



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

Título del trabajo:

Métodos estadísticos de valoración del
riesgo de mercado en series financieras

Autora

Tamara Llorente Martín

Director

Manuel Salvador Figueras

Facultad de Economía y Empresa

2017

Métodos estadísticos de valoración del riesgo de mercado en series financieras

Statistical methods of valuation of market risk in Financial Series

Autor Tamara Llorente Martín

Director Manuel Salvador Figueras

Grado Finanzas y Contabilidad

Resumen

En este trabajo se revisan diversos métodos estadísticos de evaluación del riesgo de mercado en series financieras de alta frecuencia de observación. Dichos métodos calculan el Valor de Riesgo (Value at Risk, VaR en inglés) y el Déficit Esperado (Expected Shortfall, ES en inglés) utilizando herramientas estadísticas paramétricas y no paramétricas. Además, se realiza un estudio comparativo de los mismos aplicándolos al análisis de las rentabilidades diarias de las acciones de Meliá Hotels, el Nikkei225 y el EUR/USD y llevando a cabo un procedimiento estadístico de validación extramuestral. El método econométrico basado en la utilización de un modelo ARMA-GARCH con efecto asimétrico es el que da valoraciones más adecuadas del nivel de riesgo, mostrando un comportamiento adecuado tanto en términos de porcentajes de acierto como en términos de errores de estimación de la pérdida máxima.

Abstract

In this project several market risk analysis statistic methods are studied in financial series of high observation frequency. Those techniques compute the Value at Risk (VaR) and the Expected Shortfall (ES) using parametric and non-parametric statistic tools. Furthermore, a comparative study is realized between the methods through their enforcement to the daily returns analysis of Meliá Hotels shares, the Nikkei225 and the EUR/USD and performing an statistic procedure for extra-sample validation. The econometric method based on the use of an ARMA-GARCH with skewed effect is the one which offers the best valuations of the risk level, showing an suitable behavior on the success percentages and on the great loss estimation errors.

Contenido

1. Introducción.....	4
2. El Valor de Riesgo y el Déficit Esperado.....	6
2.1. Valor de Riesgo (VaR).....	6
2.2. Déficit Esperado (ES).....	7
3. Métodos estadísticos para calcular el VaR y la ES.....	8
3.1. Método histórico.....	8
3.2. Métodos del Valor Extremo.....	9
3.2.1 Método BMM.....	10
3.2.2 Método POT.....	10
3.2.3 Método basado en colas de Pareto.....	11
3.3. Regresión cuantil.....	12
3.4. Método econométrico.....	12
4. Ilustración empírica.....	14
4.1. Planteamiento del estudio.....	14
4.2. Estudio gráfico y descriptivo de las series analizadas.....	14
4.3. Resultados de los métodos de cálculo del VaR y del ES.....	19
4.3.1.Método histórico.....	19
4.3.2.Teoría de Valor Extremo.....	19
4.3.3. Regresión cuantil.....	28
4.3.4. Método econométrico.....	31
4.4. Estudio comparativo de los métodos.....	32
5. Conclusiones.....	38
6. Referencias.....	39

1. Introducción

La estimación de las pérdidas potenciales se volvió de vital importancia para las entidades bancarias tras la firma del acuerdo Basilea III, en el que se acordaba que los bancos debían someterse a simulacros de distintos escenarios económicos con el fin de comprobar su fortaleza y establecer, en base a ello, los colchones de capital que evitarían su quiebra en caso de una nueva recesión económica.

Dichos acuerdos comenzaron en 1974 cuando los países del G10 formaron el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea que estaría integrado por los gobernadores de los Bancos Centrales de los países que lo constituyesen. Como su propio nombre indica, su finalidad es mejorar la supervisión bancaria y evitar los problemas que puedan surgir derivados de crisis económico-financieras futuras. Con ese propósito ha elaborado tres acuerdos desde la fecha de su creación.

Basilea I es el primer acuerdo, que data de 1988. De él cabe destacar el requerimiento de un capital mínimo para las entidades bancarias del 8% del total de activos de riesgo.

Basilea II se aprobó en 2003 y constaba de dos pilares adicionales al de capital mínimo: supervisión bancaria y disciplina de mercado. Además, mientras que en Basilea I el cálculo del riesgo crediticio se hacía utilizando el enfoque estandarizado, Basilea II también aceptaba métodos IRB(Intern Ratings Based), los cuales proporcionan una mayor sensibilidad al riesgo. El IRB consiste en que los bancos estiman la calidad crediticia de sus prestatarios en forma de pérdidas futuras potenciales, que servirán de base para los requerimientos mínimos de capital. Lamentablemente este acuerdo se aplicó demasiado tarde una vez que ya había comenzado la recesión económica de 2007.

A raíz de esta crisis financiera, se redactó Basilea III que obliga a los bancos a tener una ratio de capital total estructural, denominado Tiero Nivel I (capital de mayor calidad) del 6%, un colchón de conservación de 2.5% compuesto por acciones comunes y un colchón de capital de 0 a 2.5% de acciones comunes para casos en los que haya un crédito excesivo que pueda generar morosidad (ver Basilea III: Marco regulador global para reforzar los bancos y sistemas bancarios).

El colchón de capital anti-cíclico fue un nuevo requerimiento, basado en el Valor de Riesgo (VaR) de los bancos en situaciones de tensión, esto es, en escenarios de 12 meses consecutivos de significativas tensiones financieras. La capacidad de afrontar un escenario adverso se comprueba anualmente sometiendo a las entidades financieras a la "Prueba de resistencia bancaria" o "Test de estrés" (ver Betancur y Cuervo, 2011).

El objetivo principal del trabajo es presentar diversos métodos de cálculo del Valor en Riesgo y el Déficit Esperado utilizando diversas aproximaciones estadísticas paramétricas, semi-paramétricas y no paramétricas. En concreto se describen los métodos histórico y diversos métodos basados en la Teoría del Valor Extremo (EVT), de naturaleza no paramétrica, el método basado en la regresión cuantil, de naturaleza semi-paramétrica y el método econométrico basado en el uso de modelos ARMA-GARCH, de naturaleza paramétrica.

Los métodos mencionados se aplican al análisis de 3 series financieras: una acción concreta (la cotización diaria de las acciones de Meliá Hotels), un índice bursátil (el índice Nikkei225) y un tipo de cambio (el cambio Euro/USD). El motivo por el que he seleccionado estos tipos de activos es que espero que su comportamiento sea significativamente distinto, ya que los niveles de volatilidad de las acciones suelen ser altos mientras que los de los índices son más moderados y los tipos de cambio oscilan poco debido a que, en cierto modo, están intervenidos por los bancos centrales de los países.

Así mismo, se realiza un estudio comparativo de los métodos analizando su comportamiento predictivo extra-muestral tanto a nivel puntual como a nivel de intervalo.

El trabajo se ha estructurado en cuatro partes. La primera sección comprende las definiciones de Valor de Riesgo y Déficit Esperado. En la sección 2 se describen los cuatro métodos de cálculo del VaR y el ES. En la sección 3 se aplican dichos métodos a la series anteriormente nombradas y se realiza un estudio comparativo extra-muestral. Finalmente, la sección 4 contiene las conclusiones obtenidas. Se incluyen, además, dos anexos: Anexo I sobre la identificación de los modelos ARMA-GARCH de las series, y Anexo II donde se listan las órdenes utilizadas en R para llevar a cabo la aplicación de los métodos de cálculo.

2. El Valor de Riesgo y el Déficit Esperado

En finanzas, cuando invertimos en un activo financiero desconocemos la pérdida que podemos sufrir de un día a otro. Sí conocemos la pérdida máxima, que sería el capital invertido, pero no la potencial que depende del riesgo de mercado. Para estimar las pérdidas potenciales, se usan las medidas de riesgo y coherencia. Estas medidas cuantifican la distribución de las pérdidas del activo o activos estudiados. Para ser coherente, la medida de riesgo deberá cumplir los siguientes criterios (ver Artzner et al. 1998):

- a) *Monotonía*: si una posición financiera implica siempre pérdidas mayores que otra posición determinada, entonces su medida de riesgo deberá ser siempre superior.
- b) *Sub-aditividad*: el riesgo de tener una cartera diversificada no debe superar la suma del riesgo de los activos que la componen.
- c) *Homogeneidad*: por un lado, afirma que si doblas la posición duplicas el riesgo, y por otro lado, defiende que el riesgo no debe depender de la moneda en que se mide;
- d) *Invariancia translacional*: si no hay una incertidumbre adicional no hay riesgo adicional.

Existen multitud de medidas de riesgo propuestas en la literatura (Jorion, 2006) pero en este trabajo voy a tratar únicamente el Valor de Riesgo (Value at Risk en inglés, VaR) y el Déficit Esperado (Expected Shortfall en inglés, ES).

2.1. Valor de Riesgo (VaR)

El VaR es la estimación única de la cantidad máxima por la cual una posición de una entidad en una categoría de riesgo disminuiría debido a los movimientos generales del mercado durante el periodo de tenencia. Así, si $F_{L,t}(x)$ es la función de distribución de la pérdida de la posición L_t en un periodo t y P el nivel de confianza (y, por tanto, $1-P$ es el nivel de riesgo) de que ocurra una pérdida inferior al VaR. Entonces,

$$VaR_{P,t} = \inf\{x | F_{L,t}(x) \geq P\}$$

es decir, $VaR_{P,t}$ es el cuantil de orden P de la distribución de la pérdida L_t de forma que, con probabilidad P , la pérdida potencial L_t de la posición desde t a $t+1$, es menor o igual a $VaR_{P,t}$.

El VaR posee varias ventajas que lo convierten en un indicador de riesgo atractivo. Primero, es fácil de calcular. Segundo, cuando la serie sigue una distribución esférica es muy probable que la función sea coherente, aunque no siempre lo es debido a que puede no verificar la condición de sub-aditividad favoreciendo, en estos casos, actitudes de no diversificación a la hora de controlar riesgos lo cual resulta anti-intuitivo(ver Tsay, 2013).

2.2. Déficit Esperado (ES)

El ES (también conocido como VaR condicional), busca evaluar la magnitud de la pérdida de una posición financiera tras haber ocurrido un hecho catastrófico. Viene dado por la esperanza condicional:

$$ES_{P,t} = E[L_t | L_t \geq VaR_{P,t}]$$

Esta medida de riesgo tiene la ventaja de que refleja, de forma más adecuada que el VaR, el comportamiento de la cola derecha de la distribución de L_t y, además, es siempre coherente(ver Tsay, 2013). Su cálculo, sin embargo, es más complicado que el del VaR y, habitualmente se hace mediante simulación.

El cálculo del Var y el ES es especialmente importante de cara a las restricciones impuestas por los acuerdos de Basilea como ya he mencionado en la introducción. La recomendación de la Comisión Europea es que el capital de los bancos sea 3 veces su VaR del 95% considerando un periodo de tenencia de 10 días.

3. Métodos estadísticos para calcular el VaR y la ES

En esta sección se describen diversos métodos propuestos en la literatura para el cálculo del VaR y el ES. Dos de ellos (el método histórico y el basado en la teoría del valor extremo) son de naturaleza no paramétrica al no suponer un modelo explícito para la distribución de la pérdida L_t . Los otros dos (regresión cuantil y método econométrico) postulan una función matemática explícita de cálculo de ambas medidas de riesgo y son, por tanto, de naturaleza semi-paramétrica el primero y paramétrica el segundo.

3.1. Método histórico

El método histórico es el más sencillo de los cuatro y, como ya se ha dicho, forma parte del grupo de métodos no paramétricos de cálculo del VaR. El hecho de ser una aproximación no paramétrica ayuda a que la distribución sea identificada de forma más exacta, sobre todo cuando la serie de datos comprende periodos en los que las oscilaciones de precio de los activos se salen de la distribución normal. En momentos de recesión económica, como los que presentan las series de datos escogidas, rara vez la distribución de la pérdida L_t se corresponde con una distribución paramétrica.

