

Javier Conte Blasco

Desarrollo y verificación de
procedimientos de modelado
cinemático y técnicas de
calibración de laser trackers
basadas en medición de red de
reflectores

Departamento
Ingeniería de Diseño y Fabricación

Director/es
Santolaria Mazo, Jorge
Majarena Bello, Ana Cristina

<http://zaguan.unizar.es/collection/Tesis>



Reconocimiento – NoComercial – SinObraDerivada (by-nc-nd): No se permite un uso comercial de la obra original ni la generación de obras

© Universidad de Zaragoza
Servicio de Publicaciones



Tesis Doctoral

DESARROLLO Y VERIFICACIÓN DE
PROCEDIMIENTOS DE MODELADO
CINEMÁTICO Y TÉCNICAS DE
CALIBRACIÓN DE LASER TRACKERS
BASADAS EN MEDICIÓN DE RED DE
REFLECTORES

Autor

Javier Conte Blasco

Director/es

Santolaria Mazo, Jorge

Majarena Bello, Ana Cristina

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

Ingeniería de Diseño y Fabricación

2017



Universidad
Zaragoza

**Desarrollo y verificación de procedimientos
de modelado cinemático y técnicas de
calibración de laser trackers basadas en
medición de red de reflectores**

Javier Conte Blasco
Ingeniero Técnico Industrial
Máster en Sistemas Mecánicos

Dirigida por:
Dr. Jorge Santolaria Mazo
Dra. Ana Cristina Majarena Bello

Para la obtención del Título de Doctor
por la Universidad de Zaragoza

Zaragoza, marzo de 2017



Departamento de
Ingeniería de
Diseño y Fabricación
Universidad Zaragoza

D. **Jorge Santolaria Mazo**, Doctor en Ingeniería Industrial y Profesor Titular del departamento de Ingeniería de Diseño y Fabricación de la Universidad de Zaragoza.

INFORMA:

Que la tesis titulada **“Desarrollo y verificación de procedimientos de modelado cinemático y técnicas de calibración de laser trackers basadas en medición de red de reflectores”** elaborada por **D. Javier Conte Blasco**, ha sido realizada bajo mi dirección, se ajusta al proyecto de tesis inicialmente presentado y cumple los requisitos exigidos por la legislación vigente para optar al grado de Doctor por la Universidad de Zaragoza. Una vez finalizada, autorizo su presentación en la modalidad de compendio de publicaciones para ser evaluada por el tribunal correspondiente.

Zaragoza, a 29 de marzo de 2017.

Fdo. D. Jorge Santolaria Mazo.



Departamento de
Ingeniería de
Diseño y Fabricación
Universidad Zaragoza

D^a. **Ana Cristina Majarena Bello**, Doctora en Ingeniería Industrial y Profesora del departamento de Ingeniería de Diseño y Fabricación de la Universidad de Zaragoza.

INFORMA:

Que la tesis titulada **“Desarrollo y verificación de procedimientos de modelado cinemático y técnicas de calibración de laser trackers basadas en medición de red de reflectores”** elaborada por **D. Javier Conte Blasco**, ha sido realizada bajo mi dirección, se ajusta al proyecto de tesis inicialmente presentado y cumple los requisitos exigidos por la legislación vigente para optar al grado de Doctor por la Universidad de Zaragoza. Una vez finalizada, autorizo su presentación en la modalidad de compendio de publicaciones para ser evaluada por el tribunal correspondiente.

Zaragoza, a 29 de marzo de 2017.

Fdo. D^a Ana Cristina Majarena Bello.

Esta tesis se presenta como un compendio de las siguientes publicaciones:

- 1) Santolaria J., **Conte J.**, Pueo M., Javierre C. (2014). Rotating error Modelling and identification for robot kinematic calibration by circle point method. *Metrology and Measurement Systems*. 20 (1): 85-98.
- 2) **Conte J.**, Santolaria J., Majarena A.C., Acero R. (2016). Modelling, kinematic parameter identification and sensitivity analysis of a Laser tracker having the beam source in the rotating head. *Measurement* 89: 261-272.
- 3) **Conte J.**, Majarena A.C., Acero R., Santolaria J., Aguilar J.J. (2015). Performance evaluation of laser tracker kinematic models and parameter identification. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 77: 1353-1364.
- 4) **Conte J.**, Majarena A.C., Aguado S., Acero R., Santolaria J. (2016). Calibration strategies of laser trackers based on network measurements. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 83: 1161-1170.
- 5) **Conte J.**, Santolaria J., Majarena A.C., Brau A., Aguilar J.J. (2013). Identification and kinematic calculation of Laser tracker errors. *The Manufacturing Engineering Society International Conference, MESIC 2013*. *Procedia Engineering* 63: 379-387.
- 6) Majarena A.C., **Conte J.**, Acero R., Santolaria J., Brau A. (2014). Estrategias de modelado cinemático e identificación de parámetros de laser trackers. *Asociación Española de Ingeniería Mecánica. XX Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*.
- 7) **Conte J.**, Santolaria J., Majarena A.C., Aguado S. (2015). Laser tracker kinematic error model formulation and subsequent verification under real working conditions. *The Manufacturing Engineering Society International Conference, MESIC 2015*. *Procedia Engineering* 132: 788-795.

Parte del trabajo realizado en esta tesis forma parte del proyecto:

“DICON. Desarrollo de nuevos sistemas avanzados de control dimensional en procesos de fabricación de sectores de alto impacto” (ITP-2011-1191-020000). Investigador principal: Mikel Zatarain Gordo. Investigador responsable de la Universidad de Zaragoza: **Jorge Santolaria Mazo**.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero mostrar mi más sincero agradecimiento y admiración a los directores de esta tesis, los doctores Jorge Santolaria y Ana Cristina Majarena; ya que con su orientación y apoyo me han facilitado en gran medida la realización de la misma.

También quisiera hacer extensivo este agradecimiento a mis compañeros del Grupo de Ingeniería de fabricación y Metrología avanzada, los cuales han trabajado a mi lado durante estos años y siempre me han prestado su apoyo y ayuda. A mis compañeros, Sergio Aguado y David Samper, de los que tantas cosas he aprendido y cuya colaboración ha sido inestimable.

Por último a los que siempre habéis estado y estaréis a mi lado, mi familia. A mis padres por enseñarme el camino, a mi pareja por recorrerlo conmigo, y a mi Lucía por iluminarme el futuro.

Gracias a todos.

INDICE

ÍNDICE DE FIGURAS	15
ÍNDICE DE TABLAS	17
1 INTRODUCCION.....	21
1.1 Marco de la tesis.....	21
1.2 Usos del laser tracker.....	23
1.3 Principio de funcionamiento del laser tracker	24
1.4 Fuentes de error en el laser tracker.....	26
1.5 Determinación de errores en el láser tracker	28
1.6 Motivación de la tesis	32
2 PRESENTACIÓN DE LAS PUBLICACIONES	37
2.1 Justificación de unidad temática	37
2.2 Presentación de la publicación “Rotating error Modelling and identification for robot kinematic calibration by circle point method”	42
2.3 Presentación de la publicación “Modelling, kinematic parameter identification and sensitivity analysis of a Laser tracker having the beam source in the rotating head”	48
2.4 Presentación de la publicación “Performance evaluation of laser tracker kinematic models and parameter identification”	57
2.5 Presentación de la publicación “Calibration strategies of laser trackers based on network measurements”	60
2.6 Presentación de la publicación “Identification and kinematic calculation of Laser tracker errors”	64
2.7 Presentación de la publicación “Estrategias de modelado cinemático e identificación de parámetros de laser trackers”	67
2.8 Presentación de la publicación “Laser tracker kinematic error model formulation and subsequent verification under real working conditions”	70
3 PUBLICACIONES.....	75
3.1 “Rotating error Modelling and identification for robot kinematic calibration by circle point method”	75

3.2	“Modelling, kinematic parameter identification and sensitivity analysis of a Laser tracker having the beam source in the rotating head”	89
3.3	“Performance evaluation of laser tracker kinematic models and parameter identification”	101
3.4	“Calibration strategies of laser trackers based on network measurements”	113
3.5	“Identification and kinematic calculation of Laser tracker errors”	123
3.6	“Estrategias de modelado cinemático e identificación de parámetros de laser trackers” 133	
3.7	“Laser tracker kinematic error model formulation and subsequent verification under real working conditions”	141
4	RESUMEN	151
4.1	Objetivos.....	151
4.2	Aportaciones.....	158
4.3	Metodología	159
4.3.1.	Implementación de algoritmos informáticos.....	159
4.3.2.	Modelado cinemático de laser trackers	159
4.3.3.	Caracterización de modelo de error cinemático.....	163
4.3.4.	Medición de errores lineales del laser tracker.....	166
4.3.5.	Validación del modelo de errores	168
4.3.6.	Ensayo de calibración en condiciones reales.....	170
4.3.7.	Resultados de la calibración.....	174
4.3.8.	Verificación de los resultados de la calibración	179
4.3.9.	Estudio de la influencia del ángulo de incidencia del haz del láser en el reflector en el error de medición	182
4.4	Conclusiones.....	185
4.5	Trabajo futuro.....	187

APENDICES.....	190
ÍNDICES DE IMPACTO DE LAS PUBLICACIONES.....	191
JUSTIFICACIÓN DE LA CONTRIBUCIÓN EN COAUTORÍA	193
Bibliografía.....	197

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ejemplos del uso del laser tracker	23
Figura 2. Principio de medición del laser tracker.....	24
Figura 3. Esquema de medición de un laser tracker	25
Figura 4. Errores geométricos del láser tracker.....	27
Figura 5. Ensayo de alcance en una guía lineal calibrada.....	29
Figura 6. Ejemplo de ensayo de mediciones en la norma VDI/VDE 2617-10	29
Figura 7. Medición del error de centro del reflector	31
Figura 8. Medición de una malla de reflectores	31
Figura 9. Sistemas de referencia de un robot de 6 ejes	42
Figura 10. Círculos, vectores y sistemas de referencia calculados	44
Figura 11. Errores en articulaciones giratorias	45
Figura 12. Estructura cinemática del laser tracker.....	48
Figura 13. Errores en articulaciones prismáticas	49
Figura 14. Malla tridimensional esférica con errores.....	50
Figura 15. Esquema del proceso de generación de datos sintéticos.	51
Figura 16. Esquema de la identificación de parámetros de error.....	52
Figura 17 Resultados de la corrección en la malla esférica	52
Figura 18. Ensayo de medición de reflectores en la máquina de medición por coordenadas.	53
Figura 19. Esquema de la optimización de parámetros de error con datos reales	54
Figura 20. Comparativa de las estrategias de calibración	55

Figura 21. Variación del error en malla esférica para parámetros sensibles.....	55
Figura 22. Errores correspondientes a una articulación prismática.....	58
Figura 23. Evolución del error residual con las estrategias de calibración	63
Figura 24. Diferentes modelos de laser tracker	64
Figura 25. Errores geométricos (a) Beam offset. (b) Transit Offset	65
Figura 26. Medición del error en el eje vertical del Active Target	66
Figura 27. Medición del error combinado del Active Target	66
Figura 28. Vertical Offset	67
Figura 29. Sistemas de referencia del laser tracker	68
Figura 30. Resultados de calibración con datos experimentales	69
Figura 31. Comparación de estrategias de calibración.....	71
Figura 32. Modelos constructivos de laser tracker	160
Figura 33. Modelo cinemático del laser tracker con el haz en el cabezal	161
Figura 34. Representación de los parámetros cinemáticos.....	161
Figura 35. Esquema cinemático del laser tracker con el haz en la columna.....	163
Figura 36. Errores en articulaciones (a) giratorias y (b) prismáticas	164
Figura 37. Errores de excentricidad en un robot	165
Figura 38. Montaje de los reflectores en la guía lineal.....	166
Figura 39. Montaje de los sistemas de medición	167
Figura 40. Errores de medición de distancias con el laser tracker	168
Figura 41. Mallas sintéticas generadas.....	169

Figura 42. Planteamiento de la malla de reflectores	171
Figura 43. Posiciones del laser tracker en ensayo de calibración	171
Figura 44. Patrón calibrado de reflectores	172
Figura 45. Posiciones reflectores en ensayo de calibración	173
Figura 46. Evaluación de la calibración según el criterio de distancias.....	178
Figura 47. Evaluación de la calibración según el criterio de coordenadas	178
Figura 48. Verificación de la calibración según el criterio de distancias	180
Figura 49. Verificación de la calibración según el criterio de coordenadas	181
Figura 50. Error de centrado y rugosidad de la esfera del SMR (escala 2 μ m).....	183
Figura 51. Ensayo de medición del SMR en mesa de redondez	183
Figura 52. Errores de medición del SMR con IFM en mesa de redondez.....	184

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Parámetros cinemáticos del robot Kuka KR 5 sixx R650	43
Tabla 2. Comparación entre el error nominal y el de los parámetros Circle Point.....	45
Tabla 3. Parámetros cinemáticos del laser tracker	49
Tabla 4. Parámetros de error calculados en la malla esférica.	52
Tabla 5. Resultados de las estrategias de calibración	54
Tabla 6. Comparativa de modelos de calibración con valores de control LT1	59
Tabla 7. Resultados de las estrategias de calibración.	62
Tabla 8. Identificación de parámetros en malla de datos sintéticos.....	68

Tabla 9. Parámetros cinemáticos del laser tracker con el haz en el cabezal	162
Tabla 10. Distancias entre reflectores del patrón (mm).....	172
Tabla 11. Puntos medidos desde la primera posición del laser tracker	175
Tabla 12. Cambio de sistema de referencia entre las dos primeras posiciones del laser tracker	176
Tabla 13. Aumento de precisión de la calibración por criterios.....	179
Tabla 14. Valores de verificación del procedimiento de calibración.....	181
Tabla 15. Errores de medición del SMR en función del ángulo de incidencia (μm).....	184

INTRODUCCION



1 INTRODUCCION

1.1 Marco de la tesis

La fabricación de piezas de grandes dimensiones con requerimientos dimensionales cada vez más exigentes requiere el uso de sistemas de medición de alto rango que aseguren la precisión y estabilidad dimensional de las piezas e instalaciones.

Entre las características comunes de componentes de tan elevado valor añadido, destaca la necesidad de una máxima fiabilidad en sus componentes, requiriendo de medios productivos (máquinas-herramienta) de alta precisión y procesos de control dimensional basados en sistemas de medida de alta precisión que garanticen el cumplimiento de las tolerancias exigidas, y con ello, eviten la presencia de errores dimensionales que puedan provocar tanto una pérdida crítica de prestaciones en servicio en componentes críticos de estos sectores de alto impacto (turbopropulsores en aeronáutica, componentes de rodadura en ferrocarril, bujes y bastidores en eólico, etc.), como sobre todo, la aparición y propagación de fallos estructurales que deriven en el fallo catastrófico e imprevisto de piezas en servicio.

Este último aspecto es crítico. El fallo en servicio de componentes como los bujes y bastidores de aerogeneradores en el sector eólico derivan, como mínimo, en costes elevadísimos de reparación.

Este requisito de fiabilidad es aún más evidente en los sectores asociados al transporte, como el ferrocarril y el aeronáutico, con este último como máximo exponente. El fallo imprevisto de un componente en el transporte por el incumplimiento de tolerancias dimensionales críticas en fabricación, bien por la limitada precisión de los medios productivos utilizados o bien por la ausencia de procesos de control dimensional efectivos, puede causar pérdidas humanas.

Aun así, la tecnología de control dimensional para componentes de elevadas dimensiones ha avanzado no lo suficiente por lo que sistemas de control dimensional cada vez más precisos, fiables, y rápidos se están desarrollando en los últimos años para cubrir las cada vez mayores exigencias de sectores como el eólico, ferroviario o aeronáutico. Soluciones metrológicas históricamente establecidas como el control dimensional en máquinas de medición por coordenadas (MMCs) integrando tecnología de palpado convencional, ofrecen actualmente los niveles de precisión requeridos, pero a costa de serias limitaciones de velocidad de medida e integrabilidad en planta. Como resultado, los tiempos de parada de máquina e inspección requeridos en las diferentes fases (puesta a punto de pieza en máquina, verificación dimensional, etc.) del proceso de fabricación de piezas de tan elevado valor añadido y relevancia (subcomponentes de turbopropulsores, bujes y bastidores de aerogeneradores, componentes de rodadura de trenes, etc.) resultan muy elevados por evidentes criterios de fiabilidad, provocando que los procesos de fabricación operen lejos del óptimo alcanzable por los medios productivos disponibles y limitando el potencial de productividad y competitividad disponible por las industrias manufactureras nacionales.

Adicionalmente, en estos sectores de actividad, y a lo largo de los diferentes agentes de la cadena de valor, en aquellos casos donde, de forma inadecuada, la rentabilidad pasa a priorizarse frente a la precisión de los componentes fabricados, la fiabilidad de la operación del componente en servicio se ve seriamente afectada.

Por otra parte, la fabricación de este tipo de componentes exige medios productivos como las máquinas herramienta cada vez con mayores dimensiones pero exigiendo los mismos e incluso mayores requisitos de precisión. Esta tendencia de operar con máquinas herramienta cada vez mayores hace que la precisión volumétrica alcanzable sea cada vez más sensible a fuentes de error como las dilataciones térmicas o las deformaciones mecánicas, resultando necesario el desarrollo de soluciones de nueva generación para la verificación y calibración que permitan incrementar la precisión alcanzable por estos medios productivos a través de la incorporación de nuevos procedimientos y modelos de calibración, y con ello, permitan garantizar la precisión en la fabricación de piezas de elevadas dimensiones y valor añadido. Adicionalmente, los procesos de verificación y calibración actuales, requieren de elevados tiempos de medida para una adecuada caracterización de todo el volumen de trabajo en máquinas-herramienta de grandes dimensiones, limitando de nuevo el grado de precisión alcanzable por estos medios productivos bajo tiempos de verificación industrialmente viables.

De esta forma, ya sea desde el punto de vista de control dimensional de pieza (metrología dimensional de alto rango), o desde el punto de vista de verificación y calibración de máquinas herramienta (verificación y calibración de alto rango), los sectores indicados demandan el desarrollo de nuevas soluciones que incorporen de forma efectiva un salto cualitativo en el ámbito de la metrología industrial.

Los métodos de medición sin contacto están siendo ampliamente utilizados en sectores como el aeronáutico, naval o espacial. Dentro de estos sistemas, los laser trackers (LTs) ofrecen importantes ventajas como portabilidad, flexibilidad, precisión o alta velocidad de adquisición de datos.

Dada la importancia de la precisión de estos equipos por su papel de patrón en el procedimiento, se deben afrontar procedimientos de verificación y calibración simplificados que permitan establecer por un lado el error máximo cometido por el equipo en un rango de medida de trabajo habitual y por otro ser capaces de minimizar dicho error.

Existen además nuevos modelos de laser tracker con reflectores que poseen integrada la capacidad de rastreo del rayo, abriendo un gran campo de posibilidades tanto en verificación de máquina herramienta como en calibración de robots, siendo su característica fundamental el ángulo de visibilidad del reflector, normalmente limitado a 60º o 120º, que en este caso no posee limitaciones debido a la doble capacidad de rastreo, tanto del cabezal del láser como del reflector. Este aspecto en determinados modelos de laser tracker permite evitar en ciertos casos la necesidad de uso de varias posiciones de reflector para una misma trayectoria de la máquina y permite la captura de puntos para verificación volumétrica sin un exhaustivo análisis previo de visibilidad de reflectores en función de la posición del laser tracker.

1.2 Usos del laser tracker

El primer equipo de medición tipo laser tracker fue diseñado por el NIST (National Institute of Standards and Technology) y fueron introducidos en el en 1991. En ese momento, los expertos especularon que el nuevo sistema de medición móvil era sólo una moda pasajera, inestable y costosa. Más de 25 años después, el laser tracker ha resistido el paso del tiempo y ya cuenta con miles de instalaciones en todo el mundo. La tecnología se ha establecido como una herramienta metrológica estándar para la inspección in situ de grandes piezas y ensamblajes en las industrias automotriz y aeroespacial.

Las aplicaciones del laser tracker son muy variadas y abarcan amplios sectores dentro del ámbito industrial. Entre ellos se pueden destacar la calibración y verificación de otros sistemas como pueden ser robots (Nubiola et al 2012), máquina herramienta (Aguado et al 2012), mecanismos paralelos (Koseki et al 1998), plataformas Stewart (Meng et al 2003), brazos articulados de medición por coordenadas (Santolaria et al 2014). También se utilizan los laser trackers en la medición de posicionamiento de maquinaria y equipos o verificación de superficies como por ejemplo el ajuste del banco de trabajo para una antena SAR (Yan et al 2008), la verificación de grandes superficies ópticas (Zobrist et al 2008), o la monitorización del movimiento de estructuras (Barazzetti et al 2013).



Figura 1. Ejemplos del uso del laser tracker

A medida que la tecnología ha evolucionado, los laser trackers se utilizan con frecuencia como la columna vertebral de sistemas de inspección más versátiles que incluyen sondas inalámbricas y escáneres de mano. El desarrollo de estos dispositivos fue impulsado la necesidad de inspeccionar posiciones que no se podían alcanzar fácilmente con reflector debido a su tamaño. El rastreo del reflector requiere una línea de visión directa desde el objeto al laser tracker. Por lo tanto, las superficies profundas o empotradas o las áreas donde no hay línea directa de vista pueden requerir que el laser tracker sea reposicionado para realizar la inspección pudiendo en algunos casos llegar a imposibilitar la medición.

1.3 Principio de funcionamiento del laser tracker

El funcionamiento de un laser tracker se basa en la obtención de las coordenadas esféricas de un reflector por medio de la medición de dos ángulos y una distancia. El equipo envía un rayo láser a un objetivo retro-reflectante sujeto contra el objeto a medir. La luz reflejada del objetivo retorna por la misma trayectoria, volviendo a entrar en el laser tracker en la misma posición que dejó. Los objetivos retro-reflectantes varían, pero el más popular es el retro-reflectar montado esféricamente (SMR). A medida que la luz vuelve a entrar en el rastreador, parte de él va a un medidor de distancia que mide la distancia desde el rastreador hasta el SMR. El medidor de distancia puede ser de dos tipos, interferómetro o medidor de distancia absoluta (ADM).

Un laser tracker contiene dos encores angulares. Estos dispositivos miden la orientación angular de las dos articulaciones del seguidor: ángulo azimutal y el ángulo de elevación. Los ángulos de los encoders y la distancia desde el medidor del láser son suficientes para calcular con precisión el centro del SMR (ver Figura 2). Debido al diseño esférico del SMR, su centro está siempre a una distancia de desplazamiento fija con respecto a cualquier superficie que se esté midiendo, por lo que las coordenadas de las superficies o puntos medidos con el SMR se obtienen a partir de la posición del centro de la esfera y su radio. La medición de distancia, una función importante del laser tracker, puede ser incremental o absoluta. La medición de distancia incremental se realiza con un interferómetro y un láser de helio-neón estabilizado en frecuencia.

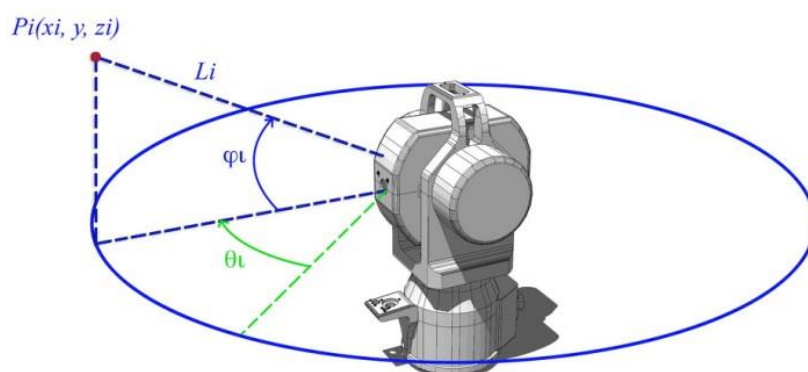


Figura 2. Principio de medición del laser tracker

La luz láser se divide en dos haces. Uno viaja directamente al interferómetro. El otro haz se desplaza del rastreador, se refleja en el SMR, en el trayecto de retorno, pasa al interferómetro.

Dentro del interferómetro, los dos haces de luz interfieren, dando lugar a un cambio cíclico cada vez que el SMR se acerca o se aleja del rastreador en una distancia igual a un cuarto de la longitud de onda de la luz (ver Figura 3). El circuito electrónico cuenta los cambios cíclicos para determinar la distancia recorrida.

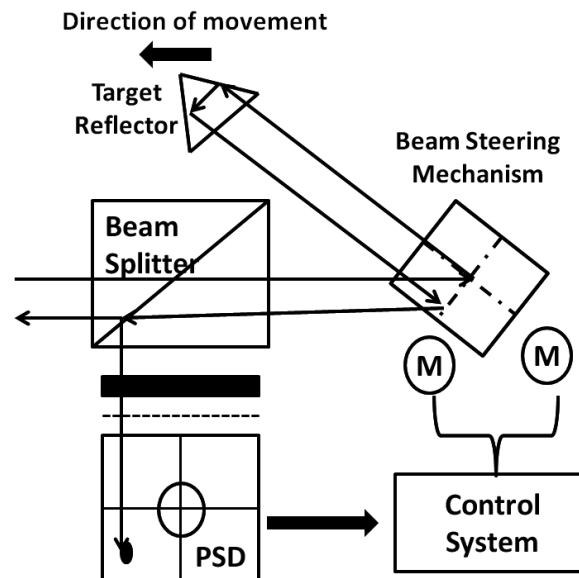


Figura 3. Esquema de medición de un laser tracker

En una secuencia de medición típica, el operador coloca el SMR en la posición inicial del rastreador y restablece el interferómetro a la distancia conocida (de inicio). A medida que el operador mueve el SMR a la posición deseada, el láser sigue a lo largo, permaneciendo fijo al centro del SMR. Este procedimiento funciona bien siempre y cuando el haz del rastreador al SMR no se rompa por una obstrucción en la trayectoria del haz. Sin embargo, si el haz está roto, el número de cuentas ya no es válido y la distancia no se conoce. Cuando esto sucede, el rastreador señala que se ha producido un error. El operador debe entonces devolver el SMR a un punto de referencia, tal como la posición inicial del rastreador.

La capacidad de medición de distancia absoluta ha existido durante mucho tiempo. Sin embargo, en los últimos 10 años, los sistemas ADM han experimentado una mejora drástica, ofreciendo una precisión comparable a los interferómetros.

La ventaja de la medición de ADM sobre la medición de distancia incremental es la capacidad de simplemente apuntar el haz en el objetivo y disparar. El sistema ADM mide la distancia al objetivo automáticamente, incluso si el haz se ha roto previamente. En un rastreador con ADM, la luz infrarroja de un láser semiconductor se refleja en el SMR y vuelve a entrar en el rastreador, donde se convierte en una señal eléctrica. Los circuitos electrónicos analizan la señal para determinar su tiempo de vuelo, multiplicando este valor por la velocidad de la luz en el aire para determinar la distancia desde el rastreador hasta el SMR.

Los medidores de distancia absoluta aparecieron por primera vez en los laser trackers a mediados de los años noventa. En ese momento, las unidades ADM realizaban las mediciones demasiado lentamente para permitir el escaneo de superficies. Debido a esto, todos los laser trackers contenían un interferómetro sólo o un interferómetro y un ADM. Hoy en día, algunos medidores de distancia absoluta se han hecho lo suficientemente rápidos como para permitir un escaneado de alta velocidad con una pérdida de precisión insignificante. Por lo tanto, algunos rastreadores modernos contienen sólo un ADM sin interferómetro.

Los laser trackers recogen datos de coordenadas tridimensionales, que pueden ajustarse por software a entidades geométricas como puntos, planos, esferas o cilindros. Normalmente, los datos se muestran dentro de un sistema de coordenadas local atado a las características de un objeto. Una superficie plana sobre el objeto, por ejemplo, puede representar el plano x-y. Alternativamente, el sistema de coordenadas local puede establecerse por características

1.4 Fuentes de error en el laser tracker

El laser tracker, al igual que cualquier sistema de medida, presenta una incertidumbre de medición como consecuencia de su diseño, configuración estructural y condiciones ambientales en las que se realiza la medición. A estas fuentes de error hay que añadir la influencia de la incertidumbre de elementos de medición adicionales como son retro-reflector y la utilización de active target en la captura de datos (Chen et al, 2006; Zobrist et al, 2011).

Existen dos fuentes principales de error: errores sistemáticos, que pueden ser compensados, y errores aleatorios. Gallagher (2003) dividió las distintas fuentes de error en encoders angulares, sistema de seguimiento, perpendicularidad, distancia de medición y alineación del haz. Teoh et al (2002) dividió las fuentes de error en: errores provenientes de los factores ambientales, errores en la adquisición de medida y errores como consecuencia aproximación y las simplificaciones realizadas. Todas estas fuentes de error afectaran al interferómetro del láser tracker, a los motores con encoders angulares y al sensor PSD afectando a la precisión de la medida.

La mayor contribución a los errores sistemáticos de medida se introduce en el proceso de fabricación y montaje del sistema. El mecanismo de dirección del haz laser y de los encoders angulares, dentro del sistema de seguimiento láser, están sujetos a errores de alineación, compensaciones, linealidades y excentricidades que conducen a errores en las coordenadas medidas. Del mismo modo, los errores del eje de rotación de la cabeza de un laser tracker sobre el que se encuentran los encoders angulares, tienen un impacto importante en la medición del láser tracker, tanto en el ángulo que proporciona el laser tracker como en la dirección radial del mismo. Una correcta medición requiere que el haz de medición incida en el centro del reflector e incida en el mecanismo de dirección del espejo en el centro de rotación. Zhuang y Roth (1992) determinaron un modelo cinemático para compensar los influencias sistemáticas de este error. Teoh (2002) identificó como fuentes de error no corregibles el rozamiento de las piezas móviles, desalineamiento de los ejes de los encoders angulares y el peso de los espejos que producen deformación. La influencia de los errores propios del montaje de los diferentes elementos estructurales del laser tracker, denominados errores geométricos ha sido estudiada por

diferentes investigadores: Ouyang et al, 2008; Balsamo et al ,2009, Muralikrishnan et al, 2009; Hughes et al, 2011;.

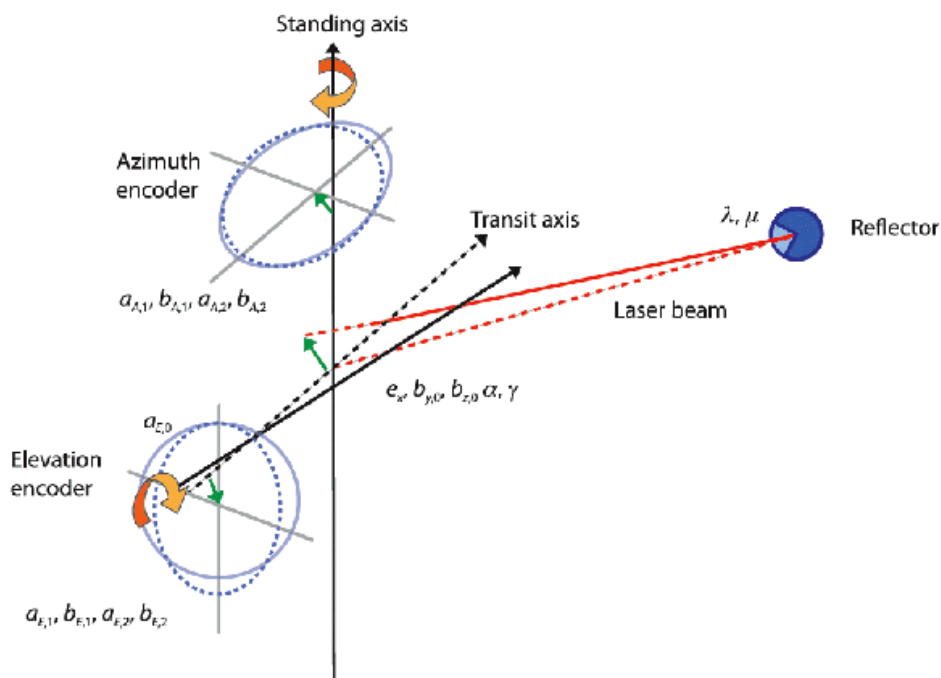


Figura 4. Errores geométricos del láser tracker

La otra contribución importante a este error es la que realizan de las distintas fuentes de error relacionadas con la óptica del LASER TRACKER y del interferómetro como consecuencia de influencias medioambientales e influencias en la instalación y calibración del mismo. Tres efectos atmosféricos, refracción, variación en la velocidad de la luz, y turbulencias afectan a las características físicas del rayo del láser y por lo tanto a la medición del mismo. Las condiciones ambientales, presión, temperatura y humedad producen una variación del índice de refracción del aire. Esta variación produce un error en la longitud de onda del láser entre el haz de referencia y el haz de medición, transformándose en una variación de la distancia medida que se compensa automáticamente en base a las mediciones de las condiciones ambientales que realizan las estaciones meteorológicas que acompañan a los láser trackers. Del mismo modo, cuando el reflector no se mueva paralelamente al eje de medición, se produce un error de coseno. Del mismo modo, si el reflector no se desplaza a lo largo del eje de medición, se produce un error de Abbe. Sin embargo, un error de calibración entre el home y reflector se trasladará a todos los puntos medidos.

Los errores aleatorios son los que entrañan mayor dificultad de corrección como consecuencia de su naturaleza, afectando en gran medida a la precisión de los puntos capturados. La mayor contribución a este tipo de errores la realizan los diferentes elementos de medición que forman el LASER TRACKER, interferómetro y encoders angulares. El LASER TRACKER realiza las mediciones radiales con un interferómetro afectando las coordenadas con la incertidumbre del mismo, la orientación del rayo se obtiene a partir de los datos proporcionados por dos encoders angulares afectados por la precisión de los mismos y afectando en gran

medida a la incertidumbre de medición del laser tracker (Ouyang et al 2005, Muralikrishnan et al, 2010, Muralikrishnan et al, 2013). A estos errores es hay que añadir el error introducido que se produce como consecuencia de la variación del camino recorrido por el rayo como consecuencia del ángulo de incidencia del mismo en el reto-reflector (Zobrist et al, 2011).

Actualmente la mejora de la precisión en los puntos de captura como consecuencia del diseño, fabricación, y componentes del LASER TRACKER se afronta desde dos enfoques diferenciados. El primer enfoque se basa en el estudio de los diferentes errores que afectan a la precisión de cada LASER TRACKER a través de un análisis de su configuración estructural y los errores inherentes a la misma, errores sistemáticos. La influencia de estos errores se intenta compensar a través del software de control del LASER TRACKER (Ouyang et al, 2008; Balsamo et al ,2009; Ibaraki et al, 2009; Muralikrishnan et al, 2009; Hughes et al, 2011). El segundo enfoque se base en la mejora de los datos de captura mediante la aplicación de técnicas de reducción del ruido de medida aleatorios (sección 1.1.6). Taktsuji en 1998 y Hughes en 2000 desarrollaron la técnica de trilateración y multilateración con la que reducir la influencia del ruido angular del sistema de medida.

1.5 Determinación de errores en el láser tracker

La norma ASME B 89.4.19 “Performance evaluation of laser-based spherical coordinate measurement systems (2006)” establece los ensayos necesarios para verificar el funcionamiento del laser tracker y garantizar que la precisión de las mediciones realizadas con el mismo está dentro de las especificaciones del fabricante. Estos ensayos se dividen en tres tipos: ensayos de alcance, ensayos de medición de distancias y ensayos a 180^o. Los ensayos de alcance tienen como objeto asegurar la capacidad de medición del sistema en direcciones puramente radiales con 5 mediciones establecidas. Los ensayos de medición de distancias aseguran la capacidad de medir distancias en todo el rango de medición del equipo. Estos ensayos se realizan desde 33 posiciones predeterminadas más dos posiciones a elección del usuario. Los errores geométricos del laser tracker afectan a estas mediciones al influir sobre las articulaciones del equipo. Por último, hay errores que tienen valores iguales pero de signo contrario para orientaciones opuestas del laser tracker. Para su determinación se realizan los ensayos a 180^o que requieren mediciones con 12 combinaciones de orientaciones del laser tracker y posiciones de los reflectores.



Figura 5. Ensayo de alcance en una guía lineal calibrada

También está disponible la norma VDI/VDE 2617-10 “Accuracy of coordinate measuring machines. Characteristics and their testing. Part 10. Acceptance and reverification tests for laser trackers. (2011)” que también incluye ensayos de forma del reflector y ensayos volumétricos de medición de distancias. Los ensayos del reflector se realizan en torno a una esfera con forma y dimensiones calibradas y los volumétricos desde el exterior de un volumen recomendado de 10m x 6m x 3m midiendo un total de 96 longitudes en su interior más 9 mediciones adicionales realizadas desde el interior del volumen.

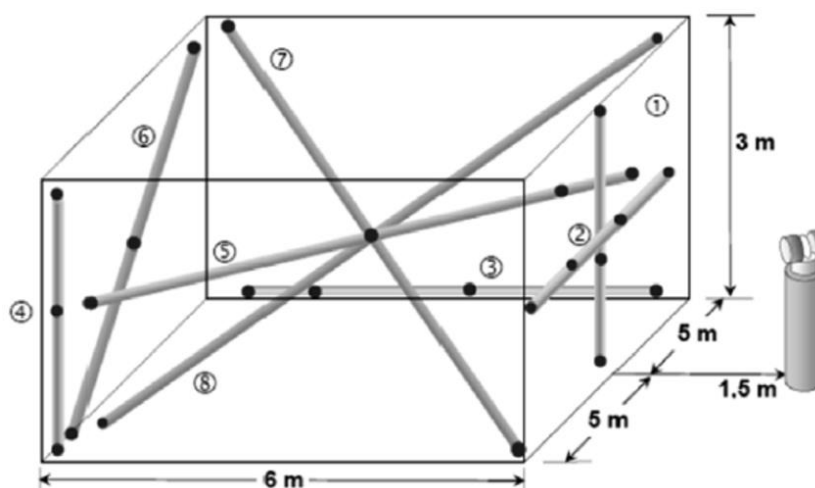


Figura 6. Ejemplo de ensayo de mediciones en la norma VDI/VDE 2617-10

La última norma en añadirse ha sido la ISO 10360-10 “Especificación geométrica de productos (GPS). Ensayos de aceptación y de verificación periódica de sistemas de medición por coordenadas (SMC). Parte 10: Láseres de seguimiento (Laser trackers) para medida de distancias punto a punto. (ISO 10360-10:2016)” incluye ensayos de forma y posicionamiento del reflector, así como ensayos volumétricos de medición de distancias. Los ensayos de forma de los reflectores se realizan midiendo 25 puntos sobre una esfera de forma y tamaño calibrados. Para

los ensayos de localización del reflector se realizan mediciones a 180° en posiciones fijas de los reflectores. Por último, los ensayos de medición volumétrica de distancias se dividen en dos partes; 41 mediciones principales diseñadas para ser sensibles a todas las fuentes de errores sistemáticos presentes en los diferentes modelos de laser tracker existentes y otras 64 medidas definidas por el usuario.

De estas tres normas, la ASME B89.4.19 es la más extendida y está ampliamente reflejada en la bibliografía existente.

Además de las normas enumeradas, existen diversos estudios encaminados a la consecución de metodologías que ayuden a mejorar la precisión de los láser tracker, bien sea considerados en su conjunto o centrándose en aspectos concretos de los mismos.

Zhuang et al. (2003) plantean un modelo de calibración del laser trackers basado en la utilización de múltiples haces y restricciones planas. Los haces múltiples se utilizan para identificar las coordenadas de los reflectores empleando únicamente los datos de distancia de interferómetro que tienen una precisión superior a los encoders angulares. Esto supone que, para cualquier medición se necesita un mínimo de tres posiciones del laser tracker con el fin de determinar las coordenadas del reflector. Para la calibración se han utilizado cuatro superficies planas para medición.

Muralikrishnan et al (2009) formulan la relación entre los valores angulares y de distancia corregidos y los medidos por el laser tracker en función de una serie de parámetros geométricos de los laser trackers con el haz del laser en la cabeza giratoria. Analizan la sensibilidad de los parámetros propuestos a los ensayos de la norma ASME B89.4.14 y proponen una serie de ensayos complementarios a los descritos en la norma con el fin de identificar correctamente la totalidad de los parámetros de error geométricos propuestos.

Muralikrishnan et al (2010) analizan el error de escala producido en el encoder horizontal del laser tracker mediante mediciones de longitud y ensayos a 180° . Para ello miden la longitud de un patrón con diferentes ángulos azimutales del laser tracker.

El error del centro óptico de un retroreflector tipo cat eye ha sido estudiado por Cheng et al. (2006). El artículo estudia el error en distancia que se comete con un interferómetro al incidir en el cat eye con diferentes ángulos. Para ello realizaron un montaje experimental en el que un reflector se colocó en la plataforma de una mesa de medición de redondez. Con un interferómetro se midió la posición del reflector y las variaciones de medida al girar el reflector con respecto al plano de elevación y al azimutal dentro del rango de incidencia tolerado por el reflector.

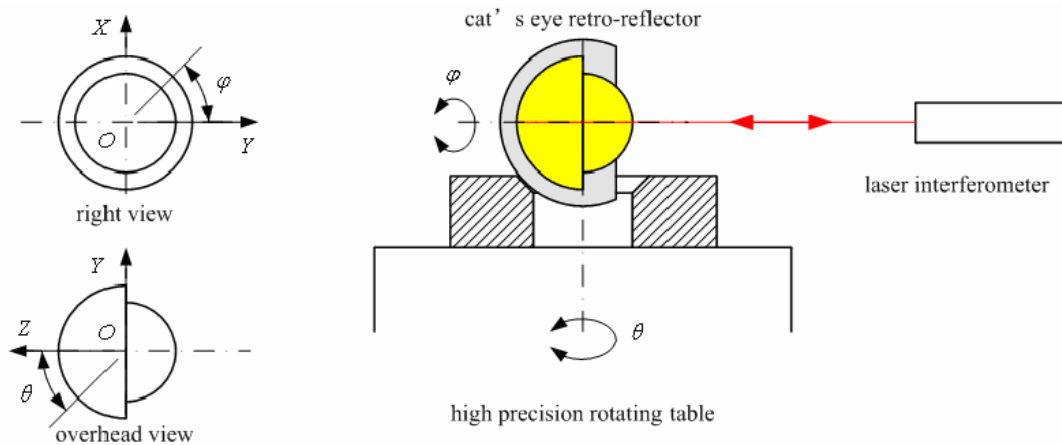


Figura 7. Medición del error de centro del reflector

Lewis et al (2011) y Hughes et al. (2011) determinaron el desalineamiento y el error de escala angular del laser tracker con un nuevo modelo geométrico y una malla de reflectores. La malla fija de reflectores se mide desde 5 posiciones del laser tracker. Los datos de las mediciones de la malla de reflectores permite calcular los parámetros de error geométricos y, a través de una formulación de la relación entre las variables propias del laser tracker medidas y corregidas, obtener las medidas del laser tracker calibrado.

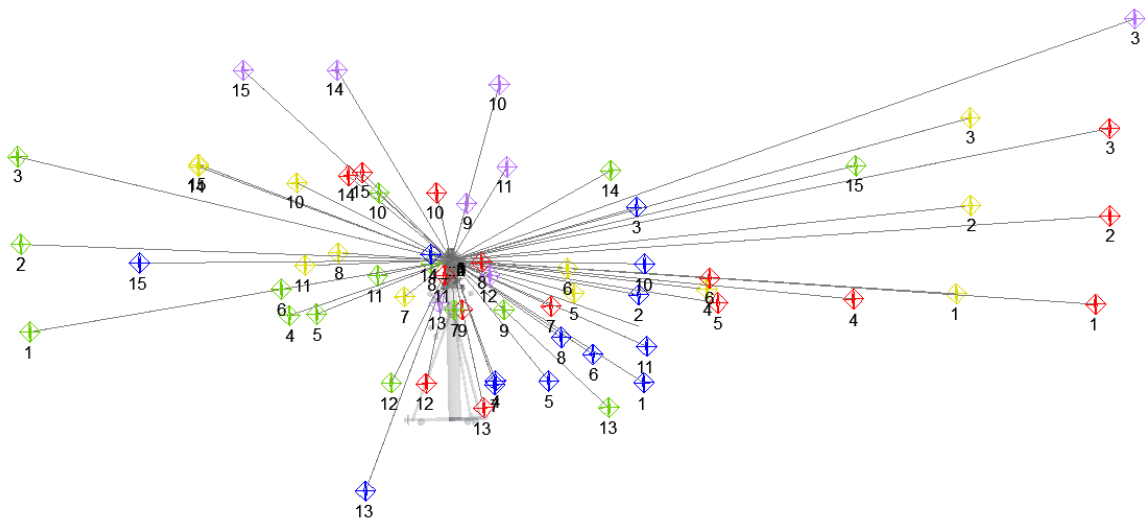


Figura 8. Medición de una malla de reflectores

Muralikrishnan et al (2013) comparan los errores de alcance de los laser tracker en función del ángulo azimutal y lo comparan con el de los laser tracers. Para ello miden el recorrido de un reflector describiendo un círculo perfecto alrededor del laser tracker. El experimento se realiza en un sistema giratorio de precisión con cojinetes neumáticos, en el centro del cual se colocan el sistema de medición y el reflector se hace girar en torno a él a la altura del plano ecuatorial de dispositivo.

Ouyang et al (2005) proponen un método de calibración basado en el uso de una máquina de medición por coordenadas. Un sistema de guiado giratorio permite el cálculo de los errores angulares e incrementar la precisión de la medición.

Gassner y Ruland (2008) emplean una mesa giratoria de precisión para realizar ensayos de error de los encoders angulares del laser tracker. El uso de un espejo sustituyendo al reflector para eliminar los efectos de offset entre los ejes de rotación.

Zobrist et al (2008) desarrollan un sistema que asociaba un laser tracker comercial con una técnica avanzada de calibración y un sistema de referencias estables externas. Su mejora en la precisión de la medición radica en una calibración geométrica que coincide con la geometría de medición aunque este enfoque es normalmente difícil o imposible en muchos casos.

Yang et al (2008) analizan el error producido por el espejo dispuesto en los modelos de laser tracker con el haz del laser en la columna del equipo para dirigir el haz del láser hacia el reflector. Para ello un reflector montado en el eje z de una máquina de medición por coordenadas se desplaza en el espacio y ambos equipos miden el recorrido del reflector.

Yan et al (2010) estudian el error geométrico de un reflector (SMR). El artículo analiza el error de perpendicularidad entre los espejos del reflector y el error de alineación del reflector. Se utiliza una máquina de medición por coordenadas para calcular el centro del reflector y diversas mediciones con el laser tracker girando la posición del reflector para inferir el error del mismo.

1.6 Motivación de la tesis

El ensamblaje mecánico y las tolerancias de fabricación de los laser trackers provocan errores como offsets o excentricidades, lo que genera errores en las mediciones. Uno de los inconvenientes de estos sistemas de medición es que el usuario no puede conocer cuándo el LT mide correctamente. Las normas existentes proporcionan ensayos a realizar para evaluar el comportamiento de estos equipos. La realización de estos ensayos requiere equipos especializados y con un coste elevado. Además, estas pruebas no dan información sobre las fuentes de error individuales, y sólo proporcionan información relacionada con el funcionamiento del LT con respecto a estas normas. Por otra parte, estas pruebas requieren mucho tiempo y un personal debidamente cualificado. Con el fin de conocer las fuentes de error individuales es necesario realizar un procedimiento de calibración.

El procedimiento de calibración permite identificar los parámetros geométricos para mejorar la precisión del sistema. Existen pocos trabajos en la calibración de LTs. Existen trabajos en los que se calibra el LT utilizando un motor en una mesa giratoria o bien se utiliza el método de autocalibración para calibrar LTs restringiendo el movimiento del retroreflector a una superficie arbitraria.

La calibración basada en nube de puntos consiste en determinar los parámetros del modelo geométrico mediante la medición de un conjunto de reflectores ubicados en posiciones fijas desde diferentes localizaciones del LT. Una de las ventajas de la calibración basada en nube de puntos es que no se necesita un equipo especializado, por lo que cualquier usuario de un sistema de medición LT la podría realizar. Además, el tiempo necesario para calibrar el LT disminuye considerablemente en comparación con el tiempo necesario para llevar a cabo las pruebas de funcionamiento recomendados por la Norma ASME B89.4.19.

El objetivo de este trabajo es presentar un procedimiento de calibración rápida y sencilla utilizando una nube de puntos para mejorar la precisión del LT. El método de calibración propuesto se basa en la determinación del modelo cinemático del LT. Una vez definido el modelo cinemático, se puede considerar el error propio de cada una de las articulaciones del modelo e incluir estos errores dentro de un modelo ampliado que incluya tanto las transformaciones cinemáticas propias de la geometría del LT como los parámetros de error propios de las articulaciones.

Se pretenden desarrollar los modelos cinemáticos necesarios dependiendo de las diferentes características constructivas de los LTs disponibles en el mercado y un generador de puntos sintéticos para su evaluación a partir de valores nominales y matrices de error conocidas. Posteriormente se realizarán ensayos experimentales para primeramente verificar el procedimiento de calibración contra mediciones realizadas en la MMC y después realizar un análisis de sensibilidad con el fin de conocer las posiciones más adecuadas en la calibración del instrumento de medición. Con estas posiciones conocidas se realizarán mediciones experimentales en condiciones reales para identificar los parámetros geométricos y calibrar el equipo de medición.

PRESENTACIÓN DE PUBLICACIONES



2 PRESENTACIÓN DE LAS PUBLICACIONES

2.1 Justificación de unidad temática

Las publicaciones presentadas en esta tesis doctoral se enmarcan todas ellas dentro del ámbito del modelado de errores cinemático y la calibración de laser trackers.

Dentro de la temática del modelado de errores en articulaciones giratorias está incluida la publicación *“Rotation error Modelling and identification for robot kinematic calibration by circle point method”*. El estudio del comportamiento de los errores cinemáticos producidos en articulaciones giratorias se puede realizar con más sencillez en un robot que en un laser tracker. El artículo presenta las bases del modelado cinemático de sistemas articulados y la determinación de los parámetros cinemáticos asociados a dicho modelo. Se definen igualmente los errores asociados a las articulaciones y la formulación más idónea de dicho error. Se presenta inicialmente el método de Circle Point para determinar los valores reales de los parámetros cinemáticos reales del robot en base a mediciones realizadas con laser tracker. Dichos parámetros están afectados por los errores propios de las articulaciones y mejoran la precisión del robot. Se observa que el error de las articulaciones no es fijo y varía en función del ángulo de giro de cada una. Para aumentar la precisión se estudia la forma del error y se establecen una serie de parámetros de error que aumentan significativamente la precisión del robot. La estrategia de modelado cinemático y la formulación obtenida del modelo de error es la que se va a utilizar en los artículos posteriores para realizar la calibración del laser tracker. Además esta publicación muestra otra aplicación más de las posibilidades de la calibración cinemática de mecanismos.

La publicación *“Modelling, kinematic parameter identification and sensitivity analysis of a Laser tracker having the beam source in the rotating head”* utiliza los conocimientos adquiridos en la publicación anterior y los aplica al laser tracker. Existen en el mercado dos tipos de laser trackers en función de la ubicación del haz del láser. En la publicación se establece el modelo cinemático genérico de los laser trackers cuya fuente del haz láser se encuentra en la cabeza giratoria del mismo y se formula el cálculo del reflector medido por el laser tracker en función de las mediciones del mismo. Se presenta el modelo matricial de errores vinculado a las articulaciones del laser tracker. Dicho modelo varía en función del tipo de articulación. Mientras que para las articulaciones giratorias se emplea el mismo modelo que en el caso del robot, para las lineales se adecúa el modelo a las características propias del tipo de articulación. Posteriormente, el modelo cinemático, con las matrices de error incorporadas, se valida por medio de datos sintéticos. Por medio de ingeniería inversa, partiendo de una serie de mallas de relectores con posiciones nominales conocidas, se generan las mallas de puntos sintéticos correspondientes cuyas posiciones serían las medidas por un laser tracker afectado por una serie de parámetros de error determinados a priori. Una vez generadas las mallas de puntos medidos, se calculan los valores de los parámetros de error y se corrigen los valores medidos comparándose finalmente con los nominales. Se demuestra que la identificación de parámetros de error es la correcta. Una vez validado el modelo por medio de datos sintéticos, se realiza un experimento para validar el

modelo con datos reales. Se distribuyen una serie de reflectores sobre la mesa de una máquina de medición por coordenadas. Las posiciones de los reflectores se miden con un laser tracker desde cinco posiciones distintas. Los parámetros de error y la calibración se estudian siguiendo diferentes estrategias para ver cuál es la más conveniente. La medición de las posiciones de los reflectores por medio de la máquina de medición por coordenadas sirve para disponer de valores nominales con los que comparar los resultados de la calibración. Por último y, con el fin de buscar la configuración más adecuada para un ensayo real, se estudia la influencia de cada uno de los errores definidos en el error global de medición del laser tracker. Para ello se generan tantas mallas de puntos sintéticos como parámetros de error se han contemplado. Cada malla de puntos está afectada por un valor unitario de un único parámetro de error. De esta forma se consiguen una serie de mallas, en cada una de las cuales se puede apreciar la influencia en el error global de cada uno de los parámetros individuales.

En la tercera publicación *“Performance evaluation of laser tracker kinematic models and parameter identification”* se introduce el modelo de errores geométricos existente en la literatura y se compara con el modelo cinemático objeto de esta tesis. Empleando las mediciones realizadas en la máquina de medición por coordenadas de la publicación anterior, se aplican los dos modelos de error, el geométrico y el cinemático, a las mediciones obtenidas. Se calculan los parámetros de error y los valores corregidos en función de los dos modelos de error y siguiendo diferentes estrategias de calibración. El cálculo de los parámetros de error del modelo geométrico convencional implica la necesidad del uso de patrones de medida y guías lineales calibradas que no están habitualmente disponibles para el usuario habitual del laser tracker. En esta publicación el cálculo de los parámetros de error geométrico se realiza por medio de una optimización matemática que sería la única posibilidad de cálculo si no se dispusiera del equipamiento de laboratorio necesario. Se demuestra que la calibración basada en el modelo geométrico sin el uso de equipos de laboratorio metrológico no puede extrapolarse fuera de los valores de cálculo de la optimización, mientras que la calibración cinemática se puede extrapolar a todo el rango de medición del laser tracker. Esta circunstancia justifica plenamente la necesidad de la presente tesis con la finalidad de ofrecer al usuario del laser tracker una herramienta de verificación y calibración de sus equipos en el uso habitual de los mismos.

En función de la forma cómo se realice en procedimiento de calibración, los resultados pueden variar. Este asunto se trata en la publicación *“Calibration strategies of laser trackers based on network measurements”*. Dado que el método de calibración carece de valores nominales con los que comparar el resultado de la calibración, la publicación estudia las diferentes posibilidades que se pueden plantear en cuanto a la necesidad de introducir un patrón calibrado en la malla de reflectores medidos. Se establecen dos criterios para evaluar el incremento de precisión alcanzado por el procedimiento de calibración; por un lado se evalúan las distancias entre cada pareja de reflectores, que debe ser la misma independientemente de la localización del laser tracker, y por otro lado se comparan las coordenadas de los reflectores, transformándolas todas previamente a mismo sistema de referencia. Se comprueba cuáles son las características idóneas del patrón con el fin de poder utilizar esta información en ensayos

reales. Se han utilizado los datos experimentales descritos en la segunda publicación para la realización de los cálculos.

Los tres últimos artículos, *“Identification and kinematic calculation of laser tracker errors”*, *“Estrategias de modelado cinemático e identificación de parámetros de laser tracker”* y *“Laser tracker kinematic error model formulation and subsequent verification under real working conditions”* corresponden a diversas contribuciones realizadas en congresos nacionales e internacionales. El primero de ellos fue presentado en el 5º Congreso Internacional de la Sociedad de Ingeniería de Fabricación (MESIC 2013) celebrado en Zaragoza en 2013. En el citado congreso se presentó el inicio del proyecto de investigación del que parte la presente tesis. Primeramente se presentaron los dos modelos constructivos que existen de laser trackers y el modelo geométrico de errores definido por la literatura existente. Posteriormente se introdujo el modelo cinemático del laser tracker con el origen del haz en la cabeza rotatoria. Se presenta también un modelo de errores en el que, partiendo del modelo geométrico, se transforman los errores geométricos en matrices de error con el fin de incorporarlos al modelo cinemático. Finalmente, se estudia la influencia del ángulo de incidencia de láser en los reflectores en la incertidumbre de medición del laser tracker.

La segunda publicación procedente de aportaciones a congresos se titula *“Estrategias de modelado cinemático e identificación de parámetros de laser trackers”* y fue presentado en el XX Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica organizado por la Asociación Española de Ingeniería Mecánica celebrado en Málaga en 2014. En esta publicación se amplía el trabajo presentado en el congreso anterior introduciendo el modelo de errores en el modelo cinemático del laser tracker, definiéndose los parámetros de error necesarios. Seguidamente se recoge brevemente el análisis de sensibilidad realizado para buscar la configuración idónea del ensayo real de calibración de un laser tracker y el resultado experimental de la verificación de la calibración con datos reales.

El último congreso al que se ha realizado una contribución ha sido la 6ª edición del Congreso Internacional de la Sociedad de Ingeniería de Fabricación (MESIC 2015) celebrado en Barcelona en 2015 y corresponde a la publicación *“Laser tracker kinematic error model formulation and subsequent verification under real working conditions”*. En esta publicación se desarrolla más ampliamente el procedimiento experimental para la verificación de la calibración de laser trackers basada en las mediciones realizadas de una malla de reflectores colocada sobre la mesa de una máquina de medición por coordenadas. Se detalla el procedimiento experimental, así como el criterio de optimización de la función de error y los resultados de la calibración en función de las diferentes estrategias adoptadas para la misma.

En cuanto a cómo se engloban estas publicaciones dentro de los objetivos que se pretendían alcanzar con esta tesis, el artículo *“Rotation error Modelling and identification for robot kinematic calibration by circle point method”*, se ha llevado a cabo con el trabajo descrito en los objetivos (sección 4.1) B, C, F, G, I, J, K, M, O. El trabajo presentado en el artículo *“Modelling, kinematic parameter identification and sensitivity analysis of a Laser tracker having the beam source in the rotating head”* se ha llevado a cabo con el trabajo descrito en los objetivos B, C, D,

E, F, G, I, J, K, L, M, O. los artículos *“Performance evaluation of laser tracker kinematic models and parameter identification”* y *“Estrategias de modelado cinemático e identificación de parámetros de laser trackers”* se han llevado a cabo con el trabajo descrito en los objetivos B, C, D, E, F, I, J, K, L, M. Los artículos *“Calibration strategies of laser trackers based on network measurements”*.y *“Laser tracker kinematic error model formulation and subsequent verification under real working conditions”*. se han llevado a cabo con el trabajo descrito en los objetivos B, C, F, I, K, M. por último, el artículo *“Identification and kinematic calculation of laser tracker errors”* se ha llevado a cabo con el trabajo descrito en los objetivos A, B, C, D, E, H, I, J, K, M, N.

Las publicaciones presentadas junto con el resto de trabajos realizados afrontan de manera global la calibración cinemática de laser trackers. En el primer artículo *“Robot error Modelling and identification for robot kinematic calibration by circle point method”* se establecen las bases del modelado cinemático y la formulación de errores para ejes giratorios. El segundo artículo *“Modelling, kinematic parameter identification and sensitivity analysis of a Laser tracker having the beam source in the rotating head”* aplica el modelo cinemático y de errores a los laser trackers y lo valida por medio de datos sintéticos y reales y analiza la influencia de cada parámetro de error en el error global. En el tercer artículo *“Performance evaluation of laser tracker kinematic models and parameter identification”* se comparan los modelos geométrico y cinemático, reflejándose los beneficios que presenta este último con respecto al modelo geométrico convencional. Posteriormente, el artículo *“Calibration strategies of laser tracker based on network measurements”* analiza las diferentes estrategias de calibración en base al uso de un patrón calibrado de reflectores.

En cuanto a los artículos correspondientes a contribuciones a congresos, presentan un desarrollo paralelo al anterior. El primero de estos artículos *“Identification and kinematic calculation of Laser tracker errors”* presenta los diferentes modelos de errores geométricos y el modelo cinemático del laser tracker. También habla del generador de datos sintéticos y analiza la influencia en el error de medición del ángulo de incidencia del haz del láser en el reflector. El artículo *“Estrategias de modelado cinemático e identificación de parámetros de laser trackers”* presenta el modelo cinemático y de errores del laser tracker, el análisis de sensibilidad de los parámetros de error y el cálculo de dichos parámetros con datos reales. El último artículo *“Laser tracker kinematic error model formulation and subsequent verification under real working conditions”* presenta el modelo de errores del laser tracker y el cálculo de los parámetros de error con el estudio de los resultados de calibración bajo diferentes condiciones.

Las publicaciones presentadas se ven completadas por una serie de trabajos presentados en diversas secciones del capítulo 4 de esta tesis. En la sección 4.3.2 se desarrolla el modelo cinemático del segundo tipo de laser trackers y se explica ampliamente el modelado cinemático, aquel con la fuente del haz del láser situada en la base del mismo. En la sección 4.3.4 se presentan los ensayos realizados con una guía lineal e interferómetro que tienen como fin conocer el comportamiento de los errores de medición de la articulación lineal del mecanismo del laser tracker que corresponde a la medición de la distancia hasta el reflector. El estudio de la influencia del ángulo de incidencia del láser en el reflector, ya presentado en la publicación *“Identification and kinematic calculation of laser tracker errors”*, se desarrolla ampliamente en la

sección 4.3.9. Finalmente, las secciones 4.3.5, 4.3.7 y 4.3.8 muestran los resultados de un ensayo real de calibración y la verificación de dicha calibración aplicando los parámetros de error a las mediciones realizadas previamente con la mesa de medición por coordenadas respectivamente.

2.2 Presentación de la publicación “Rotating error Modelling and identification for robot kinematic calibration by circle point method”

En este artículo se establecen las bases del modelado cinemático de sistemas articulados y su aplicación práctica a un robot comercial. El modelo cinemático permite conocer la posición de la articulación final del mecanismo en relación a un sistema de referencia situado en la base del mismo en función de las posiciones de las articulaciones. Sin embargo, en la realidad, los valores de los parámetros cinemáticos no se corresponden exactamente con los valores nominales que se han supuesto de los mismos. Esto se debe a que existen una serie de fuentes de error (tolerancias de fabricación, excentricidades, deformaciones por cargas o temperatura) que hacen necesario calcular los valores cinemáticos reales del sistema articulado.

En la sección 2 de este artículo se presenta el modelo cinemático del robot siguiendo la metodología de Denavit-Hartenberg. La relación entre cada pareja de articulaciones consecutivas es el resultado de cuatro transformaciones de rotación y traslación que dependen de cuatro parámetros característicos que relacionan las dos articulaciones consecutivas. En la Figura 9 se muestran los sistemas de referencia correspondientes al robot de 6 ejes estudiado en la publicación. En base a estos parámetros (θ , d , a , α) se calcula la matriz de transformación entre dos sistemas de referencia consecutivos como el producto de cuatro matices de rotación y traslación, cada una de ellas dependiente de uno de los parámetros cinemáticos y cuyo resultado se puede ver en la ecuación (1) El robot tiene una ligera diferencia con respecto al laser tracker y es que en el caso de ejes paralelos se produce una indeterminación, solucionado con la introducción por Hayati y Mirmirani de un nuevo parámetro β en sustitución del parámetro d correspondiente a la articulación paralela posterior.

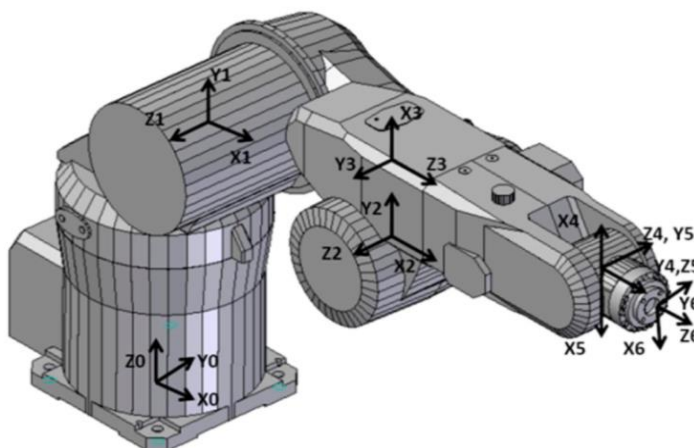


Figura 9. Sistemas de referencia de un robot de 6 ejes

$${}^{j-1}A_j = T_{z,d}R_{z,\theta}T_{x,a}R_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & -\cos \alpha_j \sin \theta_j & \sin \alpha_j \sin \theta_j & a_j \cos \theta_j \\ \sin \theta_j & \cos \alpha_j \cos \theta_j & -\sin \alpha_j \cos \theta_j & a_j \sin \theta_j \\ 0 & \sin \alpha_j & \cos \alpha_j & d_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Los parámetros cinemáticos del robot son los que se muestran en laTabla 1.

Tabla 1. Parámetros cinemáticos del robot Kuka KR 5 sixx R650

	Parámetros cinemáticos				
	d(mm)	θ (°)	a (mm)	α (°)	β (°)
Articulación 1	335	0	75	90	0
Articulación 2	0	0	270	0	0
Articulación 3	0	90	90	90	0
Articulación 4	295	0	0	90	0
Articulación 5	0	180	0	90	0
Articulación 6	80	0	0	0	0

La matriz que transforma la posición del último sistema de referencia con respecto del primero es el producto de las seis matrices de transformación entre sistemas consecutivos como se muestra en la ecuación (2).

$${}^0T_6 = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 {}^3A_4 {}^4A_5 {}^5A_6 \quad (2)$$

La sección 3 del artículo presenta el método de determinación de los parámetros cinemáticos reales del robot. El método empleado se denomina Circle Point y utiliza la posibilidad de girar cada articulación del robot de forma independiente. Un reflector colocado en el brazo del robot sirve para medir su posición con laser tracker. Haciendo girar las articulaciones de forma individual se consiguen seis figuras con forma pseudo-circular que muestran el recorrido del reflector al girar alrededor de cada uno de los ejes del robot. Posteriormente se calcula el plano medio de cada una de las trayectorias, se proyectan los puntos de cada trayectoria sobre su plano medio y se calcula el centro de la circunferencia que mejor se aproxima a los puntos proyectados. Para cada círculo se calcula el vector que tiene como origen el centro del círculo y dirección normal al plano del círculo. Dichos vectores son los ejes Z óptimos correspondientes a las articulaciones del robot. Para la correcta identificación de los vectores es fundamental seguir el orden de la cadena cinemática. Esto supone que el primer movimiento ha de ser el de la primera articulación y, una vez finalizado, no se puede mover dicha articulación durante el resto del proceso. Lo mismo se puede aplicar a las articulaciones posteriores.

