

ANEXOS

ANEXO I: Descripción de la instalación

La instalación experimental, mostrada en la Figura 24, está situada en el Laboratorio de Investigación en Fluidodinámica y Tecnologías de la Combustión (LIFTEC), un centro mixto perteneciente al CSIC y la Universidad de Zaragoza.

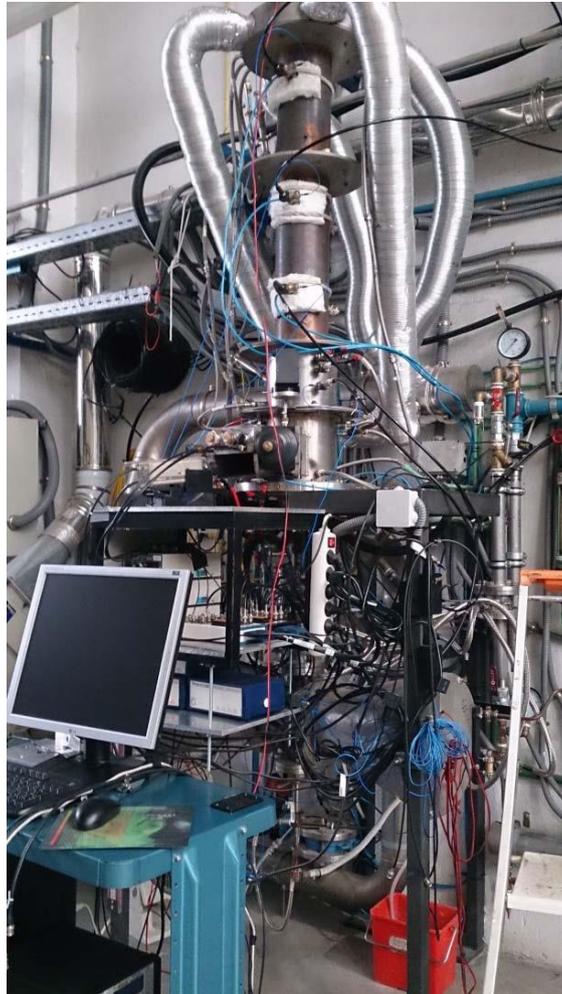


Figura 24: Vista general de la instalación experimental.

Esta instalación se ha diseñado para el estudio de combustores de gas de premezcla (con y sin llama piloto), premezcla parcial y difusión. El sistema reproduce las principales características de los equipos reales, permitiendo una amplia flexibilidad en aspectos como el grado de premezcla, la configuración del quemador o las características acústicas del sistema. Incorpora instrumentación para estudiar tanto la llama como el comportamiento de toda la instalación (sensores de radiación, espectrómetro, imágenes de llama en el rango visible y ultravioleta, fluctuaciones de presión) y amplio acceso para la utilización de sondas o técnicas ópticas.

Además de combustibles convencionales, la instalación se ha diseñado para estudiar el comportamiento de combustibles alternativos como biogás u otro tipo de mezclas. Para ello, se cuenta con un sistema de preparación de gas sintético mediante mezclas en proporción variable de distintos gases (CH_4 , CO_2 , CO , H_2 y gas natural de red).

1. Instalación experimental

1.1. Línea de gases

En este trabajo se han realizado ensayos utilizando como combustible metano puro. La línea CH_4 viene del exterior del laboratorio (línea amarilla en la Figura 25), donde se encuentran almacenadas las bombonas a 200 bar de presión. Por otro lado, el aire necesario para el proceso de combustión se inyecta de una línea de aire comprimido que alimenta a todo el laboratorio, el cual viene de un compresor situado en el exterior del mismo. Cada línea cuenta con un regulador de presión que reduce la misma hasta una presión de 5 bar aproximadamente. Para cada línea hay un caudalímetro (medidor de gasto másico de tipo térmico) dotado de válvula de regulación y regulador PID que permite controlar el flujo másico de gas, expresado en Nm^3/h , desde un ordenador.

La línea de combustible desemboca en un plenum de 7.5 l (Figura 27) que realiza una función de filtrado para evitar que pequeñas fluctuaciones en la regulación de las distintas líneas se convierta en variaciones de composición en la inyección al quemador.

1.2. Línea de premezcla

Tras la preparación del combustible, se debe formar la premezcla e inyectarla en la instalación de manera que la relación de equivalencia no se altere. Para ello, se suministrará a una presión que permita lograr una mezcla bloqueada al caudal necesario.

El combustible se inyecta en el conducto por el que circula el aire (Figura 26). Esta mezcla de aire y combustible entra en un plenum situado en la base de la instalación a una presión suficiente para alcanzar condición sónica. De esta manera las fluctuaciones de presión aguas abajo de la inyección no pueden afectar al caudal de premezcla y, por lo tanto, la relación de equivalencia, una vez establecida por medio de los caudalímetros, no puede variar.

Desde el plenum el flujo entra en el conducto de inyección, un conducto anular de 25 y 40 mm de diámetro interno y externo respectivamente, y 610 mm de longitud. A una distancia de 20 cm desde el plenum la premezcla aire-combustible encuentra un swirler interno con 6 álabes planos axiales dispuestos a 37° , que le proporciona un movimiento helicoidal que favorece la inestabilidad de la llama. Al final de este conducto la mezcla alcanza la cámara de combustión.

1.3. Cámara de combustión

La cámara de combustión consiste en un conducto de 120 mm de diámetro formado por varias secciones desmontables con las que se puede variar su longitud.

La primera de estas secciones está formada por un cilindro de cuarzo de alta pureza de longitud de 220 mm. El hecho de que esta sección de la cámara sea de cuarzo, nos proporciona dos ventajas fundamentales: resistencia a altas temperaturas y acceso óptico total para el uso de cámaras de video y sensores de radiación.

Tras el cuarzo hay una sección de acero inoxidable que completa el primer tramo de la cámara de combustión hasta los 40 cm. Este tramo tiene una camisa de refrigeración interna por aire y una más exterior por agua.

Tras este primer tramo de 40 cm hay dos tramos de acero inoxidable desmontables de 35 y 50 cm los cuales tienen una única camisa de refrigeración por aire. Estos dos tramos desmontables nos permiten tener cuatro configuraciones distintas de cámara de combustión: 40, 75, 90 y 125 cm.

Los gases generados en la combustión son succionados por un extractor de gases colocado en la parte final de la cámara de combustión. Estos gases son conducidos hasta la atmósfera. El extractor aspira los gases por el lateral, dejando el final de la cámara sin ninguna obstrucción, por lo tanto la salida de la cámara de combustión se puede considerar un final abierto.

1.4. Conducto de difusión

El conducto de difusión es empleado para el suministro de combustible de la llama piloto. Este se alimenta de otra bombona de CH_4 distinta a la usada para la alimentación de metano usada en la premezcla con aire.

Tras la bombona, le sucede un caudalímetro similar a los usados en la premezcla, pero con una menor capacidad de caudal, así como una mayor resolución para facilitar el trabajo con caudales pequeños. Aguas abajo del caudalímetro se coloca un orificio de diámetro 0.2 mm para bloquear el gas, suponiendo una condición de contorno acústica que evita que se propaguen las fluctuaciones de presión aguas arriba del orificio. Este orificio posee un filtro de aluminio sinterizado para evitar que se tapone con pequeñas partículas inmersas en el gas.

Tras el orificio, el gas circula por un conducto flexible de poliamida de diámetro interior 8 mm, que desemboca en el conducto recto metálico del mismo diámetro, fijado de forma concéntrica al conducto de inyección de la premezcla. Tiene una longitud total de 1133 mm, y se encuentra refrigerado con un circuito de agua. Su comienzo sobresale del plenum para que se conecte fácilmente a la línea de alimentación, y desemboca en la cámara de combustión. Posee un final roscado que permite montar y desmontar distintas piezas. Normalmente se encuentra enroscado un orificio de inyección de 2.5 mm de diámetro.

2. Instrumentación

2.1. Medidas de presión

La medida de la fluctuación de presión se lleva a cabo con un transductor de presión piezoeléctrico (en lo sucesivo TP0) situado al comienzo de la cámara de combustión. Se trata de un modelo PCB Piezotronics 103B02. Este TP se instala perpendicularmente en un tubo que se encuentra conectado por un lado con la cámara de combustión. El otro lado del tubo se conecta a una guía semi-infinita que sirve para evitar que la reflexión de las ondas a lo largo del tubo perturbe las medidas.

Se hace fluir nitrógeno por las guías semi-infinitas para evitar que se puedan dañar los transductores de la cámara de combustión por las altas temperaturas, y además evitar que los gases penetren en el tubo y alteren el caudal. El caudal de nitrógeno inyectado no afecta a las medidas ni a la combustión puesto que es inerte y el caudal es muy bajo en relación al caudal de la cámara de combustión. Esta línea semi-infinita en teoría debería ser recta pero se ha comprobado que aun no siendo así el coeficiente de reflexión es prácticamente nulo.

La señal del TPO se dirige a un acondicionador de señal (PCB 482C) (Figura 34), el cual amplifica la señal y la transforma en ± 10 V.

2.2. Quimioluminiscencia.

Diversos trabajos han demostrado que la liberación de calor (magnitud a medir para este trabajo) puede considerarse proporcional a la presencia de radicales CH^* en la llama [1]. Esta cantidad de CH^* se mide mediante un fotomultiplicador (PMT, Hamamatsu H5784- 03) con un filtro de interferencias en la banda de emisión de CH^* (430 nm). En la Figura 36 se puede ver el fotomultiplicador.

La señal del fotomultiplicador se considera proporcional a la tasa instantánea de liberación de calor en la llama y es el dato utilizado para medir de forma indirecta las fluctuaciones naturales de calor en los ensayos de combustión.

2.3. Hilo caliente

La medida de la fluctuación de velocidad se ha realizado con un equipo de hilo caliente, el IFA-300. El sistema de medición se basa en la dependencia de la transmisión de calor del hilo al flujo con la velocidad del flujo. De este modo, la velocidad es obtenida a partir de la potencia (voltaje) que necesita ser transmitida al hilo para mantener su temperatura constante.

El equipo consiste en diversas partes. Por un lado, se dispone de la sonda que contiene el propio hilo, que se ha de colocar en la zona a medir la velocidad. Esta sonda se conecta a un equipo electrónico del IFA-300 que controla el voltaje aplicado en la sonda para mantener su temperatura, así como acondiciona la señal de forma analógica mediante puentes de Wheatstone y diversos filtros paso-bajo y paso-alto configurables.

2.4. Tarjeta de adquisición

Las señales analógicas de los equipos descritos anteriormente son enviadas a la tarjeta de adquisición mostrada en la Figura 35 (NI-PCI 6229), donde son registradas de forma casi-simultánea en un ciclo de unos pocos microsegundos. Las señales digitales respectivas son finalmente enviadas al ordenador de la sala de control, en el cual se muestran y almacenan los valores medidos por los distintos equipos.

3. Imágenes de la instalación



Figura 25: Líneas de gases.

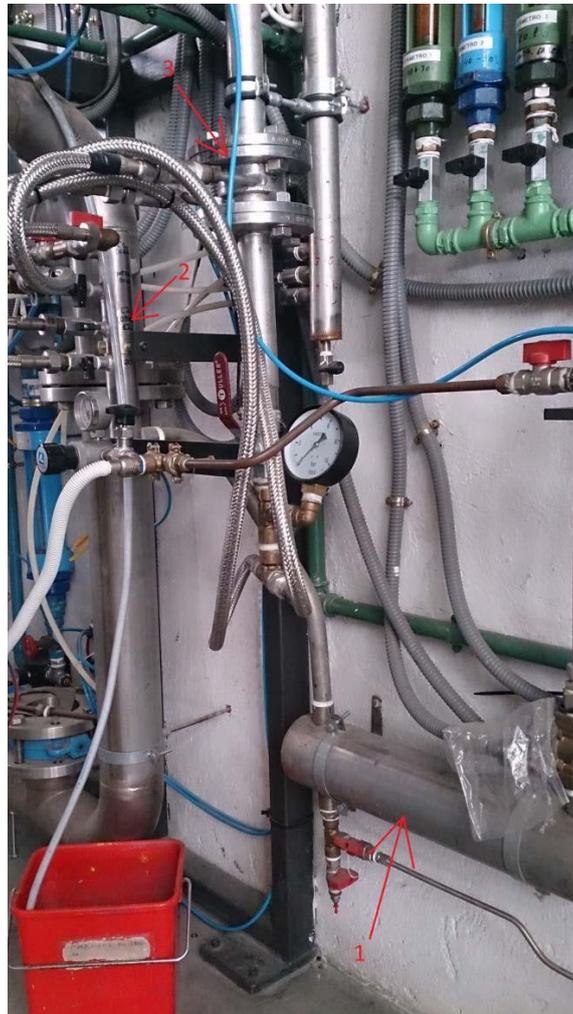


Figura 26: Mezclado de gases: 1. Plenum de combustibles, 2. Selección de tipo de mezcla, 3. Mezclado de aire y combustible.



Figura 27: *Plenum de entrada al conducto anular.*



Figura 28: *Imagen frontal del transductor de presión (TPO) PCB Piezotronics 103B02.*



Figura 29: *Imagen longitudinal del transductor de presión (TPO) PCB Piezotronics 103B02.*

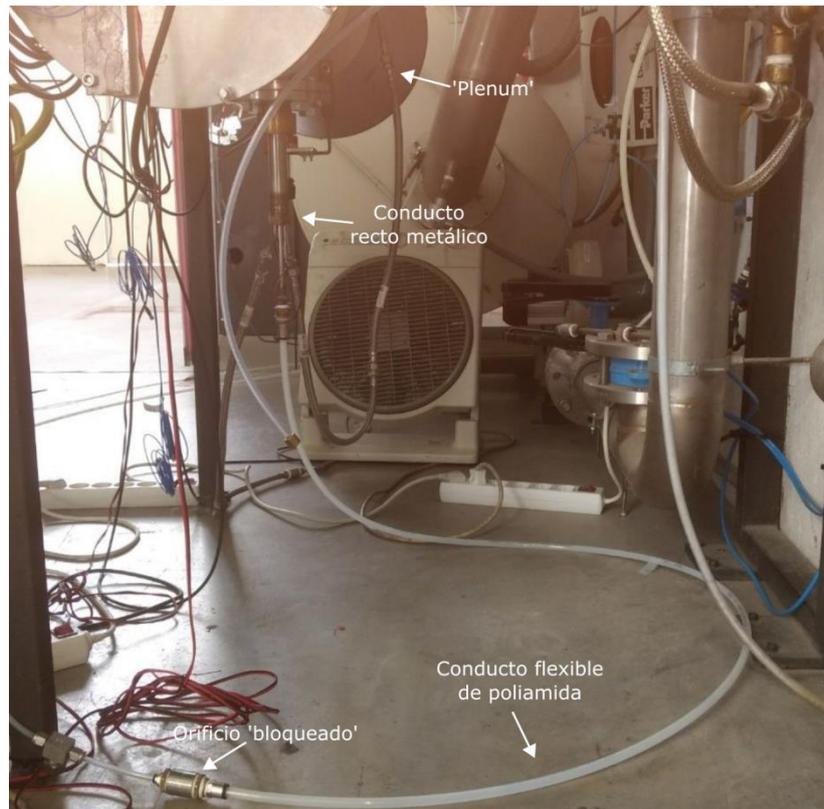


Figura 30: Montaje experimental del conducto de difusión. Comienza en la esquina inferior izquierda, con la introducción del orificio 'bloqueado'. Aguas debajo de él se conecta un tubo flexible de poliamida de longitud determinada, que desemboca en el conducto metálico recto. Este último se introduce dentro del plenum de la instalación, hasta desembocar en la cámara de combustión



Figura 31: Conjunto de los cinco conductos flexibles de poliamida empleados en la memoria.

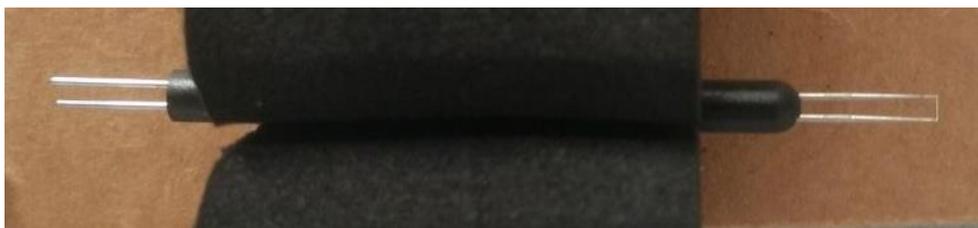


Figura 32: Sonda del equipo de hilo caliente.



Figura 33: Equipo electrónico IFA-300 del equipo de medición de hilo caliente.



Figura 34: Acondicionadores de la señal.



Figura 35: Tarjeta de adquisición de datos.

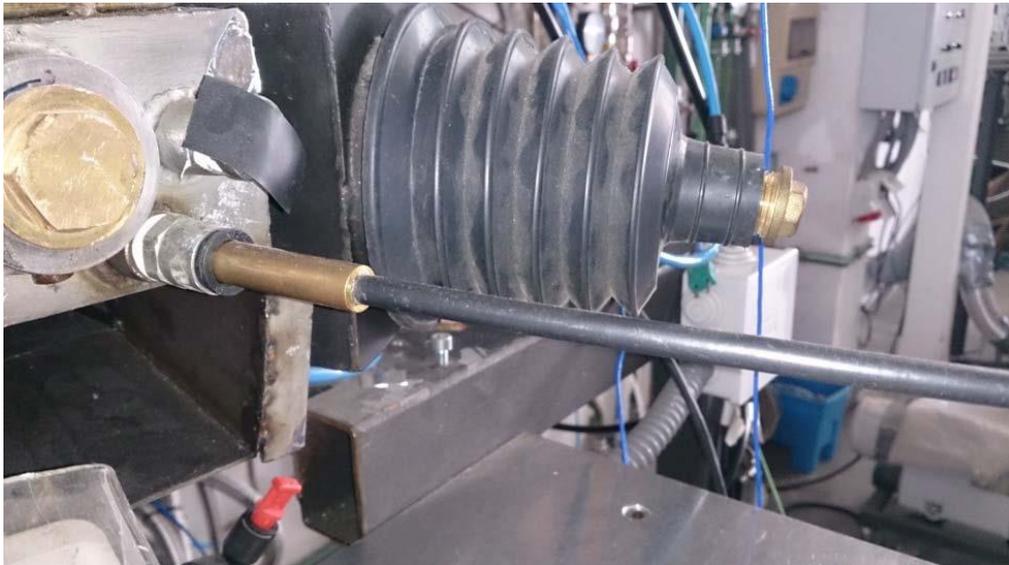


Figura 36: Fotomultiplicador.

