



1542

Universidad de Zaragoza



Centro Politécnico Superior

Proyecto Fin de Carrera
Ingeniería Industrial

PLANIFICACIÓN Y CONTROL CON RESTRICCIONES DE FORMACIONES DE ROBOTS

Autora: Davinia Vera Soriano

Septiembre 2011



Departamento de Informática e
Ingeniería de Sistemas

Universidad de Zaragoza

Director:

Eduardo Montijano Muñoz

Ponente:

Carlos Sagüés Blázquez

ÍNDICE

ANEXO A. CONTROL DE FORMACIONES	3
A.1. CONTROL MEDIANTE UNA ABSTRACCIÓN GEOMÉTRICA	3
A.2. CONTROL MEDIANTE PARTICIONES DE VORONOI.....	6
ANEXO B. PLANIFICACIÓN DE TRAYECTORIAS	9
B.1. ALGORITMO DE BÚSQUEDA A*	9
B.2. PLANIFICACIÓN CON ABSTRACCIÓN VARIABLE	11
ANEXO C. APLICACIÓN	15
C.1. LIMPIEZA DE INTERIORES	15
C.2. EXTERIORES	17
BIBLIOGRAFÍA	23
ÍNDICE DE FIGURAS	25
ÍNDICE DE TABLAS	27

ANEXO A. CONTROL DE FORMACIONES

A.1. CONTROL MEDIANTE UNA ABSTRACCIÓN GEOMÉTRICA

Cálculo de los parámetros de la abstracción

En primer lugar se ha de hallar el centroide de M , calculado a partir de las coordenadas respecto del sistema de referencia global p_i de cada uno de los robots.

$$\mu = (\mu_x, \mu_y), \quad \mu_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad \mu_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i. \quad \text{A.1}$$

A continuación se obtiene la orientación de la abstracción, basada en el centroide anteriormente hallado, las posiciones de los robots y las matrices E_1 y E_2 , matrices fijas definidas en [3].

$$\theta = \frac{1}{2} \text{atan2}(\sum_{i=1}^N (p_i - \mu)^T E_1 (p_i - \mu), \sum_{i=1}^N (p_i - \mu)^T E_2 (p_i - \mu)), \quad \text{A.2}$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{A.3}$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad \text{A.4}$$

Con θ se calcula la matriz de rotación de la abstracción:

$$R = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad \text{A.5}$$

Dicha matriz y el centroide, μ , sirven para hallar las coordenadas de cada robot respecto del sistema local del espacio M :

$$p_i^m = [x_i^m, y_i^m] = R^T (p_i - \mu). \quad \text{A.6}$$

Finalmente se calcula la distribución de los robots mediante un tensor de inercia, por una matriz de segundos momentos. En este cálculo se emplean las posiciones locales de los dispositivos.

$$I = \sum_{i=1}^N (p_i^m)(p_i^m)^T = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}. \quad \text{A.7}$$

Partiendo de I se definen las dos últimas variables que definen la abstracción, que corresponden a los semiejes mayor y menor de la elipse de concentración de robots.

$$s_1 = k I_1, \quad s_2 = k I_2. \quad \text{A.8}$$

Se debe de escoger la constante k diferente de cero. Siguiendo [3] se determina que $k = \frac{1}{N-1}$, comprobándose que se cumplen las siguientes condiciones:

$$|x_i| = \sqrt{\frac{s_1}{k}}, \quad |y_i| = \sqrt{\frac{s_2}{k}}. \quad \text{A.9}$$

De manera similar, se puede usar una abstracción rectangular que englobe a todos los robots, hallando los lados como se expresa a continuación:

$$l_1 = 2\sqrt{I_1} \quad , \quad l_2 = 2\sqrt{I_2} . \quad \text{A.10}$$

Pruebas

Dentro de esta sección se va a exponer cómo influye la modificación del parámetro k , que se ha calculado en las simulaciones como $k = \frac{1}{N-1}$ siguiendo [3].

Se ha explicado anteriormente que esta es la constante proporcional que determina los semiejes de la elipse abstracta a partir del tensor de inercia I .

Como se ha visto en las pruebas realizadas en el apartado 2.2, con estos cálculos se consigue que la abstracción cumpla las especificaciones de centro, inclinación y medidas, pero no todos los dispositivos se encuentran dentro de la misma.

Se han ejecutado nuevos ensayos asignando a dicho parámetro el doble de su valor inicial, siendo $k' = 2\frac{1}{N-1}$.

Se han efectuado simulaciones con 5, 10 y 15 robots, para la antigua k y la nueva k' , para las mismas posiciones iniciales de los dispositivos y con mismas especificaciones para la abstracción final para cada tamaño del conjunto.

Se van a representar únicamente las configuraciones iniciales y finales y la trayectoria entre ellas en cada ocasión, ya que se ha comprobado en el capítulo 2 que la acción es continua y acotada siempre. Se aprecia en cian la configuración inicial y en magenta la final.

En primer lugar se muestra la prueba para $N = 5$ y $m^* = (\mu_x^*, \mu_y^*, \theta^*, s_1^*, s_2^*) = (7, -6, -0.7, 2.5, 1.5)$.

Se puede ver en la imagen izquierda de la Figura 1 como con k la abstracción inicial calculada abarca apenas a los 5 robots, estando 3 al límite de la región.

Con este nuevo valor para la constante, la primera abstracción hallada engloba todos los aparatos, siendo la superficie que ocupa el doble que la anterior (imagen derecha). Finalmente se cumplen las especificaciones para la elipse, y en este caso se ha logrado el objetivo de situar a los 5 robots dentro.

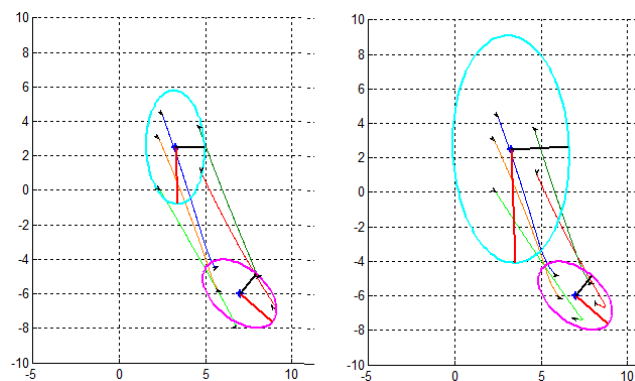


Figura 1: Configuraciones inicial y final elíptica con $N = 5$ y $m^* = (\mu_x^*, \mu_y^*, \theta^*, s_1^*, s_2^*) = (7, -6, -0.7, 2.5, 1.5)$ con k y k'

A continuación se ven las simulaciones con 10 robots y $m^* = (\mu_x^*, \mu_y^*, \theta^*, s_1^*, s_2^*) = (0, -5, -0.3, 4, 2)$.

En la representación izquierda de la Figura 2 se ve como al menos la mitad de los robots se encuentran fuera, y se tiene una abstracción muy pequeña inicialmente debido a la cercanía entre los mismos. La configuración final se cumple, pero sigue habiendo 3 dispositivos fuera de la región.

Para la k' (imagen derecha) la elipse inicial engloba a todos menos 2, a pesar de ser el doble que la anterior y en el caso de la final todos se encuentran dentro, aunque uno de ellos está en límite de la región.

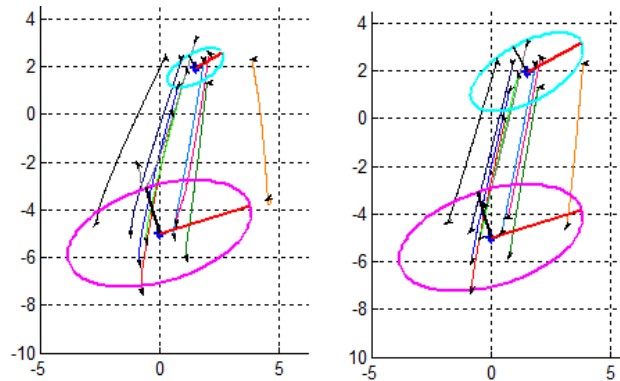


Figura 2: Configuraciones inicial y final elíptica con $N = 10$ y $m^* = (\mu_x^*, \mu_y^*, \theta^*, s_1^*, s_2^*) = (0, -5, -0.3, 4, 2)$ con k y k'

Finalmente se representan los resultados correspondientes a 15 robots y $m^* = (\mu_x^*, \mu_y^*, \theta^*, s_1^*, s_2^*) = (10, -5, 0.5, 4, 2.5)$.

