

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA
-FACULTAD DE CIENCIAS-
MÁSTER EN FÍSICA Y TECNOLOGÍAS FÍSICAS

Trabajo Fin de Máster

**Consecuencias fenomenológicas de una generalización de la
cinemática de Relatividad Especial**

Realizado por:
Germán Albalate Sevilla

Dirigido por:
José Luis Cortés Azcoiti
José Manuel Carmona Martínez

Septiembre de 2017

Departamento de Física Teórica



Facultad de Ciencias
Universidad Zaragoza



Universidad
Zaragoza

Agradecimientos

Me gustaría expresar mi total gratitud a todas aquellas personas que me han ayudado a lo largo de estos meses de trabajo, especialmente a mis directores José Luis y José Manuel, cuya disposición y entrega ha sido fundamental en mi curva de aprendizaje; a Javier Relancio por su imprescindible ayuda en la comprensión de conceptos tanto abstractos como de carácter técnico en lo correspondiente al uso del programa *Mathematica*, así como por las fructíferas discusiones mantenidas a lo largo del curso. Muchas gracias también a mis profesores, amigos y familia, a los que están y a los que marcharon, sin cuyo apoyo y respaldo esto no sería posible.

Índice general

Introducción	4
1. Física más allá de Relatividad Especial	6
1.1. Motivación para una teoría BSR	6
1.2. Candidatos a una teoría BSR	8
2. <i>Twin Peaks</i>	11
2.1. Espectro de masa invariante BSR	11
2.2. ¿Por qué el bosón Z ?	15
2.3. Estimación del límite inferior de Λ	15
2.4. Búsqueda de resonancias BSR en VHE pp-Collider	16
3. Cálculo de la sección eficaz BSR según QFT: el problema de los canales	18
3.1. Integral al espacio de momentos	18
3.2. Cálculo de la amplitud para $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \mu^+\mu^-$	22
3.3. Sección eficaz total para $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \mu^+\mu^-$	22
3.4. Cotas para la escala Λ	24
Conclusiones	26
A. Notación, unidades y convenciones	28

Introducción

El principal objetivo del presente trabajo se centra en el estudio de la fenomenología de una posible nueva física. En concreto, se va a discutir la posibilidad de que exista una física más allá de relatividad especial, así como su manifestación mediante una señal simple en física de altas energías, que hemos bautizado como “picos gemelos”. A la exposición del contexto actual de esta nueva física, es decir, sus motivaciones y el conjunto de diferentes teorías que la postulan, le dedicaremos el primer capítulo del trabajo. En un segundo capítulo expondremos un modelo basado en una teoría que sufre desviaciones respecto a la de relatividad especial mediante una escala energética asociada, lo que daría lugar a la aparición de un doble pico de resonancia (los “picos gemelos”), propiedad que sería característica de la nueva física. A continuación, veremos que la no observación de dichos picos gemelos permite poner límites a la escala de nueva física y que el límite más restrictivo proviene de la observación del pico del bosón Z en LEP, debido a la gran precisión en la determinación de su resonancia. En la búsqueda de fenomenología más allá de relatividad especial, el siguiente paso sería explorar la posibilidad de observar su señal característica en la producción de alguna resonancia de masa mayor en experimentos a más alta energía que la del LEP. El tercer capítulo está dedicado a un ejemplo concreto de nueva física en la que se producirían los picos gemelos. En dicho ejemplo se tiene una ley de composición no simétrica que origina diferentes leyes de conservación, de forma que un proceso pueda darse a través de diferentes canales. En cada uno de ellos se obtendrá una expresión diferente para la sección eficaz como función de las energías de las partículas observadas (muones). Incluimos estos detalles en la última parte del trabajo para demostrar la validez de los argumentos genéricos dados en los capítulos anteriores, que nos han permitido identificar una señal muy clara y sencilla de la nueva física.

Capítulo 1

Física más allá de Relatividad Especial

Cuando miras más allá del límite de lo que crees saber
es cuando por fin puedes llegar a la verdad.

J. MICHAEL STRACZYNSKI

1.1. Motivación para una teoría BSR

La Relatividad Especial (SR) constituye uno de los pilares fundamentales del entendimiento de la física moderna. Cosmología, astrofísica, y física de altas energías son algunos de los campos en los que la SR desempeña un importante papel. Pese a que esta teoría no muestra indicación alguna sobre posibles inconsistencias, presentamos en lo que sigue una serie de argumentos teóricos y fenomenológicos que respaldan la idea de construir un formalismo que trascienda la física dada por SR.

1.1.1. Gravedad Cuántica

El planteamiento de un marco teórico más allá de la relatividad especial (BSR) permite abordar uno de los grandes problemas no resueltos en Física hasta la fecha. Se trata de la unificación entre la Teoría Cuántica de Campos (QFT) y la Relatividad General (GR). La necesidad de dicha unificación se hace presente en el estudio de la dinámica de partículas en las primeras etapas del Universo, en las que la densidad energética es muy alta. Viene caracterizada por la longitud de Planck

$$\ell_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1,62 \times 10^{-35} \text{ m}, \quad (1.1)$$

por debajo de la cual el espacio dejaría de tener una geometría clásica.

Si bien es cierto que durante gran parte del último siglo se han propuesto un gran número de teorías que intentan explicar esta unificación, p. ej. teoría de cuerdas, gravedad cuántica canónica o teoría de twistores, de momento ninguna ha alcanzado una solución satisfactoria al respecto, aunque este hecho no resta validez a sus desarrollos en el contexto físico-matemático.

Algunas de las trabas conceptuales que aparecen en el proceso de unificación residen en la naturaleza contradictoria de ambas teorías. De la GR sabemos que el espacio-tiempo es dinámico, mientras que la Mecánica Cuántica (QM) establece que cualquier entidad dinámica está cuantizada y puede interpretarse como una superposición probabilística de estados puros [1]. Esto último suscita preguntas relacionadas con la cuantización del espacio-tiempo [2], lo que supondría la concentración de energías grandes en volúmenes pequeños para medir cortas distancias, por lo que la interacción gravitatoria desempeñaría un rol indispensable

[3]. Formalmente, si se trata a la gravedad como un campo de partículas, i.e. se cuantiza la GR, uno llega al problema de la renormalización¹.

Puede entenderse que esta incompatibilidad entre mecánica cuántica y gravedad dé lugar a una teoría BSR del mismo modo que la conocida discrepancia entre mecánica newtoniana y electromagnetismo dio lugar a la aparición de la relatividad especial.

1.1.2. Desarrollo tecnológico

Las hipotéticas correcciones a la teoría de relatividad especial llevan asociadas una escala energética característica, de manera que si se desea detectar una desviación respecto de la teoría original de Einstein, ha de alcanzarse dicha energía. Pese a que la estimación natural de dicha escala es la de Planck, este trabajo pretende explorar la posibilidad, no descartable a priori, de encontrar efectos interesantes a una escala de energía mucho menor que esta. En este sentido resultan esenciales aquellos avances tecnológicos que permitan explorar un rango de energías más alto, es decir, el desarrollo de la próxima generación de aceleradores.

La energía de colisión en el sistema de referencia centro de masas del acelerador más potente hecho por el hombre, el LHC, es de 14 TeV y, pese a que gracias a él se han vivido hitos de la historia de la ciencia, como el descubrimiento del bosón de Higgs, no es capaz de dar respuesta a otras importantes preguntas como la composición de la materia oscura o la cuestión de la asimetría entre materia y antimateria. Este tipo de preguntas sin respuesta, sumadas al respaldo experimental que debe encontrar una teoría nueva BSR, demandan imperiosamente la construcción de una máquina que opere a una energía muy superior a la del LHC.

Actualmente, se está trabajando en el proyecto de construcción de un enorme colisionador de partículas con 100 km de circunferencia (frente a los 27 del LHC) capaz de alcanzar una energía de 100 TeV, siete veces mayor que la conseguida en el CERN a día de hoy [4].

1.1.3. Límite GZK

La cinemática de relatividad especial predice el valor energético a partir del cual el espectro de rayos cósmicos sufre una gran atenuación [5]. Esta predicción se conoce como límite de Greisen-Zatsepin-Kuzmin (GZK) y corresponde aproximadamente a 5×10^{19} eV (Figura 1.1). El origen del fenómeno tiene lugar en la interacción de protones constituyentes de rayos cósmicos y fotones del fondo de microondas mediante el proceso

$$p + \gamma_{\text{CMB}} \longrightarrow \pi^0 + p \quad (1.2)$$

de fotoproducción de piones.

La observación de rayos cósmicos con energías del orden del límite GZK podría ser determinante en el desarrollo de una teoría de relatividad especial modificada. Esto es así porque el cálculo de dicho límite depende de las relaciones de dispersión y la ley de composición de momentos de SR, por lo que si se encontrase una desviación respecto de su valor habría que pensar en la necesidad de ir más allá de dicha teoría.

¹El tratamiento de las divergencias ultravioletas en la teoría cuántica de campos con las interacciones fuerte, electromagnética y débil no puede aplicarse al incluir la interacción gravitatoria.

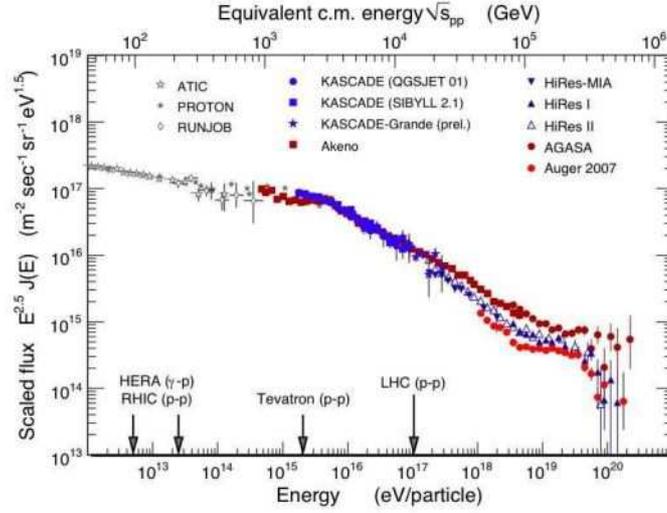


Figura 1.1: Espectro energético de rayos cósmicos obtenido mediante la detección en diversos experimentos. Los resultados de AGASA no muestran supresión debida al límite GZK, que sí está presente en los espectros de HiRes y Auger. [6]

El límite GZK no es el único hecho inspirador de una teoría más allá de relatividad especial. Junto con el final del espectro de rayos cósmicos, el final del espectro de rayos gamma y de neutrinos pueden también poner de manifiesto una modificación de la relatividad especial.