4. Bibliografía

1. García Armingol, T., Operational issues and advanced monitoring in lean premixed syngas combustion, in Department of Materials and Fluids Science and Technology. 2014, University of Zaragoza: School of Engineering and Architecture.

ANEXO II: Demostraciones matemáticas sobre la restricción en la impedancia inversa debido al uso de métodos pasivos

1. Definiciones y teoremas previos

A continuación se dan unas definiciones y teoremas sobre geometría bidimensional y el dominio complejo [1] que serán empleados como base en el resto del anexo:

Definición (Curva en \mathbb{R}^2). Una curva en \mathbb{R}^2 es una aplicación $\alpha: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que a cada $t \in [a, b]$ le asigna el valor $\alpha(t) \in \mathbb{R}^2$. Si la aplicación α es de clase C^∞ (es decir, sus dos componentes son infinitas veces derivables), se dice que la curva es diferenciable.

Definición (Curva cerrada). Una curva en \mathbb{R}^2 es cerrada si $\alpha(a) = \alpha(b)$, es decir, si el origen y el extremo de la curva coinciden.

Definición (Curva simple). Una curva en \mathbb{R}^2 es simple si no tiene autointersecciones, esto es, si no se corta a sí misma.

Definición (Curva de Jordan). Una curva diferenciable en \mathbb{R}^2 es una curva de Jordan si es cerrada y simple. Esto supone que puede deformarse (sin romperse) hasta convertirla en una circunferencia.

Teorema (de la curva de Jordan):

Toca curva cerrada y simple C de \mathbb{R}^2 divide al propio \mathbb{R}^2 en dos conjuntos distintos Ω y Ω' cuya frontera común es la curva C . Además, Ω es acotada (se denomina interior de C) y Ω' es no acotada (se denomina exterior de C).

Definición (Plano complejo extendido). El plano complejo extendido se define como la unión del plano complejo junto con ∞ . $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} \cup \{\infty\}$. Algunas propiedades son:

$$\text{si } z \in \mathbb{C}, \quad z \pm \infty = \infty, \quad \infty z = \infty (z \neq 0), \quad \frac{z}{0} = \infty (z \neq 0), \quad \frac{z}{\infty} = 0, \quad \infty \infty = \infty$$

Nótese que ∞ no es un elemento del plano complejo finito \mathbb{C} . Y también que en \mathbb{R} se suele introducir $\pm\infty$, en cambio en \mathbb{C} sólo se introduce un único punto del infinito.

Definición (Dominio simplemente conexo). En el *plano complejo finito*, se dice que un dominio G es simplemente conexo si toda curva simple cerrada contenida en G tiene su interior también contenido en G . En el plano complejo extendido, se dice que G es simplemente conexo si para toda curva cerrada simple su interior o su exterior están completamente contenidos en el dominio G . En otro caso G es múltiplemente conexo.

Interpretando el plano complejo de forma geométrica en \mathbb{R}^2 , el conjunto Ω delimitado por la curva de Jordan C es simplemente conexo en el plano complejo finito y en el extendido, mientras que Ω' es simplemente conexo solamente en el plano complejo extendido.

Definición (Función compleja). Una función compleja $f(z)$ es una aplicación

$$f: E \rightarrow \mathbb{C}$$

$$z \mapsto w = f(z)$$

donde $E \subset \mathbb{C}$ es el dominio de definición de f . La variable $z \in E$ se llama variable independiente u original. w es la variable dependiente o imagen. El conjunto $E' = f(E)$ de valores que puede tomar w se llama recorrido de f .

Definición (Derivada compleja). Una función compleja $f(z)$ definida en un dominio G se dice que es derivable o diferenciable en el punto $z \in G$ si $f'(z) \neq \infty$ y el límite

$$f'(z) := \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{\Delta z}, \quad z, z + \Delta z \in G$$

existe y es finito. $f'(z)$ se llama derivada de $f(z)$ en z . También se denota $\frac{df(z)}{dz}$.

Definición (Función analítica). Una función $f(z)$ es analítica en un dominio G (o también regular u holomorfa) si es derivable en cada punto de G . Se dice que es analítica en un punto z si lo es en algún entorno de z . Todo punto de \mathbb{C} en el que $f(z)$ es analítica es un punto regular de $f(z)$. Todo punto de \mathbb{C} en el que $f(z)$ no sea analítica (en particular, si no está definida ahí) es un punto singular de $f(z)$.

Una función analítica es a su vez continua. El caso contrario no tiene por qué ser cierto. Una propiedad de las funciones analíticas es que la imagen de una curva continua es otra curva continua. Además, suponen una transformación geométrica conforme del plano complejo.

Definición (Función biyectiva). Una función es biyectiva si al mismo tiempo es inyectiva y sobreyectiva; es decir, si todos los elementos del conjunto de salida tienen una imagen distinta en el conjunto de llegada, y a cada elemento del conjunto de llegada le corresponde un elemento del conjunto de salida.

Estos conceptos serán empleados a continuación para la obtención de ciertas propiedades relacionadas con la impedancia inversa de sistemas pasivos. Señalar que el resto del anexo contempla trabajo propio desarrollado durante la realización del TFM. Aunque algunas propiedades parezcan evidentes, no se han podido encontrar en la bibliografía.

2. Lemma

Sea C una curva cerrada y simple en el plano complejo extendido, y sea $G \subset H \wedge (C \subset H)$ cualquiera de los dos dominios simplemente conexos en el plano complejo extendido separados por la curva C (Teorema de la curva de Jordan). Sea $f(z)$ una función de variable compleja analítica en el dominio H y biyectiva en el dominio de entrada H y en el dominio de salida H' .

Entonces, la imagen del dominio G ; es decir, $f(G)$ es un dominio simplemente conexo en el plano complejo extendido delimitado por la curva cerrada y simple $f(C)$, con la condición de que H' contenga en su totalidad a este dominio simplemente conexo delimitado por $f(C)$.

Demostración:

En primer lugar, se demuestra que $f(C)$ es una curva cerrada y simple. Con este paso intermedio la demostración completa del Lemma resulta mucho más sencilla.

Dado que la función $f(z)$ es biyectiva y analítica en el dominio H que contiene la curva C , la curva $f(C)$ debe ser simple ya que en caso contrario supondría que dos puntos distintos de la curva cerrada y simple C tienen la imagen en el mismo punto, lo que contradice la condición de que $f(z)$ es biyectiva al no ser una función inyectiva. La curva $f(C)$ es a su vez cerrada ya que la imagen del inicio y el fin de la curva C , al ser el mismo, se corresponde al mismo punto en la imagen.

Dado que la curva $f(C)$ es cerrada y simple, cumple el teorema de la curva de Jordan y separa el plano complejo extendido en dos dominios simplemente conexos. Estos dominios se corresponden con la imagen de los dominios simplemente conexos separados por la curva original C . Se demuestra esto por contradicción.

Sea $L \subset G$ una curva continua que una dos puntos cualesquiera de G , y por tanto no corta a C al estar contenida en G . Al ser $f(z)$ una función biyectiva, su imagen no cortará a la curva $f(C)$ y estará contenida en uno de los dos dominios simplemente conexos separados por la curva $f(C)$. Por tanto, $f(G)$ se encuentra totalmente contenido en uno de estos dos dominios.

Siguiendo el mismo razonamiento con una curva continua $L \subset H$ que una un punto de G y otro que no pertenezca a G pero sí a H (por tanto pertenece al otro dominio simplemente conexo delimitado por C), se deduce que la imagen de todo punto que no pertenezca a G se encuentra en el otro dominio simplemente conexo del correspondiente a $f(G)$.

Por último, queda por demostrar que $f(G)$ no solo está contenido, sino que es igual a este dominio simplemente conexo delimitado por $f(C)$. Esto es directo considerando que la función $f(z)$ es biyectiva, y por tanto sobreyectiva en el dominio H' donde este dominio simplemente conexo está contenido.

3. Restricción en impedancia inversa para métodos pasivos

3.1. Función Z^{-1}

Empezando por la definición de la impedancia inversa Z^{-1} , se puede poner en función del coeficiente de reflexión R_u :

$$Z^{-1} = \frac{u'}{p'/\rho c} = h(R_u) = \frac{f-g}{f+g} = \frac{R_u g - g}{R_u g + g} = \frac{R_u - 1}{R_u + 1}$$

Esta función es analítica salvo en el punto $R_u = -1$, algo sencillo de demostrar al calcular su derivada.

La inversa de esta función, h^{-1} es la siguiente:

$$R_u = h^{-1}(Z^{-1}) = -\frac{(-Z^{-1}) - 1}{(-Z^{-1}) + 1} = -h(-Z^{-1})$$

Por tanto, h^{-1} está definida en todos los puntos salvo en $+1 + 0i$. Ello implica que la función h es biyectiva siempre que el dominio de entrada no contenga el punto -1 , y el de salida no contenga el punto $+1$.

3.2. Forma polar

Si se escribe el coeficiente de reflexión en forma polar, y se elimina la parte compleja del denominador se obtiene la siguiente expresión de la impedancia inversa Z^{-1} :

$$\begin{aligned} R_u = \frac{f}{g} \equiv R \angle \phi \Rightarrow Z^{-1} &= \frac{R \angle \phi - 1}{R \angle \phi + 1} = \frac{R \cos \phi - 1 + i R \sin \phi}{R \cos \phi + 1 + i R \sin \phi} \cdot \left(\frac{R \cos \phi + 1 - i R \sin \phi}{R \cos \phi + 1 - i R \sin \phi} \right) \\ &= \frac{R^2 - 1 + i 2R \sin \phi}{R^2 + 2R \cos \phi + 1} \end{aligned}$$

3.3. Demostración sobre restricción física de los métodos pasivos

Como se indica en la memoria, los coeficientes de reflexión asociados a métodos pasivos se encuentran restringidos al círculo unidad, ya que la onda reflejada nunca va a ser de mayor amplitud que la incidente.

De la expresión en forma polar de $h(R_u)$, se deduce fácilmente que impedancias inversas asociadas a valores de $R < 1$ poseen parte real negativa, encontrándose en el semiplano complejo negativo. Sin embargo, se desconoce si es alcanzable todo el semiplano negativo o solo un subconjunto de él. Con esta restricción, se puede eliminar el punto $Z^{-1} = 1$ de la imagen, por lo que la función $h(R_u)$ es biyectiva para $R = |R_u| < 1$.

3.3.1. Estudio de circunferencias en R_u

A continuación se estudia la impedancia inversa en el caso de que el coeficiente de reflexión describa circunferencias de radio R centradas en el origen; es decir, posea un valor absoluto constante.

Tras un análisis de este caso, se ha encontrado que las impedancias inversas asociadas a estos coeficientes de reflexión describen a su vez circunferencias de centro a y radio R_Z :

$$a = -\frac{1 + R^2}{1 - R^2} + 0i, \quad R_Z = \sqrt{a^2 - 1}$$

Para su demostración, se parte de que la diferencia entre la impedancia inversa y el centro propuesto a debe ser un número complejo de magnitud constante igual a R_Z . Este número complejo se puede escribir de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} Z^{-1} - a &= \frac{R^2 - 1 + i 2R \sin \phi}{R^2 + 2R \cos \phi + 1} - \left(-\frac{1 + R^2}{1 - R^2} \right) \\ &= \frac{(R^2 - 1)(1 - R^2) + (1 + R^2)(R^2 + 2R \cos \phi + 1) + i 2R \sin \phi (1 - R^2)}{(R^2 + 2R \cos \phi + 1)(1 - R^2)} = \\ &= \frac{2R}{1 - R^2} \frac{2R + (R^2 + 1) \cos \phi + i \sin \phi (1 - R^2)}{R^2 + 2R \cos \phi + 1} \end{aligned}$$

Donde su magnitud (al cuadrado) es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 R_Z^2 &\equiv |Z^{-1} - a|^2 = \\
 &= \left(\frac{2R}{1-R^2} \right)^2 \frac{4R^2 + 4R(R^2 + 1) \cos \phi + (R^2 + 1)^2 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi (1 - R^2)^2}{R^4 + 2R^2(2R \cos \phi + 1) + (2R \cos \phi + 1)^2} \\
 &= \left(\frac{2R}{1-R^2} \right)^2 \frac{R^4 + 4R^3 \cos \phi + R^2 [4 + 2(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)] + 4R \cos \phi + 1}{R^4 + 4R^3 \cos \phi + R^2 (2 + 4 \cos^2 \phi) + 4R \cos \phi + 1}, \\
 &\quad (\sin^2 \phi = 1 - \cos^2 \phi), \\
 R_Z^2 &\equiv |Z^{-1} - a|^2 = \left(\frac{2R}{1-R^2} \right)^2 \cdot 1
 \end{aligned}$$

Que como se puede observar, es independiente¹³ del ángulo del coeficiente de reflexión ϕ . Adicionalmente, se puede reescribir de forma más compacta en función del centro de la circunferencia:

$$R_Z = \frac{2R}{1-R^2} = \sqrt{a^2 - 1}$$

Escrito de este modo, queda claro que $\forall R (|a| > |R_Z|)$.

3.3.2. Estudio de círculos en R_u

Con la propiedad de las circunferencias de radio menor a la unidad, es fácil demostrar que los correspondientes círculos en R_u se transforman en círculos de centro a y radio R_Z usando el Lemma de la Sec, 2, ya que $h(R_u)$ cumple todos los requisitos de dicho Lemma, además de que $h(0) = -1$ pertenece al interior de dichos círculos (sino podría corresponderse con el exterior de la circunferencia).

3.3.3. Límite para $|R_u|=1$

En los apartados anteriores se ha considerado que $|R_u| < 1$ en todos los casos para evitar la discontinuidad de $h(R_u)$ en el punto $R_u = 1$. Para estudiar este caso, se propone hacer el límite de las circunferencias de radio R estudiadas para $R \rightarrow 1$.

En este caso, los círculos de radio R_Z y centro a divergen, siendo:

$$\lim_{R \rightarrow 1} a = -\infty$$

$$\lim_{R \rightarrow 1} R_Z = -\infty$$

¹³ Para afirmar esto hay que chequear también cuando el denominador de la expresión se anula. Esto sucede para $R_u \neq -1 + 0i$, ($R = 1$), y para las raíces de la expresión del denominador. Estas raíces darán lugar a una indeterminación del tipo 0/0 cuyo límite es la unidad ya que el numerador es igual al denominador. De estas raíces, todas aquellas que no se correspondan a $R_u \neq -1 + 0i$, habrán sido introducidas en el proceso de manipulación de la expresión original, ya que únicamente presenta dicho punto de discontinuidad, siendo continua en el resto de puntos y por definición de continuidad $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$. Por ello, el límite de la indeterminación 0/0 igual a la unidad es válido y se puede afirmar que R_Z está definido y es independiente de ϕ siempre que $|R_u| \neq 1$.

donde además:

$$|R_Z| < |a|, \quad \lim_{R \rightarrow 1} |a| - |R_Z| = 0^+$$

De esto se deduce que el círculo de radio unidad queda transformado en el semiplano negativo complejo a través de $h(R_u)$, quedando demostrada la siguiente restricción física sobre impedancias inversas en métodos pasivos:

Mediante métodos pasivos, donde el coeficiente de reflexión nunca va a ser mayor que la unidad, las impedancias inversas alcanzables quedan restringidas al semiplano complejo negativo, imponiendo una restricción en su fase que debe estar comprendida entre los 90° y los 270° . Esto supone restringir el abanico disponible en fase a 180° de los 360° posibles de la circunferencia completa.

4. Imposibilidad de modificar $|R_u| \leq 1$ con cambios de área

Si en la formulación de la acústica en un cambio de área se desprecian los términos del orden del número de Mach y de la longitud del cambio de área frente a la longitud de onda, dicha formulación queda simplificada en las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} p'_1 = p'_2 &\Leftrightarrow f_1 + g_1 = f_2 + g_2 \\ u'_1 A_1 = u'_2 A_2 &\Leftrightarrow (f_1 - g_1) A_1 = (f_2 - g_2) A_2 \end{aligned}$$

donde los subíndices 1 y 2 representan por convenio antes y después del cambio de área.

Despejando f_2 y g_2 de estas ecuaciones:

$$\begin{cases} f_2 = \frac{f_1}{2}(1 + \alpha) + \frac{g_1}{2}(1 - \alpha) \\ g_2 = \frac{f_1}{2}(1 - \alpha) + \frac{g_1}{2}(1 + \alpha) \end{cases}$$

donde $\alpha \equiv A_1/A_2$.

