso la cámara es una cámara de combustión como tal y se debe tener en cuenta y estudiar el proceso de combustión.

La consideración de todas las condiciones que se enumeran a continuación hace que este ciclo se aleje muy poco del funcionamiento del ciclo simple real. Por ello, este ciclo es el que se va a utilizar como referencia para evaluar la desviación que se tiene en cada uno de los casos anteriores con respecto al funcionamiento real. Estos análisis se realizan en el anexo "Análisis de resultados". Las condiciones sobre las que se desarrolla este ciclo son las siguientes.

- 1º.- Se emplea el modelo de gas ideal para el fluido de trabajo.
- 2º.- En la parte del ciclo posterior a la combustión se considera el fluido de trabajo como una mezcla de gases de combustión y aire.
- 3º.- El compresor y la turbina no tienen por qué tener la misma relación de compresión y expansión respectivamente.
- 4º.- La compresión y la expansión del fluido en compresor y turbina respectivamente se consideran procesos irreversibles, es decir, se da una generación de entropía.
- 5º.- La cámara de combustión no es ideal, las irreversibilidades se tienen en cuenta en forma de caídas de presión a lo largo de la misma.
- 6º.- La combustión es completa y los productos son, únicamente, CO_2 , H_2O y el aire sobrante.
- 7º.- El fluido de trabajo tiene calores específicos variables con la temperatura.

Nótese que las únicas consideraciones características de este ciclo son la 2^a y la 6^a y que son estas las que diferencian a este caso del anterior.

Se ha decidido realizar el estudio con dos combustibles diferentes lo que permite una comparativa de comportamiento del ciclo en función del combustible utilizado y por lo tanto un estudio más completo. Los combustibles seleccionados han sido el octano (C_8H_{18}) y el metano (CH_4) por ser los más utilizados en turbinas de gas [11]. El desarrollo que se expone a continuación corresponde al uso de octano y se puntualizarán cuando sea oportuno las diferencias al realizar el desarrollo con el uso de metano.

Como hasta ahora no se ha estudiado en ningún momento el fenómeno de la combustión, conviene analizarlo en primer lugar para conocer cómo afecta a los desarrollos. Antes de comenzar conviene puntualizar que en las expresiones que quedan se van a mostrar entalpías y entropías en dos formatos diferentes:

$$h \left[\frac{kJ}{kmol \text{ aire}} \right] \quad ; \quad H \left[\frac{kJ}{kmol \text{ combustible}} \right]$$

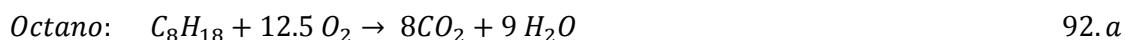
$$s \left[\frac{kJ}{kmol \text{ aire } K} \right] \quad ; \quad S \left[\frac{kJ}{kmol \text{ combustible } K} \right]$$

Ambas formas de expresar las entalpías y entropías se relacionan mediante un término "X" que se introducirá más adelante y que representa los moles de aire seco por cada mol de combustible:

$$H \left[\frac{kJ}{kmol \text{ comb}} \right] = h \left[\frac{kJ}{kmol \text{ aire}} \right] \cdot X \left[\frac{kmol \text{ aire}}{kmol \text{ comb}} \right] \quad 91.a$$

$$S \left[\frac{kJ}{kmol \text{ comb}} \right] = s \left[\frac{kJ}{kmol \text{ aire} \text{ K}} \right] \cdot X \left[\frac{kmol \text{ aire}}{kmol \text{ comb}} \right] \quad 91.b$$

Para estudiar la combustión que tiene lugar, primero se establece la reacción estequiométrica para saber cuántos moles de O₂ reaccionan por cada mol de combustible en un caso de combustión completa:

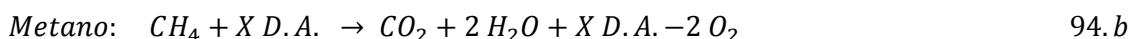
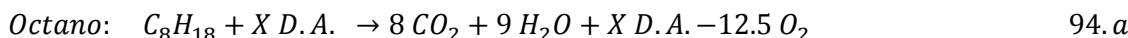


La composición exacta del aire considerado se ha recogido en el anexo "Coeficientes para el cálculo de calores específicos dependientes de la temperatura ". Teniendo en cuenta que se considera aire con un 20.946% de O₂, los moles de aire necesarios por cada mol de combustible son:

$$\frac{\text{moles de aire}}{\text{moles de } C_8H_{18}} = \frac{\frac{12.5}{0.20946}}{1} = 59.677 \frac{\text{mol air}}{\text{mol } C_8H_{18}} \quad 93.a$$

$$\frac{\text{moles de aire}}{\text{moles de } CH_4} = \frac{\frac{2}{0.20946}}{1} = 9.548 \frac{\text{mol air}}{\text{mol } CH_4} \quad 93.b$$

Las turbinas de gas trabajan con un gran exceso de aire (dosados de 1/60 a 1/200) para que la temperatura de los gases a la entrada de la turbina sea adecuada y para una correcta refrigeración de la cámara [4]. Es por esto que el aire introducido en la cámara es mucho mayor que el estequiométrico. A continuación se denomina "X" al número de moles de aire seco que se introducen por cada mol de combustible y se escribe la reacción de combustión de un mol de combustible con exceso de aire:



Como productos se escriben los productos de la combustión completa de un mol de combustible (reacción 92). A parte de los productos de la propia combustión, también hay que escribir todo el aire que entra menos el oxígeno que se ha consumido para la combustión. El oxígeno consumido ha sido ajustado en la reacción 92.

Además del parámetro "X", también es necesaria la introducción del dosado para terminar de caracterizar el proceso de combustión. El dosado se define como el cociente de la masa de combustible introducida a la cámara entre la masa de aire:

$$f = \frac{m_{comb}}{m_{air}} \quad 82$$

Con esto quedan introducidos todos los parámetros nuevos que van a ser necesarios en los siguientes desarrollos.

6.1. Expresión del trabajo específico

Este caso presenta muchas similitudes con el punto 4.1 (expresión del trabajo del ciclo simple con pérdidas y calores específicos variables que trabaja con aire). En este caso también van a ser necesarios procesos iterativos para el cálculo de determinadas variables lo que imposibilita la expresión de las relaciones con un estilo similar al de los primeros apartados de este anexo.

Al igual que en el punto 4.1, se parte de la expresión 50 que tiene en cuenta únicamente las irreversibilidades de la turbina y el compresor.

$$w_{esp} = w_{turb,r} - w_{comp,r} = w_{turb,i} \cdot \eta_t - w_{comp,i} \cdot \frac{1}{\eta_c} =$$

$$= \boxed{(h_3 - h_{4,i}) \cdot \eta_t - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c}}$$

50

De nuevo, el desarrollo en este punto consiste en calcular las entalpías de la expresión 50 con ecuaciones que tengan en cuenta e incluyan todas las consideraciones hechas al comienzo de la sección 5.

La primera mitad del ciclo, hasta la entrada de la cámara de combustión, presenta el mismo comportamiento que en el caso anterior puesto que solo se tiene aire circulando por esta parte. Es decir, hasta la cámara de combustión, las secciones 4 y 5 son idénticas porque todavía no se ha llegado al hecho diferenciador: la combustión. Por ello, las expresiones 79, 80 y 81 se siguen cumpliendo.

$$h_1 = R \cdot T_1 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_1}{2} + \frac{a_3^{air} T_1^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_1^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_1^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_1} \right) \quad 79$$

$$h_{2,i} = R \cdot T_{2,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{2,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{2,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{2,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{2,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{2,i}} \right) \quad 80$$

$$R_c = \frac{p_{r2}}{p_{r1}} \rightarrow R_c \cdot p_{r1} = p_{r2} \rightarrow$$

$$R_c \cdot \exp \left(a_1^{air} \cdot \ln T_1 + a_2^{air} T_1 + \frac{a_3^{air} T_1^2}{2} + \frac{a_4^{air} T_1^3}{3} + \frac{a_5^{air} T_1^4}{4} + a_7^{air} \right)$$

$$= \exp \left(a_1^{air} \cdot \ln T_{2,i} + a_2^{air} T_{2,i} + \frac{a_3^{air} T_{2,i}^2}{2} + \frac{a_4^{air} T_{2,i}^3}{3} + \frac{a_5^{air} T_{2,i}^4}{4} + a_7^{air} \right) \quad 81$$

El proceso de cálculo de las expresiones anteriores se ha explicado en el apartado 4.1 pero se recuerda a continuación. Se trata de calcular h_1 a partir de la temperatura T_1 conocida. A continuación se recurre a la expresión 81 y mediante un proceso iterativo (desarrollado en el anexo "Programa desarrollado") y conociendo la temperatura T_1 y la relación R_c , se obtiene la temperatura $T_{2,i}$. Una vez se conoce esta temperatura, se puede utilizar la expresión 81 para el cálculo de $h_{2,i}$ con la ecuación 80.

A partir de aquí, el desarrollo difiere con respecto al presentado en el caso anterior ya que se produce en este punto la combustión. De ahora en adelante, la metodología se ha inspirado en la seguida por la bibliografía [1] aunque el desarrollo se ha justificado, estudiado y desarrollado más a fondo. En todos los casos anteriores, el proceso que tiene lugar en la cámara de combustión se considera como un simple aporte de calor desde una fuente de energía, figura 3b, y por lo tanto se ha empleado la ecuación 12.b.

Sin embargo, en este caso no existe ningún flujo de calor que entre o salga de la cámara. En su lugar, existe una reacción de combustión en el interior y, al ser la cámara adiabática, todo el calor desarrollado en la combustión es absorbido por los productos, figura 3.a. Se emplea para este caso la ecuación 12.a.

$$H_2 = H_3 ; \quad H_{\text{productos}} = H_{\text{reactivos}} \quad 12.a$$

Los reactivos de la combustión indicados en la relación 12.a están formados por todo el aire seco que entra en la cámara mas el combustible, es decir, la parte izquierda de la reacción 94. Los productos están formados por los propios productos de la reacción de combustión y por el aire que no ha reaccionado, es decir, la parte derecha de la reacción 94. Hay que tener presente en todo momento que se trabaja con la combustión de un mol de combustible y por ello se han empleado las entalpías en mayúsculas, por mol de combustible.

$$\begin{aligned} H_{\text{reactivos}} &= \Delta H_{f, \text{comb}} + H_2 \rightarrow \\ \rightarrow H_{\text{reactivos}} &= \Delta H_{f, \text{comb}} + X \cdot h_2 \end{aligned} \quad 95$$

$$H_{\text{productos}} = \sum (n_j \cdot H_{3,j})_{\text{productos}} \quad 96$$

Donde:

H_2 es la entalpía en el estado 2, es decir, antes de la cámara de combustión, por mol de combustible.

n_j es el número de moles del producto "j" por cada mol de combustible.

$H_{3,j}$ es la entalpía en el estado 3, es decir, a la salida de la cámara de combustión del producto "j".

A continuación se desarrollan cada uno de los términos que aparecen en las ecuaciones 95 y 96. La entalpía de formación del combustible, $\Delta H_{f, \text{comb}}$, se obtiene de la bibliografía técnica [15].

La entalpía por mol de combustible que tiene el fluido de trabajo en el estado 2, H_2 , se calcula a partir de la entalpía por mol de aire mediante la relación 91.a.

$$H_2 = X \cdot h_2 \quad 91.a$$

El estado 2 al que se hace referencia es el real mientras que hasta ahora se ha trabajado con el estado 2 ideal derivado de una compresión isoentrópica (figura 4.a y 5). Ambos estados, el real y el ideal, ya han sido relacionados mediante la ecuación 88.

$$h_2 = w_{\text{comp},i} \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1 = (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1 \quad 88$$

Y por lo tanto la entalpía H_2 :

$$H_2 = X \cdot (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1$$

97

La entalpía H_2 queda determinada ya que los parámetros que aparecen en la ecuación 97 han sido determinados por las expresiones 79, 80 y 81. El parámetro X no se conoce.

Conociendo la entalpía h_2 se puede calcular mediante los métodos iterativos explicados en el anexo "Programa desarrollado", la temperatura T_2 . Esta temperatura va a ser útil en las próximas páginas. La expresión a partir de la cual se puede obtener la temperatura T_2 es la siguiente donde el único parámetro desconocido es esa temperatura.

$$h_2 = R \cdot T_2 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_2}{2} + \frac{a_3^{air} T_2^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_2^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_2^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_2} \right) \rightarrow T_2 \quad 98$$

La entalpía H_3 corresponde a la entalpía que tienen los productos que salen de la cámara de combustión por cada mol de combustible introducido. La entalpía de un fluido con calores específicos variables se determina con la expresión 71.a. El problema queda centrado ahora en el cálculo de los coeficientes de la expresión 71.a puesto que varían con cada fluido de trabajo y en este punto el fluido es una mezcla de aire y gases de combustión. La primera opción es la de calcular los coeficientes para cada uno de los productos de la combustión (CO_2 , H_2O y aire) y sumar las entalpías de cada uno según la expresión 96. La otra opción es la de calcular los coeficientes para una mezcla de todos los productos teniendo en cuenta los moles de cada uno de ellos y obtener así una sola expresión de la entalpía.

El cálculo de dichos coeficientes se muestra en el anexo "Coeficientes para el cálculo de propiedades con calores específicos dependientes de la temperatura ". Como se explica en el citado anexo, se ha optado por la segunda opción y los coeficientes tienen en cuenta los moles de cada uno de los productos de combustión. Esto hace que los gases de combustión tengan diferentes coeficientes en función del combustible utilizado.

$$\begin{aligned} H_3 &= n_{CO_2} \cdot H_3^{CO_2} + n_{H_2O} \cdot H_3^{H_2O} - n_{O_2} \cdot H_3^{O_2} + XH_3^{air} = H_3^{g.c.} + XH_3^{air} = \\ &= RT_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.} T_3}{2} + \frac{a_3^{g.c.} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{g.c.} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{g.c.} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) \left[\frac{kJ}{kmol \text{ comb}} \right] + \\ &+ XRT_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_3}{2} + \frac{a_3^{air} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right) \left[\frac{kJ}{kmol \text{ comb}} \right] \quad 99 \end{aligned}$$

Donde n_j representa el número de moles del producto j que se forman con la combustión de un mol de combustible. En el caso del oxígeno, son los moles consumidos en la combustión de un mol de combustible. Los moles n_j se obtienen de la reacción 94. La entalpía del aire se evalúa por separado porque depende de X.

Para el metano y el octano, la entalpía H_3 queda, respectivamente:

$$\begin{aligned}
 H_3 &= 8H_3^{CO_2} + 9H_3^{H_2O} - 12.5H_3^{O_2} + XH_3^{air} = H_3^{C_8H_{18}} + XH_3^{air} = \\
 &= RT_3 \left(a_1^{C_8H_{18}} + \frac{a_2^{C_8H_{18}T_3}}{2} + \frac{a_3^{C_8H_{18}T_3^2}}{3} + \frac{a_4^{C_8H_{18}T_3^3}}{4} + \frac{a_5^{C_8H_{18}T_3^4}}{5} + \frac{a_6^{C_8H_{18}}}{T_3} \right) \left[\frac{kJ}{kmol\ C_8H_{18}} \right] + \\
 &+ XRT_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_3}}{2} + \frac{a_3^{airT_3^2}}{3} + \frac{a_4^{airT_3^3}}{4} + \frac{a_5^{airT_3^4}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right) \left[\frac{kJ}{kmol\ C_8H_{18}} \right] \quad 99.a
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_3 &= 1H_3^{CO_2} + 2H_3^{H_2O} - 2H_3^{O_2} + XH_3^{air} = H_3^{CH_4} + XH_3^{air} = \\
 &= RT_3 \left(a_1^{CH_4} + \frac{a_2^{CH_4T_3}}{2} + \frac{a_3^{CH_4T_3^2}}{3} + \frac{a_4^{CH_4T_3^3}}{4} + \frac{a_5^{CH_4T_3^4}}{5} + \frac{a_6^{CH_4}}{T_3} \right) \left[\frac{kJ}{kmol\ CH_4} \right] + \\
 &+ XRT_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_3}}{2} + \frac{a_3^{airT_3^2}}{3} + \frac{a_4^{airT_3^3}}{4} + \frac{a_5^{airT_3^4}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right) \left[\frac{kJ}{kmol\ CH_4} \right] \quad 99.b
 \end{aligned}$$

Introduciendo las expresiones 91.a, 98 y 99 en la igualdad 12.a:

$$\begin{aligned}
 &RT_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.T_3}}{2} + \frac{a_3^{g.c.T_3^2}}{3} + \frac{a_4^{g.c.T_3^3}}{4} + \frac{a_5^{g.c.T_3^4}}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) \\
 &+ XRT_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_3}}{2} + \frac{a_3^{airT_3^2}}{3} + \frac{a_4^{airT_3^3}}{4} + \frac{a_5^{airT_3^4}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right) = \\
 &= \Delta H_{f,comb} + XRT_2 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_2}}{2} + \frac{a_3^{airT_2^2}}{3} + \frac{a_4^{airT_2^3}}{4} + \frac{a_5^{airT_2^4}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_2} \right) \quad 100
 \end{aligned}$$

En la expresión 100 el único dato no conocido es la relación de moles de aire y combustible, X. Así, se puede despejar de la ecuación 100 el parámetro X resultando la expresión 101:

$$X = \frac{-RT_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.T_3}}{2} + \frac{a_3^{g.c.T_3^2}}{3} + \frac{a_4^{g.c.T_3^3}}{4} + \frac{a_5^{g.c.T_3^4}}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) + \Delta H_{f,comb}}{R \left[a_1^{air} (T_3 - T_2) + \frac{a_2^{air} (T_3^2 - T_2^2)}{2} + \frac{a_3^{air} (T_3^3 - T_2^3)}{3} + \frac{a_4^{air} (T_3^4 - T_2^4)}{4} + \frac{a_5^{air} (T_3^5 - T_2^5)}{5} \right]} \quad 101$$

Para el octano y el metano la expresión 101 queda, respectivamente:

$$X = \frac{-RT_3 \left(a_1^{C_8H_{18}} + \frac{a_2^{C_8H_{18}T_3}}{2} + \frac{a_3^{C_8H_{18}T_3^2}}{3} + \frac{a_4^{C_8H_{18}T_3^3}}{4} + \frac{a_5^{C_8H_{18}T_3^4}}{5} + \frac{a_6^{C_8H_{18}}}{T_3} \right) + \Delta H_{f,C_8H_{18}}}{R \left[a_1^{air} (T_3 - T_2) + \frac{a_2^{air} (T_3^2 - T_2^2)}{2} + \frac{a_3^{air} (T_3^3 - T_2^3)}{3} + \frac{a_4^{air} (T_3^4 - T_2^4)}{4} + \frac{a_5^{air} (T_3^5 - T_2^5)}{5} \right]} \quad 101.a$$

$$X = \frac{-RT_3 \left(a_1^{CH_4} + \frac{a_2^{CH_4T_3}}{2} + \frac{a_3^{CH_4T_3^2}}{3} + \frac{a_4^{CH_4T_3^3}}{4} + \frac{a_5^{CH_4T_3^4}}{5} + \frac{a_6^{CH_4}}{T_3} \right) + \Delta H_{f,comb}}{R \left[a_1^{air} (T_3 - T_2) + \frac{a_2^{air} (T_3^2 - T_2^2)}{2} + \frac{a_3^{air} (T_3^3 - T_2^3)}{3} + \frac{a_4^{air} (T_3^4 - T_2^4)}{4} + \frac{a_5^{air} (T_3^5 - T_2^5)}{5} \right]} \quad 101.b$$

El parámetro "X" es equivalente al dosado puesto que la única conversión que hay que realizar es el paso de moles a kilos con los pesos moleculares del aire y del combustible:

$$f = \frac{m_{C_8H_{18}}}{m_{air}} \left[\frac{kg \ C_8H_{18}}{kg \ air} \right] = \frac{M_{C_8H_{18}}}{X \cdot M_{air}} \left[\frac{kg \ C_8H_{18}}{kg \ air} \right] \quad 102.a$$

$$f = \frac{m_{CH_4}}{m_{air}} \left[\frac{kg \ CH_4}{kg \ air} \right] = \frac{M_{CH_4}}{X \cdot M_{air}} \left[\frac{kg \ CH_4}{kg \ air} \right] \quad 102.b$$

Con el parámetro X calculado, se puede determinar la entalpía h_3 necesaria para la expresión 50. Primero calcula la entalpía H_3 mediante la expresión 99. Y utilizando la relación 91.a, queda determinada la entalpía h_3 .

$$h_3 = \frac{H_3}{X}$$

También puede calcularse en este punto el exceso de aire con el que trabaja la turbina puesto que la expresión 93 proporciona los moles de aire estequiométricos y el parámetro X los moles de aire con los que se está trabajando por mol de combustible:

$$\text{Octano: } \% \text{ exceso de aire} = \frac{X - 59.677}{59.677} \cdot 100 \quad 91.a$$

$$\text{Metano: } \% \text{ exceso de aire} = \frac{X - 9.548}{9.548} \cdot 100 \quad 91.b$$

Una vez realizado el balance de energía a la cámara de combustión, solo queda determinar la entalpía h_{4i} para poder utilizar la expresión 50. Se debe de establecer la entalpía h_{4i} o la H_{4i} ya que están relacionadas. Para ello se utilizan las expresiones 77.b o 78.b indistintamente ya que relacionan los estados 3 y 4.

$$\frac{p_3}{p_4} = e^{\left(\frac{s_3^0(T_3) - s_4^0(T_4)}{R} \right)} \quad 77.b$$

$$R_e = \frac{p_{r3}}{p_{r4}} \rightarrow R_e \cdot p_{r4} = p_{r3} \quad 78.b$$

Derivada de cualquiera de las expresiones anteriores se obtiene la ecuación 103.

$$s_3^0(T_3) - s_{4i}^0(T_{4i}) = R \cdot \ln \frac{p_3}{p_4} \left[\frac{kJ}{kmol \ aire \ K} \right] \quad 103$$

Como en la expresión 50 se trabaja con la entalpía h_{4i} , en la expresión 103 se utilizan los parámetros correspondientes al estado 4 ideal. La presión 4 en el estado ideal coincide con la del estado real (figura 5). Al haber sido calculados los coeficientes para el cálculo de propiedades para cada mol de combustible, se va a modificar la ecuación 103 en la 104 para trabajar por mol de combustible y no de aire.

$$S_3^0(T_3) - S_{4i}^0(T_{4i}) = R \cdot n_{productos} \cdot \ln \frac{p_3}{p_4} \left[\frac{kJ}{kmol \ comb \ K} \right] \quad 104$$

Donde $n_{productos}$ son los moles de productos de la combustión por cada mol de combustible que reacciona. Estos moles se obtienen de las tablas 1 y 2 según el combustible utilizado. Las tablas emplean información obtenida de la reacción 94.

| | n _i |
|-------------------|----------------|
| CO ₂ | 8 |
| H ₂ O | 9 |
| Aire | X |
| O ₂ | -12,5 |
| n _{prod} | X + 4,5 |

Tabla 1. Composición de los productos de combustión trabajando con C₈H₁₈.

| | n _i |
|-------------------|----------------|
| CO ₂ | 1 |
| H ₂ O | 2 |
| Aire | X |
| O ₂ | -2 |
| n _{prod} | X+1 |

Tabla 2. Composición de los productos de combustión trabajando con CH₄.

Según las tablas, la ecuación 104 queda transformada en lo siguiente:

$$S_{4,i}^0(T_{4i}) - S_3^0(T_3) = R \cdot (X + 4.5) \cdot \ln \frac{p_3}{p_4} \left[\frac{kJ}{kmol C_8H_{18} K} \right] \quad 104.a$$

$$S_{4,i}^0(T_{4i}) - S_3^0(T_3) = R \cdot (X + 1) \cdot \ln \frac{p_3}{p_4} \left[\frac{kJ}{kmol CH_4 K} \right] \quad 104.b$$

En la expresión 104 se introducen, si existen, las caídas de presión de una de las dos formas estudiadas. Se puede emplear el parámetro Δp quedando la expresión 104 o el parámetro r resultando la expresión 105.

$$S_3^0(T_3) - S_{4i}^0(T_{4i}) = R \cdot n_{productos} \cdot \ln \frac{p_2 - \Delta p}{p_4} \quad 105$$

$$S_3^0(T_3) - S_{4i}^0(T_{4i}) = R \cdot n_{productos} \cdot \ln (r \cdot R_c) \quad 106$$

En caso de no tener pérdidas de presión y de que la turbina expulse el fluido a la misma presión que a la entrada del compresor, la expresión 103 se convierte en la 106.

$$s_3^0(T_3) - s_{4i}^0(T_{4i}) = R \cdot n_{productos} \cdot \ln R_c \quad 107$$

De las expresiones 105, 106 o 107, se obtiene la entropía S_{4i}^0 . Según la ecuación 74, su expresión con respecto de la temperatura T_{4i} , es la siguiente:

$$S_{4i}^0(T_{4i}) = R \cdot \left(a_1 C_8H_{18} \cdot \ln T_{4i} + a_2 C_8H_{18} T_{4i} + \frac{a_3 C_8H_{18} T_{4i}^2}{2} + \frac{a_4 C_8H_{18} T_{4i}^3}{3} + \frac{a_5 C_8H_{18} T_{4i}^4}{4} + a_7 C_8H_{18} \right) + X R \left(a_1^{air} \ln T_{4,i} + a_2^{air} T_{4,i} + \frac{a_3^{air} T_{4,i}^2}{2} + \frac{a_4^{air} T_{4,i}^3}{3} + \frac{a_5^{air} T_{4,i}^4}{4} + a_7^{air} \right) \quad 108.a$$

$$S_{4i}^0(T_{4i}) = R \cdot \left(a_1^{CH_4} \cdot \ln T_{4i} + a_2^{CH_4} T_{4i} + \frac{a_3^{CH_4} T_{4i}^2}{2} + \frac{a_4^{CH_4} T_{4i}^3}{3} + \frac{a_5^{CH_4} T_{4i}^4}{4} + a_7^{CH_4} \right) + X R \left(a_1^{air} \ln T_{4i} + a_2^{air} T_{4i} + \frac{a_3^{air} T_{4i}^2}{2} + \frac{a_4^{air} T_{4i}^3}{3} + \frac{a_5^{air} T_{4i}^4}{4} + a_7^{air} \right) \quad 108.b$$

De la expresión 108 solo queda por conocer la temperatura T_{4i} que se obtiene mediante un proceso iterativo idéntico a los que ya han sido mencionados. El proceso se explica en el anexo "Programa desarrollado".

Una vez obtenida la temperatura T_{4i} , se puede emplear para obtener la entalpía H_{4i} en la siguiente expresión.

$$H_{4i} = R \cdot T_{4i} \left(a_1^{C_{8H_{18}}} + \frac{a_2^{C_{8H_{18}}} T_{4i}}{2} + \frac{a_3^{C_{8H_{18}}} T_{4i}^2}{3} + \frac{a_4^{C_{8H_{18}}} T_{4i}^3}{4} + \frac{a_5^{C_{8H_{18}}} T_{4i}^4}{5} + \frac{a_6^{C_{8H_{18}}}}{T_{4i}} \right) + X R T_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_3}{2} + \frac{a_3^{air} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right) \quad 109.a$$

$$H_{4i} = R \cdot T_{4i} \left(a_1^{CH_4} + \frac{a_2^{CH_4} T_{4i}}{2} + \frac{a_3^{CH_4} T_{4i}^2}{3} + \frac{a_4^{CH_4} T_{4i}^3}{4} + \frac{a_5^{CH_4} T_{4i}^4}{5} + \frac{a_6^{CH_4}}{T_{4i}} \right) + X R T_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_3}{2} + \frac{a_3^{air} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right) \quad 109.b$$

Conociendo la entalpía H_{4i} y teniendo en cuenta la relación 91.a, se obtiene la entalpía h_{4i} necesaria para la ecuación 50.

$$h_{4i} = \frac{H_{4i}}{X}$$

Ya ha quedado determinado el cálculo de todas las variables presentes en la expresión 50. Se ha decidido expresar el trabajo por unidad de masa de aire en lugar de combustible ya que en todos los casos anteriores se ha expresado el trabajo por unidad de masa de aire. Esto facilitará la comparativa de ciclos y el estudio a realizar.

$$w_{esp} = (h_3 - h_{4i}) \cdot \eta_t - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c}$$

Donde:

- $h_1 = R \cdot T_1 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_1}{2} + \frac{a_3^{air} T_1^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_1^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_1^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_1} \right)$
- $h_{2,i} = R \cdot T_{2,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{2,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{2,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{2,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{2,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{2,i}} \right)$
- $h_3 = \frac{1}{X} R T_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.} T_3}{2} + \frac{a_3^{g.c.} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{g.c.} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{g.c.} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) + R T_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_3}{2} + \frac{a_3^{air} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right)$
- $X = \frac{-R T_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.} T_3}{2} + \frac{a_3^{g.c.} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{g.c.} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{g.c.} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) + \Delta H_{f,comb}}{R \left[a_1^{air} (T_3 - T_2) + \frac{a_2^{air} (T_3^2 - T_2^2)}{2} + \frac{a_3^{air} (T_3^3 - T_2^3)}{3} + \frac{a_4^{air} (T_3^4 - T_2^4)}{4} + \frac{a_5^{air} (T_3^5 - T_2^5)}{5} \right]}$

- $$h_{4,i} = \frac{1}{X} RT_{4,i} \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.T_{4,i}}}{2} + \frac{a_3^{g.c.T_{4,i}^2}}{3} + \frac{a_4^{g.c.T_{4,i}^3}}{4} + \frac{a_5^{g.c.T_{4,i}^4}}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_{4,i}} \right) + RT_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_3}}{2} + \frac{a_3^{airT_3^2}}{3} + \frac{a_4^{airT_3^3}}{4} + \frac{a_5^{airT_3^4}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right)$$
- $T_{4,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 , θ , R_e y X .
- $T_{2,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 y R_c .

En todos los desarrollos se puede sustituir T_3 por θT_1 al igual que se ha hecho en los casos anteriores. Además, se han denominado algunos coeficientes con el superíndice "g.c." correspondiente a "gases de combustión" en lugar de especificar el tipo de combustible por simplicidad.

Con esta expresión del trabajo se puede analizar su dependencia con respecto a la relación de compresión, la relación de temperaturas, el dosado, las pérdidas relacionadas con caídas de presión, el rendimiento de compresor y el rendimiento de turbina.

6.2. Expresión del rendimiento

La expresión es la misma que la 87 y el proceso de cálculo de las entalpías es el mismo que en el punto 5.1.

$$\eta = \frac{w_{esp}}{Q_{in}} = \frac{(h_3 - h_{4,i}) \cdot \eta_t - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c}}{h_3 - h_2}$$

El único término diferente con respecto a la expresión del trabajo es la entalpía h_2 . Su cálculo se puede llevar a cabo a partir de la expresión 88.

Donde:

- $$h_1 = R \cdot T_1 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_1}}{2} + \frac{a_3^{airT_1^2}}{3} + \frac{a_4^{airT_1^3}}{4} + \frac{a_5^{airT_1^4}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_1} \right)$$
- $$h_{2,i} = R \cdot T_{2,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_{2,i}}}{2} + \frac{a_3^{airT_{2,i}^2}}{3} + \frac{a_4^{airT_{2,i}^3}}{4} + \frac{a_5^{airT_{2,i}^4}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{2,i}} \right)$$
- $$h_2 = (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1$$
- $$h_3 = \frac{1}{X} RT_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.T_3}}{2} + \frac{a_3^{g.c.T_3^2}}{3} + \frac{a_4^{g.c.T_3^3}}{4} + \frac{a_5^{g.c.T_3^4}}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) + RT_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_3}}{2} + \frac{a_3^{airT_3^2}}{3} + \frac{a_4^{airT_3^3}}{4} + \frac{a_5^{airT_3^4}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right) - RT_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.T_3}}{2} + \frac{a_3^{g.c.T_3^2}}{3} + \frac{a_4^{g.c.T_3^3}}{4} + \frac{a_5^{g.c.T_3^4}}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) + \Delta H_{f,comb}$$
- $$X = \frac{R \left[a_1^{air(T_3 - T_2)} + \frac{a_2^{air(T_3^2 - T_2^2)}}{2} + \frac{a_3^{air(T_3^3 - T_2^3)}}{3} + \frac{a_4^{air(T_3^4 - T_2^4)}}{4} + \frac{a_5^{air(T_3^5 - T_2^5)}}{5} \right]}{a_1^{air(T_3 - T_2)} + \frac{a_2^{air(T_3^2 - T_2^2)}}{2} + \frac{a_3^{air(T_3^3 - T_2^3)}}{3} + \frac{a_4^{air(T_3^4 - T_2^4)}}{4} + \frac{a_5^{air(T_3^5 - T_2^5)}}{5}}$$
- $$h_{4,i} = \frac{1}{X} R \cdot T_{4,i} \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.T_{4,i}}}{2} + \frac{a_3^{g.c.T_{4,i}^2}}{3} + \frac{a_4^{g.c.T_{4,i}^3}}{4} + \frac{a_5^{g.c.T_{4,i}^4}}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_{4,i}} \right) + RT_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_3}}{2} + \frac{a_3^{airT_3^2}}{3} + \frac{a_4^{airT_3^3}}{4} + \frac{a_5^{airT_3^4}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right)$$
- $T_{4,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 , θ , R_e y X .
- $T_{2,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 y R_c .

En todos los desarrollos se puede sustituir T_3 por θT_1 al igual que se ha hecho en los casos anteriores. Además, se han denominado algunos coeficientes con el superíndice "g.c." correspondiente a "gases de combustión" en lugar de especificar el tipo de combustible por simplicidad.

Con esta expresión del rendimiento se puede analizar su dependencia con respecto a la relación de compresión, la relación de temperaturas, el dosado, las pérdidas relacionadas con caída de presión, el rendimiento de compresor y el rendimiento de turbina.

6.3. Relación entre el rendimiento y el trabajo

El rendimiento y el trabajo quedan relacionados, al igual que en los puntos 2.3, 3.3 y 4.3, por el calor aportado en la cámara de combustión. Se introduce la ecuación 88 en la expresión 87.

$$\eta = \frac{w_{esp}}{Q_{in}} \rightarrow$$

$$\eta(\theta, T_1, X, R_c, R_e, \eta_t, \eta_c) = w_{esp}(\theta, T_1, X, R_c, R_e, \eta_t, \eta_c) \cdot \frac{1}{h_3 - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1}$$

110

Donde:

- $h_1 = R \cdot T_1 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_1}{2} + \frac{a_3^{air} T_1^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_1^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_1^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_1} \right)$
- $h_{2,i} = R \cdot T_{2,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{2,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{2,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{2,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{2,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{2,i}} \right)$
- $h_3 = \frac{1}{X} RT_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.} T_3}{2} + \frac{a_3^{g.c.} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{g.c.} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{g.c.} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) + XRT_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_3}{2} + \frac{a_3^{air} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right)$
- $T_{2,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 y R_c .

La consideración a tener en cuenta en esta relación es la que se ha mencionado en la misma relación para los ciclos anteriores. No se puede entender el trabajo como una variable que puede variar mientras el resto se mantienen constantes. Si se varía el trabajo para ver su relación con el rendimiento, también varían los parámetros que los relacionan. Se recuerda que este hecho se tiene en cuenta y se explica más a fondo en el anexo "Programa desarrollado". En dicho anexo se explica cómo se ha manejado esta singularidad en el desarrollo del programa para poder estudiar la relación.

6.4. Expresión del consumo específico

El consumo específico se expresa como los gramos de combustible consumido por cada unidad de potencia generada. Expresar el consumo es posible conociendo el trabajo específico, peso molecular del combustible y la relación X.

$$\begin{aligned}
 \text{Consumo esp.} &= \frac{M_{\text{comb}} \left[\frac{\text{kg comb}}{\text{kmol comb}} \right] \cdot 3600 \left[\frac{\text{s}}{\text{h}} \right] \cdot 1000 \left[\frac{\text{gr comb}}{\text{kg comb}} \right]}{X \left[\frac{\text{kmol air}}{\text{kmol comb}} \right] \cdot w_{\text{esp}} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg air}} \right]} \\
 &= \boxed{\frac{M_{\text{comb}} \cdot 1000 \cdot 3600 \left[\frac{\text{gr comb}}{\text{kW} \cdot \text{h}} \right]}{X \cdot w_{\text{esp}}}}
 \end{aligned} \quad 111$$

En esta relación se puede analizar la dependencia que tiene el consumo específico con respecto a todas las variables que incluye el trabajo específico.

Además, el hecho de tener la expresión para el consumo específico, proporciona la posibilidad de estudiar las emisiones de CO_2 puesto que se conoce, por la reacción 94, que por cada mol de C_8H_{18} consumido, se emiten 8 moles de CO_2 y que por cada mol de CH_4 consumido se emite un mol de CO_2 . El disponer de esta información motiva la siguiente relación lo que permite un estudio de comportamiento más completo.

6.5. Expresión de las emisiones específicas

Las emisiones de CO_2 se expresarán en gramos emitidos por unidad de potencia producida:

$$\begin{aligned}
 \text{Emisión } CO_2 &= \text{consumo esp.} \left[\frac{\text{gr comb}}{\text{kW} \cdot \text{h}} \right] \cdot \alpha \left[\frac{\text{mol } CO_2}{\text{mol comb}} \right] \frac{M_{CO_2} \left[\frac{\text{gr } CO_2}{\text{mol } CO_2} \right]}{M_{\text{comb}} \left[\frac{\text{gr comb}}{\text{mol comb}} \right]} \\
 &= \boxed{\text{consumo esp.} \cdot \alpha \frac{M_{CO_2}}{M_{\text{comb}}} \left[\frac{\text{gr } CO_2}{\text{kW} \cdot \text{h}} \right]}
 \end{aligned} \quad 112$$

Donde se ha llamado α a la relación de moles emitidos de CO_2 por cada mol de combustible consumido. De las reacciones 94 se deduce que alfa toma valores de 8 para el consumo de octano y 1 para el consumo de metano.

Con la relación obtenida se puede analizar los efectos que tienen sobre las emisiones los parámetros que influyen en el consumo específico y por lo tanto, en el trabajo.

ANEXO 2: Análisis de resultados

Tabla de contenidos del anexo 2

| | |
|--|------------|
| Apartado 1. Objeto del anexo | 86 |
| Apartado 2. Relaciones relativas al trabajo específico..... | 90 |
| 2.1.Trabajo específico respecto a la relación de compresión..... | 90 |
| 2.2.Trabajo específico respecto a la relación de temperaturas de entrada a turbina y compresor | 95 |
| 2.3.Trabajo específico respecto al rendimiento de turbina y compresor..... | 99 |
| 2.4.Trabajo específico respecto a las caídas de presión | 101 |
| 2.5.Trabajo específico respecto al fluido de trabajo | 103 |
| 2.6.Trabajo específico respecto al dosado..... | 108 |
| 2.7.Trabajo específico respecto al combustible utilizado..... | 110 |
| Apartado 3. Relaciones relativas al rendimiento del ciclo..... | 111 |
| 3.1.Rendimiento respecto a la relación de compresión | 111 |
| 3.2.Rendimiento respecto a la relación de temperaturas de entrada a turbina y compresor | 117 |
| 3.3.Rendimiento respecto a los rendimientos de turbina y compresor | 122 |
| 3.4.Rendimiento respecto a las caídas de presión..... | 123 |
| 3.5.Rendimiento respecto al fluido de trabajo..... | 126 |
| 3.6.Rendimiento respecto al dosado..... | 130 |
| 3.7.Rendimiento respecto al combustible empleado | 131 |
| Apartado 4. Relación entre el rendimiento y el trabajo específico | 132 |
| Apartado 5. Relaciones relativas al consumo específico..... | 137 |
| 5.1.Consumo específico respecto a la relación de compresión..... | 137 |
| 5.2.Consumo específico respecto a la relación de temperaturas de entrada a turbina y compresor | 139 |
| 5.3.Consumo específico respecto al dosado | 140 |
| Apartado 6. Relación entre el consumo específico y el trabajo específico | 142 |
| Apartado 7. Relación entre el consumo específico y el dosado | 144 |
| Apartado 8. Relaciones relativas a las emisiones de CO₂..... | 145 |
| 8.1.Emisiones de CO ₂ respecto al dosado..... | 145 |

1. Objeto del anexo

El objetivo fundamental de este trabajo es desarrollar un programa que permita estudiar la influencia de las variables de diseño más relevantes de los ciclos simples de turbina de gas sobre su comportamiento general. Se considera que la mejor forma de evaluar y comprobar que el programa ha sido desarrollado de manera correcta así como de demostrar su flexibilidad, amplitud y funcionalidades es mediante la realización del propio estudio para el cual ha sido desarrollado. De esta forma se demuestra de manera directa la validez del programa para dicho estudio.

En este anexo se realiza dicho análisis utilizando las gráficas proporcionadas por el programa. Como se ve a lo largo del anexo, en muchos casos se ha realizado un análisis de las expresiones a partir de los principales diagramas termodinámicos para demostrar las limitaciones que estos presentan y que son solventadas por las gráficas del programa. De esta manera no solo se realiza el análisis y se demuestra la validez del programa sino que, además, se compara con otro método de análisis de relaciones (mediante diagramas) para demostrar sus ventajas.

En las siguientes páginas se muestra el análisis de diferentes relaciones entre las variables del ciclo simple y los parámetros que caracterizan su funcionamiento global. Se trata de obtener conclusiones para cada una de las relaciones y que en conjunto puedan constituir un análisis completo y fiable del funcionamiento de un ciclo simple de turbina de gas lo más cercano posible a la realidad. Se muestran a continuación las variables seleccionadas para el estudio, los parámetros que se emplean para caracterizar el comportamiento global y las relaciones estudiadas.

Variables de diseño del ciclo simple te turbina de gas contempladas en el estudio:

- Relación de compresión, R_c .
- Relación de temperaturas de entrada a turbina y a compresor, θ .
- Fluido de trabajo.
- Dosado, f .
- Tipo de combustible.
- Rendimientos isoentrópicos de turbina y compresor, η_t y η_c .
- Caída de presión en la cámara de combustión, Δp .

Parámetros elegidos para caracterizar el funcionamiento global:

- Trabajo específico del ciclo, W_{esp} .
- Rendimiento global del ciclo, η .
- Consumo específico.
- Emisiones de CO_2 .

Relaciones estudiadas:

- Trabajo específico con respecto a la relación de compresión.
- Trabajo específico con respecto a la relación de temperaturas de entrada a turbina y compresor.
- Trabajo específico con respecto al fluido de trabajo.

