



Trabajo Fin de Grado

Diseño de una sonda Rogowski.
Análisis y optimización.

Design of a Rogowski coil.
Analysis and optimization.

Autor/es

Esther García Aznar

Director/es

Miguel Samplón Chalmeta
Oscar Alonso Sádaba



**DECLARACIÓN DE
AUTORÍA Y ORIGINALIDAD**

(Este documento debe acompañar al Trabajo Fin de Grado (TFG)/Trabajo Fin de Máster (TFM) cuando sea depositado para su evaluación).

D./Dª. Esther García Aznar,

con nº de DNI 73105178-T en aplicación de lo dispuesto en el art.

14 (Derechos de autor) del Acuerdo de 11 de septiembre de 2014, del Consejo de Gobierno, por el que se aprueba el Reglamento de los TFG y TFM de la Universidad de Zaragoza,

Declaro que el presente Trabajo de Fin de (Grado/Máster) Grado, (Título del Trabajo)

Diseño de una sonda Rogowski. Análisis y optimización.

es de mi autoría y es original, no habiéndose utilizado fuente sin ser citada debidamente.

Zaragoza, 30 de Enero de 2017

Fdo: Esther García Aznar

DISEÑO DE UNA SONDA ROGOWSKI ANÁLISIS Y OPTIMIZACIÓN

RESUMEN

Este proyecto surge de la necesidad manifestada por la empresa de auditorías energéticas Termia S.L por el desarrollo de un dispositivo económico con el que poder medir corrientes sin intervenir en el circuito.

La línea de estudio de este proyecto se centra en las bobinas Rogowski por su adecuación para este tipo de aplicaciones y su bajo coste. Al ser dispositivos que carecen de núcleo ferromagnético pueden resultar menos costosos que las pinzas amperimétricas comunes.

En este contexto, se desarrolla un estudio numérico con el que se modela la respuesta de una sonda Rogowski constituida por bobinas discretas, estudiando el error cometido en la medida asociado al descentramiento del conductor del que se desea medir la corriente. A partir de este estudio se determina el diseño óptimo de la sonda para obtener una precisión determinada en la medida.

Posteriormente, se lleva a cabo una fase experimental en la que se construye un prototipo ajustado en la mayor medida posible a los parámetros óptimos obtenidos en el estudio previo. Con él, se realizarán una serie de pruebas en las que se estudiará la respuesta de la sonda en diferentes situaciones.

Finalmente, estos resultados se compararán con los obtenidos mediante el modelo con el fin de ratificar la validez del mismo, y a su vez, poder extraer una serie de conclusiones basadas tanto en los resultados prácticos como en los teóricos.

Índice general

1.	Introducción	1
1.1.	Objeto y alcance.....	1
2.	Justificación del proyecto	2
3.	Fundamentos teóricos de la bobina de Rogowski	5
3.1	Principio de funcionamiento.....	5
3.2	Aplicación de los fundamentos teóricos	7
4.	Estudio analítico sobre la bobina de Rogowski	8
4.1.	Cálculo del número de espiras	8
4.2.	Modelo analítico de la sonda	11
4.3.	Diseño óptimo de la sonda.....	18
4.4.	Comprobaciones del modelo	20
4.4.1.	Hoja de cálculo	20
4.4.2.	Error cometido en el cálculo del flujo magnético.....	22
5.	Estudio experimental sobre la bobina de Rogowski	25
5.1.	Desarrollo del prototipo	25
5.2.	Pruebas experimentales del prototipo	28
6.	Conclusiones	33
7.	Bibliografía.....	37

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, se ha vuelto cada vez más frecuente el análisis de los consumos energéticos por parte de las empresas, quienes persiguen mejorar su eficiencia energética.

Este tema cada día está cobrando más importancia, dado que mejorar la eficiencia energética se traduce directamente en un ahorro económico y en una disminución del impacto medioambiental.

Termia S.L. es una empresa dedicada a realizar auditorías energéticas, que persigue poder ofrecer sus servicios al precio más competitivo posible. En la práctica de este tipo de auditorías, una de las magnitudes con mayor interés en monitorizar es la corriente eléctrica. Para ello, el dispositivo más adecuado es una pinza amperimétrica o un sensor similar, dado que permiten medir la corriente sin interrumpir el circuito. Es por ello, que Termia S.L. muestra su interés en el desarrollo de una pinza amperimétrica más simple y económica que las existentes en el mercado actualmente, que facilite su despliegue manteniendo las prestaciones mínimas necesarias para este tipo de trabajos. Más concretamente, buscan una pinza para consumo propio y que dejarán de forma permanente en la instalación. Es decir, únicamente tendrá un sólo uso o será muy reducido. Bajo estas premisas, en este trabajo, se tratará de desarrollar un dispositivo acorde a sus necesidades.

1.1. OBJETO Y ALCANCE

El objeto de este proyecto es obtener un dispositivo flexible y económico que permita medir corrientes sin intervenir en el circuito, de una forma sencilla, eficaz y fiable.

Para este fin, las sondas tipo Rogowski presentan una serie de ventajas técnicas [1], como son la facilidad de instalación o el amplio rango de medida que abarcan, que las hacen muy adecuadas frente a los tradicionales transformadores de corriente, por lo que en este trabajo se desarrollará el estudio llevado a cabo para el diseño y construcción de una sonda de este tipo.

Estos sensores requieren una electrónica de adaptación adyacente que permita adecuar la señal al equipo al que van conectados, típicamente un vatímetro. El desarrollo de esa electrónica queda fuera del presente proyecto.

En este trabajo, en primer lugar, se realizará un breve estudio de mercado sobre algunas sondas Rogowski comerciales. Con él, se pretende mostrar en qué medida no se ajustan a las necesidades de Termia S.L., sirviendo así como justificación del proyecto.

Posteriormente, se estudiarán los principales aspectos teóricos y principios de funcionamiento de la bobina Rogowski, lo que servirá de base para desarrollar el estudio analítico, en el que, a partir de unas determinadas condiciones eléctricas, se persigue encontrar el diseño de sonda óptimo que satisfaga los requisitos eléctricos pre establecidos.

Una vez despejadas las incertidumbres sobre el diseño, se construirá un prototipo con el que contrastar experimentalmente los resultados del estudio analítico.

2. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO

Este proyecto surge de la necesidad de realizar instalaciones de *submetering* que permitan establecer y evaluar los perfiles de consumo de los equipos presentes en las industrias, y de esta forma, desarrollar un plan de actuación con las posibles medidas de ahorro energético.

En muchas ocasiones, en este tipo de instalaciones es necesario dejar las sondas de medida de corriente durante períodos prolongados de tiempo, lo que obliga a disponer de un gran número de ellas. Es por ello que conviene obtener un dispositivo lo más económico posible.

De cara a su diseño, ha de tenerse en cuenta que los requisitos técnicos que se persiguen son una precisión aproximadamente de un 1% y estar focalizada en la frecuencia de 50 Hz.

A continuación, se realiza un análisis de las sondas Rogowski presentes en el mercado actualmente que permite mostrar por qué no se ajustan a las necesidades de Termia S.L.

- **GFUVE FQ-RCT01-55 [2]**

Flexible AC Current Probe

- Ratio de Corrientes: 10 A – 10 kA
- Tensión de salida (Ratio estándar):
100mV AC / 1000 A @50Hz.
- Exactitud: <1% @ 25°C (45-65 Hz)
- Error de fase: <1° @ 25°C (45-65 Hz)
- Sensibilidad de Posición: ±2%
- Rango de frecuencias: 25 Hz – 20 kHz
- Precio: 92 €/unidad *



Figura 2.1. FQ-RCT01
Flexible AC Current

- **MAGNELAB RCT-350T [3]**

RopeCT AC Current Sensor

- Ratio de Corrientes: 250 – 5000 A
- Tensión de salida: 333 mV – 1 V
- Exactitud: 1%
- Error de fase: <0,5° @ 25°C (45-65 Hz)
- Precio: 65 €/unidad *



Figura 2.2. RCT-350T AC
Current Sensor

- **ALGODUE MFC 150 [4]**
AC Flexible Rogowski Coil

- Ratio de Corrientes: desde mA hasta cientos kA.
- Tensión de salida (Ratio estándar):
100mV / 1000 A @50Hz.
- Sensibilidad de Posición: $\pm 1\%$
- Rango de frecuencias: 40 Hz – 20 kHz
- Precio: 50 €/unidad *



Figura 2.3. MFC150
Flexible Rogowski Coil

- **CIE FLEXIV300.100 [5]**
AC Flexible Rogowski Coil

- Máxima corriente medible: 100 kA
- Tensión de salida (Ratio estándar):
100mV / 1000A @50Hz.
- Exactitud: $\pm 1\%$ (calibrado con amplificador/integrador de baja impedancia)
- Sensibilidad de Posición: $\pm 2\%$
- Rango de frecuencias: 20 Hz – 5 kHz
- Precio: 34 €/unidad *

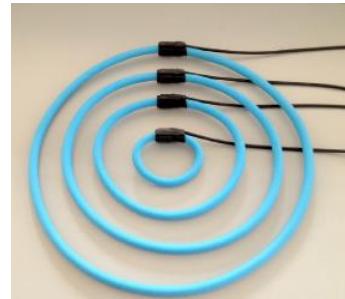


Figura 2.4. FLEX IV 300. 100. AC
Flexible Rogowski Coil

- **HEYI FRC-210 [6]**
AC Flexible Rogowski Coil

- Ratio de Corrientes: 1 – 1000 A
- Tensión de salida: 38 mV
- Exactitud: 1%
- Error de fase: $<-0,35^\circ$
- Sensibilidad de Posición: $\pm 2\%$
- Rango de frecuencias: 10 Hz – 10 MHz
- Precio: 26 €/unidad *



Figura 2.5. FRC-210 AC
Flexible Rogowski Coil

- **MEATROL FCT-300 [7]**

AC Current Transducer

- Ratio de Corrientes: 0 – 100 kA AC
- Tensión de salida (Ratio estándar):
120 mV / 1000 A @50Hz.
- Exactitud: <1% @ 25°C
(entre el 10 y el 200% de la corriente)
- Error de fase: <1% @ 25°C
- Sensibilidad de Posición: ±1%
- Rango de frecuencias: 2 Hz – 100 kHz
- Precio: 25 €/unidad *

MEATROL®



*Figura 2.6. FCT-300 AC
Flexible Rogowski Coil*

(*) *Todos los precios mostrados anteriormente hacen referencia únicamente a la sonda (sin electrónica de adaptación).*

Como se puede observar, todas estas sondas operan en un gran rango de frecuencias, lo cual no es necesario para la sonda que se pretende diseñar, puesto que, como se ha citado anteriormente, su aplicación se encuentra en los 50 Hz. También cabe destacar que la mayoría presentan un rango demasiado amplio de corrientes (hasta 100 kA) y una buena precisión en la medida (en torno al 1%). Además, todas ellas poseen cierres con una sofisticación mayor de la requerida. Todas estas características hacen de ellas unos dispositivos muy completos, pero poco competitivos debido a su elevado coste (de media en torno a 40-50 €/unidad y 30-40 €/unidad en compras de grandes lotes), lo que encarece muy significativamente el equipo de medida en su conjunto, representando un 50% del mismo. Este coste dificulta el despliegue del sistema de *submetering*.

Por lo tanto, desarrollar una sonda Rogowski que cumpla los requisitos exigibles para este tipo de aplicaciones y a un coste reducido permitirá incrementar el número de instalaciones de este tipo, y por consiguiente, mejorar la calidad de las auditorías energéticas ofrecidas por Termia S.L.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA BOBINA DE ROGOWSKI

A continuación, se muestran detalladamente los aspectos teóricos que rigen el funcionamiento de una bobina Rogowski [8] [9].

3.1 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

Una bobina Rogowski es un transductor de corriente. Consiste en una bobina con núcleo de aire y forma de toroide atravesada por un conductor por el que se hace circular la corriente que se desea medir.

Su uso como medidor de corrientes variables en el tiempo fue planteado por Rogowski y Steinhaus en 1912. Su principio de operación es sencillo, se basa, esencialmente, en que la corriente que se pretende medir crea un campo magnético, de manera que, al rodear esta corriente con la bobina, dicho campo inducirá una diferencia de potencial entre los extremos de la bobina.

La bobina de Rogowski se puede considerar como una aplicación directa de las leyes de Ampère y Faraday. La primera de ellas describe una de las propiedades del campo magnético que se crea alrededor de un conductor por el que circula una corriente. En concreto, dice que “*la circulación del campo magnético sobre una trayectoria cerrada es igual a la corriente total que atraviesa cualquier superficie apoyada en la curva*”. Matemáticamente se expresa de la siguiente forma:

$$I = \oint_{\text{Lazo}} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_0^l H \cdot \cos \alpha \cdot dl = \oint_0^l H_y \cdot dl$$

Por otra parte, esta integral puede aproximarse a partir de un conjunto discreto de puntos.

$$\oint_0^l H_y \cdot dl \approx \sum_{k=1}^N H_{y_k} \cdot \Delta l = \sum_{k=1}^N H_{y_k} \cdot \frac{L}{N} = \frac{L}{N} \sum_{k=1}^N H_y$$

donde:

H es la intensidad de campo magnético.