A partir de dichos vectores, se determinan las posiciones y orientaciones de los sistemas de referencia del robot.

A continuación, la sección 4 ofrece un caso práctico de determinación de parámetros cinemáticos. En la literatura existente, se dispone que se coloca solidario a cada uno de los brazos del robot y que se ha de recolocar constantemente para poder alinearse con el haz del láser. En este estudio se ha utilizado un reflector con rastreo activo fabricado por API y denominado Active Target. Este dispositivo monta un reflector en un sistema giratorio de dos grados de libertad, similar al cabezal del laser tracker, que le permite girar y alinearse automáticamente con el haz del láser. Esto permite que, con un único montaje del reflector en la

cabeza del robot sea posible realizar todo el proceso de captura de puntos eliminando la incertidumbre que supone el reposicionamiento del reflector. Mediante el desarrollo de un software específico se ha conseguido automatizar el proceso de captura de puntos. El software programa los movimientos del robot, para que este gire las articulaciones de forma consecutiva desde la primera hasta la última para unos rangos de movimiento y unos pasos y tiempos de parada establecidos. De esta forma se genera un programa de movimientos de forma que el robot realiza pequeños giros, después de cada uno de los cuales hace una parada que es detectada por el laser tracker capturando la posición del reflector. Una vez realizadas las capturas se tienen los puntos que marcan las trayectorias de giro de cada articulación (ver Figura 10).

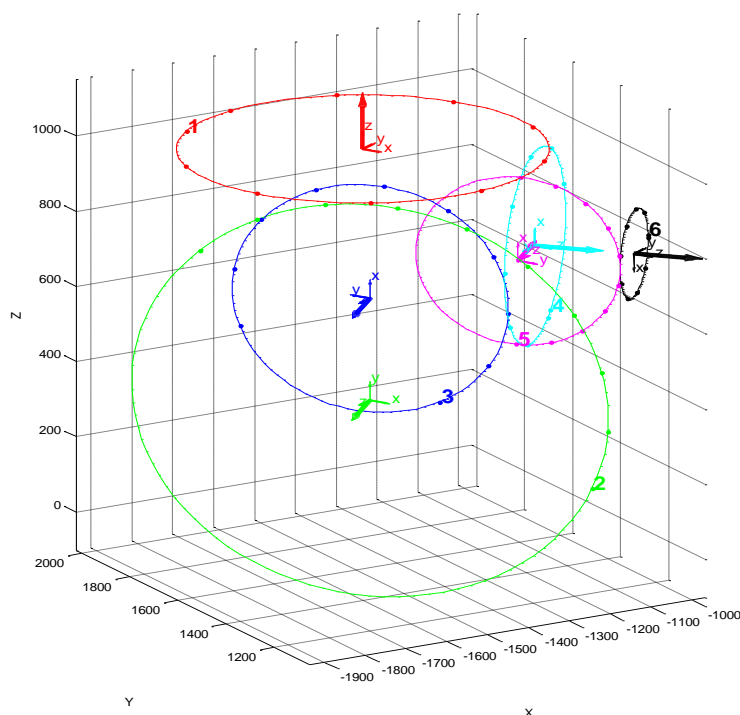


Figura 10. Círculos, vectores y sistemas de referencia calculados

Los resultados de la identificación de parámetros se muestran en la sección 5. La captura de puntos se ha repetido variando los ángulos recorridos por los ejes, los pasos angulares y las velocidades de rotación dando lugar a 6 capturas distintas. Posteriormente se recalculan las posiciones de los reflectores con los nuevos parámetros cinemáticos. La estimación de la mejora en la precisión del robot obtenida con los nuevos parámetros se calcula en base al cálculo de las distancias entre cada pareja de puntos medidos. La diferencia entre las distancias calculadas en base a la determinación de las posiciones a través de la cadena cinemática del robot con parámetros iniciales y calculados por el Circle Point y las calculadas en base a las mediciones del laser tracker (valores nominales) nos dará la mejora de posición obtenida.

En la Tabla 2 se pueden ver las mejoras de precisión obtenidas. La primera medición está realizada con un escaso número de mediciones (10 por giro) y el máximo rango de medición posible. Las mediciones 2 y 3 abarcan el mismo rango que la primera pero con mayor cantidad

de puntos por giro (entre 25 y 60 dependiendo de la articulación). Las mediciones 4,5 y 6 se han realizado con un bajo rango de medición y alta densidad de puntos a diferentes velocidades.

Tabla 2. Comparación entre el error nominal y el de los parámetros Circle Point.

	Parámetros nominales		Parámetros Circle Point		Mejora (%)
	Error medio (mm)	Error máximo (mm)	Error medio (mm)	Error máximo (mm)	
Medición 1	1,3444	4,8369	1,5587	4,0045	-13,75%
Medición 2	0,4619	1,7168	0,4031	1,4906	14,59%
Medición 3	0,4883	1,7035	0,4152	1,4652	17,61%
Medición 4	0,4363	1,5403	0,2901	1,3057	50,40%
Medición 5	0,4406	1,5653	0,2946	1,3151	49,56%
Medición 6	0,4399	1,5716	0,2907	1,3083	51,32%

A pesar de que los parámetros cinemáticos son los que mejor reflejan la geometría del robot, no son suficientes para conseguir mejoras precisión significativas. Esto se debe a que los parámetros son fijos para cualquier ángulo de rotación de la articulación. La sección 6 estudia el comportamiento del error en función del ángulo de giro. La formulación convencional de los errores en articulaciones giratorias se puede ver en la Figura 11 y se caracteriza por los valores de desplazamiento del centro del sistema de referencia real del eje de giro respecto del nominal (δx , δy , δz) y las rotaciones de los ejes respecto de los nominales (ϵx , ϵy).

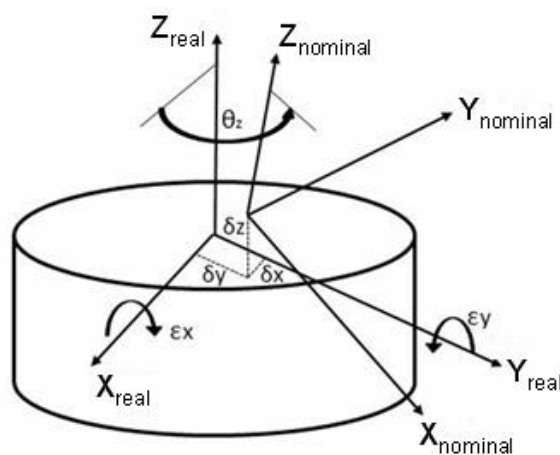


Figura 11. Errores en articulaciones giratorias

La matriz de error correspondiente a estas articulaciones se muestra en la Ecuación (3).

$$RT_{err} = MT_x \cdot MT_y \cdot MT_z \cdot MG_{\theta_x} \cdot MG_{\theta_y} \cdot MG_{\theta_z} \quad (3)$$

Siendo:

MT_n la matriz de traslación en el eje n para $n = X, Y$ o Z .

RT_n la matriz de giro respecto al eje n para $n = X, Y$ o Z .

Esta matriz sería equivalente a la corrección realizada por el Circle Point al transformar el sistema de referencia nominal en el real. Dado que estamos en un movimiento circular, nos encontramos con excentricidades que precisan una nueva formulación del error que tenga en cuenta el valor del ángulo de rotación de la articulación. Las expresiones de cada uno de los errores son la que se reflejan en las Ecuaciones (4) a(8).

$$dx = Ddx + Adx \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{Tdx} \cdot \theta_z + \varphi dx\right) \quad (4)$$

$$dy = Ddy + Ady \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{Tdy} \cdot \theta_z + \varphi dy\right) \quad (5)$$

$$dz = Ddz + Adz \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{Tdz} \cdot \theta_z + \varphi dz\right) \quad (6)$$

$$\varepsilon x = D\varepsilon x + A\varepsilon x \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{T\varepsilon x} \cdot \theta_z + \varphi \varepsilon x\right) \quad (7)$$

$$\varepsilon y = D\varepsilon y + A\varepsilon y \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{T\varepsilon y} \cdot \theta_z + \varphi \varepsilon y\right) \quad (8)$$

Con esta formulación, resulta un vector de 90 parámetros a determinar. El cálculo de los parámetros se realiza por optimización matemática y el criterio de optimización es la minimización de las diferencias entre los valores de las distancias entre todas las parejas de puntos calculadas por las mediciones del laser tracker y las calculadas a través de la cadena cinemática del robot incluyendo las matrices de error en el modelo cinemático (ecuación (9)).

$$F = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left(\left| \overrightarrow{u_{ij}^{LT}} \right| - \left| \overrightarrow{u_{ij}^{CP}} \right| \right)^2 \quad (9)$$

Siendo:

F la función a minimizar.

n el número de puntos capturados.

$\left| \overrightarrow{u_{ij}^{LT}} \right|$ el módulo del vector que une el punto i con el j medidos por el laser tracker.

$\left| \overrightarrow{u_{ij}^{CP}} \right|$ el módulo del vector que une el punto i con el j calculados con el modelo de error.

La optimización se ha realizado con los datos del segundo ensayo de medición por ser el que ofrece un mayor rango de medición con mayor densidad de puntos capturados. Sus resultados se pueden ver en la sección 7 de la publicación, donde se aprecia que se ha conseguido reducir muy significativamente el error del robot pasando de un error medio inicial de 462 μm inicialmente a 430 μm con el método del Circle Point y 110 μm con la optimización de excentricidades.

La conclusión principal que se extrae de este artículo es que la identificación de parámetros cinemáticos no es suficiente para una correcta calibración de sistemas articulados, siendo

necesario además formular una corrección basada en la variabilidad de los parámetros en función de la posición de la articulación.

2.3 Presentación de la publicación “Modelling, kinematic parameter identification and sensitivity analysis of a Laser tracker having the beam source in the rotating head”

En esta publicación se utiliza el modelo cinemático desarrollado en la publicación anterior para su aplicación en el caso del laser tracker. Posteriormente se amplía el modelo de errores para adaptarlo a las características del laser tracker que presenta tanto articulaciones giratorias como prismáticas. Este modelo de error se ha validado, primero con datos sintéticos obtenidos a través de un generador que calcula automáticamente los datos que mediría un laser tracker afectado por unos errores predeterminados, y posteriormente mediante un ensayo con datos reales midiendo una malla de reflectores situada sobre la mesa de una máquina de medición por coordenadas. Una vez validado el método, se realiza un análisis de sensibilidad para detectar las posiciones que deberían tener los reflectores en un ensayo real para que maximicen o minimicen los errores del laser tracker.

La sección 2 del artículo repasa brevemente el funcionamiento del laser tracker y los diferentes modelos constructivos que existen en el mercado.

El modelo cinemático se desarrolla en la sección 3 (ver Figura 12) en la que se vuelve a repasar el modelo de Denavit-Hartenberg y se definen las matrices homogéneas de transformación que corresponden al laser tracker.

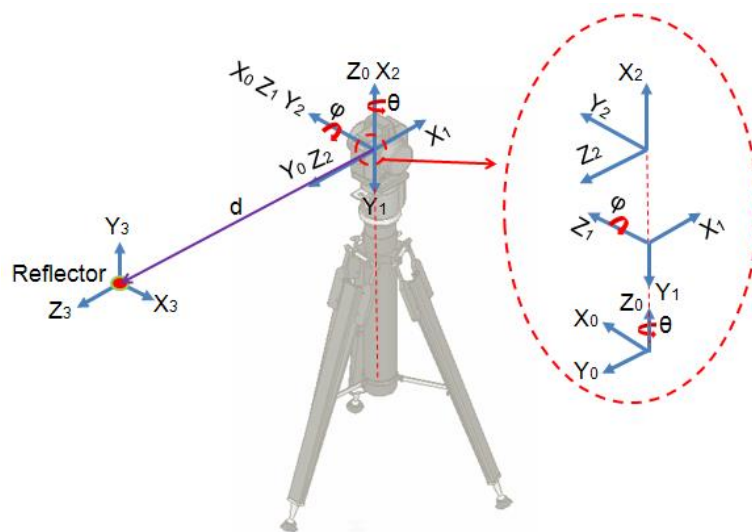


Figura 12. Estructura cinemática del laser tracker

El sistema se compone de 2 rotaciones y una traslación que corresponden a los giros de los dos ejes del laser tracker y a la medición del interferómetro. Los parámetros correspondientes al tipo del laser tracker estudiado se pueden ver en la Tabla 3.

Tabla 3. Parámetros cinemáticos del laser tracker

i	α_i (°)	a_i (mm)	d_i (mm)	θ_i (°)
1	-90	0	0	$\theta-90$
2	90	0	0	$\varphi-90$
3	0	0	d	-90

La matriz de transformación que nos da las coordenadas del reflector respecto del sistema de referencia del laser tracker vienen definidas por las ecuaciones (10) a (13).

$${}^0T_3 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 \quad (10)$$

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta-90) & 0 & -\sin(\theta-90) & 0 \\ \sin(\theta-90) & 0 & \cos(\theta-90) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos(\varphi-90) & 0 & \sin(\varphi-90) & 0 \\ \sin(\varphi-90) & 0 & -\cos(\varphi-90) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Se repasa el modelo de error para articulaciones giratorias ya estudiado en el artículo anterior y se introduce el modelo de error para ejes prismáticos, el cual es necesario para modelar los errores correspondientes al haz del láser. En la misma forma que para ejes rotatorios, el error de los prismáticos se basa en los desplazamientos y rotaciones de los ejes según se ve en la Figura 13.

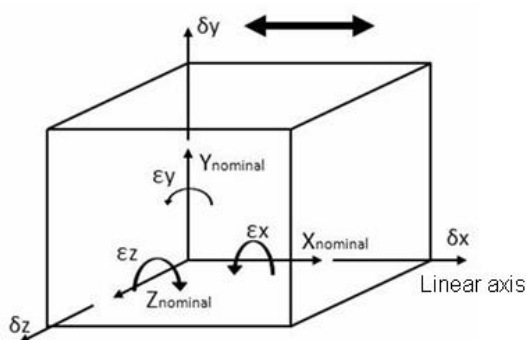


Figura 13. Errores en articulaciones prismáticas

Las matrices de error asociadas a ambos tipos de articulación son las expresadas en la ecuación (14) para las articulaciones giratorias y en la ecuación (15) para la prismática.

$$R_{err} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_Y \cdot \cos \theta_Z & -\cos \varepsilon_Y \cdot \sin \theta_Z & \sin \varepsilon_Y & \delta_X \\ \cos \varepsilon_X \cdot \sin \theta_Z + \sin \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \cos \theta_Z & \cos \varepsilon_X \cdot \cos \theta_Z - \sin \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \sin \theta_Z & -\sin \varepsilon_X \cdot \cos \varepsilon_Y & \delta_Y \\ \sin \varepsilon_X \cdot \sin \theta_Z - \cos \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \cos \theta_Z & \sin \varepsilon_X \cdot \cos \theta_Z + \cos \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \sin \theta_Z & \cos \varepsilon_X \cdot \cos \varepsilon_Y & \delta_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$T_{err} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_\psi & \varepsilon_\theta & \varepsilon_x \\ \varepsilon_\psi & 1 & -\varepsilon_\phi & \varepsilon_y \\ -\varepsilon_\theta & \varepsilon_\phi & 1 & \varepsilon_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Incluyendo el modelo de error en la ecuación (10) , esta quedaría como se puede ver en la ecuación (16).

$${}^0T_3 = R_{err_\theta} {}^0A_1 R_{err_\phi} {}^1A_2 T_{err_d} {}^2A_3 \quad (16)$$

En la sección 4 se utilizan datos sintéticos para validar el modelo cinemático. El primer paso es desarrollar un generador automático de mallas de datos de mediciones de reflectores afectados por un error conocido. Se han generado tres tipos de mallas; una malla plana que correspondería a una pared de reflectores con reflectores distribuidos uniformemente, una malla prismática tridimensional con una distribución uniforme de reflectores y con el laser tracker situado en el centro de la malla y una malla esférica tridimensional con una distribución homogénea de reflectores considerados en coordenadas esféricas (ver Figura 14).

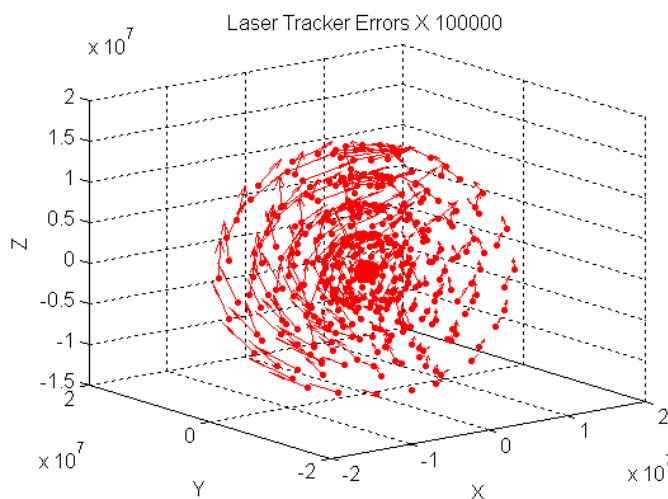


Figura 14. Malla tridimensional esférica con errores

Para la generación de las mallas se han considerado parámetros de error constantes con valores de 10 μ rad para los valores angulares y de 10 μ m para valores lineales. El cálculo de los valores medidos por laser tracker afectado por los errores se realiza a través de una optimización matemática. Los datos de entrada son la matriz de coordenadas cartesianas de la malla nominal de reflectores y el vector de parámetros de error. Primeramente se transforman las coordenadas cartesianas para obtener las coordenadas esféricas de las posiciones de los

reflectores. La optimización va variando los valores nominales (θ_{nom} , φ_{nom} , d_{nom}) transformándolos en los valores propios de la i -ésima iteración (θ_{it_mi} , φ_{it_mi} , d_{it_mi}). Estos valores se pasan a través del modelo cinemático que corrige estas medidas con los parámetros de error predeterminados y nos da las coordenadas cartesianas medidas en la i -ésima optimización (X_{it_mi} , Y_{it_mi} , Z_{it_mi}). La función objetivo a minimizar (ϕ) es el sumatorio de los cuadrados de las distancias euclideas entre las posiciones nominales y las corregidas por el modelo cinemático. Una vez obtenido el mínimo de la función, el resultado son las coordenadas medidas que se buscaban. En la Figura 15 se puede ver un esquema del proceso de generación de datos sintéticos.

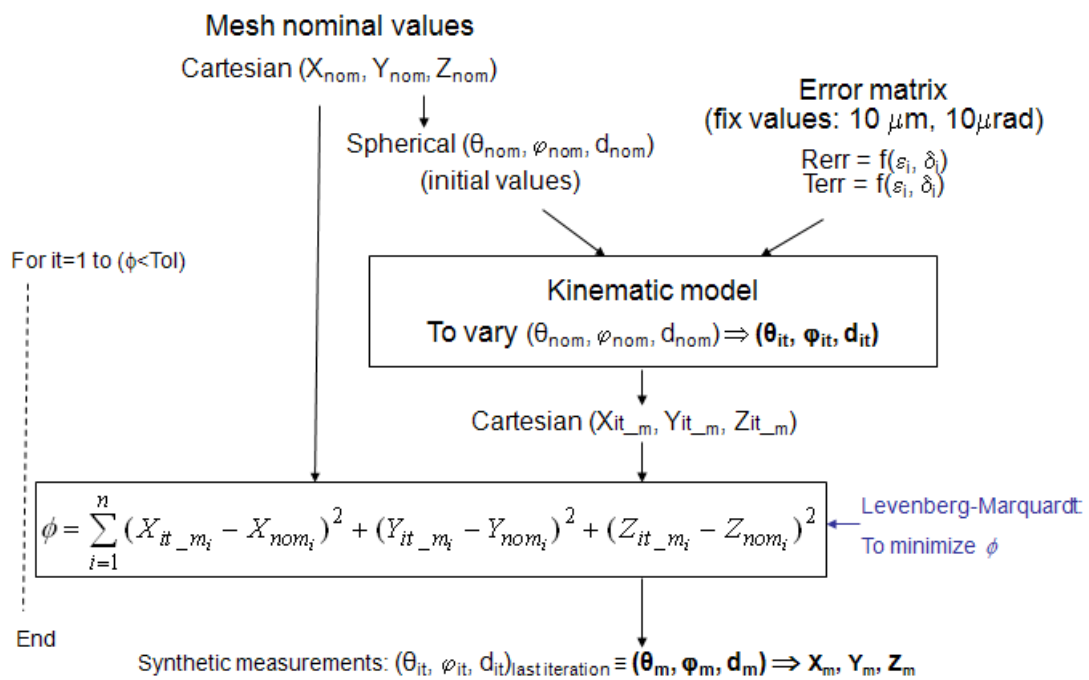


Figura 15. Esquema del proceso de generación de datos sintéticos.

Una vez obtenidos los datos sintéticos se sigue un proceso inverso para calcular los parámetros de error del laser tracker. El procedimiento que se sigue es el siguiente; se introducen como parámetros de entrada los datos sintéticos (datos medidos), los nominales y un vector de parámetros de error iniciales, a partir de los datos medidos se obtienen las coordenadas esféricas medidas que se introducen en la optimización. La optimización varía los valores de los parámetros de error, calculando las coordenadas cartesianas en cada optimización. La función que se busca minimizar es nuevamente el sumatorio de los cuadrados de las distancias euclideas entre las posiciones nominales y las medidas corregidas a través del modelo cinemático. Una vez conseguido el mínimo de la función, se obtienen los parámetros de error óptimos. En la Figura 16 se aprecia el esquema de la identificación de parámetros.

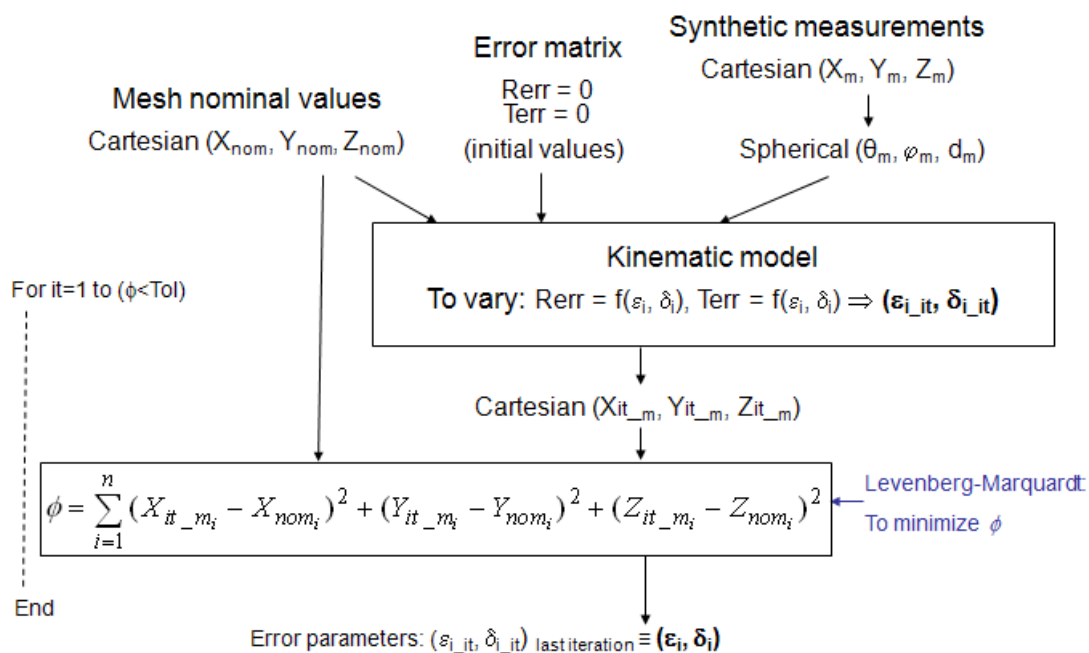


Figura 16. Esquema de la identificación de parámetros de error

Los parámetros de error son, en general, muy similares a los introducidos para general los datos sintéticos aunque hay algunos que presentan valores diferentes a los iniciales como se puede apreciar en la Tabla 4, lo cual nos da a entender que hay valores que son interdependientes y, hay combinaciones de valores distintos de los iniciales que son equivalentes.

Tabla 4. Parámetros de error calculados en la malla esférica.

	ϵ_x (μrad)	ϵ_y (μrad)	ϵ_z (μrad)	δ_x (μm)	δ_y (μm)	δ_z (μm)
ϑ	9.994	9.994	-5.101	10.001	9.977	0.000
φ	9.986	-5.137	9.416	10.045	0.000	9.969
d	9.966	10.574	0.000	10.011	9.969	10.018

Dado que estamos trabajando con datos sintéticos que se han generado siguiendo el modelo de error, los valores corregidos se aproximan mucho a los nominales, consiguiéndose valores de la corrección cercanos al 100% como se puede ver en la Figura 17 en la que se muestran los errores iniciales y residuales de todos los puntos de la malla de reflectores.

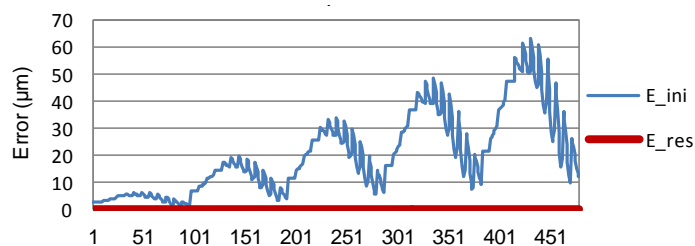


Figura 17 Resultados de la corrección en la malla esférica

Una vez validado el modelo de error, la sección 5 del artículo muestra un ensayo experimental con condiciones controladas que sirve para validar el procedimiento de calibración con datos reales. Una de las características del proceso de calibración planteado es que, en situación real, no se van a disponer de valores nominales con los que valorar la mejora de precisión del laser tracker conseguida. Por ello se ha planteado un ensayo en el que se han medido 17 reflectores posicionados en la mesa de una máquina de medición por coordenadas con un laser tracker desde 5 posiciones diferentes, ver Figura 18. De esta forma es posible realizar el proceso de calibración y medir las posiciones nominales con la máquina de medición para evaluar el resultado de la calibración.

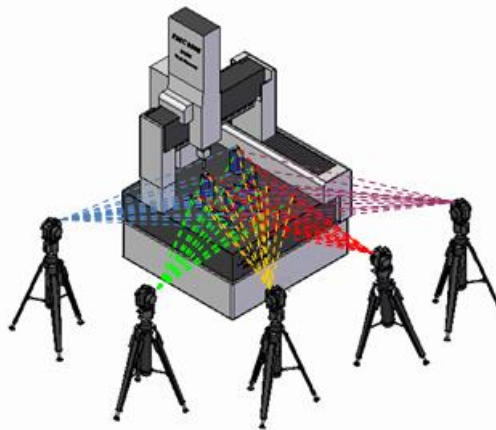


Figura 18. Ensayo de medición de reflectores en la máquina de medición por coordenadas.

Dado que se carece de valores nominales, la función a minimizar no puede ser la misma que se ha utilizado en la identificación de parámetros con datos sintéticos. Las distancias entre cada pareja de reflectores han de ser las mismas independientemente de la posición de laser tracker desde la que se hayan medido. Aprovechamos esta característica para plantear la función a optimizar en la identificación de parámetros de error. En este caso se aprovechan además las mediciones nominales para el procedimiento de calibración.

En el código generado para identificar los parámetros, se introduce la matriz de coordenadas nominales medidas, un vector de parámetros de error iniciales y las matrices de coordenadas medidas por el laser tracker. A través del modelo cinemático se calculan iterativamente las mediciones corregidas variando los valores del vector de parámetros de error. La función de optimización es el sumatorio de las diferencias entre las distancias de cada pareja de reflectores medidas por la máquina de medición por coordenadas y las calculadas con las mediciones corregidas obteniéndose el vector de parámetros de error óptimos. La Figura 19 muestra el esquema del proceso de optimización.

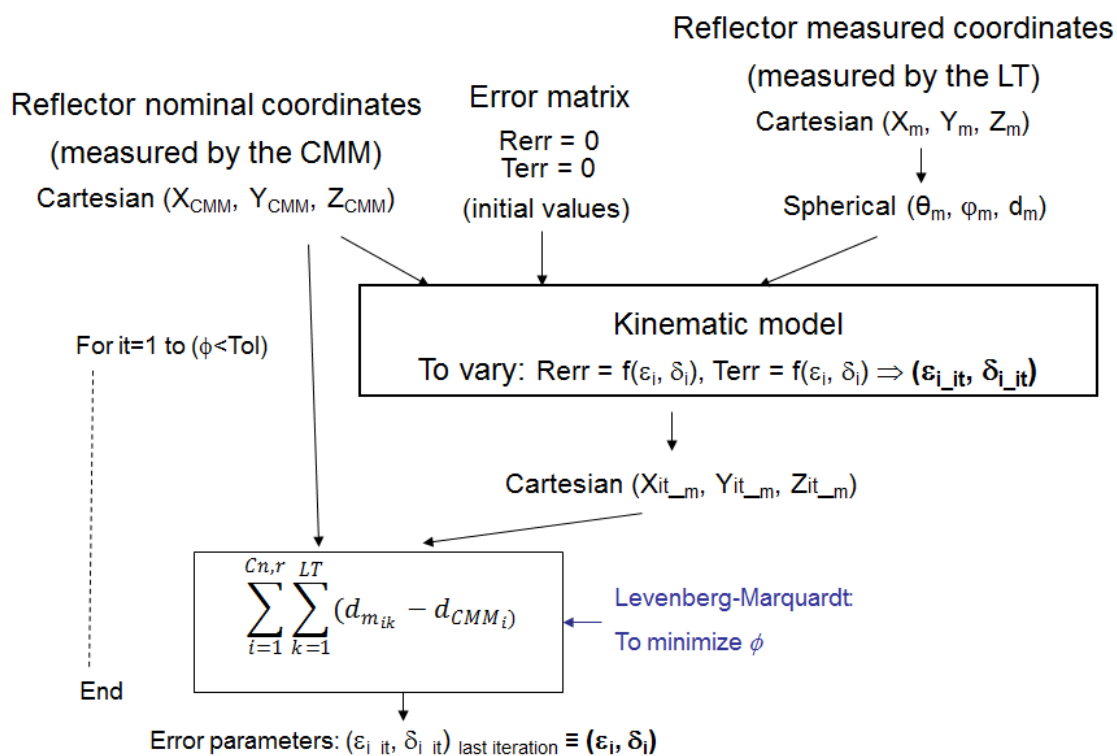


Figura 19. Esquema de la optimización de parámetros de error con datos reales

Si se realiza la calibración utilizando todas las medidas disponibles, no existe la posibilidad de evaluar si el procedimiento es extrapolable a otros valores medidos. Para ello se ha realizado la identificación de parámetros siguiendo varias estrategias con el fin de disponer de puntos de control con los que evaluar el resultado de la calibración. Se han seguido 3 estrategias diferentes; primero se han empleado todas las mediciones para calibrar, después se han utilizado las medidas realizadas por 4 laser trackers para la identificación de parámetros y las del 5º como valores de control y, por último se han utilizado las medidas de 14 de los 17 reflectores para calibrar y los 3 restantes como control. En la Tabla 5 y la Figura 20 se muestran los resultados de las diferentes estrategias de calibración.

Tabla 5. Resultados de las estrategias de calibración

	E_ini (µm)	E_res (µm)	E_4LT (µm)			E_14_ref (µm)		
			Todos los puntos	Puntos de calibración	Puntos de control	Todos los puntos	Puntos de calibración	Puntos de control
Máximo	42.057	19.935	20.446	20.446	14.394	19.981	19.981	11.342
Promedio	18.785	7.045	7.989	7.391	9.973	7.430	7.490	7.152

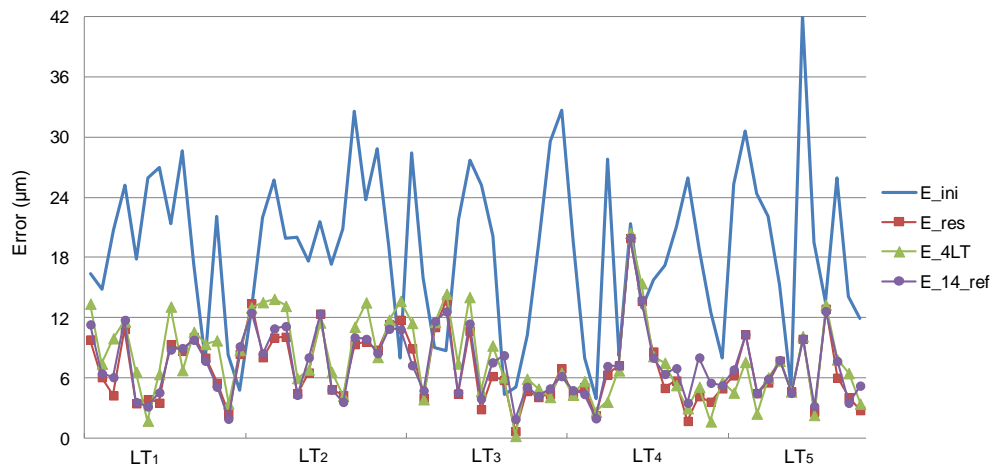


Figura 20. Comparativa de las estrategias de calibración

Se comprueba que las diferentes estrategias ofrecen resultados similares, lo que demuestra la extrapolabilidad del procedimiento.

Finalmente en la sección 6 se realiza un análisis de sensibilidad que muestra el error provocado por cada parámetro de error individual. Para ello se han generado mallas esféricas de datos sintéticos como las presentadas en la sección 4 del artículo. A diferencia de aquellas, se han generado tantas mallas como parámetros de error hay en el modelo cinemático, cada una de ellas afectada únicamente por uno de los parámetros de error con un valor unitario del mismo. Del análisis de los resultados se deduce que 12 de los parámetros introducen errores fijos, uno de los parámetros no influye en el error y los 5 restantes varían en función de los ángulos de inclinación y azimut y de la distancia al laser tracker. Los valores de error relacionados con estos 5 parámetros se pueden ver en la Figura 21.

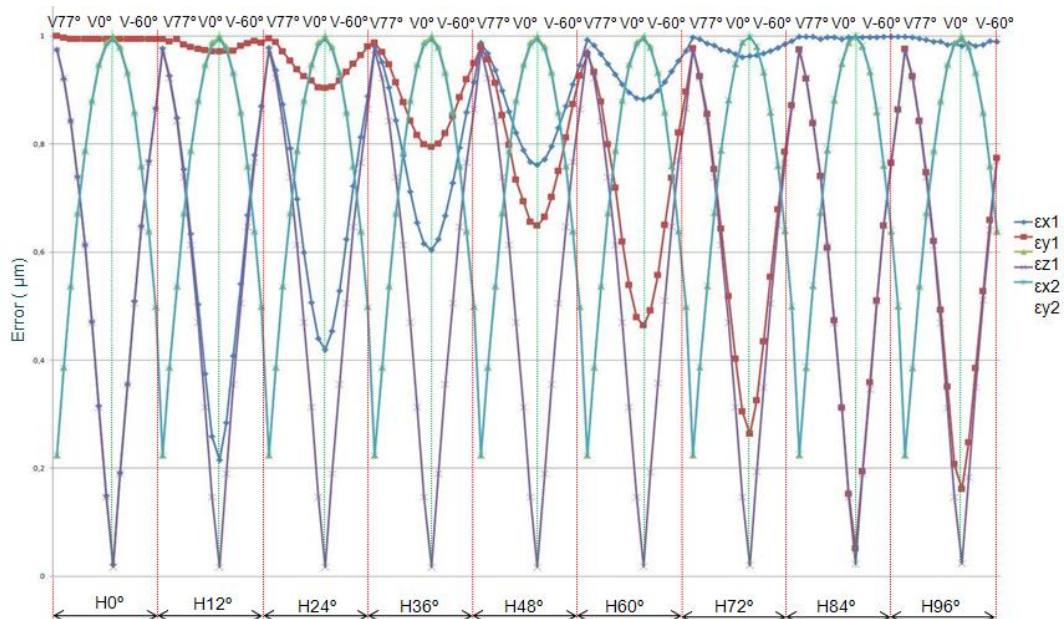


Figura 21. Variación del error en malla esférica para parámetros sensibles

Las conclusiones de este artículo es que se ha conseguido modelar cinemáticamente el laser tracker y se ha definido un modelo de error compatible con el mismo. También se ha logrado validad el modelo con datos sintéticos y reales. Finalmente, el análisis de la variación de los errores a lo largo del rango de medición del laser tracker asociados a cada parámetro de error nos ayudará a planificar un ensayo real de calibración.

2.4 Presentación de la publicación “Performance evaluation of laser tracker kinematic models and parameter identification”

Existen procedimientos normalizados para la calibración de laser trackers. La norma ASME B89.4.19 establece una serie de ensayos de medición para evaluar la precisión de medición del laser tracker. Dado que ya existe esta norma es necesario justificar fehacientemente la necesidad de un nuevo método de calibración. La norma existente precisa del uso de patrones y guías calibradas y de la realización de mediciones exhaustivas para asegurar la correcta identificación de los parámetros de error correspondientes al modelo de la norma. En este artículo se comparan los resultados obtenidos por la calibración basada en el modelo cinemático del laser tracker con los que se podrían obtener del modelo presentado en la norma si no se dispusiera de los medios e instalaciones necesarios para su realización.

Después de repasar el principio de funcionamiento del laser tracker, la sección 3 del artículo muestra los dos modelos de error que se van a comparar. Primeramente se describe el modelo geométrico de errores asociado a la norma. En dicho modelo se define un conjunto de 14 parámetros de error que corresponden a errores geométricos de laser tracker tales como desalineamientos, excentricidades o errores de escala. Por medio de los ensayos establecidos en la norma completados por mediciones adicionales propuestas por la literatura existente, se consiguen calcular los valores de los parámetros y, con ellos se corrigen los valores medidos por el laser tracker según se muestra en las ecuaciones (17) a (19) ,

$$R_c = R_m + x_2 \cdot \sin(V_m) + x_8 \quad (17)$$

$$H_c = H_m + \frac{x_{1t}}{R_m \cdot \sin(V_m)} + \frac{x_{4t}}{\sin(V_m)} + \frac{x_5}{\tan(V_m)} + x_{6x} \cdot \cos(H_m) - x_{6y} \cdot \sin(H_m) + x_{9a} \cdot \sin(2 \cdot H_m) + x_{9b} \cdot \cos(2 \cdot H_m) \quad (18)$$

$$V_c = V_m - \frac{x_{1m}}{R_m} + \frac{x_2 \cdot \cos(V_m)}{R_m} + x_3 + x_{7n} \cdot \cos(V_m) - x_{7z} \cdot \sin(V_m) + x_{10a} \cdot \sin(2 \cdot V_m) + x_{10b} \cdot \cos(2 \cdot V_m) \quad (19)$$

Donde R_m , H_m , y V_m son los valores de distancia, inclinación y azimut medidos por el laser tracker, R_c , H_c , y V_c son los valores de distancia, inclinación y azimut corregidos por el modelo y x_i son los parámetros de error.

Una vez introducido el modelo de errores geométricos, se repasa el modelo cinemático ya introducido en el artículo anterior. En dicho artículo, los parámetros de error introducidos en la generación de datos sintéticos eran constantes en todo el rango de medida del laser tracker. En el primer artículo de esta tesis ya se vio que los parámetros de error no son constantes y que varían en función de los ángulos de giro de las articulaciones. Por ello se realizó una formulación de los parámetros de error variable en función del ángulo de giro de los ejes del robot. En el caso del laser tracker, además de las dos articulaciones giratorias cuyos encoders miden los ángulos de elevación y azimutal del laser tracker, tenemos la medida de distancia por haz del láser que se considera en el modelo cinemático como una articulación prismática, con los errores correspondientes a la misma que se pueden ver en la Figura 22.

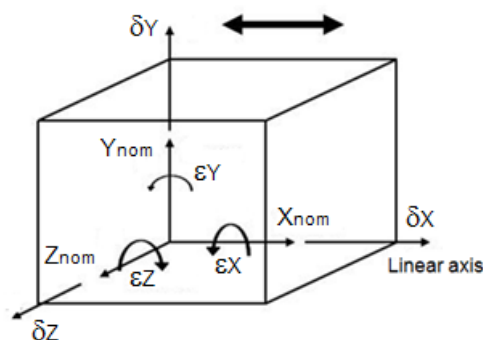


Figura 22. Errores correspondientes a una articulación prismática

La formulación de los parámetros de error para ejes giratorios se formuló en serie de Fourier siendo suficiente llegar al primer armónico de la serie. Para articulaciones prismáticas la formulación se hace en forma de polinomio de segundo grado, quedando la formulación de los distintos parámetros como se ve en las ecuaciones (20) y (21) para articulaciones prismáticas y en las ecuaciones (22) y (23) para articulaciones giratorias.

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} \cdot d + \varepsilon_{i3} \cdot d^2 \quad (20)$$

$$\delta_i = \delta_{i1} + \delta_{i2} \cdot d + \delta_{i3} \cdot d^2 \quad (21)$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} \cdot \sin(\theta + \varepsilon_{i3}) + \varepsilon_{i4} \cdot \sin(2 \cdot \theta + \varepsilon_{i4}) \quad (22)$$

$$\delta_i = \delta_{i1} + \delta_{i2} \cdot \sin(\varphi + \delta_{i3}) + \delta_{i4} \cdot \sin(2 \cdot \varphi + \delta_{i4}) \quad (23)$$

En la sección 4 del artículo se revisa la validación del modelo ya realizada en el artículo anterior, como introducción a la comparación de resultados entre los dos modelos mostrados que se desarrolla en el apartado 5.

El usuario habitual del laser tracker no dispone de los medios necesarios para realizar los ensayos necesarios para seguir el procedimiento de verificación descrito en la norma ASME B89.4.19, por lo que la única forma posible de identificar los parámetros de error geométricos es utilizar una optimización matemática que determine el conjunto de parámetros que mejor corrige los errores del laser tracker. Para ello se han utilizado las mediciones mostradas en el artículo anterior para la obtención de los parámetros geométricos de error y también los parámetros cinemáticos de error en base a distintas estrategias. Si se calculan los parámetros de error utilizando todos los datos disponibles, no es posible evaluar si el resultado son unos meros valores numéricos que satisfacen los criterios de una formulación matemática o son parámetros válidos para cualquier medición realizada con el laser tracker.

La identificación de parámetros se ha llevado a cabo utilizando parte de las medidas disponibles, de forma que, una vez corregidas la totalidad de las mediciones con los parámetros calculados, sea posible evaluar los resultados ofrecidos por la calibración sobre las mediciones no utilizadas para la identificación de parámetros. De esta forma es posible determinar si el modelo y la

identificación de parámetros reflejan convenientemente la realidad. Este procedimiento se ha seguido tanto con el modelo de errores geométricos como con el cinemático. Se han realizado 6 verificaciones utilizando en las cinco primeras las mediciones de una de las posiciones del laser tracker y en la sexta las de los tres primeros reflectores de la malla de reflectores medidas desde las cinco posiciones del laser tracker. En la Tabla 6 se puede ver la comparación entre los dos modelos de error utilizando las medidas de la primera posición del laser tracker como datos de control.

Tabla 6. Comparativa de modelos de calibración con valores de control LT1

		LT1	LT2	LT3	LT4	LT5
Error inicial (μm)	Máximo	73,59	53,01	59,65	61,32	66,89
	Promedio	32,25	22,12	23,80	21,23	23,16
Error residual calibración cinemática (μm)	Máximo	60,70	15,79	17,21	25,95	9,98
	Promedio	20,96	4,72	5,72	4,49	2,93
	Mejora	34,99%	78,68%	75,96%	78,85%	87,36%
Error residual calibración geométrica (μm)	Máximo	563,31	13,45	17,83	24,77	14,44
	Promedio	115,47	4,39	5,53	4,36	3,56
	Mejora	-258,08%	80,15%	76,74%	79,48%	84,62%

El análisis de los resultados obtenidos ofrece dos conclusiones principales; por un lado es preferible usar para la identificación de parámetros el conjunto de todas las posiciones del laser tracker dejando varios reflectores como valores de control en lugar de una posición completa del laser tracker y por otro lado, la identificación cinemática de parámetros se demuestra extrapolable a mediciones no utilizadas en la optimización mientras que el modelo geométrico puede producir aberraciones al extrapolarlo a los valores de control.

Finalmente, la sección 6 del artículo muestra el análisis de sensibilidad ya presentado con anterioridad.

2.5 Presentación de la publicación “Calibration strategies of laser trackers based on network measurements”

La falta de valores nominales, en la situación real, con los que comparar los datos medidos y corregidos por la calibración supone un serio hándicap en el desarrollo del procedimiento de validación. El criterio utilizado en la optimización de parámetros de error cinemáticos tiene su base en la certeza de que las distancias entre cada pareja de reflectores es la misma independientemente de la posición del láser tracked desde la que se haya realizado la medición. Esto puede llevar a que, después de realizar la calibración nos encontremos con una serie de datos de mediciones corregidas que cumplan la premisa de estar a las mismas distancias entre pares de reflectores pero estas distancias no corresponder con las reales. Estudios anteriores han demostrado que la optimización matemática genera transformaciones de rototraslación y escalado de las nubes de puntos utilizados en la optimización.

Por ello es necesario encontrar una estrategia que, como mínimo evite el escalado de las mediciones de la nube de reflectores. Dado que el laser tracker se ha colocado en posiciones aleatorias para realizar las mediciones, el fenómeno de rototraslación carece de influencia en el resultado de la calibración. También se presenta un método alternativo de evaluar el comportamiento del procedimiento de calibración. Se comparan una a una las coordenada de los distintos reflectores de las malla medidos desde cada posición del laser tracker. Para que se pueda realizar la comparación es preciso transformar previamente todas las medidas a un mismo sistema de referencia.

Después de repasar el modelo cinemático, la sección 3 del artículo se centra en el estudio de las diferentes estrategias de calibración posibles para solucionar la falta de valores nominales. Primeramente se presenta el criterio de distancias utilizado en la identificación de parámetros de error. Una primera estrategia de calibración consiste en realizar la optimización sin ningún dato nomina, es decir, la función objetivo es el sumatorio de las diferencias de distancias entre cada pareja de reflectores medidas desde cada par de posiciones del laser tracker. La ecuación (24) muestra de forma matemática esta función.

$$f = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{l=k+1}^n |d_{kl}^i - d_{kl}^j| \quad (24)$$

Siendo d_{kl}^i la distancia entre el reflector k y el reflector l medido desde el laser tracker situado en la posición i , m el número de posiciones del laser tracker y n la cantidad de reflectores en la nube.

En los dos artículos anteriores se habían utilizado las mediciones realizadas de una nube de reflectores en la mesa de una máquina de medición por coordenadas, incluyendo los valores nominales medidos por la máquina de medición en el procedimiento de calibración. En este artículo se da un paso hacia la consecución de un ensayo real y los valores nominales se excluyen de la optimización. El resultado es que la identificación de los parámetros de error y la posterior corrección de los valores medidos dan como resultado una nube de medidas con un error mayor

que el inicial, pasando de un error promedio de 24 μm a 67 μm . La evaluación de los valores de error inicial y de calibración se han calculado tomando como valores nominales los obtenidos de la medición realizada con la máquina de medición por coordenadas.

Esto implica que es necesario introducir del alguna forma mediciones que se puedan comparar con valores nominales en la nube de reflectores. La forma más sencilla es incluir un patrón de reflectores con distancias conocidas dentro de la nube de reflectores a medir, de estas formas es posible incluir estas distancias en la función a optimizar. La ecuación muestra la formulación correspondiente a esta función objetivo a la que se han sacado los tres primeros reflectores de la nube para considerarlos como patrón y se han añadido con respecto a la anterior el sumatorio de los errores en distancia entre estos tres primeros reflectores medidos por el laser tracker y por la máquina de medición por coordenadas.

$$f = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \sum_{k=5}^{n-1} \sum_{l=k+1}^n |d_{kl}^i - d_{kl}^j| + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^3 \sum_{l=k+1}^4 |d_{kl}^i - d_{kl}^{MMC}| \quad (25)$$

Siendo d_{kl}^{MMC} la distancia entre los reflectores k y l medida por la máquina de medición por coordenadas. Con este criterio, se mejoran los resultados de la estrategia anterior, reduciéndose el error promedio hasta 29 μm aunque siendo todavía superior al inicial dado que un patrón de tres puntos ofrece únicamente 3 medidas nominales para introducir en la optimización.

Se prosigue con el examen de estrategias de calibración aumentado el patrón hasta 4 reflectores. Dado que con ello ya se consiguen 6 distancias nominales, esto influye en mayor medida en el proceso de optimización y se consigue reducir el error promedio hasta 15 μm .

Las distancias entre los reflectores del patrón y los del resto de la malla se han utilizado de forma separada en la función de optimización, con lo que las distancias entre puntos del patrón y de la malla no se han considerado. Una nueva estrategia consiste en incluir todas las distancias disponibles, incluyendo las distancias entre puntos del patrón y de la malla. Se ha analizado esta estrategia partiendo del patrón de 4 reflectores y ampliándolo a 5 y posteriormente a 6 reflectores. Para ello se ha definido una formulación general de la función de optimización que se muestra en la ecuación (26).

$$f = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{l=k+1}^n |d_{kl}^i - d_{kl}^j| + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{p-1} \sum_{l=k+1}^p |d_{kl}^i - d_{kl}^{CMM}| \quad (26)$$

Donde se incluye el término p en el sumatorio que corresponde a la cantidad de reflectores en el patrón.

En la Tabla 7 se reflejan los resultados de las diferentes estrategias de calibración y la mejora de precisión conseguida con cada una de ellas. Se muestran los valores máximo y promedio de la mejora según cada una de las estrategias y para cada una de las posiciones del láser tracker así como los promedios de todas las posiciones del laser tracker.

Tabla 7. Resultados de las estrategias de calibración.

		LT1	LT2	LT3	LT4	LT5	LT 1-5	Mejora
Medidos	Promedio	31.52	22.12	23.80	21.23	23.16	24.43	
	Máximo	67.43	53.01	59.65	61.32	66.89	67.43	
Sin patrón	Promedio	43.93	43.05	43.12	43.90	42.93	43.38	-77.56%
	Máximo	125.04	118.32	124.83	120.83	124.41	125.04	
Patrón de 3 reflectores	Promedio	33.25	28.05	29.50	28.68	27.72	29.44	-20.11%
	Máximo	139.78	121.50	128.22	117.39	125.56	139.78	
Patrón de 4 reflectores	Promedio	20.25	11.53	13.54	13.67	14.09	14.62	40.37%
	Máximo	78.52	40.41	49.44	44.14	45.94	78.52	
Patrón de 4 reflectores + distancias	Promedio	14.31	7.79	9.16	7.42	7.07	9.15	62.67%
	Máximo	45.73	25.06	30.76	36.83	28.06	45.73	
Patrón de 5 reflectores + distancias	Promedio	14.50	8.19	8.88	6.49	7.54	9.12	62.79%
	Máximo	48.78	27.57	31.48	27.49	24.12	48.78	
Patrón de 6 reflectores + distancias	Promedio	13.75	7.45	7.86	5.90	6.10	8.21	66.51%
	Máximo	47.52	23.36	29.36	23.29	28.56	47.52	

El criterio de evaluación del proceso de calibración está relacionado con el criterio de optimización, por lo que resulta aconsejable utilizar un método alternativo que asegure que el resultado del proceso de calibración es el deseado. Se establece como criterio de evaluación la distancia euclídea entre la posición medida de cada reflector y la nominal medida por la máquina de medición por coordenadas según la ecuación (27). Para que la comparación entre posiciones de reflectores sea viable, deben estar todas las coordenadas expresadas en el mismo sistema de referencia. Para ello se han transformado todas las mallas de reflectores corregidos al sistema de referencia de la máquina de medición por coordenadas. Esta transformación se ha hecho calculando primeramente por mínimos cuadrados la matriz de transformación entre el sistema de referencia de cada laser tracker y el de la máquina de medición por coordenadas para, posteriormente utilizar estas matrices para realizar el cambio de sistema de referencia todas las mallas de reflectores.

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sqrt{(x_j^i - x_j^{MMC})^2 + (y_j^i - y_j^{MMC})^2 + (z_j^i - z_j^{MMC})^2} \quad (27)$$

Siendo x_j^i la coordenada x del reflector j medido desde la posición i del laser tracker y x_j^{MMC} la coordenada x del reflector j medido por la máquina de medición por coordenadas.

El estudio de las distintas estrategias de calibración evaluando el resultado con este segundo criterio ofrece resultados similares a los conseguidos con el criterio de distancias entre pares de reflectores. En la Figura 23 se aprecia la evolución del error residual con las distintas estrategias de calibración.

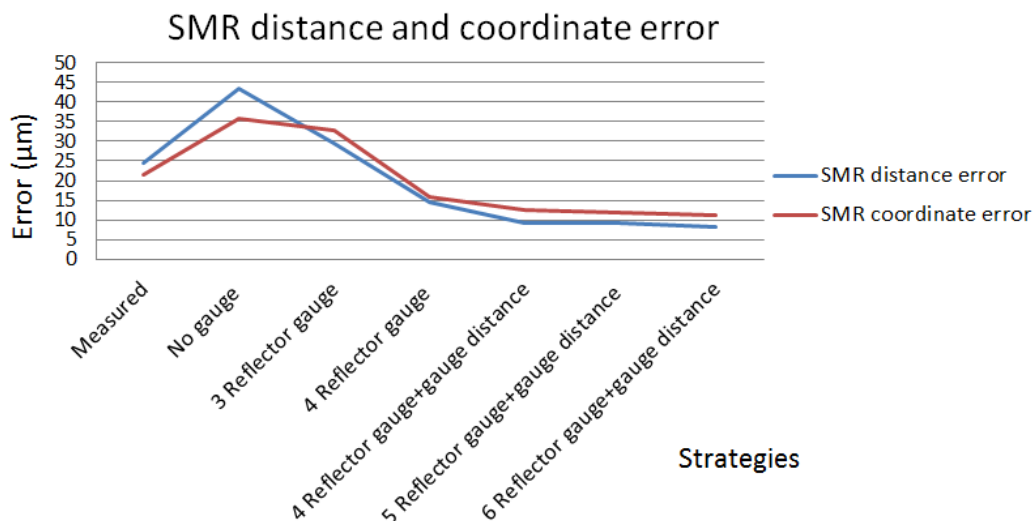


Figura 23. Evolución del error residual con las estrategias de calibración

El objetivo del estudio es encontrar la estrategia de calibración óptima en la que se consigan los mejores resultados de calibración con el patrón más sencillo posible. Se comprueba que la mejora es significativa al ir incrementando el tamaño del patrón hasta 4 reflectores. También ayuda a la mejora el uso de todas las distancias en la función de optimización. El paso de 4 a 5 y de 5 a 6 reflectores en el patrón, una vez tomada la decisión de utilizar todas las distancias, no supone una mejora sustancial de la calibración por lo que la estrategia óptima es aquella que emplea un patrón de 4 reflectores y todas las distancias entre reflectores.

Las mediciones de la nube de reflectores se han realizado con el laser tracker colocado en 10 posiciones distintas, por lo que se disponen de más datos para corroborar la decisión acerca de la estrategia de calibración. Se ha repetido la identificación de parámetros de error utilizando otras posiciones del laser tracker obteniendo en todos los casos resultados similares a los obtenidos con los cinco primeros.

La conclusión del artículo es que la determinación de la estrategia óptima de calibración, junto con el análisis realizado en los artículos previos de las localizaciones más favorables de los reflectores, completa los estudios previos necesarios para la realización de un ensayo real de calibración de un laser tracker en circunstancias compatibles con el uso habitual del equipo fuera de condiciones de laboratorio.

2.6 Presentación de la publicación “Identification and kinematic calculation of Laser tracker errors”

Este artículo representa la contribución realizada en el 5º congreso internacional de la Sociedad de Ingeniería de Fabricación (MESIC 2013) En dicho congreso se presentaron los inicios del trabajo de investigación que ha supuesto la consecución de la presente tesis. El trabajo presentado en el Congreso tuvo continuidad en la publicación presentada.

Primeramente se introducen los conceptos básicos del laser tracker y su principio de funcionamiento.

La sección 3 del artículo realiza un repaso de las dos configuraciones mecánicas de laser tracker existentes, centrándose en el modelado tradicional de errores geométricos ampliamente extendido en la literatura y normativas existentes. Se describen los parámetros de error geométricos correspondientes a cada uno de los modelos cinemáticos existentes y las relaciones entre las variables medidas por el laser tracker y las corregidas en función de los parámetros de error establecidos.



Figura 24. Diferentes modelos de laser tracker

En la sección 4 del artículo se presenta el modelo cinemático que se va a utilizar para describir dicho modelo aplicado al laser tracker con el haz del láser en el cabezal giratorio en la sección 5. En esta presentación del modelo cinemático se muestra la cadena cinemática del laser tracker, así como los parámetros cinemáticos asociados al mismo y las matrices de cambio de sistema de referencia que relacionan las coordenadas del reflector con el sistema de referencia laser tracker.

Se comienza a desarrollar a continuación la notación matricial que corresponde a los parámetros de error geométricos, concretamente del Beam Offset (Figura 25 (a) y ecuación (28)) y del Transit Offset(Figura 25 (b) y ecuación (29)). De esta forma se puede incorporar el modelo de errores geométricos en el modelo cinemático a través de las correspondientes matrices de error.

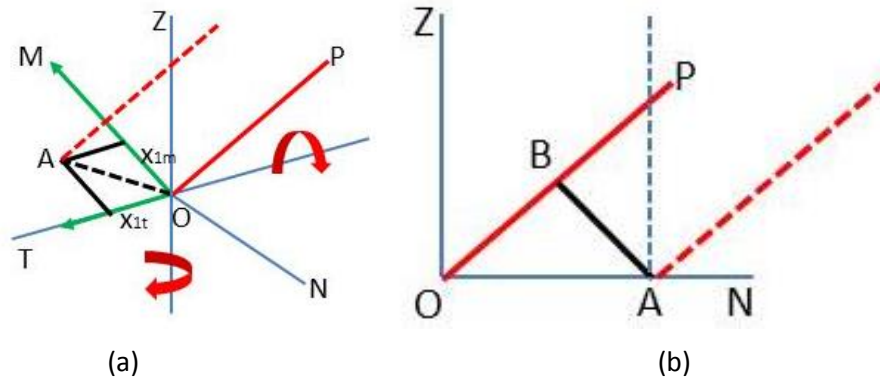


Figura 25. Errores geométricos (a) Beam offset. (b) Transit Offset

$$Ex_1 = {}^0E_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{1t} \cdot \cos(-\theta) + x_{1m} \cdot \sin(-\theta) \cdot \cos(-\varphi) \\ 0 & 1 & 0 & x_{1t} \cdot \sin(-\theta) - x_{1m} \cdot \cos(-\theta) \cdot \cos(-\varphi) \\ 0 & 0 & 1 & x_{1m} \cdot \sin(-\varphi) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$Ex_2 = {}^0E_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_2 \cdot \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 & x_2 \cdot \cos(\theta) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

En la sección 6 de la publicación se presenta el diseño del generador de datos sintéticos que se estaba desarrollando para validar el modelo cinemático con errores geométricos. El algoritmo genera mallas de reflectores afectados de errores geométricos con valores preestablecidos.

Los ensayos de influencia del reflector en el error de medición del laser tracker se presentan en la sección 7 de la publicación. Primero se estudia la influencia que tiene el ángulo de incidencia del haz del láser en el reflector en el error de medición del laser tracker. El experimento planteado utiliza una mesa de redondez de alta precisión en la que se ha centrado un reflector. La posición de dicho reflector se mide con un interferómetro y posteriormente se va girando el reflector en ángulos determinados midiéndose las diferencias de distancia detectadas por el interferómetro.

Existe en el mercado un tipo especial de reflector denominado Active Target que tiene como característica fundamental la capacidad de alinearse con el emisor del láser, con lo que el ángulo de incidencia del haz es siempre el óptimo. Para conseguir esta alineación, el Active Target está montado en un mecanismo giratorio con dos grados de libertad similar al cabezal del laser tracker. Aquí se encuentra su fuente de errores, en la rotación de los ejes. Para ver la influencia de estos factores se han planteado ensayos que midan las variaciones de posición del reflector al girar. Para medir el error en el eje vertical basta con centrar el reflector en la mesa de redondez y alinearlo con un interferómetro. Al girar se puede apreciar la variación de medida del interferómetro como se muestra en la Figura 26.



Figura 26. Medición del error en el eje vertical del Active Target

El giro del eje horizontal plantea mayores problemas y se ha propuesto su montaje sobre un soporte a 45° de forma que se produzca el giro simultáneo de los 2 ejes como se puede ver en la Figura 27. Conociendo previamente el error del eje vertical se determina el correspondiente al eje horizontal.

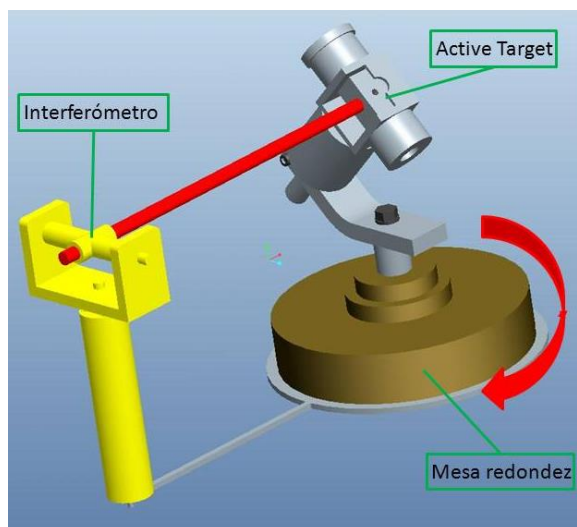


Figura 27. Medición del error combinado del Active Target

2.7 Presentación de la publicación “Estrategias de modelado cinemático e identificación de parámetros de laser trackers”

Este artículo se corresponde con la contribución realizada en el XX Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica organizado por la Asociación Española de Ingeniería Mecánica y que tuvo lugar en Málaga el año 2014.

En la publicación se continúa el trabajo presentado en el artículo anterior y en la sección 2 se amplía la expresión matricial de los errores geométricos. En este caso, el estudio se centra en el Vertical Offset (Figura 28). Este error representa una combinación de 3 rotaciones, por lo que se ha de representar como el producto de las 3 matrices homogéneas de transformación que representan cada uno de esos tres movimientos como muestran las ecuaciones (30) a (33).

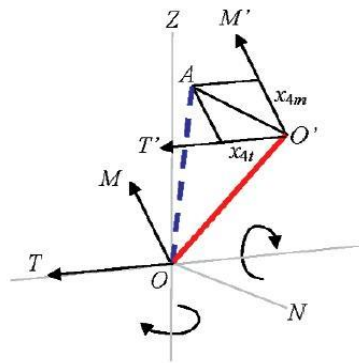


Figura 28. Vertical Offset

$$R_{Z(-\theta)} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) & 0 & 0 \\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$R_{X(X_3)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-X_3) & -\sin(-X_3) & 0 \\ 0 & \sin(-X_3) & \cos(-X_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$R_{Z(\theta)} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$E_{X_3} = R_{Z(-\theta)} \cdot R_{X(X_3)} \cdot R_{Z(\theta)} \quad (33)$$

El modelo cinemático de errores desarrollado en esta tesis se presenta en la sección 2.2 de la publicación. En ella se define la estructura cinemática del laser tracker en base a la notación de Denavit-Hartenberg con sus sistemas de referencia asociados (Figura 29) y los parámetros cinemáticos calculados. Igualmente se desarrollan las matrices homogéneas de transformación que relacionan la posición del reflector con el sistema de referencia del laser tracker.

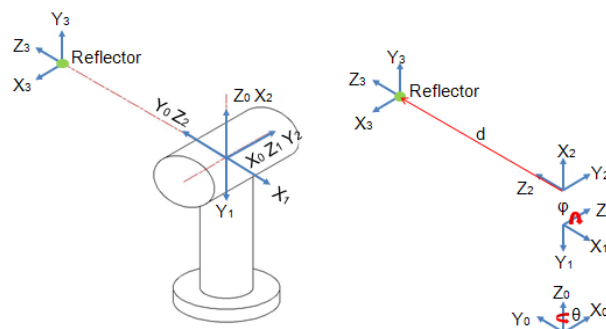


Figura 29. Sistemas de referencia del laser tracker

Seguidamente se definen los modelos de error que completan al modelo cinemático. Se presenta la formulación matricial de los errores correspondientes a las articulaciones giratorias y a las prismáticas, determinándose el vector de los 18 parámetros de error a identificar en el proceso de calibración del laser tracker.

Para la verificación del modelo se ha generado una malla de reflectores sintética que simula las mediciones de un laser tracker afectado por los errores descritos. Se ha dado un valor igual a todos los errores de desplazamiento de 10 μm y de 10 μrad para los errores de giro. Una vez generada la malla de puntos sintéticos se ha procedido a validar el procedimiento de identificación. Para ello, partiendo de los puntos medidos y los valores nominales conocidos se han identificado los parámetros de error y se han comparado con los teóricamente introducidos obteniendo los valores mostrados en la Tabla 8.

Tabla 8. Identificación de parámetros en malla de datos sintéticos

	δ_x (μm)	δ_y (μm)	δ_z (μm)	ϵ_x (μrad)	ϵ_y (μrad)	ϵ_z (μrad)
d	-0.37	10.00	10.00	0	0	0
θ	9.99	9.99	-0.02	9.99	10	-1.18
φ	9.99	-0.4	-0.4	9.99	-1.12	9.99

La sección 2.3 presenta el análisis de sensibilidad realizado. Por medio de este análisis se ha podido conocer cómo influye cada parámetro en el error total del laser tracker así como conocer las mejores posiciones posibles para llevar a cabo pruebas experimentales. El estudio se ha realizado generando 18 mallas de reflectores idénticas a las de la validación del modelo con datos sintéticos pero estando afectada cada una de ellas por únicamente uno de los parámetros de error con valor unitario.