1.2. Candidatos a una teoría BSR

Actualmente no existe un único punto de vista respecto al desarrollo de un marco teórico que vaya más allá de la relatividad especial. Cuando estudiamos el comportamiento de la simetría Lorentz a la escala característica anteriormente mencionada encontramos dos opciones: que haya una ruptura de simetría [7] o que esta esté deformada.

1.2.1. Violación de invariancia Lorentz (LIV)

Veamos un ejemplo en lo que se refiere a la ruptura de simetría Lorentz [8]. Trabajamos en el marco de la teoría de campos y se considera la siguiente acción para los campos escalares sin masa ϕ y ψ

$$S = \frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} [g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi + (g^{\alpha\beta} + \tau^{\alpha\beta}) \partial_\alpha \psi \partial_\beta \psi], \quad (1.3)$$

donde $\tau^{\alpha\beta}$ es un tensor simétrico arbitrario distinto de $g^{\alpha\beta}$ y siendo ambos tensores campos background no dinámicos. El principio de equivalencia establece que, localmente, uno puede encontrar un sistema de coordenadas en el que la métrica es la de SR, $g^{\alpha\beta} = \eta^{\alpha\beta}$. Considerando ahora la acción local de una transformación de Lorentz en ese punto², la métrica de Minkowski $\eta^{\alpha\beta}$ permanece invariante, no así la correspondiente al otro grupo de transformaciones dadas por $\eta^{\alpha\beta} + \tau^{\alpha\beta}$.

Para que la acción esté bien definida debe ser un escalar, es decir, invariante bajo un difeomorfismo pasivo³. Ahora bien, la invariancia Lorentz de un sistema se apoya en las transformaciones de Lorentz activas, que

²Se define como el grupo isomorfo $SO(1,3)$ de transformaciones lineales de coordenadas

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu, \quad \mu, \nu \in (0, 1, 2, 3), \quad x^\mu = (t, x, y, z) \quad (1.4)$$

que dejan invariante la cantidad $\eta_{\mu\nu} x^\mu x^\nu$. Son transformaciones ortocronas ($\Lambda^0_0 \geq 1$) propias ($\det \Lambda = +1$).

³Los difeomorfismos pasivos son aquellos que actúan sobre todos los campos presentes en el funcional de acción.

pertenecen al grupo de difeomorfismos activos (actuando únicamente sobre los campos dinámicos ϕ y ψ). Estos campos transforman como

$$\phi'(x) = \phi((\Lambda^{-1})^\mu_\nu x^\nu), \quad (1.5)$$

$$\psi'(x) = \psi((\Lambda^{-1})^\mu_\nu x^\nu), \quad (1.6)$$

mientras que las derivadas transforman de acuerdo con

$$\partial_\nu \phi'(x) = (\Lambda^{-1})^\mu_\nu \partial_\mu \phi((\Lambda^{-1})^\sigma_\rho x^\rho), \quad (1.7)$$

$$\partial_\nu \psi'(x) = (\Lambda^{-1})^\mu_\nu \partial_\mu \psi((\Lambda^{-1})^\sigma_\rho x^\rho). \quad (1.8)$$

De las transformaciones de Lorentz se deduce que la métrica de Minkowski transforma como un tensor de rango 2, esto es

$$\eta^{\alpha\beta} (\Lambda^{-1})^\mu_\beta (\Lambda^{-1})^\nu_\alpha = \eta^{\mu\nu}, \quad (1.9)$$

de manera que de la expresión (1.7) se obtiene $\eta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \phi'(x) \partial_\beta \phi'(x) = \eta^{\alpha\beta} \partial_\alpha \phi(x) \partial_\beta \phi(x)$, y lo mismo para el campo ψ , por lo que los términos que aparecen multiplicados por $\eta^{\mu\nu}$ son invariantes Lorentz, mientras que el correspondiente a $\tau^{\mu\nu}$ no lo es. Esto implica que las ecuaciones de movimiento dependen de los sistemas de coordenadas de observadores que están rotados o transformados mediante un “boost” unos respecto de otros.

Dado que, hasta la fecha, la relatividad especial arroja resultados coherentes con las observaciones, se puede afirmar que, de haber un sistema de referencia privilegiado, el tensor $\tau^{\mu\nu}$ debe ser muy pequeño.

1.2.2. Relatividad doblemente especial (DSR)

También conocida como relatividad especial deformada, es una teoría modificada de SR. Fue propuesta por Amelino-Camelia [9] como un escenario general de espacio-tiempo gobernado por dos escalas independientes del sistema de referencia: la velocidad de la luz (c) y la longitud de Planck (ℓ_P). Pese a que esta teoría introduce correcciones a la relatividad especial a escalas de energía cercanas a la escala de Planck ($E_p = \sqrt{\hbar c^5/G} \approx 1,22 \times 10^{19}$ GeV) mantiene la equivalencia entre todos los observadores inerciales, es decir, no rompe la simetría Lorentz.

Bajo esta suposición el grupo de Lorentz actúa de manera no lineal en algunas cantidades físicas como la energía y el momento, y por tanto la elección de esta nueva actuación de las transformaciones requiere introducir la segunda escala mencionada. Puede considerarse entonces que esta teoría va más allá de SR a través de una deformación del grupo de Poincaré.

El hecho de que el grupo de Lorentz actúe de manera diferente sobre el espacio de momentos \mathcal{P} implica la presencia de cambios en la relación de dispersión y modificaciones en las leyes de conservación obtenidas a partir de una ley de composición modificada (MCL).

La aparición de una segunda escala invariante requiere la reformulación de los postulados de relatividad especial [9]

- Principio de Relatividad (RP): Las leyes de la física son las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales.
- (L1): Las leyes de la física envuelven una escala fundamental de longitud pequeña L_{DSR} , posiblemente del mismo orden de magnitud que la de Planck ℓ_P .
- (L2): Las leyes de transformación entre observadores inerciales envuelven una escala fundamental de velocidad c , que puede ser medida por cada observador inercial como la velocidad de la luz con una longitud de onda $\lambda \gg L_{\text{DSR}}$.

La justificación de redefinir las transformaciones de Lorentz en términos de la escala de Planck como invariante surge del fenómeno de contracción de longitudes sufrido entre dos observadores bajo la acción del grupo de Lorentz.

El principal problema de DSR es que no puede considerarse una teoría completa debido a que no consta de una descripción dinámica. Además genera problemas cuando se aplica a objetos macroscópicos [10] y todavía no se ha determinado si es matemáticamente consistente o físicamente significativa.

1.2.3. Desviaciones con respecto a la teoría relativista

Tanto en un marco de LIV como de DSR, las correcciones a SR pueden incorporarse mediante un desarrollo en potencias de energías [3]. Para ello, suponemos que dichas modificaciones son debidas a los grados de libertad de altas energías (comparables con la presumible escala de Planck).

Las desviaciones respecto a la relatividad especial pueden entenderse desde dos puntos de vista.

Relaciones de dispersión modificadas (MDR)

Contemplan la posibilidad de que los efectos de la escala de Planck modifiquen la condición *on-shell* para una partícula relativista. Este marco alternativo a la invariancia Lorentz estándar (LI) se encuentra dentro de una cantidad considerablemente grande de aproximaciones al problema QG [12][13].

Puede entenderse el concepto de relación de dispersión modificada para una partícula elemental con masa m mediante la siguiente expresión general [14]

$$E^2 = m^2 + p^2 + D(p, \Lambda) \quad (1.10)$$

donde $p^2 = \sum p_i^2$ y Λ la escala vinculada con las correcciones a la relación de dispersión de SR, que típicamente asociamos con la masa de Planck.

Leyes de composición modificadas (MCL)

En SR estamos acostumbrados a trabajar con una ley de composición aditiva, y, por tanto, lineal. En un marco de LIV, esta propiedad puede seguirse manteniendo en presencia de relaciones de dispersión modificadas. Este no es el caso, sin embargo, en un escenario de deformación SR, puesto que una ley de composición aditiva no es compatible con la no linealidad de las nuevas transformaciones de Lorentz. A lo largo de este trabajo supondremos de hecho un álgebra de momentos distinta a la de SR, de manera que la linealidad y aditividad de esta se pierden.

Cualquier proceso en el que las partículas interactúan entre sí está gobernado mediante la imposición de una ley de conservación energía-momento. La elección de dicha ley no es otra cosa que una muestra de las propiedades de localidad de la teoría correspondiente. Formalmente, uno puede definir la siguiente ley general de composición de momentos

$$\oplus : \mathcal{P} \times \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P} \quad (1.11)$$

$$(p, q) \rightarrow p \oplus q. \quad (1.12)$$

Mediante esta definición de álgebra modificada pueden obtenerse parámetros característicos de la geometría de \mathcal{P} como la conexión $\Gamma_\rho^{\mu\nu}$, la torsión $T_\rho^{\mu\nu}$ o la curvatura $R_\sigma^{\mu\nu\rho}$.

Es importante tener en cuenta que una ley de composición modificada, generalmente, no es asociativa, i.e. $(p \oplus q) \oplus k \neq p \oplus (q \oplus k)$, ni conmutativa, i.e. $p \oplus q \neq q \oplus p$.

Capítulo 2

Twin Peaks

En lo que sigue, vamos a ver que cuando se considera una teoría con desviaciones respecto de SR con una escala mucho menor que la característica de Planck, $\Lambda \ll M_P$, la producción de una nueva resonancia tiene señales inesperadas si la masa de la misma es $M_X \sim \Lambda$.