En la imagen izquierda de la Figura 3 sucede prácticamente lo mismo que con 10 dispositivos (Figura 2) con la constante obtenida en [3]. Al principio se hallan casi la mitad fuera de la abstracción y finalmente alguno menos, pero aún así hay un par de ellos fuera de la región de la elipse.

Al emplear el parámetro k' y calcular la configuración inicial se tiene un robot fuera y en la final también. Aunque mejora significativamente respecto a k , sigue sin albergar a todos los dispositivos.

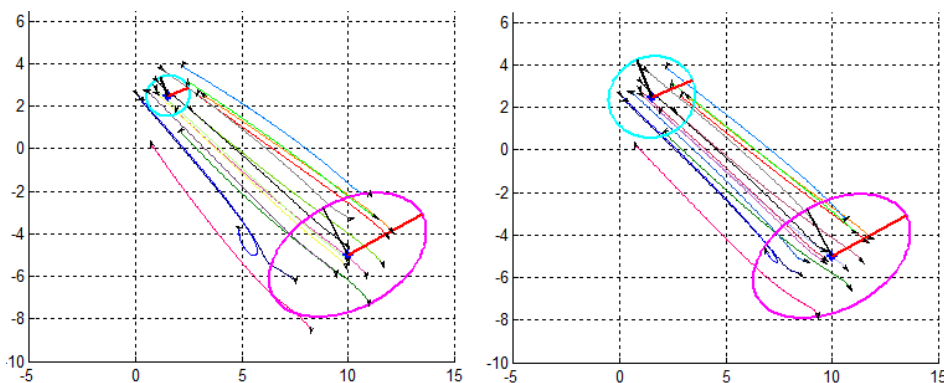


Figura 3: Configuraciones inicial y final elíptica con $N = 15$ y $m^* = (\mu_x^*, \mu_y^*, \theta^*, s_1^*, s_2^*) = (10, -5, 0.5, 4, 2.5)$ con k y k'

En función de lo que se ha comentado sobre estas pruebas se ve que al aumentar la constante k el doble de su valor se consigue mayor región y asegurar que las posiciones de los robots se encuentran en su interior, pero sólo con un número limitado de dispositivos. Además el aumento de esta constante tiene el inconveniente en la planificación de una abstracción más conservadora.

En la Figura 4 se muestra un ejemplo en el que la formación decrece. Se ha realizado con 5 robots en este caso y se aprecia que ninguno de los robots se encuentra dentro de la abstracción, por lo que no es útil para las condiciones necesarias en las trayectorias de este proyecto.

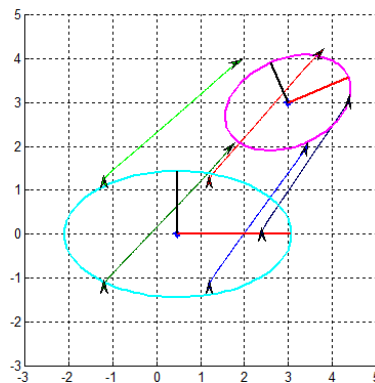


Figura 4: Ejemplo con configuración elíptica con 5 robots y formación decreciente

Finalmente se representan las imágenes obtenidas con la formación en rectángulo. En este caso la configuración objetivo se fija en $m^* = (\mu_x^*, \mu_y^*, \theta^*, l_1^*, l_2^*) = (3, 3, 0.4, 4, 3)$.

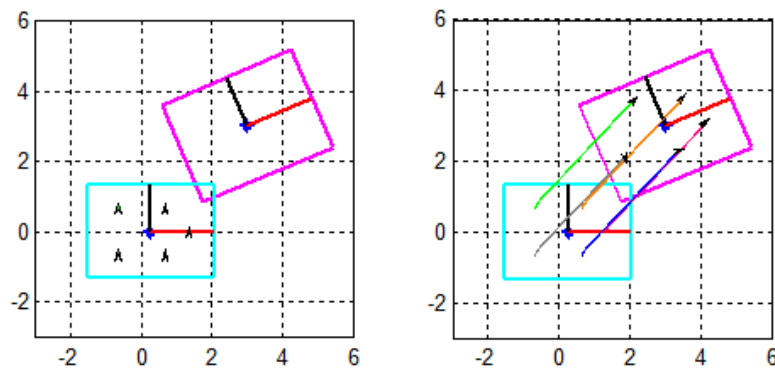


Figura 5: Configuraciones rectangulares iniciales y finales con $N = 5$ y $m^* = (\mu_x^*, \mu_y^*, \theta^*, l_1^*, l_2^*) = (3, 3, 0.4, 4, 3)$

En este caso se ve en la Figura 5 que de nuevo no hay error en la abstracción final, mostrada en magenta, y que todos los robots se encuentran dentro del rectángulo, al contrario de la formación en elipse. Esto es debido a que se han calculado los semiejes mayor y menor de la elipse a partir del rectángulo deseado y se han empleado para hallar el error de forma que todos entren dentro del rectángulo.

Se puede ver en la representación de la derecha el trayecto desarrollado por los dispositivos entre las formaciones inicial y destino.

A.2. CONTROL MEDIANTE PARTICIONES DE VORONOI

Se van a representar más figuras correspondientes a los resultados obtenidos mediante pruebas de control de formaciones dispositivos con particiones de Voronoi (apartado 2.3) en las que el grupo de robots sea numeroso para probar que se consigue siempre albergar a todos los dispositivos dentro de la abstracción.

Se ha comprobado en las simulaciones de dicho apartado que la acción cumple continuidad en el tiempo sin cambios bruscos, por lo que en este anexo se muestran únicamente las configuraciones iniciales y finales de los robots con sus respectivos esquemas de las particiones.

En la Figura 6 se muestra un ejemplo para 15 robots y otro para 20. Se observa en magenta la configuración final y en azul la inicial, y los centroides de cada región en color cyan.

La imagen izquierda Figura 6 representa un conjunto de 15 robots cuyas especificaciones finales son centro en (10,10) y radio 3. La abstracción inicial hallada a partir de las posiciones originales de los robots engloba a todos éstos, al igual que la final, que satisface tanto el centro como el radio asignado como destino. También se cumple que todos los robots se encuentran sobre el centroide de su partición. Las trayectorias realizadas por todos los robots son lineales y sin cambios bruscos.

La última imagen (Figura 6) muestra el resultado de una prueba para 20 robots, donde el centro final corresponde con (-17,-6) y el radio especificado 3,5. De la misma manera que en el caso anterior se consigue la configuración objetivo sin error tanto en los parámetros de la circunferencia final como en la posición de los robots respecto del centroide de su región, con un movimiento suave en el recorrido de los dispositivos. En ningún momento se encuentra ni un dispositivo fuera de su área ni de la abstracción, por lo que de nuevo se evitan las colisiones entre robots y entorno.

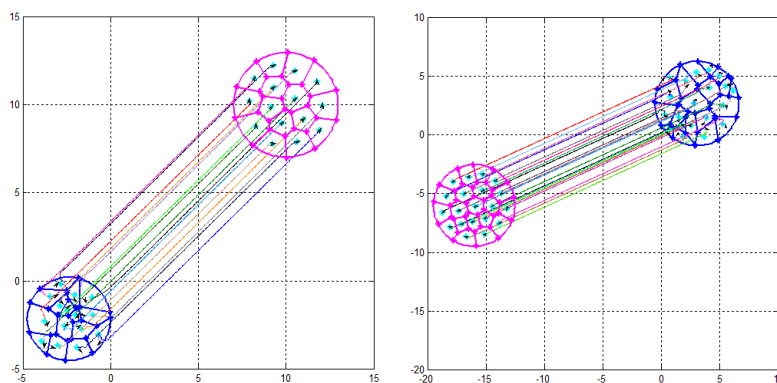


Figura 6: Configuraciones inicial y final con particiones de Voronoi con 15 y 20 robots

Se ha podido comprobar con estos ensayos que, pese a incrementar el número de robots, nunca se producen choques ni se halla ninguno fuera de la circunferencia, por lo que es válido para todo tipo de formaciones.