H_y es la componente tangencial de H .

dl es un elemento infinitesimal a lo largo de la trayectoria cerrada o lazo de medida.

α es el ángulo formado entre la dirección del campo magnético y la dirección de dl , como se ve en la figura 3.1.

L es la longitud total del lazo de medida.

N es el número de puntos en los que se mide H .

La ley de Faraday-Lenz explica cómo este campo magnético crea una diferencia de potencial entre los extremos de la bobina debido a la variación del flujo de campo magnético. En concreto, dice que “*la f.e.m inducida en un circuito estacionario cerrado es igual y de signo contrario a la variación en el tiempo del flujo magnético que atraviesa el circuito*”.

En la figura 3.1 se muestra el lazo de medida a lo largo de la bobina helicoidal, de n vueltas, y sección transversal A , que rodea a un conductor por el cual circula la corriente I que se pretende medir.

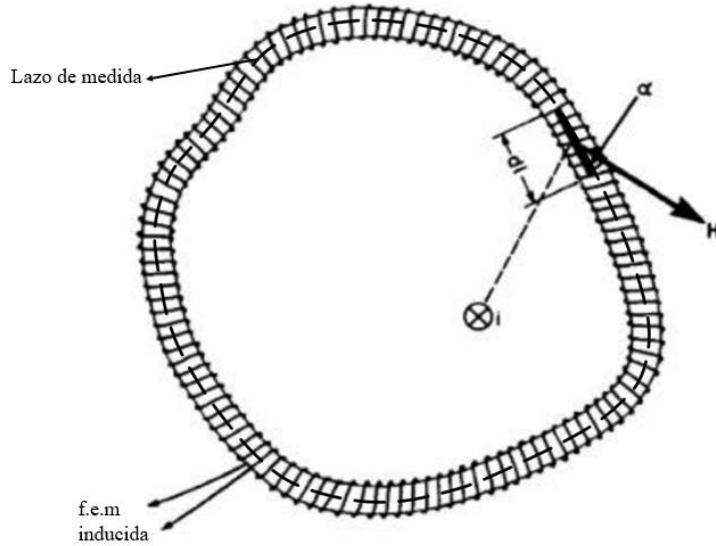


Figura 3.1. Elemento infinitesimal de longitud dl de la bobina [8].

El flujo magnético que atraviesa la sección en un elemento infinitesimal de superficie dS es $d\Phi$. El flujo, Φ , total se obtiene a partir de la integral de superficie de la inducción magnética B en la superficie de la sección del núcleo. La tensión inducida, ε , se obtiene, según la ley de Faraday-Lenz, como la derivada respecto del tiempo del flujo magnético.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{espira} &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right) = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} = -\mu_0 \int_S \frac{d\vec{H}}{dt} \cdot d\vec{S} \approx \\ &\approx -\mu_0 A \frac{dH}{dt} \cos \alpha\end{aligned}$$

donde A es la superficie de la espira.

La tensión inducida total será la suma de la tensión inducida en cada una de las espiras que forman la sonda.

$$\varepsilon_{bobina} = \sum_{k=1}^N \varepsilon_{espira_k} = -\mu_0 A \sum_{k=1}^N \frac{dH_k}{dt} \cos \alpha_k = -\mu_0 A \sum_{k=1}^N \frac{dH_{y_k}}{dt} = -\mu_0 A \frac{d}{dt} \sum_{k=1}^N H_{y_k}$$

$$\varepsilon_{bobina} \approx -\frac{\mu_0 A N}{L} \frac{d}{dt} \oint_{Lazo} \vec{H} \cdot d\vec{l} = -\frac{\mu_0 A N}{L} \frac{dI}{dt}$$

Así, queda establecida la relación entre la corriente que se pretende medir y la tensión inducida en la bobina. De forma general, se puede decir que el campo magnético producido por la variación de corriente que circula por el conductor induce en la bobina una tensión proporcional al cambio de la corriente dI/dt .

La integral de línea de la ley de Ampère requiere determinar H en todos los puntos que forman la trayectoria, por lo que se requieren espiras con sección transversal nula. Si fuese así, la tensión proporcionada a la salida de la bobina de Rogowski sería independiente de la forma del camino cerrado y de la posición del conductor respecto de la bobina. Sin embargo, el devanado helicoidal de la bobina se realiza sobre un núcleo que tiene una sección transversal no nula, por lo que se crea un dispositivo que sólo se aproxima al requerimiento estricto de la ley de Ampère. Por tanto, la bobina tendrá, entre otros, un error asociado a la posición del conductor a medir. Este error se puede hacer mínimo si todas las vueltas se realizan con la misma sección transversal y se distribuyen uniformemente.

3.2 APLICACIÓN DE LOS FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Una bobina de Rogowski consiste en un arrollamiento de alambre fino en forma de hélice que se extiende alrededor del conductor sobre el que se pretende medir la corriente formando un toroide. La corriente que circula por el conductor generará un campo magnético al que se verá sometido la bobina que lo rodea, induciéndose entre los extremos del alambre una tensión proporcional a la variación en el tiempo de la corriente medida, tal y como se muestra en la figura 3.2.

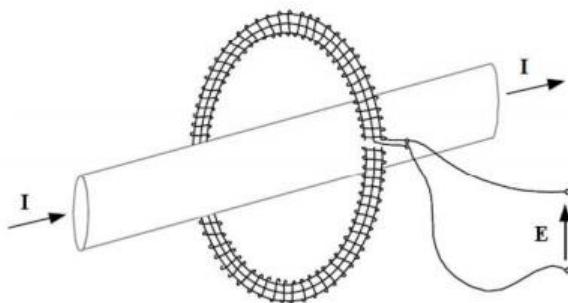


Figura 3.2. Esquema de una Bobina de Rogowski en torno a un conductor [10].

La implementación de una bobina Rogowski se puede hacer de distintas formas. El conductor se arrolla sobre un núcleo no ferromagnético, que puede ser, bien un toroide rígido, o bien, flexible y abierto. Con este último, se facilita su colocación alrededor del conductor donde se va a medir la corriente.

El diseño más simple de una bobina Rogowski consta de un devanado de una sola capa, como se muestra en la figura 3.3.

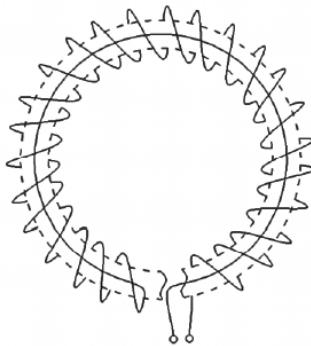


Figura 3.3. Bobina Rogowski de una sola capa con vuelta de retorno [9].

El avance a lo largo del toroide del devanado helicoidal sumado a lo largo de toda la circunferencia crea una vuelta perpendicular al eje del toroide. En caso de que exista algún flujo magnético paralelo a la bobina, éste inducirá una tensión que se sumará a la inducida por el flujo creado por la corriente que se pretende medir. Para compensar este efecto indeseado, el devanado de la bobina se hace con una vuelta de retorno por el eje central de las espiras y en dirección opuesta al avance del devanado helicoidal. Como está conectado eléctricamente en serie con la salida de la bobina, si existen flujos paralelos al eje de la bobina se induce una tensión igual y opuesta en polaridad a la inducida por el avance del devanado helicoidal, de modo que se compensa.

4. ESTUDIO ANALÍTICO SOBRE LA BOBINA DE ROGOWSKI

Una vez conocido su principio de funcionamiento y las leyes que rigen su comportamiento, se puede pasar a realizar el estudio analítico en el que se modele dicho comportamiento teórico. Con él, se pretende determinar y cuantificar las fuentes de error asociadas a su medida, y de este modo, encontrar el diseño óptimo de la sonda.

En el presente trabajo, el estudio analítico se realizará con Excel como herramienta principal.

Como se ha expresado anteriormente, la sonda que se persigue ha de resultar un dispositivo sencillo y económico. Como requisitos de diseño, ha de estar focalizada en la frecuencia de 50 Hz y poseer aproximadamente una precisión de un 1%.

4.1. CÁLCULO DEL NÚMERO DE ESPIRAS

Para comenzar el diseño, en primer lugar, es necesario conocer el número de espiras del que dispondrá la sonda. Para ello, Termia S.L establece las siguientes condiciones eléctricas que determinarán la sonda Rogowski canónica:

- Corriente de medida nominal (valor eficaz), $I_0 = 1000 \text{ A}$.
- Tensión de salida de la sonda nominal, $100 \text{ mV} < \mathcal{E} < 300 \text{ mV}$

Se ha tomado como valor de referencia $\varepsilon_0 = 200$ mV.

Además, en base a sus necesidades, establecen los siguientes parámetros de diseño:

- Diámetro medio de la sonda: $\phi_{sonda} = 7$ cm.
- Diámetro de las espiras que compondrán la bobina: $\phi_{espira} = 6$ mm.

A continuación, se muestra de forma detallada el cálculo del número de espiras. Este cálculo se realiza para una situación concreta en la que el conductor se encuentra centrado y rodeado por una bobina perfectamente circular, es decir, en condiciones de simetría total. Dicha situación puede verse representada en la figura 4.1.

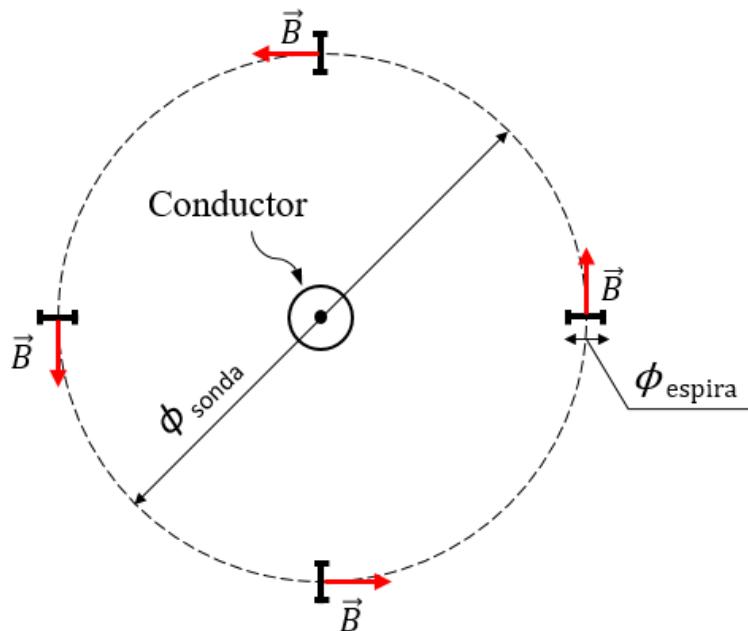


Figura 4.1. Esquema de la sonda en torno al conductor en situación de simetría total.

El campo magnético, B , en el centro de una espira será:

$$B_{centro\ espira} = \mu_0 \cdot \frac{I_{pico} \cdot \operatorname{sen}(\omega t)}{2\pi d}$$

donde:

μ_0 es la permeabilidad magnética del aire.

I_{pico} es la corriente de pico que circula por el conductor.

ω es la frecuencia angular.

d es la distancia entre el conductor y el centro de las espiras:

$$d = \frac{\phi_{sonda}}{2}$$

El flujo magnético en una espira, Φ_{espira} , se obtendrá integrando el campo a lo largo de la superficie de esa espira:

$$\Phi_{espira} = \int_{S_{espira}} \vec{B} \cdot d\vec{S} \approx \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \hat{BS}$$

donde:

B es el campo en el centro de la espira.

S es la superficie transversal de la espira:

$$S = \frac{\pi \cdot \phi_{esp}^2}{4}$$

Así pues,

$$S_{bobina} = N \cdot S_{espira}$$

donde N es el número de espiras de la bobina.