2.1. Espectro de masa invariante BSR

Los procesos de desintegración de algunas partículas son tan efímeros que la única certeza de su existencia la otorga el estudio de los fenómenos de resonancia. Estas desintegraciones son de naturaleza cuántica, y por tanto probabilística. Si consideramos una muestra con N partículas, al cabo de un tiempo t el valor esperado del número de partículas presentes seguirá la ley exponencial

$$N(t) = Ne^{-t/\tau}. \quad (2.1)$$

A τ se le conoce como la vida media de la partícula, que es de gran interés porque nos permite definir la anchura de desintegración Γ . Efectivamente, el principio de incertidumbre de Heisenberg permite relacionar las incertidumbres de energía y tiempo

$$\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar \quad \Rightarrow \quad \Gamma = \frac{\hbar}{\tau}. \quad (2.2)$$

En primera aproximación, se puede calcular mediante la regla de oro de Fermi

$$\Gamma \sim \rho(E)|M|^2 \sim g^2 \quad (2.3)$$

donde $\rho(E)$ es la densidad de estados finales, M el elemento de matriz que relaciona estados inicial y final, y g la constante de acoplo. Vemos que el valor de la anchura es proporcional a la intensidad de la interacción que causa la desintegración.

Una resonancia relativista X con masa M_X y anchura Γ_X tiene asociada una función densidad de probabilidad llamada distribución de Breit-Wigner

$$\frac{d\sigma_{SR}}{dm^2} = \frac{K}{(m^2 - M_X^2)^2 + M_X^2 \Gamma_X^2}, \quad (2.4)$$

donde m^2 es el invariante de masa al cuadrado y K una función suave respecto de m^2 . Desde un punto de vista experimental, se entiende por resonancia nuclear al pico de sección eficaz localizado en torno al valor $m^2 = M_X^2$ para experimentos de dispersión.

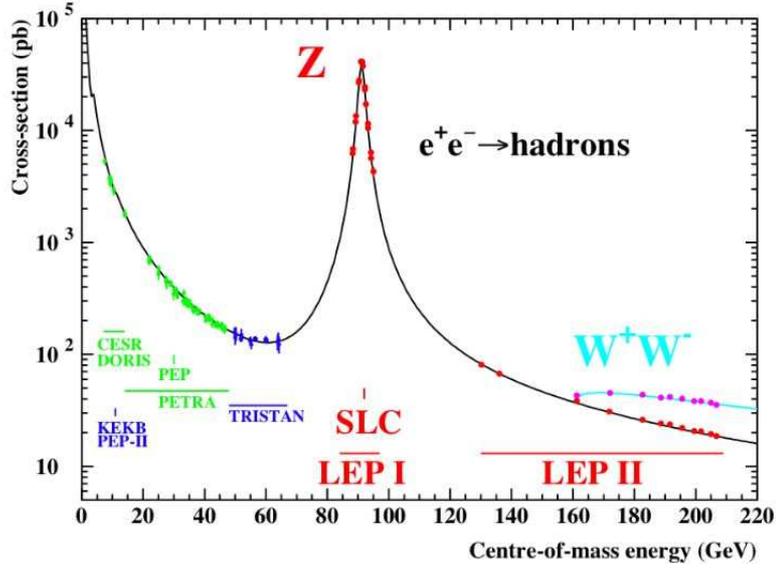


Figura 2.1: En rojo la distribución de Breit-Wigner que muestra la resonancia del bosón Z medido en el LEP I [15].

Sabemos que el invariante de masa al cuadrado en SR para un sistema de dos partículas con cuadrimentos p y \bar{p} es

$$\begin{aligned}
 m^2 &= (p + \bar{p})_\mu (p + \bar{p})^\mu \\
 &= (p + \bar{p})_0^2 - \sum_i (p + \bar{p})_i^2 \\
 &= E^2 + \bar{E}^2 + 2E\bar{E} - \sum_i p_i^2 - \sum_i \bar{p}_i^2 - 2p\bar{p} \cos \theta,
 \end{aligned}$$

siendo θ el ángulo formado entre las direcciones de las partículas. Si el momento de las partículas es lo suficientemente grande como para poder despreciar sus masas se puede considerar $E \sim p$, y de la expresión anterior se obtiene

$$m^2 = 2E\bar{E}(1 - \cos \theta). \quad (2.5)$$

Ahora bien, al ir más allá de SR de modo compatible con el principio de relatividad se tiene una ley de composición de momentos no aditiva y, en general, una relación energía-momento modificada. Por lo tanto, en la búsqueda de señales BSR uno puede realizar la generalización más simple para el espectro de masa invariante

$$\frac{d\sigma_{BSR}}{dm^2} = \frac{K}{(\mu^2 - M_X^2)^2 + M_X^2 \Gamma_X^2}, \quad (2.6)$$

donde se ha conservado la relación de dispersión típica de SR y asumido una ley de composición modificada (MCL) lo más simple posible tal que

$$\mu^2 := (p \oplus \bar{p})^2 = m^2 \left(1 + \epsilon \frac{m^2}{\Lambda^2} \right). \quad (2.7)$$

De esta manera el momento total medido para el sistema sufre una ligera desviación respecto del valor predicho por relatividad especial. La magnitud de tal modificación viene dada por el valor de la escala considerada Λ y el parámetro $\epsilon = \pm 1$, que tiene en cuenta los dos posibles signos de corrección.

Es conveniente introducir las siguientes variables adimensionales

$$\tau := \frac{m^2}{M_X^2} \quad \gamma := \frac{\Gamma_X^2}{M_X^2} \quad \lambda := \frac{\Lambda^2}{M_X^2}, \quad (2.8)$$

que sustituidas en (2.6) dan lugar a la expresión

$$\frac{d\sigma_{BSR}}{dm^2} = \frac{K}{M_X^4 F(\tau)}, \quad (2.9)$$

donde

$$F(\tau) := \left[\tau \left(1 + \epsilon \frac{\tau}{\lambda} \right) - 1 \right]^2 + \gamma. \quad (2.10)$$

No olvidemos que la anchura de desintegración no es otra cosa que una medida de la incertidumbre en energía (o masa) asociada al valor M_X^2 en el espectro, lo que significa que para que exista resonancia debe cumplirse que $\gamma \ll 1$. Teniendo esto último en cuenta, los picos en la distribución BSR corresponden a los valores para los que se cumple la condición

$$\tau \left(1 + \epsilon \frac{\tau}{\lambda} \right) - 1 = 0, \quad (2.11)$$

que tiene por raíces

$$\tau^* = -\frac{\lambda}{2\epsilon} \left[1 \pm \left(1 + 4\epsilon \frac{\epsilon}{\lambda} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.12)$$

Realizando un desarrollo de Taylor en τ^* podremos analizar la distribución para valores cercanos a los picos. Evaluamos las derivadas de $F(\tau)$ hasta segundo orden

$$\left. \frac{dF}{d\tau} \right|_{\tau=\tau^*} = 2 \left[\tau^* \left(1 + \epsilon \frac{\tau^*}{\lambda} \right) - 1 \right] \left(1 + 2\epsilon \frac{\tau^*}{\lambda} \right) = 0 \quad (2.13)$$

$$\left. \frac{d^2F}{d\tau^2} \right|_{\tau=\tau^*} = 2 \left(1 + 2\epsilon \frac{\tau^*}{\lambda} \right) = 2 \left(1 + 4\epsilon \frac{\epsilon}{\lambda} \right). \quad (2.14)$$

La función expresada en potencias es

$$F(\tau) \approx \gamma + \left(1 + 4\epsilon \frac{\epsilon}{\lambda} \right) (\tau - \tau^*)^2, \quad (2.15)$$

que sustituida en (2.9) y usando las relaciones (2.8) resulta

$$\frac{d\sigma_{BSR}}{dm^2} \approx \frac{1}{M_X^4 \left(1 + 4\epsilon \frac{M_X^2}{\Lambda^2} \right)} \frac{K}{(m^2 - m^{*2})^2 + M_X^2 \Gamma_X^2 \left(1 + 4\epsilon \frac{M_X^2}{\Lambda^2} \right)^{-1}}. \quad (2.16)$$

Vemos entonces que el valor máximo se alcanza para el polo

$$m^{*2} := M_X^2 \tau^* = \frac{\Lambda^2}{2\epsilon} \left[-1 \pm \left(1 + 4\epsilon \frac{M_X^2}{\Lambda^2} \right)^{1/2} \right] \quad (2.17)$$

que toma dos significados distintos según sea ϵ positivo o negativo.

2.1.1. Parámetro de modificación positivo

La elección de $\epsilon = +1$ conduce irrevocablemente a una única solución para el polo

$$m^{*2} = \frac{\Lambda^2}{2} \left[\left(1 + 4\frac{M_X^2}{\Lambda^2} \right)^{1/2} - 1 \right]. \quad (2.18)$$

Resulta sencillo comprobar de (2.18) que cuando se considera que la masa de la resonancia es mucho menor que la escala

$$m^{*2} \approx \frac{\Lambda^2}{2} \left[1 + 2\frac{M_X^2}{\Lambda^2} - 1 \right] = M_X^2 \quad (2.19)$$

recuperamos el pico para la distribución de SR, de manera que relacionando la expresión modificada (2.16) con la de Breit-Wigner (2.4) obtenemos la anchura de pico corregida

$$\Gamma^{*2} = \frac{M_X^2 \Gamma_X^2}{m^{*2} (1 + 4M_X^2/\Lambda^2)} = \Gamma_X^2 \frac{2M_X^2/\Lambda^2}{(1 + 4M_X^2/\Lambda^2) \left[(1 + 4M_X^2/\Lambda^2)^{1/2} - 1 \right]}, \quad (2.20)$$

que también se aproxima a la anchura de resonancia de SR cuando $M_X^2 \ll \Lambda^2$.