- Trabajo específico con respecto al dosado.
- Trabajo específico con respecto al combustible empleado.
- Trabajo específico con respecto a los rendimientos de la turbina y el compresor.
- Trabajo específico con respecto a la caída de presión en la cámara de combustión.
- Rendimiento con respecto a la relación de compresión.
- Rendimiento con respecto a la relación de temperaturas de entrada a turbina y compresor.
- Rendimiento con respecto al fluido de trabajo.
- Rendimiento con respecto al dosado.
- Rendimiento con respecto al combustible empleado.
- Rendimiento con respecto a los rendimientos de la turbina y el compresor.
- Rendimiento con respecto a la caída de presión en la cámara de combustión.
- Relación entre el rendimiento y el trabajo específico.
- Consumo específico con respecto a la relación de compresión.
- Consumo específico con respecto de la relación de temperaturas de entrada a turbina y compresor.
- Consumo específico con respecto del dosado.
- Consumo específico con respecto al trabajo específico.
- Consumo específico con respecto al rendimiento del ciclo.
- Emisiones de CO₂ con respecto del dosado.

La evolución de todas las relaciones nombradas ha sido analizada mediante las gráficas generadas por el programa que se ha desarrollado lo que proporciona al estudio una gran autonomía e independencia. Dicho programa se basa en las expresiones y desarrollos llevados a cabo en el anexo 1. Además, todas las expresiones que se utilizan para el estudio y que aparecen en las siguientes páginas han sido desarrolladas en dicho anexo. Tanto en dicho anexo como en la bibliografía [1] se justifica más en detalle la conveniencia de estudiar diferentes ciclos y las consideraciones que se asumen en cada uno de ellos. No obstante conviene tener presente en todo momento los diferentes ciclos o modelos que se van a estudiar y es por eso que se presentan de nuevo de forma breve a continuación.

-Ciclo simple ideal: es el más sencillo, se supone que todos los componentes trabajan de forma ideal y el fluido de trabajo es aire con calores específicos constantes.

-Ciclo simple con pérdidas: se llega a este ciclo incluyendo sobre el anterior el hecho de que ni la turbina, ni el compresor, ni la cámara de combustión trabajan de forma ideal, es decir, se incluyen irreversibilidades. El fluido de trabajo sigue siendo aire con calores específicos constantes.

-Ciclo simple con calores específicos variables: además de las consideraciones hechas en el ciclo anterior, se asume que el aire tiene calores específicos variables.

-Ciclo simple considerando gases de combustión: es el último ciclo, el que más se aproxima al ciclo simple real. En este modelo se tienen en cuenta las irreversibilidades mencionadas y el fluido de trabajo con calores específicos variables. La diferencia con respecto al ciclo anterior es que en este se tiene en cuenta que el fluido de trabajo a lo largo de una parte del ciclo está compuesto de gases de combustión y no solo de aire.

El estudio de las relaciones mencionadas para cada uno de los ciclos anteriores que tienen mayor o menor cercanía a la realidad permite un estudio de la desviación o error que se comete

al realizar las suposiciones en las que se apoya cada uno, es decir, permite una comparativa de los ciclos estudiados. Además de esta comparativa, las relaciones permiten estudiar el comportamiento del ciclo independientemente del modelo con el que se trabaje puesto que todos ellos tienen tendencias similares. En la figura 1 se muestra el ciclo simple de turbina de gas sobre el que se fundamentan todos los ciclos y relaciones mencionados hasta ahora. En la figura 2 se representan los diagramas termodinámicos que más importancia van a tener a lo largo del estudio (correspondientes al ciclo simple de turbina de gas).

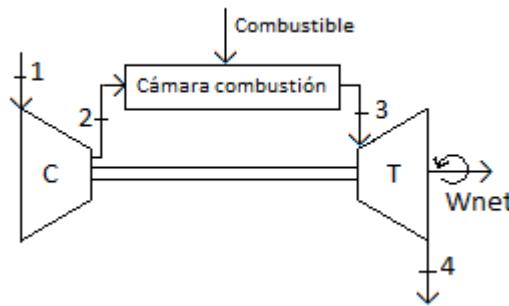


Figura 1. Ciclo simple de turbina de gas

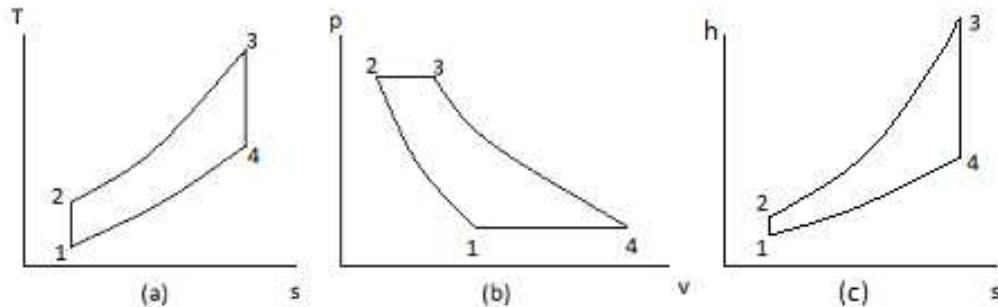


Figura 2. Diagramas T-s (a), p-v (b) y h-s (c) de un ciclo simple ideal de turbina de gas.

A no ser que se indique lo contrario, todas las relaciones mostradas en el estudio han sido generadas por el programa desarrollado utilizando los datos de la tabla 1 donde se recogen valores típicos de funcionamiento para cada variable [1, 4]. En algunos casos se pueden necesitar rangos de dichas variables para lo cual se han establecido rangos lo suficientemente amplios como para cubrir un gran número de modos de funcionamiento.

| Variable | Nomenclatura | Valor fijo | Rango |
|---|---------------------------------|------------|------------|
| Calor específico (constante) del aire [kJ/kg K] | C _p | 1,005 | - |
| Relación de calores específicos del aire | k | 1,4 | - |
| Temperatura de entrada al compresor [K] | T ₁ | 288 | - |
| Temperatura de entrada a la turbina [K] | T ₃ | 1400 | - |
| Relación de temperaturas de entrada a turbina y compresor | θ | 4,86 | 3--7 |
| Rendimiento del compresor | η _c | 87% | 60%--100% |
| Rendimiento de la turbina | η _t | 89% | 60%--100% |
| Presión de entrada al compresor [kPa] | p ₁ ó p _e | 101,3 | - |
| Presión de salida de la turbina [kPa] | p ₄ ó p _s | 104 | 101,3--110 |
| Caída de presión en la cámara de combustión [kPa] | Δp | 40 | 0--100 |

| | | | |
|------------------------|----|------|--------|
| Relación de compresión | Rc | 12 | 2--25 |
| Parámetro r (Re/Rc) | r | 0,97 | 0,6--1 |

Tabla 1. Valores de referencia empleados para la generación de gráficas.

Como se ha dicho, en muchas de las relaciones expuestas a continuación se realiza un primer análisis de la misma mediante diagramas termodinámicos (h-s y T-s) que permite conocer de manera aproximada la evolución de cada relación. Para conseguir una mayor precisión, exactitud y rigor, se completa el análisis con las gráficas proporcionadas por el programa desarrollado consiguiendo así, en muchas ocasiones, identificar comportamientos y evoluciones que no son fácilmente identificables mediante el análisis inicial (con diagramas termodinámicos). De esta manera quedan patentes a lo largo de todo el estudio las ventajas, la utilidad y la facilidad que representa el programa desarrollado frente a los análisis tradicionales realizados mediante gráficas y tablas. Además, el hecho de mostrar los diagramas termodinámicos del ciclo a lo largo del estudio permite, aparte de demostrar las ventajas del programa desarrollado, comprobar que, efectivamente, las relaciones mostradas por el programa se corresponden con la realidad.

También tiene especial relevancia el hecho de que cualquier estudio que no considere únicamente aire como fluido de trabajo del ciclo resulta muy complejo si únicamente se emplean diagramas termodinámicos, tablas y otras herramientas similares. En dichos estudios, las ventajas que suponen las relaciones mostradas por el programa se acentúan en gran medida.

2. Relaciones relativas al trabajo específico

2.1. Trabajo específico con respecto a la relación de compresión

El trabajo específico, es decir, el trabajo desarrollado por el ciclo por cada kilogramo de aire introducido es uno de los parámetros más importantes de los ciclos de turbina de gas. El objetivo fundamental de las turbinas de gas es producir trabajo y por ello se convierte en un parámetro imprescindible para estudiar su comportamiento.

La relación de compresión es una de las variables que más influye en el trabajo desarrollado por el ciclo puesto que es esta relación la que marca, en parte, el trabajo que consume el compresor para transmitir energía al fluido. Por lo expuesto hasta ahora, esta relación tiene una gran importancia en cualquier estudio de ciclos de turbina de gas.

Se puede realizar un primer análisis de esta relación en base al diagrama h-s del ciclo simple de turbina de gas, figura 3, y a la expresión del trabajo para dicho ciclo, ecuación 1.

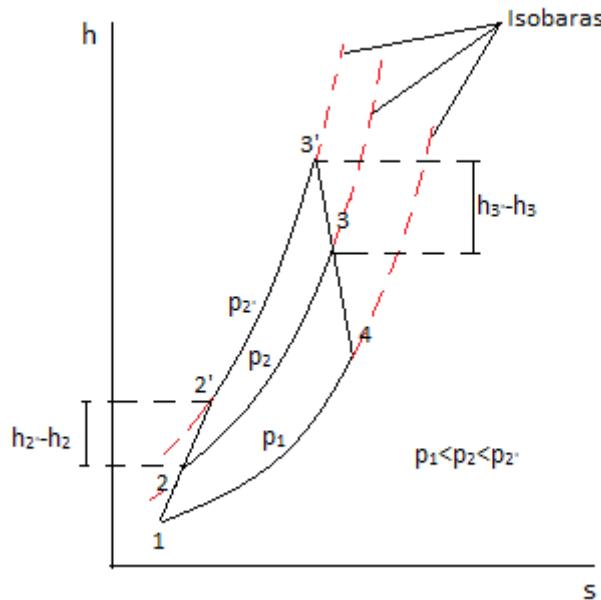


Figura 3. Diagrama h-s de un ciclo simple de turbina de gas con irreversibilidades en compresión y expansión.

$$W_{esp} = h_1 + h_3 - h_2 - h_4$$

1

Según la figura 3, un aumento de la relación de compresión o lo que es lo mismo, un aumento de p_2 a p_2' supone un aumento de la entalpía del estado 2 y 3 hasta unas entalpías de $2'$ y $3'$ respectivamente. La evolución de las isobáricas en el diagrama h-s hace ver que el aumento de entalpía del estado 3 sea mayor que el del estado 2 ($h_{3'} - h_3 > h_{2'} - h_2$) lo que, según la expresión 1, revierte en un aumento del trabajo desarrollado por el ciclo. Es decir, según esto, un aumento de la relación de compresión genera un aumento del trabajo desarrollado. A pesar de este primer análisis, no se puede conocer con exactitud cuál es la tendencia del trabajo conforme aumenta o disminuye la relación de compresión. La figura 4 recoge esta relación

exacta para un ciclo simple ideal y se observa un máximo que no se ha detectado con el análisis anterior.

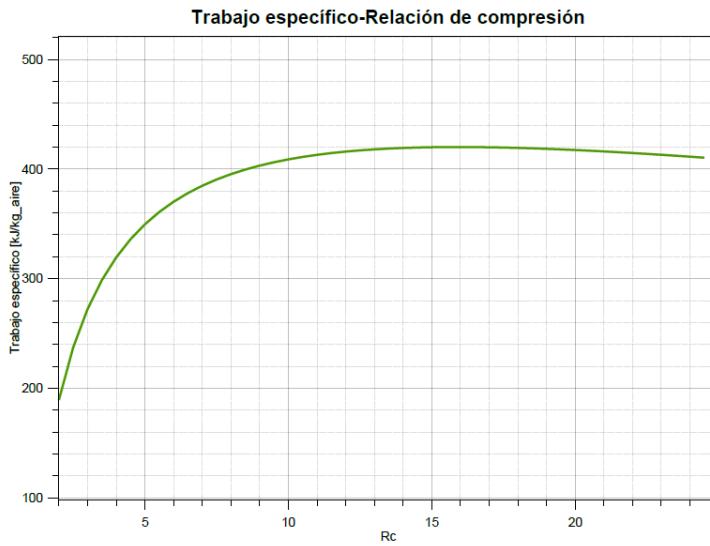


Figura 4. Influencia de la relación de compresión en el trabajo específico del ciclo ideal.

Se observa en la figura 4 que el trabajo específico tiene una fuerte dependencia de la relación de compresión. La tendencia es clara, a mayor relación de compresión, mayor trabajo desarrollará el ciclo hasta que se alcanza un máximo (420,13kJ/kg_{aire} con R_c=16) y a partir de ese máximo el trabajo disminuye a medida que se aumenta la relación de compresión.

Este comportamiento se debe a que cuanto mayor es la relación de compresión, más energía se le está comunicando al fluido y por lo tanto, más energía se puede obtener de él en la turbina tras la combustión. Sin embargo, parte del trabajo generado por la turbina es utilizado por el compresor y cuanto mayor sea la compresión, mayor es el trabajo consumido. Se puede entender de forma que entre el compresor y la cámara de combustión se aporta una determinada energía al fluido y que con ese aporte, la turbina consigue extraer suficiente energía como para abastecer al compresor y producir trabajo neto. Sin embargo, a medida que aumenta la relación de compresión, el compresor consume cada vez más trabajo llegando un punto en el que el consumo es tan elevado que gran parte del trabajo producido por la turbina se destina al compresor y el trabajo del ciclo disminuye cada vez más.

El párrafo anterior también se puede explicar mediante la siguiente expresión genérica del trabajo del ciclo (ecuación 2).

$$W_{esp} = W_{turb} - W_{comp} \quad 2$$

La evolución de los términos W_{turb} y W_{comp} se muestra en la figura 5. Conforme la relación de compresión aumenta, ambos términos, tanto W_{turb} como W_{comp} aumentan pero W_{turb} lo hace en mayor medida, o lo que es lo mismo, la curva W_{turb} tiene mayor pendiente. Esto se traduce en que el trabajo específico, W_{esp} , aumenta. A medida que aumenta la relación de compresión, ambos términos siguen creciendo pero la diferencia de pendientes es menor hasta que ambos crecen al mismo ritmo (punto máximo) y por lo tanto tienen misma pendiente o derivada. Esto ocurre en el punto $R_c = 16$. A partir del máximo, ambos términos siguen aumentando pero el término correspondiente al compresor, W_{comp} , aumenta en mayor medida que el correspondiente a la turbina, W_{turb} , traduciéndose esto en una disminución del trabajo específico. Se ha

representado un rango de relaciones de compresión lo suficientemente amplio como para notar fácilmente la tendencia de ambas curvas.

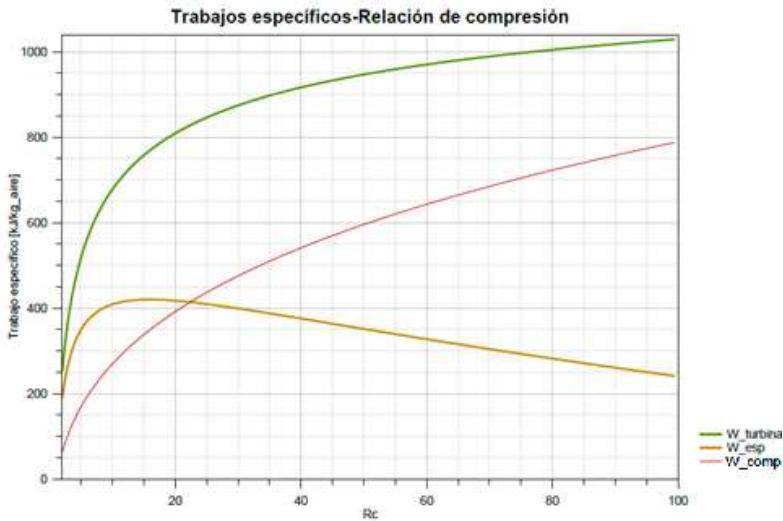


Figura 5. Trabajo consumido por el compresor, W_{comp} , trabajo desarrollado por la turbina, $W_{turbina}$, y trabajo específico desarrollado, W_{esp} , en un ciclo simple ideal.

Si la evolución continúa indefinidamente hasta relaciones de compresión lo suficientemente elevadas, figura 6, se llega a un punto en el que todo el trabajo generado por la turbina se dedica al compresor y por lo tanto el ciclo no genera ningún trabajo para otras aplicaciones. Con el empleo de los datos de la tabla 1, este punto se da para una relación de compresión de 255. Lógicamente, este punto es imposible de alcanzar, pero la idea es suficientemente ilustrativa del interés de la relación de compresión y su influencia en el consumo de trabajo de los compresores.

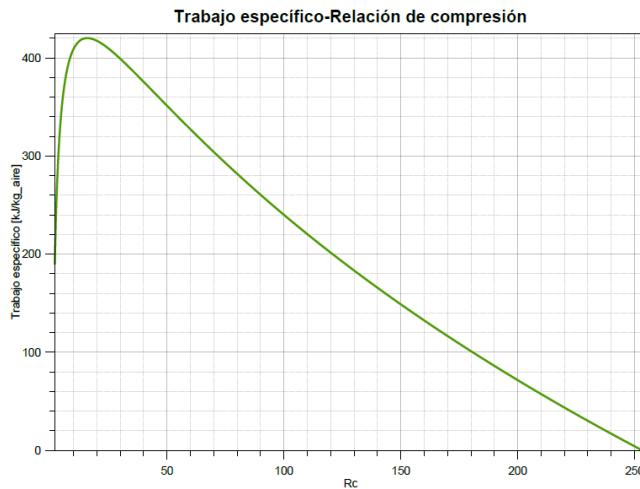


Figura 6. Influencia de la relación de compresión en el trabajo específico del ciclo simple ideal.

La figura 7 muestra la misma relación para el ciclo simple con las pérdidas indicadas en la tabla 1 (rendimientos de compresor y turbina, caída de presión, Δp , y presiones de entrada y salida del ciclo de 101,3 kPa y 104 kPa respectivamente). Lo que se observa es una disminución del trabajo producido y que además el máximo trabajo se da con una relación de compresión

menor. El trabajo máximo que puede obtenerse en este caso es de 280,47 kJ/kg_{aire} y se da con una relación de compresión de 11.4.

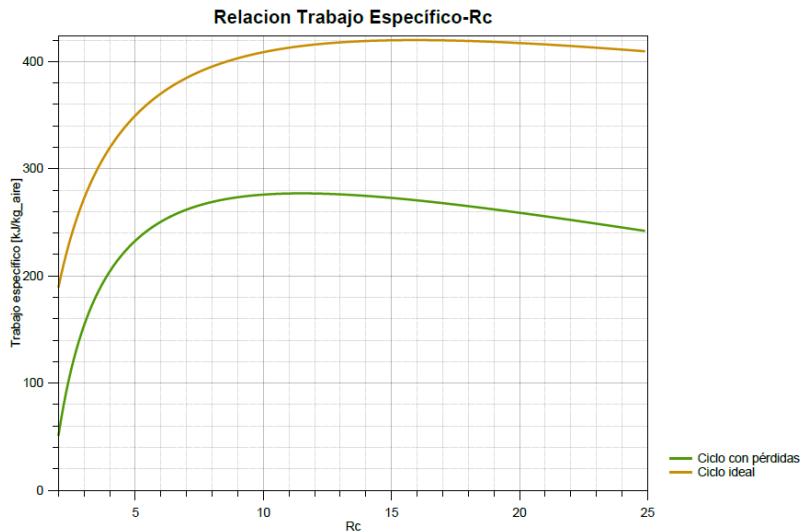


Figura 7. Influencia de la relación de compresión en el trabajo específico del ciclo simple ideal y del ciclo simple con pérdidas.

Esta variación con respecto del ciclo ideal viene dada por la unión de todas las irreversibilidades contempladas y que se analizan con mayor detalle en el anexo 1, apartado 3. Se enumeran de nuevo de forma breve a continuación ya que se deben de tener bien presentes a lo largo de todo el estudio de este anexo. Se muestran marcadas con las letras A-D sobre la figura 8.

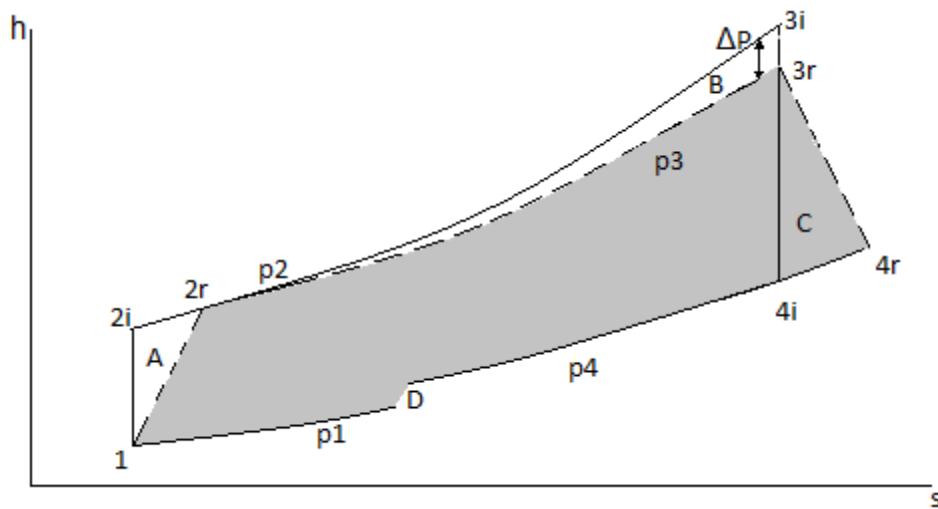


Figura 8. Diagrama h-s del ciclo simple ideal (línea continua y subíndices "i") y del ciclo simple con pérdidas (línea discontinua y subíndices "r").

El área A corresponde a las diferencias producidas por las irreversibilidades del compresor con respecto al ciclo ideal. El trabajo consumido por el compresor con irreversibilidades es mayor que el consumido por el compresor ideal para realizar la misma compresión, expresión 3.

$$w_{comp,r} > w_{comp,i} ; \quad h_{2,r} - h_1 > h_{2,i} - h_1$$

3

El área C corresponde a las diferencias producidas por las irreversibilidades de la turbina con respecto al ciclo ideal. El trabajo generado por la turbina con irreversibilidades es menor que el generado por la turbina ideal, expresión 4.

$$w_{turb,i} > w_{turb,r} ; \quad h_3 - h_{4,i} > h_3 - h_{4,r} \quad 4$$

El área B corresponde a las diferencias producidas por la caída de presión en la cámara de combustión, Δp_3 , y cuyo resultado es el de un estado 3 con menor energía (h_3' en lugar de h_3). El área D indica que la turbina no es capaz de extraer toda la energía disponible en el fluido y expulsarlo a la presión 1 en lugar de a la presión 4, Δp_4 . Todas estas pérdidas unidas hacen que el trabajo del ciclo con pérdidas sea menor que el ideal.

El hecho de que el punto de máximo trabajo se desplace hacia la izquierda, es decir, que se dé para relaciones de compresión menores se da de nuevo por las irreversibilidades mencionadas. Como en el caso ideal, a medida que aumenta la relación de compresión, el compresor consume más trabajo y llega un punto en que la turbina no puede abastecerlo. Al consumir más trabajo el compresor y producir menos la turbina, esta situación se alcanza antes que en el caso ideal.

A continuación se muestra en la figura 9 la comparativa entre los dos ciclos anteriores y el ciclo con calores específicos variables.

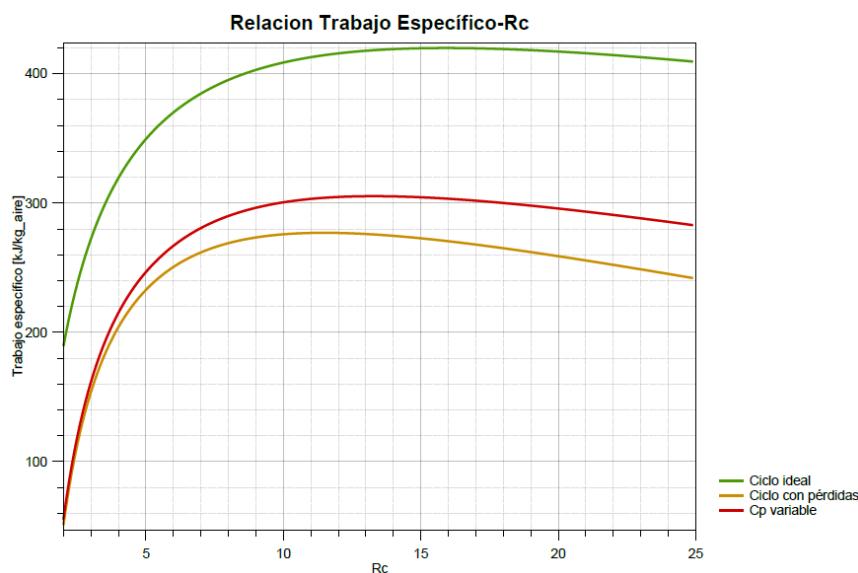


Figura 9. Influencia de la relación de compresión en el trabajo específico para ciclo ideal, ciclo con pérdidas y ciclo con calores específicos variables.

La diferencia entre un ciclo con calores específicos constantes y un ciclo con calores específicos dependientes de la temperatura se puede observar con las curvas naranja y roja de la figura 9. La única diferencia entre dichas curvas es el hecho de considerar calores específicos variables puesto que las pérdidas se mantienen entre ambos ciclos. Se pone de manifiesto que el error no es despreciable. Por ejemplo, para $Rc=12$, la diferencia de trabajo entre ambos ciclos es de 28,47 kJ/kg_{aire}. Además se deduce de la figura 9 que al suponer calores específicos constantes se obtiene un trabajo inferior al producido con calores específicos variables. La explicación de esta diferencia es estudiada a lo largo de los próximos apartados.

Por último, se muestra la misma curva para todos los ciclos estudiados en la figura 10. En el caso del ciclo con aire y gases de combustión, se incluyen los dos combustibles considerados.

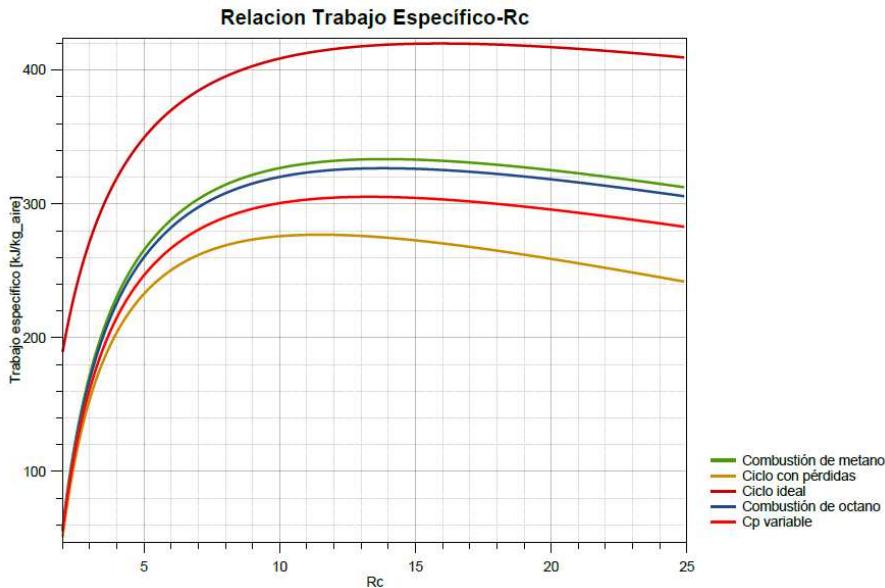


Figura 10. Influencia de R_c en el trabajo específico para ciclo ideal, ciclo con pérdidas, ciclo con calores específicos variables y ciclos con combustión de octano y metano.

Las curvas azul y verde de la figura 10 representan el ciclo con combustión de octano y de metano respectivamente y corresponden al ciclo más realista que presenta este estudio. Es por esto que se considera cualquiera de estas dos curvas como el ciclo real y se miden con respecto a estas las desviaciones del resto de ciclos.

A partir de la figura 10 se ha elaborado la tabla 2 donde se recogen las diferencias en el trabajo obtenido al considerar cada uno de los ciclos. Se emplea como referencia el ciclo con combustión de octano.

| Ciclo | Trabajo específico [kJ/kg _{aire}] | Diferencia (%) |
|---|---|----------------|
| Ciclo ideal | 415,97 | 27,75 |
| Ciclo con pérdidas | 280,47 | 13,87 |
| Ciclo con calores específicos variables | 308,94 | 5,12 |
| Ciclo con combustión | 325,62 | 0 |

Tabla 2. Diferencia de los diferentes ciclos con respecto del ciclo real.

Como es de esperar, a medida que se eliminan simplificaciones como por ejemplo, procesos reversibles o calores específicos constantes, la diferencia es menor. Es importante el hecho de que entre los diferentes ciclos se mantiene exactamente la misma tendencia aunque con mayor o menor desviación. Esto ocurre en la mayoría de los casos estudiados.

2.2. Trabajo específico respecto a la relación de temperaturas de entrada a turbina y compresor

La relación de temperaturas, θ , es otra de las variables que más influyen en el trabajo desarrollado por el ciclo. La relación existente entre el trabajo y esta variable se puede deducir

de forma aproximada a partir del diagrama h-s, figura 11, y teniendo en cuenta la expresión del trabajo para un ciclo simple (ec. 1).

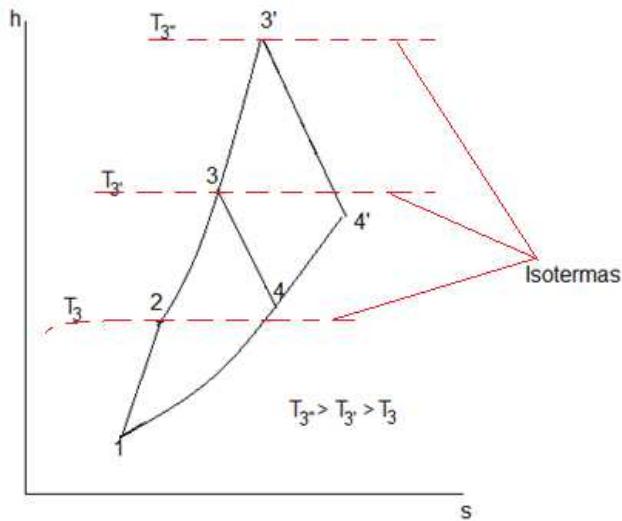


Figura 11. Diagrama h-s del ciclo simple de turbina de gas con irreversibilidades.

$$h_3' - h_4' > h_3 - h_4$$

5

Por lo tanto, un aumento de la relación θ produce un aumento del trabajo desarrollado por el ciclo. Nótese que la expresión 1 es genérica para cualquier ciclo simple de turbina de gas y que el diagrama h-s empleado corresponde al ciclo simple con pérdidas. No obstante, la tendencia es la misma para el resto de ciclos (ideal, con calores específicos variables y considerando gases de combustión). Aunque se ha deducido que el trabajo aumenta con el aumento de θ , no se puede conocer con precisión si la dependencia es lineal, exponencial o de cualquier otro tipo. Las gráficas proporcionadas por el programa muestran la relación exacta.

En la figura 12 se aprecia que la dependencia del trabajo con respecto a la relación θ es lineal en todos los casos considerados. La única diferencia entre los diferentes casos es que cada una de las relaciones tiene una pendiente diferente. Esto quiere decir que a bajas relaciones θ , la mayor diferencia se da considerando ciclo simple ideal mientras que a altas relaciones θ , la mayor diferencia se da considerando ciclos con pérdidas y con calores específicos variables. No obstante, la mayor parte de los ciclos trabajan con relaciones θ en el intervalo de 4,5 a 5,5 y por tanto en la práctica la mayor desviación se da con el ciclo ideal, seguido por el ciclo con pérdidas y finalmente el ciclo con calores específicos variables.

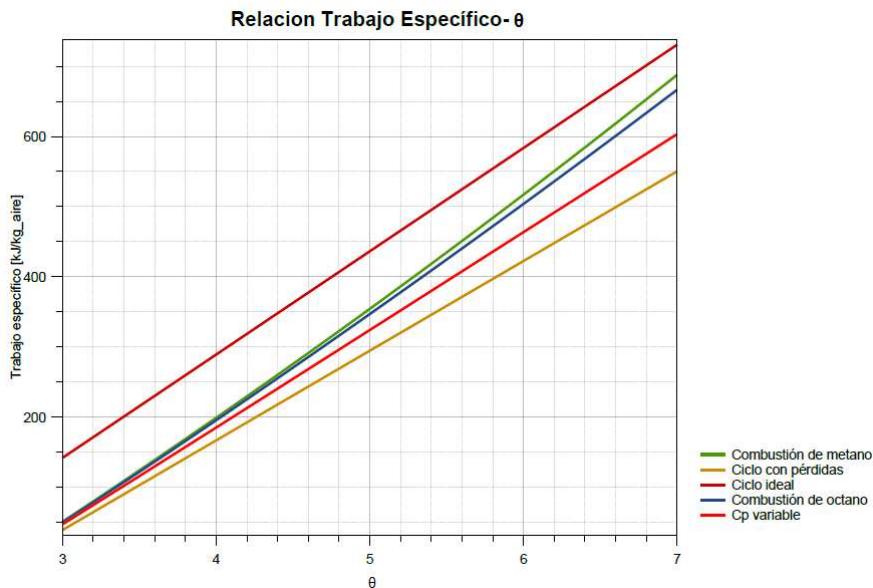


Figura 12. Influencia de θ en el trabajo específico de varios casos de ciclo simple de turbina de gas.

Como ya ha sido mencionado, un aumento de la relación $\theta = \frac{T_3}{T_1}$ genera un aumento del trabajo. Si se quiere aumentar el trabajo generado mediante el aumento de dicha relación, hay que tener en cuenta que la temperatura de entrada a la turbina, T_3 , está limitada por la máxima admisible por los materiales (en torno a 1400°C-1600°C) y que llega un punto en el que no se puede seguir aumentando [4, 18]. Otra opción para aumentar la relación θ es la disminución de la temperatura de entrada al compresor, T_1 , lo que motivaría el estudio de una refrigeración.

Las dos dependencias vistas hasta ahora (trabajo respecto a la relación de compresión y de temperaturas) quedan relacionadas en la figura 13.a. En dicha figura se representa la relación que tienen el trabajo específico y la relación de compresión de un ciclo ideal para diferentes relaciones de temperaturas, θ . Podría decirse que esta gráfica pone de manifiesto un resumen de gran parte del estudio realizado hasta ahora puesto que recoge la dependencia lineal del trabajo con la relación θ y la tendencia del trabajo al variar la relación de compresión.

La línea de puntos de la figura 13.a une los puntos de máximo trabajo específico conforme se aumenta la relación de temperaturas. Esta línea muestra que si se aumenta la relación de temperaturas, el trabajo máximo se obtiene para mayores relaciones de compresión. Dicha relación entre el trabajo y θ queda recogida de forma explícita en la figura 12. Por lo tanto, si se alcanza la máxima relación θ admisible, el trabajo podría seguir aumentándose ajustando la relación de compresión en torno al máximo de la curva correspondiente a dicha θ (figura 13.a).

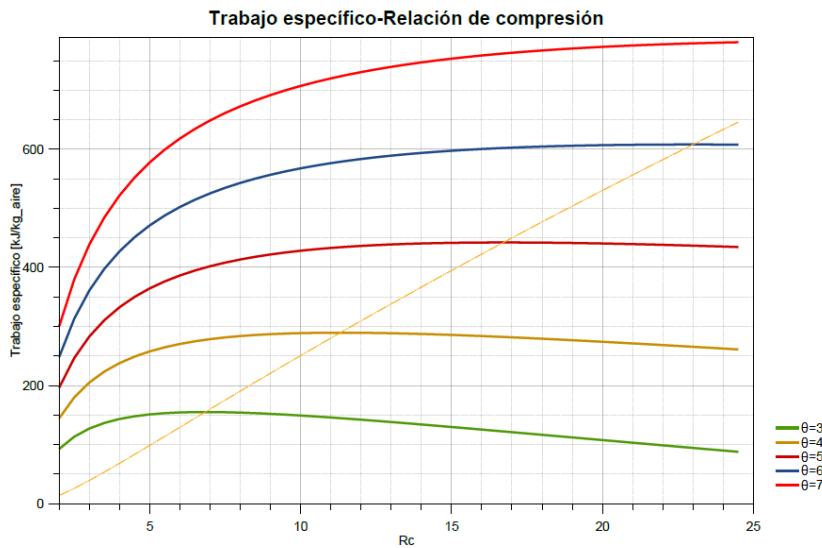


Figura 13.a. Relación entre el trabajo específico y la relación de compresión para diferentes relaciones de temperatura en un ciclo ideal.

Por ejemplo, supóngase que se pretende obtener un trabajo de 400 kJ/kg_{aire} con una relación θ de 4,5. Atendiendo a la figura 13.b se ve que con una relación $\theta=4,5$ se debería de aumentar la relación de compresión hasta $Rc=14$ para obtener el máximo trabajo y que, aún así, no se alcanzarían los 400 kJ/kg_{aire}. Por lo tanto, con los análisis realizados hasta ahora, la única solución es el aumento de la relación θ . Es decir, si una vez alcanzado el máximo trabajo que se puede desarrollar con una determinada relación θ , se quiere aumentar dicho trabajo, se debe recurrir a un aumento de θ . En la figura 13.b se han marcado 4 casos en los que se alcanza el trabajo necesario. Para seleccionar el más adecuado se deben de analizar más parámetros que por el momento no han sido analizados como, por ejemplo, el rendimiento del ciclo.

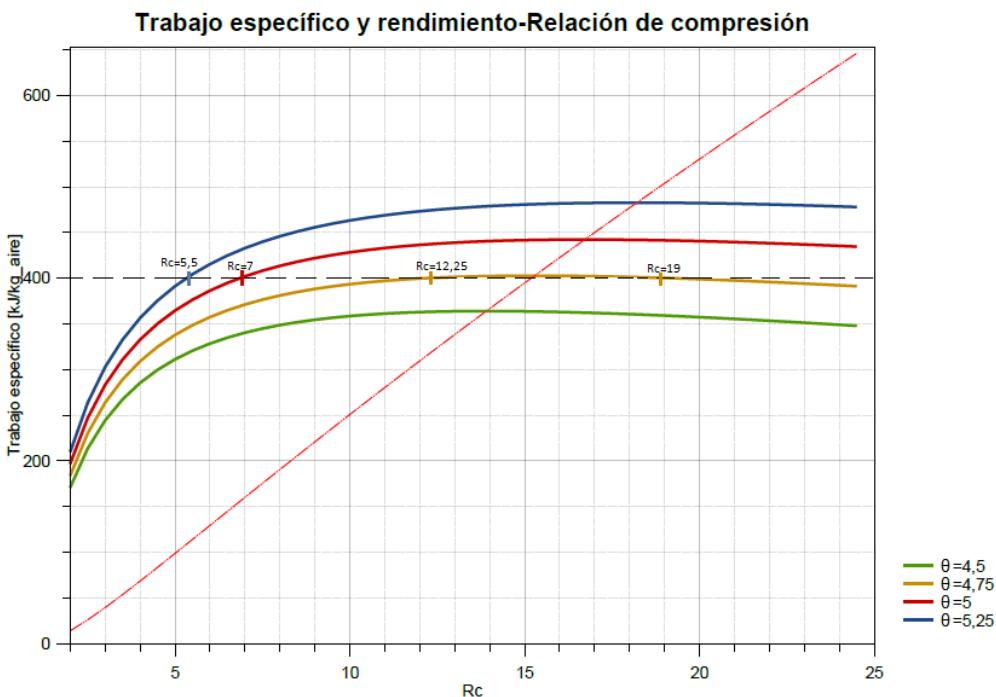


Figura 13.b. Relación entre el trabajo específico y la relación de compresión para diferentes relaciones de temperatura en un ciclo ideal. Ejemplo para obtener 400 kJ/kg_{aire}.

Con esto queda analizado el trabajo con respecto a dos parámetros muy influyentes en todos los ciclos que se contemplan. Sin embargo, existen más relaciones del trabajo únicas de cada ciclo o modelo considerado y que son las que marcan la diferencia entre las curvas vistas hasta ahora. Es decir, no se ha analizado todavía por qué se produce la diferencia entre, por ejemplo, las curvas del ciclo simple ideal y del ciclo simple con pérdidas. Estas diferencias son las que se van a tratar de analizar a continuación.

2.3. Trabajo específico respecto al rendimiento de turbina y compresor

En este apartado se analiza cómo influyen las irreversibilidades de los procesos de compresión y expansión sobre el trabajo específico del ciclo. Esto ayuda a comprender cómo afecta el hecho de considerar irreversibilidades o no hacerlo. Las irreversibilidades en compresión y expansión se caracterizan mediante el rendimiento isoentrópico de la turbina y del compresor.

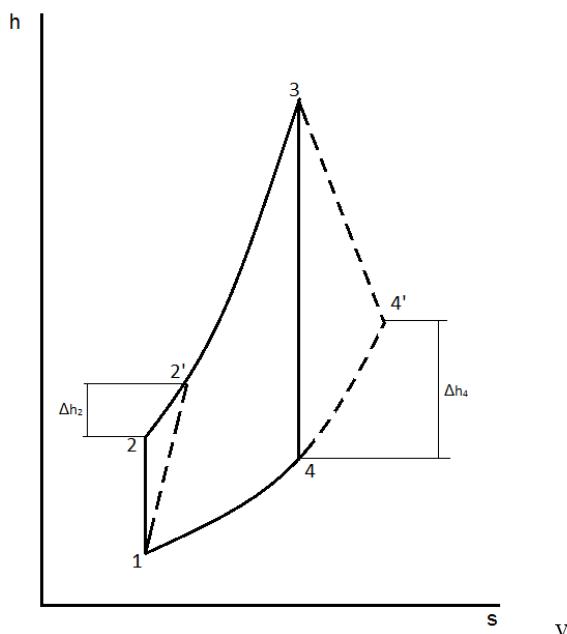


Figura 14. Diagrama h-s de un ciclo simple de turbina de gas con irreversibilidades en turbina y compresor.