Finalmente, la sección 3 muestra la identificación experimental de los parámetros de error por medio de mediciones realizadas de una malla de reflectores con posiciones nominales conocidas. La identificación de parámetros se realiza utilizando técnicas de computación numérica para minimizar las distancias entre cada pareja de reflectores medida desde posiciones distintas del laser tracker. La función optimizada se muestra en la ecuación(34).

$$\phi = \sum_{i=1}^{C_{n,r}} \sum_{k=1}^{LT} (d_{mik} - d_{CMM_{ik}}) \quad (34)$$

Siendo d_{mik} la distancia medida entre el i -ésimo par de reflectores por el laser tracker situado en posición k y $d_{CMM_{ik}}$ la distancia entre la misma pareja de reflectores medida por la máquina de medición por coordenadas.

En el procedimiento de optimización se han utilizado 4 posiciones del laser tracker para el cálculo de los parámetros de error mientras que se ha dejado la 5ª posición para verificar el resultado. Los parámetros de error calculados se han utilizado para corregir las mediciones del laser tracker, estando la corrección próxima a un 60% como se puede ver en la Figura 30.

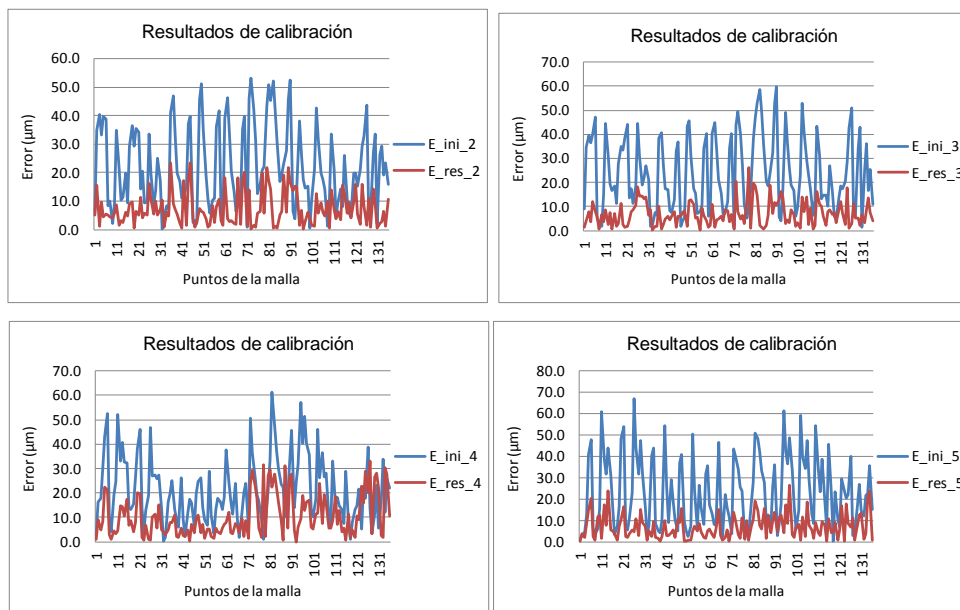


Figura 30. Resultados de calibración con datos experimentales

2.8 Presentación de la publicación “Laser tracker kinematic error model formulation and subsequent verification under real working conditions”

Este artículo representa la contribución realizada en el 6º congreso internacional de la Sociedad de Ingeniería de Fabricación (MESIC 2015) En dicho congreso se presentaron los avances realizados en el proceso de investigación que ha supuesto la consecución de la presente tesis. El trabajo fue presentado en formato póster en el Congreso y tuvo continuidad en la publicación presentada.

En este ensayo se completa a los dos anteriores para conseguir la definición de las condiciones necesarias para realizar un ensayo de calibración de un laser tracker en condiciones reales.

Después de contextualizar el marco en el que se inscribe el artículo con referencias al modelo cinemático del laser tracker y a las matrices de error relacionadas con las articulaciones del mismo, la sección 3 del artículo se centra en las mediciones de bosque de reflectores sobre la mesa de una máquina de medición por coordenadas con varias posiciones del laser tracker. Se introduce un nuevo criterio de evaluación del resultado de la calibración. Mientras que el criterio inicial coincide con la función de optimización (aproximar las distancias entre cada pareja de reflectores medida por el laser tracker a la medida por la máquina de medición por coordenadas) un nuevo criterio independiente del de optimización se presenta para dar validez al procedimiento de calibración. Este criterio evalúa la distancia entre el punto medido por la máquina de medición por coordenadas y el punto medido por el laser tracker según la formulación expresada en la ecuación (35). Para ello es preciso transformar las medidas del laser tracker al sistema de la máquina de medición.

$$\phi = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sqrt{(x_j^i - x_j^{CMM})^2 + (y_j^i - y_j^{CMM})^2 + (z_j^i - z_j^{CMM})^2} \quad (35)$$

En la sección 4 se estudia el resultado de la calibración en base a 3 estrategias de calibración establecidas en función de los datos utilizados para realizar la optimización. Si el modelo no representa la realidad, los parámetros de calibración únicamente sirven para los valores utilizados y no son extrapolables al resto del rango de medición del equipo. Por ello se necesita dejar parte de los datos fuera de la optimización para ver cómo les afectan los parámetros de calibración. Las tres estrategias empleadas han sido:

- Meter todos los datos disponibles en la optimización.
- Optimizar con los datos de 4 posiciones del laser tracker y utilizar la 5ª como valores de control.
- Utilizar las mediciones de 14 de los 17 reflectores medidos desde las 5 posiciones para la optimización dejando los 3 restantes para comprobación.

En la Figura 31 se puede comprobar que las tres estrategias presentan comportamientos casi idénticos reduciendo el error de medición en la misma forma.

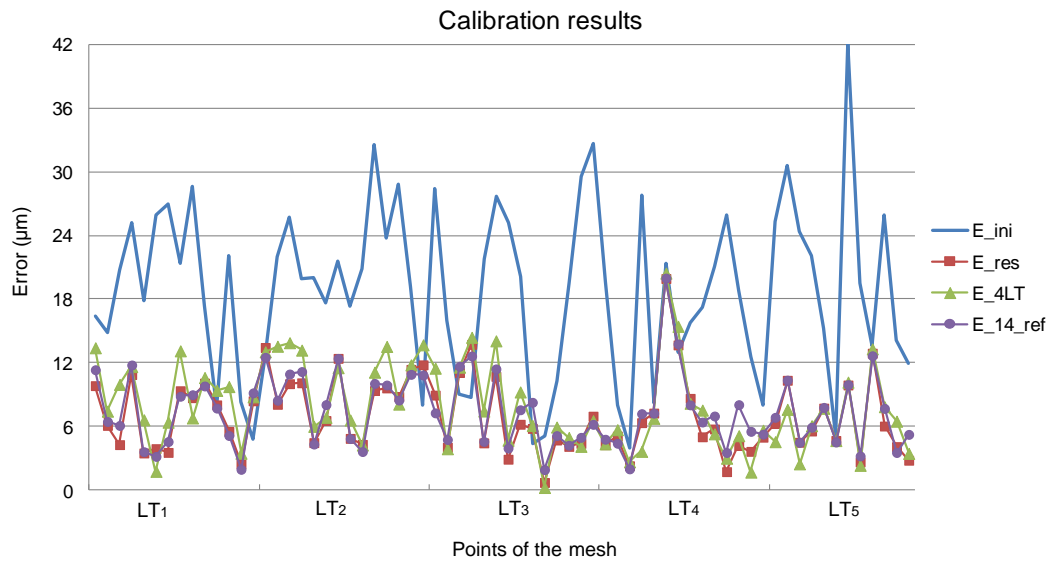


Figura 31. Comparación de estrategias de calibración

PUBLICACIONES



ROTATION ERROR MODELING AND IDENTIFICATION FOR ROBOT KINEMATIC CALIBRATION BY CIRCLE POINT METHOD

Jorge Santolaria¹⁾, Javier Conte¹⁾, Marcos Pueo²⁾, Carlos Javierre³⁾

1) *Department of Design and Manufacturing Engineering, University of Zaragoza, Zaragoza, Spain. (✉ jsmazo@unizar.es +34976761887).*

2) *Centro Universitario de la Defensa, Zaragoza, Spain.*

3) *Department of Mechanical Engineering, University of Zaragoza, Zaragoza, Spain.*

Abstract

Screw axis measurement methods obtain a precise identification of the physical reality of the industrial robots' geometry. However, these methods are in a clear disadvantage compared to mathematical optimisation processes for kinematical parameters. That's because mathematical processes obtain kinematical parameters which best reduce the robot errors, despite not necessarily representing the real geometry of the robot. This paper takes the next step at the identification of a robot's movement from the identification of its real kinematical parameters for the later study of every articulation's rotation. We then obtain a combination of real kinematic and dynamic parameters which describe the robot's movement, improving its precision with a physical understanding of the errors.

Keywords: Circle point, Robot calibration, Laser tracker, Mathematical optimization.

© 2014 Polish Academy of Sciences. All rights reserved

1. Introduction

The principal objective of robot calibration methods is to increase the robot accuracy [1]. This is translated into obtaining a series of parameters which connect the values of the rotation angle of every robot's axis to the spatial coordinates of the robot's hand (or the mechanism held in it). Determining these parameters can be undertaken with two different procedures. The first corresponds to (open or closed) loop methods, which are based on the measurement of predefined positions of the robot, for the later mathematical optimization of the parameters which better fit the measured positions. The second consists of the screw axis measurement methods, which seek to accurately determine the real positions of the robot's articulation axes, to later obtain the kinematic parameters by means of the algebraic relations existing between the axes [2].

Despite assuming that screw axis measurement methods should provide very precise results as these methods work with the physical reality of the robot, the highest accuracy is obtained by means of the loop methods. This is because the errors produced by the robot's movements are not only due to the geometric errors of its articulations, but are necessary to consider more sources of error. The mathematically optimized parameters artificially include the influence of the other sources of error, therefore obtaining more precise results (despite not being real).

Structural, kinematic and dynamic sources of error [3] can be differentiated from all the sources of error to be analyzed. Structural errors are difficult to predict, as they depend on variables such as the load, temperature, friction, or the robot's wear. This paper studies the other two sources of error: kinematic and dynamic. First, kinematic sources of error will

be studied by calculating the real kinematic parameters of the robot using circle point analysis. Then, dynamic error sources will be studied, analyzing the movement of each articulation independently. Using a Fourier series analysis, the eccentric movement equation is determined for each axis, depending on the displaced angle.

This way, the combination of the kinematic parameters with the eccentric movement parameters provides both a real image of the robot's behavior, and a function which connects with great precision the angle displacements of each articulation to the robot's hand movement.

This new calibration method presents two important advantages. The robot's precision improves when compared to previously used methods, and, the influence of each source of error over the robot's movement can be independently studied.

2. Kinematic model of the robot

The mechanism used for the tests is a Kuka robot, model KR 5 sixx R650, whose dimensions are as shown in Fig. 1.

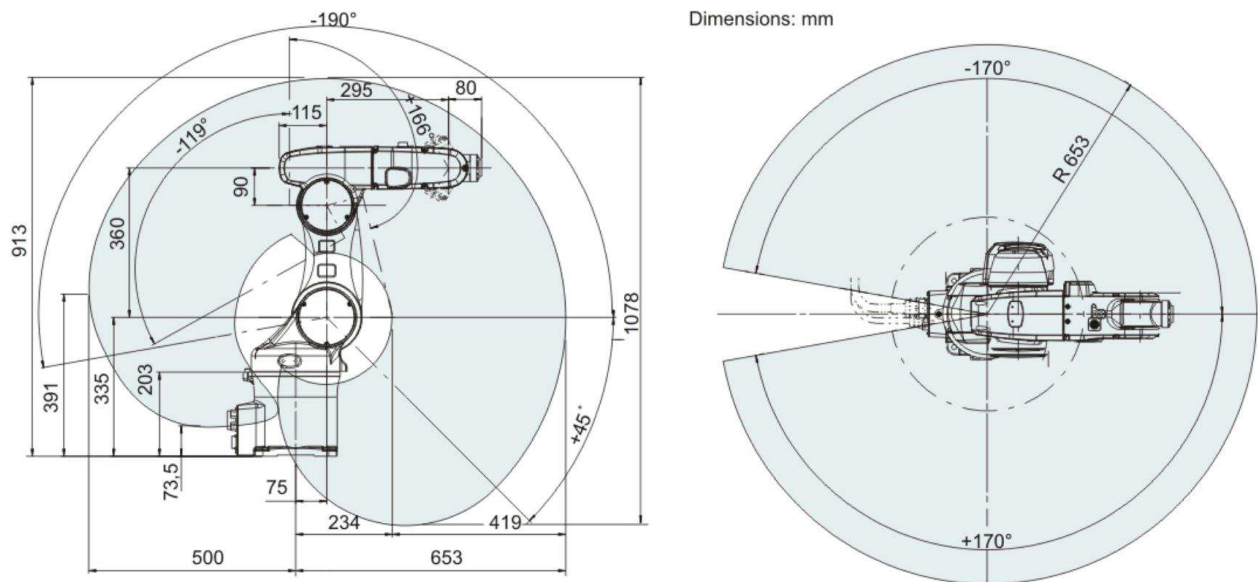


Fig. 1. Robot dimensions.

The first step in calibrating the robot is to define its kinematic model. Due to its simplicity and its generalized use, the four parameter methods defined by Denavit and Hartenberg have been used, plus the particular parameter introduced by Hayati and Mirmirani [4, 5] to overcome the uncertainties produced in the case of almost parallel axes. The value of the said parameters depends on both the robot's dimensions and the coordinate systems defined for every articulation. Fig. 2 shows the defined coordinate systems. According to the proposed method, the robot's kinematic parameters are as shown in Table 1.

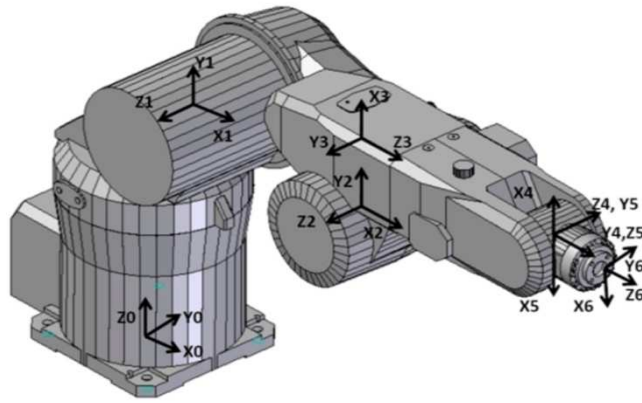


Fig. 2. Robot joint's coordinate systems.

According to the proposed method, the robot's kinematic parameters are as shown in Table 1.

Table 1. Nominal kinematic parameters.

KM PARAM	d (mm)	θ (°)	a (mm)	α (°)	β (°)
Joint 1	335	0	75	90	0
Joint 2	0	0	270	0	0
Joint 3	0	90	90	90	0
Joint 4	295	0	0	90	0
Joint 5	0	180	0	90	0
Joint 6	80	0	0	0	0

Fig. 3 a) and b) shows the kinematic parameters corresponding to the two first pairs of joints.

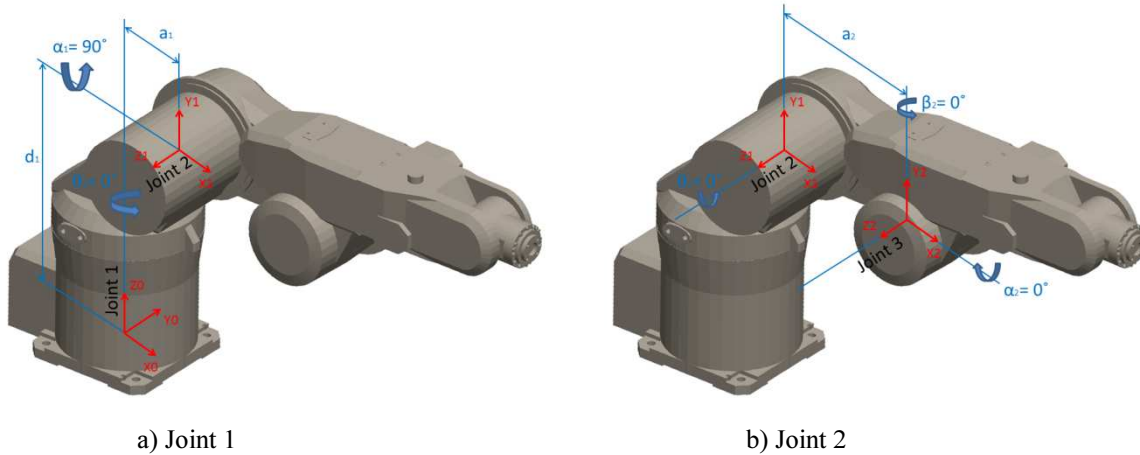


Fig. 3. Kinematic parameters joint 1 and 2.

Once the different reference frames for each joint are established, all the homogeneous transformation matrix that relates coordinates in the j frame with its corresponding coordinates in the $j-1$ frame can be calculated. Thus, a point r_j expressed in the j frame can be expressed in the $j-1$ frame as r_{j-1} , performing two turns and two lineal displacements according to the kinematic parameters of the joint.

Each of these four movements can be expressed by a homogeneous matrix. The product of these four homogeneous transformation matrix results in a homogeneous transformation matrix ${}^{j-1}A_j$ known as the DH transformation matrix for the j and $j-1$ adjacent frames (1).

$${}^{j-1}A_j = T_{z,d}T_{z,\theta}T_{x,a}T_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} \cos\theta_j & -\cos\alpha_j\sin\theta_j & \sin\alpha_j\sin\theta_j & a_j\cos\theta_j \\ \sin\theta_j & \cos\alpha_j\cos\theta_j & -\sin\alpha_j\cos\theta_j & a_j\sin\theta_j \\ 0 & \sin\alpha_j & \cos\alpha_j & d_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Matrix 0T_j specifies the location of the j frame with respect to the home frame. It is the result of the product of successive transformation matrix ${}^{j-1}A_j$ and is expressed as (2):

$${}^0T_j = {}^0A_1{}^1A_2\dots{}^{j-1}A_j. \quad (2)$$

The coordinates of a point expressed in the last frame of reference for any position and orientation of the mechanism can be obtained in the home frame (3) following the methodology presented here.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}_0 = {}^0T_n \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}_n. \quad (3)$$

However, the DH model leads to singularities when two consecutive joints are parallel or nearly parallel. The singularity occurs because small variations between the nominal and real model cause large variations in the DH parameters. This leads to numerical fluctuation when the parameters are identified.

There have been different approaches to solve this problem. The model proposed by Hayati and Mirmirani modifies the DH model by replacing the distance parameter d_j with an angular parameter β_j . However, this model is only effective for parallel or nearly parallel joints and not for generic representation. The actual model used in this work is a hybrid model with the DH model being used for joints in general and the Mirmirani Hayati model being used for parallel joints. This model will add parameter β_2 (4) in the parallel or almost parallel joint angle corresponding to the axes Z_2 and Z_3 . The inclusion of this parameter gives the transformation matrix between adjacent joints (5).

$$T_{y,\beta} = \begin{bmatrix} \cos\beta_j & 0 & \sin\beta_j & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta_j & 0 & \cos\beta_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$${}^{j-1}A_j = T_{z,d}T_{z,\theta}T_{x,a}T_{x,\alpha}T_{y,\beta}. \quad (5)$$

3. Circle Point Method

Circle Point Method [6, 7] is defined by its capacity to determine the spatial positions of rotation axis for any mechanism with rotatory articulations. This is achieved measuring the coordinates of a sensor positioned in the last articulation of the mechanism. This way, the measurements have to correspond to the sensor's circular trajectories, rotating around every mechanism's articulations.

This method is based on the measurement of the position of a sensor rotating around each rotatory joint of the mechanism. Measured trajectories ideally describe a set of perfect circles. The joint axes will be the lines perpendicular to every circle by their center points. Once the position of every axis is calculated, the determination of the robot kinematic parameters can be obtained as the relationships of distances and angles between every two pair of consecutive axes.

The first trajectory to measure corresponds to the rotation of the articulation following to the mechanism's baseplate. From that point on, the following articulations are consecutively measured, following the kinematic chain order. It is fundamental that once measured one articulation, its position does not vary whilst measuring the rest of the articulations so as not to interfere with the process.

The four parameters used to fully specify a single joint are: the length of the joint (a), the angle of rotation (α), the size of the displacement of the joint (d) and the joint angle (θ). Each of these model parameters are defined as follows:

Length articulation \vec{a}_{ij} : The perpendicular distance between the adjacent axes i and j . This is the magnitude of vector mutually perpendicular joint.

Rotation angle \vec{a}_{ij} : The angle between adjacent axes i , j , and measured as the clockwise rotation from \vec{S}_i to \vec{S}_j around vector \vec{a}_{ij} . The following definition ensures this restriction directional (6), (7):

$$\cos \alpha_j = c_{ij} = \vec{S}_i \times \vec{S}_j, \quad (6)$$

$$\sin \alpha_{ij} = s_{ij} = (\vec{S}_i \times \vec{S}_j) \cdot \vec{a}_{ij}. \quad (7)$$

Displacement d_j : the displacement distance between two joints given as the distance between \vec{a}_{ij} and \vec{a}_{jk} along the axis \vec{S}_j .

Joint angle θ_j : This is the kinematic parameters defining the relationship between adjacent joints. The angle between adjacent joints ij and jk , and is measured as a clockwise rotation from vector \vec{a}_{ij} to \vec{a}_{jk} around \vec{S}_j . The following definition ensures this restriction directional (8), (9):

$$\cos \theta_j = c_j = \vec{a}_{ij} \times \vec{a}_{jk}, \quad (8)$$

$$\sin \theta_j = s_j = (\vec{a}_{ij} \times \vec{a}_{jk}) \cdot \vec{S}_j. \quad (9)$$

A graphical description of preceding formulae is shown on Fig. 4.

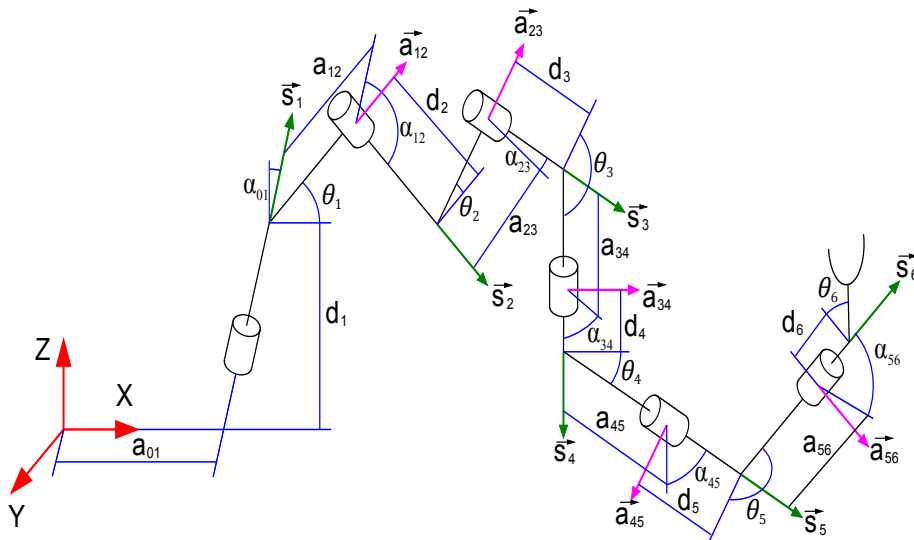


Fig. 4. Description of a 6-degrees of freedom manipulator.

In an ideal situation, the mechanism's kinematic model allows the coordinates of the final effector in relation to the origin reference system of the mechanism to be known, depending on the articulation's angle displacements.

In reality, there are errors which provoke the existence of differences between the theoretical positions of the mechanism's rotation axis and its real position. In this situation the circle point method helps in finding the mechanism's real geometry and correcting its kinematic model with the measured positions of its rotation axis.

This method requires a sensor, capable of moving, to be joined to every articulation, and a coordinate measurement system, which provides the coordinates of the said sensor along its trajectory. The laser tracker (LT) has been widely used for this kind of measurement due to its accuracy and ease in following the displacement of optical reflectors adhered to the mechanism's articulations [8, 9]. These static reflectors present two important problems. On the one hand, the measuring precision depends on the laser's angle of incidence on the reflector, this is why, as the reflector keeps on spinning, the measurements' precision decreases: On the other, the aforementioned angle of incidence is limited, which makes it impossible to measure more than one part of the articulation's rotation, thus making it necessary to measure parts by reorientating the articulation as the line of vision with the LT is lost. This introduces a measuring error factor due to the sensor's repositioning uncertainty.

The realized study used an active tracking sensor, designed by the API brand which assembles an optical reflector, with two degrees of freedom, within a tracking mechanism, similar to the LT head. This mechanism searches the laser's direction in the same way as the LT follows the reflector. This provides a permanent line of vision between the LT and the reflector, which allows the measurements to be realized by a continuous process, and with an adequate angle of incidence on the reflector.

4. Experimental setup

The following elements were used to develop the calibration process:

KUKA Robot KR5 sixx. This is the mechanism to be calibrated. It is a small six axis robot with a reach of 650 mm and a 5 kg payload. The repeatability is ± 0.02 mm according to ISO 9283 but its accuracy is only 0,5 mm according to previous tests.

API laser tracker 3. This is a high range measurement device with a range of 15 m and accuracy of ± 15 μm or 1.5 ppm. with ADM. We have placed the LT as near as possible to the robot and we are working on a range of 2,5 m from the LT, so our accuracy is $\pm 3,75$ μm . This measuring device is connected to a commercial software to capture the points data.

Active target API. This is a spherical reflector (SMR) mounted on a 2 DOF mechanism. The reflector of the Active Target works similarly to any standard SMR. The difference is that the Active Target features built-in technology motorisation that automatically positions the reflector to face the tracker. Its optical accuracy is ± 3 μm . Fig. 5 shows the experimental setup described.

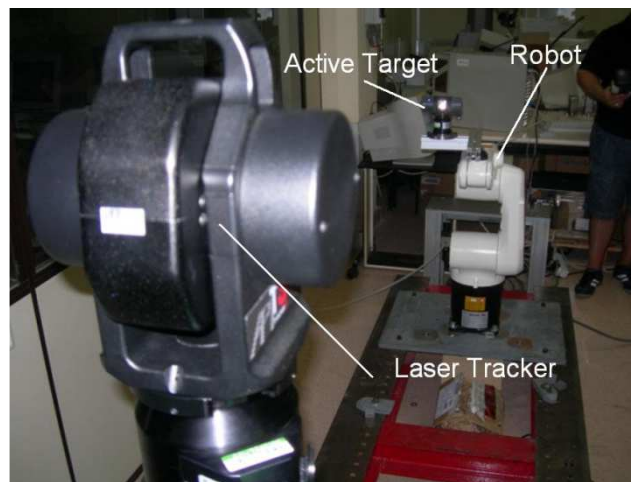


Fig. 5. Experimental setup.

A specific software has been developed to capture the data of the robot. Through an interface between the robot and an external computer, the angles of the robot at each predetermined position can be captured. These data, along with the Active Target positions obtained by the LT, are analysed to give the information required to calibrate the robot.

To program the movements of the robot, an automatic generator has also been developed. Using variables such as the initial and final positions of each axis, the number of captured points and the number of runs, the program generates the robot program which commands the robot and controls the communication between the robot and the external data capture device.

5. Tests and results

Different tests were undertaken varying the points' sample size, the range of movement of every articulation and their rotating speeds. Table 2 gathers the main characteristics of every test.

Table 2. Measured angles by test

		Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	Test 6
Joint 1	Start	167°	167°	167°	80°	80°	80°
	End	-167°	-167°	-167°	-80°	-80°	-80°
	Range	334°	334°	334°	160°	160°	160°
	Points	10	60	30	30	30	30
	Angle step	33,40°	5,57°	11,13°	5,33°	5,33°	5,33°
Joint 2	Start	-5°	-5°	-5°	-40°	-40°	-40°
	End	-162°	-162°	-162°	-120°	-120°	-120°
	Range	157°	157°	157°	80°	80°	80°
	Points	10	30	15	15	15	15
	Angle step	15,70°	5,23°	10,47°	5,33°	5,33°	5,33°
Joint 3	Start	145°	145°	145°	80°	80°	80°
	End	-114°	-114°	-114°	-50°	-50°	-50°
	Range	259°	259°	259°	130°	130°	130°
	Points	10	50	25	25	25	25
	Angle step	25,90°	5,18°	10,36°	5,20°	5,20°	5,20°
Joint 4	Start	177°	177°	177°	90°	90°	90°
	End	-177°	-177°	-177°	-90°	-90°	-90°
	Range	354°	354°	354°	180°	180°	180°
	Points	10	60	30	30	30	30
	Angle step	35,40°	5,90°	11,80°	6,00°	6,00°	6,00°
Joint 5	Start	90°	90°	90°	45°	45°	45°
	End	-90°	-90°	-90°	-45°	-45°	-45°
	Range	180°	180°	180°	90°	90°	90°
	Points	10	30	15	15	15	15
	Angle step	18,00°	6,00°	12°	6,00°	6,00°	6,00°
Joint 6	Start	178°	178°	178°	90°	90°	90°
	End	-178°	-178°	-178°	-90°	-90°	-90°
	Range	356°	356°	356°	180°	180°	180°
	Points	10	60	30	30	30	30
	Angle step	35,60°	5,93°	11,87°	6,00°	6,00°	6,00°
% of max robot speed		3%	3%	3%	1%	3%	10%
Measured points		120	580	290	290	290	290

Once the sensor’s trajectories have been measured, the circle point method can be used. Each circular trajectory is independently dealt with, following this procedure:

1. Calculate the best-fitting plane for every trajectory using the method of least squares.
2. Project the captured points onto the plane.
3. With the calculated points, obtain the best-fitting circumference (to said points), using least squares method.
4. The circumference’s center will be a point in the rotation axis of the articulation.
5. The rotation axis’ direction will be perpendicular to the plane which contains the circle.

Once the spatial positions of the articulations’ rotation axes are obtained, linear algebra [7] can be used to calculate the distances and angles between consecutive axes, which correspond to the robot’s kinematic parameters.

The parameters calculated following this method are as show in Table 3:

Table 3. Circle Point kinematic parameters

	Nom.	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5	Test 6	Avg. 1-6	σ 1-6	Avg. 2-6	σ 2-6
d1 (mm)	335	332,8307	335,2766	335,3591	335,1712	335,1850	335,2024	334,8375	0,9856	335,2389	0,0786
d3 (mm)	0	-0,5332	-0,3389	-0,3440	-0,3455	-0,3495	-0,3506	-0,3769	0,0767	-0,3457	0,0047
d4 (mm)	295	294,2804	295,2578	295,2325	295,2997	295,2996	295,2997	295,1116	0,4082	295,2779	0,0312
d5 (mm)	0	0,1751	0,0290	0,0271	-0,0092	-0,0082	-0,0071	0,0345	0,0712	0,0063	0,0199
$\theta 1$ (°)	0	0,1267	0,0778	0,0971	0,0745	0,0754	0,0766	0,0880	0,0208	0,0803	0,0095
$\theta 2$ (°)	0	-0,1459	-0,0236	-0,0225	-0,0344	-0,0332	-0,0301	-0,0483	0,0481	-0,0288	0,0055
$\theta 3$ (°)	90	90,1702	89,9429	89,9436	89,9552	89,9525	89,9498	89,9857	0,0905	89,9488	0,0054
$\theta 4$ (°)	0	0,2016	0,2071	0,2095	0,2151	0,2150	0,2147	0,2105	0,0055	0,2123	0,0037
$\theta 5$ (°)	180	180,0416	180,0626	180,0611	180,0604	180,0609	180,0605	180,0579	0,0080	180,0611	0,0009
a1 (mm)	75	74,7028	74,8693	74,8659	74,8040	74,8200	74,8241	74,8144	0,0606	74,8367	0,0292
a2 (mm)	270	271,6223	270,3284	270,3301	270,3621	270,3476	270,3344	270,5542	0,5234	270,3405	0,0142
a3 (mm)	90	89,8065	90,2592	90,2418	90,2867	90,2930	90,2970	90,1974	0,1927	90,2756	0,0239
a4 (mm)	0	-0,2582	-0,0371	-0,0378	-0,0262	-0,0316	-0,0263	-0,0695	0,0926	-0,0318	0,0056
a5 (mm)	0	0,5201	0,0114	0,0145	-0,0103	-0,0106	-0,0065	0,0864	0,2127	-0,0003	0,0122
$\alpha 1$ (°)	90	90,0208	90,0173	90,0161	90,0166	90,0178	90,0175	90,0177	0,0016	90,0171	0,0007
$\alpha 2$ (°)	0	0,0063	0,0051	0,0057	0,0089	0,0096	0,0090	0,0074	0,0020	0,0077	0,0021
$\alpha 3$ (°)	90	89,9701	89,9701	89,9698	89,9704	89,9703	89,9703	89,9702	0,0002	89,9702	0,0002
$\alpha 4$ (°)	90	90,0366	90,0269	90,0263	90,0301	90,0304	90,0313	90,0303	0,0037	90,0290	0,0022
$\alpha 5$ (°)	90	90,0298	90,0160	90,0153	90,0194	90,0199	90,0203	90,0201	0,0052	90,0182	0,0023
$\beta 2$ (°)	0	0,0533	0,0509	0,0531	0,0554	0,0565	0,0547	0,0540	0,0020	0,0541	0,0022

Once the robot's kinematic parameters for each test are obtained, it is necessary to define a criterion which allows us to check if we have succeeded in improving the robot's precision, and to what extent.

The chosen criterion is based on the calculation of the relative distances between every pair of points of the sample. The optimum value will be obtained from the calculation of the distances between the points measured using the LT. From each one of these distances is subtracted the distances between those same points, referred to as the robot's reference system, first calculated with the nominal parameters and then with the parameters obtained using the circle point method. By doing this we will obtain two vectors of $N \times (N-1)/2$ elements (N being the sample size), having in the first vector the differences between the points measured with the LT and those obtained with the nominal parameters. The second vector contains the differences between the points measured with the LT and those obtained with the circle point parameters.

Analyzing the maximum and average values of the said vectors, it is determined which of the two sets of parameters provides the highest accuracy and to what extent.

The results of the tests regarding the precision improvement obtained with the kinematic parameters calculated with regard to the nominal parameters are shown in Table 4.

Table 4. Error comparison between nominal and Circle Point parameters.

	Nominal parameters		Circle Point parameters		Improvement
	Average error (mm)	Maximum error (mm)	Average error (mm)	Maximum error (mm)	
Test 1	1,3444	4,8369	1,5587	4,0045	-13,75%
Test 2	0,4619	1,7168	0,4031	1,4906	14,59%
Test 3	0,4883	1,7035	0,4152	1,4652	17,61%
Test 4	0,4363	1,5403	0,2901	1,3057	50,40%
Test 5	0,4406	1,5653	0,2946	1,3151	49,56%
Test 6	0,4399	1,5716	0,2907	1,3083	51,32%

It is verified that the first test must be discarded due to the reduced size of the sample. Regarding the rest of the tests, it can be perceived that the better defined the robot's work area (Tests 4 to 6), the more precise are the optimizations. It is logical that it is more difficult to obtain a general calibration than a local one.

We can deduce that, always discarding the first test and given that the deviations are very low, important variations with regard to the obtained kinematic parameters cannot be perceived. This is why, so long as a sample with enough points can be found, the influence of the robot's velocity or the influence due to the increase in the sample size do not pose important variations for the calculated kinematic parameters. This situation would be different in the event of using low angular paths, a case in which it would be possible to obtain unreliable results.

It can be verified that the backlash error is very high in several articulations, fundamentally in the four reaching values of $250\ \mu\text{m}$, which makes it impossible to reach the robot's nominal values of repeatability of $\pm 20\ \mu\text{m}$. This highly conditions the method's accuracy given that it is not possible to find parameters which eliminate this error, as it depends on every movement of the robot's axes directions, and it is not easy to systemize the way in which the robot is going to move.

6. Eccentricity movement analysis

The correction of the kinematic parameters of the robot is not enough to improve the robot accuracy because it is a static correction and the real errors depend also on the position of every joint.

The rotating body shown in Fig. 6 is considered. Ideally, this body rotates over its rotation axis with no error. However, in reality the rotation axis rotates over an axis in the frame of the reference coordinates with radial errors δ_x and δ_y , an axial error δ_z , and sway errors of the axis, called ϵ_x and ϵ_y [10]. These errors can also depend on the rotation angle θ_z . For a point in the frame of the axis, coordinates $X_n\ Y_n\ Z_n$, its position error can be calculated, depending on the rotation's eccentricity errors, as the product of the error matrixes corresponding to each one of the considered errors.

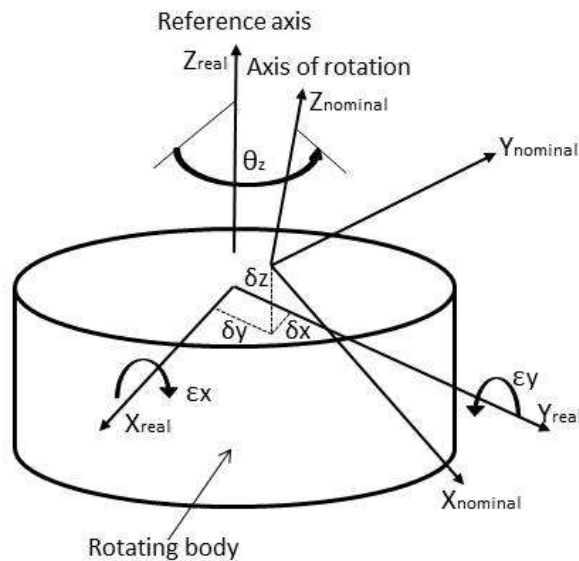


Fig. 6. Produced errors in the movement of rotation axis.

As the other movement errors are small, the homogeneous transformation matrix multiplication order is not critical. The sequenced multiplication of the homogeneous transformation matrixes, which provides the resulting error matrix RT_{err} , would therefore have the expression (10).

$$RT_{err} = MT_x \cdot MT_y \cdot MT_z \cdot MG_{\theta_x} \cdot MG_{\theta_y} \cdot MG_{\theta_z}, \quad (10)$$

where:

MT_n is the translation matrix of a quantity “n” along the axis “n”, for $n=x, y, \text{ or } z$

$MG_{\theta n}$ is the rotation matrix for an angle around the axis “n”, for $n=x, y, \text{ or } z$.

The general result after expanding the matrix in the previous equation would be as (11).

$$RT_{err} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_y \cos \theta_z & -\cos \varepsilon_y \sin \theta_z & \sin \varepsilon_y & \delta_x \\ \cos \varepsilon_x \sin \theta_z + \sin \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \cos \theta_z & \cos \varepsilon_x \cos \theta_z - \sin \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \sin \theta_z & -\sin \varepsilon_x \cos \varepsilon_y & \delta_y \\ \sin \varepsilon_x \sin \theta_z - \cos \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \cos \theta_z & \sin \varepsilon_x \cos \theta_z + \cos \varepsilon_x \sin \varepsilon_y \sin \theta_z & \cos \varepsilon_x \cos \varepsilon_y & \delta_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

The circle point method provides very important information about the robot’s geometry, as it accurately calculates the positions of the rotation axis for each one of its six articulations. This provides an important improvement in its accuracy as it allows us to adjust its parameters to the robot’s physical reality.

In order to obtain a correct calibration of the robot, we need to know the errors the robot makes when rotating around each one of its axes. The circle point method considers the ideal situation in which every axis rotation is perfect and the reflector describes a circle around its rotation axis; this means the reflector acts as an eccentricity.

In reality, any rotation movement around the Z axis will contain five errors, three position errors for each axis, d_x, d_y, d_z and two rotation errors, $\varepsilon_x, \varepsilon_y$.

In order to understand and systemize these errors it is necessary to confer on them a particular expression for analysis.

These errors have been proved to follow a periodic expression with a period of 2π radians so they correspond to Fourier series. Several calculations have been made to find out the number of terms necessary from the Fourier series and the improvement obtained from the first term to the following ones is not significant, so we can formulate the rotation errors as shown on (12).

$$Error = D + A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \theta_z + \varphi\right). \quad (12)$$

The expressions of the errors corresponding to each articulation are as seen on (13) to (17).

$$dx = Ddx + Adx \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{Tdx} \cdot \theta_z + \varphi dx\right), \quad (13)$$

$$dy = Ddy + Ady \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{Tdy} \cdot \theta_z + \varphi dy\right), \quad (14)$$

$$dz = Ddz + Adz \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{Tdz} \cdot \theta_z + \varphi dz\right), \quad (15)$$

$$\varepsilon_x = D\varepsilon_x + A\varepsilon_x \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T\varepsilon_x} \cdot \theta_z + \varphi \varepsilon_x\right), \quad (16)$$

$$\varepsilon_y = D\varepsilon_y + A\varepsilon_y \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T\varepsilon_y} \cdot \theta_z + \varphi \varepsilon_y\right). \quad (17)$$

Once the error expressions have been defined, it is necessary to establish an optimization criterion so as to find the best-fitting parameters for the error expressions. This study utilizes non-linear optimization with least squares by means of the Levenberg–Marquardt algorithm [11]. This algorithm has shown good results in robot and articulated arm coordinate measuring machines calibration techniques [12].

We introduce to this optimization a vector “X” with the parameters to modify and a criterion to check if the modified parameters are better or worse than the originals.

The vector “X” is composed of all the error parameters described in Equations 4 to 8 for each axis. We have three error parameters (D, A and ϕ) for every error, plus five errors per joint (δx , δy , δz , ϵx and ϵy) plus six joints so we need $3 \times 5 \times 6 = 90$ error parameters. The notation Ddx1 means parameter D for error δx in axis 1.

$X = (Ddx1, Ddy1, Ddz1, D\epsilon x1, D\epsilon y1, Adx1, Ady1, Adz1, A\epsilon x1, A\epsilon y1, \phi dx1, \phi dy2, \phi dz1, \phi \epsilon x1, \phi \epsilon y1, \dots, Ddx6, Ddy6, Ddz6, D\epsilon x6, D\epsilon y6, Adx6, Ady6, Adz6, A\epsilon x6, A\epsilon y6, \phi dx6, \phi dy6, \phi dz6, \phi \epsilon x6, \phi \epsilon y6)$

The chosen improvement criterion corresponds to the difference in the distances between the points captured with the LT, considered as the goal distances, and the distances calculated based on the robot’s kinematic parameters obtained with the circle point method and the error matrixes calculated from the parameters “X”. The optimization procedure uses a Matlab function which solves nonlinear least-squares problems. This function automatically varies the parameter values, included in the vector “X”, seeking the least possible difference between the two matrixes. The optimisation criterion formulation can be represented as (18).

$$F = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left(\left| \vec{u}_{ij}^{LT} \right| - \left| \vec{u}_{ij}^{CP} \right| \right)^2, \quad (18)$$

where:

F is the function to be minimized.

n is the number of captured points

$\left| \vec{u}_{ij}^{LT} \right|$ is the modulus of vector from point i to point j in coordinates measured by the Laser Tracker. (LT) or nominal from Circle Point method (CP).

$\left| \vec{u}_{ij}^{CP} \right|$ is the modulus of vector from point i to point j according to kinematic parameters calculated with Circle Point method and the rotation error parameters.

The improvement criterion used has the following disadvantage: it can provoke a displacement of the cloud of captured points when varying its parameters. To avoid these displacements, a series of fixed points is included in the calculation; these fixed points are not affected by the error matrixes. The chosen fixed points are the centers of the circles 1, 3, and 5 calculated with the circle point method. These points are added to the list of captured points by the LT in its three first positions and also, and in the same way, to the list of points we calculated in the robot’s reference system. Three points are required because it is the minimum quantity in order to fix the others; if we use only one, the others can rotate around it with two degrees of freedom; and if two are used, the cloud of points can rotate around the line which connects the two points without varying the distance from them.

7. Optimisation results

The optimisation has been made only for test 2 because it’s the most general situation, with the largest angular range obtained and the highest amount of data captured.

The obtained parameters are as shown in tables 5 to 7:

Table 5. Eccentricity displacement parameters

	Ddx (mm)	Ddy (mm)	Ddz (mm)	Dex (mm)	De _y (mm)
Joint 1	-0,00894432	-0,00044766	-0,09097568	-2,8886E-05	9,9299E-05
Joint 2	0,00225915	-0,05434195	-0,00171799	-0,00027847	0,00043006
Joint 3	0,16801637	0,00185002	-0,03888246	-0,00021782	-0,0004381
Joint 4	0,00982289	0,03792663	0,00545861	9,5836E-05	-0,00014458
Joint 5	-0,00465192	0,00250222	0,31343338	0,00324521	-0,00115391
Joint 6	-0,03546433	-0,02386418	-0,13111638	0,00084781	0,00031983

Table 6. Eccentricity amplitude parameters

	Adx (mm)	Ady (mm)	Adz (mm)	Aex (mm)	Aey (mm)
Joint 1	-0,09438893	-0,010266	-0,1214897	-0,0056238	0,0062345
Joint 2	-0,01861644	-0,11436569	-0,00977474	0,02706514	-0,02377566
Joint 3	0,14699369	-0,02192545	-0,00973498	0,00430838	0,02144104
Joint 4	0,24364125	-0,00971577	-0,02075261	-0,01180938	0,00267801
Joint 5	-0,1641385	-0,02075231	0,0408056	-0,00131996	-0,14413296
Joint 6	0,00374365	0,04081512	0,02455266	0,01901011	0,04791811

Table 7. Eccentricity phase difference parameters

	ϕ_{dx} (rad)	ϕ_{dy} (rad)	ϕ_{dz} (rad)	ϕ_{ex} (rad)	ϕ_{ey} (rad)
Joint 1	3,4892E-05	5,8111E-06	0	0	2,3934E-05
Joint 2	0,00017001	2,8559E-05	2,3993E-05	1,7867E-05	1,827E-07
Joint 3	0	0,00026735	0	1,535E-07	2,1815E-05
Joint 4	0	0	0	1,729E-07	1,6947E-05
Joint 5	3,3104E-05	0	5,7802E-05	0	0,00031557
Joint 6	0,00015193	3,6924E-05	1,49E-07	2,7434E-05	0

The obtained quality parameters with this optimization are as follows:

- Average error of the distances between the points: 0.1095735 μm
- Maximum error of the distances between the points: 0.8673400 μm

8. Conclusions

The non-linear optimization results can be considered as very satisfying, as they reduce the average error made with the circle point method from 0.4031 mm to 0.1096 mm, which means to a quarter.

In addition, the obtained parameters are, in total, very low, which represents movement errors compatible with reality.

As expected, the highest parameters are found in the articulations which present greater backlash, as the optimization tries to locate the best-fitting trajectory for those points, which have very different coordinates for the same robot position.

Circle point analysis offers an interesting point of view of robot calibration, but it lacks accuracy. That is because circle point analysis only shows positioning errors of robot axes

and, as seen in this paper, rotatory errors can be a higher source of errors than kinematic parameters.

Despite this, we cannot underestimate the benefits of circle point as a first step in the calibration of a robot's arms. Circle point gives us the real position of the robot's joints which, in conjunction with the study of the dynamic behavior of them, offers full knowledge of the robot's errors under defined conditions of the temperature and the load of the robot's arm.

Usual calibration procedures are based on the determination of the robot's kinematic parameters from a set of measures and a mathematical optimization of the parameters. These procedures give better accuracy than circle point but calculated kinematic parameters are not real, they are just a set of numerical values which best fit with the robot's error.

Circle Point method improved with eccentricity errors can be a more powerful method to calibrate rotatory mechanisms. In this paper a first order eccentricity formulation has been considered but including the study of further harmonics the precision of the calibration can be highly increased.

References

- [1] Roth, Z.S., Mooring, B.W., Ravani, B (1987). An overview of robot calibration. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 3(5), 377–385.
- [2] Hollerbach, J.M., Wampler, C.W. (1996). The calibration index and taxonomy for robot kinematic calibration methods. *International Journal of Robotics Research*, 15(6),573–591.
- [3] Shiakolas, P.S., Conrad, K.L., Yih, T.C. (2002). On the accuracy, repeatability, and degree of influence of kinematics parameters for industrial robots. *International Journal of Modelling and Simulation*, 22(3), 1–10.
- [4] Denavit, J., Hartenberg, R.S. (1955). A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices *Journal of Applied Mechanics*, 77, 215–21.
- [5] Hayati, S.A., Mirmirani, M. (1985). Improving the absolute positioning accuracy of robot manipulators. *Journal of Robotics Systems*, 2, 397–413.
- [6] Stone, H.W. (1987). *Kinematic modeling, identification, and control of robotic manipulators*, Boston: Kluwer Academic Publishers.
- [7] Sklar, M.E. (1989). Geometric calibration of industrial manipulators by circle point analysis. *Proceedings of the 2nd Conference on Recent Advances in Robotics*, 178–202.
- [8] Alici, G., Shirinzadeh, B. (2005). A systematic technique to estimate positioning errors for robot accuracy improvement using laser interferometry based sensing. *Mechanism and Machine Theory*, 40, 879–906.
- [9] Newman, W.S., Birkhimer, C.E., Horning, R.J. (2000) Calibration of a Motoman P8 robot based on laser tracking. *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference of Robotics & Automation*, San Francisco, CA, 3597–3602.
- [10] Slocum, A.H. (1992). *Precision machine design*. Society of manufacturing engineers, 61–72.
- [11] Moré, J.J. (1977). *The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory*, in Numerical Analysis, G. A. Watson, ed., Lecture Notes in Mathematics 630, Berlin: Springer-Verlag, 105–116.
- [12] Santolaria, J., Aguilar, J.J., Yagüe, J.A., Pastor, J. (2008). Kinematic parameter estimation technique for calibration and repeatability improvement of articulated arm coordinate measuring machines. *Precision Engineering*, 32, 251–268.



Modelling, kinematic parameter identification and sensitivity analysis of a Laser Tracker having the beam source in the rotating head



J. Conte^a, J. Santolaria^a, A.C. Majarena^{a,*}, R. Acero^b

^a Department of Design and Manufacturing Engineering, Universidad de Zaragoza, Zaragoza, Spain

^b Centro Universitario de la Defensa, Zaragoza, Spain

ARTICLE INFO

Article history:

Received 22 October 2014

Received in revised form 18 July 2015

Accepted 26 March 2016

Available online 6 April 2016

Keywords:

Laser tracker

Modelling

Kinematic parameter identification

Synthetic generator

Sensitivity analysis

ABSTRACT

This paper presents a new kinematic model, a parameter identification procedure and a sensitivity analysis of a laser tracker having the beam source in the rotating head. This model obtains the kinematic parameters by the coordinate transformation between successive reference systems following the Denavit–Hartenberg method. One of the disadvantages of laser tracker systems is that the end-user cannot know when the laser tracker is working in a suitable way or when it needs an error correction. The ASME B89.4.19 Standard provides some ranging tests to evaluate the laser tracker performance but these tests take a lot of time and require specialized equipment. Another problem is that the end-user cannot apply the manufacturer's model because he cannot measure physical errors. In this paper, first the laser tracker kinematic model has been developed and validated with a generator of synthetic measurements using different meshes with synthetic reflector coordinates and known error parameters. Second, the laser tracker has been calibrated with experimental data using the measurements obtained by a coordinate measuring machine as nominal values for different strategies, increasing considerably the laser tracker accuracy. Finally, a sensitivity analysis of the length measurement system tests is presented to recommend the more suitable positions to perform the calibration procedure.

© 2016 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

There has been a rapid development in recent years of long-range dimensional metrology systems for the verification of large-scale pieces, such as those in the aeronautic, spatial or naval sectors. The interest in laser trackers (LTs) has been increasing because of their advantages in terms of accuracy, portability, flexibility (wide range of angles and distances in measurement), high speed in data acquisition, reliability [1,2], automatic target tracking and high sampling rate [3]. Applications of LTs are very wide. For example, in [4], authors calibrate a robot using a LT to acquire measurements, increasing considerably the robot accuracy, and in [5], volumetric verification of machine tools is performed using LTs. In [6], the accuracy of an arm based on parallel mechanisms is evaluated by means of a laser tracking coordinate measuring system. Other studies show the use of LTs to calibrate systems such as the calibration of a Stewart platform [7] or the calibration of an articulated arm coordinate measuring machine [8]. A LT is used in the measuring and the adjusting of the workbench for SAR antenna in [9]. An optical surface in a telescope is measured in

[10], obtaining high accuracy. LT technology can also be used for monitoring structure movement [11] and in analysis of deformations of industrial elements [12]. In [13], a LT is used to calibrate a coordinate measuring machine (CMM). The method is validated using a ball plate measurement.

Although the use of this technology is increasing due to its important advantages, the mechanical assembly generates misalignments, offsets, eccentricities and non-linearities, which cause errors in the measured coordinates. LT manufacturers have developed software to correct this type of errors. One of the problems that appears while measuring with a LT is that some of these errors, such as those related to angular scale errors, are considered as constants and the end-user cannot update them. LT head presents radial/tilt motion as the head spins about the vertical axis, resulting in errors in the measured range [14]. One of the disadvantages of these tracking measurement systems is that the end-user cannot know when the LT is performing a measurement properly or when it needs a new calibration. Moreover, there is no a standard calibration procedure.

The ASME B89.4.19 Standard provides some ranging tests, length measurement system tests and two-face system tests that can be performed to analyse the performance of the LT. In [15], the authors studied the relationship between geometric

* Corresponding author. Tel.: +34 876555453.

E-mail address: majarena@unizar.es (A.C. Majarena).

misalignments of these systems and performance evaluation tests recommended in the B89.4.19 standard [16], and proposed some new gauge object placement scenarios to improve sensitivity for length measurement system tests.

However, these tests do not give information about the individual error sources, and only provide information related to the suitable or unsuitable LT performance with respect to these standards. Moreover, these tests take a lot of time and require very specialized equipment. To know the individual error sources, a calibration procedure should be performed.

The kinematic model establishes mathematical relations and obtains non-linear equations that relate the joint variables with the position and orientation of the end-effector [17]. One of the most widely used kinematic methods for modelling a mechanism is the well-known Denavit–Hartenberg (D–H) method [18], which uses four parameters to model the coordinate transformation between successive reference systems [19–21]. Some studies [22,23] present methods to obtain a complete, equivalence and proportional model to solve some limitations of this method that appear in those mechanisms with two consecutive parallel joint axes. For each revolute joint, four parameters must be considered, two linear and two rotary, applied about the non-colinear axes before and perpendicular to the translational joint axes [24].

The calibration procedure allows us to identify the kinematic parameters in order to improve the model accuracy [25], thus obtaining correction models to establish corrections in the measurement results and to quantify the effects of the influence of the variables in the final measurement.

The objective function to minimize in the identification procedure can be formulated in terms of a non-linear least-squares problem and it is usually defined as the quadratic difference of the error obtained between the measured value and the value computed for the kinematic model. The increment value established for parameters will depend on the optimization method chosen and must be defined for each iteration [26]. Numerical optimization techniques are usually used to minimize the error. The Levenberg–Marquart (L–M) [27] method presents lower computational cost, providing a solution closer to the optimum solution for the set of parameters considered, thus is one of the most widely used techniques to solve the numerical optimization algorithm.

There are few studies to calibrate a LT. In [28], the authors calibrated the azimuth angle encoder by using a rotary table torque motor to turn the platform with the LT, remaining the LT locked on to the target mirror. The LTs body moves with the platform while the LT head remains stationary. Thus, a new horizontal angle reading is compared to the rotary table encoder reading. Self-calibration methods have been used for laser tracking systems. In [29–31], this method is used to calibrate a LT by restricting retroreflector motion to an arbitrarily surface of constraints plane.

Calibration based on networks measurements consists of determining the kinematic model parameters by measuring a set of fix target locations from multiple locations of the LT. The model can be used to correct the error of the raw LT data. One of the advantages of a calibration based on network measurements is that no specialist equipment is needed. Besides, the time required to calibrate the LT decreases considerably in comparison with the time required to carry out the performance tests recommended by the ASME B89.4.19 Standard.

The aim of this work is, first, to develop a new kinematic model that allows us to perform the calibration procedure in an easy and fast way without needing specialist equipment, and second, to present a sensitivity analysis of the length measurement system tests to recommend the more suitable positions to perform the calibration procedure based on network measurements.

2. Laser tracker principle

A LT is a large-scale measuring instrument. This system measures relative distances, by means of a laser interferometer, and azimuth and elevation angles of a beam-steering mirror using optical encoders. The interferometer measurements are obtained relative to the starting point. Moreover, this beam must track the positions of a retro-reflector. A beam splitter mounted on a high precision universal joint deflects the beam and hits the retro-reflector. The LT beam hits the centre point of the retro-reflector and is reflected parallel by means of three perpendicularly oriented plane mirrors of the retro-reflector. When there is no relative movement between the LT head and the retro-reflector, there is no parallel displacement between the emitted and the reflected beam. However, when the retro-reflector starts moving, there is a displacement of the reflected laser beam, since, in this case, the laser beam does not hit the centre point of the retro-reflector. Then the LT moves to face the retro-reflector.

The LT measures the position of the target in Spherical coordinates. The interferometer measures the distance, d , and the horizontal and vertical encoders provide the azimuth and elevation angles, θ and φ , respectively, as shown in Fig. 1.

There are different mechanical constructions in the manufacturing of a LT. We can divide them in two main groups: LT having the laser source in the rotating head and LT having a beam steering mirror with source mounted on the standing axis. A third group of laser systems having a rotating prism mirror that steers the beam to the target can be considered.

In this work, we are going to study the first group, LT having the laser source in the rotating head, developing a new kinematic model and a calibration procedure.

3. Kinematic model

This section presents a new kinematic model that will allow us to perform the calibration procedure in an easy and fast way without needing specialist equipment.

The kinematic model of a LT can be developed by means of the D–H [18] method. This method models the coordinate transformation between successive reference systems [32], using four parameters (distances d_i , a_i , and angles θ_i , α_i). The homogenous transformation matrix between frame i and $i - 1$ depends on these four parameters as shown in Eq. (1).

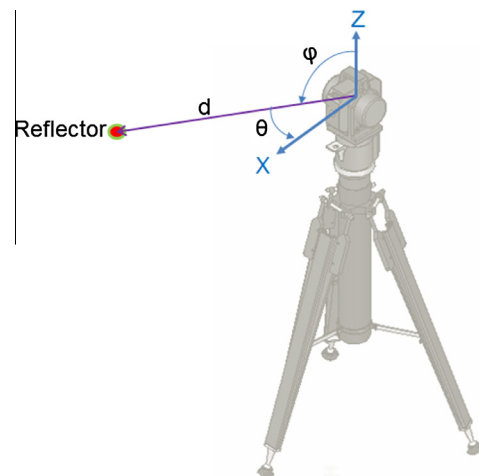


Fig. 1. LT kinematics.

$${}^{i-1}A_i = T_{z,d} \cdot R_{z,\theta} \cdot T_{x,a} \cdot R_{x,\alpha}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \cdot \sin \theta_i & \sin \alpha_i \cdot \sin \theta_i & a_i \cdot \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cdot \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cdot \cos \theta_i & a_i \cdot \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

This LT can be modelled as an open kinematic chain that consists of two rotary joints and a linear joint. Fig. 2 shows the reference systems used in the LT modelling.

Table 1 shows the D–H parameters of the kinematic model.

The system obtained to express the reference frame 3 (reflector location) in the reference frame 0 (origin of the LT) in terms of θ , φ and d is shown by Eqs. (2)–(5):

$${}^0T_3 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 \quad (2)$$

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta - 90) & 0 & -\sin(\theta - 90) & 0 \\ \sin(\theta - 90) & 0 & \cos(\theta - 90) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos(\varphi - 90) & 0 & \sin(\varphi - 90) & 0 \\ \sin(\varphi - 90) & 0 & -\cos(\varphi - 90) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

where θ , φ and d , are the angles and distance lectures of the angular encoders and of the linear interferometer of the LT.

Initial parameters are kept constants and the effect of their possible variations in the optimization is included by means of the error matrices.

It is not necessary to add an error parameter to consider the prove zero offset in the nominal model because the initial position coincides with the encoder reference marks. The LT has incremental encoders. Reference systems are chosen to satisfy that when the encoder of the first axis reads a value of zero, it is then aligned with

Table 1
D–H parameters.

i	α_i (°)	a_i (mm)	d_i (mm)	θ_i (°)
1	−90	0	0	$\theta - 90$
2	90	0	0	$\varphi - 90$
3	0	0	d	−90

axis X, and when the encoder of the second axis reads a value of zero, it is aligned with axis X_1 .

The input information and the generated data will be presented in Cartesian coordinates.

The transformation from Cartesian coordinates (X, Y, Z) to Spherical coordinates (θ, φ, d) has been performed taking into account (Eqs. (6)–(8)):

– Interferometer distance:

$$d = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (6)$$

– Elevation angle:

$$\varphi = a \sin \left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} \right) = a \sin \left(\frac{Z}{d} \right) \quad (7)$$

– Horizontal angle:

$$\theta = a \tan 2 \left(\frac{Y}{X} \right) \quad (8)$$

The elevation angle range was obtained considering the LT working range between +77° and −60°.

The transformation from Spherical coordinates (θ, φ, d) to Cartesian coordinates (X, Y, Z) is shown by Eqs. (9)–(11):

$$X = d \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta \quad (9)$$

$$Y = d \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta \quad (10)$$

$$Z = d \cdot \sin \varphi \quad (11)$$

The axis of rotation revolves around an axis of the reference coordinate frame with radial errors δ_x and δ_y ; an axial error δ_z ; and tilt errors ε_x and ε_y . These errors can be function of the rotation angle θ_z .

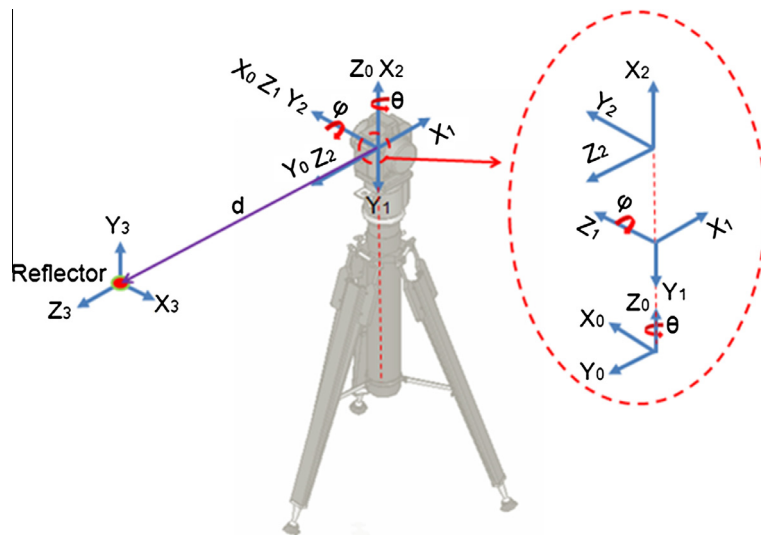


Fig. 2. Reference systems used in the LT modelling.

Errors are modelled by means of Eq. (12) for rotary and linear axis [32] (see Fig. 3).

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} \cdot \sin(\varphi + \varepsilon_{i3}) + \varepsilon_{i4} \cdot \sin(2 \cdot \varphi + \varepsilon_{i5}) \quad (17)$$

$$R_{T_{err}} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_Y \cdot \cos \theta_Z & -\cos \varepsilon_Y \cdot \sin \theta_Z & \sin \varepsilon_Y & \delta_X \\ \cos \varepsilon_X \cdot \sin \theta_Z + \sin \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \cos \theta_Z & \cos \varepsilon_X \cdot \cos \theta_Z - \sin \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \sin \theta_Z & -\sin \varepsilon_X \cdot \cos \varepsilon_Y & \delta_Y \\ \sin \varepsilon_X \cdot \sin \theta_Z - \cos \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \cos \theta_Z & \sin \varepsilon_X \cdot \cos \theta_Z + \cos \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \sin \theta_Z & \cos \varepsilon_X \cdot \cos \varepsilon_Y & \delta_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

In the same way, linear axes present linear and angular errors identified with parameters δ_x , δ_y , δ_z , ε_x , ε_y and ε_z (see Fig. 4).

$$T_{err} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_Z & \varepsilon_Y & \delta_X \\ \varepsilon_Z & 1 & -\varepsilon_X & \delta_Y \\ -\varepsilon_Y & \varepsilon_X & 1 & \delta_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

The system that provides the LT model considering the error matrices is calculated introducing error matrices in Eq. (2). Eq. (14) gives the result:

$${}^0T_3 = {}^0A_1 \cdot {}^0R_{err1} \cdot {}^1A_2 \cdot {}^1R_{err2} \cdot {}^2A_3 \cdot {}^2T_{err3} \quad (14)$$

This model presents 18 error parameters given by the vector V_ε (Eq. (15)). This vector consists of the components X, Y and Z of the error parameters δ and ε for the azimuth angle, θ , elevation angle, φ , and distance, d .

$$V_\varepsilon = [\varepsilon_{X_\theta}, \varepsilon_{Y_\theta}, \varepsilon_{Z_\theta}, \delta_{X_\theta}, \delta_{Y_\theta}, \delta_{Z_\theta}, \varepsilon_{X_\varphi}, \varepsilon_{Y_\varphi}, \varepsilon_{Z_\varphi}, \delta_{X_\varphi}, \delta_{Y_\varphi}, \delta_{Z_\varphi}, \varepsilon_{X_d}, \varepsilon_{Y_d}, \varepsilon_{Z_d}, \delta_{X_d}, \delta_{Y_d}, \delta_{Z_d}] \quad (15)$$

However, these parameters vary depending on the type of joint. These errors are function of the rotation angle in rotary joints. A model using periodic functions allows us to characterize these errors due to their periodic behaviour, as presented by Eqs. (16)–(19). It can be noticed that the rotation error has both a constant component and some terms that depend on the rotation. The constant component can be considered as an offset of the encoder. The simulations performed show satisfactory results considering the second harmonic. ε_i and δ_i are error parameters for the coordinates X, Y and Z.