Mediante la composición de las ecuaciones anteriores, se obtiene el flujo en la bobina:

$$\Phi_{bobina} = N \cdot S_{espira} \cdot \mu_0 \cdot \frac{I_{pico} \cdot \operatorname{sen}(\omega t)}{2\pi d} \cdot \cos \hat{BS}$$

Finalmente, derivando el flujo respecto al tiempo resulta la f.e.m, ϵ :

$$\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = S \cdot N \cdot \mu_0 \cdot \frac{I_{pico} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)}{2\pi d} = \epsilon_0 \cdot \cos(\omega t)$$

Puesto que la f.e.m inducida será una función senoidal se toma el valor eficaz de dicha función para determinar el número de espiras. Dado que solo es necesaria la amplitud para la resolución, se ha obviado el signo de la ley de Faraday en la expresión anterior.

$$\epsilon_0 = \frac{S \cdot N \cdot \mu_0 \cdot I_0 \cdot \omega}{2\pi d}$$

donde, para la situación canónica que ocupa:

$$I_0 = \frac{I_{pico}}{\sqrt{2}}$$

$$S = \frac{\pi \cdot \phi_{esp}^2}{4} = 28,27 \text{ mm}^2$$

$$d = \frac{\phi_{sonda}}{2} = 35 \text{ mm}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$$

De modo que el número de espiras obtenido es:

$$N = 3940,27 \text{ espiras}$$

Se tomarán 4000 espiras como valor de referencia para realizar el modelo.

4.2. MODELO ANALÍTICO DE LA SONDA

Puesto que, en su aplicación, las sondas serán colocadas de diferentes formas, según lo permita la instalación donde vayan a ser situadas, este modelo se centra en el estudio del error cometido en la medida asociado al descentramiento del conductor.

Si el conductor se encontrase ubicado en el centro, como se mostraba en la situación del cálculo del número de espiras, aunque las espiras estuviesen distribuidas aleatoriamente dentro de la sonda circular, ésta mediría la corriente correctamente, ya que la distancia entre el conductor y las espiras sería conocida y constante, de modo, que el campo, B , también podría ser conocido, resultando el mismo en todas ellas, y por lo tanto, induciéndose la misma f.e.m en cada espira. Sin embargo, cuando el conductor se descentra, la distancia a todas las espiras no es la misma, por lo que el campo al que se ven sometidas tampoco lo es. Esto provoca errores en la medida asociados a dicho descentramiento que se van a estudiar con detalle a lo largo del modelo.

En una primera aproximación del modelo, previa a que Termia S.L. estableciese características nominales definitivas, se realizó un estudio con el que se pretendía conocer la dependencia del error cometido en la medida asociando al descentramiento en función la distribución de las espiras dentro de la sonda y de la zona en la que se permitía situar el conductor. La tendencia del error obtenida mediante este análisis servirá para iniciar el diseño definitivo de la sonda.

El desarrollo de este estudio se llevó a cabo con los valores nominales que se muestran a continuación:

- Corriente de medida nominal (valor eficaz), $I_0 = 2000 \text{ A.}$
- Tensión de salida de la sonda nominal, $\varepsilon_0 = 200 \text{ mV}$
- Diámetro medio de la sonda: $\phi_{\text{sonda}} = 10 \text{ cm.}$
- Diámetro de las espiras que compondrán la bobina: $\phi_{\text{espira}} = 7 \text{ mm.}$

El número de espiras obtenido, mediante el mismo procedimiento que el mostrado en el apartado 4.1, para estas condiciones de partida es aproximadamente 2000 espiras. Si la sonda dispusiese de infinitas espiras contiguas, la posición en la que se encontrase el conductor sería independiente de la f.e.m inducida entre los extremos de la bobina. Sin embargo, el número de espiras ha de ser finito. Por tanto, para realizar el modelo, en este trabajo se aborda el diseño de la sonda de forma discreta, es decir, la bobina se formará colocando carretes equidistantes con el mismo número de espiras. En el comienzo de este estudio se decidió diseñar la sonda utilizando carretes discretos como la mejor forma de abaratar costes.

Para comenzar el estudio, se escogen carretes de 400 espiras. Esta decisión se toma principalmente porque estos carretes son pequeños en lo que a bobinas se refiere, lo que trae consigo dos ventajas principales, en primer lugar, permite poner un número razonable de carretes, ya que cuanto mayor sea, más inmune será la sonda a descentramientos del conductor a medir; y, en segundo lugar, cuanto menor sea el tamaño del carrete, menos diferirá la medida real de los resultados obtenidos con el modelo, ya que en éste, los carretes se modelan como puntos discretos en la trayectoria de la sonda, despreciando así el tamaño de los mismos.

En esta parte del estudio se analizará el comportamiento de sondas construidas mediante 4, 5, 6 y 7 carretes sucesivamente. A continuación, en la figura 4.2 se muestra el esquema concreto de la sonda dispuesta de 4 carretes.

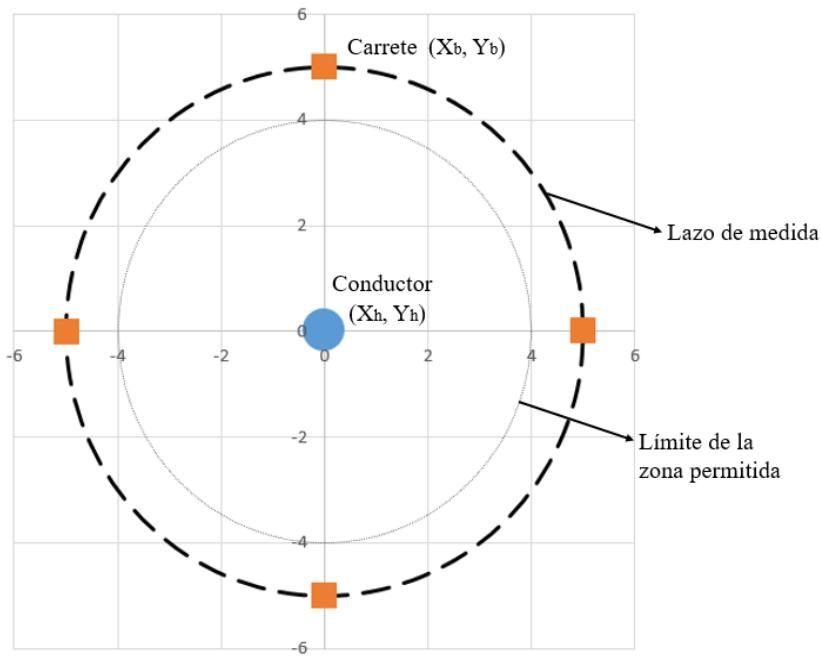


Figura 4.2. Esquema de la sonda con 4 carretes.

El punto azul, de la figura anterior, representa el conductor al que se desea medir la corriente. Como se puede observar, para realizar el modelo, se ha establecido un radio que limita la zona permitida para situar el conductor, con el fin de evitar que la medida obtenida quede falseada por encontrarse demasiado cerca de alguno de los carretes. Así pues, es objeto de esta parte del estudio ver como varía el error de la sonda al variar esta zona permitida.

Para ello, se tomará una muestra de 2000 posiciones aleatorias del conductor dentro de la zona permitida, variando ésta desde un radio de 1cm hasta los 4 cm representados en la figura 4.2. Para cada una de estas posiciones, y en cada situación, se calculará la f.e.m inducida en la sonda del siguiente modo:

Dadas las posiciones de la bobina y del conductor:

- Posición del carrete de la bobina (X_b, Y_b), que será fija.
- Posición del hilo conductor (X_h, Y_h), que podrá moverse dentro del perímetro citado anteriormente

La distancia entre el conductor y el centro de la sección del carrete será:

$$d = \sqrt{(X_b - X_h)^2 + (Y_b - Y_h)^2}$$

Una vez calculada la distancia d , se obtiene el campo magnético B como:

$$B_{carrete} = \frac{n \cdot \mu_0 \cdot I_0}{2\pi d}$$

A partir del campo B , se calcula el flujo magnético Φ :

$$\Phi_{carrete} = B_{carrete} \cdot S \cdot \cos \theta$$

Finalmente, la f.e.m inducida en el carrete, será:

$$\epsilon_{carrete} = -\frac{d\Phi_{carrete}}{dt}$$

Puesto que dicha f.e.m va a ser una función senoidal, se trabajará en términos de valor eficaz. Calculándose a lo largo del modelo de la siguiente forma:

$$\epsilon_{carrete} = \omega \cdot \Phi_{carrete}$$

La f.e.m resultante se obtiene como suma de la f.e.m inducida en cada uno de los carretes.

$$\epsilon_{Sonda} = \sum \epsilon_{carretes}$$

Finalmente, se ajustarán los resultados obtenidos mediante una distribución normal. Se considerará el error cometido en la medida como dos veces la desviación típica de esta distribución [11].

La distribución normal o distribución gaussiana, representada en la figura 4.3, viene caracterizada por dos parámetros:

- μ es la media aritmética del conjunto
- σ es la desviación típica, es una medida de dispersión que indica cuánto tienden a alejarse los valores de la media.

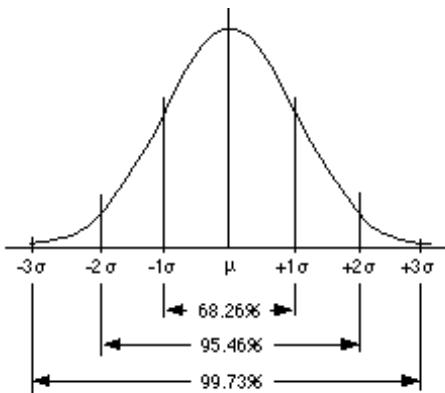


Figura 4.3. Distribución normal (μ, σ^2)

Por tanto, tomar el error como dos veces la desviación típica de la distribución supondrá que el 95,46 % de esos valores poseen un error igual o menor del establecido.

Aplicando el modelo explicado anteriormente, se obtienen los resultados recogidos en la tabla 4.1 sobre el error cometido en la medida según la disposición de los carretes en la sonda, y según la zona permitida en la que situar el conductor.

Tabla 4.1. Error en función de la disposición de los carretes y de la zona permitida.

nº carretes	r = 4 cm	r = 3 cm	r = 2 cm	r = 1 cm
4	20,38%	6,19%	1,24%	0,074%
5	15,06%	3,17%	0,45%	0,014%
6	10,47%	1,90%	0,16%	0,002%
7	7,67%	1,05%	0,06%	0,0005%

Cada vez que se introduce un nuevo carrete, el número de espiras totales aumenta, dando lugar a diferentes escenarios que a priori no son comparables. Por este motivo, todos los valores que aparecen en la tabla 4.1 han sido normalizados, de este modo se elimina la dependencia del número de carretes con el número de espiras, influyendo solamente en la disposición de las mismas.

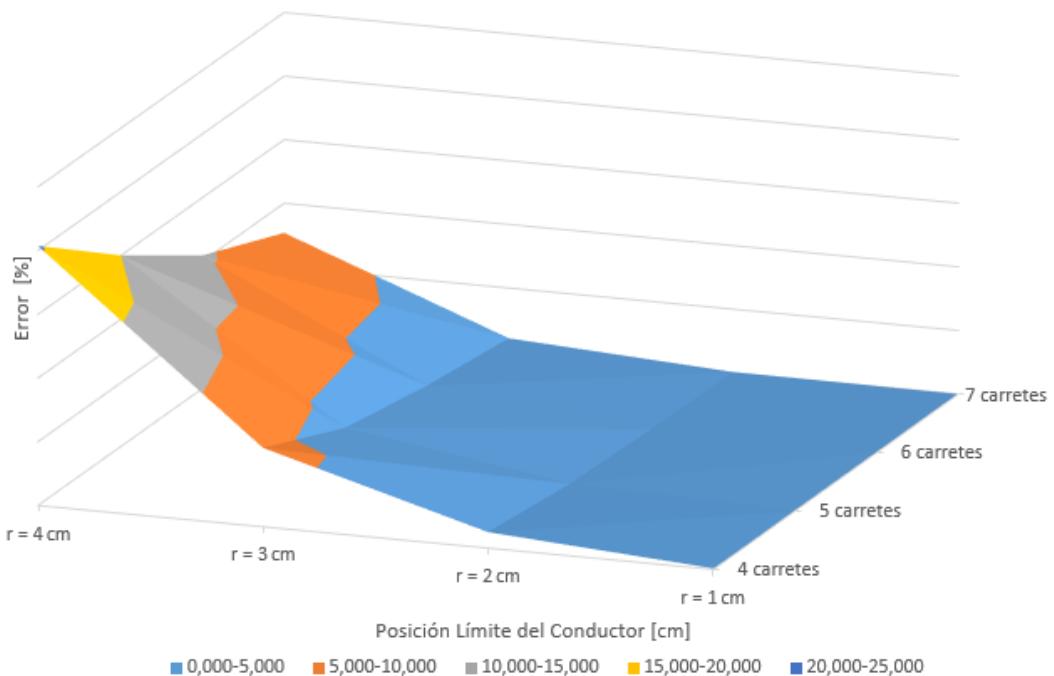


Figura 4.4. Error en función de la disposición de los carretes y de la zona permitida.