A continuación se representa en la Figura 7 una prueba realizada para 5 robots con centro final (15,12) y radio 2. En ella se aprecia que se cumplen las especificaciones de la abstracción final sin colisiones, con una trayectoria recta de los dispositivos y todos ellos dentro del área de la circunferencia abstracta.

Se ve que la reducción de la abstracción no afecta al control en absoluto, y que pese a establecer una abstracción inicial en la que algún dispositivo quede fuera de su región de Voronoi, si su centroide se sitúa dentro, se consigue que el robot entre en su partición y se localice en su centroide. De esta forma realizará toda la trayectoria dentro de su región de Voronoi y no habrá problemas de choques entre dispositivos y el entorno.

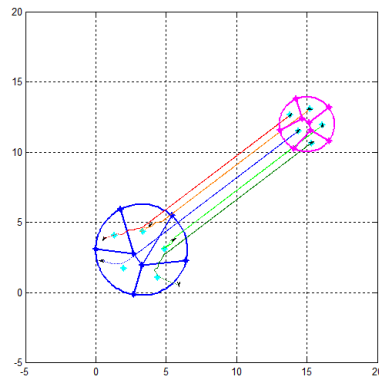


Figura 7: Configuraciones inicial y final con particiones de Voronoi con 5 robots

Finalmente se propone una posible abstracción en forma de cuadrado. En la Figura 8 se muestran las particiones de Voronoi en un cuadrado de lado 10 con 6 robots, donde se observan los límites de las particiones en azul y los centroides en cyan.

A pesar de que en este proyecto sólo se ha implementado el control mediante una formación circular, es posible emplear las particiones sobre un cuadrado o sobre cualquier entorno convexo cerrado para conseguir recorridos en escenarios dados.

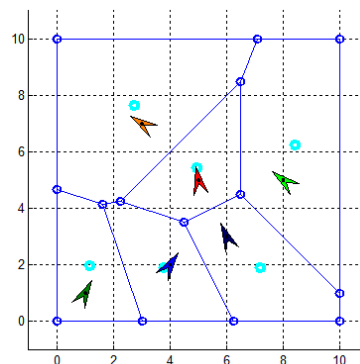


Figura 8: Particiones de Voronoi en un cuadrado de lado 10

ANEXO B. PLANIFICACIÓN DE TRAYECTORIAS

B.1. ALGORITMO DE BÚSQUEDA A*

En este apartado se describe el algoritmo de búsqueda A*, muy utilizado en el ámbito de la robótica para la planificación de trayectorias. La principal propiedad de este algoritmo es que, si existe, siempre es capaz de encontrar el camino de menor longitud desde la posición inicio a la posición destino.

La esencia del algoritmo consiste en la minimización de una función de coste f , que es la suma de otras dos funciones:

- g : distancia recorrida hasta la casilla actual desde la inicial.
- h : distancia euclídea o distancia estimada desde la casilla actual hasta la final.

Para explicar su funcionamiento se verá como ejemplo la búsqueda de un itinerario en un simple mapa que contiene 10 casillas de ancho y 8 de alto, representado en la Figura 9. Se puede observar en la imagen A) en color rojo la casilla inicial, en azul la final y en negro los obstáculos.

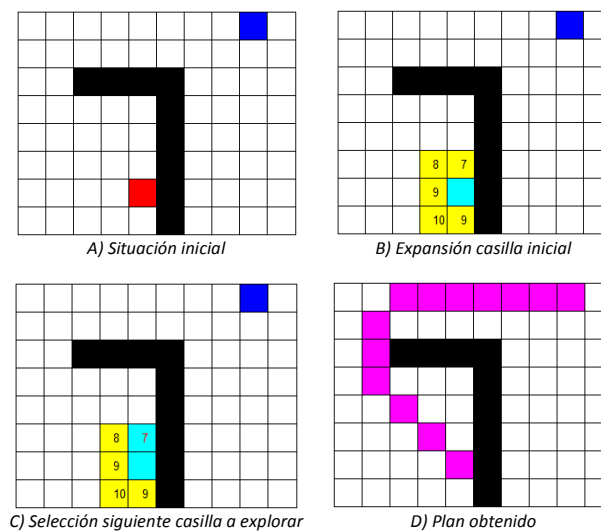


Figura 9: Ejemplo de funcionamiento de A*

Para comenzar se crean dos listas, denominadas “lista abierta” y “lista cerrada”.

En primer lugar se incluye la casilla inicial en la lista cerrada y a continuación se inspeccionan sus “hijas” (pudiendo ser sus 8 o 4 vecinas), almacenándose en la lista abierta e incluyendo las funciones de coste f , g y h , y las coordenadas de su padre. También se comprueba si la casilla a examinar está libre de obstáculos, ya que en caso contrario no se añade a la lista abierta.

En la imagen B) se aprecian en amarillo las casillas que se encuentran en la lista abierta, inspeccionadas a partir de la casilla de inicio, y en cyan las que forman parte de la lista cerrada, donde de momento únicamente se encuentra la casilla inicial. Dentro de cada una de las casillas se ve su valor f . Se observa que las casillas que se encuentran a la derecha de la inicial son obstáculos, por lo que no se agregan a dicha lista.

Después se escoge la casilla con mínima f de la lista abierta y se incluye en la lista cerrada, eliminándola de la lista abierta. En la imagen C) se puede observar que en la lista cerrada ahora se tiene una nueva casilla, que corresponde a la que posee mínima f , con valor 7, y ya no pertenece a la lista abierta.

Si alguna de las casillas a inspeccionar ya forma parte de la lista abierta se ha de recalcular el valor de g como hija de la casilla que se está examinando, y en caso de que su coste sea menor que el que consta, se actualiza el padre y el coste.

Estas operaciones se llevan a cabo hasta conseguir que la casilla final se tenga en la lista cerrada o hasta que la lista abierta se encuentre vacía. En este último caso no existe camino posible entre las casillas inicial y final y el problema no tiene solución.

Si se llega a la casilla final se ha de recorrer desde ella hasta la inicial a través de las coordenadas de las casillas hijas y las de sus padres. Esta secuencia de casillas obtenidas es el recorrido a realizar, con coste mínimo en distancia. Se muestra en la imagen D) el recorrido final hallado por el algoritmo para el ejemplo.

Se puede ver una implementación del algoritmo en pseudocódigo en el siguiente cuadro:

```

> indicar Casilla Inicial;
> indicar Casilla Final;
> crear Lista Abierta;
> crear Lista Cerrada;
> añadir Casilla Inicial a Lista Cerrada;
> Casilla Nueva = Casilla Inicial;
> mientras que (Casilla Nueva ≠ Casilla Final) y (Lista Abierta no vacía)
    > para casillas vecinas a Casilla Nueva que no sean obstáculos
        > si Casilla Vecina en Lista Cerrada
            > inspeccionar siguiente casilla vecina;
        > si Casilla Vecina en Lista Abierta
            > recalcular coste g nuevo;
            > si g nuevo < g asignado
                > actualizar padre = Casilla Nueva;
                > actualizar g = g nuevo;
            > inspeccionar siguiente casilla vecina;
        > si Casilla Vecina no está en Lista Abierta o Lista Cerrada
            > calcular costes;
            > asignar costes y padre a Casilla Vecina en Lista Abierta;
            > inspeccionar siguiente casilla vecina;
    > Casilla Nueva = casilla con mínima f en Lista Abierta;
    > sacar Casilla Nueva de Lista Abierta;
    > poner Casilla Nueva en Lista Cerrada;
> si Lista Abierta Vacía
    > no existe solución;
> si Casilla Nueva = Casilla Final
    > trayectoria = recorrido entre Casilla Inicial y Casilla Final mediante casillas en Lista Cerrada;

```

Tabla 1: Pseudocódigo del algoritmo de búsqueda A*

En la implementación realizada, el mapa en el cual se ha de calcular el recorrido se da mediante un archivo .bmp, y con un código en Matlab se obtiene una matriz en la que se asocia un valor a las casillas libres y otro a las que contienen obstáculo, siendo cada pixel de la imagen una casilla.