Se puede realizar un análisis inicial a partir del diagrama h-s del ciclo simple con irreversibilidades en compresión y expansión, figura 14. En la figura se han representado los procesos de compresión y expansión correspondientes al mismo rendimiento isoentrópico de compresor y turbina respectivamente. En un ciclo donde solo se tuviese la irreversibilidad correspondiente al proceso de compresión, la única variación con respecto al ciclo ideal sería el cambio de la entalpía del estado 2 desde h_2 hasta h_2' . En el caso de que la única irreversibilidad se encontrase en la expansión, la única variación con respecto al ciclo ideal sería el cambio de entalpía del estado 4 desde h_4 hasta h_4' . según la evolución que tienen las isobaras en el diagrama h-s, la variación Δh_4 es mayor que la variación Δh_2 para el mismo rendimiento isoentrópico de turbina y compresor respectivamente. Esto se traduce en que el efecto que tiene el rendimiento isoentrópico de turbina sobre el trabajo desarrollado por el ciclo es mayor que el

que tiene el mismo rendimiento isoentrópico de compresor. Es decir, para el mismo valor de rendimiento isoentrópico, la compresión hace crecer el término h_2 pero la expansión hace crecer todavía más el término h_4 (ec. 1).

En la figura 15 se muestra la relación exacta entre los rendimientos de turbina y compresor y el trabajo específico para las condiciones consideradas a lo largo de todo el anexo (tabla 1). La curva naranja está asociada al ciclo con una turbina ideal donde varía el rendimiento del compresor mientras que la curva verde representa el ciclo con un compresor ideal donde varía el rendimiento de la turbina. Con un rendimiento del 100%, ambas curvas coinciden en el mismo punto y corresponde al trabajo desarrollado por el ciclo simple ideal con relación de compresión 12.

La gráfica 15 pone de manifiesto que el rendimiento de la turbina tiene un efecto mayor que el rendimiento del compresor sobre el trabajo. Por ejemplo, un ciclo simple en el que la única irreversibilidad venga dada por un rendimiento isoentrópico de turbina de 0,8 desarrollará menos trabajo que un ciclo cuya única irreversibilidad venga dada por un rendimiento isoentrópico de compresor de 0,8.

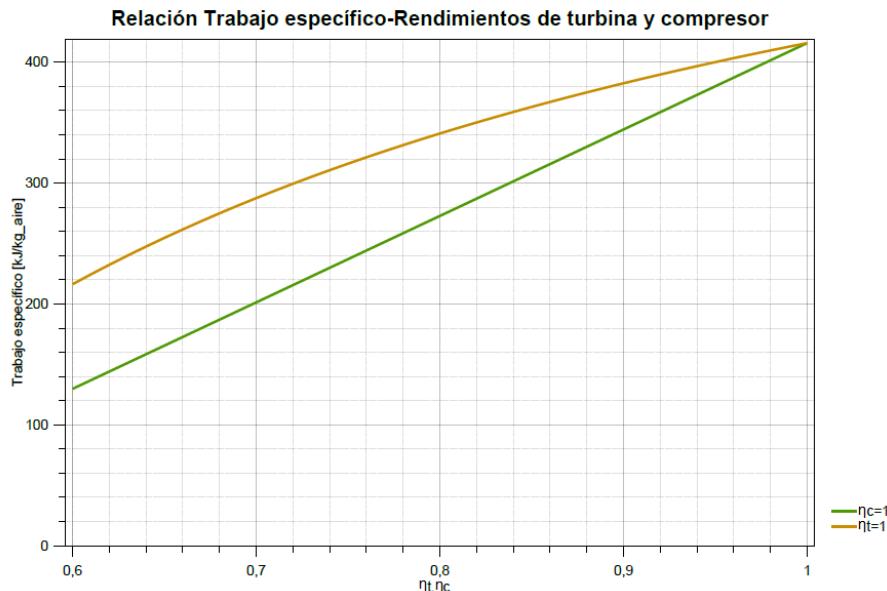


Figura 15. Relación entre el trabajo específico y los rendimientos de compresor y turbina.

Como diferencia entre ambos rendimientos, se observa en la figura 15 que la dependencia del trabajo con respecto al rendimiento de la turbina es lineal mientras que la dependencia con respecto al compresor no lo es. Independientemente de si su relación con el trabajo es lineal o no, ambos rendimientos hacen decrecer el trabajo produciendo la diferencia entre las curvas de ciclo ideal y de ciclo con pérdidas en las figuras 7, 9, 10 y 12. Aunque el análisis mediante el diagrama h-s permite conocer de forma aproximada la influencia que tiene cada uno de los rendimientos sobre el trabajo, resulta muy difícil deducir las diferencias en cuanto a la evolución de las curvas de la gráfica 15 y, mucho más complicado, conocer datos exactos de funcionamiento. Esto es otro hecho que pone de manifiesto las ventajas que presenta el análisis mediante el programa desarrollado.

Aunque los rendimientos de turbina y compresor juegan un papel muy importante en la diferenciación del ciclo con pérdidas y el ciclo ideal, también se tiene en cuenta en este estudio la influencia que tienen las pérdidas relacionadas con caídas de presión a lo largo del ciclo.

2.4. Trabajo específico respecto a las caídas de presión

Se incluyen en este apartado tanto las irreversibilidades de la cámara de combustión (entendidas como una caída de presión del fluido de trabajo a lo largo de la misma) como el hecho de que en muchas ocasiones la turbina no expulsa el fluido a la misma presión que a la entrada del ciclo, es decir, que se tienen diferentes relaciones de compresión y de expansión. Junto con las estudiadas en el apartado 3, estas pérdidas marcan y explican la diferencia entre las curvas del ciclo simple ideal y el ciclo simple con pérdidas mostradas en los apartados anteriores.

Si se pretende realizar el análisis mediante diagramas termodinámicos se obtiene una idea aproximada del comportamiento del ciclo con respecto a las pérdidas por diferencias de presión pero no se alcanza la exactitud que muestran las gráficas. El diagrama a utilizar debe ser el presentado en la figura 8 donde se muestran las pérdidas por diferencias de presión (B y D). De dicho diagrama y teniendo en cuenta dichas pérdidas, se ve cómo el término h_3 de la ecuación 1 disminuye debido a Δp_3 y cómo el término h_4 aumenta debido a Δp_4 respecto a un ciclo que no tuviese las caídas de presión consideradas. Sin embargo, es difícil, mediante dicho diagrama, la cuantificación de estas pérdidas. Las curvas mostradas por el programa permiten su comparativa y cuantificación.

En el anexo 1, apartado 3, se ha explicado que en el estudio se contemplan dos maneras de tratar estas pérdidas. Una primera opción consiste en tratarlas mediante un parámetro Δp correspondiente a la caída de presión en la cámara (Δp_3) y dos parámetros p_1 y p_4 , que representan la diferencia de presión Δp_4 . La segunda manera consiste en tratarlas mediante un parámetro r que relaciona la relación de compresión con la de expansión. La primera forma de considerarlas precisa de dos gráficas para representarlas (16 y 17) y la segunda forma precisa de una gráfica (18).

Al ser dos maneras de representar las mismas pérdidas, los efectos son idénticos. En las figuras 16, 17 y 18 se ve que, aunque las relaciones se aproximan mucho a una dependencia lineal, no son lineales. Para analizar la influencia que tienen las pérdidas por caída de presión se emplean las figuras 16 y 17, es decir, caídas de presión representadas por Δp_3 ó Δp_{2-3} y por Δp_4 ó Δp_{4-1} ya que se considera la forma más clara para realizar el estudio aunque ambas formas o gráficas son válidas para el análisis. De ambas formas se obtendría la misma información.

Las relaciones mostradas en las figuras 16 y 17 denotan que a mayor diferencia de presión, menor trabajo se produce. Sin embargo, el trabajo del ciclo es menos sensible a la caída de presión que otros tipos de pérdidas ya que, entre una cámara sin pérdidas de presión y la misma cámara con una caída de 100 kPa (muy alta) solo existe una diferencia de trabajo de 22 kJ/kg_{aire} (figura 16) mientras que una variación de 10% del rendimiento isoentrópico de la turbina y compresor, pueden generar una variación de 80 kJ/kg_{aire} y 50 kJ/kg_{aire} respectivamente (figura

14). Esto pone de manifiesto que, al tener en cuenta todas las pérdidas consideradas, la caída de presión en la cámara de combustión no es el factor que más contribuye a la reducción de trabajo específico.

Que la presión de salida, p_s ó p_4 , no sea la misma que la de entrada, p_1 ó p_e , es un hecho que apenas reduce el trabajo específico puesto que las diferencias suelen ser muy pequeñas. Esto se demuestra en la figura 17 donde se ve que para las variaciones que se suelen tener en la presión de salida, apenas se modifica el trabajo específico generado por el ciclo.

En la tabla 3 se recogen las disminuciones de trabajo específico que se dan con cada una de las irreversibilidades o pérdidas consideradas para evaluar cuáles son las más influyentes en cuanto a pérdidas de trabajo específico en un caso normal de ciclo simple de turbina de gas (tabla1).

| Pérdida o irreversibilidad | Pérdida de trabajo respecto al ciclo ideal | | Trabajo específicoDiferencia de trabajo (%) |
|---|--|---------------|---|
| | [kJ/kgaire] | [kJ/kgaire] | |
| Ciclo ideal | - | 415,97 | 0% |
| Rendimiento isoentrópico turbina 89% (Figura 14) | 77,18 | 338,79 | 18,55% |
| Rendimiento isoentrópico compresor 87% (Figura 14) | 44,88 | 371,09 | 10,79% |
| Caída de presión en cámara de combustión 40 kPa (Figura 16) | 6,8 | 409,17 | 1,63% |
| Presión de 104 kPa a la salida de turbina (Figura 17) | 5,27 | 410,7 | 1,27% |
| Trabajo específico ciclo con pérdidas (considerando todas) | 134,13 | 281,84 | 32,25% |

Tabla 3. Contribución de cada una de las pérdidas consideradas a la caída de trabajo específico del ciclo simple de turbina de gas con pérdidas.

Relacion Trabajo específico-Caídas de presión

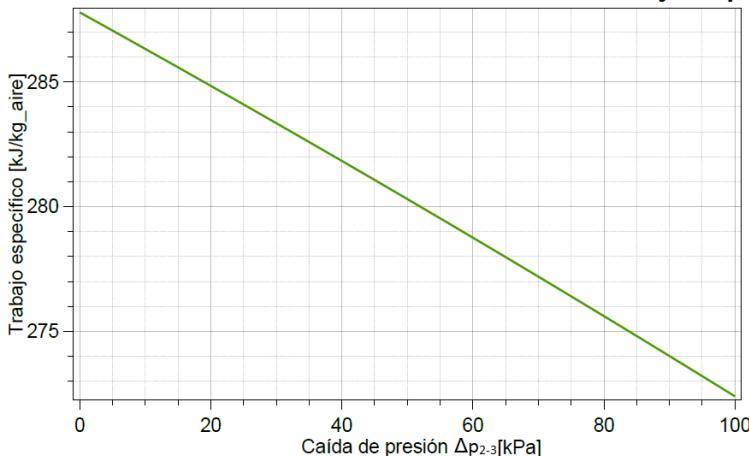


Figura 16

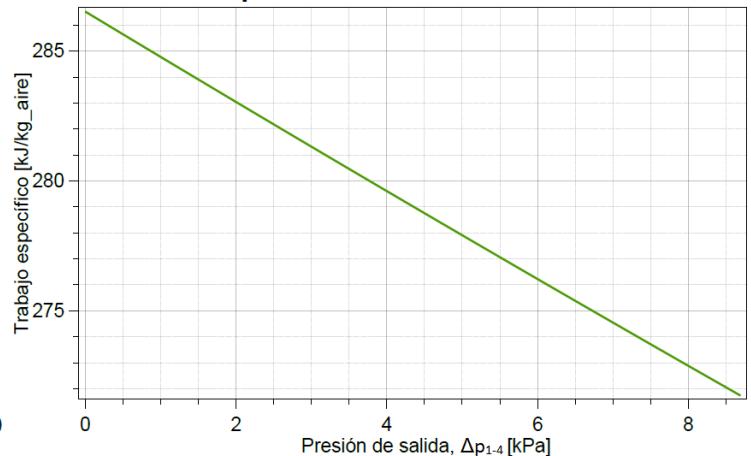


Figura 17

Figuras 16 y 17. Trabajo específico con respecto a caídas de presión, Δp_{2-3} , en la cámara de combustión (16). Trabajo específico con respecto a la presión del fluido a la salida de la turbina, Δp_{1-4} , (17).



Figura 18. Trabajo específico con respecto al parámetro r (R_e/R_c).

De la tabla 3 se deduce que las pérdidas de trabajo específico más relevantes son las debidas a las irreversibilidades en compresión y en expansión mientras que las pérdidas producidas por las caídas de presión en la cámara de combustión o a la salida del ciclo, son muy pequeñas. Con esto queda justificado el por qué algunos autores desprecian u omiten las pérdidas relacionadas con las diferencias de presión [2]. Sin embargo, hay que ser plenamente consciente de que existen en todos los ciclos de turbina de gas y que por tanto son pérdidas que hay que controlar y tener en cuenta en todo momento.

Este apartado termina de explicar las diferencias existentes entre las curvas que representan al ciclo simple ideal y al ciclo simple con pérdidas. A continuación se pretende analizar por qué se originan las diferencias entre las curvas de los ciclos que consideran únicamente aire como fluido de trabajo y aquellos que consideran tanto aire como gases de combustión. Además también se intenta justificar las diferencias que aparecen en las curvas de funcionamiento al considerar calores específicos variables en lugar de constantes.

2.5. Trabajo específico respecto al fluido de trabajo

Este apartado explica por qué se produce una diferencia de comportamiento entre los ciclos o modelos que consideran calores específicos variables y aquellos que los consideran constantes. También es útil para explicar las diferencias producidas al considerar el fluido de trabajo como una mezcla de aire y gases de combustión en lugar de únicamente aire.

El fluido de trabajo en un ciclo simple de turbina de gas puede caracterizarse mediante los calores específicos c_p y c_v o, lo que es lo mismo, por el calor específico c_p y la relación de calores específicos, k . Si se estudia el ciclo simple ideal o el ciclo simple con pérdidas, ambos valores, tanto c_p como k , se mantienen constantes. Sin embargo, si se trabaja con un modelo que considere los calores específicos variables, los valores cambian con la temperatura. Para comprobar cómo afectan los parámetros c_p y k sobre el trabajo desarrollado por el ciclo, se han elaborado las gráficas de las figuras 19 y 20.

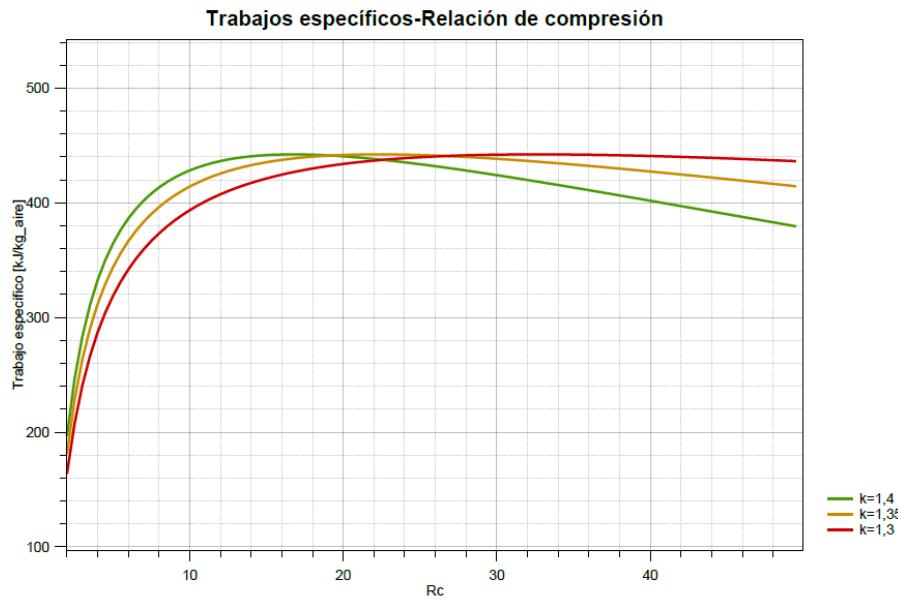


Figura 19. Trabajo específico con respecto a la relación de compresión para diferentes relaciones de calores específicos, k , en un ciclo simple ideal.

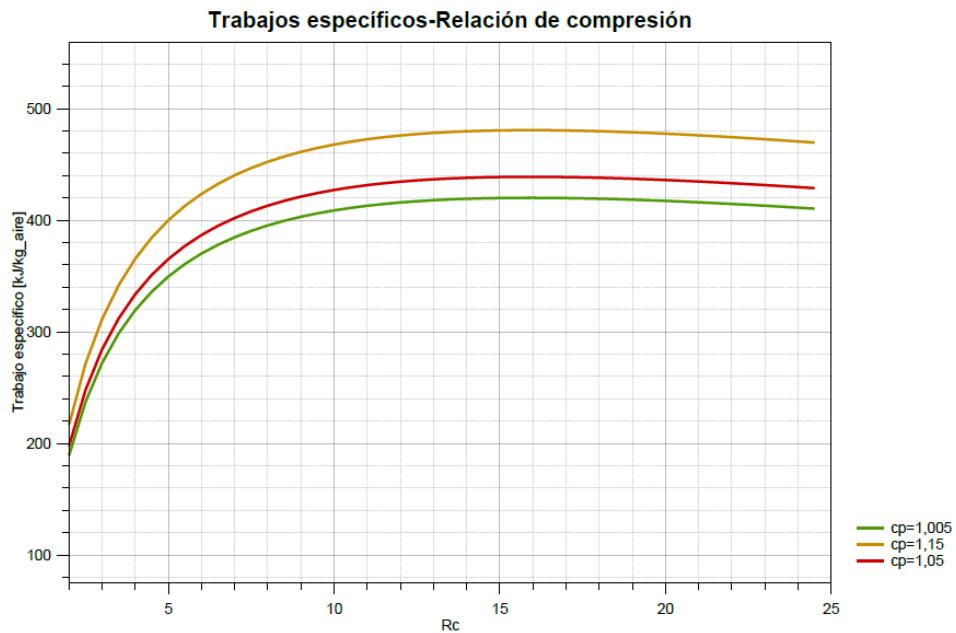


Figura 20. Trabajo específico con respecto a la relación de compresión de un ciclo simple ideal para diferentes valores de c_p .

En la figura 19 se ve cómo la disminución de la relación de calores específicos, k , provoca un desplazamiento del punto de máximo trabajo específico hacia la derecha, es decir, hacia mayores relaciones de compresión. Sin embargo, el valor de máximo trabajo no varía.

El efecto que tiene la variación de la relación de calores específicos también se puede analizar a partir de la figura 21 donde se muestra la relación de compresión que proporciona el máximo trabajo en función de la relación de temperaturas, θ .

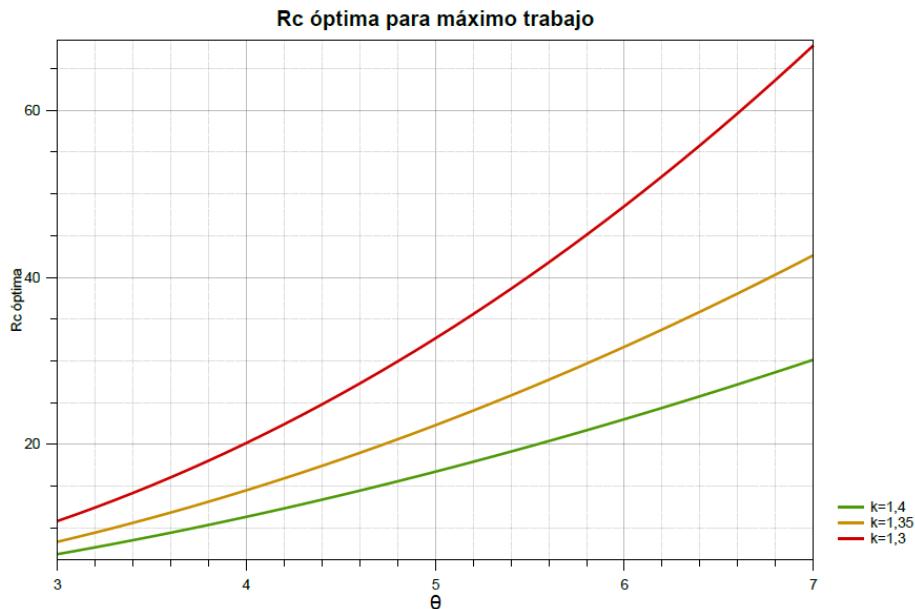


Figura 21. Relación de compresión óptima para máximo trabajo específico en función de la relación de temperaturas, ϑ .

De las figuras 19 y 21 se desprende prácticamente la misma información. De dichas figuras se deduce que al disminuir la relación de calores específicos, aumenta la relación de compresión que proporciona el máximo trabajo específico del ciclo. Si la R_c de un determinado ciclo está dentro del rango habitual, es decir, entre 10 y 25 [1], conforme disminuya la relación de calores específicos, el trabajo desarrollado por el ciclo disminuirá (figura 19).

Ahora se analiza la influencia de c_p sobre el trabajo desarrollado. En la figura 20 se evidencia que existe una dependencia del trabajo con respecto a c_p . En ella se aprecia que si el valor del calor específico disminuye, también lo hace el trabajo desarrollado por el ciclo para cualquier relación de compresión. Teniendo presente la influencia que tienen ambos parámetros en el trabajo desarrollado por el ciclo, se puede justificar la diferencia entre las curvas de los ciclos que asumen calores específicos constantes y aquellos que los consideran variables.

Se ve hasta aquí que tanto k como c_p influyen sobre el trabajo desarrollado por la turbina de gas. Ahora bien, es conveniente establecer la dependencia de dichos parámetros con la temperatura ya que es esta propiedad la que origina sus variaciones. En la bibliografía técnica [4] o mediante el uso de las expresiones analizadas en el anexo 1 puede verse que el aumento de temperatura genera un aumento del calor específico, c_p , y una disminución de la relación de calores específicos, k , de los fluidos de trabajo de las turbinas de gas (tablas 4 y 5). La dependencia de c_p y k con la temperatura se puede obtener de la bibliografía técnica para el aire [4] o bien elaborar información propia con los desarrollos del anexo 1 y los coeficientes calculados en el anexo 3. Para conseguir un estudio más personal y autónomo se opta por la elaboración propia de la tabla 4.

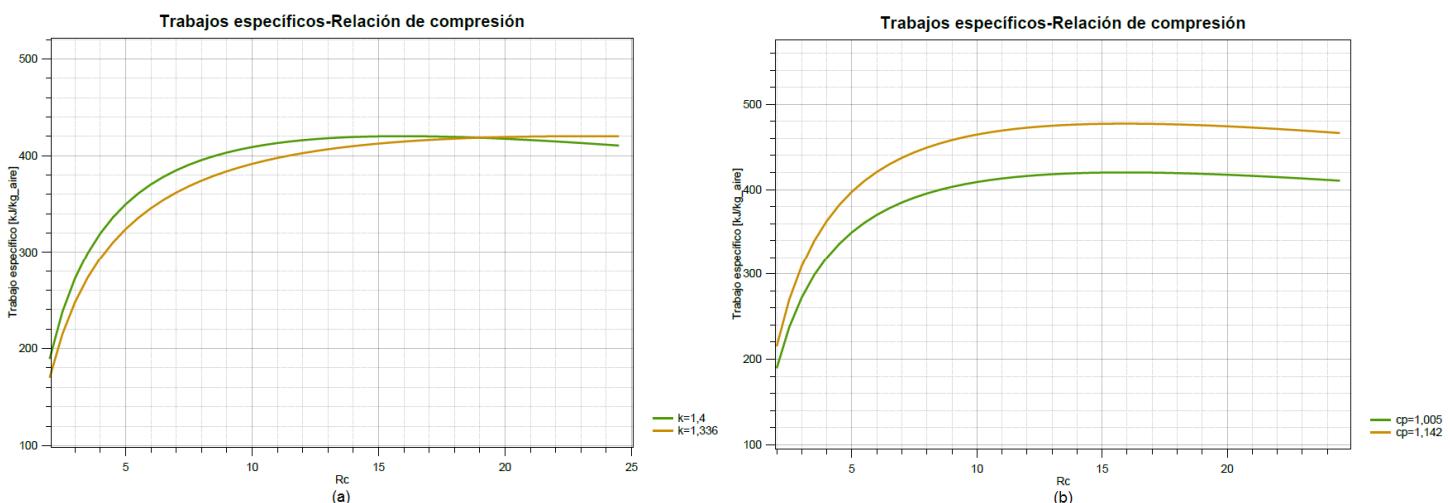
| Aire | | | | |
|-------|-------------------|-------------------|----------|--|
| T [K] | c_p [kJ/kg · K] | c_v [kJ/kg · K] | k | |
| 250 | 1,004451 | 0,717250 | 1,400420 | |
| 300 | 1,004894 | 0,717693 | 1,400172 | |
| 350 | 1,008039 | 0,720839 | 1,398426 | |

| | | | |
|------|----------|----------|----------|
| 400 | 1,013485 | 0,726284 | 1,395439 |
| 450 | 1,020851 | 0,733650 | 1,391468 |
| 500 | 1,029777 | 0,742576 | 1,386763 |
| 550 | 1,039924 | 0,752724 | 1,381549 |
| 600 | 1,050976 | 0,763775 | 1,376028 |
| 650 | 1,062636 | 0,775435 | 1,370374 |
| 700 | 1,074628 | 0,787428 | 1,364733 |
| 750 | 1,086699 | 0,799499 | 1,359226 |
| 800 | 1,098616 | 0,811415 | 1,353951 |
| 850 | 1,110165 | 0,822965 | 1,348983 |
| 900 | 1,121158 | 0,833957 | 1,344383 |
| 950 | 1,131422 | 0,844221 | 1,340196 |
| 1000 | 1,140811 | 0,853610 | 1,336454 |

Tabla 4. Calores específicos para el aire.

La tabla 4 es la base para estudiar cuál de los dos parámetros (c_p ó k) tiene una mayor influencia sobre el trabajo desarrollado para una misma variación de temperatura. Para ello se elaboran las gráficas presentadas en la figura 22, donde se ha seleccionado un salto de temperaturas aleatorio, pero razonable, desde 300K (curva verde) hasta 1000K.(curva naranja) En dichas gráficas se puede ver la influencia que tienen las variaciones de c_p y de k debidas al mismo salto de temperatura. A primera vista se observa que, para un mismo salto de temperatura, la influencia que tiene la variación de c_p sobre el trabajo desarrollado es mayor que la que tiene k para cualquier relación R_c . Esto mismo se puede deducir de forma cuantitativa atendiendo a los valores que presentan las gráficas. La variación de calor específico, c_p , genera un aumento de trabajo específico de 45 kJ/kg_{aire} y la variación de k genera una disminución de trabajo específico de 20 kJ/kg_{aire}. Todo ello para una relación de compresión de 12.

Queda demostrado con esto que la influencia de c_p sobre el trabajo desarrollado es mayor que la influencia de k para el caso del aire y para cualquier relación de compresión, R_c .

**Figura 22.** Efecto que tienen las variaciones de k (a) y de c_p (b) debidas a un salto de temperaturas de 700K sobre la curva de trabajo específico en función de la relación de compresión de un ciclo simple ideal de turbina de gas.

El hecho de que la curva de trabajo específico con respecto a la relación de compresión para un ciclo simple considerando calores específicos variables quede por encima que la misma curva considerando calores específicos constantes, es decir, que se desarrolle más trabajo considerando calores específicos variables, también queda patente en la figura 10 entre las curvas marrón y rosa. Ambas curvas corresponden al mismo ciclo con pérdidas pero considerando calores específicos constantes y variables respectivamente.

Con lo visto hasta ahora en este apartado quedan justificadas las diferencias entre las curvas del trabajo específico para ciclos que consideran calores específicos contantes y aquellos que los consideran variables. Este apartado también puede explicar la diferencia entre las curvas de los ciclos que consideran aire en todo el ciclo como fluido de trabajo y los que consideran una mezcla de aire y gases de combustión en una parte del ciclo. La explicación de dicha diferencia es que los calores específicos del aire y de los gases de combustión son distintos. Empleando las expresiones analizadas en el anexo 1 y los coeficientes calculados en el anexo 3, se elabora la tabla 5 donde se muestra que las propiedades de los tres gases son diferentes.

Para calcular los datos de dicha tabla es necesario conocer el fluido de trabajo a la salida de la cámara de combustión y su estado (temperatura, presión y composición) así como el estado del fluido de trabajo a la entrada de la cámara. Ver anexo 1, apartados 5 y 5.1 para conocer el proceso de cálculo.

| T [K] | Aire | | | Mezcla de aire y gases de combustión del octano | | | Mezcla de aire y gases de combustión del metano | | |
|-------|----------------|----------------|----------|---|----------------|----------|---|----------------|----------|
| | c _p | c _v | k | c _p | c _v | k | c _p | c _v | k |
| 250 | 1,004451 | 0,717250 | 1,400420 | 1,009181 | 0,726493 | 1,389112 | 1,061533 | 0,769947 | 1,378710 |
| 300 | 1,004894 | 0,717693 | 1,400172 | 1,010486 | 0,727799 | 1,388414 | 1,066913 | 0,775326 | 1,376083 |
| 350 | 1,008039 | 0,720839 | 1,398426 | 1,014363 | 0,731676 | 1,386356 | 1,074344 | 0,782757 | 1,372512 |
| 400 | 1,013485 | 0,726284 | 1,395439 | 1,020433 | 0,737746 | 1,383177 | 1,083547 | 0,791960 | 1,368184 |
| 450 | 1,020851 | 0,733650 | 1,391468 | 1,028336 | 0,745649 | 1,379115 | 1,094253 | 0,802666 | 1,363273 |
| 500 | 1,029777 | 0,742576 | 1,386763 | 1,037731 | 0,755044 | 1,374398 | 1,106200 | 0,814613 | 1,357945 |
| 550 | 1,039924 | 0,752724 | 1,381549 | 1,048295 | 0,765607 | 1,369233 | 1,119138 | 0,827551 | 1,352349 |
| 600 | 1,050976 | 0,763775 | 1,376028 | 1,059724 | 0,777037 | 1,363802 | 1,132825 | 0,841238 | 1,346616 |
| 650 | 1,062636 | 0,775435 | 1,370374 | 1,071734 | 0,789047 | 1,358264 | 1,147028 | 0,855441 | 1,340861 |
| 700 | 1,074628 | 0,787428 | 1,364733 | 1,084061 | 0,801374 | 1,352753 | 1,161523 | 0,869937 | 1,335182 |
| 750 | 1,086699 | 0,799499 | 1,359226 | 1,096456 | 0,813769 | 1,347380 | 1,176098 | 0,884512 | 1,329658 |
| 800 | 1,098616 | 0,811415 | 1,353951 | 1,108694 | 0,826007 | 1,342234 | 1,190548 | 0,898961 | 1,324360 |
| 850 | 1,110165 | 0,822965 | 1,348983 | 1,120564 | 0,837877 | 1,337385 | 1,204677 | 0,913091 | 1,319340 |
| 900 | 1,121158 | 0,833957 | 1,344383 | 1,131878 | 0,849191 | 1,332890 | 1,218301 | 0,926714 | 1,314646 |
| 950 | 1,131422 | 0,844221 | 1,340196 | 1,142465 | 0,859778 | 1,328791 | 1,231242 | 0,939655 | 1,310312 |
| 1000 | 1,140811 | 0,853610 | 1,336454 | 1,152172 | 0,869485 | 1,325120 | 1,243334 | 0,951747 | 1,306370 |

Tabla 5. Calores específicos para el aire y para los gases de combustión de los dos combustibles considerados en el estudio. Valores en $\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$.

La tabla 5 muestra la diferencia entre c_p , c_v y k para los diferentes fluidos de trabajo que se consideran en el estudio. Con dichas diferencias y lo explicado hasta ahora, se justifican las diferencias existentes en cuanto al trabajo desarrollado entre los modelos que consideran fluidos diferentes con calores específicos variables. Es decir, tanto la variación de c_p como la de k hacen

variar al trabajo por lo que, si las variaciones de c_p y de k son diferentes entre cada fluido, el trabajo desarrollado también lo será.

Son las propiedades de cada gas las que marcan la energía que almacenan y que por lo tanto se va a poder extraer de ellos. Así, gases con diferentes propiedades (representadas en este estudio por c_p y k) permiten generar diferentes trabajos. Esto queda de manifiesto en la tabla 5 donde se observan calores específicos diferentes para cada uno de los gases.

Nótese que las diferencias son pequeñas debido al gran exceso de aire con el que se trabaja en turbinas de gas. Dicho exceso provoca que el fluido esté compuesto mayoritariamente por aire y que los gases de combustión representen una fracción pequeña. Es dicha fracción correspondiente a los gases de combustión la que genera las diferencias de propiedades.

En este apartado se ha explicado de dónde surgen las diferencias entre los ciclos que consideran calores específicos variables y los ciclos que los consideran constantes. También se han explicado las diferencias entre los ciclos que asumen calores específicos variables: ciclo con aire como fluido de trabajo, ciclo con combustión de octano y ciclo con combustión de metano. Las relaciones restantes que se desarrollan a continuación en relación al trabajo específico sirven para terminar de explicar con detalle su evolución en ciclos que consideran gases de combustión.

2.6. Trabajo específico respecto al dosado

Esta relación solo tiene sentido en el estudio de los ciclos que tienen en cuenta la combustión y por lo tanto, los gases de combustión. En los ciclos que consideran únicamente aire como fluido de trabajo, la cámara de combustión se puede entender como un intercambiador de calor en el que no existe ninguna reacción de combustión y que por lo tanto, no da lugar a la introducción de ningún dosado.

Conviene realizar una breve pero concisa explicación del cometido que cumple el exceso de aire en la cámara de combustión para ayudar a comprender mejor el análisis de este apartado. Las cámaras de combustión de las turbinas de gas funcionan con un gran exceso de aire o, lo que es lo mismo, dosados muy pequeños. Mientras que el dosado estequiométrico se sitúa en torno a 1:15 para los combustibles convencionales, las turbinas de gas trabajan con dosados de entre 1:60 y 1:200. Para conseguir una buena combustión con tal cantidad de aire, se divide dicho aire en diferentes corrientes. Una corriente con, aproximadamente, la cantidad estequiométrica de aire se destina a la propia combustión. El aire que no ha sido destinado a la combustión rodea la cámara de combustión entrando a lo largo de la misma por diferentes orificios para disminuir la temperatura y que los materiales no sufran daños por tensiones térmicas excesivas o fusión del material [4, 18]. Además, el aire que entra a lo largo de la cámara (exceso de aire) permite una buena combustión ya que genera un torbellinado que mejora la mezcla de aire y combustible. También se realiza una recirculación del aire en exceso para mantener la llama pegada al combustor y que no salga despedida hacia la salida de la cámara. Por todos estos motivos es necesario un mínimo de exceso de aire o, lo que es lo mismo, un dosado lo suficientemente reducido.

Antes de analizar la dependencia mediante las gráficas que proporciona el programa, puede intuirse que a medida que aumenta el dosado, aumenta el trabajo desarrollado por el ciclo. Esto se debe a que una mayor cantidad de combustible (mayor dosado) genera una mayor transferencia de calor al fluido en la cámara de combustión y con dicha transferencia, un aumento de la temperatura T_3 o, equivalentemente, un aumento de la relación θ . Esto indica que la influencia del dosado sobre el trabajo puede considerarse equivalente a la influencia que tiene la relación θ . Tal y como se muestra en el apartado 2, una mayor relación θ proporciona un mayor trabajo.

Se puede entender por lo tanto que la relación de temperaturas se modifica en un ciclo simple real mediante la modificación del dosado y por lo tanto todo el análisis a desarrollar en este punto es equivalente al realizado en el apartado 2. En el diagrama h-s de la figura 11 queda demostrado que un aumento de la temperatura T_3 o, equivalentemente, del dosado, f , genera un aumento del trabajo desarrollado por el ciclo. Como el efecto de la temperatura del fluido de trabajo a la salida de la cámara (o la relación θ) ya ha sido estudiado en el apartado 2, queda conocer cuáles la relación entre el dosado y dicha temperatura. Esta relación se muestra en la figura 23.a y 23.b para la combustión octano y de metano respectivamente.

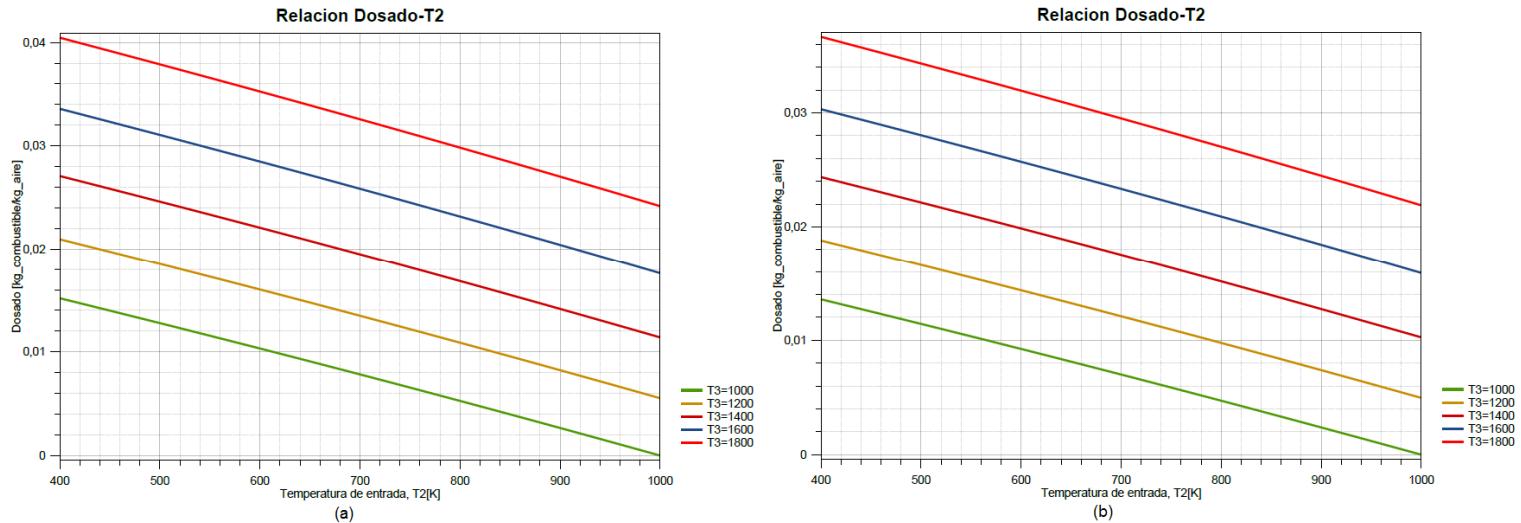


Figura 23. Relación entre el dosado y las temperaturas de entrada y salida de la cámara de combustión para la combustión de octano (a) y de metano (b).

La figura 23 confirma lo expuesto en los párrafos anteriores: a mayor dosado, la temperatura de salida, T_3 , aumenta para una temperatura de entrada, T_2 , dada. Además, para los rangos de dosado y temperatura de entrada típicos, la relación es lineal. Por otro lado, en la figura 12 queda recogido que la relación entre la relación θ (equivalente a T_3) y el trabajo específico también es lineal. Con esto se puede concluir que la relación entre el dosado y el trabajo específico desarrollado por el ciclo, es lineal. Esta relación se muestra en la figura 24.



Figura 24. Relación entre el dosado y el trabajo específico para la combustión de octano y de metano.

Las diferencias entre las curvas del octano y del metano de la figura 24 han quedado explicadas en el apartado 5. A mayor dosado, mayor es el salto de temperaturas y más se acentúa la diferencia de calor específico c_p para los productos de combustión de cada caso (tabla 5). A mayor diferencia de c_p , mayor diferencia de trabajo producido (figura 21.b).

Se debe prestar especial atención a la temperatura de salida de la cámara de combustión puesto que los materiales no están preparados para soportar temperaturas superiores a los 1200°C-1500°C mientras que la temperatura de llama es de 2000°C. Esto significa que se debe tener en todo momento una adecuada refrigeración proporcionada por un determinado exceso de aire o, equivalentemente, un determinado dosado.

2.7. Trabajo específico respecto al combustible utilizado

Con este apartado se pretende que los parámetros que influyen sobre el trabajo específico así como las propias relaciones entre dichos parámetros y el trabajo queden totalmente analizadas y comprendidas. De todos los parámetros que influyen sobre el trabajo específico desarrollado por el ciclo, solo queda analizar cómo influye el combustible empleado.

En primer lugar, el fluido de trabajo a la salida de la cámara de combustión varía según el combustible utilizado. La composición de los gases a la salida de la cámara de combustión se recoge en el anexo "Desarrollos y expresiones necesarios para el estudio" y sus propiedades para el caso presentado en la tabla 1 se recogen en la tabla 5. Al cambiar el fluido de trabajo varían sus propiedades y con ellas, la energía que se intercambia con el fluido a lo largo del ciclo. Esto ha sido estudiado en parte en el apartado 5 y es la principal razón por la cual el trabajo varía en función del combustible utilizado.

Para el caso que se está estudiando (tabla 1), se tiene una temperatura de salida de la cámara de combustión, T_3 , y una relación de compresión, R_c , fijadas sea cual sea el combustible empleado. Este hecho tiene diferentes implicaciones que se estudiarán más adelante en este

mismo anexo. En este punto el hecho que cobra especial relevancia es que el estado de los gases a la salida de la cámara es el mismo (misma presión y misma temperatura) para ambos combustibles. La diferencia reside entonces en la composición y por lo tanto en la energía que almacenan. Al encontrarse en el mismo estado, la energía cinética y potencial de los gases a la salida de la cámara de combustión será la misma sea cual sea su composición. La diferencia se encuentra por lo tanto en la energía interna del gas.

Es decir, la única diferencia a la salida de la cámara de combustión para los diferentes combustibles utilizados es la energía interna que posee el fluido de trabajo. Según se ve en el apartado 2 del anexo "Desarrollos y expresiones necesarios para el estudio", la energía interna de un gas ideal está relacionada con la entalpía según la ecuación 6.

$$h(T) = u(T) + R \cdot T \quad 6$$

$$c_p(T) = \frac{dh(T)}{dT} \quad 7$$

A su vez, la entalpía resulta de la integral del calor específico con respecto de la temperatura tal y como se deduce de la ecuación 7. Queda demostrado por lo tanto que la diferencia de energías internas del fluido de trabajo a la salida de la cámara en función del combustible utilizado se reduce a una diferencia de calores específicos, c_p . Según se ve en la tabla 5, el calor específico del fluido de trabajo resultante de la combustión de metano es mayor que el resultante de la combustión de octano. Además en el apartado 5 también se ha deducido que un mayor calor específico conduce a un mayor trabajo desarrollado por el ciclo. Es por esto que, como ya se ha visto, el metano produce más trabajo que el octano para iguales condiciones de operación, figura 10.