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} \cdot \sin(\theta + \varepsilon_{i3}) + \varepsilon_{i4} \cdot \sin(2 \cdot \theta + \varepsilon_{i5}) \quad (16)$$

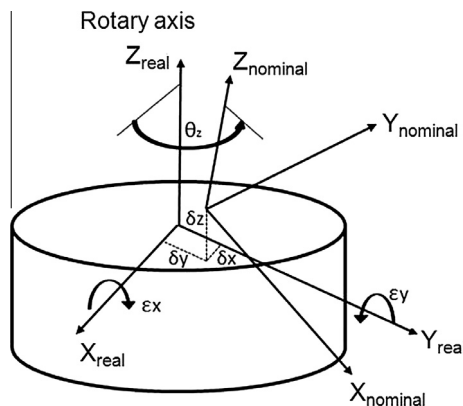


Fig. 3. Errors about an axis of rotation.

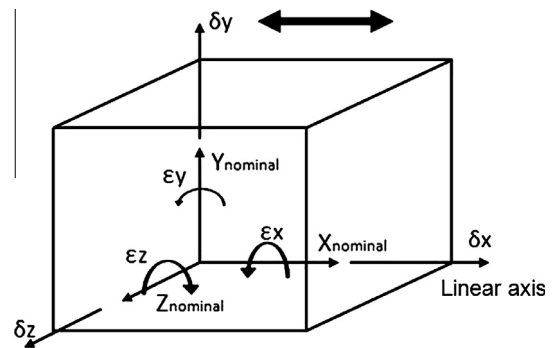


Fig. 4. Errors in a single axis linear motion.

$$\delta_i = \delta_{i1} + \delta_{i2} \cdot \sin(\theta + \delta_{i3}) + \delta_{i4} \cdot \sin(2 \cdot \theta + \delta_{i5}) \quad (18)$$

$$\delta_i = \delta_{i1} + \delta_{i2} \cdot \sin(\varphi + \delta_{i3}) + \delta_{i4} \cdot \sin(2 \cdot \varphi + \delta_{i5}) \quad (19)$$

The function that describes the parameter behaviour in linear joints shows that these errors depend on the distance d , as shown by Eqs. (20) and (21). This linear axis error can be modelled considering a polynomial. The variation of this type of error is smooth in its working range, and a second order polynomial is considered sufficient to model the behaviour of this error.

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} \cdot d + \varepsilon_{i3} \cdot d^2 \quad (20)$$

$$\delta_i = \delta_{i1} + \delta_{i2} \cdot d + \delta_{i3} \cdot d^2 \quad (21)$$

Eqs. (16)–(19) have 5 error parameters each one. Moreover, each equation is obtained for coordinates X, Y and Z, resulting in 60 error parameters. In the same way, Eqs. (20) and (21) are obtained for coordinates X, Y and Z, and every equation presents 3 error parameters, resulting in 18 error parameters. Thus, the kinematic model has 78 error parameters.

4. Kinematic model validation

To validate the kinematic model developed, two steps have been performed:

- (1) Synthetic measurements have been generated. In this step, nominal values of a mesh of reflectors and kinematic error parameters are known. Thus, we obtain the values that would measure the LT if it had the prefixed errors by means of the kinematic model developed. The objective of this phase is to generate synthetic points with a known error.

(2) Using the synthetic measurements obtained in point (1) and the nominal values of the mesh, error parameters are obtained through the kinematic model. These obtained errors are compared with the prefixed errors to validate the model developed.

Next paragraphs describe these two phases.

4.1. Obtaining synthetic measurements by means of the kinematic model

A synthetic point generator consists of a set of algorithms that provide synthetic points throughout the LT workspace. This generator obtains synthetic measurements from the nominal values of a mesh of reflectors and known kinematic error parameters. The LT position and the position of the mesh with respect to the LT are also known parameters.

To perform the simulation, three mesh points have been defined.

1. A *plane mesh*: This mesh corresponds to a wall (a 2D mesh). For a constant value of X, Y varies from $-10,000$ mm to $10,000$ mm with increments of 1420 mm, and Z varies from -1500 mm to 5500 mm with increments of 500 mm.
2. A *cubic mesh*: This simulation corresponds to a mesh having constant increments of 4000 mm in the coordinates X, Y and Z, from $-10,000$ mm to $10,000$ mm.
3. A *spherical mesh*: In this case, the mesh is generated in Spherical coordinates, covering the LT range -a horizontal angle of 360° , with increments of 33° , a vertical angle from $+77^\circ$ to -60° with increments of 20° and a distance from 1000 mm to $15,000$ mm with increments of 3500 mm.

Three typical geometries of 3D mesh have been chosen to perform a parameter identification based on distance errors. Constraints are given by the mesh definition. Some authors use geometry constraints to obtain the error parameters. However, we use Euclidean distances between reflectors. These distances are independent of the mesh geometry.

Fig. 5 illustrates the three mesh studied when every parameter has a value of $10 \mu\text{m}$ for linear errors and $10 \mu\text{rad}$ for rotational errors. The values introduced are close to real LT errors to better reflect a real situation while measuring with the LT.

These fix, nominal values are independent of the rotation and not present measurement noise. They are used to validate the model. Arrows represent the error with the magnification factor indicated in the figure title.

The error matrix considers the 18 physical errors, $(\varepsilon_i, \delta_i)$, presented in Section 3 by Eq. (15), with a constant value of $10 \mu\text{m}$ for linear errors and of $10 \mu\text{rad}$ for rotary errors, as shown in Table 2.

This process obtains the coordinates that would measure the laser tracker if it had the errors defined from the nominal coordinates of a mesh. Thus, an optimization procedure is necessary to obtain the measured coordinates.

To do this, we defined the location of a set of reflectors with known nominal Cartesian coordinates $(X_{nom}, Y_{nom}, Z_{nom})$. The Spherical nominal coordinates are given by $(\theta_{nom}, \varphi_{nom}, d_{nom})$. The objective is to obtain the Spherical coordinates for the reflector location that would measure a laser tracker having an error, $(\theta_m, \varphi_m, d_m)$. These coordinates are different from the nominal Spherical coordinates because the laser tracker has an error.

LT provides data in the LT reference system. Thus, meshes have been generated in the LT reference system.

The azimuth and elevation angles and the distance are considered the identification parameters. Thus, the Spherical nominal coordinates of the reflectors are introduced in the kinematic model as initial values. The optimization procedure varies these three parameters in every iteration defined by the sub-index *it*, $(\theta_{it}, \varphi_{it}, d_{it})$, to obtain the angles and the distance that would measure the LT, $(X_{it_m}, Y_{it_m}, Z_{it_m})$, having an error, $(\varepsilon_i, \delta_i)$, for every point *i* of the mesh in every iteration. To obtain the mesh point coordinates affected by the LT errors, the objective function minimizes the Euclidean distance between the coordinates $(X_{nom}, Y_{nom}, Z_{nom})$, and $(X_{it_m}, Y_{it_m}, Z_{it_m})$.

Thus, Eq. (22) gives the objective function introduced in the algorithm.

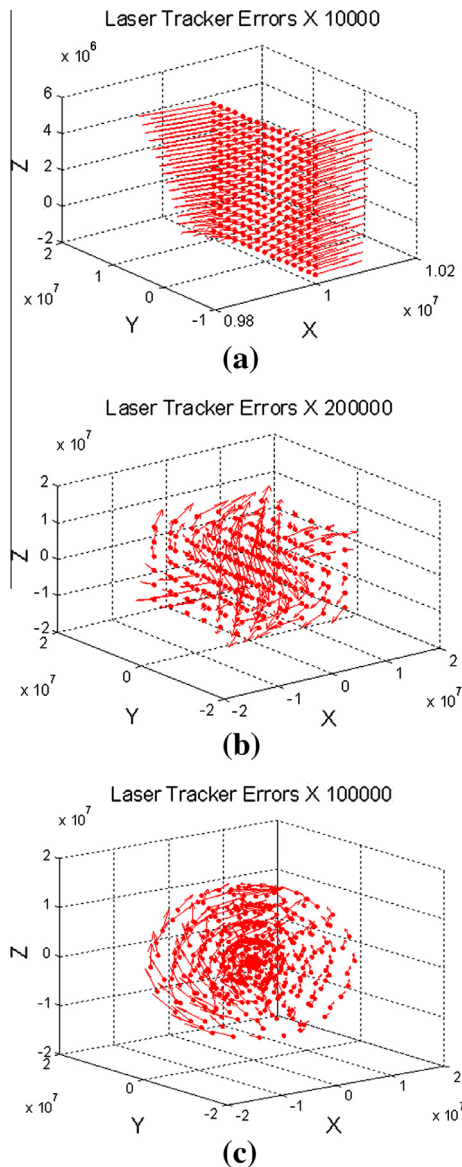


Fig. 5. Meshes used in the generation of data. (a) Plane mesh (2D), (b) cubic mesh (3D), (c) spherical mesh (3D).

Table 2
Error initial values used in the synthetic measurement generation.

	ε_x (μrad)	ε_y (μrad)	ε_z (μrad)	δ_x (μm)	δ_y (μm)	δ_z (μm)
θ	10	10	10	10	10	10
φ	10	10	10	10	10	10
d	10	10	10	10	10	10

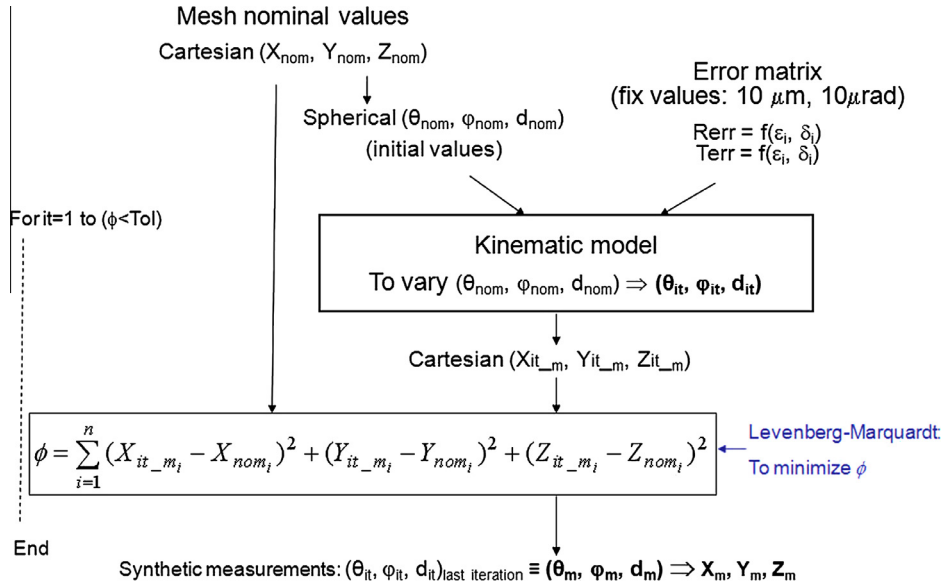


Fig. 6. Synthetic measurements by the kinematic model using mesh nominal values and error parameters.

$$\phi = \sum_{i=1}^n (X_{it_m_i} - X_{nom_i})^2 + (Y_{it_m_i} - Y_{nom_i})^2 + (Z_{it_m_i} - Z_{nom_i})^2 \quad (22)$$

where n is the number of points measured of the mesh.

The optimization obtains the Spherical coordinates (θ_m, ϕ_m, d_m) given by the values of $(\theta_{it}, \phi_{it}, d_{it})$ in the last iteration. These Spherical coordinates are then transformed to Cartesian coordinates obtaining the Cartesian coordinates, (X_m, Y_m, Z_m) , that would measure the LT having an error. This procedure is summarized in Fig. 6.

4.2. Kinematic error parameter identification

The following step to validate the model is to correct synthetic measurements obtained in Section 4.1. The output of the identification is the error parameter vector. This vector, $V\epsilon$, is set to zero before starting the calibration, and will be modified in every iteration. In this case, nominal coordinates of the mesh of reflectors, $(X_{nom}, Y_{nom}, Z_{nom})$, and synthetic measurements, (X_m, Y_m, Z_m) , are the known data. The kinematic model provides the Cartesian

Table 3
Error values obtained for a plane mesh in the parameter identification procedure.

	ϵ_x (μrad)	ϵ_y (μrad)	ϵ_z (μrad)	δ_x (μm)	δ_y (μm)	δ_z (μm)
θ	9.992	9.992	-15.727	-12.359	-13.593	0.000
ϕ	9.976	40.307	53.778	10.136	1.340	8.150
d	9.912	-33.814	0.000	10.033	11.619	9.947

Table 4
Error values obtained for a cubic mesh in the parameter identification procedure.

	ϵ_x (μrad)	ϵ_y (μrad)	ϵ_z (μrad)	δ_x (μm)	δ_y (μm)	δ_z (μm)
θ	9.997	10.001	-1.178	9.997	9.997	-0.024
ϕ	9.998	-1.176	9.999	9.999	-0.037	-0.358
d	0.000	0.000	0.000	-0.373	10.005	10.003

coordinates affected by the laser tracker error in the iteration it , $(X_{it_m}, Y_{it_m}, Z_{it_m})$, that minimize the objective function, shown by Eq. (22) in every iteration. Fig. 7 shows the procedure followed.

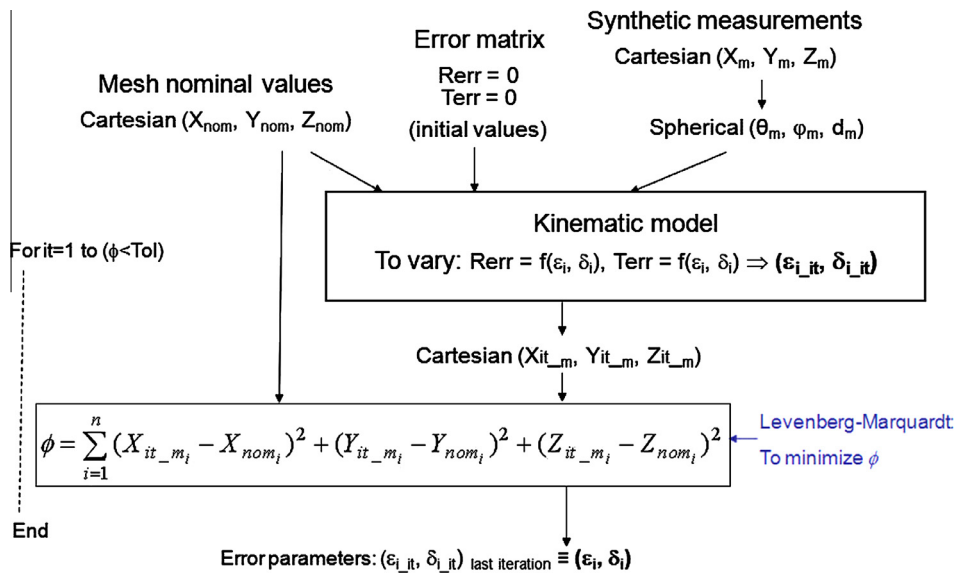


Fig. 7. Error parameters by the kinematic model using mesh nominal values and synthetic measurements.

Table 5
Error values obtained for a spherical mesh in the parameter identification procedure.

	ε_x (μrad)	ε_y (μrad)	ε_z (μrad)	δ_x (μm)	δ_y (μm)	δ_z (μm)
θ	9.994	9.994	-5.101	10.001	9.977	0.000
φ	9.986	-5.137	9.416	10.045	0.000	9.969
d	9.966	10.574	0.000	10.011	9.969	10.018

The calibration procedure allows us to identify the model error parameters. These parameters should have a value equal to the error parameters introduced in the kinematic model in the synthetic measurement generation given by Table 2. The values of the kinematic model parameters are the nominal values presented in Table 1.

Tables 3–5, show the error parameters obtained in the parameter identification procedure for every mesh studied. To obtain a first approximation, errors defined by Eq. (15) have been used, considering the first term of Eqs. (16)–(21) in this simulation process and keeping the rest of parameters with a constant value of zero.

Most of the error parameters obtained are very similar to the initial parameters and some of them differ because different parameters can generate very similar errors by themselves or as combination of other parameters. Besides, the overall effect of some parameters that are independent can be compensated in function of the captured points, that is to say, in function of the position that presents the LT axes in data acquisition process.

Fig. 8 shows the distances between nominal and measured positions, as obtained before by Eq. (22). Sub-index *ini* represents initial values and sub-index *res* corresponds to residual values.

The residual error is very close to zero, as it was expected. This fact validates the developed model.

The plane mesh presents lower errors than cubic and spherical mesh, and the magnitude order is the same in all the mesh studied.

5. Experimental parameter identification

5.1. Data acquisition

Once the kinematic model has been validated by means of synthetic data, the same process is carried out using experimental data measured by the LT.

The first step is data acquisition. To do this, 17 reflectors were located on a CMM, with an accuracy of $\pm 2 \mu\text{m}$, as shown in Fig. 9a. The LT was located in 5 positions (see Fig. 9b).

The reflectors were measured with the CMM. These measurements are considered the nominal measurements in the data acquisition step.

The LT then measured every reflector in every position, as shown in Fig. 10, thus obtaining data measurements.

5.2. Identification procedure

The aim of this process is to search for the values of the error parameters that minimize the measurement error. However, in this case, measurements are experimental. Fig. 11 shows the procedure described. Reflector nominal coordinates are measured by the CMM, thus obtaining $(X_{nom}, Y_{nom}, Z_{nom})$. The reflector Cartesian coordinates, (X_m, Y_m, Z_m) , are then measured by the LT and transformed to Spherical coordinates $(\theta_m, \varphi_m, d_m)$. The output of the kinematic model is the Cartesian coordinates that would measure the LT for the value of the parameters $(\varepsilon_i, \delta_i)$ in the iteration *it*, $(X_{it-m}, Y_{it-m}, Z_{it-m})$. The objective function minimizes the differences between all nominal distances given by every pair of reflectors (measured by the CMM), d_{CMMi} , and the same distances measured by every LT, d_{mik} , for *k* LT positions.

17 reflectors were used to cover in a regular way the CMM workspace. After analysing the possible capture angle for these reflectors, placed in fix positions, 5 LT positions were needed to cover it.

The number of distances is a combination without repetition of *n* elements taken *r* at a time, as shown by Eq. (23).

$$C_{n,r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \tag{23}$$

The number of distances calculated for every position of the LT having 17 reflectors is 136. Thus, the number of distances to optimize for the 5 positions is 680 distances.

Eq. (24) gives the objective function.

$$\phi = \sum_{i=1}^{C_{n,r}} \sum_{k=1}^{LT} (d_{mik} - d_{CMMi}) \tag{24}$$

where sub-index *m* is the measured distance obtained from the measurements of the LT, sub-index *CMM* is the measured distance obtained from the measurements of the CMM, sub-index *i* defines the distance to minimize, and *k* corresponds to the position of the LT.

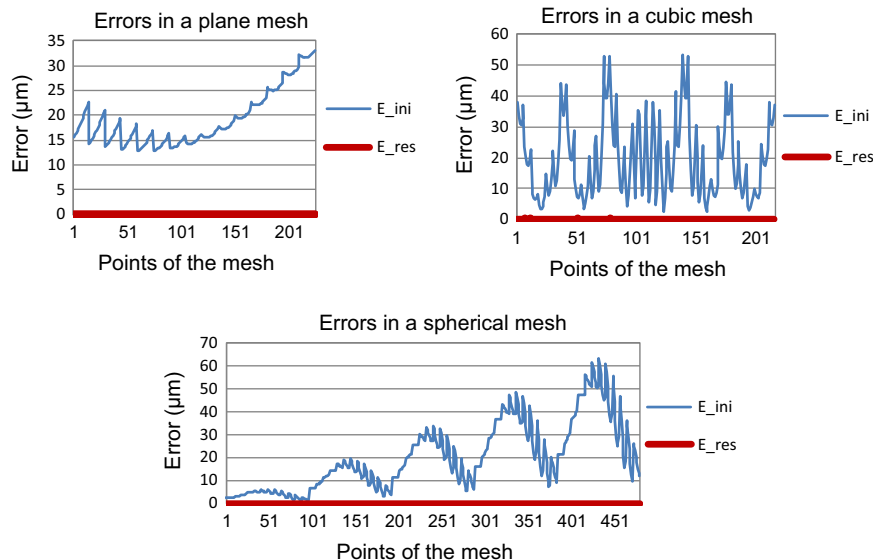


Fig. 8. Identification procedure: initial and residual error.

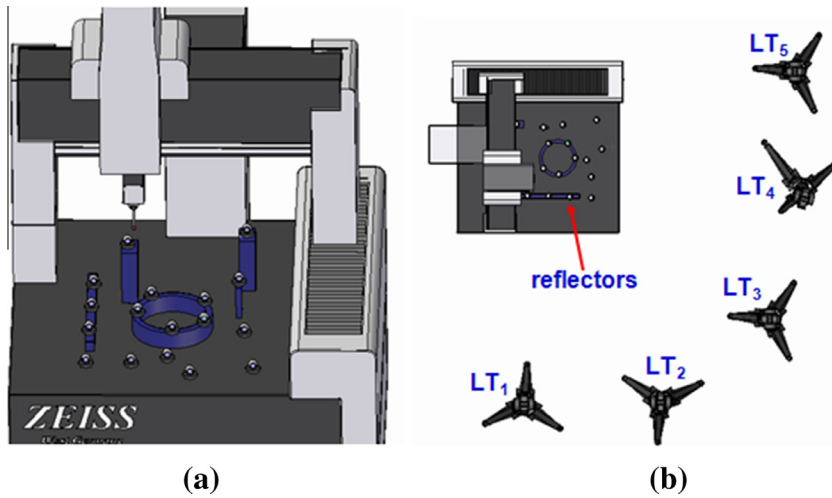


Fig. 9. Data acquisition procedure: (a) reflector positions located on a CMM, (b) LT positions.

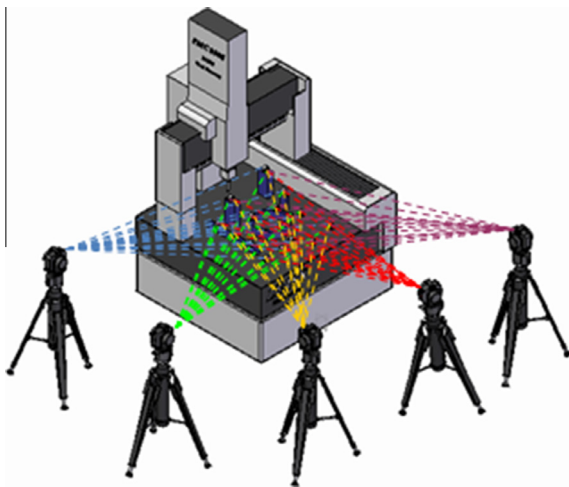


Fig. 10. LT measurements.

The kinematic parameter identification is usually carried out by means of approximation procedures based on least-squares fitting. The optimization technique used to solve the numerical optimization algorithm was the Levenberg–Marquart (L–M) [27] method, due to its proven efficiency in non-linear systems [33].

As it was mentioned in the data acquisition step, 17 reflectors were measured locating the LT in 5 positions. To perform the optimization, different strategies have been carried out:

- (a) The optimization is performed using the 17 reflectors and the 5 LTs.
- (b) The optimization is performed using 14 reflectors and the 5 LTs. 3 reflectors are kept as test data. Thus, the model will be validated in positions different from those used in the identification process.
- (c) The optimization is performed using 17 reflectors and 4 LT positions. 1 LT position is kept as verification data.

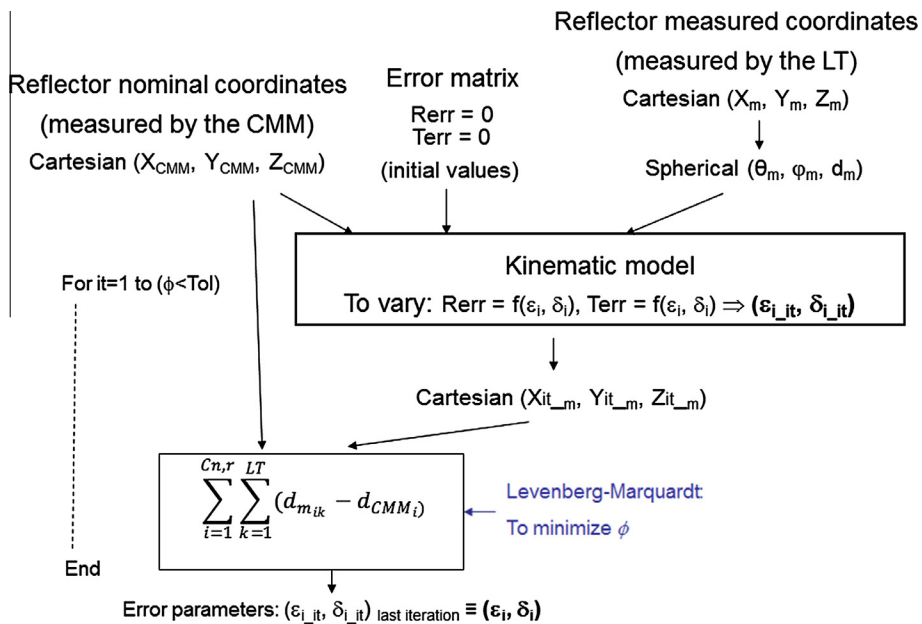


Fig. 11. Error parameters by the kinematic model using the reflector nominal coordinates measured by the CMM and the reflector coordinates measured by the LT.

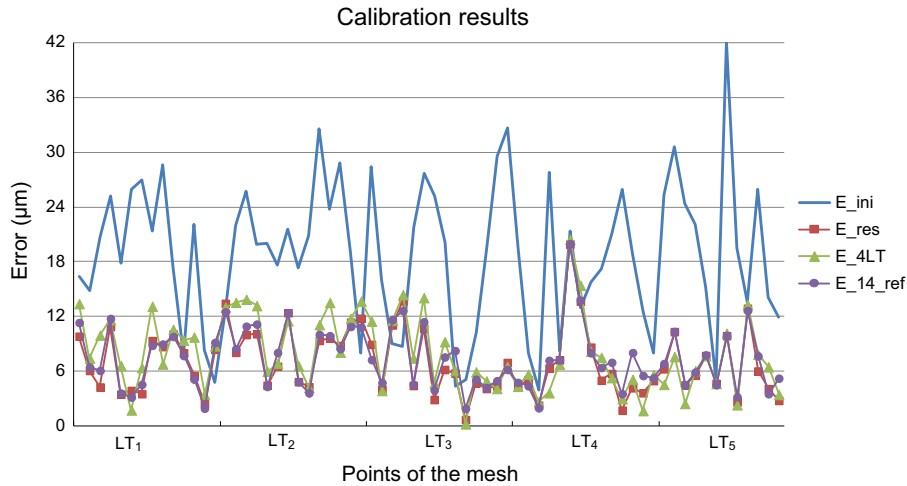


Fig. 12. Calibration results.

The results obtained in every strategy followed are presented below.

Fig. 12 illustrates the LT position error calculated as the difference between the error before the identification procedure, E_{ini} , and the error after performing the kinematic parameter identification for the three strategies (a), (b) and (c). Strategy (a) provides the error E_{res} . The error obtained is given by E_{4LT} when the positions measured by 4 LT are used in the identification procedure and 1 LT measurements are kept as test positions for the parameter evaluation procedure. Finally, E_{14_ref} corresponds to the error when the measurements of 14 reflectors are used in the identification procedure and the measurements of 3 reflectors are kept as test positions. 5 LT measurements are represented consecutively. The optimization that provides E_{res} was performed considering all measured points in the parameter identification. The points measured by L_1 were kept as test positions in the parameter identification that gives E_{4LT} . Finally, the first thirty-five positions of each LT were kept as test positions in the parameter identification that provides E_{14_Ref} .

Table 6 shows the maximum and mean errors obtained considering all points, the calibration points and the test points for every strategy.

The correction performed by means of the identification procedure decreases errors about a 62.50% using the strategy (a), about a 57.47% using the strategy (b) and 60.44% using the strategy (c) with respect to initial errors. As it was expected, strategy (a) presents the lower errors because all data have been included into the optimization. The difference between strategy (a) and strategies (b) and (c) has a mean value of 1.54 μm and 0.74 μm for strategies (b) and (c), respectively, and a maximum value of 5.67 μm and 3.85 μm for strategies (b) and (c), respectively. These results verify that the identification procedure developed can be extrapolated to different positions within the LT workspace from those used in the identification procedure. Moreover, calibration results improve when some reflectors are kept as test positions with respect to decrease LT positions.

Fig. 13 represents results after calibration to compare the strategies followed.

Table 6
LT initial errors and LT errors for every strategy.

	E_ini (μm)	E_res (μm)	E_4LT (μm)			E_14_ref (μm)		
			All points	Calibration points	Test points	All points	Calibration points	Test points
Maximum	42.057	19.935	20.446	20.446	14.394	19.981	19.981	11.342
Mean	18.785	7.045	7.989	7.391	9.973	7.430	7.490	7.152

6. Sensitivity analysis of the length measurement system tests

Once the kinematic model developed has been validated, the following step will be to perform a sensitivity analysis of the length measurement system tests.

The objectives of the sensitivity analysis are the following:

- To help us to design measurement tests sensitive to error parameters, thus, defining the most suitable target position configuration to carry out the calibration procedure. This analysis obtains how every individual error affects the total error, showing how model errors affect the LT measurement.
- To know the best possible positions to carry out experimental tests, thus, designing the configuration of network with fix points. This analysis obtains how reflector positions of tests affect in the error.

The spherical mesh, shown in Fig. 5c, is the mesh chosen for the sensitivity analysis because this mesh allows us to find out the correlation between parameters θ , φ and d and the errors more clearly as it fits the LT working range.

This analysis has been performed by studying the 18 error parameters from the kinematic model developed in Section 3, - corresponding to the error matrices. To analyse the influence of every error considered in the global error, 18 simulations were carried out, setting up a value of 1 for every parameter and zero for the rest of parameters. Sensitivity represents the error in micrometers for 1 μm of offset for linear errors and 1 μrad of tilt for rotational errors.

The measurement error has been studied in every simulation in function of vertical angle (V), horizontal angle (H) and distances (R).

Fig. 14 represents the results obtained for every error parameter studied. This figure shows first, vertical angle variations between 77° and -60° , second, horizontal angle variations from 1° to 360° with increments of 12° , and finally, distance variations between 1 m and 15 m with increments of 3.5 m. Divisions in X axis represent the measurement number. 480 measurements were

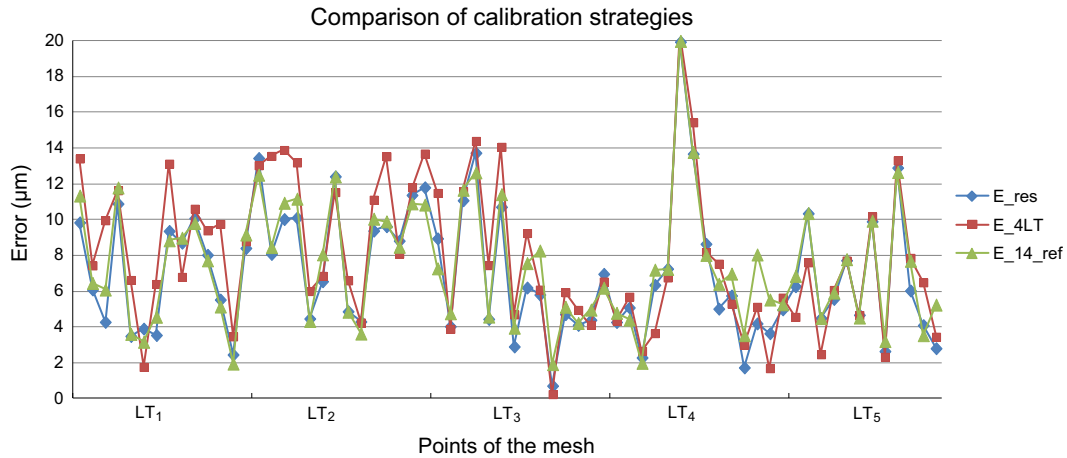


Fig. 13. Comparison of calibration strategies.

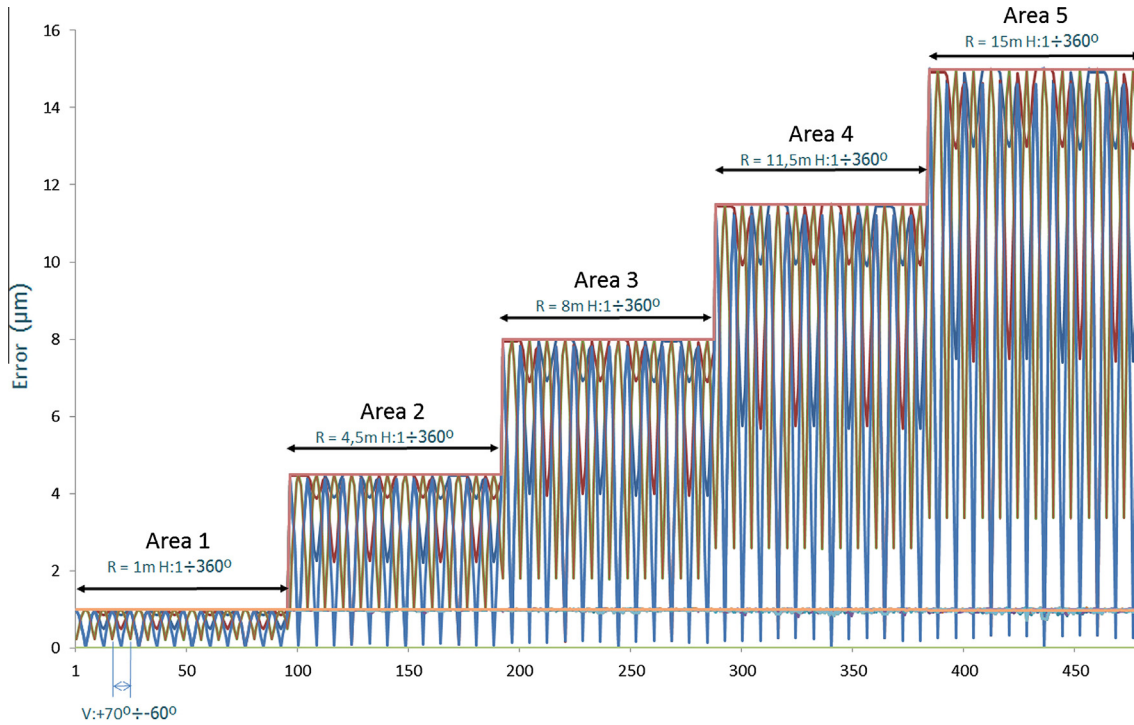


Fig. 14. Sensitivity analysis of the length measurement system tests. $H \equiv \theta$, $V \equiv \varphi$, $R \equiv d$.

performed, and every measurement presents different values of R , H and V .

The results obtained shows that the error parameter ϵ_{ZR} , corresponding to a rotation of the laser beam with respect to an axis in the beam direction, does not affect. There are 12 errors, δ_{XH} , δ_{YH} , δ_{ZH} , ϵ_{ZV} , δ_{XV} , δ_{YV} , δ_{ZV} , ϵ_{XR} , ϵ_{YR} , δ_{XR} , δ_{YR} , δ_{ZR} , present a constant error proportional to the error parameter. And there are 5 errors that depend on both the distance of the LT to the reflectors and the azimuth and elevation angles. The simulation has been carried out considering 5 areas. As can be seen, in area 1 (corresponding to distance $R = 1$ m), the last 5 parameters vary from 0 to 1 µm, in area 2, (corresponding to distance $R = 4.5$ m), the last 5 parameters vary from 0 to 4.5 µm, etc. This findings verify that the 5 parameter values vary from 0 to R µm/m. To study the behaviour of these 5 parameters, the number of points has been increased, with increments of 9.78° for vertical angles and of 12° for horizontal angles.

Fig. 15 represents only half period ($\pi/2$) because the error presents a cyclic behaviour, with a cycle π , in the azimuth angle.

This analysis shows that the positions presenting high sensitivity to error parameters are those that correspond to elevation angles with minimum (-60°), zero value (0°) and maximum (77°). Moreover, the errors caused by rotary errors in X and Y of the horizontal angle are also sensitive to this same rotation. Tests should be configured setting up directions in which points are more sensitive to errors.

7. Conclusions

An LT user can know the LT behaviour after calibrating the LT. However, he cannot know if the LT works properly after a while or if a calibration should be carried out. Moreover, the tests

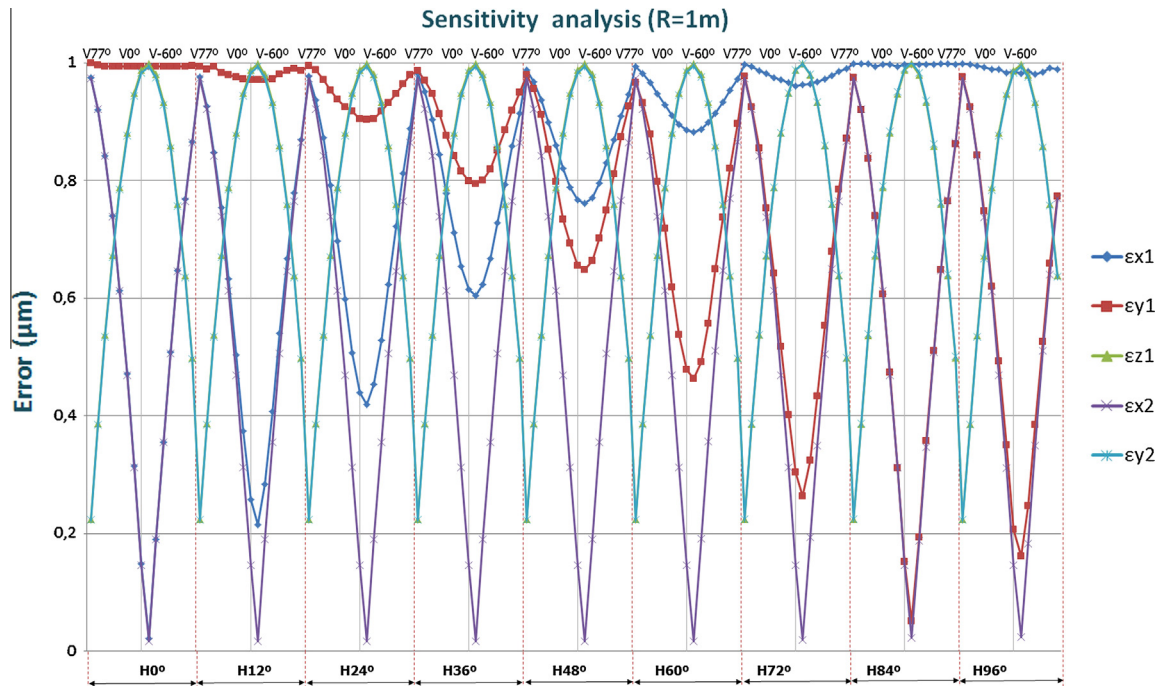


Fig. 15. Errors presenting dependence on θ and φ for a constant distance of 1 m.

recommended by standards to validate the LT behaviour require specialized equipment and take a lot of time.

A new kinematic model for a LT having the beam source in the rotating head has been developed. This model considers that errors depend on joints. The kinematic model behaviour has been validated, generating synthetic measurements for a known nominal reflector coordinates and error parameters, thus, obtaining the values that would measure the LT if it had the prefixed errors. Measurements have then been corrected by identifying error parameters, thus, obtaining error parameters by means of the kinematic model. The comparison of the prefixed initial error parameters and the error values obtained allows us to validate the kinematic model developed.

All these verifications have been made for different meshes, obtaining that the spherical mesh is the one that allows us to analyse the correlation between parameters θ , φ and d and the errors more clearly.

An experimental calibration has then been performed, measuring the reflectors with both a CMM that provides nominal values and a LT located in different positions. To do this, different strategies have been followed, keeping different measurements as test positions. The parameter identification performed allows us to reduce the LT error about a 62%. Results show that the different strategies analysed provide a calibration that can be extrapolated to different positions from those used in the identification procedure within the LT workspace. Moreover, calibration results improve when some reflectors are kept as test positions with respect to decrease LT positions.

Finally, a sensitivity analysis of the length measurement system tests has been performed. This analysis shows the dependence on elevation and azimuth angles and on distances of every error parameter. Moreover, the analysis indicates those positions with more sensitivity, given by maximum, minimum and zero vertical angle, setting up the bases for the most suitable test configurations for the calibration procedure.

The LT verification method developed allows us to know in an easy and fast way if the LT measures correctly, obtaining the LT errors without requiring standards and accurate equipment.

References

- [1] Z. Wang, L. Mastrogiacomo, F. Franceschini, P. Maropoulos, Experimental comparison of dynamic tracking performance of iGPS and laser tracker, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 56 (2011) 205–213.
- [2] J.H. Burge, P. Su, C. Zhao, T. Zobrist, Use of a commercial laser tracker for optical alignment:66760E-66760E-12, 2007.
- [3] D. Huo, P.G. Maropoulos, C.H. Cheng, The Framework of the Virtual Laser Tracker—A Systematic Approach to the Assessment of Error sources and Uncertainty in Laser Tracker Measurement, 2010, pp. 507–523.
- [4] A. Nubiola, I.A. Bonev, Absolute calibration of an ABB IRB 1600 robot using a laser tracker, *Robot. Comput. Integr. Manuf.* (2012).
- [5] S. Aguado, D. Samper, J. Santolaria, J.J. Aguilar, Identification strategy of error parameter in volumetric error compensation of machine tool based on laser tracker measurements, *Int. J. Mach. Tools Manuf* 53 (2012) 160–169.
- [6] Y. Koseki, T. Arai, K. Sugimoto, T. Takatui, M. Goto, Design and accuracy evaluation of high-speed and high precision parallel mechanism, vol. 3, 16–20 May 1998, pp. 1340–1345.
- [7] G. Meng, L. Tiemin, Y. Wensheng, Calibration method and experiment of Stewart platform using a laser tracker, vol. 3, 5–8 October 2003, pp. 2797–2802.
- [8] J. Santolaria, A.C. Majarena, D. Samper, A. Brau, J. Velázquez, Articulated arm coordinate measuring machine calibration by laser tracker multilateration, *Sci. World J.* 2014 (2014). 681853-1–681853-11.
- [9] B. Yan, J. Wang, N. Lu, W. Deng, M. Dong, X. Lou, Application of laser tracker used in the measuring and the adjusting of the workbench for SAR antenna:71552M-71552M-8, 2008.
- [10] T.L. Zobrist, J.H. Burge, W.B. Davison, H.M. Martin, Measurements of large optical surfaces with a laser tracker:70183U-70183U-12, 2008.
- [11] L. Barazzetti, A. Giussani, F. Roncoroni, M. Previtali, Monitoring structure movement with laser tracking technology:879106-879106-12, 2013.
- [12] J. Śladek, K. Ostrowska, P. Kohut, K. Holak, A. Gaska, T. Uhl, Development of a vision based deflection measurement system and its accuracy assessment, *Measurement* (2012).
- [13] K. Umetsu, R. Furutani, S. Osawa, T. Takatsui, T. Kurosawa, Geometric calibration of a coordinate measuring machine using a laser tracking system, *Meas. Sci. Technol.* 16 (2005) 2466.
- [14] B. Muralikrishnan, V. Lee, C. Blackburn, D. Sawyer, S. Phillips, W. Ren, B. Hughes, Assessing ranging errors as a function of azimuth in laser trackers and tracers, *Meas. Sci. Technol.* 24 (2013) 065201.
- [15] B. Muralikrishnan, D. Sawyer, C. Blackburn, S. Phillips, B. Borchardt, W. Estler, ASME B89.4.19 performance evaluation tests and geometric misalignments in laser trackers, *J. Res. Nat. Inst. Stand. Technol.* 114 (2009) 21–35.
- [16] ASME B89.4.19-2006 Standard, Performance Evaluation of Laser-Based Spherical Coordinate Measurement Systems www.asme.org.
- [17] A.C. Majarena, J. Santolaria, D. Samper, J.J. Aguilar, Modelling and calibration of parallel mechanisms using linear optical sensors and a coordinate measuring machine, *Meas. Sci. Technol.* 22 (2011). 105101-1-12.

- [18] J. Denavit, R.S. Hartenberg, A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices, *Trans. ASME J. Appl. Mech.* 22 (1955) 215–221.
- [19] M.H. Chiang, H.T. Lin, C.L. Hou, Development of a stereo vision measurement system for a 3D three-axial pneumatic parallel mechanism robot arm, *Sensors* 11 (2011) 2257–2281.
- [20] G. Gatti, G. Danieli, A practical approach to compensate for geometric errors in measuring arms: application to a six-degree-of-freedom kinematic structure, *Meas. Sci. Technol.* 19 (2008) 015107.
- [21] P. Pereira, B. Di Giacomo, Thermal error evaluation and modelling of a CNC cylindrical grinding machine, *Metrologia* 45 (2008) 217.
- [22] G. Du, P. Zhang, IMU-based online kinematic calibration of robot manipulator, *Sci. World J.* (2013).
- [23] T.W. Hsu, L.J. Everett, Identification of the kinematic parameters of a robot manipulator for positional accuracy improvement, August 1985, pp. 263–267.
- [24] L.J. Everett, A.H. Suryohadiprojo, A study of kinematic models for forward calibration of manipulators, vol. 2, 24–29 April 1988, pp. 798–800.
- [25] J. He, F. Gao, Y. Bai, A two-step calibration methodology of multi-actuated mechanical servo press with parallel topology, *Measurement* 46 (2013) 2269–2277.
- [26] A. Majarena, J. Santolaria, D. Samper, J. Aguilar, Analysis and evaluation of objective functions in kinematic calibration of parallel mechanisms, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* (2013) 1–11.
- [27] K. Levenberg, A method for the solution of certain non-linear problems in least squares, *Quart. Appl. Math.* 2 (1944) 164–168.
- [28] G. Gassner, R. Ruland, *Laser Tracker Calibration-Testing the Angle Measurement System*, 2008.
- [29] J. Ouyang, W. Liu, X. Qu, Y. Yan, Z. Liang, Modeling and self-calibration of laser tracker system using planar constraints, 2007.
- [30] H. Zhuang, S.H. Motaghedi, Z.S. Roth, Y. Bai, Calibration of multi-beam laser tracking systems, *Robot. Comput. Integr. Manuf.* 19 (2003) 301–314.
- [31] T. Takatsuji, M. Goto, A. Kirita, T. Kurosawa, Y. Tanimura, The relationship between the measurement error and the arrangement of laser trackers in laser trilateration, *Meas. Sci. Technol.* 11 (2000) 477.
- [32] A.H. Slocum, *Precision Machine Design*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1992.
- [33] Z. Gao, D. Zhang, Y. Ge, Design optimization of a spatial six degree-of-freedom parallel manipulator based on artificial intelligence approaches, *Robot. Comput. Integr. Manuf.* 26 (2010) 180–189.

Performance evaluation of laser tracker kinematic models and parameter identification

J. Conte · A. C. Majarena · R. Acero · J. Santolaria · J. J. Aguilar

Received: 26 June 2014 / Accepted: 27 October 2014 / Published online: 9 November 2014
© Springer-Verlag London 2014

Abstract A new kinematic model for a laser tracker is presented in this paper. This model obtains the kinematic parameters by the coordinate transformation matrices between successive reference systems based on the Denavit-Hartenberg method. The ASME B89.4.19 Standard provides some ranging tests, length measurement system tests and two-face system tests that can be performed to analyze the performance of the laser tracker. However, these tests take a lot of time and require specialized equipment. Another problem is that the end user cannot apply the manufacturer's model because he cannot measure physical errors. The kinematic model developed has been compared with a geometric model based on modelling physical errors. To do this, the laser tracker kinematic model has been presented and validated using a mesh with synthetic reflector coordinates and known error parameters. The laser tracker has then been calibrated, in an easy and fast way, with experimental data using the measurements obtained by a coordinate measuring machine as nominal values. The calibration has been performed with both the kinematic model presented in this work and the geometric model based on physical errors. A comparison of both calibrations has been made, analyzing the performance of both models. Finally, a sensitivity analysis of the length measurement system tests is presented to recommend the more suitable positions to perform the calibration procedure.

Keywords Laser tracker · Synthetic generator · Modelling · Kinematic parameter identification

1 Introduction

In recent years, there has been a growing trend towards the use of measurement systems for the verification of large-scale pieces in the aeronautic, spatial or naval sectors.

Non-contact measurement systems, such as laser trackers, have becoming an interesting option because of their advantages in terms of portability, flexibility, high speed in data acquisition, accuracy and reliability [1–4].

Applications for laser tracker-based systems are very wide. These systems are used in large-volume measurements [5] and alignments involved in levelling machine tools, process part inspection, final part inspection, inspection of moulds and dies, prototyping, reverse engineering [6], monitoring structure movement [7] and analysis of deformations of industrial elements [8]. In Gu et al. [1], a laser tracker (LT) is used in high-precision measurement of large antenna surface shape, and this system is used in measuring large-scale dimensional metrology in [3]. LTs can also be used to calibrate industrial robots [9, 10], machine tools [11, 12], parallel mechanisms [13], articulated arm coordinate measuring machines [14, 15] and coordinate measuring machines (CMMs).

Some of the disadvantages of LTs are that the mechanical assembly generates misalignments, offsets, eccentricities and non-linearities, which cause errors in the measured coordinates. Angular scale errors are considered as constants, and the end user cannot update them. LT head presents radial/tilt motion as the head spins about the vertical axis, resulting in errors in the measured range [16]. Moreover, the end user cannot know when the LT is performing a measurement properly.

J. Conte · A. C. Majarena (✉) · J. Santolaria · J. J. Aguilar
Department of Design and Manufacturing Engineering, Universidad de Zaragoza, María de Luna, 3, 50018 Zaragoza, Spain
e-mail: majarena@unizar.es

J. Conte
e-mail: jconte@unizar.es

R. Acero
Centro Universitario de la Defensa Zaragoza, Zaragoza, Spain

The ASME B89.4.19 Standard [17] provides some ranging tests, length measurement system tests and two-face system tests that can be performed to analyze the performance of the LT. A sensitivity analysis of geometric misalignments within a tracker of the test described by the ASME B89.4.19 Standard is developed in Muralikrishnan et al. [18].

A calibration should be performed to know the individual error sources. This procedure allows us to apply corrections to the measured values, which are functions of the main alignment parameters. The objective function to minimize in the identification procedure can be formulated in terms of a non-linear least-square problem, and it is usually defined as the quadratic difference of the error obtained between the measured value and the value computed for the kinematic model.

LT manufacturers have developed software to correct this type of errors [19]. This development was pioneer in LT study and laid the basis on the accuracy analysis of these systems. The model proposed allows us to obtain a high accuracy while performing the tests proposed by the ASME B89.4.19 Standard.

The kinematic model can be solved using the Denavit-Hartenberg (D-H) [20] method. This method has been widely used in mechanism calibration. For example, in Zhu et al. [11], this procedure is used to obtain the kinematic model of the arc-base drilling unit of a machine, and in Wanli et al. and Santolaria et al. [21, 22], this method solves the kinematics of portable coordinate measuring arms; in Nubiola and Bonev and Robson et al. [23, 24], robot kinematic models are obtained, and in Majarena et al. and Zhang and Gosselin [25, 26], parallel mechanisms are modelled using this method.

However, sometimes the end user cannot afford the equipment necessary to perform the tests recommended by the ASME B89.4.19 Standard. Moreover, there are few studies to calibrate a LT. In Takatsuji et al. [27], authors developed a self-calibration procedure and studied the relationship between the arrangement of LTs and the measurement errors. In Zhuang et al. [28], a self-calibration is carried out using planar constraints, obtaining that the use of angular measurement of the gimbal joint positions improves the overall system calibration accuracy. The influence of the measurement uncertainty of a LT on the volumetric verification of a machine tool by multilateration and LT self-calibration is presented in Aguado et al. [29].

The aim of this work is to evaluate the performance of two different kinematic models for a LT: a kinematic model developed in this work and a reference geometric model based on modelling physical errors presented in Loser and Kyle [19]. First, both models are presented and the kinematic model is evaluated with synthetic measurements using three different synthetic meshes. Second, an easy and fast calibration procedure is developed. The calibration is performed with experimental data using the measurements of a CMM as nominal values for both the new kinematic model and the geometric model. The performance of both models has been compared in

terms of improving the system accuracy. Finally, a sensitivity analysis has been presented to obtain the more suitable positions to carry out the calibration procedure.

2 LT principle

A LT is a large-scale measuring instrument that allows us to measure relative distances and azimuth and elevation angles by means of a laser interferometer and a beam-steering mirror using optical encoders. The light source is split into two beams. One beam is used as a reference, and the other beam is reflected back from a retro-reflector. The laser beam hits the retro-reflective target off-centre, and it is then reflected back parallel to the incident beam. A sensor measures the displacement. The LT measures the position of the target in spherical coordinates (d : radial distance; θ : azimuth angle; φ : elevation angle). The interferometer measures distance, d , and the horizontal and vertical encoders measure the azimuth and elevation angles, θ and φ , respectively, as shown in Fig. 1.

3 Mathematical models

This section presents two mathematical models of a LT having the laser source in the rotating head.

3.1 Geometric error model

The geometric error model of LTs having the beam source in the rotating head was presented in Loser and Kyle [19] and studied in Muralikrishnan et al. [16] and Hughes et al. [30]. This model is based on physical alignment deviations, and calibration corrections are based on 15

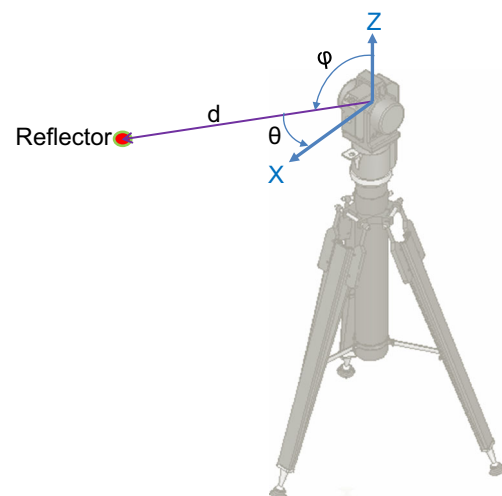


Fig. 1 LT kinematics

Table 1 Kinematic parameters

Parameter	Meaning
x_1	Beam offset along transit axes
x_{1m}	Beam offset along the normal to the transit axis
x_{1t}	Beam offset along the transit axis
x_2	Transit offset
x_3	Vertical index offset
x_{4t}	Beam tilt projection on the tilt axis
x_{4m}	Beam tilt projection on a perpendicular to the beam
x_5	Transit tilt
x_{6x}	X component of the horizontal encoder eccentricity
x_{6y}	Y component of the horizontal encoder eccentricity
x_{7n}	N component of the vertical encoder eccentricity
x_{7z}	Z component of the vertical encoder eccentricity
x_8	Bird-bath error
x_9	Error in the encoder scale in horizontal encoder
x_{10}	Error in the encoder scale in vertical encoder

parameters, representing the influence of a particular geometric error in the overall error of the equipment. These parameters consider errors in mechanical assembly such as offsets in the beam from ideal position, offset between the standing and transit axes, encoder eccentricity with respect to axis, tilt in the transit axis and tilt in the beam. These errors are usually corrected by software compensation using the geometric error model. This model compares the corrected range (R_c) and angles (H_c : horizontal angle; V_c : vertical angle) and the measured values (R_m , H_m , V_m). The model is given by the following equations [18]:

$$R_c = R_m + x_2 \cdot \sin(V_m) + x_8 \tag{1}$$

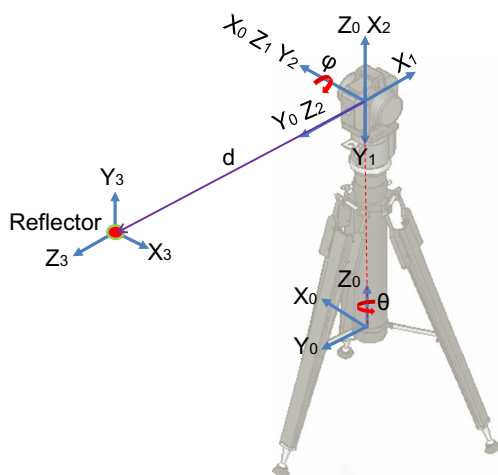


Fig. 2 Reference systems used in the LT modelling

Table 2 D-H parameters

i	α_i (°)	a_i (mm)	d_i (mm)	θ_i (°)
1	-90	0	0	$\theta-90$
2	90	0	0	$\varphi-90$
3	0	0	d	-90

$$H_c = H_m + \frac{x_{1t}}{R_m \cdot \sin(V_m)} + \frac{x_{4t}}{\sin(V_m)} + \frac{x_5}{\tan(V_m)} + x_{6x} \cdot \cos(H_m) - x_{6y} \cdot \sin(H_m) + x_{9a} \cdot \sin(2 \cdot H_m) + x_{9b} \cdot \cos(2 \cdot H_m) \tag{2}$$

$$V_c = V_m - \frac{x_{1m}}{R_m} + \frac{x_2 \cdot \cos(V_m)}{R_m} + x_3 + x_{7n} \cdot \cos(V_m) - x_{7z} \cdot \sin(V_m) + x_{10a} \cdot \sin(2 \cdot V_m) + x_{10b} \cdot \cos(2 \cdot V_m) \tag{3}$$

Table 1 shows the meaning of each parameter.

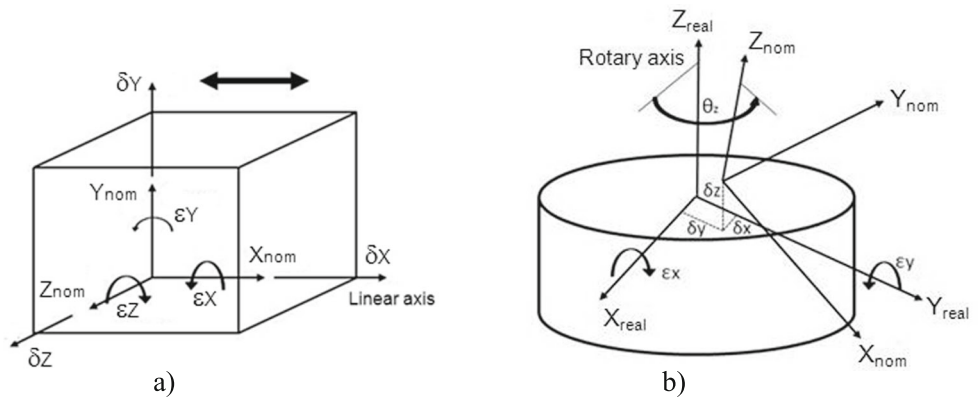
3.2 Kinematic model based on D-H

The kinematic model developed models the coordinate transformation matrices between successive reference systems considering rotation errors [31] and will allow us to perform the calibration procedure in an easy and fast way without needing specialist equipment. This model is based on Denavit-Hartenberg (D-H) [20] method and models the joints with four parameters, d_i , a_i , θ_i and α_i . The first two parameters correspond to the lengths of the links between successive reference systems, and the other two are rotation angles of one system regarding the other. The D-H model establishes four successive transformations to relate the i frame to the $i-1$ frame. These four transformations give the homogenous matrix presented by Eq. 4.

$${}^{i-1}A = T_{z,d} \cdot R_{z,\theta} \cdot T_{x,a} \cdot R_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \cdot \sin\theta_i & \sin\alpha_i \cdot \sin\theta_i & a_i \cdot \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cdot \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cdot \cos\theta_i & a_i \cdot \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

The LT model developed obtains the reflector location (reference system 3) with respect to the origin of the LT (reference system 0) in terms of θ , φ and d (see Eq. 5). Figure 2 shows the reference systems used, and Table 2 gives the initial D-H parameters used.

Fig. 3 Errors: **a** in a single axis linear motion and **b** about an axis of rotation



$${}^0T_3 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 \tag{5}$$

The definition of the kinematic model will determine the nature and number of necessary parameters and will allow the accuracy of the system to be improved.

The kinematic errors have been modelled in this paper, and the optical errors have been considered in the last kinematic chain as searching for collecting their influence through the kinematic parameters of the last link in the chain rather than explicitly model them.

It is not an easy task to obtain a suitable model that ensures the optimal accuracy of the system. Moreover, it is very difficult to obtain a generalizable model.

The model developed considers that linear axes present linear and angular errors identified with parameters \$\delta_x, \delta_y, \delta_z, \epsilon_x, \epsilon_y\$ and \$\epsilon_z\$. The errors associated with the motion appear about and along the reference coordinate system's axes, as shown in Fig. 3a, and are given by three rotational (\$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z\$) and three translational (\$\delta_x, \delta_y, \delta_z\$), thus resulting in Eq. (6). If there were no errors, a body would rotate about its axis of rotation. However, when there are errors, the axis of rotation revolves around an axis of the reference coordinate frame with radial errors \$\delta_X\$ and \$\delta_Y\$, an axial error \$\delta_Z\$, and tilt errors \$\epsilon_X\$ and \$\epsilon_Y\$ as shown in Fig. 3b, thus resulting in Eq. (7). This equation considers that these errors may be a function of the rotation angle \$\theta_z\$.

$$E_T = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_Z & \epsilon_Y & \delta_X \\ \epsilon_Z & 1 & -\epsilon_X & \delta_Y \\ -\epsilon_Y & \epsilon_X & 1 & \delta_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Table 3 Error parameters

	θ		φ		d	
X	$\epsilon_{X\theta}$	$\delta_{X\theta}$	$\epsilon_{X\varphi}$	$\delta_{X\varphi}$	ϵ_{Xd}	δ_{Xd}
Y	$\epsilon_{Y\theta}$	$\delta_{Y\theta}$	$\epsilon_{Y\varphi}$	$\delta_{Y\varphi}$	ϵ_{Yd}	δ_{Yd}
Z	$\epsilon_{Z\theta}$	$\delta_{Z\theta}$	$\epsilon_{Z\varphi}$	$\delta_{Z\varphi}$	ϵ_{Zd}	δ_{Zd}

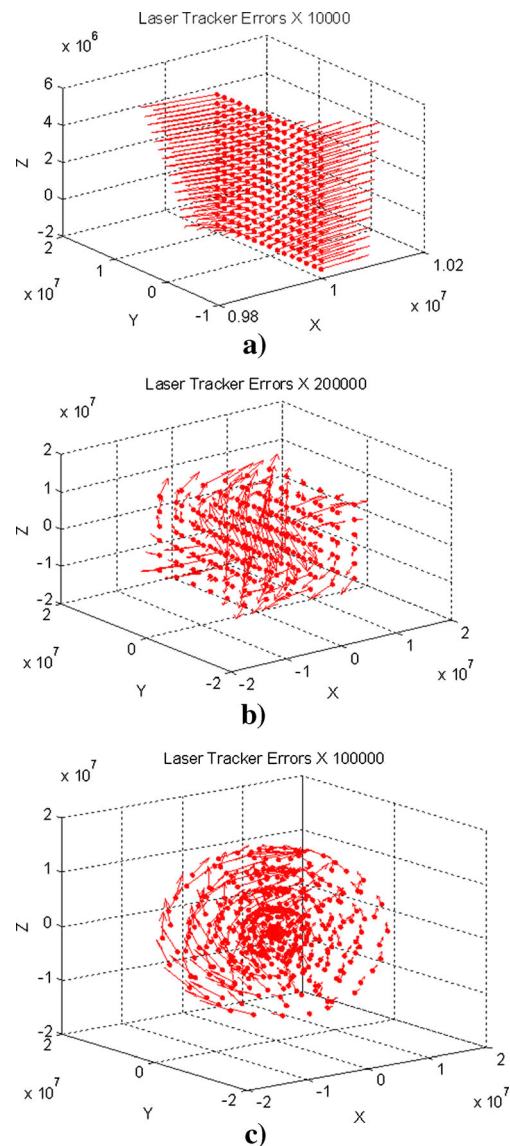


Fig. 4 Meshes used in the generation of data. **a** Plane mesh (2-D). **b** Cubic mesh (3-D). **c** Spherical mesh (3-D)

$$E_R = \begin{bmatrix} \cos\varepsilon_Y \cdot \cos\theta_Z & -\cos\varepsilon_Y \cdot \sin\theta_Z & \sin\varepsilon_Y & \delta_X \\ \cos\varepsilon_X \cdot \sin\theta_Z + \sin\varepsilon_X \cdot \sin\varepsilon_Y \cdot \cos\theta_Z & \cos\varepsilon_X \cdot \cos\theta_Z - \sin\varepsilon_X \cdot \sin\varepsilon_Y \cdot \sin\theta_Z & -\sin\varepsilon_X \cdot \cos\varepsilon_Y & \delta_Y \\ \sin\varepsilon_X \cdot \sin\theta_Z - \cos\varepsilon_X \cdot \sin\varepsilon_Y \cdot \cos\theta_Z & \sin\varepsilon_X \cdot \cos\theta_Z + \cos\varepsilon_X \cdot \sin\varepsilon_Y \cdot \sin\theta_Z & \cos\varepsilon_X \cdot \cos\varepsilon_Y & \delta_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

This type of problems can be solved using different approaches. One of them is to model a transformation of the nominal reference system to the reference system having errors using the nominal values. And then, the error is added (as shown by Eq. (8)). We give initial values to the D-H parameters (nominal values), and these values are not changed in the optimization procedure. The parameters that are identified are the error parameters. Moreover, these error parameters depend on the joint variable.

By introducing error matrices in Eq. 5, we obtain the LT model, as shown by Eq. 8:

$${}^0T_3 = {}^0A_1 \cdot {}^0E_{R_1} \cdot {}^1A_2 \cdot {}^1E_{R_2} \cdot {}^2A_3 \cdot {}^2E_{T_3} \tag{8}$$

Some approximations consider the error angle in the own angle, as shown by Eqs. (6) and (7). Other approximations consider the error angle separated from the angle. We have followed the last approximation substituting θ_z by $(\theta_z + \varepsilon_z)$.

Table 3 shows the 18 error parameters, given by the components X , Y and Z of the error parameters δ and ε for the azimuth angle, θ , elevation angle, φ , and distance, d . These parameters vary depending on the type of joint.

Linear joint error behaviour depends on distance d , and it can be modelled considering a second-order polynomial because the variation of this type of error is smooth in its

working range. Moreover, these errors are functions of the rotation angle in rotary joints and can be expressed by using periodic functions. The second harmonic has been considered because the rotation can present periodic influences with more than a period in each lap. When performing calibration procedure, we can observe that the two first harmonics improve the results considerably. However, the improvement when considering the third harmonic is negligible in comparison with the others and increases the optimization computational cost. For this reason, we have considered that it is not necessary to take into account the third harmonic. These errors are described by Eqs. from 9 to 14, resulting in 78 error parameters. ε_i and δ_i are error parameters for the coordinates X , Y and Z .