En la Figura 10 se muestran dos ejemplos de trayectorias calculadas usando el planificador en otros entornos. Se ve en color magenta el recorrido más corto posible entre las casillas inicial y final, teniendo en cuenta los obstáculos que se sitúan en los mapas.

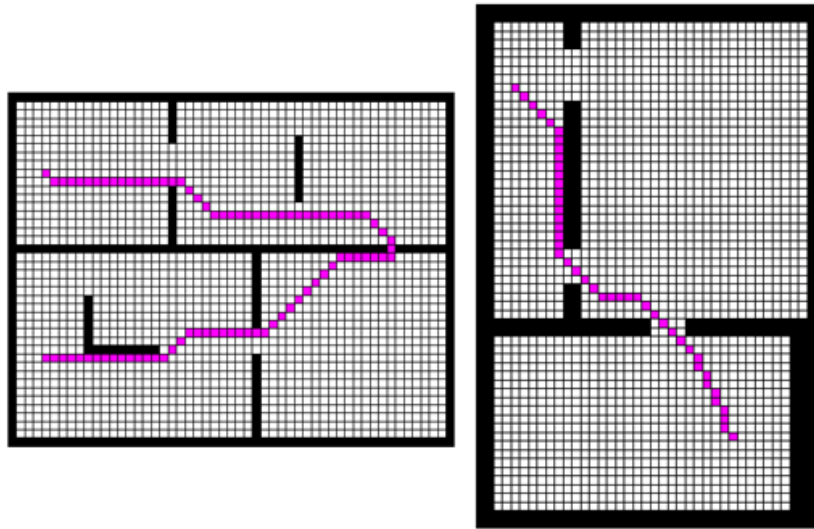


Figura 10: Ejemplos de trayectoria con A*

Se observa que el algoritmo consigue obtener un camino que une la casilla inicial y la de destino evitando los obstáculos. Sin embargo, pensando en el movimiento una abstracción en un entorno dado, parece evidente que con este programa la configuración tiene un radio constante, de valor el asignado a cada casilla. También se puede apreciar que no se tienen en cuenta las características del entorno a evaluar, ya que todas las casillas a excepción de los obstáculos aportan el mismo beneficio en su paso por ellas. A continuación se presentan dos modificaciones del algoritmo básico que tienen en consideración estas cuestiones.

B.2. PLANIFICACIÓN CON ABSTRACCIÓN VARIABLE

En este anexo se van a mostrar pruebas similares a las realizadas en el apartado 3.1, en el cual se ha modificado el algoritmo A* para que las trayectorias generadas por el planificador puedan variar en la superficie de la formación.

Se van a representar las simulaciones correspondientes a la planificación sin coste asignado a la superficie del conjunto de robots, con coste mayor para configuraciones pequeñas y con coste asociado al cambio de tamaño de la abstracción.

En primer lugar se va a trabajar con el mapa 2 donde se tiene el inicio en la parte superior de la imagen (color rojo) y el final en la parte inferior (color azul). Los diámetros posibles son 1, 3, 5 o 7, asignando a cada casilla tamaño 1.

Se observa en la Figura 11 los mapas equivalentes a cada uno de los diámetros, siendo de izquierda a derecha para 1, 3, 5 y 7.

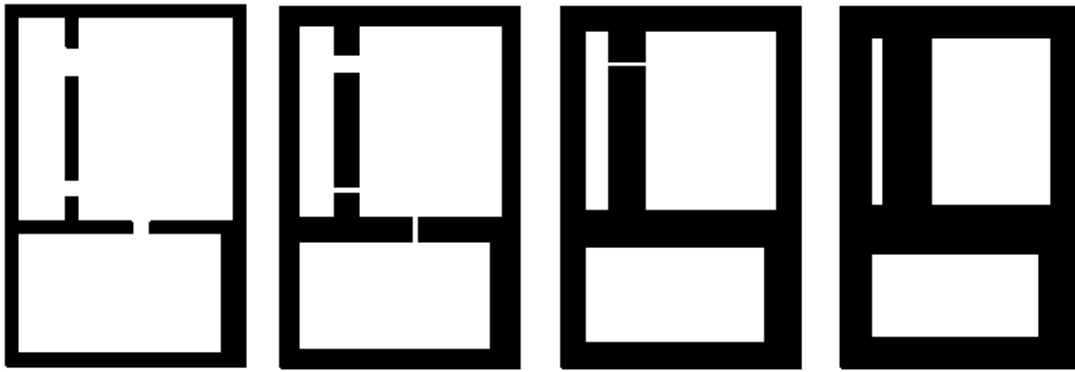


Figura 11: Mapa 2 para diámetros 1, 3, 5 o 7

La Figura 12 muestra tres imágenes que reflejan la trayectoria generada por el planificador para diferentes costes en función de la superficie abarcada por la configuración, teniendo todas los mismos comienzos y final tanto en situación en el mapa como en diámetro.

En la representación de la izquierda se observa el recorrido que se realizaría sin asociar coste al cambio de tamaño de la formación ni las diferentes superficies (ecuación 3.1). Se observa que la configuración circula la mayoría del camino con mínimo diámetro.

El mapa central representa en este caso la trayectoria correspondiente a un coste asociado a cada diámetro hallado mediante la ecuación 3.2. De esta manera, como se puede apreciar, el conjunto de dispositivos se desplazaría con tamaño máximo con excepción de pasar por las zonas más angostas del mapa, teniendo que reducir a 5 y 3 y volviendo a 7 en cuanto el entorno lo permite.

Finalmente se observa en la imagen derecha el camino seleccionado en esta ocasión respecto a un coste asociado a la variación de diámetro de la formación (ecuación 3.3). Así se advierte que apenas pasar la primera parte estrecha, la cual tiene que disminuir su diámetro a 5, vuelve a reducir hasta 3. Pese a que en ese momento no es necesario ese cambio, éste es causado un nuevo pasadizo de tamaño 3, y como el algoritmo no tiene con este tipo de coste prioridad por moverse con el mayor tamaño posible puede cambiar la superficie abarcada en cualquier momento de la trayectoria. En las casillas finales crece de nuevo por exigencia de cumplir con un diámetro final.

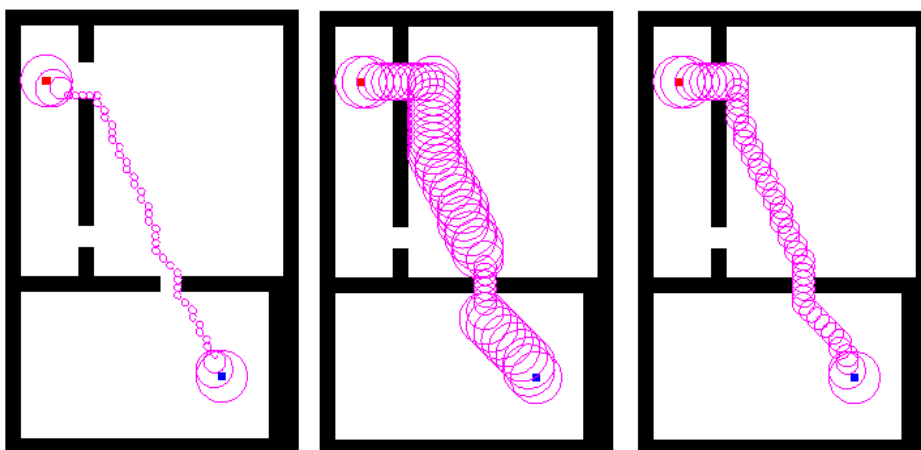


Figura 12: Recorrido en mapa 2 para varios tipos de coste en función del diámetro de la formación

A continuación se tienen los ensayos sobre el mapa 3, que se ve en la Figura 13 en la imagen de la izquierda.