Lemma. $\text{signo}(|f_1| - |g_1|) = \text{signo}(|f_2| - |g_2|)$

Demostración:

Dado que solo aparecen sumas y multiplicaciones por escalares en las expresiones de f_2 y g_2 , dichas expresiones son invariantes ante un cambio de referencia en la fase de los fasores. Por ello, se toma una fase de referencia haciendo tal que $\angle(f_1) = 0 = \text{Im}g(f_1)$, y definiendo $\beta \equiv \angle(g_1)$. En este caso:

$$\begin{aligned} \Rightarrow |f_2|^2 &= \left(\frac{|f_1|}{2}(1 + \alpha) + \frac{|g_1|}{2}(1 - \alpha) \cos \beta \right)^2 + \left(\frac{|g_1|}{2}(1 - \alpha) \sin \beta \right)^2 \cdot 2^2 \\ &= |f_1|^2(\alpha + 1)^2 + 2|f_1||g_1|(\alpha + 1)(1 - \alpha) \cos^2 \beta + |g_1|^2(1 - \alpha)^2 \end{aligned}$$

Repetiendo el mismo proceso para g_2 :

$$2^2 \cdot |g_2|^2 = |g_1|^2(\alpha + 1)^2 + 2|g_1||f_1|(\alpha + 1)(1 - \alpha) \cos^2 \beta + |f_1|^2(1 - \alpha)^2$$

Restando ambas ecuaciones:

$$2^2(|f_2|^2 - |g_2|^2) = |f_1|^2[(\alpha + 1)^2 - (1 - \alpha)^2] + |g_1|^2[(1 - \alpha)^2 - (1 + \alpha)^2] =$$
$$|f_1|^2 \cdot 4\alpha - |g_1|^2 \cdot 4\alpha \Rightarrow |f_2|^2 - |g_2|^2 = \alpha(|f_1|^2 - |g_1|^2)$$

Dado que $\alpha > 0$:

$$\Rightarrow \text{signo} (|f_2|^2 - |g_2|^2) = \text{signo} (|f_1|^2 - |g_1|^2)$$

Y dado que $\text{signo} (a^2 - b^2) = \text{signo} (|a| - |b|)$:

$$\Rightarrow \text{signo} (|f_2| - |g_2|) = \text{signo} (|f_1| - |g_1|)$$

Que era lo que se quería demostrar.

A efectos prácticos, esto implica que en un cambio de sección¹⁴, si la onda reflejada es menor (mayor) que la incidente, tras el cambio seguirá siendo así. Por tanto, el coeficiente de reflexión en métodos pasivos será de valor absoluto menor o igual a 1 sin importar los cambios de sección que se produzcan.

5. Bibliografía

1. Salcedo, L.L., *Variable Compleja*. 2016, Granada, Spain: Universidad de Granada.

¹⁴ Despreciando el número de Mach y la longitud del cambio de sección frente a la longitud de onda.

ANEXO III: Modelo acústico del conducto de difusión

1. Teoría acústica

En esta sección se va a detallar la teoría acústica de la que se extraen los modelos utilizados en la memoria. Se va a presentar de una forma breve, partiendo de las ecuaciones básicas de fluidodinámica [1].

1.1. Teoría acústica linealizada

Las ecuaciones básicas de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía unidimensionales y la ecuación de estado se pueden escribir en forma diferencial como se hace a continuación:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \cdot (\rho u) = 0 \quad (0.1)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = f \quad (0.2)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \left(e + \frac{u^2}{2} \right) + \rho u \frac{\partial}{\partial x} \left(e + \frac{u^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (p u) = q \quad (0.3)$$

$$p = p(\rho, s) \quad (0.4)$$

donde f denota las fuerzas viscosas y las fuerzas externas por unidad de volumen, y q las fuentes de energía. Suponiendo un flujo sin fricción, sin fuerzas por unidad de volumen y sin conducción de calor, estas ecuaciones se pueden simplificar. Además, linealizando las variables del flujo alrededor de su valor medio; es decir:

$$p(x, t) = \bar{p} + p'(x, t) \quad (0.5)$$

$$\rho(x, t) = \bar{\rho} + \rho'(x, t) \quad (0.6)$$

$$u(x, t) = \bar{u} + u'(x, t) \quad (0.7)$$

donde $\phi' \ll \bar{\phi}$, y además suponiendo flujo medio nulo ($\bar{u} = 0$), estas ecuaciones quedan resumidas a:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{\rho} \frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \quad (0.8)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (0.9)$$

Manipulando la ecuación de la energía y suponiendo flujo isoentrópico, se puede obtener que:

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \quad (0.10)$$

$$p' = c^2 \rho' \quad (0.11)$$

donde c es la velocidad del sonido.

1.2. Ecuación de onda y solución

Diferenciando las Ecs. (0.8) y (0.9) con respecto a t y con respecto a x respectivamente, y restándolas se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = 0 \quad (0.12)$$

donde usando la Ec. (0.11) se puede obtener la denominada ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = 0 \quad (0.13)$$

La ecuación de onda puede ser factorizada en:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial}{\partial t} - c \frac{\partial}{\partial x}\right) p' = 0 \quad (0.14)$$

Resolviendo por el método de D'Alembert para 1-D la solución se escribe como:

$$\frac{p'(x, t)}{\bar{\rho}c} = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (0.15)$$

donde f y g representan las ondas que se propagan en dirección positiva y negativa respectivamente, a velocidad c . Son también conocidas como las invariantes de Riemann. Combinando esta solución con la Ec. (0.9) se obtiene la solución para la fluctuación de velocidad:

$$u'(x, t) = f(x - ct) - g(x + ct) \quad (0.16)$$

Suponiendo una dependencia armónica de las invariantes de Riemann en forma exponencial $e^{i\omega t}$, se obtiene la solución armónica de la ecuación de onda:

$$\frac{p'(x, t)}{\bar{\rho}c} = f \cdot e^{i\omega(t-x/c)} + g \cdot e^{i\omega(t+x/c)} \quad (0.17)$$

$$u'(x, t) = f \cdot e^{i\omega(t-x/c)} - g \cdot e^{i\omega(t+x/c)} \quad (0.18)$$

Definiendo el número de onda como $k = \omega/c$, esta solución armónica se puede reescribir como:

$$\frac{p'(x, t)}{\bar{\rho}c} = f \cdot e^{i\omega t - ikx} + g \cdot e^{i\omega t + ikx} \quad (0.19)$$

$$u'(x, t) = f \cdot e^{i\omega t - ikx} - g \cdot e^{i\omega t + ikx} \quad (0.20)$$

1.3. Ecuación de onda convectiva

Se puede seguir un procedimiento similar al de la Sec. anterior sin suponer que el flujo medio es nulo. De este modo, se obtiene la ecuación de onda convectiva dada por:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 p' - c^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = 0 \quad (0.21)$$

Del mismo modo, se pueden obtener las invariantes de Riemann, en este caso $f(x - (c + \bar{u})t)$ y $g(x + (c - \bar{u})t)$, que en este caso se propagan a velocidad $c + \bar{u}$ y $c - \bar{u}$ respectivamente. Suponiendo dependencia armónica, la solución queda expresada de la siguiente forma:

$$\frac{p'(x, t)}{\bar{\rho}c} = f \cdot e^{i\omega t - ik_+ x} + g \cdot e^{i\omega t + ik_- x} \quad (0.22)$$

$$u'(x, t) = f \cdot e^{i\omega t - ik_+ x} - g \cdot e^{i\omega t + ik_- x} \quad (0.23)$$

donde el número de onda convectivo se define como:

$$k_{\pm} = \frac{\omega}{c \pm \bar{u}} = \frac{k}{1 \pm M} \quad (0.24)$$

1.4. Propagación de ondas con disipación

En [2] se sugiere la siguiente formulación del número de onda donde se tiene en cuenta la disipación de las ondas acústicas:

$$k_{\pm} = \frac{\omega}{c \pm \bar{u}} \left[1 + C_d \frac{1-i}{\sqrt{2}S_h} \left(1 + \frac{\gamma-1}{\sqrt{Pr}} \right) \right] \quad (0.25)$$

donde C_d es un factor que tiene en cuenta la rugosidad de la superficie interna del conducto, $S_h = r\sqrt{\omega/\nu}$ se denomina 'shear number' y Pr es el número de Prandtl.

Esta corrección del número de onda supone una disminución de la amplitud de la onda en la dirección de propagación, así como un incremento en el número de onda corregido, lo que conlleva que la frecuencia de resonancia de los sistemas con disipación disminuya con respecto al sistema sin disipación.

2. Modelado de elementos acústicos

En esta sección, se explica el modelado acústica de dos geometrías que son empleadas en la memoria: un conducto recto de sección constante y un cambio de sección compacto; es decir, la distancia desde el inicio hasta el final del cambio de sección es mucho menor que la longitud de onda λ .

2.1. Conducto recto de sección constante

Empleando la dependencia armónica espacio-temporal de las invariantes de Riemann de las Ecs. (0.22) y (0.23) (obtenidas a partir de la ecuación de onda convectiva), se puede explicitar la dependencia espacial de las invariantes de Riemann para un conducto recto de sección constante:

$$f(x_2) = f(x_1) \cdot e^{-ik_+(x_2-x_1)} \quad (0.26)$$

$$g(x_2) = g(x_1) \cdot e^{+ik_-(x_2-x_1)} \quad (0.27)$$

Sustituyendo k_{\pm} por k se obtendría la respectiva evolución de las invariantes de Riemann asociada a la ecuación de onda general (no convectiva). Conociendo f y g , la obtención de las fluctuaciones de presión y velocidad es directa dadas por las Ecs. (0.19) y (0.20) (ec. general), ó (0.22) y (0.23) (ec. convectiva).

De este modo, la expresión del coeficiente de reflexión queda de la siguiente forma:

$$R_u(x_2) = \frac{f(x_2)}{g(x_2)} = R_u(x_1) \cdot e^{-i(k_+ + k_-)(x_2 - x_1)} \quad (0.28)$$

2.2. Cambio de sección compacto

Un cambio de sección se puede asumir como compacto cuando la distancia entre su final e inicio, $l = x_2 - x_1$, es mucho menor que la longitud de onda, $\lambda = 2\pi c/\omega$. En este caso, se pueden derivar las siguientes expresiones a partir de las ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento [3]:

$$\left[A \left(\frac{p'}{\rho c} M + u' \right) \right]_1^2 + i \frac{\omega}{c} l_{red} A_2 \left(\frac{p'}{\rho c} \right)_1 = 0 \quad (0.29)$$

$$\left[\frac{p'}{\rho c} + M u' \right]_1^2 + l_{ef} \frac{i\omega}{c} u'_1 + \zeta M_1 u'_1 = 0 \quad (0.30)$$

donde los subíndices 1 y 2 representan indican que la variable es evaluada al comienzo o al final del cambio de sección. La longitud reducida l_{red} y longitud efectiva l_{ef} y se definen de la siguiente forma:

$$l_{red} \equiv \int_{x_1}^{x_2} \frac{A(x)}{A_2} dx \quad (0.31)$$

$$l_{ef} \equiv \int_{x_1}^{x_2} \frac{A_1}{A(x)} dx + l_{ec} \quad (0.32)$$

donde l_{ec} es la corrección de final de conducto debido a esquinas abruptas.

El coeficiente de pérdidas acústicas ζ se suele tomar igual al coeficiente de pérdida de carga fluidodinámica, obtenido a partir de un flujo estacionario:

$$\zeta = \frac{\Delta p}{\bar{\rho} u_1^2 / 2} \quad (0.33)$$

A partir de estas expresiones, y despreciando los términos de orden 2 o superior en el número de Mach o en kl , se puede obtener la siguiente ecuación (expresada en forma matricial) relacionando directamente las fluctuaciones de presión y velocidad a ambos lados del cambio de sección:

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 1 & (1 - \zeta - \alpha^2)M_1 - i\frac{\omega}{c}l_{ef} \\ -i\frac{\omega}{c}l_{red} + \alpha M_1 - M_2 & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_1 \quad (0.34)$$

donde $\alpha \equiv A_1/A_2$ representa el ratio entre áreas. Si se desprecia el primer orden del número de Mach y el producto kl , se obtiene la siguiente simplificación:

$$\begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{p'}{\rho c} \\ u' \end{pmatrix}_1 \quad (0.35)$$

Dicha expresión se puede reescribir en términos de impedancia inversa:

$$Z_2^{-1} = \alpha \cdot Z_1^{-1} \quad (0.36)$$

2.2.1. Cambio de sección brusco

Si el cambio de sección se produce de forma brusca, produce una discontinuidad que impide el cálculo de las longitudes reducida y efectiva. Sin embargo, aplicando la transformación Schwartz-Christoffel, se obtiene un cambio en el sistema de coordenadas de la formulación que permite la integración de la ecuación de conservación de energía tal que permite el cálculo de dichas longitudes, expresadas de la siguiente manera [3]:

$$l_{ef} = \frac{L_a A_1}{\rho} \quad (0.37)$$

$$l_{red} = -\frac{\rho}{L_a c} \quad (0.38)$$

$$\zeta = \frac{R_a A_1}{\rho c M_1} \quad (0.39)$$

En estas expresiones, L_a y R_a representan una analogía a las inductancias y resistencias eléctricas, y sus expresiones son las siguientes:

$$L_a = \frac{2\rho}{\pi d_1} \left[\frac{(d_2 - d_1)^2}{2d_1 d_2} \ln \frac{d_1 + d_2}{|d_2 - d_1|} + \ln \frac{(d_1 + d_2)^2}{4d_1 d_2} \right] \quad (0.40)$$

$$R_a = \frac{\rho \omega d_v}{d_2 d_1} \frac{|d_2 - d_1|}{d_1} \left(1 + \frac{|d_2^2 - d_1^2|}{\pi d_1 d_2} \ln \frac{d_1 + d_2}{|d_2 - d_1|} \right) \quad (0.41)$$

donde d_1, d_2 son los respectivos diámetros, y d_v es el grosor de la capa límite viscosa, dada por:

$$d_v = \sqrt{\frac{2\mu}{\rho\omega}} \quad (0.42)$$

3. Modelos acústicos del conducto de difusión

Los dos modelos acústicos del conducto de difusión empleados en la memoria se discuten a continuación. En primer lugar, se detalla el modelo simple empleado en la Sec. 3.3.1 en la memoria, y tras él se detalla el modelo más complejo presentado en la Sec. 3.3.2 de la memoria y empleado en el resto de ella. En ambos casos, el conducto flexible de poliamida se considera con una curvatura lo suficientemente pequeña como para considerarlo acústicamente como un conducto recto. En la Figura 37 se esquematiza la geometría del conducto de difusión, repitiendo la Figura 7 de la memoria.

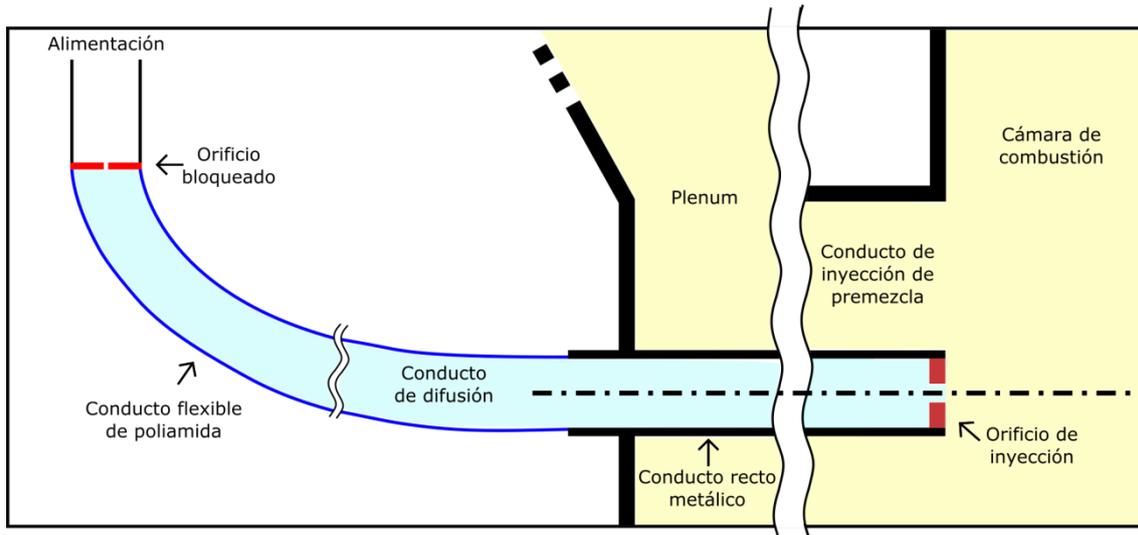


Figura 37: Esquema de la configuración implementada del conducto de difusión, sombreado de color azul.

Los modelos acústicos presentados han de modelar los siguientes elementos del conducto de difusión:

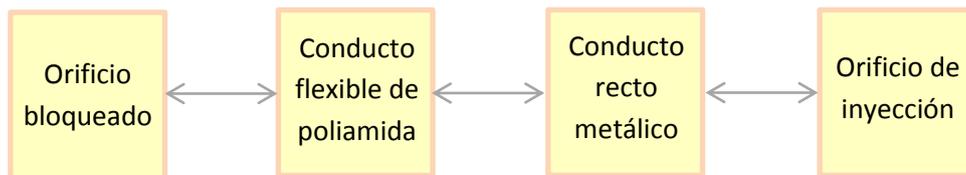


Figura 38: Representación esquemática del modelado acústico del conducto de difusión.

En ambos modelos, se procede de la siguiente forma:

- El orificio bloqueado supone una condición de contorno que especifica el coeficiente de reflexión al inicio del conducto de difusión, donde $R_u \approx 1$ [4].
- El coeficiente de reflexión varía a lo largo del conducto flexible de poliamida y el conducto recto metálico según la Ec. (0.28). La longitud del último es de 1.133 m, mientras que la del primero es variable a voluntad.
- Se modela el cambio de sección del conducto recto metálico ($d = 8$ mm) al orificio de inyección ($d = 2.5$ mm). En el caso de la memoria donde se deja el orificio de inyección de 8 mm de diámetro, esto no es necesario. Tras este cambio de sección, puede considerarse la longitud del orificio de inyección ($L = 5.11$ mm) a través de Ec. (0.28)

Por comodidad, en la formulación de los conductos rectos es preferible trabajar con el coeficiente de reflexión R_u , mientras que en la de cambios de área es con la impedancia inversa Z^{-1} . Pasar de una variable a la otra se hace de forma inmediata, ya que $Z^{-1} = \frac{R_u - 1}{R_u + 1}$, y $R_u = \frac{1 + Z^{-1}}{1 - Z^{-1}}$, usando una u otra variable según el elemento acústico modelado.