En este método se fija un tamaño de ventana V_t y se calcula

$$VaR_{P,t,V_t} = \inf\{x | \hat{F}_{L,t,V_t}(x) \geq P\}$$

$$ES_{P,t} = \frac{\sum_{u=t-V_t}^t L_u I(L_u \geq VaR_{P,t,V_t})}{\sum_{u=t-V_t}^t I(L_u \geq VaR_{P,t,V_t})}$$

donde $\hat{F}_{L,t,V_t}(x)$ es la función de distribución empírica de las pérdidas $\{L_u; u = t - V_t, \dots, t\}$ y $I(A)$ es la función indicador de A que vale 1 si ocurre A y 0 en otro caso.

De acuerdo a este método, la distribución del factor de riesgo a partir del cual se hacen las previsiones de la pérdida depende de un horizonte específico V_t cuyo valor se debe determinar no estando muy claro cómo hacerlo. Esta es su principal desventaja. Además, es un método bastante impreciso en activos que llevan poco tiempo en los mercados financieros debido a que V_t es pequeño; finalmente otorga la misma importancia a todas las observaciones dentro de la ventana independientemente de su antigüedad, hipótesis que suele ser poco realista debido al dinamismo existente en los mercados financieros.

3.2. Métodos del Valor Extremo

Los Métodos del Valor Extremo son los más relevantes en el análisis de periodos en los que, como su nombre indica, se dan valores más extremos, como en momentos de recesión económica. Estos métodos se basan en la llamada Teoría de Valor Extremo (EVT) que ofrece una cuantificación del comportamiento estocástico de un proceso a niveles inusualmente grandes o pequeños (Embrechts et al., 1997).

Más concretamente la EVT analiza el comportamiento asintótico de la distribución de la máxima pérdida dada por $\max\{L_1, \dots, L_t\}$ cuando $\{L_i; i=1, \dots, t\}$ son independientes e idénticamente distribuidas. La EVT establece que la distribución asintótica de esta variable pertenece a la familia de las distribuciones Gumbel, Fréchet y Weibull que forman parte, a su vez de la familia de valor extremo generalizada (GEV) de Jenkinson (1955).

Una distribución GEV contiene tres parámetros: el de forma ξ , el de localización μ y el de escala σ y su función de distribución viene dada por la expresión:

$$F(x) = \begin{cases} \exp\left[-(1 + \xi x)^{-1/\xi}\right] & \text{si } x > -1/\xi \\ 0 & \text{si } x \leq -1/\xi \end{cases}$$

Si $\xi > 0$ (distribución de Fréchet)

$$F(x) = \begin{cases} \exp\left[-(1 + \xi x)^{-1/\xi}\right] & \text{si } x < -1/\xi \\ 1 & \text{si } x \geq -1/\xi \end{cases}$$

Si $\xi < 0$ (distribución de Weibull)

$$F(x) = \exp[-\exp(-x)] \text{ si } x > 0$$

Y si $\xi = 0$ (distribución de Gumbel), donde $x = \frac{\max\{L_1, \dots, L_t\} - \mu}{\sigma}$.

El cálculo del VaR puede llevarse a cabo aplicando el Block Maxima Approach (BMM), el del Peak Over Threshold Model (POT) o el método basado en colas de Pareto que describimos, brevemente, a continuación.

3.2.1 Método BMM

El BMM consiste en dividir la muestra en bloques de tamaño n que creamos oportuno y calcular $x_{n,i} = \max\{L_{(i-1)n+1}, \dots, L_{ni}\}$; $i=1, \dots, [t/n]$. Utilizando la EVT, $\{x_{n,i}; i = 1, \dots, [t/n]\}$ será una muestra aleatoria simple de una variable con distribución aproximadamente GEV cuando $n \rightarrow \infty$. La estimación de los parámetros (μ, σ, ξ) se realiza mediante el método de la máxima verosimilitud (MLE) la cual vendrá dada por la expresión:

$$L((\mu, \sigma, \xi); \{x_{n,i}; i = 1, \dots, [t/n]\}) = \prod_{i=1}^{[t/n]} f(x_{n,i})$$

donde

$$f(x_{n,i}) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{\xi(x_{n,i} - \mu)}{\sigma}\right)^{-(1+\xi)/\xi} \exp\left[-\left(1 + \frac{\xi(x_{n,i} - \mu)}{\sigma}\right)^{-1/\xi}\right] & \text{si } \xi \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} \exp\left[-\frac{(x_{n,i} - \mu)}{\sigma} - \exp\left(\frac{(x_{n,i} - \mu)}{\sigma}\right)\right] & \text{si } \xi = 0 \end{cases}$$

A partir de aquí se puede obtener el cuantil $\text{VaR}_{t,P}$ mediante la expresión (Tsay, 2013):

$$\text{VaR}_{t,P} = \begin{cases} \mu_n - \frac{\sigma_n}{\xi_n} \{1 - [-n \ln(P)]^{-\xi_n}\} & \text{si } \xi_n \neq 0 \\ \mu_n - \sigma_n \ln[-n \ln(P)] & \text{si } \xi_n = 0 \end{cases} \quad (1)$$

donde (μ_n, σ_n, ξ_n) es el MLE de (μ, σ, ξ) que es asintóticamente normal y de mínima varianza (Embrechts et al., 1997; Coles, 2001).

3.2.2 Método POT

El método POT emplea todos aquellos datos que superan cierto límite (η) y no sólo el máximo de cada bloque tal y como hace el BMM, por ello es más eficiente modelando series pequeñas. Se basa en la distribución condicionada $L_n | L_n \geq \eta$ donde se supone que L_n tiene una distribución GEV. Si $\xi \neq 0$, esta distribución será una Pareto generalizada (GPD) mientras que si $\xi = 0$, será una distribución exponencial con función de distribución $G_{\xi, \psi(\eta)}(y)$ tal que:

$$G_{\xi, \psi(\eta)}(y) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \frac{\xi y}{\psi(\eta)} \right]^{-1/\xi} & \text{si } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp \left[-\frac{y}{\psi(\eta)} \right] & \text{si } \xi = 0 \end{cases}$$

donde $y = L - \eta$, $\psi(\eta) > 0$, $y \geq 0$ cuando $\xi \geq 0$ y $0 \leq y \leq -\psi(\eta)/\xi$ cuando $\xi < 0$.

Embrechts y otros (1997) demuestran que $\psi(\eta) = \sigma + \xi(\eta - \mu)$ y los parámetros (μ, σ, η) se estiman por MLE y el Valor en Riesgo se calcula mediante la expresión:

$$VaR_P = \eta - \frac{\psi(\eta)}{\xi} \left(\left(\frac{T}{N_\eta} P \right)^{-\xi} - 1 \right) \quad (2)$$

donde T es el número total de observaciones y N_η el total de datos que exceden el umbral η . Por su parte, ES viene dado por (Allen et al., 2013):

$$ES_P = \frac{VaR_P}{1-\xi} + \frac{\psi(\eta) - \xi\eta}{1-\xi} \quad (3)$$

3.2.3 Método basado en colas de Pareto

Este método se basa en suponer que la distribución de L_t tiene una cola derecha de Pareto de forma que $P(L_t \geq x) = G(x)x^{-a}$ donde $G(x)$ es una función de variación lenta en ∞ verificando que $\frac{G(x)}{G(x')} \approx K$ para valores de x grandes y $a > 0$ es el llamado índice cola de la distribución. En estos casos y para un valor P_0 fijo suficientemente grande se verifica que:

$$VaR_P \approx VaR_{P_0} \left(\frac{1-P_0}{1-P} \right)^{\frac{1}{a}} \quad (4)$$

El valor de a se estima mediante la regresión (Ruppert, 2004):

$$\log \left(\frac{k}{T} \right) = Cte - a \log(L_{(T-k+1)}) + error$$

donde $L_{(k)}$ es el k -ésimo valor de $\{L_t; t=1, \dots, T\}$ ordenadas de menor a mayor, o bien mediante el *Estimador de Hill* (Hill, 1975) que viene dado por

$$a(q) = \frac{q}{\sum_{i=1}^q [\ln(L_{(T-i+1)}) - \ln(L_{(T-q)})]}$$

y que es asintóticamente insesgado y normal (Goldie y Smith, 1987).

3.3. Regresión cuantil

Este método supone que el VaR se puede expresar como una función lineal de un conjunto $\mathbf{z}_t = (x_{1,t}, \dots, x_{q,t})'$ de variables explicativas de forma que:

$$VaR_{P,t} = \beta_0 + \boldsymbol{\beta}' \mathbf{z}_t \quad (5)$$

donde $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_q)'$ es un vector de parámetros. La estimación de los parámetros se lleva a cabo minimizando la función (Koenker y Basset, 1978).

$$\sum_{t=1}^T \omega_P(L_t - \beta_0 - \boldsymbol{\beta}' \mathbf{z}_t)$$

donde

$$\omega_P(z) = \begin{cases} Pz & \text{si } z \geq 0 \\ (P-1)z & \text{si } z < 0 \end{cases}$$

La regresión cuantil sigue, por tanto, un enfoque semi-paramétrico del cálculo del VaR. No supone una distribución concreta para la pérdida L_t y, en este sentido, es no paramérico, pero sí supone una dependencia lineal del VaR con respecto a un conjunto de variables explicativas y, en este sentido, es paramétrico. Cuenta con dos ventajas: se puede aplicar a distintas distribuciones, más en concreto a las asimétricas como suele ser el caso de las series financieras; y si los valores atípicos cambian, ni el coeficiente de regresión cuantil ni su error estándar se ven afectados. Por consiguiente, la presencia de valores extremos hace que sea una estimación más robusta y eficiente que la econométrica. Su principal inconveniente es que si la elección de las variables explicativas de \mathbf{z}_t o el de la forma funcional es incorrecta puede dar lugar a resultados sesgados.

3.4. Método econométrico

El método econométrico se basa en utilizar un modelo paramétrico para describir la evolución de la pérdida a lo largo del tiempo, y a partir del mismo, calcular el VaR y el ES de forma exacta (si el problema es analíticamente tratable) o aproximada (si no lo es) mediante simulación estocástica del comportamiento futuro de la serie.

En nuestro caso, y dado que vamos a trabajar con rentabilidades diarias, utilizaremos un modelo de la familia ARMA-GARCH y sus extensiones que se han

revelado como especialmente eficaces en la descripción de su evolución (Bollerslev et al., 2002; Bera y Higgins, 2003; Tsay, 2013). Esta familia de modelos describen la distribución condicional de $r_t|r_1, \dots, r_{t-1} \sim D(\mu_t, \sigma_t)$ de forma que $z_t = \frac{r_t - \mu_t}{\sigma_t} \sim D(0,1)$ donde:

$$\mu_t = E[r_t|r_1, \dots, r_{t-1}] = \phi_0 + \phi_1 r_{t-1} + \dots + \phi_p r_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_m \varepsilon_{t-m}$$

$$\sigma_t^2 = V[r_t|r_1, \dots, r_{t-1}] = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2$$

son la media y varianza típica condicional de la serie y $D(0,1)$ es una distribución de media 0 y varianza 1. Un caso particular notable de este modelo es la metodología RiskmetricsTM desarrollada por J.P. Morgan (Longerstaey y More, 1995) que corresponde a un modelo ARMA(0,0)-IGARCH(1,1) sin término independiente en la ecuación de la media.