De nuevo se trabajará con los 4 diámetros anteriores, pudiéndose apreciar en la siguiente figura los mapas asociados a cada uno de estos radios.



Figura 13: Mapa 3 para diámetros 1, 3, 5 o 7

Las casillas iniciales y finales se advierten en rojo y azul y los diámetros seleccionados para empezar y terminar el trayecto son de nuevo el máximo, 7.

En la Figura 14 se ven los resultados de las pruebas realizadas sobre este plano, con las mismas funciones de coste que las explicadas en la Figura 12.

De nuevo en todas ellas se cumplen las mismas pautas, tanto con coste nulo asociado al tamaño de la configuración (ecuación 3.1) en la que casi todo el trayecto se circularía con superficie mínima como en la segunda imagen donde la configuración tiende a expandirse (ecuación 3.2). Del mismo modo en el mapa de la derecha (ecuación 3.3), una vez que se tiene que estrechar para circular por el camino más pequeño del laberinto no vuelve a desplazarse con superficie más amplia hasta que al final es requerido por la condición de diámetro final.

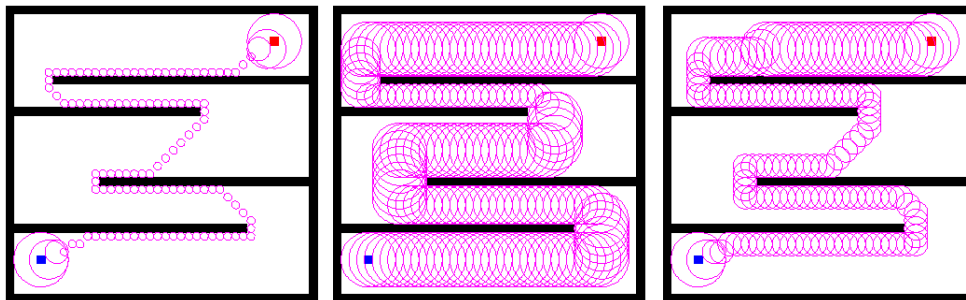


Figura 14: Recorrido en mapa 3 para varios tipos de coste en función del diámetro de la formación

ANEXO C. APLICACIÓN

C.1. LIMPIEZA DE INTERIORES

En este anexo se muestran pruebas correspondientes a la aplicación en interiores, modificando el tamaño de la abstracción y la función de coste total a minimizar. A su vez se muestran los planes principal y secundario para la limpieza del piso, mostrada en la Figura 15.

Se ha seleccionado la habitación superior del plano de la Figura 13 de la memoria para poder ver la influencia de dichos cambios en la trayectoria. El mapa de costes equivalente es el representado en la Figura 14 de la memoria. La casilla inicial corresponde con la cyan y la final con la amarilla.

En la Figura 15 se observan las representaciones para diámetro constante de 0.3 y 0.5m respectivamente. Se puede apreciar que con diámetro 0.3m, en la imagen superior, se consigue limpiar más zonas que con 0.5m, en la central, ya que al ser más pequeña la abstracción puede pasar por debajo de más muebles.

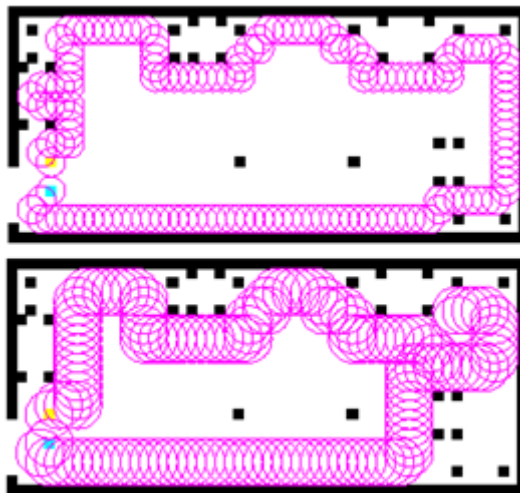


Figura 15: Ejemplos de limpieza de habitación con diferentes tamaños constantes para la abstracción

En la Figura 16 se muestran las pruebas para diámetro variable de 0.3 o 0.5 m para los tipos de coste enunciados en el apartado 3.1.

En la primera imagen se ve que la abstracción comienza con tamaño 0.3m, pero aumenta en la primera casilla y continúa todo el recorrido con el tamaño máximo a pesar de no asignar coste al cambio de radio (ecuación 3.1). Esto es debido a que al ser el coste el sumatorio de mayor número de casillas (ecuación 3.6), el beneficio es mayor abarcando más casillas. El trayecto es similar al de 0.5m constante. Para la segunda imagen se obtiene el mismo plan que en la anterior, siendo en este caso la ecuación 3.2 la empleada, donde se prima el máximo tamaño de la abstracción. Por último se observa que al seleccionar un coste al cambio de diámetro de la formación (ecuación 3.3) la trayectoria se realiza con el diámetro inicial, que es el mínimo, ya que en ningún momento se ve obligado por el escenario a modificar su tamaño.

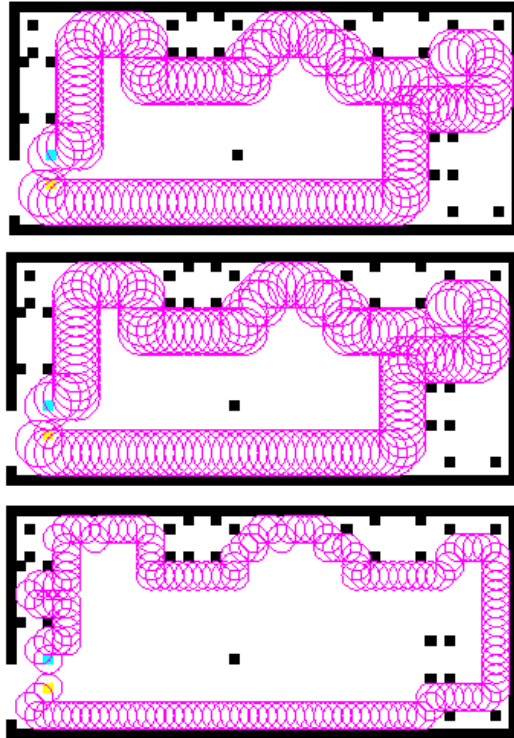


Figura 16: Ejemplos de limpieza de habitación con tamaño variable para la abstracción

Se ha seleccionado un tamaño de 0.3 m constante para poder limpiar mejor la estancia, consiguiendo llegar a más zonas. Con una abstracción variable y coste asociado al cambio de tamaño se ha obtenido el mismo plan, pero se ha desestimado por aumentar el número de cálculos a realizar respecto a emplear una formación constante.

Se puede ver en la Figura 17 la diferencia de trayectos al emplear un coste total u otro. En la primera figura se ha empleado la función de la ecuación 3.5, en la que se tiene en cuenta la distancia euclídea de cada casilla a la final. Se aprecia que gracias al mapa de beneficios calculado, el recorrido se desvía de su trayectoria más corta que sería en línea recta hacia la pared superior. En la última figura se ha considerado el coste total correspondiente a la ecuación 3.7, considerando únicamente el coste o beneficio que aporta cada casilla al trayecto. De tal manera el recorrido transcurre siempre próximo a las paredes, por lo que se ha seleccionado este tipo de coste para ejecutar el barrido del hogar.

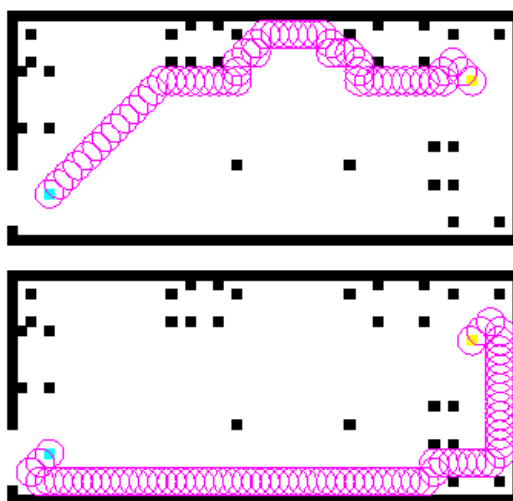


Figura 17: Ejemplos de limpieza de habitación con diferente coste total

A continuación se muestran los planes generados para la limpieza del hogar. Se aprecia en la imagen izquierda de la Figura 18 los 8 trayectos correspondientes al desplazamiento de la formación de un cuarto a otro. A su vez estos caminos circulan junto a las paredes del pasillo debido al mapa de valores negativos, por lo que si se realizan todos los trayectos se consigue la limpieza del pasillo y entrada además del de cada una de las habitaciones.