3.1. Modelo simplificado

En la Sec. 3.3.1 de la memoria se presentan unas primeras estimaciones de la impedancia del conducto de difusión al variar su longitud. Para ello, se emplea un modelo simplificado donde:

- Se desprecia los términos del orden del número de Mach, tanto en el cambio de sección como en la ecuación de onda. Por tanto, no se emplean los números de onda convectivos k_{\pm} , sino el general $k = \omega/c$.
- Se desprecian los términos kl_{red} y kl_{ef} en el cambio de área.
- Se desprecia la disipación en la propagación de ondas, aplicando $C_d = 0$.
- Se desprecia la longitud del orificio de inyección frente a la longitud de onda.

De este modo, el conducto flexible de poliamida más el conducto metálico rígido del conducto de difusión quedarían representados por el coeficiente de reflexión [Ec. (0.28)] de la siguiente forma:

$$R_u(x = L) = R_u(x = 0) \cdot e^{-i2kL} \quad (0.43)$$

donde L es la suma de longitudes de ambos conductos. $R_u(x = 0)$ sería la condición de reflexión impuesta por el orificio bloqueado. Sin embargo, dado que la impedancia inversa es altamente dependiente del valor absoluto del coeficiente de reflexión al final del conducto recto metálico, $|R_u(x = L)|$, en la memoria se ha realizado un estudio paramétrico variando dicho valor, o lo que es equivalente, variando la condición de contorno impuesta por el orificio bloqueado.

El cambio de sección queda modelado por la Ec. (0.36) al despreciar dichos efectos. Al no considerarse la longitud del orificio de inyección, el cambio de sección se considera como el último elemento del conducto de difusión. De este modo, la impedancia inversa del conducto de difusión queda expresada de forma compacta como:

$$Z^{-1} = \alpha \cdot \frac{|R_{u0}| \cdot e^{-i2kL} - 1}{|R_{u0}| \cdot e^{-i2kL} + 1} \quad (0.44)$$

donde en la memoria se realiza un estudio paramétrico sobre el valor de $|R_{u0}|$.

3.2. Modelo final

En la Sec. 3.3.2 de la memoria se presenta un modelo acústico del conducto de difusión más complejo que el anterior, y cuyos resultados son empleados a lo largo del resto de la memoria. En esta sección se detalla la construcción de dicho modelo.

En este modelo acústico se considera la formulación presentada en este anexo sin ninguna simplificación adicional, de modo contrario a lo realizado en el modelo simplificado.

De este modo, se parte del orificio bloqueado con un coeficiente de reflexión $R_u \approx 1$. Tras ello, se aplica la Ec. (0.28) para el conducto flexible de poliamida y el conducto recto metálico. En este caso, los números de onda k_{\pm} se calculan teniendo en cuenta el número de Mach y la disipación, empleando la Ec. (0.25) para ello. Ello necesita del ajuste de un parámetro, C_d . Se ha comprobado experimentalmente que valores de $C_d = 2$ en el conducto flexible de poliamida, y $C_d = 1$ en el conducto recto metálico ofrecen buenos resultados.

Tras ello, se calcula la impedancia inversa al final del conducto metálico, y se aplica el cambio de sección según la Ec. (0.34), incluyendo el cálculo de las longitudes reducida y efectiva y el coeficiente de pérdidas acústico.

Finalmente, se vuelve a hacer uso de la Ec. (0.28) para modelar la longitud del orificio de inyección, obteniendo finalmente la impedancia inversa del conducto de difusión.

En la Figura 11 (Figura 11 de la memoria) se representa de forma conjunta tanto el modelo final propuesto en esta sección, como el simplificado de la sección anterior junto a datos experimentales, para un caudal en el conducto de difusión de $0.05 \text{ Nm}^3/\text{h}$. Se observa como el modelo final se ajusta considerablemente mejor a los datos experimentales que el modelo simplificado. Sin embargo, aparece cierto retraso en los datos experimentales con respecto al modelo, analizado brevemente en la memoria. Este retraso provoca que incluso la impedancia inversa experimental entre en la zona teóricamente prohibida para condiciones pasivas (Sec. 3.2 de la memoria). También se ha observado que variando el caudal medio del conducto de difusión variaba este retraso, reduciéndose a la mitad para $Q_{dif} = 0.08 \text{ Nm}^3/\text{h}$, por lo que parece que este retraso se debe a algún efecto fluidodinámico y no a un fallo en el sistema de medición, algo sobre lo que se han realizado varias revisiones. Como este retraso es independiente del conducto empleado y afecta por igual a todas las medidas (para una frecuencia dada), tras unos intentos fallidos de exploración se decidió dejar la explicación de este hecho como trabajo futuro.

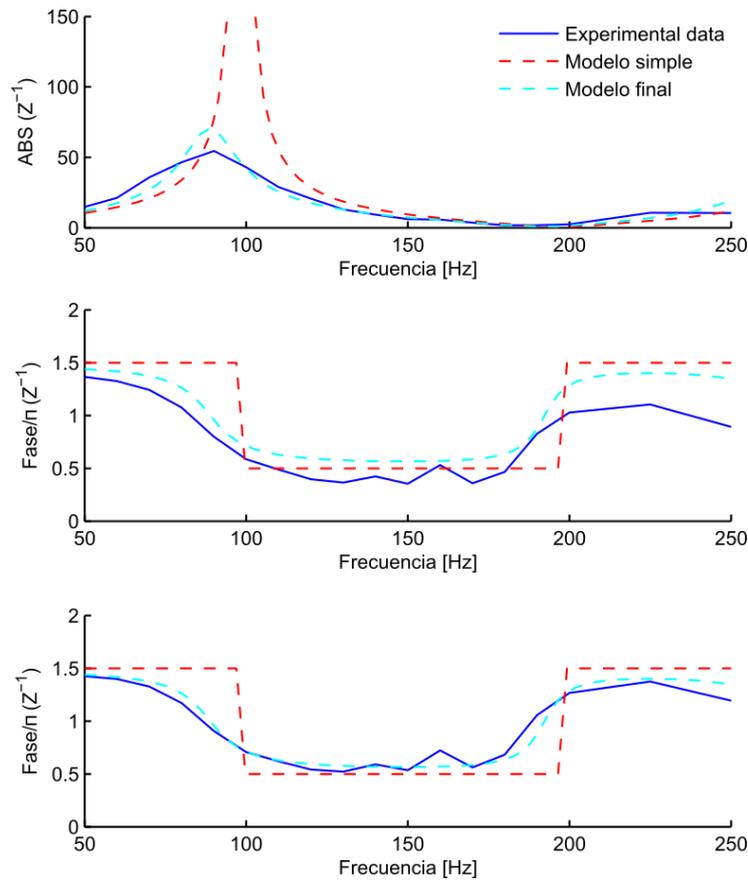


Figura 39: Impedancias inversas Z^{-1} experimentales (línea continua) junto con las de los modelos propuestos (líneas a trazos). Arriba, magnitud de Z^{-1} . Centro, fase de Z^{-1} . Abajo, fase de Z^{-1} con la corrección del desvío en fase en los datos experimentales.

4. Bibliografía

1. Alemela, P.R., Measurement and scaling of acoustic transfer matrices of premixed swirl flames. 2009: Verlag Dr. Hut.
2. Peters, M., et al., Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low Mach and low Helmholtz numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 1993. **256**: p. 499-534.
3. Gentemann, A., et al. Acoustic transfer matrix reconstruction and analysis for ducts with sudden change of area. in 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. 2003.
4. Stow, S., A. Dowling, and T. Hynes, Reflection of circumferential modes in a choked nozzle. *Journal of Fluid Mechanics*, 2002. **467**: p. 215-239.

ANEXO IV: Mediciones de velocidad con el equipo de hilo caliente

1. Instrumentación

1.1. Principio de funcionamiento

El equipo de medición de hilo caliente se basa en una medida indirecta de la velocidad de un fluido a través de la dependencia de la convección térmica en el fluido con ésta. En efecto, a mayor es la velocidad del flujo, mayor es la transferencia de calor entre el fluido y un objeto sólido caliente situado en el seno del flujo. El equipo de hilo caliente obtiene la velocidad del flujo a partir de la potencia eléctrica necesaria, que es transformada en energía térmica, para mantener a temperatura constante un pequeño hilo situado en el flujo. Esta temperatura constante posee un elevado valor para que la transferencia de calor sea relevante, disminuyendo el ratio entre ruido y señal.

Este hilo es de un diámetro del orden de micras con el objetivo de reducir la inercia térmica al mínimo posible, ya que esta inercia podría producir retrasos entre la velocidad del flujo y la transferencia de calor medida. Además, al trabajar en temperatura constante se reduce en mayor medida este retraso, ya que no se ha de esperar a que el hilo modifique su temperatura. De este modo, el retraso obtenido en el equipo es del orden de microsegundos.

1.2. Equipo ThermalPro

En el LIFTEC se dispone de un equipo de hilo caliente de ThermalPro. Este consiste en los siguientes componentes:

- Un set de sondas de hilo caliente, con una variedad de diámetros y longitudes.
- Un portasondas, equipo donde se monta la sonda, con robustez para su fácil manejo y agarre (la sonda en sí es muy frágil y es necesario tratarla con extrema precaución).
- Un equipo acondicionador de la señal analógica proveniente de la sonda, que dispone de puentes de Wheatstone y filtros paso bajo y alto. Este mismo equipo es el que realiza el control sobre la señal de potencia enviada a la sonda para mantener el hilo a temperatura constante.
- Software necesario para el manejo de estos equipos.

La señal acondicionada por el IFA 300 se conecta a la tarjeta de adquisición de la instalación para la lectura simultánea de la señal del equipo de hilo caliente con el resto de equipos de medición. En especial es importante la sincronización con la lectura del micrófono para la medición de la impedancia acústica.

2. Medición y montaje

2.1. Medición de las fluctuaciones de velocidad y presión

Para la medición de la impedancia acústica del conducto de difusión, es necesaria la medición de la fluctuación de presión y de velocidad al final del conducto de difusión, dada la siguiente ecuación:

$$Z^{-1}(\omega) = \frac{u'_d(\omega)}{p'(\omega)/\rho c}$$

La presión es medida con el micrófono TP0, que se encuentra situado en el cambio de sección de la cámara de combustión. Bajo la suposición de ondas longitudinales, la presión en este punto y el final del conducto de difusión es la misma, ya que se encuentran en la misma ordenada x .

Para la medición de la velocidad al final del conducto de difusión es necesario colocar la sonda al final de este conducto. Sin embargo, introducir la sonda en el orificio de inyección es peligroso ya que el menor toque puede inducir la rotura del hilo caliente. Por ello, se ha procedido a colocar la sonda de hilo caliente en el núcleo potencial del flujo [1], aguas abajo del orificio. Este núcleo potencial consiste en una zona donde el flujo proveniente del orificio no se ve afectado por el flujo externo, poseyendo la misma velocidad existente en el orificio. De este modo, se consigue medir u'_d sin el peligro que conlleva introducir la sonda en el orificio, dejando ésta ligeramente aguas abajo del orificio. Esto se representa esquemáticamente en la Figura 40, y en la Figura 41 se muestra una fotografía del montaje real.

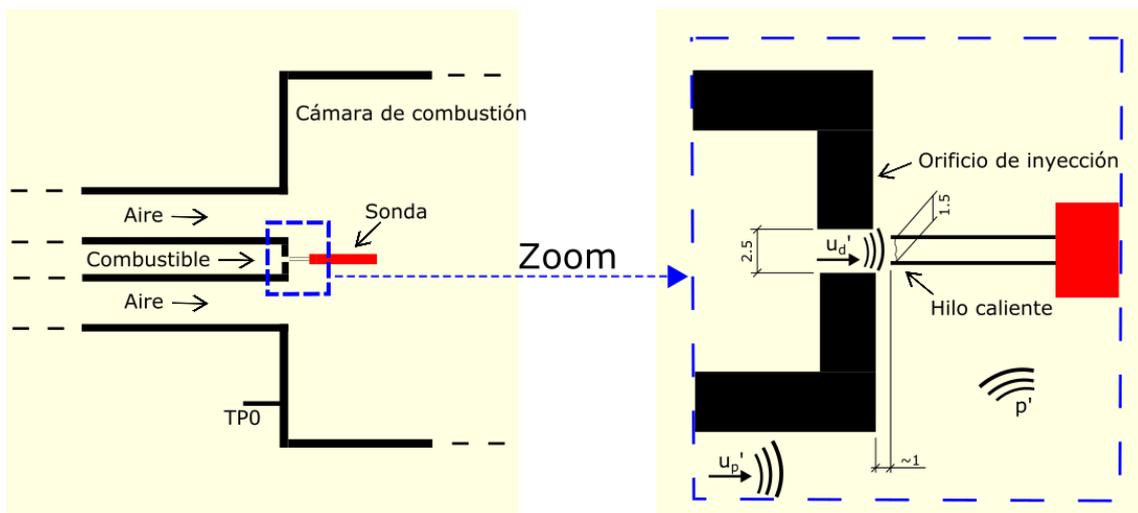


Figura 40: Representación esquemática de la sonda de hilo caliente en el orificio de inyección. Sacada de la memoria.

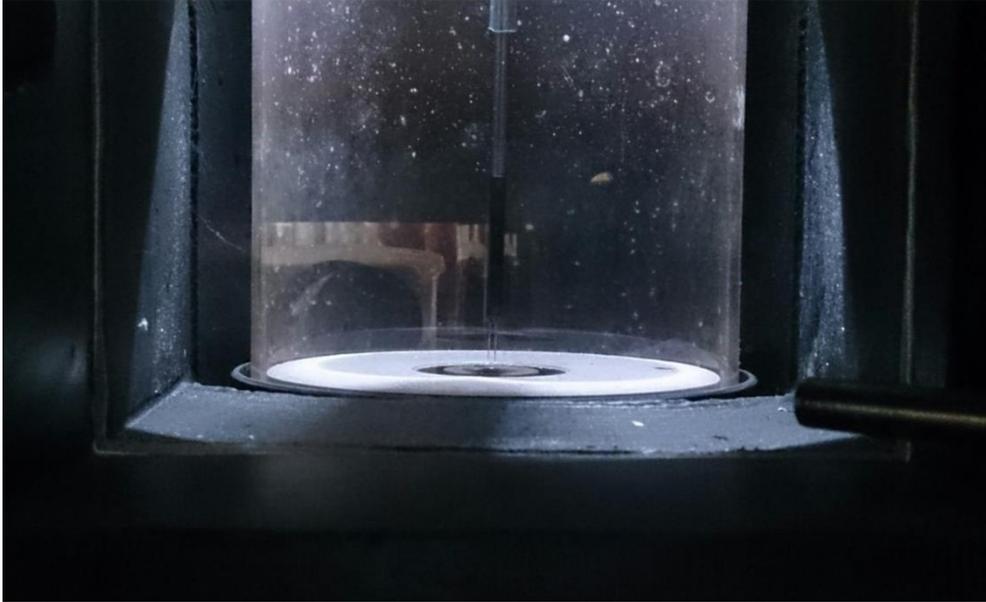


Figura 41: Fotografía del montaje de la sonda de hilo caliente en el orificio de inyección, visible gracias al acceso óptico que permite la parte de cuarzo de la cámara de combustión.

El orificio de inyección tiene un diámetro de 2.5 mm, mientras que el conducto de mezcla posee un diámetro interno de 25 mm y uno externo de 40 mm. Por tanto, alrededor del orificio de inyección hay en primer lugar una zona donde el flujo no posee velocidad axial, correspondiente al cuerpo macizo del orificio de inyección y del conducto. Dado que el flujo externo sin velocidad axial es el escenario más restrictivo para el núcleo potencial, será el que se emplee para el análisis de nuestro caso, olvidándonos del flujo del conducto de mezcla.

2.2. Montaje del hilo caliente

Para la correcta colocación de la sonda de hilo caliente en el núcleo potencial del orificio de inyección, se ha servido de un brazo metálico que sujetara el portasondas en la posición adecuada. Se colocaron los toques de seguridad adecuados en los carros del brazo para evitar que la sonda de hilo caliente llegara a chocar en ningún momento con el orificio provocando su rotura. La sonda queda aproximadamente a 1 mm del orificio de inyección, situándose en la zona del núcleo potencial para nuestra instalación, como se muestra en la Figura 42. Nuestro caso se situaría en $\bar{x}/r_0 = 1 \text{ mm}/1.25 \text{ mm} = 0.8$, $\lambda = U_1 = 0$, lo que resulta en un radio del núcleo potencial de $r_1 \approx 0.9 r_0 = 1.125 \text{ mm}$, ofreciendo un diámetro de 2.25 mm, mayor que la longitud de la sonda de hilo caliente (1.5 mm) [1].

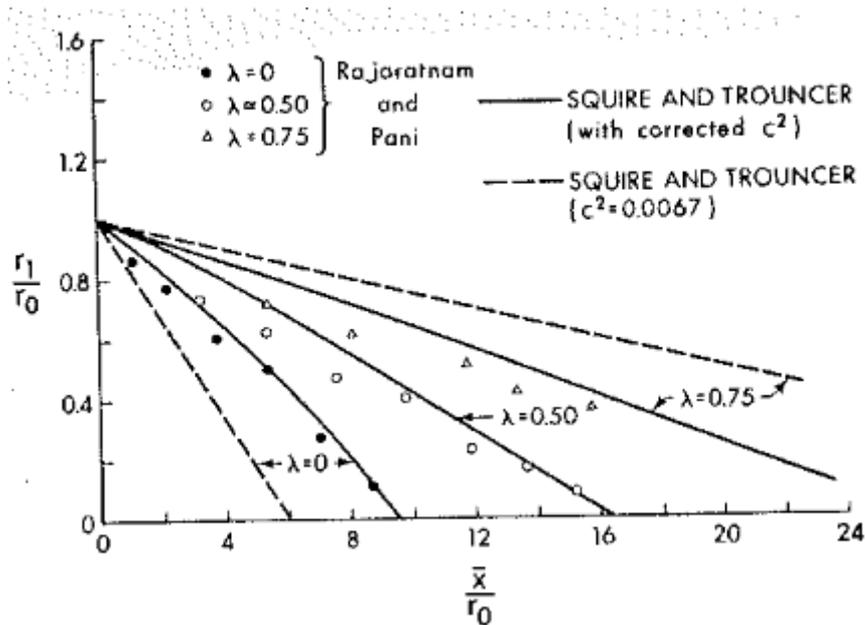


Figura 42: Dependencia del radio del núcleo potencial con la distancia axial. A continuación, se especifica el significado de las variables: r_0 , radio del orificio; r_1 , radio del núcleo potencial; \bar{x} , distancia axial con respecto al final del orificio; $\lambda = U_1/U_0$, donde U_0 es la velocidad asociada al flujo del núcleo potencial y U_1 es la asociada al flujo externo. [1]

3. Procedimiento de cálculo de Z

3.1. Medición en frío

La sonda de hilo caliente no se puede emplear con la instalación en funcionamiento quemando combustible, ya que la llama destrozaría la sonda. Sin embargo, dado que la acústica del conducto de difusión no depende de lo que haya aguas abajo de él, la medición se puede realizar en frío (sin quemar combustible) permitiendo la colocación de la sonda de hilo caliente.