A pesar del estudio realizado, la diferencia de funcionamiento en la práctica no solo se debe las diferencias de c_p y de k . Existen, aparte de dichas propiedades, otras que también influyen de manera importante como, por ejemplo, el volumen específico del fluido de trabajo. Sin embargo su análisis queda fuera del trabajo ya que con las consideraciones realizadas se llega a aproximaciones muy válidas del ciclo simple real.

Para alcanzar las condiciones fijadas a la salida de la cámara de combustión, la cantidad de combustible a utilizar difiere en función de cual se utilice y, por lo tanto, también varía la cantidad de gases de combustión además de su composición. Hay que notar que el exceso de aire con el que trabaja una turbina de gas es tan grande que las posibles diferencias en cuanto a la cantidad de gas circulando por el ciclo debido a la combustión de diferentes combustibles son insignificantes y no afectan prácticamente a la energía del fluido aunque es otra componente diferenciadora.

Con esto queda totalmente analizado el trabajo específico desarrollado por el ciclo y sus dependencias más importantes. Para conseguir un análisis completo del funcionamiento global de un ciclo simple de turbina de gas, hay que prestar especial atención al rendimiento, otra variable de gran importancia para caracterizar dicho funcionamiento. Esto es lo que se hace en las próximas páginas, un análisis del rendimiento equivalente al realizado para el trabajo.

3. Relaciones relativas al rendimiento del ciclo

3.1. Rendimiento respecto a la relación de compresión

El rendimiento de un ciclo simple de turbina de gas y, en general de cualquier máquina, se puede definir como el cociente de la energía desarrollada por el ciclo entre la energía aportada al ciclo. Como energía desarrollada se considera el trabajo específico desarrollado por el ciclo y como energía aportada el calor suministrado al fluido de trabajo por unidad de masa en la cámara de combustión, ecuación 8.

$$\eta_{ciclo} = \frac{\text{Energía desarrollada}}{\text{Energía aportada}} = \frac{W_{esp}}{Q_{in}} \quad 8$$

Para conseguir un funcionamiento óptimo de cualquier ciclo simple de turbina de gas se debe de conseguir la conjunción de un adecuado trabajo específico y de un buen rendimiento. Junto con el estudio realizado acerca del trabajo específico, el análisis del rendimiento que se realiza a continuación permite obtener conclusiones importantes sobre cuáles son los parámetros más influyentes en una turbina de gas, qué valores son los más adecuados, qué parámetros hay que controlar con mayor precisión, etc.

La relación de compresión es uno de los parámetros más influyentes en el rendimiento. Esto queda patente en la figura 25 donde se observa que a medida que aumenta la relación de compresión, también lo hace el rendimiento. El caso presentado en la figura 25 es el del ciclo simple ideal. Se trata de una dependencia potencial y que alcanzaría la unidad, es decir, el rendimiento ideal del 100%, para una relación de compresión infinita.

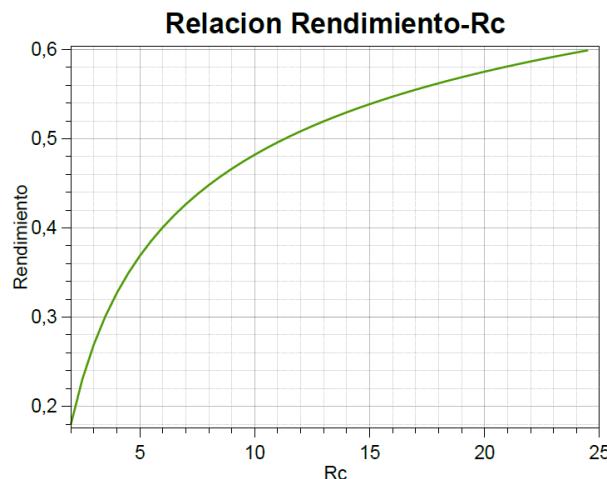


Figura 25. Relación entre el rendimiento y la relación de compresión de un ciclo simple ideal de turbina de gas.

En la figura 26 se muestra la misma relación para todos los casos estudiados y en la 26 todos menos el ciclo simple ideal para apreciar mejor la diferencia entre las curvas. Se observa que con respecto al ciclo ideal, la tendencia es similar aunque existen diferencias sustanciales que se van a analizar y explicar al igual que se ha hecho en el caso del trabajo específico. Las diferencias entre los ciclos mostrados en la figura 27 son muy sutiles lo que va a suponer un análisis preciso.

La principal diferencia entre la curva del ciclo ideal y el resto de curvas es que estas últimas son curvas que no crecen indefinidamente sino que crecen hasta alcanzar un máximo y después decrecen. El máximo se alcanza para relaciones de compresión mayores o menores en función de cuál sea el ciclo o modelo contemplado. La explicación a la diferencia entre los máximos se da más adelante. Otra de las grandes diferencias es el hecho de que todas las curvas quedan por debajo de la del ciclo ideal y son todas muy similares. A primera vista y depende de la precisión buscada con respecto al ciclo real, se puede asumir que el ciclo con pérdidas y calores específicos constantes es suficiente para tener una muy buena aproximación del comportamiento real del ciclo simple. No obstante, se comprueba a lo largo del estudio restante si dicha aproximación es adecuada. Esto no ocurre con el trabajo puesto que las diferencias entre los ciclos son más sustanciales (figura 10).

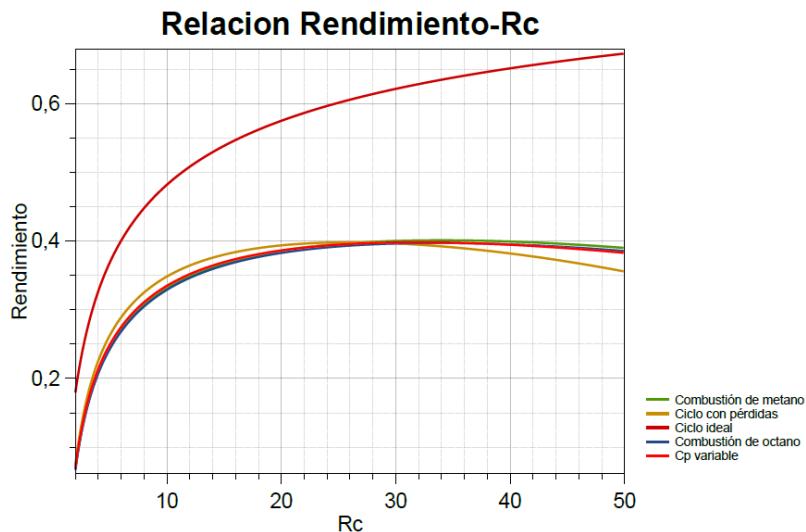


Figura 26. Relación entre el rendimiento y la relación de compresión de todos los modelos estudiados.

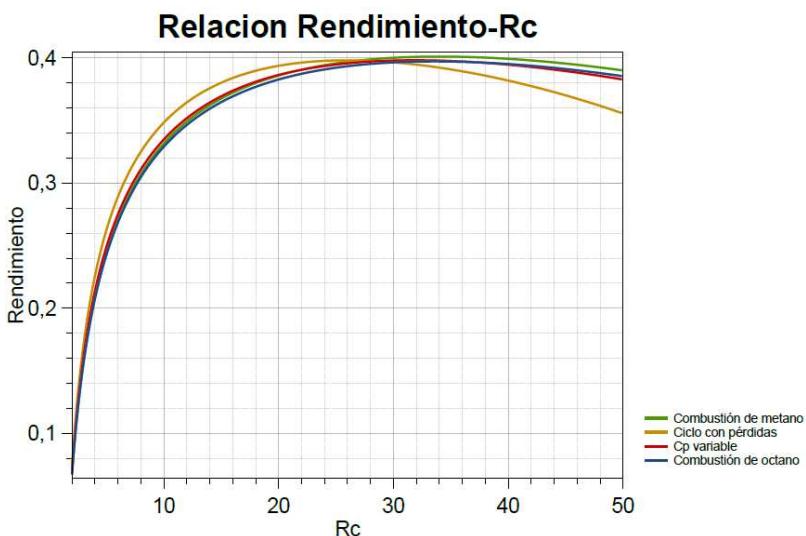


Figura 27. Relación entre el rendimiento y la relación de compresión de algunos de los ciclos estudiados.

Las figuras 25-27 permiten un análisis preciso de la relación que no es posible mediante otros análisis como, por ejemplo, el de los diagramas h-s. A continuación se justifica que las

relaciones de las figuras 25-27 muestran una evolución similar a la que se deduce de los diagramas termodinámicos pero de una manera mucho más precisa, rápida y acertada. La tendencia del caso de ciclo ideal se explica a partir de su diagrama $h-s$, figura 28, y teniendo en cuenta la expresión genérica del rendimiento en función de las entalpías para cualquier ciclo simple, ecuación 9.

$$\eta_{ciclo} = 1 - \frac{h_4 - h_1}{h_3 - h_2} \quad 9$$

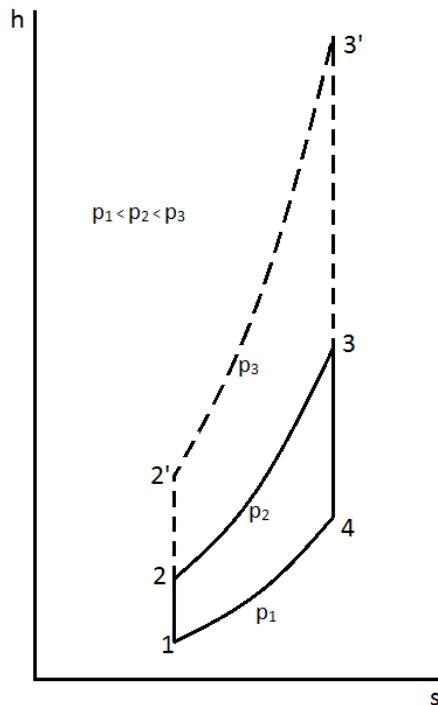


Figura 28. Diagrama $h-s$ de un ciclo simple ideal de turbina de gas.

En la figura 28 se representan dos ciclos con diferente relación de compresión. El primer ciclo se representa con línea continua y tiene una menor relación de compresión que el segundo ciclo representado con línea discontinua. La evolución de las isobáras en el diagrama $h-s$ indica que cualquier salto de presiones representa una variación de entalpías mayor cuanto mayor sea la entropía. Es decir, para una misma relación de presiones se cumple la relación 10.

$$h_2 - h_1 < h_3 - h_4 \quad 10$$

Cuanto mayor sea el salto de presiones, la diferencia entre las variaciones de entalpía serán mayores.

$$h_{2'} - h_1 \ll h_3 - h_4 \quad 11$$

Esto se traduce en que a medida que aumenta la relación de compresión, mayor es la diferencia entre las variaciones de entalpías indicadas. Sobre la ecuación 9 esta diferencia creciente quiere decir que conforme aumenta la relación de compresión, el cociente disminuye puesto que el denominador es cada vez más grande que el numerador. Así queda demostrada que la tendencia que tiene el rendimiento con respecto a la relación de compresión en un ciclo simple ideal coincide mediante los dos análisis (diagramas termodinámicos y programa

desarrollado). No obstante, la evolución mostrada por la figura 27 es mucho más exacta y cuantifica valores tanto de rendimiento como de R_c .

La evolución del resto de ciclos es diferente puesto que el rendimiento alcanza un máximo y después disminuye. Para explicar dicha evolución se recurre al diagrama h-s de la figura 29 que representa el ciclo simple con irreversibilidades en compresión y expansión pero que también sirve para representar los ciclos con calores específicos variables y sobre el que se indican los saltos de entalpía relevantes para este análisis. En dicha figura se observa que si la relación de compresión aumenta desde $R_c = \frac{p_2}{p_1}$ hasta $R_c = \frac{p_3}{p_1}$, el numerador del cociente de la expresión 9 se mantiene constante pero el denominador aumenta (relación 12).

$$h_3 - h_2 < h_{3''} - h_{2''} \quad 12$$

$$h_3 - h_2 > h_{3'''} - h_{2'''} \quad 13$$

Se da por lo tanto un aumento de rendimiento al aumentar la relación de compresión. Sin embargo, si se sigue aumentando la relación de compresión desde $R_c = \frac{p_3}{p_1}$ hasta $R_c = \frac{p_4}{p_1}$, el numerador del cociente de la expresión 9 sigue manteniéndose constante pero el denominador decrece disminuyendo así el rendimiento. Es decir, la tendencia se ha revertido (expresión 13) y se ha llegado a un punto en el que un aumento de la relación de compresión significa una disminución del rendimiento. Esto ocurre en todos los ciclos que tienen irreversibilidades en compresión y expansión y, por lo tanto, en todos los ciclos estudiados menos en el ciclo simple ideal. Estos hechos encuentran su explicación en la evolución de las isobaras en el diagrama h-s.

Pensando en otros términos se puede entender que a medida que aumenta la relación de compresión, cada vez más trabajo del producido por la turbina ($h_3 - h_4$) es empleado para accionar el compresor ($h_2 - h_1$) y que por tanto, llega un punto donde ya no es rentable energéticamente.

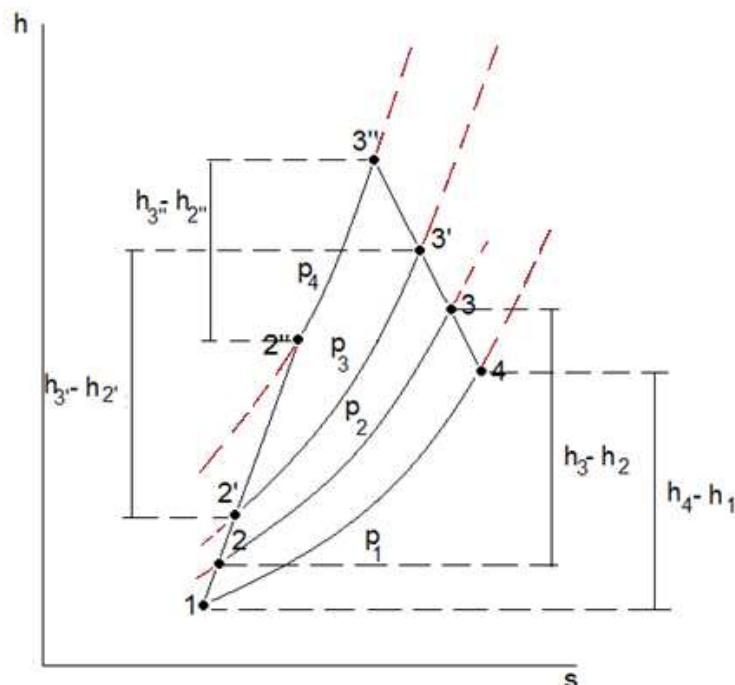


Figura 29. Diagrama h-s de un ciclo simple de turbina de gas con irreversibilidades en compresión y expansión.

De las figuras 26 ó 14 se deduce que el rendimiento de cualquiera de los casos que consideran irreversibilidades, es menor que el del ciclo simple ideal. Este hecho se debe a que, para cualquier relación de compresión, el denominador de la expresión 9, h_3-h_2 , es mayor para una compresión reversible (a entropía constante) que para una irreversible, figura 8. Algo similar ocurre con el proceso de expansión puesto que para una expansión reversible (a entropía constante) el numerador de la expresión 9, h_4-h_1 , es menor que para una expansión irreversible, figura 8.

La evolución del rendimiento con respecto a la relación de compresión deducida de la figura 29 coincide con la mostrada por la figura 27. Sin embargo, se necesitan diagramas h-s lo suficientemente precisos [3] para poder demostrar las expresiones 12 y 13, es decir, la existencia de un máximo en la curva rendimiento. Lógicamente, la precisión es mucho menor y el análisis más complejo que mediante las gráficas proporcionadas por el programa.

Habiendo analizado la dependencia del trabajo específico desarrollado por el ciclo y del rendimiento con respecto de la relación de compresión, se pueden poner en común ambas curvas en la figura 30 para el caso más próximo al real (considerando gases de combustión). Comparando ambas curvas se puede deducir cuál es la relación de compresión más adecuada.

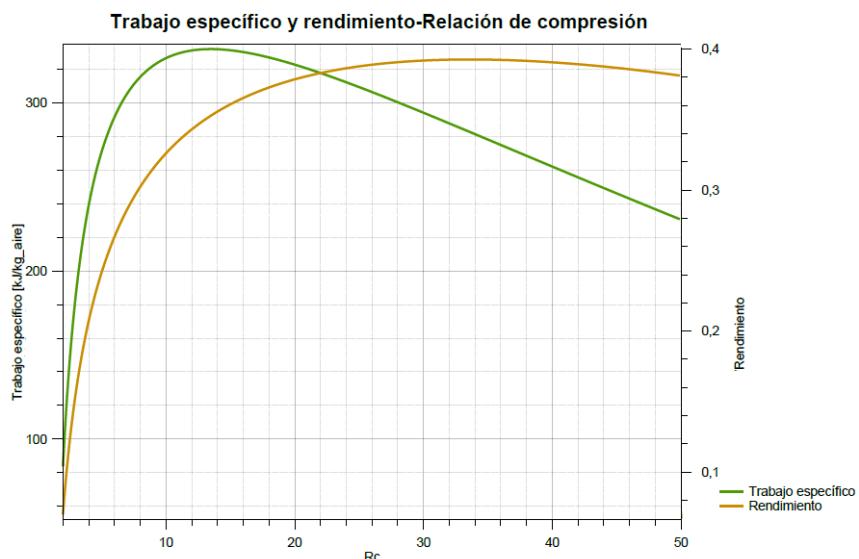


Figura 30. Influencia de la relación de compresión sobre el trabajo y el rendimiento.

Las curvas mostradas en la figura 30 para el ciclo considerando gases de combustión muestran que el máximo trabajo específico se obtiene para una menor relación de compresión que el máximo rendimiento. Esto quiere decir que la mayor parte de los ciclos de turbina de gas funcionarán con relaciones de compresión entre ambos máximos en función de si interesa un mayor trabajo desarrollado a costa de un menor rendimiento o por el contrario, si interesa un mejor rendimiento a costa de un menor trabajo específico. Lógicamente, la información proporcionada por la figura 30 es mucho más difícil de obtener mediante diagramas termodinámicos o tablas.

Con las figuras 25-29 han quedado estudiadas las tendencias de todas las curvas del rendimiento con respecto a la relación de compresión del ciclo simple de turbina de gas. No obstante, queda estudiar y justificar las diferencias entre cada una de las curvas puesto que

hasta ahora solo se ha analizado por qué se distinguen dos tendencias diferentes. Antes de profundizar en dichas diferencias, es necesario terminar de caracterizar la curva del rendimiento con el siguiente apartado.

3.2. Rendimiento respecto a la relación de temperaturas de entrada a turbina y compresor

En la figura 31 queda de manifiesto que la relación de temperaturas de entrada a turbina y a compresor tiene un efecto muy acusado sobre el rendimiento en todos los casos menos en el ciclo simple ideal sobre el cual no tiene efecto alguno. En la inmensa mayoría de las turbinas de gas, la relación θ se sitúa en el rango entre 3 y 6 ya que temperaturas excesivas a la entrada de la turbina dañan los materiales y temperaturas muy pequeñas no son suficiente para extraer la energía necesaria del fluido. El rango representado en la figura 31 es mucho más amplio para poder observar con claridad la tendencia de las curvas.

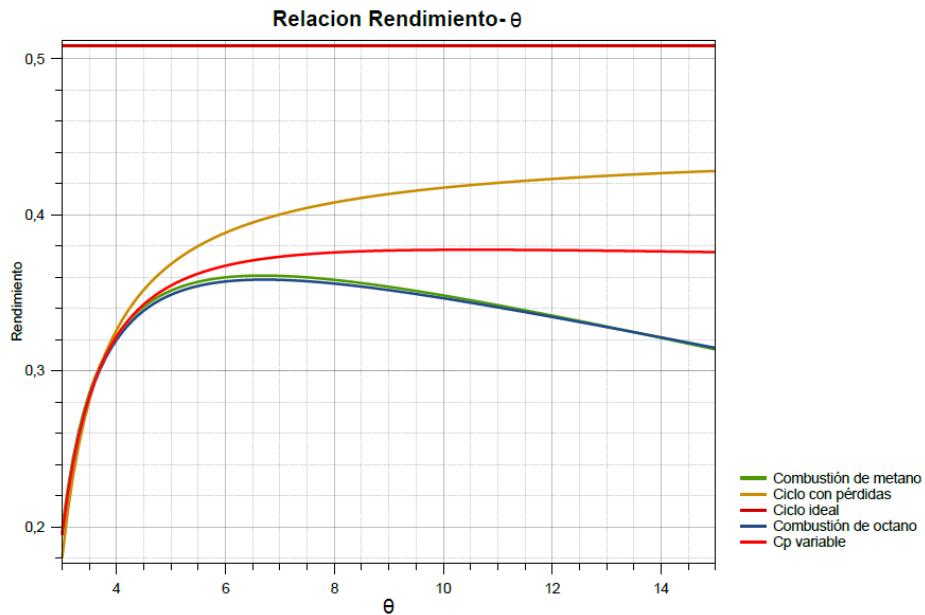


Figura 31. Relación entre el rendimiento y la relación de temperaturas, θ , para todos los ciclos estudiados.

En el caso del ciclo simple ideal, no se obtiene ninguna dependencia del rendimiento con respecto a θ . Este efecto quiere decir que, sobre el diagrama h-s de la figura 32, a medida que la temperatura T_3 aumenta, la relación 13 se mantiene. Al mantenerse la relación 13 constante a medida que aumenta la temperatura T_3 , el rendimiento también se mantiene constante (ecuación 9). Para obtener la equivalencia 13 a partir del diagrama h-s del aire para el ciclo simple es necesario una precisión considerable mientras que la figura 31 permite la interpretación directa de este hecho.

$$\frac{h_4 - h_1}{h_3 - h_2} = \frac{h_{4'} - h_1}{h_{3'} - h_2}$$

13

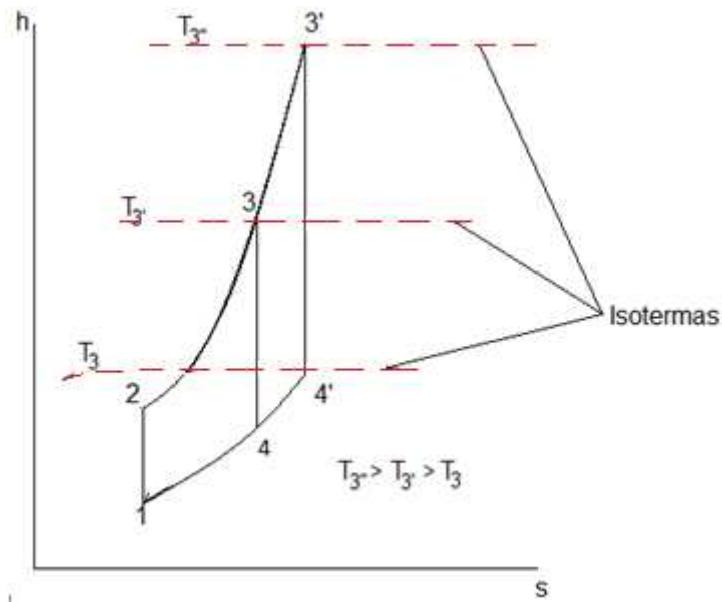


Figura 32. Diagrama h-s con isotermas de un ciclo simple ideal de turbina de gas.

La independencia del rendimiento respecto a la relación de temperaturas en el caso del ciclo simple ideal también queda demostrada en la relación a la que se llega en el anexo 1, apartado 2.2 (ecuación 14) aunque en esencia es lo mismo que lo mostrado en la figura 31 puesto que ésta es su representación gráfica.

$$\eta = 1 - \frac{1}{R_c \frac{k-1}{k}} \quad 14$$

El resto de ciclos sí que tienen una dependencia con respecto a la relación de temperaturas. Dicha dependencia también puede ser justificada tanto por el diagrama h-s como por las expresiones a las que se ha llegado en el anexo 1.

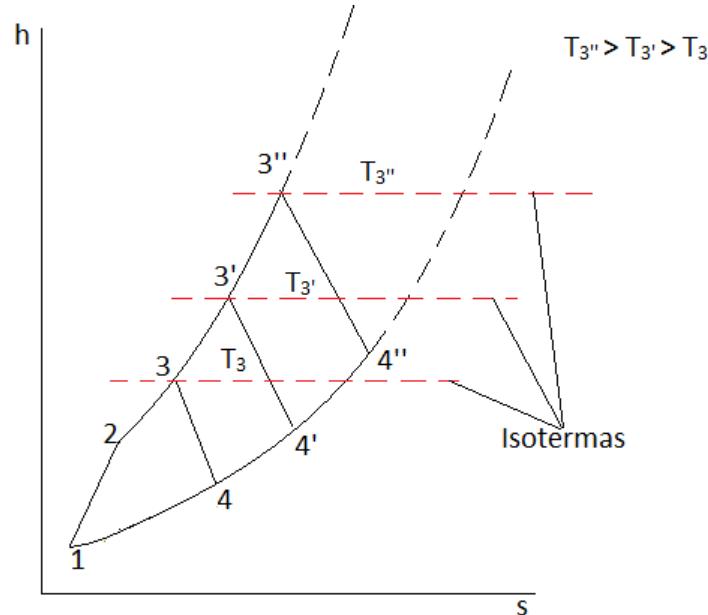


Figura 33. Diagrama h-s con isotermas de un ciclo simple de turbina de gas con irreversibilidades.

Según la figura 33, la evolución de las isobaras hace que a bajas temperaturas T_3 (o bajas relaciones θ), pequeños aumentos de dicha temperatura generen un aumento de rendimiento y que a mayores temperaturas T_3 , pequeños aumentos de dicha temperatura generen una disminución de rendimiento. Esto se ilustra mejor mediante la siguiente relación:

$$\frac{h_4 - h_1}{h_3 - h_2} > \frac{h_{4'} - h_1}{h_{3'} - h_2} < \frac{h_{4''} - h_1}{h_{3''} - h_2} \quad 15$$

Según la relación 15 y la ecuación 9, se llega a una temperatura (T_3') para la cual el rendimiento es máximo y si se continúa aumentando dicha temperatura o, lo que es lo mismo, la relación θ , el cociente de la relación 15 comienza a aumentar y disminuye así el rendimiento. Sin embargo, las relaciones de temperaturas, θ , a las que se alcanza el máximo son normalmente muy elevadas y difíciles de alcanzar por las limitaciones de los materiales.

De nuevo, para alcanzar la expresión 15 mediante diagramas termodinámicos, es necesaria una precisión considerablemente alta y un análisis en profundidad de la relación estudiada mientras que la figura 31 muestra de forma explícita la evolución de dicha relación lo que facilita en gran medida el análisis. Se recuerda que los diagramas h-s se presentan, a parte de para demostrar las ventajas del programa desarrollado, para comprobar que, efectivamente, las relaciones mostradas por el programa se corresponden con la realidad.

Habiendo estudiado la influencia que tiene sobre el rendimiento tanto la relación de compresión como la relación de temperaturas, θ , se pueden poner en común ambas influencias y con ellas, gran parte del estudio realizado en torno al rendimiento, en la figura 34.a.

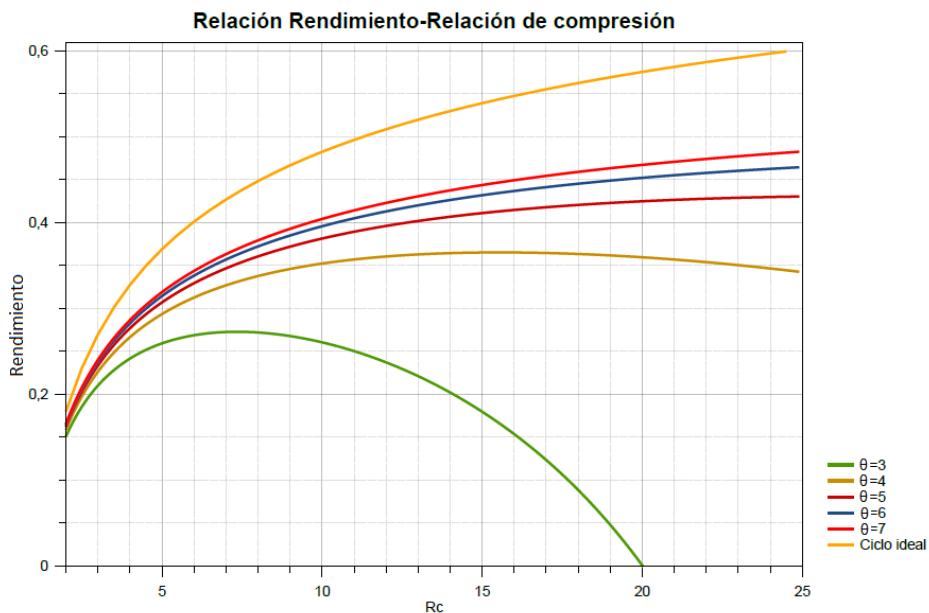


Figura 34.a. Evolución del rendimiento con la relación de compresión para diferentes relaciones de temperaturas para un ciclo con pérdidas.

La figura 34.a corresponde al caso de un ciclo con pérdidas pero es igualmente válida para el análisis de los modelos con calores específicos variables ya que presentan la misma evolución. Dicha figura muestra que, a una mayor relación de temperaturas, la relación de compresión para obtener el máximo rendimiento, aumenta. Si, por ejemplo, se ha alcanzado la relación de temperaturas máxima admisible por los materiales de los componentes, una opción para seguir

aumentando el rendimiento con lo visto hasta ahora es la de buscar sobre la figura 34.a la relación de compresión que proporciona el máximo rendimiento para la relación θ que se tenga. Para encontrar la relación de compresión que proporciona el máximo rendimiento para una relación θ dada, se puede emplear equivalentemente la gráfica mostrada en la figura 35.

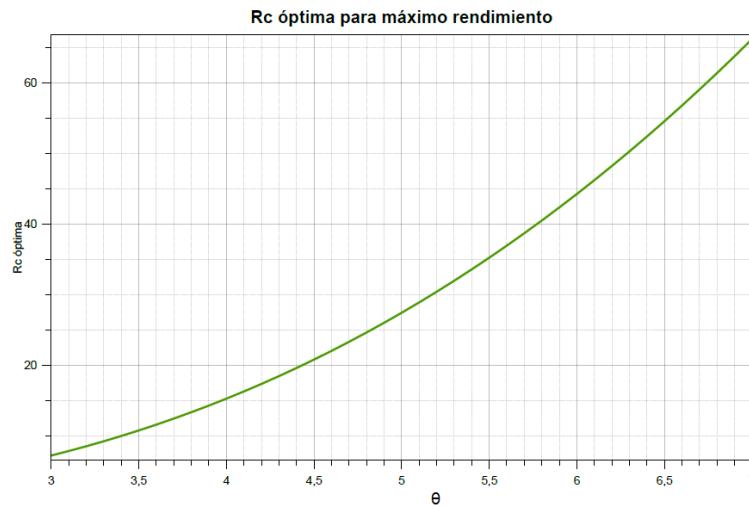


Figura 35. Relación del compresión que proporciona el máximo rendimiento para una relación de temperaturas dada.

Por ejemplo, imagínese que se desea obtener un rendimiento de, como mínimo, el 40%, figura 34.b. De dicha figura se deduce que para el caso utilizado (tabla 1) es imposible alcanzar dicho rendimiento con relaciones θ inferiores a 4,5. Para relaciones más altas, se presentan en la figura 4 opciones para alcanzar dicho rendimiento. Para seleccionar cuál es la opción más conveniente hay que tener en cuenta que no todas las relaciones de temperaturas son alcanzables puesto que pueden existir limitaciones térmicas y, además, que también existen limitaciones en cuanto a la relación de compresión. Teniendo esto en cuenta, la opción que implica una relación de compresión de 21 (línea verde) puede ser descartada con mucha seguridad por ser una relación de compresión excesiva y la opción que implica una relación de temperaturas de 6 (línea azul) también puede ser descartada por suponer una temperatura a la entrada de la turbina excesiva. El problema queda acotado pues a dos opciones cuyo análisis es conveniente desde el punto de vista del trabajo desarrollado y otros parámetros de interés que todavía no han sido estudiados. Ahora bien, desde el punto de vista únicamente del rendimiento, ambas opciones (marrón y roja) son perfectamente válidas puesto que no presentan limitaciones ni en cuanto a la relación de compresión ni en cuanto a la relación θ . Por último, es importante tener en cuenta que los valores de θ no son discretos sino que dicha relación abarca un intervalo continuo, es decir, entre las curvas de la figura 34.a se pueden incluir tantas como sea preciso para llegar al punto de funcionamiento deseado pero se han presentado únicamente 4 curvas con objeto de simplificar el ejemplo.

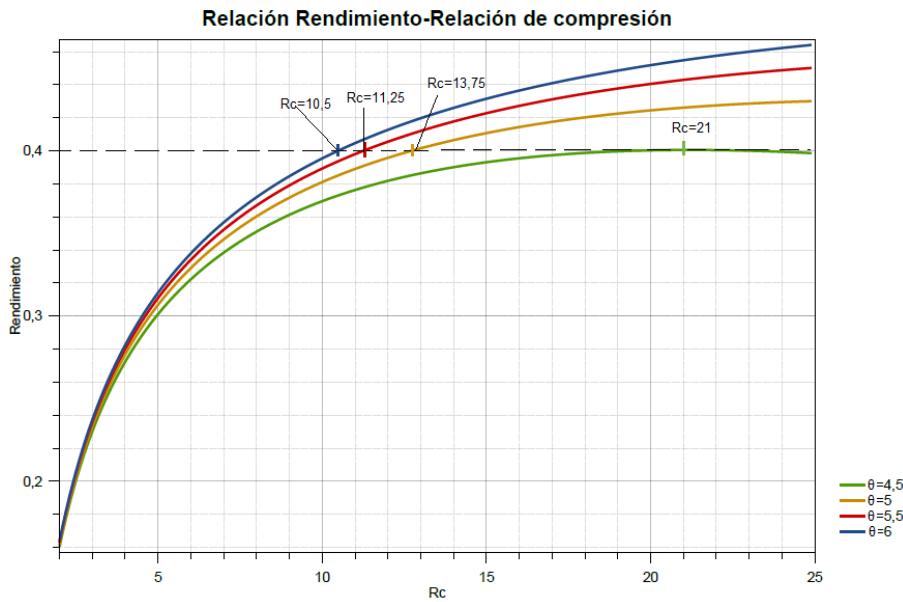


Figura 34.b. Relación del rendimiento con la relación de compresión para diferentes relaciones de temperaturas para un ciclo con pérdidas.

Al igual que se ha hecho en el apartado 8, se pueden poner en común las curvas del trabajo y del rendimiento en función de la relación de temperaturas para estudiar cuál es la relación más adecuada atendiendo a ambos parámetros y no solo al rendimiento o al trabajo.

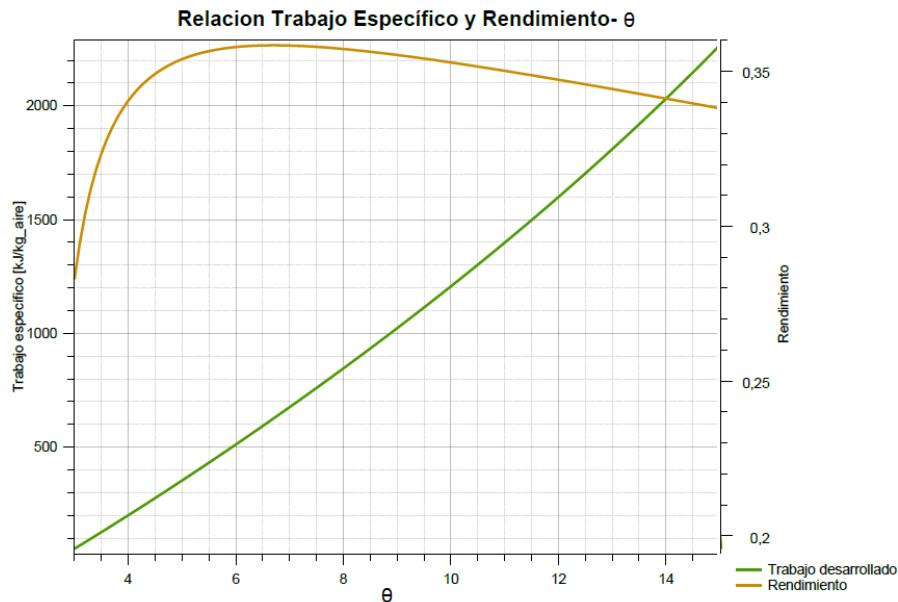


Figura 36. Influencia de la relación de temperaturas, θ , sobre el trabajo específico desarrollado por el ciclo y sobre el rendimiento.

Atendiendo a la figura 36, lo lógico es que, para una relación de compresión determinada, las turbinas de gas trabajen con relaciones θ próximas a la de máximo rendimiento. Esto depende de si puede o no alcanzarla ya que la temperatura máxima está limitada por los materiales de los componentes del ciclo. Puede resultar necesario que el ciclo desarrolle un trabajo menor o mayor al desarrollado con la relación θ de máximo rendimiento. En ese caso se debe de alcanzar un compromiso entre el rendimiento que se tiene al desarrollar el trabajo necesario y dicho

trabajo. Otra opción para ajustar el trabajo es la modificación de la relación de compresión en caso de ser posible teniendo en cuenta cómo afecta al rendimiento y al trabajo (figura 30).

Los próximos apartados justifican y analizan las diferencias existentes entre las curvas del rendimiento del ciclo con pérdidas, el ciclo con calores específicos variables y el ciclo que considera gases de combustión (figuras 27 y 31).

3.3. Rendimiento respecto a los rendimientos de turbina y compresor

En este apartado se explica cómo influyen las irreversibilidades de los procesos de compresión y expansión sobre el rendimiento del ciclo. La evolución de la curva de rendimiento de un ciclo con pérdidas ya ha sido explicada. Sin embargo en este punto se quiere hacer comprender cómo afectan cada una de las irreversibilidades de forma independiente. En el siguiente apartado (11) se realiza el análisis para las pérdidas relacionadas con las caídas de presión.

Las irreversibilidades de los procesos de compresión y expansión se caracterizan mediante el rendimiento isoentrópico del compresor y de la turbina respectivamente. En la figura 37 se representa la influencia que tienen dichos rendimientos sobre el rendimiento del ciclo.

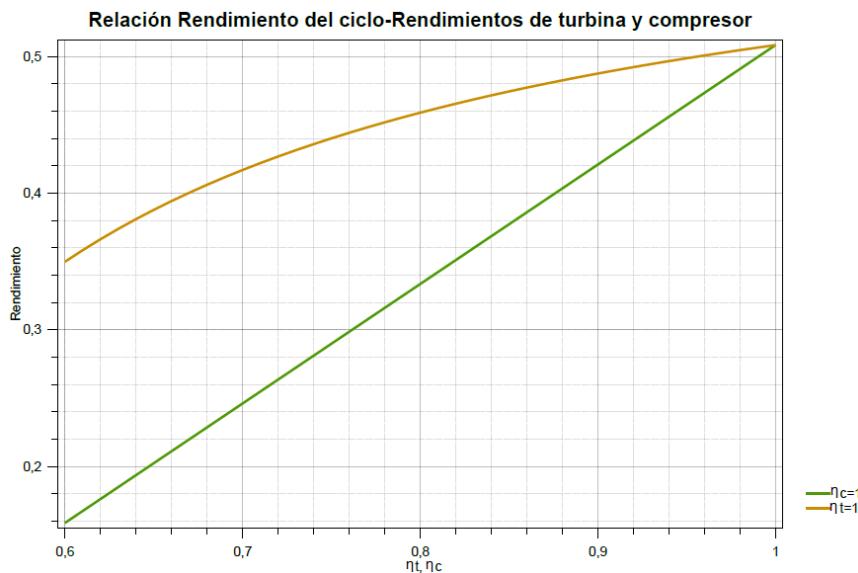


Figura 37. Influencia del rendimiento isoentrópico de compresor y de turbina sobre el rendimiento del ciclo.

En la figura 37 se observa que el rendimiento isoentrópico de la turbina produce una mayor pérdida de rendimiento global que el rendimiento isonetrópico del compresor. Al igual que se ha hecho en el apartado 3, esto se puede explicar mediante el diagrama h-s presentado en la figura 15. En dicho diagrama se indican las variaciones de entalpía que se producen en los estados 2 y 4 en un ciclo ideal y en uno con las irreversibilidades analizadas. La variación de entalpías Δh_4 es mayor que la variación Δh_2 para el mismo rendimiento isoentrópico de compresor que de turbina debido a la evolución de las isobáras en el diagrama h-s. La variación Δh_4 corresponde a la producida por las irreversibilidades de la turbina y la variación Δh_2 corresponde a la

producida por las irreversibilidades del compresor. Todo esto se puede plasmar sobre la expresión 9.

Sobre la expresión 9 y contemplando la figura 15, se deduce que se genera un incremento del numerador de dicha expresión debido a la diferencia Δh_4 , es decir, las pérdidas en la expansión generan un aumento del numerador. En cuanto al denominador de la expresión, disminuye debido a la diferencia Δh_2 , es decir, las pérdidas en la compresión generan una disminución del denominador. La diferencia entre Δh_4 y Δh_2 (expresión 16) hace que el rendimiento disminuya más debido a las irreversibilidades de la expansión que a las de compresión.

$$\begin{aligned} h_{4'} - h_4 &= \Delta h_4 > \Delta h_2 = h_{2'} - h_2 \rightarrow \\ \rightarrow 1 - \frac{h_4 - h_1}{h_3 - h_2} &> 1 - \frac{h_{4'} - h_1}{h_3 - h_{2'}} \end{aligned} \quad 16$$

Ambos rendimientos, tanto el del compresor como el de la turbina producen una disminución del rendimiento del ciclo simple con pérdidas con respecto al del ciclo simple ideal. Esto justifica por qué la curva del rendimiento de cualquier ciclo que considere pérdidas queda por debajo de la del ciclo ideal (figuras 26 y 31).