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} \cdot d + \varepsilon_{i3} \cdot d^2 \tag{9}$$

$$\delta_i = \delta_{i1} + \delta_{i2} \cdot d + \delta_{i3} \cdot d^2 \tag{10}$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} \cdot \sin(\theta + \varepsilon_{i3}) + \varepsilon_{i4} \cdot \sin(2 \cdot \theta + \varepsilon_{i5}) \tag{11}$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} \cdot \sin(\varphi + \varepsilon_{i3}) + \varepsilon_{i4} \cdot \sin(2 \cdot \varphi + \varepsilon_{i5}) \tag{12}$$

Fig. 5 Calibration procedure: initial and residual error

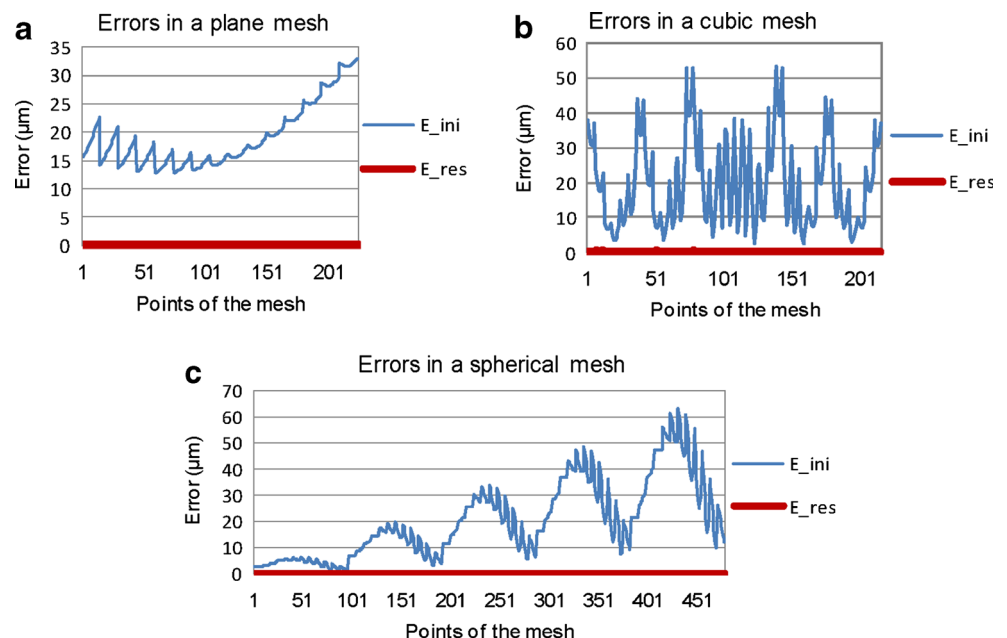


Table 4 Calibration errors of the kinematic model

		Initial error (μm)	Residual error (μm)
Plane mesh	Maximum	33.07	6.88×10^{-4}
	Average	19.13	1.94×10^{-4}
Cubic mesh	Maximum	53.24	0.51
	Average	19.84	0.09
Spherical mesh	Maximum	63.24	1.1×10^{-3}
	Average	20.20	1.9×10^{-4}

$$\delta_i = \delta_{i1} + \delta_{i2} \cdot \sin(\theta + \delta_{i3}) + \delta_{i4} \cdot \sin(2 \cdot \theta + \delta_{i5}) \quad (13)$$

$$\delta_i = \delta_{i1} + \delta_{i2} \cdot \sin(\varphi + \delta_{i3}) + \delta_{i4} \cdot \sin(2 \cdot \varphi + \delta_{i5}) \quad (14)$$

4 Kinematic model validation

4.1 Synthetic data validation

The validation allows us to know if the kinematic model has errors and works properly. After formulating the theoretical model error, its behaviour should be tested. The first step consists on checking the model with synthetic data. These data are generated through the kinematic model of the LT following different patterns with known error parameters. Three sets of synthetic data have been generated simulating three spatial shapes, all of them with the same error parameters: $\varepsilon_i = 10 \mu\text{rad}$ and $\delta_i = 10 \mu\text{m}$. The first set shows a mesh of reflectors placed on a wall at regular intervals of X and Z coordinates (plain mesh). The second set corresponds to a set of reflectors placed at regular intervals of X , Y and Z coordinates (cubic mesh). The third one represents a set of reflectors placed at parallel spheres (spherical mesh). Figure 4 shows the three sets of synthetic data and the error for each reflector.

Once the synthetic data with known errors have been generated, the model will correct the three meshes and the result should be the nominal coordinates of every mesh of reflectors. The result of the calibration procedure is shown in Fig. 5. As can be noticed, the residual error after calibration is very close to zero (Table 4). Data have been generated through the model, thus, verifying that the model is working properly.

4.2 Real-data validation

Synthetic data exhibits the expected behaviour, but this does not mean that it can perform the behaviour of real LT. Real data are necessary to validate the model and to verify if the model is able to optimize the system. A set of 17 retro-reflectors have been placed on a CMM table and measured by the CMM with a LT located in five different positions. Figure 6 shows the test set-up.

The CMM measurements can be considered as nominal data, and the LT measurements are the data used to calibrate.

The calibration procedure searches for the optimum values of the error parameter vector. To do this, reflector nominal coordinates are measured by the CMM, obtaining (X_i, Y_i, Z_i) . The reflector Cartesian coordinates (X_m, Y_m, Z_m) are then measured by the LT and transformed to Spherical coordinates $(\theta_m, \varphi_m, d_m)$. The kinematic model provides the Cartesian coordinates that would measure the LT having an error for the value of the parameters $(\varepsilon_i, \delta_i)$ in every iteration. These coordinates are different from the nominal Spherical coordinates because the LT has an error.

The objective function is the sum of the difference of distances between every pair of reflectors measured from every LT position, d_{mij} , and the distances given by the CMM, d_{ii} , as shown by Eq. 15. The calibration procedure minimizes these differences.

Fig. 6 **a** LT and reflector positions. **b** Data acquisition with the CMM and the LT

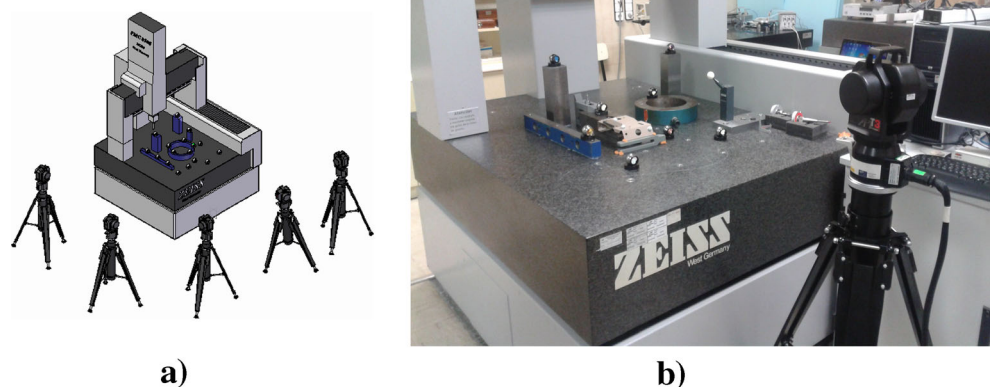
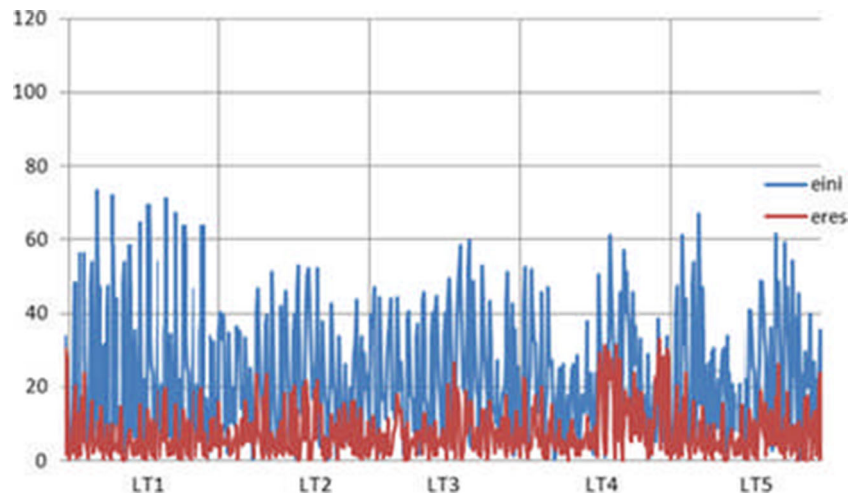


Fig. 7 Errors of the kinematic model before and after calibration. Errors in micrometer



$$\phi = \sum_{i=1}^{C_{n,r}} \sum_{j=1}^{LT} |d_{m_{ij}} - d_{t_i}| \tag{15}$$

The initial, e_{ini} , and residual, e_{res} , distance errors after calibration for the kinematic model are shown in Fig. 7. The errors have been obtained for every LT position (from LT₁ to LT₅), and Table 5 shows the maximum error and the average error before and after calibration. Given the high value with respect to the average dispersion observed for the maximum error, when this data is not considered, maximum values are about 32 μm .

5 Error model comparison

Two different LT error models have been presented: a geometric error model and a kinematic error model. A comparison between both models has been made based on the CMM measurements. Calibration procedures need to be validated using test points not included in the calibration process. Test points are necessary because a calibration made from a mathematical optimization of all available data will be a useful calibration for the data used, but we could not be sure if it is also suitable for other LT measurements. The comparison has been made under several points of view. Seventeen reflectors have been measured using five LT positions. There are two possibilities to choose the check points. First, strategy (a): we have used the data from four LT positions and 17 reflectors to calibrate the LT, and second, strategy (b): we have used the data from five LT positions and 14 reflectors; thus, the distances from the last 3 reflectors to the others will be the check points.

The calibration has been made following the two error models, taking as check points each one of the LT positions separately, and reflectors 1 to 3. The error parameters have been determined through a mathematical optimization following the same procedure as the one explained with the

kinematic model in Sect. 4.2. Tables 6, 7, 8, 9, 10 and 11 show the calibration results with different check points.

As can be seen from the comparison of data from previous tables, both models (kinematic and geometric) present similar results in positions of the LT₂, LT₃ and LT₄, with improvements after calibration between 71 and 80 %. However, in positions 1 and 5 of the LT, the kinematic model is able to improve the error after calibration more than the geometric model. For example, when the position 5 is kept as check position (Table 10), the improvement in position LT₅ is 40.99 % using the kinematic model. However, the improvement is only 9.97 % using the geometric model.

As can be seen in the tables, the initial error in these two LT positions (LT₁ and LT₅) is higher than the initial errors in the other LT positions. A possible explanation for this might be that when the measurement error is low and the error influence is only geometric, both models work properly. However, when initial errors are high, the kinematic model obtains better improvements. Besides, the LT positions affect the calibration procedure and should be chosen so that when measuring the reflectors, the LT angles more sensitive, given by the sensitivity analysis, appeared in the acquisition data procedure. If the LT positions having more sensitive angles are used for test data instead of for calibration, the optimization is not as good as if these LT positions were used for calibration.

Geometric model behaviour depends on the capability of measuring every error independently of the others. These models present an excellent performance in measurements under controlled conditions.

Table 5 Errors of the kinematic model before and after calibration

	Initial error (μm)	Residual error (μm)
Maximum	73.95	60.7
Average	24.2	7.76

Table 6 Calibration results in micrometer: check point LT₁

		LT ₁	LT ₂	LT ₃	LT ₄	LT ₅
Initial error	Maximum	73.59	53.01	59.65	61.32	66.89
	Average	32.25	22.12	23.80	21.23	23.16
Residual error kinematic calibration	Maximum	60.70	15.79	17.21	25.95	9.98
	Average	20.96	4.72	5.72	4.49	2.93
Residual error geometric calibration	Improvement	34.99%	78.68 %	75.96 %	78.85 %	87.36 %
	Maximum	563.31	13.45	17.83	24.77	14.44
	Average	115.47	4.39	5.53	4.36	3.56
	Improvement	-258.08%	80.15 %	76.74 %	79.48 %	84.62 %

The bold entries are the values obtained considering the measurements performed with the LT (laser tracker) of this column as check point

Table 7 Calibration results in micrometer check point LT₂

		LT ₁	LT ₂	LT ₃	LT ₄	LT ₅
Initial error	Maximum	73.59	53.01	59.65	61.32	66.89
	Average	32.25	22.12	23.80	21.23	23.16
Residual error kinematic calibration	Maximum	44.92	20.94	20.08	24.59	17.28
	Average	11.94	6.20	6.47	4.50	3.27
Residual error geometric calibration	Improvement	62.98 %	71.98%	72.81 %	78.80 %	85.90 %
	Maximum	47.75	15.72	17.98	24.54	22.92
	Average	13.65	5.03	6.15	5.10	5.15
	Improvement	57.66 %	77.28%	74.18 %	75.99 %	77.76 %

The bold entries are the values obtained considering the measurements performed with the LT (laser tracker) of this column as check point

Table 8 Calibration results in micrometer: check point LT₃

		LT ₁	LT ₂	LT ₃	LT ₄	LT ₅
Initial error	Maximum	73.59	53.01	59.65	61.32	66.89
	Average	32.25	22.12	23.80	21.23	23.16
Residual error kinematic calibration	Maximum	43.85	16.42	23.95	24.42	15.58
	Average	11.52	5.58	7.56	4.63	3.20
Residual error geometric calibration	Improvement	64.29 %	74.79 %	68.23%	78.18 %	86.18 %
	Maximum	48.21	16.55	20.85	24.58	20.34
	Average	13.76	4.91	6.79	5.01	4.74
	Improvement	57.34 %	77.82 %	71.47%	76.40 %	79.53 %

The bold entries are the values obtained considering the measurements performed with the LT (laser tracker) of this column as check point

Table 9 Calibration results in micrometer: check point LT₄

		LT ₁	LT ₂	LT ₃	LT ₄	LT ₅
Initial error	Maximum	73.59	53.01	59.65	61.32	66.89
	Average	32.25	22.12	23.80	21.23	23.16
Residual error kinematic calibration	Maximum	44.30	15.44	17.47	27.11	18.31
	Average	11.87	5.07	6.15	5.69	3.33
Residual error geometric calibration	Improvement	63.19 %	77.07 %	74.14 %	73.20%	85.62 %
	Maximum	47.55	16.93	19.56	26.16	25.19
	Average	13.53	4.84	6.07	5.74	5.15
	Improvement	58.04 %	78.13 %	74.51 %	72.97%	77.74 %

The bold entries are the values obtained considering the measurements performed with the LT (laser tracker) of this column as check point

Table 10 Calibration results in micrometer: check point LT₅

			LT ₁	LT ₂	LT ₃	LT ₄	LT ₅
The bold entries are the values obtained considering the measurements performed with the LT (laser tracker) of this column as check point	Initial error	Maximum	73.59	53.01	59.65	61.32	66.89
		Average	32.25	22.12	23.80	21.23	23.16
	Residual error kinematic calibration	Maximum	45.09	13.87	17.15	24.96	51.29
		Average	11.83	5.20	6.27	4.95	13.67
		Improvement	63.31 %	76.52 %	73.64 %	76.69 %	40.99%
	Residual error geometric calibration	Maximum	47.01	18.83	19.47	28.07	83.06
		Average	13.32	5.10	5.92	5.09	20.85
		Improvement	58.69 %	76.95 %	75.13 %	76.01 %	9.97%

However, when there are errors that depend on the volumetric area, such as those errors that depend on the rotation angle, the kinematic model presents better improvements because it is able to adapt to the error due to its ability to absorb errors in a volumetric calibration. This result may be explained by the fact that the kinematic model adds a matrix error in every joint, thus considering all the error sources in every rotation. The geometric errors considered in the kinematic model are able to absorb other non-geometric error sources better than the geometric model because it can vary more parameters in

the calibration procedure to improve the model behaviour. The results obtained confirm that the kinematic model developed is able to absorb measurement errors.

Moreover, it is well known that kinematic errors are widely used in volumetric calibration, such as robot calibrations or machine tool calibrations due to their satisfactory results in the volumetric area, allowing us to generalize the kinematic model to the workspace.

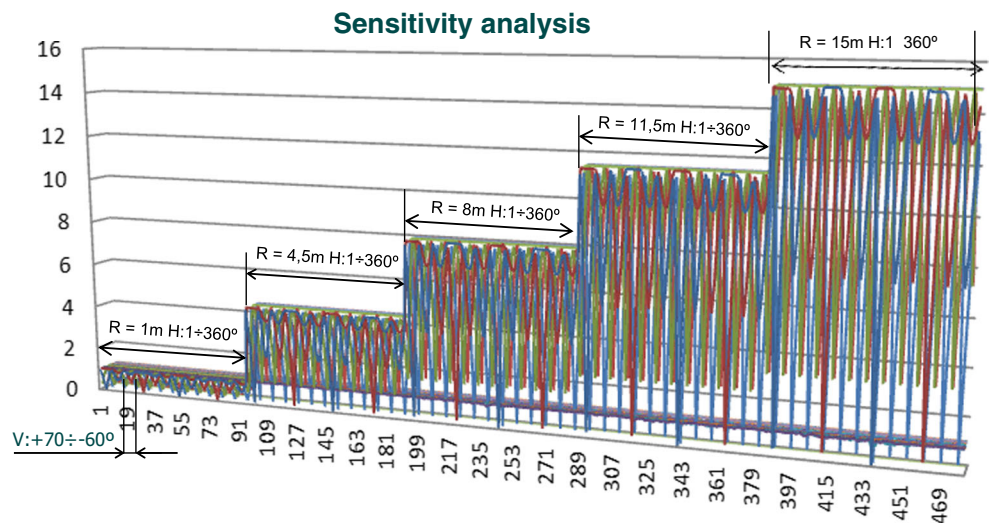
Another finding that can be observed is that calibration provides similar results with both strategies, a) and b), in positions with low initial errors, LT₂, LT₃ and LT₄

Table 11 Calibration results in micrometer: check point reflectors 1–3

			LT ₁	LT ₂	LT ₃	LT ₄	LT ₅	
Initial error	All positions	Maximum	73.59	53.01	59.65	61.32	66.89	
		Average	32.25	22.12	23.80	21.23	23.16	
	Calibration positions	Maximum	73.59	53.01	59.65	61.32	61.42	
		Average	32.72	22.52	24.19	21.23	23.07	
		Check positions	Maximum	72.67	46.87	47.08	52.46	66.89
			Average	31.29	21.32	22.99	21.25	23.34
	Residual error kinematic calibration	All positions	Maximum	45.05	15.33	18.76	25.23	14.55
			Average	12.33	5.48	6.38	5.04	3.44
			Improvement	61.76 %	75.25 %	73.19 %	76.26 %	85.15 %
Calibration positions		Maximum	42.00	15.33	17.18	25.23	14.55	
		Average	11.68	5.47	6.65	5.24	3.33	
		Improvement	64.29 %	75.71 %	72.52 %	75.31 %	85.56 %	
Check positions		Maximum	45.05	14.90	18.76	12.44	10.23	
		Average	13.64	5.49	5.84	4.63	3.66	
		Improvement	56.42%	74.25%	74.62%	78.20%	84.34%	
Residual error geometric calibration	All positions	Maximum	62.15	13.96	18.54	24.31	17.88	
		Average	17.35	4.66	5.86	4.81	4.51	
		Improvement	46.20 %	78.94 %	75.36 %	77.32 %	80.55 %	
	Calibration positions	Maximum	47.31	13.96	18.54	24.31	17.88	
		Average	14.83	4.82	6.09	5.43	4.80	
		Improvement	54.68 %	78.59 %	74.83 %	74.40 %	79.19 %	
	Check positions	Maximum	62.15	10.57	13.62	15.05	10.99	
		Average	22.45	4.33	5.40	3.56	3.91	
		Improvement	28.28%	79.70%	76.50%	83.23%	83.26%	

The bold entries are the results obtained for the check points (in this case, reflectors were kepts as check points instead of LT positions)

Fig. 8 Sensitivity analysis of the length measurement system tests. $H=\theta, V=\varphi, R=d$



positions. However, when initial errors are high (LT₁ and LT₅ positions), results are better if a set of reflector positions is chosen as check points (strategy (b)). For example, the improvement using strategy (b), (Table 11) for LT₁ is 56.42 % for check positions and 64.29 for calibration positions using the kinematic model. However, the improvement using strategy (a) keeping LT₁ as check position (Table 6) is only 34.99 % in check points (LT₁) and between 76 and 87 % in the rest of the LT positions (LT₂,

LT₃, LT₄ and LT₅). Geometric calibration also presents better behaviour using some reflectors as check points.

6 Sensitivity analysis

Further tests will be necessary to be performed in order to obtain the best possible results. The knowledge of the behaviour of

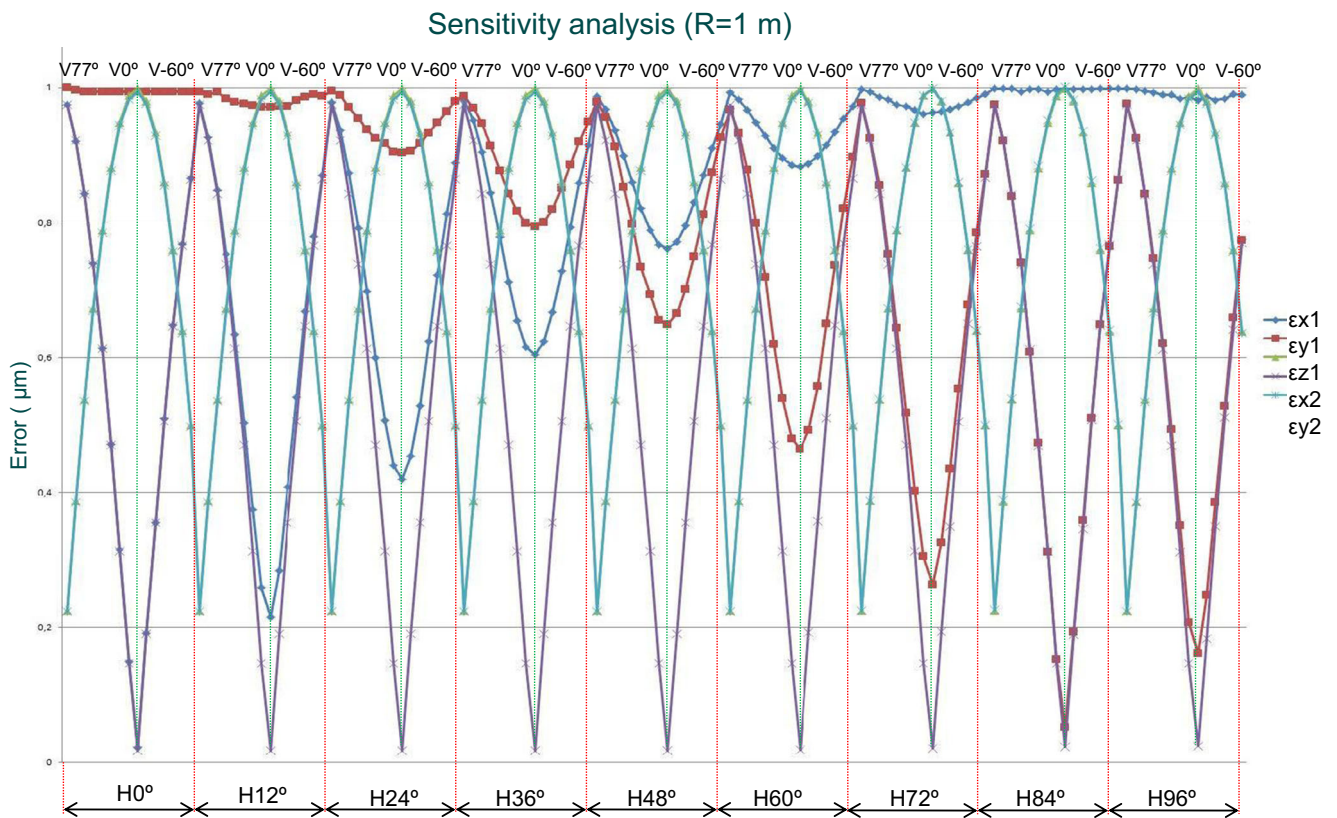


Fig. 9 Errors presenting dependence on d and φ

every single error parameter will be an important data to define the tests.

There are 18 main error parameters. Simulations have been made for every error. Each simulation obtains the error of a spherical mesh of points combined with one of the error parameters. This error has a constant value of 1 μm for linear errors and 1 μrad for angular errors. The results of these simulations are shown in Fig. 8.

This study confirms that the error parameter ε_{ZR} , corresponding to a rotation of the laser beam with respect to an axis in the beam direction, does not affect. Twelve errors (δ_{XH} , δ_{YH} , δ_{ZH} , ε_{ZV} , δ_{XV} , δ_{YV} , δ_{ZV} , ε_{XR} , ε_{YR} , δ_{XR} , δ_{YR} , δ_{ZR}) present a constant error proportional to the error parameter. In addition, five errors depend on both the distance of the LT to the reflectors and the azimuth and elevation angles. The simulation has been carried out considering five areas. As can be seen, in area 1 (corresponding to distance $R=1$ m), the last five parameters vary from 0 to 1 μm , and in area 2, (corresponding to distance $R=4.5$ m), the last five parameters vary from 0 to 4.5 μm , etc. These findings verify that the five parameter values vary from 0 to R $\mu\text{m}/\text{m}$. To study the behaviour of these five parameters, the number of points has been increased, with increments of 9.78° for vertical angles and of 12° for horizontal angles. Figure 9 represents only half period ($\pi/2$) because the error presents a cyclic behaviour, with a cycle π , in the azimuth angle.

This analysis shows that the positions presenting high sensitivity to error parameters are those that correspond to elevation angles with minimum (-60°), zero value (0°) and maximum (77°). Moreover, the errors caused by rotary errors in X and Y of the horizontal angle are also sensitive to this same rotation. Tests should be configured setting up directions in which points are more sensitive to errors.

7 Conclusions

A new LT error model has been presented. This model is based on the kinematic relationships between each pair of the LT joints according to the D-H model. The error parameters considered in this work for this model follow the classical linear and rotational axes error model improved with the dynamic behaviour of the parameters. The model has been validated both with synthetic and real data. Synthetic data have been obtained measuring a set of reflectors with both a CMM and with a LT placed in five positions.

The kinematic model presented in this work has been compared with the geometric error model based on physical errors. As it has been demonstrated, both models present similar behaviour with low initial errors. However, when initial errors are high or when there are errors that depend on

the rotation in a variable way, the kinematic model presents better improvements, because this model adds a matrix error in every joint, considering all the error sources in every rotation. Thus, the kinematic model can vary more parameters in the calibration procedure to improve the model performance and absorb non-geometric source errors. On one side, the geometric model presents an excellent behaviour in measurements under controlled conditions. On the other side, the kinematic model developed is able to absorb measurement errors and presents better behaviour when there are non-geometric source errors.

A sensitivity error test has also been made to define the best set-up for further measurement tests. The analysis indicates that the positions given by minimum, zero and maximum vertical angle present more sensitivity.

Acknowledgments The authors wish to acknowledge the Ministry of Science and Innovation of the Spain Government (MICINN) for the financial support of this work by means of the project IPT-2011-1191-020000: Development of new advanced systems of Dimensional Control in manufacturing processes of high impact sectors (DICON).

References

- Gu Y, Hu J, Jin Y, Zhai C (2012) A smart car for the surface shape measurement of large antenna based on Laser Tracker: 84505P-84505P-6
- Cuyper W, Van Gestel N, Voet A, Kruth J, Mingneau J, Bleys P (2009) Optical measurement techniques for mobile and large-scale dimensional metrology. *Opt Lasers Eng* 47:292–300
- Liu WL, Wang ZK (2010) New method for large-scale dimensional metrology using laser tracker system. *Adv Mater Res* 97:4247–4250
- Ouyang J, Liang Z, Zhang H, Yan Y (2006) Research of measuring accuracy of laser tracker system: 62800T-62800T-6
- Yan B, Wang J, Lu N, Deng W, Dong M, Lou X (2008) Application of laser tracker used in the measuring and the adjusting of the workbench for SAR antenna: 71552M-71552M-8
- Gordon L (2011) Portable laser tracker measures large volumes accurately. *Mach Des* 83:55–55
- Barazzetti L, Giussani A, Roncoroni F, Previtali M (2013) Monitoring structure movement with laser tracking technology: 879106-879106-12
- Śladek J, Ostrowska K, Kohut P, Holak K, Gaska A, Uhl T (2012) Development of a vision based deflection measurement system and its accuracy assessment. *Measurement*
- Santolaria J, Conte J, Ginés M (2013) Laser tracker-based kinematic parameter calibration of industrial robots by improved CPA method and active retroreflector. *Int J Adv Manuf Technol* 66:2087–2106
- Nubiola A, Bonev IA (2012) Absolute calibration of an ABB IRB 1600 robot using a laser tracker. *Robot Comput Integrated Manuf* 29(1):236–245. doi:10.1016/j.rcim.2012.06.004
- Zhu W, Mei B, Ke Y (2014) Kinematic modeling and parameter identification of a new circumferential drilling machine for aircraft assembly. *Int J Adv Manuf Technol* 72(5–8):1143–1158
- Wang Z, Maropolous PG (2013) Real-time error compensation of a three-axis machine tool using a laser tracker. *Int J Adv Manuf Technol* 69:919–933
- Meng G, Tiemin L, Wensheng Y (2003) Calibration method and experiment of Stewart platform using a laser tracker 3:2797–2802

14. Koseki Y, Arai T, Sugimoto K, Takatsuji T, Goto M (1998) Design and accuracy evaluation of high-speed and high precision parallel mechanism, vol 2. IEEE, Leuven, p 1340–1345
15. Santolaria J, Majarena AC, Samper D, Brau A, Velázquez J (2014) Articulated arm coordinate measuring machine calibration by laser tracker multilateration. *Sci World J* 2014:681853-1–681853-11
16. Muralikrishnan B, Lee V, Blackburn C, Sawyer D, Phillips S, Ren W, Hughes B (2013) Assessing ranging errors as a function of azimuth in laser trackers and tracers. *Meas Sci Technol* 24:065201
17. ASME B89.4.19-2006 Standard. Performance evaluation of laser-based spherical coordinate measurement systems www.asme.org
18. Muralikrishnan B, Sawyer D, Blackburn C, Phillips S, Borchardt B, Estler W (2009) ASME B89. 4.19 performance evaluation tests and geometric misalignments in laser trackers. *J Res Ntnl Inst Stand Technol* 114:21–35
19. Loser R, Kyle S (1999) Alignment and field check procedures for the Leica Laser Tracker LTD 500:1–14
20. Denavit J, Hartenberg RS (1955) A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices. *Trans ASME J Appl Mech* 22:215–221
21. Wanli L, Xinghua Q, Yonggang Y (2007) Calibration and error compensation of portable coordinate measuring arm. *Chin J Sci Inst: S1*
22. Santolaria J, Aguilar J, Yaguee J, Pastor J (2008) Kinematic parameter estimation technique for calibration and repeatability improvement of articulated arm coordinate measuring machines. *Precis Eng-J Int Soc Precis Eng Nanotechnol* 32:251–268
23. Nubiola A, Bonev IA (2014) Absolute robot calibration with a single telescoping ballbar. *Precis Eng* 38:472–480
24. Robson S, Ahmadabadian A, Sargeant B, Erfani T, Boehm J (2013) A webcam photogrammetric method for robot calibration
25. Majarena AC, Santolaria J, Samper D, Aguilar JJ (2011) Modelling and calibration of parallel mechanisms using linear optical sensors and a coordinate measuring machine. *Meas Sci Technol* 22:105101-1-12
26. Zhang D, Gosselin CM (2002) Kinetostatic analysis and design optimization of the tricept machine tool family. *J Manuf Sci Eng* 124:725–733
27. Takatsuji T, Goto M, Kirita A, Kurosawa T, Tanimura Y (2000) The relationship between the measurement error and the arrangement of laser trackers in laser trilateration. *Meas Sci Technol* 11:477
28. Zhuang H, Motaghedi SH, Roth ZS, Bai Y (2003) Calibration of multi-beam laser tracking systems. *Robot Comput Integr Manuf* 19: 301–314
29. Aguado S, Santolaria J, Samper D, Aguilar JJ (2013) Study of self-calibration and multilateration in machine tool volumetric verification for laser tracker error reduction. *Proc Inst Mech Eng Pt B: J Eng Manuf*: 0954405413511074
30. Hughes B, Forbes A, Lewis A, Sun W, Veal D, Nasr K (2011) Laser tracker error determination using a network measurement. *Meas Sci Technol* 22:045103
31. Slocum AH (1992) Precision machine design. Prentice Hall, Englewood Cliffs

Calibration strategies of laser trackers based on network measurements

J. Conte¹ · A. C. Majarena¹ · S. Aguado¹ · R. Acero² · J. Santolaria¹

Received: 27 March 2015 / Accepted: 26 July 2015 / Published online: 7 August 2015
© Springer-Verlag London 2015

Abstract Different calibration strategies based on network measurements have been studied to improve the accuracy of a laser tracker having the beam source in the rotating head, thus allows us to determine if nominal distances are needed. Moreover, the minimum gauge needed to ensure a calibration valid result is characterised. First, the laser tracker calibration performance, using only network measurements without any nominal data known, has been studied. Different strategies have then been carried out, using reflector gauges as nominal data in the calibration procedure to determine the more suitable gauge in terms of accuracy and efficiency. The reflectors have been measured from different positions of the laser tracker. The gauge reflectors have been measured too with a coordinate measuring machine for obtaining the nominal data. The objective function to be minimised in the identification parameter procedure has been developed for every strategy for the distance criterion (distances between every pair of reflectors must be constant regardless of the laser tracker position from which they are measured). Then, two criteria, distance criterion and coordinate criterion (the reflector positions measured by the laser tracker are expressed in the same reference system and are then compared), have been used to evaluate the calibration performance. The analysis developed shows the improvement accuracy of every strategy studied.

Keywords Laser tracker · Calibration strategies · Reflector gauge · Network measurements

1 Introduction

Laser trackers are widely used for the verification of large-scale pieces in the aeronautic, spatial, or naval sectors because of their advantages in terms of portability, high speed in data acquisition, wide measurement range in large-scale metrology, accuracy and ability to measure different optical spaces [1, 2].

Laser trackers have been used in different applications such as inspection, large-volume measurements [3], analysis of deformations [4], measurement compensation of geometric errors of machine tools [5–7], and calibration of an industrial robot [8].

However, the LTs present offsets, misalignments caused by mechanical assembly, eccentricities and non-linearities, which generate errors in the measured coordinates, and the end-user cannot know if the LT is working properly [9].

Some length measurement system tests, ranging tests and two-face system tests are described in the ASME B89.4.19 Standard [10] to analyse the behaviour of the LT.

The calibration procedure consists of identifying the geometric parameters in order to improve the measurement model accuracy. This process can be carried out in four steps: determination of the kinematic model by means of non-linear equations, data acquisition, geometric parameter identification and model evaluation.

The kinematic model establishes mathematical relations between actuated joint coordinates of the mechanism and the end-effector pose. This model can be obtained using the Denavit-Hartenberg (D-H) [11] method, which has been widely used in system calibration. For example, different parallel

✉ A. C. Majarena
majarena@unizar.es

J. Conte
jconte@unizar.es

¹ Department of Design and Manufacturing Engineering, Universidad de Zaragoza, María de Luna, 3, 50018 Zaragoza, Spain

² Centro Universitario de la Defensa Zaragoza, Zaragoza, Spain

mechanisms are modelled in [12, 13], a smart robotic arm equipped with a vision system is modelled using homogenous transformation matrices and D-H method representation of reference systems in [14], robot kinematic models are obtained in [15, 16] and an articulated arm coordinate measuring machine is modelled in [17, 18].

The second step is data acquisition. One of the advantages of non-contact measurement instruments is that they can be used when the influence of measurement forces can affect the results.

The third step is to identify the kinematic parameters that provide the optimum value of an objective function, which can be formulated in terms of a non-linear least-squares problem, and it is usually defined as the quadratic difference of the error obtained between the measured value and the value computed for the kinematic model [19]. Another technique is by comparing the joint variables in the objective function, thus comparing distances [20, 21]. The parameter increment is defined for each iteration, and its value will depend on the optimisation method chosen. This problem is usually solved by means of approximation procedures based on least-squares fitting.

One of the problems is that sometimes the end-user cannot afford the equipment needed to perform the tests recommended by the ASME B89.4.19 Standard. Moreover, there are few studies to calibrate a LT. In [22], the authors compare several methods of uncertainty estimation in laser tracker measurements and in [23]; the influence of the measurement uncertainty of a LT on the volumetric verification of a machine tool by multilateration and laser tracker self-calibration is presented.

The performance evaluation of a system can be performed by two different ways:

1. Measuring the points with both the instrument that is going to be evaluated and an instrument or gauge at least one order of magnitude more accurate, whose measurements will be considered as nominal values. The measurements taken with the instrument that is going to be evaluated are compared with the nominal values. This information is usually used in the calibration procedure, thus obtaining the kinematic parameters that optimise the system.
2. Based on a network measurement, a set of targets are placed in fixed locations. The nominal target position is unknown in this case. And, the targets are measured by the instrument placed in different positions.

Networks have been used to calibrate different systems because they present important advantages. They are time efficient when compared with other time-consuming methods, and they do not require specialised equipment to provide the angular rate and multi-position tests.

Networked control systems have been studied because of their advantages in terms of flexibilities in the location [24–27]. However, this control has some disadvantages such as the limited bandwidth or the network-induced delay [28] that has been widely studied in works such as [29]. In [30], authors demonstrated that the position of the network elements has a significant impact on the measurement range and accuracy, and a new method was developed to optimise the network layouts in order to improve the measurement accuracy.

Nowadays, the applications of networks are increasing considerably. In [31], a cosmic ray probe was calibrated using three parameterisation methods to estimate soil water content from fast neutron. The three methods were compared individually to independent measurements of two distributed soil water content sensor networks. In [32], anchor-free time of arrival network calibration was used in radio, radio strength and sound applications, such as calibrating ad hoc microphone arrays. Two accelerators were calibrated using network analysis in [33]. An artificial neural network and an extended Kalman filter algorithm were used in [34] to calibrate and improve the robot accuracy. In [35], a methodology to calibrate an outdoor, non-overlapped, distributed camera network was presented. In [36], the parameters of gyros and accelerometer models were well estimated in a short time. The authors developed a neural network and particle swarm optimisation algorithm for robot sense calibration in [37]. In [38], a self-calibration method based on a network of signalised points is presented for a terrestrial laser scanner.

Network measurements consist of placing the objects of a mesh to be measured in fixed arbitrary positions where the nominal coordinates of every object is unknown. Every object of the network mesh is measured with the instrument to be calibrated, placing the instrument in different positions. We defined $d_{k,l}^i$ as the distance between objects k and l calculated from measurements obtained with the instrument in position i . For different objects placed arbitrarily, measured with the instrument from k positions (with k from 1 to 5), the distance d between the same two objects must be the same. For example, if we study objects 1 and 2, d_{1-2} must be the same measured with the instrument placed in positions from 1 to 5.

$$d_{1-2}^1 = d_{1-2}^2 = d_{1-2}^3 = d_{1-2}^4 = d_{1-2}^5$$

Thus, the information we can obtain without knowing the nominal coordinates of the different objects that form the network mesh is that the distances between every pair of objects must be the same measured from different positions of the instrument.

The LT performance can be validated using network measurements. However, they cannot calibrate the LT because the optimisation procedure cannot provide good enough results

without nominal values, so a gauge with known distances must be included into the measured network. To perform suitable tests is a difficult task.

Other calibration approaches presented in specialised literature that use a mesh, distribute reflectors in a mesh using a certain criterion known. However, in this paper, we use a random mesh. This is a way to improve the accuracy of the system when the position of the object to be measure is unknown and only the nominal distances are known.

In a large mesh with unknown points, we have no information about which is the best strategy to calibrate a LT.

The aim of this work is to search for the criteria to perform later an assay using a large mesh. This procedure will allow us to know the best way to calibrate a LT from an unknown mesh. In this paper, we reproduce this test in a minor scale, verifying the procedure with a coordinate measuring machine (CMM). Thus, we have studied what happens using different strategies with no gauge and gauges with different number of reflectors based on network measurements, determining the most suitable gauge to improve the laser tracker accuracy. To do this, the calibration is performed measuring a set of fixed reflectors and different strategies are carried out using different gauges, thus obtaining the quantity of nominal points needed in terms of accuracy and efficiency. This methodology allows us to perform calibrations without needing specialised equipment.

2 Kinematic model of the laser tracker

LT is a portable, large-scale measuring instrument based on a beam to perform accurate measurements in a spherical volume.

The LT directs the laser beam to a reflector of mirrors. The laser beam is then projected again to the LT from this reflector. The light pulses determine the distance between the LT and the reflector. Moreover, the horizontal and vertical angles formed between them are determined too. Thus, the exact position (x, y, z) of the reflector can be determined from one distance and two angles. The reflector consists of three symmetrically positioned mirrors together. This arrangement allows the LT to recognise any movement of the reflector. If some movement occurs, the head of the LT, with the help of high sensitivity servomotors, is guided again towards the reflector. Thus, the displacement of the reflector is registered. This procedure

allows us to measure azimuth and elevation angles by means of a beam-steering mirror using optical encoders and relative distances by means of a laser interferometer. The target position is given in spherical coordinates (θ azimuth angle; φ elevation angle; d radial distance).

The kinematic model of the laser tracker having the beam source in the rotating head was developed in [39]. This work obtained the kinematic model of the LT by using the Denavit-Hartenberg (D-H) [11] method, which models the joints with four parameters, d_i, a_i, θ_i and α_i and establishes four successive transformations to relate the i frame to the $i-1$ frame. These four transformations give the homogenous matrix presented by Eq. 1.

$${}^{i-1}A_i = T_{z,d} \cdot R_{z,\theta} \cdot T_{x,a} \cdot R_{x,\alpha}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \cdot \sin\theta_i & \sin\alpha_i \cdot \sin\theta_i & a_i \cdot \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cdot \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cdot \cos\theta_i & a_i \cdot \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

The kinematic model consists of two rotary joints and a linear axis. Equation 2 and Fig. 1 shows the kinematic model obtained for the laser tracker and the reference systems used, respectively, and Table 1 provides the initial D-H parameters used.

$${}^0T_3 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 \tag{2}$$

Equation 3 considers that linear axes present linear and angular errors identified with parameters $\delta_x, \delta_y, \delta_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y$ and ε_z [40].

Equation 4 takes into account that the axis of rotation revolves around an axis of the reference coordinate frame with radial errors δ_X and δ_Y , an axial error δ_Z , and tilt errors ε_X and ε_Y [40].

$$E_T = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_Z & \varepsilon_Y & \delta_X \\ \varepsilon_Z & 1 & -\varepsilon_X & \delta_Y \\ -\varepsilon_Y & \varepsilon_X & 1 & \delta_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$E_R = \begin{bmatrix} \cos\varepsilon_Y \cdot \cos\theta_Z & -\cos\varepsilon_Y \cdot \sin\theta_Z & \sin\varepsilon_Y & \delta_X \\ \cos\varepsilon_X \cdot \sin\theta_Z + \sin\varepsilon_X \cdot \sin\varepsilon_Y \cdot \cos\theta_Z & \cos\varepsilon_X \cdot \cos\theta_Z - \sin\varepsilon_X \cdot \sin\varepsilon_Y \cdot \sin\theta_Z & -\sin\varepsilon_X \cdot \cos\varepsilon_Y & \delta_Y \\ \sin\varepsilon_X \cdot \sin\theta_Z - \cos\varepsilon_X \cdot \sin\varepsilon_Y \cdot \cos\theta_Z & \sin\varepsilon_X \cdot \cos\theta_Z + \cos\varepsilon_X \cdot \sin\varepsilon_Y \cdot \sin\theta_Z & \cos\varepsilon_X \cdot \cos\varepsilon_Y & \delta_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

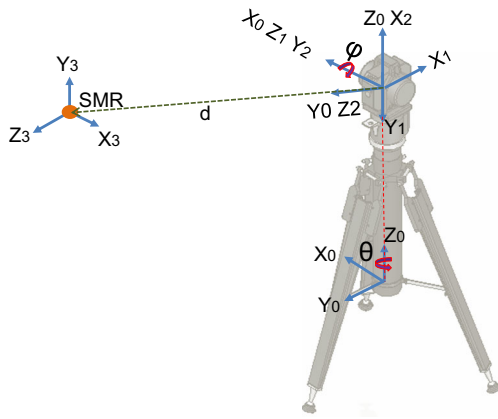


Fig. 1 Reference systems used in the LT modelling

Adding the matrices shown by Eqs. 3 and 4 in Eq. 2, we obtain the kinematic model of the LT (Eq. 5):

$${}^0T_3 = {}^0A_1 \cdot {}^0E_{R_1} \cdot {}^1A_2 \cdot {}^1E_{R_2} \cdot {}^2A_3 \cdot {}^2E_{R_3} \tag{5}$$

To consider that the angle error is separated from the angle itself, θ_z has been substituted by $(\theta_z + \varepsilon_z)$. In our case, ε_z is considered as a term that does not depend on the angle.

3 Calibration strategies comparison

In a real situation, when we apply the calibration method to a set of reflectors measured from different LT locations, the real reflector positions will be unknown, so there will be no nominal data to compare with LT measurements prior and after calibration. The aim of this section is to find the optimum calibration procedure. Different tests have been carried out to establish the best calibration conditions. The balance between LT accuracy improvement, amount of nominal data needed and computational resources used in the optimisation will give us the best calibration conditions.

To do this, 17 spherical mounted reflectors (SMR) positions have been measured with a LT from five different positions.

The calibration has been performed using the criterion of distances between every pair of reflectors.

Two criteria have been followed to evaluate the calibration procedure behaviour: (a) distances between every pair of

Table 1 D-H parameters

i	d_i (mm)	a_i (mm)	θ_i (°)	α_i (°)
1	0	0	$\theta - 90$	-90
2	0	0	$\varphi - 90$	90
3	d	0	-90	0

reflectors and (b) coordinates of every reflector. For every criterion, the calibration procedure has been evaluated first, without any nominal data or gauge, and then, adding different gauges. The gauges have been measured with a CMM, thus obtaining nominal data. Finally, after calibration procedure, to evaluate these strategies, all the SMRs have been measured with a CMM and both CMM measurements and LT measurements have been compared.

The CMM has a nominal accuracy according to its calibration certificate of 2 μm . We have considered that the CMM nominal uncertainty is much lower than the LT uncertainty. The LT made two hundred captures by point. Nine points were measured using the CMM as a gauge to obtain the nominal centre of every reflector, and this task was performed ten times automatically. Table 2 shows the standard deviation of every coordinate for the 17 reflectors used measured by the CMM.

Figure 2 shows the 17 SMRs placed on a CMM and the five LT locations used in the data acquisition procedure.

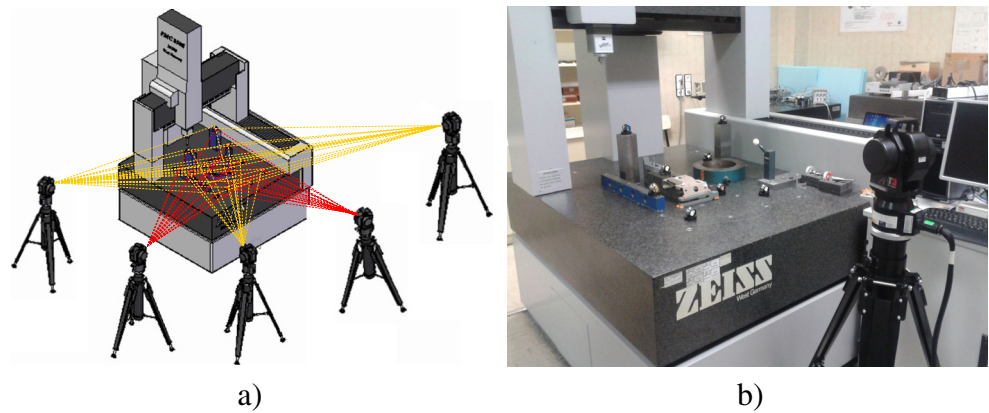
3.1 Distance criterion

Distances between every pair of reflectors must be constant regardless of the LT position from which they are measured, so the difference between such distances should be as small as possible. The optimisation criterion used is the minimisation of the objective function given by the difference between these distances.

Table 2 Standard deviation by coordinate (μm)

	x	y	z
Reflector 1	1.97	1.44	1.32
Reflector 2	2.42	2.72	2.85
Reflector 3	2.40	2.83	1.69
Reflector 4	2.28	2.15	0.93
Reflector 5	2.73	2.43	0.75
Reflector 6	2.52	2.97	0.84
Reflector 7	2.47	2.37	2.57
Reflector 8	1.76	1.27	1.01
Reflector 9	0.73	1.73	1.33
Reflector 10	2.72	2.02	0.51
Reflector 11	2.27	2.81	1.41
Reflector 12	1.35	2.63	0.82
Reflector 13	2.94	2.60	1.97
Reflector 14	2.06	2.56	1.03
Reflector 15	2.14	2.18	1.00
Reflector 16	2.45	2.80	1.04
Reflector 17	2.00	1.90	1.35

Fig. 2 Experimental measurements: **a** LT locations, **b** SMR locations



3.1.1 No gauge is used (a.1)

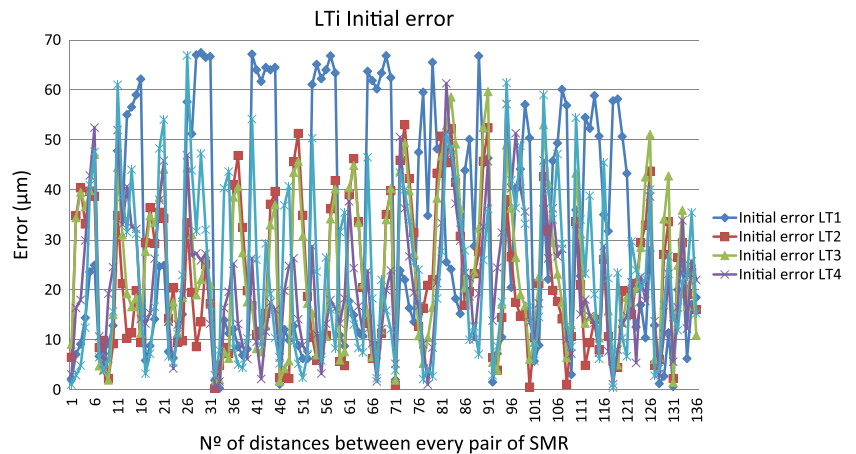
The first test performed only used the measurements of the 17 SMR without any nominal data in the calibration procedure. The objective function to minimise for n reflectors and m LT locations will be the sum of distance from point k to point l , measured from LT position i minus distance from point k to point l measured from LT position j (see Eq. 6):

$$f = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{l=k+1}^n |d_{kl}^i - d_{kl}^j| \quad (6)$$

Being d_{kl}^i the distance from reflector k to reflector l measured by LT at location i .

Once the calibration procedure has been performed, this procedure is evaluated comparing the distances between every pair of reflectors measured with the CMM and the same distances measured with the LT from every LT position. Figure 3 shows the initial errors and Fig. 4 the residual errors after the optimisation procedure.

Fig. 3 Initial errors from measured points (distance criterion)



Residual errors are homogeneous for the five LT locations. However, they are higher than initial ones. The results of the calibration evaluation show that quality parameters worsen the initial ones. The initial error has an average of 24.43 μm and a maximum of 67.43 μm , and the error after calibration has an average of 43.38 μm with a maximum of 125.04 μm .

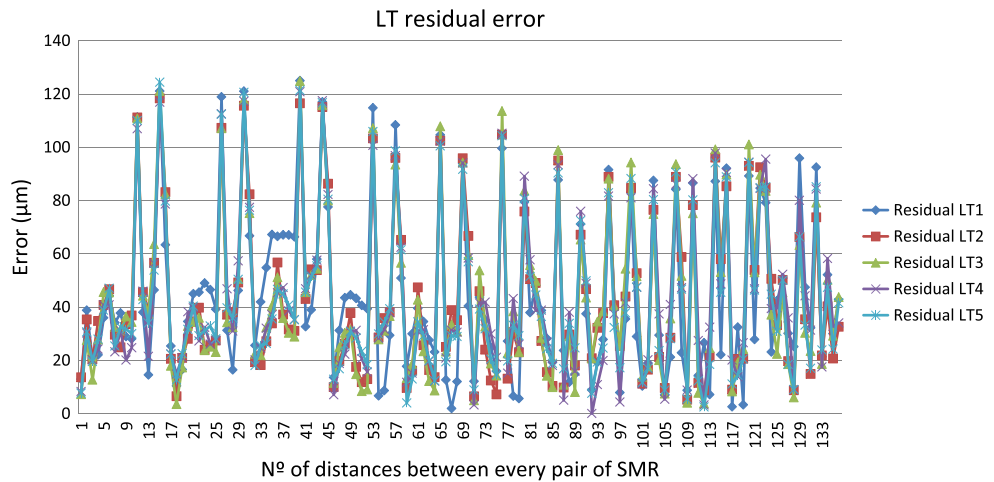
This result may be explained by the fact that the distances between reflectors were initially different and after calibration are similar, but they have not converged to the nominal ones. For this reason, we need further optimisation restrictions, such as to use some nominal data in the calibration procedure to improve the system accuracy.

The following strategies try to find the most suitable gauge, obtaining the quantity of nominal points needed in terms of accuracy and efficiency. Different reflector gauges with known distances have been taking into account in the function to be minimised.

3.1.2 Three-reflector gauge (a.2)

A gauge consisting of three reflectors has been used in this test. The three first reflectors measured of the network have been used, and the nominal distances between them, measured

Fig. 4 Residual errors after calibration (distance criterion)



by the CMM, have been considered as nominal values. The function to be minimised becomes as follows (see Eq. 7):

$$f = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \sum_{k=4}^{n-1} \sum_{l=k+1}^n |d_{kl}^i - d_{kl}^j| \tag{7}$$

$$+ \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^2 \sum_{l=k+1}^3 |d_{kl}^i - d_{kl}^{CMM}|$$

Being d_{kl}^{CMM} the distance from reflector k to reflector l measured by the CMM.

This new function improves the calibration result, but the LT accuracy is still below the initial LT accuracy. This result can be explained by the fact that with the nominal data from three reflectors, every point is related with the others two with only two distances, that is, this point is located in the intersection of two spheres with centre the other points and radius the distance. The intersection is not completely defined because the intersection of two spheres is a circumference (not a unique point). The optimisation result can be every point belonging to the circumference, so there are not enough constraints and there is a degree of freedom. To locate a point in the space, three distances are needed. In this case, there are two solutions that can be discriminated by the solution sign. The use of four reflectors in the gauge would fix the mesh.

3.1.3 Four-reflector gauge (a.3)

The objective function obtained using 4 reflectors can be seen in Eq. 8:

$$f = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \sum_{k=5}^{n-1} \sum_{l=k+1}^n |d_{kl}^i - d_{kl}^j| \tag{8}$$

$$+ \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^3 \sum_{l=k+1}^4 |d_{kl}^i - d_{kl}^{CMM}|$$

In Eqs. 7 and 8, distances between gauge reflectors have been considered only in the last term of these equations. The first term takes into account the reflectors from 5 to 17, without considering those reflectors chosen for the gauge. The average errors obtained with this calibration strategy are between 11.53 and 20.25 μm .

3.1.4 Four-reflector gauge+ gauge distances (a.4)

This strategy uses four reflectors, like strategy a.3, but in this case, the distances between the reflectors belonging to the gauge have been added too in the first term of the objective function, thus obtaining Eq. 9:

$$f = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{l=k+1}^n |d_{kl}^i - d_{kl}^j| \tag{9}$$

$$+ \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^3 \sum_{l=k+1}^4 |d_{kl}^i - d_{kl}^{CMM}|$$

This calibration procedure provides average errors between 7.07 and 14.31 μm .

Table 3 shows the error values measured by the LT (in comparison with nominal values from the CMM) and the optimisation results using different calibration strategies (without gauge, and with gauges of 3, 4, 5 and 6 reflectors). It can be noticed that using four reflectors, LT accuracy is better than the initial LT accuracy. Moreover, strategy a.4 shows better results than strategy a.3. These findings can be explained because strategy a.4 uses redundant data.

Tests have been performed too with gauges having five and six reflectors to find the optimum amount of reflectors. Tests performed show that by adding more reflectors in the gauge, the LT accuracy goes on increasing but this improvement is negligible. A smaller gauge will require less computational resources and will be easier to measure, while a larger gauge will offer better calibration results although computing will be slower.

Table 3 Calibration strategy performance by using the distance criterion

		SMR distance error (μm)						Improvement
		LT1	LT2	LT3	LT4	LT5	LT1–5	
Measured	Average	31.52	22.12	23.80	21.23	23.16	24.43	
	Maximum	67.43	53.01	59.65	61.32	66.89	67.43	
Strategy a.1 No gauge	Average	43.93	43.05	43.12	43.90	42.93	43.38	-77.56 %
	Maximum	125.04	118.32	124.83	120.83	124.41	125.04	
Strategy a.2 Three-Reflector gauge	Average	33.25	28.05	29.50	28.68	27.72	29.44	-20.11 %
	Maximum	139.78	121.50	128.22	117.39	125.56	139.78	
Strategy a.3 Four-reflector gauge	Average	20.25	11.53	13.54	13.67	14.09	14.62	40.37 %
	Maximum	78.52	40.41	49.44	44.14	45.94	78.52	
Strategy a.4 Four-Reflector gauge+gauge distances	Average	14.31	7.79	9.16	7.42	7.07	9.15	62.67 %
	Maximum	45.73	25.06	30.76	36.83	28.06	45.73	
Five-reflector gauge+gauge distances	Average	14.50	8.19	8.88	6.49	7.54	9.12	62.79 %
	Maximum	48.78	27.57	31.48	27.49	24.12	48.78	
Six-reflector gauge+gauge distances	Average	13.75	7.45	7.86	5.90	6.10	8.21	66.51 %
	Maximum	47.52	23.36	29.36	23.29	28.56	47.52	

More suitable strategy selected in bold

The general equation obtained for gauges with p reflectors when the distances between gauge reflectors have been considered only in the last term is given by Eq. 10:

$$f = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \sum_{k=p+1}^{n-1} \sum_{l=k+1}^n |d_{kl}^i - d_{kl}^j| \quad (10)$$

$$+ \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{p-1} \sum_{l=k+1}^p |d_{kl}^i - d_{kl}^{CMM}|$$

And, the general equation obtained for gauges with p reflectors when the distances between the reflectors belonging to the gauge have been added too in the first term of the objective function is given by Eq. 11:

$$f = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{l=k+1}^n |d_{kl}^i - d_{kl}^j| \quad (11)$$

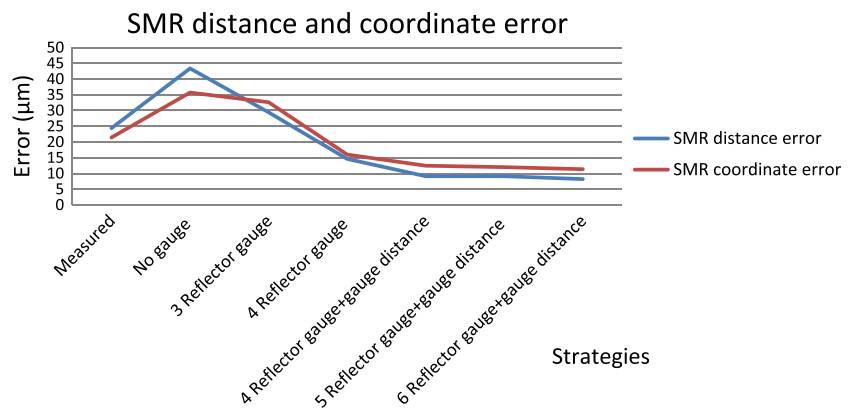
$$+ \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{p-1} \sum_{l=k+1}^p |d_{kl}^i - d_{kl}^{CMM}|$$

Table 4 Calibration strategy performance by using the coordinate criterion

		SMR coordinate error (μm)						Improvement
		LT1	LT2	LT3	LT4	LT5	LT1–5	
Measured	Average	31.99	18.73	20.07	16.56	19.78	21.43	
	Maximum	46.01	28.65	32.60	32.65	42.06	46.01	
No gauge	Average	38.37	34.61	35.61	35.49	34.67	35.75	-66.82 %
	Maximum	96.62	94.23	97.92	92.76	91.85	97.92	
Three-reflector gauge	Average	36.67	31.40	32.82	31.07	31.39	32.67	-52.46 %
	Maximum	105.97	104.15	108.41	100.92	101.58	108.41	
Four-reflector gauge	Average	24.91	12.54	13.82	13.57	15.11	15.99	25.38 %
	Maximum	52.28	26.21	31.11	33.91	40.02	52.28	
Four-reflector gauge+gauge distances	Average	20.26	10.25	11.78	9.80	10.28	12.47	41.79 %
	Maximum	33.07	17.14	22.20	22.53	23.10	33.07	
Five-reflector gauge+gauge distances	Average	19.80	10.12	10.99	8.97	10.07	11.99	44.05 %
	Maximum	34.68	20.70	19.00	21.56	20.22	34.68	
Six-reflector gauge+gauge distances	Average	19.36	9.74	10.57	8.39	8.68	11.35	47.05 %
	Maximum	34.69	20.91	19.94	19.87	23.65	34.69	

More suitable strategy selected in bold

Fig. 5 Strategy comparison for both distance and coordinate criteria



3.2 Coordinate criterion

As the optimisation and the validation criteria are the same, we need another validation criterion. Reflectors’ positions must be the same regardless the LT position, so we can compare the reflector positions measured by the LT from different locations (instead of comparing distances) before and after calibration. In order to compare these LT measurements, all of them must be expressed in the same reference coordinate system. The LT measurements have been transformed from its own coordinate system to the coordinate system of the CMM. To do this, the transformation matrices between each LT reference system and the CMM reference system have been calculated. This process follows the methodology of absolute orientations to calculate the conversion frame matrix based on the use of quaternions [41]. The LT measurements can then be expressed in the CMM coordinate system.

The equation used to validate the calibration procedure for *n* reflectors and *m* LT locations is given by Eq. 12:

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sqrt{(x_j^i - x_j^{CMM})^2 + (y_j^i - y_j^{CMM})^2 + (z_j^i - z_j^{CMM})^2} \tag{12}$$

Being x_j^i the *x* coordinate of reflector *j* measured form LT location *i* and x_j^{CMM} the *x* coordinate of reflector *j* measured by the CMM.

Table 5 LT errors (µm)

LT positions	Distance error				Improvement
	Initial error	Average	Residual error	Average	
2, 3, 4, 5, 6	83.3	24.0	64.4	10.4	56.6 %
3, 4, 5, 6, 7	87.3	26.8	65.8	13.9	47.9 %
2, 4, 6, 8, 10	83.3	26.5	61.7	11.2	57.7 %
1, 3, 5, 7, 9	109.5	29.3	64.9	13.6	53.5 %

Table 4 shows the results obtained by different calibration strategies by using the coordinate criterion.

The second quality parameter confirms that the accuracy gets worse after calibration when no gauge is used, with an initial average error of 21.43 µm and a maximum of 46.10 µm, opposite to a residual average error of 35.75 µm and a maximum of 97.92 µm after the calibration procedure.

Figure 5 compares the results obtained with both distance and coordinate criteria. It can be observed that the trend is very similar in both cases. Moreover, with nominal data, the distance criterion presents better behaviour than the coordinate criterion.

The next step is to verify if the errors obtained under different conditions are similar that the values obtained in the calibration performed to analyse the reproducibility of the calibration technique. To do this, several tests varying the LT positions have been performed. LT measurements have been made from ten LT positions, so it is possible to repeat the calibration procedure with different LT data. LT positions have been numbered from 1 to 10 and four extra combinations of five LT positions have been selected to check the reproducibility of the calibration procedure. Tables 5 and 6 show the calibration results calculated from the new LT sets of positions considered. The calibration error is within these settings. Table 5 has been obtained using the distance error criterion and Table 6 using the coordinate error criterion.

Table 6 LT errors (µm)

LT positions	Coordinates error				
	Initial error		Residual error		Improvement
	Maximum	Average	Maximum	Average	
2, 3, 4, 5, 6	53.6	21.1	36.8	11.8	44.0 %
3, 4, 5, 6, 7	54.2	24.0	45.7	14.7	38.6 %
2, 4, 6, 8, 10	61.4	25.0	40.7	16.2	34.9 %
1, 3, 5, 7, 9	63.4	27.4	43.3	17.5	36.2 %

The values obtained are similar to the ones obtained before. These results verify that the LT accuracy improvement achieved is similar regardless the LT positions used in the calibration procedure.

4 Conclusions

This work characterises the minimum gauge needed to ensure a laser tracker calibration valid result. To do this, different strategies have been followed to obtain the more suitable gauge. Thus, the minimum data gauge to get effective results, facing a greater range calibration, is obtained.

Unlike other calibration methods, where nominal values are known, and the improved accuracy achieved can therefore be calculated, this information is not known in the method studied. In this case, a test to analyse how the accuracy of the LT can be improved is performed.

Different simulations were previously carried out [39] and, finally, the experimental test presented in this work has been implemented in a generalizable configuration.

The LT accuracy improvement achieved with the proposed calibration method depends on the measurement strategy used. In the first strategy followed (a.1), where no gauge was used and the only data available in the optimisation procedure were the LT measurements of the network, the LT accuracy was not improved. Moreover, accuracy was decreased with a reduction up to 77 %. These results confirm that to include in the reflector mesh a set of reflectors with known locations is necessary.

When a reflector gauge is included, the LT accuracy improves depending on both the size of the reflector gauge and the distance data included in the optimisation function. By adding more reflectors in the gauge, the LT accuracy improvement is higher.