La medición de la impedancia acústica del conducto de difusión se debe realizar con metano circulando por este, ya que la propia impedancia depende de parámetros como la velocidad de sonido del fluido. Para evitar una acumulación de metano en la cámara de combustión que causaría problemas de seguridad, se añade un caudal de aire por el conducto de inyección de premezcla, de tal modo que la mezcla de aire y metano se sitúe fuera de los límites de inflamabilidad.

Al estar situada la sonda en el núcleo potencial del flujo, la adición de un caudal de aire en el conducto de premezcla no debería afectar a las medidas del hilo caliente. Aun así, se han realizado unas pruebas experimentales para comprobarlo, que se detallan en la Sec. 4 de este mismo anexo.

La oscilación en este caso es forzada por los altavoces de la instalación situados en el plenum del conducto de inyección de premezcla. Estos producen una oscilación acústica en el conducto de premezcla que causa una fluctuación de presión p' al final de éste. Al obtener esta fluctuación de presión, la fluctuación de velocidad u'_d aparece debido a la propia acústica del conducto de difusión, del mismo modo que sucede en el ciclo límite.

3.2. Cálculo de Z

La obtención de la impedancia acústica es directa con las medidas suministradas por el micrófono TPO y la sonda del hilo caliente. Ambos equipos suministran una lectura discreta de datos temporales tanto de las fluctuaciones de presión como de velocidad, respectivamente. De estas señales, se calcula su *FFT* (Fast Fourier Transform) que pasa las señales del dominio temporal al dominio frecuencial, extrayendo sus valores en la frecuencia de oscilación, u'_d y p' . Finalmente, la impedancia inversa se calcula mediante la expresión:

$$Z^{-1}(\omega) = \frac{u'_d(\omega)}{p'(\omega)/\bar{\rho}c}$$

donde ω es la frecuencia angular de la oscilación forzada por los altavoces.

Este procedimiento de cálculo de la impedancia inversa se ha realizado con las distintas impedancias inversas de la memoria, donde se cambia la longitud del conducto flexible de poliamida para variar la impedancia del conducto de difusión.

3.3. Matriz de ensayos

Los ensayos realizados para la medición de las distintas impedancias de la memoria se han realizado con los siguientes parámetros:

- Caudal de combustible de difusión, $Q_{dif} = \{0.05, 0.08\} [Nm^3/h]$
- Frecuencia de excitación de los altavoces,
 $F = \{50, 60, 70, \dots, 200, 225, 250, \dots, 600\} [Hz]$
- Amplitud de la señal de excitación de los altavoces, $Amp = \{2.5, 3.5\} [V]$
- Caudal de aire por el conducto de inyección de premezcla, $Q_{aire} = 5 [Nm^3/h]$
- Tiempo de adquisición, $T = 4 [s]$
- Frecuencia de muestreo, $F_s = 4000 [Hz]$

Los resultados de estas pruebas se incluyen en la memoria del trabajo.

4. Comprobación experimental de la fiabilidad de las medidas

La dependencia de la impedancia inversa con las propiedades del fluido nos obliga en las mediciones de hilo caliente a usar el mismo combustible que será empleado con la instalación funcionando, es decir, metano. Para evitar una peligrosa acumulación de metano en la cámara de combustión, se propone diluirlo añadiendo un caudal de aire por el conducto de premezcla, de modo que la mezcla quede fuera de los límites de inflamabilidad. Adicionalmente, también se ha propuesto el empleo de un sistema de extracción de gases para retirar rápidamente la mezcla de la cámara de combustión.

Estas medidas de seguridad podrían afectar a las medidas de velocidad de la sonda de hilo caliente, a pesar de que la sonda se encuentra situada en el núcleo potencial del orificio de inyección. Por ello, se ha realizado una comprobación experimental de la fiabilidad de este escenario. En estos experimentos, se ha suministrado aire al conducto de difusión ya que para que la sonda de hilo caliente funcione con metano, en primer lugar hay que calibrarla con dicho gas. Y para realizar la calibración con metano habría que comprobar en primer lugar la fiabilidad de las medidas. Señalar que en estos ensayos no se ha usado ningún tipo de

excitación acústica, por lo que las velocidades medidas por el hilo caliente deberían corresponderse a una señal constante.

Por ello, se ha realizado la siguiente matriz de ensayos:

- Caudal de aire en conducto de premezcla, $Q_p = \{0, 5, 15\} [Nm^3/h]$
- Caudal de aire en conducto de difusión, $Q_d = [0.05: 0.01: 0.15] [Nm^3/h]$
- Uso o no del equipo de extracción de gases.
- Tiempo de adquisición, $T = 4 [s]$
- Frecuencia de muestreo, $F_s = 4000 [Hz]$

El objetivo de estos ensayos es comprobar si la adición de la extracción o un caudal en el conducto de premezcla afecta las medidas de velocidad del conducto de difusión. Es por ello que el escenario donde no se emplea la extracción de gases, y $Q_p = 0$ se toma como referencia. El error es calculado, con un valor de Q_d dado, como la diferencia en Q_d con respecto al escenario referencia.

4.1. Resultados y discusión

En la Figura 43 se representa el error de cada escenario con respecto al escenario referencia (sin extracción de gases y sin caudal de aire en premezcla). Se ha añadido un margen de error aceptable, representado por tres veces la desviación típica de la señal de velocidad de dicho escenario de referencia. Para dar una idea del orden de este error con respecto al valor de la señal, las velocidades medidas se encuentran entre los 3 y los 10 m/s, entre uno y dos órdenes de magnitud por encima del error admitido.

Se puede observar que tanto la extracción como el caudal de aire en el conducto de inyección de premezcla, e incluso simultáneamente ambas medidas, dan unas medidas dentro del rango de dispersión de la medida original. Tan solo se sale del intervalo para caudales de aire de 15 Nm^3/h y caudales pequeños de difusión. Por tanto, en valor medio no se vería afectada la medida.

En la Figura 44 se observa la desviación típica de las distintas condiciones, sirviendo como indicador de la dispersión de las medidas. Como se puede observar, la extracción y un caudal de 15 Nm^3/h aumentan considerablemente dicha dispersión. Tan solo el caudal de 5 Nm^3/h mantiene el nivel de dispersión del caso original (sin extracción y sin caudal de aire). Dado que lo que se quiere medir son las oscilaciones acústicas, se determina que estos elevados niveles de dispersión podrían afectar a las medidas, por lo que se decide medir sin extracción y con un caudal de aire de 5 Nm^3/h . Añadir que con caudales superiores a los 3 Nm^3/h , se sale del límite de inflamabilidad del metano-aire, al menos para los caudales empleados en la memoria de $Q_d = \{0.05, 0.08\} [Nm^3/h]$.

Por último añadir que la dispersión encontrada tanto para extracción como para caudales de aire de 15 Nm^3/h no presenta ningún pico en frecuencia, mostrando una estructura de ruido blanco. Por tanto, se podría medir las oscilaciones acústicas aún en estas condiciones ya que el pico acústico en frecuencias debería sobresalir considerablemente en esta distribución de ruido blanco cuyos niveles se encuentran en torno dos órdenes de magnitud por debajo del

valor de velocidad medio. Aún así, dado que la seguridad se cumple con el caudal de 5 Nm³/h sin aumentar la dispersión, se aplicará esta configuración para las medidas de impedancia definitivas con CH₄ circulando por el conducto de difusión.

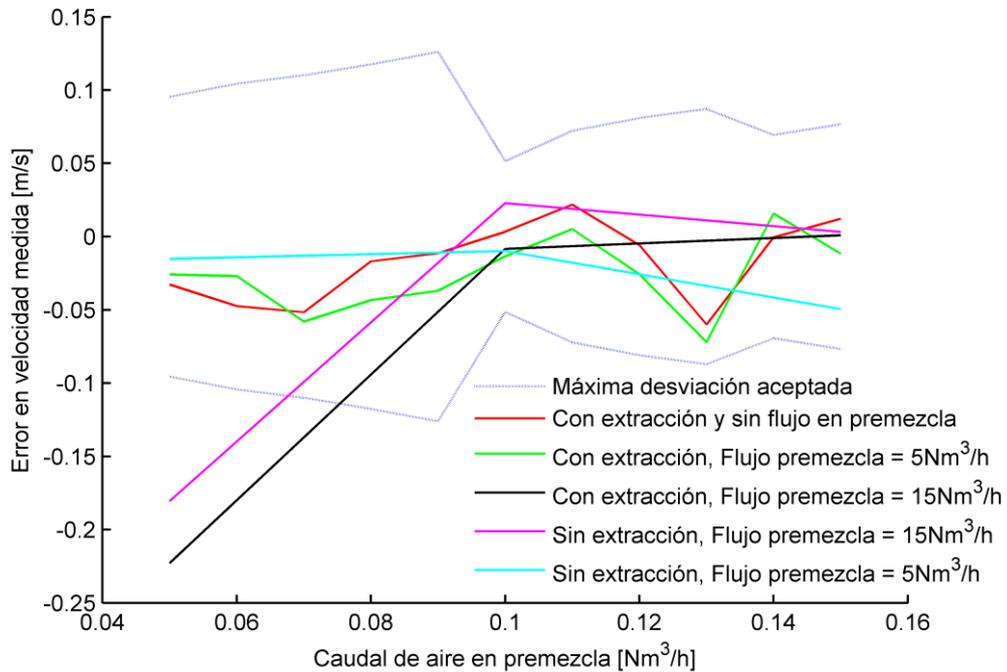


Figura 43: Error en velocidad con respecto al escenario de referencia (sin extracción y sin aire en la caña). En línea azul violáceo se muestra el rango donde el error sería posiblemente debido a la dispersión de las medidas (3*desviación típica). En el eje X se muestra el caudal de difusión.

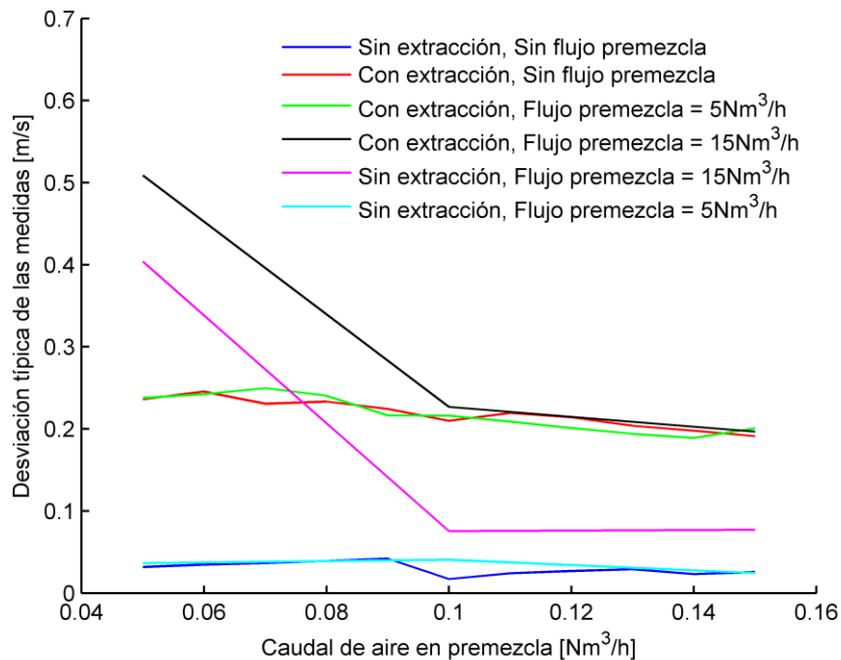


Figura 44: Desviación típica de la señal de velocidad en cada ensayo en función del caudal de difusión.

5. Calibración de la sonda de hilo caliente con CH₄

En esta sección se explica el método seguido y los problemas que han surgido durante la calibración del hilo caliente con metano, por lo que para analizar los resultados de sus medidas se debería tener los siguientes aspectos en cuenta.

5.1. Método de calibración

El método de calibración es una de las opciones que da el software del equipo del hilo caliente (ThermalPro). Para cada valor de velocidad (que se le pasa al programa como input por texto), la sonda toma una medida de voltaje. Cuando se han registrado todos los datos, el propio software ajusta los coeficientes de una función predeterminada a los datos obtenidos. La velocidad se obtiene dividiendo el caudal volumétrico de metano entre la sección del orificio de inyección.

La función empleada en la calibración es la conocida como Ley de King [2], ya que posee un significado físico que otras funciones de ajuste, como las polinómicas, no ofrecen. Esta ley viene expresada por:

$$\frac{E_b^2}{T_s - T} = A + B \cdot (P \cdot V)^{1/N} \quad (0.1)$$

donde A, B, N son los coeficientes a ajustar. V es la velocidad del fluido, P la presión ambiente, T la temperatura del fluido, T_s la temperatura de funcionamiento de la sonda (250 °C), y E_b la tensión eléctrica de la sonda para mantener su temperatura constante.

5.2. Problemas en la calibración

En la Figura 45 se muestran tanto los puntos obtenidos durante la calibración como las diferentes leyes de King empleadas para ajustarlos. Como se puede observar, aparece una discontinuidad entre los puntos tomados a $u = 5.3\text{m/s}$ y $u = 6.9\text{m/s}$. Estas medidas se repitieron varias veces y la discontinuidad se mantenía, por lo que se descarta que se deba a un error puntual en la medida. A estas velocidades el número de Reynolds toma un valor de ≈ 1000 . Por lo tanto, se sospecha que la discontinuidad se deba a una transición del flujo de laminar a turbulento en la expansión correspondiente a la salida del orificio de inyección. Sea la causa que sea, esta discontinuidad no es representable por la ley de King, proponiéndose dos alternativas:

1. Ajustar una única ley de King para todo el rango de velocidad (línea verde en Figura 45). Tiene la ventaja de que se posee una única función para todo el rango de velocidad con errores relativamente pequeños, salvo en el tramo de velocidades cercano a la discontinuidad.
2. Separar los datos en un rango de baja velocidad (anterior a la discontinuidad) y otro de alta velocidad (posterior a la discontinuidad). Presenta la ventaja de ajustarse mucho mejor a los datos (MSE de un orden de magnitud menor). Sin embargo, hay un tramo de voltajes de puente en el que no se puede saber a qué velocidad se corresponde, existiendo tres puntos de corte en la curva con tres velocidades distintas.

Las predicciones del modelo teórico de impedancia inversa (que funcionaba relativamente bien para aire) mostraban que en el caso de metano, la velocidad de 5.3m/s se superaba en

muy pocas ocasiones para $Q_{dif} = 0.05 \text{ Nm}^3/\text{h}$ (en 90Hz y en 275Hz). Debido a esto se ha preferido usar la solución 2, y dado que solo se supera en dos frecuencias este umbral de velocidad no se ha llegado a aplicar el ajuste de alta velocidad, simplificando el código al no abordar el problema de la discontinuidad. Sin embargo, habrá que ser consciente de que cuando se supere este umbral de velocidad, la velocidad obtenida será menor a la real.

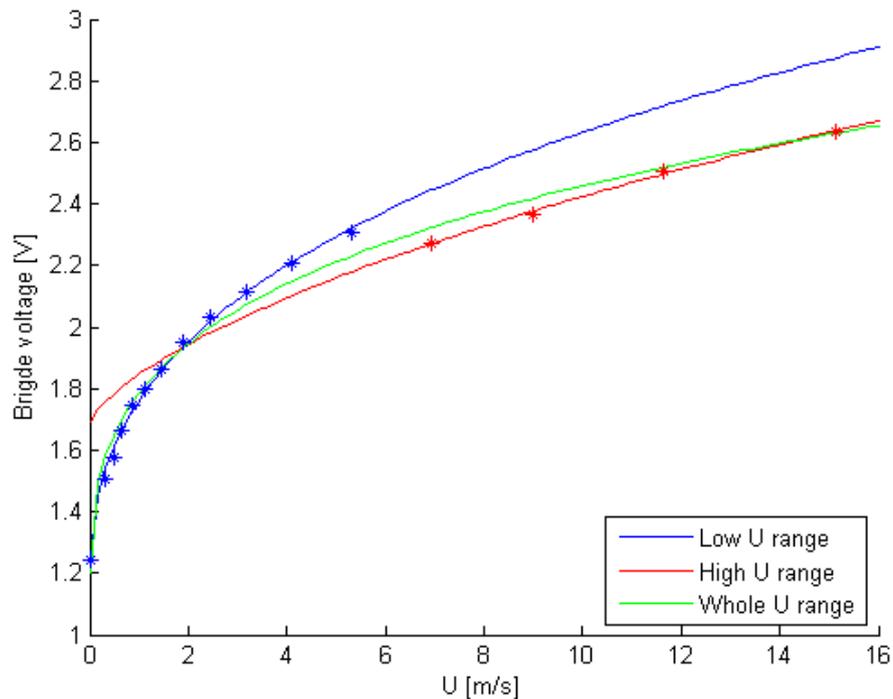


Figura 45: Datos de calibración de la sonda de hilo caliente con metano. Los puntos representan los datos de calibración, separados por colores en los anteriores a la discontinuidad y los posteriores a ella. Las líneas representan los distintos ajustes de la ley de King para los datos de baja velocidad (azul), alta velocidad (roja) o el set de datos completo (verde).