2.1.2. Parámetro de modificación negativo

El caso $\epsilon = -1$ resulta mucho más interesante. En primer lugar, la naturaleza real de m^* sí permite dos soluciones, a diferencia de lo que sucedía cuando ϵ se tomaba positiva. De la expresión (2.17)

$$m_{\pm}^{*2} = \frac{\Lambda^2}{2} \left[1 \pm \left(1 - 4 \frac{M_X^2}{\Lambda^2} \right)^{1/2} \right], \quad (2.21)$$

observamos que la existencia de solución doble debe cumplir la siguiente condición para el radicando

$$1 - 4 \frac{M_X^2}{\Lambda^2} > 0. \quad (2.22)$$

En lo que sigue suponemos que se cumple la condición anterior $M_X < \Lambda/2$ y que, por tanto, se tienen que considerar los dos picos (para $m^2 = m_{\pm}^{*2}$). La observación de este doble pico correspondería a

$$\Lambda^2 = (m_+^{*2} + m_-^{*2}) \quad M_X^2 = \frac{m_+^{*2} m_-^{*2}}{(m_+^{*2} + m_-^{*2})}. \quad (2.23)$$

Y la anchura de los picos viene dada por la expresión

$$\Gamma_{\pm}^{*2} = \frac{M_X^2 \Gamma_X^2}{m_{\pm}^{*2} (1 - 4M_X^2/\Lambda^2)} = \Gamma_X^2 \frac{2M_X^2/\Lambda^2}{(1 - 4M_X^2/\Lambda^2) \left[1 \pm (1 - 4M_X^2/\Lambda^2)^{1/2} \right]}, \quad (2.24)$$

que puede reescribirse usando (2.23), donde

$$\frac{M_X^2}{\Lambda^2} = \frac{m_+^{*2} m_-^{*2}}{(m_+^{*2} + m_-^{*2})^2} \quad 1 - 4 \frac{M_X^2}{\Lambda^2} = \frac{(m_+^{*2} - m_-^{*2})^2}{(m_+^{*2} + m_-^{*2})^2} \quad \left[1 \pm \left(1 - 4 \frac{M_X^2}{\Lambda^2} \right)^{1/2} \right] = \frac{2m_{\pm}^{*2}}{(m_+^{*2} + m_-^{*2})},$$

de manera que

$$\Gamma_{\pm}^{*2} = \Gamma_X^2 \frac{(m_+^{*2} + m_-^{*2}) m_{\pm}^{*2}}{(m_+^{*2} - m_-^{*2})^2}. \quad (2.25)$$

Vemos que (2.25) revela una relación entre la anchura de los dos picos

$$\frac{\Gamma_+^{*2}}{\Gamma_-^{*2}} = \frac{m_-^{*2}}{m_+^{*2}}, \quad (2.26)$$

la cual resulta crucial en la distinción entre la fenomenología de doble pico BSR y la presencia de dos resonancias independientes. Invertiendo la relación (2.25) calculamos la anchura de desintegración de la resonancia X

$$\Gamma_X^2 = \Gamma_+^{*2} \frac{(m_+^{*2} - m_-^{*2})^2}{m_-^{*2} (m_+^{*2} + m_-^{*2})} = \Gamma_-^{*2} \frac{(m_+^{*2} - m_-^{*2})^2}{m_+^{*2} (m_+^{*2} + m_-^{*2})}. \quad (2.27)$$

De nuevo, tomamos el límite $M_X^2 \ll \Lambda^2$ en las expresiones de los polos (2.21) y la anchura (2.24)

$$m_{\pm}^{*2} \approx \frac{\Lambda^2}{2} \left[1 \pm \left(1 - 2 \frac{M_X^2}{\Lambda^2} \right) \right] \quad (2.28)$$

$$\Gamma_{\pm}^{*2} \approx \Gamma_X^2 \frac{2M_X^2/\Lambda^2}{\left[1 \pm (1 - 2M_X^2/\Lambda^2) \right]}, \quad (2.29)$$

obteniendo

$$\begin{aligned} m_-^{*2} &\approx M_X^2 & \Gamma_-^{*2} &\approx \Gamma_X^2 \\ m_+^{*2} &\approx \Lambda^2 & \Gamma_+^{*2} &\approx \Gamma_X^2 M_X^2/\Lambda^2, \end{aligned} \quad (2.30)$$

de forma que para dicho límite, uno de los picos ($-$) reproduce el resultado de SR mientras que el otro ($+$) aparece para energías *infinitas* con una anchura que tiende a *cero*. A la aparición de este doble pico la denominamos como *twin peaks* o picos gemelos.

Cabe recordar que los valores $M_X > \Lambda/2$ están prohibidos por el radicando que aparece en (2.21). Si se toma el límite $M_X \rightarrow \Lambda/2$ en las expresiones anteriores los dos polos coinciden, tendiendo su anchura a infinito.

En la discusión no se ha incluido la dependencia de m^2 en el factor K que tiene en cuenta el mecanismo de producción de la resonancia y la anchura de desintegración de las dos partículas que observamos. Se ha aproximado K a un valor constante alrededor de cada polo debido a que se consideran regiones lo suficientemente pequeñas en torno a los picos como para despreciar su variación respecto de m^* .

Las consecuencias fenomenológicas de lo visto hasta ahora van a ser estudiadas desde la física experimental conocida del bosón Z .

2.2. ¿Por qué el bosón Z ?

El principal argumento para tomar al bosón Z como ejemplo de estudio es el éxito de la teoría electrodébil. Esta teoría postuló la existencia de partículas mediadoras W y Z con masa no nula. La investigación en lo referente al Z ofrece una prueba adicional del Modelo Estándar (SM) y es de especial relevancia, ya que los procesos de desintegración constituyen un fondo irreducible en la búsqueda del bosón de Higgs¹ [16].

El bosón Z es neutro, lo que significa que la suma de las cargas de sus productos de desintegración tiene que ser cero. Por lo tanto el Z debe decaer en un par partícula-antipartícula. La puesta en funcionamiento del Large Electron-Positron collider (LEP) junto con las predicciones de la teoría electrodébil permitieron el estudio de reacciones [17]

$$e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow f\bar{f} \quad (2.31)$$

donde

$$\begin{aligned} f\bar{f} &= \nu\bar{\nu}, \\ &= \bar{l}l, \\ &= q\bar{q} \end{aligned}$$

son neutrinos, leptones cargados y hadrones respectivamente. El número de bosones Z detectados en el LEP-I alcanzó la cifra de 20 millones. Es, precisamente, esta increíble cantidad de eventos la segunda razón por la que consideramos al Z como un digno candidato de estudio. En los últimos años se ha alcanzado una extraordinaria precisión en la medida de su masa y anchura [18]

$$M_Z = 91,1876 \pm 0,0021 \text{ GeV} \quad \Gamma_Z = 2,4952 \pm 0,0023 \text{ GeV}. \quad (2.32)$$

2.3. Estimación del límite inferior de Λ

La forma más simple de aplicar los resultados obtenidos de la corrección del espectro de masa al bosón Z consiste en asignar los valores arrojados por el Particle Data Group (PDG) M_Z y Γ_Z a los valores predichos por nuestro modelo BSR: m^* y Γ^* en el caso de un pico ($\epsilon = 1$) o m_-^* y Γ_-^* cuando hay dos picos ($\epsilon = -1$). De las expresiones (2.6), (2.7) y (2.16) podemos obtener la de M_Z^2 en términos de estos últimos

$$M_Z^2 = m^{*2} \left[1 + \frac{m^{*2}}{\Lambda^2} + \mathcal{O}(m^{*4}/\Lambda^4) \right], \quad (2.33)$$

o bien

$$M_Z^2 = m_-^{*2} \left[1 - \frac{m_-^{*2}}{\Lambda^2} + \mathcal{O}(m_-^{*4}/\Lambda^4) \right]. \quad (2.34)$$

¹Debido a que el mecanismo de Higgs rompe la simetría de la teoría $SU(2)$ de gauge para dar masa a los bosones W y Z .

El nuevo valor de M_Z extraído de los datos del LEP debe ser consistente con otras determinaciones de M_Z , lo que se traduce en la existencia de un límite superior de Λ . Calcular la modificación máxima (δM_Z) del parámetro M_Z sin arruinar lo establecido dentro del SM no es trivial. Lo que sí puede determinarse es el límite de la escala energética asociado a esta modificación

$$\Lambda \geq \Lambda_0 = \left(\frac{M_Z}{2\delta M_Z} \right)^{1/2} M_Z. \quad (2.35)$$

Presentamos una tabla de carácter ilustrativo

δM_z [MeV]	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Λ_0 [TeV]	8,71	6,16	5,03	4,35	3,89	3,55	3,29	3,08	2,90

Tabla 2.1: Distintos valores para el límite de Λ en función de su máxima modificación.

2.4. Búsqueda de resonancias BSR en VHE pp-Collider

Las observaciones de Z en LEP no muestran efectos debidos a la posible modificación de SR propuesta en el modelo anterior. Una forma de entender esto es que la masa del bosón Z no está lo suficientemente próxima a la escala de nueva física como para poner de manifiesto dichos efectos. De las cotas a la escala BSR obtenidas en la Tabla 2.1 se puede ver que el LHC no tiene la suficiente energía para producir una partícula cuya masa permita identificar los efectos de la nueva física.

En este sentido quedan justificadas las consideraciones realizadas en la primera parte del trabajo en la que se ha insistido en la necesidad del desarrollo de aceleradores suficientemente potentes como para ser capaces de observar fenomenología BSR.

Supongamos un colisionador² hadrónico (protón-protón) de muy alta energía (*Very High Energy*, VHE) capaz de observar los dos picos de una nueva resonancia en $m^2 = m_{\pm}^{*2}$

$$m_{\pm}^{*2} = \frac{\Lambda^2}{2} \left[1 \pm \left(1 - 4 \frac{M_X^2}{\Lambda^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.36)$$

Para dar cuenta de las cantidades cinemáticas de las partículas aceleradas usamos la variable de Mandelstam s del sistema relativista, que no es otra cosa que el invariante de masa al cuadrado

$$s \equiv m^2 = (p + \bar{p})^2 = 2E\bar{E}(1 - \cos\theta). \quad (2.37)$$

Como en el sistema de referencia centro de masas $\theta = \pi$ y $\bar{E} = E$, se tiene entonces

$$s = 4E\bar{E} = 4E^2 \quad \Rightarrow \quad E = \frac{\sqrt{s}}{2}. \quad (2.38)$$

Así, asumiendo que la aniquilación quark-antiquark es el proceso dominante en la producción de la resonancia³, expresamos los cuadrimomentos de los dos protones en el estado inicial como

$$P^\mu = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, 1) \quad \bar{P}^\mu = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, -1), \quad (2.39)$$

y los correspondientes al par quark-antiquark

$$p^\mu = xP^\mu \quad \bar{p}^\mu = \bar{x}\bar{P}^\mu. \quad (2.40)$$

²En un colisionador de partículas el sistema de laboratorio es el sistema centro de masas, a diferencia de los experimentos de blanco fijo donde el sistema de laboratorio corresponde a aquel en el que el blanco está en reposo. La energía (en el sistema de laboratorio) necesaria para producir una partícula es mucho menor en un experimento de colisionadores frente a un experimento de blanco fijo.