Como se puede observar en la figura 4.4, el error que se comete en la medida tiene una fuerte dependencia con el límite de la zona permitida. Cuanto mayor es esta zona, mayor es el error. Hay que tener en cuenta que en ocasiones las sondas podrían dejarse colgando del conductor si la instalación no permite centrarlo mejor, quedando algunos carretes muy cerca del conductor del que cuelgan. Si esta situación se da, se puede observar en la figura anterior, que la mejor forma para conseguir precisiones mayores en la medida es aumentar el número de carretes, distribuyéndolos lo más homogéneamente posible, tendiendo al modelo de sonda continua dispuesta de infinitas espiras.

Una vez analizadas las dependencias del error, y bajo las condiciones nominales definitivas establecidas por Termia S.L, citadas de nuevo a continuación, se aplicará el modelo desarrollado anteriormente tomando una zona permitida con un radio de 2,5 cm.

- Corriente de medida nominal, $I_0 = 1000 \text{ A}$.
- Tensión de salida de la sonda nominal, $\varepsilon_0 = 200 \text{ mV}$
- Diámetro medio de la sonda: $\phi_{\text{sonda}} = 7 \text{ cm}$.
- Diámetro de las espiras que compondrán la bobina: $\phi_{\text{espira}} = 6 \text{ mm}$.

Bajo estas condiciones, como se ha calculado en el apartado 4.1, para obtener una f.e.m de 0,2 V, son necesarias unas 4000 espiras.

En este punto, es necesario saber cuántos carretes habrá que colocar para cumplir con los requisitos establecidos, es decir, una tensión inducida en torno a los 200 mV con una precisión aproximadamente del 1%. Para ello, se aplicará el modelo de forma iterativa hasta hallar el número de carretes con el que se obtendrá dicha precisión.

Esta precisión se considerará alcanzada cuando el error cometido en la medida de la sonda sea menor del 1%, tomando, de nuevo, este error como dos veces la desviación típica de la distribución normal, es decir:

$$\text{error} \leq 1\% \quad \varepsilon_0 = 0,01 * 200 \text{ mV} = 2 \text{ mV}$$

Por lo tanto,

$$2\sigma \leq 2 \text{ mV}$$

Lo que significa que el 95,46% de las medidas tomadas en la muestra tendrán un error implícito menor de 2 mV. Para aplicar el modelo, en este caso se comienza tomando carretes de 800 espiras, de modo que, relacionando las 4000 espiras totales necesarias y los carretes de 800 espiras, se obtiene, para una primera iteración, una sonda con 5 carretes, los cuales se dispondrán de forma equidistante, tal y como se muestra en la figura 4.5.

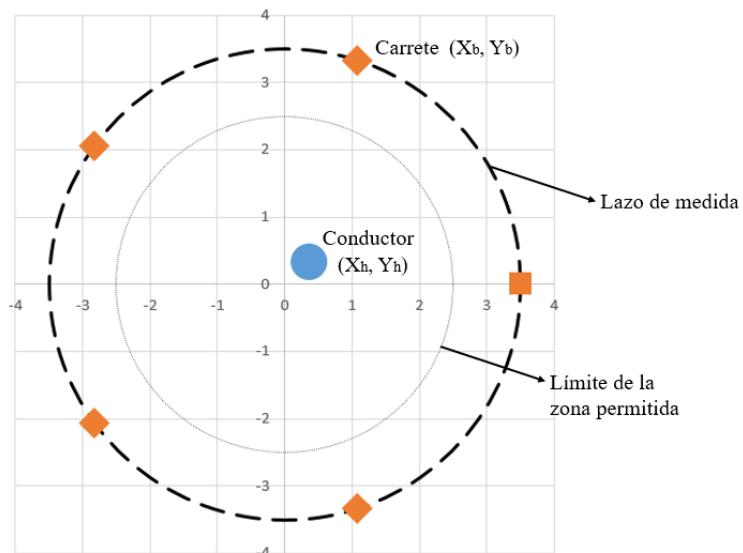


Figura 4.5. Sonda Rogowski de 5 carretes.

En el modelo se calcula la respuesta de la sonda para una muestra de 2000 posiciones aleatorias del conductor. En la figura 4.6, se muestra un esquema ilustrativo de dicha situación.

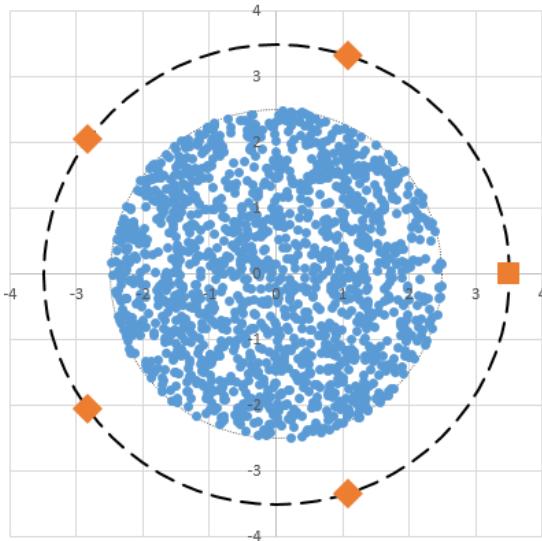


Figura 4.6. Sonda con 2000 conductores.

A continuación, se aplica el modelo de forma iterativa para cada una de las siguientes situaciones:

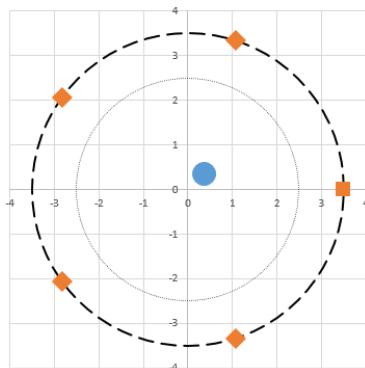


Figura 4.7. Sonda con 5 carretes

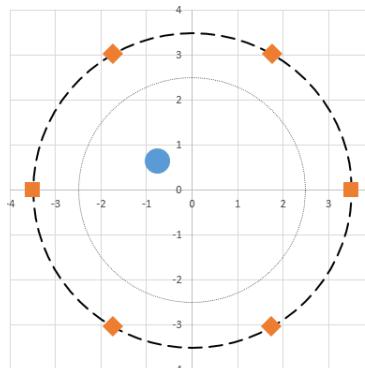


Figura 4.8. Sonda con 6 carretes

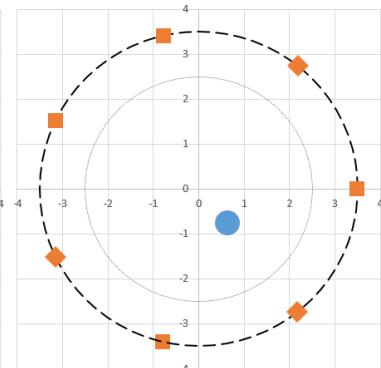


Figura 4.9. Sonda con 7 carretes.

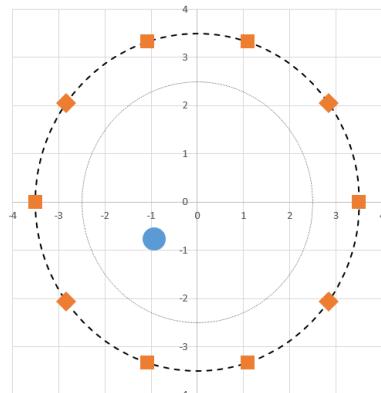


Figura 4.10. Sonda con 10 carretes.

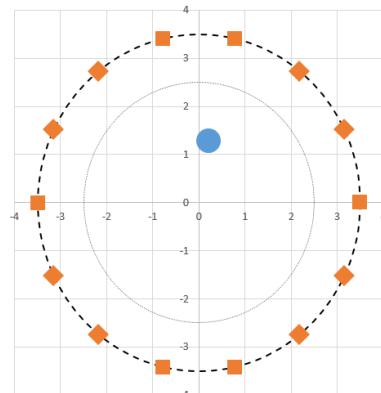


Figura 4.11. Sonda con 14 carretes.

En la tabla 4.2 se muestran de forma compacta los resultados obtenidos para cada situación. En ella, el error relativo se ha calculado de la siguiente forma:

$$\text{Error relativo} = \frac{2\sigma}{\sigma_{\text{medio}}} \cdot 100$$

Tabla 4.2. Resumen de los resultados.

Nº Carretes	Espiras/carrete	Espiras totales	f.e.m inducida media	Error absoluto ($2 \cdot \sigma$)	Error relativo
5	800	4000	0,2033 V	0,0228 V	11,20%
6	800	4800	0,2438 V	0,0173 V	7,10%
7	800	5600	0,2842 V	0,0142 V	4,98%
10	800	8000	0,4062 V	0,0059 V	1,45%
10	400	4000	0,2031 V	0,00295 V	1,45%
14	400	5600	0,2842 V	0,00090 V	0,32%

Analizando los resultados, se observa como la f.e.m inducida en la sonda va aumentando de manera proporcional conforme se añaden carretes, ya que el número de espiras se ve incrementado proporcionalmente. Cuando se llega a la situación en la que hay 10 carretes, donde el error en la medida ya es más razonable (en torno al 1,5%), la f.e.m media que se induce es de 406,2 mV, superando el rango establecido en las restricciones de diseño de partida (100 – 300 mV). Con el fin de reducir este valor, para continuar el estudio se toman carretes de la mitad de tamaño, es decir, de 400 espiras. A partir de este momento, se puede observar como la f.e.m también disminuye a la mitad, tal y como era de esperar. Incluso en la última iteración, con 14 carretes, la f.e.m media inducida queda dentro del rango establecido.

Por otro lado, también, como cabía esperar, el error cometido en la medida va disminuyendo conforme se aumenta el número de carretes, y, por lo tanto, estos se van disponiendo cada vez más cerca unos de otros, tiendiendo de este modo, al modelo de sonda continua citado al comienzo de este apartado, en el que no importaría la posición en la que se encontrase el conductor. Esta tendencia queda representada en la figura 4.12.

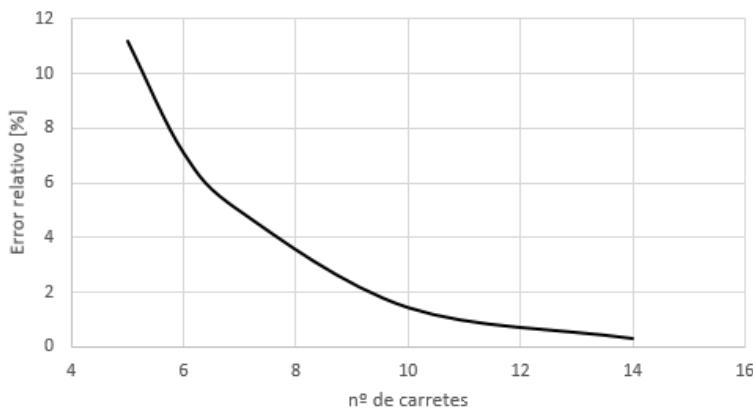


Figura 4.12. Tendencia del error en función del nº de carretes.

Este resultado también se puede apreciar en la figura 4.13, en la que se ve cómo se va reduciendo la dispersión en las distribuciones gaussianas conforme se aumenta el número carretes. Para representar la figura 4.13 se han normalizado los resultados, por lo que se ha eliminado la dependencia del número de carretes con el número de espiras, de modo que el número de carretes, solamente influye en la disposición de las espiras. Éste, es el motivo también, de que todas las distribuciones aparezcan centradas en 200 mV.

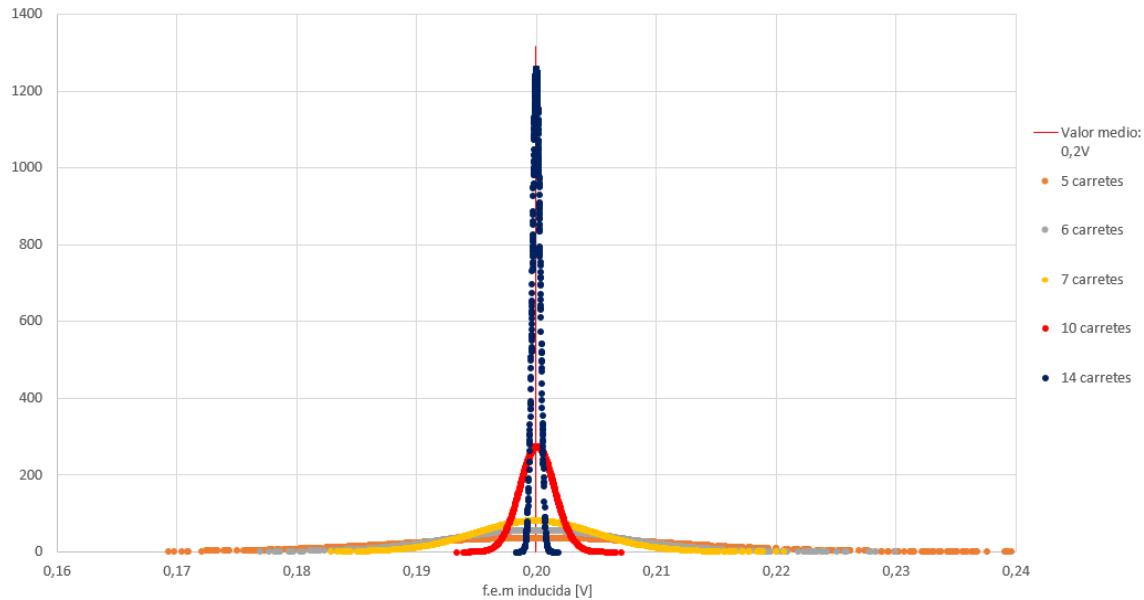


Figura 4.13. Distribución gaussiana normalizada para sondas con diferente número de carretes.