5.3. Velocidades negativas

Otro problema del hilo caliente es su incapacidad de leer la dirección de la velocidad, leyendo a priori una velocidad en sentido negativo con su valor absoluto, lo que podría dar problemas al realizar la FFT (*Fast Fourier Transform*) de los datos para extraer su componente frecuencial. Lo que se ha observado es que cuando se esperarían velocidades negativas, la lectura del hilo caliente es cercana a velocidad nula. Esto se ilustra en la Figura 46, donde se representan los datos temporales y frecuenciales de la señal cruda (azul), y en rojo su reconstrucción con la componente principal en frecuencia de la FFT.

Indicar en primer lugar que la velocidad máxima es de 8m/s. Teniendo en cuenta lo explicado en el apartado anterior, en la **Figura 45** se puede ver que a 8m/s del ajuste usado (línea azul) le corresponderían unos 12~13m/s en el ajuste a alta velocidad (línea roja). Dado que la velocidad media es de 3m/s ($Q_{dif} = 0.05 \text{ Nm}^3/\text{h}$), esto da una amplitud de 8~9m/s con una velocidad mínima correspondiente de -6 ~ -5m/s. Sin embargo la lectura queda capada sobre

0.5m/s, falseando la amplitud de la medida. También parece que la fase se ve ligeramente afectada, quedando la reconstrucción (línea roja) en un ligero adelanto a los datos (línea azul).

Este fenómeno crea una onda periódica no sinusoidal de frecuencia igual a la de excitación. Por ello, se ha intentado medir este efecto con la magnitud del primer armónico relativa a la magnitud de la componente principal. Esto se ha representado¹⁵ en la Figura 47 para las medidas con aire en el conducto de difusión, y en la Figura 48 para las de metano. En ambas aparece una clara relación del armónico con la velocidad mínima de la onda de la FFT, especialmente en las de aire, debido posiblemente a que su calibración comienza con valores de velocidad de 0.93 m/s, mientras que la de metano se realizó partiendo de 0.0 m/s. Esta velocidad mínima mostrada en la gráfica no es la mínima realmente esperada ya que se corresponde al mínimo de la FFT obtenida (línea roja en Figura 46), que se encuentra afectada por el capado de la onda real en 0 y por el mal ajuste de la ley de King para velocidades superiores a 5.3m/s. Aun así presentan correlación entre sí, y ha resultado suficiente para ilustrar de forma rápida este fenómeno.

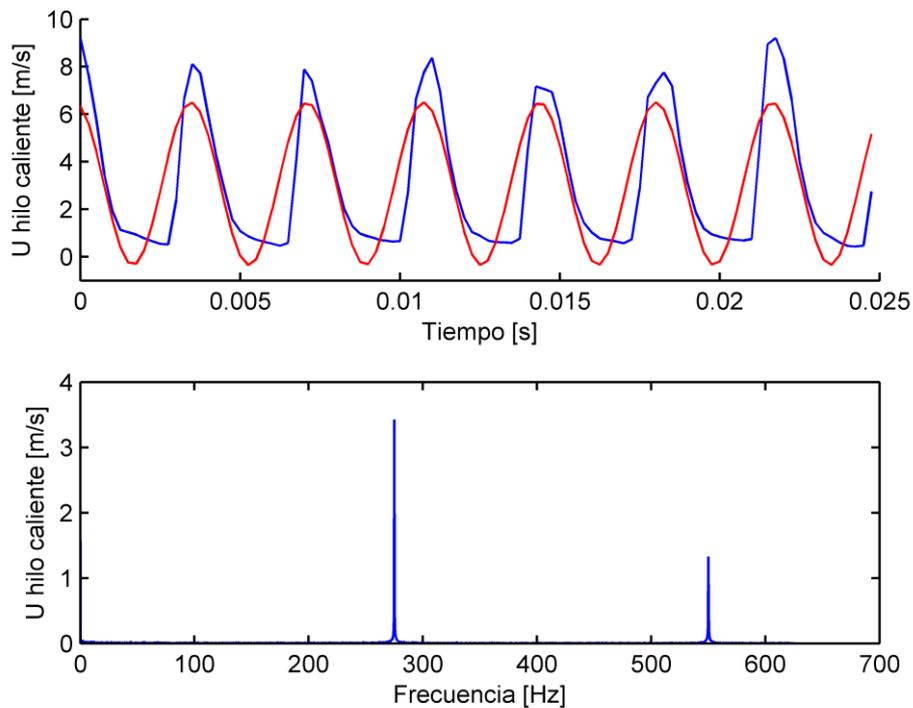


Figura 46: Datos de lectura de hilo caliente con metano excitando a 275Hz. Arriba, señal de la sonda (azul) y reconstrucción con la media y la componente principal de su FFT (rojo) en función del tiempo. Abajo, espectro frecuencial de la señal de la sonda.

¹⁵ Esta figura se ha elaborado con mediciones con aire en vez de metano

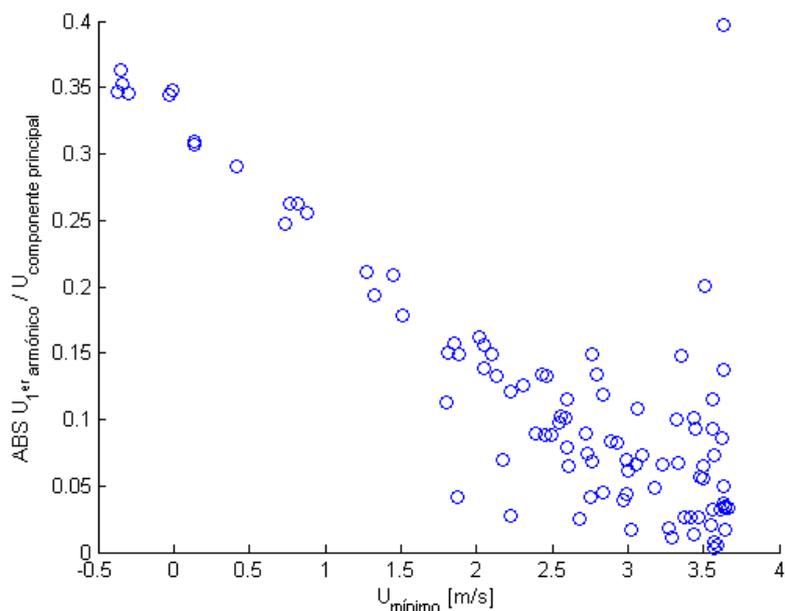


Figura 47: Valor relativo del primer armónico frente a la componente principal en función de la velocidad mínima de la onda reconstruida (media - |componente principal|). Mediciones con aire (sonda calibrada desde 0.93m/s).

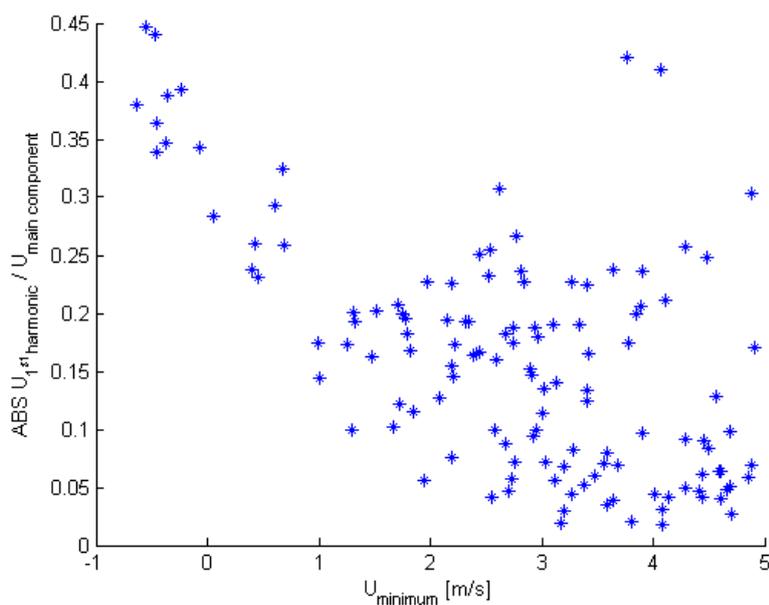


Figura 48: Valor relativo del primer armónico frente a la componente principal en función de la velocidad mínima de la onda reconstruida (media - |componente principal|). Mediciones con metano (sonda calibrada desde 0.0m/s).

6. Bibliografía

1. Rajaratnam, N., *Turbulent jets*. Vol. 5. 1976: Elsevier.
2. King, L.V., *On the convection of heat from small cylinders in a stream of fluid: determination of the convection constants of small platinum wires with applications to hot-wire anemometry*. Philosophical transactions of the royal society of London. series A, containing papers of a mathematical or physical character, 1914. **214**: p. 373-432.

ANEXO V: No superposición de una llama de difusión en el seno de una llama de premezcla

1. Objetivo del ensayo

La adición de la llama piloto a la llama premezcla supone un escenario realmente complejo, donde ambas llamas interactúan entre sí. Debido a la dificultad de analizar tanto teórica como experimentalmente este tipo de llamas, el análisis de la *FTF* en este escenario se vuelve inviable, siendo esta una de las mayores limitaciones encontradas en el estudio del control pseudo-activo.

Una posible solución a este problema sería analizar por separado las llamas de premezcla y las llamas piloto (de difusión), y suponer una superposición lineal de ambas llamas al combinarlas. Estas llamas por separado, a pesar de su elevada complejidad, suponen una simplificación considerable con respecto a la coexistencia de ambas.

Por ello, se ha analizado experimentalmente la quimioluminiscencia de estas llamas tanto por separado como al combinarlas. Esto se ha hecho sin excitación acústica, presentando un escenario más simple de analizar al no haber fluctuaciones en el sistema. Por tanto, se ha realizado la medición de las señales de los fotomultiplicadores OH^* , CH^* y C_2^* de la llama sin excitación externa acústica, y para distintos parámetros de operación de la instalación. Se ha analizado el efecto del ratio de equivalencia y del caudal másico de la llama de difusión, obteniendo una cuadrícula bidimensional a partir de los siguientes valores:

ER	Caudal difusión [%]
Sin llama premezcla	0 - [0.0 Nm ³ /h]
0.72	1.5 - [0.05 Nm ³ /h]
0.80	3 - [0.10 Nm ³ /h]
0.86	5 - [0.15 Nm ³ /h]
0.92	10 - [0.30 Nm ³ /h]

Realizando una comparativa entre distintos casos de caudal de llama de difusión y ratio de equivalencia, se espera encontrar relaciones que ayuden a comprender la interacción que sucede entre ambas llamas.

2. Llama de difusión y de premezcla por separado

En primer lugar, se han medido el comportamiento de la llama de difusión aislada, es decir, sin llama de premezcla. En la Figura 49 se muestran los valores medios de las medidas de los fotomultiplicadores para distintos caudales de la llama. Hay que señalar que esta llama de difusión aislada era difícil de estabilizar, siendo necesario un sucesivo juego de maniobras donde se partía de un escenario con ambas llamas de premezcla y difusión estables, hasta llegar a apagar la llama de premezcla manteniendo la llama de difusión. El caudal de la llama premezcla, el cierre de la válvula manual de este caudal, y el caudal de aire eran empleados en estas sucesivas maniobras. A pesar de ello, la llama de difusión aislada seguía presentando inestabilidad, y sus medidas pueden presentar errores considerables. Aproximadamente la mitad de las medidas de este escenario han tenido que ser desechadas. Estas medidas

presentaban señales prácticamente nulas, o con grandes variaciones de baja frecuencia [1~2 Hz]. En este escenario no fue posible estabilizar la llama con un 10% en el caudal de difusión.

Estos hechos no permiten tomar con alta fiabilidad los resultados cuantitativos de las medidas, siendo de validez únicamente para un análisis cualitativo. De este modo, en la Figura 49 se puede observar como la señal de C_2^* es del orden de 5 veces mayor que la del CH^* para pequeños caudales, y del orden de 15 veces mayor que el OH^* . Este comportamiento es muy distinto del de llamas de premezcla, donde la señal de C_2^* 3~4 veces menor que la señal de OH^* y 1.5~2.5 veces menor que la de CH^* . En la Figura 50 se muestra los datos crudos de los fotomultiplicadores para una llama de premezcla de $ER = 0.86$, donde se puede comprobar este orden de magnitud (que a su vez depende del ER, pero las señales se encuentran siempre en el rango de valores dados). Este resultado está de acuerdo con que la presencia de zonas ricas en combustible favorece la formación de estos radicales. Por tanto, una señal relativamente elevada en C_2^* , o incluso en CH^* en una llama de premezcla podría ser una forma de aislar el comportamiento de la llama de difusión coexistente con ella.

En la Figura 49 aparece un hecho difícil de explicar: la señal de C_2^* disminuye su valor medio al aumentar el caudal del combustible. Lo esperado sería que aun mayor caudal, le seguiría un mayor ratio de reacción de todas sus reacciones asociadas y una mayor liberación de radicales. Las señales de CH^* y OH^* sí que aumentan, al menos para caudales de 5%. Una explicación puede ser la elevada dispersión encontrada en las señales de las llamas de difusión, como se muestra en la Figura 51 y la Figura 52 para dos caudales distintos. En contraste con la llama de premezcla (Figura 50), los datos crudos de los fotomultiplicadores para las llamas de difusión muestran una dispersión mayor, que nos indica una menor fiabilidad de las medidas que en el caso de llama de premezcla. Esto podría explicar la disminución de C_2^* al aumentar el caudal del conducto de difusión observada en las medidas, pudiendo deberse a esta elevada presencia de ruido.

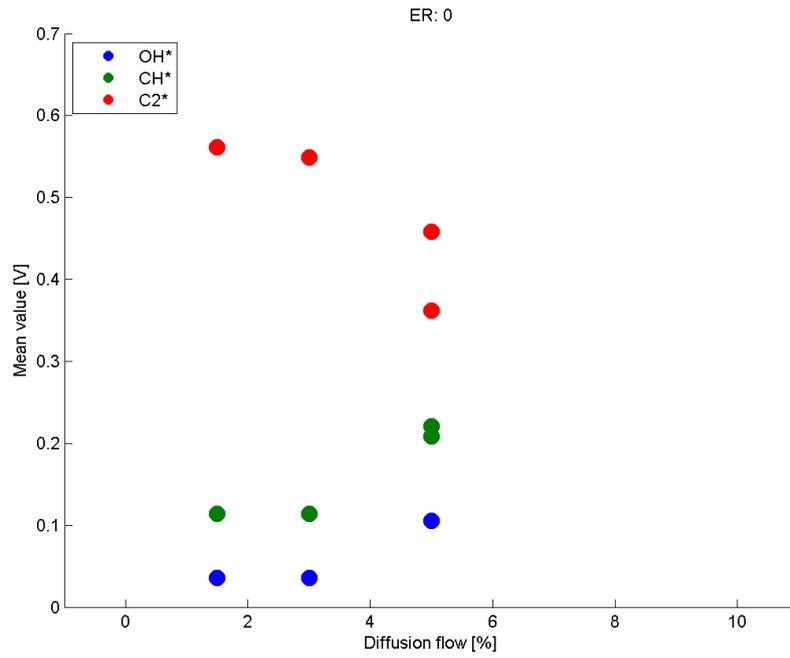


Figura 49: Llama de difusión sin premezcla. Valor medio de los fotomultiplicadores [V] en función del caudal de la llama de difusión [%].

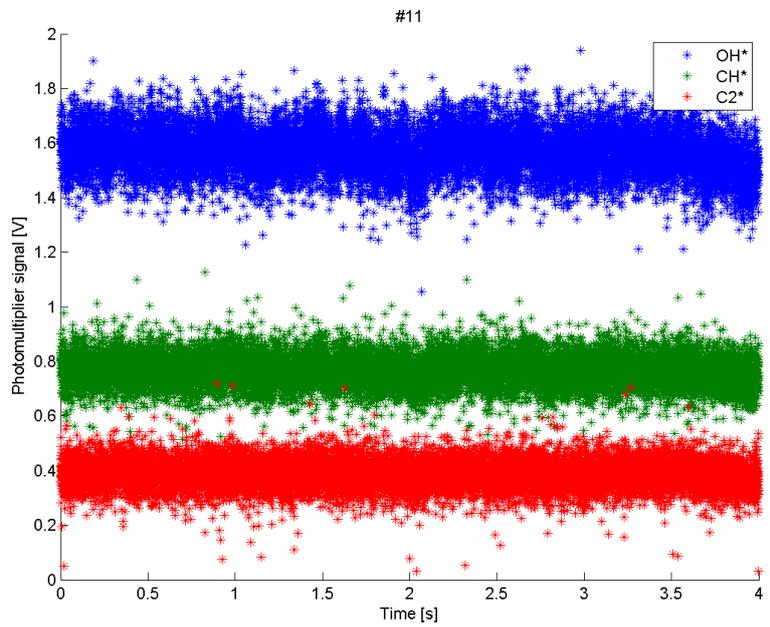


Figura 50: Datos crudos de los fotomultiplicadores para una llama de premezcla con $ER = 0.86$.