En este estudio se han considerado otros tipos de pérdidas a parte de los analizados en este apartado. Se trata de las pérdidas relacionadas con las caídas de presión y son las analizadas en el siguiente apartado.

3.4. Rendimiento respecto a las caídas de presión

En el apartado 4 queda de manifiesto que las pérdidas relacionadas con las variaciones de presión son, en relación con el resto de pérdidas consideradas, muy pequeñas. Se refiere también en dicho apartado que algunos autores las omiten en sus estudios por ser las que menos influencia tienen pero que, sin embargo, hay que tenerlas muy presentes para controlarlas puesto que no dejan de ser importantes. En el siguiente apartado se realiza el mismo análisis para el caso del rendimiento y conocer así si son igualmente pequeñas desde el punto de vista del rendimiento.

Como ya se ha mencionado en ocasiones anteriores, se consideran dos tipos de pérdidas relacionadas con las caídas de presión. El primer tipo es una caída de presión del fluido de trabajo a lo largo de la cámara de combustión y el segundo tipo se debe al hecho de que la turbina no puede, en muchas ocasiones, expulsar el fluido a la misma presión que tiene este a la entrada del ciclo y que por lo tanto no puede extraer del fluido toda la energía almacenada en forma de presión.

Ambos tipos de pérdidas y cómo caracterizarlas ha sido explicado en el anexo 1. Se aclara sin embargo de nuevo que se emplean dos formas de caracterizar dichas pérdidas. Una primera forma es mediante un término Δp_{2-3} de caída de presión a lo largo de la cámara de combustión y junto a éste, otro término Δp_{4-1} . La segunda forma es mediante la utilización de un parámetro r que relaciona la relación de compresión con la relación de expansión. Para un desarrollo más completo de estas pérdidas, consultese el anexo 1, apartado 3.

La influencia que tienen las dos pérdidas por caídas de presión sobre el rendimiento del ciclo se representan en las figuras 38 y 39. En la figura 40 se muestran las mismas pérdidas representadas mediante el parámetro r . Para el análisis de las pérdidas se emplean las figuras 38 y 39 ya que la figura 40 no muestra los dos tipos de pérdidas por separado. Lo más llamativo de las figuras 38 y 39 es que para ninguna de las dos pérdidas se observa una gran variación de rendimiento.

Normalmente las caídas Δp_{2-3} son de entre 20 y 60kPa y la presión de salida se suele situar entre 101,3 y 105 (Δp_{2-3} de entre 0 y 8,5 kPa) lo que supone una caída del rendimiento, aproximadamente, de 0,75% y de 0,5% respectivamente según las figuras 38 y 39. Dichas gráficas se han obtenido con datos típicos presentados en la tabla 1 y por lo tanto corresponden a un caso concreto de ciclo simple de turbina de gas. Lo que se pretende dando los valores anteriores es que el lector se haga una idea de, por lo menos, el orden de magnitud de las pérdidas ya que, en líneas generales, el comportamiento de todos los ciclos simples de turbina de gas se comportan de forma similar ante las pérdidas analizadas.

En la tabla 6 se presenta una comparativa de cada una de las pérdidas que tiene en cuenta el caso estudiado (tabla 1) sobre el rendimiento. Dicha comparativa permite evaluar la influencia que tiene cada una de ellas en un caso típico y determinar si existe alguna despreciable.

| Pérdida o irreversibilidad | Pérdida de rendimiento con Rendimiento del respecto al ciclo ideal (%) | ciclo (%) |
|---|--|--------------|
| Ciclo ideal | - | 50,83 |
| Rendimiento isoentrópico de turbina del 89% (Figura 37) | 9,7 | 41,13 |
| Rendimiento isoentrópico de compresor del 87% (Figura 37) | 2,9 | 47,93 |
| Caída de presión Δp de 40 kPa (Figura 38) | 0,77 | 50,06 |
| Presión de 104 kPa a la salida de la turbina (Figura 39) | 0,6 | 50,23 |
| Rendimiento del ciclo con pérdidas (considerando todas) | 13,97 | 36,86 |

Tabla 6. Influencia de cada una de las pérdidas consideradas sobre el rendimiento del ciclo

De la tabla 6 se desprende que la irreversibilidad más importante desde el punto de vista del rendimiento es la correspondiente a la expansión. La correspondiente a la compresión también cobra relevancia aunque bastante menos que la de la expansión. Las irreversibilidades de la cámara de combustión (caída de presión Δp) y la presión de salida son las que menos influyen en el rendimiento, suponiendo entre las dos una caída del 1,37%.

La necesidad de mejorar las turbinas actuales queda reforzada por lo expuesto en la tabla 3 donde se recoge que son las irreversibilidades de la turbina las más influyentes también en la disminución de trabajo desarrollado por el ciclo.

Sin embargo, no solo queda de manifiesto que las irreversibilidades asociadas a la expansión son las más relevantes sino que también se ve que, según la precisión buscada en el análisis de un ciclo simple, las pérdidas asociadas a las caídas de presión de dicho ciclo se pueden despreciar tal y como hacen ciertos autores [1, 2]. Estas pérdidas son las que menos influyen sobre el trabajo desarrollado (tabla 3) y sobre el rendimiento (tabla 6). Sin embargo, si en alguno de los análisis o estudios se desprecian u omiten, se debe ser plenamente consciente del error que se

introduce puesto que estas pérdidas, aun siendo las más pequeñas, son muy importantes en la optimización de turbinas de gas.

En este apartado han quedado analizadas todas las pérdidas que tienen efecto sobre el rendimiento y con ello, quedan totalmente analizadas las curvas de rendimiento del ciclo simple con pérdidas. A partir de aquí el estudio se centra en el análisis de las curvas de los ciclos simples o modelos que contemplan calores específicos variables.

Relación Rendimiento-Pérdidas de presión

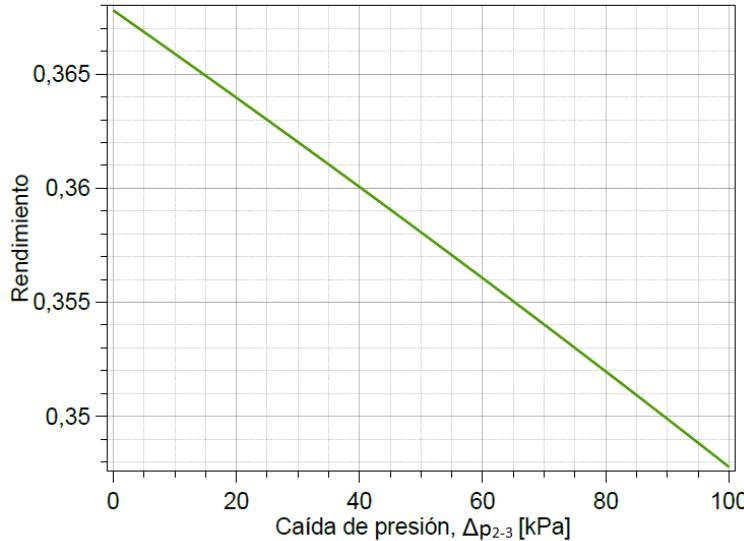


Figura 38

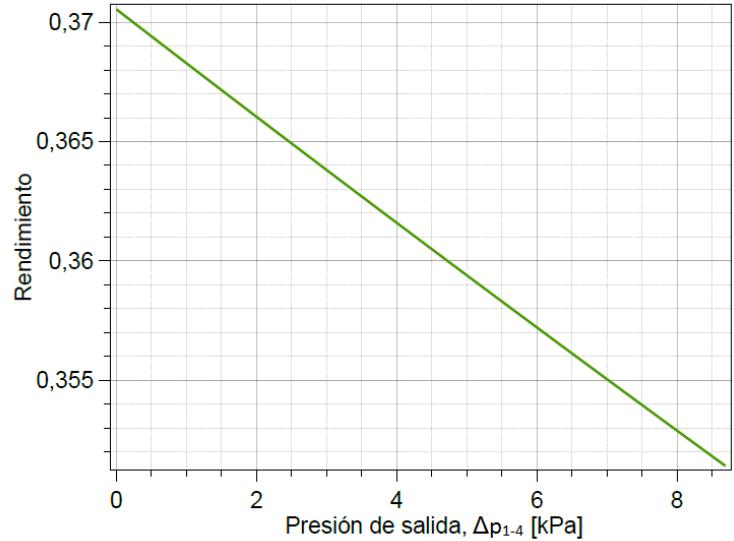


Figura 39

Figuras 38 y 39. Influencia de la caída de presión en la cámara de combustión sobre el rendimiento del ciclo (38). Influencia de la presión de salida sobre el rendimiento del ciclo (39).

Relación Rendimiento-Pérdidas de presión

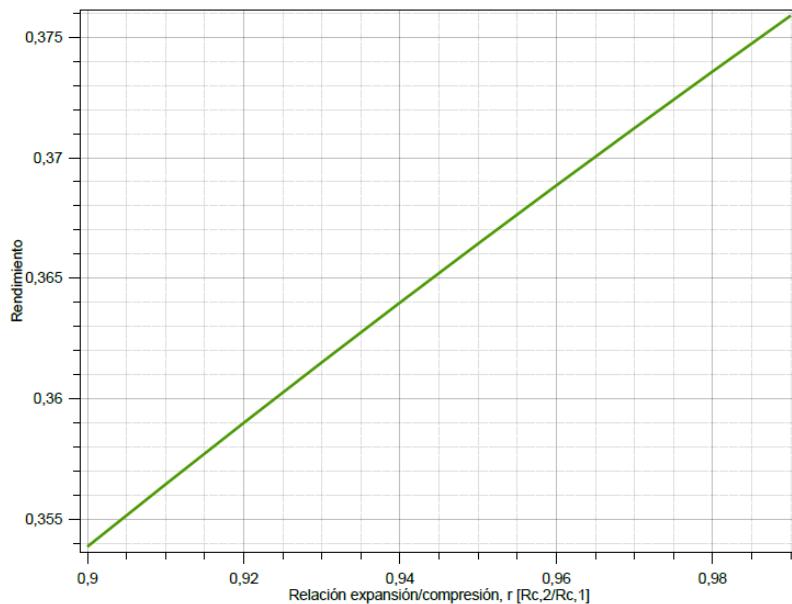


Figura 40. Rendimiento en función del parámetro r .

3.5. Rendimiento respecto al fluido de trabajo

En este apartado queda justificada la diferencia que existe entre la evolución del rendimiento de los ciclos que consideran calores específicos variables. También se estudia dicha diferencia entre dichos ciclos y los que consideran los calores específicos constantes.

El análisis es similar al llevado a cabo en el apartado 5 y por ello se deben tener muy presentes las tablas 4 y 5. En dicho apartado se ha llegado a la conclusión de que la diferencia esencial entre los diferentes ciclos con calores específicos variables reside en las diferencias de propiedades entre cada uno de los fluidos de trabajo considerados (aire, mezcla de aire y gases de combustión del octano y mezcla de aire y gases de combustión del metano) o, equivalentemente, en la energía que almacena cada uno de ellos a la salida de la cámara de combustión. El fluido de trabajo se caracteriza en este estudio mediante el calor específico c_p y la relación de calores específicos, k . La tabla 5 muestra que con un aumento de temperatura el c_p aumenta mientras que la k disminuye. Hay que analizar por lo tanto como influyen estos aumentos y disminuciones debidos a las variaciones de temperatura a lo largo del ciclo sobre las curvas del rendimiento del ciclo simple.

Para ver cómo se modifica el rendimiento con las variaciones de c_p y k se presentan las figuras 40 y 41 donde se muestran dos curvas del rendimiento (con respecto a Rc y a θ) de un ciclo simple con calores específicos constantes para diferentes valores de dichas variables.

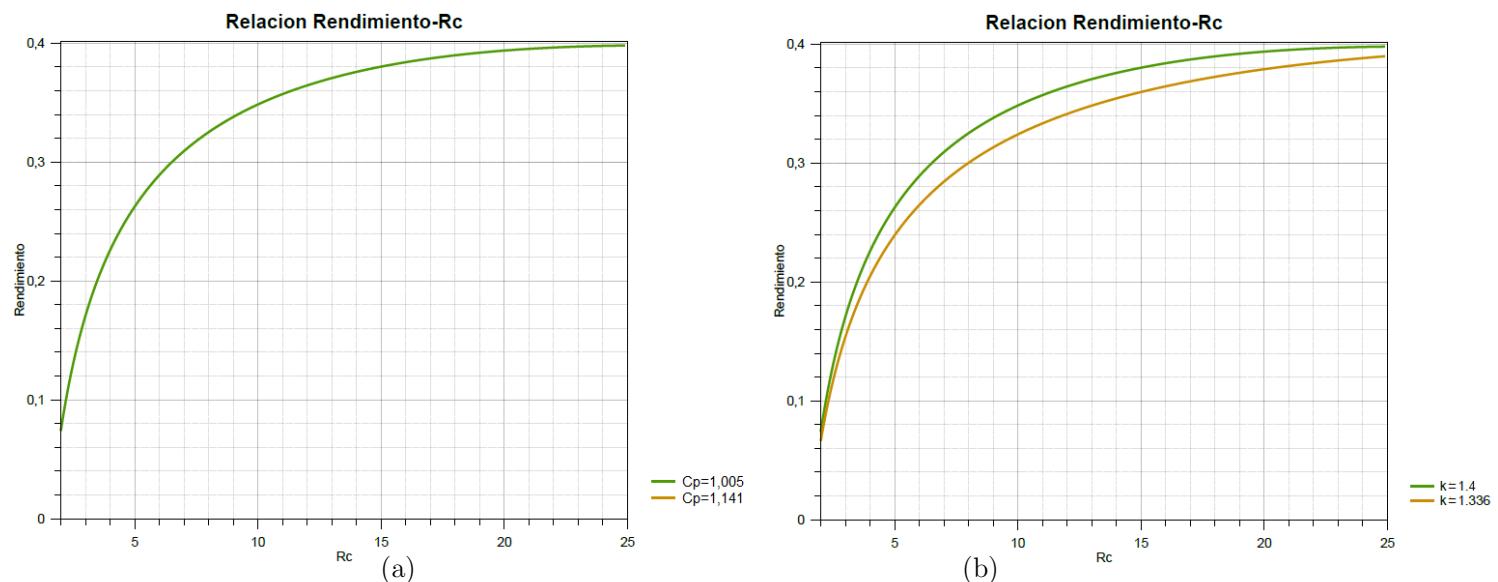


Figura 41. Curva del rendimiento con respecto a la relación de compresión de un ciclo simple con pérdidas y calores específicos constantes para dos valores de c_p (a) y para dos valores de k (b).

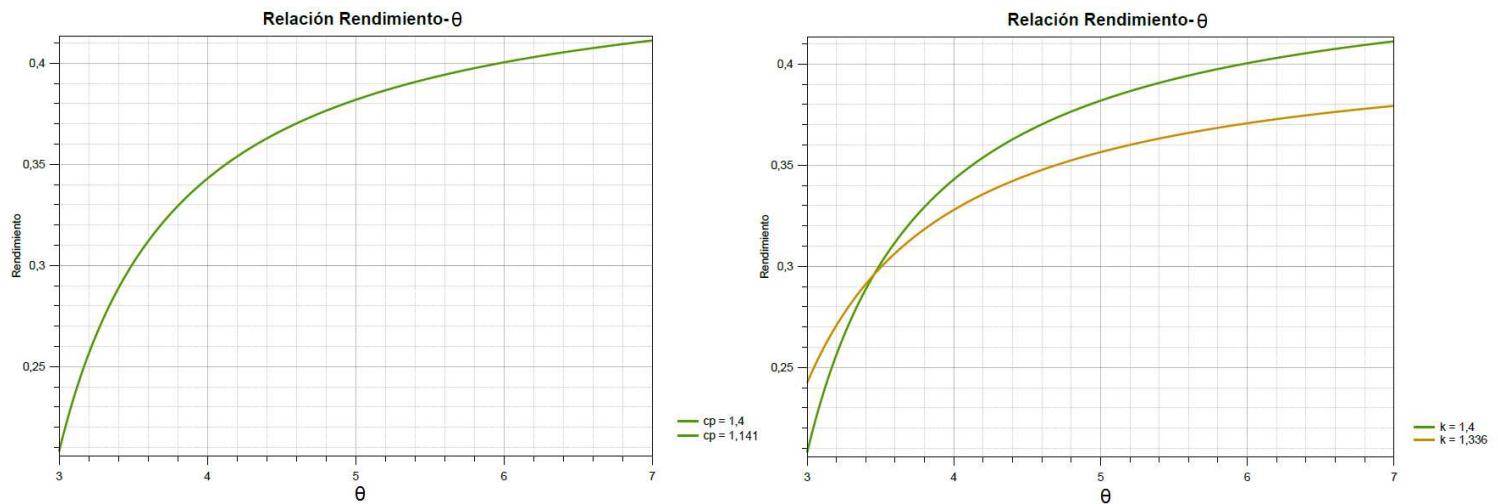


Figura 42. Curva del rendimiento con respecto a la relación de temperaturas, ϑ , de un ciclo simple con pérdidas y calores específicos constantes para dos valores de $c_p(a)$ y para dos valores de k (b).

Lo que se observa en las figuras 41 y 42 es que variaciones del calor específico, c_p , no influyen en el valor del rendimiento mientras que variaciones de la relación de calores específicos sí que influyen. Una disminución de la relación k genera una caída del rendimiento para cualquier relación de compresión y cualquier relación ϑ dentro del rango típico (tabla 1).

Del diagrama T-s de cualquier ciclo simple de turbina de gas, por ejemplo, el presentado en la figura 2, se deduce que el fluido de trabajo sufre aumentos y disminuciones de temperatura a lo largo del ciclo y con ellas, variaciones de k . Atendiendo a las figuras 40 y 41 se deduce que dichas variaciones de k , generan una pérdida de rendimiento. Queda así demostrado que cualquier ciclo que considere calores específicos variables con la temperatura, desarrolla un menor rendimiento que los ciclos que consideran calores específicos constantes (figuras 25 y 30). No obstante, en la figura 27 puede verse como, a grandes relaciones de compresión, el rendimiento del ciclo con pérdidas cae por debajo del rendimiento de los ciclos con calores específicos variables contradiciendo la conclusión obtenida. Esto se debe a que, pretendiendo mostrar claramente la tendencia de las diferentes curvas, el rango de relaciones de compresión empleado en la figura 27 es demasiado grande y se llega a una situación imposible que se explica a continuación con ayuda de la figura 43 para despejar cualquier tipo de duda.

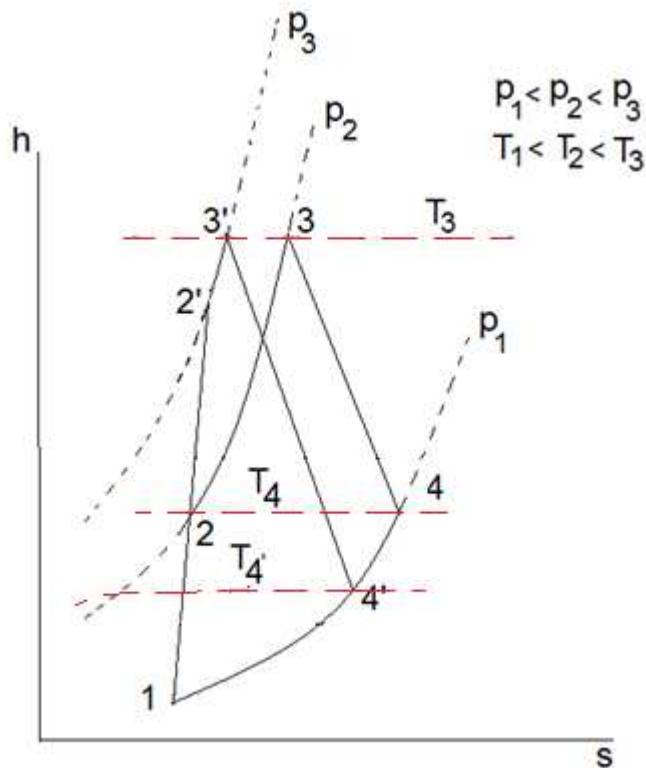


Figura 43. Diagrama h - s de un ciclo simple de turbina de gas con irreversibilidades.

En la figura 43 se ha representado el diagrama h - s de dos ciclos simples. El primero corresponde a los estados 1, 2, 3 y 4. El segundo corresponde a los estados 1, 2', 3' y 4'. Ambos ciclos se han representado con una relación de compresión muy elevada para poder justificar el por qué a grandes relaciones de compresión el rendimiento del ciclo con pérdidas cae por debajo del rendimiento de los ciclos con calores específicos variables (figura 27). Al aumentar la relación de compresión y tener fijada la temperatura T_3 , se pasa del primer ciclo al segundo, quedando la temperatura T_4 reducida hasta T_4' . Según se ha explicado, lo que provoca que los ciclos con calores específicos variables tenga un rendimiento menor que el de los ciclos con calores específicos constantes, es la disminución de k o, lo que es lo mismo, el aumento de temperatura global del ciclo (diferencia entre la temperatura de salida, T_4 , y la de entrada, T_1). Cuanto mayor es la relación de compresión, menor es la diferencia de temperaturas entre la entrada y la salida y por lo tanto menor es la caída de k . Si se sigue aumentando la relación de compresión llegaría un punto imposible en que la temperatura de salida sería más baja que la de entrada y por lo tanto en el conjunto del ciclo se produciría una caída de temperatura significando esto un aumento de la relación k y con dicho aumento, un aumento del rendimiento con respecto al del ciclo con calores específicos constantes. En la realidad este punto no puede alcanzarse pero las relaciones obtenidas y las gráficas a las que dan lugar aceptan cualquier rango de valores. Es por esto que en la figura 27 se da la contradicción mencionada anteriormente.

La explicación anterior se ha querido desarrollar para despejar cualquier tipo de duda acerca de las curvas de rendimiento y demostrar así que el análisis sigue siendo igualmente válido. Por lo tanto, se concluye que el rendimiento de un ciclo que considere calores específicos variables queda siempre, para cualquier relación de compresión y de temperaturas, por debajo del rendimiento de un ciclo que considere los calores específicos constantes.

Queda además justificar por qué el rendimiento es diferente entre los diferentes ciclos que consideran calores específicos variables (figura 27), es decir, entre el que considera únicamente aire como fluido de trabajo, el que considera una mezcla de aire y gases de combustión del metano y el que considera una mezcla de aire y gases de combustión del octano. Se muestra en detalle en la figura 44 la diferencia entre los rendimientos para dichos ciclos.

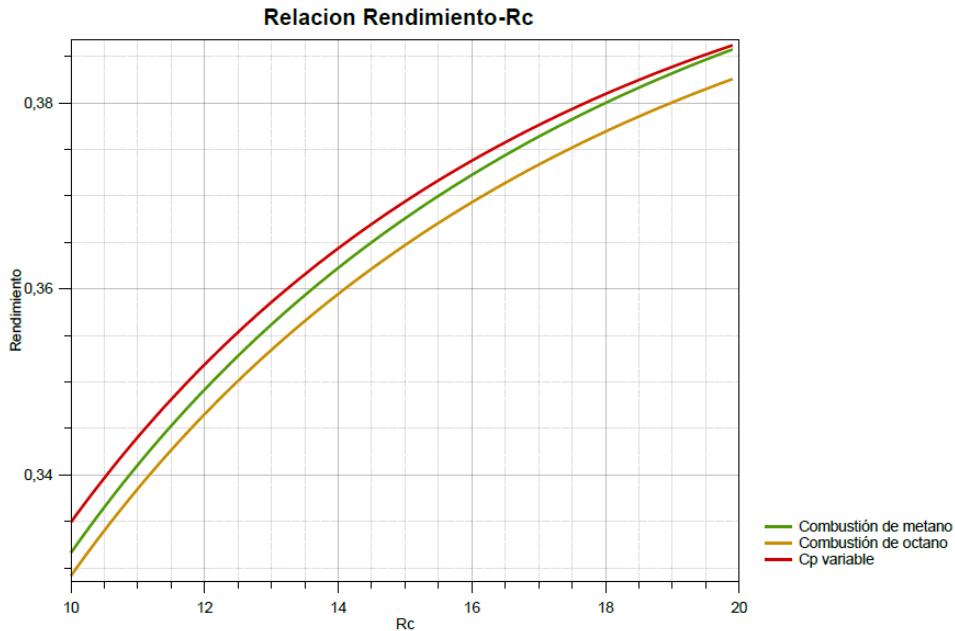


Figura 44. Rendimiento de los diferentes ciclos que consideran calores específicos variables con respecto de la relación de compresión.

Como ha sido mostrado, una disminución de la relación k genera una caída de rendimiento con respecto a los ciclos que consideran calores específicos constantes. Según la tabla 5, con una misma variación de temperaturas, las variaciones de la relación k son diferentes para cada uno de los fluidos y por lo tanto, también lo serán los rendimientos. En cualquier caso, las diferencias son muy pequeñas. De la figura 39 se deducen unas diferencias de apenas 0,2% entre los casos más distantes. Es por esto que a no ser que la precisión buscada sea muy alta, es suficientemente buena aproximación considerar aire con calores específicos variables como fluido de trabajo a lo largo de todo el ciclo para estudiar el rendimiento.

En este apartado ha quedado explicado el comportamiento que presentan las curvas del rendimiento al considerarse los calores específicos del fluido de trabajo dependientes de la temperatura. Además ha sido justificada la diferencia existente entre dichas curvas y las mismas al considerarse los calores específicos constantes. No obstante, quedan parámetros que pueden terminar de explicar con detalle el comportamiento de las curvas que consideran gases de combustión y su diferencia con las demás. Dicho estudio es el que se realiza en los siguientes apartados.

3.6. Rendimiento respecto al dosado

Con esta relación se pretende profundizar en el estudio del rendimiento en el caso de modelos que consideran una mezcla de aire y gases de combustión como fluido de trabajo del ciclo. Es en dichos ciclos donde esta relación tiene sentido puesto que en los demás no se considera ninguna combustión en la cámara y por lo tanto, no tiene sentido la introducción de ningún dosado. En su lugar, en los ciclos que no consideran la combustión, la cámara de combustión puede entenderse como un simple aporte de calor al aire.

Se considera que la mejor forma para explicar esta dependencia es el análisis en primer lugar de la figura 51 donde se muestra directamente la influencia que tiene el dosado sobre el rendimiento.

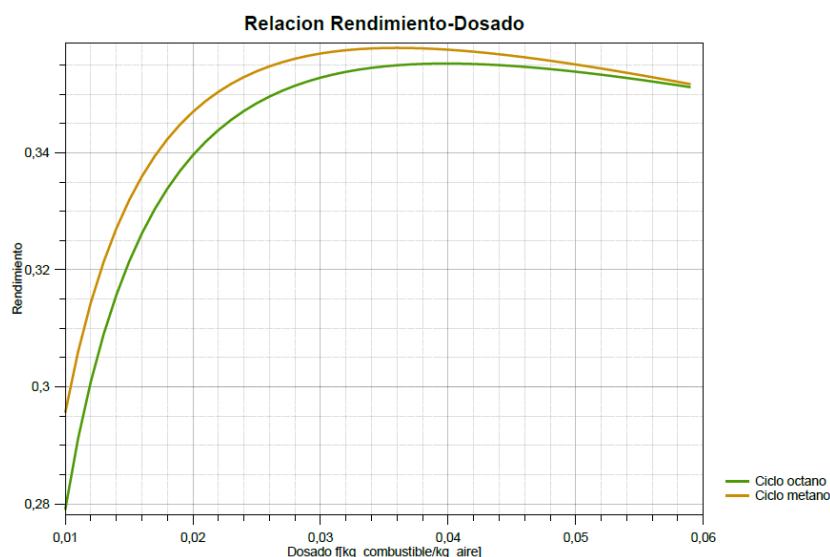


Figura 45. Rendimiento de los dos ciclos que consideran gases de combustión en función del dosado.

En las curvas para ambos combustibles se observa la misma tendencia. Conforme el dosado aumenta, es decir, conforme aumenta la cantidad de combustible por kilogramo de aire introducido al ciclo, el rendimiento aumenta. La tendencia se mantiene hasta un punto de máximo rendimiento y, si se sigue aumentando el dosado a partir de dicho punto, el rendimiento disminuye. Sin embargo, en el funcionamiento normal de una turbina de gas nunca se llega al punto máximo. Atendiendo a la figura 23.a se ve que para una temperatura de entrada razonable como pueden ser $T_2=500-600^\circ\text{C}$, y una temperatura de salida soportable por los materiales con una correcta refrigeración de $T_3=1200-1400^\circ\text{C}$, no se alcanzan dosados superiores a 0,025. Es por lo tanto prácticamente imposible llegar al máximo de las curvas presentadas en la figura 45. Además las turbinas de gas operan con unos dosados de entre 1/60 y 1/200 [1, 4] lo que dista mucho del punto máximo representado en la figura 45.

Como ocurre en el caso del trabajo específico (apartado 6), la variación del dosado equivale a la variación de la relación de temperaturas puesto que a un mayor dosado, se alcanza una mayor temperatura a la salida de la cámara de combustión para una temperatura T_2 fija, figura 23. Es por esto que la relación del rendimiento y el dosado (figura 45) sigue la misma tendencia que la relación del rendimiento y la relación de temperaturas, θ (figura 31).

El dosado es un parámetro que exige un riguroso control puesto que puede generar problemas de funcionamiento debido a que, tal y como ha sido explicado, un excesivo dosado genera temperaturas demasiado altas en ciertos puntos del ciclo (entra a la turbina). Es por esto que, aunque las curvas representan dosados de hasta $0,06 \text{ kg}_{\text{combustible}}/\text{kg}_{\text{aire}}$, en la práctica nunca se alcanza dicho funcionamiento. De nuevo las limitaciones vienen dadas por los materiales y por ello muchas de las investigaciones actuales acerca de las cámaras de combustión se centran en los materiales y técnicas de refrigeración [18]. Si habiendo alcanzado el máximo dosado admisible, se sigue necesitando un mayor rendimiento, se puede recurrir o bien al aumento de la relación θ mediante la disminución de T_2 (refrigeración) o bien mediante la búsqueda de la relación de compresión más adecuada para la relación θ con la que se trabaja (figura 34).

3.7. Rendimiento respecto al combustible empleado

Con este apartado termina el análisis exclusivo del rendimiento del ciclo simple de turbina de gas. Como se ve en diferentes apartados, las curvas de rendimiento difieren en función de cuál sea el combustible empleado (figuras 43 y 44).

Si la temperatura de salida de los gases de combustión se fija en un determinado valor independientemente del combustible empleado, la única diferencia entre los ciclos que trabajan con diferentes combustibles reside en la energía que contienen los gases a partir de la cámara de combustión. Aunque la temperatura sea la misma, los calores específicos y su relación, es decir, sus propiedades, varían entre unos gases y otros (tabla 5). Son estas diferencias las que marcan la variación de las curvas de rendimiento en función del combustible empleado.

Se ha justificado en el apartado 11 que la diferencia de calores específicos, c_p , no influye en el rendimiento del ciclo. Sin embargo, una variación de la relación k , sí que influye en el rendimiento siendo esta relación el origen de las diferencias entre las curvas. Más concretamente, la relación k produce una bajada de rendimiento al reducirse la misma. Sin embargo, no es esta la única propiedad que influye en las diferencias del rendimiento. Por ejemplo, el volumen específico del gas influye en el trabajo que se extrae de él en la turbina. En cualquier caso, son las propiedades de los gases y, más concretamente en este estudio, la relación k lo que diferencia las curvas entre ambos ciclos.

Desde el punto de vista únicamente del rendimiento siempre resulta mejor el uso de metano puesto que se obtienen curvas de rendimiento para las relaciones de compresión, R_c , de temperaturas, θ , y de dosado mayores que para el consumo de octano (figuras 30, 43 y 44). No obstante, la decisión del combustible a emplear debe de considerar otros muchos factores como, por ejemplo, trabajo desarrollado, emisiones, precio, disponibilidad, etc.

4. Relación entre el rendimiento y el trabajo específico

Habiendo estudiado en detalle dos de los parámetros más importantes que caracterizan el funcionamiento del ciclo, se van a relacionar en este apartado dichos parámetros. Esta relación permite extraer una gran cantidad de información sobre cómo se comportan los ciclos de turbina de gas. Observando la relación entre el rendimiento y el trabajo se puede conocer, con ayuda de algunas de las relaciones vistas previamente, cómo está funcionando cualquier ciclo simple y cómo podría o debería optimizarse su funcionamiento.

El rendimiento y el trabajo se relacionan mediante la relación de compresión y mediante la relación de temperaturas, θ , en la figura 46. Dicha figura corresponde a la relación para un ciclo simple ideal. Como ya se ha mencionado, el ciclo ideal muestra una aproximación más o menos acertada del comportamiento del ciclo en muchos sentidos y es por eso que la misma relación para los diferentes ciclos tiene una tendencia similar.

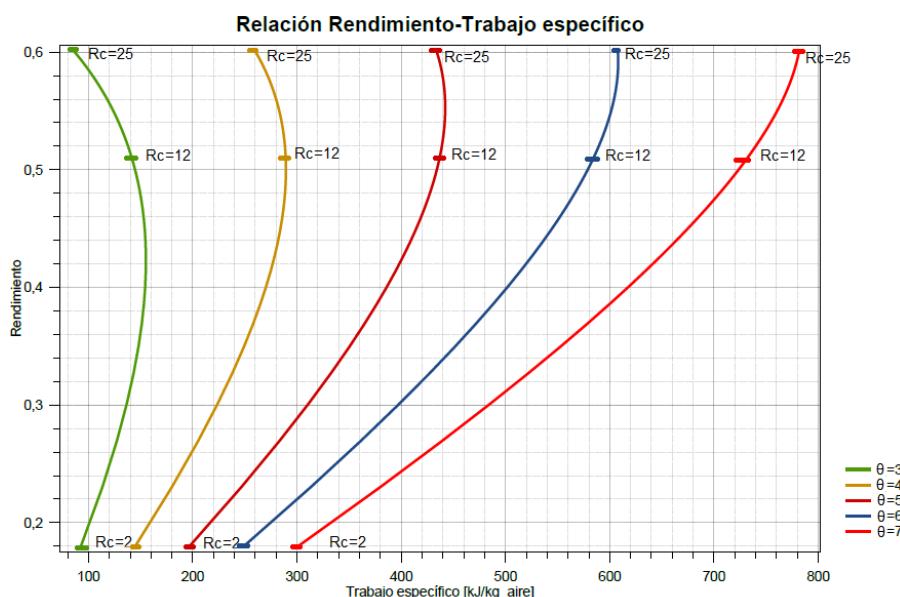


Figura 46. Relación entre el rendimiento y el trabajo específico de un ciclo simple ideal para diferentes relaciones de temperaturas, θ , y de compresión, Rc .

Como la tendencia observada en la figura 46 es similar para todos los casos, se analiza la relación y sus implicaciones empleando dicha figura y posteriormente se analizarán las posibles diferencias entre los diferentes ciclos o modelos estudiados.

Podría decirse que la relación mostrada en la figura 46 resume gran parte del estudio realizado en este anexo. En ella se ve lo analizado en el apartado 1, es decir, cómo el trabajo específico aumenta conforme lo hace la relación de compresión y posteriormente disminuye si dichas relación, Rc , sigue aumentando. También queda patente lo analizado en el apartado 2, es decir, que el trabajo específico aumenta conforme lo hace la relación de temperaturas, θ . En relación al rendimiento se observa que éste aumenta a mayores relaciones de compresión (apartado 8).

Un hecho al que no se ha hecho referencia hasta ahora es que, para desarrollar un cierto trabajo específico, el ciclo puede operar con dos rendimientos diferentes. Este hecho se ilustra en la figura 47. Además, la utilidad que puede llegar a tener esta relación se muestra a continuación con un ejemplo.

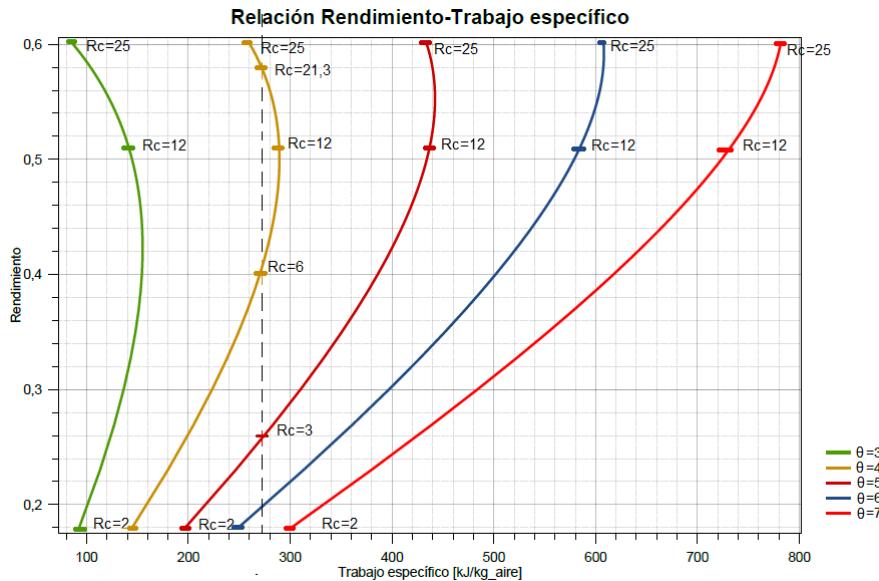


Figura 47. Relación entre el rendimiento y el trabajo específico de un ciclo simple ideal para diferentes relaciones de temperaturas, θ , y de compresión, Rc .

En la figura 47 se representa un caso en el que se desea que la turbina de gas desarrolle 270kJ/kg_{aire}. Atendiendo a la relación del rendimiento y del trabajo específico se pueden obtener unos parámetros de funcionamiento muy acertados. De las relaciones de temperaturas mostradas en la figura 47, se podría optar entre $\theta=5$ y $\theta=4$. Si se quiere obtener el trabajo con la relación $\theta=5$, la relación de compresión debería de ser $Rc=3$ y se desarrollaría un rendimiento del 26%, es decir, demasiado bajo por lo que dicha opción queda descartada. En cuanto a la relación $\theta=4$, se puede optar por dos relaciones de compresión para obtener el trabajo especificado, $Rc=6$ y $Rc=21,3$. El criterio lógico de selección de la relación de compresión más adecuada es buscar aquella que proporcione el máximo rendimiento, es decir, $Rc=21,3$. Sin embargo, puede resultar que sea una relación de compresión demasiado elevada y que no sea posible alcanzarla. En ese caso, se debería de optar por $Rc=6$.

Continuando con el ejemplo seleccionado, existe una opción más lógica para poder aumentar el rendimiento y conseguir el trabajo deseado con una relación de compresión razonable. Dicha opción es la de variar la relación de temperaturas. El hecho de que en la figura 41 se hayan representado las relaciones de temperaturas con números enteros no significa que no existan más opciones. De hecho, la relación θ puede adoptar cualquier valor permitiendo así infinitas soluciones. Se representa el mismo ejemplo en detalle con nuevas relaciones de temperaturas en la figura 48. En dicha figura se observa que para obtener el trabajo establecido se puede optar, por ejemplo, por una relación de temperaturas $\theta=3,9$ y una relación de compresión de 15 ($\eta=54\%$) o bien, si los materiales lo permiten, una relación de temperaturas $\theta=3,95$ y una relación de compresión de 18,3 ($\eta=56\%$). En definitiva, se trata de alcanzar unos valores de Rc y de θ razonables para los cuales se consiga desarrollar el trabajo requerido con un rendimiento aceptable.

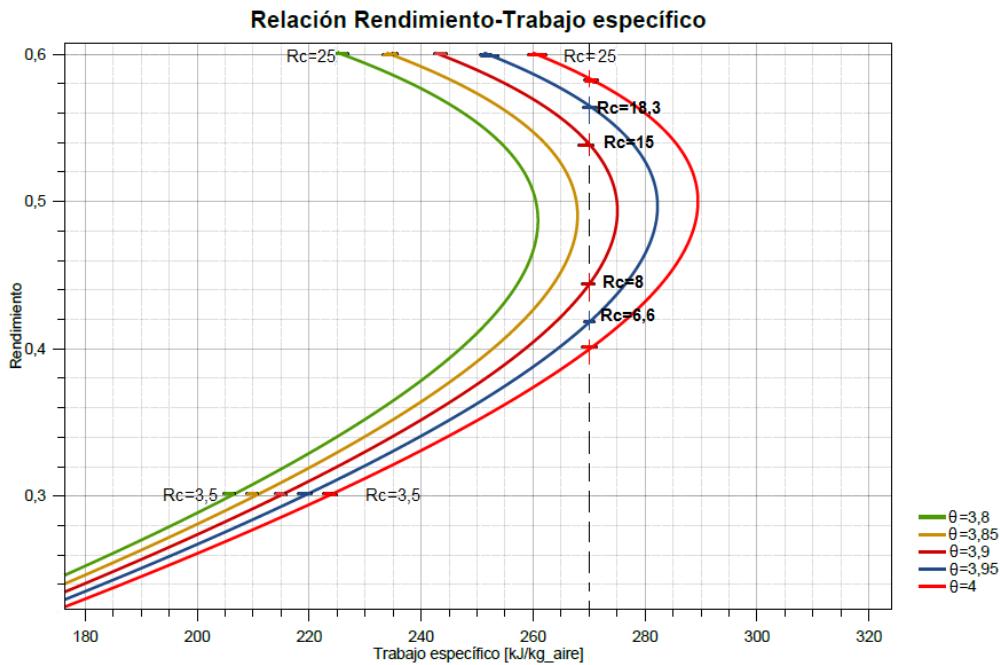


Figura 48. Relación entre el rendimiento y el trabajo específico de un ciclo simple ideal para diferentes relaciones de temperaturas, ϑ , y de compresión, Rc .

Se considera que con el ejemplo desarrollado se ha puesto de manifiesto el potencial que tiene esta relación como herramienta de diseño y desarrollo de turbinas de gas. Aunque se ha realizado el ejemplo para un caso de ciclo simple ideal, el proceso es idéntico para cualquier tipo de ciclo siempre (figuras 48 y 49).

A continuación se muestra la misma relación para los diferentes modelos estudiados de mayor a menor proximidad con el ciclo simple ideal.