A three-reflector gauge does not cause any positive improvement yet. Results show an accuracy reduction lower than the strategy a.1, for 77.28 to 20.11 % (or from 66.82 to 52.46 % considering the coordinate criterion). This result may be explained by the fact that on a three-reflector gauge, each reflector is referred to the other two by two distances. The third reflector is in the intersection of the two spheres centred on the other reflectors and with radius equal to the distance to the third reflector. There is an uncertainty on the reflector position as there is a degree of freedom on its position along the intersection of both spheres.

Each reflector is referred to the other by three distances in a four-reflector gauge, so its position is fully defined. The accuracy improvement increases from –20.11 to 40.37 % (or from –52 to 25 % depending on the quality criterion).

The analysis of the four-reflector gauge by considering the gauge reflector distances only as a second term in the objective function (improvement of 40.37 % by strategy a.3 or by

considering both in the first and in the second terms (improvement of 62.67 by strategy a.4 shows that strategy a.4 obtains higher accuracy).

The last two calibration strategies studied, with five and six reflectors on the gauge and including gauge reflector distances, also improve LT accuracy, but the improvement in comparison with the four-reflector gauge is negligible (from 62.67 % in the four-reflector gauge to 62.79 and 66.51 % in the five- and six-reflector gauges, respectively).

Two different criteria have been stated to analyse the quality of the calibration strategies. Both offer similar behaviour along the strategies used, although distance criterion presents results with more difference between the maximum and the minimum, that is, it offers higher range. Both criteria can be used. The last one looks more intuitive since it directly compares the reflector positions on the same coordinate system. However, it is necessary to use matrix least-squares adjustment. The distance criterion shows better results because it fits better the optimisation procedure.

Acknowledgments This work was supported by the Spain Government (Ministerio de Economía y Competitividad) with the project DPI2013-46979-C2-1-P: METRAP (Development of new compensation and verification techniques for in-process traceable dimensional metrology of manufacturing systems).

References

- Liu WL, Wang ZK (2010) New method for large-scale dimensional metrology using laser tracker system. *Adv Mater Res* 97:4247–4250
- Burge JH, Su P, Zhao C, Zobrist T (2007) Use of a commercial laser tracker for optical alignment:66760E-66760E-12
- Yan B, Wang J, Lu N, Deng W, Dong M, Lou X (2008) Application of laser tracker used in the measuring and the adjusting of the workbench for SAR antenna:71552M-71552M-8
- Śladek J, Ostrowska K, Kohut P, Holak K, Gaška A, Uhl T (2012) Development of a vision based deflection measurement system and its accuracy assessment. *Measurement*
- Zhang Z, Hu H (2014) Measurement and compensation of geometric errors of three-axis machine tool by using laser tracker based on a sequential multilateration scheme. *Proc Inst Mech Eng Pt B: J Eng Manuf*:0954405413511607
- Aguado S, Santolaria J, Samper D, Aguilar JJ (2014) Protocol for machine tool volumetric verification using commercial laser tracker. *Int J Adv Manuf Technol* 75:425–444
- Wu J, Zhang R, Wang R, Yao Y (2014) A systematic optimization approach for the calibration of parallel kinematics machine tools by a laser tracker. *Int J Mach Tools Manuf* 86:1–11
- Nubiola A, Slamani M, Joubair A, Bonev IA (2014) Comparison of two calibration methods for a small industrial robot based on an optical CMM and a laser tracker. *Robotica* 32:447–466
- Zhuang H, Motaghedi SH, Roth ZS, Bai Y (2003) Calibration of multi-beam laser tracking systems. *Robot Comput Integr Manuf* 19: 301–314
- ASME B89.4.19-2006 Standard . Performance Evaluation of Laser-Based Spherical Coordinate Measurement Systems www.asme.org

11. Denavit J, Hartenberg RS (1955) A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices. *Trans ASME J Appl Mech* 22: 215–221
12. Majarena AC, Santolaria J, Samper D, Aguilar JJ (2011) Modelling and calibration of parallel mechanisms using linear optical sensors and a coordinate measuring machine. *Measurement Science and Technology* 22:105101-1-12
13. Dumlu A, Erenturk K (2014) Modeling and trajectory tracking control of 6-DOF RSS type parallel manipulator. *Robotica* 32: 643–657
14. Haikal AY, ELHOSSEINI MA (2014) A smart robot arm design for industrial application. *Stud Inform Control* 23:107–116
15. Nubiola A, Bonev IA (2014) Absolute robot calibration with a single telescoping ballbar. *Precis Eng* 38:472–480
16. Robson S, Ahmadabadian A, Sargeant B, Erfani T, Boehm J (2013) A webcam photogrammetric method for robot calibration
17. Santolaria J, Yagüe J, Jiménez R, Aguilar J (2009) Calibration-based thermal error model for articulated arm coordinate measuring machines. *Precis Eng* 33:476–485
18. Ostrowska K, Gaška A, Sládek J (2014) Determining the uncertainty of measurement with the use of a Virtual Coordinate Measuring Arm. *Int J Adv Manuf Technol* 71:529–537
19. Majarena A, Santolaria J, Samper D, Aguilar J (2013) Analysis and evaluation of objective functions in kinematic calibration of parallel mechanisms. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*:1–11
20. Furutani K, Suzuki M, Kudoh R (2004) Nanometre-cutting machine using a Stewart-platform parallel mechanism. *Meas Sci Technol* 15:467–474
21. Renaud P, Andreff N, Martinet P, Gogu G (2005) Kinematic calibration of parallel mechanisms: a novel approach using legs observation. *IEEE Trans Robot* 21:529–538
22. Yang J, Li G, Wu B, Gong J, Wang J (2014) Comparison of GUF and Monte Carlo methods to evaluate task-specific uncertainty in laser tracker measurement. *J Cent South Univ* 21:3793–3804
23. Aguado S, Santolaria J, Samper D, Aguilar JJ (2013) Study of self-calibration and multilateration in machine tool volumetric verification for laser tracker error reduction. *Proc Inst Mech Eng Pt B: J Eng Manuf*:0954405413511074
24. Zhang H, Wang J (2014) State estimation of discrete-time Takagi–Sugeno fuzzy systems in a network environment. *IEEE Trans Cybern* 1:12
25. Zhang H, Shi Y, Liu M (2013) H_∞ step tracking control for networked discrete-time nonlinear systems with integral and predictive actions. *IEEE Trans Ind Inf* 9:337–345
26. Zhang H, Shi Y, Mehr AS (2011) Robust weighted H_∞ filtering for networked systems with intermittent measurements of multiple sensors. *Int J Adapt Control Signal Process* 25:313–330
27. Zhang H, Shi Y, Wang J (2014) On energy-to-peak filtering for nonuniformly sampled nonlinear systems: a Markovian jump system approach. *IEEE Trans Fuzzy Syst* 22:212–222
28. Tipsuwan Y, Chow M (2003) Control methodologies in networked control systems. *Control Eng Pract* 11:1099–1111
29. Nešić D, Teel AR (2004) Input-to-state stability of networked control systems. *Automatica* 40:2121–2128
30. Xiong Z, Zhu J, Xue B, Ye SH, Xiong Y (2013) Study on the three-station typical network deployments of workspace Measurement and Positioning System:891629-891629-8
31. Baatz R, Bogena H, Franssen HH, Huisman J, Qu W, Montzka C, Vereecken H (2014) Calibration of a catchment scale cosmic-ray probe network: a comparison of three parameterization methods. *J Hydrol* 516:231–244
32. Burgess S, Kuang Y, Åström K (2015) TOA sensor network self-calibration for receiver and transmitter spaces with difference in dimension. *Signal Process* 107:33–42
33. Bargigli L, Gallegati M, Riccetti L, Russo A (2014) Network analysis and calibration of the “leveraged network-based financial accelerator”. *J Econ Behav Organ* 99:109–125
34. Nguyen H, Zhou J, Kang H (2015) A calibration method for enhancing robot accuracy through integration of an extended Kalman filter algorithm and an artificial neural network. *Neurocomputing* 151:996–1005
35. Ortega A, Silva M, Teniente EH, Ferreira R, Bernardino A, Gaspar J, Andrade-Cetto J (2014) Calibration of an outdoor distributed camera network with a 3D point cloud. *Sensors* 14:13708–13729
36. Xu Y, Zhu X, Su Y (2014) A novel network calibration method for inertial measurement units. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*: 0954410014550052 (In Press)
37. Ge D, Yao X, Yao Q, Jin H (2014) Robot sensor calibration via neural network and particle swarm optimization enhanced with crossover and mutation. *Tehnički vjesnik* 21:1025–1033
38. Lichti D (2007) Error modelling, calibration and analysis of an AM–CW terrestrial laser scanner system. *Photogramm remote Sens* 61:307–324
39. Conte J, Majarena A, Acero R, Santolaria J, Aguilar J (2014) Performance evaluation of laser tracker kinematic models and parameter identification. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*:1–12
40. Slocum AH (1992) *Precision machine design*. Prentice Hall, Englewood Cliffs
41. Horn BK (1987) Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. *JOSA A* 4:629–642

The Manufacturing Engineering Society International Conference, MESIC 2013

Identification and kinematic calculation of Laser Tracker errors

J. Conte*, J. Santolaria, A.C. Majarena, A. Brau, J.J. Aguilar

13A, Universidad de Zaragoza, María de Luna 3, 50018, Zaragoza, Spain

Abstract

Calibration of Laser Tracker systems is based most times in the determination of its geometrical errors. Some standards as the ASME B89.4.19 (2006) and the VDI 2617-10 (2011) describe different tests to calculate the geometric misalignments that cause systematic errors in Laser Tracker measurements. These errors are caused not only because of geometrical misalignments and other sources of error must also be taken in count. In this work we want to express the errors in a kinematic form. Errors will be split in two different components, geometric and kinematic errors. The first ones depend on the offsets, tilts and eccentricity of the mechanical and optical components of the system. Kinematic errors are different for every position of the Laser tracker, so they must be formulated as functions of three system variables: range (R), vertical angle (V) and horizontal angle (H). The goal of this work is to set up an evaluation procedure to determine geometric and kinematic errors of Laser Trackers.

© 2013 The Authors. Published by Elsevier Ltd.

Selection and peer-review under responsibility of Universidad de Zaragoza, Dpto Ing Diseño y Fabricacion

Keywords: Laser tracker; calibration; kinematic errors; synthetic generator.

1. Introduction

The importance of accuracy in Laser Tracker Systems (LT) is its function as a standard measurement for a wide range of equipment and facilities. The scope of the present work is to establish a verification procedure and simplified calibration method to correct the errors caused in the LT on a regular measuring range. The procedure will be based both on measurements of patterns with known and calibrated distances and the measurement of a mesh of reflectors placed at unknown locations looking to reduce the time and cost of testing and calibrating of the

* Corresponding author. *E-mail address:* jconte@unizar.es

equipment. In addition, the mathematical model of the LT will be determined obtaining its kinematic parameters; by one hand considering its model error and by the other throughout uncertainty assessment techniques based on Monte Carlo method and considering the influence of the error sources. This simulation will establish a priori the better conditions for capture points, ie leading to a lower measurement uncertainty in points captured. Because of the large number of sources of error to be considered in this type of equipment, an approximation of these features will, before capture, offer an optimum manner the position of LT in the capture procedure and the sequence and point to check.

2. Laser Tracker measuring principle

The LT is a measuring instrument that tracks the movement of a reflector and calculates its position in spherical coordinates. The distance to the reflector (d) can be measured by an interferometer (IF) or by an absolute distance meter (ADM), while the inclination angles (φ) and azimuthal (θ) are measured by two angular encoders. The reflector returns the laser beam, where the beam strikes a position sensor (PSD) that detects any change in position causing the movement of the axes of LT so that the laser beam is incident on the optical center of the reflector. Thus the LT head constantly monitors the position of the reflector. There are also reflectors mounted on rotating devices with two degrees of freedom which can also follow the LT beam, which allow the simultaneous movement of the emitter and reflector so that both seek its correct alignment. This expands the measurement possibilities with moving equipment (machine tools, robots) without need for multiple reflectors or interrupt the measurement process to move or redirect the spotlight.

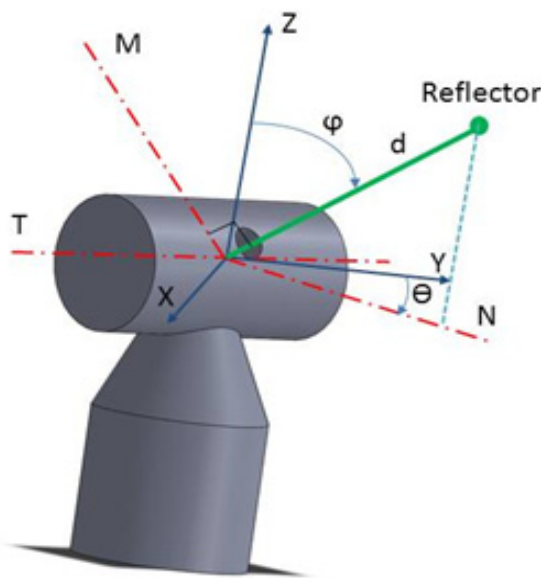


Fig. 1. Laser Tracker measuring principle.

Having the spherical coordinates, it's possible to obtain the cartesian coordinates of the reflector with respect to the reference source of LT with equations 1 to 3:

(1)

(2)

$$z = d \times \cos(\theta) \tag{3}$$

These are the nominal values corresponding to a perfect LT, equipment calibration will give the correction parameters needed to correct these values by modeling errors.

3. Laser Tracker models

There are different commercial brands in the market selling LT equipment each one with its particular characteristics. This makes the kinematic modeling of each one of them to be different, not being able to establish a unique model.

It is possible to classify all existing LT models in two families, depending on the origin of the laser beam; from the rotating head of the LT or in the column holder with a mirror reflector in the rotating head. The kinematic model is different in both cases since the system reference source is different between them as well as the influence of the geometry measurement errors.

3.1 Laser Tracker with beam source in the rotating head

This model is typical of API and FARO and determination of their geometric errors has been systematized by Muralikrishnan et al. (2009) and Hughes et al. (2011). According to the proposed model, calibration corrections are based on 15 parameters, each representing the influence of a particular geometric error in the overall error of the equipment:

- Beam Offset (x_1): displacement of the point of emission of the laser beam with respect to the reference system origin. Is divided into two components: x_{1t} and x_{1m} which are determined projecting x_1 on the tilt axis (T) of the TL and the axis normal to the tilting axis and the laser beam (M).
- Transit Offset (x_2): tilt axis displacement (T) with respect to azimuth (Z).
- Vertical Offset Index (x_3): zero offset vertically encoder.
- Beam Tilt (x_4): inclination of the laser beam with respect to its nominal trajectory perpendicular to the tilt axis (T). Is decomposed into its projections on the tilt axis (x_{4t}) and the beam perpendicular to the beam (x_{4m}). The latter is not considered for having the same meaning as x_3 .
- Transit Tilt (x_5): error of perpendicularity between the tilt axis (T) and the azimuth (Z).
- Encoder Eccentricity (x_6 and x_7): eccentricity errors of horizontal and vertical encoders. They are divided into components X, Y for the azimuthal (x_{6x} , x_{6y}) and Z and N components (beam projection on the XY plane) for the tilt (x_{7n} , x_{7z}).
- Bird Bath Error (x_8): calibration error in the distance to the birthplace of the reflector.
- Errors in the Encoder Scale (x_9 and x_{10}): Errors of scale in horizontal and vertical encoders.

This set of parameters correct the measured values (R_m , H_m , V_m) for the actual measurements (R_c , H_c , V_c) with equations 4 to 6:

$$R_c = R_m + x_2 \cdot \sin(V_m) + x_8 \tag{4}$$

$$H_c = H_m + \frac{x_{1t}}{R_m \sin(V_m)} + \frac{x_{4t}}{\sin(V_m)} + \frac{x_5}{\tan(V_m)} + x_{6x} \cdot \cos(H_m) - x_{6y} \cdot \sin(H_m) + x_{9a} \cdot \sin(2 \cdot H_m) + x_{9b} \cdot \cos(2 \cdot H_m) \tag{5}$$

$$V_c = V_m - \frac{x_{1m}}{R_m} + \frac{x_2 \cdot \cos(V_m)}{R_m} + x_3 + x_{7n} \cdot \cos(V_m) - x_{7z} \cdot \sin(V_m) + x_{10a} \cdot \sin(2 \cdot V_m) + x_{10b} \cdot \cos(2 \cdot V_m) \tag{6}$$

3.2 Laser Tracker with beam source column

LT model used by Leica and whose geometric error model was set by Loser et al. (1999). Geometric errors are similar to those from the previous model but with the particularity that the laser beam that emerges from the

column in the vertical direction LT, is directed to the reflector by a mirror whose center of rotation coincides with the nominal theoretical intersection of the azimuth and tilt axes. The errors described are:

- Transit Axis Offset (e) displacement of the tilting axis with respect to the azimuth.
- Mirror Offset (f) mirror plane displacement with respect to its nominal rotation center.
- Beam Offset (O_1): displacement of the laser beam with respect to the vertical axis into components X, Y (O_{1x} , O_{1y}).
- Offset Plate Cover (O_2): displacement of the laser beam with respect to the vertical axis due to refraction at the crystal output into its components X, Y (O_{2x} , O_{2y}).
- Mirror Tilt (c) mirror tilt about the tilt axis (T).
- Transit Axis tilt (i): error of perpendicularity between the tilt axis (T) and vertically (Z).
- Beam Axis tilt (I): laser beam tilt about the vertical axis (Z) into its components X, Y (I_x , I_y).
- Horizontal Encoder Eccentricity (E): horizontal encoder eccentricity components X, Y (E_x , E_y).
- Vertical Encoder Eccentricity (K): vertical encoder eccentricity components Z, N (K_z , K_N).
- Vertical Offset Index (j): error angular position (inclination 90°) Vertical encoder.

This set of parameters correct the measured values (Rm, Hm, Vm) for the actual measurements (Rc, Hc, Vc) with equations 7 to 9:

$$R_c = R_m - 2 \cdot \sin\left(\frac{V_m}{2}\right) \cdot \left(e \cdot \cos\left(\frac{V_m}{2}\right) + f\right) \quad (7)$$

$$H_c = H_m + \frac{1}{\sin(V_m)} \cdot \left[I_x \cdot \cos(H_m) - I_y \cdot \sin(H_m) + \frac{O_{1x} \cdot \cos(H_m) - O_{1y} \cdot \sin(H_m) + O_{2x} + H_{off}}{R_m} \right] - \frac{i \cdot \sin\left(\frac{V_m}{2}\right) + c}{\cos\left(\frac{V_m}{2}\right)} + E_y \cdot \sin(H_m) - E_x \cdot \cos(H_m) \quad (8)$$

$$V_c = V_m - \left[I_x \cdot \sin(H_m) + I_y \cdot \cos(H_m) \right] - \frac{O_{1x} \cdot \sin(H_m) + O_{1y} \cdot \cos(H_m) + O_{2y} + V_{off}}{R_m} - \cos\left(\frac{V_m}{2}\right) \cdot \left[\frac{2}{R_m} \cdot \left(e \cdot \cos\left(\frac{V_m}{2}\right) + f \right) + K_z \right] + K_N \cdot \sin\left(\frac{V_m}{2}\right) \quad (9)$$

H_{off} and V_{off} terms are characteristic PSD's errors

4. Kinematic model

Correction parameters of both models are always LT distances, angles and proportionalities, which can be represented in matrix form as changes of reference frame representing the distance or angle or corresponding proportionality. Thus we can consider the laser beam as an open kinematic chain whose joints are the points at which errors occur. In this way we can represent the nominal kinematic modeling of LT following Denavit-Hartenberg (1955) method modified by Hayatti-Mirmirani (1985), introducing a number of error matrices correcting the nominal model based on the error parameters. This requires formulating the kinematic chain properly so that the beam path follow in order them kinematic chain.

5. Laser Tracker modeling errors with beam source in the head (Model 1)

The first model is the simplest one, since the origin of the beam coincides with the theoretical intersection of the axes of rotation of the head, which means that there is no displacement between the origins of reference systems for each joint being easier the definition of the nominal kinematic model.

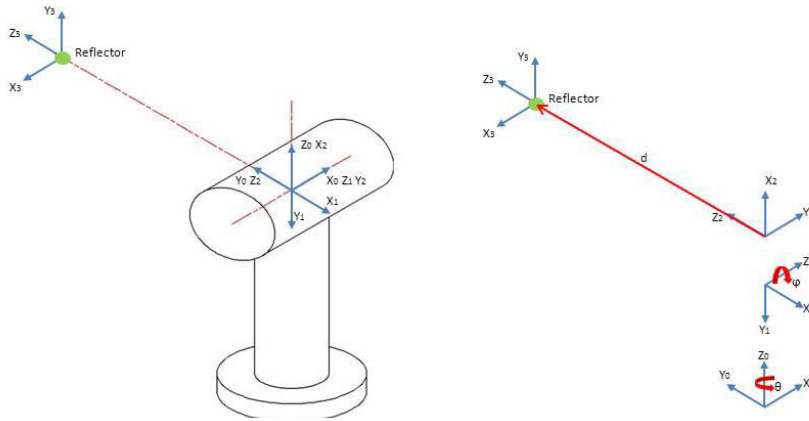


Fig. 2. Model 1 Kinematic Parameters.

According to the frame systems criteria established in Figure 2, the kinematic model will be as shown in Table 1.

Table 1. Model 1 Kinematic Parameters

	θ_i	α_i	A_i	d_i
1	$\ominus-90$	-90	0	0
2	$\phi-90$	90	0	0
3	-90	0	0	d

The transformation matrix between two consecutive reference frames j-1 and j is obtained on the base of the kinematic parameters as the product of translation and rotation matrices which depend on them:

$${}^{j-1}A_j = T_{z,d}T_{z,\theta}T_{x,\alpha}T_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \theta_j & -\sin \theta_j & 0 & 0 \\ \sin \theta_j & \cos \theta_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_j \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_j & -\sin \alpha_j & 0 \\ 0 & \sin \alpha_j & \cos \alpha_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & -\cos \alpha_j \sin \theta_j & \sin \alpha_j \sin \theta_j & a_j \cos \theta_j \\ \sin \theta_j & \cos \alpha_j \cos \theta_j & -\sin \alpha_j \cos \theta_j & a_j \sin \theta_j \\ 0 & \sin \alpha_j & \cos \alpha_j & d_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{10}$$

Therefore, the transformation matrix between the reference frame 3 (reflector) and the origin of LT will be defined by equation 11:

$${}^0T_3 = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 \tag{11}$$

In this case, the value of each of these matrices will be as shown on equations 12-14:

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta - 90) & 0 & -\sin(\theta - 90) & 0 \\ \sin(\theta - 90) & 0 & \cos(\theta - 90) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{12}$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos(\varphi - 90) & 0 & \text{sen}(\varphi - 90) & 0 \\ \text{sen}(\varphi - 90) & 0 & -\cos(\varphi - 90) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{13}$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

Thus we can obtain the nominal position of the reflector with respect to LT origin in terms of R (d), H (θ) and V (φ).

5.1 Beam Offset (x₁)

The first error considered is the Beam Offset. In Figure 3 we can see that this error is equivalent to a change of position reference frame 0, equivalent to a displacement of nominal point "O" to point "A".

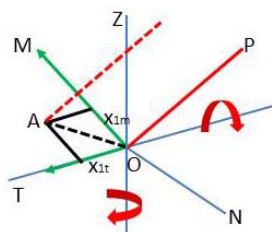


Fig. 3. Beam Offset.

The transformation matrix corresponds to a movement whose components are expressed in terms of its components on the axes M and T, so it becomes necessary to find its equivalence in the XYZ reference system generally based on the values of the tilt angles and azimuth being the same in the following manner:

$$Ex_1 = {}^0E_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{1t} \cdot \cos(-\theta) + x_{1m} \cdot \sin(-\theta) \cdot \cos(-\varphi) \\ 0 & 1 & 0 & x_{1t} \cdot \sin(-\theta) - x_{1m} \cdot \cos(-\theta) \cdot \cos(-\varphi) \\ 0 & 0 & 1 & x_{1m} \cdot \sin(-\varphi) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

5.2 Transit Offset (x₂)

Transit Offset is also a displacement of the initial reference system according to the model shown in figure 4.

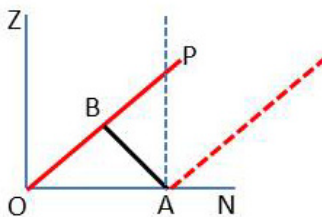


Fig. 4. Transit Offset.

In the same way as with the previous error we can obtain a transformation matrix between O and A:

$$Ex_2 = {}^0E_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_2 \cdot \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 & x_2 \cdot \cos(\theta) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

6. Synthetic generator of points mesh

Following the same process of obtaining frame exchange matrix for each of the errors, we obtain the general matrix coordinate transformation to the origin of LT reflector according to all geometric errors of the LT. This matrix is the product of the matrices obtained in the nominal model, with interleaved error in the same order of the laser beam path. In this way we are following the actual path of the laser beam including the geometric errors associated with the model.

Considering a set of giving values to the errors and defining a matrix of values for the parameters θ , φ and d , we can generate synthetic mesh of points with known errors, and then compare them with the nominal values. This will greatly help us because we want to establish a methodology which allows us to obtain the global error measuring different mesh of reflectors.

7. Influence of reflector errors

Measurement errors in LT systems are not only caused by the LT, the rest of the system components also take influence in the global error. In this case we will study the influence of the reflectors on the measurement uncertainty. Two types of reflectors will be tested, conventional SMR reflectors, in which the error depends on the angle of incidence of the beam on the reflector similar to experiments of Takatsuji et al. (1999) on the cat-eye's and reflectors with automatic tracking system (Active Target).

7.1 SMR tests

A test to determine the influence of the angle of incidence of LT on a SMR must have two elements: a centering system and a precise rotary measuring element. For positioning the SMR, a roundness table has been used to place the reflector with its magnetic base so it can rotate in a completely concentric. The measurement is performed with an interferometer that detects variations in reflector position when rotated. Figure 5 shows the mounting arrangement.



Fig. 5. Roundness table SMR test.

It is possible to turn the table into a range of $\pm 30^\circ$ both horizontally and vertically without losing sight between the interferometer and the SMR. We consider an initial position corresponding to 0° tilt and 0° in azimuth and from this point the reflector is rotated in increments of 7.5° on each axis measuring the difference with the initial point. The results can be seen in Table 2.

Table 2. Optical errors of the SMR (μm)

		θ ($^\circ$)								
		-30	-22,5	-15	-7,5	0	7,5	15	22,5	30
φ ($^\circ$)	-30	13,4	13	12,4	11,5	10	8,3	6,5	4,3	2,6
	-22,5	8,1	7,9	7,6	6,9	6,2	4,3	3,2	1,6	0
	-15	5	4,8	4,5	3,8	3	2,1	0,8	-0,5	-1,6
	-7,5	2,4	2,2	2	1,5	0,9	-0,2	-1,1	-1,8	-2,8
	0	1,2	1	0,8	0,4	0	-0,7	-1,5	-2,4	-3,4
	7,5	0	-0,2	-0,4	-0,8	-1,3	-2	-2,6	-3,3	-4,1
	15	0,8	0,6	0,4	0	-0,5	-1,1	-1,8	-2,6	-3,2
	22,5			-0,5	-0,8	-1,3	-2	-2,7		
	30			-1,2	-1	-1,6	-2,4	-3,1		

7.1 Active target tests

The Active Target reflector has as a fundamental characteristic, it is capable of aligning with the laser emitter, whereby the angle of incidence of the beam is always optimal. To achieve this alignment, the Active Target is mounted on a gimbal mechanism with two degrees of freedom similar to the head of LT. Here lies the source of errors in the rotation axis. To see the influence of these factors tests have been developed to measure changes in position of the reflector at its rotation. The rotation about the vertical axis is simple, just focus the spotlight on the table of roundness and align with an interferometer. Rotating the roundness table, the variation on the interferometer measurement corresponds to the axis eccentricity. The rotation of the horizontal shows more problems and a 45° support has been proposed so it will produce the simultaneous rotation of the two axes as shown in Figure 6. Previously knowing the vertical axis error, the corresponding to the horizontal axis can be calculated.

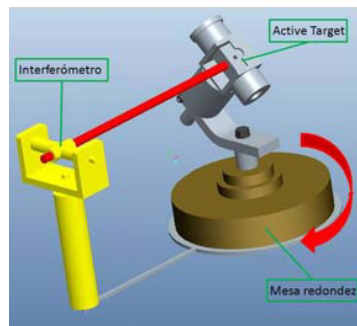


Fig. 6. Experimental setup for Active Target tests.

8. Conclusions

It has been shown the beginning of a process which will lead to with the development of a simple procedure for the calibration of laser tracker systems. The work done so far include the tests on SMR and planning of them with Active Target. Also the definition of LT models to study and geometric errors is at an advanced stage along with the definition of an automatic generator of synthetic data with simulated errors.

The work still to be done has different parts, first to analyze the test results and finish SMR and Active Target tests. It will also be necessary to complete the program to generate synthetic data and calculate the errors. Once the method to calculate LT errors will be finished, it will be validated with real data. Real data will be obtained from experimental tests measuring meshes of reflectors. It is expected that the geometrical errors won't be constant and will have some kind of dependence on the LT orientation, so it will be necessary to find its relationship with to the values of θ , ϕ and d . In this way we will have a global error correction based on LT reflector position, which should give a better correction that the simple calculation of geometric errors.

Acknowledgements

This study is part of the tasks in the project INNPACTO called DICON (Development of new advanced control systems for manufacturing process in high impact areas). That is why we want to thank the public and private organizations involved in the project all their support and collaboration in its conclusion.

References

- ASME B89.4.19-2006 Standard Performance Evaluation of Laser-Based Spherical Coordinate Measurement Systems. www.asme.org.
- Denavit, R.S. Hartenberg, A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices, *J. Appl. Mech. Trans. ASME* 77 (1955) pp. 215-21.
- Hayati, M. Mirmirani Improving the absolute positioning accuracy of robot manipulators. *Journal of Robotics Systems*, Vol. 2 (1985) pp. 397-413.
- Hughes, A. Forbes, A. Lewis, W. Sun, D. Veal, K. Nasr, Laser tracker error determination using a network measurement, *Measurement Science and Technology*, vol. 22, no. 4 (2011) pp. 045103.
- Loser, S. Kyle, Alignment and field check procedures for the Leica Laser Tracker LTD 500, Boeing Large Scale Optical Metrology Seminar (1999).
- Muralikrishnan, D. Sawyer, C. Blackburn, S. Philips, B. Borchardt, W. T. Estler 2009 AMSE B89.4.19 performance evaluation tests and geometric misalignments in laser trackers *J. Res. Natl Inst. Stand. Technol.* pp. 114 21–35
- Takatsuji, M. Goto, S. Osawa, R. Yin, T. Kurosawa, Whole-viewing-angle cat's-eye retroreflector as a target of laser trackers. *Meas. Sci. Technol.* 10 (1999) pp. 87-90.
- VDI/VDE 2011 Accuracy of Coordinate Measuring Machines: Characteristics and their Checking: Acceptance and Reverification Tests of Laser Trackers (Düsseldorf: Verein Deutscher Ingenieure) VDI/VDE 2617 part 10.

Estrategias de modelado cinemático e identificación de parámetros de láser trackers

A.C. Majarena Bello¹, J. Conte Blasco², R. Acero Cacho³, J. Santolaria Mazo⁴, A. Brau Ávila⁵

¹Dpto. de Ingeniería de Diseño y Fabricación. Universidad del Zaragoza. majarena@unizar.es

²Dpto. de Ingeniería de Diseño y Fabricación. Universidad del Zaragoza. jconte@unizar.es

³Centro Universitario de la Defensa, Zaragoza. racero@unizar.es

⁴Dpto. de Ingeniería de Diseño y Fabricación. Universidad del Zaragoza. jsmazo@unizar.es

⁵Dpto. de Ingeniería Industrial. Universidad de Sonora, Hermosillo, Sonora, México. agusba2003@gmail.com

En este trabajo se han desarrollado dos modelos cinemáticos para un láser tracker que posee la fuente del rayo en la cabeza giratoria. El primer modelo desarrollado utiliza matrices de transformación para considerar que los sistemas de referencia no están posicionados en el lugar correcto debido a los errores físicos. El segundo modelo está basado en el método de Denavit-Hartenberg, el cual utiliza cuatro parámetros para modelar la transformación de coordenadas entre sistemas de referencia sucesivos. A partir de los modelos geométricos desarrollados, partiendo de unos valores nominales y unos errores físicos conocidos, se determinan unos valores sintéticos de mediciones a lo largo del campo de trabajo. A partir de esta información, el análisis de sensibilidad permite analizar las posiciones más favorables para la realización de la etapa de adquisición de datos. Posteriormente se ha llevado a cabo el procedimiento de identificación de los parámetros cinemáticos optimizando la función de error. Finalmente se ha realizado una validación del método desarrollado para posiciones diferentes de aquellas utilizadas en el procedimiento de identificación.

1. Introducción

La verificación de piezas de grandes dimensiones utilizando sistemas de medición sin contacto es uno de los métodos más utilizados en sectores como el aeronáutico, naval o espacial.

Los laser trackers (LTs) ofrecen importantes ventajas como portabilidad, flexibilidad, precisión o alta velocidad de adquisición de datos [1,2]. Sin embargo, el ensamblaje mecánico provoca errores como offsets o excentricidades lo que genera errores en las mediciones. Uno de los inconvenientes de estos sistemas de medición es que el usuario no puede conocer cuando el LT mide correctamente. Las normas existentes [3] proporcionan ensayos a realizar para evaluar el comportamiento de estos equipos. Sin embargo, la realización de estos ensayos requiere equipos especializados con un coste elevado. Además, estas pruebas no dan información sobre las fuentes de error individuales, y sólo proporcionan información relacionada con el funcionamiento del LT con respecto a estas normas. Por otra parte, estas pruebas requieren mucho tiempo y un equipo especializado. Para conocer las fuentes de error individuales, es necesario realizar un procedimiento de calibración.

El procedimiento de calibración permite identificar los parámetros geométricos para mejorar la precisión del sistema. Existen pocos trabajos en la calibración de LTs. En [4], se calibra el LT utilizando un motor en una mesa giratoria. En [5-7] se utiliza el método de autocalibración para calibrar LTs restringiendo el movimiento del retroreflector a una superficie arbitraria.

La calibración basada en nube de puntos consiste en determinar los parámetros del modelo geométrico mediante la medición de un conjunto de reflectores ubicados en posiciones fijas desde diferentes localizaciones del LT. Una de las ventajas de la calibración basada en nube de puntos es que no se necesita un equipo especializado, por lo que cualquier usuario de un sistema de medición LT la podría realizar. Además, el tiempo necesario para calibrar el LT disminuye considerablemente en comparación con el tiempo necesario para llevar a cabo las pruebas de funcionamiento recomendados por la Norma ASME B89.4.19 [3].

El objetivo de este trabajo es presentar un procedimiento de calibración rápida y sencilla utilizando una nube de puntos para mejorar la precisión del LT. Se han desarrollado dos modelos cinemáticos y un generador de puntos sintéticos para su evaluación a partir de valores nominales y matrices de error conocidas. Posteriormente se ha realizado un ensayo experimental para identificar los parámetros geométricos y un análisis de sensibilidad para determinar las posiciones más adecuadas en la calibración del instrumento de medición.

2. Desarrollo de los modelos matemáticos del LT

Un LT es un sistema de medición que mide la posición del objeto en coordenadas esféricas. Este instrumento posee un interferómetro que mide la distancia, d , y dos encoders, horizontales y verticales, que proporcionan los ángulos de azimut y elevación, θ y φ , respectivamente.

Existen diferentes construcciones mecánicas en la fabricación de un LT y, habitualmente, se dividen en dos grupos: el LT que tiene la fuente de láser en el cabezal giratorio y el LT que tiene un espejo de orientación de haz montado en el eje. En este trabajo se han desarrollado dos modelos cinemáticos del primer grupo, es decir, del LT que tiene la fuente de láser en el cabezal giratorio.

El modelo cinemático establece relaciones matemáticas y obtiene ecuaciones no lineales que relacionan las variables de articulación con la posición y orientación del efector final [8].

2.1. Modelo cinemático basado en los errores físicos

Los errores geométricos se pueden representar como una transformación entre sistemas de referencia, en función de su situación en la cadena cinemática del láser tracker, afectados por las matrices de rotación y traslación. Por lo tanto, este modelo presenta matrices de transformación para considerar que los sistemas de referencia no se encuentran en la posición correcta debido a errores físicos.

En las figura 1 se muestra la representación de los errores.

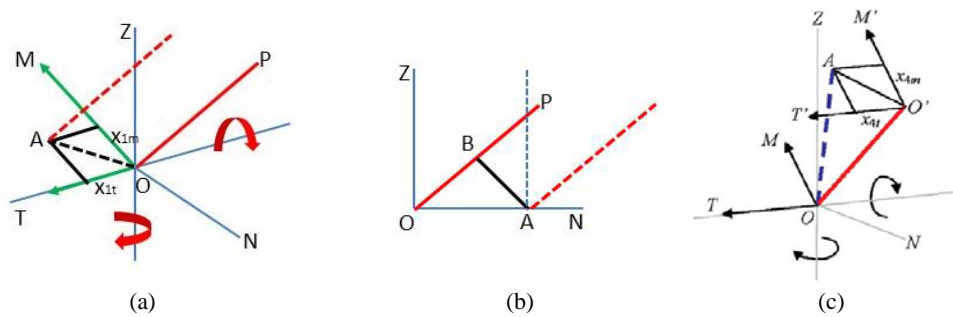


Figura 1: Errores: (a) Beam offset, (b) Transit offset, (c) Beam tilt.

El error “beam offset” se puede considerar como una traslación del origen O al punto A (posición real de la fuente del haz). La matriz de transformación corresponde a un movimiento cuyos componentes se expresan en términos de sus componentes en los ejes M y T . Este error se puede formular en modo matricial en función de los ángulos de rotación del LT. La ecuación 1 permite expresar este error en el sistema de referencia XYZ .

$$E_{X_1} = {}^0E_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_{1t} \cdot \cos(-\theta) + X_{1m} \cdot \sin(-\theta) \cdot \cos(-\varphi) \\ 0 & 1 & 0 & X_{1t} \cdot \sin(-\theta) - X_{1m} \cdot \cos(-\theta) \cdot \cos(-\varphi) \\ 0 & 0 & 1 & X_{1m} \cdot \sin(-\varphi) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

El error “transit offset” se puede expresar como una traslación de origen O a la posición real del eje A , y se puede formular en modo matricial en función de los ángulos de rotación del LT como se muestra en la ecuación 2.

$$E_{X_2} = {}^0E_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_2 \cdot \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 & X_2 \cdot \cos(\theta) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

El error “vertical offset” es un cambio en el cero del encoder de ángulo vertical, lo que significa una rotación en el eje perpendicular al eje A y al haz de láser. Se puede representar como una combinación de una rotación alrededor del eje Z , una rotación alrededor del eje X y una última rotación alrededor del eje Z , como se muestra en las ecuaciones de la 3 al 6.

$$R_{Z(-\theta)} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) & 0 & 0 \\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$R_{X(X_3)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-X_3) & -\sin(-X_3) & 0 \\ 0 & \sin(-X_3) & \cos(-X_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$R_{Z(\theta)} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$E_{X_3} = R_{Z(-\theta)} \cdot R_{X(X_3)} \cdot R_{Z(\theta)} \quad (6)$$

2.2. Modelo cinemático basado en el método de Denavit-Hartenberg

El láser tracker con emisor en el cabezal se compone de dos uniones rotativas y una lineal. Los encóders angulares de los giros horizontal y vertical proporcionan los valores de giro de las uniones rotativas; la medición del interferómetro proporciona el valor de la distancia. Utilizando el modelo de Denavit-Hartenberg D-H [9] se obtienen las coordenadas de un punto medido por el láser tracker en función de los valores de los ángulos y distancia de la cadena cinemática. El modelado de un sistema mediante el método de D-H se muestra en la figura 2.

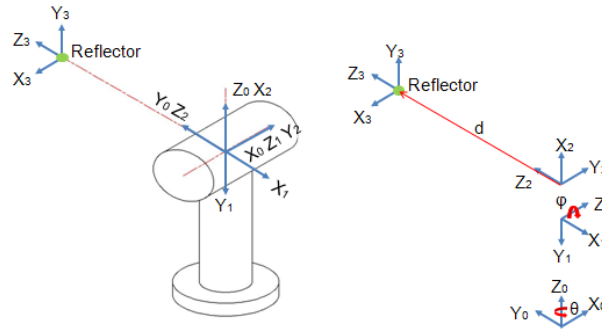


Figura 2: Sistemas de referencia utilizados en el modelado de LT.

La Tabla 1 muestra los parámetros de DH del modelo cinemático.

Tabla 1: Parámetros de D-H.

i	α_i (°)	a_i (mm)	d_i (mm)	θ_i (°)
1	-90	0	0	$\theta-90$
2	90	0	0	$\varphi-90$
3	0	0	d	-90

El sistema de ecuaciones obtenido para expresar el sistema de referencia 3 (ubicación del reflector) en el sistema de referencia 0 (origen del LT) en términos de θ , φ y d viene dado por las ecuaciones de la 7 a la 10:

$${}^0T_3 = {}^0A_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^2A_3 \quad (7)$$

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta - 90) & 0 & -\sin(\theta - 90) & 0 \\ \sin(\theta - 90) & 0 & \cos(\theta - 90) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos(\varphi - 90) & 0 & \sin(\varphi - 90) & 0 \\ \sin(\varphi - 90) & 0 & -\cos(\varphi - 90) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

donde θ , φ y d , son los ángulos y lectura de las distancias de los encoders angulares y del interferómetro lineal del LT.

El eje de rotación gira en torno a un eje del sistema de referencia de coordenadas con errores radiales δ_x y δ_y ; un error axial δ_z ; y errores de inclinación ε_x y ε_y . Estos errores pueden ser función del ángulo de rotación θ_z . Los errores se han modelado como se indica mediante la ecuación 11 para ejes rotativos y lineales (ver figura 3a). Los ejes lineales presentan errores lineales y angulares identificados con los parámetros δ_x , δ_y , δ_z , ε_x , ε_y y ε_z . Estos errores se han modelado mediante la ecuación 12 (ver figura 3b) [10].

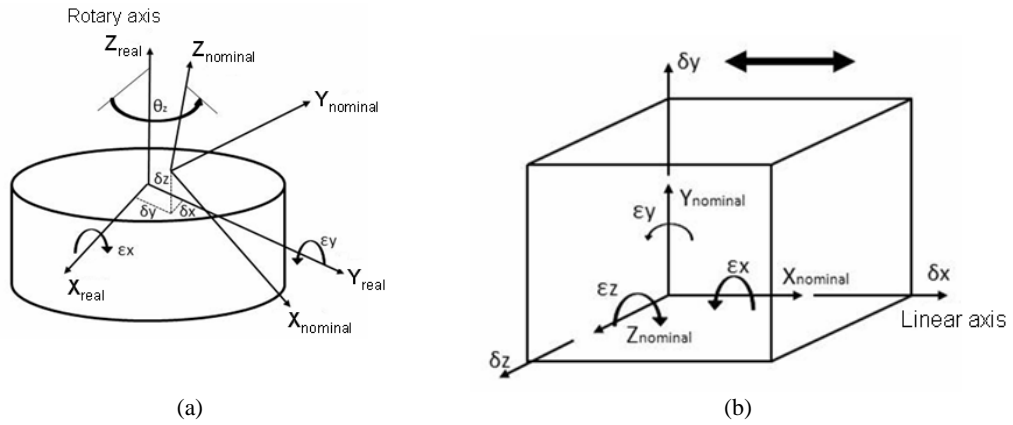


Figura 3: a) Errores alrededor de un eje de rotación b) Errores en un solo movimiento de los ejes lineales.

$$R_{Terr} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_Y \cdot \cos \theta_Z & -\cos \varepsilon_Y \cdot \sin \theta_Z & \sin \varepsilon_Y & \delta_X \\ \cos \varepsilon_X \cdot \sin \theta_Z + \sin \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \cos \theta_Z & \cos \varepsilon_X \cdot \cos \theta_Z - \sin \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \sin \theta_Z & -\sin \varepsilon_X \cdot \cos \varepsilon_Y & \delta_Y \\ \sin \varepsilon_X \cdot \sin \theta_Z - \cos \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \cos \theta_Z & \sin \varepsilon_X \cdot \cos \theta_Z + \cos \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \sin \theta_Z & \cos \varepsilon_X \cdot \cos \varepsilon_Y & \delta_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$T_{err} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_Z & \varepsilon_Y & \delta_X \\ \varepsilon_Z & 1 & -\varepsilon_X & \delta_Y \\ -\varepsilon_Y & \varepsilon_X & 1 & \delta_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

El sistema que proporciona el modelo del LT, teniendo en cuenta las matrices de error, se calcula mediante la ecuación 13.

$${}^0T_3 = {}^0A_1 \cdot {}^0R_{err1} \cdot {}^1A_2 \cdot {}^1R_{err2} \cdot {}^2A_3 \cdot {}^2T_{err3} \quad (13)$$

Este modelo presenta 18 parámetros de error, como se muestra mediante el vector E_i , (ecuación 14), el cual está formado por las componentes X , Y y Z de los parámetros de error δ y ε para el ángulo de acimut, θ , ángulo de elevación, φ , y la distancia, d .

$$E_i = [\varepsilon_{X_\theta}, \varepsilon_{Y_\theta}, \varepsilon_{Z_\theta}, \delta_{X_\theta}, \delta_{Y_\theta}, \delta_{Z_\theta}, \varepsilon_{X_\varphi}, \varepsilon_{Y_\varphi}, \varepsilon_{Z_\varphi}, \delta_{X_\varphi}, \delta_{Y_\varphi}, \delta_{Z_\varphi}, \varepsilon_{X_d}, \varepsilon_{Y_d}, \varepsilon_{Z_d}, \delta_{X_d}, \delta_{Y_d}, \delta_{Z_d}] \quad (14)$$

La identificación de errores se debe realizar en función de los modelos generados. Para ello se ha programado un generador de puntos sintéticos que, en función de valores de una malla de puntos nominales y una tabla de errores teóricos, genera los valores de las medidas que debería proporcionar el láser tracker.

Se ha generado una malla en coordenadas esféricas, que cubre el siguiente rango: ángulo horizontal del LT de 360 °, ángulo vertical de 77 ° a -60 ° y distancia de 1000 mm a 15000 mm. Para la generación de la malla sintética se ha utilizado una tabla de errores teóricos suponiendo valores de 10 μm para errores lineales y 10 μrad para los angulares.

Una vez generadas las mallas de puntos sintéticos se ha procedido a validar el procedimiento de identificación. Para ello, partiendo de los puntos medidos y los valores nominales conocidos se han identificado los parámetros de error y se han comparado con los teóricamente introducidos obteniendo los valores mostrados en la tabla 2.

Tabla 2: Errores obtenidos en la identificación de parámetros

	(μm)	(μm)	(μm)	(μrad)	(μrad)	(μrad)
d	-0.37	10.00	10.00	0	0	0
θ	9.99	9.99	-0.02	9.99	10	-1.18
φ	9.99	-0.4	-0.4	9.99	-1.12	9.99

2.3. Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad permite conocer como afecta cada error individual al error total, mostrando cómo los errores afectan al modelo de medición del LT. Además, permite conocer las mejores posiciones posibles para llevar a cabo pruebas experimentales.

Este análisis se ha realizado mediante el estudio de los parámetros de error definidos por el vector E_i mediante la ecuación 15. El error de medición se ha estudiado en cada simulación en función del ángulo vertical, V , el ángulo horizontal, H , y la distancia R . La figura 14 representa los resultados obtenidos para cada parámetro de error estudiado. La primera conclusión que se obtiene es que hay un parámetro de error que no influye en las medidas, se trata del error de giro en la dirección Z del eje lineal, ε_{z3} . Los errores δ_{XH} , δ_{YH} , δ_{ZH} , ε_{ZV} , δ_{XV} , δ_{YV} , δ_{ZV} , ε_{XR} , ε_{YR} , δ_{XR} , δ_{YR} , δ_{ZR} presentan un error constante proporcional al parámetro de error. Finalmente, los cinco errores restantes dependen tanto de la distancia del LT a los reflectores como de los ángulos de acimut y elevación.

La información obtenida permite determinar las posiciones más adecuadas para realizar las pruebas experimentales. Los resultados de este análisis indican que las posiciones que presentan alta sensibilidad a los parámetros de error son los que corresponden a ángulos de elevación con el máximo (77°), mínimo (-60°) y cero (0°).

Análisis de sensibilidad

Realizado en base a una malla de 480. (Se muestran los primeros 187 puntos).
Variación de R entre 1 y 4.5 m, H de 0 a 360° y V de +70° a -60°

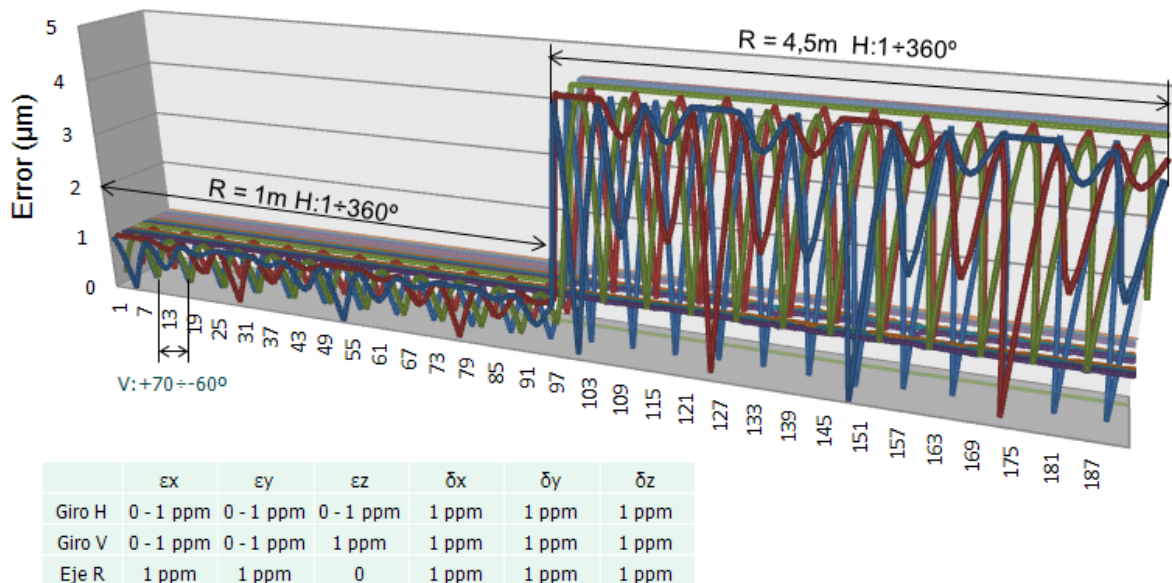


Figura 4: Análisis de sensibilidad

3. Identificación de parámetros experimentalmente

En el procedimiento de identificación de parámetros se obtienen modelos de corrección para establecer correcciones en los resultados de las mediciones y cuantificar los efectos de las variables de influencia en la medición final.

La función objetivo a minimizar se puede formular en términos de un problema de mínimos cuadrados no lineales y, por lo general, se define como la diferencia cuadrática del error obtenido entre el valor medido y el valor calculado para el modelo cinemático. El valor de incremento establecido para parámetros dependerá del método de optimización elegido y se debe definir para cada iteración [11]. Generalmente se utilizan técnicas de optimización numérica para minimizar el error. El método de Levenberg-Marquart (LM) [12] presenta menor coste computacional que otros métodos, y proporciona la solución cercana a la solución óptima para el conjunto de parámetros considerados. Por ello, se ha utilizado este método para resolver el algoritmo de optimización numérica. La ecuación 15 muestra la función objetivo utilizada:

$$\phi = \sum_{i=1}^{C_{n,m}} \sum_{j=1}^{LT} (d_{m_{ik}} - d_{nom_{ij}})^2 \quad (15)$$

donde el subíndice m indica la distancia medida obtenida a partir de las mediciones del LT, el subíndice nom indica la distancia medida obtenida a partir de las mediciones nominales utilizando la máquina de medir por coordenadas, el subíndice i define la distancia a minimizar, j corresponde a la posición del LT y $C_{n,m}$ es una combinación sin repetición de n elementos tomados de m en m .

Para la realización del ensayo se han colocado catorce reflectores formando una malla experimental. El LT se ha colocado en cinco posiciones. A partir de los valores nominales de los reflectores (medidos con una máquina de medir por coordenadas) y de las mediciones de los reflectores por el LT, se han obtenido los parámetros de error para cada posición del LT. De las cinco posiciones del LT utilizadas en la medición de los reflectores, se han utilizado las posiciones de la 1 a la 4 para realizar la identificación de parámetros y se ha reservado la posición 1 del LT para validar el procedimiento desarrollado. En la figura 5 se muestran los errores obtenidos antes y después de la identificación para las posiciones optimizadas. Como se puede observar, el proceso de identificación de parámetros permite disminuir el error inicial E_{ini} en torno al 60 %, obteniendo E_{res} .

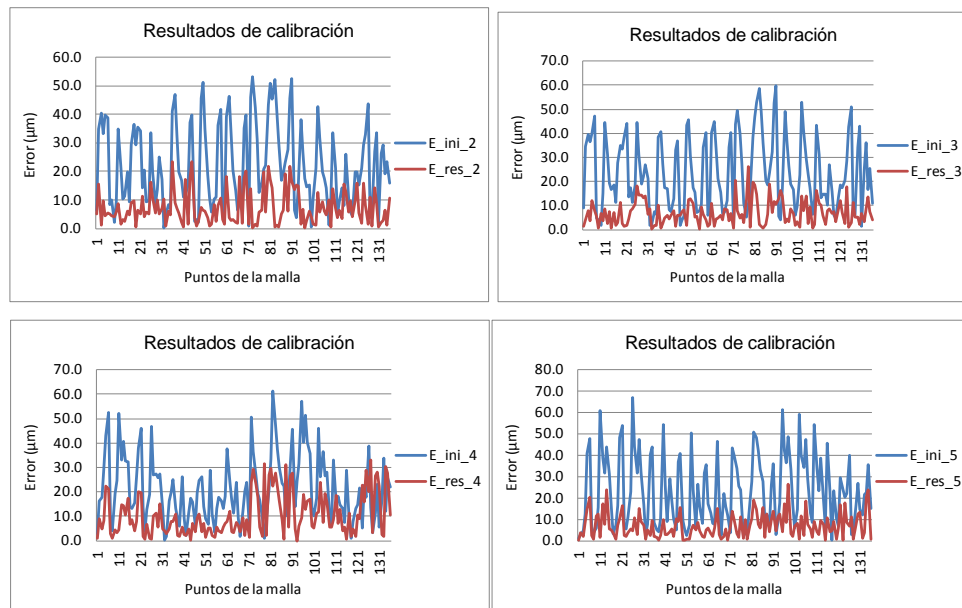


Figura 5: Errores del LT antes y después de la identificación de parámetros para las posiciones del LT utilizadas en la optimización

La figura 6 muestra los resultados obtenidos al verificar el procedimiento utilizando la posición de test del LT (posición 1). Como se puede observar, en este caso también se consigue disminuir considerablemente los errores del LT, validando de esta manera el método desarrollado.

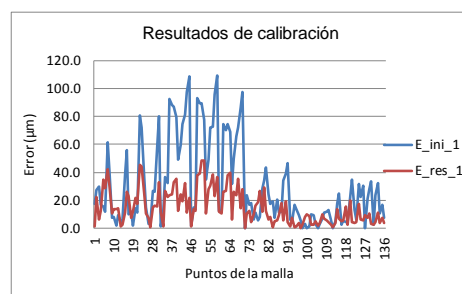


Figura 6: Errores del LT antes y después de la identificación de parámetros para la posición de test del LT

4. Conclusiones

En este trabajo se han desarrollado dos modelos cinemáticos para un láser tracker. El primer modelo utiliza matrices de transformación para considerar que los sistemas de referencia no están posicionados en el lugar correcto debido a los errores físicos. El segundo modelo desarrollado está basado en el método de D-H, el cual utiliza cuatro parámetros para modelar la transformación de coordenadas entre sistemas de referencia sucesivos.

A partir de los modelos geométricos desarrollados, partiendo de unos valores nominales y unos errores físicos conocidos, se han determinado unos valores sintéticos de mediciones a lo largo del campo de trabajo creando una malla esférica. El análisis de sensibilidad permite analizar las posiciones más favorables para la realización de la etapa de adquisición de datos. En este análisis se ha obtenido que las posiciones que presentan alta sensibilidad a los parámetros de error son los que corresponden a ángulos de elevación con el máximo (77°), mínimo (-60°) y cero (0°). Esta información permite determinar las posiciones más adecuadas para realizar las pruebas experimentales.

Posteriormente se ha llevado a cabo el procedimiento de identificación de los parámetros cinemáticos, mediante mediciones experimentales, optimizando la función de error. Finalmente se ha realizado una validación del método desarrollado para posiciones diferentes de aquellas utilizadas en el procedimiento de identificación, obteniendo una reducción del error del LT en torno al 60 %.

El método desarrollado para verificar el comportamiento del LT permite conocer de una manera fácil y rápida si las mediciones realizadas utilizando el LT son precisas, ya que permite calcular los errores del LT sin necesidad de normas y equipos especializados.

5. Referencias

- [1] Z. Wang, L. Mastrogiacomo, F. Franceschini, P. Maropoulos, Experimental Comparison of Dynamic Tracking Performance of iGPS and Laser Tracker: *Int J Adv Manuf Technol*, 56 (2011), 205-213.
- [2] J.H. Burge, P. Su, C. Zhao, T. Zobrist, Use of a Commercial Laser Tracker for Optical Alignment: *Optical Engineering Applications*, Proc. of SPIE, San Diego, CA, United States, (2007).
- [3] ASME B89.4.19-2006 Standard, Performance Evaluation of Laser-Based Spherical Coordinate Measurement Systems, www.asme.org.
- [4] G. Gassner, R. Ruland, Laser Tracker Calibration-Testing the Angle Measurement System, 15 th Internationales Internationale Geodätische Woche, Obergurgl, Austria, (2008).
- [5] J. Ouyang, W. Liu, X. Qu, Y. Yan, Z. Liang, Modeling and Self-Calibration of Laser Tracker System using Planar Constraints, *ASPE Proceedings*, Dallas, Texas, United States, (2007).
- [6] H. Zhuang, S.H. Motaghedi, Z.S. Roth, Y. Bai, Calibration of Multi-Beam Laser Tracking Systems: *Robot: Comput. Integrated Manuf.*, 19 (2003), 301-314.
- [7] T. Takatsuji, M. Goto, A. Kirita, T. Kurosawa, Y. Tanimura, The Relationship between the Measurement Error and the Arrangement of Laser Trackers in Laser Trilateration: *Measurement science and technology*, 11 (2000), 477.
- [8] A.C. Majarena, J. Santolaria, D. Samper, J.J. Aguilar, Modelling and Calibration of Parallel Mechanisms using Linear Optical Sensors and a Coordinate Measuring Machine: *Measurement Science and Technology*, 22 (2011), 105101-1-12.
- [9] J. Denavit, R.S. Hartenberg, A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices: *Trans. ASME J. Appl. Mech*, 22 (1955), 215-221.
- [10] A.H. Slocum, *Precision machine design*, Ed. Prentice Hall., 1992. ISBN: 0-13-690918-3.
- [11] A. Majarena, J. Santolaria, D. Samper, J. Aguilar, Analysis and Evaluation of Objective Functions in Kinematic Calibration of Parallel Mechanisms, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, (2013), 1-11.
- [12] K. Levenberg, A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares, *Quart. Appl. Math*, 2 (1944), 164-168.

The Manufacturing Engineering Society International Conference, MESIC 2015

Laser tracker kinematic error model formulation and subsequent verification under real working conditions

J. Conte^{a,*}, J. Santolaria^a, A. C. Majarena^a, S. Aguado^a

^a*Departamento de Ingeniería de Diseño y Fabricación, Unicrsidad de Zaragoza. María de Luna 1, 50018 Zaragoza, Spain*

Abstract

A kinematic model of the Laser Tracker (LT) based on the Denavit-Hartenberg method has been developed. In this model, error matrices have been included with error parameters for linear and rotary joints. The calibration method is based on the measurement of a mesh of reflectors measured by a LT from different positions. Error parameters are calculated knowing that distances between every pair of reflectors is the same regardless the LT position. The absence of nominal data prevents us from knowing the calibration behaviour and its suitability. Although synthetic data tests show a good accuracy improvement, it is not possible to know if this will work with under real working conditions. An experiment has been made to check the calibration procedure. A set of 17 reflectors have been placed on a Coordinate Measuring Machine (CMM) and have been measured by a LT from 5 different positions. Reflector positions have also been measured with the CMM to calculate the initial errors. With LT measurements we calculate the error parameters. LT measurements are recalculated considering the kinematic error model and compared with the CMM measurements to get the residual error. Two errors have been calculated; distances error between reflectors and their position error compared with CMM data.

© 2015 Published by Elsevier Ltd. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

Peer-review under responsibility of the Scientific Committee of MESIC 2015

Keywords: Laser tracker; kinematic model; calibration; accuracy; error model.

1. Introduction

There has been a rapid development in recent years of long-range dimensional metrology systems for the verification of large-scale pieces, such as those in the aeronautic, spatial or naval sectors. The interest in LTs has

* Corresponding author. Tel.: +0-000-000-0000 ; fax: +0-000-000-0000 .
E-mail address: jconte@unizar.es

been increasing because of their advantages in terms of accuracy, portability, flexibility (wide range of angles and distances in measurement), high speed in data acquisition, reliability [1, 2], automatic target tracking and high sampling rate [3]. The reliability of the system strongly depends on its proper calibration. Some standards like the ASME B89.4.19 [4] and the VDI 2617-10 [5] describe different tests to calculate the geometric misalignments that cause systematic errors in LT measurements. However, these tests do not give information about the individual error sources, and only provide information related to the suitable or unsuitable LT performance with respect to these standards. Moreover, these tests take a lot of time and require very specialized equipment. To know the individual error sources, a calibration procedure should be performed.

This calibration procedure must be able to identify individual errors from an error model who describes the LT real behaviour. It can be done with a kinematic model of the LT. This model is then extended with an error model. Error model is based on the individual error for every component of the LT kinematic chain. This model has been validated using synthetic data. As these data have been generated according to our model, the error parameters calculated give a very good LT accuracy, so it is necessary to use real data to know the accuracy increment our calibration method can obtain. The calibration procedure consists of identifying the geometric parameters in order to improve the measurement model accuracy. This process can be carried out in four steps: determination of the kinematic model by means of non-linear equations, data acquisition, geometric parameter identification and model evaluation.

2. Methodology

A kinematic model of the LT based on the Denavit-Hartenberg method [6] has been developed, see Fig. 1.

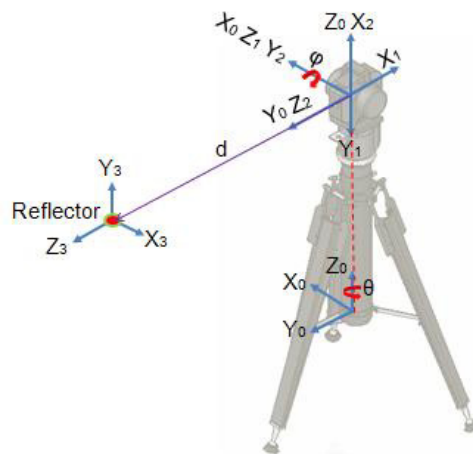


Fig. 1. Laser tracker kinematic model

The kinematic model establishes mathematical relations and obtains non-linear equations that relate the joint variables with the position and orientation of the end-effector [7]. This method has been widely used in mechanism modelling [8-10], and uses four parameters to model the coordinate transformation between successive reference systems. This method models the coordinate transformation between successive reference systems, using four parameters (distances d_i , a_i , and angles θ_i , α_i). The homogenous transformation matrix between frame i and $i-1$ depends on these four parameters as shown in equation 1.

$${}^{i-1}A_i = T_{z,d} \cdot R_{z,\theta} \cdot T_{x,a} \cdot R_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \cdot \sin \theta_i & \sin \alpha_i \cdot \sin \theta_i & a_i \cdot \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cdot \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cdot \cos \theta_i & a_i \cdot \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Table 1 shows the values of the kinematic parameters corresponding to a LT with the beam source in the rotating head.

Table 1. D-H parameters.

i	d i (mm)	a i (mm)	θi (°)	αi (°)
1	0	0	θ-90	-90
2	0	0	φ-90	90
3	d	0	-90	0

In this model, error matrices have been included with error parameters for linear and rotary joints [11]. Errors are modelled by means of equation 2 for rotary and linear axis (see Fig. 2).

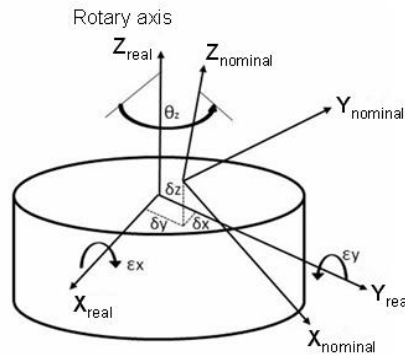


Fig. 2. Errors about an axis of rotation.

$$R_{Terr} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_Y \cdot \cos \theta_Z & -\cos \varepsilon_Y \cdot \sin \theta_Z & \sin \varepsilon_Y & \delta_X \\ \cos \varepsilon_X \cdot \sin \theta_Z + \sin \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \cos \theta_Z & \cos \varepsilon_X \cdot \cos \theta_Z - \sin \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \sin \theta_Z & -\sin \varepsilon_X \cdot \cos \varepsilon_Y & \delta_Y \\ \sin \varepsilon_X \cdot \sin \theta_Z - \cos \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \cos \theta_Z & \sin \varepsilon_X \cdot \cos \theta_Z + \cos \varepsilon_X \cdot \sin \varepsilon_Y \cdot \sin \theta_Z & \cos \varepsilon_X \cdot \cos \varepsilon_Y & \delta_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

In the same way, linear axes present linear and angular errors identified with parameters $\delta_x, \delta_y, \delta_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y$ and ε_z as shown on Fig. 3 and equation 3.