En la imagen derecha de la Figura 18 se representa sobre el plano las trayectorias secundarias que son las encargadas de la limpieza de cada una de las habitaciones. Todas ellas comienzan y acaban en la puerta de la habitación que se está aseando en esa ocasión, circulando al lado de las paredes siempre que sea posible e incluso algunas veces por debajo de muebles.

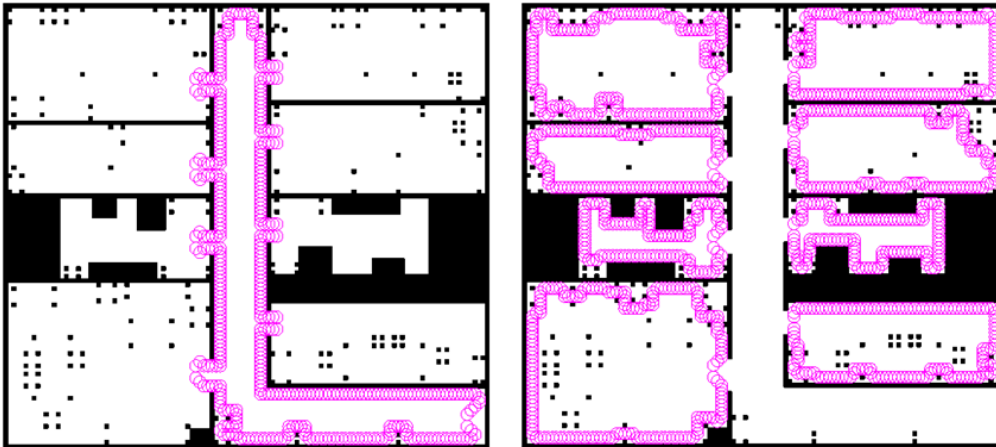


Figura 18: Trayectorias principales y secundarias para limpieza de piso

C.2. EXTERIORES

En este anexo se muestran las diferentes trayectorias realizadas con radio constante (1, 3 y 5 m) y se van a probar varias modificaciones sobre los costes a minimizar en exploración de parques y en cuidado de jardines. Para la exploración se muestra la influencia de la función de coste asociada al tamaño de la abstracción. En el caso del cuidado de jardines se representan otras posibilidades en la asignación de los costes asociados a cada zona del mapa.

Se han seleccionado de nuevo como posibles tamaños para la abstracción los radios entre 1 y 5 m, incrementándose un metro entre radios consecutivos.

EXPLORACIÓN

El trayecto comienza en la zona inferior y la casilla de destino está en el centro del parque.

En primer lugar se tienen las pruebas de exploración para el mismo lugar inicial y final con radio constante 1, 3 y 5 m respectivamente.

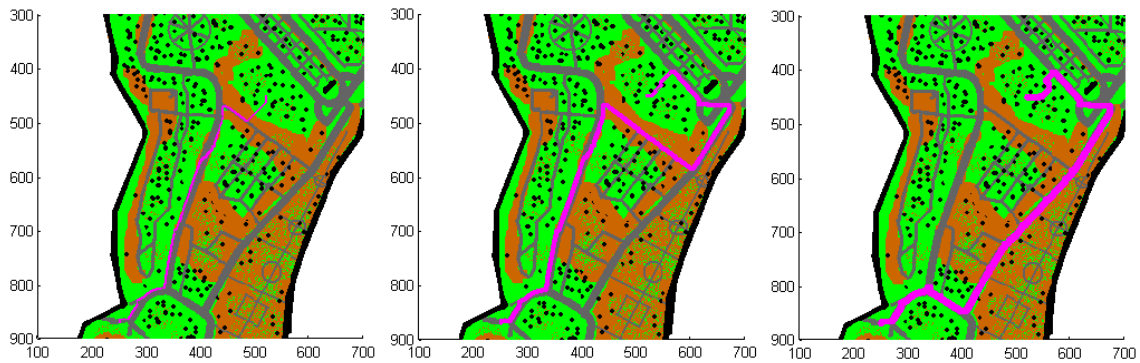


Figura 19: Exploración en parque con radio constante 1, 3 y 5 m

Se aprecia en la imagen izquierda de la Figura 19, correspondiente al tamaño de radio de la abstracción de 1 m, que el algoritmo genera una trayectoria similar a la de la Figura 26 de la memoria, a excepción de que el tamaño de la abstracción es constante.

Para un radio de 3 m (imagen central de la Figura 19) el planificador escoge un recorrido más largo que en caso anterior, sin pasar por zonas arenosas.

La trayectoria es similar hasta llegar a donde cruza por el lugar donde hay tierra y en adelante continúa hacia el este hasta el final de la carretera más pequeña. Sigue por otra hacia el noreste del parque y vuelve a circular hacia el oeste para llegar a un punto cercano a su destino y por el cual solo ha de pasar por césped.

Esto es debido a que ahora el coste de pasar por arena es significativamente mayor, ya que el valor asociado a estas casillas es el equivalente a la suma del coste asignado inicialmente a cada una de las casillas que abarcaría la formación con radio 3 m (9 casillas).

Con una formación con radio constante de 5 m de nuevo prima la circulación por zonas asfaltadas (imagen derecha de la Figura 19).

El planificador devuelve una trayectoria que en el primer cruce en lugar de circular hacia el norte como ha sucedido con los diámetros menores continúa hacia el este hasta llegar a la siguiente carretera más ancha y seguir por ella hacia el noreste.

El final del recorrido es similar al recorrido con radio 3 m, evitando los lugares arenosos.

En la Figura 20 se puede ver cómo afecta a la trayectoria propuesta en la memoria (Figura 26) el coste asociado al radio propuesto en la ecuación 3.1, en la que el coste de cambio de tamaño es nulo.

Al igual que se ha visto en el apartado 3.2, con esta función de coste la abstracción se encoge al empezar el trayecto y continúa con radio mínimo hasta el final, donde no vuelve a crecer debido a que no se ha especificado un radio concreto como radio final.

La trayectoria es similar a la de la Figura 26 de la memoria, desarrollándose por zonas asfaltadas hasta acercarse a su destino, ya que al circular con radio mínimo se obtiene menor coste desplazarse por zonas arenosas que dar la vuelta al jardín para entrar por el césped.

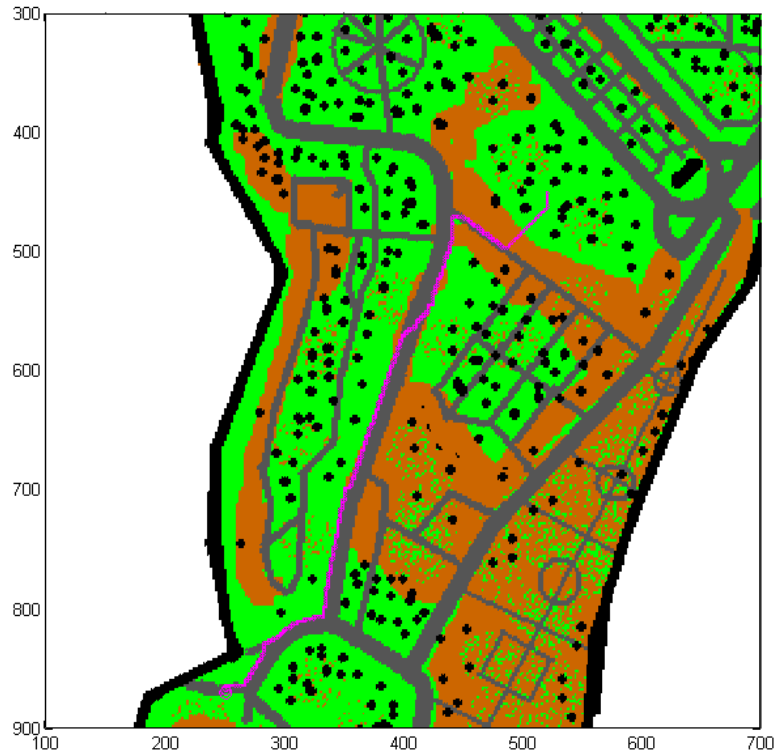


Figura 20: Exploración en parque con radio variable de 1 a 5 m sin coste asociado al radio

En este caso se ha empleado el coste asociado al cambio de radio expuesto en la ecuación 3.3, en el cual se asigna un coste a la variación en el tamaño de la abstracción, bien sea a la hora de expandirse o encogerse.