El valor de riesgo y el déficit esperado vendrán dados por:

$$VaR_{p,t} = -\mu_t - z_{1-p} \sigma_t \quad (6)$$

$$ES_{p,t} = -\mu_t - \sigma_t E[Z_t | Z_t < z_{1-p}] \quad (7)$$

donde z_{1-p} es el cuantil $1 - P$ de la distribución $D(0,1)$. Si $E[Z_t | Z_t < z_{1-p}]$ no es calculable analíticamente su valor se calcula mediante simulación mediante la expresión

$$\frac{\sum_{s=1}^S z_t^{(s)} I(z_t^{(s)} < z_{1-p})}{\sum_{s=1}^S I(z_t^{(s)} < z_{1-p})} \text{ donde } \{z_t^{(s)}; s = 1, \dots, S\} \text{ es una muestra aleatoria simple de } D(0,1).$$

No obstante, si conocemos el tipo exacto de distribución, las fórmulas del VaR y la ES se pueden concretar más. Por ejemplo, si es una distribución t Student, Tsay R.S. explica que las funciones son:

$$VaR_{1-p} = \mu_t + t_{1-p} \sigma_t \quad (8)$$

$$ES_{1-p} = \mu_t + \frac{f_v(x_{1-p})}{p} \sigma_t \left(\frac{v + x_{1-p}^2}{v-1} \right) \quad (9)$$

4. Ilustración empírica

4.1. Planteamiento del estudio

En esta sección se aplican los métodos presentados en la sección 3 a la evaluación del riesgo de 3 series financieras: la cotización diaria del Meliá Hotels y la evolución diaria del Nikkei 225 y del tipo de cambio USD/EUR.

Los datos con los que se va a trabajar han sido extraídos de la Web de *Investing* y corresponden al periodo que va desde el 30 de Junio de 2007 hasta el 30 de Junio de 2017. El número total de observaciones ha sido 2,549 en Meliá Hotels, 2,461 en el Nikkei225 y 2,656 para el EUR/USD.

Se considera que el periodo analizado constituye un horizonte temporal amplio, dado que recoge la totalidad del periodo de recesión económica así como años en los que no tendría por qué haber ninguna incidencia.

El estudio se realizará suponiendo que se han adoptado tres posiciones largas de 1,000,000€ cada una (no conforman una cartera conjunta) y se calcularán las medidas de riesgo correspondientes al día siguiente al último periodo de observación que, en nuestro caso corresponde al 3 de Julio de 2017. Así mismo, en la sección 4.3 se realizará un estudio de validación extra-muestral tipo rolling de las medidas obtenidas por cada método utilizando como periodo de validación el comprendido entre Julio de 2015 y 30 de Junio de 2017 (504 observaciones).

4.2. Estudio gráfico y descriptivo de las series analizadas

Antes de aplicar los distintos métodos comenzaremos analizando las rentabilidades diarias continuas asociadas a cada serie, las cuales vienen dadas por $r_t = \log(y_t) - \log(y_{t-1})$ donde y_t es el valor de la serie analizada en el periodo t . La serie de pérdidas vendrá dada por $L_t = -1000,000 * r_t$.

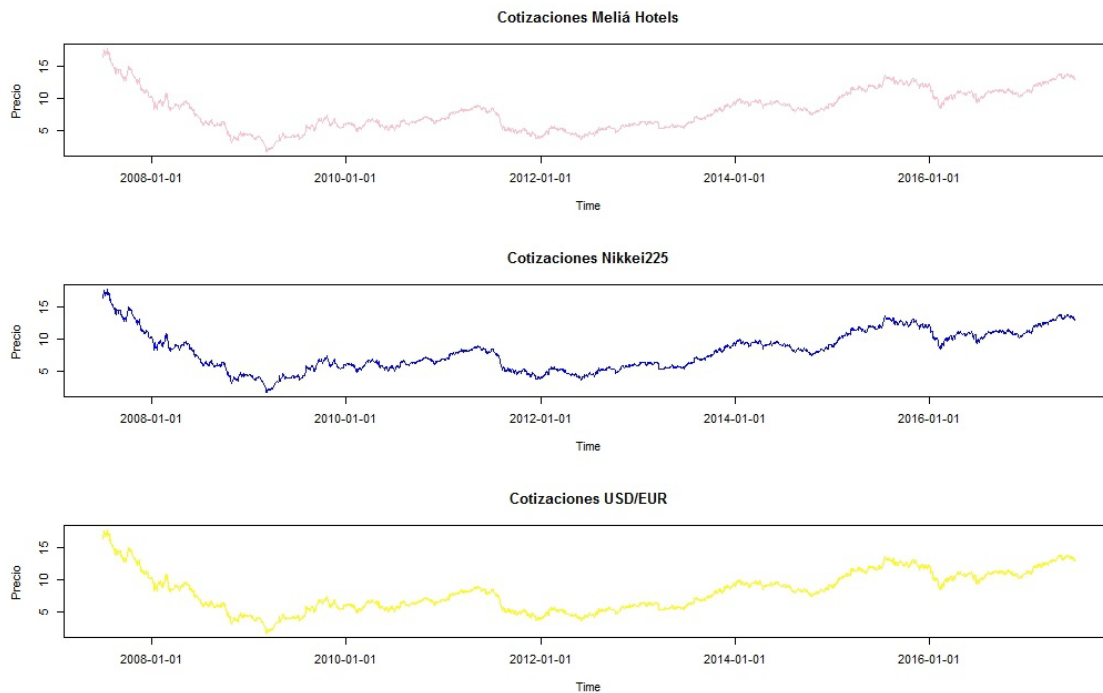


Figura 1: Evolución diaria de las series

En la Figura 1 se muestra la evolución diaria de los valores de las 3 series consideradas en el trabajo. A lo largo de los 10 años de estudio, las acciones de Meliá Hotels han oscilado entre 1.67€y 17.78€, siendo el máximo en Julio de 2007 justo antes de la recesión económica y el mínimo poco más de un año y medio más tarde, en Marzo de 2009. Después de tocar fondo, ha ido recuperando lentamente su valor, con una recaída importante en 2011 en la que pasó de valer 8€a algo menos de 4€. A fecha de 30 de Junio de 2017 su precio era aproximadamente 13€

Si bien la primera bajada se corresponde en el tiempo con la crisis financiera mundial, la segunda se debe a la crisis de deuda soberana que sufrió Europa durante 2011, 2012 y parte de 2013.

Respecto a la evolución del índice Nikkei225 también se aprecia el efecto de la crisis financiera. Su mínimo (7,054.98) fue apenas unos días después del de las acciones de Meliá y su máximo (20,868.03) en Junio de 2015, estando ahora muy cerca de esa cifra (20,033.43).

La evolución del tipo de cambio USD/EUR ha sido totalmente distinta. Empezó casi en máximos y fue bajando hasta que se estabilizó en el año 2015. El 22 de Abril de

2008 el Euro alcanzó su mayor valor frente al Dólar, 1.5974\$ por cada Euro, y el 20 de Diciembre de 2016 fue el día que más equiparados estuvieron ambos a 1.0387\$ el Euro.

La razón de este movimiento es que los tipos de interés estaban muy igualados en Europa y EEUU hasta Enero de 2008, cuando la Reserva Federal Americana los bajó bruscamente ante la amenaza de una crisis financiera. Los siguieron reduciendo progresivamente durante ese año y la gran diferencia de los tipos oficiales hizo de la Eurozona un destino muy atractivo para invertir, los capitales extranjeros fueron llegando y eso conllevó una mayor la demanda de Euros que a su vez desembocó en la apreciación de nuestra moneda frente a la americana. Sólo cuando el tipo de interés de la zona Euro se situó en un 0.05% y hubo noticias de que el tipo americano iba a subir, fue cuando el Euro comenzó a perder fuerza de forma notable hasta llegar al mínimo.

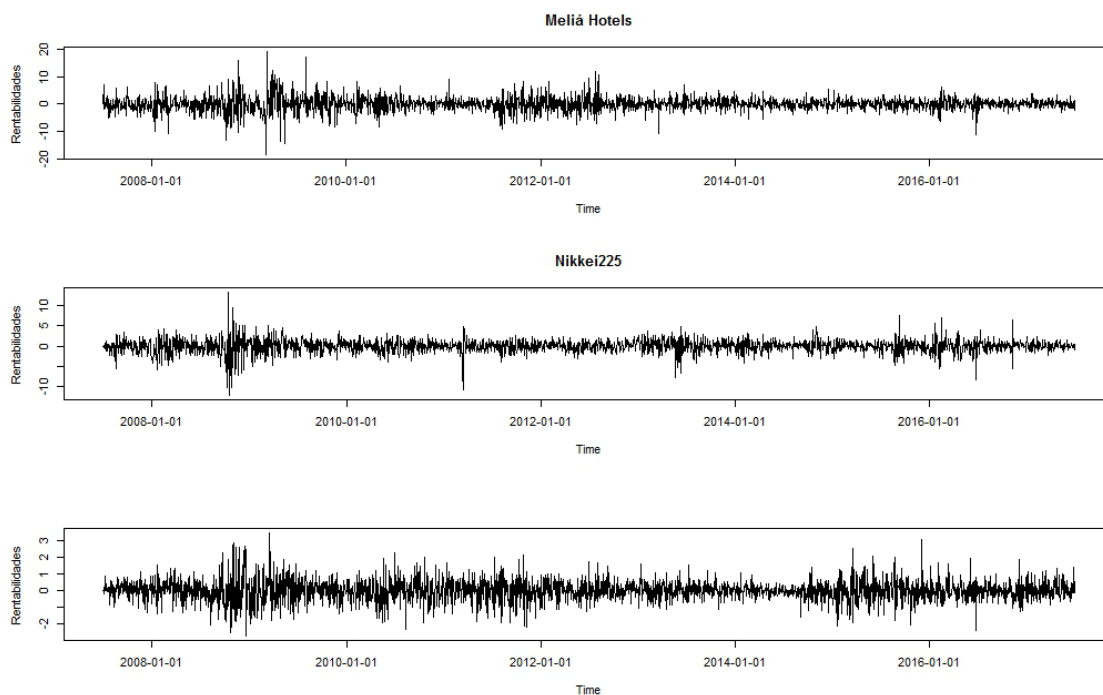


Figura 2: Evolución diaria de las rentabilidades de las series

En la Figura 2 se muestra la evolución diaria de las series de rentabilidades correspondientes a cada serie. Se observa que, hasta Septiembre-Octubre del año 2008 las variaciones en las cotizaciones de los activos se mantenían medianamente estables y, a partir de esa fecha, las rentabilidades comenzaron a agitarse de forma relativamente importante.

Las máximas variaciones ocurrieron entre los años 2008 y 2009. La serie con fluctuaciones más amplias fue la de la acción de Meliá Hotels que registró sus variaciones más bruscas el 10 de Marzo de 2009 con un aumento del 18.58% y el 5 de Marzo de 2009 con una caída de 19.18%. No hay motivos claros del porqué de la subida ni del descenso, pero el día anterior al incremento, todos los mercados bursátiles habían mejorado por buenas noticias en el sector bancario; en lo que se refiere al descenso, lo más probable es que la incertidumbre por el futuro de GM que afectó al Dow Jones se trasladase al Ibex35. La información relativa a estos acontecimientos se ha extraído consultando el periódico El País correspondiente a los días mencionados.

Por su parte, el índice Nikkei225 cerró el 14 de Octubre de 2008 un 13.23% más alto que el día previo gracias a un incremento igual de positivo en el Dow Jones por las medidas aprobadas en Europa y EEUU. Dos días después, la euforia ya no era tal y el Nikkei cayó un 12.11%.

El tipo de cambio USD/EUR fue el activo más estable: los valores extremos de su serie de rentabilidades no llegaron ni siquiera al 4%. El 16 de diciembre de 2008 la FED anunció que iba a bajar los tipos de interés hasta el 0-0.25% asegurando que tomaría las medidas necesarias para preservar la estabilidad de precios y conducir a la economía hacia un crecimiento sostenible. Las noticias se tomaron de forma positiva y el Dólar se apreció respecto al Euro más que en cualquier otro momento de los 10 años de la muestra. El 18 de Marzo de 2009 hubo un comunicado de la FED en que anunció que iba a realizar inyecciones de liquidez pero iba a mantener los tipos de interés bajos. Esto no sentó igual de bien y el Dólar se depreció un 2.73%.