³Desde la aparición del modelo de quarks se interpreta las resonancias como estados excitados de sistemas ligados de quarks.

Entonces, por la MCL definida en (2.7), para el sistema de dos quarks

$$\mu^2 := (p \oplus \bar{p})^2 = m^2 \left(1 + \epsilon \frac{m^2}{\Lambda^2}\right) = (4E_q \bar{E}_q) \left(1 + \epsilon \frac{4E_q \bar{E}_q}{\Lambda^2}\right) = x\bar{x}s \left(1 + \epsilon \frac{x\bar{x}s}{\Lambda^2}\right) \quad (2.41)$$

donde se ha utilizado la relación entre energías quark-protón $E_q = xE$. De la relación anterior es directo comprobar que

$$x\bar{x} = \frac{m^2}{s}. \quad (2.42)$$

La sección eficaz de la distribución en la variable $m^2 = (q + \bar{q})^2$, donde q, \bar{q} son los momentos de los dos fermiones del estado final de la desintegración de la resonancia, es

$$\frac{d\sigma}{dm^2} \approx F_+(s, m_+^{*2}) \frac{K_+}{(m^2 - m_+^{*2})^2 + m_+^{*2} \Gamma_+^{*2}} \quad (2.43)$$

viniedo F_+ determinada por el modelo de partones

$$F_+(s, m_+^{*2}) = \int_0^1 \int_0^1 dx d\bar{x} f_q(x, m_+^{*2}) f_{\bar{q}}(\bar{x}, m_+^{*2}) \delta\left(x\bar{x} - \frac{m_+^{*2}}{s}\right), \quad (2.44)$$

donde $f_q(x, Q^2)$ es la función de distribución de partones (PDF), que se define como la densidad de probabilidad de encontrar un partón (quark) en un hadrón (protón) con una fracción x de su momento al sondear el hadrón a una escala energética Q^2 , cuando

$$m^2 \sim m_+^{*2} = \frac{\Lambda^2}{2} \left[1 + \left(1 - 4 \frac{M_X^2}{\Lambda^2}\right)^{1/2}\right], \quad (2.45)$$

y

$$\frac{d\sigma}{dm^2} \approx F_-(s, m_-^{*2}) \frac{K_-}{(m^2 - m_-^{*2})^2 + m_-^{*2} \Gamma_-^{*2}} \quad (2.46)$$

con una función F_- de la forma

$$F_-(s, m_-^{*2}) = \int_0^1 \int_0^1 dx d\bar{x} f_q(x, m_-^{*2}) f_{\bar{q}}(\bar{x}, m_-^{*2}) \delta\left(x\bar{x} - \frac{m_-^{*2}}{s}\right), \quad (2.47)$$

cuando

$$m^2 \sim m_-^{*2} = \frac{\Lambda^2}{2} \left[1 - \left(1 - 4 \frac{M_X^2}{\Lambda^2}\right)^{1/2}\right]. \quad (2.48)$$

Los factores K_{\pm} incluyen la dependencia de los acoplamientos y demás detalles de la aniquilación quark-antiquark. Las expresiones anteriores pueden ser usadas para estimar el número de eventos esperados para diferentes colisionadores pp, diferentes valores de la masa de resonancia (M_X) y distintas escalas de nueva física BSR (Λ).

Una vez conocemos las expresiones de m_+ y m_- recordemos que el cociente

$$\frac{m_{\pm}^{*2}}{\Gamma_{\pm}^{*2}} = \left(\frac{\Lambda^2}{2M_X^2}\right)^2 \frac{M_X^2}{\Gamma_X^2} \left(1 - 4 \frac{M_X^2}{\Lambda^2}\right) \left[1 \pm \left(1 - 4 \frac{M_X^2}{\Lambda^2}\right)^{1/2}\right]^2 \quad (2.49)$$

permite estimar la anchura de los picos.

Capítulo 3

Cálculo de la sección eficaz BSR según QFT: el problema de los canales

A continuación se va a incluir una discusión detallada de un modelo con cinemática más allá de SR compatible con el principio de relatividad. Se va a considerar un cálculo de la dinámica para controlar la validez de la aproximación utilizada en el capítulo anterior para estudiar la sección eficaz en un pequeño intervalo alrededor de los polos. En concreto vamos a trabajar con el proceso $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \mu^+\mu^-$.

3.1. Integral al espacio de momentos

En nuestro modelo supondremos válidas las reglas de Feynman QFT. Si uno considera una cinemática BSR basada en un espacio-tiempo no conmutativo covariante Lorentz (álgebra de Snyder [19]) entonces se encuentra la ley de composición de momentos modificada

$$[p \oplus q]^\mu = p^\mu \sqrt{1 + \frac{q^2}{\Lambda^2}} + \frac{1}{\Lambda^2 \left(1 + \sqrt{1 + p^2/\Lambda^2}\right)} p^\mu (p \cdot q) + q^\mu \approx p^\mu + q^\mu + \frac{1}{\Lambda^2} p^\mu (p \cdot q). \quad (3.1)$$

Al calcular $(p \oplus q)^2$ a partir de (3.1) vemos que, despreciando los cuadrados de cada uno de los cuadrimomentos frente a la escala Λ^2 , se obtiene la expresión que habíamos utilizado en el capítulo 2 con $\epsilon = +1$ ¹. Tenemos por tanto una justificación del modelo introducido basada en la elección más simple de un espacio no conmutativo. Por otro lado, una discusión completamente general de correcciones proporcionales al inverso del cuadrado de una nueva escala de modo compatible con la isotropía del espacio es tal que al tener en cuenta la libertad de cambios de variables momento para eliminar parámetros permite reducir la ley de composición de momentos a una con un solo parámetro. De hecho, la expresión (3.1) puede entenderse como resultado de utilizar la libertad de elección de variables momento.

La sección eficaz diferencial en QFT para un estado inicial y final de dos partículas viene dada por la expresión siguiente

$$d\sigma = \frac{1}{2E_{k_1} 2E_{k_2} |v_{k_1} - v_{k_2}|} \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^3} \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^3} \delta(p_1^2 - m_1^2) \delta(p_2^2 - m_2^2) \theta(p_2) |M|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p_1 - p_2), \quad (3.2)$$

siendo k_1 y k_2 los cuadrimomentos de las partículas correspondientes al estado inicial y los del estado final p_1 y p_2 . M denota el elemento de matriz del proceso.

¹El parámetro de modificación negativo $\epsilon = -1$ también puede ser considerado en (3.1) si al conmutador de coordenadas del álgebra de Snyder añadimos ambos signos: $[x^\mu, x^\nu] = \pm J^{\mu\nu}/M^2$. En adelante todos los cálculos se realizan a partir de la expresión explícita (3.1) y al final del trabajo se recuperará el doble signo visto en (2.7).

Dado que estamos considerando procesos dentro del LEP, podemos realizar las siguientes asunciones:

1. Debido a que la colisión se estudia en el sistema de referencia centro de masas, el trimomento de las partículas del estado inicial es el mismo y de sentido contrario

$$k_{1\mu} = (E_0, \vec{k}), k_{2\mu} = (E_0, -\vec{k}) \text{ con } E_0 = |\vec{k}|.$$

2. Dado que estamos en el límite ultrarelativista, consideramos que las masas de las partículas del estado inicial y final son nulas, siendo su velocidad la de la luz en el vacío ($v_{k_1} = v_{k_2} = 1$).

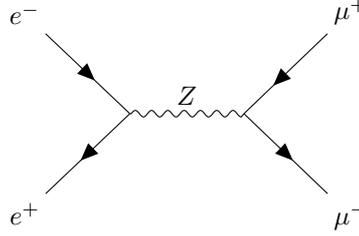
Y de la expresión (3.1) obtenemos

$$d\sigma = \frac{1}{8(2\pi)^2 E_0^2} d^4 p_1 d^4 p_2 \delta(p_1^2) \delta(p_2^2) \theta(p_2) |M|^2 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p_1 - p_2). \quad (3.3)$$

Dado que tenemos una composición de momentos no aditiva, en $\delta^{(4)}$ debemos reemplazar la suma por dicha ley de composición. Supondremos que la ley de conservación viene dada por la igualdad entre la composición de momentos iniciales y finales, i.e.

$$k_1 \oplus k_2 = p_1 \oplus p_2. \quad (3.4)$$

Además, puede comprobarse fácilmente que bajo una ley de composición no simétrica existen diferentes posibles leyes de conservación, y por tanto distintas maneras de que un proceso se pueda dar a través de diferentes canales². En concreto, para el diagrama de Feynman



existen cuatro canales:

- 1 : $k_1 \oplus k_2 = p_1 \oplus p_2$
- 2 : $k_2 \oplus k_1 = p_1 \oplus p_2$
- 3 : $k_1 \oplus k_2 = p_2 \oplus p_1$
- 4 : $k_2 \oplus k_1 = p_2 \oplus p_1$

En lo que sigue se realiza el cálculo de la sección eficaz diferencial para los distintos canales. En la práctica solo tenemos que hacerlo de forma detallada para dos canales dada la simetría del problema.