Finalmente, cabe comentar que analizando los resultados de la última situación, se puede apreciar que el error en la medida ha disminuido hasta alcanzar el 0,32 %, valor tres veces menor del asumible. Por tanto, se puede decir que este diseño se encuentra suficientemente próximo al de una sonda continua, de modo que no sería necesario añadir más carretes. Además, la f.e.m media inducida que se obtiene es de 284,2 mV, valor que se encuentra dentro del rango tomado como aceptable en los requisitos de partida.

Por lo tanto, puede concluirse que este diseño de sonda sería válido, ya que cumple con todas las restricciones técnicas establecidas al comienzo.

4.3. DISEÑO ÓPTIMO DE LA SONDA

Aunque, como se ha visto, el diseño dispuesto con 14 carretes, desde el punto de vista técnico es válido, en este trabajo se pretende encontrar además un diseño lo más económico posible, con esta razón, se optimizará el diseño obtenido en la última iteración tratando de ajustarlo a las restricciones técnicas con mayor precisión, lo que permitirá, a su vez, disminuir los costes al reducir el número de carretes, y por tanto, el material necesario para su construcción.

Asumiendo, de este modo, un error relativo $\leq 1\%$ y dejando un cierto margen para otras posibles fuentes de error, como por ejemplo las asociadas a la electrónica de adaptación, se toma como diseño óptimo una sonda dispuesta con 12 carretes, es decir, 4800 espiras distribuidas como se muestra en la figura 4.14.

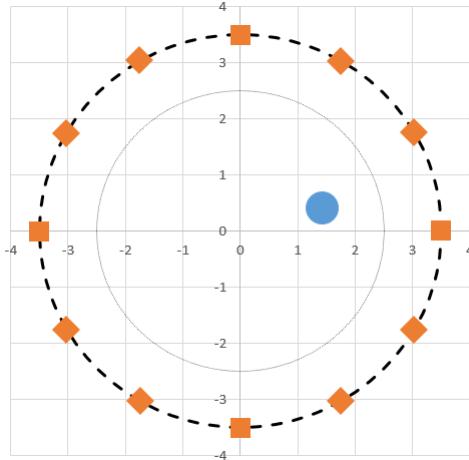


Figura 4.14. Sonda con 12 carretes.

Tras aplicar el modelo, los resultados obtenidos se recogen en la tabla 4.3. Se puede observar que la f.e.m media inducida, 243,6 mV, queda dentro del rango establecido al inicio. Además, la medida presenta un error del 0,67 %, inferior al 1% que se había establecido como restricción de diseño.

Tabla 4.3. Resultados con 12 carretes.

μ	0,2436 V
$2\cdot\sigma$	0,001637 V
Err. relativo	0,67%

En la figura 4.15 se ha añadido la campana de Gauss correspondiente a la sonda con 12 carretes. En este gráfico se observa como el error ha aumentado algo respecto a la situación con 14 carretes, tal y como cabía esperar. Aunque, dado que sigue existiendo margen hasta el 1 % de exactitud que se persigue, se considera que ese margen absorberá los posibles errores que no se hayan contemplado en este estudio, y, por lo tanto, que este diseño es el óptimo desde el punto de vista técnico.

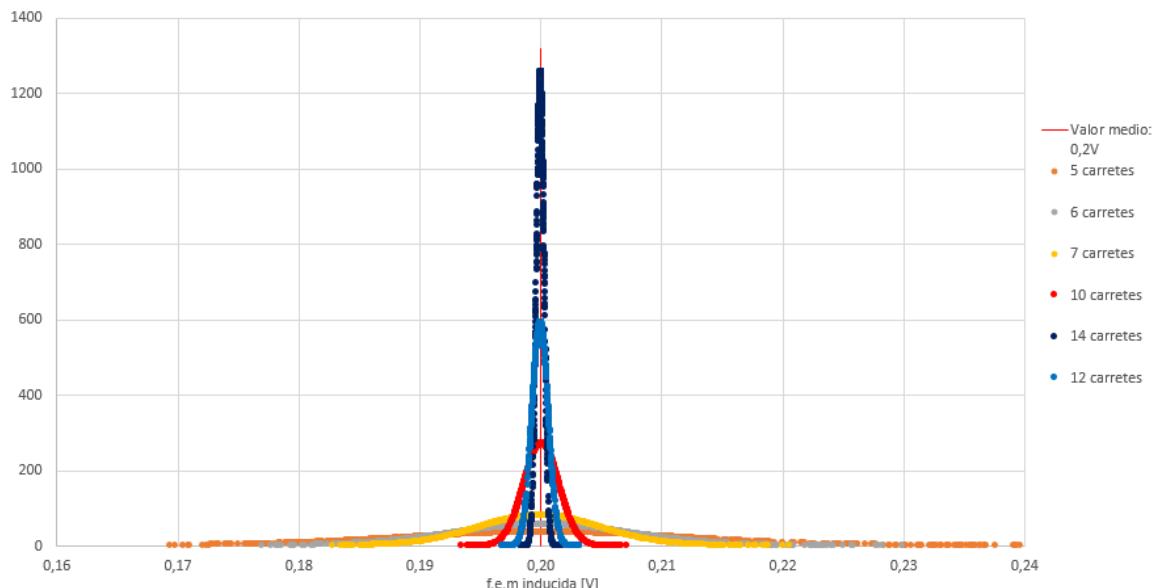


Figura 4.15. Distribución gaussiana normalizada para sondas con diferente número de carretes.

4.4. COMPROBACIONES DEL MODELO

A continuación, se detallan varias comprobaciones realizadas acerca del modelo numérico con el fin de ratificar su validez.

4.4.1. HOJA DE CÁLCULO

Para validar la hoja de cálculo, se realizan de forma analítica todos los pasos que se siguen en ella para obtener la f.e.m inducida en uno de los carretes para una posición concreta del conductor.

Dadas las condiciones de partida establecidas por Termia S.L,

- Corriente de medida nominal, $I_0 = 1000$ A.
- Tensión de salida de la sonda nominal, $\varepsilon_0 = 200$ mV
- Diámetro medio de la sonda: $\phi_{\text{sonda}} = 7$ cm.
- Diámetro de las espiras que compondrán la bobina: $\phi_{\text{espira}} = 6$ mm.

y la posición del conductor: $(r, \theta) = (2 \text{ cm}, 40^\circ)$.

El carrete en que se va a calcular la f.e.m inducida consta de 800 espiras y se encuentra en la posición $(r, \theta) = (3,5 \text{ cm}, 0^\circ)$.

A continuación, en la figura 4.16, se muestra el esquema de la situación que se va a tratar.

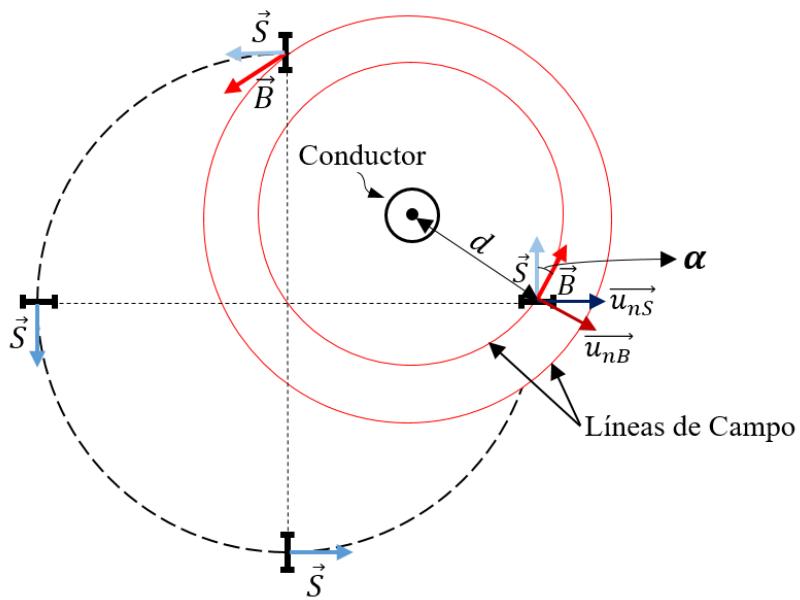


Figura 4.16. Esquema de la sonda frente a un conductor descentrado.

donde:

\vec{B} es el vector correspondiente a la línea de campo magnético que atraviesa el centro del carrete donde se va a calcular la tensión inducida.

\vec{S} es el vector superficie del carrete.

$\overrightarrow{u_{nB}}$ es el vector unitario normal al campo en el centro del carrete tratado.

$\overrightarrow{u_{nS}}$ es el vector unitario normal a la superficie del carrete considerado.

α es el ángulo que forman los vectores campo, B , y superficie, S .

d es la distancia entre el centro del conductor y del carrete.

Como ya se ha citado en el desarrollo del modelo, puesto que la f.e.m inducida será una función senoidal, los cálculos a lo largo de este apartado también se realizarán en base al valor eficaz de las funciones.

En primer lugar, se comienza el cálculo pasando las posiciones del conductor y del carrete a coordenadas cartesianas:

- Conductor: $(x_h, y_h) = (1,5321, 1,2858)$ cm
- Carrete: $(x_b, y_b) = (3,5, 0)$ cm

La distancia, d , entre el conductor y el carrete donde se quiere calcular la f.e.m se obtiene como:

$$d = \sqrt{(X_b - X_h)^2 + (Y_b - Y_h)^2} = \sqrt{(3,5 - 1,5321)^2 + (0 - 1,2858)^2} = 2,35 \text{ cm}$$

Una vez se tiene la distancia, se calcula el campo, B :

$$B_{carrete} = \frac{n \cdot \mu_0 \cdot I_0}{2\pi d} = \frac{800 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 1000}{2\pi \cdot 2,35 \cdot 10^{-2}} = 6,81 \text{ Wb/m}^2$$

El siguiente paso es calcular el flujo magnético, Φ

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \rightarrow \Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

Para ello, es necesario obtener primero el ángulo, α , que forman los vectores campo y superficie. Este ángulo se calculará a partir de sus vectores unitarios normales.

El vector unitario normal a la superficie es el siguiente:

$$\overrightarrow{u_{nS}} = \frac{x_b}{\sqrt{x_b^2 + y_b^2}} \hat{i} + \frac{y_b}{\sqrt{x_b^2 + y_b^2}} \hat{j} = \frac{3,5}{\sqrt{3,5^2 + 0^2}} \hat{i} + \frac{0}{\sqrt{3,5^2 + 0^2}} \hat{j} = 1\hat{i} + 0\hat{j}$$

Puesto que el vector superficie es perpendicular a su vector normal, éste se calcula de forma inmediata trasponiendo sus componentes y cambiando el signo de una de ellas.

$$\overrightarrow{u_S} = 0\hat{i} + 1\hat{j}$$

Siguiendo el mismo razonamiento, se calcula el vector de campo magnético:

$$\overrightarrow{u_{nB}} = \frac{x_b - x_h}{d} \hat{i} + \frac{y_b - y_h}{d} \hat{j} = \frac{3,5 - 1,5321}{2,35} \hat{i} + \frac{0 - 1,2858}{2,35} \hat{j} = 0,8374\hat{i} - 0,5471\hat{j}$$

$$\vec{u_B} = 0,5471 \hat{i} + 0,8374 \hat{j}$$

Finalmente, para obtener el ángulo entre el campo y la superficie se aprovecha la siguiente propiedad algebraica: el producto escalar de dos vectores es igual al coseno del ángulo que forman.

$$\vec{u_B} \cdot \vec{u_S} = \cos \alpha$$

$$\alpha = 33,13^\circ$$

Una vez calculado el ángulo, se calcula el flujo magnético, Φ :

$$\Phi = 6,81 \text{ Wb/m}^2 \cdot 28,27 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \cos 33,13^\circ = 1,6112 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

Por último, la f.e.m inducida en el carrete se obtiene como:

$$\epsilon_{carrete} = \omega \cdot \Phi_{carrete} = 2\pi \cdot 50 \cdot 1,6112 \cdot 10^{-4} = 0,05064 \text{ V}$$

A continuación, se muestra una imagen de la hoja de cálculo en la que se puede comprobar como la f.e.m inducida en el carrete coincide con la calculada anteriormente.