Tabla 1: Estadísticos descriptivos de las series analizadas (en %)

Activos	Meliá Hotels	Nikkei 225	USD/EUR
<i>Media(x100)</i>	-0.88	0.40	-0.66
<i>Desviación típica</i>	2.62	1.64	0.64
<i>Mínimo</i>	18.58	-12.11	-2.73
<i>Máximo</i>	-19.18	13.23	3.43
<i>Mediana</i>	0.00	0.05*	0.00
<i>Cuantil 25%</i>	-1.27	-0.76	-0.35
<i>Cuantil 75%</i>	1.26	0.87	0.33
<i>Asimetría</i>	0.06	-0.48*	0.10*
<i>Exceso de Curtosis</i>	6.08*	7.37*	2.00*

*significativo al 5%

La media y mediana de todas las series son esencialmente igual a 0 sin que ninguna de ellas sea significativa. Destacando que en Meliá Hotels y USD/EUR es negativa. El contraste de la media que utilizaré es el de la t de Student. Con este test averiguaré si la media es estadísticamente igual a 0. En el test de signos comprobaré que la mediana es igual a 0, es decir, que el 50% de los números es menor a 0 y el otro 50% es mayor a 0. Si la media o la mediana es significativa quiere decir que estadísticamente es distinta de 0.

Analizando las desviaciones típicas se observa que el activo más volátil en el periodo fueron las Acciones de Meliá Hotels, seguida del índice Nikkei y del tipo de cambio EUR/USD. Es normal que las acciones fluctúen más puesto que su precio depende de más factores, por ejemplo, les afecta prácticamente la totalidad de las noticias que perturban al índice al que pertenecen más las noticias de su sector, la publicación de sus informes...

El estudio de los cuartiles indica que el 50% de los datos son n° que se encuentran entre -1.27% y 1.26% si hablamos de Meliá Hotels, entre -0.76% y 0.87% en el Nikkei225 y entre -0.35% y 0.33% en el USD/EUR. Esto sustenta el hecho de que las variaciones diarias son pequeñas la mayor parte del tiempo, incluso en Meliá Hotels. Además, añade más información como que el 25% de los datos son cifras menores al cuantil del 25% y el 25% restante son mayores al del 75%.

Los excesos de curtosis, son significativos en los 3 casos reflejando el carácter leptocúrtico de las series correspondiendo el menor valor al EUR/USD al estar más intervenido que las otras dos. Las asimetrías son mucho menores siendo significativas únicamente la de las series Nikkei y EUR/USD. Se rechaza, por tanto, la hipótesis de normalidad para las 3 series y de ahí que no puedan utilizarse métodos de cálculo del VaR y ES que se basen en dicha hipótesis y explica el porqué de los métodos aquí expuestos que no dependen de dicha hipótesis para su validez.

4.3. Resultados de los métodos de cálculo del VaR y del ES

4.3.1. Método histórico

En el caso de las acciones de Meliá Hotels el cuantil del 95% es una rentabilidad negativa del 4.093367% por lo cual la pérdida máxima que pudo sufrir la posición el día 3 de Julio de 2017 fueron 1,000,000€*4.065776% es decir, 40,657.76€

La Expected Shortfall como es lógico, es mayor (6.17231%). Sería 61,723.10€

Por otro lado, las pérdidas potenciales del Nikkei225 para el mismo día son 24,777.16€ En la diferencia de las cifras de ambos activos se percibe nuevamente que Meliá Hotels es bastante más volátil.

La Expected Shortfall son 40,098.74€

Por último, en el EUR/USD el VaR es 1.065539% o 10,655.39€ Concuerta con lo dicho, ya que al ser el activo menos volátil el movimiento esperado del mercado es menor.

Su ES para el 3 de Julio de 2017 son 14,611.65€

4.3.2. Teoría de Valor Extremo

Block Maxima Method

En este método primero voy a dividir la muestra en bloques de 21 días (un mes), y luego en bloques de 42 días. Al tomar estos números espero que los bloques sean lo suficientemente grandes para que los máximos realmente se aproximen a las cifras más altas de la serie financiera, ya que si tomase periodos de tiempo más pequeños tendría más observaciones con las que estimar el VaR, pero las posibilidades de que gran parte

de esos datos no representasen a los atípicos serían mayores. De esta forma, comparando dos distribuciones distintas, busco comprobar si los resultados son similares o si, por el contrario, los VaR son considerablemente diferentes.

Comenzando con las acciones de Meliá Hotels, se ha dividido la muestra total de los primeros 8 años (2,045 observaciones) en bloques de 21 días y el resultado son 98 bloques a tener en cuenta, o lo que es lo mismo, 98 máximos. Cabe remarcar que esto es así sólo en la primera estimación, conforme vaya creciendo el tamaño de la muestra para hacer las subsiguientes estimaciones el tamaño de los bloques irá creciendo lentamente.

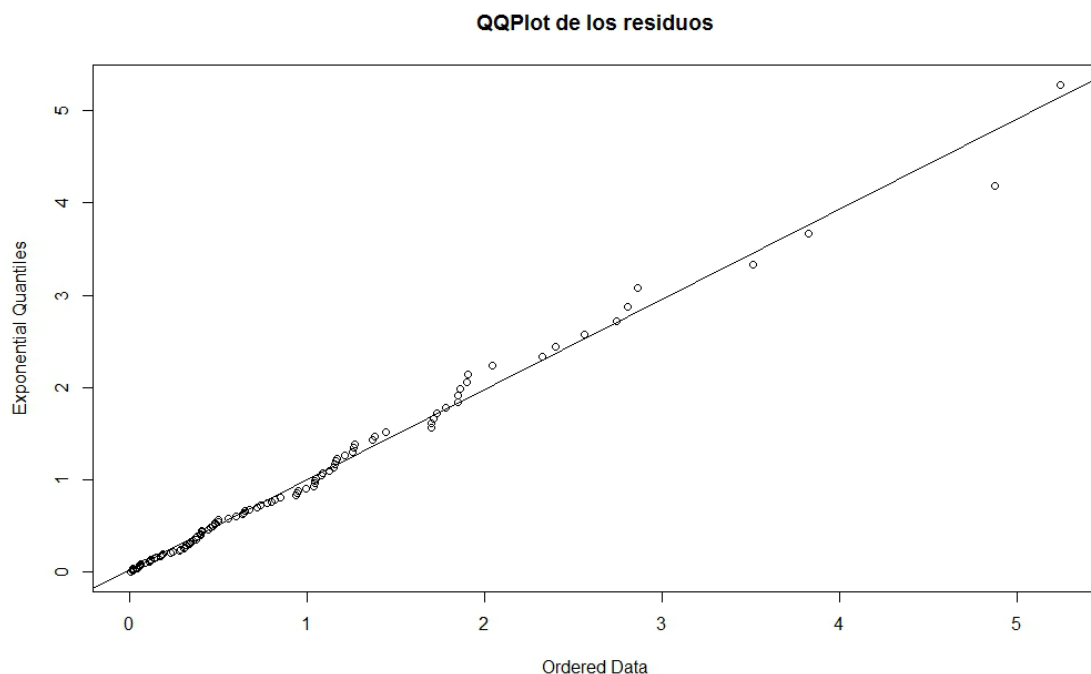


Figura 3: QQplot de los residuos de la serie de máximos perteneciente a Meliá Hotels para n= 21 según una distribución GEV

En la Figura 3 se muestra el QQ plot de los residuos $w_i = \left(1 + \xi \frac{x_{n,i} - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right)^{-1/\xi}$ de una GEV que, si la bondad de ajuste es adecuada, se distribuirían según una distribución exponencial. Se aprecia que la distribución de los residuos se ajusta a la GEV.

En relación a los parámetros estimados que aparecen en la Tabla 2, primero señalar que el parámetro de forma ξ es positivo y apunta a una distribución de tipo Fréchet, lo cual es muy común entre series financieras ya que es la familia de

distribuciones que incluye la distribución t de Student, la cual es la más típica entre las series financieras.

Tabla 2: Parámetros estimados para una distribución GEV de Meliá Hotels

Parámetros	ξ	σ	μ
Estimadores (n=21)	0.2699	1.5614	3.3024
Estimadores (n=42)	0.2869	1.8188	4.1565

Segundo, sustituyendo los estimadores en la fórmula (1), el resultado del 30 de Junio de 2017 es 3.187559%. Esto quiere decir que la pérdida podría haber sido de 31,875.59€

En cuanto a los bloques bimensuales, nos quedan 49 datos con los que estimar los parámetros.

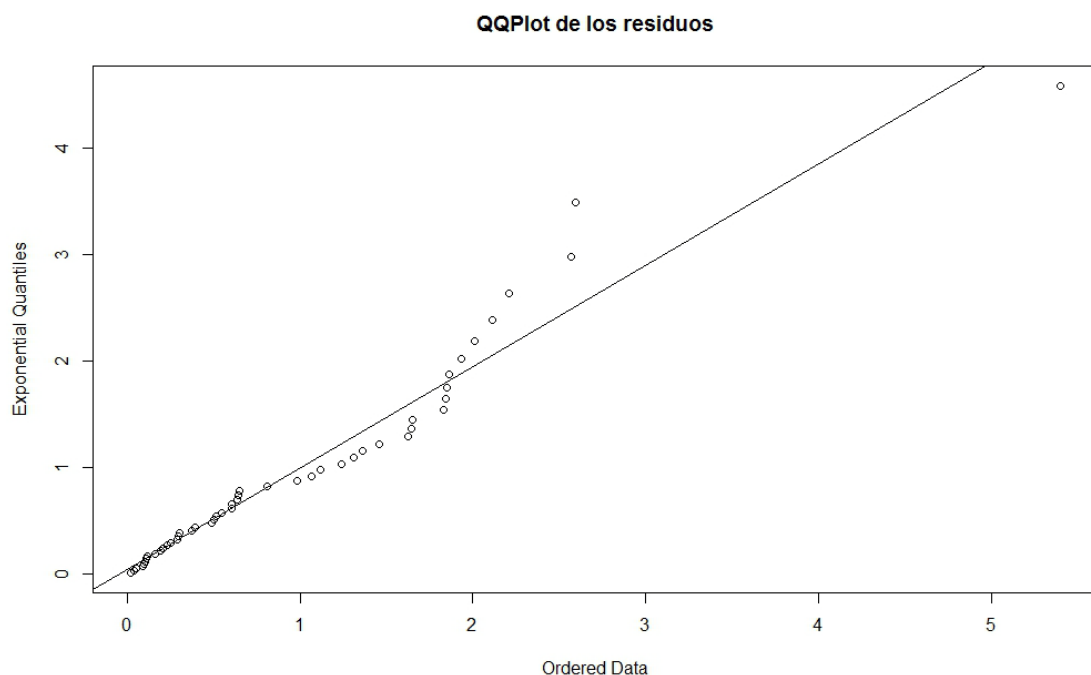


Figura 4: QQplot de los residuos de la serie de máximos perteneciente a Meliá Hotels para n= 42según una distribución GEV

En la Figura 4 salta a la vista en el QQplot que la distribución no concuerda con una GEV. Esto indica que, por el momento, el primer ejemplo es más aceptable y si hay una discrepancia notable en el VaR me quedaré con el mensual.

Volviendo a la Tabla 2, a simple vista los estimadores no son muy distintos de los anteriores. Es claramente una distribución tipo Fréchet ($\xi = 0.28 > 0$).

El VaR es 2.90368%, el equivalente a una pérdida de 29,036.80€ por 1,000,000€ de inversión.

Comenzando con el Nikkei225, la muestra es más reducida (1,957 observaciones) y si la partimos en bloques mensuales quedan 94 máximos que usar en la estimación.