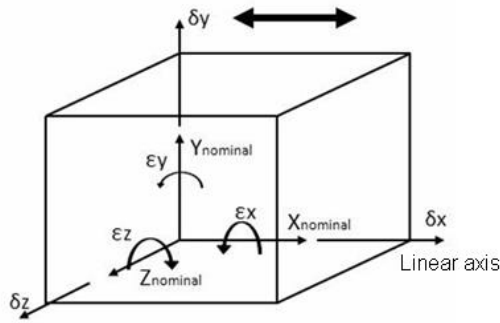


Fig. 3. Errors in a single axis linear motion.

$$T_{err} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_Z & \varepsilon_Y & \delta_X \\ \varepsilon_Z & 1 & -\varepsilon_X & \delta_Y \\ -\varepsilon_Y & \varepsilon_X & 1 & \delta_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

The system that provides the LT model considering the error matrices is calculated introducing error matrices. The result is given by equation 4:

$${}^0T_3 = {}^0A_1 \cdot {}^0Re r r_1 \cdot {}^1A_2 \cdot {}^1Re r r_2 \cdot {}^2A_3 \cdot {}^2T e r r_3 \tag{4}$$

This model presents 18 error parameters given by the vector $V\varepsilon$ (equation 5). This vector consists of the components X, Y and Z of the error parameters δ and ε for the azimuth angle, θ , elevation angle, φ , and distance, d .

$$V_\varepsilon = [\varepsilon_{X_\theta}, \varepsilon_{Y_\theta}, \varepsilon_{Z_\theta}, \delta_{X_\theta}, \delta_{Y_\theta}, \delta_{Z_\theta}, \varepsilon_{X_\varphi}, \varepsilon_{Y_\varphi}, \varepsilon_{Z_\varphi}, \delta_{X_\varphi}, \delta_{Y_\varphi}, \delta_{Z_\varphi}, \varepsilon_{X_d}, \varepsilon_{Y_d}, \varepsilon_{Z_d}, \delta_{X_d}, \delta_{Y_d}, \delta_{Z_d}] \tag{5}$$

The calibration method is based on the measurement of a mesh of reflectors measured by a LT from different positions. Error parameters are calculated knowing that distances between every pair of reflectors is the same regardless the LT position.

3. Experimental Procedure

Synthetic measurements have been generated to check the calibration method behaviour. Although synthetic data tests show a good accuracy improvement, it is not possible to know if this will work under real working conditions. An experiment has been made to check the calibration procedure. A set of 17 reflectors have been placed on a CMM and have been measured by a LT from 5 different positions. Reflector positions have also been measured with the CMM to calculate the initial errors, see Fig. 4.

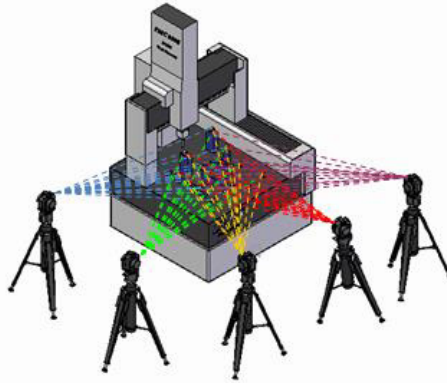


Fig. 4. Experimental setup.

The reflectors were measured with the CMM. These measurements are considered the nominal measurements in the data acquisition step. The LT then measured every reflector in every position, thus obtaining data measurements. The objective function minimizes the differences between all nominal distances given by every pair of reflectors (measured by the CMM), d_{CMMi} , and the same distances measured by every LT, d_{mik} .

The number of distances calculated for every position of the LT having 17 reflectors is 136. Thus, the number of distances to optimize for the 5 positions is 680 distances.

The objective function is given by equation 6.

$$\phi = \sum_{i=1}^{C_{n,r}} \sum_{k=1}^{LT} (d_{mik} - d_{CMM_{ik}}) \quad (6)$$

where sub-index m is the measured distance obtained from the measurements of the LT, sub-index CMM is the measured distance obtained from the measurements of the CMM, sub-index i defines the distance to minimize, and k corresponds to the position of the LT.

The kinematic error parameter identification is usually carried out by means of approximation procedures based on least-squares fitting. The optimization technique used to solve the numerical optimization algorithm was the Levenberg-Marquart (L-M) [12] method, due to its proven efficiency in non-linear systems [13].

As the optimization and the validation criteria are the same, we need another validation criterion. Reflectors positions must be the same regardless the LT position so we can compare the reflector positions measured by the LT from different locations (instead of comparing distances) before and after calibration. In order to compare these LT measurements, all of them must be expressed in the same reference coordinate system. The LT measurements have been transformed from its own coordinate system to the coordinate system of the CMM. To do this, the transformation matrices between each LT reference system and the CMM reference system have been calculated. This process follows the methodology of absolute orientations to calculate the conversion frame matrix based on the use of quaternions [14]. The LT measurements can then be expressed in the CMM coordinate system.

The equation used to validate the calibration procedure for n reflectors and m LT locations is given by equation 7:

$$\phi = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sqrt{(x_j^i - x_j^{CMM})^2 + (y_j^i - y_j^{CMM})^2 + (z_j^i - z_j^{CMM})^2} \quad (7)$$

Being x_j^i the x coordinate of reflector j measured from LT location i and x_j^{CMM} the x coordinate of reflector j measured by the CMM.

4. Results and Discussion

As it was mentioned in the data acquisition step, 17 reflectors were measured locating the LT in 5 positions. To perform the optimization, different strategies have been carried out:

- a) The optimization is performed using the 17 reflectors and the 5 LTs.
- b) The optimization is performed using 14 reflectors and the 5 LTs. 3 reflectors are kept as test data. Thus, the model will be validated in positions different from those used in the identification process.
- c) The optimization is performed using 17 reflectors and 4 LT positions. 1 LT position is kept as verification data.

The results obtained in every strategy followed are presented below.

Fig. 5 illustrates the LT position error calculated as the difference between the error before the identification procedure, E_{ini} , and the error after performing the kinematic parameter identification for the three strategies a), b) and c). Strategy a) provides the error E_{res} . The error obtained is given by E_{4LT} when the positions measured by 4 LT are used in the identification procedure and 1 LT measurements are kept as test positions for the parameter evaluation procedure. Finally, E_{14_ref} corresponds to the error when the measurements of 14 reflectors are used in the identification procedure and the measurements of 3 reflectors are kept as test positions. 5 LT measurements are represented consecutively. The optimization that provides E_{res} was performed considering all measured points in the parameter identification. The points measured by L1 were kept as test positions in the parameter identification that gives E_{4LT} . Finally, the first thirty-five positions of each LT were kept as test positions in the parameter identification that provides E_{14_ref} .

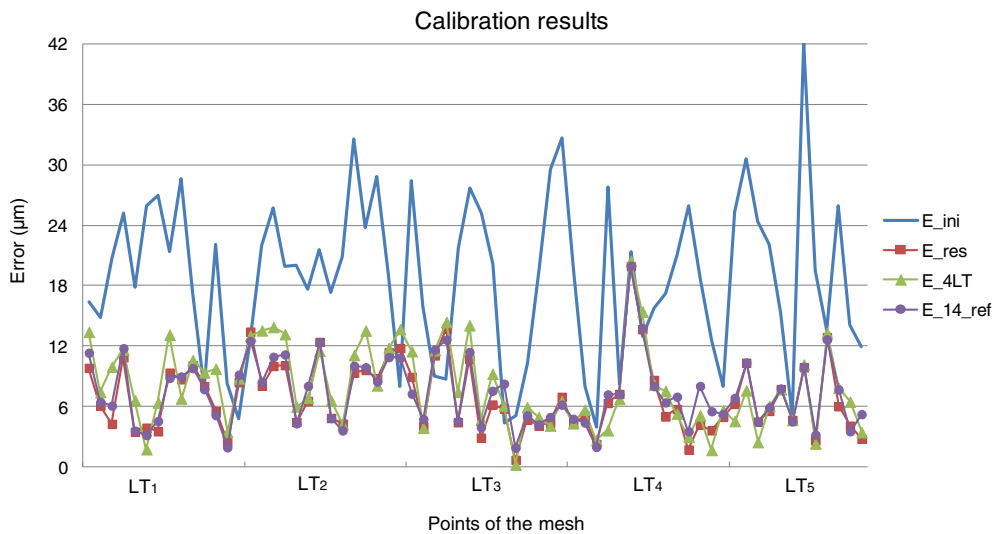


Fig. 5. Calibration results

Table 2 shows the maximum and mean errors obtained considering all points, the calibration points and the test points for every strategy.

The correction performed by means of the identification procedure decreases errors about a 62.50% using the strategy a), about a 57.47% using the strategy b) and 60.44% using the strategy c) with respect to initial errors. As it was expected, strategy a) presents the lower errors because all data have been included into the optimization. The difference between strategy a) and strategies b) and c) has a mean value of 1.54 μm and 0.74 μm for strategies b) and c), respectively, and a maximum value of 5.67 μm and 3.85 μm for strategies b) and c), respectively. These results verify that the identification procedure developed can be extrapolated to different positions within the LT workspace from those used in the identification procedure. Moreover, calibration results improve when some

reflectors are kept as test positions with respect to decrease LT positions.

Table 2. LT initial errors and LT errors for every strategy.

	E_ini (μm)	E_res (μm)	E_4LT (μm)			E 14 ref (μm)		
			All points	Calibration points	Test points	All points	Calibration points	Test points
Maximum	42.06	19.935	20.45	20.45	14.39	19.98	19.98	11.34
Mean	18.78	7.045	7.99	7.39	9.97	7.43	7.49	7.15

5. Conclusions

A new kinematic model for a LT having the beam source in the rotating head has been developed. This model considers that errors depend on joints. The kinematic model behavior has been validated, generating synthetic measurements for a known nominal reflector coordinates and error parameters, thus, obtaining the values that would measure the LT if it had the prefixed errors. Measurements have then been corrected by identifying error parameters, thus, obtaining error parameters by means of the kinematic model. The comparison of the prefixed initial error parameters and the error values obtained allows us to validate the kinematic model developed.

All these verifications have been made for different meshes, obtaining that the spherical mesh is the one that allows us to analyse the correlation between parameters θ , φ and d and the errors more clearly.

An experimental calibration has then been performed, measuring the reflectors with both a CMM that provides nominal values and a LT located in different positions. To do this, different strategies have been followed, keeping different measurements as test positions. The parameter identification performed allows us to reduce the LT error about a 62%. Results show that the different strategies analyzed provide a calibration that can be extrapolated to different positions from those used in the identification procedure within the LT workspace. Moreover, calibration results improve when some reflectors are kept as test positions with respect to decrease LT positions.

6. Acknowledgements

This study is part of the tasks in the project called INNFACTO DICON (Development of new advanced systems Dimensional Control in manufacturing of high-impact sectors). That is why we want to thank the public and private agencies involved in the project all their support and collaboration in the conclusion.

7. References

- [1] Wang, Z., Mastrogiacomo, L., Franceschini, F., 2011, "Experimental Comparison of Dynamic Tracking Performance of iGPS and Laser Tracker," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 56(1-4) pp. 205-213.
- [2] Burge, J. H., Su, P., Zhao, C., 2007, "Use of a commercial laser tracker for optical alignment," *Optical Engineering Applications*, Anonymous International Society for Optics and Photonics, pp. 66760E-66760E-12.
- [3] Huo, D., Maropoulos, P. G., and Cheng, C. H., 2010, "The Framework of the Virtual Laser Tracker—A Systematic Approach to the Assessment of Error sources and Uncertainty in Laser Tracker Measurement," *Proceedings of the 6th CIRP-Sponsored International Conference on Digital Enterprise Technology*, Anonymous Springer, pp. 507-523.
- [4] ASME B89.4.19-2006 Standard—Performance Evaluation of Laser-Based Spherical Coordinate Measurement Systems, www.asme.org.
- [5] VDI/VDE 2011 Accuracy of Coordinate Measuring Machines: Characteristics and their Checking: Acceptance and Reverification Tests of Laser Trackers (Düsseldorf: Verein Deutscher Ingenieure) VDI/VDE 2617 part 10.
- [6] J. Denavit, R.S. Hartenberg. A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices: *Trans. ASME J. Appl. Mech.*, 22 (1955), 215-221.
- [7] Majarena, A. C., Santolaria, J., Samper, D., 2011, "Modelling and Calibration of Parallel Mechanisms using Linear Optical Sensors and a Coordinate Measuring Machine," *Measurement Science and Technology*, 22pp. 105101-1-12.
- [8] Chiang, M. H., Lin, H. T., and Hou, C. L., 2011, "Development of a Stereo Vision Measurement System for a 3D Three-Axial Pneumatic Parallel Mechanism Robot Arm," *Sensors*, 11(2) pp. 2257-2281.

- [9] Gatti, G., and Danieli, G., 2008, "A Practical Approach to Compensate for Geometric Errors in Measuring Arms: Application to a Six-Degree-of-Freedom Kinematic Structure," *Measurement Science and Technology*, 19pp. 015107.
- [10] Pereira, P., and Di Giacomo, B., 2008, "Thermal Error Evaluation and Modelling of a CNC Cylindrical Grinding Machine," *Metrologia*, 45(2) pp. 217.
- [11] A.H. Slocum. *Precision Machine Design*. Prentice-Hall, Inc., Society of Manufacturing Engineers Dearborn, MI (1992).
- [12] Levenberg, K., 1944, "A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares," *Quart.Appl.Math*, 2(2) pp. 164–168.
- [13] Gao, Z., Zhang, D., and Ge, Y., 2010, "Design Optimization of a Spatial Six Degree-of-Freedom Parallel Manipulator Based on Artificial Intelligence Approaches," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 26(2) pp. 180-189.
- [14] Horn BK. Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. *Josa A*. 1987; 4(4) pp.629-642.

RESUMEN



4 RESUMEN

4.1 Objetivos

Esta tesis se enmarca dentro de las técnicas de calibración cinemática de sistemas metrológicos sin contacto, centrándose en los sistemas laser tracker. La tesis se enmarca dentro del proyecto denominado DICON “Desarrollo de nuevos sistemas avanzados de control dimensional en procesos de fabricación de sectores de alto impacto”, con financiación del Ministerio de Ciencia e Innovación junto con la participación de las empresas Soraluze, Ideko, Danobat, Metromecánica y Sriki así como la Universidad de Santiago de Compostela.

El objetivo principal de la tesis consiste en el desarrollo, análisis y optimización de técnicas que permitan la calibración de un laser tracker comercial en condiciones de uso convencionales y sin las condiciones y equipamiento de laboratorio requerido por los métodos existentes. El método de calibración consigue una calibración del equipo de medida en un breve espacio de tiempo y con los medios disponibles habitualmente para el usuario final del equipo.

Los procedimientos desarrollados son capaces, a partir del modelo cinemático del laser tracker, de determinar una serie de parámetros de error que afectan a cada una de las articulaciones del sistema de medición. A partir del conocimiento de estos parámetros es posible introducirlos en el modelo de error planteado para conseguir la corrección de las mediciones realizadas por el laser tracker. El desarrollo del protocolo de calibración se ha realizado partiendo del análisis del comportamiento del modelo de error a partir de datos sintéticos y reales. Para ello se han desarrollado algoritmos de generación automática de bosques de reflectores de con diferentes distribuciones geométricas y afectados de unos parámetros de error preestablecidos. El subsiguiente algoritmo de identificación de parámetros y de corrección de errores logra identificar los parámetros de error de los bosques de reflectores y transformar los valores de las medidas simuladas afectadas por los errores en las medidas nominales de los bosques de reflectores.

Posteriormente a la validación del modelo cinemático de errores con datos sintéticos, se ha llevado a cabo la verificación del procedimiento de calibración con datos reales. Para ello se dispuso un conjunto de reflectores sobre la mesa de una máquina de medición por coordenadas y se han medido con la máquina de medición y con una laser tracker situado en a diferentes distancias y con distintas orientaciones respecto del conjunto de reflectores. El análisis del comportamiento del método de calibración con datos reales ha permitido desarrollar diversas estrategias de identificación de parámetros de error y criterios de optimización en función del tamaño de la muestra de reflectores y posiciones del laser tracker, así como de las características de un patrón con medidas conocidas introducido en el bosque de reflectores. Se han comprobado cuales son las estrategias que mejores resultados de calibración ofrecen y se han comparado con los métodos de calibración geométrica convencionales. También se han estudiado diversos criterios de evaluación del resultado del proceso de optimización en función de las distancias entre cada pareja de reflectores medidas desde las diferentes posiciones del

laser tracker y de los errores de coordenadas de cada uno de los reflectores expresados en un mismo sistema de referencia.

Otro aspecto estudiado en la tesis ha sido el análisis de la sensibilidad de los parámetros de error. Esto quiere decir que se ha estudiado la forma en que cada uno de los parámetros de error influye en el error global de laser tracker a través de todo el rango del equipo. Para ello se ha utilizado el algoritmo de generación de datos sintéticos para generar bosques de reflectores afectados por parámetros de error individuales. Con ello se ha conseguido conocer cuáles son los parámetros que más influyen en el error de medición de laser tracker y las posiciones en las que deberían estar los reflectores para que las medidas se vean los más afectadas posible por los parámetros de error. Los resultados del análisis de sensibilidad muestran la distribución óptima de reflectores en una malla para poder realizar la calibración del laser tracker.

En base a las estrategias de calibración desarrolladas y a los resultados del análisis de sensibilidad, se ha realizado una verificación de un laser tracker comercial en condiciones reales. Para ello se han distribuido un conjunto de reflectores fijados a las paredes y suelo en un espacio diáfano y se han medido con el laser tracker desde diversas posiciones. Las mediciones obtenidas se han tratado con los algoritmos de calibración desarrollados obteniéndose una reducción en el error de medición del laser tracker evaluado en función de los dos criterios (distancias entre reflectores y error de coordenadas en un mismo sistema de referencia) establecidos.

El resultado del procedimiento de calibración únicamente se puede evaluar en función de los dos criterios establecidos, los cuales nos dan una medida indirecta de la reducción del error de medida del laser tracker. Con el fin de evaluar con medidas conocidas (nominales) el comportamiento del procedimiento de calibración, se han utilizado los parámetros de error calculados en el ensayo en condiciones reales para corregir las mediciones que se tenían previamente del bosque de reflectores situado en la máquina de medición por coordenadas. Se ha podido valorar con ello la corrección real conseguida con el procedimiento de calibración al poder comparar las mediciones iniciales y las corregidas con las medidas por la máquina de medición por coordenadas.

En las mediciones realizadas en el ensayo real, las posiciones y orientaciones de los reflectores se han mantenido fijas a lo largo de todo el ensayo, desplazando y girando la posición del laser tracker. Esto ha provocado que el ángulo con el que el haz del láser ha incidido en los reflectores ha ido variando en función de la posición del laser tracker. Como resultado, ha habido reflectores que no ha sido posible medir desde todas las posiciones. Dado que, en previsión de esta circunstancia, se habían colocado más reflectores de los necesarios para la realización del ensayo, los reflectores no medidos desde todas las posiciones se han eliminado del procedimiento de calibración. Esta influencia del ángulo de incidencia del haz del láser en el reflector en el error de medición se ha estudiado igualmente. Para ello se ha colocado un reflector centrado en la mesa de medición de una máquina de redondez de precisión y se ha medido con un interferómetro la variación de la medida del reflector en función del ángulo de elevación y azimutal girado por el reflector.

Las tareas básicas en las que se desglosan las tareas principales y que se han realizado durante la tesis han sido:

A – Definición de los modelos de LT existentes.

1. Se ha realizado un estudio de los diferentes tipos de LT existentes agrupándolos en los tipos necesarios para cubrir la totalidad de los modelos constructivos posibles.

B – Determinación del modelo cinemático del LT.

1. En base al modelo cinemático de Denavit-Hartenberg se han estudiado las distintas tipologías de LT en función de sus cadenas cinemáticas.
2. Una vez definidas las cadenas cinemáticas, se han obtenido los parámetros cinemáticos de cada una de ellas.
3. Obtenidos los parámetros cinemáticos, se han determinado las matrices de transformación que dan lugar a los modelos cinemáticos de cada tipo de LT.

C – Definición de los modelos de error.

1. A partir de las características de cada modelo de LT se han analizado las características de cada una de las articulaciones que forman la cadena cinemática.
2. Para cada articulación se ha definido la matriz de error correspondiente a sus características geométricas. Se han considerado únicamente los errores propios de la geometría de la articulación no teniéndose en cuenta otras influencias como las térmicas, dinámicas o cargas.
3. Dichas matrices de error se han incluido en el modelo cinemático para generar un modelo cinemático de error del LT.

D – Validación del modelo con datos sintéticos.

1. Se han programado los algoritmos necesarios para generar de forma paramétrica nubes de reflectores sintéticos con diferentes distribuciones.
2. Se han introducido los modelos de error para generar nubes de reflectores sintéticos con errores conocidos.
3. Se han aplicado los algoritmos de corrección de errores a las diferentes nubes de reflectores generadas obteniéndose los parámetros de error.
4. Se han corregido los datos sintéticos con los parámetros de error obtenidos.
5. Se han podido comparar los datos corregidos con los nominales para evaluar el funcionamiento de los algoritmos de generación y corrección de errores.
6. Los parámetros de error calculados se han comparado con los utilizados en la generación de datos sintéticos con el fin de localizar redundancia entre parámetros.

E – Análisis de sensibilidad.

1. Se ha estudiado la influencia de cada uno de los parámetros de error en el error global de medición del LT.
2. Para ello se han generado nubes sintéticas de reflectores introduciendo los errores definidos de forma individual en cada nube.
3. Obtenido el error producido por cada parámetro se ha calculado la variación del error global producido por cada error individual en función de la posición del reflector con el fin de conocer las posiciones de reflectores más sensibles a los errores.

F – Comprobación del procedimiento de calibración con datos reales.

1. Dado que el procedimiento de calibración no proporciona información precisa acerca de la mejora de la precisión obtenida con la calibración, se han realizado ensayos previos que nos han dado esta información.
2. Se ha realizado el procedimiento de calibración, midiendo una nube de reflectores con un LT colocado en diferentes posiciones.
3. La nube de reflectores estaba colocada sobre la mesa de una MMC con el fin de poder medir la posición de los mismos con la MMC. Estas posiciones medidas se han utilizado como valores nominales con los que calcular el aumento de precisión obtenido con la calibración.
4. Se ha aplicado el procedimiento de calibración a las mediciones del LT y se ha comparado con las mediciones de la MMC.
5. Se ha estudiado la necesidad de introducir un patrón de distancias conocidas como parte de la nube de reflectores.
6. Se ha analizado la forma del patrón para, minimizando su tamaño, obtener la mejor calibración posible.

G – Ensayos de calibración con datos reales.

1. En función de la información obtenida del análisis de sensibilidad se ha diseñado la distribución de reflectores más adecuada para poder realizar la calibración del LT.
2. Se han colocado los reflectores según la estrategia de distribución diseñada en un espacio lo más amplio posible.
3. Se han medido las posiciones de los reflectores con el LT colocado en distintas posiciones.
4. Se han medido las dimensiones del patrón de distancias empleado en el ensayo.
5. Se han calculado los parámetros de error del LT.
6. Se han corregido las mediciones del LT en función de los parámetros de error.

7. Se ha evaluado la mejora obtenida en función de criterios indirectos y comparándola con valores nominales.

H – Ensayos de influencia de los reflectores en los errores de medición.

1. Se han realizado ensayos para determinar la influencia de los reflectores en los errores de medición.
2. Para los ensayos con los SMR se ha dispuesto en una base magnética sobre una mesa de redondez centrando el reflector de forma que su centro óptico no se desplace al girar el SMR.
3. Con un interferómetro, se ha medido la variación de medición del haz en función de diferentes posiciones del SMR girándolo en sus ejes horizontal y vertical, siempre dentro del campo de visión del interferómetro.

I – Definición y diseño de los algoritmos de modelado cinemático del LT.

1. Se ha desarrollado un algoritmo que permite al usuario generar paramétricamente nubes de reflectores.
2. El algoritmo contiene el modelo cinemático del LT para, a partir de valores de posición de cada una de las articulaciones de la cadena cinemática del LT, calcular las posiciones nominales de los reflectores.

J – Algoritmos de generación de mallas de reflectores con errores sintéticos de medición.

1. Se ha desarrollado un algoritmo que toma las mallas de reflectores generadas anteriormente y calcula cuáles serían las medidas de dicha malla de reflectores obtenidas por un LT afectados de una serie de errores conocidos.
2. Dichos errores se introducen en forma de vector de parámetros de error.
3. De esta forma se pueden generar gráficas que muestren los errores de medición para cada una de las posiciones de los reflectores.

K – Definición y diseño de los algoritmos de identificación de parámetros de error.

1. Se ha desarrollado un algoritmo que calcula los parámetros de error de las mediciones sintéticas generadas.
2. Utilizando las medidas sintéticas con error y los valores nominales de dichas mediciones se calculan los parámetros de error con los que se han generado los datos sintéticos.
3. Se han obtenido también valores de las mediciones sintéticas corregidas según los parámetros de error calculados y se han comparado con los valores nominales para determinar numéricamente la calidad de la corrección realizada así como los errores residuales que queden.

L – Definición y diseño de los algoritmos de análisis de sensibilidad.

1. Se ha desarrollado un algoritmo que genera nubes de reflectores con errores conocidos de forma individual y unitaria de la siguiente forma:
 - Genera tantas nubes de reflectores como parámetros de error se han definido.
 - Cada una de las nubes de error está afectada por un único parámetro de error.
 - El valor de cada uno de estos parámetros de error es constante en las unidades de medición de dicho parámetro (μm o μrad) Una vez obtenidos los errores se ha representado gráficamente la evolución de cada uno de ellos en función de los parámetros de la cadena cinemática del LT.
2. De esta forma se han podido determinar las posiciones de los reflectores que presenta una mayor sensibilidad a los parámetros de error y se ha comprobado que uno de ellos no es necesario en el modelo al no influir en el error.

M – Definición y diseño de algoritmos para verificación del procedimiento de calibración con datos reales.

1. A partir de mediciones reales del LT y utilizando los algoritmos de identificación de parámetros de error, el algoritmo es capaz de calcular los parámetros de error de dicho LT.
2. El algoritmo consigue también calcular las mediciones corregidas del LT en función de los parámetros de error.
3. Dichas medidas corregidas se han comparado con las nominales para determinar la mejora de la precisión obtenida por el procedimiento de calibración.
4. Se han empleado diferentes algoritmos para determinar la calidad de la calibración en función de parámetros como distancias algebraicas entre puntos o coordenadas cartesianas de los mismos.
5. De igual forma se han utilizado patrones de medida calibrados como medidas nominales dentro de la malla de reflectores y se ha visto la necesidad de su inclusión en los ensayos.

N – Definición y diseño de los algoritmos para la determinación de la influencia de los reflectores en el error de medición

1. Los errores de los SMR se han obtenen directamente de las mediciones del interferómetro.

O – Validación experimental de la técnica.

1. Se han realizado serie de ensayos de calibración del LT.
2. Las mediciones se han realizado siguiendo el patrón de distribución de reflectores que mejor se ajusta a las conclusiones obtenidas del ensayo de sensibilidad.

3. Dentro de la nube de reflectores medidos, se ha incluido un patrón de reflectores calibrado según la disposición obtenida en el ensayo de la MMC.
4. Los resultados del procedimiento de calibración se han validado con su aplicación a nubes de puntos con medidas conocidas.

Todos los objetivos descritos se han cumplido satisfactoriamente durante la realización de esta tesis. Una buena parte del trabajo realizado ha quedado plasmado en las publicaciones presentadas. Concretamente el artículo *“Rotation error Modelling and identification for robot kinematic calibration by circle point method”*, se ha llevado a cabo con el trabajo descrito en los objetivos B, C, F, G, I, J, K, M, O. El trabajo presentado en el artículo *“Modelling, kinematic parameter identification and sensitivity analysis of a Laser tracker having the beam source in the rotating head”* se ha llevado a cabo con el trabajo descrito en los objetivos B, C, D, E, F, G, I, J, K, L, M, O. los artículos *“Performance evaluation of laser tracker kinematic models and parameter identification”* y *“Estrategias de modelado cinemático e identificación de parámetros de laser trackers”* se han llevado a cabo con el trabajo descrito en los objetivos B, C, D, E, F, I, J, K, L, M. Los artículos *“Calibration strategies of laser trackers based on network measurements”*.y *“Laser tracker kinematic error model formulation and subsequent verification under real working conditions”*. se han llevado a cabo con el trabajo descrito en los objetivos B, C, F, I, K, M. por último, el artículo *“Identification and kinematic calculation of laser tracker errors”* se ha llevado a cabo con el trabajo descrito en los objetivos A, B, C, D, E, H, I, J, K, M, N.

4.2 Aportaciones

Las aportaciones realizadas como consecuencia de esta tesis doctoral coinciden con los objetivos principales de la misma. El desarrollo de un procedimiento de calibración basado en el modelo cinemático del laser tracker que permita su calibración por parte del usuario final, dotando a éste de una herramienta que le evite la necesidad de disponer de los medios e instalaciones de un laboratorio metrológico. Para ello se han desarrollado una serie de algoritmos matemáticos que, después de las mediciones iniciales de una malla de reflectores, corrigen las mediciones del laser tracker resultando en unos valores que se acercan más a los reales, reduciendo el error de medición del sistema.

Es de remarcar la aportación realizada en el campo del modelado cinemático de sistemas articulados al integrar las matrices de error dentro del propio modelo cinemático. El novedoso modelado de la formulación del error en articulaciones giratorias y prismáticas, variable en función de la posición de la articulación, permite conseguir una mejor aproximación al comportamiento real de las articulaciones afectadas por errores geométricos. Son también novedosas las condiciones de calibración del laser tracker. Mientras que en los procedimientos de calibración habituales, son necesarias condiciones controladas de temperatura para realizar la calibración, y que no se corresponden con las condiciones reales de trabajo del equipo, la solución propuesta permite una calibración que se puede realizar in situ, previa al trabajo de medición y en las mismas condiciones en las que se va a realizar este. Así mismo, el estudio de la influencia del ángulo de incidencia del haz del láser en los errores de medición no había sido estudiado hasta la fecha, incorporando una nueva aportación al cálculo de la incertidumbre del medición del laser tracker.

Parte de los trabajos desarrollados en esta tesis estaban comprendidos dentro del proyecto “DICON. Desarrollo de nuevos sistemas avanzados de control dimensional en procesos de fabricación de sectores de alto impacto” (ITP-2011-1191-0200000).

4.3 Metodología

En este apartado se describe cómo se han realizado los ensayos necesarios y qué sistemas se han utilizado, cómo se ha implementado la programación de los algoritmos informáticos para la consecución de los objetivos de esta tesis, y la validación experimental tanto de los algoritmos como de las técnicas analizadas y desarrolladas.

4.3.1. Implementación de algoritmos informáticos

Todos los algoritmos necesarios para la consecución del procedimiento de calibración se han programado utilizando la aplicación comercial MATLAB. MATLAB es una herramienta de software matemático con un entorno de desarrollo integrado que usa un lenguaje de programación propio. Se caracteriza por ser muy usado en universidades y centros de investigación y desarrollo. Principalmente, se ha elegido este entorno de programación porque está orientado al cálculo matricial, tiene multitud de herramientas enfocadas a procedimientos de optimización iterativos mediante procedimientos de optimización no lineal, y permite la comunicación con prácticamente cualquier dispositivo hardware que tenga una interfaz estandarizada.

En la implementación de todos los algoritmos creados se ha tenido en cuenta su modularidad. Por este motivo, todos los algoritmos se han desarrollado como funciones únicas que han permitido que se puedan integrar fácilmente. La estructura de estas funciones se ha diseñado de modo que sea común en el máximo número de ellas, de esta forma se ha conseguido que las funciones puedan interactuar entre sí fácilmente. Los aspectos más destacables que permiten esta interacción son:

- Todas las variables necesarias a emplear en la definición, identificación y validación del procedimiento de calibración están codificadas con el mismo nombre de variable en las diferentes funciones.
- No se usan variables de tipo global para evitar una gran dependencia entre las distintas funciones. Cuando es necesario que algunas variables sean comunes en varias funciones, estas se integran en estructuras que se usan como entradas y salidas en las distintas funciones.
- Todas las variables que almacenan coordenadas son matrices, donde la fila corresponde a un punto y cada columna a un elemento de la coordenada. Por ejemplo en el caso de las coordenadas proporcionadas por el laser tracker, cada columna guarda X, Y, Z en cada fila se guardan las coordenadas de los diferentes puntos medidos.
- Los parámetros de identificación de cada uno de los errores cinemáticos a caracterizar son matrices $1 \times n$.

4.3.2. Modelado cinemático de laser trackers

Existen en el mercado únicamente tres fabricantes de laser trackers; Faro, API y Leica. Las características constructivas de todos ellos son muy similares y sólo se pueden diferenciar dos

modelos constructivos en función de la disposición del haz del láser en la estructura de los equipos (ver Figura 32).

Un primero modelo, habitual en los sistemas fabricados por Faro y API, se caracteriza por colocar el interferómetro en la cabeza giratoria del laser tracker. Esto hace que, al rotar el dispositivo, la fuente del láser gire junto con el resto de elementos de la articulación. En el segundo modelo, construcción típica de Leica, el láser parte de la columna central del equipo, permaneciendo fijo en su posición. Esta construcción requiere de la colocación de un espejo solidario al eje de inclinación del equipo que refleje el haz del láser hacia el reflector.

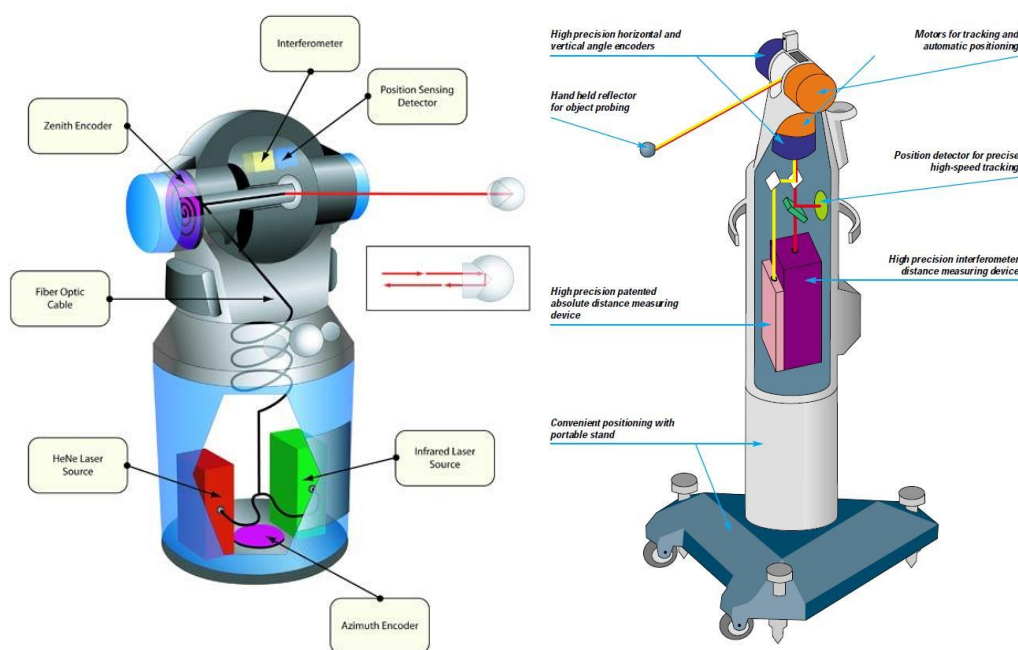


Figura 32. Modelos constructivos de laser tracker

Estas diferencias constructivas implican un modelado cinemático diferente en ambos casos. El modelo cinemático sigue el recorrido de la cadena de articulaciones del sistema de medición desde la salida del haz del láser hasta el reflector.

En el caso del primer modelo constructivo, la cadena cinemática se compone de tres articulaciones; las dos rotaciones de la cabeza del laser tracker y el recorrido longitudinal del haz del láser como se muestra en la Figura 33. El modelo cinemático se compondrá, por lo tanto de las tres matrices de transformación entre los sistemas asociados a las articulaciones y la posición del reflector. El sistema de referencia del laser tracker se sitúa en la intersección teórica del eje de giro azimutal con el de elevación, con el eje Z en dirección del eje de giro azimutal y el eje X alineado con el eje de giro de elevación. La primera matriz de transformación es la correspondiente al giro del eje azimutal y traslada el sistema de referencia del laser tracker al correspondiente al giro azimutal en función del ángulo de giro azimutal. La siguiente matriz de transformación se realiza entre el sistema de giro azimutal y el de elevación, en función del ángulo de elevación. Por último, la última matriz de transformación, relaciona el sistema de giro

de elevación con el sistema de referencia del reflector en función de la medida del interferómetro.

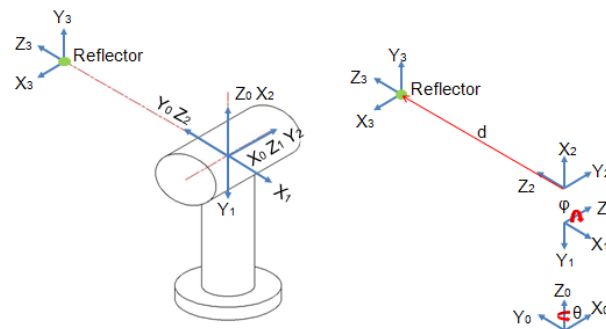


Figura 33. Modelo cinemático del laser tracker con el haz en el cabezal

El modelo de Denavit y Hartenberg calcula la matriz de cambio de sistema de referencia entre 2 sistemas de referencia consecutivos como el producto de 4 matrices de transformación homogénea que relacionan ambos sistemas de referencia a través de 4 movimientos de rotación o traslación que desplazan el primer sistema de referencia hasta el segundo (ver Figura 34). Estas matrices dependen de 4 parámetros que son los parámetros cinemáticos que se pueden ver en la Tabla 9 y que se determinan en la forma que a continuación se detalla.

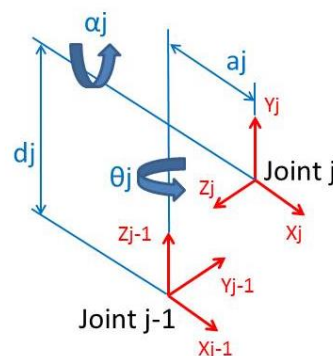


Figura 34. Representación de los parámetros cinemáticos

Los parámetros a determinar entre dos articulaciones consecutivas i e $i-1$ son:

- Ángulo θ_i corresponde al ángulo desde X_{i-1} hasta X_i girando alrededor de Z_{i-1} .
- Distancia d_i corresponde a la distancia desde el origen del sistema O_{i-1} hasta la intersección de la normal común entre Z_{i-1} y Z_i a lo largo de Z_{i-1} .
- Distancia a_i es la distancia entre Z_{i-1} y Z_i a lo largo de X_i .
- Ángulo α_i corresponde al ángulo de giro desde Z_{i-1} hasta Z_i rotando en torno a X_i .

Tabla 9. Parámetros cinemáticos del laser tracker con el haz en el cabezal

i	α_i (°)	a_i (mm)	d_i (mm)	θ_i (°)
1	-90	0	0	$\theta-90$
2	90	0	0	$\varphi-90$
3	0	0	d	-90

Una vez establecido el sistema de coordenadas para cada elemento, se puede obtener una matriz de transformación homogénea que relacione el sistema de coordenadas i -ésimo con el sistema de coordenadas $(i-1)$ -ésimo. De este modo, un punto r_i expresado en el sistema de coordenadas i -ésimo se puede expresar en el sistema de coordenadas $(i-1)$ -ésimo como r_{i-1} realizando las siguientes transformaciones sucesivas:

- Girar respecto del eje z_{i-1} un ángulo de $-\alpha_i$ para alinear el eje x_{i-1} con el eje x_i (el eje x_{i-1} es paralelo a x_i y apunta en la misma dirección).
- Trasladar a lo largo del eje z_{i-1} una distancia de d_i para hacer coincidir los ejes x_{i-1} y x_i .
- Trasladar a lo largo del eje x_i una distancia de a_i para hacer coincidir los dos orígenes de los ejes x .
- Girar respecto del eje x_i un ángulo θ_i para hacer coincidir los sistemas de coordenadas.

Cada una de estas cuatro operaciones se puede expresar mediante una matriz homogénea básica. El producto de estas cuatro matrices de transformación homogéneas básicas da una matriz de transformación homogénea compuesta ${}^{i-1}A_i$, conocida como la matriz de transformación D-H (ver ecuación (36)) para sistemas de coordenadas adyacentes i e $i-1$

$$\begin{aligned}
 {}^{i-1}A_i &= T_{z,d}R_{z,\theta}T_{x,a}R_{x,\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (36)
 \end{aligned}$$

En la otra configuración existente de laser tracker, el haz del láser sigue un camino diferente para llegar hasta el reflector debido a las diferencias constructivas y a la presencia de elementos como el espejo de reflexión que hacen que la estructura de la cadena cinemática cambie. La Figura 35 muestra la cadena cinemática asociada a esta construcción, con todos los sistemas de referencia necesarios para su identificación.

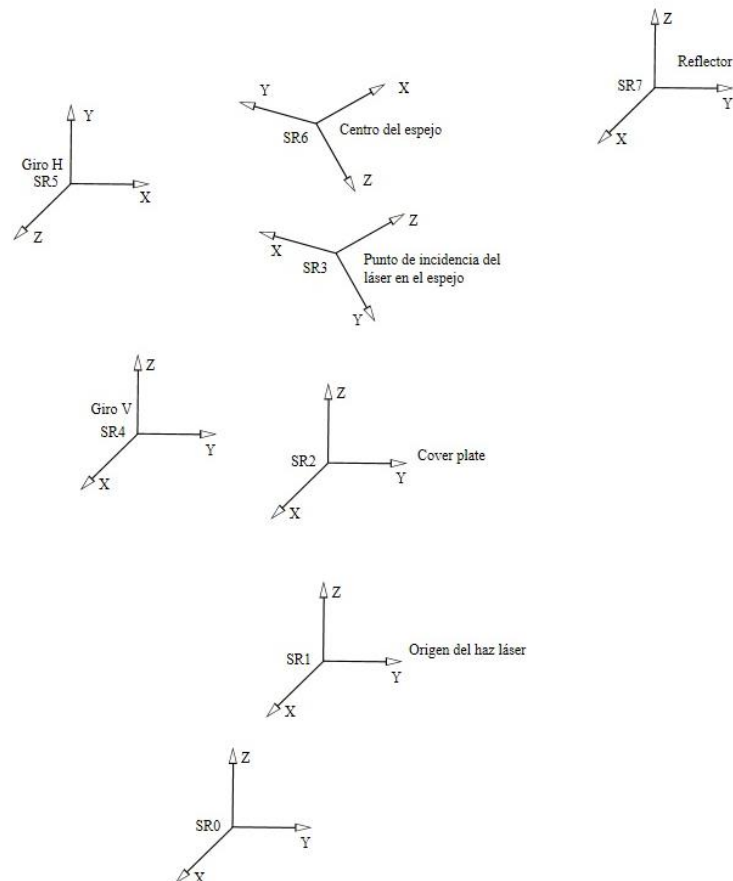


Figura 35. Esquema cinemático del laser tracker con el haz en la columna

4.3.3. Caracterización de modelo de error cinemático

Cada articulación presenta una serie de errores que hacen que las matrices de transformación propuestas en el apartado anterior no reflejen con precisión la relación entre dos sistemas de referencia consecutivos. A consecuencia de ello, hay que introducir en el modelo cinemático una serie de matrices de error que sirvan para completar el modelo cinemático incluyendo los errores de desplazamiento y giro que se dan entre las articulaciones. Para la caracterización de estas matrices de error se ha utilizado el modelo propuesto por Slocum (1992) que distingue entre los errores asociados a articulaciones giratorias y los asociados a articulaciones prismáticas (ver Figura 36).

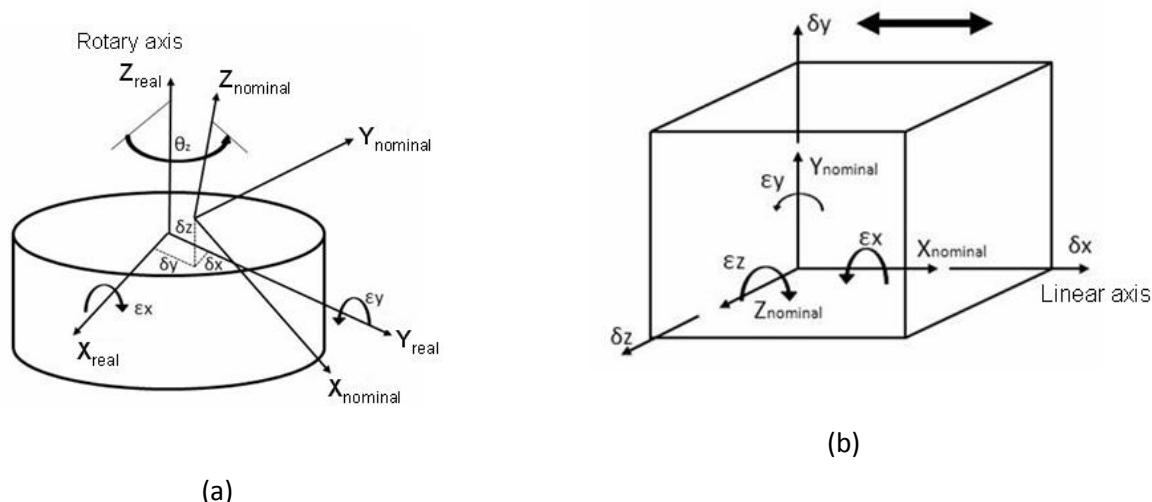


Figura 36. Errores en articulaciones (a) giratorias y (b) prismáticas

Para cada tipo de articulación, los parámetros de error reflejan los errores de desplazamiento (δ) y de rotación (ϵ) que transforman el sistema de referencia ideal de la articulación en el real. Esta transformación se formula por medio de la ecuación (37) para ejes giratorios y (38) para ejes prismáticos.

$$R_{Terr} = \begin{bmatrix} \cos \epsilon_Y \cdot \cos(\theta_Z + \epsilon_Z) & -\cos \epsilon_Y \cdot \sin((\theta_Z + \epsilon_Z) + \epsilon_Z) & \sin \epsilon_Y & \delta_X \\ \cos \epsilon_X \cdot \sin(\theta_Z + \epsilon_Z) + \sin \epsilon_X \cdot \sin \epsilon_Y \cdot \cos(\theta_Z + \epsilon_Z) & \cos \epsilon_X \cdot \cos(\theta_Z + \epsilon_Z) - \sin \epsilon_X \cdot \sin \epsilon_Y \cdot \sin(\theta_Z + \epsilon_Z) & -\sin \epsilon_X \cdot \cos \epsilon_Y & \delta_Y \\ \sin \epsilon_X \cdot \sin(\theta_Z + \epsilon_Z) - \cos \epsilon_X \cdot \sin \epsilon_Y \cdot \cos(\theta_Z + \epsilon_Z) & \sin \epsilon_X \cdot \cos(\theta_Z + \epsilon_Z) + \cos \epsilon_X \cdot \sin \epsilon_Y \cdot \sin(\theta_Z + \epsilon_Z) & \cos \epsilon_X \cdot \cos \epsilon_Y & \delta_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$T_{err} = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_Z & \epsilon_Y & \delta_X \\ \epsilon_Z & 1 & -\epsilon_X & \delta_Y \\ -\epsilon_Y & \epsilon_X & 1 & \delta_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Esta formulación considera que los errores permanecen constantes independientemente de la posición de la articulación. En la publicación "Rotating error Modelling and identification for robot kinematic calibration by circle point method" se demostró que esto no refleja con exactitud la realidad y era necesario una formulación de errores variable en función del grado de desplazamiento de la articulación. En las articulaciones giratorias se producen fenómenos excéntricos que varían en función del ángulo de la articulación. La Figura 37 muestra los errores de excentricidad medidos en las articulaciones del robot.

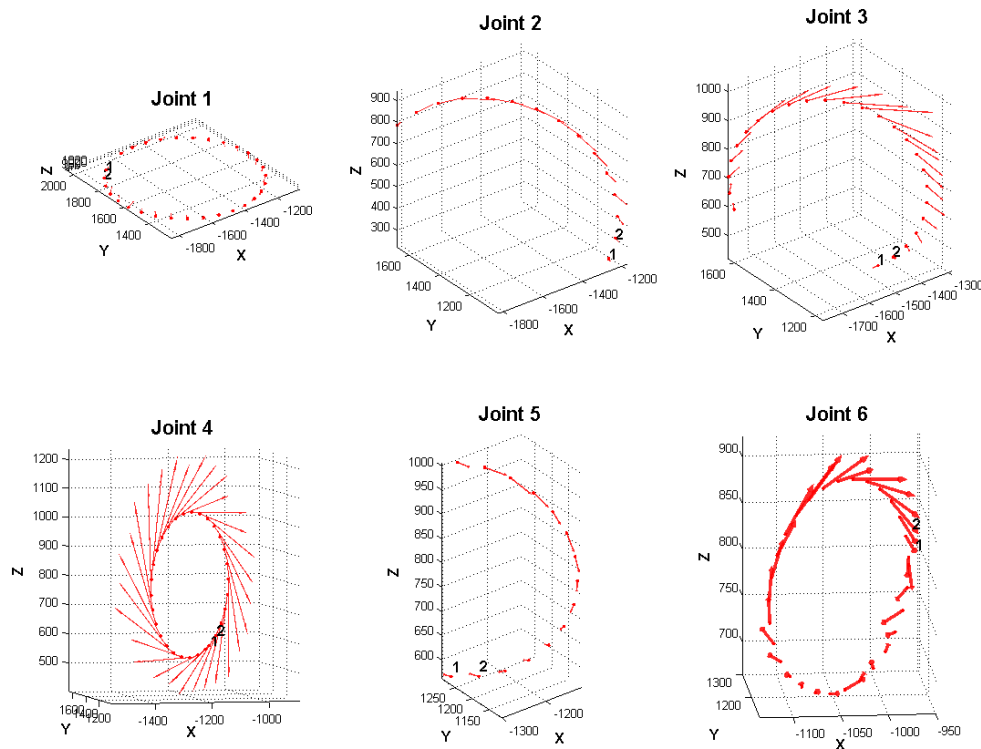


Figura 37. Errores de excentricidad en un robot

Para conseguir una adecuada corrección de estos errores ha sido necesario reformular la matriz de errores para articulaciones giratorias, dotando de variabilidad a los parámetros de error en la forma reflejada en las ecuaciones (39) a (43). Esto supone la introducción de un nuevo conjunto de parámetros que se han tenido que incorporar a los algoritmos de identificación correspondientes.

$$dx = Adx \cdot \text{sen} \left(\frac{2\pi}{Tdx} \cdot \theta_z + \varphi dx \right) \quad (39)$$

$$dy = Ady \cdot \text{sen} \left(\frac{2\pi}{Tdy} \cdot \theta_z + \varphi dy \right) \quad (40)$$

$$dz = Adz \cdot \text{sen} \left(\frac{2\pi}{Tdz} \cdot \theta_z + \varphi dz \right) \quad (41)$$

$$\varepsilon x = A\varepsilon x \cdot \text{sen} \left(\frac{2\pi}{T\varepsilon x} \cdot \theta_z + \varphi \varepsilon x \right) \quad (42)$$

$$\varepsilon y = A\varepsilon y \cdot \text{sen} \left(\frac{2\pi}{T\varepsilon y} \cdot \theta_z + \varphi \varepsilon y \right) \quad (43)$$

La definición del error de las articulaciones prismáticas se ha realizado en forma de polinomio de segundo grado según la formulación mostrada en las ecuaciones (44) a (49) en las que la variable es la medida de la distancia recorrida por el haz del láser.

$$\delta x = \delta x_1 + \delta x_2 \cdot d + \delta x_3 \cdot d^2 \quad (44)$$

$$\delta y = \delta y_1 + \delta y_2 \cdot d + \delta y_3 \cdot d^2 \quad (45)$$

$$\delta z = \delta z_1 + \delta z_2 \cdot d + \delta z_3 \cdot d^2 \quad (46)$$

$$\varepsilon x = \varepsilon x_1 + \varepsilon x_2 \cdot d + \varepsilon x_3 \cdot d^2 \quad (47)$$

$$\varepsilon y = \varepsilon y_1 + \varepsilon y_2 \cdot d + \varepsilon y_3 \cdot d^2 \quad (48)$$

$$\varepsilon z = \varepsilon z_1 + \varepsilon z_2 \cdot d + \varepsilon z_3 \cdot d^2 \quad (49)$$

4.3.4. Medición de errores lineales del laser tracker

Para evaluar el error de medición de distancia del laser tracker se ha realizado un ensayo que ha permitido comparar la medición en distancias del laser tracker marca API con las de un interferómetro convencional marca HP. Para ello se han montado dos reflectores sobre el carro de una guía lineal. La guía tiene taladros de registro situados cada 50 mm, con un recorrido máximo de 1400 mm, y el carro lleva un posicionador que se introduce en los registros fijando el desplazamiento del carro sobre la guía. Los dos reflectores se han montado solidariamente sobre el carro de forma que no puedan desplazarse uno respecto del otro. El interferómetro láser mide la posición de uno de los reflectores mientras que el laser tracker mide la del otro. Ambos se han colocado en posiciones cercanas y de forma que el laser tracker esté lo mejor alineado posible con la guía lineal con el fin de minimizar los errores de los encoders angulares. En la Figura 38 y en la Figura 39 se puede ver el planteamiento del experimento de medición.

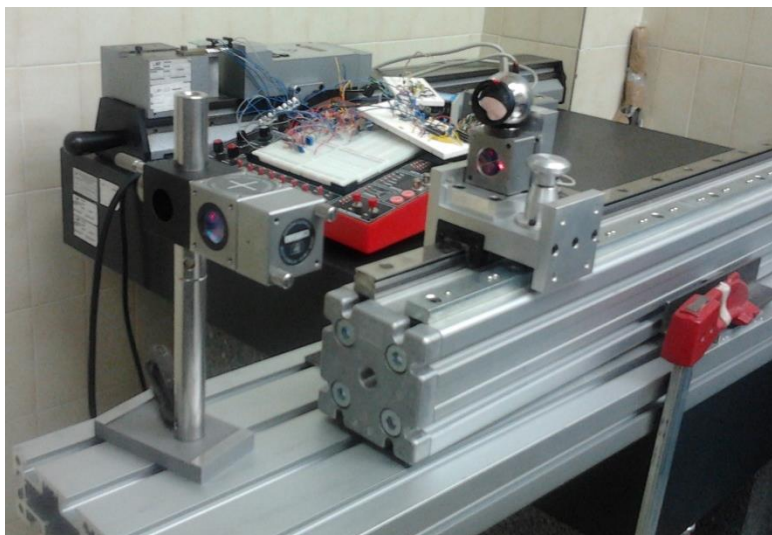


Figura 38. Montaje de los reflectores en la guía lineal



Figura 39. Montaje de los sistemas de medición

El interferómetro se ha puesto a cero para la primera posición del carro sobre la guía lineal. A partir de ahí se ha movido el carro en pasos de 50 mm, fijándose su posición después de cada movimiento. Una vez alcanzada la última posición disponible, a 1400 mm de la inicial, se ha desplazado unos centímetros más el carro con el fin de volver a la posición última en sentido negativo. A partir de ahí se ha recorrido el camino inverso hasta la posición inicial de la misma forma que en el recorrido de ida.

Las mediciones se han realizado seleccionando el laser tracker en posición de distanciómetro (ADM) y de interferómetro (IFM), repitiéndose los ciclos de medición 2 veces para cada caso. El interferómetro nos da directamente las distancias recorridas por el carro, mientras que para el caso del laser tracker se ha tenido que calcular en función de las distancias entre los puntos capturados. Esta medición corresponde principalmente con la medida de longitud del laser tracker dado que se ha colocado de forma que, durante todo el proceso de medición, los valores de los ángulos de elevación y azimutal han permanecido prácticamente constantes. La diferencia entre la medición del interferómetro y la del laser tracker (Figura 40) nos da el valor del error de medición en distancia del laser tracker.

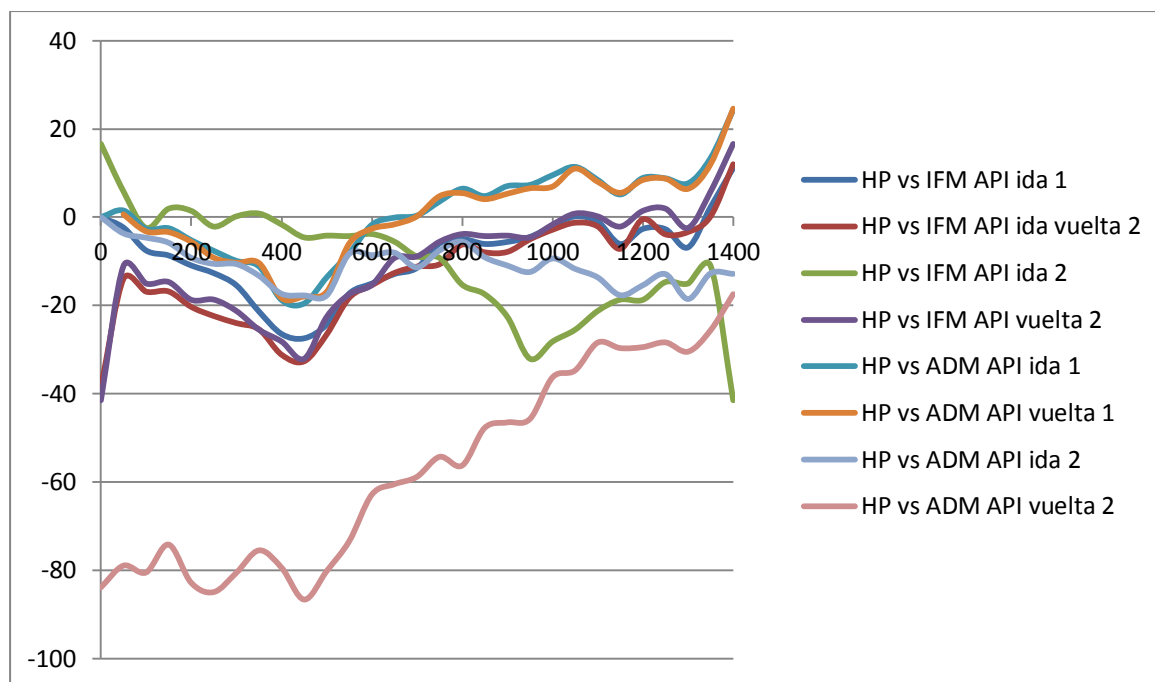


Figura 40. Errores de medición de distancias con el laser tracker

De la comparación entre las mediciones del laser tracker con interferómetro y con ADM se deduce que el comportamiento de ambos es muy similar, al menos para un rango de medición de 7-8 metros que es en el que se han realizado las mediciones.

4.3.5. Validación del modelo de errores

El modelo planteado, con los parámetros cinemáticos y las matrices de error se ha verificado previamente a su utilización para la calibración del laser tracker. En el proceso de validación se ha seguido la siguiente secuencia de actuaciones:

- Verificación del modelo con datos sintéticos.
- Validación del modelo con datos reales.
- Estudio de estrategias de optimización de parámetros.
- Análisis de optimización sin valores nominales.

La verificación con datos sintéticos ha consistido en la generación paramétrica de una serie de mallas de reflectores simulando las mediciones realizadas por un laser tracker con errores conocidos. Se han generado tres tipos de mallas; una malla plana que correspondería a una pared de reflectores con reflectores distribuidos uniformemente (Figura 41 (a)), una malla prismática tridimensional con una distribución uniforme de reflectores y con el laser tracker situado en el centro de la malla (Figura 41 (b)) y una malla esférica tridimensional con una distribución homogénea de reflectores considerados en coordenadas esféricas (Figura 41(c)).

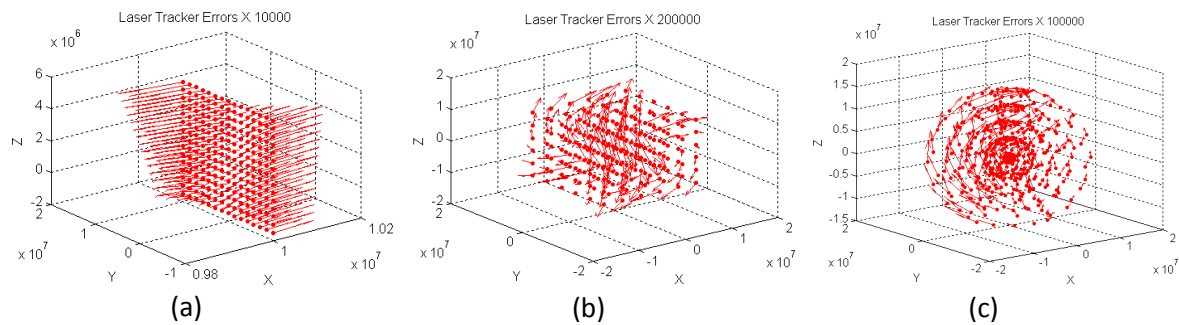


Figura 41. Mallas sintéticas generadas

Para la generación de las mallas se han considerado parámetros de error constantes con valores de $10 \mu\text{rad}$ para los valores angulares y de $10 \mu\text{m}$ para valores lineales. El cálculo de los valores medidos por laser tracker afectado por los errores se realiza a través de una optimización matemática. Los datos de entrada son la matriz de coordenadas cartesianas de la malla nominal de reflectores y el vector de parámetros de error. Primeramente se transforman las coordenadas cartesianas para obtener las coordenadas esféricas de las posiciones de los reflectores. La optimización va variando los valores nominales (θ_{nom} , φ_{nom} , d_{nom}) transformándolos en los valores propios de la i -ésima iteración (θ_{it_mi} , φ_{it_mi} , d_{it_mi}). Estos valores se pasan a través del modelo cinemático que corrige estas medidas con los parámetros de error predeterminados y nos da las coordenadas cartesianas medidas en la i -ésima optimización (X_{it_mi} , Y_{it_mi} , Z_{it_mi}). La función objetivo a minimizar (ϕ) es el sumatorio de los cuadrados de las distancias euclideas entre las posiciones nominales y las corregidas por el modelo cinemático. Una vez obtenido el mínimo de la función, el resultado son las coordenadas medidas que se buscaban.

Una vez obtenidos los datos sintéticos se sigue un proceso inverso para calcular los parámetros de error del laser tracker. El procedimiento que se sigue es el siguiente; se introducen como parámetros de entrada los datos sintéticos (datos medidos), los nominales y un vector de parámetros de error iniciales, a partir de los datos medidos se obtienen las coordenadas esféricas medidas que se introducen en la optimización. La optimización varía los valores de los parámetros de error, calculando las coordenadas cartesianas en cada optimización. La función que se busca minimizar es nuevamente el sumatorio de los cuadrados de las distancias euclideas entre las posiciones nominales y las medidas corregidas a través del modelo cinemático. Una vez conseguido el mínimo de la función, se obtienen los parámetros de error óptimos.

Los parámetros de error son, en general, muy similares a los introducidos para general los datos sintéticos aunque hay algunos que presentan valores diferentes a los iniciales, lo cual nos da a entender que hay valores que son interdependientes y, hay combinaciones de valores distintos de los iniciales que son equivalentes.

Una vez validados los algoritmos de identificación de parámetros y corrección de errores con datos sintéticos se sigue el mismo procedimiento con valores reales. Con un laser tracker se miden, desde cinco posiciones distintas, las coordenadas de un bosque de reflectores situado en

una mesa de medición por coordenadas. Los cojinetes neumáticos de la máquina se han desactivado para poder realizar la medición correctamente. Con los datos medidos por el laser tracker y los nominales medidos por la máquina de medición, se ha seguido un procedimiento análogo al utilizado con los datos sintéticos para calcular los parámetros de error del laser tracker.

4.3.6. Ensayo de calibración en condiciones reales

El objetivo final de esta tesis es establecer un procedimiento de calibración de laser trackers rápido, fiable y accesible a cualquier usuario de los sistemas de medición. Con el fin de comprobar que las simulaciones realizadas con datos sintéticos y reales son válidas, es necesario realizar un ensayo de calibración en las mismas condiciones en las que lo realizaría el usuario del laser tracker. La determinación del modelo cinemáticos de error, las estrategias de calibración y el análisis de sensibilidad han desembocado en el planteamiento de un ensayo de calibración en situación real en el que se han utilizado los conocimientos adquiridos previamente para poder plantear el ensayo en las condiciones idóneas.

Para ello se ha dispuesto de un volumen diáfano de aproximadamente 6 x 6 x 6 metros en el que se han dispuesto los elementos necesarios para la medición. Primeramente ha sido necesario posicionar los reflectores de acuerdo con las conclusiones obtenidas del análisis de sensibilidad. Dicho análisis concluye que hay una serie de parámetros que afectan de la misma forma al error del equipo en todo el rango de utilización del mismo. Por el contrario hay otros parámetros cuya influencia en el error general depende de la distancia al reflector y de los valores de los ángulos azimutal y de elevación. Mientras que con la distancia hay una relación directa, con respecto al ángulo azimutal, hay una relación periódica que se repite cada cuarto de giro del eje vertical. Con respecto al ángulo de elevación, se comprueba que los valores de error tienen relación directa con los valores del ángulo de inclinación para unos parámetros, mientras que para otros la relación es inversa. Esto supone que para el planteamiento del ensayo se han de cumplir las condiciones siguientes:

- Las posiciones de los reflectores deben cumplir el máximo rango de distancias posibles.
- El eje vertical del laser tracker ha de recorrer un ángulo mínimo de $\pi/2$.
- Se han de colocar los reflectores en posiciones que se alcancen en las posiciones extremas y en el ecuador de giro del eje de elevación.