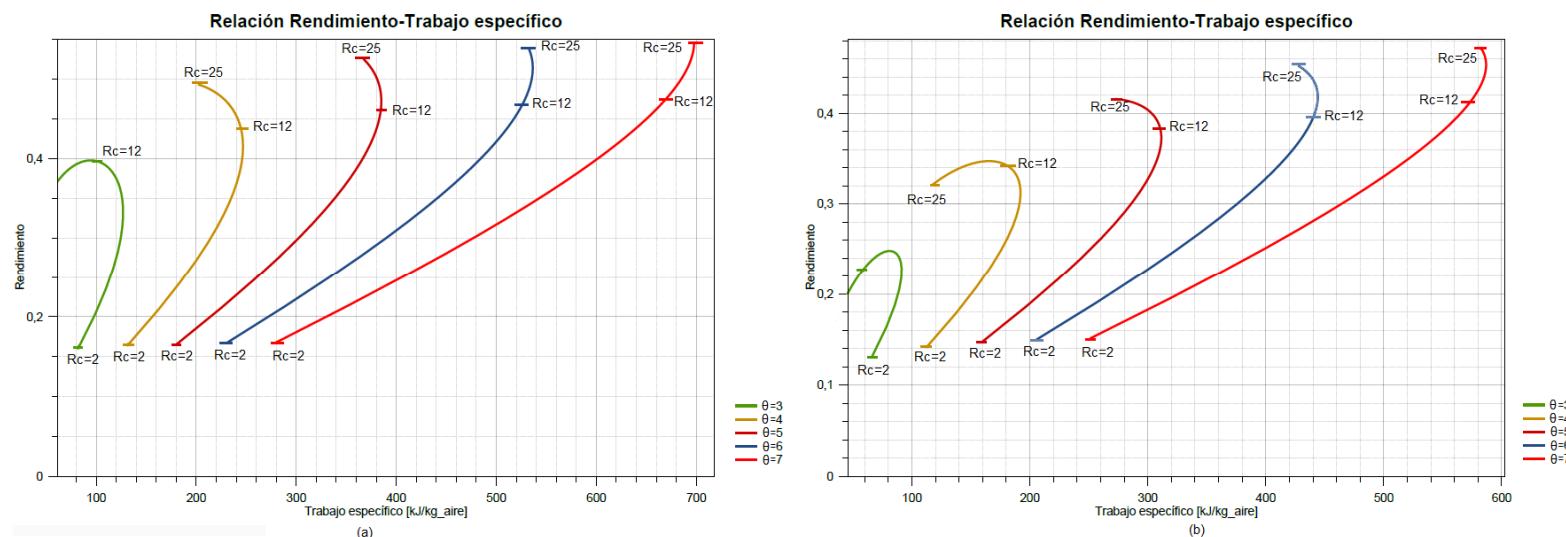


Figura 49. Relación entre el rendimiento y el trabajo específico de un ciclo simple con pequeñas irreversibilidades ($\eta_c=\eta_t=0,95$) (a) y con grandes irreversibilidades ($\eta_c=0,87$ y $\eta_t=0,95$) (b) para diferentes relaciones de temperaturas, ϑ , y de compresión, Rc .

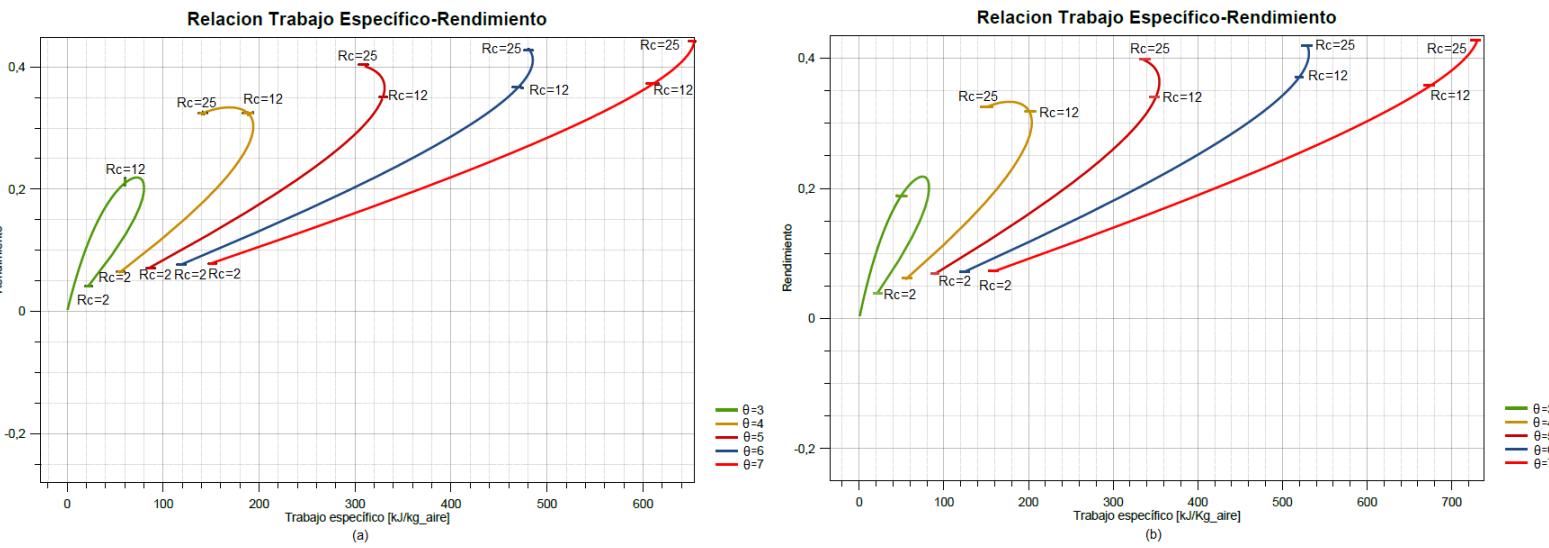


Figura 50. Relación entre el rendimiento y el trabajo específico de un ciclo simple con calores específicos variables y con aire como fluido de trabajo (a) y con gases de combustión del octano (b) para diferentes relaciones de temperaturas, ϑ , y de compresión, Rc .

La figura 49.a es la más cercana al ciclo simple ideal y la 49.b la más alejada pasando así por casi todos los tipos de ciclo simple estudiados. Las diferencias que presentan las gráficas presentadas en las figuras 48 y 49 se derivan de los estudios realizados a lo largo de todo el anexo. En el fondo son las mismas que ya se han analizado.

A modo de ejemplo y para demostrar lo que se ha dicho en el párrafo anterior, se estudia a continuación la diferencia entre la figura 49.a y la 45, es decir, entre el ciclo ideal y el ciclo con irreversibilidades. Como se ha deducido en los apartados 3 y 10, las irreversibilidades de turbina y compresor hacen disminuir tanto las curvas del rendimiento como las del trabajo desarrollado en función tanto de la relación ϑ como de la relación de compresión. Es por ello que cualquier punto de la figura 46 dado por una relación de compresión y por una relación ϑ , en la figura 49.a se desplaza hacia la esquina inferior izquierda, es decir, hacia menores rendimientos y trabajos específicos. Por ejemplo, el punto dado por $Rc=12$ y $\vartheta=4$ proporciona en un ciclo ideal (figura 46) un rendimiento del 51% y un trabajo de 290kJ/kg_{aire} mientras que el mismo punto en un ciclo con irreversibilidades (figura 49.a) proporciona un rendimiento del 44% y un trabajo de 240kJ/kg_{aire}. Si las irreversibilidades siguen aumentando, las curvas del rendimiento y del trabajo ambas con respecto a la relación de compresión y a la relación ϑ , siguen decreciendo. Por eso, en la figura 49.b (irreversibilidades mayores), el punto considerado sigue acercándose hacia la esquina inferior izquierda dando un rendimiento del 34% y un trabajo de 180kJ/kg_{aire}.

Además, cabe destacar otra diferencia entre el modelo de ciclo simple ideal y el resto de modelos analizados. Dicha diferencia es el hecho de que el único ciclo cuyo rendimiento es independiente de la relación de temperaturas es el ciclo simple ideal. Este hecho se muestra en la figura 31 y en la comparativa de las figuras 46, 48 y 49. En la figura 47 (correspondiente al ciclo ideal) El rendimiento para una misma relación de compresión se mantiene constante al variar la relación de temperaturas, es decir, se obtiene el mismo rendimiento para $Rc=12$ y $\vartheta=5$ que para $Rc=12$ y $\vartheta=4$. Esto no es así en las figuras 48 y 49 donde, para el rango mostrado, el rendimiento para una relación de compresión dada aumenta conforme lo hace la

relación de temperaturas. Esto indica nuevamente que la relación mostrada en este apartado recoge un gran número de relaciones vistas en el estudio.

Si se quiere entender las diferencias que presentan los ciclos expuestos en la figura 50 basta con estudiar el análisis realizado en los apartados correspondientes al igual que se ha hecho para explicar las diferencias que presentan los ciclos de la figura 49.

Con este apartado concluye el análisis del trabajo específico y del rendimiento, dos de los parámetros fundamentales para caracterizar el comportamiento global del ciclo simple de turbina de gas. A partir de este punto se estudian otros parámetros que, unidos a los anteriores, van a constituir un amplio y completo análisis sobre el ciclo simple de turbina de gas desde sus simplificaciones más extendidas hasta modelos muy cercanos a la realidad.

5. Relaciones relativas al consumo específico

5.1. Consumo específico respecto a la relación de compresión

El consumo específico, es decir, los gramos de combustible consumidos por unidad de potencia generada, es un parámetro muy importante ya que mide la eficiencia de una turbina para transformar el combustible en trabajo. Por lo tanto, el consumo específico tiene un comportamiento inverso al del rendimiento puesto que un alto rendimiento implica un consumo reducido, es decir, implica obtener un determinado trabajo con un consumo reducido.

El consumo de cualquier sistema siempre ha tenido gran relevancia por suponer una medida directa del coste que supone su funcionamiento. En una turbina de gas influyen una gran cantidad de factores en sus costes de operación y uno de ellos es el combustible cuyo consumo interesa siempre reducir al máximo. En la actualidad, el coste del combustible puede no suponer un gran problema pero interesa su reducción por tratarse de combustibles fósiles limitados que, tarde o temprano, van a suponer un gran coste económico. Más adelante se ve que el consumo también debe reducirse al máximo por cuestiones medioambientales ya que un mayor consumo siempre supone una mayor emisión de elementos contaminantes. Todo esto hace interesante el estudio de este parámetro de forma independiente.

El consumo específico solo se puede estudiar en los ciclos que consideran el proceso de combustión y, por lo tanto, la utilización de combustible. Los ciclos que consideran la cámara de combustión como un elemento que solo intercambia calor con el fluido y que no altera la composición del fluido de trabajo, no consumen combustible directamente ya que suponen un aporte térmico desde una fuente de energía externa.

La relación de compresión influye notablemente sobre el consumo específico tal y como se ve en la figura 51.

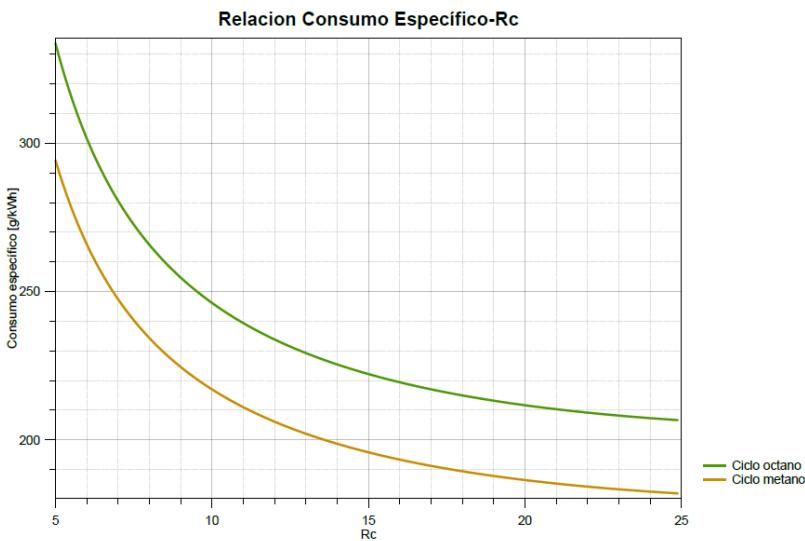


Figura 51. Relación entre el consumo específico y la relación de compresión para los dos combustibles contemplados en el estudio.

Atendiendo a la gráfica de la figura 51 está claro que lo que interesa son relaciones de compresión lo más elevadas posibles para reducir al máximo el consumo. Es decir, si por ejemplo

se quiere conseguir un cierto trabajo con un menor consumo se debe aumentar la relación de compresión. Aumentar la relación de compresión lleva asociadas una serie de consecuencias sobre varias de las variables analizadas y que se resumen en la figura 50. Según la relación de temperaturas manejada y si no se varía la misma consecuentemente, el aumento de la relación de compresión puede suponer una disminución de trabajo o, incluso, de rendimiento.

Por lo tanto, se debe tener en cuenta la evolución de varios parámetros al variar la relación de compresión para conseguir un menor consumo específico. Siempre se debe tender a un compromiso entre todas las variables y parámetros de funcionamiento teniendo en cuenta la prioridad de cada una de ellas, las limitaciones físicas y termodinámicas del ciclo, etc.

Sobre la figura 51 se observa que para una misma relación de compresión, el consumo específico al emplear octano es mayor que al emplear metano. Si se quiere, por lo tanto, llegar a consumos iguales, la relación de compresión a alcanzar por el ciclo que consume octano es sustancialmente mayor que la del ciclo que consume metano. El por qué se da dicha diferencia de funcionamiento entre ambos casos ha sido analizado en los apartados 5 y 12 y se da por la diferencia de propiedades que tiene el fluido de trabajo a la salida de la cámara de combustión. Las propiedades más influyentes son los calores específicos y el volumen específico del gas ya que dichas propiedades evalúan la energía que se puede extraer del fluido de trabajo. Según lo dicho, el fluido de trabajo resultante de la combustión de metano puede proporcionar más energía (trabajo) que el resultante de la combustión de octano. Esto refuerza la idea introducida en el apartado 14 según la cual es más favorable en muchos aspectos el consumo de metano.

En la figura 52 se demuestra que no siempre que se aumenta la relación de compresión, el consumo específico disminuye. Para realizar la gráfica de la figura 52 se han tenido en cuenta los datos de la tabla 1. En dicha figura se ve que, a partir de cierta relación de compresión, el consumo específico comienza a aumentar. Dicha relación de compresión es menor conforme disminuye la relación de temperaturas, θ . Si, por ejemplo, se tiene una relación de compresión fija y se necesita reducir el consumo, se deberá de aumentar la relación de temperaturas, θ , mediante el aumento de, por ejemplo, el dosado para aumentar T_3 o mediante una refrigeración para disminuir T_1 . Siempre que se varíe la relación de compresión o la de temperaturas conviene tener en cuenta la figura 50 ya que, a costa de reducir el consumo se puede estar reduciendo también el trabajo específico.

Por último, hay que tener en cuenta el hecho de que el rendimiento y el consumo específico siguen evoluciones inversas, figuras 34 y 52. Observando dichas figuras, se puede deducir que la relación de compresión que minimiza el consumo específico coincide con la que maximiza el rendimiento. Para comprobarlo se elabora la tabla 7 donde se comparan dichas relaciones de compresión para diferentes relaciones de temperatura.

| Relación de temperaturas | Rc de máximo rendimiento | Rc de mínimo consumo | Diferencia |
|--------------------------|--------------------------|----------------------|------------|
| 4 | 19,2 | 18,6 | 0,6 |
| 4,5 | 26,6 | 25,9 | 0,7 |
| 5 | 37,4 | 36,8 | 0,6 |
| 5,5 | 50,2 | 49,4 | 0,8 |
| 6 | 67,6 | 66,4 | 1,2 |

Tabla 6. Comparativa entre las Rc que maximizan el rendimiento y las que minimizan el consumo

Tal y como se ve en la tabla 7, las R_c son muy similares por lo que se podría llegar a concluir que la diferencia se debe a los errores cometidos por el programa, anexo 4.

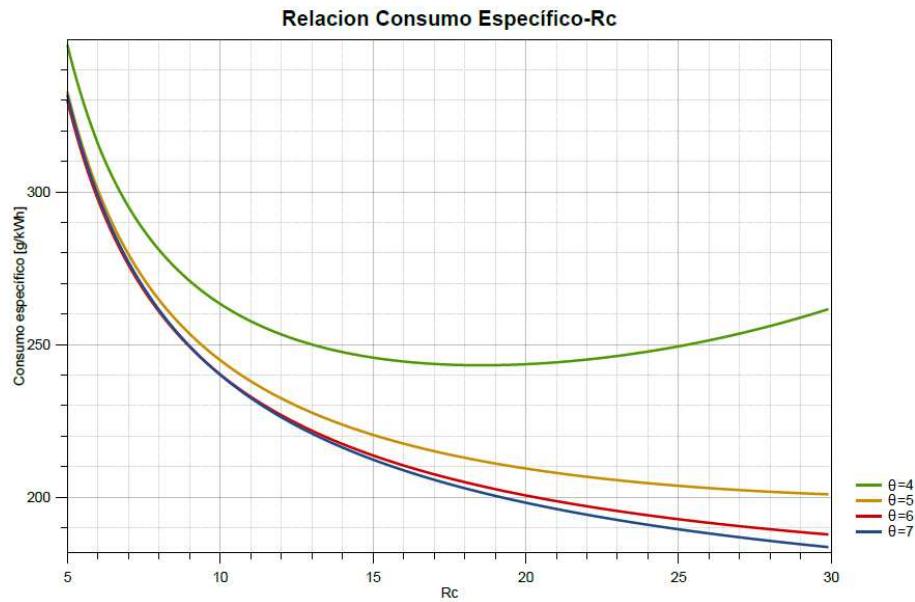


Figura 52. Relación entre el consumo específico y la relación de compresión para diferentes relaciones de temperaturas de un ciclo que consume octano.

5.2. Consumo específico respecto a la relación de temperaturas de entrada a turbina y compresor

La relación de temperaturas, θ , es otra variable que influye en gran medida sobre el consumo específico. Tal y como se ve en la figura 53, cualquier ciclo consume menos cuanto mayor sea la relación de temperaturas. Lo que puede deducirse en este apartado similar a lo expuesto en el apartado anterior. De hecho, en la figura 52 se puede ver cómo, a medida que aumenta la relación de temperaturas, θ , el consumo es menor para una misma relación de compresión. No obstante se representa la figura 53 para mostrar directamente la relación que existe entre el consumo y θ ya que de la figura 52 no se muestra la relación de forma explícita.

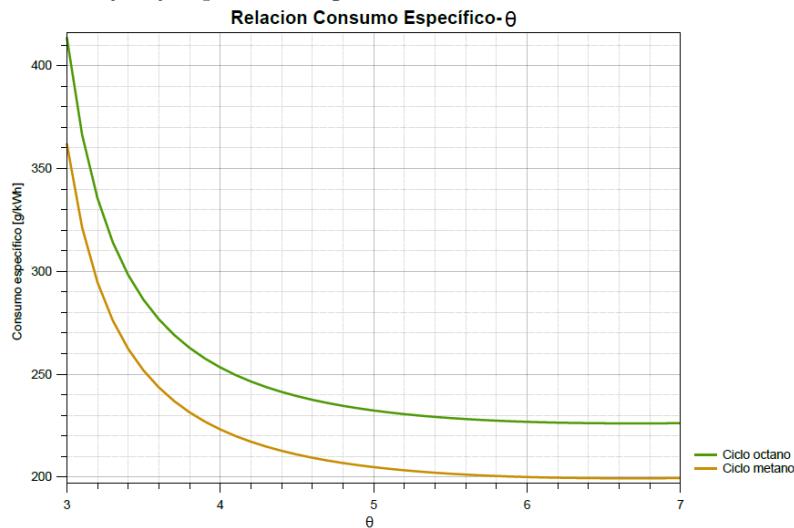


Figura 53. Relación entre el consumo específico y la relación de compresión para los dos combustibles contemplados en el estudio.

Lo más importante es que, como ya se ha mencionado, al modificar cualquier variable para aumentar o disminuir el consumo específico, se está modificando también, en la mayor parte de los casos, el rendimiento y el trabajo desarrollado (figura 50). Dichas modificaciones pueden ser favorables o no y es por ello que se deben tener muy presentes.

5.3. Consumo específico respecto al dosado

El dosado es la última variable que influye de manera notable en el consumo específico y que se analiza en el presente estudio. Al igual que ocurre en el caso de la relación de compresión (apartado 16) y de la relación de temperaturas (apartado 17), la modificación del dosado también produce variaciones que hay que vigilar tanto de trabajo específico desarrollado por el ciclo como de rendimiento.

La influencia que tiene el dosado sobre el consumo se representa en la figura 54. A priori, puede parecer lógico que el dosado debe de ser proporcional al consumo específico. Sin embargo se observa que la tendencia es la contraria, a mayor dosado, el consumo específico es menor para todo el rango de dosados típicos de turbinas de gas (1/60-1/200). La relación no es proporcional ya que, como se deduce en el anexo 1, apartado 5.4, el consumo específico está relacionado con el dosado mediante el trabajo específico (por cada kilogramo de aire). Dicho trabajo varía tanto con la relación de temperaturas (y por lo tanto con el dosado) como con la relación de compresión y no de forma lineal. Para una explicación y desarrollo más detallado de esta relación así como para una mejor comprensión de la relación mostrada en la figura 54, consultar anexo 1.

Se recuerda que al modificar el dosado para conseguir un consumo diferente, se deben vigilar otros parámetros como el trabajo y el rendimiento. Por ejemplo, si se aumenta el dosado para disminuir el consumo, se está aumentando tanto el trabajo específico desarrollado (figura 24) como el rendimiento (figura 45). Por otro lado se aumenta la temperatura T_3 , figura 23. Esto muestra que muchas variables están íntimamente relacionadas y por lo tanto exigen una cierta vigilancia al modificar cualquiera de ellas. Además, téngase en cuenta que no siempre un aumento de trabajo desarrollado puede suponer un beneficio ya que en general dicho parámetro requiere un muy buen control y el establecimiento de un valor determinado en función de la aplicación de la turbina. Este último hecho depende en gran medida de la aplicación de la turbina de gas.

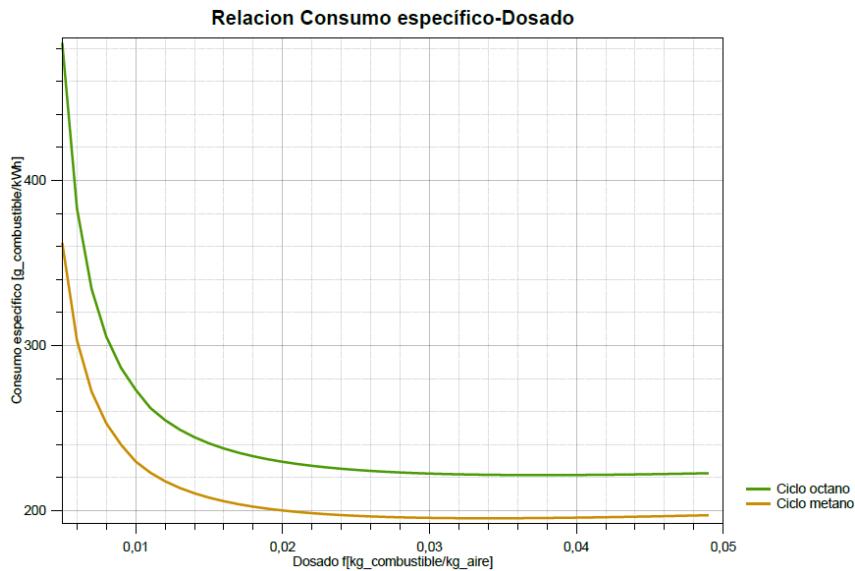


Figura 54. Relación entre el consumo específico y el dosado para los dos combustibles utilizados.

Interesa según la figura 54 aumentar el dosado lo máximo posible si se quiere reducir el consumo. Como se ha dicho en numerosas ocasiones, el aumento del dosado implica un aumento de la temperatura de los gases a la salida de la cámara de combustión, T_3 . La temperatura máxima y por lo tanto el dosado máximo, viene dado por los límites térmicos de los materiales. Esto demuestra nuevamente la importancia que tiene el desarrollo de nuevos materiales resistentes a cada vez más altas temperaturas.

Nótese que al ser equivalentes la relación de temperaturas y el dosado, tienen la misma influencia sobre los diferentes parámetros (rendimiento, trabajo y consumo). Sin embargo, se ha decidido incluir en el estudio ambas dependencias ya que no siempre un aumento de dosado implica un aumento de θ y viceversa. Por ejemplo, en el caso de emplear una refrigeración del fluido previa a la entrada al ciclo, la relación de temperaturas aumentaría sin suponer modificación alguna del dosado. Es decir, que el dosado y θ tengan el mismo efecto sobre los parámetros de funcionamiento, no implica que, aunque en muchas ocasiones estén relacionadas, tengan una dependencia estricta entre sí.

6. Relación entre el consumo específico y el trabajo específico

En los apartados anteriores se refiere que para ajustar el consumo específico puede recurirse a una variación de relación de compresión, relación de temperaturas o de dosado. Sin embargo también se menciona el hecho de que dichas variaciones influyen a su vez sobre parámetros de gran importancia como el trabajo específico o el rendimiento. Es por esto que en este apartado y en el siguiente se estudia la relación existente entre el consumo específico, el trabajo y el rendimiento para conocer mejor como están relacionados. De esta forma se puede ser más consciente de las implicaciones que tiene el aumento o disminución de un determinado parámetro de funcionamiento (el trabajo, por ejemplo) sobre otro (el consumo específico) ya que hasta este punto no han sido conectados o relacionados de forma directa sino mediante otras variables como la relación de compresión, R_c , o la de temperaturas, θ .

La figura 55 completa, por lo tanto, varios de los análisis realizados en los apartados anteriores. Queda recogido el hecho de que reduciendo el consumo específico, el trabajo específico aumenta, es decir, cualquier modificación de las variables contempladas para conseguir un mayor trabajo específico tiene como consecuencia la reducción del consumo específico. Esta implicación se puede deducir con la interpretación de algunos de los apartados anteriores pero la ventaja de presentar la figura 55 es que muestra dicha implicación de manera directa.

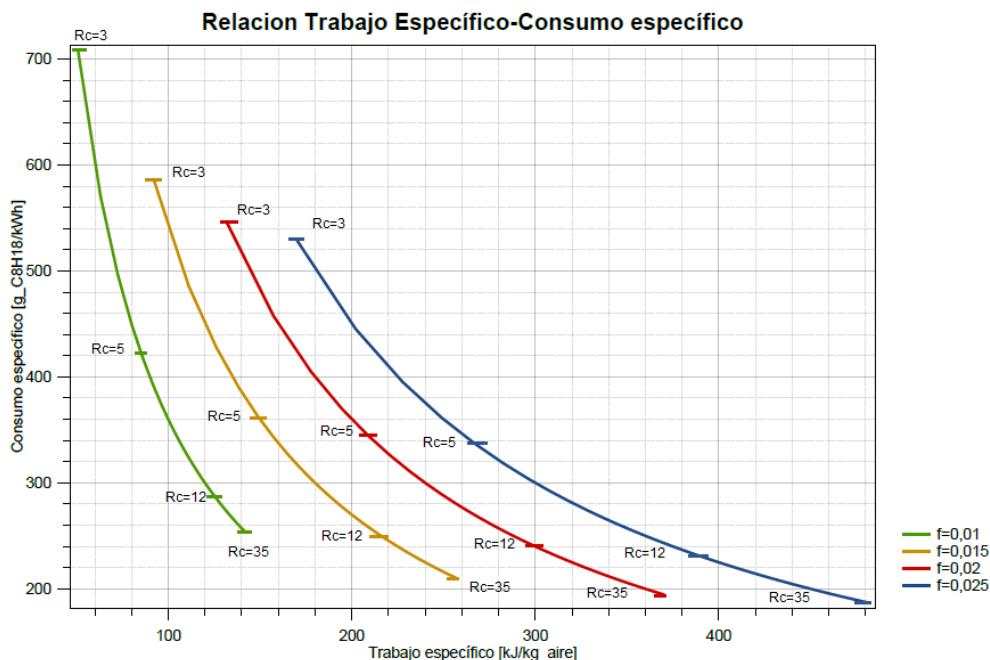


Figura 55. Relación entre el consumo específico y el trabajo desarrollado para diferentes dosados y relaciones de compresión.

Para ilustrar la comodidad y ahorro de tiempo y análisis que supone esta relación supóngase que, teniendo presente la figura 13, se desea aumentar el trabajo específico. Según dicha figura y como ya ha sido explicado en el apartado donde se presenta, se puede optar por un aumento de la relación θ o por un ajuste de la relación R_c . Imagínese entonces que se opta por un aumento de θ o, equivalentemente, de dosado para alcanzar el trabajo requerido. Una vez calculado el

aumento de dosado necesario, se debe proceder con un análisis de las implicaciones que tiene sobre otros parámetros de funcionamiento. Para saber cómo afecta al consumo específico la medida adoptada y, en general, cualquier cambio de las variables de funcionamiento, basta con observar la figura 55 según la cual el aumento de trabajo específico conduce a una disminución de consumo específico.

La figura 55 completa, por lo tanto, varios de los análisis que se han realizado en los apartados anteriores. Queda recogido el hecho de que reduciendo el consumo específico, el trabajo específico aumenta. Además queda plasmada tanto la influencia que tiene la relación de compresión como el dosado (o relación de temperaturas, θ).

Cabe mencionar el hecho de que, al ser el consumo específico una medida inversa del rendimiento, la figura 55 es, en cierto modo, la inversa de la figura 47. Como en este apartado simplemente se resumen las relaciones vistas en los anteriores, se considera que no es necesario profundizar más ya que implicaría repetir los mismos análisis.

7. Relación entre el consumo específico y el rendimiento

Se presenta este apartado para mostrar de forma explícita cómo evoluciona el rendimiento conforme lo hace el consumo específico en lugar de tener que analizar varios parámetros de forma independiente. Dicha relación se presenta en la figura 56. Tal y como se refiere en algunos de los apartados anteriores, el rendimiento y el consumo específico son variables inversas, es decir, un elevado rendimiento indica un reducido consumo específico y viceversa. Por ello, sin necesidad de ninguna gráfica ni relación se puede conocer de forma aproximada como varían la una con respecto de la otra.

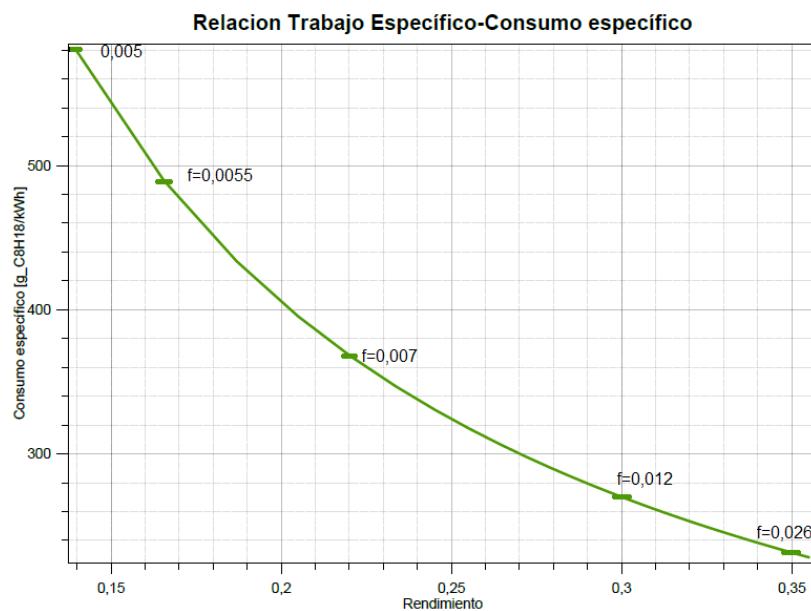


Figura 56. Relación entre el consumo específico y el rendimiento para consumo de octano.

La implicación que tiene la figura 56 es que el rendimiento aumenta a medida que se reduce el consumo específico y aumenta el dosado. De nuevo hay que tener en cuenta las implicaciones que tiene el aumento del dosado ya que significa un aumento de la temperatura T_3 cuyo valor máximo viene dado por los límites térmicos de los materiales.

La información proporcionada por relación mostrada en la figura 56 se puede conocer a partir de algunos de los análisis ya realizados. No obstante esta relación permite conocer dicha información de una manera más directa y resumida en una única relación. La información resumida en esta relación es la correspondiente al apartado 18 (figura 54) donde se muestra cómo el consumo específico disminuye a medida que aumenta el dosado y al apartado 13 (figura 45) donde queda representado el aumento del rendimiento con el aumento del dosado. Es por esto que la justificación de la evolución mostrada en la figura 56 resulta de la unión de los análisis realizados en los apartados 18 y 13 por lo que no se profundiza de nuevo en su explicación.

8. Relaciones relativas a las emisiones de CO_2

8.1. Emisiones de CO_2 respecto al dosado

Aunque el CO_2 es el contaminante que se emite en mayores cantidades hay que tener en cuenta que un ciclo de turbina de gas emite en la práctica otros gases contaminantes. Los más importantes en cuanto a peligrosidad medioambiental son los óxidos de nitrógeno (NO_x) que se generan en la combustión de cualquier combustible, el monóxido de carbono (CO), hidrocarburos sin quemar (HC), partículas y, según el combustible, óxidos de azufre (SO_x) [8, 9, 10]. No obstante, al trabajar con un exceso de aire muy elevado la combustión es prácticamente completa y no se da lugar a la generación de CO y HC en gran medida. Esto hace que en la práctica la atención se centre en los óxidos de nitrógeno y en su reducción.

El CO_2 es inevitable en la combustión de cualquier combustible fósil y, de entre todos los mencionados, es el menos peligroso aunque sigue siendo considerado como contaminante. Como todos los contaminantes, su concentración emitida debe cumplir con una normativa por lo que se deben tener muy presentes los niveles de emisión en todo momento.

El estudio de la formación y emisión de óxidos de nitrógeno y, en general, del resto de contaminantes es un proceso complicado y muchas veces basado en la experimentación por lo que se aleja en gran medida del propósito de este trabajo. Es por esto que la atención aquí se centra en el CO_2 , un contaminante que se deriva directamente de las reacciones de combustión analizadas en el anexo 1, apartado 5.

En la figura 57 se muestra el efecto que tiene el dosado sobre las emisiones de CO_2 . En dicha figura se observa que si se desea disminuir las emisiones, se debe aumentar el dosado con todo lo que ello conlleva. Es decir, si se aumenta el dosado se tendrá un aumento de la relación de temperaturas pudiendo llegar hasta valores peligrosos. Además hay que tener en cuenta que al modificar el dosado se modifican también parámetros como el rendimiento, el consumo específico o el trabajo específico.

En general, un aumento del dosado que no ponga en peligro los materiales por temperaturas excesivas, supone un funcionamiento más óptimo de la turbina puesto que como se ve a lo largo de diferentes apartados, no solo disminuye las emisiones específicas sino que disminuye también el consumo específico (figura 54) o, equivalentemente, aumenta el rendimiento (figura 45) así como el trabajo específico (figura 24). No obstante, aunque en general suponga un mejor funcionamiento, cada caso de ciclo simple implica un análisis propio.

Conviene hacer notar que unas menores emisiones específicas no suponen una menor emisión total de gases contaminantes. Es decir, si se aumenta el dosado, el trabajo desarrollado también aumenta por lo que, aunque los gramos de CO_2 emitidos por cada kWh producido disminuyan, los kWh aumentan (figura 24). Irremediablemente, siempre que se aumenta el dosado, es decir, los kilogramos de combustible introducidos, es lógico que las emisiones totales aumentan aunque las específicas disminuyan.

Para mostrar con mayor claridad lo enunciado en el párrafo anterior, imagínese que se aumenta el dosado desde 0,01 hasta 0,02, esto quiere decir que se está introduciendo al ciclo el doble de combustible. La combustión completa de un mol de combustible siempre genera los

mismos moles de CO₂ (anexo 1, apartado 5) por lo que si se duplica la cantidad de combustible, se aumenta siempre la cantidad de CO₂ independientemente del trabajo generado. En definitiva, las emisiones específicas son una medida más, al igual que el rendimiento y el consumo específico, de la optimización del combustible empleado. Nótese que las emisiones específicas y el consumo específico evolucionan de la misma manera, es decir, son proporcionales (anexo 1, apartado 5.5).

También tiene importancia el hecho de que al consumir metano se producen menos emisiones de CO₂ que al consumir octano. Esto es consecuente con todos los análisis realizados hasta este punto llegando a la conclusión de que, desde todos los puntos de vista (rendimiento, trabajo específico, consumo específico y emisiones específicas) interesa una combustión de metano por encima de una de octano. Este hecho está directamente relacionado con la cantidad de carbono presente en un mol de metano (CH₄) y en uno de octano (C₈H₁₈).

Se incide nuevamente en que para una correcta operación de un ciclo de este tipo es necesario llegar a un compromiso entre todas las variables y parámetros involucrados en su funcionamiento. Se deben de tener en cuenta límites tecnológicos, funcionales, económicos y medioambientales.

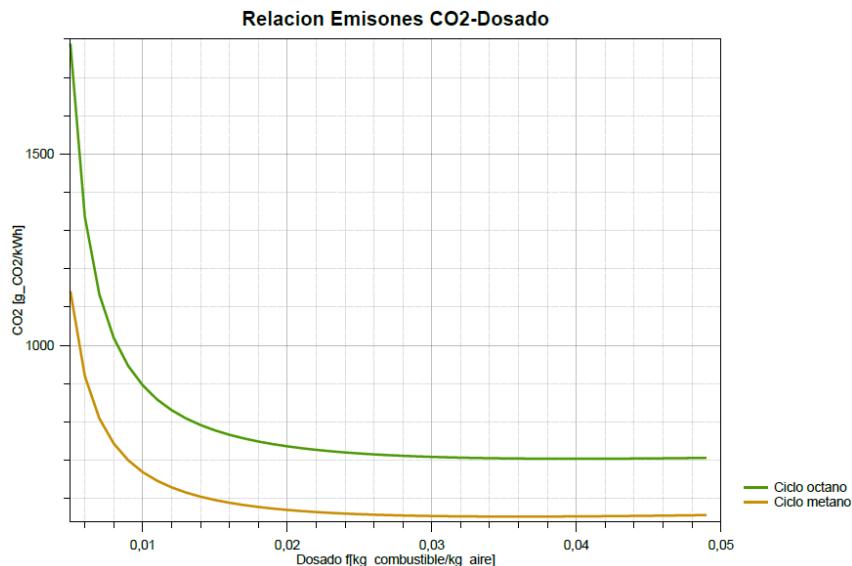


Figura 57. Emisiones de CO₂ con respecto del dosado para los dos combustibles estudiados.

Con este apartado se completa un estudio del ciclo simple de turbina de gas que se considera lo suficientemente amplio y profundo como para conocer de forma precisa su funcionamiento. Además, un entendimiento de lo analizado en este anexo y del programa desarrollado proporciona la capacidad de seleccionar los valores más adecuados para los parámetro de operación de una turbina de gas.

ANEXO 3: Coeficientes para el cálculo de propiedades termodinámicas

Tabla de contenidos del anexo 3

| | |
|---|------------|
| Apartado 1. Objeto del anexo | 149 |
| Apartado 2. Coeficientes del aire | 151 |
| Apartado 3. Coeficientes de la mezcla de aire y gases de combustión del octano | 152 |
| Apartado 4. Coeficientes de la mezcla de aire y gases de combustión del metano..... | 154 |

1. Objeto del anexo

En este anexo se realiza el cálculo de los coeficientes necesarios para resolver algunas de las ecuaciones presentadas en el anexo 1, apartados 4 y 5. Dichas ecuaciones son las necesarias para el cálculo de algunas propiedades termodinámicas de los gases como calor específico, c_p , entalpía, h , y entropía a 1 atm, s^0 (ecuaciones 1-3). Es, por lo tanto, de una importancia fundamental un correcto y preciso cálculo de estos coeficientes puesto que están presentes en gran parte de los desarrollos sobre los que se basa el estudio central de este trabajo.

$$c_p(T) = R \cdot (a_1 + a_2 \cdot T + a_3 \cdot T^2 + a_4 \cdot T^3 + a_5 \cdot T^4) \quad 1$$

$$h(T) = R \cdot T \left(a_1 + \frac{a_2 T}{2} + \frac{a_3 T^2}{3} + \frac{a_4 T^3}{4} + \frac{a_5 T^4}{5} + \frac{a_6}{T} \right) \quad 2$$

$$s^0(T) = R \cdot \left(a_1 \cdot \ln T + a_2 T + \frac{a_3 T^2}{2} + \frac{a_4 T^3}{3} + \frac{a_5 T^4}{4} + a_7 \right) \quad 3$$

En la bibliografía [1, 2, 15] es muy habitual encontrar constantes para gases elementales siendo mucho menos frecuente que los autores presenten los coeficientes correspondientes a mezclas de dichos gases elementales como pueden ser el aire o los gases de combustión manejados en este trabajo. No obstante sí que existe bibliografía que los recoge [12] aunque de forma muy limitada ya que únicamente presenta los coeficientes de gases de combustión de combustibles muy concretos. Una de las razones por las que se opta por un cálculo propio de dichos coeficientes es por la libertad y flexibilidad que permite el desarrollo de un método de cálculo para dichos coeficientes ya que esto permite obtener coeficientes para cualquier mezcla gaseosa. Así, se pueden calcular propiedades para gases de combustión de cualquier combustible y no solo de los presentes en la bibliografía.

Cada gas tiene sus propios coeficientes puesto que varían con la composición. En este trabajo se manejan mezclas de gases elementales y por lo tanto todas las propiedades mencionadas pueden calcularse mediante las expresiones 4- 6, es decir, mediante la suma de los valores de la propiedad de cada gas elemental que forma la mezcla. Mediante las expresiones 4-6 no sería necesario el cálculo de coeficientes para mezclas de gases puesto que las propiedades de la mezcla se calculan a partir de las de los gases elementales. Sin embargo, los sumatorios de las expresiones 4-6 son de complicado manejo teniendo en cuenta las expresiones 1-3. El principal motivo por el cual no se han utilizado las expresiones 4-6 es debido a que el programa desarrollado utiliza métodos iterativos en algunos de sus cálculos y mediante el uso de las expresiones 4-6, dichos métodos iterativos requieren una gran cantidad de tiempo en términos informáticos (desde 30 segundos hasta 1 minuto), ver anexo 4. Además también se consigue mayor claridad y evita errores en los desarrollos del anexo 1. No obstante se han querido presentar las expresiones 4-6 para justificar la opción elegida.

$$c_p = \sum_{i=1}^k x_i c_{pi} \quad 4$$

$$h = \sum_{i=1}^k x_i h_i \quad 5$$

$$s^0 = \sum_{i=1}^k x_i s^0_i$$

6

Donde la fracción molar se calcula con la expresión 4

$$x_i = \frac{n_i}{n}$$

7

Para calcular directamente las propiedades termodinámicas de cualquier mezcla gaseosa sin recurrir a las expresiones anteriores es necesario el cálculo de sus coeficientes. Las tres mezclas con las que se trabaja en el trabajo son las siguientes:

-Aire.