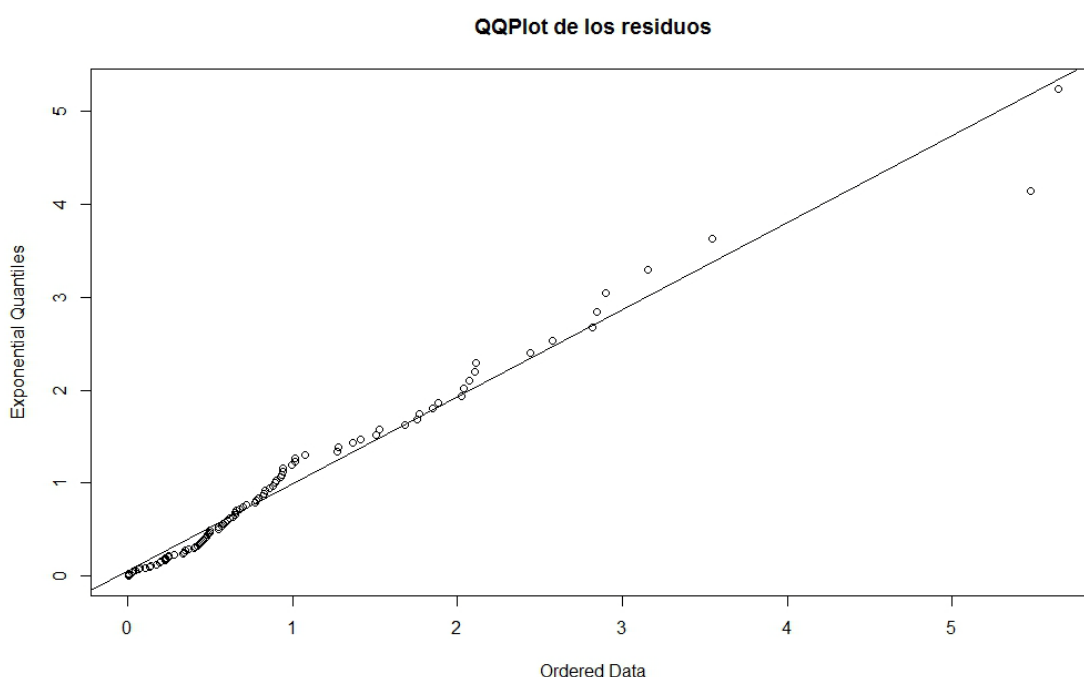


Figura 5: QQplot de los residuos de la serie de máximos perteneciente al Nikkei225 para $n=21$ según una distribución GEV

La serie se ajusta adecuadamente a la GEV como se puede ver en la Figura 5 por lo que no hay razones para pensar que no sea un GEV.

Tabla 3: Parámetros estimados para una distribución GEV del Nikkei225

Parámetros	ξ	σ	μ
Estimadores ($n=21$)	0.1862	1.0751	2.0737
Estimadores ($n=42$)	0.2135	1.1796	2.5462

En la Tabla 3 identifico una distribución Fréchet con un VaR de 1.994391%.

A continuación, si divido la muestra en bloques de 42 días el gráfico queda:

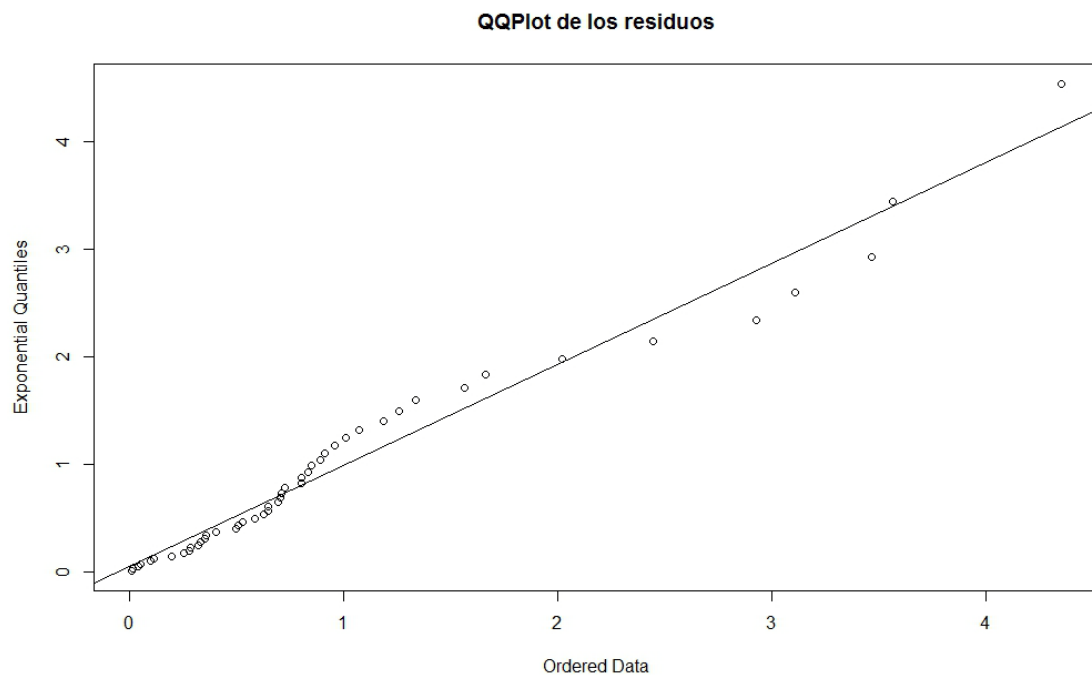


Figura 6: QQplot de los residuos de la serie de máximos perteneciente al Nikkei225 para $n=42$ según una distribución GEV

De nuevo la serie parece adaptarse de forma no tan aceptable a la distribución GEV (Figura 6) de tipo Fréchet (Tabla 3).

El VaR estimado es 1.711218%.

En el €\$ contábamos con 2,656 observaciones, de las cuales me quedo con las 2,251 primeras para extraer los máximos mensuales.

Hay un total de 103 máximos, que conducen a el QQPlot de la Figura 7, a los estimadores reflejados en la Tabla 4 y a un VaR de 9,049.90€

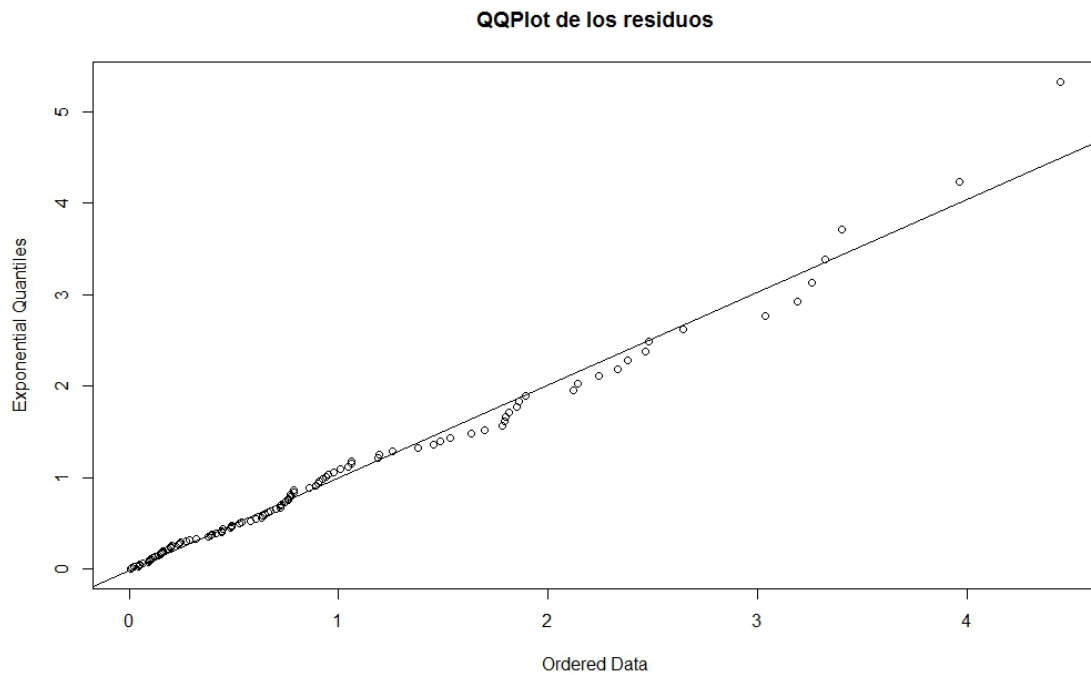


Figura 7: QQplot de los residuos de la serie de máximos perteneciente al EUR/USD para $n=21$ según una distribución GEV

El QQplot es correcto, se ve que la distribución de la serie es una buena aproximación a una GEV.

Tabla 4: Parámetros estimados para una distribución GEV del EUR/USD

<i>Parámetros</i>	ξ	σ	μ
<i>Estimadores ($n=21$)</i>	-0.0199	0.4084	0.9353
<i>Estimadores ($n=42$)</i>	-0.0965	0.4685	1.1277

Si por el contrario, tomamos máximos bimensuales el VaR resulta en 0.7544668% y los parámetros estimados en lo que marca la Tabla 4.

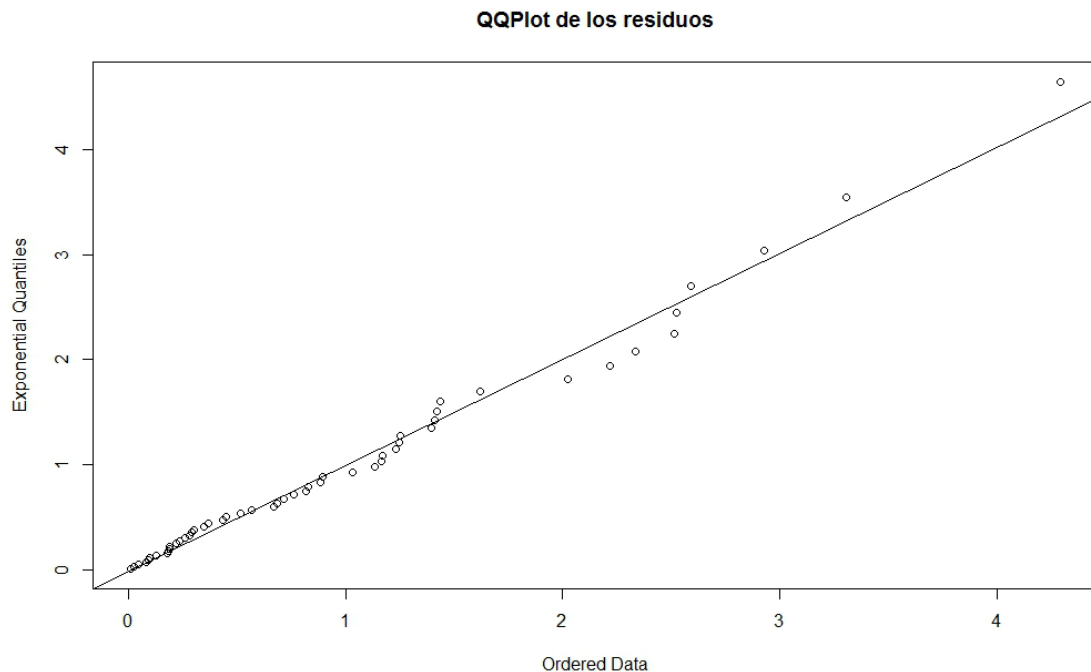


Figura 8: QQplot de los residuos de la serie de máximos perteneciente al EUR/USD para $n=42$ según una distribución GEV

La Figura 8 es parecida a la 7. Se podría decir que la distribución es una GEV.

Peak Over Threshold

El Peak Over Threshold requiere elegir un umbral o *threshold* con el que discriminar los datos. Determinar el *threshold* es un paso relevante en el estudio porque dependiendo del valor elegido los parámetros estimados serán distintos.