Con estas tres premisas, la distribución de los reflectores se ha realizado en la forma que se detalla seguidamente. Se ha dispuesto una esquina diáfana del taller mecanizado de precisión en el que se ha situado primero la posición inicial del laser tracker en la bisectriz de ángulo formado por las paredes laterales y a una distancia del vértice de 4.25 metros, de esta forma se dispone de una visión idéntica de las dos paredes. Posteriormente se han definido otras 4 posiciones del laser tracker en diferentes posiciones y orientaciones en el suelo de la nave Figura 43. Una vez definidas las posiciones del laser tracker, se han definido las de los reflectores que se han colocado en tres niveles de altura; un conjunto de 8 reflectores a la altura máxima posible, cerca del techo de la nave a 6 metros de altura, un segundo nivel de reflectores a la misma altura que

el cabezal del laser tracker, aproximadamente 2 metros, y un tercer nivel de reflectores en el nivel del suelo. Con el nivel superior se consigue el máximo ángulo de elevación, con el nivel intermedio el ángulo neutro de elevación y con el nivel de suelo los valores inferiores del ángulo de elevación. Dado que el laser tracker tiene un ángulo de elevación mínimo de -55° , existe una zona de sombra producido por cada uno de ellos en forma de cono con vértice en el origen del láser y 110° de apertura. Se han calculado las proyecciones de las zonas de sombra de todas las posiciones del laser tracker sobre el suelo para no colocar ningún reflector en estas zonas y que todos sean medibles desde las cinco posiciones del laser tracker. Se ha abarcado un ángulo de 180° desde la posición inicial del laser tracker para que este sea el rango de giro azimutal mínimo abarcado desde todas las posiciones de medición. La distribución y orientación en planta del laser tracker y los reflectores se muestran en la Figura 42 y en la Figura 43.

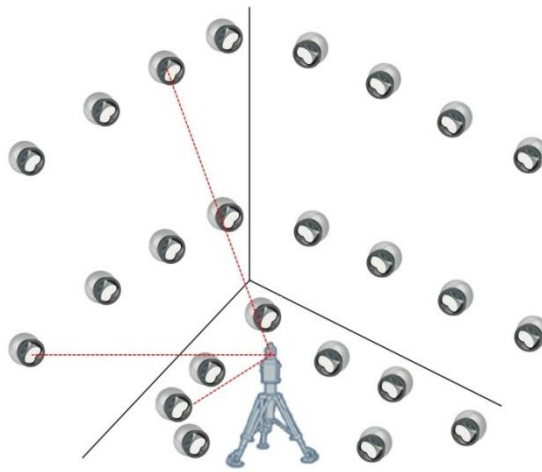


Figura 42. Planteamiento de la malla de reflectores

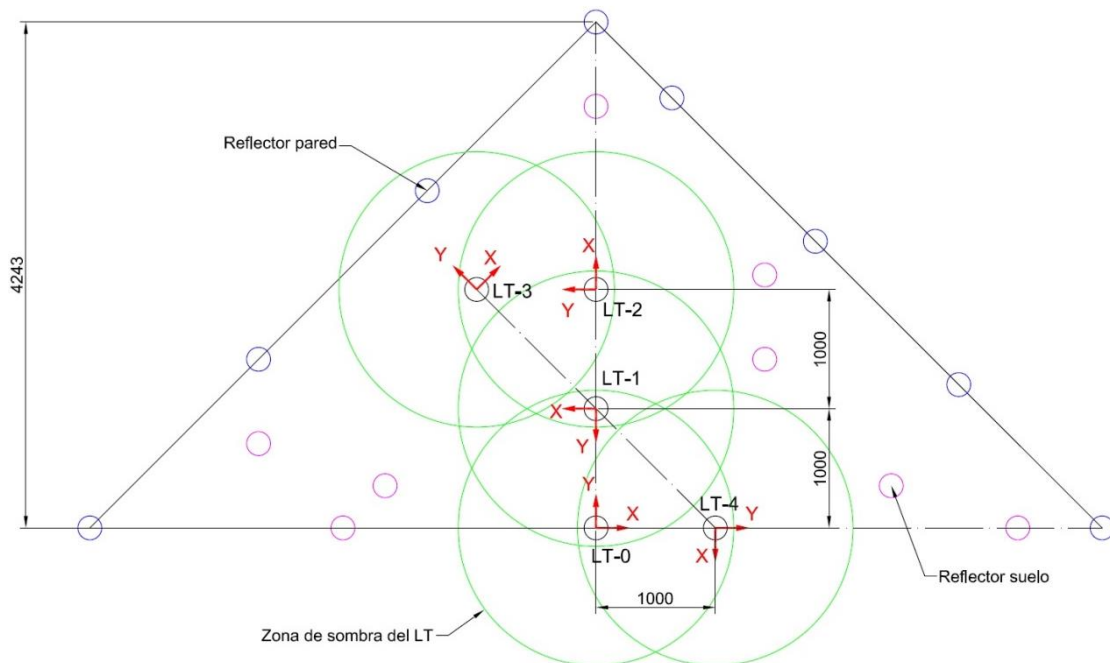


Figura 43. Posiciones del laser tracker en ensayo de calibración

Inicialmente se colocaron 8 reflectores dispuestos regularmente en cada uno de los niveles superiores más otros 7 reflectores en el nivel inferior. Además, los ensayos de calibración realizados en la máquina de medición por coordenadas, reflejaron la necesidad de incluir un patrón calibrado de, idealmente 4 reflectores en el conjunto de reflectores a medir. Para ello se dispuso de una estructura rígida de aluminio sobre la que se montaron 4 reflectores cuyas posiciones relativas se habían caracterizado previamente con la máquina de medición por coordenadas (ver Figura 44). La estructura portante de estos reflectores se ha construido en forma de escuadra para evitar que sus posiciones tengan coordenadas diferentes en las tres coordenadas respecto del sistema de referencia del laser tracker.



Figura 44. Patrón calibrado de reflectores

Co esta distribución tenemos un total de 27 reflectores para ser medidos desde 5 posiciones del laser tracker. Los reflectores del patrón se han numerado en último lugar, etiquetándolos desde el número 24 hasta el 27. Las distancias medidas entre ellos por la máquina de medición por coordenadas se reflejan en la Tabla 10. El patrón de reflectores se ha colocado en el nivel del suelo y próximo a la esquina de la nave.

Tabla 10. Distancias entre reflectores del patrón (mm)

		Reflector origen		
		24	25	26
Reflector destino	25	357.6066	590.1060	355.9437
	26	388.0144	386.7815	
	27	454.4203		

Una vez completada la distribución de reflectores (ver Figura 45) se ha procedido a la medición de los mismos desde la primera posición de laser tracker. El procedimiento habitual de medición de posiciones de reflectores con el interferómetro del laser tracker implica que el reflector se ha

de colocar primero en el nido colocado en la estructura del laser tracker con el fin de tomar esa posición como referencia inicial antes de desplazar el reflector a la posición a medir. En nuestro caso, los reflectores se encuentran fijados a las paredes y el suelo con los que nos es posible llevarlos hasta el nido para poder hacer el cero de los mismos. Además, no sería viable realizar el cero del reflector y, posteriormente moverlo manualmente hasta posiciones situadas a 6 metros de altura. Esto implicaría también una incertidumbre en el reposicionamiento de los reflectores en cada posición. Por ello nos es posible realizar la medición en modo interferómetro, con lo que es necesario realizarla en modo ADM. En la sección 4.3.4 se verificó que, para unas distancias similares a las que se encuentran los reflectores respecto del laser tracker, no había diferencias significativas entre las mediciones realizadas con interferómetro y con ADM, por lo que se justifica plenamente el uso de este último en el ensayo de medición.



Figura 45. Posiciones reflectores en ensayo de calibración

Previa a la realización de las mediciones es necesaria una primera calibración del laser tracker según el procedimiento establecido por el fabricante. Este proceso de calibración está comandado por un programa suministrado junto con el laser tracker que va guiando al usuario y dándole paso a paso las posiciones necesarias del reflector para culminar el proceso de calibración.

La medición se ha realizado con el software comercial SpatialAnalyzer. Este software permite capturar de forma automática las posiciones de los reflectores de una forma preestablecida. Uno de los métodos de captura habituales es la detección del desplazamiento del reflector. Este es el método habitual en la calibración de robots y en la verificación volumétrica de máquina herramienta en los que el software espera a detectar el movimiento del reflector, una vez detectado el movimiento espera a que pare, momento en el que captura los datos de posición del reflector. En el caso de las mediciones que estamos realizando, se han utilizado dos procedimientos diferentes para medir las posiciones desde la primera posición del reflector y

desde las 4 siguientes. Para la primera posición del reflector se ha utilizado la detección automática de los reflectores. El software desactiva los frenos mecánicos de los ejes de rotación del laser tracker, lo que permite dirigirlo de forma manual hacia el reflector. Visualmente se observa que el haz el láser está dentro de la esfera del reflector. Este direccionamiento que, a nosotros puede parecernos correcto, no tiene porqué ser el ideal y, al indicarle al software que ya está dirigido hacia el reflector, comienza un barrido en forma de espiral alrededor de la posición en la que lo hemos colocado para buscar su alineamiento óptimo con el reflector. Una vez alineado, realiza la captura de las coordenadas del reflector. En este caso se ha programado que la captura la haga en base a 500 mediciones, de las cuales saca el promedio y la desviación. Este procedimiento se ha de seguir para los 27 reflectores empleados. La captura de puntos desde las demás posiciones del laser tracker es más sencilla dado que es posible automatizarla. En la medición de entidades complejas, es habitual que no se exista una línea visual directa desde el laser tracker a todos los puntos a medir. Para solucionar este inconveniente, el software de captura de datos tiene la posibilidad de cambiar la posición del laser tracker y seguir midiendo como si estuviera en la posición inicial. La técnica empleada para ello es transformar las coordenadas de los puntos medidos desde la nueva posición, del sistema de referencia del laser tracker en la posición actual al sistema de referencia de laser tracker en la posición inicial. Para ello, la única condición es poder medir un mínimo de 3 reflectores desde las dos posiciones del laser tracker. De esta forma, el software determina la matriz homogénea de transformación entre ambos sistemas de referencia pudiendo expresarse todas las mediciones en un único sistema de referencia. Juntamente con ello, también existe la posibilidad de medir de forma automática un conjunto de reflectores ya medidos previamente. Hemos utilizado las posibilidades que nos brindan ambas características conjuntas para realizar la medición automática desde las 4 posiciones restantes logrando un gran ahorro de tiempo en el proceso de medición. Los pasos a seguir para conseguir la medición automática han sido los siguientes:

- Medir las posiciones de 3 reflectores desde la nueva posición del laser tracker.
- Asignar la misma numeración a estos reflectores que en la malla inicial.
- Indicar al software que calcule la matriz de cambio de sistema de referencia.
- Utilizar esta matriz para definir la nueva ubicación del laser tracker.
- Iniciar la medición automática de la malla de reflectores.

Al realizar la medición automática, en caso de que el láser tracker no detecte perfectamente el reflector, inicia un barrido en espiral para conseguir una buena visual con el reflector. Debido a los diferentes posicionamientos del equipo, ha habido reflectores cuyo ángulo de incidencia ha sido mayor que el admisible, no pudiéndose capturar desde todas las posiciones. Un total de 5 reflectores han presentado este problema, lo que ha reducido la malla de 27 reflectores a 22.

4.3.7. Resultados de la calibración

El software de medición genera un documento con los valores del ensayo de medición y estos pueden exportarse en un fichero de datos separados por comas, que pueden tratarse con programas de tratamiento de datos tipo Excel, para su posterior procesado con los algoritmos de calibración generados. A modo de referencia, la Tabla 15 muestra

los valores de las mediciones capturadas desde la primera posición del laser tracker. Del mismo modo y, también a como referencia, la

Tabla 12 ilustra el cálculo de la matriz de transformación entre los sistemas de referencia de las dos primeras posiciones del laser tracker.

Tabla 11. Puntos medidos desde la primera posición del laser tracker

Point Group A::posicion1 Point Name	X	Y	Z
1	-1082,893	-3806,4408	-21,9424
2	-4913,0571	-11,0955	5175,6316
3	465,7368	4220,8614	1589,8715
4	-1531,3617	-2507,3935	6,5565
5	-2803,5036	-868,1494	28,3421
6	-4535,5816	-0,2713	38,2388
7	-4276,6823	892,9374	33,7022
8	82,6604	2598,3905	-8,8004
9	-332,7261	1460,5195	9,3164
10	-1502,0273	-4476,7433	2048,1622
11	-2667,6594	-2916,292	2070,3878
12	-4073,0074	-1081,9959	2054,8122
13	-4847,6615	-57,3895	2091,314
14	-4929,4085	784,642	2058,0628
15	-2267,271	2175,0781	1618,0144
16	-1321,4279	2894,4067	1606,5529
17	-1565,066	-4471,1243	5114,2634
18	-2736,0031	-2919,2234	5135,6369
19	-4001,243	-1234,468	5164,2843
20	-4338,3934	1131,2432	5202,1872
21	-2900,6555	2211,2733	5186,3454
22	-1451,7308	3297,8399	5178,371
23	-9,4361	4376,9807	5167,0082
24	-4668,6201	643,4391	92,8503
25	-4218,6319	160,309	80,7204
26	-3897,1325	367,2875	96,0045
27	-3957,5686	928,0359	81,7025

Tabla 12. Cambio de sistema de referencia entre las dos primeras posiciones del laser tracker

Best-Fit Transformation (Summary) A::posicion1 to A::AutoPts				
Results	X	Y	Z	Mag
Count	4	4	4	4
Max Error	1314,9363	525,227	2921,4862	3230,335
RMS Error	902,7321	336,5405	1839,4735	2076,4989
StdDev Error	1042,3852	388,6035	2124,0411	2397,7344
Max Error (all)	1314,9363	525,227	2921,4862	3230,335
RMS Error (all)	902,7321	336,5405	1839,4735	2076,4989
Transformation				
Translation	381,3969	-1445,7273	-350,9775	1535,8308
Rotation (Fixed XYZ)	-19,4197	0,0798	80,3377	
Rotation (Euler xyz)	79,7676	-19,1201	-3,4648	
Rotation (Angle axis)	-0,1966	-0,1646	0,9666	82,2765
Matrix	0,1678	-0,9298	-0,3275	381,3969
	0,9858	0,1578	0,0571	-1445,7273
	-0,0014	-0,3325	0,9431	-350,9775
	0	0	0	1
Scale Factor	1			

Una vez recopilados los datos de las mediciones en las 5 posiciones del laser tracker, se procesan con ayuda de los algoritmos generados según el siguiente procedimiento:

- Se generan tantas matrices de datos como posiciones del laser tracker se hayan utilizado en la generación de las mediciones.
- Posteriormente se ejecuta el algoritmo de optimización de parámetros de error, en el cual se introducen como parámetros de entrada, un vector inicial de parámetros de error (normalmente ceros), las matrices de posiciones de los reflectores, la matriz con las distancias entre los reflectores del patrón, y por último el valor de la temperatura ambiente en el momento de la medición. Esto último es necesario porque el patrón se ha medido en condiciones controladas en el laboratorio metrológico, por lo que hay que calcular las medidas reales a temperatura ambiente

considerando el coeficiente de dilatación térmica del material de la estructura portante del patrón y la variación de temperatura entre el laboratorio y el emplazamiento de las mediciones.

- Este algoritmo calcula los parámetros cinemáticos de error descritos en la sección 4.3.3 en base al criterio de minimizar las diferencias entre las distancias medidas por cada pareja de reflectores desde todas las posiciones del laser tracker.
- Una vez obtenidos los parámetros de error, otro algoritmo calcula las mediciones corregidas de cada matriz de coordenadas de reflectores.
- Dado que se ha establecido un segundo criterio de evaluación de los resultados de la calibración, se precisa expresar todas las mediciones en el mismo sistema de referencia, para ello otro algoritmo calcula las matrices homogéneas de cambio de sistema de referencia de las posiciones del laser tracker 2 a 5 a la posición 1. Esto se realiza tanto para las matrices de coordenadas medidas como de las corregidas.
- Seguidamente, otro algoritmo realiza el cálculo de las mediciones en sistema de referencia del laser tracker en la primera posición en base a las matrices de transformación obtenidas en el algoritmo anterior.
- Finalmente, otro algoritmo calcula los valores de las distancias entre todos los pares de reflectores de cada matriz, tanto de los medidos como de los corregidos.

Una vez obtenidos los valores medidos, corregido, distancias entre puntos y coordenada en el mismo sistema de referencia, se puede ver el resultado de la calibración y evaluar su funcionamiento.

Para evaluar la variación de las distancias entre parejas de reflectores, se han calculado los valores promedio de las distancias. En la Figura 46 se muestra el error de distancia para cada pareja de puntos como el valor absoluto de la diferencia entre la distancia promedio y la de cada posición del laser tracker, tanto para valores iniciales (Err ini) como para los corregidos (Err res)

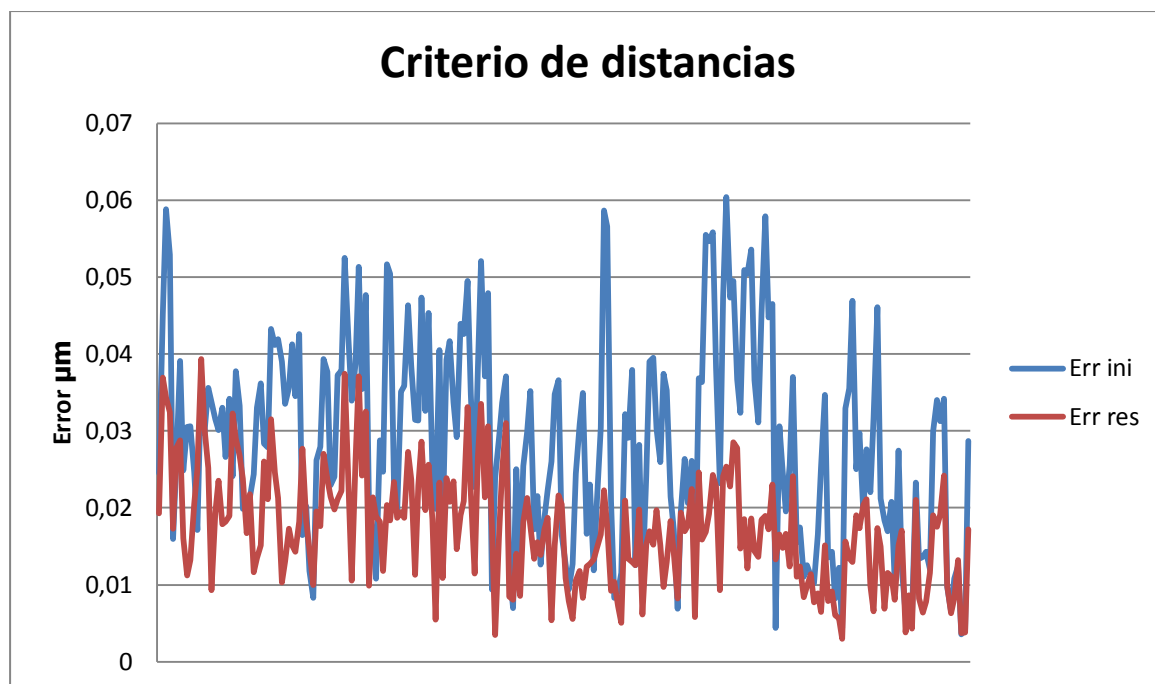


Figura 46. Evaluación de la calibración según el criterio de distancias

Para la evaluación del resultado de la calibración, según el criterio de distancias, se ha calculado el valor promedio de las coordenadas de cada punto en sistema de referencia laser tracker en la posición 1 y posteriormente la desviación de cada uno de ellos respecto del promedio tanto para valores medidos (Err ini) como para los corregidos (ERR res) como se puede ver en la Figura 47.

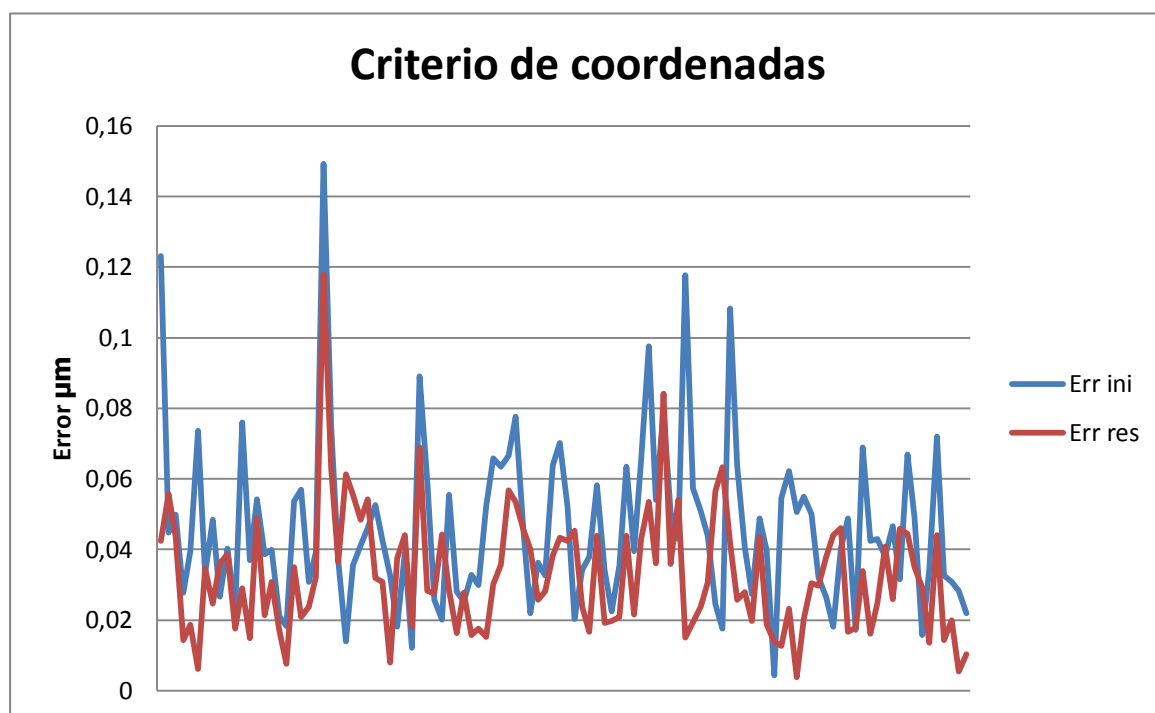


Figura 47. Evaluación de la calibración según el criterio de coordenadas

Los valores de la reducción del error cometido por el laser tracker después de calibrado se pueden ver en la Tabla 13. En ella se aprecia la influencia que tiene el criterio de evaluación en el resultado de la calibración.

Tabla 13. Aumento de precisión de la calibración por criterios

		Criterio	
		Coordenadas	Distancias
Error inicial (μm)	Máximo	149	60
	Promedio	46	29
Error residual (μm)	Máximo	118	39
	Promedio	39	17
	Mejora	14,47%	40,10%

4.3.8. Verificación de los resultados de la calibración

El análisis de la mejora de la precisión del laser tracker mostrada en la Tabla 13 se basa en métodos indirectos de evaluación dado que no es posible comparar los datos de los valores medidos y de los corregidos con valores nominales. Los reflectores se han colocado en unas posiciones preestablecidas pero sin ningún tipo de precisión, lo cual es inviable en un entorno como el empleado. Además no se dispone de ningún instrumento de medición, con mejor precisión que el laser tracker, que pueda darnos las posiciones reales de los reflectores. Por ello, la evaluación del procedimiento de validación no es completa dado que se basa únicamente en la valoración de medidas indirectas del error relacionadas con sus valores promedio.

Por ello, al menos desde el punto de vista de esta tesis, es necesario verificar de forma fehaciente que el procedimiento de calibración ofrece los resultados esperados de forma que consigamos tener la confianza suficiente en el método como para poder considerar fiables los criterios indirectos de valoración.

Para conseguir evaluar correctamente el resultado de la calibración se necesitan mediciones que dispongan de valores reales con los que se puedan comparar los datos medidos y los corregidos y, con ello determinar el comportamiento del procedimiento de calibración.

Se disponen de una serie de mediciones de un conjunto de reflectores medidos sobre la mesa de una máquina de medición por coordenadas que se ajustan perfectamente a las características del ensayo de calibración. Para evaluar el procedimiento, se han empleado los valores de los parámetros de error calculados para corregir las mediciones realizadas en laboratorio. Esto servirá para dos fines; por un lado permite evaluar el procedimiento de calibración con datos nominales y, por otro lado, permite evaluar si los parámetros de error calculados están afectados por la diferencia de temperatura entre el emplazamiento de la medición en taller y el laboratorio metrológico.

El procedimiento de calibración es el mismo que el descrito en el punto anterior a partir de la determinación de los parámetros de error con la única variación de utilizar el sistema de referencia de la máquina de medición por coordenadas como sistema de referencia al que se trasladan las mediciones del laser tracker, es decir:

- Este algoritmo calcula los parámetros cinemáticos de error descritos en la sección 4.3.3 en base al criterio de minimizar las diferencias entre las distancias medidas por cada pareja de reflectores desde todas las posiciones del laser tracker.
- Una vez obtenidos los parámetros de error, otro algoritmo calcula las mediciones corregidas de cada matriz de coordenadas de reflectores.
- Dado que se ha establecido un segundo criterio de evaluación de los resultados de la calibración, se precisa expresar todas las mediciones en el mismo sistema de referencia, para ello otro algoritmo calcula las matrices homogéneas de cambio de sistema de referencia de las posiciones del laser tracker 1 a 5 al sistema de referencia de la máquina de medición por coordenadas. Esto se realiza tanto para las matrices de coordenadas medidas como de las corregidas.
- Seguidamente, otro algoritmo realiza el cálculo de las mediciones en sistema de referencia de la máquina de medición por coordenadas en base a las matrices de transformación obtenidas en el algoritmo anterior.
- Finalmente, otro algoritmo calcula los valores de las distancias entre todos los pares de reflectores de cada matriz, tanto de los medidos como de los corregidos.

La Figura 48 y la Figura 49 muestran la evaluación de la calibración en función de los criterios de distancias y de coordenadas respectivamente.

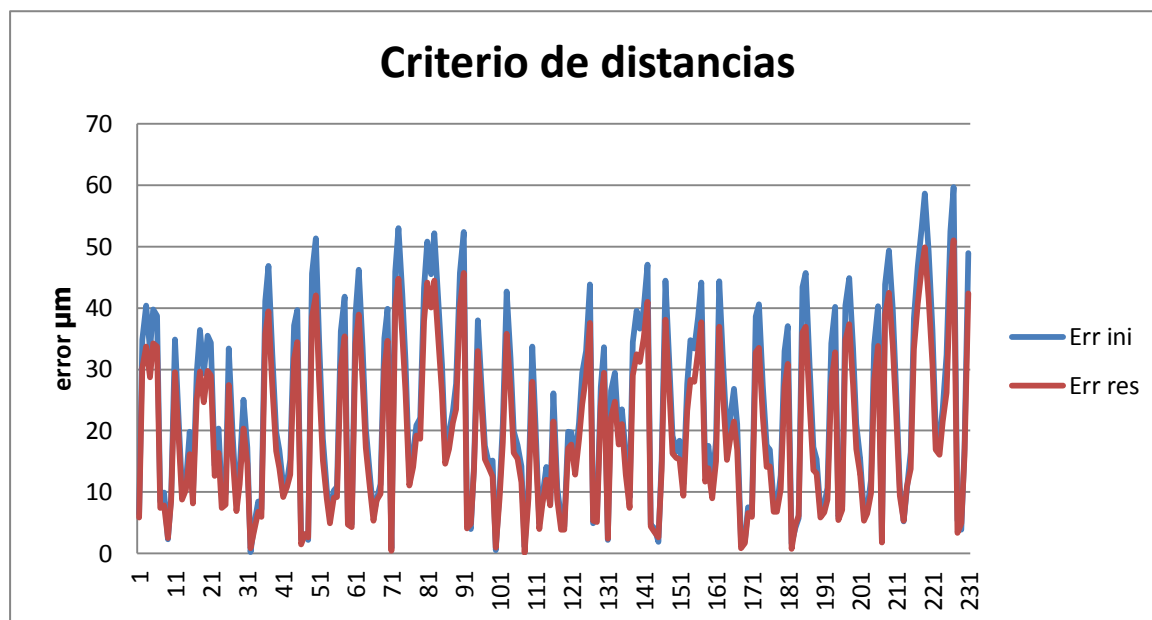


Figura 48. Verificación de la calibración según el criterio de distancias

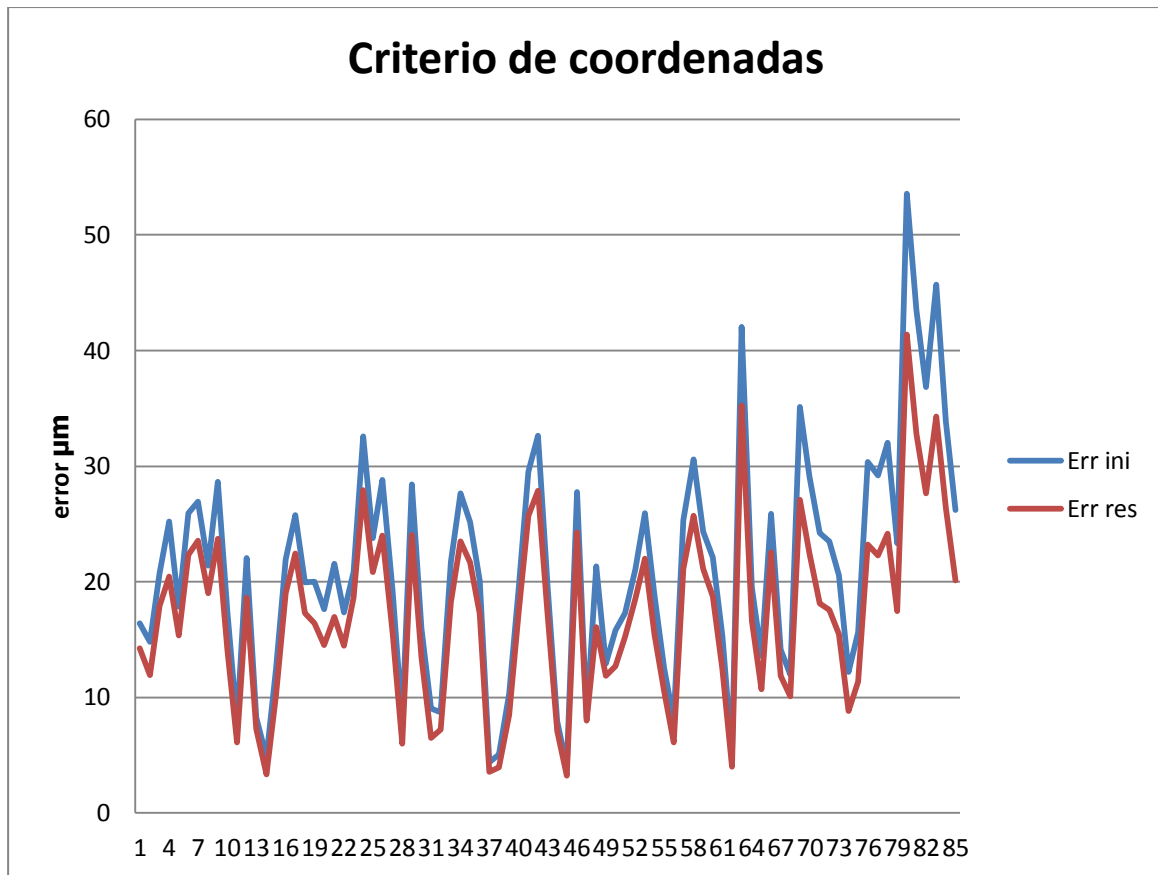


Figura 49. Verificación de la calibración según el criterio de coordenadas

En la Tabla 14 se muestran los valores de la mejora conseguida con la calibración después de aplicarla a las mediciones de laboratorio,

Tabla 14. Valores de verificación del procedimiento de calibración

		Criterio	
		Coordenadas	Distancias
Error inicial (μm)	Máximo	54	84
	Promedio	21	24
Error residual (μm)	Máximo	41	53
	Promedio	17	18
Mejora		17,98%	25,53%

Los valores de la mejora son similares a los obtenidos con criterios indirectos aunque hay una menor diferencia entre los criterios de evaluación lo que muestra que el procedimiento de calibración es válido y puede ser utilizado por un usuario que no disponga de un laboratorio metrológico.

4.3.9. Estudio de la influencia del ángulo de incidencia del haz del láser en el reflector en el error de medición

Los reflectores utilizados en las mediciones de esta tesis corresponden al formato más habitual de reflectores, los CCR (Corner Cube Retroreflector). Consisten en tres espejos planos colocados en un ángulo de 90° entre ellos. El rayo láser es reflejado por los espejos y vuelve idealmente en la misma dirección en la que entró. Los errores angulares entre los espejos y la falta de uniformidad de sus recubrimientos producen errores de trayectoria en el haz láser. El retroreflector montado en forma esférica (SMR) consiste en un CCR montado en el interior de una esfera y son ampliamente utilizados en mediciones con laser tracker. Son reflectores estáticos, por lo que para medir una geometría deseada es necesario reposicionar el SMR para cada medida o utilizar varios SMRs. El punto medido se encuentra en el centro teórico de la esfera mientras que para la medición de superficies es necesario indicar al software de medición el diámetro de la esfera dado que el punto de la superficie medida se encuentra a una distancia del punto medido igual al radio de la esfera del reflector. El centro geométrico de la esfera y el centro óptico del CCR son idealmente coincidentes pero en SMRs reales hay una distancia entre ambos centros que contribuye al error SMR. El error de redondez de la esfera es otra fuente de error para los SMRs. Los errores de los SMRs producen incertidumbre en las distancias de medida del laser tracker. Estos errores pueden ser causados por diferentes factores en su proceso de fabricación. Los errores geométricos y los errores ópticos que se puede encontrar en los SMRs se describen a continuación.

Los errores geométricos pueden ser:

- Error geométrico de CCR. Causado por los errores del ángulo diedro entre cada par de superficies reflectantes.
- Error de posición de vértice de CCR. Es una desviación entre el vértice real y el ideal de CCR.

Los errores ópticos son producidos por:

- Ángulo de incidencia de la trayectoria del rayo
- Errores en el acabado superficial.
- No uniformidad de revestimiento.

Estos errores siempre afectan a la medición de distancia del haz del láser y tienen una contribución en el error de medición del laser tracker. Con el fin de calcularlos se ha planteado un ensayo que determina el error de medición en función del ángulo de incidencia del haz del láser en el reflector. Para ello se ha comenzado montando un reflector con una base magnética en la mesa de una máquina de redondez de alta precisión ($0,1\mu\text{m}$). La mesa de redondez se puede desplazar en sentido horizontal para centrar la pieza situada sobre ella. Por medio de un palpador, registra el desplazamiento de la superficie de la pieza al girar en torno al centro de la mesa. Una aguja indicadora muestra este desplazamiento que también puede ser grabado sobre un disco. La escala indicadora se puede ir ampliando conforme se regula la posición de la mesa.

Una vez conseguida la máxima ampliación, lo que muestra el registro del palpador son los errores de excentricidad y rugosidad superficial de la pieza medida, en este caso de la esfera del reflector. En la Figura 50 se puede ver la medida del palpador con la máxima ampliación, donde el rango de variación medible es de $2\ \mu\text{m}$. También puede voltear posteriormente para enderezar verticalmente la pieza aunque en este caso no ha sido necesario ya que únicamente hay una altura de medición que corresponde al plano ecuatorial de la esfera del SMR.



Figura 50. Error de centrado y rugosidad de la esfera del SMR (escala $2\ \mu\text{m}$)

Una vez centrado el reflector en la mesa de redondez, se utiliza un interferómetro para medir la posición del reflector según se muestra en la Figura 51



Figura 51. Ensayo de medición del SMR en mesa de redondez

Inicialmente se coloca el reflector de forma que el haz del láser incida justo por el centro de la abertura del mismo, que es la posición óptima de medición. La medida tomada por el interferómetro es la medida nominal de la posición del SMR y, por lo tanto la igualamos a cero. A

partir de esta posición, el reflector se gira con respecto de los ejes de elevación y azimutal, de forma que el ángulo de incidencia del haz del láser vaya variando. El ángulo de incidencia admisible en los SMRs se ha comprobado que está próximo a $\pm 30^\circ$, por lo que las rotaciones se han realizado en incrementos de $7,5^\circ$ abarcando todo el rango admisible. El interior del reflector presenta tres planos de simetría situados a 120° , por lo que no es sencillo relacionar los resultados con la orientación inicial de los planos de simetría, aunque sí que se aprecia una clara tendencia a presentar mayores errores en los ángulos de inclinación más negativos (ver Tabla 15 y Figura 52)

Tabla 15. Errores de medición del SMR en función del ángulo de incidencia (μm)

		θ (deg)								
		-30	-22,5	-15	-7,5	0	7,5	15	22,5	30
φ (deg)	-30	13,4	13	12,4	11,5	10	8,3	6,5	4,3	2,6
	-22,5	8,1	7,9	7,6	6,9	6,2	4,3	3,2	1,6	0
	-15	5	4,8	4,5	3,8	3	2,1	0,8	-0,5	-1,6
	-7,5	2,4	2,2	2	1,5	0,9	-0,2	-1,1	-1,8	-2,8
	0	1,2	1	0,8	0,4	0	-0,7	-1,5	-2,4	-3,4
	7,5	0,8	0,6	0,4	0	-0,5	-1,1	-1,8	-2,6	-3,6
	15	0,3	0	-0,2	-0,5	-1	-1,7	-2,4	-3	-3,9
	22,5	0	-0,2	-0,5	-0,8	-1,3	-2	-2,7	-3,3	-4,1
	30	-0,2	-0,5	-0,8	-1	-1,6	-2,4	-3,1	-3,6	-4,4

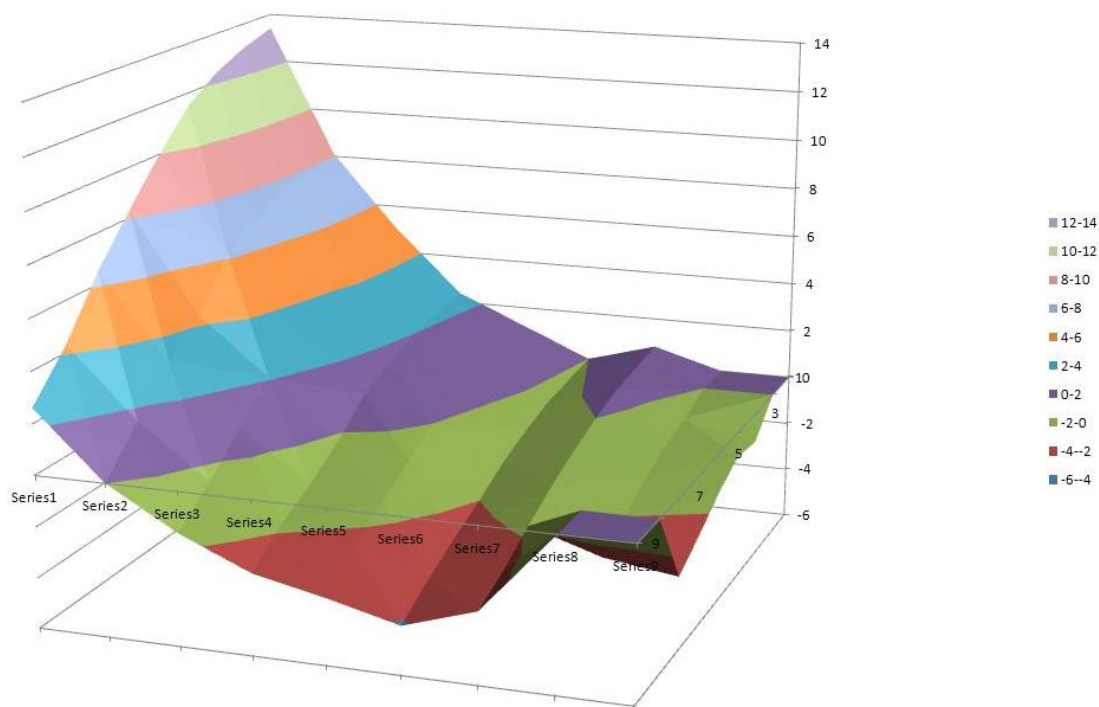


Figura 52. Errores de medición del SMR con IFM en mesa de redondez

4.4 Conclusiones

Como parte de las conclusiones de esta tesis sirven los apartados correspondientes de cada uno de los artículos que se han presentado. Todos los objetivos planteados al comienzo de esta tesis se han alcanzado de forma satisfactoria.

En el primero de los artículos presentados, "Rotational error modelling and identification for robot kinematic calibration by Circle point method" se establecen las bases para el modelado cinemático del laser tracker así como de la identificación de parámetros en un sistema articulado, como es un robot, que somos capaces de caracterizar y calibrar con sistema de medición de mayor precisión como el laser tracker. Se ha realizado el estudio del modelo de error asociado al modelo cinemático con sus matrices de error asociadas y se ha comprobado la necesidad de establecer valores de los parámetros de error variables con la posición de la articulación a la que están referidas. Todos estos conocimientos han permitido realizar los siguientes pasos que han conducido al establecimiento del procedimiento de calibración de laser trackers.

El segundo artículo presentado "Modelling, kinematic parameter identification and sensitivity analysis of a Laser tracker having the beam source in the rotating head" formula el modelo cinemático del laser tracker, ampliando el modelo de errores del primer artículo a las articulaciones prismáticas. Este modelo se ha validado con datos sintéticos. Esta validación ha permitido verificar el correcto funcionamiento de los algoritmos generados con datos en los que se conocía previamente el error de medición conocido. Esta validación se ha realizado también con datos reales, comparando las mediciones del laser tracker de una malla de reflectores con las nominales obtenidas por una máquina de medición por coordenadas en cuya mesa estaban situados los reflectores. Estas mediciones han servido, no sólo para validar los algoritmos sino también para verificar la extrapolabilidad del procedimiento. Dejando parte de los datos obtenidos de las mediciones fuera del procedimiento matemático de optimización, se ha podido comprobar que dichas mediciones también se corrigen con los parámetros calculados para el resto de mediciones. Finalmente se ha realizado una simulación para conocer las posiciones idóneas de los reflectores en un ensayo real por medio de un análisis de la influencia de cada parámetro de error en el error total del laser tracker.

El tercer artículo "Performance evaluation of laser tracker kinematic models and parameter identification" justifica la necesidad de un nuevo procedimiento de calibración basado en medición de bosque de reflectores. Se demuestra que los procedimientos habituales de calibración establecidos en los estándares existente requieren del uso de medios e instalaciones que únicamente están disponibles en los laboratorios de calibración mientras que el método propuesto se puede desarrollar por el usuario del laser tracker en condiciones de taller y con un mínimo equipamiento.

Hasta este punto se han utilizado siempre valores nominales conocidos para la identificación de parámetros pero en el cuarto artículo, "Calibration strategies of laser trackers based on network measurements", se estudia el comportamiento del procedimiento de calibración sin valores

nominales. Aquí se completan las bases del ensayo de calibración determinando que, dado que no se coocen los valores nominales, es necesario incluir un patrón calibrado en el bosque de reflectores que dirija la optimización matemática hacia los valores correctos.

Los artículos correspondientes a contribuciones a congresos siguen la misma línea, sibien, complementan algunos aspectos de la investigación. En el artículo "Identification and kinematic calculation of Laser tracker errors" se muestra el modelo de errores geométricos existentes y se analiza la influencia del ángulo de incidencia del laser en el reflector en los errores de medición.

Además de las conclusiones que se han reflejado correspondientes a los artículos publicados. El trabajo no publicado que se muestra en la sección 4 de esta tesis ofrece conclusiones adicionales. Primeramente se han caracterizado los errores de medición del interferómetro y el ADM del laser con ayuda de un interferómetro de precisión. En base a los criterios desarrollados en los artículos publicados se ha realizado un ensayo de calibración de un laser tracker real en condiciones de taller. El procedimiento de calibración se muestra satisfactorio y el análisis de los resultados de calibración en base a los criterios de igualdad de distancias entre reflectores independientemente de la posición de medida y de la coincidencia de coordenadas entre reflectores expresados en el mismo sistema de referencia ofrecen una mejora en la precisión del robot calculada entre el 14% y el 40% dependiendo del criterio utilizado.

Los parámetros de error calculados se han utilizado para corregir las mediciones del laser tracker correspondientes al bosque de reflectores colocado sobre la mesa de medición por coordenadas. De esta forma se ha podido cuantificar con valores nominales la mejora de precisión obtenida por el procedimiento de calibración, obteniéndose mejoras entre el 18% y el 26% en función del criterio de evaluación considerado. Esta es una mejora importante considerando que se ha trabajado con una laser tracker que ya dispone de la calibración interna realizada por el fabricante y sobre la que cualquier margen de mejora es escaso.

Finalmente se ha realizado un análisis de la influencia del ángulo de incidencia del láser sobre el reflector en el que se comprueba que no existen simetrías en función del ángulo pero sí tendencias muy macadas hacia ángulos de incidencia que aumentan de forma importante el error.

En conclusión, se han desarrollado los modelos, algoritmos y procedimientos necesarios para poder realizar la calibración del laser tracker de forma rápida y precisa sin necesidad de disponer de las instalaciones metrológicas necesarias con los métodos existentes.

4.5 Trabajo futuro

Esta tesis abre una vía importante de investigación en el campo de la calibración de los laser trackers. Con el fin de ampliar y afianzar los conocimientos desarrollados en esta tesis se debería ampliar primeramente el número de ensayos de calibración para mejorar el conocimiento de los procedimientos y buscar las posibles mejoras en los mismos.

Otro campo en el que se debería de avanzar sería la integración de los procedimientos desarrollados en el software de medición. Las medidas del laser tracker no se corrigen de forma automática y es necesario un post-procesado de los mismos en base a los algoritmos desarrollados para obtener los valores corregidos de las mediciones.

El modelo desarrollado completamente en esta tesis corresponde al del laser tracker con el haz del laser en el cabezal giratorio. Sería necesario terminar de desarrollar el trabajo equivalente con el otro modelo de laser tracker, aquel que tiene el haz del laser fijo en la base. Una buena parte de este trabajo ya se ha desarrollado en paralelo con el presentado en esta tesis. En concreto se ha de finido el modelo cinemático y se han programado los modelos de error con los parámetros de error correspondientes. Cuando se realizaron las mediciones de taller presentadas en la tesis se aprovechó la distribución de reflectores para repetir el proceso de medición con un laser tracker marca Leica que representa este segundo modelo constructivo de laser tracker.

A pesar de que en todo el desarrollo de la tesis se han utilizado reflectores esféricos, el error de los cuales se ha caracterizado, sería necesario realizar la verificación de los reflectores tipo Active Target dadas las posibilidades que abren, principalmente en la verificación de máquina herramienta, al permitir una mayor flexibilidad en los procesos de medición gracias a su capacidad de seguimiento del haz del laser.

APÉNDICES



ÍNDICES DE IMPACTO DE LAS PUBLICACIONES

El artículo **“Rotating error Modelling and identification for robot kinematic calibration by circle point method”** fue publicado en 2014 en la revista “Metrology and Measurement Systems” con un índice de impacto JCR de **0.925** (INSTRUMENTS & INSTRUMENTATION Q3)

El artículo **“Modelling, kinematic parameter identification and sensitivity analysis of a Laser tracker having the beam source in the rotating head”** fue publicado en 2016 por la revista “Measurement” con un índice de impacto JCR de **1.742** (INSTRUMENTS & INSTRUMENTATION Q2)

El artículo **“Performance evaluation of laser tracker kinematic models and parameter identification”** fue publicado en 2014 por la revista “Internatinal Journal of Advanced Manufacturing Technology” con un índice de impacto JCR de **1.458** (ENGINEERING, MANUFACTURING Q2)

El artículo **“Calibration strategies of laser trackers based on network measurements”** fue publicado en 2015 por la revista “Internatinal Journal of Advanced Manufacturing Technology” con un índice de impacto JCR de **1.568** (ENGINEERING, MANUFACTURING Q2)

El artículo **“Identification and kinematic calculation of Laser tracker errors”** fue publicado en 2013 por la revista “Procedia Engineering “ con un índice de impacto CiteScore de **0.40** (ENGINEERING Q3) a consecuencia de su presentación en el 5º Congreso Internacional de la Sociedad de Ingeniería de Fabricación.

El artículo **“Estrategias de modelado cinemático e identificación de parámetros de laser trackers”** está incluido en el libro de resúmenes del “XX Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica” en el cual fue presentado.

El artículo **“Laser tracker kinematic error model formulation and subsequent verification under real working conditions”** fue publicado en 2015 por la revista “Procedia Engineering” con un índice de impacto CiteScore de **0.56** (ENGINEERING Q2) a consecuencia de su presentación en el 6º Congreso Internacional de la Sociedad de Ingeniería de Fabricación.

JUSTIFICACIÓN DE LA CONTRIBUCIÓN EN COAUTORÍA

Mis contribuciones en la publicación **“Rotating error Modelling and identification for robot kinematic calibration by circle point method”** han sido:

- Simulaciones de captura de datos con el robot.
- Realización de mediciones con robot y laser tracker.
- Definición del modelo cinemático.
- Definición del modelo de error.
- Programación de algoritmos de calibración.
- Análisis de resultados.

Mis contribuciones en la publicación **“Modelling, kinematic parameter identification and sensitivity analysis of a Laser tracker having the beam source in the rotating head”** han sido:

- Modelado cinemático del laser tracker.
- Definición del modelo de error.
- Programación de algoritmos de simulación.
- Programación de algoritmos de verificación con datos reales.
- Programación de algoritmos de análisis de sensibilidad.
- Análisis de resultados.

Mis contribuciones en la publicación **“Performance evaluation of laser tracker kinematic models and parameter identification”** han sido:

- Programación de algoritmos de calibración con modelo de errores geométricos.
- Programación de algoritmos de calibración con modelo cinemáticos.
- Análisis de resultados.

Mis contribuciones en la publicación **“Calibration strategies of laser trackers based on network measurements”** han sido:

- Definición de criterios de optimización.
- Programación de algoritmos de calibración.
- Análisis de resultados.

Mis contribuciones en la publicación **“Identification and kinematic calculation of Laser tracker errors”** han sido:

- Análisis del modelo de errores geométricos y modelado matricial.
- Definición del modelo cinemático.

- Programación de algoritmos de datos sintéticos.
- Mediciones de reflector en mesa de redondez.
- Análisis de resultados.

Mis contribuciones en la publicación **“Estrategias de modelado cinemático e identificación de parámetros de laser trackers”** han sido:

- Análisis del modelo de errores geométricos y modelado matricial.
- Definición del modelo cinemático.
- Programación de algoritmos de análisis de sensibilidad.
- Programación de algoritmos de identificación de parámetros con datos experimentales.
- Análisis de resultados.

Mis contribuciones en la publicación **“Laser tracker kinematic error model formulation and subsequent verification under real working conditions”** han sido:

- Definición del modelo cinemático.
- Programación de algoritmos de calibración.
- Definición de criterios de optimización.
- Análisis de resultados.

BIBLIOGRAFÍA



Bibliografía

- Aguado S, Samper D, Santolaria J, Aguilar JJ (2012) Identification strategy of error parameter in volumetric error compensation of machine tool based on laser tracker measurements. *Int J Mach Tools Manuf* 53:160-169
- Aguado S, Santolaria J, Samper D, Aguilar JJ (2013) Study of selfcalibration and multilateration in machine tool volumetric verification for laser tracker error reduction. *Proc Inst Mech Eng Pt B: J Eng Manuf*: 0954405413511074
- Aguado S, Santolaria J, Samper D, Aguilar JJ (2014) Protocol for machine tool volumetric verification using commercial laser tracker. *Int J Adv Manuf Technol* 75:425–444
- Alici G, Shirinzadeh B. A systematic technique to estimate positioning errors for robot accuracy improvement using laser interferometry based sensing. *Mechanism Machine Theory* 2005;40:879–906.
- ASME B89.4.19-2006 Standard . Performance Evaluation of Láser-Based Spherical Coordinate Measurement Systems www.asme.org
- Baatz R, Bogena H, Franssen HH, Huisman J, Qu W, Montzka C, Vereecken H (2014) Calibration of a catchment scale cosmic-ray probe network: a comparison of three parameterization methods. *J Hydrol* 516:231–244
- Balsamo, A.; Pedone, P.; Ricci, E.; Verdi, M.; (2009). “Low-cost interferometry compensation of geometrical error”. *Manufacturing Technology*. vol.58, p.p.459-462.
- Barazzetti L, Giussani A, Roncoroni F, Previtali M (2013) Monitoring structure movement with láser tracking technology: 879106-879106-12
- Bargigli L, Gallegati M, Riccetti L, Russo A (2014) Network analysis and calibration of the “leveraged network-based financial accelerator”. *J Econ Behav Organ* 99:109–125
- Burge JH, Su P, Zhao C, Zobrist T (2007) Use of a commercial laser tracker for optical alignment:66760E-66760E-12
- Chen, X.; Zhang, G.X; Zhao, S.Z; and Duan, F.J.; (2006).Analysis and Measurement for the Optical Error of the Cat’s Eye Retro-Reflector. *Journal of Physics: Conference Series* vol.48, pp.64–68.
- Chiang MH, Lin HT, Hou CL (2011) Development of a stereo vision measurement system for a 3D three-axial pneumatic parallel mechanism robot arm. *Sensors* 11:2257-2281
- Cuypers W, Van Gestel N, Voet A, Kruth J, Mingneau J, Bleys P (2009) Optical measurement techniques for mobile and large-scale dimensional metrology. *Opt Láser Eng* 47:292–300
- Denavit J, Hartenberg RS (1955) A kinematic notation for lowerpair mechanisms based on matrices. *Trans ASME J Appl Mech* 22:215–221
- Du G, Zhang P (2013) IMU-based online kinematic calibration of robot manipulator. *The Scientific World Journal* 2013

- Dumlu A, Erenturk K (2014) Modelling and trajectory tracking control of 6-DOF RSS type parallel manipulator. *Robotica* 32:643–657
- Everett LJ, Suryohadiprojo AH (24-29 April 1988) A study of kinematic models for forward calibration of manipulators 2:798-800
- Furutani K, Suzuki M, Kudoh R (2004) Nanometre-cutting machine using a Stewart-platform parallel mechanism. *Meas Sci Technol* 15:467–474
- Gallagher, B.B.; (2003). Optical shop applications for laser tracking metrology systems. Master's thesis, Department of Optical Sciences, University of Arizona.
- Gao Z, Zhang D, Ge Y (2010) Design optimization of a spatial six degree-of-freedom parallel manipulator based on artificial intelligence approaches. *Robot Comput Integrated Manuf* 26:180-189
- Gassner G, Ruland R (2008) . Laser tracker Calibration-Testing the Angle Measurement System
- Gatti G, Danieli G (2008) A practical approach to compensate for geometric errors in measuring arms: application to a six-degree-of-freedom kinematic structure. *Measurement Science and Technology* 19:015107
- Ge D, Yao X, Yao Q, Jin H (2014) Robot sensor calibration via neural network and particle swarm optimization enhanced with crossover and mutation. *Tehnički vjesnik* 21:1025–1033
- Gordon L (2011) Portable laser tracker measures large volumes accurately. *Mach Des* 83:55–55
- Gu Y, Hu J, Jin Y, Zhai C (2012) A smart car for the surface shape measurement of large antenna based on Laser tracker: 84505P-84505P-6
- Haikal AY, ELHOSSEINIMA(2014) A smart robot arm design for industrial application. *Stud Inform Control* 23:107–116
- Hayati S.A., Mirmirani M. Improving the absolute positioning accuracy of robot manipulators. s.l. : *Journal of Robotics Systems*, 1985, Vol. 2, págs. 397-413.
- He J, Gao F, Bai Y (2013) A two-step calibration methodology of multi-actuated mechanical servo press with parallel topology. *Measurement* 46:2269-2277
- J.M. Hollerbach, C.W. Wampler, The calibration index and taxonomy for robot kinematic calibration methods, *Int. J. Robot. Res.* 15(6) (1996) 573-591.
- Horn BK (1987) Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. *JOSA A* 4:629–642
- Hsu TW, Everett LJ (August 1985) Identification of the kinematic parameters of a robot manipulator for positional accuracy improvement:263-267
- Hughes B, Forbes A, Lewis A, Sun W, Veal D, Nasr K (2011) Laser tracker error determination using a network measurement. *Meas Sci Technol* 22:045103
- Huo D, Maropoulos PG, Cheng CH (2010) The Framework of the Virtual Laser tracker—A Systematic Approach to the Assessment of Error sources and Uncertainty in Laser tracker *Measurement*:507-523

- Koseki Y, Arai T, Sugimoto K, Takatuji T, Goto M (16-20 May 1998) Design and accuracy evaluation of high-speed and high precision parallel mechanism 3:1340-1345
- Levenberg K (1944) A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quart.Appl.Math* 2:164–168
- Lichti D (2007) Error Modelling, calibration and analysis of an AM–CW terrestrial laser scanner system. *Photogramm remote Sens* 61:307–324
- Liu WL, Wang ZK (2010) New method for large-scale dimensional metrology using laser tracker system. *Adv Mater Res* 97:4247–4250
- Loser R, Kyle S (1999) Alignment and field check procedures for the Leica Laser tracker LTD 500:1–14
- Majarena A, Santolaria J, Samper D, Aguilar J (2013) Analysis and evaluation of objective functions in kinematic calibration of parallel mechanisms. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*:1-11
- Majarena AC, Santolaria J, Samper D, Aguilar JJ (2011) Modelling and calibration of parallel mechanisms using linear optical sensors and a coordinate measuring machine. *Meas Sci Technol* 22:105101-1-12
- Meng G, Tiemin L, Wensheng Y (2003) Calibration method and experiment of Stewart platform using a laser tracker 3:2797–2802
- J. J. Mor'e, *The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and theory*, in Numerical Analysis, G. A. Watson, ed., Lecture Notes in Mathematics 630, Springer-Verlag, Berlin, 1977, pp. 105–116.
- Muralikrishnan, B.; Sawyer, D.; Blackburn, C.; Phillips, S.; Borchardt, B.; Estler, W.T.; (2009). "ASME B89.4.19 Performance Evaluation Tests and Geometric Misalignments in Laser Trackers". *Journal of Research of National Institute of Standards and Technology*. vol.114, 1, p.p.21-35.
- Muralikrishnan B, Lee V, Blackburn C, Sawyer D, Phillips S, Ren W, Hughes B (2013) Assessing ranging errors as a function of azimuth in laser trackers and tracers. *Measurement Science and Technology* 24:065201
- Muralikrishnan B, Sawyer D, Blackburn C, Phillips S, Borchardt B, Estler W (2009) ASME B89. 4.19 performance evaluation tests and geometric misalignments in laser trackers. *J Res Ntnl Inst Stand*
- Nešić D, Teel AR (2004) Input-to-state stability of networked control systems. *Automatica* 40:2121–2128
- Wyatt S. Newman, Craig E. Birkhimer, Robert J. Horning, Calibration of a Motoman P8 robot based on laser tracking, Proc. of the 2000 IEEE International Conference of Robotics & Automation, San Francisco, CA (2000).
- Nguyen H, Zhou J, Kang H (2015) A calibration method for enhancing robot accuracy through integration of an extended Kalman filter algorithm and an artificial neural network. *Neurocomputing* 151:996–1005

- Nubiola A, Bonev IA (2012) Absolute calibration of an ABB IRB 1600 robot using a laser tracker. *Robot Comput Integrated Manuf*
- Nubiola A, Bonev IA (2014) Absolute robot calibration with a single telescoping ballbar. *Precis Eng* 38:472–480
- Nubiola A, Slamani M, Joubair A, Bonev IA (2014) Comparison of two calibration methods for a small industrial robot based on an optical CMM and a laser tracker. *Robotica* 32:447–466
- Ortega A, Silva M, Teniente EH, Ferreira R, Bernardino A, Gaspar J, Andrade-Cetto J (2014) Calibration of an outdoor distributed camera network with a 3D point cloud. *Sensors* 14:13708–13729
- Ostrowska K, Gąska A, Sładek J (2014) Determining the uncertainty of measurement with the use of a Virtual Coordinate Measuring Arm. *Int J Adv Manuf Technol* 71:529–537
- Ouyang J, Liang Z, Zhang H, Yan Y (2006) Research of measuring accuracy of laser tracker system: 62800T-62800T-6
- Ouyang, J.; Liu, W.; Qu, X.; Yan, Y.; Liang, Z., (2008). “Modelling and self-calibration of laser trackers system using planar constraints”. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. vol.249, 4 p.p.
- Pereira P, Di Giacomo B (2008) Thermal error evaluation and Modelling of a CNC cylindrical grinding machine. *Metrologia* 45:217
- Renaud P, Andreff N, Martinet P, Gogu G (2005) Kinematic calibration of parallel mechanisms: a novel approach using legs observation. *IEEE Trans Robot* 21:529–538
- Robson S, Ahmadabadian A, Sargeant B, Erfani T, Boehm J (2013) A webcam photogrammetric method for robot calibration
- Santolaria J, Aguilar J, Yague J, Pastor J (2008) Kinematic parameter estimation technique for calibration and repeatability improvement of articulated arm coordinate measuring machines. *Precis Eng-J Int Soc Precis Eng Nanotechnol* 32:251–268
- Santolaria J, Majarena AC, Samper D, Brau A, Velázquez J (2014) Articulated arm coordinate measuring machine calibration by laser tracker multilateration. *Sci World J* 2014:681853-1–681853-11
- Santolaria J, Yagüe J, Jiménez R, Aguilar J (2009) Calibration based thermal error model for articulated arm coordinate measuring machines. *Precis Eng* 33:476–485
- P.S. Shiakolas, K.L. Conrad, and T.C. Yih, *International Journal of Modelling and Simulation*, Vol. 22, No. 3, 2002, *International Journal of Modelling and Simulation*, Vol. 22, No. 3, 2002
- M.E. Sklar, *Geometric calibration of industrial manipulators by circle point analysis*, Proc. 2nd Conf. on Recent Advances in Robotics (1989) 178-202.
- Sładek J, Ostrowska K, Kohut P, Holak K, Gąska A, Uhl T (2012) Development of a vision based deflection measurement system and its accuracy assessment. *Measurement*
- Slocum AH (1992) *Precision machine design*. Prentice Hall, Englewood Cliffs. Society of manufacturing engineers. 1992 pp 61-72

- H.W. Stone, Kinematic Modelling, identification, and control of robotic manipulators, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1987.
- Teoh, P., Shirinzadeh, B., Foong, C. and Alici, G.; (2002). "The measurement un certainties in the laser interferometry based sensing and tracking technique". *Measurement*, vol. 32, pp. 135-150.
- Takatsuji T, Goto M, Kirita A, Kurosawa T, Tanimura Y (2000) The relationship between the measurement error and the arrangement of laser trackers in láser trilateration. *Meas Sci Technol* 11:477
- Tipsuwan Y, Chow M (2003) Control methodologies in networked control systems. *Control Eng Pract* 11:1099–1111
- Umetsu K, Furutnani R, Osawa S, Takatsuji T, Kurosawa T (2005) Geometric calibration of a coordinate measuring machine using a láser tracking system. *Measurement Science and Technology* 16:2466
- Wang Z, Maropolous PG (2013) Real-time error compensation of a three-axis machine tool using a laser tracker. *Int J Adv Manuf Technol* 69:919–933
- Wang Z, Mastrogiacomo L, Franceschini F, Maropoulos P (2011) Experimental comparison of dynamic tracking performance of iGPS and laser tracker. *Int J Adv Manuf Technol* 56:205-213
- Wanli L, Xinghua Q, Yonggang Y (2007) Calibration and error compensation of portable coordinate measuring arm. *Chin J Sci Inst*: S1
- Wu J, Zhang R, Wang R, Yao Y (2014) A systematic optimization approach for the calibration of parallel kinematics machine tools by a laser tracker. *Int J Mach Tools Manuf* 86:1–11
- Xiong Z, Zhu J, Xue B, Ye SH, Xiong Y (2013) Study on the threestation typical network deployments of workspace Measurement and Positioning System:891629-891629-8
- Xu Y, Zhu X, Su Y (2014) A novel network calibration method for inertial measurement units. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*: 0954410014550052 (In Press)
- Yan B, Wang J, Lu N, Deng W, Dong M, Lou X (2008) Application of laser tracker used in the measuring and the adjusting of the workbench for SAR antenna:71552M-71552M-8
- Yang J, Li G, Wu B, Gong J, Wang J (2014) Comparison of GUF and Monte Carlo methods to evaluate task-specific uncertainty in laser tracker measurement. *J Cent South Univ* 21:3793–3804
- Zhang D, Gosselin CM (2002) Kinetostatic analysis and design optimization of the tricept machine tool family. *J Manuf Sci Eng* 124:725–733
- Zhang H, Shi Y, Liu M (2013) H^∞ step tracking control for networked discrete-time nonlinear systems with integral and predictive actions. *IEEE Trans Ind Inf* 9:337–345
- Zhang H, Shi Y, Mehr AS (2011) Robust weighted H^∞ filtering for networked systems with intermittent measurements of multiple sensors. *Int J Adapt Control Signal Process* 25:313–330

- Zhang H, Shi Y, Wang J (2014) On energy-to-peak filtering for nonuniformly sampled nonlinear systems: a Markovian jump system approach. *IEEE Trans Fuzzy Syst* 22:212–222
- Zhang H, Wang J (2014) State estimation of discrete-time Takagi–Sugeno fuzzy systems in a network environment. *IEEE Trans Cybern* 1:12
- Zhang Z, Hu H (2014) Measurement and compensation of geometric errors of three-axis machine tool by using laser tracker based on a sequential multilateration scheme. *Proc Inst Mech Eng Pt B: J Eng Manuf*:0954405413511607
- Zhu W, Mei B, Ke Y (2014) Kinematic Modelling and parameter identification of a new circumferential drilling machine for aircraft assembly. *Int J Adv Manuf Technol* 72(5–8):1143–1158
- Zhuang H, Motaghedi SH, Roth ZS, Bai Y (2003) Calibration of multi-beam laser tracking systems. *Robot Comput Integr Manuf* 19: 301–314
- Zhuang, H., Li, B., Roth, Z. and Xie, X. ; (1992). “Self-calibration and mirror center offset elimination of a multi-beam laser tracking system.” *Robotics and autonomous systems*, vol. 9, pp. 255-269.
- Zobrist TL, Burge JH, Davison WB, Martin HM (2008) Measurements of large optical surfaces with a laser tracker:70183U-70183U-12
- Zobrist, T.L.; Burge, J.H.; Martin, H.M., (2011). Accuracy of laser tracker measurements of the GMT 8.4 m off-axis mirror segments. *Modern Technologies in Space and Ground-based Telescopes and Instrumentation*. Vol. 7739, 12 p.p.
- Zvi S. Roth, Benjamin W. Mooring and Bahram Ravani. An overview of robot calibration, *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. RA-3, N°5 (1987) 377-385.