En la Figura 21 se advierte que la trayectoria comienza con radio máximo, pero cuando la carretera se estrecha la formación disminuye su tamaño, evitando zonas de césped o arena que incrementarían el coste. De la misma manera que se ha comprobado en el apartado 3.2, se mantiene el radio de la formación hasta el siguiente cruce de calzadas, donde se vuelve más pequeño el camino y vuelve a reducir su tamaño. Finalmente se desplaza por arena como en la Figura 20 con radio mínimo hasta llegar a su destino.

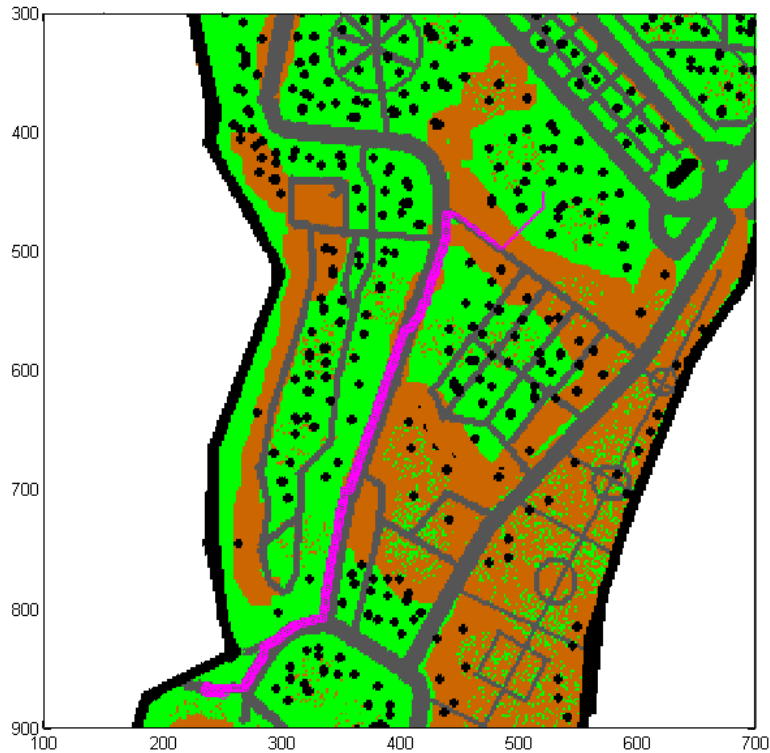


Figura 21: Exploración en parque con radio variable de 1 a 5 m con coste asociado al cambio de radio

Tras observar la influencia de las diversas funciones asociadas al cambio de tamaño se selecciona la que obtiene una abstracción más expandida (ecuación 3.2), que aporta mayor beneficio a tareas de exploración.

CUIDADO DE JARDINES

En primer lugar se tienen las pruebas de cuidado de jardines para el mismo lugar inicial y final con radio constante 1, 3 y 5 m respectivamente.

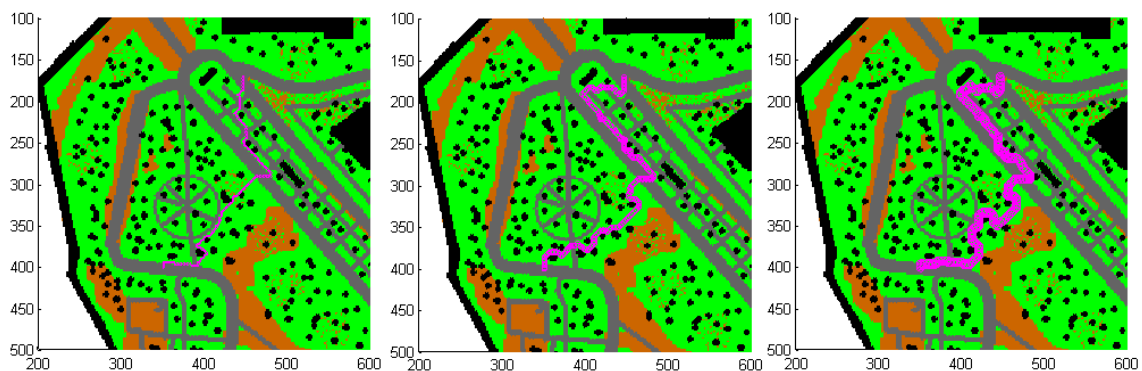


Figura 22: Cuidado de jardines en parque con radio constante 1, 3 y 5 m

En la imagen izquierda de la Figura 22 se observa que el recorrido transcurre en su mayor parte por zonas con césped, en las cuales obtiene beneficio.

Al cambiar de una parcela verde a otra se mueve por la calzada, teniendo en cuenta que ésta no le supone ningún coste adicional.

Se puede apreciar en la imagen central de la Figura 22 que el algoritmo selecciona de nuevo lugares con césped, al igual que en el caso de la formación con radio 1 m. Sin embargo, a pesar de realizar un recorrido similar al anterior, en esta ocasión se ve que al comienzo del camino se desvía hacia el oeste, ya que con este radio algo mayor no puede circular por los mismos jardines que con 1 m de radio. De nuevo prima la circulación por zonas verdes, alternando cuando no es posible con caminos asfaltados.

Para la prueba con radio de 5 m (imagen derecha de la Figura 22) se obtiene un camino muy similar al del caso de 3 m (imagen central). El comienzo del recorrido es muy similar, desplazándose en primer lugar hacia el oeste de la imagen para luego volver hacia el sureste buscando lugares con césped y circulando por la calzada cuando no los hay.

En la zona en la que hay mayor número de árboles es donde cambia la trayectoria, debido que a la hora de esquivar obstáculos al ser un tamaño de formación más grande no puede pasar por los lugares por los que se desplazan los dispositivos cuando la abstracción abarca una superficie menor.

En la Figura 23 se puede ver cómo afecta la asignación de los costes a cada parte del parque al trayecto que se va a realizar. En este caso se ha asociado a las zonas de hierba un coste nulo y un coste 10 a las asfaltadas, manteniéndose la función de coste asociada al radio (ecuación 3.2). Se observa que la trayectoria se ha modificado respecto a la Figura 28 de la memoria, ya que cuando las calzadas poseen coste nulo la formación busca las zonas de hierba, pero para cruzar de unas a otras atraviesa por lugares asfaltados sin necesidad de disminuir su tamaño.