Para cada activo he seleccionado tres umbrales η . En Meliá Hotels el principal que he elegido es el 2%, o sea que R utilizará las variaciones que superen un 2%. Considero que esta cifra es aceptable porque su varianza es muy alta. Con el fin de comparar, he probado también con un umbral de 3% y otro de 1%.

Tras aplicar el Maximum Likelihood Method a los excesos de cada uno de los umbrales de las acciones de Meliá Hoteles, quedan tres distribuciones de Pareto generalizadas con los parámetros que aparecen en la Tabla 5.

Tabla 5: Parámetros estimados según MLM en el POT para Meliá Hotels

H	ξ	σ	μ	$\psi(\eta)$
1	0.0915	1.4482	-0.8865	1.6210
2	0.0862	1.4708	-0.9096	1.7218
3	0.1441	1.1537	-0.2334	1.6197

Posteriormente, calculo el VaR y la ES de las tres opciones utilizando las expresiones (2) y (3).

Tabla 6: VaR y ES del método POT para Meliá Hotels

H	$VaR_{0.95}$	VaR €	$ES_{0.95}$	ES €
1	0.04104954	41,049.54€	0.06202592	62,025.92€
2	0.04117484	41,174.84€	0.06201788	62,017.88€
3	0.04088795	40,887.95€	0.06164630	61,646.30€

Se aprecia que el VaR es muy similar en los tres casos que refleja la Tabla 6, la máxima diferencia son 287€, que en un total de 1,000,000 no constituyen una suma importante.

La ES es algo más grande, pero tan sólo 379€ marcan la diferencia entre la más alta y la más baja.

El umbral principal que he escogido para el Nikkei225 es el 0.8%. Debe ser menor al de Meliá Hotels porque su varianza es considerablemente más reducida (2.69). Los otros dos threshold que me dispongo a probar son 0.5% y 1.2%.

Igual que en el activo anterior aplico el Maximum Likelihood Method y los estimadores son los que aparecen en la Tabla 7.

Tabla 7: Parámetros estimados según MLM en el POT para el Nikkei225

H	ξ	σ	μ	$\psi(\eta)$
0.5	0.0950	0.9572	-0.6749	1.068
0.8	0.1314	0.8473	-0.5131	1.0199
1.2	0.1736	0.7293	-0.3109	0.9917

El VaR y la ES para cada una de las opciones se pueden observar en la Tabla 8.

Tabla 8: VaR y ES del método POT para el Nikkei225

H	VaR _{0,95}	VaR €	ES _{0,95}	ES €
0.5	0.02641998	26,419.98€	0.04048264	40,482.64€
0.8	0.02596932	25,969.32€	0.04043019	40,430.19€
1.2	0.02554687	25,546.87€	0.04039614	40,396.14€

Aquí la diferencia entre los VaR es muy similar (873€) pero la de las ES es apenas 86€. Esto sugiere que en el pasado la posibilidad de pasar de un -4% de pérdida ha sido tan baja que el hecho de que esta situación se produzca en el futuro es ínfima. Tanto es así que sólo una rentabilidad en 2016-2017 ha sobrepasado el VaR y la ES de los tres supuestos, la cual fue una fluctuación de -5.5%.

En el EUR/USD los umbrales son muy reducidos. El principal sería 0.4 y los dos secundarios 0.2 y 0.6. La Tabla 9 contiene los parámetros estimados.

Tabla 9: Parámetros estimados según MLM en el POT para el EUR/USD

H	ξ	σ	μ	$\psi(\eta)$
0.2	-0.1176	0.5873	-0.3982	0.5169
0.4	-0.0950	0.5457	-0.3473	0.4746
0.6	-0.1079	0.5741	-0.3922	0.4670

Los parámetros son muy similares en las tres opciones, por eso no es de extrañar que en la Tabla 10 el VaR y la ES disten tan poco de un umbral a otro.

Tabla 10: VaR y ES del método POT para el EUR/USD

H	VaR _{0,95}	VaR €	ES _{0,95}	ES €
0.2	0.01084574	10,845.74€	0.01453982	14,539.82€
0.4	0.01075224	10,752.24€	0.01450094	14,500.94€
0.6	0.01077317	10,773.17€	0.01452394	14,523.94€

Estimador Hill

Puesto que la distribución ha sido identificada como de tipo Fréchet, es apropiado usar el Estimador Hill, que es el más eficiente en este tipo de distribución. En la Tabla 11 se muestran los resultados para el 3 de Julio de 2017 obtenidos al aplicar la

expresión (4) en la que se ha tomado $P_0 = 0,95$ y se ha estimado $VaR_{0,95}$ mediante el método histórico.

Tabla 11: VaR, ES y Estimador de Hill para el 3 de Julio de 2017 Melià Hotels

VaR 95% método histórico	Estimador Hill	VaR 95% según el estimador
4.065776%	0.3333951	4.043054%

Dicho de otra manera, el cuantil empírico dice que la pérdida máxima del día 3 de Julio de 2017 fue 40,657.76€, mientras que el Estimador Hill da una cifra de 40,430.54€

Si tomo los datos del índice japonés el estimador el 30 de Junio de 2017 ofrece los números de la Tabla 11.

Tabla 12: VaR, ES y Estimador de Hill para el 3 de Julio de 2017 Nikkei 225

VaR 95% método histórico	Estimador Hill	VaR 95% según el estimador
2.477716%	0.3981	2.457963%

En el tipo de cambio, Estimador de Hill, el VaR y la ES del mismo día son los que aparecen en la Tabla 13.

Tabla 13: VaR, ES y Estimador de Hill para el 3 de Julio de 2017 EUR/USD

VaR 95% método histórico	Estimador Hill	VaR 95% según el estimador
1.065539%	0.2589	1.061949%

4.3.3. Regresión cuantil

Los índices que he seleccionado para completar la regresión cuantil de Melià Hotels son tres: el IBEX35, el VDAX y la serie original retardada un periodo.

Al ser una empresa que cotiza en mercados españoles su correlación con el IBEX35 es alta, lo que implica que las variaciones en el IBEX35 afectan de forma importante al valor de las acciones de Melià. Consecuentemente, para la regresión emplearé la opuesta de las rentabilidades diarias continuas del IBEX.

En segundo lugar, el VDAX es el índice de volatilidad alemán. He preferido el índice alemán al español porque es más fiable y el mercado alemán es similar al español en cuanto a que se ve afectado por las mismas circunstancias. Si el VDAX sube, indica que la volatilidad es mayor y por tanto la probabilidad de grandes variaciones tanto al alza como a la baja en los activos de los mercados financieros aumentan. Como lo que me interesa de este índice no son las variaciones sino el valor en sí (los momentos en que las volatilidades son superiores), voy a utilizar la serie sin modificar.

Por último, utilizo también la serie de rentabilidades diarias retardada porque considero que es muy probable que el rendimiento del día anterior influya en el actual.

La regresión cuantil constará de dos variables independientes y su VaR tomará esta forma (ver expresión (5)):

$$VaR_{0,95,t} = 0.7501 + 0.8876RIBEX35_{t-1} + 0.1109VDAX_{t-1} + 0.0767RMelia_{t-2}$$

Sustituyo los valores del IBEX y del VDAX del día 30 de Junio de 2017 en la fórmula y el VaR es 4.10300814% o 41,030.08€

Una vez terminada la regresión cuantil de Meliá Hotels continúo con la del Nikkei.

Los índices a utilizar en este apartado son: el tipo de interés del Banco de Japón, el índice de volatilidad del mercado japonés, el S&P500 y la serie original retardada un periodo.

El tipo de interés oficial japonés (TIJ) se incluye porque tras un análisis superficial he llegado a la conclusión de que afecta en cierta medida al rendimiento del índice.

El índice de volatilidad japonés (JNIV) ha sido seleccionado por los mismos motivos que el alemán en el estudio de las acciones.

El S&P500 creo conveniente que aparezca porque en el análisis descriptivo básico hemos podido ver que los movimientos en los mercados americanos afectan significativamente a los del resto de países.

El último, la serie de rentabilidades aparece por el mismo motivo que he presentado en la regresión de Meliá Hotels.

Las series de datos de los tipos de interés las he elaborado a partir de información obtenida en la página web *Datos Macro*.

En la regresión cuantil se han tomado, por tanto, como variables independientes la variación del tipo de interés, el índice de volatilidad sin modificar y las rentabilidades del S&P500 con un día de retardo porque para el momento en que el S&P500 abre el Nikkei225 ya ha cerrado, entonces le afectará con un día de retraso en comparación a las otras variables. De esta forma se obtiene:

$$VaR_{0,95,t} = -0.5360 - 0.0323\Delta TIJ_{t-1} + 0.1105JNIV_{t-1} - 0.0340RS\&P500_{t-2} + 0.0822RNikkei_{t-2}$$

El VaR es 1.011400% (10,114€) el 3 de Julio de 2017.

Para el Euro/Dólar, he escogido 5 variables independientes.

En el estudio descriptivo ha quedado claro que los tipos de interés suponen un factor determinante en las variaciones de los tipos de cambio, por eso dos de las variables son el tipo de interés oficial de la Eurozona (TIEurozona) y el tipo de interés oficial de EEUU (TIEEUU).

También son relevantes los índices bursátiles. Obviamente, el de los Dólares es el S&P500, que es más representativo que el Dow Jones. Y de la Eurozona he usado el IBEX35 porque los índices europeos siguen más o menos los mismos patrones solo que en el IBEX es más acusado. Finalmente, para la última variable independiente utilizo de nuevo las rentabilidades diarias continuas retardadas un día.

Tras aplicar la regresión, el VaR se calcula así:

$$VaR_{0,95,t} = 1.0453 - 0.0076\Delta TIEurozona_{t-1} + 0.0083\Delta TIEEUU_{t-1} + 0.0446RIBEX35_{t-1} + 0.1360RS\&P500_{t-1} + 0.0257R\$/_{t-2}$$

Lamentablemente, el índice de los tipos de interés no refleja la totalidad de su impacto. Aquí solo se está cuantificando el momento en que se produce el cambio de tipo pero no los momentos en que ha habido un anuncio relativo a los tipos de interés. Esto se traduce en que el coeficiente de los tipos de interés es muy bajo y las series no son prácticamente relevantes para el cálculo del VaR a pesar de que macroeconómicamente se ha demostrado que sí es así.

El VaR para el 3 de Julio de 2017 son 12,261.25€

4.3.4. Método econométrico

Un análisis de la serie detallado en el anexo reveló que el modelo con mejor bondad de ajuste a los datos de Meliá Hotels es un modelo ARMA(0,1)-EGARCH(1,1) que sigue una distribución t Student con errores $z_t = \sqrt{\sigma^2} \varepsilon_t z_t \sim std(0, 1, 6.1984)$ dado por :

$$r_t = 0.0191\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\ln(\sigma_t^2) = 0.0143 + 0.0646z_{t-1}^2 + 0.1157(|z_t| + E(|z_t|)) + 0.9907\ln(\sigma_{t-1}^2)$$

Se había descartado ya la presencia de asimetría en la identificación del modelo (t Student vs t Student asimétrica), pero en lo que se refiere a curtosis (6.1984) se trata de una distribución leptocúrtica.

El VaR proveniente de estas predicciones concuerda en comparación con el de los otros métodos. Por ejemplo, para el 3 de Julio de 2017 el VaR es 26,375.08€ calculado utilizando la expresión (6).

Por otro lado, el Anexo I muestra que el Nikkei se distribuye de acuerdo a una t Student asimétrica y que el modelo más apropiado para el Nikkei es un ARMA(0,1)-EGARCH(1,1) de errores $z_t = \sqrt{\sigma^2} \varepsilon_t z_t \sim std(0, 1, 1.1308, 9.4732)$. Su ecuación es:

$$r_t = -0.0278\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\ln(\sigma_t^2) = 0.0244 + 0.1226z_{t-1}^2 + 0.1858(|z_t| + E(|z_t|)) + 0.9635\ln(\sigma_{t-1}^2)$$

Presencia de asimetría a la izquierda (1.1308) y distribución claramente apuntada (9.4732).