-Mezcla de aire y gases de combustión del octano.

-Mezcla de aire y gases de combustión del metano.

Como se ha referido, el método de cálculo que se presenta a continuación permite el cálculo de coeficientes para cualquier mezcla gaseosa. Se presentan en diferentes apartados los valores y el cálculo de dichos coeficientes.

2. Coeficientes del aire

Para el cálculo de los coeficientes del aire se debe tener presente la composición. Se emplea la composición proporcionada por la bibliografía técnica [15] y presentada en la tabla 1.

| Componente | % |
|----------------|--------|
| N ₂ | 78,120 |
| O ₂ | 20,946 |
| Ar | 0,9340 |

Tabla 1. Composición del aire seco.

Como la composición dada en porcentaje es equivalente a la composición molar, se puede emplear una expresión equivalente a las ecuaciones 1-3 para el cálculo de cada constante. Es decir, para la constante j , se obtiene la siguiente ecuación.

$$a^j = \sum_{i=1}^k x_i a_i^j \quad 8$$

Así, para el cálculo de, por ejemplo, la constante a_1 , se realiza la siguiente operación:

$$a_1 = 0,7812 \cdot a_1^{N_2} + 0,20946 \cdot a_1^{O_2} + 0,00934 \cdot a_1^{Ar}$$

Las constantes de todos los gases elementales se obtienen de la bibliografía técnica [15] donde se dividen dichas constantes en dos intervalos de temperatura. Aplicando la ecuación 8 a todas las constantes, se obtienen los datos de la tabla 2.

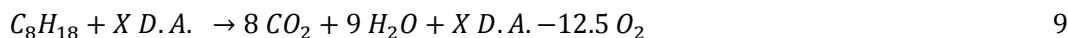
| Coeficientes para el aire | Valor (300-1000 K) | Valor (1000-5000 K) |
|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| a_1^{air} | 3,684891 | 3.005873 |
| a_2^{air} | $-1.568213 \cdot 10^{-3}$ | $1.411178 \cdot 10^{-3}$ |
| a_3^{air} | $3.867417 \cdot 10^{-6}$ | $-5.354335 \cdot 10^{-7}$ |
| a_4^{air} | $-2.501281 \cdot 10^{-9}$ | $9.725866 \cdot 10^{-11}$ |
| a_5^{air} | $4.893572 \cdot 10^{-13}$ | $-6.705288 \cdot 10^{-15}$ |
| a_6^{air} | -1058.4045 | -951.887791 |
| a_7^{air} | 2.645534 | 5.815893 |

Tabla 2. Coeficientes para el aire seco.

3. Coeficientes de la mezcla de aire y gases de combustión del octano

Siempre que es necesario el cálculo de propiedades de esta mezcla de aire y gases de combustión (anexo 1, apartado 5), se evalúa la propiedad del aire y de los gases de combustión por separado. Esta diferenciación se realiza debido a que, como se explica en el anexo 1, la proporción de aire y gases de combustión en la mezcla varía entre cada caso al modificar variables como, por ejemplo, el dosado.

Cualquier propiedad es, por lo tanto, resultado de la suma de la correspondiente al aire y a los gases de combustión. Todo el desarrollo realizado en el anexo 1, apartado 5, se referencia a 1 kmol de combustible. La reacción de combustión de dicho kmol de combustible con exceso de aire es la siguiente.



Una explicación detallada de la reacción 9 puede encontrarse en el anexo 1, apartado 5. La variable X que acompaña al aire seco (D.A.) relaciona la cantidad de aire y de gases de combustión que hay en la mezcla y, por lo tanto, es la variable que cambia entre los diferentes casos. Es por esto que se evalúan por separado las propiedades del aire y del resto de gases y posteriormente se suman. Al utilizar todos los desarrollos 1 kmol de combustible como base, se calculan los coeficientes de los productos referidos a 1 kmol de combustible, es decir, los coeficientes tienen en cuenta los moles producidos de CO_2 y H_2O y los consumidos de O_2 . Así, cualquier coeficiente j se calcula mediante la ecuación 10.

$$a^j = 8 \cdot a^j_{CO_2} + 9 \cdot a^j_{H_2O} - 12.5 \cdot a^j_{O_2} \quad 10$$

Empleado la ecuación 10, los coeficientes para los gases de combustión del octano se recogen en la tabla 3. De nuevo se diferencian dos intervalos de temperatura.

| Coeficientes para gases de Valor (300-1000 K) Valor (1000-5000 K) | | |
|---|---------------------------|----------------------------|
| a_1^{C8H18} | 8.281882 | 14.37003 |
| a_2^{C8H18} | $9.896413 \cdot 10^{-2}$ | $4.305552 \cdot 10^{-2}$ |
| a_3^{C8H18} | $-1.418841 \cdot 10^{-4}$ | $-1.526589 \cdot 10^{-5}$ |
| a_4^{C8H18} | $1.131787 \cdot 10^{-7}$ | $2.461845 \cdot 10^{-9}$ |
| a_5^{C8H18} | $-3.4067 \cdot 10^{-11}$ | $-1.478948 \cdot 10^{-13}$ |
| a_6^{C8H18} | -646198.86 | -645643.39 |
| a_7^{C8H18} | 30.2888 | 9.258667 |

Tabla 3. Coeficientes para los gases de combustión del octano.

Téngase en cuenta que para el cálculo de cualquier propiedad de la mezcla de aire y gases de combustión del octano, se debe realizar la suma del valor de la propiedad correspondiente al aire y a los gases de combustión. Por ejemplo, si se desea calcular el calor específico, se debe realizar la siguiente suma (expresión 11).

$$c_p = X \cdot R \cdot (a_1^{air} + a_2^{air} \cdot T + a_3^{air} \cdot T^2 + a_4^{air} \cdot T^3 + a_5^{air} \cdot T^4) +$$

$$+ R \cdot (a_1^{C_8H_{18}} + a_2^{C_8H_{18}} \cdot T + a_3^{C_8H_{18}} \cdot T^2 + a_4^{C_8H_{18}} \cdot T^3 + a_5^{C_8H_{18}} \cdot T^4) \left[\frac{kJ}{kmol_{C_8H_{18}} K} \right] \quad 11$$

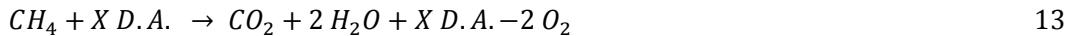
Nótese que el cálculo anterior corresponde al calor específico del fluido resultante al consumir un mol de combustible. Si se desea realizar el cálculo de cualquier propiedad por mol de fluido de trabajo en lugar de por mol de combustible, hay que tener en cuenta las fracciones molares de la mezcla (expresión 12).

$$c_p = \frac{X}{X+1} \cdot R \cdot (a_1^{air} + a_2^{air} \cdot T + a_3^{air} \cdot T^2 + a_4^{air} \cdot T^3 + a_5^{air} \cdot T^4) + \\ + \frac{1}{X+1} R \cdot (a_1^{C_8H_{18}} + a_2^{C_8H_{18}} \cdot T + a_3^{C_8H_{18}} \cdot T^2 + a_4^{C_8H_{18}} \cdot T^3 + a_5^{C_8H_{18}} \cdot T^4) \left[\frac{kJ}{kmol_{fluido\ de\ trabajo} K} \right] \quad 12$$

El proceso de cálculo del parámetro X queda recogido en el anexo 1, apartado 5.

4. Coeficientes de la mezcla de aire y gases de combustión del metano

Este apartado es equivalente al apartado 2. La única diferencia reside en la reacción de combustión.



Siendo la expresión 14 la necesaria para el cálculo de cualquiera de los coeficientes.

$$a^j = 1 \cdot a^j_{CO_2} + 2 \cdot a^j_{H_2O} - 2 \cdot a^j_{O_2} \quad 14$$

El resto del proceso es idéntico al seguido en el caso anterior y los coeficientes obtenidos se muestran en la tabla 4.

| Coeficientes para gases de combustión del octano | Valor (300-1000 K) | Valor (1000-5000 K) |
|--|----------------------------|----------------------------|
| a_1^{C8H18} | 3.045114 | 2.559207 |
| a_2^{C8H18} | $1.196271 \cdot 10^{-2}$ | $7.692801 \cdot 10^{-3}$ |
| a_3^{C8H18} | $-1.650495 \cdot 10^{-5}$ | $-2.557121 \cdot 10^{-6}$ |
| a_4^{C8H18} | $1.375965 \cdot 10^{-8}$ | $3.923112 \cdot 10^{-10}$ |
| a_5^{C8H18} | $-4.197775 \cdot 10^{-12}$ | $-2.244566 \cdot 10^{-14}$ |
| a_6^{C8H18} | -106814.801 | -106336.447 |
| a_7^{C8H18} | 1.475922 | 5.540389 |

Tabla 4. Coeficientes para los gases de combustión del metano.

ANEXO 4: Programa desarrollado

Tabla de contenidos del anexo 3

| | |
|--|------------|
| Apartado 1. Generalidades | 157 |
| Apartado 2. Estructura y manejo..... | 158 |
| Apartado 3. Funcionamiento interno | 165 |
| 3.1. Ecuaciones simples..... | 165 |
| 3.2. Ecuaciones especiales | 168 |
| Apartado 4. Limitaciones y rendimiento..... | 174 |
| Apartado 5. Proyección de futuro | 177 |

Una de las partes más importantes del trabajo llevado a cabo es el programa desarrollado puesto que todo el estudio se fundamenta en sus resultados. Si se quiere realizar un estudio lo suficientemente preciso, riguroso y completo, el programa debe de ser potente, versátil e intuitivo. En este anexo se trata de hacer entender el funcionamiento del programa, sus características, su manejo y su aspecto sin entrar en la programación y su código puesto que se entiende que no tienen sentido en este texto.

1. Generalidades

Se trata de una aplicación desarrollada en Microsoft Visual Studio, un entorno de desarrollo para Windows que permite implementar aplicaciones en varios lenguajes de programación. Se ha considerado el lenguaje C# como uno de los más flexibles, con mayor proyección de futuro y más adecuado para la aplicación necesaria. La versión utilizada ha sido Visual Studio 2015.

Se ha pretendido que la aplicación sea lo más intuitiva posible para una fácil comprensión por parte del usuario. No obstante, como se verá más adelante, se incluye en el programa una sección de "Ayuda" que proporciona una guía de uso básica. La estructura del programa se muestra en el apartado "Estructura y manejo". Además, la programación que se ha llevado a cabo permite hacer extensivo dicho programa al análisis de ciclos más complejos como pueden ser los ciclos regenerativos, con refrigeraciones intermedias, recalentamientos, etc. Dicha posibilidad de ampliación en un futuro se incluye en el apartado "Proyección de futuro".

Todos los cálculos realizados por el programa para la generación de las diferentes gráficas han sido comprobados tanto mediante gráficas, tablas y ejemplos presentes en la bibliografía [1, 2, 15] como mediante el cálculo manual. No obstante, existen métodos de cálculo empleados en el programa a los que hay que prestar especial atención y que se exponen en el apartado "Funcionamiento interno". En dicho apartado también se explica el proceso de cálculo general que siguen todas las relaciones.

Además, en toda aplicación informática, es necesario un estudio del rendimiento que se ha alcanzado. Es decir, al trabajar con cierta cantidad de datos y operaciones más o menos complicadas, la aplicación invierte en su procesado una cantidad de tiempo apreciable que se ha tratado de optimizar al máximo mediante diferentes técnicas. Además, el programa tiene ciertas limitaciones a tener en cuenta. Este análisis se presenta en el apartado "Limitaciones y rendimiento".

2. Estructura y manejo

Al tratarse de una aplicación tan intuitiva, su estructura es muy sencilla y se incluye en el mismo apartado tanto la estructura como el manejo del programa, que se van explicando conjuntamente. En cuanto a la estructura del programa, el objetivo principal ha sido conseguir una aplicación fácilmente manejable por cualquier tipo de usuario con cierta idea de las turbinas de gas. Al iniciar la aplicación se presenta la pantalla de inicio, figura 1.

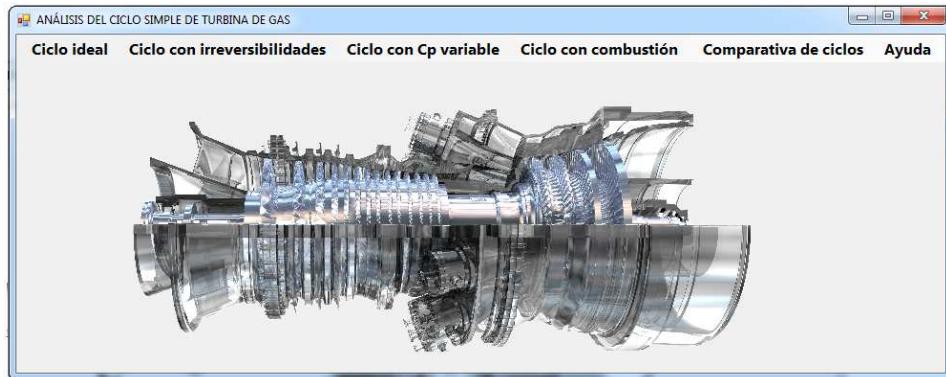


Figura 1. Pantalla de inicio.

Se muestran directamente en la pantalla de inicio los apartados correspondientes a los cuatro modelos contemplados en el estudio, de menor a mayor proximidad al comportamiento real del ciclo simple de turbina de gas. Además, se incluye un apartado para hacer más fácil la comparativa de ciclos y un último apartado de ayuda donde se dan indicaciones básicas del funcionamiento de la aplicación.

Para saber cómo se organizan las relaciones en los diferentes apartados, hay que tener en cuenta los parámetros que se han elegido para caracterizar el comportamiento global del ciclo: trabajo específico, rendimiento, consumo específico y emisiones específicas de CO₂. En cada uno de los apartados, las relaciones se organizan según el parámetro sobre el que se quiere estudiar la influencia, figura 2. Por ejemplo, si se quiere estudiar la relación que tiene la relación de compresión sobre el rendimiento en un modelo de calores específicos variables, se emplea la ruta mostrada en la figura 2.

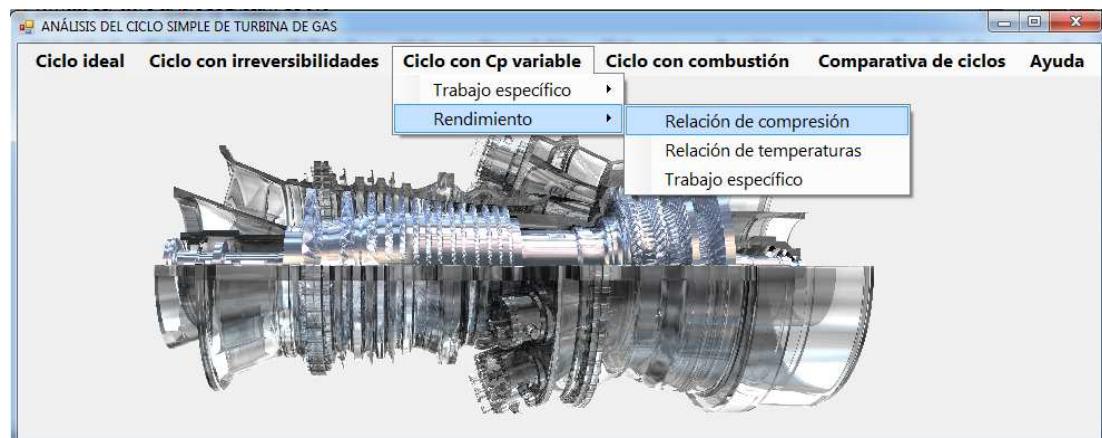


Figura 2. Ruta para obtener la relación Rendimiento-Rc.

En el caso de querer estudiar la relación entre dos de los parámetros que caracterizan el funcionamiento del ciclo, se puede acceder a dicha relación desde cualquiera de los dos parámetros. Por ejemplo, para estudiar la relación entre el trabajo y el rendimiento de un ciclo simple ideal, se puede optar por la ruta "Ciclo ideal → Rendimiento → Trabajo específico" o por la ruta Ciclo ideal → Trabajo específico → Rendimiento".

El apartado "Comparativa de ciclos" permite obtener la misma relación para todos los ciclos o modelos considerados para poder evaluar cómodamente sus diferencias.

Al acceder a cualquiera de las relaciones aparece una pantalla como la presentada en la figura 3. En dicha pantalla se pide al usuario los datos necesarios para el cálculo. En todos los casos se indican las unidades en las que se deben de proporcionar a no ser que sean variables adimensionales como es el caso de la relación de temperaturas, θ , o de la relación de compresión, Rc . Además, en algunas ocasiones se solicita la introducción de datos de una u otra manera como es el caso de las pérdidas por caídas de presión en cuyo caso, si se quieren incluir, hay que seleccionar en qué forma se desean introducir. Todo esto queda plasmado en la figura 3.

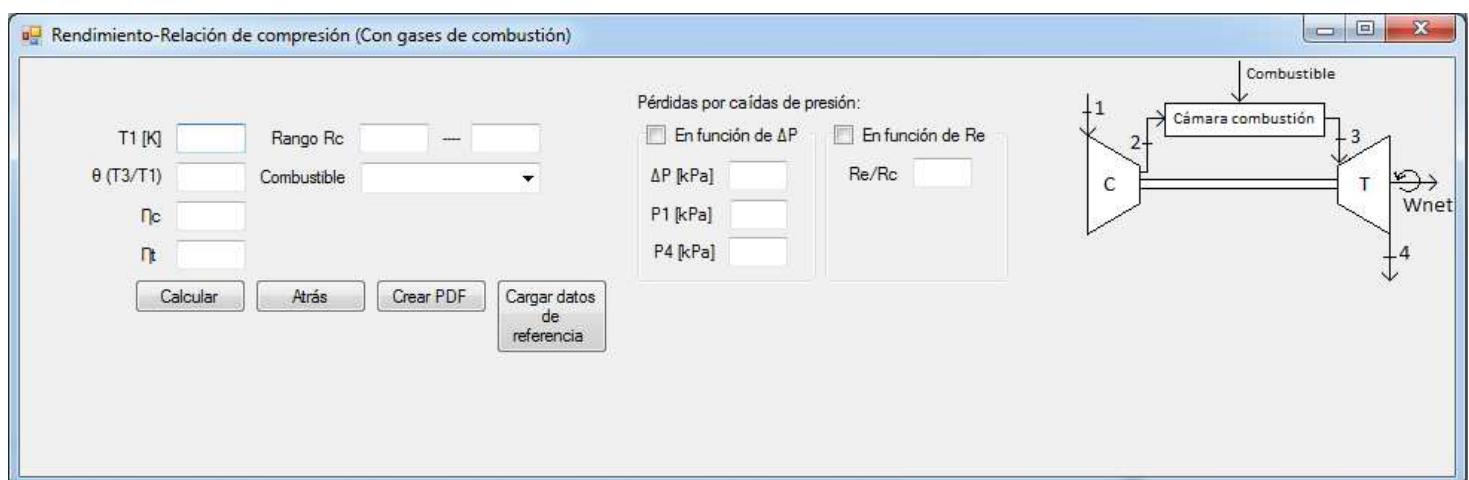


Figura 3. Pantalla para calcular la relación Rendimiento- Rc .

Además de la solicitud de datos, la pantalla correspondiente a cualquier relación incluye un esquema del ciclo simple de turbina de gas objeto de estudio para indicar los estados a los que hacen referencia los datos solicitados.

Se incluyen en todas las pantallas cuatro botones que se explican a continuación.

-Calcular: Tras la introducción de todos los datos necesarios, el botón "Calcular" sirve para graficar la relación según dichos datos. Si falta algún dato imprescindible o si se ha introducido un dato erróneo, se muestra un mensaje de error.

-Atrás: Al presionarlo se cierra la pantalla y devuelve al usuario a la pantalla de inicio.

-Crear PDF: Exporta la gráfica creada a un archivo PDF para que su uso sea más cómodo. Una vez se ha obtenido el PDF correspondiente a cualquier relación, se puede guardar cómodamente o convertir en cualquier otro tipo de archivo. Si se presiona el botón sin haber creado previamente una gráfica, se muestra un mensaje de error.

-Cargar datos de referencia: Al pulsar este botón, los campos son rellenados automáticamente con datos de funcionamiento típicos. De esta forma el usuario puede tener una orientación en caso de no conocer el rango normal de cualquiera de las variables. Además, permite la generación rápida de gráficas sin tener que llenar todos los campos manualmente.

Al llenar los campos necesarios y calcular la gráfica correspondiente a cualquier relación, la pantalla de la figura 3 se convierte en la mostrada en la figura 4.

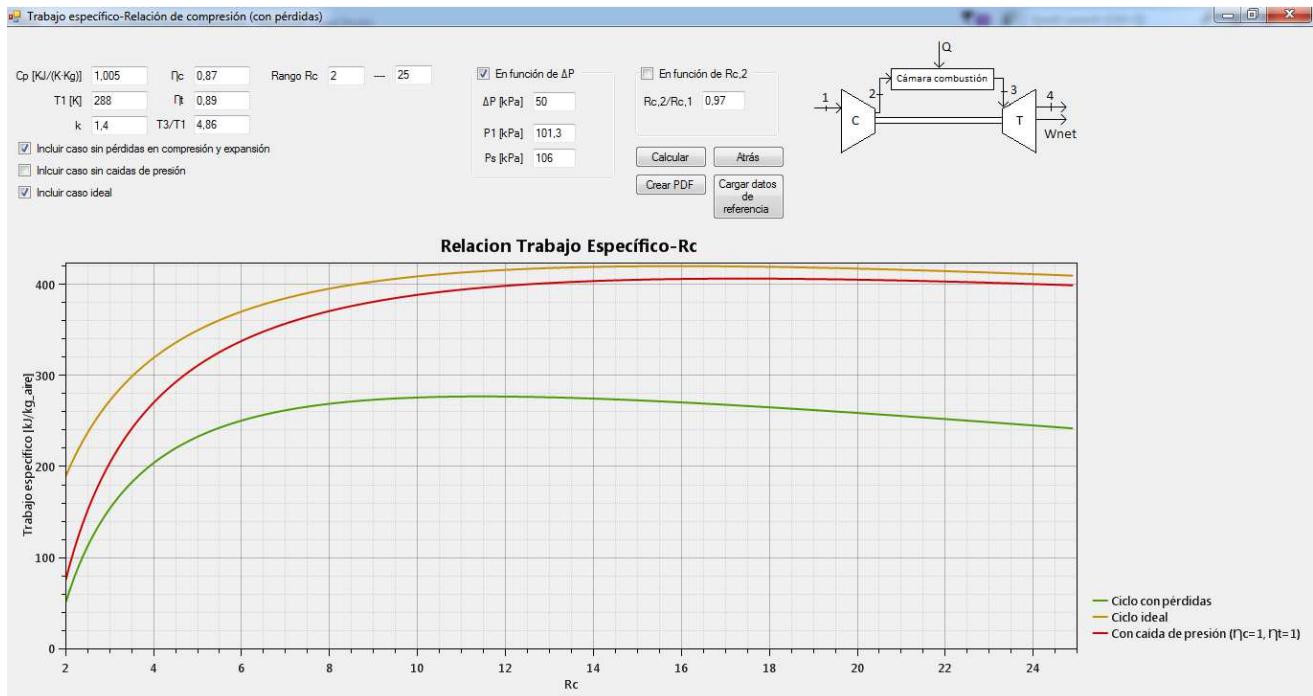


Figura 4. Pantalla presentada al calcular la relación Trabajo específico- R_c para un ciclo con irreversibilidades.

La gráfica se muestra en la misma pantalla que los datos introducidos. Se presentan los ejes siempre con las unidades empleadas (a no ser que se trate de variables adimensionales) y siempre que se presenten varias curvas se incluye una leyenda identificativa. Se ha tratado de elaborar gráficas lo más versátiles posibles para facilitar al usuario la toma de datos incluyendo diferentes funcionalidades explicadas a continuación.

Etiqueta móvil: esta función permite al usuario hacer clic sobre cualquier punto de las curvas y le muestra en una etiqueta las coordenadas de dicho punto, figura 5. Esto permite identificar rápidamente los máximos, los mínimos y los puntos más interesantes de cualquier curva. Se ha denominado a la función etiqueta móvil porque la etiqueta se mueve a medida que el usuario desplaza el cursor.

Zoom: las gráficas permiten acercar o alejar las curvas para observar con detalle zonas interesantes, figura 6.a, a la vez que se realiza un autoescalado automático de los ejes para obtener toda la precisión deseada. El zoom mencionado se realiza con la ruleta del ratón sobre la zona de la gráfica deseada. También se puede realizar una modificación de los ejes, es decir, modificar su escala sin más que utilizar la ruleta del ratón sobre el eje correspondiente, figura 6.b.

El autocompletado y el exportado a PDF también son funcionalidades que ya han sido explicadas junto con el resto de botones.

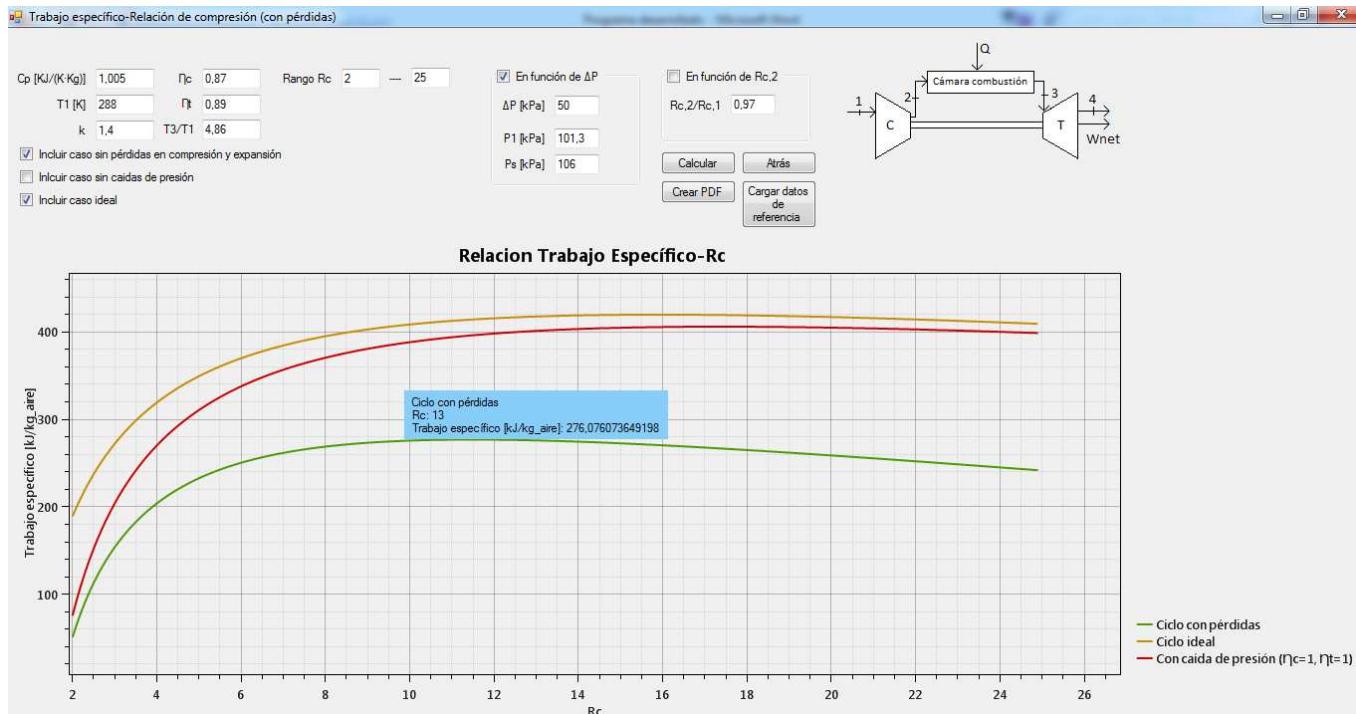


Figura 5. Función de "Etiqueta móvil".

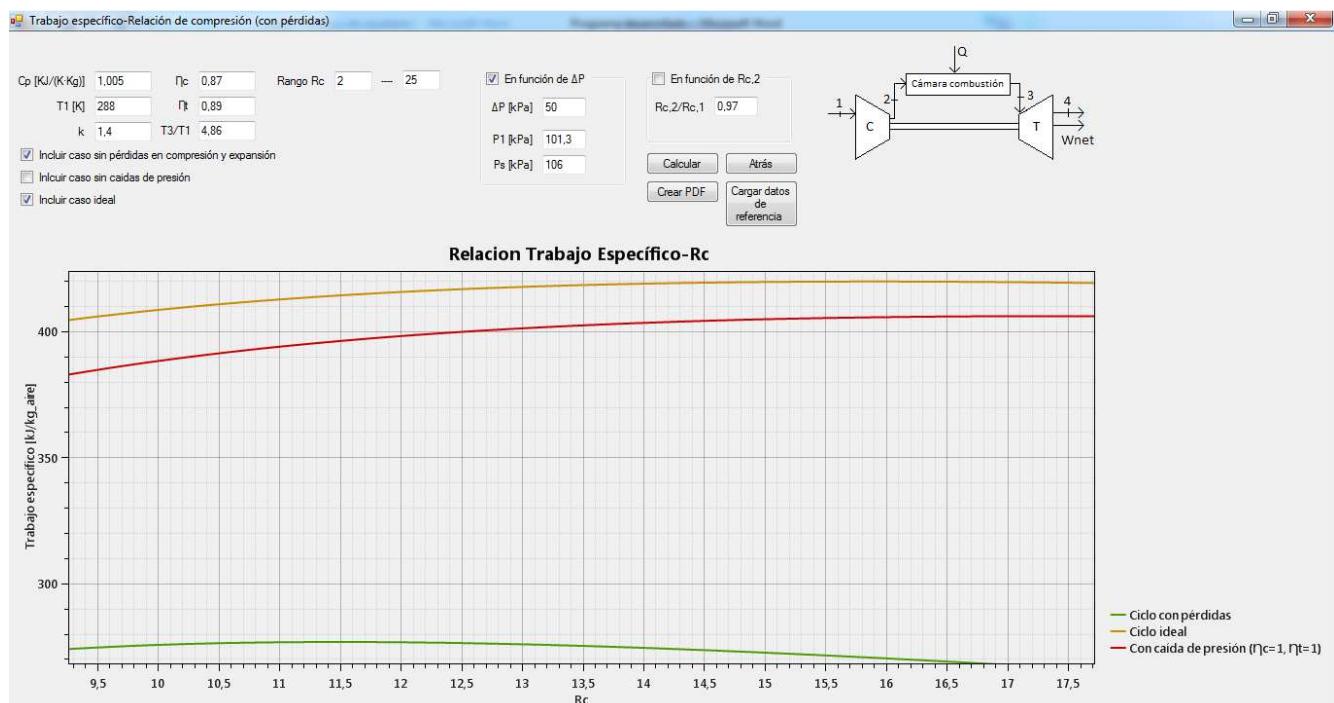


Figura 6.a. Función de zoom y autoescalado de los ejes.

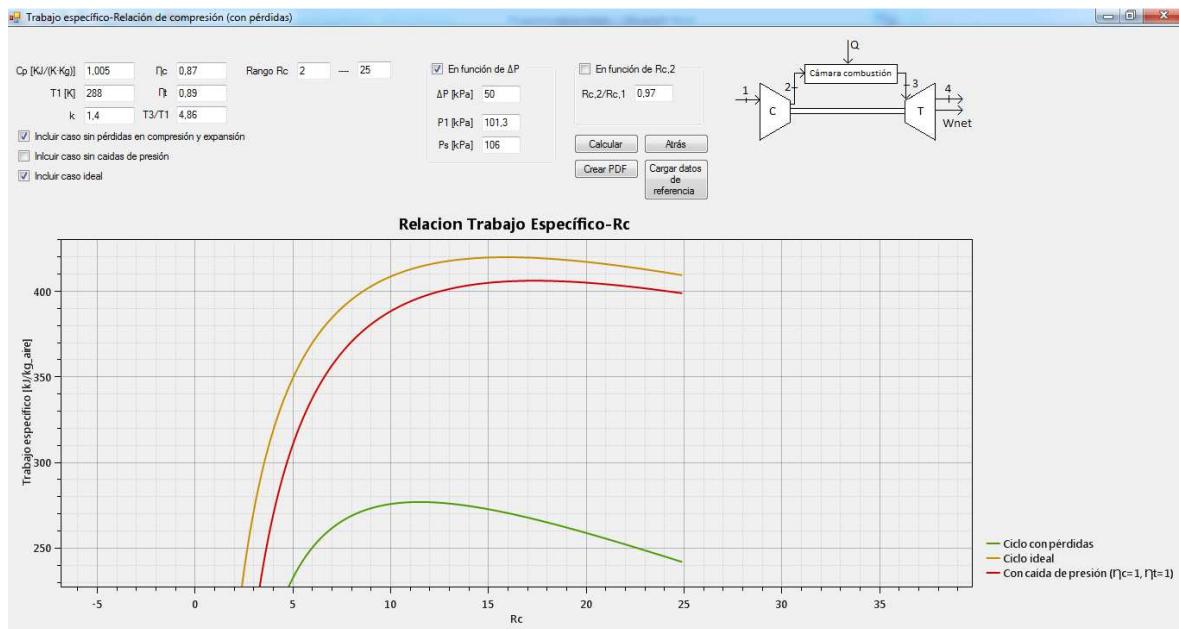


Figura 6.b. Función de escalado manual de los ejes.

En cuanto a la función de zoom, también se ha implementado la opción de ampliar una determinada área del gráfico. En la figura 6.c se muestra la gráfica original con el área que se desea ampliar seleccionada y en la figura 6.d se muestra el zoom aplicado a dicha área.



Figura 6.c. Función de ampliación de una determinada área.

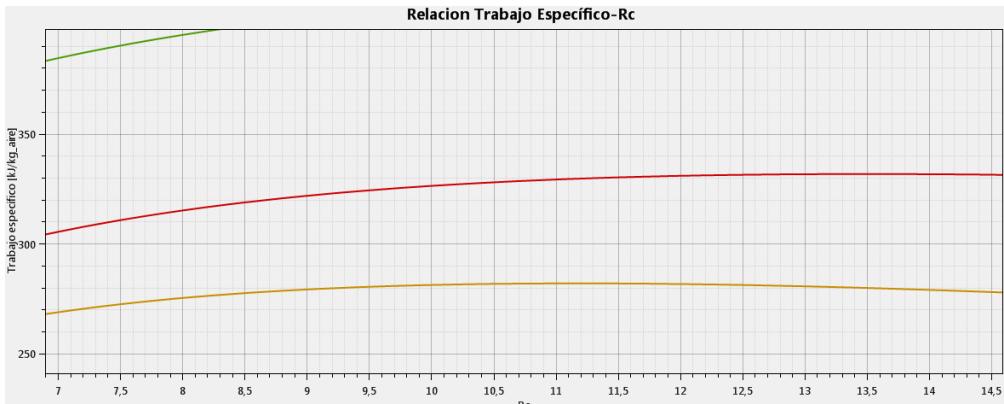


Figura 6.d. Función de ampliación de una determinada área.

Con estas funcionalidades se entiende que el usuario puede realizar una toma de datos con suficiente precisión. Además, la función de crear PDF permite la generación de gráficas con las etiquetas y la escala de ejes seleccionada. Los archivos PDF generados por la aplicación son como el mostrado en la figura 7.

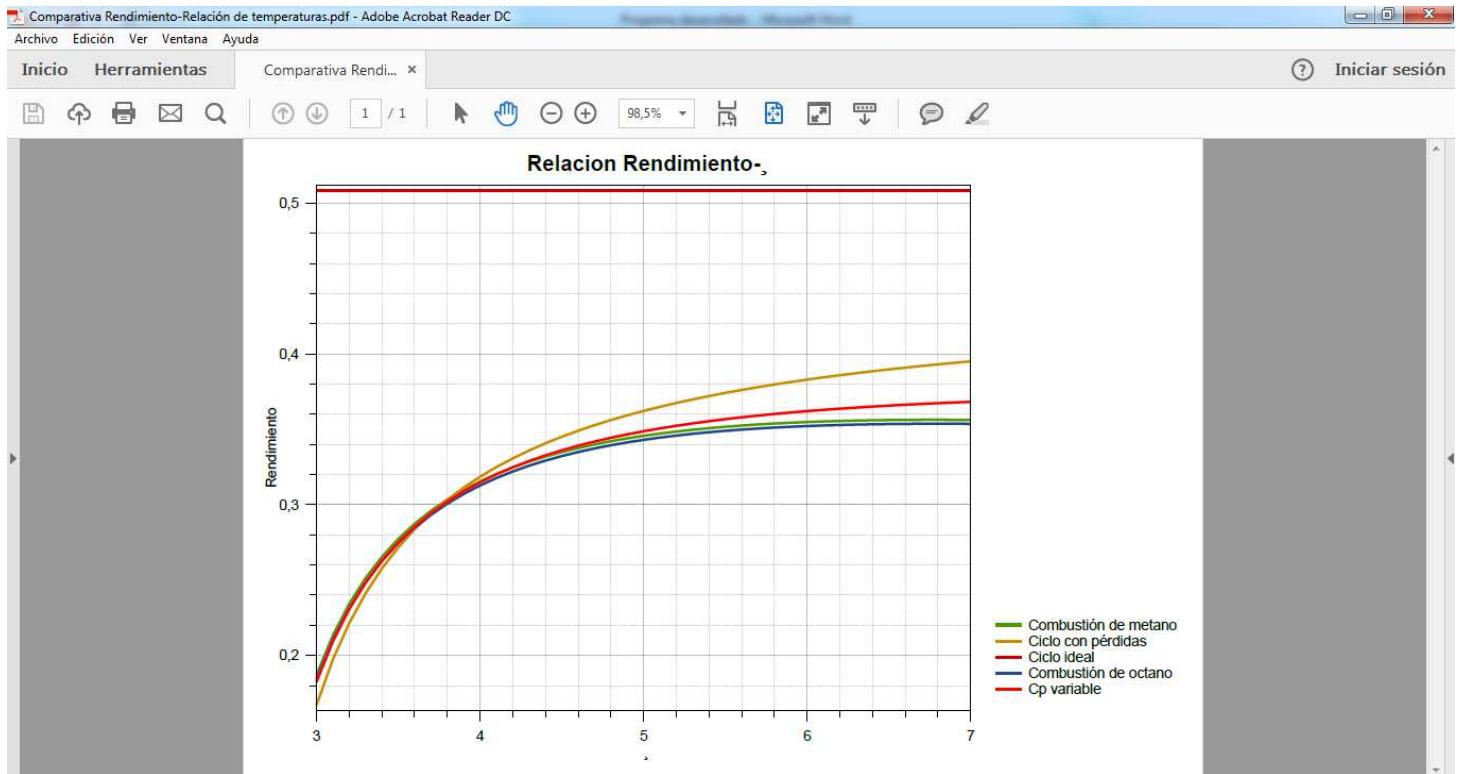


Figura 7. Archivo PDF generados por el programa.

Siempre que no se hayan introducido bien los datos o que no se haya hecho un uso correcto del programa, aparece un mensaje de error como el mostrado en la figura 8. En el caso de dicha figura el error corresponde a un intento de crear un archivo PDF sin haber creado previamente ninguna gráfica. Los diferentes errores que pueden surgir se presentan en la tabla 1.

En la sección ayuda se muestra una breve explicación del funcionamiento del programa incluyendo las funcionalidades explicadas, los botones presentados y los mensajes de error que pueden surgir.

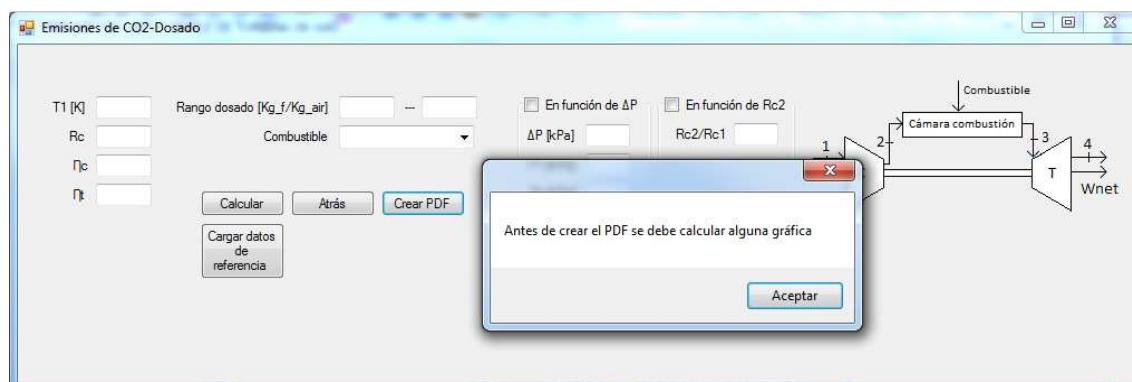


Figura 8. Mensaje de error.

| Mensaje de error | Interpretación |
|---|--|
| "El rango de R_c es demasiado grande" | Se ha establecido un rango de R_c excesivo |
| "El rango de θ es demasiado grande" | Se ha establecido un rango de θ excesivo |
| "El intervalo de dosado debe ser 0,05 o menos" | Se ha establecido un rango de dosado excesivo |
| "Demasiadas curvas. Aumente el paso o disminuya el rango de R_c " | Se tienen demasiadas curvas y por lo tanto, tiempo de cálculo excesivo |
| "Antes de crear el PDF se debe calcular alguna gráfica" | No se puede crear el PDF vacío |
| "Datos insuficientes" | Faltan campos por llenar |

Tabla 1. Tipos de errores.

Todos los errores mostrados en la tabla 1 tienen como objetivo evitar curvas y gráficas imposibles o tiempos de cálculo demasiado altos interrumpiendo así el correcto funcionamiento de la aplicación. Sin embargo, como se ve en el apartado 3, no es posible evitar todo comportamiento extraño del programa por múltiples motivos.