Hilo Conductor		DATOS	
Rh	2	Io	1000 A
φh	40	μ0	1,257E-06 N/A2
Xh	0,69813 rad	f	50 Hz
Yh	1,5320889	ω	314,159 rad/s
BOBINA DE ROGOWSKI (4 bob x 800 esp = 3200 espiras)			
N teórico	4000 espiras	Desp	6 mm
n	800 espiras	S	28,2743 mm2
Carrete 1			
Rb	3,5	d1	2,3506122 cm
φb	0 rad	Bb1(max)	6,8067374 Wb/m2
BS	33,16 rad	Φ1	0,0001611 Wb
cos (BS)	0,8371909	ε1	0,0506181 V

Figura 4.17. Hoja de cálculo de f.e.m inducida en el primer carrete.

4.4.2. ERROR COMETIDO EN EL CÁLCULO DEL FLUJO MAGNÉTICO

Para realizar el modelo, se ha considerado que el campo magnético, B , es constante en toda la sección de las espiras. Esta decisión se ha tomado porque la sección de las espiras es pequeña, por lo tanto, el error cometido al realizar los cálculos bajo esta aproximación se espera que también lo sea. En este apartado se calculará el flujo magnético en una espira considerando la variación que sufre a lo largo de su superficie.

Como se puede comprobar en la figura 4.18, la línea de campo que atraviesa una espira en su comienzo no es la misma que la que atraviesa el final de la misma, lo que denota

que el campo, B , no es constante a lo largo de toda su superficie. Como se ha explicado a lo largo del documento, el campo depende directamente de la distancia al conductor que lo produce, por este motivo, si el tamaño de las espiras es pequeño, la variación de esta distancia a lo largo de la espira es mínima.

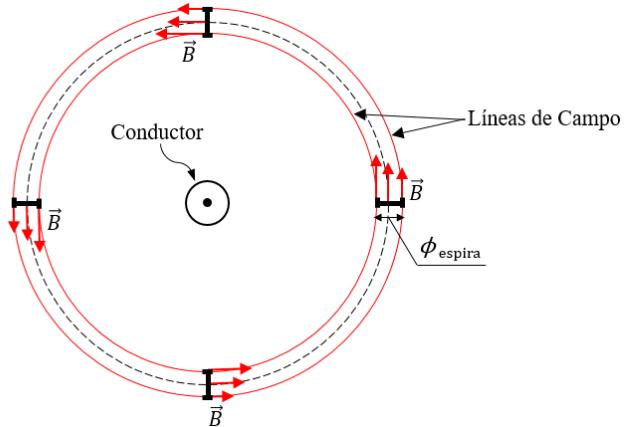


Figura 4.18. Esquema de las líneas de campo a lo largo de las espiras.

Con el fin de cuantificar este error y aportar validez al modelo, se detalla a continuación el cálculo del flujo magnético en una espira sin tomar la aproximación de campo, B , constante. En la figura 4.19 se muestra un esquema de la espira en la que se va a realizar el cálculo.

Para la situación abordada, existe simetría axial, dado que se resuelve tomando el conductor como un hilo indefinido por el que circula una corriente I_0 , de modo que el campo, B , solamente depende de la coordenada x .

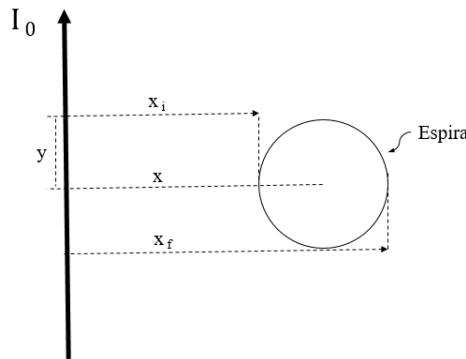


Figura 4.19. Esquema de una espira de la sonda.

$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S B \cdot dS = \int_{x_i}^{x_f} \int_{y_i}^{y_f} B(x) dx dy = \int_{x_i}^{x_f} \int_{y_i}^{y_f} \frac{\mu_0 \cdot I_0}{2\pi \cdot x} dx dy$$

Puesto que la espira es circular, se calcula el flujo integrando la mitad superior de la espira y se tiene en cuenta que el flujo total será el doble.

Los extremos de integración vienen dados por la geometría de la sonda para la coordenada x y por la ecuación del círculo que forma la espira para la coordenada y .

En x se tiene:

- $x_i = d - r_{espira} = 35 - 3 = 32 \text{ mm}$
- $x_f = d + r_{espira} = 35 + 3 = 38 \text{ mm}$

En y se tiene:

- $y_i = 0$

Para calcular el extremo de integración, y_f , se recurre a la ecuación del círculo aplicada a este caso $[(x - d)^2 + y^2 = r^2]$, la cual viene caracterizada por la posición en que se encuentra su centro, que en esta situación es $d = 35 \text{ mm}$ y por su radio, que corresponde al radio de la espira, $r = 3 \text{ mm}$. De modo, que y_f queda:

- $y_f^2 = -x^2 + 70x - 1216$

Una vez se tienen los extremos de integración se resuelve la integral de flujo:

$$\begin{aligned}\Phi &= \int_{x_i}^{x_f} \int_{y_i}^{y_f} \frac{\mu_0 \cdot I_0}{2\pi \cdot x} dx dy = 2 \cdot \int_{x_i}^{x_f} \frac{\mu_0 \cdot I_0}{2\pi \cdot x} y \Big|_{0}^{\sqrt{-x^2+70x-1216}} dx = \\ &= 2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_0}{2\pi} \int_{32}^{38} \frac{\sqrt{-x^2+70x-1216}}{x} dx = \frac{\mu_0 \cdot I_0}{\pi} (35 - 8\sqrt{19}) \cdot \pi = \\ &\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000}{\pi} \cdot (35 - 8\sqrt{19}) \cdot \pi = 1,61865 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}\end{aligned}$$

Se ha integrado tomando los extremos de integración en milímetros. Aunque para compararlo con el modelo, se pasará el resultado a unidades del SI y se tendrán en cuenta las 800 espiras que forman un carrete. Así pues, el flujo en el primer carrete será:

$$\Phi = 800 \cdot 1,61865 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3} = 1,2949 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

En la figura 4.20 se muestra el resultado de la hoja de cálculo.

Hilo		DATOS		
Rh	0	Io	1000	A
φh	0	μ0	1,2566E-06	N/A2
Xh	0	f	50	Hz
Yh	0	ω	314,159	rad/s
BOBINA DE ROGOWSKI (4 bob x 800 esp = 3200 espiras)				
N teórico	4000 espiras	Desp	6	mm
n	800 espiras	S	28,2743	mm ²
Bobina 1				
Rb	3,5	d1	3,5	cm
φb	0	B _{b1} (max)	4,57142857	Wb/m ²
B̄S	0,00	Φ1	0,00012925	Wb
cos (BS)	1	ε 1	0,04060637	V

Figura 4.20. Hoja de cálculo del flujo magnético en el primer carrete.

Como se puede observar, el resultado bajo la aproximación tomada en el modelo es prácticamente el mismo que el real, siendo el error cometido:

$$\text{error} = \left(1 - \frac{1,2925 \cdot 10^{-4}}{1,2949 \cdot 10^{-4}}\right) \cdot 100 = 0,187 \%$$

Se puede concluir, por lo tanto, que el error introducido en el modelo por considerar el campo constante en la superficie de las espiras, tomando el valor del mismo en el centro, es mínimo, de modo que se despreciará.

5. ESTUDIO EXPERIMENTAL SOBRE LA BOBINA DE ROGOWSKI

Una vez expuesto y comprobado el modelo que ofrece la respuesta de la sonda, se va a llevar a cabo la construcción de un prototipo que permita ratificar experimentalmente su validez.

5.1. DESARROLLO DEL PROTOTIPO

Se pretende desarrollar una sonda Rogowski formada por 12 carretes bobinados con 400 vueltas cada uno, formando así una bobina de 4800 espiras en total.

La sonda que se va a construir tiene que tener un diámetro de 7 cm, ya que se ha impuesto en las condiciones iniciales de diseño. Esto implica que su longitud será unos 22 cm.

$$L = 2\pi r = 2\pi \cdot 3,5 \text{ cm} = 21,99 \text{ cm}$$

Por lo tanto, se toma un cable conductor de cobre de longitud 22 cm y diámetro 4 mm.

Cada carrete se bobina de forma independiente. Para ello, se toma un trozo de manguera de diámetro interior 4 mm, diámetro exterior 6 mm y longitud unos 5 cm sobre el que se realizará el bobinado. Esta manguera se recubre con una capa de funda termoretráctil comercial para cables, con el fin de aumentar su diámetro exterior hasta los 7 mm para hacerla ajustar en el prensa-estopa utilizado para acoplar la manguera al eje de la bobinadora. En la figura 5.1 se puede observar el montaje.

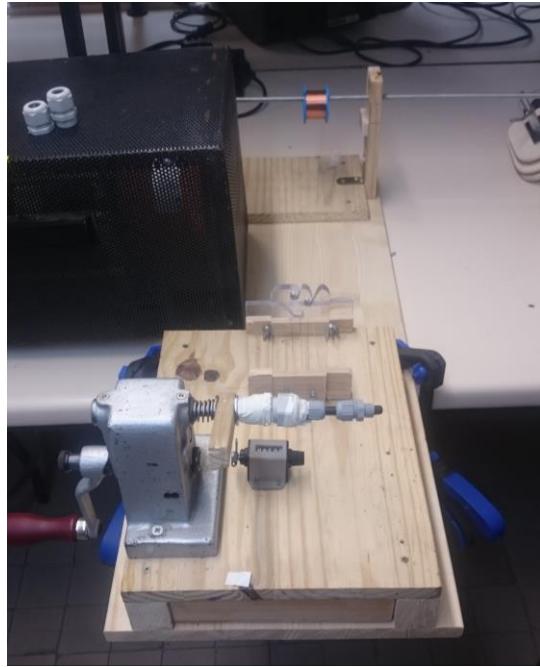


Figura 5.1. Montaje de la bobinadora.

Los carretes se realizan con una bobina de hilo de cobre cuya sección tiene 0,1 mm de diámetro. Puesto que esta medida solo influye en el tamaño final de los carretes que se obtienen, se decide tomar la sección más pequeña posible con el fin de obtener carretes con un diámetro de espira en torno a los 6 mm establecidos en los parámetros de diseño. Cuanto mayor es la sección del hilo de cobre con el que se bobina, mayor es la sección del carrete que se obtiene.

Una vez que se bobinan las 400 vueltas de cada carrete, se fijan con un trozo de funda termoretráctil para evitar que se deshagan. Posteriormente, se corta la manguera sobrante obteniendo el carrete terminado, como se muestra en la figura 5.2 (carrete derecho).

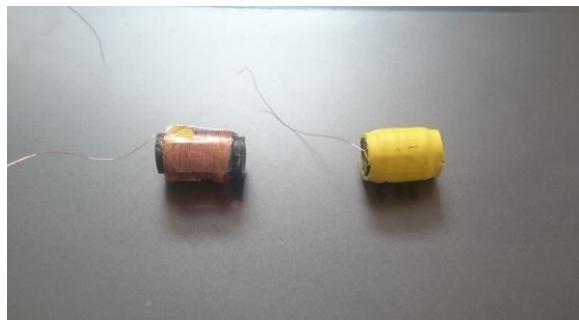


Figura 5.2. Carretes antes y después del recubrimiento termoretráctil.

Cada carrete tiene una longitud aproximada de 15 mm, de los cuales se encuentran bobinados 10 mm. El diámetro exterior de las espiras es de 10 mm, puesto que el interior es de 7 mm. Para los cálculos posteriores se tomará el diámetro medio, es decir, 8,5 mm.

Cuando se tienen los 12 carretes, antes de montar la sonda, se mide su resistencia para comprobar que todos tienen aproximadamente 400 espiras, puesto que la bobinadora (manual) y el procedimiento empleado presentaban dificultades para fijar exactamente el número de espiras. A continuación, en la tabla 5.1 se detallan estas medidas.

Tabla 5.1. Resistencia de los carretes.