El día 3 de Julio de 2017 el VaR es 10,927.22€

Finalmente, el modelo ARMA-GARCH que viene indicado en el Anexo I para el EUR/USD es un ARMA(0,1)-EGARCH(1,1) de distribución t Student y errores $z_t = \sqrt{\sigma^2} \varepsilon_t z_t \sim std(0, 1, 8.0784)$ que se corresponde a la siguiente expresión:

$$r_t = -0.0199r_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\ln(\sigma_t^2) = -0.0039 + 0.0276z_{t-1}^2 + 0.0778(|z_t| + E(|z_t|)) + 0.9963\ln(\sigma_{t-1}^2)$$

Simplemente comentar que vuelve a haber curtosis pronunciada (distribución leptocúrtica).

Su VaR es 7,313.86€

4.4. Estudio comparativo de los métodos

En esta sección se lleva a cabo un estudio comparativo de los métodos descritos en el trabajo para calcular el VaR y el ES. Para ello se realizará un estudio de validación extramuestral dividiéndose el periodo de observación en dos partes: por un lado tomaré los 8 primeros años como periodo de aprendizaje de cada método y los 2 últimos años como periodo de validación. Para las acciones la fecha de inflexión es el 16 de Julio de 2015, para el índice el 1 de Julio de 2015 y para el tipo de cambio el 30 de Septiembre de 2015.

El proceso de validación seguido es de tipo “Rolling” en el que se incorpora la última observación para ampliar el periodo de estimación y se predice el riesgo asociado al periodo siguiente calculando el VaR y el ES al 95%

Los resultados obtenidos se analizan gráficamente dibujando los VaR y ES junto con las series observadas, así como numéricamente llevando a cabo los contrastes de cubrimiento incondicional, independencia y cubrimiento condicional de Christoffersen (1998) así como calculando la pérdida de Raftery y Gnaeting (Raftery y Gnaeting, 2007) que es una pérdida cuyo valor minimiza el proceso generador de datos y que tiene en cuenta la magnitud del error cometido por el VaR o el ES al infra o sobrecubrir.

En el test LR de cubrimiento incondicional la hipótesis nula que se contrasta es que el porcentaje de fallos del VaR/ES es significativamente diferente de su nivel teórico.

El test LR de independencia contrasta si los fallos/aciertos de cubrimiento tienen algún tipo de estructura o si las rachas de aciertos y fallos ocurren al azar. Por lo tanto, aceptar H_0 quiere decir que hay independencia en aciertos y fallos y rechazarla, que no la hay.

El test LR de cubrimiento condicional prueba que una vez que ha habido un fallo, la probabilidad de tener otro sea $1-P$. La hipótesis nula significa que la probabilidad de tener un segundo fallo una vez cometido uno es la misma que la probabilidad de tener el primer fallo (sucesos independientes).

Finalmente, la pérdida de Gnaeting-Raftery viene dada por la expresión:

$$\sum_{t=t_0}^T (VaR_{0,95,t} - L_t)I(VaR_{0,95,t} > L_t) + \frac{1}{0'05} \sum_{t=t_0}^T (L_t - VaR_{0,95,t})I(L_t \geq VaR_{0,95,t})$$

donde $I(A)$ es la función indicador de A que vale 1 si ocurre A y 0 en otro caso y t_0, \dots, T es el periodo de validación. Esta pérdida cuantifica el error de estimación de la máxima pérdida cometida por el VaR a lo largo del periodo de validación dando más peso a los errores de infra-estimación que a los de sobre-estimación, de forma que la pérdida sea “propia”, es decir, sea minimizada por el proceso generador de los datos.

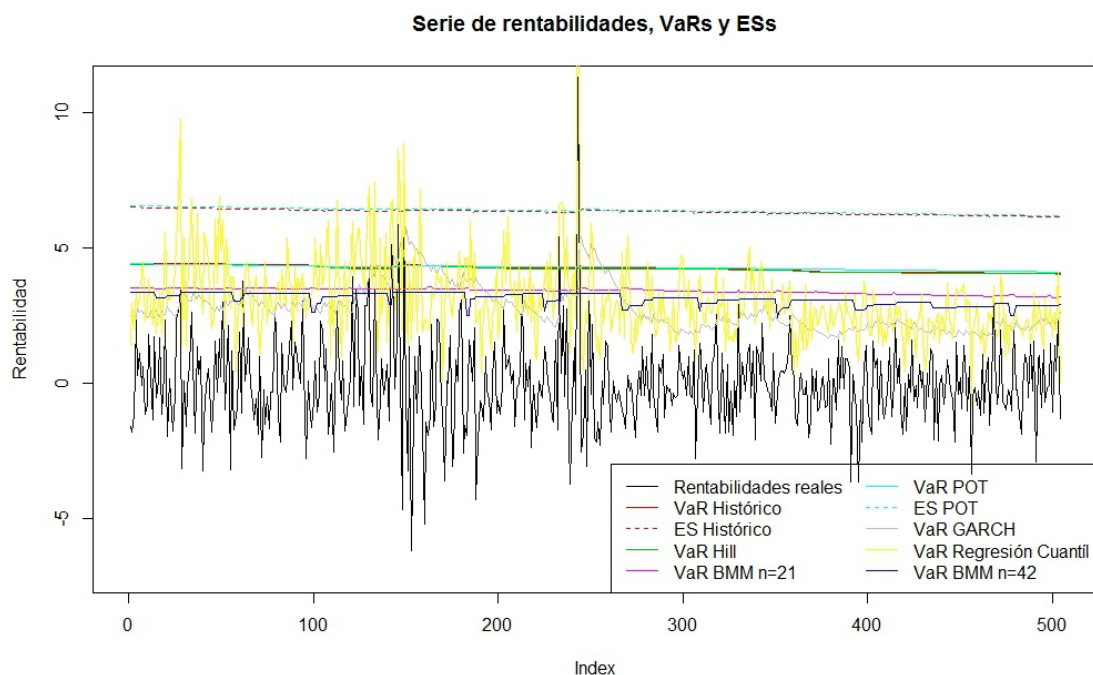


Figura 9: Gráfico resumen VaR y ES Meliá Hotels para la totalidad del periodo de validación

Estudiando la Figura 9 se pueden sacar numerosas conclusiones. Primero, que las dos ES son, efectivamente, mayores a cualquier VaR y más en concreto, superiores al VaR que ha empleado la misma metodología. Segundo, que el VaR BMM es el que más arriesga, situándose por debajo del resto de VaRs "estables". Y tercero, que probablemente los VaR más acertados sean o bien el del método econométrico o bien el de la Regresión Cuantil.

Tabla 14: Test de validación y Pérdida de Raftery y Gnaeting para Meliá Hotels

<i>Método de cálculo</i>	<i>Pvalor test de cubrimiento incondicional</i>	<i>Pvalor test de independencia</i>	<i>Pvalor test de cubrimiento condicional</i>	<i>Pérdida de Raftery y Gnaeting</i>	<i>Porcentajes de aciertos</i>
<i>VaR Histórico</i>	0.00	0.05	0.00	47,919.64 €	98.80%
<i>ES Histórico</i>	0.00	0.87	0.00	65,508.06 €	99.60%
<i>BMM bloques de 21 días</i>	0.00	0.22	0.00	42,179.81 €	97.81%
<i>BMM bloques de 42 días</i>	0.02	0.43	0.05	40,702.98 €	97.02%
<i>POT threshold=1</i>	0.00	0.72	0.00	48,165.80 €	99.00%
<i>POT threshold=2</i>	0.00	0.05	0.00	48,134.74 €	98.80%
<i>POT threshold=3</i>	0.00	0.05	0.00	47,863.03 €	98.80%
<i>ES POT</i>	0.00	0.92	0.00	65,904.25 €	99.80%
<i>Estimador Hill</i>	0.00	0.05	0.00	47,741.21 €	98.80%
<i>Regresión cuantil</i>	0.00	0.68	0.00	32,342.08 €	98.80%
<i>Método econométrico</i>	0.37	0.74	0.64	37,993.74 €	95.83%

De acuerdo a la Tabla 14, el método econométrico es el único en el que se aceptan las tres hipótesis nulas (pvalores > 0.05). Además, su pérdida de RG es la segunda mejor. Esto me lleva a pensar que efectivamente este método es el apropiado para el activo. Aquellos métodos en los que no se aceptan las hipótesis nulas de los tres contrastes no los considero válidos.

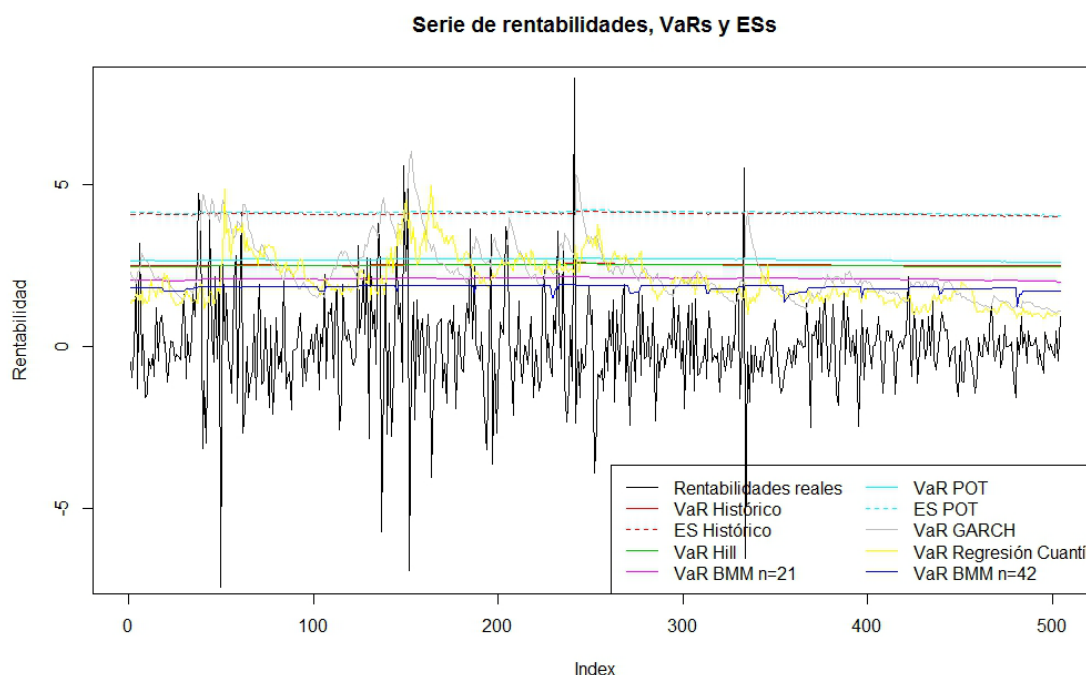


Figura 10: Gráfico resumen VaR y ES Nikkei225 para la totalidad del periodo de validación

La Figura 10 es semejante a la 9, los métodos más convincentes son el econométrico y la regresión cuantil.