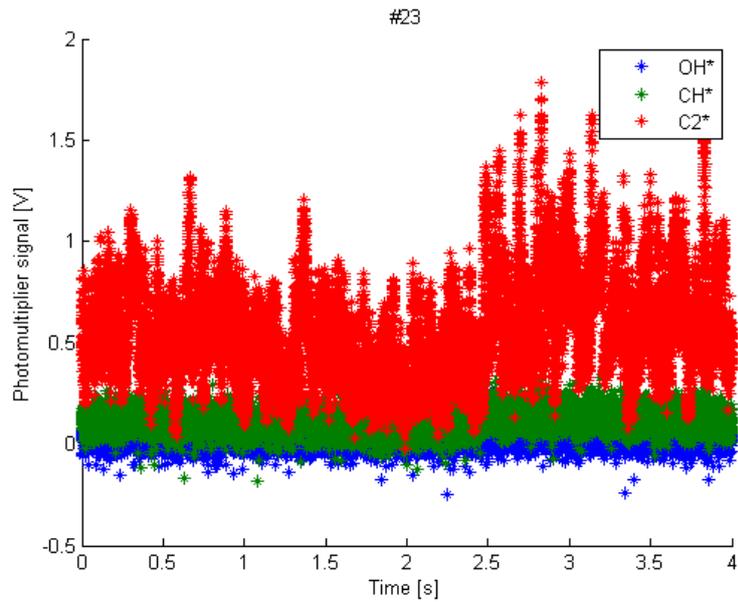


Figura 51: Datos crudos de los fotomultiplicadores para una llama de difusión con caudal 3% [0.1 Nm³/h].

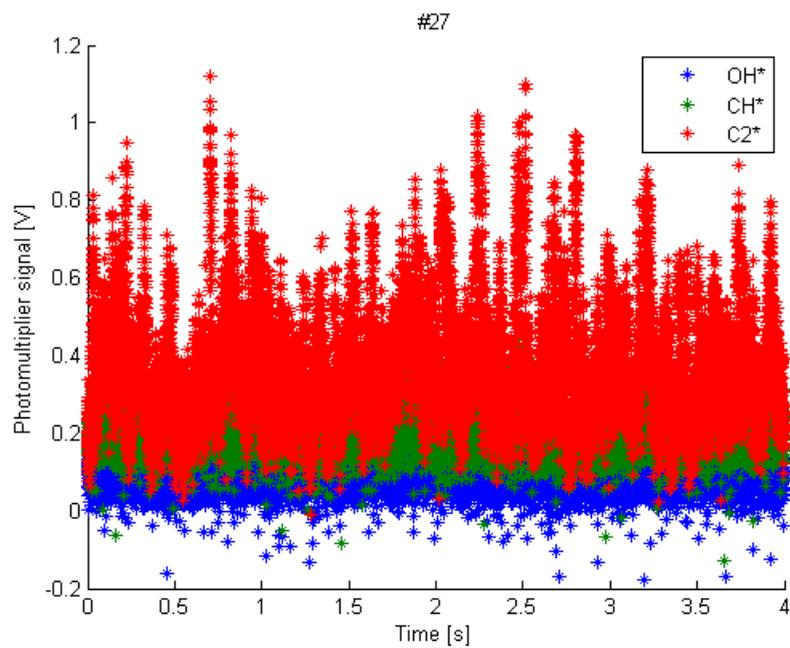


Figura 52: Datos crudos de los fotomultiplicadores para una llama de difusión con caudal 5% [0.15 Nm³/h].

3. Interacción llama de premezcla y llama de difusión

En las siguientes figuras [Figura 53 - Figura 56] se muestra la variación de la señal media de los fotomultiplicadores con el caudal del conducto de difusión para distintos ratios de equivalencia de la llama de premezcla. Las señales medias de cada fotomultiplicador y cada ratio de equivalencia se han normalizado con el valor respectivo de ese fotomultiplicador a

dicho ratio de equivalencia sin llama de difusión, solamente llama de premezcla. A partir de su observación se puede llegar a las siguientes conclusiones:

- No existe superposición lineal de las llamas ni para pequeños caudales en la llama de difusión. De ser lineales, el incremento de C_2^* debería ser notablemente mayor que el de CH^* y OH^* . Sin embargo, se encuentra que el mayor incremento se produce en el CH^* incluso para caudales de difusión del 1,5%. Por tanto, incluso una llama de difusión del 1,5% de caudal consigue afectar a la estructura de premezcla, alterando su comportamiento en las señales de los fotomultiplicadores de forma notable.
- El fotomultiplicador más sensible a la presencia de la llama de difusión dentro de la llama de premezcla es el CH^* , como se puede observar en las gráficas. El OH^* es el menos sensible, siendo el C_2^* el intermedio. Mientras que la diferencia es notable para grandes caudales en el conducto de difusión [$\sim 10\%$], para el caudal de 1.5% los tres multiplicadores se sitúan sobre valores muy parecidos, resultando más complicado cualquier intento de una separación de efectos debidos a la llama de premezcla y de los debidos a la llama de difusión.
- En la Figura 57 (C_2^*), Figura 58 (CH^*) y Figura 59 (OH^*) se ha agrupado, para el respectivo fotomultiplicador, sus valores normalizados representados en las figuras [Figura 53 - Figura 56] para todos los ER. En ellas se puede ver de forma clara, como conforme el ER de la mezcla aumenta, menor es la sensibilidad de los fotomultiplicadores con respecto a un aumento del caudal del conducto de difusión. La saturación de sus señales ocurre antes, notando como el OH^* para ER = 0.92 incluso disminuye al aumentar el caudal del conducto de difusión. Para los mayores valores de ER, esto complicará cualquier intento de separación de los efectos debidos a oscilaciones de velocidad en el conducto de premezcla de las del conducto de difusión.

4. Conclusiones

La principal conclusión de este estudio es la no superposición lineal de una llama premezcla con una llama de difusión ni siquiera en sus valores medios. La respuesta acústica, que es todavía más compleja que el escenario sin fluctuaciones, no se espera por tanto que presente una superposición lineal. Ello impide emplear una FTF obtenida de una llama de difusión aislada, p. ej. experimentalmente, para realizar inferencias en el escenario de control pseudo-activo. Esta suponía la vía más directa para obtener la FTF de la llama de difusión, ya que el análisis tanto teórico como experimental de la llama conjunta es realmente complejo. Como consecuencia, se tendrá que lidiar con la incertidumbre de no conocer la FTF de la llama de difusión, al menos para este primer estudio exploratorio del control pseudo-activo.

Gráficas según ER

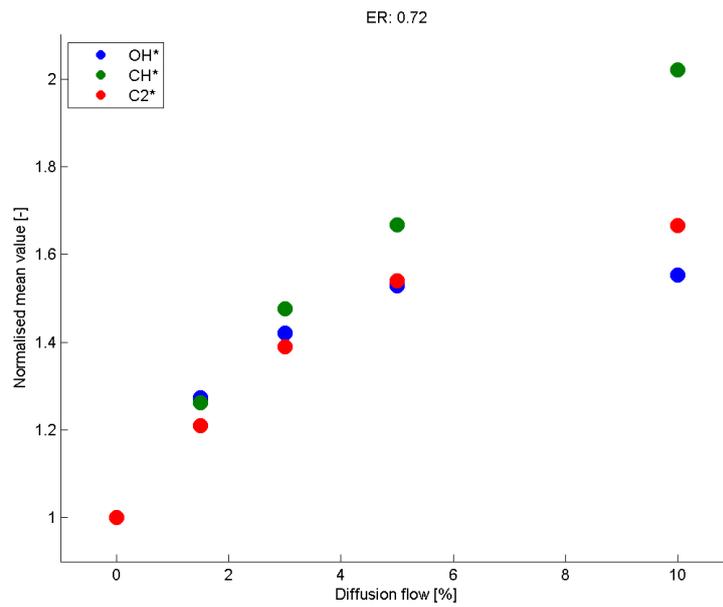


Figura 53: $ER = 0.72$. Valor normalizado de los fotomultiplicadores [-] en función del caudal de la llama de difusión [%].

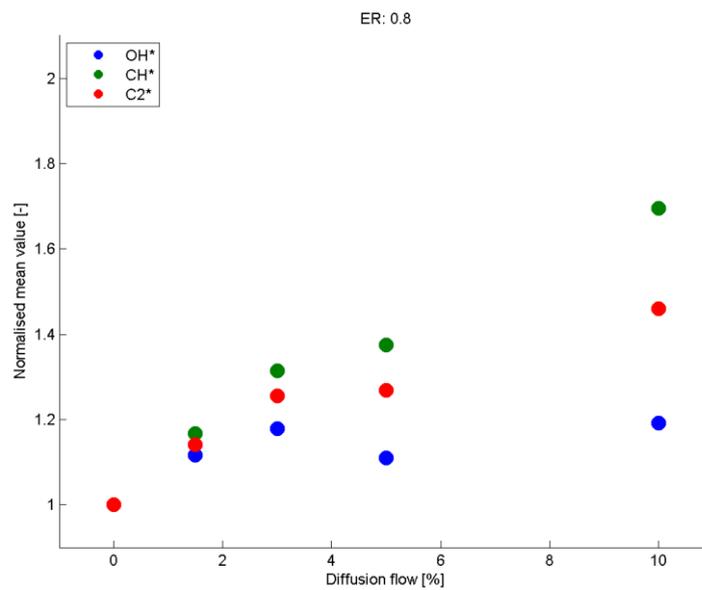


Figura 54: $ER = 0.80$. Valor normalizado de los fotomultiplicadores [-] en función del caudal de la llama de difusión [%].

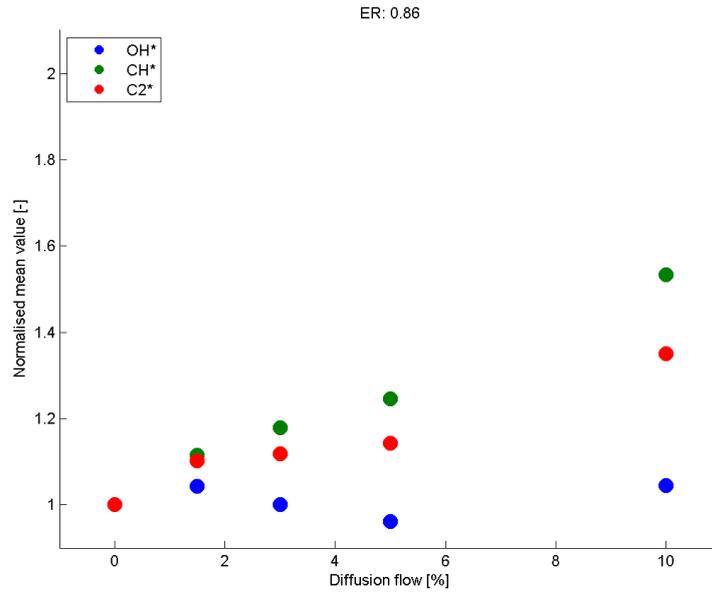


Figura 55: $ER = 0.86$. Valor normalizado de los fotomultiplicadores [-] en función del caudal de la llama de difusión [%].

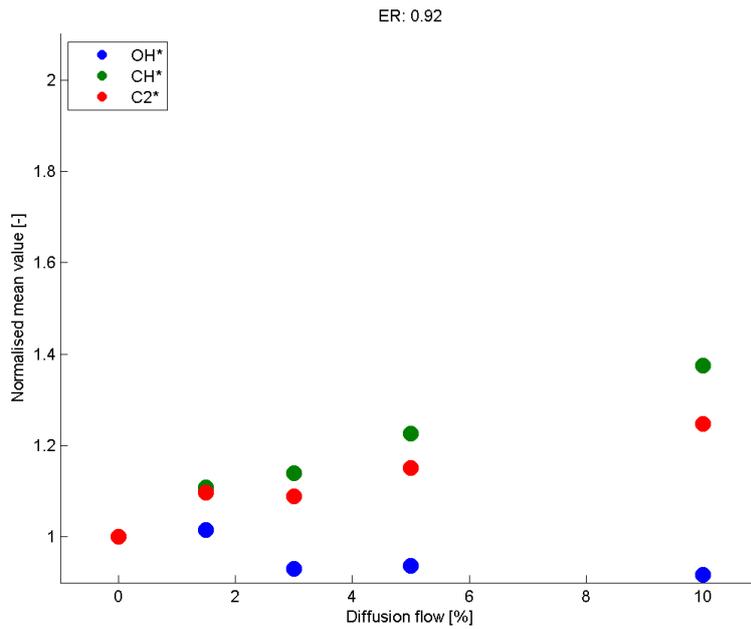


Figura 56: $ER = 0.92$. Valor normalizado de los fotomultiplicadores [-] en función del caudal de la llama de difusión [%].

Gráficas según fotomultiplicador

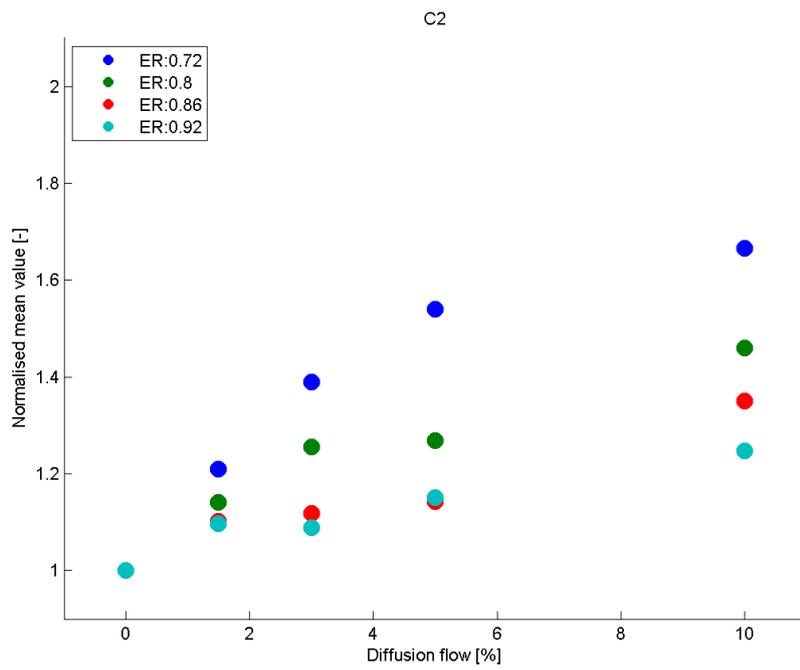


Figura 57: Valores normalizados [-] de C_2^* para distintos ER, vs caudal de difusión [%].

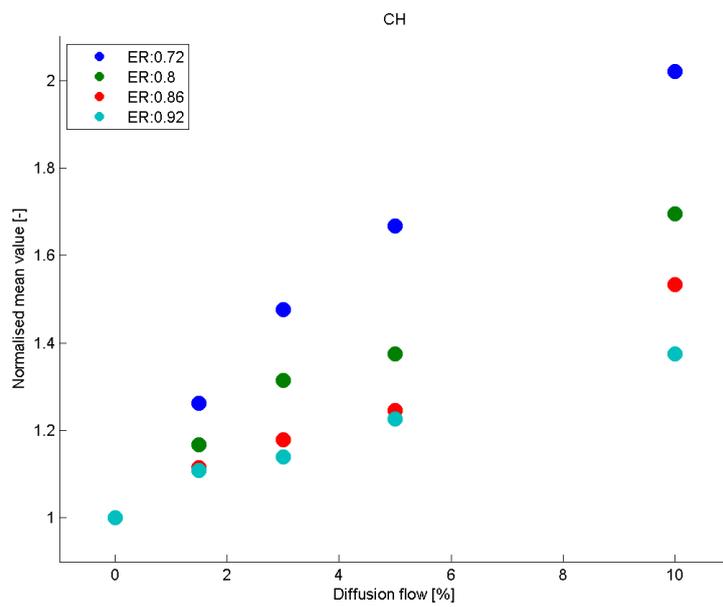


Figura 58: Valores normalizados [-] de CH^* para distintos ER, vs caudal de difusión [%].

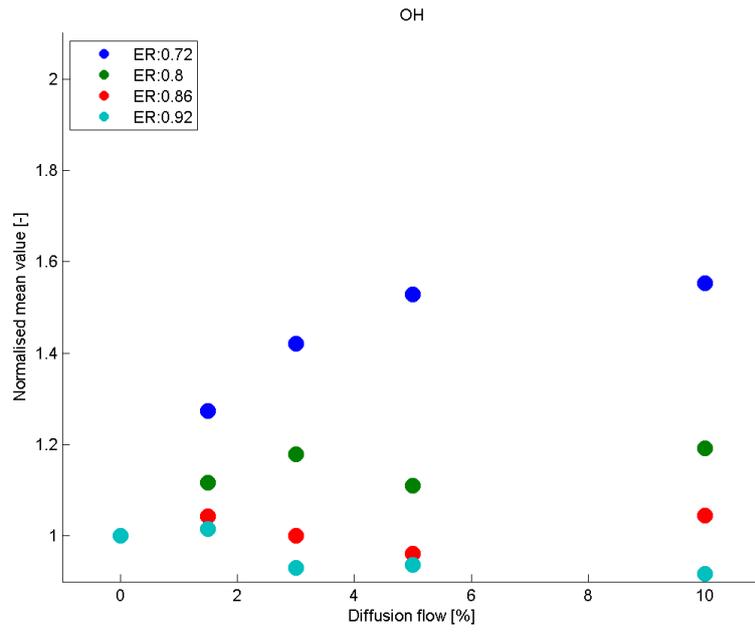


Figura 59: Valores normalizados [-] de OH* para distintos ER, vs caudal de difusión [%].

ANEXO VI: Resultados secundarios de los ensayos con combustión

En este anexo se analizan resultados que no han sido incluidos en el cuerpo de la memoria por motivos de brevedad. Se incluyen dos análisis realizados sobre los resultados de los experimentos en cámara corta, con fluctuaciones de baja amplitud forzadas externamente. En el primero de ellos se analiza un barrido en frecuencias más amplio que el analizado brevemente en la memoria. En el segundo se plantea la hipótesis de que la *FTF* de la llama de difusión se ajuste a un modelo simple conocido como $n - \tau$ [1], donde el tiempo de retraso asociado a la *FTF* es constante a lo largo de la frecuencia.

1. Análisis del barrido en frecuencias

En la memoria el análisis se ha centrado en un estrecho abanico de frecuencia alrededor de los 110 Hz, debido a que esta es aproximadamente la frecuencia de la inestabilidad propia de cámara larga. En la Figura 60 se representa la amplitud de presión para los distintos conductos de difusión en un barrido más amplio, desde los 50 hasta los 225 Hz. A pesar de que en las pruebas se han registrado datos hasta 600 Hz, se ha obviado su representación ya que a elevadas frecuencias aparecen distintos fenómenos cuyo análisis no aporta nada relevante al control pseudo-activo. Adicionalmente, a estas altas frecuencias el funcionamiento de los altavoces empeora, apareciendo señales con elevado contenido en armónicos que dificultan el análisis de los resultados.