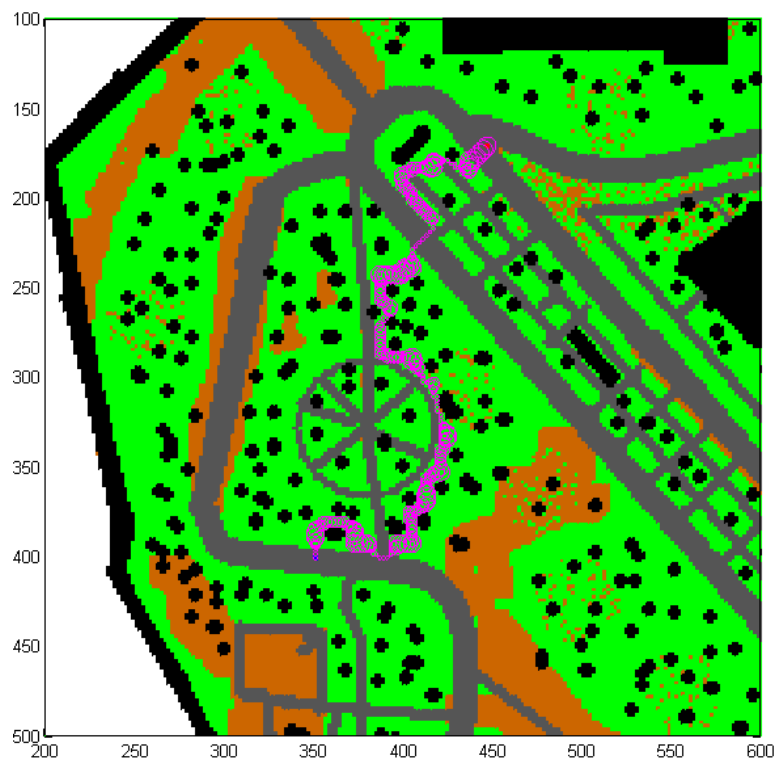


Figura 23: Cuidado de jardines en parque con radio variable de 1 a 5 m con calzadas con coste

Con este nuevo coste se advierte que aunque se prima la mayor expansión posible la abstracción disminuye su tamaño para circular por asfalto, lo cual genera muchos cambios en el radio de la formación. Por ello se ha determinado la elección de beneficio en las zonas de césped y ausencia de coste en los caminos, ya que en realidad no aporta perjuicio a los dispositivos circular por ellas.

Una vez determinada la asignación de beneficio a las zonas de hierba se comprueba cómo modifica el valor en módulo de éste al trayecto. Se ha asociado al césped un beneficio de -20, manteniendo el mismo coste de la Tabla 3 de la memoria al resto del parque. En la Figura 24 se observa que el recorrido es semejante al de la Figura 28 de la memoria, aunque un poco más largo cuando sale del primer jardín a limpiar. El trayecto se realiza también con el mayor radio posible de la abstracción durante todo el camino.

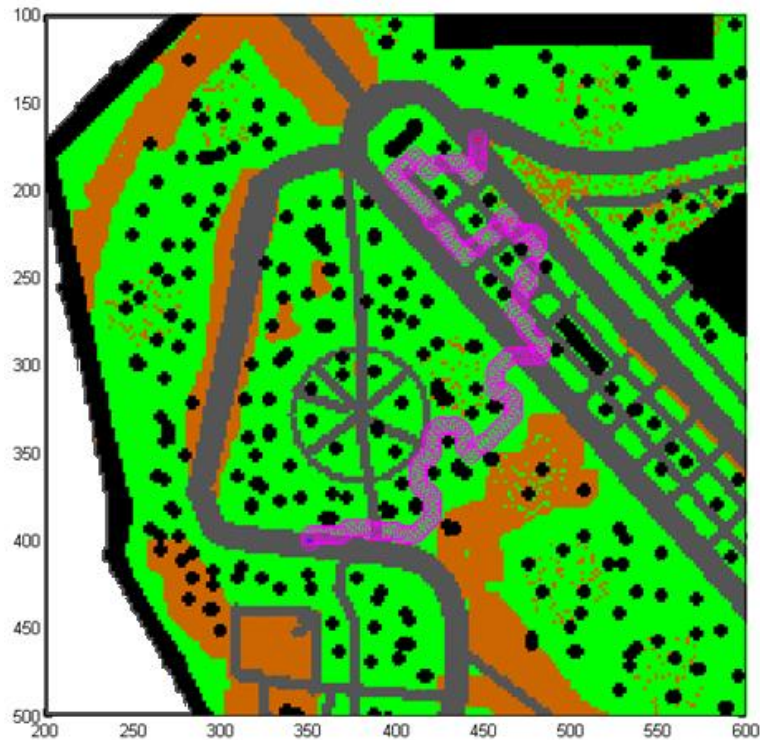


Figura 24: Cuidado de jardines en parque con radio variable de 1 a 5 m con zonas verdes con mayor beneficio

Por su gran similitud a la trayectoria planificada con beneficio -10 se ha decidido emplear dicho valor, ya que el aumento del beneficio en este caso no determina una gran diferencia en el desarrollo de la tarea, buscándose en ambas pruebas los jardines. De tal manera se determina que no importa la magnitud del valor empleado, sino que es suficiente con que sea negativo para que se recorran dichas zonas.

BIBLIOGRAFÍA

[1] *"Abstraction and Control for Groups of Robots"*. **Belta, Calin; Kumar, Vijay. 2004.** 5, s.l. : IEEE Transactions on Robotics, 2004, Vol. 20. 865-875.

[2] *"Coverage control for mobile sensing networks"*. **Cortés, Jorge; Martínez, Sonia; Karatas, Timur; Bullo, Francesco. 2004.** 2, s.l. : IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2004, Vol. 20. 243-255.

[3] *"Planning and Control of Ensembles of Robots with Nonholonomic Constraints"*. **Michael, Nathan; Kuman, Vijay. 2009.** 8, s.l. : The Int. Journal of Robotics Research, 2009, Vol. 28. 962–975.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 30: Configuraciones inicial y final elíptica con $N = 5$ y $m = \mu x^*, \mu y^*, \theta^*, s1^*, s2^* = (7, -6, -0.7, 2.5, 1.5)$ con k y k'	4
Figura 31: Configuraciones inicial y final elíptica con $N = 10$ y $m = \mu x^*, \mu y^*, \theta^*, s1^*, s2^* = (0, -5, -0.3, 4, 2)$ con k y k'	5
Figura 32: Configuraciones inicial y final elíptica con $N = 15$ y $m = \mu x^*, \mu y^*, \theta^*, s1^*, s2^* = (10, -5, 0.5, 4, 2.5)$ con k y k'	5
Figura 33: Ejemplo con configuración elíptica con 5 robots y formación decreciente.....	6
Figura 34: Configuraciones rectangulares iniciales y finales con $N = 5$ y $m = \mu x^*, \mu y^*, \theta^*, l1^*, l2^* = (3, 3, 0.4, 4, 3)$	6
Figura 35: Configuraciones inicial y final con particiones de Voronoi con 15 y 20 robots.....	7
Figura 36: Configuraciones inicial y final con particiones de Voronoi con 5 robots.....	8
Figura 37: Particiones de Voronoi en un cuadrado de lado 10.....	8
Figura 38: Ejemplo de funcionamiento de A^*	9
Figura 39: Ejemplos de trayectoria con A^*	11
Figura 40: Mapa 2 para diámetros 1, 3, 5 o 7.....	12
Figura 41: Recorrido en mapa 2 para varios tipos de coste en función del diámetro de la formación.....	12
Figura 42: Mapa 3 para diámetros 1, 3, 5 o 7.....	13
Figura 43: Recorrido en mapa 3 para varios tipos de coste en función del diámetro de la formación.....	13
Figura 44: Ejemplos de limpieza de habitación con diferentes tamaños constantes para la abstracción.....	15
Figura 45: Ejemplos de limpieza de habitación con tamaño variable para la abstracción.....	16
Figura 46: Ejemplos de limpieza de habitación con diferente coste total.....	16
Figura 47: Trayectorias principales y secundarias para limpieza de piso.....	17
Figura 48: Exploración en parque con radio constante 1, 3 y 5 m.....	18
Figura 49: Exploración en parque con radio variable de 1 a 5 m sin coste asociado al radio.....	19
Figura 50: Exploración en parque con radio variable de 1 a 5 m con coste asociado al cambio de radio.....	20
Figura 51: Cuidado de jardines en parque con radio constante 1, 3 y 5 m.....	20
Figura 52: Cuidado de jardines en parque con radio variable de 1 a 5 m con calzadas con coste.....	21
Figura 53: Cuidado de jardines en parque con radio variable de 1 a 5 m con zonas verdes con mayor beneficio.....	22

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 4: Pseudocódigo del algoritmo de búsqueda A*</i>	10
---	-----------