Tabla 15: Test de validación y Pérdida de Raftery y Gnaeting para el Nikkei

<i>Método de cálculo</i>	<i>Pvalor test de cubrimiento incondicional</i>	<i>Pvalor test de independencia</i>	<i>Pvalor test de cubrimiento condicional</i>	<i>Pérdida de Raftery y Gnaeting</i>	<i>Porcentaje de aciertos</i>
<i>Método Histórico</i>	0.64	0.09	0.21	38,014.33 €	95.43%
<i>ES Método Histórico</i>	0.00	0.68	0.00	44,456.36 €	98.80%
<i>BMM bloques de 21 días</i>	0.05	0.03	0.01	38,834.91 €	93.05%
<i>BMM bloques de 42 días</i>	0.02	0.43	0.05	40,702.98 €	92.26%
<i>POT threshold=0.5</i>	0.37	0.05	0.10	38,112.76 €	95.83%
<i>POT threshold=0.8</i>	0.50	0.07	0.15	38,066.66 €	95.63%
<i>POT threshold=1.2</i>	0.50	0.07	0.15	38,032.42 €	95.63%
<i>ES POT</i>	0.00	0.72	0.00	44,733.62 €	99.00%
<i>Estimador Hill</i>	0.64	0.09	0.21	38,008.24 €	95.43%
<i>Regresión cuantil</i>	0.02	0.37	0.05	37,775.91 €	92.64%
<i>Método econométrico</i>	0.87	0.51	0.79	34,034.87 €	94.84%

La Tabla 15 muestra 6 métodos que obtienen buenos resultados en los test de validación. Consecuentemente voy a usar la Pérdida de Raftery y Gnaeting para discriminar. Igual que con Meliá Hotels el método econométrico el favorito: es más contundente en la aceptación de los test o, lo que es lo mismo, sus pvalores son más altos; y la Pérdida de RG es 4,000€ menor que la de las siguientes opciones (Método histórico y Estimador de Hill).

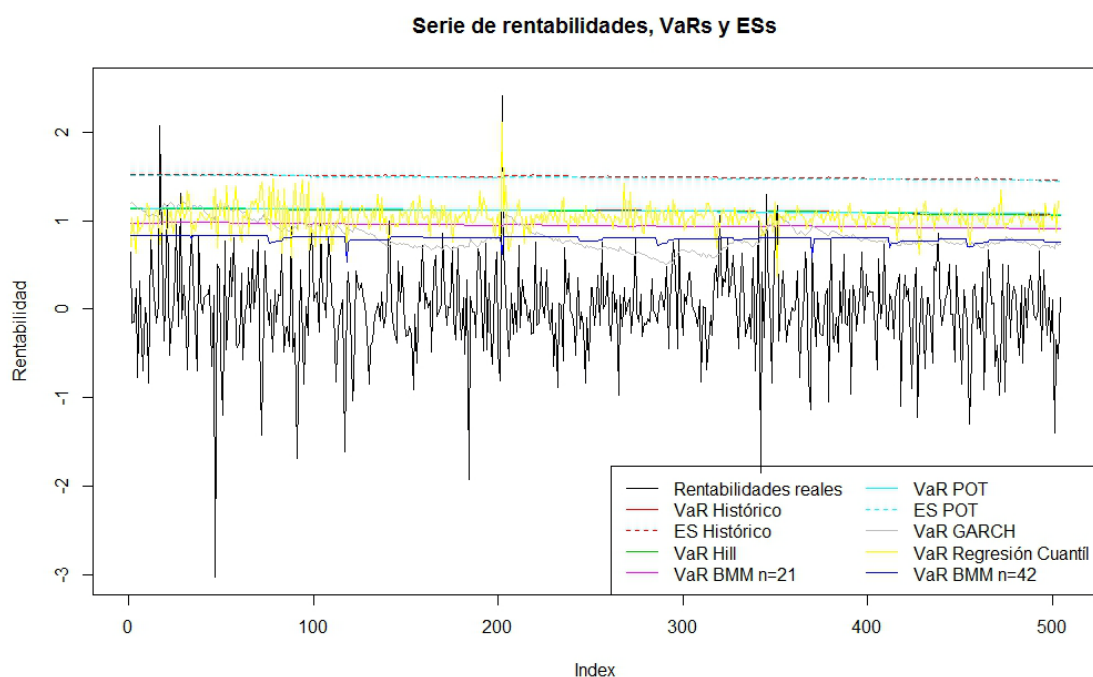


Figura 11: Gráfico resumen VaR y ES EUR/USD para la totalidad del periodo de validación

Me gustaría recalcar que la escala de la Figura 11 es bastante menor que en las dos anteriores lo que hace que las distancias entre los VaR parezcan similares a las anteriores cuando en realidad son ínfimas.

Tabla 16: Test de validación y Pérdida de Raftery y Gnaeting para el EUR/USD

<i>Método de cálculo</i>	<i>Pvalor test de cubrimiento incondicional</i>	<i>Pvalor test de independencia</i>	<i>Pvalor test de cubrimiento condicional</i>	<i>Pérdida de Raftery y Gnaeting</i>	<i>Porcentajes de aciertos</i>
<i>VaR Histórico</i>	0.00	0.68	0.00	12,255.53 €	98.80%
<i>ES Histórico</i>	0.00	0.87	0.00	15,592.53 €	99.60%
<i>BMM bloques de 21 días</i>	0.00	0.54	0.00	11,116.04 €	98.21%
<i>BMM bloques de 42 días</i>	0.12	0.61	0.26	10,620.05 €	96.42%
<i>POT threshold=0.2</i>	0.00	0.68	0.00	12,320.07 €	98.80%
<i>POT threshold=0.4</i>	0.00	0.68	0.00	12,276.73 €	98.80%
<i>POT threshold=0.6</i>	0.00	0.68	0.00	12,292.42 €	98.80%
<i>ES POT</i>	0.00	0.87	0.00	15,495.21 €	99.60%
<i>Estimador Hill</i>	0.00	0.68	0.00	12,227.74 €	98.80%
<i>Regresión cuantil</i>	0.01	0.35	0.02	12,243.10 €	96.81%
<i>Método econométrico</i>	0.50	0.14	0.27	10,642.31 €	95.63%

Las posibilidades del EUR/USD se dividen en dos, el BMM con bloques de 42 días o el método econométrico. En ambos se aceptan las tres hipótesis nulas de los test de validación (Tabla 16) pero el BMM tiene una pérdida de Raftery y Gnaeting menor (la diferencia es apenas 22€) así que sería con el que me quedaría.

Para finalizar, a modo resumen, en la Tabla 17 aparecen todos VaR y ES del 30 de Junio de 2017 clasificados según los diferentes métodos y activos.

Tabla 17: Cuadro resumen VaR y ES

Métodos	Meliá Hotels	Nikkei225	EUR/USD
VaR _{0,95} Histórico	40,657.76€	24,777.16€	10,655.39€
VaR _{0,95} BMM $n=21$	31,875.59€	19,943.91€	9,049.90€
VaR _{0,95} BMM $n=42$	29,036.80€	17,112.18€	7,544.66€
VaR _{0,95} POT $\eta=3, 1.2, 0.6$	40,887.95€	25,546.87€	10,773.17€
VaR _{0,95} POT $\eta=2, 0.8, 0.4$	41,174.84€	25,969.32€	10,752.24€
VaR _{0,95} POT $\eta=1, 0.5, 0.2$	41,049.54€	26,419.98€	10,845.74€
VaR _{0,95} Estimador Hill	40,657.76€	24,579.63€	10,619.49€
VaR _{0,95} Regresión Cuantil	32,314.20€	12,701.65€	10,660.62€
VaR _{0,95} Econométrico	26,375.08€	10,927.22€	7,313.86€
ES _{0,95} Histórico	61,723.10€	40,098.74€	14,611.65€
ES _{0,95} POT $\eta=3, 1.2, 0.6$	61,646.30€	40,396.14€	14,523.94€
ES _{0,95} POT $\eta=2, 0.8, 0.4$	62,017.88€	40,430.19€	14,500.94€
ES _{0,95} POT $\eta=1, 0.5, 0.2$	62,025.92€	40,482.64€	14,539.82€

5. Conclusiones

Los métodos de cálculo del VaR con mejores resultados en las 3 series analizadas han sido el econométrico y el BMM con bloques de 42 días que son los que, además de mostrar un comportamiento en términos de cubrimiento adecuado (los contrastes no rechazan las correspondientes hipótesis nulas), tienden a dar los valores más pequeños en términos de las pérdidas de Gnaeting-Raftery.

Los métodos de cálculo del VaR que peor resultado han dado en los tres activos han sido el BMM para bloques mensuales y el POT. El método de regresión cuantil tampoco ha sido extremadamente útil, aunque probablemente se deba a la elección de las variables independientes, ya que en la Tabla 15 se puede ver que ha quedado muy cerca de aceptar la hipótesis nula de los tres contrastes de cubrimiento.

Tanto el método basado en colas de Pareto como el histórico han sido aceptados en el Nikkei pero en el resto han sido infructuosos. En caso de duda, el mejor de los dos es el histórico porque es bastante más sencillo de calcular y su resultado es casi idéntico al del Estimador Hill tal y como se puede apreciar en las Figuras 9, 10 y 11. Es decir, la dificultad añadida del método de colas de Pareto no se traduce en una mejora de los resultados.

Finalmente, y en lo que se refiere a la ES, se observa una tendencia a sobreestimar los niveles de riesgo con una tendencia no despreciable a sobre-cubrir en los 3 casos (ver Figuras 9, 10 y 11) así como unas pérdidas de Gnaeting-Raftery sensiblemente superiores al resto en todos los casos.

6. Referencias

- Allen, D. E., Singh, A. K. & Powell, R. (2013): "Extreme market risk and extreme value theory". *Mathematics and computers in simulation*, vol. 94, páginas 310-328.
- Alonso, J. C. & Semaán, P. *Valor en Riesgo y Pérdida Esperada mediante R: Empleando modelos con volatilidad constante*. Cali, 2009.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M. & Heath, D. (1998): "Coherent measures of risk". *Mathematical Finance*, vol. 9, N° 3, páginas 203-228.
- Banco de Pagos Internacionales. *Basilea III: Marco regulador global para reforzar los bancos y sistemas bancarios*. Basilea, 2010. Revisión 2011.
- Bera, A. y Higgins, M.L. (2003) "ARCH model: Properties, estimation and testing", *Journal of Economic Surveys*, 7, 305-366.
- Betancur, A. & Cuervo, L. M.. *Pruebas de estrés y backtesting*. Colombia, 2011.
- Bollerslev, T.; Chou, R.Y. y Kroner, K.F. (2002) "ARCH modeling in finance", *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.
- Christoffersen P.F. (1998). "Evaluating interval forecasts", *International Economic Review*, 39, páginas 841-862.
- Coles, S. (2001). *An Introduction to Statistical Modeling of extreme values*. Springer-Verlag.
- Embrechts, P.; Kuppelberg, C. y Mikosch, T. (1997) *Modelling Extremal Events*. Springer-Verlag.
- Goldie, C.M. y Smith, R.L. (1987) "Slow variation with remainder theory and applications". *Quarterly Journal of Mathematics*, 38, 45-71.
- Hill, B.M. (1975) "A simple general approach to inference about the tail of a distribution". *Annals of Statistics*, 3,
- Jenkinson, A.F. (1955) "The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) of meteorological elements". *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 81, 158-171. 1163-1173.

Jorion, P. (2006) *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. Third Edition. McGraw-Hill.

Koenker, R.W. y Basset, G.W.(1978) “Regression quantiles”. *Econometrica*, 46, 33-50.

Longerstaey, J. y More, L.(1995) *Introduction to RiskMetrics™*. 4th edition. Morgan Guaranty Trust Company.

Maldonado, L. (2017) *Apuntes Análisis estadístico en finanzas*.Facultad de Economía y Empresa. Universidad de Zaragoza

Ruppert, D. (2004): *Statistics and Finance: An Introduction*. Springer Science & Business Media, New York.

Stephenson, A., McNeil, A. &Pfaff, B. (2012). Package 'evir'.*Rmetrics - Extreme Financial Market Data*.

Stephenson, A., McNeil, A. & Wuertz, D. (2013). Package 'fExtremes'.*Rmetrics - Extreme Financial Market Data*.

Tsay. R. S (2013): *An Introduction to Analysis of Financial Data with R*. John Wiley & Sons, Inc. , New Jersey.