Carrete	Ω	Carrete	Ω
1	21,3	7	21,4
2	22,2	8	20,9
3	22,5	9	21,9
4	24,2	10	24,1
5	22,8	11	24,1
6	21,4	12	21,3

Estas medidas se aproximan mediante una distribución normal, y se considera el error cometido como dos veces la desviación típica de la distribución, tal y como se ha hecho a lo largo del modelo. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 5.2, en la que se puede observar como el error que se introduce en la construcción de los carretes, en torno al 10 %, resulta significativo.

Tabla 5.2. Resultados de la distribución normal.

μ	22,26 Ω
$2 \cdot \sigma$	2,21 Ω
Err. relativo	9,94 %

Una vez realizadas las medidas, se pasan los carretes por el cable conductor y se sueldan para unirlos eléctricamente entre ellos y al conductor por un lado. El otro lado del conductor, así como el hilo del carrete de un extremo serán las salidas entre las que se induzca la tensión de la bobina. A continuación, en la figura 5.3, se muestra una imagen de la sonda en este punto del proceso.



Figura 5.3. Sonda con los carretes colocados sobre el conductor.

Finalmente, se colocan unos imanes en los extremos (ver figura 5.5) que servirán como cierre y se inserta todo el armado dentro de un forro termoretráctil que al calentarla se ajustará al relieve de los carretes, dejándolos fijos en el interior de la sonda cuando se enfríe. En la figura 5.4 se puede apreciar la sonda Rogowski terminada. Al colocar los imanes la longitud de la sonda ha aumentado un poco, de modo que el diámetro final de la misma es de 8 cm.

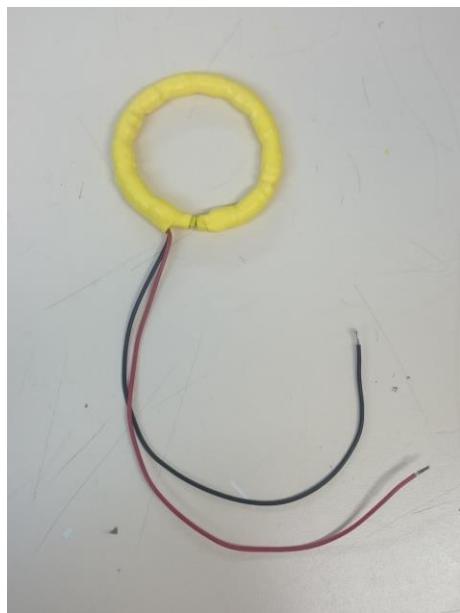


Figura 5.4. Prototipo de la sonda cerrada.

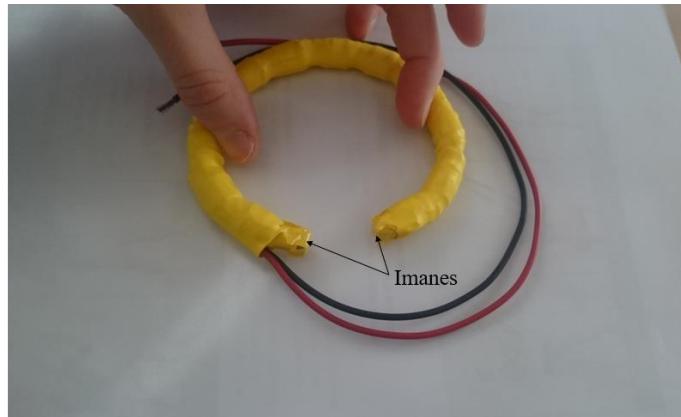


Figura 5.5. Prototipo de la sonda abierta

5.2. PRUEBAS EXPERIMENTALES DEL PROTOTIPO

Para probar el prototipo, se ha realizado un montaje en el laboratorio tratando de reproducir las condiciones nominales del modelo, es decir, una corriente de 1000 A, aunque finalmente se han conseguido 500 A, que en cualquier caso resulta del mismo orden de magnitud.

El montaje, mostrado en la figura 5.6, consta de un autotransformador y de un transformador. Con el autotransformador se eleva y regula la tensión hasta el primario del transformador. En él, se puede observar un devanado con gran número de espiras, en cambio, en el secundario, el devanado consta únicamente de dos espiras que se han formado dando dos vueltas al conductor por el que se quiere hacer circular la corriente

elevada. De este modo, se produce una relación de transformación que permite obtener 500 A en el secundario.

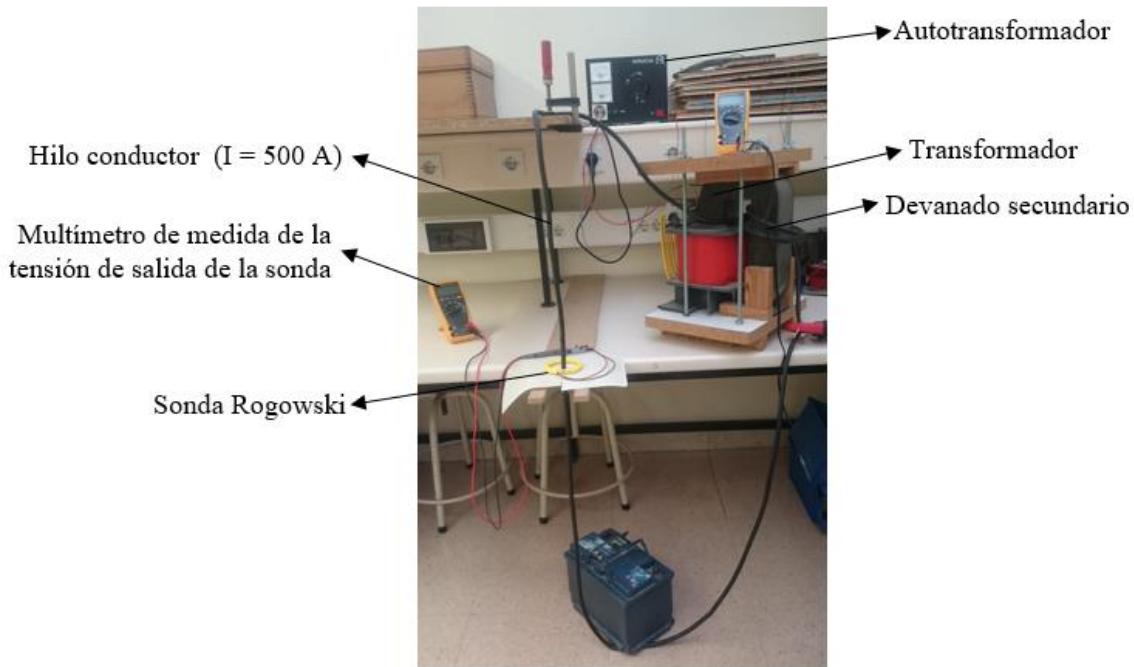


Figura 5.6. Montaje experimental.

Antes de realizar las pruebas de la sonda, se ha comprobado que la corriente obtenida en el montaje mostrado no presentaba distorsión, para ello se ha utilizado una pinza amperimétrica, cuya relación de transducción es 1 mV – A, conectándola a un osciloscopio en el que se ha podido observar como la señal estaba libre de armónicos en todo su rango.

Posteriormente, se ha probado la sonda de la siguiente forma, se ha situado el conductor en 6 posiciones concretas diferentes. En la figura 5.7 se puede observar con detalle una de estas situaciones. Para posicionar tanto la sonda como el conductor con exactitud se ha utilizado papel milimetrado. En cada posición se han realizado 10 medidas, midiendo en cada una de ellas la corriente alcanzada con una pinza amperimétrica Chauvin Arnoux modelo F27 y la tensión inducida en la sonda con un multímetro Fluke modelo F177. En la tabla 5.3 se recogen todas las medidas tomadas. En ella, la posición del conductor se da en coordenadas polares.

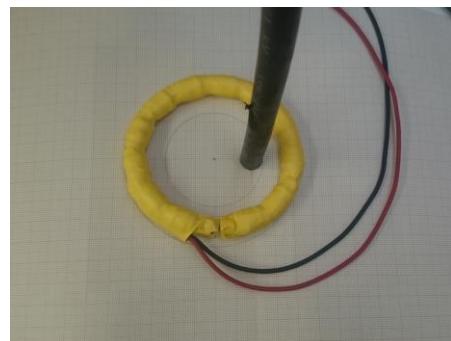


Figura 5.7. Detalle del posicionamiento del conductor.

Tabla 5.3. Medidas experimentales.

Medida		R=0cm $\varphi=0^\circ$	R=1cm $\varphi=40^\circ$	R=2cm $\varphi=40^\circ$	R=2cm $\varphi=0^\circ$	R=2cm $\varphi=15^\circ$	R=2cm $\varphi=270^\circ$
1	I_o/A	500,1	500,2	500,1	500,2	500,4	500
	ϵ/mV	206,3	208,1	208,3	204,3	203,3	181,6
2	I_o/A	500,7	500,4	500,2	500,4	499,8	500
	ϵ/mV	208,8	208,3	209	203	202,7	177,9
3	I_o/A	500,1	500,7	500,2	500,2	499,8	500,4
	ϵ/mV	203,9	202,8	204,4	199,2	198,3	182,4
4	I_o/A	500,3	499,9	500,5	500,2	499,7	500,2
	ϵ/mV	200,2	201	203,8	199	199,3	182,2
5	I_o/A	500,5	500	500,4	499,9	500,4	501,1
	ϵ/mV	200,9	203,1	205,8	200,5	202,6	186,3
6	I_o/A	499,9	499,4	499,7	500,2	499,9	500
	ϵ/mV	202,9	204,2	205,6	201,6	201,8	186,9
7	I_o/A	499,7	499,9	499,5	499,7	500,4	499,7
	ϵ/mV	202,7	203,8	204,8	200,2	201,8	186,3
8	I_o/A	500,2	499,9	500,1	498,4	500,1	500,1
	ϵ/mV	202,4	203,5	204,4	199,2	200,2	185,7
9	I_o/A	498,9	499,7	501,1	500	500,5	499,8
	ϵ/mV	202,2	203,7	205	199,3	200,4	185,1
10	I_o/A	499,8	500,1	500,2	500	499,5	500,1
	ϵ/mV	200,4	201,8	203,2	198,3	199	186,3

La primera columna de medidas corresponde a la situación en la que el conductor se encuentra centrado. En segunda y tercera columna se ha mantenido el ángulo constante, variando la coordenada correspondiente al radio con el fin de contrastar la respuesta de la sonda ante un incremento del descentramiento del conductor. En la cuarta y quinta columna, por el contrario, se ha mantenido constante el radio, variando el ángulo desde una posición en la que el conductor se encontraba junto enfrente de un carrete hasta otra en la que se encontraba entre dos carretones. Por último, las medidas de la última columna se han tomado situando el conductor justo enfrente del imán que sirve de cierre a la sonda.

Para trabajar con estas medidas se ha calculado el valor medio tanto de la corriente como de la f.e.m inducida, y serán estos valores, mostrados en la tabla 5.4, los que se utilizarán en los posteriores cálculos. A partir de ellos, se obtendrá la constante que relaciona directamente la corriente que se desea medir con la f.e.m inducida en la bobina, llamada coeficiente de transducción, K .

$$\epsilon = K \cdot I$$

Comparando este coeficiente, calculado a partir de las medidas experimentales con el obtenido mediante el modelo se podrá ver cuánto difieren ambas sondas y cuáles son las fuentes de error que asociadas a esas diferencias. Para poder analizar el error por descentramiento en el prototipo se calculará una última fila relacionando la constante en cada situación con la particular del caso en el que el conductor se encuentra centrado.

A continuación, se muestran los cálculos seguidos para obtener el coeficiente de transducción experimental y el error por descentramiento.

$$K_{\text{exp}} = \frac{\epsilon_{\text{media}}}{I_{\text{media}}}$$

$$\text{Error Descentramiento} = \left| \frac{K_{\text{exp cond descentrado}} - K_{\text{exp cond centrado}}}{K_{\text{exp cond centrado}}} \right| \cdot 100$$

Tabla 5.4. Resultados de las medidas experimentales.

	R=0cm $\varphi=0^\circ$	R=1cm $\varphi=40^\circ$	R=2cm $\varphi=40^\circ$	R=2cm $\varphi=0^\circ$	R=2cm $\varphi=15^\circ$	R=2cm $\varphi=270^\circ$
I media /A	500,02	500,02	500,2	499,92	500,05	500,14
ϵ media /mV	203,07	204,03	205,43	200,46	200,94	184,07
$K_{\text{exp}} / \text{VA}^{-1}$	$4,0612 \cdot 10^{-4}$	$4,0804 \cdot 10^{-4}$	$4,107 \cdot 10^{-4}$	$4,0098 \cdot 10^{-4}$	$4,0184 \cdot 10^{-4}$	$3,6804 \cdot 10^{-4}$
Error Descentramiento	-	0,47 %	1,13 %	1,27 %	1,05 %	9,38 %

Para comprobar estos resultados con los obtenidos mediante el modelo numérico, se introducen en éste los parámetros dimensionales característicos del prototipo y se reproducen las condiciones de las situaciones anteriores, es decir, se posiciona el conductor en los mismos lugares y se introduce una corriente nominal de 500 A. Los valores obtenidos se recogen en la tabla 5.5.