Canales 1 y 2

Aplicamos la expresión (3.3) para el primer canal

$$d\sigma_1 = \frac{1}{8(2\pi)^2 E_0^2} d^4 p_1 d^4 p_2 \theta(p_2) \delta(p_1^2) \delta(p_2^2) |M_1|^2 \delta^{(4)}(k_1 \oplus k_2 - p_1 \oplus p_2). \quad (3.5)$$

²En física de partículas se entiende por canal a cada una de las formas en las que una partícula puede desintegrarse. Depende de la interacción que tiene lugar y de las partículas del estado final.

La delta de Dirac cuatridimensional nos permite conocer un momento en función de los otros tres, eliminando así una integral. Tenemos que

$$p_2^\mu = k_1^\mu + k_2^\mu + \frac{1}{\Lambda^2} k_1^\mu (k_1 \cdot k_2) - p_1^\mu - \frac{1}{\Lambda^2} p_1^\mu (p_1 \cdot p_2). \quad (3.6)$$

Multiplicamos por $p_{1\mu}$, y haciendo uso de $\delta(p_1^2)$, obtenemos

$$(p_1 \cdot p_2) = (p_1 \cdot k_1) + (p_1 \cdot k_2) + \frac{1}{\Lambda^2} (p_1 \cdot k_1) (k_1 \cdot k_2), \quad (3.7)$$

que sustituido en (3.6) da lugar a

$$p_2^\mu = k_1^\mu + k_2^\mu - p_1^\mu + \frac{1}{\Lambda^2} k_1^\mu (k_1 \cdot k_2) - \frac{1}{\Lambda^2} p_1^\mu (p_1 \cdot k_1 + p_1 \cdot k_2), \quad (3.8)$$

donde se ha despreciado el término con $\mathcal{O}(\Lambda^4)$. Elevando al cuadrado ambos miembros de la ecuación y usando ahora las definiciones de $k_{1\mu}$, $k_{2\mu}$, y $p_{1\mu} = (E_1, \vec{p}_1)$ ³, de forma que

$$k_1^2 = k_2^2 = E_0^2 - k^2 = 0 \quad (3.9)$$

$$p_1^2 = E_1^2 - p_1^2 = 0 \quad (3.10)$$

$$k_1 \cdot k_2 = k_{1\mu} k_2^\mu = E_0^2 + k^2 = 2E_0^2 \quad (3.11)$$

$$k_1 \cdot p_1 = k_{1\mu} p_1^\mu = E_0 E_1 - \vec{k} \vec{p}_1 \quad (3.12)$$

$$k_2 \cdot p_1 = k_{2\mu} p_1^\mu = E_0 E_1 + \vec{k} \vec{p}_1, \quad (3.13)$$

obtenemos

$$p_2^2 = 4E_0^2 \left(1 + 2\frac{E_0^2}{\Lambda^2} \right) - 4E_0 E_1 - \frac{4E_0^3 E_1}{\Lambda^2} - \frac{8E_0^2 E_1^2}{\Lambda^2} + \frac{4E_0^3 E_1}{\Lambda^2} \cos \theta \quad (3.14)$$

donde θ es el ángulo formado entre las direcciones de los momentos \vec{k} y \vec{p}_1 . La condición $\delta(p_2^2)$ permite calcular la relación entre E_0 y E_1 sin más que igualar el miembro de la derecha de la ecuación anterior a cero. Quedándonos a segundo orden

$$E_1 = E_0 \left(1 - \frac{E_0^2(1 - \cos \theta)}{\Lambda^2} \right), \quad (3.15)$$

de forma que

$$E_0 = E_1 \left(1 + \frac{E_1^2(1 - \cos \theta)}{\Lambda^2} \right). \quad (3.16)$$

Además, teniendo en cuenta la siguiente propiedad de la delta de Dirac

$$\delta(f(x)) = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|f'(x_i)|}, \quad (3.17)$$

siendo $f(x_i) = p_2^2(E_1)$, llegamos a

$$d\sigma_1 = \frac{E_0 \left(1 - \frac{E_0^2(1 - \cos \theta)}{\Lambda^2} \right)}{64\pi E_0^2} \frac{d \cos \theta}{|f'_1(E_0)|} |M|_1^2 \quad (3.18)$$

con

$$\frac{1}{|f'_1(E_0)|} = \frac{1}{4E_0} \left(1 - \frac{5E_0^2}{\Lambda^2} + \frac{E_0^2}{\Lambda^2} \cos \theta \right). \quad (3.19)$$

La sección eficaz diferencial en función de la energía del electrón E_0 y el ángulo de scattering θ para el canal 1 es

$$d\sigma_1 = \frac{d \cos \theta}{256\pi E_0^2} \left(1 - \frac{6E_0^2}{\Lambda^2} + \frac{2E_0^2}{\Lambda^2} \cos \theta \right) |M|_1^2. \quad (3.20)$$

³Conviene recordar que al tratarse de partículas relativistas $E_i = |\vec{p}_i|$.

Dada la simetría del problema, para calcular la interacción correspondiente al canal 2 se procede al cambio de signo de todos los términos multiplicados por $\cos \theta$. Esto es así porque la cinemática de los dos primeros canales es la misma bajo la permutación $k_1 \leftrightarrow k_2$, o lo que es lo mismo $\vec{k} \leftrightarrow -\vec{k}$, de forma que

$$\cos \theta = \frac{\vec{k} \cdot \vec{p}_1}{|\vec{k}||\vec{p}_1|} \quad \longrightarrow \quad -\cos \theta = \frac{-\vec{k} \cdot \vec{p}_1}{|\vec{k}||\vec{p}_1|}. \quad (3.21)$$

Entonces para el segundo canal

$$E_1 = E_0 \left(1 - \frac{E_0^2(1 + \cos \theta)}{\Lambda^2} \right), \quad (3.22)$$

$$\frac{1}{|f'_2(E_0)|} = \frac{1}{4E_0} \left(1 - \frac{5E_0^2}{\Lambda^2} + \frac{E_0^2}{\Lambda^2} \cos \theta \right) \quad (3.23)$$

$$d\sigma_2 = \frac{d \cos \theta}{256\pi E_0^2} \left(1 - \frac{6E_0^2}{\Lambda^2} - \frac{2E_0^2}{\Lambda^2} \cos \theta \right) |M|_2^2. \quad (3.24)$$

Canales 3 y 4

De nuevo, usamos la ley de conservación de momento total, que viene dada por $\delta(k_1 \oplus k_2 - p_2 \oplus p_1)$. Así que, según el álgebra de Snyder, tenemos

$$p_2^\mu = k_1^\mu + k_2^\mu + \frac{1}{\Lambda^2} k_1^\mu (k_1 \cdot k_2) - p_1^\mu - \frac{1}{\Lambda^2} p_2^\mu (p_1 \cdot p_2). \quad (3.25)$$

Multiplicamos por el cuadrimomento del otro muón

$$(p_1 \cdot p_2) = (p_1 \cdot k_1) + (p_1 \cdot k_2) + \frac{1}{\Lambda^2} (p_1 \cdot k_1) (k_1 \cdot k_2) - \frac{1}{\Lambda^2} (p_1 \cdot p_2)^2, \quad (3.26)$$

y sustituimos en la expresión anterior

$$p_2^\mu = k_1^\mu + k_2^\mu - p_1^\mu + \frac{1}{\Lambda^2} k_1^\mu (k_1 \cdot k_2) - \frac{1}{\Lambda^2} (k_1^\mu + k_2^\mu - p_1^\mu) (p_1 \cdot k_1 + p_1 \cdot k_2), \quad (3.27)$$

por lo que, elevando al cuadrado los dos miembros de la ecuación anterior y utilizando las relaciones de dispersión (3.9)-(3.13), obtenemos

$$p_2^2 = 4E_0^2 \left(1 + \frac{2E_0^2}{\Lambda^2} \right) - 4E_0 E_1 - \frac{20E_0^3 E_1}{\Lambda^2} + \frac{16E_0^2 E_1^2}{\Lambda^2} + \frac{4E_0^3 E_1}{\Lambda^2} \cos \theta. \quad (3.28)$$

Haciendo (3.28) igual a cero hasta segundo orden

$$E_1 = E_0 \left(1 - \frac{E_0^2(1 - \cos \theta)}{\Lambda^2} \right), \quad (3.29)$$

y procediendo de igual forma que para los casos anteriores se llega a

$$\frac{1}{|f'_3(E_0)|} = \frac{1}{4E_0} \left(1 - \frac{3E_0^2}{\Lambda^2} + \frac{E_0^2}{\Lambda^2} \cos \theta \right) \quad (3.30)$$

$$d\sigma_3 = \frac{d \cos \theta}{256\pi E_0^2} \left(1 - \frac{E_0^2}{\Lambda^2} + \frac{3E_0^2}{\Lambda^2} \cos \theta \right) |M|_3^2. \quad (3.31)$$

Para el canal 4 cambiamos de nuevo los signos de los términos que van con $\cos \theta$

$$E_1 = E_0 \left(1 - \frac{E_0^2(1 + \cos \theta)}{\Lambda^2} \right), \quad (3.32)$$

$$\frac{1}{|f'_4(E_0)|} = \frac{1}{4E_0} \left(1 - \frac{3E_0^2}{\Lambda^2} - \frac{E_0^2}{\Lambda^2} \cos \theta \right) \quad (3.33)$$

$$d\sigma_4 = \frac{d \cos \theta}{256\pi E_0^2} \left(1 - \frac{E_0^2}{\Lambda^2} - \frac{3E_0^2}{\Lambda^2} \cos \theta \right) |M|_4^2. \quad (3.34)$$

3.2. Cálculo de la amplitud para $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \mu^+\mu^-$

Una vez conocidas las expresiones de las secciones diferenciales de los cuatro canales de desintegración, pasamos a calcular la forma de la amplitud de transición entre los estados inicial y final. Según las reglas de Feynman, para el caso $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \mu^+\mu^-$, el elemento de matriz al cuadrado viene dado por la expresión [20]

$$|M|_i^2 = \frac{g_z^4}{2 \left[(s - M_z^2)^2 + \Gamma_z^2 M_z^2 \right]} [\xi \Sigma_{1i} - 4\varphi \Sigma_{2i}], \quad (3.35)$$

donde

$$g_z = \frac{e}{\sin \theta_w \cos \theta_w} \quad \xi = [C_V^2 + C_A^2]^2 \quad \varphi = C_V^2 C_A^2 \quad \Sigma_1 = \left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{u}{2}\right)^2 \quad \Sigma_2 = \left(\frac{t}{2}\right)^2 - \left(\frac{u}{2}\right)^2,$$

y siendo C_V y C_A las correcciones a la carga del vector débil y al axial respectivamente. θ_w es el ángulo de Weinberg o de mezcla débil.