3. Funcionamiento interno

En este apartado se pretende dar una idea del funcionamiento interno de la aplicación, es decir, de cómo la aplicación crea las gráficas a partir de los datos proporcionados. Además, se hace hincapié en algunos métodos iterativos que debe realizar el programa para calcular ciertas variables. No se va a entrar en la explicación del código de programación ni de los procedimientos creados ya que no es el objeto de este trabajo.

Cualquiera de las relaciones implementadas en la aplicación emplea las ecuaciones obtenidas en el anexo 1. Dichas ecuaciones (aparecen marcadas con un recuadro en dicho anexo) son la base de los cálculos que realiza el programa. Existen dos tipos de ecuaciones: aquellas que precisan de consideraciones especiales para ser calculadas y aquellas que no. Se explican en primer lugar las que no precisan de ninguna consideración especial para su cálculo y que por lo tanto son las más sencillas.

Aunque todas las ecuaciones que se presentan en este anexo han sido desarrolladas con detalle en el anexo 1, se ha preferido volver a mostrarlas para conseguir una mayor claridad en la explicación y mostrar con más facilidad aquellas que precisan de consideraciones especiales y las que no.

3.1. Ecuaciones simples

Se denominan ecuaciones simples aquellas que no precisan de consideraciones especiales para ser resueltas. Si se quiere conocer mediante una gráfica la influencia que tiene cualquier variable de diseño sobre un parámetro de funcionamiento del ciclo, como puede ser el trabajo o el rendimiento, hace falta una ecuación que los relacione. Se presentan a continuación las ecuaciones utilizadas en el programa y a las que se ha llegado mediante los desarrollos presentados en el anexo 1. En la tabla 2 se realiza la asignación de cada una de las relaciones con la ecuación que necesita cada una.

$$W_{esp} = c_p T_1 \left(\theta + 1 - R_c^{\frac{k-1}{k}} - \frac{\theta}{R_c^{\frac{k-1}{k}}} \right) \quad 1$$

$$R_c = \theta^{\frac{k}{2(k-1)}} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{k}{2(k-1)}} \quad 2$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{R_c^{\frac{k-1}{k}}} \quad 3$$

$$W_{esp} = c_p \cdot T_1 \left[\left(1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2 - \Delta p}{p_4} \right)^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right] \quad 4$$

$$W_{esp} = c_p \cdot T_1 \left[\left(1 - \frac{1}{(r \cdot R_e)^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c} \right] \quad 5$$

$$R_c = \left(\frac{T_3 \eta_c \eta_t}{T_1} \right)^{\frac{k}{2(k-1)}} \quad 6$$

$$\eta = \frac{\theta \cdot \eta_t \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2 - \Delta p}{p_4} \right)^{\frac{k-1}{k}}} \right) - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c}}{\left(\theta - 1 - \frac{R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_c} \right)} \quad 7$$

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{1}{(r \cdot R_c)^{\frac{k-1}{k}}} \right) \cdot \theta \cdot \eta_t - \left(R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_c}}{\left(\theta - 1 - \frac{R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_c} \right)} \quad 8$$

$$R_c = \left[\frac{\theta \cdot \eta_c + 1 - \eta_c}{1 + \left[\frac{(\theta - 1) \cdot \eta_c \cdot (\theta + \frac{1}{\eta_c} - 1 - \eta_t \theta)}{\eta_t \theta} \right]^{1/2}} \right]^{k/k-1} \quad 9$$

| Modelo | Relación | Ecuación |
|-------------|---|----------|
| Ciclo ideal | Trabajo específico con respecto a: | |
| | Relación de compresión | 1 |
| | Relación de temperaturas, θ | 1 |
| | Fluido de trabajo caracterizado por cp y k | 1 |
| | Relación de compresión óptima para máximo trabajo | 2 |
| | Rendimiento con respecto a: | |
| | Relación de compresión | 3 |
| | Fluido de trabajo caracterizado por cp y k | 3 |
| | Trabajo específico con respecto a: | |
| | Relación de compresión | 4 ó 5 |

Ciclo con **Trabajo específico con respecto a:**

| | |
|---|-------|
| Relación de compresión | 4 ó 5 |
| Relación de temperaturas, θ | 4 ó 5 |
| Fluido de trabajo caracterizado por cp y k | 4 ó 5 |
| Rendimiento isoentrópico de compresor | 4 ó 5 |
| Rendimiento isoentrópico de turbina | 4 ó 5 |
| Caída de presión Δp | 4 |
| Presión de salida, ps | 4 |
| Parámetro r (Re/Rc) | 5 |
| Relación de compresión óptima para máximo trabajo | 6 |

| | | |
|------------------|---|-------|
| reversibilidades | Rendimiento con respecto a: | |
| | Relación de compresión | 7 ó 8 |
| | Relación de temperaturas, θ | 7 ó 8 |
| | Fluido de trabajo caracterizado por c_p y k | 7 ó 8 |
| | Rendimiento isoentrópico de compresor | 7 ó 8 |
| | Rendimiento isoentrópico de turbina | 7 ó 8 |
| | Caída de presión Δp | 7 |
| | Presión de salida, p_s | 7 |
| | Parámetro r (Re/Rc) | 8 |
| | Relación de compresión óptima para máximo trabajo | 9 |

Tabla 2. Expresiones necesarias para cada relación

El ordenador no precisa de tiempo apreciable para la resolución de las ecuaciones simples. El tiempo requerido suele ser de entre 0,2 y 0,5 segundos en función de la ecuación a resolver.

Para realizar las gráficas, la aplicación necesita un rango de valores de la variable de diseño cuya influencia se quiere estudiar. Una gráfica como las que genera el programa no es más que una serie de puntos dados por dos coordenadas. Una de las coordenadas corresponde siempre a valores dentro del rango de la variable. La otra coordenada es el valor que toma el parámetro que caracteriza el comportamiento del ciclo (rendimiento, trabajo, etc) para cada uno de los valores del rango mencionado.

Ejemplo:

Para completar la explicación de lo expuesto hasta ahora se plantea un ejemplo real de cálculo de una gráfica mediante una ecuación simple. Imagínese que se desea estudiar la influencia de la relación de compresión sobre el trabajo desarrollado por el ciclo. Para ello se selecciona la ruta “Ciclo ideal → Trabajo específico → Relación de compresión” desde la pantalla principal, figura 2. Una vez en la pantalla de la relación seleccionada, se introducen todos los valores requeridos y un rango de la variable de interés, es decir, de Rc en este caso. Según la tabla 2, la ecuación asociada a esta relación es la 1.

El rango habitual de Rc es 2-25 y los valores del rango se seleccionan con un paso (normalmente automático) de 0,1 aunque en este ejemplo se asume un paso de 0,5 por simplicidad. Con esto, los valores de Rc para los que se evalúa la ecuación 1 se recogen en la tabla 3 junto con el valor obtenido para el trabajo desarrollado.

El programa lee los datos de Rc y para cada uno de ellos calcula el trabajo desarrollado obteniendo así una serie de puntos que almacena en un vector (en este caso de longitud 47). Una vez que se ha recorrido todo el rango y los datos han sido almacenados, se representan sobre una gráfica, figura 9, obteniendo así la curva buscada.

| Punto | Rc | $W_{esp}[\text{kJ/kg}_{\text{air}}]$ | Punto | Rc | $W_{esp}[\text{kJ/kg}_{\text{air}}]$ | Punto | Rc | $W_{esp}[\text{kJ/kg}_{\text{air}}]$ |
|-------|-----|--------------------------------------|-------|------|--------------------------------------|-------|------|--------------------------------------|
| 1 | 2 | 196,62 | 17 | 10 | 428,25 | 33 | 18 | 441,94 |
| 2 | 2,5 | 246,72 | 18 | 10,5 | 430,78 | 34 | 18,5 | 441,68 |
| 3 | 3 | 283,15 | 19 | 11 | 432,96 | 35 | 19 | 441,36 |
| 4 | 3,5 | 310,87 | 20 | 11,5 | 434,82 | 36 | 19,5 | 440,97 |

| | | | | | | | | |
|----|-----|--------|----|------|--------|----|------|--------|
| 5 | 4 | 332,64 | 21 | 12 | 431,41 | 37 | 20 | 440,53 |
| 6 | 4,5 | 350,15 | 22 | 12,5 | 437,75 | 38 | 20,5 | 440,03 |
| 7 | 5 | 364,48 | 23 | 13 | 438,88 | 39 | 21 | 439,48 |
| 8 | 5,5 | 376,37 | 24 | 13,5 | 439,81 | 40 | 21,5 | 438,88 |
| 9 | 6 | 386,35 | 25 | 14 | 440,56 | 41 | 22 | 438,24 |
| 10 | 6,5 | 394,79 | 26 | 14,5 | 441,15 | 42 | 22,5 | 437,56 |
| 11 | 7 | 401,97 | 27 | 15 | 441,6 | 43 | 23 | 436,85 |
| 12 | 7,5 | 408,13 | 28 | 15,5 | 441,92 | 44 | 23,5 | 436,1 |
| 13 | 8 | 413,42 | 29 | 16 | 442,12 | 45 | 24 | 435,31 |
| 14 | 8,5 | 417,97 | 30 | 16,5 | 442,23 | 46 | 24,5 | 434,5 |
| 15 | 9 | 421,91 | 31 | 17 | 442,21 | 47 | 25 | 433,66 |
| 16 | 9,5 | 425,31 | 32 | 17,5 | 442,11 | | | |

Tabla 3. Vector generado por el programa para representar la relación W_{esp} - R_c .

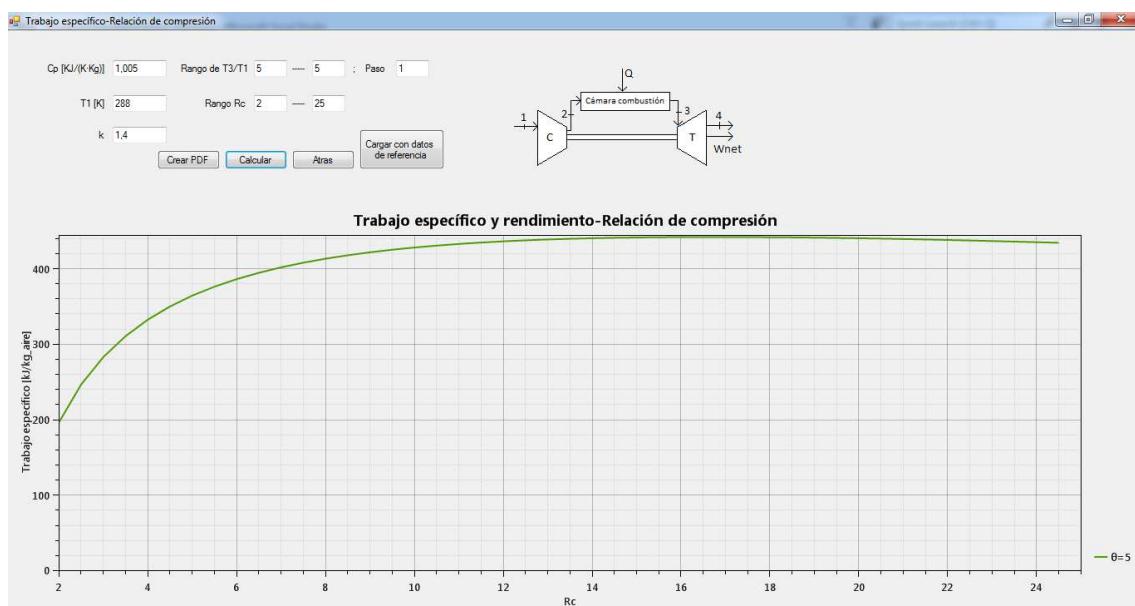


Figura 9. Relación W_{esp} - R_c

3.2. Ecuaciones especiales

Se trata de expresiones que necesitan algún tipo de consideración especial y cuya resolución no basta con resolver una ecuación como las presentadas anteriormente donde todos los datos vienen fijados. A continuación se muestran las ecuaciones empleadas y en la tabla 3 se asignan a las relaciones que las necesitan.

$$\eta(R_c, k) = W_{esp}(c_p, T_1, \theta, R_c, k) \cdot \frac{1}{c_p \cdot T_1 \left(\theta - R_c^{\frac{k-1}{k}} \right)} \quad 10$$

$$\eta(\theta, R_c, R_e, k, \eta_c, \eta_t) = w_{esp}(c_p, T_1, \theta, R_c, R_e k, \eta_c, \eta_t) \cdot \frac{1}{c_p T_1 \cdot \left(\theta - 1 - \frac{R_c^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_c} \right)} \quad 11$$

$$w_{esp} = (h_3 - h_{4,i}) \cdot \eta_t - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c}$$

12

Donde:

- $h_1 = R \cdot T_1 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_1}{2} + \frac{a_3^{air} T_1^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_1^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_1^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_1} \right)$
- $h_{2,i} = R \cdot T_{2,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{2,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{2,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{2,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{2,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{2,i}} \right)$
- $h_3 = R \cdot T_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air}(T_1 \theta)}{2} + \frac{a_3^{air}(T_1 \theta)^2}{3} + \frac{a_4^{air}(T_1 \theta)^3}{4} + \frac{a_5^{air}(T_1 \theta)^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{(T_1 \theta)} \right)$
- $h_{4,i} = R \cdot T_{4,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{4,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{4,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{4,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{4,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{4,i}} \right)$
- $T_{4,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_3 , θ y R_e .
- $T_{2,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 y R_c .

$$\eta = \frac{(h_3 - h_{4,i}) \cdot \eta_t - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c}}{h_3 - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} - h_1}$$

13

Donde:

- $h_1 = R \cdot T_1 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_1}{2} + \frac{a_3^{air} T_1^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_1^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_1^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_1} \right)$
- $h_{2,i} = R \cdot T_{2,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{2,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{2,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{2,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{2,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{2,i}} \right)$
- $h_{2,r} = (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1$
- $h_3 = R \cdot T_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air}(T_1 \theta)}{2} + \frac{a_3^{air}(T_1 \theta)^2}{3} + \frac{a_4^{air}(T_1 \theta)^3}{4} + \frac{a_5^{air}(T_1 \theta)^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{(T_1 \theta)} \right)$
- $h_{4,i} = R \cdot T_{4,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{4,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{4,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{4,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{4,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{4,i}} \right)$
- $T_{4,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 , θ y R_e .
- $T_{2,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 y R_c .

$$\eta(\theta, T_1, R_c, R_e, \eta_t, \eta_c) = \frac{w_{esp}(\theta, T_1, R_c, R_e, \eta_t, \eta_c)}{h_3(T_1, \theta) - (h_{2,i}(T_1, R_c) - h_1(T_1)) \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1(T_1)}$$

14

$$w_{esp} = (h_3 - h_{4,i}) \cdot \eta_t - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c}$$

15

Donde

- $h_1 = R \cdot T_1 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_1}{2} + \frac{a_3^{air} T_1^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_1^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_1^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_1} \right)$
- $h_{2,i} = R \cdot T_{2,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_{2,i}}{2} + \frac{a_3^{air} T_{2,i}^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_{2,i}^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_{2,i}^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{2,i}} \right)$
- $h_3 = \frac{1}{X} RT_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.} T_3}{2} + \frac{a_3^{g.c.} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{g.c.} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{g.c.} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) + RT_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{air} T_3}{2} + \frac{a_3^{air} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{air} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{air} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right)$
- $X = \frac{-RT_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.} T_3}{2} + \frac{a_3^{g.c.} T_3^2}{3} + \frac{a_4^{g.c.} T_3^3}{4} + \frac{a_5^{g.c.} T_3^4}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) + \Delta H_{f,comb}}{R \left[a_1^{air} (T_3 - T_2) + \frac{a_2^{air} (T_3^2 - T_2^2)}{2} + \frac{a_3^{air} (T_3^3 - T_2^3)}{3} + \frac{a_4^{air} (T_3^4 - T_2^4)}{4} + \frac{a_5^{air} (T_3^5 - T_2^5)}{5} \right]}$

- $h_{4,i} = \frac{1}{X} RT_{4,i} \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.T_{4,i}}}{2} + \frac{a_3^{g.c.T_{4,i}}}{3} + \frac{a_4^{g.c.T_{4,i}}}{4} + \frac{a_5^{g.c.T_{4,i}}}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_{4,i}} \right) + RT_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_3}}{2} + \frac{a_3^{airT_3}}{3} + \frac{a_4^{airT_3}}{4} + \frac{a_5^{airT_3}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right)$
- $T_{4,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 , θ , R_e y X .
- $T_{2,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 y R_c .

$$\boxed{\eta = \frac{(h_3 - h_{4,i}) \cdot \eta_t - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c}}{h_3 - h_2}} \quad 16$$

Donde:

- $h_1 = R \cdot T_1 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_1}}{2} + \frac{a_3^{airT_1}}{3} + \frac{a_4^{airT_1}}{4} + \frac{a_5^{airT_1}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_1} \right)$
- $h_{2,i} = R \cdot T_{2,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_{2,i}}}{2} + \frac{a_3^{airT_{2,i}}}{3} + \frac{a_4^{airT_{2,i}}}{4} + \frac{a_5^{airT_{2,i}}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{2,i}} \right)$
- $h_2 = (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1$
- $h_3 = \frac{1}{X} RT_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.T_3}}{2} + \frac{a_3^{g.c.T_3}}{3} + \frac{a_4^{g.c.T_3}}{4} + \frac{a_5^{g.c.T_3}}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) + RT_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_3}}{2} + \frac{a_3^{airT_3}}{3} + \frac{a_4^{airT_3}}{4} + \frac{a_5^{airT_3}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right)$
- $X = \frac{-RT_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.T_3}}{2} + \frac{a_3^{g.c.T_3}}{3} + \frac{a_4^{g.c.T_3}}{4} + \frac{a_5^{g.c.T_3}}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) + \Delta H_{f,comb}}{R \left[a_1^{air(T_3-T_2)} + \frac{a_2^{air(T_3^2-T_2^2)}}{2} + \frac{a_3^{air(T_3^3-T_2^3)}}{3} + \frac{a_4^{air(T_3^4-T_2^4)}}{4} + \frac{a_5^{air(T_3^5-T_2^5)}}{5} \right]}$
- $h_{4,i} = \frac{1}{X} R \cdot T_{4,i} \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.T_{4,i}}}{2} + \frac{a_3^{g.c.T_{4,i}}}{3} + \frac{a_4^{g.c.T_{4,i}}}{4} + \frac{a_5^{g.c.T_{4,i}}}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_{4,i}} \right) + RT_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_3}}{2} + \frac{a_3^{airT_3}}{3} + \frac{a_4^{airT_3}}{4} + \frac{a_5^{airT_3}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right)$
- $T_{4,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 , θ , R_e y X .
- $T_{2,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 y R_c .

$$\boxed{\eta(\theta, T_1, X, R_c, R_e, \eta_t, \eta_c) = w_{esp}(\theta, T_1, X, R_c, R_e, \eta_t, \eta_c) \cdot \frac{1}{h_3 - (h_{2,i} - h_1) \cdot \frac{1}{\eta_c} + h_1}} \quad 17$$

Donde:

- $h_1 = R \cdot T_1 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_1}}{2} + \frac{a_3^{airT_1}}{3} + \frac{a_4^{airT_1}}{4} + \frac{a_5^{airT_1}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_1} \right)$
- $h_{2,i} = R \cdot T_{2,i} \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_{2,i}}}{2} + \frac{a_3^{airT_{2,i}}}{3} + \frac{a_4^{airT_{2,i}}}{4} + \frac{a_5^{airT_{2,i}}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_{2,i}} \right)$
- $h_3 = \frac{1}{X} RT_3 \left(a_1^{g.c.} + \frac{a_2^{g.c.T_3}}{2} + \frac{a_3^{g.c.T_3}}{3} + \frac{a_4^{g.c.T_3}}{4} + \frac{a_5^{g.c.T_3}}{5} + \frac{a_6^{g.c.}}{T_3} \right) + XRT_3 \left(a_1^{air} + \frac{a_2^{airT_3}}{2} + \frac{a_3^{airT_3}}{3} + \frac{a_4^{airT_3}}{4} + \frac{a_5^{airT_3}}{5} + \frac{a_6^{air}}{T_3} \right)$
- $T_{2,i}$ se calcula mediante un proceso iterativo a partir de T_1 y R_c .

$$\boxed{consumo\,específico = \frac{M_{comb} \cdot 1000 \cdot 3600}{X \cdot w_{esp}} \left[\frac{gr\,comb}{kW \cdot h} \right]} \quad 18$$

$$\boxed{Emisiones\,CO_2 = consumo\,esp. \cdot \alpha \frac{M_{CO_2}}{M_{comb}} \left[\frac{gr\,CO_2}{kW \cdot h} \right]} \quad 19$$

| Modelo | Relación | Ecuación |
|---|--|----------|
| Ciclo ideal | Relación entre trabajo específico y rendimiento | 10 |
| Ciclo con irreversibilidades | Relación entre trabajo específico y rendimiento | 11 |
| | Trabajo específico con respecto a: | |
| | Relación de compresión, R_c | 12 |
| | Relación de temperaturas, θ | 12 |
| | Rendimiento con respecto a: | |
| Ciclo con calores específicos variables | Relación de compresión, R_c | 13 |
| | Relación de temperaturas, θ | 13 |
| | Relación entre trabajo específico y rendimiento | 14 |
| | Trabajo específico con respecto a: | |
| | Relación de compresión, R_c | 15 |
| | Relación de temperaturas, θ | 15 |
| | Dosado, f | 15 |
| | Rendimiento con respecto a: | |
| Ciclo con combustión | Relación de compresión, R_c | 16 |
| | Relación de temperaturas, θ | 16 |
| | Dosado, f | 16 |
| | Relación entre trabajo específico y rendimiento | 17 |
| | Relación entre trabajo específico y consumo específico | 18 |
| | Relación entre emisiones específicas y dosado | 19 |

Tabla 3. Expresiones necesarias para cada relación

Entre las expresiones de este apartado pueden diferenciarse dos tipos: aquellas que necesitan de métodos iterativos para ser resueltas y aquellas que no. En primer lugar se analiza la resolución de una de las que no necesita métodos iterativos. Estas expresiones son únicamente la 10 y la 11. El hecho que hace especial a estas relaciones ha sido estudiado en el apartado 2.3 del anexo 1. La diferencia con las simples reside en que si se quiere estudiar cómo varía el rendimiento con respecto del trabajo, las variables que los relacionan no pueden mantenerse fijas para diferentes valores de trabajo. Esto quiere decir que si se varía el trabajo para analizar cómo influye en el rendimiento, las variables que los relacionan también varían.

Los puntos que componen estas curvas están dados por datos de rendimiento y de trabajo. Por ello, es necesario establecer un rango tanto de R_c como de θ para poder calcular el trabajo y el rendimiento. Para cada uno de los datos del rango de θ , se recorre el rango de R_c para calcular el trabajo específico y, mediante las expresiones 10 u 11, el rendimiento. Es decir, se calculan el trabajo y el rendimiento para pares de valores $[\theta, R_c]$ variando únicamente R_c , por ejemplo, [4, 11], [4, 11.5], [4, 12], etc, hasta que se recorre todo el rango R_c . De esta forma se obtienen puntos dados por pares de datos de rendimiento y trabajo específico que pueden formar

una curva, es decir, quedaría formada la curva Rendimiento-Trabajo específico para $\theta=4$ y el rango de R_c seleccionado (figura 9).

Una vez se ha recorrido todo el rango de R_c y se ha creado la primera curva, se lee el paso marcado por el usuario para modificar la relación θ , por ejemplo con paso 1 se pasaría a repetir todo el proceso esta vez con $\theta=5$. Se tendría así la curva para $\theta=5$ (figura 9).

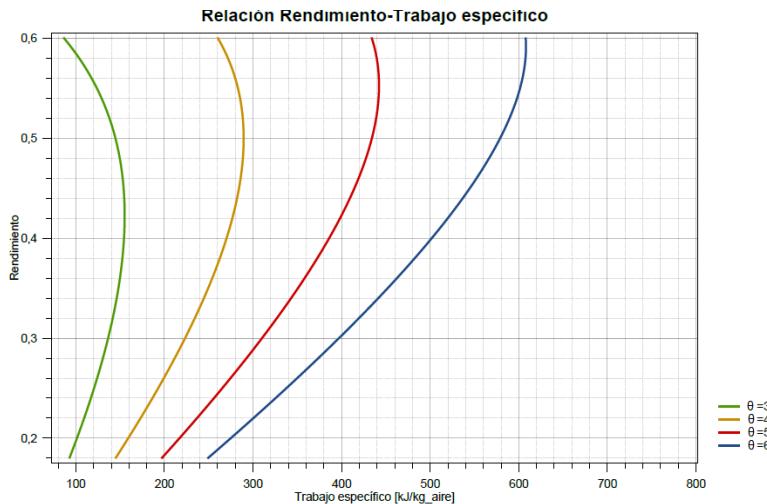


Figura 9. Relación entre el rendimiento y el trabajo específico para un rango de R_c entre 2 y 25 y un rango de θ entre 3 y 6 con paso 1.

Se debe tener en cuenta que no es el trabajo el que tiene un efecto sobre el rendimiento o viceversa, sino que son las variables que influyen sobre el trabajo las que también influyen sobre el rendimiento y son estas mismas variables las que los relacionan. Es decir, se obtienen datos del rendimiento y del trabajo específico para diferentes valores de las variables y posteriormente se relacionan sobre una gráfica. Para completar la explicación acerca de estas relaciones se puede consultar el anexo 1, apartado 2.1.

El resto de relaciones se incluyen en este apartado por precisar de métodos iterativos para su resolución. La mayoría de métodos iterativos buscan la obtención de una variable a partir de una ecuación compleja. Por ejemplo, muchos de los métodos iterativos se emplean para obtener una temperatura a partir de la expresión de la entalpía de un gas con calores específicos dependientes de la temperatura, expresión 20.

$$h(T) = R \cdot T \left(a_1 + \frac{a_2 T}{2} + \frac{a_3 T^2}{3} + \frac{a_4 T^3}{4} + \frac{a_5 T^4}{5} + \frac{a_6 T^5}{T} \right) \quad 20$$

Supóngase que se conoce la entalpía del gas a su paso por un determinado punto del ciclo y se desea conocer la temperatura en dicho punto. Para ello se necesita la expresión 20. Sin embargo, la variable T no puede despejarse de la ecuación 20 por presentar varios exponentes de diferente grado (se pueden obtener las raíces del polinomio, sin embargo, al cambiar los coeficientes y la entalpia para cada caso, convertiría este proceso en una tarea imprácticable por la aplicación). Para obtener un valor acertado de T se recurre a la iteración, es decir, se resuelve la ecuación con valores crecientes de T hasta llegar a un valor de entalpía, h , con un error lo suficientemente pequeño. Tanto el paso de T como el error se fijan dependiendo de la relación a obtener para optimizar al máximo el tiempo necesario para la resolución.

Para el caso de la expresión 20, el error se establece mediante el cociente de la entalpía conocida entre la expresión de la que se desea extraer la temperatura, T, expresión 21.

$$\text{error} = \frac{h(T)}{R \cdot T \left(a_1 + \frac{a_2 T}{2} + \frac{a_3 T^2}{3} + \frac{a_4 T^3}{4} + \frac{a_5 T^4}{5} + \frac{a_6}{T} \right)} \quad 21$$

Donde un cociente 1 representa en realidad, un error del 0%.

Existen cálculos que pueden permitir un error del 1% mientras que los más precisos se han fijado en 0,001%. Aunque dichos errores puedan resultar demasiado pequeños y que pueden suponer una pérdida de tiempo considerable, se ha comprobado que, el permitir errores mayores, deriva en un error acumulado que aleja el resultado de la precisión buscada. Además, errores más pequeños suponen un gran tiempo de procesado que el usuario no está, en muchos casos, dispuesto a asumir. Por lo tanto, en cada relación se ha estudiado y fijado el error más adecuado llegando a un compromiso entre tiempo de procesado y precisión.

Además de los errores, también se debe de fijar en estos métodos el valor inicial para comenzar la iteración. Si, por ejemplo, la temperatura buscada tiene un valor de 1520 K y se comienza a iterar con el valor T=1 K y un paso de 0.1, el tiempo requerido para llegar al valor de 1520 K es demasiado grande. Es por esto que en cada una de las relaciones se ha realizado un estudio para seleccionar el dato de partida más cercano posible al real. Estos datos se han alcanzado mediante modelos más simples que el ciclo estudiado y que aproximan en buena medida esta temperatura, por ejemplo, modelos de ciclo simple ideal. En otros casos ha sido necesario introducir factores de corrección basados en la experimentación y el análisis de tendencias.

4. Limitaciones y rendimiento

Como se ha visto, la aplicación y las gráficas generadas se basan en ecuaciones matemáticas. Estas ecuaciones tienen como dominio la mayor parte del conjunto de los números reales mientras que en la realidad, no se podría encontrar una relación de compresión negativa o una relación de temperaturas del orden de 10^4 . Es por esto, que se han programado diversos mensajes de errores en caso de que el usuario introduzca valores imposibles. Sin embargo, no todos los valores están acotados porque ciertas funcionalidades de la aplicación quedarían suspendidas, quedando por lo tanto cierta interpretación de resultados en manos del usuario. Este es el caso presentado en la figura 10.

Lo ocurrido en la figura 10 es un caso poco habitual ya que, como se ha dicho, se han programado varios mensajes de error que evitan situaciones de este tipo. En este caso, el usuario debe de ser capaz de discernir entre los datos válidos y los que no lo son. Estos casos son muy claros y no dan lugar a duda. El resto de datos presentados en la figura 10 y que corresponden a rendimientos positivos son perfectamente válidos.

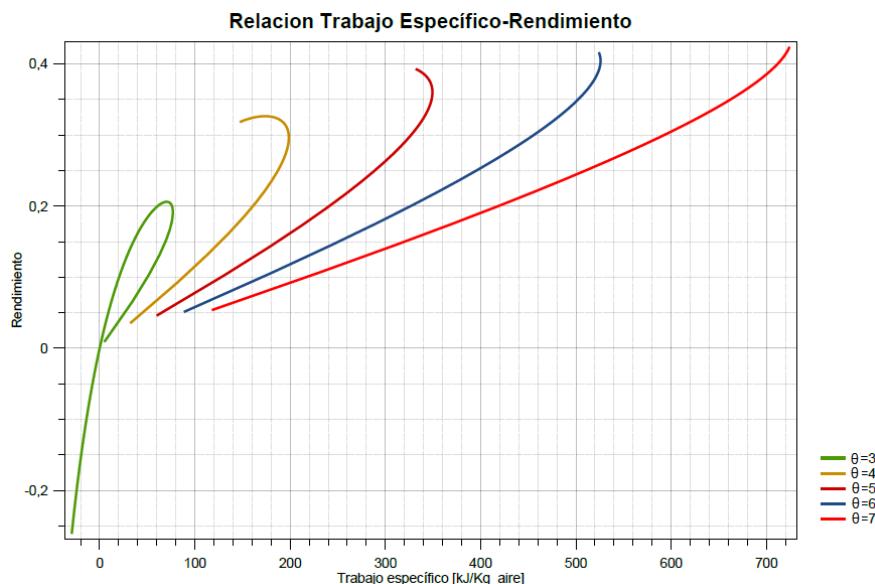


Figura 10. Relación entre el rendimiento y el trabajo específico para un rango de R_c entre 2 y 25 y un rango de ϑ de entre 3 y 7 con paso 1.

En cuanto al rendimiento conseguido, se evalúa como el tiempo de respuesta que necesita la aplicación. El mayor tiempo de respuesta se da cuando se requiere la resolución de expresiones con métodos iterativos. Aunque, como se ha dicho en el apartado 2.2, se han aproximado tanto el paso, como el valor inicial para la iteración, como el error admisible, es inevitable que la aplicación requiera un cierto tiempo para realizar tal cantidad de operaciones con la precisión exigida. Se considera que se ha llegado a tiempos de cálculo muy razonables teniendo en cuenta la potencia de la aplicación. Se han reducido los tiempos desde el orden de minutos hasta el orden de segundos y, en muchos casos, hasta el orden de milisegundos. Se muestran a continuación los tiempos de respuesta más altos que pueden darse al solicitar las gráficas de ciertas relaciones, tabla 4. En dicha tabla se muestran los tiempos antes y después de optimizar el programa.

La optimización referida ha sido fruto de un extenso estudio de posibles opciones y métodos de cálculo. Por ejemplo, una parte de dicho estudio consiste en la determinación (mediante diferentes técnicas) del valor inicial de la iteración al que ya se ha hecho referencia.

| Relación | Antes de optimizar | Después de optimizar |
|--|--------------------|----------------------|
| Comparativa de todos los ciclos Trabajo-Rc | 43 seg | 9 seg |
| Comparativa de todos los ciclos Trabajo- θ | 39 seg | 7 seg |
| Comparativa de todos los ciclos Rendimiento-Rc | 45 seg | 11 seg |
| Relación entre rendimiento y trabajo en ciclo con combustión | 84 seg | 7 seg |
| Relación entre trabajo y consumo en ciclo con combustión | 102 seg | 15 seg |

Tabla 4. Relaciones que más tiempo de procesado requieren antes y después de ser optimizadas.

Téngase en cuenta que se han seleccionado los casos más desfavorables para elaborar la tabla 4, es decir, rangos de relación de compresión y de relación de temperaturas θ muy altos. Además, todos los casos mostrados en la tabla 4 consisten en la elaboración de varias curvas en la misma gráfica, es decir, mucha cantidad de información (figura 11). El usuario normal no necesita en la mayoría de los casos, tal cantidad de curvas, pudiendo limitar el cálculo al número de curvas deseado y reduciendo así en gran medida el tiempo requerido.

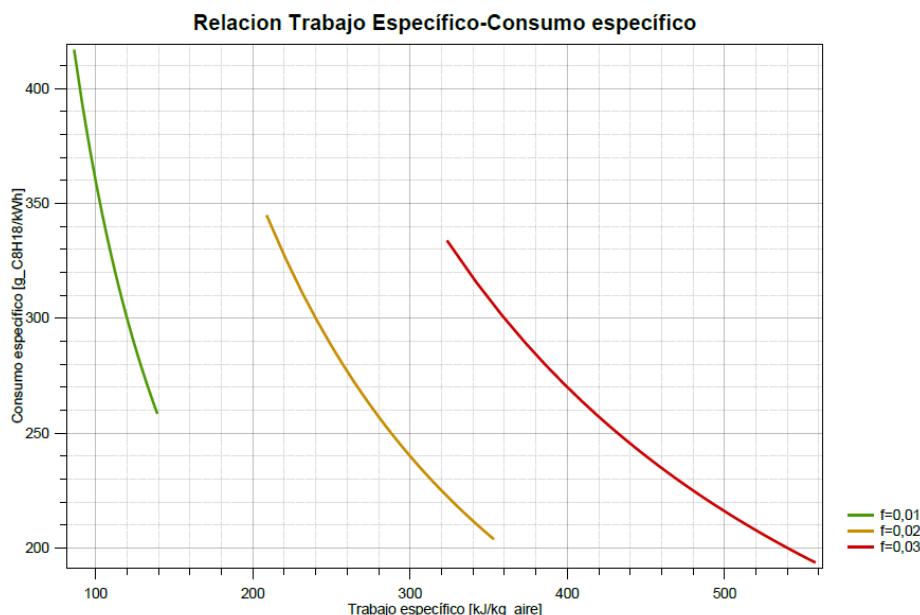


Figura 11. Relación que requiere más tiempo para ser mostrada.

El contrapunto se encuentra en la tabla 5 donde se muestran tiempos de otras relaciones con las que cuenta la aplicación.

| Relación | Tiempo |
|---|--------|
| Trabajo y relación θ en ciclo con cp variable | 3 s |
| Rendimiento y trabajo en ciclo con cp variable | 4 s |
| Rendimiento y trabajo en ciclo con irreversibilidades | 573 ms |
| Trabajo específico y relación de compresión | 501 ms |
| Rendimiento y relación de compresión en ciclo ideal | 430 ms |

Tabla 5. Tiempo de algunas relaciones comunes.

El programa puede evaluar las expresiones simples en milisegundos. Es por esto que para elaborar una gráfica a partir de una expresión simple, se pueden calcular una gran cantidad de puntos sin requerir un tiempo apreciable, es decir, se puede emplear un paso muy pequeño para recorrer el rango de la variable de interés, figura 12 (curva amarilla).

No obstante, si se desea representar una gráfica derivada de una expresión especial, no se pueden calcular tantos puntos como en el caso de una expresión simple ya que el tiempo de espera sería demasiado grande. Por ello es necesario recurrir a pasos mayores, es decir, a la generación de menos puntos, figura 12 (curva verde). Establecer el paso en estos casos es una tarea muy delicada ya que si el paso es demasiado grande, la pérdida de precisión es muy elevada ya que para dibujar las gráficas se ha programado una interpolación lineal entre puntos, figura 12 (curva marrón). Esto hace que sea necesario llegar a un compromiso entre el tiempo de respuesta que se está dispuesto a asumir y la precisión buscada. El paso adecuado ha sido estudiado de forma individual en la mayor parte de las expresiones especiales.

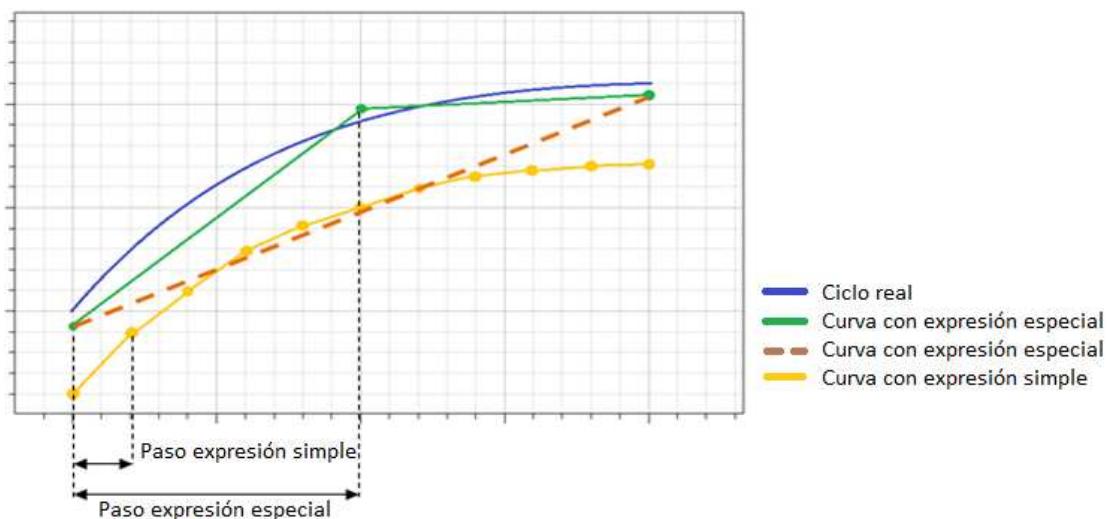


Figura 11. Comparativa entre el paso y precisión alcanzados con expresiones especiales y expresiones simples.

5. Proyección de futuro

La aplicación se ha programado de forma que pueda ser ampliada en un futuro para el estudio de una mayor cantidad de ciclos y de relaciones. Cada relación puede entenderse como un subprograma de forma que para ampliar el número de relaciones o de ciclos, basta con crear dichos subprogramas.

La estructura interna de la aplicación permite ensamblar sin ningún tipo de complicación cualquier número de dichos subprogramas. Basta con que el interesado realice un estudio para comprender el proceso de ensamblado. Además, la aplicación permite el uso de ficheros externos para carga de datos (esto permitiría, por ejemplo, cargar bases de datos para el trabajo con una gran cantidad de combustibles), exportar la información obtenida en diferentes tipos de ficheros y más funcionalidades que permiten una gran versatilidad.

Es por esto que esta aplicación puede desarrollarse más para llegar a significar un potente programa de análisis de ciclos de cualquier tipo de turbina de gas. Durante este trabajo se ha creado la estructura para ello y se han dado los primeros pasos en su posible desarrollo.

Anexo 5: Nomenclatura

Se presenta en este anexo la nomenclatura ordenada alfabéticamente de todos los parámetros y variables utilizados a lo largo de todo el texto (memoria y anexos).

| | |
|---|----------------------------|
| -Altura del punto "i" | z_i |
| -Caída de presión en la cámara de combustión | $\Delta p, \Delta p_{2-3}$ |
| -Calor aportado al fluido en la cámara de combustión | Q_{in}, Q_{cc} |
| -Calor específico a presión constante | C_p |
| -Calor específico a volumen constante | C_v |
| -Caudal másico por unidad de tiempo | \dot{m} |
| -Constante de los gases ideales | R |
| -Consumo específico | g_{esp} |
| -Diferencia de presión entre la entrada y la salida del ciclo | Δp_{1-4} |
| -Dosado | f |
| -Emisiones específicas | E_{esp} |
| -Energía interna | u |
| -Entalpía de formación de "i" | $\Delta h_{f,i}$ |
| -Entalpía expresada como $\frac{kJ}{kmol\ aire}$ | h |
| -Entalpía expresada como $\frac{kJ}{kmol\ aire \cdot K}$ | s |
| -Entalpía expresada como $\frac{kJ}{kmol\ combustible}$ | H |
| -Entropía expresada como $\frac{kJ}{kmol\ combustible \cdot K}$ | S |
| -Masa atómica de "i" | M_i |
| -Número de moles de "i" | n_i |
| -Presión de entrada al ciclo | p_1, p_e |
| -Presión de salida del ciclo | p_4, p_s |
| -Relación de calores específicos | k |

| | |
|---|---------------------------------|
| -Relación de compresión | Rc |
| -Relación de expansión | Re |
| -Relación de temperaturas de entrada a turbina y compresor | θ |
| -Relación entre la relación de expansión y la de compresión | r |
| -Relación entre los moles de aire y de combustible, $\frac{kmol\ aire}{kmol\ combustible}$ | X |
| -Relación entre los moles de combustible y de CO ₂ , $\frac{kmol\ combustible}{kmol\ co2}$ | α |
| -Rendimiento del ciclo | η |
| -Rendimiento isoentrópico de la turbina | η _t |
| -Rendimiento isoentrópico del compresor | η _c |
| -Temperatura de entrada a la turbina | T ₃ |
| -Temperatura de entrada al compresor | T ₁ , T _e |
| -Temperatura de salida del ciclo | T ₄ , T _s |
| -Trabajo específico desarrollado por el ciclo | W _{esp} |
| -Trabajo específico desarrollado por el compresor | W _{comp} |
| -Trabajo específico desarrollado por la turbina | W _{turb} |