Tabla 5.5. Resultados del modelo.

	R=0cm $\varphi=0^\circ$	R=1cm $\varphi=40^\circ$	R=2cm $\varphi=40^\circ$	R=2cm $\varphi=0^\circ$	R=2cm $\varphi=15^\circ$	R=2cm $\varphi=270^\circ$
I_0 / A	500	500	500	500	500	500
ϵ / mV	213,92	213,92	213,90	213,98	213,87	214
$K_{\text{modelo}} / \text{VA}^{-1}$	$4,2785 \cdot 10^{-4}$	$4,2785 \cdot 10^{-4}$	$4,278 \cdot 10^{-4}$	$4,2795 \cdot 10^{-4}$	$4,2774 \cdot 10^{-4}$	$4,2795 \cdot 10^{-4}$
Error Descentramiento	-	0 %	0,012 %	0,023 %	0,026 %	0,023 %

Finalmente, en la tabla 5.6 se muestran los resultados de forma más compacta. En ella, se ha calculado la diferencia porcentual entre los coeficientes de transducción obtenidos mediante el modelo y los obtenidos experimentalmente con el prototipo.

Tabla 5.6. Resumen de los resultados.

	R=0cm $\varphi=0^\circ$	R=1cm $\varphi=40^\circ$	R=2cm $\varphi=40^\circ$	R=2cm $\varphi=0^\circ$	R=2cm $\varphi=15^\circ$	R=2cm $\varphi=270^\circ$
K_{exp}	$4,0612 \cdot 10^{-4}$	$4,0804 \cdot 10^{-4}$	$4,107 \cdot 10^{-4}$	$4,0098 \cdot 10^{-4}$	$4,0184 \cdot 10^{-4}$	$3,6804 \cdot 10^{-4}$
K_{modelo}	$4,2785 \cdot 10^{-4}$	$4,2785 \cdot 10^{-4}$	$4,278 \cdot 10^{-4}$	$4,2795 \cdot 10^{-4}$	$4,2774 \cdot 10^{-4}$	$4,2795 \cdot 10^{-4}$
Diferencia porcentual	5,08%	4,63%	4%	6,30%	6,06%	14%

En la primera posición de la tabla 5.6, correspondiente al conductor centrado en la sonda, se observa una diferencia entre el modelo y el prototipo del 5 %. Teniendo en cuenta que

al bobinar los carretes se ha podido introducir un error en el número de espiras en torno al 10 %, se puede decir que las diferencias entre el modelo y el prototipo están dentro de lo esperable. La variación de esta diferencia se mantiene dentro del 1,3% en todos los casos menos en el último. Este error tiene su origen en motivos constructivos como por ejemplo que modelo y prototipo no tengan el mismo número de espiras, o que su diámetro resultante no sea exactamente el introducido en el modelo, tanto de la sonda como de las espiras. Pero una vez construido, estos errores afectarán en la respuesta de la misma forma manteniendo el conductor centrado o descentrándolo. Por tanto, se puede decir que el error en la respuesta del prototipo tiene un término constante, asociado a los factores que se acaban de describir, al que se sumará otro término asociado al descentramiento.

En el último caso, se puede observar en la tabla 5.6, como la diferencia entre el modelo y el prototipo aumenta hasta el 14 %, resultado que se aleja de lo normal en comparación con los anteriores. Esto es debido a que en esta situación se ha posicionado el conductor justo en frente del imán que actúa como cierre de la sonda, posición en la que en el modelo, donde no se considera el mecanismo de cierre, el conductor se encuentra justo enfrente de un carrete, tal y como se mostró en la figura 4.14 en el apartado donde se detalla el diseño óptimo de la sonda.

Una vez vistas las diferencias permanentes entre el modelo y el prototipo, para poder comprobar el error por descentramiento en la sonda construida y compararlo con el obtenido mediante el modelo, se ha calculado la última fila de las tablas 5.4 y 5.5, en las que se observa como este error es mayor en los resultados experimentales que en los obtenidos mediante el modelo. Puesto que a la hora de llevar a la práctica un prototipo se introducen errores tanto en su construcción como en sus pruebas, se puede decir que este resultado se acoge a lo esperado.

Las principales fuentes de error que conducen a este resultado pueden deberse a un posicionamiento no uniformemente distribuido de los carretes al construir la sonda, también pueden ser una importante fuente de error las variaciones al posicionar la sonda sobre el papel milimetrado entre las medidas. Por último, hay que tener en cuenta que los dispositivos de medida utilizados también cometan un error al medir que interviene constantemente en los resultados analizados. A pesar de ello, se puede observar como el error por descentramiento cometido en las pruebas experimentales se encuentra por debajo del 1,3% en todos los casos menos en el último.

A continuación, se analizan las situaciones por separado con más detalle:

Si se observan la segunda y tercera columna, correspondientes al descentramiento sucesivo del conductor en una misma posición angular, se aprecia como el error aumenta conforme se acerca el conductor al límite de la considerada como zona permitida, algo que también sucede en el modelo, aunque en los resultados experimentales el error es mayor debido a los motivos comentados anteriormente.

La cuarta y quinta columna corresponden a una situación en la que el conductor está rozando el límite de la zona permitida, con la diferencia, de que en la primera de ellas, el conductor se encuentra justo enfrente de uno de los carretes y en la segunda, este se posiciona entre dos de ellos. De este modo, se pretende ver como varía la respuesta cuando el conductor se encuentra frente a un intervalo sin bobinar. Así pues, se puede

observar como esta variación, entre el 1,27% y el 1,05%, se encuentra dentro de límites aceptables. Este resultado aporta fiabilidad al diseño basado en carretes discretos.

En la última columna, se observa un error por descentramiento del 9,38%. Este resultado, que ya se anticipaba al ver la diferencia entre modelo y prototipo comentada anteriormente para esta situación, es debido a la existencia del imán que actúa como cierre, lo que provoca que haya aproximadamente 2 cm libres de bobinado en los que no se induce ninguna tensión, es por ello, que esta zona y sus inmediaciones son claramente inapropiadas para posicionar el conductor.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo fin de grado se ha hecho un estudio previo necesario para el desarrollo de un prototipo de una sonda Rogowski, dispositivo capaz de medir la corriente sin intervenir en el circuito.

En primer lugar, se ha desarrollado un modelo numérico mediante el que se han diseñado y estudiado las características constituyentes de una sonda Rogowski construida mediante bobinas (carretes) discretas. Para las especificaciones del trabajo, se ha determinado un número de 12 carretes de 400 espiras como valor óptimo.

Posteriormente, se ha llevado a cabo una fase experimental mediante la realización de un prototipo. De este modo, se ha podido comprobar que existe un buen ajuste entre los resultados obtenidos en el modelo y los obtenidos a través del prototipo, lo que sustenta fuertemente la validez del modelo.

El dispositivo desarrollado tendrá un coste reducido debido a la sencillez de su construcción, aunque de cara a su posible producción, se recomienda utilizar carretes comerciales o un bobinado continuo, puesto que, como se ha visto, en el proceso de bobinado manual se puede introducir un porcentaje significativo de error. Además, los carretes comerciales resultan más económicos que su construcción manual.

En una fase posterior de este proyecto, cabría mejorar el proceso de fabricación, puesto que el procedimiento artesanal llevado a cabo en este trabajo implicaría la calibración individual de cada una de las sondas producidas.

Índice de figuras

Figura 2.1. FQ-RCT01 Flexible AC Current.....	2
Figura 2.2. RCT-350T AC Current Sensor.....	2
Figura 2.3. MFC150 Flexible Rogowski Coil	3
Figura 2.4. FLEX IV 300. 100. AC Flexible Rogowski Coil.....	3
Figura 2.5. FRC-210 AC Flexible Rogowski Coil	3
Figura 2.6. FCT-300 AC Flexible Rogowski Coil	4
Figura 4.1. Esquema de la sonda en torno al conductor en situación de simetría total....	9
Figura 4.2. Esquema de la sonda con 4 carretes.....	12
Figura 4.3. Distribución normal (μ, σ^2).....	13
Figura 4.4. Error en función de la disposición de los carretes y de la zona permitida..	14
Figura 4.5. Sonda Rogowski de 5 carretes.	15
Figura 4.6. Sonda con 2000 conductores.....	16
Figura 4.7. Sonda con 5 carretes	16
Figura 4.8. Sonda con 6 carretes	16
Figura 4.9. Sonda con 7 carretes.	16
Figura 4.10. Sonda con 10 carretes.	16
Figura 4.11. Sonda con 14 carretes.	16
Figura 4.12. Tendencia del error en función del n° de carretes.	17
Figura 4.13. Distribución gaussiana normalizada para sondas con diferente número de carretes.....	18
Figura 4.14. Sonda con 12 carretes.	19
Figura 4.15. Distribución gaussiana normalizada para sondas con diferente número de carretes.....	19
Figura 4.16. Esquema de la sonda frente a un conductor descentrado.....	20
Figura 4.17. Hoja de cálculo de f.e.m inducida en el primer carrete.....	22
Figura 4.18. Esquema de las líneas de campo a lo largo de las espiras.....	23
Figura 4.19. Esquema de una espira de la sonda.	23

Figura 4.20. Hoja de cálculo del flujo magnético en el primer carrete.....	24
Figura 5.1. Montaje de la bobinadora.....	26
Figura 5.2. Carretes antes y después del recubrimiento termoretráctil.....	26
Figura 5.3. Sonda con los carretes colocado sobre el conductor.....	27
Figura 5.4. Prototipo de la sonda cerrada.....	28
Figura 5.5. Prototipo de la sonda abierta.....	28
Figura 5.6. Montaje experimental.....	29
Figura 5.7. Detalle del posicionamiento del conductor.....	29

Índice de tablas

Tabla 4.1. Error en función de la disposición de los carretes y de la zona permitida.	14
Tabla 4.2. Resumen de los resultados.....	17
Tabla 4.3. Resultados con 12 carretes.	19
Tabla 5.1. Resistencia de los carretes.	27
Tabla 5.2. Resultados de la distribución normal.	27
Tabla 5.3. Medidas experimentales.	30
Tabla 5.4. Resultados de las medidas experimentales.....	31
Tabla 5.5. Resultados del modelo.....	31
Tabla 5.6. Resumen de los resultados.....	31

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] W. F. Ray and C. R. Hewson, “*High performance Rogowski current transducers*”, *IEEE - IAS Conf. Proc.*, Sept. 2000.
- [2] GFUVE. www.gfuve.com/upfile/pdf/FQ-RCT01-Current-Probe-GFUVE.pdf
- [3] MAGNELAB. www.magnelab.com/wp-content/uploads/2016/04/RCT-350T-Integrator-SPEC.pdf
- [4] ALGODUE. www.algodue.it/pdf/MFC150_eng.pdf
- [5] CIE.s.r.l. [www.cie-electronics.it/sk%20tek%20nuove%20info%20prv%20nuova/\(13\)FLEXIVAC01%20DATA%20SHEET%20-Rev%202%20UL%202013-03-13.pdf](http://www.cie-electronics.it/sk%20tek%20nuove%20info%20prv%20nuova/(13)FLEXIVAC01%20DATA%20SHEET%20-Rev%202%20UL%202013-03-13.pdf)
- [6] CNHEYI. www.cnheyi.en.alibaba.com/product/60396309860-801994118/HEYI_FRC_210_G1_current_range_1_1000A_flexible_rogowski_coil_with_333mV_output_rogowski_coil_integrator.html
- [7] MEATROL. <http://donar.messe.de/exhibitor/hannovermesse/2016/R358591/product-list-meatrol-eng-324998.pdf>
- [8] Argüeso M.M. (2005). “*Estudio de una bobina de Rogowski como sonda detector de pulsos de alta frecuencia*” Tesis de doctorado. Universidad Carlos III de Madrid.
- [9] D. Seuret y S. Osegura. (2014) “*Diseño y construcción de bobinas de Rogowski modificadas de bajo costo y alto desempeño*” Revista Electrónica Nova Scientia, Nº 12 Vol. 6 (2), 2014. ISSN 2007 - 0705. pp: 219 – 233.
- [10] Sergio A. Campos Montiel, René D. Carranza López Padilla, Adrián González Parada. (2009). “*Bobina Rogowski como sensor de corriente para monitoreo de transformadores de distribución*”
- [11] “*Distribución normal o de Gauss*”, Técnicas experimentales en Física general UV. www.uv.es/zuniga/06_La_distribucion_normal_o_de_Gauss.pdf.