En física teórica las variables de Mandelstam codifican la información referente a la energía, el momento y los ángulos de las partículas presentes en una colisión de forma coherente a la invariancia Lorentz. En QFT convencional son

$$s = (k_1 + k_2)^2 = (p_1 + p_2)^2 \quad (3.36)$$

$$t = (k_1 - p_1)^2 = (k_2 - p_2)^2 \quad (3.37)$$

$$u = (k_1 - p_2)^2 = (k_2 - p_1)^2 \quad (3.38)$$

Sin embargo, al tener una ley de composición modificada no conmutativa necesitamos trabajar con unos nuevos invariantes. En particular, consideraremos

$$s = \frac{1}{2} \left((k_1 \oplus k_2)^2 + (p_1 \oplus p_2)^2 \right) \quad (3.39)$$

$$t = \frac{1}{2} \left((k_1 \oplus \hat{p}_1)^2 + (k_2 \oplus \hat{p}_2)^2 \right) \quad (3.40)$$

$$u = \frac{1}{2} \left((k_1 \oplus \hat{p}_2)^2 + (k_2 \oplus \hat{p}_1)^2 \right) \quad (3.41)$$

La notación *antípoda* \hat{p} designa al momento cuya composición con p es cero. Para el caso particular de (3.1), y bajo la suposición de partículas sin masa, \hat{p} corresponde a un momento cuyas componentes son las de p cambiadas de signo⁴.

3.3. Sección eficaz total para $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \mu^+\mu^-$

La sección eficaz total vendrá dada como suma de las contribuciones de los distintos canales promediada al número total de los mismos, es decir

$$\sigma = \frac{1}{4} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4). \quad (3.43)$$

⁴Efectivamente

$$\begin{aligned} [p \oplus \hat{p}]^\mu = [p \oplus -p]^\mu &= p^\mu \left\{ \sqrt{1 + \frac{p^2}{\Lambda^2}} - \frac{p^2}{\Lambda^2 \left(1 + \sqrt{1 + p^2/\Lambda^2}\right)} - 1 \right\} \\ &= p^\mu \left\{ \frac{\Lambda^2 \left(\sqrt{1 + p^2/\Lambda^2} + 1\right) + \Lambda^2 p^2/\Lambda^2 - p^2}{\Lambda^2 \left(1 + \sqrt{1 + p^2/\Lambda^2}\right)} - 1 \right\} = 0. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Dado que tenemos una ley de composición covariante, el problema se simplifica al ser s una cantidad independiente del canal en el que trabajemos. Expresándola en función de la energía inicial obtenemos una relación bien definida

$$s = (k_1 \oplus k_2)^2 = \left(k_1 + k_2 + \frac{1}{\Lambda^2} k_1 (k_1 \cdot k_2) \right)^2 = 4E_0^2 \left(1 + \frac{2E_0^2}{\Lambda^2} \right) = (k_2 \oplus k_1)^2 \quad (3.44)$$

idéntica⁵ a la propuesta en el capítulo 2. Sin embargo, uno puede estar tentado a pensar en la existencia de cuatro cantidades “diferentes” si expresáramos s como función de la energía muónica correspondiente al estado final de cada canal:

$$\begin{aligned} s_1 &= 4E_1^2 \left(1 + \frac{2E_1^2}{\Lambda^2} (2 + \cos \theta) \right) & s_2 &= 4E_1^2 \left(1 + \frac{2E_1^2}{\Lambda^2} (2 - \cos \theta) \right) \\ s_3 &= 4E_1^2 \left(1 - \frac{2E_1^2}{\Lambda^2} \cos \theta \right) & s_4 &= 4E_1^2 \left(1 + \frac{2E_1^2}{\Lambda^2} \cos \theta \right). \end{aligned} \quad (3.45)$$

Esta paradoja encuentra su solución en las relaciones existentes entre E_0 y E_1 para cada canal vistas en la sección 3.1. Haciendo uso de las mismas es directo comprobar que se recupera la expresión (3.44), de manera que

$$s = s_1 = s_2 = s_3 = s_4. \quad (3.46)$$

Para los otros invariantes t y u sucede lo mismo.

Vamos a calcular cada una de las contribuciones en la sección eficaz que luego utilizaremos para calcular la total a partir de la expresión (3.43).

Cálculo de σ_1 y σ_3

Los invariantes correspondientes al primer canal son los siguientes

$$t_1 = -2E_1^2 - \frac{6E_1^4}{\Lambda^2} + 2E_1^2 \left(1 + \frac{4E_1^2}{\Lambda^2} \right) \cos \theta - \frac{2E_1^4}{\Lambda^2} \cos^2 \theta \quad (3.47)$$

$$u_1 = -2E_1^2 - \frac{6E_1^4}{\Lambda^2} - 2E_1^2 \left(1 + \frac{4E_1^2}{\Lambda^2} \right) \cos \theta - \frac{2E_1^4}{\Lambda^2} \cos^2 \theta. \quad (3.48)$$

Introducimos las expresiones anteriores así como la del elemento de matriz al cuadrado (3.35) en (3.20). Expresando todo en función de la energía electrónica e integrando al ángulo θ

$$\sigma_1 = \frac{g_z^4 E_0^2 (\xi \Lambda^2 + E_0^2 (12\varphi - 17\xi))}{96\pi \left[\left(4E_0^2 \left(1 + \frac{2E_0^2}{\Lambda^2} \right) - M_z^2 \right)^2 + \Gamma_z^2 M_z^2 \right] \Lambda^2} \quad (3.49)$$

En cuanto al canal tres tenemos

$$t_3 = -2E_1^2 - \frac{6E_1^4}{\Lambda^2} + 2E_1^2 \left(1 + \frac{2E_1^2}{\Lambda^2} \right) \cos \theta - \frac{2E_1^4}{\Lambda^2} \cos^2 \theta \quad (3.50)$$

$$u_3 = -2E_1^2 - \frac{6E_1^4}{\Lambda^2} - 2E_1^2 \left(1 + \frac{2E_1^2}{\Lambda^2} \right) \cos \theta - \frac{2E_1^4}{\Lambda^2} \cos^2 \theta \quad (3.51)$$

de forma que llegamos a

$$\sigma_3 = \frac{g_z^4 E_0^2 (\xi \Lambda^2 + E_0^2 (12\varphi - 9\xi))}{96\pi \left[\left(4E_0^2 \left(1 + \frac{2E_0^2}{\Lambda^2} \right) - M_z^2 \right)^2 + \Gamma_z^2 M_z^2 \right] \Lambda^2}. \quad (3.52)$$

⁵Es importante señalar que, aunque se ha empleado la misma notación Λ , la escala de nueva física definida tal y como se muestra en la composición de momentos de Maggiore (3.1) y en la expresión obtenida para el modelo *Twin Peaks* (2.7) difieren entre sí en un factor numérico tal que $\Lambda_{Maggiore} = \Lambda_{Twin}/\sqrt{2}$. Esto es resultado de haber tomado la consideración más general en la MCL de *Twin Peaks*.

Cálculo de σ_2 y σ_4 : sobre la simetría del problema

En teoría cuántica de campos los diagramas de Feynman de un proceso para distintos canales pueden estar relacionados, de forma que sus elementos de matriz también lo están. Un claro ejemplo de esto último es la simetría de *crossing*, que permite reemplazar cualquier partícula de una interacción por su antipartícula en el otro estado de la misma. Por ejemplo, para las interacciones $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ y $1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4$ vemos que la matriz de scattering es la misma sin más que reemplazar los momentos convenientemente

$$k_1, k_2 \rightarrow p_1, p_2 \xrightarrow{\text{crossing}} k_1, -p_1 \rightarrow -k_2, p_2. \quad (3.53)$$

Esto da lugar, tal y como se han definido las variables de Mandelstam, a una relación bien definida entre dichos invariantes. En el caso anterior $s \leftrightarrow t$.

Debido a la ley de conservación de nuestro problema hemos visto que todos los invariantes s son iguales para todos los canales. Sin embargo, dada la simetría entre canales, sí podemos relacionar las otras dos variables Mandelstam t y u .

Entre los canales 1 y 2 el intercambio relativo viene dado por $k_1 \leftrightarrow k_2$, de manera que $t \leftrightarrow u$:

$$t_2 = u_1 \quad u_2 = t_1. \quad (3.54)$$

Utilizando ahora (3.15) obtenemos

$$\sigma_2 = \sigma_1, \quad (3.55)$$

lo cual tiene sentido dada la configuración de los canales.

Del mismo modo, entre los canales 3 y 4 observamos un intercambio $k_1 \leftrightarrow k_2$, que da lugar a $t \leftrightarrow u$. Por tanto

$$t_4 = u_3 \quad u_4 = t_3, \quad (3.56)$$

y con esto calculamos el último término que nos falta

$$\sigma_4 = \sigma_3. \quad (3.57)$$

Sustituyendo en (3.43) obtenemos finalmente la sección eficaz total

$$\sigma = \frac{g_z^4 E_0^2 \xi}{96\pi \left[\left(4E_0^2 \left(1 \pm \frac{2E_0^2}{\Lambda^2} \right) - M_z^2 \right)^2 + \Gamma_z^2 M_z^2 \right]} \left\{ 1 + \frac{E_0^2 (12\varphi - 13\xi)}{\xi \Lambda^2} \right\}, \quad (3.58)$$

que consta de un primer sumando similar al de relatividad especial con el invariante s modificado (3.44) y un segundo término cuya contribución se ve suprimida por la escala de nueva física. En resumen, cuando uno trabaja bajo el marco de una teoría BSR encuentra dos efectos diferenciadores: el invariante de masa al cuadrado $s \neq 4E_0^2$ y la función K depende no solo del m^2 de SR sino también de la escala de nueva física Λ .