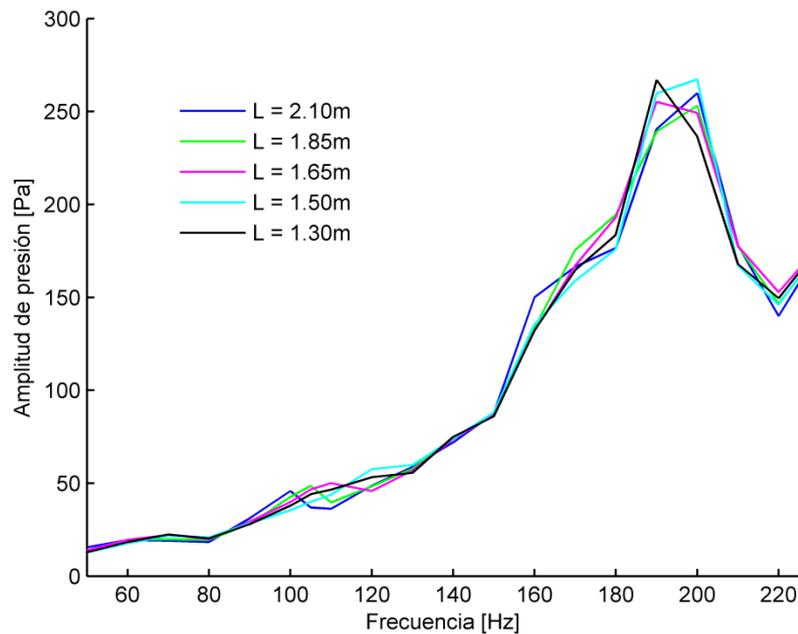


Figura 60: Dependencia de la amplitud de presión con la frecuencia de excitación para los distintos conductos de poliamida empleados en el conducto de difusión $d = 2.5 \text{ mm}$. $ER = 0.98$, $Q_{dif} = 0.05 \text{ Nm}^3/\text{h}$, $Amp = 2.5 \text{ V}$.

En este barrido de presión se puede observar cómo, alrededor de los 110 Hz, la amplitud de presión tiene una elevada dispersión entre los distintos conductos de difusión, mientras que tanto en frecuencias ligeramente menores o mayores, la fluctuación de presión se vuelve prácticamente independiente del conducto de difusión empleado. Esto es así hasta que se alcanzan frecuencias de 170 - 180 Hz.

Esto se explica con la dispersión existente en los valores de la impedancia inversa en función de la frecuencia. En la Figura 61 se representan las impedancias inversas del modelo acústico presentado en la Sec. 3.3 de la memoria, y detallado en el Anexo III. Se representa el modelo en vez de los datos experimentales ya que la dispersión de la impedancia inversa a lo largo de la frecuencia se visualiza de forma más clara, ya que el ruido presente en los datos experimentales dificulta su visualización a lo largo del barrido en frecuencia. No obstante, en la Figura 62 se ha representado una comparativa del modelo con los datos experimentales para la comprobación de su buen ajuste, a excepción del retraso de 0.6 ms entre datos experimentales y modelo, ya indicado en la memoria¹⁶.

En estas figuras se puede observar de forma clara como en frecuencias ligeramente distintas a los 110 Hz, las distintas impedancias inversas bien toman o valores absolutos muy bajos (60 – 80 Hz; 140 – 160 Hz), o valores en fase similares entre sí (90 Hz; 130 Hz). Esto hace que las diferencias en u'_d y en \dot{Q}'_d entre los distintos conductos sean considerablemente menores que en 110 Hz, y por tanto que las diferencias en la amplitud del ciclo límite sean mínimas (Figura 60). Para frecuencias mayores, las impedancias inversas vuelven a tomar valores elevados en magnitud (al menos algunas de ellas) con fases notoriamente distintas, lo que conlleva que las diferencias en p' vuelvan a aumentar.

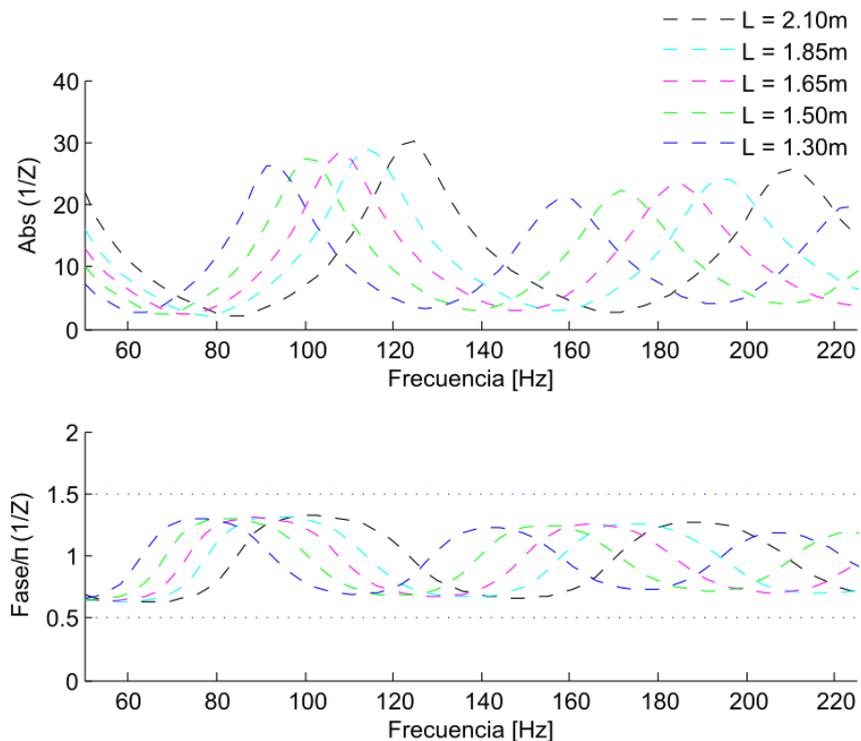


Figura 61: Impedancias inversas Z^{-1} del modelo presentado en la Sec. 3.3 y detallado en el Anexo III, para las distintas longitudes seleccionadas. Arriba, valor absoluto de Z^{-1} . Abajo, fase de Z^{-1} .

¹⁶ También se ha encontrado una discrepancia puntual en la fase de la impedancia inversa en 80 Hz.

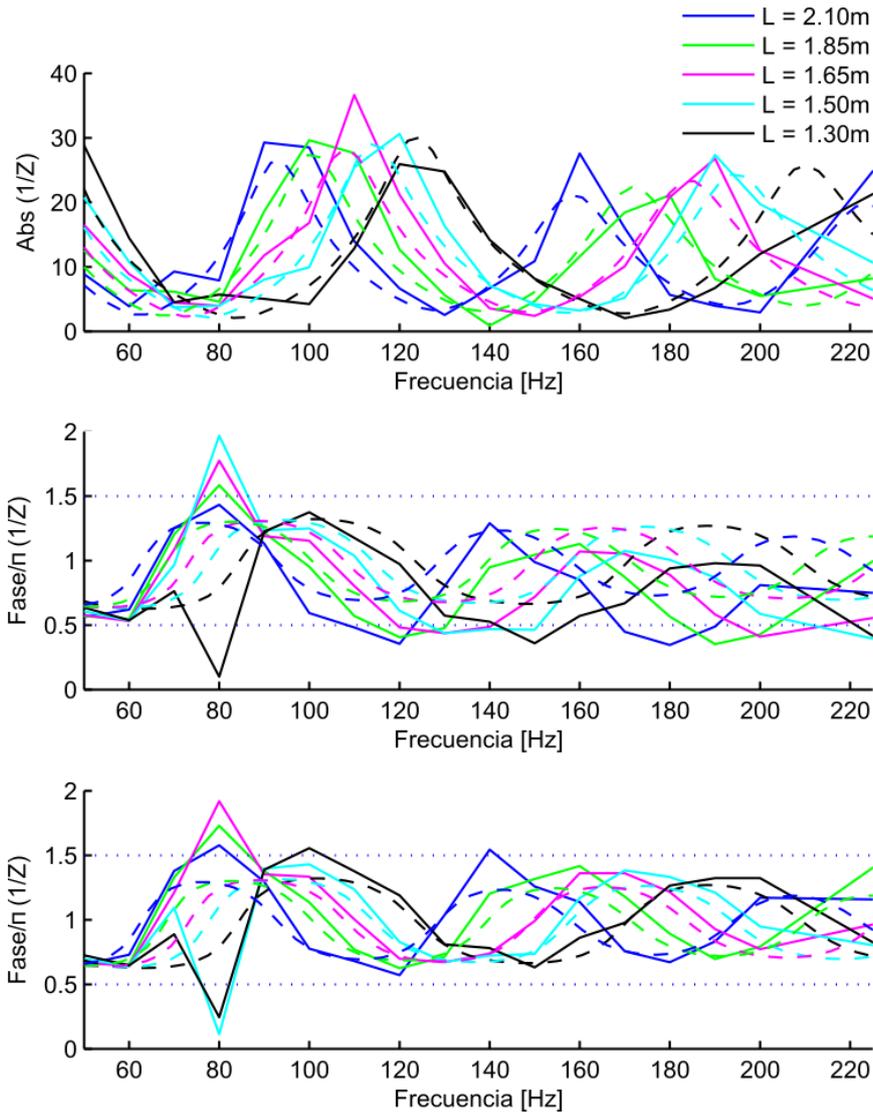


Figura 62: Impedancias inversas Z^{-1} experimentales (línea continua) junto con las del modelo de red acústica (línea a trazos). Se representan para las distintas longitudes seleccionadas, representadas en distinto color. Arriba, magnitud de Z^{-1} . Centro, fase de Z^{-1} . Abajo, fase de Z^{-1} con la corrección de 0.6 ms en los datos experimentales.

Esto remarca la importancia de realizar un correcto dimensionamiento de las distintas longitudes de los conductos para obtener una variación en la fluctuación de presión. En caso de especificar de forma incorrecta la frecuencia, o de poseer un modelo poco preciso, podría causar que no se consiguiera el amplio abanico en impedancias inversas deseado, y que la variación en p' al cambiar de conducto fuera mínima, como sucede para las frecuencias vecinas de nuestra frecuencia de diseño (110 Hz).

2. Ajuste de FTF_d a modelo $n-\tau$

A continuación se realiza un análisis sobre la posibilidad de que la FTF_d , es decir, la FTF de la llama de difusión presente en el seno de la llama premezcla, tenga un tiempo de retraso de valor constante en frecuencia, ajustándose al conocido como modelo $n - \tau$.

En la Figura 63 se representa la dependencia de la amplitud de la fluctuación de presión con el valor de la fase de la impedancia inversa en 200 Hz para el caso de orificio de inyección $d = 2.5$

mm. Las etiquetas numeradas de los distintos conductos de poliamida se corresponden con las siguientes longitudes:

$$L = 1. - 2.10 \text{ m}, \quad 2. - 1.85 \text{ m}, \quad 3. - 1.65 \text{ m}, \quad 4. - 1.50 \text{ m}, \quad 5. - 1.30 \text{ m}$$

Se puede observar cómo cuando no hay llama piloto ($Q_{dif} = 0$), apenas hay variación de la fluctuación de presión al cambiar el conducto. Lo mismo sucede con $ER = 0.86$, quizás debido a un comportamiento de filtro paso-bajo de la llama en estas condiciones, mientras que para $ER = 0.98; 0.72$ sí que aparece una variación apreciable. Es extraño que aparezca en $ER = 0.72$, ya que este valor de ER a frecuencias menores no presenta ningún cambio apreciable. Esto es algo que se repite para todas las condiciones ensayadas indicadas en la memoria, apareciendo siempre una variación apreciable de p' cerca de los 200 Hz. Esto podría ser debido a que esta es la frecuencia de la inestabilidad propia de la cámara corta en la que se han realizado los ensayos de pequeñas amplitudes. Por tanto, esta (débil) inestabilidad termoacústica podría reforzar el bucle de realimentación entre fluctuación de liberación de calor y presión y motivar estas mayores variaciones en p' .

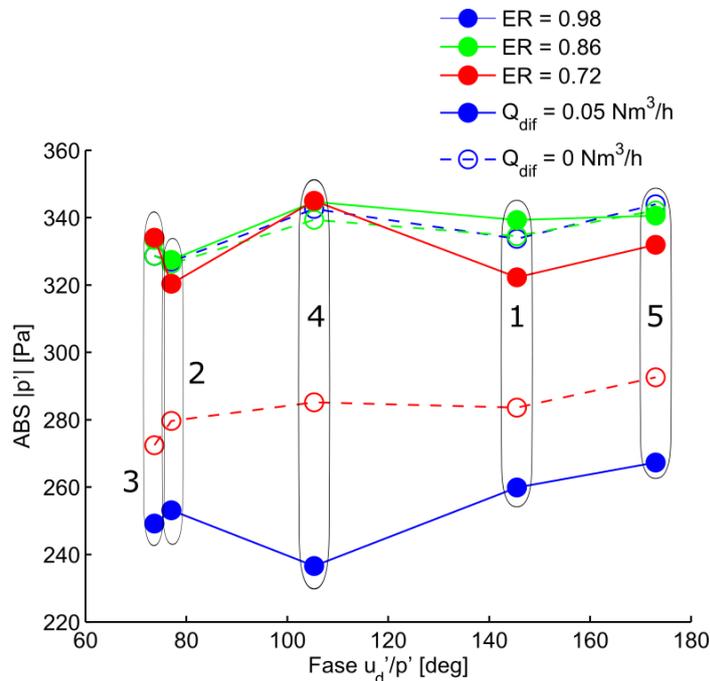


Figura 63: Dependencia de la amplitud de la oscilación de presión p' con la fase de la impedancia inversa, representada para distintos valores de ER en distintos colores. Ensayo con orificio de inyección $d = 2.5$ mm. Las medidas realizadas con el mismo conducto de poliamida se han agrupado con su etiqueta identificativo.

El caso de $ER = 0.98$ ha sido el analizado en mayor medida en la memoria, ya que sus resultados han sido los más sencillos de analizar con respecto al resto de valores de ER . Podría deberse a que los efectos sobre p' al variar el conducto de difusión son mayores en este caso, disminuyendo el ratio entre ruido y señal, lo que facilita considerablemente su análisis.

En la Figura 63, la fluctuación de presión de $ER = 0.98, Q_{dif} = 0.05 \text{ Nm}^3/\text{h}$ presenta un mínimo centrado en los 105° aproximadamente. La Figura 64 se ha construido de igual forma que la respectiva figura en la memoria (Figura 19) para este escenario con frecuencia de 200

Hz. En este caso no se ha conseguido que este modelo lineal (Sec. 4.1.1) cuadre perfectamente, ya que por ejemplo \dot{Q}'_d y p' no encajan para las longitudes 2 y 3. Aun así se obtiene un ajuste razonable entre ambas fluctuaciones.

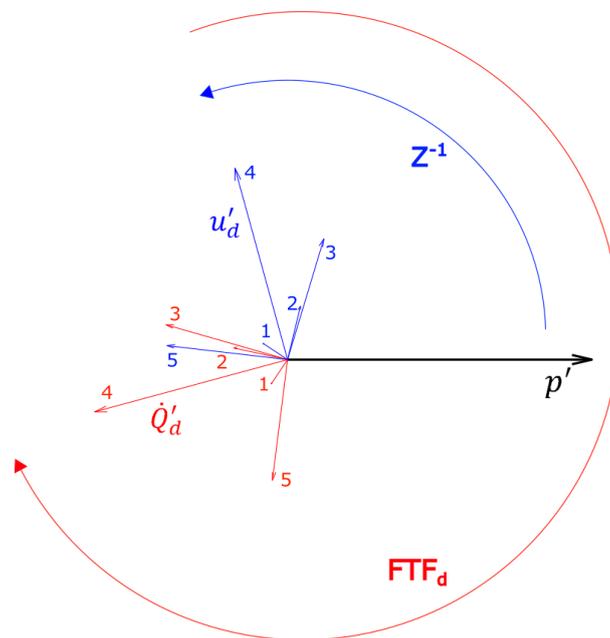


Figura 64: Representación esquemática de los fasores de las fluctuaciones de presión p' , velocidad en el conducto de difusión u'_d , y liberación de calor asociada a ésta \dot{Q}'_d para el caso $ER = 0.98$ en 200 Hz con orificio de inyección $d = 2.5$ mm. Se ha añadido la etiqueta identificativa de cada longitud del conducto flexible.

La fase de la FTF_d sería de aproximadamente igual a 270° en 200 Hz, que tiene un tiempo de retraso asociado igual a 3.75 ms (Sec. 3.1.2 de la memoria). En 110 Hz se obtuvo un retraso de 180° , lo que supone 4.5 ms. Dadas las numerosas incertidumbres presentes en la obtención de esta fase (ajuste aproximado de la fase de la FTF_d , ruido en las medidas, retraso experimental de la impedancia con el modelo), se podría conjeturar que este tiempo de retraso de la FTF_d es aproximadamente constante, encajando con uno de los modelos más simples de FTF de premezcla propuestos en la bibliografía, conocido como modelo $n - \tau$ [1].

De confirmarse esta hipótesis, simplificaría considerablemente la obtención del tiempo de retraso de la FTF_d , ya que se podría obtener a partir de los datos de cualquier frecuencia. También facilitaría el análisis ya se podría ajustar a un modelo simplificado. Con los datos disponibles, esta hipótesis parece posible para $ER = 0.98$, resultando complicado realizar cualquier ajuste en los otros dos valores de ER ensayados.

3. Bibliografía

1. Alemela, P.R., *Measurement and scaling of acoustic transfer matrices of premixed swirl flames*. 2009: Verlag Dr. Hut.