3.4. Cotas para la escala Λ

Vamos a ver qué cotas impone la sección eficaz teniendo en cuenta los datos del PDG. Para ello tomamos las bandas correspondientes a los valores máximos y mínimos de la sección eficaz usando las cotas de la masa y la anchura de desintegración. Repetimos el proceso usando un margen doble de error. Recordemos que en la MCL hay un signo relativo en el término con Λ . Por último, consideramos la simplificación

$$\sigma_{simp\pm} = \frac{g_z^4 E_0^2 \xi}{96\pi \left[\left(4E_0^2 \left(1 \pm \frac{2E_0^2}{\Lambda^2} \right) - M_z^2 \right)^2 + \Gamma_z^2 M_z^2 \right]}, \quad (3.59)$$

de manera que tenemos en cuenta solo el primer término de (3.58), que corresponde exclusivamente a la consideración realizada a lo largo del capítulo 2.

Mostramos todos los resultados en la siguiente tabla donde denotamos por $\sigma_{i\pm}$ a la sección eficaz con i rango de error y con la ley de composición de signo \pm .

Cotas	σ_{1-}	σ_{2-}	σ_{1+}	σ_{2+}	σ_{simp1-}	σ_{simp2-}	σ_{simp1+}	σ_{simp2+}
Λ [TeV]	10.1	7.2	10.1	7.2	9.1	6.5	9.1	6.5

Tabla 3.1: Estimación del valor de la escala de nueva física mediante el ajuste a la sección eficaz total QFT y simplificada.

De los datos numéricos presentados en la tabla anterior extraemos que, pese a que los detallados cálculos realizados a lo largo de este último capítulo permiten comprender más profundamente la física BSR en el marco QFT, una buena estimación es tomar la aproximación simple vista en (2.7), ya que las cotas impuestas por dicha ley de composición difieren poco de las dadas por la sección eficaz total no simplificada.

Conclusiones

A lo largo de este trabajo hemos visto que hay algunos hechos que muestran lo interesante que resulta explorar los límites de relatividad especial. En particular, se ha explicado someramente el estado actual de los límites de la gravedad cuántica. También se ha hecho hincapié en la necesidad del desarrollo de una nueva generación de aceleradores que permitirían el acceso a desviaciones de SR dadas por una escala de energía del orden de unos pocos TeV. En particular, nuestro modelo *Twin Peaks* muestra una señal clara y bien definida de esta nueva fenomenología. Dicho modelo se ha obtenido de la extensión más simple de SR mediante la introducción de una ley de composición modificada con una escala de energía asociada. Los límites a esta escala de nueva física pueden establecerse de la no obtención del doble pico en las observaciones de resonancias, de forma que el bosón Z , dada la gran precisión en la determinación de su masa y anchura, se presenta como el candidato ideal de estudio BSR. La última parte del trabajo está dedicada enteramente al cálculo QFT de un proceso para el cual debería darse la producción de picos gemelos. A pesar de que la composición de momentos da lugar a la aparición de cuatro canales diferentes, la aproximación simple introducida en el segundo capítulo proporciona una buena estimación de los resultados numéricos obtenidos mediante dichos cálculos. Es decir, que la identificación de una señal de nueva física con una escala energética asociada está bien definida mediante una sencilla aproximación a la generalización de la sección eficaz relativista en torno al pico de resonancia.

Futuras líneas de trabajo

A diferencia de la mayoría de trabajos sobre desviaciones de relatividad especial, que centran su estudio en el ámbito de la astrofísica, hemos explorado aquí una manera innovadora de enfocar el problema. Tras introducir la fenomenología BSR dentro del marco observacional de la física de aceleradores se abren nuevas líneas de investigación que se prestan a ser analizadas con más detalle en trabajos futuros. La comprensión de una nueva física con escala natural diferente de la masa de Planck debe ser motivación suficiente para la comunidad científica de altas energías ya que permite poner a prueba los límites de la relatividad especial.

Bibliografía

- [1] C. ROVELLI, Quantum Gravity. Cambridge Monographs on Mathematical Physics (2003)
- [2] J. B. HARTLE, Spacetime quantum mechanics and the quantum mechanics of spacetime. [arXiv:gr-qc/9304006v3] (2014)
- [3] J. RELANCIO, J. M. CARMONA y J. L. CORTÉS, Beyond special relativity at second order. Physical Review D 94 (8) 084008 (2016)
- [4] S. V. CHEKANOV, M. BEYDLER y J. ZUZELSKI, Initial performance studies of a general-purpose detector for multi-TeV physics at a 100 TeV pp collider. [arXiv:1612.07291v1/hep-ex] (2016)
- [5] G. ALBALATE y J. L. CORTÉS, Propagación de protones en el fondo de microondas: una ventana a una nueva física, Universidad de Zaragoza (2016)
- [6] J. BLUMER, R. ENGEL y J. R. HORANDEL, Cosmic Rays from the Knee to the Highest Energies. [arXiv:0904.0725v1/astro-ph.HE] (2009)
- [7] S. LIBERATI, Lorentz symmetry breaking: phenomenology and constraints. Journal of Physics: Conference Series 631 (2015) 012011
- [8] D. MATTINGLY, Modern Tests of Lorentz Invariance. Living Reviews in Relativity (2005)
- [9] G. AMELINO-CAMELIA, Testable scenario for Relativity with minimum-length. [hep-th/0012238] (2000)
- [10] KOWALSKI-GLIKMAN, J., Introduction to Doubly Special Relativity, [hep-th/0405273] (2005)
- [11] A. R. BOHM y Y. SATO, Relativistic Resonances - their Masses, Widths, Lifetimes, Superposition, and Causal Evolution. [hep-ph/0412106v2] (2005)
- [12] V. A. KOSTELECKY y S. SAMUEL, Spontaneous Breaking Of Lorentz Symmetry In String Theory, Phys. Rev. D 39, 683 (1989)
- [13] R. GAMBINI y J. PULLIN, Nonstandard optics from quantum spacetime, Phys. Rev. D 59 (1999) 124021
- [14] F. GIRELLI, S. LIBERATI y L. SINDONI, Planck-Scale Modified Dispersion Relations and Finsler Geometry [gr-qc/0611024v3] (2007)
- [15] A. R. BOHM y N. L. HARSHMAN, On the Mass and Width of the Z-boson and Other Relativistic Quasistable Particles. [hep-ph/0001206v1]
- [16] L3 COLLABORATION, Z boson Pair-Production at LEP. [hep-ex/0308013v1] (2003)
- [17] V. A. NOVIKOV y L. B. OKUN, Theory of Z boson decays. [hep-ph/9906465v2] (1999)
- [18] C. PATRIGNANI ET AL., (Particle Data Group), Chi. Phys. C, 40 100001 (2016)
- [19] S. MELJANAC, D. MELJANAC, S. MIGNEMI y R. STRAJN, Quantum field theory in generalised Snyder spaces, Phys. Lett. B 768 (2017) 321-325
- [20] A. TERSOO y O. EMMANUEL, Investigation of the effect of interference of photon and Z boson exchanges on the energy dependence of muon pair production in electron positron annihilation. International Journal of High Physics 2(5) 56-60 (2015)
- [21] J. ELLIS, TikZ-Feynman: Feynman diagrams with TikZ, [arXiv:1601.05437/hep-ph] (2016)

Apéndice A

Notación, unidades y convenciones

A lo largo del trabajo usaremos unidades naturales, i.e. $\hbar = c = 1$. De esta forma las magnitudes fundamentales pueden expresarse en términos de dimensión de energía: $[\text{longitud}] = [\text{tiempo}] = [\text{energía}]^{-1} = [\text{masa}]^{-1}$.

Esta convención equivale a trabajar con:

$$\ell_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1,616252(81) \times 10^{-35} \text{ m} \quad (\text{A.1})$$

$$t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 5,39124(27) \times 10^{-44} \text{ s} \quad (\text{A.2})$$

$$M_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2,17644(11) \times 10^{-8} \text{ kg}. \quad (\text{A.3})$$

Por otro lado la signatura considerada para la *métrica de Minkowski* es $(+, -, -, -)$, o en forma matricial

$$\eta_{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}, \quad \eta^\mu{}_\nu = \eta^{\mu\rho} \eta_{\rho\nu} = \delta^\mu{}_\nu. \quad (\text{A.4})$$

Los índices griegos (μ, ν, ρ, \dots) toman valores 0, 1, 2, 3 indicando las cuatro coordenadas espaciotemporales siendo 0 la componente temporal y el resto las espaciales, que son denotadas por índices latinos (i, j, k, \dots) .

Utilizamos el convenio de sumación de Einstein sobre índices repetidos o mudos:

$$A_\mu B^\mu = \sum_{\mu=0}^3 A_\mu B^\mu = \eta_{\mu\nu} A^\mu B^\nu. \quad (\text{A.5})$$

Las siglas y/o abreviaturas que aparecen a lo largo del trabajo son las siguientes:

BSR: Beyond Special Relativity (Más allá de relatividad especial)

CERN: Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire (Consejo europeo para la investigación nuclear)

DSR: Doubly/Deformed Special Relativity (Relatividad especial doble/deformada)

GR: General Relativity (Relatividad general)

LEP: Large Electron-Positron collider (Gran colisionador electrón-positrón)

LHC: Large Hadron Collider (Gran colisionador de hadrones)

LIV: Lorentz Invariance Violation (Violación de invariancia Lorentz)

MCL: Modified Composition Law (Ley de composición modificada)

MDR: Modified Dispersion Relation (Relación de dispersión modificada)

PDF: Parton Distribution Function (Función de distribución de partones)

QFT: Quantum Field Theory (Teoría cuántica de campos)

QM: Quantum Mechanics (Mecánica cuántica)

RP: Relativity Principle (Principio de relatividad)

SM: Standard Model (Modelo estándar de partículas)

SR: Special Relativity (Relatividad especial)

VHE: Very High Energy (Muy alta energía)